UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA

PAULA ANDREA GRAWIESKI CIVIERO

TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA REFLEXIVA:
UM OLHAR VOLTADO PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA

Porto Alegre
2009

PAULA ANDREA GRAWIESKI CIVIERO

TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA REFLEXIVA:
UM OLHAR VOLTADO PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática

Orientadora: Marilaine de Fraga Sant'Ana

Porto Alegre

2009

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA REFLEXIVA:
UM OLHAR VOLTADO PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA

Paula Andrea Grawieski Civiero

Comissão examinadora

Prof[a] Dr[a]. Marilaine de Fraga Sant'Ana
Orientadora

Prof[a] Dr[a]. Eleni Bisognin

Prof. Dr. Eduardo Henrique de Mattos Brietzke

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

AULA DE VÔO

Mauro Luis Iasi

O conhecimento
caminha lento feito lagarta.
Primeiro não sabe que sabe
e voraz contenta-se com o cotidiano orvalho
deixado nas folhas vividas das manhãs.

Depois pensa que sabe
e se fecha em si mesmo:
faz muralhas,
cava trincheiras,
ergue barricadas.
Defendendo o que pensa saber
levanta certezas na forma de muro,
orgulhando-se de seu casulo.

Até que maduro
explode em vôos
rindo do tempo que imaginava saber
ou guardava preso o que sabia.
Voa alto sua ousadia
reconhecendo o suor dos séculos
no orvalho de cada dia.

Mesmo o vôo mais belo
descobre um dia não ser eterno.
É tempo de acasalar:
voltar à terra com seus ovos
à espera de novas e prosaicas lagartas.

O conhecimento é assim:
ri de si mesmo
e de suas certezas.
É meta da forma
metamorfose
movimento
fluir do tempo
que tanto cria como arrasa

a nos mostrar que para o vôo
é preciso tanto o casulo
como a asa.

Dedico este trabalho aos profissionais da educação
Que sempre estão em busca de novas possibilidades educacionais, almejando fazer do ensino de matemática uma conquista prazerosa atrelada à realidade social do aluno.

Agradecimentos

Agradeço a todos aqueles que estiveram me apoiando durante esta jornada,

Ao programa de Mestrado que veio de encontro com meus anseios profissionais,
bem como a todos os professores do programa do
Pós-graduação que partilharam de suas experiências.

De modo especial a Professora Marilaine, que muito contribuiu
neste processo investigativo.

A amizade de Morgana, que se fortaleceu,
ao enfrentarmos os percalços das longas viagens a Porto Alegre.

A meus pais, que me ensinaram a ser o que sou.

A meus filhos, Pietra e Lorenzo que agüentaram a minha ausência,
sempre torcendo para acabar logo.

Ao Marcelo, que esteve a meu lado,
sempre disposto a ajudar e me incentivando a todo o momento.

Ao Ricardo, que contribuiu com seus princípios
para a consolidação do meu olhar crítico.

RESUMO

Com esta pesquisa busquei constituir cenários para investigação para as aulas de matemática a partir da produção decorrente de pesquisas realizadas no Projeto de Iniciação Científica no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense - Campus Rio do Sul. Para atingir os objetivos propostos por esta pesquisa, elaborei uma possibilidade educacional através da investigação de situações-problema da vida real, o que possibilitou identificar e significar os conceitos matemáticos em análise. A pesquisa foi embasada na teoria da Transposição Didática, discutida por Chevallard, com o intuito de auxiliar no trabalho de adaptar e transformar os conhecimentos produzidos em projetos de Iniciação Científica para um conhecimento que possa ser desenvolvido e produzido em sala de aula. Para que a transposição viesse acontecer num viés reflexivo procurei discutir a Educação Matemática Crítica, segundo Skovsmose. Provocando assim, uma reflexão sobre os conteúdos matemáticos envolvidos e a realidade inerente ao contexto. Ao procurar interagir os pressupostos teóricos com a realidade, atingi o objetivo da pesquisa e denominei este trabalho de Transposição Didática Reflexiva, com o intuito de unir as duas teorias num processo em que o saber a ser ensinado seja adaptado de forma a provocar reflexões, instituindo um cenário para investigação que propicie a participação do aluno no processo, provoque discussões e tomada de decisão, de modo a instigar o sujeito a ser transformador de sua própria realidade. Adotei na pesquisa uma abordagem qualitativa e para a coleta de dados desenvolvi a possibilidade educacional com as primeiras séries do Ensino Médio, observando as atitudes e considerações dos alunos perante as atividades propostas. Também apresento um quadro de limitações que permearam a proposta e como produto final, apresento três propostas de roteiros de aprendizagem que visam subsidiar outros professores que desejem desenvolver possibilidades educacionais, num viés que possibilite a constituição de um cenário para investigação de modo a instigar a curiosidade, o espírito investigativo e a criticidade dos sujeitos envolvidos no processo pedagógico.

Palavras-chave: possibilidade educacional, reflexão, crítica, cenários para investigação.

ABSTRACT

Through this work I aimed at building investigative sceneries for the mathematics lessons from the current researches development carried through the Scientific Initiation Project of the Catarinense Federal Institute of Education, Science and Technology - Campus of Rio do Sul. In order to reach the objectives set for this research, I developed an educational possibility through the investigation of real life problem-situations, which allowed me to identify and make sense of the analyzed mathematical concepts. The research was based on the Didactic Transposition theory - stated by Chevallard - aiming at getting support to the work in order to adapt and transform the knowledge produced with the projects of Scientific Initiation into a knowledge that can be developed and be produced into the classroom. So that the transposition happened into a reflective bias I tried to discuss the Critical Mathematical Education in accordance with Skovsmose, then bringing a reflection on the involved mathematical contents and the reality inherent to the context. When aiming at getting the interaction between the theoretical presuppositions and the reality, I reached the objective of this research and named this work as Reflective Didactic Transposition, intending to join the two theories into a process in which the knowledge to be taught be adapted to be reflections-provoking offering an investigation scenery that propitiates the participation of the student into the process and bringing discussions and decision taking, instigating the student - as an individual - to be the one who transforms his/her own reality. I used a qualitative approach in the research, and for the data collection I implemented the educational possibility at Junior High School classes, observing the attitudes and considerations of the students face the proposed activities as well. I also present a limitations figure that interfered with the proposal, and as the final result I present three learning approaches aimed at subsidizing other teachers who want to develop educational possibilities on a bias that turn into possible the constitution of a research scenery in order to instigate the curiosity, the investigative spirit and the critical view of the individuals involved in the pedagogical process.

Key words: educational possibility, reflection, criticism, investigative scenery.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A leitura da sala de aula de matemática e as incertezas ao buscar novas possibilidades educacionais contribuíram para minha percepção da importante relação entre investigação e reflexão ao ensinar e aprender matemática. Penso que a sala de aula deve constituir um ambiente que tenha alguma relação com os atores envolvidos e que possa, de alguma forma, contribuir para a formação da sua cidadania, deve mediar o conhecimento científico de forma a permitir a apropriação do conhecimento necessário capaz de fazer com que o aluno possa ler criticamente a prática social na qual vive.

Essa percepção, aliada ao meu interesse em discutir questões de relevância social na sala de aula de matemática, motivaram-me a analisar a potencialidade da reflexão em novas possibilidades pedagógicas.

Com o entendimento da relevância da educação matemática crítica, procurei desenvolver um trabalho, em que a matemática fosse enriquecida com a discussão da realidade. Para contextualizar toda a dimensão dos anseios deste trabalho, delineou-se, primeiramente, a trajetória docente em busca de uma proposta didática.

1.1 A Trajetória Docente

A experiência como docente vem se aprimorando ao longo de 14 (quatorze) anos. Iniciei minha trajetória no início de 1995, recém formada, diploma em baixo do braço e um belo desafio a ser enfrentado. Início de uma carreira em busca de metodologias que pudessem fazer com que a matemática pudesse proporcionar alguma diferença para o aluno. O primeiro passo foi agarrar um livro didático e seguí-lo fielmente. Pura reprodução de conhecimento. Eu reproduzia e induzia os alunos a ser bons reprodutores. Mas isso não durou muito, logo percebi que não bastava a mera reprodução e que isso não ajudava o meu aluno a entender o seu mundo. Assim iniciei uma busca incessante de argumentos e propostas didáticas que pudessem me auxiliar.

Percebi que o sucesso de implementação de qualquer proposta pedagógica não depende apenas do conhecimento de tal proposta. É preciso reconhecer que o professor, o aluno e o saber são três ícones que estão interligados e inter-relacionados com o processo de ensino aprendizagem.

Outro viés que merece observação são os assuntos abordados em sala de aula, na maioria das vezes distantes da realidade dos alunos, deixando de lado o que realmente poderia motivá-los. Werneck (1989, p.13), nessa direção, aponta o seguinte*:* "(...) ensinamos demais e os alunos aprendem de menos cada vez menos!".

Aprendem menos porque os assuntos são cada vez menos interessantes, mais desligados da realidade dos fatos e os objetivos mais distantes da realidade da vida dos adolescentes.

Neste contexto de observações, senti a necessidade de mudar as práticas pedagógicas nas aulas de matemática. Há muito, tenho buscado diferenciar as atividades, fugir do livro didático, que ao trabalhar conteúdo após conteúdo, sem sentir realmente necessidade destes, sempre me foi incômodo. Segundo Skovsmose (2008), os livros didáticos só mostram falsas realidades, não passando de mitos. Procurei utilizar alternativas como jogos didáticos, jogos que envolvam os conteúdos programáticos, gincanas, entre outros. Acredito que tais atividades auxiliam na motivação, na desmistificação dos monstros da matemática, porém tais atividades alternativas suprem a necessidade da variabilibidade de técnicas, mas continuamos a deixar a realidade passar ali, do lado de fora da sala de aula.

Trabalhei em escolas públicas e privadas, com públicos diferenciados, objetivos de vida distintos. Em 1998, participei pela primeira vez de uma Feira de Matemática, e ali comecei a perceber o quanto trabalhar com projetos levava o aluno a interagir com a matemática de forma natural. Todo ano, incentivava os alunos a desenvolverem pesquisas, algumas vezes projetos realizados com toda turma, outras, extraclasse, com grupos afins. Percebi que os alunos que participavam dos projetos e conseqüentemente das feiras de matemática, tanto regional como catarinense, destacavam-se matematicamente perante o grupo. Estava claro que esse tipo de proposta instigava o apresso pela matemática, pois nos projetos aparece como necessária e não apenas como mais um conteúdo que deve ser estudado, muitas vezes desconectado da realidade. A participação em feiras tornou-se prática comum, e o entusiasmo pela proposta só aumentava. Hoje faço parte da comissão permanente das feiras de matemática regionais de Rio do Sul e da comissão permanente das Feiras Catarinenses. O trabalho com feiras engrandeceu minha experiência e aumentou meus questionamentos sobre uma proposta didática que levasse o aluno a querer experimentar a matemática.

Em 2005, ingressei na Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul e de imediato fui inserida num grupo que participava do Projeto de Iniciação Científica, projeto este que se tornou a luz de minha pesquisa. Imediatamente, associei o momento que estava passando e me interessei em investigar como essa proposta didática dos projetos de Iniciação Científica poderia me ajudar a olhar e agir de forma diferente no âmbito de minha prática, nas aulas de matemática. Nascia aqui, mesmo de forma incipiente, meu rumo de pesquisa.

1.2 O Rumo da Pesquisa

Comecei a questionar-me sobre o porquê dessa necessidade, como poderia unir, trabalhos em que se efetivavam análises matemáticas com as aulas e seus conteúdos curriculares. Ao estudar a teoria da transposição didática, percebi que a adaptação dos saberes vinha solucionar uma busca. No entanto, ainda me inquietava, por traz dessa necessidade, vinha outra: Fazer a transposição didática, para quê? O que realmente eu desejava das aulas de matemática?

Após muitas leituras, percebi o que era óbvio. Sempre acreditei numa educação emancipadora, instigando um ser com autonomia de pensamentos e atitudes. Acreditava numa educação que despertasse a curiosidade, fomentando o interesse. Uma matemática necessária para interpretar e compreender a realidade.

Entendo que o enriquecimento promovido pelo tratamento dos significados, que mostram a presença e utilidade da matemática em diversas atividades é desenvolvido na Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul (EAFRS), onde sou professora. Esta escola oferece os Cursos Técnico Agrícola com Habilitação em Agropecuária e/ou Agroecologia concomitante com o Ensino Médio. Na parte diversificada da matriz curricular do ensino médio foi inserido o Projeto de Iniciação Científica em que um de seus objetivos é despertar maior interesse pelo processo ensino-aprendizagem, através da produção e aprofundamento de conhecimentos científicos e tecnológicos, bem como promover o trânsito entre as diversas áreas do conhecimento, visando ao resgate do conhecimento como um processo evolutivo e dinâmico na sociedade e na cultura.

Neste projeto, os alunos são instigados a uma iniciação científica, produzindo trabalhos nas diversas áreas que a escola oferece, envolvendo disciplinas do ensino médio ou disciplinas da área técnica. Muitos destes projetos demandam muita análise matemática, sendo esta totalmente aplicada à realidade da escola e, principalmente, do aluno.

O que se constata é que o material produzido nestes trabalhos de iniciação científica não retorna para as aulas de matemática, objeto de grande importância na significação dos conteúdos, pois se percebe que os alunos que participaram deste processo têm uma compreensão matemática relevante em relação aos demais. O que nos leva a crer que há necessidade de expandir e explorar esse material de maneira a abranger outros alunos, oportunizando mais experiências.

Segundo Larrosa (2004), experiência é o que nos passa, o que nos acontece, o que nos toca. No entanto vemos que nunca se passaram tantas coisas e que a experiência é cada vez mais rara.

Com base nessas disposições, acredito ser de grande importância o desenvolver de um trabalho, que analise as produções existentes, buscando uma integração entre o material produzido e os conteúdos matemáticos a serem trabalhados. Procurei assim, elaborar uma possibilidade educacional que possa ser utilizada nas aulas, trazendo uma maior reflexão para esses conteúdos. De forma a conduzir o aluno a uma apreensão qualitativa do conhecimento matemático, como sujeito da experiência, aberto à sua própria transformação.

Neste viés, entendo que o conhecimento científico necessita de uma transformação para ser aprendido pelos alunos e que esse conhecimento acontece fundamentalmente no processo de interação entre a prática e a sala de aula. O processo de transformação do conhecimento coloca diversas problemáticas, dentre elas, a diferença entre os elementos do conhecimento produzido e do conhecimento a ser aprendido. Entendo que essa transformação deve ser bem conduzida para que haja um melhor aproveitamento dos conhecimentos envolvidos, observando em que sentido uma modificação do saber ensinado pode suprimir as dificuldades de aprendizagem.

Com base nessas disposições a questão norteadora da pesquisa foi constituída. É possível constituir cenários para investigação para as aulas de matemática a partir da produção decorrente de pesquisas realizadas no Projeto de Iniciação Científica do Instituto Federal de Educação, Ciência e tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul?

Com a problemática instaurada identifiquei o objetivo da pesquisa que se constituiu no desafio de produzir uma possibilidade educacional para as aulas de matemática do Ensino Médio visando uma Transposição Didática Reflexiva, via elaboração de material a partir da produção conjunta de alunos e professores.

Para a realização da presente investigação, procurei os caminhos da pesquisa qualitativa, dado o caráter dessa investigação que requer um maior envolvimento entre a pesquisadora e os sujeitos da pesquisa, isto é, uma investigação voltada à produção de dados descritivos, obtidos através de observações diversas.

A metodologia de ação docente se estabeleceu a partir da análise de trabalhos de pesquisa oriundos do Projeto de Iniciação Científica, identificando com essa análise aqueles que tiveram uma abordagem matemática para discutir seus resultados. Em seguida, com base na Transposição Didática e visando às discussões sobre a Educação Matemática Crítica, houve uma adaptação de alguns projetos que se apropriaram de conteúdos matemáticos, com objetivo de discuti-los em sala de aula, de modo a tornar a prática pedagógica reflexiva. Com a aplicação destas atividades muito se observou, identificando algumas limitações para a implantação da nova possibilidade educacional.

A hipótese de um trabalho possível, em que o conteúdo matemático é desenvolvido segundo a problemática de projetos oriundos da realidade desta escola, bem como dos alunos inseridos nela, onde professor e alunos interajam, possibilitando discussões inerentes à realidade, foi sendo delineada de forma desafiadora.

O método didático foi instituído de importância, desde que se incorporou a idéia de Transposição Didática revestida de criticidade.

1.3 Organização da Dissertação

Além desta Introdução, este trabalho é composto de mais cinco capítulos, da lista de referências bibliográficas, de anexos e de apêndices.

O segundo capítulo da dissertação é estruturado pelos elementos teóricos para sua compreensão. Nesse, apresenta-se primeiramente à conceituação de Transposição Didática, segundo Yves Chevallard. A teoria de Transposição Didática informa as diversas análises do sistema didático, o que justifica a associação desse autor à problemática das transformações pelas quais devem passar os saberes para se tornarem saberes escolares.

Segundo Chevallard (1991, p. 45), a Transposição Didática é entendida como um processo, no qual:

> Um conteúdo do saber que foi designado como saber a ensinar sofre a partir daí, um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto para ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que transforma um objeto do saber a ensinar em um objeto de ensino é denominado de Transposição Didática.

Entende-se que a Transposição Didática é um instrumento que utilizamos para analisar o movimento do saber sábio para o saber a ensinar e através deste, ao saber ensinado. Isto é, um processo no qual os conhecimentos científicos sofrem um conjunto de transformações adaptativas tornando-se um conhecimento pronto para ser ensinado.

Como este estudo está inserido num contexto reflexivo a pesquisa bibliográfica teve continuidade baseada nas concepções da Educação Matemática Crítica, na perspectiva de Ole Skovsmose. Nela inclui-se o interesse de que as atividades escolares preparem os alunos para a cidadania e reflitam sobre a natureza crítica da matemática. Uma das dimensões desse propósito inclui o envolvimento dos alunos com as aplicações da matemática.

Skovsmose (2007) alerta que se a perspectiva democrática não estiver presente na educação matemática, esta será apenas uma domesticadora do ser humano em uma sociedade cada vez mais impregnada de tecnologia, ou seja, o conhecimento tecnológico passa a predominar diante do conhecimento reflexivo. Também salienta, que é importante desenvolver a noção de crítica levando em consideração a noção de incerteza, deixando em aberto qualquer abordagem que se possa caracterizar como crítica. Assim, deve-se dar espaço para que novas possibilidades apareçam, e que possam ser exploradas na sua totalidade.

Segundo o exposto, abordei as duas teorias de modo a entrelaçá-las. Denominei esta perspectiva de Transposição Didática Reflexiva.

Na continuidade elaborei uma síntese de apresentação do ambiente onde foi realizada a pesquisa. Essa parte que constitui o terceiro capítulo tem por finalidade contextualizar o texto do problema, constituído teoricamente pelo segundo capítulo, bem como, apresentar os passos metodológicos e os sujeitos que conduziram a pesquisa. No primeiro momento apresento historicamente a constituição do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul, concebendo-o como palco para os ambientes de aprendizagem e na continuidade, uma explanação sobre o Projeto de Iniciação Científica, propulsor das idéias discutidas neste espaço, por não se preocupar meramente em discutir metodologias e normas científicas, mas sim em levar ao aluno novas discussões sobre seu mundo. Na seqüência apresento os objetivos, a metodologia que permeou esta pesquisa, o contexto e os participantes, de modo a evidenciar os passos percorridos em todo o processo.

Ao procurar interagir os pressupostos teóricos com a realidade da escola, o objetivo da pesquisa foi atingido. Apresentado no quarto capítulo, em que se explicita a prática pedagógica, primeiramente discussões sobre a abordagem de investigação, em seguida, a possibilidade educacional, constituindo um cenário para investigação e finalizo com o relato da aplicação do roteiro de aprendizagem - *Compostagem a partir de diversos resíduos* *orgânicos (2006/2007)*, elaborado a partir do relatório do Projeto de Iniciação Científica. Esta proposta de cenário para investigação envolve os conteúdos matemáticos oriundos do Projeto de Iniciação Científica e, passou pelo processo de Transposição Didática Reflexiva com o intuito de servir como uma possibilidade educacional para a sala de aula de matemática.

Em conseqüência dos anteriores, apresento no quinto capítulo um quadro de limitações e reflexões que foram observadas ao longo do processo. O capítulo destina-se a refletir sobre três focos. Primeiramente as atitudes do professor ao buscar uma possibilidade educacional num viés reflexivo, em seguida a necessidade da flexibilização curricular e como conseqüência a resistência dos alunos perante a mudança de proposta educacional.

O trabalho foi finalizado no sexto capítulo, com algumas considerações pertinentes à realidade vivida e absorvida, durante os percalços e avanços desta pesquisa, sinalizando que ainda há muito a fazer.

Ainda faço uma ressalva quanto ao produto desta dissertação, requisito para os mestrados profissionalizantes, que se encontra no apêndice. Que trata de roteiros de aprendizagem, elaborados a partir de outros três trabalhos do Projeto de Iniciação Científica, com o intuito de fornecer um material mais expressivo para o professor que desejar usar este tipo de possibilidade educacional.

2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Partindo do pressuposto que olhar para a história me ajuda a refletir o presente e que a história do ensino é considerada como uma das formas de se analisar a história da sociedade, acredito que esse estudo auxilia a fazer uma leitura de mundo caracterizada por um desvelamento da realidade, trazendo à tona contradições e os conflitos que permeiam a experiência humana, em tempos e espaços diversos. Há muitos modos de se conceituar o Ensino de Matemática, tanto quão são diferentes os olhares a partir dos quais se vincula a inserção social e cultural dos sujeitos que produzem conhecimento histórico ou os que vivem uma determinada experiência (os diferentes agentes do processo). Analisando o processo histórico encontramos tanto permanências quanto as rupturas.

Com esse entendimento, apresento neste capítulo os pressupostos teóricos que permearam a pesquisa. Primeiramente procurei tratar da Transposição Didática, teoria discutida por Yves Chevallard. Este estudo possibilita analisar a trajetória que se cumpre desde a produção do saber científico até o momento em que se transforma em objeto de ensino, integrando o triângulo fundamental que constitui a relação didática – professor – aluno – saber. Desta forma procurei analisar como ocorre a transformação do saber em saber a ensinar. Na continuidade, apresento um estudo que compõe a segunda parte deste capítulo, ao dirigir um olhar crítico para a matemática. O estudo converge a reflexões sobre a Educação Crítica e mais especificamente Educação Matemática Crítica sob a perspectiva de Olé Skovsmose. Para suprir as necessidades teóricas desta dissertação, também apresento os ambientes de aprendizagem constituídos em cenários para investigação que vêm discutir uma abordagem crítico-reflexiva que deve relacionar o ensino ao ato de questionar e tomar decisões, estabelecendo um vínculo com a vida em sociedade e a Matemática.

2.1 Yves Chevallard e o Conceito de Transposição Didática

Em primeiro lugar é importante apontar que o termo Transposição Didática foi introduzido pelo sociólogo Michel Verret em 1975 e mais tarde, a partir dos meados da década de 80, começa a emergir no campo educacional, no enfoque da epistemologia escolar. O termo Transposição Didática é rediscutido por Yves Chevallard em seu livro *La Transposition Didatique (1985),* em que mostra as transposições que um saber sofre quando passa do campo científico para a escola, alertando para a importância da compreensão deste processo por aqueles que lidam com o ensino das disciplinas científicas. Chevallard conceitua Transposição Didática como o trabalho de fabricar um objeto de ensino, ou seja, fazer um objeto de saber produzido pelo "*sábio*" (o cientista) ser objeto do saber escolar. O estudo merece destaque por sua fertilidade teórica expressa na elaboração e discussão de conceitos, como o de transposição didática e noosfera, que geraram polêmicas entre os didatas de diferentes campos disciplinares, quanto à construção dos saberes escolares no plano epistemológico.

Segundo Chevallard (1991, p. 45), a transposição didática é entendida como um processo, no qual:

> Um conteúdo do saber que foi designado como saber a ensinar sofre a partir daí, um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto para ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que transforma um objeto do saber a ensinar em um objeto de ensino é denominado de Transposição Didática.

Para o autor, a Transposição Didática, sem dúvida, tem um poder de sedução. Sedução que não está livre de ambigüidades e ambivalências. Neste sentido, faz-se necessário perguntar-se sobre as condições de sua instalação e dos discursos que permeiam seu funcionamento e sua prática. Para encontrar respostas para tais perguntas é preciso analisar a existência de uma ciência chamada de Didática da Matemática. Toda ciência deve assumir, como primeira condição, estabelecer-se como ciência de um objeto real, independente do olhar que o transformará num objeto de conhecimento.

Num primeiro momento, Chevallard apresenta uma crítica ao modelo doutrinário sobre as concepções políticas, alertando aos desafios de enfrentar a resistência da "má vontade de alguns maus sujeitos", segundo Chevallard (1991, p. 12), tais sujeitos fazem parte dos "docentes, dramaticamente conformistas, da administração, insuportavelmente burocrática, dos sucessivos governos, do ministro, entre outros". Um sistema que a Didática da Matemática se opõe, acreditando que exista um objeto preexistente e independente de nossas intenções dotado de uma necessidade de um determinismo próprio, o sistema didático. Objeto este que o autor caracteriza como sendo um "*objeto tecno-cultural*" (ibid., p.14) cuja formação se inscreve na história e que, segundo o autor, é preciso explicar, elucidar os seus mecanismos de funcionamento, as suas especificidades e as relações que o mesmo estabelece com o mundo exterior. Procurando pensar sobre o objeto tecno-cultural e sobre a realidade desse objeto, a Didática da Matemática apresenta uma relação ternária constituída por docentes, alunos e saber matemático. Traçada essa relação, torna-se possível falar "*do saber*", curiosamente esquecido. Para tanto, se formulam perguntas que levantam uma polêmica sobre seu verdadeiro interesse: O que faz com que o sistema didático se coloque abaixo do ícone do saber? Que relação o "*saber ensinado*" estabelece com o aluno? Então, que relação dispõe com o "*saber sábio*" dos matemáticos? Que distância existe entre um e outro?

O autor insiste na defesa de que, ao preparar uma atividade, o professor está a trabalhar na transposição didática, e não está a fazer a transposição. "Quando o professor prepara o curso, a transposição didática já começou faz tempo". (ibid., p.20)

Para Chevallard, durante todo o processo, a única etapa em que o professor se vê envolvido é o da redação do texto do saber, no qual previamente, a etapa da redação, segue um manual de notas do professor, não é mais que um metatexto, que não está escrito definitivamente em nenhuma parte, é uma matriz de variantes que deram forma concreta. Mediante esta cômoda postura, o professor aniquila as fases do processo que não domina e assume o controle a partir das únicas variáveis que dispõe. Em primeiro lugar está o jogo sobre o texto do saber.

Em sentido restrito, a Transposição Didática designa o passo do saber sábio ao saber ensinado. Dessa forma, permite a articulação da análise epistemológica com a análise didática.

O saber sábio interessa para a Transposição Didática, porque certas exigências que intervém na preparação didática do saber, já estão influenciadas a partir da constituição do saber sábio, ou ao menos, a partir da formulação discursiva desse saber. Isto ocorre particularmente no caso da exigência da despersonalização. Segundo o autor, o processo da despersonalização se realiza completamente no movimento do ensino e começa na comunidade acadêmica, sendo marcada pelo descolamento do saber que está sendo produzido daquele que o investiga, bem como do contexto que ele está inserido. O saber ensinado se encontra profundamente modificado pela descontextualização sofrida.

Nas palavras de Chevallard, temos:

> Segundo as condições da exposição do saber, este processo deve dar em primeiro lugar a difusão e a partir dali, a produção social do conhecimento. Porém mais tarde, na intimidade do funcionamento didático, cumprirá uma função inteiramente diferente: de reprodução e de representação do saber, sem estar submetido às mesmas exigências de produtividade. O jogo do saber toma agora um aspecto totalmente diferente. (ibid., p.25)

Para o autor, há mais de um modo para que uma concepção possa perder seu caráter incisivo. São os tratamentos que manifestam a sua força explicativa, sua validade epistemológica. Não basta afirmar ou mapear que há a Transposição Didática e deixar as coisas como estão. Faz-se necessário levantar algumas reflexões.

É importante fazer a Transposição Didática porque o funcionamento didático do saber é distinto do funcionamento acadêmico, porque há dois regimes de saber, inter-relacionados, porém não sobrepostos. A Transposição Didática tem lugar, quando passam ao saber ensinado elementos do saber. No entanto, o saber ensinado vive muito bem encerrado sobre si mesmo, em uma satisfatória autonomia[1], protegido segundo o que o autor chama de "*clausura da consciência didática*". Neste sentido, o funcionamento didático é capaz de resolver suas próprias necessidades enquanto saber que se vai ensinar. Apesar de todo esse funcionamento aparentemente harmonioso e calmo acontecem as crises. Para tentar responder o porquê de tais acontecimentos, Chevallard utiliza um esquema teórico representado com três ícones e as inter-relações entre eles, em que o P, representa o professor, E representa os estudantes e S representa o saber ensinado.

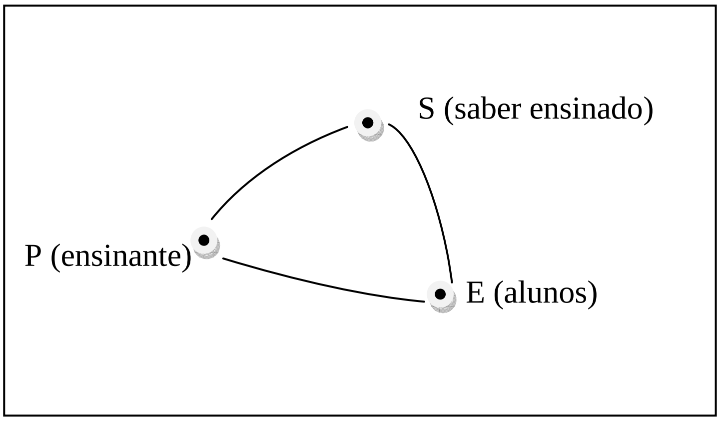

Figura 01: Sistema didático (Chevallard, 1991, p. 26)

Para entendê-lo é preciso estruturar seu domínio, seu "entorno". Ao redor de um saber, se forma um contrato didático que toma esse saber como um objeto de um projeto constituído de ensino e aprendizagem e que une num mesmo campo docentes e alunos. O entorno imediato de um sistema didático é constituído inicialmente pelo sistema de ensino, que reúne um conjunto de sistemas didáticos e tem a seu lado um conjunto diversificado de dispositivos estruturais que permitem o funcionamento didático e que intervém nos diversos níveis.

[1] Automia, aqui se refere, quanto à capacidade do funcionamento didático de produção do saber aos fins de autoconsumo.

A periferia do sistema de ensino é denominada pelo autor de “sistema de ensino *stricto sensu*” - para evidenciar sua inserção social em um contexto social mais amplo:

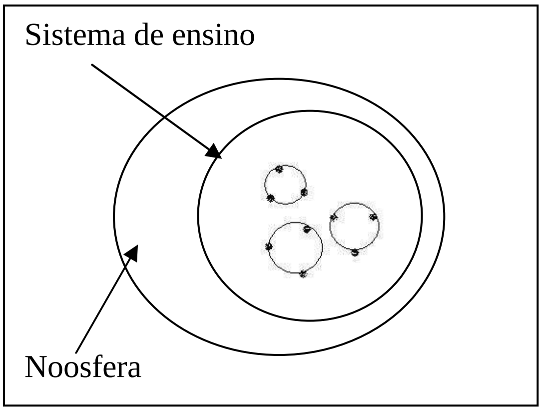

Figura 02: Sistema de ensino (Chevallard, 1991, p. 28)

Todos aqueles que ocupam funções específicas no funcionamento didático constituem o entorno social, onde estariam incluídos os matemáticos, as famílias dos estudantes, as instâncias políticas de decisão; no sistema didático *stricto sensu*, atuam os professores e alunos; a noosfera.

A noosfera seria encarregada de realizar a interface entre a sociedade e as esferas de produção dos saberes, dela participando em posições diferenciadas. Neste sentido vejo necessidade de explorar mais sua concepção e ação, explicitando-as a seguir.

2.1.1 Noosfera

De encontro com o que já foi exposto acima se pode dizer que o conceito de noosfera é essencial para o entendimento de Transposição Didática. Chevallard define a noosfera como sendo a instância que age como um verdadeiro filtro entre o saber acadêmico e o saber ensinado na sala de aula. É na noosfera que se produz o “*saber a ser ensinado*”, esse trabalho que a noosfera realiza para elaborar um novo texto do saber se manifesta como uma estratégia de ataque às dificuldades de aprendizagem.

No seio da noosfera as competências estão delimitadas com precisão e a ação da noosfera entre os representantes do sistema de ensino e os representantes da sociedade se expressa na fala se Chevallard:

> (...) Na noosfera, pois, os representantes do sistema de ensino, com ou sem mandato (desde o presidente de uma associação de professores até um simples professor militante), se encontram direta ou indiretamente, (através do libelo da denúncia, da pressão da reivindicação, do projeto transacional, ou dos debates surdos de uma comissão ministerial), com os representantes da sociedade (os pais de alunos, os especialistas da disciplina que militam pelo seu ensino, os representantes dos órgãos políticos). (ibid., p.28)

A noosfera, nesse trabalho de interface viabilizaria a manutenção da compatibilidade entre o sistema didático e seu entorno social, no *"plano do saber"*. Esta compatibilidade deve realizar-se em múltiplos e diferentes planos.

Para discutir esse processo, Chevallard propõe o seguinte modelo de interpretação: o saber ensinado (saber tratado no interior do sistema) deve ser visto pelos mesmos acadêmicos como suficientemente próximos do saber sábio, a fim de não desautorizar os matemáticos, com o qual minaria a legitimidade do processo social. Por outra parte e simultaneamente, o saber ensinado deve aparecer como algo suficientemente afastado do senso comum, para que não se torne "banalizado" perante a sociedade. Acessível às famílias dos estudantes, sem a mediação escolar.

Também uma distância inadequada colocaria em questão a legitimidade do processo de ensino, degradando seu valor. Neste caso, os professores não fariam mais do que os próprios pais, bastaria que eles tivessem tempo necessário. Assim, o saber ensinado se gasta. Quando o saber ensinado se afasta demais do saber sábio, ocorre o que o autor chama de "*desgaste biológico*", passando a ter legitimidade questionada pelo entorno social devido à sua obsolência. Por outro lado, também ocorrera o "*desgaste moral*", provocado pela aproximação com o "*saber banalizado*", ambos acontecem quando a distância entre o saber ensinado e o saber sábio é demasiadamente complexa. Com o tempo, o saber tratado pelo sistema de ensino envelhece e esse desgaste provoca um rompimento da compatibilidade entre o sistema de ensino e seu entorno social. Isto provoca uma inquietação entre os matemáticos, famílias, pais, alunos e até mesmo professores que denunciam a inadequação do sistema de ensino, reprovado como uma instituição arcaica e sem dinamismo.

O saber ensinado já não satisfaz os alunos que alegam não absorvê-lo, cria-se a necessidade de uma mudança no ensino. Para os professores e para os representantes da noosfera, a reforma deve dar uma resposta satisfatória a "*crise do ensino*" (ibid., p.37) e também solucionar as dificuldades de aprendizagem, restaurando a motivação, com isso resgatando o sistema de ensino que vem decaindo a cada ano. Neste momento, segundo Chevallard, torna-se indispensável a instauração de reformas de ensino.

Chevallard, chama atenção para a “*impressionante complexidade*” (ibid., p.33) das relações entre o sistema de ensino e o seu entorno, entre a sociedade e a escola. Afirma que há necessidade de reajustes e adaptações, todavia trata-se de uma operação delicada e com possíveis riscos. Ao manipular apenas uma variável, neste caso: o saber; corre-se o risco de se deparar com graves problemas, talvez mais graves do que aqueles que se tentava solucionar.

Aqui se faz necessário compreender a ação da noosfera que desempenha um papel de tampão. Inclusive em períodos de crise, essa mantém dentro do limite aceitável a autonomia de funcionamento didático. O professor, se desejar alguma alteração no ensino, só atua após mediação feita pela noosfera. Comprovado este fato, o autor coloca em questionamento a atuação da noosfera ao restabelecer a compatibilidade entre sistema e entorno.

Conforme o autor, tradicionalmente se dicotomiza os meios de ação, estabelecendo por um lado os métodos e por outro lado os conteúdos. No entanto, o saber – dos conteúdos – torna-se de fácil controle, permitindo obter ótimos resultados com menores gastos e sobre o qual o regime político tem controle por meio dos programas e os manuais que os explicitam. Em contrapartida, os métodos integram um meio de ação pouco eficaz. Algumas mudanças nesse sentido acontecem, mas de maneira pontual e local, ficando frágeis, sem grandes perturbações para o sistema de ensino. O privilégio funcional concedido ao saber, por manter-se como variável determinante expressa-se e reforça-se pela divisão da noosfera, segundo os diferentes saberes ensinados.

A noosfera é o centro operacional do processo da transposição e atua, então, na seleção e no trabalho de Transposição Didática dos conteúdos de saber selecionados, restabelecendo a compatibilidade a que se refere o autor.

No entanto, observa-se um certo desequilíbrio entre o sistema de ensino e a sociedade. Uma certa dualidade entre alunos e saber ensinado.

Chevallard propõe o questionamento, quanto ao sentido que uma modificação do saber ensinado pode suprimir as dificuldades de aprendizagem.

Para este questionamento o autor destaca uma primeira resposta de aparência simplista, construindo um mecanismo de suprimir a noção do exercício, com isso gera ausência de consciência clara do fenômeno e de sua intenção, gerando esvaziamento de conteúdos. Como uma segunda resposta, de complexidade superior e que parece ser mais pertinente, o professor crê na possibilidade de que pode ter resultados a partir de uma reorganização do saber. Isto é, o professor moldará o curso. Uma possibilidade nessa mudança seria a alteração da ordem dos conteúdos. Em outro momento, já não se trata simplesmente de uma reorganização, e sim, de uma reforma de programas.

Com isso, a noosfera realiza o trabalho de elaborar um novo texto do saber, inserindo uma estratégia de ataque às dificuldades de aprendizagem. Toda dificuldade observada deve ser primeiramente identificada, verificando que regra foi violada, para em seguida proporcionar ao aluno o entendimento, desse modo dissipando a confusão, que se supõe estar na base de seu erro.

O texto do saber define os princípios que o aluno deve respeitar e delimita, em determinado momento, os erros que o professor poderá identificar e para os quais o professor disporá o diagnóstico de "*confusão*", e a técnica de "*ataque direto*". Para que haja este diagnóstico é preciso que também haja identificação, de pelo menos uma lei com aplicação desta em um caso pertinente, para que o professor não fique apenas com o diagnóstico de falta de atenção, sem poder atacar efetivamente o problema. Conforme o autor, a principal ferramenta para o professor é o texto do saber. É ao mesmo tempo um instrumento terapêutico.

A noosfera seria, por definição, um espaço de conflito, de disputa: a compatibilização apresentada, é uma construção social com intenção reformadora e não um movimento naturalizado. Neste sentido, o trabalho da noosfera busca uma mudança "*terapêutica*" (ibid., p. 42), consciente, com a perspectiva de por em dia o saber ensinado, contudo, nem sempre terá um sentido de "*modernização*" (ibid., p. 43), posto que as mudanças que veiculará respondem às múltiplas e contraditórias demandas da sociedade.

2.1.2 Transposição Didática com Objetos do Saber ou outros Objetos

A Transposição Didática é o trabalho que transforma um objeto do saber em um objeto de ensino. Assim todo projeto social de ensino e de aprendizagem se constitui dialeticamente com a identificação da designação dos conteúdos dos saberes com os conteúdos a serem ensinados. No processo de sucessivas adaptações, muitas vezes tais conteúdos são verdadeiras criações didáticas, que se fazem necessárias pelas exigências do funcionamento didático, suprindo uma necessidade do ensino. Recebe esse nome justamente por não existir quando da produção do saber científico original. São estabelecidas como artifícios para favorecer a apropriação, pelos alunos, do conhecimento em questão.

Para que um conteúdo do saber possa ocupar um lugar entre os objetos de ensino, em geral, é necessário passar por transformações para então ser designado como saber a ser ensinado.

Uma constante análise desse objeto de ensino é essencial, pois se percebe muitas vezes que a distância entre o objeto do saber e o objeto de ensino é imensa.

Assim, o princípio da vigilância epistemológica na transposição didática é uma das condições que determinam a possibilidade de uma análise científica do sistema didático. No entanto, existe um limite de receptividade pelo sistema de ensino e seus agentes. A vigilância epistemológica é fundamental para que a distância, as deformações e adaptações sofridas pelos saberes não culminem por degradar o saber original, fazendo com que o saber a ensinar deixe de ser fiel a ele, podendo criar certos obstáculos de aprendizagem.

Ao se pensar que a Transposição Didática transforma o objeto do saber no objeto de ensino, faz-se necessário analisar o que se entende por objeto de saber.

Para um professor de Matemática este objeto de saber, certamente está incluso nas *"noções matemáticas"* (ibid., p. 57), no entanto, juntamente com tais noções, incluem-se as *"paramétricas"*(ibib., p. 58) que são ferramentas das atividades matemáticas, normalmente são objetos de estudo para o matemático.

As noções paramétricas são idéias possíveis de serem aprendidas no transcorrer da própria aprendizagem. São linhas e parâmetros que se caracterizam como ferramentas auxiliares à atividade matemática, mas que normalmente não se constituem em objetos de ensino. Pode-se dizer que são procedimentos indispensáveis ao desenvolvimento do pensamento matemático, como realizar demonstrações e proceder a escolha de parâmetros adequados.

Neste viés Chevallard (1991, p. 59) corrobora:

> Em relação aos objetos do saber que estão nas noções matemáticas, o professor espera que o aluno saiba (eventualmente):
> - proporcionar a definição (e reconstruí-la);
> - proporcionar as propriedades (principais), demonstrá-las;
> -reconhecer um certo número de ocasiões de uso;
> -etc."

Em resumo, são objetos que entram no campo da percepção didática.

Entretanto, existe uma análise mais profunda das noções mobilizadas pelo contrato didático, que o autor qualifica como "protomatemáticas" (ibid.,p. 60). Essas formam uma categoria de habilidades que não se referem diretamente às noções matemáticas em si, mas que são exigidas de uma forma implícita na aprendizagem escolar. São competências que antecedem o próprio conhecimento matemático. Entre estas habilidades estão a habilidade de raciocínio, percepção de modelos, identificação e formulação de questões matemáticas.

Noções matemáticas, noções paramatemáticas, noções protomatemáticas constituem extratos cada vez mais profundos no funcionamento didático do saber. Por isso a análise da transposição didática de qualquer noção matemática deve considerar as noções paramatemáticas que por sua vez devem considerar as noções protomatemáticas.

As distinções entre as noções citadas apresentam uma análise epistemológica do regime didático e revelam que há saberes que são aprendidos sem nunca terem sido ensinados, ou se apresentam sem nenhuma intenção didática, sustentando algumas exigências que sofrem o saber, para que ele possa se tornar ensinável.

Tais exigências configuram um processo de preparação didática e podem ser resumidas como:

- a dessincretização do saber;
- a despersonalização do saber;
- a programabilidade da aquisição do saber;
- a publicidade do saber;
- o controle social das aprendizagens.

A primeira etapa abordada por Chevallard propõe que em função da "exigência de uma explicitação discursiva" (ibid., p. 69) relativa ao saber é preciso conduzir primeiramente uma delimitação de saberes parciais, em que cada um será expresso através de um discurso autônomo. Esse processo faz com que o saber deixe de estar completamente intrincado, caracterizando sua dessincretização.

A despersonalização, por sua vez, é marcada pelo descolamento do saber que está sendo produzido daquele que o investiga, bem como do contexto ao qual ele está inserido. Há uma dissociação entre o pensamento e sua produção discursiva. Isto com o objetivo de dar um caráter mais geral, descontextualizado e não personalizado, ao saber.

Em continuidade, o autor aborda a próxima etapa na transposição didática: a programabilidade da aquisição do saber. Esta etapa implica no estabelecimento de uma programação para que o saber em questão seja apropriado. Dessa forma o texto deve ter um início e um fim dissolvido de forma seqüencial e racional. A publicidade do saber, próxima etapa a ser discutida, possibilita a última etapa desse processo, ou seja, o controle social das aprendizagens. Este controle dar-se-á em função da concepção do saber dada pela textualização. Estão diretamente ligadas às definições explícitas de quais os saberes que deverão ser ensinados, em que tempo, e como verificar se a aprendizagem ocorreu, ou seja, o saber a ensinar efetivamente se transformou em saber ensinado.

Diante destas etapas é muito importante que o processo de aprendizagem seja seqüencial, no entanto, Chevallard (1991), alerta que a ordem de aprendizagem não é isomorfa em relação à ordem da exposição do saber.

Com a análise da teoria apresentada, percebo ser imprescindível um trabalho que procure realizar a Transposição Didática. No entanto, ao transformar um saber em saber a ser ensinado necessita-se de um professor que assuma seu papel, mediante a construção de novas possibilidades educacionais, oportunizando e amenizando as relações de poder estabelecidas entre professor e aluno. Nesta ótica, entendo que as relações de poder sempre acontecerão, todavia, elas podem ser estabelecidas num patamar de acordos e diálogos entre professor e aluno. Acredito que a Transposição Didática nos tempos atuais deva ser realizada num viés crítico. Todavia assume-se uma contraposição à teoria da Transposição Didática, diante do fato que hoje não mais concebemos a Matemática como algo distante da realidade, essa noção de poder, em que o conhecimento do professor está muito distante do conhecimento do aluno já não satisfaz e é necessário refletir sobre esse enfoque. Para embasar esse entendimento me asseguro na Educação Matemática Crítica e acredito que o professor deva constituir um ambiente de aprendizagem que leve o aluno a fazer parte do processo, inclusive, em algumas situações, do processo de Transposição Didática, sentindo-se autônomo e com liberdade para refletir sobre suas ações.

Com isso, se faz necessário um estudo sobre as concepções da Educação Crítica, campo onde esta pesquisa se alicerça ao buscar discutir novas possibilidades educacionais, que leve em consideração a transposição do saber sábio para o saber a ser ensinado de forma reflexiva.

2.2 Educação Crítica - EC

Conforme Skovsmose (2001), a Educação Crítica tem várias fontes de inspiração. Porém alguns dos principais nomes no desenvolvimento teórico inicial da Educação Crítica são Herwing Blankertz, Wolfgang Lempert (1971), klaus Mollenahuser (1973) e também Wolfgang Klafki (1971). Basicamente, tentaram desenvolver a pedagogia como uma disciplina de investigação praxiológica, como uma reação à tradição empírico-positivista na pedagogia.

O movimento da Educação Crítica ganhou forças nos anos de 1970, através de movimentos estudantis, cujo ensejo era o de implementar a política de que os alunos deveriam participar das decisões do que seria estudado e que os estudos universitários deveriam ser organizados segundo diretrizes políticas e servirem para desenvolver a justiça e a igualdade social, procurou-se adotar uma educação baseada em problemas e projetos.

Para a Educação Crítica, a relação entre professor e alunos tem um papel importante. É preciso que os parceiros sejam iguais, que o diálogo existente entre os sujeitos seja democrático. O professor não pode assumir um papel decisivo e prescritivo, ao contrário, o processo educacional deve ser estabelecido através de um diálogo, onde todos os sujeitos sintam-se responsáveis por todo o processo.

Isto é sublinhado por Skovsmose (2008, p. 10):

> Uma educação crítica não pode ser estruturada em torno de palestras proferidas pelo professor. Ela deve se basear em diálogos e discussões, o que talvez seja uma forma de fazer com que a aprendizagem seja conduzida pelos interesses dos alunos.

Isto posto, Skovsmose (2001) especifica como primeiro ponto chave da Educação Crítica o envolvimento dos alunos no controle do processo educacional, levando em consideração a experiência do aluno, que mesmo fragmentada, pode auxiliar no diálogo com o professor, na identificação dos assuntos relevantes para o processo educacional, pois se uma educação pretende desenvolver uma competência crítica, tal competência não pode ser imposta aos alunos. Outro ponto chave da Educação Crítica é a consideração crítica do conteúdo e outros aspectos, neste sentido torna-se necessário a análise de um currículo crítico2. Para o autor, questões relacionadas com um currículo crítico ligam-se ao seguinte:

> A aplicabilidade do assunto: quem o usa? Onde é usado? Que tipos de qualificação são desenvolvidos na EM?
>
> Os interesses por detrás do assunto: que interesses formadores de conhecimento estão conectados a esse assunto?
>
> Os pressupostos por detrás do assunto: que questões e que problemas geraram os conceitos e os resultados na matemática? Que contextos têm provido e controlado o desenvolvimento?
>
> As funções do assunto: que possíveis funções sociais poderiam ter o assunto? Essa questão não se remete primariamente às aplicações possíveis, mas a função implícita de uma EM nas atitudes relacionadas a questões tecnológicas, nas atitudes dos estudantes em relação a suas próprias capacidades etc.

[2] Em consonância com Skovsmose, um currículo crítico é aquele que observa a aplicabilidade do assunto, os interesses e os pressupostos por detrás do assunto, as funções e as limitações do assunto. Assim, estudantes e professores, devem estabelecer uma distância crítica do conteúdo da educação.

> As limitações do assunto: em quais áreas e em relação a que questões esse assunto não tem qualquer relevância? (ibid., p.19).

Após a leitura destes pontos nos cabem alguns questionamentos: ao organizar e discutir um currículo em nossas escolas se faz tais indagações? Até que ponto estamos preparados para questionamentos no sentido de construirmos um currículo crítico? Qual o comprometimento com a relevância social dos conteúdos programáticos? As indagações são muitas e as respostas nem sempre são claras. Cabe a nós sairmos da comodidade de currículos prontos e passarmos a discuti-los sob enfoques críticos.

Os currículos são determinados pelas forças econômicas e políticas ligadas a relações de poder na sociedade. As relações de poder podem ser imersas em uma organização curricular específica.

Skovsmose (2001, p. 31) apresenta a tese do currículo: “Os princípios fundamentais de estruturação do currículo são derivados delas ou estão de acordo com as relações de poder dominantes na sociedade”.

Neste enfoque, o autor apresenta a seguinte formulação:

> O axioma básico na EC é que a educação não deve servir como reprodução passiva de relações sociais existentes e de relações de poder. Esse axioma faz sentido quando falamos sobre competência crítica, distância crítica e engajamento crítico. A educação tem de desempenhar um papel ativo na identificação e no combate de disparidades sociais. Naturalmente, a educação não tem um papel importante nas mudanças sociais e tecnológicas – tais mudanças não são conseqüência de empreendimentos educacionais, mas a educação deve lutar para ter um papel ativo paralelo ao de outras forças sociais críticas. (ibid., p.32)

Nessa formulação, a Educação Crítica é o movimento mais importante entre os que tentam negar a tese do currículo. A intenção da Educação Crítica é desmascarar os princípios de estruturação dominantes do currículo como históricos acidentais. Sendo assim, torna-se necessário aumentar a interação entre Educação Matemática e Educação Crítica.

O último ponto chave da Educação Crítica está relacionado com a condição fora do processo educacional. Onde os problemas a serem desenvolvidos devem estar num patamar de relevância para os alunos, estando relacionados com as experiências e com o quadro teórico dos alunos. E ainda, o problema deve estar inserido em questões sociais objetivamente existentes. “O direcionamento a problemas implica que a dimensão do engajamento crítico deve fazer parte da educação”. (ibid., p. 20)

Para o autor, um dos principais desafios para a Educação Crítica é desenvolver uma filosofia da tecnologia mais adequada, que possibilite gerenciar e interpretar a educação técnica. Para Skovsmose, “É necessário aumentar a interação entre EM e a EC, se queremos que a EM não se degenere em um dos mais importantes modos de socialização dos estudantes na sociedade tecnológica”. (ibid., p.32)

A Educação Crítica tem como foco a interpretação do currículo e da educação como uma estrutura normativa, tais estruturas normativas curriculares devem ser efetuadas na prática. Assim, para que a Educação Crítica sobreviva é essencial que aconteça sua integração nas ciências técnicas e na Educação Matemática. Nesta ótica, o autor se refere: “É importante para a EC interagir com as ciências técnicas e com a matemática, para prevenir que a EC desapareça como teoria educacional sem importância e acrítica”. (ibid., p.35)

2.3 Educação Matemática Crítica sob olhar de Ole Skovsmose

O reflexo da Educação Crítica nos outros níveis de ensino, além do superior, foi quase que imediato, que também passaram a trabalhar com projetos, estudos em grupo e abordagens temáticas. Primeiramente, essa revolução atingiu as áreas de ciências humanas e sociais, mas não demorou muito para que a abordagem crítica influenciasse a Educação Matemática e de ciências, surgindo assim, a Educação Matemática Crítica.

Na década de 1980, surge então, o movimento da Educação Matemática Crítica que se preocupa, sobretudo, com os aspectos políticos da Educação Matemática. Marcelo Borba, no prefácio do livro Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose, destaca que esse movimento se desenvolveu com expoentes como Marilyn Frankenstein e Arthur Powell, nos Estados; Paulus Gerdes e John Volmink, na África; Munir Fasheh, na Palestina; Ubiratan D’Ambrosio, no Brasil; e Ole Skovsmose e Stieg Mellin-Olsen, na Europa. Salienta que nem todos usam a denominação Educação Matemática Crítica para seus trabalhos e, é claro, em outras partes do mundo há outras pessoas desenvolvendo trabalhos nessa área.

Segundo Fiorentini (2006), as investigações que buscam relacionar o ensino-aprendizagem da matemática ao contexto sociocultural foram a grande novidade da pesquisa em Educação Matemática. Neste contexto, a matemática e a Educação Matemática passaram a ser vistas como práticas socioculturais que atendem a determinados interesses sociais e políticos. O questionamento era pautado por perguntas como: a quem interessa que a Educação Matemática seja organizada dessa maneira? Para quem deve estar voltada?

Procurando responder tais perguntas propõe-se o trabalho com projetos. Este trabalho no Brasil é conhecido como modelagem matemática, a partir do trabalho inicialmente desenvolvido por Rodney Bassanezi, procurando uma possível saída para que a questão democrática esteja presente na sala de aula. Para Bassanezi (2002, p. 16), a modelagem "consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real".

Durante a segunda metade dos anos 1970 e todos os anos 1980, Skovsmose buscou laboriosamente formular uma concepção de Educação Matemática Crítica e sua perspectiva nesta área continuou evoluindo. Em 1994 visitou pela primeira vez o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp, em Rio Claro, criando um vínculo de discussões com diversos pesquisadores brasileiros, em função de perspectivas políticas semelhantes, e dos interesses comuns em questões relacionadas à tecnologia e à modelagem vista com enfoque pedagógico.

Em seu trabalho, Skovsmose tem tido como centro a questão da democracia. Para o autor se a perspectiva democrática não estiver presente na educação matemática, esta será apenas uma domesticadora do ser humano em uma sociedade cada vez mais impregnada de tecnologia. Escreve: "Considero que uma nova educação matemática crítica deve buscar possibilidades educacionais (e não propagar respostas prontas). Toda prática nova traz incertezas". (SKOVSMOSE, 2008, p. 13)

Assim, é importante desenvolver a noção de crítica levando em consideração a noção de incerteza, deixando em aberto qualquer abordagem que se possa caracterizar como crítica. Não se pode trabalhar com a estabilidade e certeza na sua totalidade, deve-se dar espaço para que novas possibilidades apareçam, e que possam ser exploradas na sua totalidade. Assim, com toda essa incerteza pode-se desenvolver uma abordagem crítica.

O autor defende que não compensa tentar usar sentidos estabelecidos para a noção de *crítico.* Ao contrário, a Educação Matemática Crítica deve se desenvolver em um novo formato.

Neste sentido Skovsmose (2008, p. 12) interpela:

> Ações baseadas em matemática devem ser analisadas criticamente, levando-se em conta a sua diversidade. Esse olhar crítico sobre a matemática mostra que nos desligamos da "crença da ciência" e da "crença na racionalidade matemática" que fizeram parte do pensamento moderno, iniciado pela revolução científica.

O autor interessou-se em encontrar uma concepção de matemática que não estivesse diretamente vinculada a uma conexão automática entre desenvolvimento científico e desenvolvimento social em geral. Assim, ao dirigir esse olhar crítico para a matemática a Educação Matemática Crítica está sendo desenvolvida.

Segundo Barbosa (2003), mais do que informar matematicamente, é preciso educar criticamente através da matemática. O autor sublinha que:

> Se estamos interessados em construir uma sociedade democrática, onde as pessoas possam participar de sua condução e, assim, exercer cidadania, entendida aqui genericamente inclusão nas discussões públicas, devemos reconhecer a necessidade das pessoas se sentirem capazes de intervir em debates baseados em matemática. (BARBOSA, 2003b, p.6)

Neste mesmo viés, Skovsmose (2008) fala sobre a perspectiva da educação matemática crítica, afirmando que nela estão inseridos os interesse de que as atividades escolares preparem os alunos para a cidadania [3] e reflitam sobre a natureza crítica da matemática. Percebe-se que uma das dimensões desse propósito inclui o envolvimento dos alunos com as aplicações da matemática.

Segundo Fiorentini (2006), são inúmeras as pesquisas que procuram investigar a relação entre a cultura da matemática escolar, a cultura matemática que o aluno traz para a escola e a cultura matemática produzida pelos trabalhadores (adultos e algumas crianças trabalhadoras) ao realizar as suas atividades profissionais.

Essa é a área de investigação em que o Brasil mais se destaca internacionalmente. É o caso da etnomatemática, linha de investigação criada e desenvolvida pelo educador matemático brasileiro Ubiratan D’ambrósio e dos estudos de cognição matemática em diferentes contextos socioculturais.

Skovsmose (2007) aponta os fins da educação para a sociedade globalizada de risco em que hoje nos encontramos. Para o autor, a matematização da sociedade exige suporte do aparato da razão, que constitui seu próprio núcleo. É uma complexidade construída e não uma habilidade específica da razão ou da racionalidade. Inclui uma variedade de técnicas científicas e tecnológicas importantes para o desenvolvimento e manutenção da tecnologia. Sustentando essa complexidade está a matemática, que não comparece como uma racionalidade específica que dê sustentação ao modo de pensar, porém, ao estar com a ciência, com a economia, com a política, possibilita a construção de estruturas tecnológicas e a realização de ações tecnológicas. Sob este enfoque, Skovsmose pergunta e encaminha a possibilidade de enfrentamento da questão proposta: como a escola trabalha ou deveria trabalhar com essa realidade? Qual a possibilidade para a educação matemática? Com tais

[3] Cidadania pode ser interpretada, em sentido abrangente, como participação, tanto formal quanto informal, em qualquer tipo de sociedade. (Skovsmose, 2007, p.93)

indagações, o autor voltou suas preocupações para os papéis sociais da matemática afirmando que se deve levar em consideração a diversidade ao analisar criticamente as ações baseadas em matemática.

Ao pensarmos em uma Educação Matemática Crítica, cabe refletirmos sobre o comportamento da Educação Matemática e a democracia. Skovsmose (2001) procura relacionar a Educação Matemática ao conceito de democracia, enfocando o problema democrático em uma sociedade altamente tecnológica. Levanta os principais problemas:

> Em que medida a educação matemática está envolvida no processo de construção (ou redução) de uma competência democrática na sociedade? É possível desenvolver o conteúdo e a forma da educação matemática de tal modo que possam servir como ferramenta na democratização? Ou a educação matemática – talvez por causa de sua natureza formal e abstrata – nada tem a ver com tais questões? Ou a situação é ainda pior: será que tendências não-democráticas são favorecidas pela introdução dos alunos a pedaços desconexos de conhecimento, colocando o professor (e o livro) em um papel especial de autoridade? (ibid., p. 38-39)

O autor divide esses comentários gerais que relacionam a Educação Matemática e a democratização em dois tipos de argumentos. O primeiro chamado de argumento social da democratização e o segundo como argumento pedagógico da democratização.

O argumento social identifica um tema relevante da Educação Matemática, através de reflexões procurando melhorar o conteúdo da educação. Para tanto, essas reflexões buscam possibilidades para a construção e o aperfeiçoamento de instituições democráticas e capacidades democráticas na sociedade.

Skovsmose identifica três declarações que compõem o argumento social da democratização. A primeira refere-se ao extenso campo de aplicações da matemática. O autor exemplifica este campo com algumas áreas nas quais a matemática é aplicada: economia, planejamento industrial, em diferentes formas de gerenciamento e em propaganda e tecnologia. No entanto, na escola, seja em qualquer nível de ensino, essas aplicações reais da matemática, embora sejam muitas e importantes, freqüentemente são pouco utilizadas, o que aparece geralmente são aplicações com referências em uma falsa realidade.

Uma segunda declaração refere-se ao poder formatador da matemática. Por causa de suas aplicações, a matemática em ação faz parte de nosso mundo, implicando em fortes interferências no desenvolvimento e na organização da sociedade, podendo servir aos propósitos mais variados. A matemática assume a função de “formatar a sociedade” altamente tecnologizada, não podendo ser substituída por nenhuma ferramenta com intuitos similares, embora tais implicações fiquem disfarçadas em meio a tanta diversidade.

Por outro lado, apresenta uma terceira declaração, que se refere ao exercício dos direitos e deveres democráticos, salienta que é preciso ter habilidades para entender os mecanismos do desenvolvimento da sociedade. Estes geralmente estão ocultos, “escondidos”, mas é necessário desvelar tais mecanismos e ser capaz de entender as funções de aplicações da matemática para tornar possível o exercício democrático.

O argumento social da democratização releva as aplicações da matemática e salienta a importância da prática de construção de modelos matemáticos. No entanto, não adianta apenas melhorar o entendimento de construção de modelos pelos estudantes. Uma prática educacional voltada para democratização das possibilidades não pode ser apenas pragmática. Não basta que os estudantes entendam a construção do modelo, também tem que conhecer seus pressupostos, sendo capazes de desvelar o que está por trás de certas fórmulas matemáticas.

Para se ter um modelo que interprete a *“realidade”*[4], é imprescindível que seja selecionado os elementos importantes dessa realidade e que se possa decidir sobre quais relações entre esses elementos são relevantes.

Segundo Skovsmose (2001, p. 42): “Um modelo não é um modelo da “realidade” em si, é um modelo de um sistema conceitual, criado por uma interpretação específica, baseado em quadro teórico mais ou menos elaborado, e baseado em alguns interesses específicos”.

Para o autor, um material de ensino-aprendizagem que tenta estar de acordo com argumento social de democratização, deve apresentar os seguintes aspectos:

> 1) O material tem a ver com um modelo matemático real.
> 2) O modelo tem a ver com atividades sociais importantes na sociedade.
> 3) O material desenvolve um entendimento do conteúdo matemático do modelo, mas esse conhecimento, mais técnico, não é meta. A meta é desenvolver um insight sobre as hipóteses integradas ao modelo, e assim desenvolver um entendimento dos processos (por exemplo, processos de decisão) na sociedade. (ibid., p. 43-44)

A intenção não é fixar a situação de aprendizagem, mas criar oportunidades para que os estudantes planejem suas atividades de estudo. Os estudantes devem ter a oportunidade de tomar decisões que geralmente necessitam de discussões com o professor e se envolverem no processo do planejamento e organização educacional.

[4] Para Skovsmose a realidade está em movimento, gerada pela ação e que não pode se desfazer da presença do aparato da razão que a realiza e a sustenta. Portanto, a realidade é materializada nos próprios meios pelo qual a sociedade informacional caminha. A matemática em ação traz em seu bojo a concepção de matemática como sendo real.

Para buscar soluções e criar novas possibilidades a essa situação de aprendizagem, muitos professores procuram *"concretizar"* (ibid., p.50) suas atividades, ou seja, procuram uma interpretação concreta aos termos mais abstratos, tornando-os mais compreensíveis. Outra perspectiva de ensino que tornaria uma forma mais democrática seria *"matematizar"* (ibid., p.50) a situação de aprendizagem. Matematizar significa em princípio, formular, criticar e desenvolver maneiras de entendimento, instigando professor e estudantes a se envolverem no controle desse processo, de forma mais democrática.

Neste sentido Skovsmose (2001), escreve:

> Os estudantes devem ter a possibilidade de moldar o processo educacional *para* que não se tornem adaptados a rituais inquestionáveis da educação matemática. Outra versão dessa implicação é que temos de desenvolver materiais abertos de ensino-aprendizagem, que possam ser usados em uma variedade de situações. Materiais abertos não devem pressupor uma relação específica professor-aluno ou apoiar-se em programas implícitos de ensino-aprendizagem.(ibid., p. 52)

O argumento pedagógico enfatiza que a educação matemática socializa em direções contrárias as esperadas. Algumas razões poderiam estar relacionadas com o movimento estruturalista na Educação Matemática ao levar em consideração a escolha dos conteúdos e o desenvolvimento das estruturas matemáticas previamente à identificação dos estudantes. A construção do conhecimento desses estudantes é planejada sem a inserção destes no planejamento curricular.

Ao se pensar num modelo democrático de educação, faz-se necessário uma reflexão sobre o tipo de sociedade que estamos inseridos. Sociedade altamente tecnológica, onde a competência matemática parece constituir uma parte central da competência democrática.

Segundo Ellul (1994), citado por Skovsmose (2001), "a tecnologia tem substituído a natureza como meio ambiente do homem". Nas palavras de Ellul (1994. p. 127-128):

> A técnica tem progressivamente dominado todos os elementos da civilização (...) o próprio homem é dominado pela técnica e torna-se seu objeto. A técnica que torna o homem seu objeto, portanto, torna-se o centro da sociedade: esse evento extraordinário (...) é freqüentemente chamado de civilização técnica. A terminologia é precisa, e devemos compreender plenamente sua importância. Civilização técnica significa que nossa civilização é construída pela técnica (faz parte da civilização apenas o que pertence à técnica), para a técnica (já que tudo nesta civilização deve servir a um fim técnico) e é exclusivamente técnica (exclui tudo que não é técnico ou o reduz a uma forma técnica). (ibid., p. 29)

A tecnologia envolve totalmente o homem e tudo o que está a sua volta, tudo depende da tecnologia. O homem, neste contexto está dominado pela tecnologia. Esta referência lida com o poder e com as relações de poder que são determinados pelo uso da tecnologia que estabelece e/ou intensifica essas relações. A sociedade integrada à tecnologia e suas estruturas complexas exigem um gerenciamento dessa complexidade, induzindo que apenas um grupo distinto de pessoas são capazes de absorver esse conhecimento tecnológico e por conseqüência um grupo limitado de pessoas pode desenvolver uma competência democrática e se tornar capaz de avaliar as ações das pessoas encarregadas do gerenciamento.

Sob este parâmetro, Skovsmose distingue o conhecimento tecnológico e o conhecimento reflexivo, que constituem dois tipos de conhecimento diferentes, porém não independentes. O primeiro refere-se ao conhecimento técnico, as técnicas que devem ser aplicadas no conhecimento tecnológico. Afirma que o conhecimento tecnológico, em si, é incapaz de predizer e analisar os resultados de sua própria produção; exigindo algumas reflexões. E o segundo, é o conhecimento necessário para analisar e avaliar construções tecnológicas. Designa o conhecimento tecnológico como o conhecimento necessário para desenvolver e usar a tecnologia e o conhecimento reflexivo deve estar baseado em um horizonte mais amplo de interpretações e entendimentos prévios. Tem de capturar a situação em que o conhecimento tecnológico funciona; mas não é um passo simples ir do conhecimento tecnológico para o conhecimento reflexivo. “É importante dominar alguns *insights* tecnológicos para dar apoio às reflexões”. (ibid., p. 85)

Skovsmose defende que a competência democrática está, na sua maioria, baseada no conhecimento reflexivo e que este não pode ser reduzido ao conhecimento tecnológico. Ambos têm naturezas distintas.

Mais adiante o autor faz uma distinção entre os três tipos de conhecimento em direção aos quais uma educação matemática pode ser orientada:

> 1 - Conhecer matemático, que se refere à competência normalmente entendida como habilidades matemáticas, incluindo-se as competências na reprodução de teoremas e provas, bem como ao domínio de uma variedade de algoritmos – essa competência está enfocada na educação matemática tradicional, e sua importância tem sido especialmente enfatizada pelo movimento estruturalista ou pela “nova matemática”.
>
> 2 - Conhecer tecnológico, que se refere às habilidades em aplicar a matemática e às competências na construção de modelos. A importância do conhecer tecnológico tem sido enfatizada pela tendência dirigida para aplicações na educação matemática, que afirma que, até mesmo se os estudantes aprendem matemática, nenhuma garantia existe de que a competência desenvolvida é suficiente quando se trata de situações de aplicação. Mais do que a matemática pura tem de ser dominado a fim de se poder aplicar matemática. Essa competência extra chamarei de competência tecnológica. De forma geral, é o entendimento necessário para usar uma ferramenta tecnológica para alcançar alguns objetivos tecnológicos.

> 3 - Conhecer reflexivo, que se refere à competência de refletir sobre o uso da matemática e avaliá-lo. Reflexões têm a ver com avaliações das competências do empreendimento tecnológico. (ibid., p. 115-116)

Para fazer a distinção entre conhecimento matemático, tecnológico e reflexivo é necessário especificar uma base para essa distinção. Uma possibilidade é olhar o "*objeto do conhecimento*" (ibid., p.61), que pode ser identificado por exemplo, numa análise das relações sincrônica e diacrônica de um modelo, identificando um objeto do conhecimento reflexivo distinto do objeto do conhecimento tecnológico, analisando o modelo e suas relações.

Por outro lado, poder-se-ia usar o *"*processo de desenvolvimento e conhecimento*"* (ibid., p. 61), procurando discutir a existência de diferentes tipos de conhecimento, fazendo neste processo uma distinção entre a interpretação *"monológica"* e a interpretação *"dialógica"*.(ibid., p. 61)

Assim, em função da natureza dialógica dos processos que estão por trás do conhecimento reflexivo, novos aspectos do processo educacional têm de ser desenvolvidos. Torna-se óbvio que o pragmatismo na Educação Matemática será insuficiente para estabelecer-se uma distância crítica. "Especialmente o conhecimento reflexivo tem de ser desenvolvido para dar à alfabetização matemática uma dimensão crítica". (ibid., p. 118)

Henry Giroux (1989) citado por Skovsmose (2001) enfatiza que a escola precisa ser defendida como um serviço que educa estudantes a serem cidadãos críticos que podem desafiar e acreditar que suas ações poderão fazer diferença na sociedade. Portanto, os estudantes devem ser apresentados às formas de conhecimento "que lhes dêem a convicção e a oportunidade de lutar por uma qualidade de vida com todos os benefícios do ser humano".

Neste viés faz-se necessário à discussão da *"alfabetização"* que tem um papel primordial, no sentido que a alfabetização não é apenas uma competência relativa à habilidade de leitura e escrita, que pode ser testada e controlada e sim que possui uma dimensão crítica.

Giroux, citado por Skovsmose (2001, p. 66), formula isso da seguinte maneira:

> (...) a alfabetização, como construção radical, deve de ser enraizada em um espírito de crítica e em um projeto de possibilidades que permitissem às pessoas participar no entendimento e na transformação de suas sociedades. Como ambos, a supremacia das habilidades específicas e de formas particulares de conhecimento, a alfabetização tinha que se tornar um pré-requisito para a emancipação social e cultural.

Mais adiante, salienta:

> (...) a alfabetização não está apenas relacionada com os pobres ou com a falta de habilidade de grupos desfavorecidos para ler e escrever adequadamente; está

> também fundamentalmente ligada a formas de ignorância política e ideológica que funcionam como uma recusa em conhecer os limites e as conseqüências políticas da visão de mundo de alguém. (...) o que é importante reconhecer aqui é a necessidade de reconstruir uma visão radical de alfabetização, centrada na importância de identificar e transformar essas condições sociais e ideológicas que minam a possibilidade de formas de vida comunitária pública organizadas em torno dos imperativos de uma democracia crítica.

Com base na citação de Giroux, poderiam ser levantados inúmeros questionamentos quanto ao envolvimento político e ideológico da alfabetização. Seria simples assumir que a alfabetização matemática tem na sociedade um papel similar ao da alfabetização, no entanto, muitas diferenças e similaridades têm que ser consideradas e analisadas.

Neste contexto Skovsmose se preocupa em discutir a possibilidade de dar sentido a tais envolvimentos, buscando conceituar e aproximar democracia e educação. Assim, democracia refere-se às condições formais relativas a algoritmos de eleição, condições materiais relativas à distribuição, condições éticas relativas à igualdade e, finalmente, condições relativas à possibilidade de participação e "re-ação". Sendo importante discutir todos esses aspectos em relação à educação. "A democracia pode ser destruída se não puder ser criada uma cidadania crítica".(ibid, p. 78)

Partindo da concepção que numa sociedade democrática, todas as crianças e adolescentes tenham igual acesso à escolaridade e à aprendizagem, percebe-se que a escola contempla uma reprodução das estruturas sociais, reproduzindo os valores tradicionais da cultura, em contradição com padrões democráticos da educação, onde as escolas deveriam reagir às diferentes maneiras pelas quais a sociedade se reproduz, contrabalanceando algumas dessas forças produtivas para prover uma distribuição eqüitativa do que a escola pode oferecer. O autor toma como hipótese que a educação desempenha um papel específico no desenvolvimento da competência democrática, levantando um conjunto de novos objetivos para a educação. Pode-se salientar que um dos objetivos da educação deve ser preparar para uma cidadania crítica visando, neste sentido, mais do que as condições para possibilitar a entrada no mercado de trabalho. "A educação deve preparar os alunos para uma vida (política) na sociedade". (ibid., p.87)

Ao buscar tais necessidades, a sociedade se depara com o problema da democracia criado pelo desenvolvimento de uma sociedade altamente tecnológica. Este problema segundo Skovsmose "diz respeito à relação entre, por um lado, as pessoas encarregadas da governação (os políticos eleitos) e a elite tecnológica e, por outro, as pessoas que são afetadas pelas decisões". (ibid., p.79)

Portanto, se a condição para a cidadania crítica é importante em uma democracia, faz-se necessário retornar ao problema de que os fundamentos para as decisões tomadas pelas autoridades podem ser inacessíveis ao cidadão comum e que é importante desenvolver uma competência crítica geral que possa efetivamente lidar com o desenvolvimento social e tecnológico.

Se isto é o que constitui o problema da democracia em uma sociedade altamente tecnológica, e se é possível assumir a tecnologia caracterizada pelo domínio de métodos formais, o autor procurou abordar a posição da matemática na sociedade, sob a perspectiva da tese do poder da formatação da matemática. Nas palavras do autor: "a matemática está formatando nossa sociedade" (ibid., p. 80). Partindo da concepção de que o resultado da formalização são novas estruturas para gerenciar e que a formalização da linguagem e a formalização das ações estão intimamente ligadas, entende-se que as estruturas matemáticas assumem um papel na vida social tão fundamental quanto o das estruturas ideológicas na organização da realidade.

No entanto, se a matemática tem um papel especial, torna-se natural supor que a Educação Matemática deva ser colocada em foco.

Mais adiante o autor ressalva a idéia que tentou tornar significativa:

> Se a alfabetização matemática tem um papel a desempenhar na educação – similar, mas não idêntico, ao papel da alfabetização -, na tentativa de desenvolver uma competência democrática, então, a alfabetização matemática deve ser vista como composta por diferentes competências: matemática, tecnológica e reflexiva. E, acima de tudo, o conhecimento reflexivo tem de ser desenvolvido para conferir à alfabetização matemática um poder radicalizado. (ibid., p. 87-88)

Isto significa que não basta a modelagem, é preciso focar as funções das aplicações da matemática na sociedade. É preciso alterar a natureza das discussões sobre a Educação Matemática, sendo guiada pela questão de ser ou não possível esclarecer a real função dos métodos formais nas sociedades de hoje, percebendo a alfabetização matemática como parte de uma competência democrática geral. Todas as abordagens necessitam de reinterpretação, crítica e mudanças, para se tornar uma epistemologia da Educação Matemática Crítica.

A Educação Matemática neste sentido pode ajudar a esclarecer o papel de formatação dos métodos formais na sociedade, pois é necessário entender os princípios centrais dos mecanismos do desenvolvimento da sociedade que passam por formalizações, para se estar apto a participar das obrigações e direitos democráticos. Pode vir agora assumir um poder crítico, enraizado num projeto de possibilidades que habilite pessoas a participarem no entendimento e na transformação de sua sociedade.

Ao pensar na Educação Matemática, enquanto atividade escolar, acredito que, para estabelecer um projeto de possibilidades que possa habilitar os alunos a participar das obrigações e direitos democráticos, é necessário estabelecer novas possibilidades educacionais. Para tanto, é preciso discutir uma abordagem crítico-reflexiva que deve relacionar o ensino ao ato de questionar e tomar decisões, estabelecendo um vínculo com a vida em sociedade e a matemática. Estas possibilidades, segundo Skovsmose, concretizam-se em ambientes de aprendizagem.

2.4 Ambiente de Aprendizagem

Todo espaço escolar em que há interação entre professor e aluno constitui um ambiente de aprendizagem. Na maioria das escolas este espaço é limitado pela sala de aula e as práticas de sala de aula distinguem-se entre dois paradigmas, denominados por Skovsmose (2008) de paradigma do exercício e cenários para investigação.

A premissa central do paradigma do exercício é que existe uma, e somente uma resposta certa, pois geralmente, são exercícios de livro didático, que são elaborados por um profissional que está fora da sala de aula, logo, levam o aluno a responder ao exercício sem muitos questionamentos, considerando que o exercício apenas aborda as informações estritamente necessárias para seu objetivo final. Assim, o paradigma do exercício se contrapõe a uma abordagem de investigação. Enquadrando-se na educação matemática tradicional que utiliza o exercício de forma decisiva para a aprendizagem.

Por outro lado, um ambiente de aprendizagem construído na sala de aula para dar suporte a um trabalho investigativo e no qual os estudantes são convidados a formular questões, buscar explicações para elas e refletir sobre os resultados obtidos são chamados por Skovsmose (2008) de cenários para investigação. Para o autor, um cenário para investigação é constituído a partir do momento em que os alunos aceitam (e assumem como participantes ativos) o processo de exploração e de explicação. Segundo o autor:

> Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações. O convite é simbolizado por seus "Sim, o que acontece se...?". Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O "Por que isto ?" do professor representa um desafio, e os "Sim, por que isto...?" dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e que estão em busca de explicações. (Skovsmose, 2008, p. 21).

Dessa forma, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem, distinguindo-se do paradigma do exercício. Skovsmose, ao propor os cenários para investigação nas aulas de matemática, o faz com a intenção de se contrapor a situações de aprendizagem em que o professor é o centro das atenções, buscando um ambiente que oferece recursos para fazer investigações.

Skovsmose (2008, p. 23) apresenta uma matriz com seis tipos diferentes de ambientes de aprendizagem combinando três tipos de referências[5] e a distinção entre os dois paradigmas de práticas de sala de aula.

	Exercícios	Cenários para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Figura 03: Ambientes de aprendizagem

Segundo a matriz apresentada o professor, ao considerar os cenários para investigação como estratégia pedagógica, o faz a partir de três referências, segundo as quais o trabalho investigativo em sala de aula pode ser conduzido. A distinção entre o paradigma do exercício e o cenário para investigação é combinada com a diferença entre esses três tipos de referência.

A primeira referência caracteriza-se pela preocupação com a matemática pura em si ou com os conteúdos curriculares dominado por exercícios.

A segunda, caracterizada pela semi-realidade, identifica-se com situações de aprendizagem relacionadas com ambientes contextualizados, mas de forma artificial, geralmente desenvolvidas a partir de idéias extraídas do livro didático. Na terceira referência, alunos e professores investigam situações do mundo real, interagem com outras áreas do conhecimento.

Movendo-se entre os diferentes ambientes de aprendizagem apresentados na matriz se produz um terreno imenso de possibilidades. *"A linha vertical que separa o paradigma do exercício dos cenários para investigação é, por certo, uma linha muito espessa"*

[5] Para Skovsmose (2008), referências incluem os motivos das ações, ou seja, incluem o contexto para localizar o objetivo de uma ação.

SKOVSMOSE (2008, p. 31). Entretanto, abre possibilidades de discussão sobre mudanças na educação matemática.

A abordagem vinculada à referência do tipo (1) desenvolve habilidades de sistematização, estimulando a prática de seguir regras e de organização, concluindo etapa por etapa. São os exercícios do tipo siga o modelo, encontrados facilmente e em abundância nos livros didáticos. Uma lista enorme desses, fazem com que o aluno "decore" as etapas da resolução do exercício. O aluno assimila as regras e técnicas, porém são exercícios limitados, que impedem qualquer tipo de questionamento sobre o porquê de tais regras, e seus respectivos significados. São interessantes quando se quer fixar o conteúdo matemático com suas regras e técnicas por ser dominado por exercícios apresentados no contexto da matemática pura.

Conforme Skovsmose (2008, p. 15), "A educação matemática tradicional se enquadra no paradigma do exercício", a versão dos livros didáticos confirma essa proposição, onde se observa que o livro didático representa as condições tradicionais da sala de aula. Geralmente, o professor explica o conteúdo e em seguida os alunos resolvem uma seqüência de exercícios.

Uma outra apresentação destes exercícios são os que disfarçam uma situação real. Ao pretender desvincular-se do exercício propriamente dito, busca-se problematizar situações. Entretanto o que se percebe é que estes exercícios foram previamente elaborados pelo autor de um livro ou muitas vezes, pelo próprio professor. A elaboração do problema constituiu-se em outro momento, desvinculado daquela realidade, daquela sala de aula. Logo a justificativa da relevância dos exercícios é distinta do argumento social daquela aula de matemática. No entanto, segundo Skovsmose (2008, p. 24) "há uma referência: a semi-realidade imaginada pelo autor do problema", constituindo o ambiente tipo (3).

Skovsmose (2008, p. 24-25) interpela:

> (...) Resolver exercícios com referência a uma semi-realidade é uma competência muito complexa e baseada num contrato bem especificado entre professor e alunos. Alguns dos princípios desse acordo são os seguintes: a semi-realidade é totalmente descrita pelo texto do exercício; nenhuma outra informação é importante para a resolução do exercício; mais informações são totalmente irrelevantes; o único propósito de apresentar o exercício é resolvê-lo.

Fica claro que no ambiente tipo (3) somente as quantidades mensuradas são relevantes e que ao iniciar o exercício já partimos do pressuposto de que há somente uma resposta correta. O que impede questionamentos, simplesmente porque não fornece informações adicionais suficientes para reflexão. Para não gerar conflitos torna-se essencial um “acordo” entre professor e alunos para trabalharem no paradigma do exercício, ou seja, o aluno deve contentar-se em encontrar a solução, sem muitas considerações extras.

Para Skovsmose (2008, p. 31), “Uma boa parte da educação matemática está alternando os ambientes (1) e (3). Nesse sentido, o paradigma do exercício oferece uma fundamentação acentada na “tradição” da educação matemática”.

As observações acerca da maneira como a matemática opera em situações da vida real não têm sido consideradas na elaboração de exercícios do tipo (3). Enquanto desenvolvemos atividades inseridas na semi-realidade, não estamos trabalhando com a matemática e a realidade, a semi-realidade está distante do real e se isso não for assumido a ideologia da certeza se estabelece.

Nesse sentido, a necessidade de um tipo de abordagem com referência à realidade se fundamenta nas palavras de Skovsmose (2008, p. 38) “Referências à vida real parecem ser necessárias para estabelecer uma reflexão detalhada sobre a maneira como a matemática pode operar em nossa sociedade. Um sujeito crítico é também um sujeito reflexivo”.

Concordo com o autor quando afirma que realizar um movimento das referências à matemática pura para as referências da vida real, conforme a matriz, referência tipo (5), pode possibilitar reflexões sobre matemática. Ainda que constituindo o paradigma do exercício, a referência tipo (5), pode levar o aluno a agir em seus processos de aprendizagem, reconhecendo matemática como parte de sua realidade.

Segundo essa abordagem, os dados utilizados vêm da vida real, oferecendo uma condição diferente para a comunicação entre professor e os alunos, oportunizando a aprendizagem com mais clareza das definições e conceitos matemáticos, uma vez que agora faz sentido questionar e suplementar a informação dada pelo exercício. Entretanto, as atividades estão ainda estabelecidas no paradigma do exercício.

As práticas de sala de aula baseadas em exercícios se contrapõem a atividades investigativas. Entendo por atividades investigativas o processo no qual o aluno é despertado a questionamentos do tipo: *“o que acontece se...?”*, convidando-o a descobertas, formular questões e procurar respostas. Através destes questionamentos a sala de aula de matemática transforma-se em um ambiente de aprendizagem em que o aluno é levado a um processo de exploração e explicação (Skovsmose, 2008).

Este tipo de ambiente de aprendizagem prevê o estudo através de questionamentos. O professor estará o tempo todo indagando seus alunos. Percebe-se que logo os próprios alunos começam a se questionar sobre o assunto estudado, instituindo a partir de então um novo ambiente de aprendizagem, agora com uma certa reflexão sobre o que está sendo apresentado.

Segundo Skovsmose (2008, p. 21),

> Chamo de cenário para investigação um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação. (...) Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações. (...) Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem.

Quando o ambiente de aprendizagem constitui um cenário para investigação, entendo que se enquadra na referência do tipo (2), se a abordagem tiver foco na matemática pura, se a abordagem for relacionada à semi-realidade se estabelece na referência tipo (4), e quando mais elaborada e fizer referência à realidade constitui o tipo (6), apresentadas na matriz por Skovsmose. Nesses ambientes de aprendizagens institui-se um convite para que os alunos façam explorações e explicações.

Ao propor atividades que constituem um cenário para investigação existe o diálogo constante entre professor e alunos. O professor pergunta: "O que acontece se...?" e, mais adiante novamente o professor volta a questionar "O que acontece se...?". Aos poucos os alunos vão se familiarizando com as indagações e de repente começamos a ouvir os questionamentos partirem dos próprios alunos: "O que acontece se...?", a investigação está instituída, os alunos tomam conta da atividade e começam a se apropriar da situação, ao buscar cada vez mais interagir com ela. Quando o professor começa a perguntar: "Por que isto...?", os alunos aos poucos também se impõem à indagação, ao procurar novas respostas. Os alunos podem ficar surpresos com algumas propriedades matemáticas que aparecem, mas logo a apreendem de forma instigante.

Com base nas referências de Skovsmose sobre ambiente de aprendizagem, temos a definição de Barbosa que integra este conceito ao de modelagem. Segundo o autor:

> O ambiente de Modelagem está associado a problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, pode-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo. (BARBOSA, 2004, p.75)

Visando ao interesse nessas discussões e ao acreditar em novas possibilidades educacionais que interajam em diferentes ambientes, organizei uma possibilidade educacional que está explicitada mais adiante, no capítulo 4. Tal atividade está constituída com base nas teorias discutidas até aqui.

2.5 Reflexões sobre as Teorias Abordadas

A teoria da Transposição Didática evidencia como pontos fundamentais a legitimação dos conteúdos que permeiam o ensino e estabelece a diferença entre o saber ensinado e o saber sábio, referindo-se a um trabalho de adaptação. Para que um conteúdo do saber possa ocupar um lugar entre os objetos de ensino, faz-se necessário passar por transformações para então ser designado como saber a ser ensinado. Assim, segundo Chevallard, para que o saber ensinado não se torne "banalizado" perante a sociedade deve aparecer como algo suficientemente afastado do senso comum. No entanto, esse distanciamento deve ser controlado. Com isso, faz-se essencial uma constante análise desse objeto de ensino, pois se percebe que muitas vezes a distância entre o objeto do saber e o objeto de ensino é imensa.

Por outro lado, a teoria da Educação Crítica sinaliza que é preciso que os parceiros sejam iguais e que o diálogo existente entre os sujeitos seja democrático. O professor não pode assumir um papel decisivo e prescritivo, ao contrário, o processo educacional deve ser estabelecido através de um diálogo, em que todos os sujeitos sintam-se responsáveis por todo o processo.

As contradições teóricas são evidentes, no entanto, acredito ser relevante o processo da Transposição Didática que evidencie o saber a ser ensinado, porém de modo a instigar a reflexão. Nessa perspectiva, torna-se insuficiente uma proposta didática elaborada apenas com o propósito de desenvolver o conhecimento tecnológico e matemático, e a Transposição seria apenas um veículo de alienação, em que o conteúdo matemático é desenvolvido desvinculado da realidade. Assim, o conhecimento reflexivo torna-se essencial para suprir as necessidades sociais do aluno, que se referem à competência de refletir sobre o uso da matemática e avaliá-lo num contexto com referência à realidade.

Ao atuar com esse propósito, percebo a possibilidade de incluir o aluno no processo da Transposição Didática, propiciando desta forma, uma integração entre sujeito e saber. Assim, para evitar a banalização do ensino, é importante inserir a realidade dos sujeitos e propiciar discussões e reflexões que instiguem uma Educação Matemática Crítica.

Outro ponto relevante para a discussão é a ação da noosfera que mantém, segundo Chevallard, dentro do limite aceitável a autonomia de funcionamento didático. Porém, o professor, se desejar alguma alteração no ensino, só atua após mediação feita pela noosfera. Que autonomia é essa? Comprovado este fato, o próprio Chevallard coloca em questionamento a atuação da noosfera ao restabelecer a compatibilidade entre sistema e entorno. Assim, se a noosfera age como um filtro entre o saber acadêmico e saber ensinado na sala de aula, percebo que a interação com a realidade deve vir ao encontro da perspectiva da Educação Matemática Crítica, na qual estão inseridos os interesses de que as atividades escolares preparem os alunos para a cidadania e reflitam sobre a natureza crítica da matemática. Penso que uma das dimensões desse propósito inclui o envolvimento dos alunos com as aplicações da matemática, especialmente com referências a outras áreas da realidade, proporcionando o diálogo e discussões, de modo a prepará-los para a vida política na sociedade.

Chevallard (1991), também aponta como parte do processo de preparação didática, a despersonalização do saber que, por sua vez, é marcada pelo descolamento do saber que está sendo produzido daquele que o investiga, bem como, do contexto ao qual ele está inserido. Com o objetivo de dar um caráter mais geral, descontextualizado e não personalizado, ao saber é proporcionado uma dissociação entre o pensamento e sua produção discursiva.

Neste enfoque, entendo que quanto mais descontextualizados os saberes, mais distantes da realidade dos sujeitos, que fazem parte do sistema de ensino, eles se encontram, e dessa forma os saberes tornam-se desinteressantes, fragmentados e conseqüentemente, despersonalizados. Para mudar essa situação é preciso estabelecer uma consideração crítica do conteúdo e outros aspectos, fazendo-se necessária à análise de um currículo crítico. Dessa maneira, segundo a Educação Crítica, os conteúdos a serem desenvolvidos devem estar num patamar de relevância para os alunos, estando relacionados com as experiências e com o quadro teórico destes. Ao idealizar um currículo crítico a tendência é buscar aproximar os conteúdos matemáticos da realidade do sujeito. Assim, a transposição feita a partir da realidade, passa a personalizar o saber e desta forma, diminui a distância entre o saber sábio e saber ensinado, provocando uma interação entre os saberes e os sujeitos vinculados ao sistema de ensino.

Neste viés, entendo que a discussão sobre a teoria da Transposição Didática vinculada à teoria da Educação Matemática Crítica torna-se imprescindível para sustentar a contextualização do problema desta pesquisa. Acredito que há necessidade de transformar o conhecimento do Projeto de Iniciação Científica produzidos no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul –,de forma a contextualizar o conteúdo matemático com o olhar do professor voltado para a formação crítica do aluno com o ensejo de aprofundar reflexões proporcionadas pelas investigações realizadas.

Com este intuito, preocupei-me em realizar a Transposição Didática dos conhecimentos matemáticos presentes no Projeto de Iniciação Científica, produzidos pelos alunos e seus respectivos orientadores, com vistas à produção de uma material de apoio à escola. Porém, a Transposição Didática acontece ao longo do processo, de maneira, a instigar a reflexão perante as necessidades instauradas pelos alunos, assim, o saber passa por uma adaptação vinculada ao desejo dos alunos e desenhada através de uma consciência crítica do saber produzido ao longo do processo.

Com um pouco de ousadia, as duas teorias foram entrelaçadas de modo a propiciar um diferencial que denominei de Transposição Didática Reflexiva, visto que, não basta transpor os conhecimentos é preciso instigar a reflexão sobre os assuntos matemáticos vinculados à realidade.

3 CONTEXTO E METODOLOGIA

O terceiro capítulo tem por finalidade contextualizar o texto do problema, constituído teoricamente pelo segundo capítulo. No primeiro momento apresento historicamente a constituição do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul, concebido aqui, como palco dos ambientes de aprendizagem levando-se em consideração que é neste espaço e neste tempo escolar que a pesquisa se desenvolveu. Procuro sinteticamente falar de sua constituição física e de sua missão enquanto Escola.

Na continuidade, faço uma explanação sobre o Projeto de Iniciação Científica. Este Projeto instituiu-se como a luz da pesquisa para o desenvolvimento da problemática em questão. Nele encontrei novas possibilidades educacionais para as aulas de matemática por não se preocupar meramente em discutir metodologias e normas científicas, mas sim em levar ao aluno novas discussões reflexivas sobre sua realidade.

Neste capítulo ainda, apresento os objetivos, o percurso metodológico, o contexto e os participantes desta pesquisa.

3.1 O palco – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul

O Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul – tem como missão capacitar através da formação, qualificação e requalificação profissional, por meio de conteúdos programáticos planejados, estudantes, trabalhadores, produtores rurais e egressos, desenvolvendo ensino, pesquisa e extensão com vistas ao exercício da cidadania e à integração de sua clientela à força de trabalho; e, produzir bens e serviços que promovam o seu desenvolvimento institucional e o da comunidade.

Anteriormente a 2009 a instituição de ensino constituía a Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul - EAFRS que foi idealizada a partir de agosto de 1972, em razão da alta prioridade que representa a Agricultura no contexto da atividade econômica na Região do Alto Vale do Itajaí e das reivindicações das comunidades rurais da região.

Em 30 de junho de 1993, pela Lei 8.670, foi criada a Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul. Em 16 de novembro, pela Lei 8.731, ela foi autarquizada.

Esta instituição de ensino é vinculada à Secretaria de Educação Média e Tecnológica e compõe o Sistema Nacional de Educação Tecnológica do Ministério da Educação e do Desporto, sediada em Brasília (DF). Em 17 de Dezembro de 1994, a Escola foi inaugurada pelo Ministro da Educação e do Desporto, Professor Murilo de Avelar Hingel, iniciando suas atividades letivas em 5 de junho de 1995, as atividades didáticas iniciaram com o curso de Técnico em Agropecuária, com duração de três anos, no sistema de Escola - Fazenda, onde são desenvolvidos projetos agrícolas e zootécnicos para o desenvolvimento do processo de ensino - aprendizagem, integrando a teoria à prática.

Ao buscar uma expansão da rede federal de educação profissional e tecnológica, o Ministério da Educação criou um novo modelo de instituição. Estruturado no potencial já instalado nos atuais Centros Federais de Educação Tecnológica (Cefet), Escolas Técnicas Federais, Agrotécnicas e vinculadas às Universidades Federais.

Neste intuito, em 29 de dezembro de 2008, a Lei nº 11.892 institui a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica, cria os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, agregando aos Institutos as Escolas Agrotécnicas.

No art. 2º desta Lei, consta que “Os Institutos Federais são instituições de educação superior, básica e profissional, pluricurriculares e multicampi, especializados na oferta de educação profissional e tecnológica nas diferentes modalidades de ensino, com base na conjugação de conhecimentos técnicos e tecnológicos com as suas práticas pedagógicas”.

Com esse movimento nas instituições da rede federal de ensino, a Escola em 2009 inicia suas atividades como Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia. Com a nova distribuição a escola passou a constituir um campus do Instituto Federal Catarinense, com uma visão progressista que entende a educação como compromisso de transformação social. Assim a expansão da rede pretende oportunizar a um número maior de estudantes a possibilidade de ingresso num curso profissional e tecnológico em diferentes níveis e modalidades de ensino público e de qualidade. Penso que, garantir um ensino público e de qualidade é o grande desafio que a rede Federal deve priorizar, para que a expansão não se dilua em muitos cursos de pouca procura, que não satisfaçam a demanda.

Entretanto, como a maior parte da pesquisa se deu enquanto Escola Agrotécnica e como no início da implementação do Instituto não houve mudanças pedagógicas que interferissem nesta pesquisa, mantive as suas características na explanação deste espaço escolar.

Funcionando em regime de internato, com aproximadamente 95% dos alunos nesta condição, e semi-internato, desenvolve ensino profissionalizante e se constitui no principal laboratório de formação técnica da região, desenvolvendo ainda cursos e treinamentos de pequena duração para agricultores, além de servir como centro de referência para as redes de ensino municipais e estaduais da região.

O Instituto conta com um corpo docente altamente especializado e desenvolve os cursos de Técnico Agrícola com habilitação em Agropecuária concomitante com o Ensino Médio, e subseqüente ao Ensino Médio, Técnico Agrícola com habilitação em Agroecologia concomitante com o Ensino Médio, Técnico Florestal subseqüente ao Ensino Médio, Programa de Integração da Educação Profissional ao Ensino Médio na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos – PROEJA, Técnico em Informática – Subseqüente ao Ensino Médio e Curso superior de Tecnologia em Horticultura. E atualmente centra forças em estudos para implementação de novos cursos superiores, como Agronomia e Licenciatura em Matemática.

A estrutura física desta escola encontra-se distribuída numa área de 192 hectares.

Para o ingresso os candidatos se submetem a um teste de seleção que é constituído por uma prova escrita e a uma entrevista que visa observar o perfil do candidato e é oferecido ao final de cada ano.

Os alunos que freqüentam os cursos técnicos concomitantes com o Ensino Médio têm oito horas de aula diariamente, distribuídas em dois turnos, matutino e vespertino. É obrigatória a realização de estágio com carga horária mínima de 240 horas para o Curso Técnico Agrícola com habilitação em Agropecuária e para o Curso Técnico Agrícola com habilitação em Agroecologia. Concluído o estágio, o aluno deve entregar o relatório e fazer a defesa oral do estágio diante de uma banca examinadora. Somente após terminar todas essas etapas recebe o título de técnico. Os cursos subseqüentes têm duração de três semestres, mais estágio.

Neste contexto, percebo que a escola tem papel fundamental, como palco dessas experiências e, penso que a experiência é em primeiro lugar um encontro ou uma relação com algo que se experimenta, que se prova. Assim, entendo ser necessário ampliar esse espaço oportunizando aos alunos e professores as diversas experiências que ali são vivenciadas, pois, o tempo escolar é único e é preciso ser sujeito da transformação da sua própria realidade.

É neste amplo espaço escolar que se manifestam as diferentes formas de interação entre professor e aluno, e nele são instituídos os ambientes de aprendizagem, nos quais muitos desses ambientes constituem cenários para investigação.

Um desses cenários para investigação se processa no Projeto de Iniciação Científica, objeto de estudo desta pesquisa e explicitado na seqüência.

3.2 O Projeto de Iniciação Científica - PIC

A escola, por ser um palco de experiências, tem um papel social relevante. Dentro dos limites espaço-escola, percebo a necessidade de espaços onde professores e alunos interajam, fazendo dessa realidade um espaço de transformação. O tempo e espaço escolares são entre outros elementos, determinantes das condições normais de uma aprendizagem. O tempo escolar é que determina o tempo do sujeito, neste sentido é necessário otimizar esse tempo, ao desenvolver atividades que instiguem o aluno a produzir e a experimentar. Inseridos nos cursos oferecidos pela Escola, muitos alunos vêm em busca de conhecimento e ao longo de três anos, apreendem o que lhes é oferecido. Assim, penso ser imprescindível discutir e criar espaços em que o aluno possa interagir, analisar e questionar a sua realidade.

Um processo educacional capaz de instrumentalizar o aluno para a leitura crítica da prática social na qual vive é o meio que vai tornar a escola democrática. Entendo por escola democrática aquela que leva o aluno a ser sujeito transformador da sua realidade, não basta um olhar crítico, ele deve estar inserido, pensar e planejar mudanças que se mostram necessárias, acreditar nelas e colocá-las em ação. Para que esse processo venha a se efetivar, é preciso assumir posturas democráticas ao reestruturar os procedimentos didáticos.

Como espaço de reestruturação didática, os professores da Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul se propuseram o desafio de criar um espaço para que aluno e professor pudessem estar à frente de uma iniciação à pesquisa. Contrariamente ao pensamento de que pesquisa é particularidade do ensino superior, mas acreditando ser essencial uma iniciação científica aos alunos do ensino médio, cheios de curiosidades e anseios, podendo otimizar suas apreensões destinando-as a prática da pesquisa.

Em 1998 e 1999, houve necessidade de uma discussão a respeito da matriz curricular do Ensino Médio vigente na EAFRS. Neste tempo, identificou-se que havia necessidade de inserção de projetos na parte diversificada da matriz curricular do ensino médio por ocorrer trabalhos de iniciação científica extracurriculares, desenvolvidos para as feiras de Matemática – FEIMAS. Esta parte diversificada procurava oferecer aos alunos algo diferenciado. Nestas discussões, constatou-se a necessidade de um espaço em que a produção científica fosse discutida, em que o aluno pudesse estar em contato com uma experimentação científica.

Estas discussões foram fundamentadas, a partir da concepção de que o conceito de conhecimento e de pesquisa estão intimamente ligados. Enquanto o conhecimento científico trata dos saberes de elevado grau de elaboração, a pesquisa relaciona-se ao processo de investigação que leva a descoberta científica, ou seja, as características de um objeto emergem de investigação. Através da pesquisa descobrem-se as distinções e relações que constituem uma realidade física ou cultural de tal forma que a situação originária emerge numa totalidade unificada e ricamente articulada.

A pesquisa caracteriza-se pela apropriação dos fundamentos teórico-epistemológicos e metodológicos necessários para a produção de conhecimento de maior grau de elaboração e sistematização e esta só tem validade se pesquisador e objeto pesquisado emergirem transformados ao final do processo.

Com esse entendimento, instituiu-se na parte diversificada da matriz curricular do Ensino Médio o Projeto de Iniciação Científica, conhecido como PIC. O projeto tem, como principal objetivo, despertar o interesse pela iniciação à pesquisa científica, descobrindo os conhecimentos científicos e tecnológicos. Destacando a construção e sistematização do conhecimento, de modo a instigar no aluno a necessidade de uma leitura de mundo e observar os conhecimentos empíricos e os científicos.

A consolidação como projeto veio a somar com as necessidades da escola, buscando o envolvimento dos docentes, oportunizando uma integração entre distintas áreas do conhecimento. Emergindo a regulamentação do projeto, bem como as funções, cabíveis para cada parte interessada. Assim, três pilares sustentam o projeto: a coordenação, ligada diretamente aos professores que estão em sala de aula, que se propõe a discutir, implementar, normatizar e melhorar sempre as metodologias e práticas de ensino. Os professores orientadores, que assumem o grupo e o conduzem no trabalho de pesquisa. E os alunos, que interagem com as diversas áreas de conhecimento, identificando-se com uma área afim, aquela que mais lhe desperta interesse e curiosidade, desenvolvendo um trabalho de iniciação à pesquisa. Participando como sujeito da aprendizagem e transformador da sua realidade.

O Projeto é desenvolvido ao longo de três semestres, cada um com uma característica peculiar, com o intuito de instigar o aluno a refletir e interagir no seu ambiente de aprendizagem. Para entender como se constitui cada semestre explicita-se a partir de agora, de forma sintética a sua metodologia.

3.2.1 Primeira Etapa - Reflexões

O primeiro semestre do curso é destinado a desmistificar alguns conceitos de ciência e cientista. Procura-se distinguir a atitude científica da atitude costumeira ou do senso comum. No primeiro momento, evidencia-se que a ciência desconfia da veracidade de nossas certezas, de nossa adesão imediata às coisas, da ausência de crítica e da falta de curiosidade. Por isso, ali onde vemos coisas, fatos e acontecimentos, a atitude científica vê problemas e obstáculos, aparências que precisam ser explicadas e, em certos casos, afastadas.

Assim, são dirigidas várias atividades que levam o aluno a refletir sobre o mundo que o envolve e sobre suas atitudes, colocando-o como sujeito transformador de seu meio. Tais atividades se apresentam, em sua maioria, na forma de dinâmicas de grupo, textos dirigidos para leitura e escrita enfocando o tema de estudo que permeiam reflexões.

As reflexões são dirigidas no sentido de instigar o aluno a formular questões e procurar explicações sobre a necessidade do trabalho, a coletividade, identificando os três eixos que produzem a nossa existência: trabalho, saberes/técnicas e natureza. Reflexões sobre os diferentes saberes, enfocando a importância do senso comum bem como, a necessidade de diferentes saberes e suas aplicações. Inclui-se aqui reflexões sobre as diferenças entre o trabalho manual e o trabalho intelectual. Instiga-se a consciência de que ao produzir a sua existência os seres humanos também produzem formas de tomar decisões, regras, leis e valores construindo uma consciência social e conformando estruturas políticas, jurídicas e ideológicas que se relacionam com a estrutura econômica.

Mais adiante é oportunizado, através de dinâmicas, reflexões sobre a importância da coletividade para construir e produzir socialmente a vida, sobre pontos de vista distintos, instigando a necessidade de explorarmos todos os sentidos, assumindo a observação como essencial para compreendermos o que acontece a nossa volta. Observação no sentido de perceber o quanto o sujeito, neste caso, o próprio aluno, pode interferir, interagindo com o meio e entender através da percepção que faz parte e modifica a todo instante o meio em que vive.

Na seqüência das atividades são promovidas reflexões sobre os conceitos de cultura, verdade e liberdade. Discute-se a importância da pesquisa, apresentando-se a trajetória do conhecimento, do popular ao científico. Discute-se nestas atividades conceitos de ciência, conhecimento e método científico. Todas as reflexões são reafirmadas coletivamente e dialógicamente.

Considero que nesta etapa o projeto está em conformidade com a concepção de Skovsmose (2001, p. 58), "reflexões incluem reconsiderações tanto gerais quanto específicas a respeito dos conhecimentos, das ações e das práticas".

Paralelamente a essas discussões, são apresentadas noções básicas de metodologia científica. Para tanto, são oportunizadas leituras de textos distintos, colocando os alunos frente a estruturas científicas, de modo a favorecer o reconhecimento de textos científicos, bem como, a sua leitura, compreensão e interpretação. O aluno é instigado a identificar as partes distintas de um texto como tema, problema, objetivos, metodologia e considerações finais analisando com criticidade diferentes textos.

Pelo exposto, acredito que o Projeto de Iniciação Científica está estruturado sob a ótica da Educação Crítica, observando que as aulas estão disseminadas num rol de diálogos e discussões e não sob uma estrutura em torno de palestras proferidas pelo professor. Na sequência das atividades percebo que a aprendizagem é conduzida pelos interesses dos alunos, reafirmando a perspectiva da Educação Crítica apresentada no segundo capítulo desta pesquisa.

Após as reflexões citadas acima o aluno é provocado a produzir um trabalho de iniciação à pesquisa, neste momento destitui-se a individualidade e passam a constituir grupos, os alunos são orientados para que cada grupo seja composto por três indivíduos. Esta orientação passa pelo pressuposto que o trabalho em grupo proporciona tanto oportunidades como desafios, conforme Booth (2005, p. 38) "(...) um grupo dispõe de mais recursos do que alguém trabalhando sozinho, mas, para tirar proveito desta vantagem, precisa conduzir-se com muito cuidado". O autor distingue três aspectos fundamentais do trabalho em grupo: conversar bastante, concordar para discordar e depois para concordar e organizar-se como equipe, com um líder. Acredito que estes aspectos propiciam que o aluno aprenda a tomar decisões e a defender suas idéias mantendo as divergências em equilíbrio ao delinear as etapas para atingir as metas, estabelecendo o que cada um deve fazer e quando.

Definidos os grupos de trabalho os alunos passam à próxima etapa do processo, para tanto, cada grupo deve escolher um tema de seu interesse, que esteja vinculado às linhas de pesquisa dos professores da escola, elegendo assim, um professor para orientar seu trabalho. O professor orientador, da área técnica ou do Ensino Médio, deve estar afinado com o tema da pesquisa e assume o papel de orientar o processo investigativo. Assume o desafio de construir com os alunos o projeto de pesquisa, observando a sua viabilidade e instituindo um cronograma de execução. É seu papel, indicar bibliografias para a fundamentação teórica e acompanhar as práticas, orientando na coleta dos dados e na análise dos mesmos.

Aqui inicia outro processo, o aluno passa a ser o pesquisador, imbuído de motivações e crente de ser capaz de tal tarefa. Primeiramente elabora um projeto, onde já estabelece seu tema de pesquisa, identifica o problema a ser explorado, bem como, os objetivos em questão; justificando com argumentos teóricos a relevância de sua pesquisa.

Este trabalho é desenvolvido ao longo dos dois próximos semestres, sempre com acompanhamento do professor orientador e dos professores que estão à frente das aulas do Projeto de Iniciação Científica.

3.2.2 Segunda Etapa – A Investigação

Iniciando o segundo semestre, os grupos retomam os projetos e iniciam a sua investigação. Primeiramente são orientados a desenvolverem a fundamentação teórica, em seguida definem os materiais e métodos para então, executarem a prática. Nesta etapa os grupos são acompanhados pelo professor orientador do trabalho e pelos professores coordenadores que acompanham as aulas semanais, as conversas acontecem geralmente em horário extraclasse. As aulas, com muita freqüência acontecem no laboratório de informática e/ou biblioteca viabilizando a pesquisa bibliográfica. Paralelamente à execução do trabalho, mais noções de metodologia científica são exploradas nas aulas, circundando as estruturas científicas básicas.

No terceiro semestre o trabalho tem continuidade mantendo-se a mesma estrutura didática. Os grupos distinguem-se e cada qual busca atingir os objetivos propostos. Alguns trabalhos contemplam dados quantitativos, após a coleta dos mesmos, identificam-se aqueles que necessitam de análise matemática. Então, com o auxílio dos professores de Matemática é realizada a análise e discussão dos dados para enfim apresentarem suas considerações finais.

Aqui se faz necessária uma intervenção na apresentação da metodologia do projeto para afirmar o quanto é matematicamente relevante este processo, justificando sua relevância diante da Educação Matemática Crítica e a sua escolha como essência básica desta pesquisa.

Ao interagir com a pesquisa e após a coleta de dados, o aluno sente a necessidade de cálculos matemáticos e passa a absorvê-la com prontidão. O entusiasmo o leva a apreender os conceitos matemáticos que ali se inserem de forma peculiar. Não é mais o professor que está direcionando o conteúdo matemático, mas a Matemática se faz essencial para que este possa definir sua pesquisa. É prazeroso acompanhar o desprendimento destes alunos frente à busca dos conceitos matemáticos. Aqui se desfaz o processo curricular, não importa em que série está estudando, e em qual etapa do currículo programático está previsto aquele assunto. O aluno investiga os conceitos matemáticos de que precisa para resolver a situação apresentada.

Esta etapa de análise e discussão dos dados recai, na maioria das vezes, na modelagem Matemática, a partir dos dados coletados os alunos, com o auxílio do professor de matemática, constroem modelos que melhor representem a situação real.

Considero esta etapa como Modelagem Matemática em consonância com Bassanezi (1994, p. 61), um dos principais pesquisadores sobre o tema e um dos precursores da aplicação da modelagem no Brasil. Para o autor "a modelagem consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real". Mais uma vez, identifico o trabalho aqui apresentado com as considerações do autor quanto ao uso da modelagem: "a modelagem matemática pode ser usada como um processo para a resolução dos mais variados problemas relacionados com a Matemática Aplicada, podendo ser utilizada como um método científico, como um programa de iniciação científica ou como uma estratégia de ensino-aprendizagem". (ibid., p. 68)

Coaduno com a interpretação de Barbosa (2001, p. 6), ao defender que: "Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade". A interpretação dada ao termo ambiente de aprendizagem por Barbosa está em consonância com a noção dada por Skovsmose, refletindo exatamente o que acontece nos Projetos de Iniciação Científica, em que a modelagem apresentada nos projetos é estabelecida num novo ambiente de aprendizagem. Um ambiente de investigação.

Também percebo interação entre este trabalho e as falas de Jacobini (2004, p. 65) quando se refere: "o processo de modelagem tem o seu início e o seu término no mundo real, passando pela construção de modelos, que são as representações em termos matemáticos de aspectos de interesse do problema real em estudo".

Ao observar a investigação que ocorre no processo do Projeto de Iniciação Científica percebo que os alunos se envolvem em atividades constituídas na realidade, viva e dinâmica e institui-se num cenário para investigação, onde as reflexões são encorajadas e facilitadas.

O conceito de cenário para investigação foi apresentado no segundo capítulo ao se discutir a Educação Matemática Crítica e mais adiante ao fundamentar a proposta desta dissertação. Skovsmose (2008), apresenta o conceito cenário para investigação no sentido de facilitar uma discussão mais aberta a respeito das possibilidades educacionais em Educação Matemática e considera que uma nova Educação Matemática Crítica deve buscar possibilidades educacionais (e não propagar respostas prontas) assim, chama de cenário para investigação "um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação". (Ibid., p.17)

O projeto aqui mencionado constitui claramente este tipo de ambiente, denominado cenário para investigação. Os alunos assumem o processo de exploração e explicação e são responsáveis pelo processo, aceitando o convite para a investigação.

No convite instituído no Projeto de Iniciação Científica professores e alunos desenvolvem tarefas com referências as situações da vida real, “que visam levar os alunos a produzir significados para as atividades e conceitos matemáticos”. (ibid., p. 22)

O aceite ao convite para a exploração e argumentação de um tema, constituindo um cenário para investigação é a próxima etapa do projeto. Neste cenário, espera-se que os alunos sejam participantes críticos e participantes ativos do processo de investigação.

Neste contexto, confirmo a relevância deste trabalho e a necessidade de uma Transposição Didática Reflexiva, que transforme o conhecimento matemático desenvolvido nestes projetos de pesquisa básica numa possibilidade educacional para ser desenvolvida na sala de aula de matemática, a partir de uma referência da realidade que proporcione ao aluno reflexões.

3.2.3. A Organização e Apresentação dos Relatórios

Como última etapa e exigência do projeto temos a apresentação dos relatórios, que são constituídos pelos procedimentos desenvolvidos ao longo dos três semestres que constituem o tempo escolar do Projeto de Iniciação Científica. É importante ressaltar que este relatório é desenvolvido paralelamente à pesquisa. Ao término do segundo semestre o aluno apresenta um relatório parcial e ao finalizar o terceiro semestre apresenta o relatório completo.

Um fator relevante neste processo é o desenvolvimento dos alunos perante a leitura e a escrita. Observa-se ao longo do trabalho que a leitura e a escrita tornam-se mais criteriosas nas diferentes linguagens do processo de ensino, pois há a necessidade do relato de suas experiências. Exigência que faz com que o aluno desenvolva tais habilidades mediante à necessidade de expressar através de palavras o que foi vivenciado.

Fundamenta-se essa necessidade nas palavras de Larrosa (2004) quando diz que as palavras determinam nosso pensamento porque não pensamos com pensamentos, mas a partir de nossas palavras. Pensar é, sobretudo dar sentido ao que somos e ao que nos acontece. Nesse sentido, o homem é palavra. Ao usarmos as palavras, atribuímos sentido ao que somos e ao que nos acontece, de como correlacionamos as palavras e as coisas, de como nomeamos o que vemos ou que sentimos e de como vemos ou sentimos o que nomeamos. O homem se faz palavra e seu discurso reflete a sua imagem enquanto homem.

Na mesma ótica, Suassuna (1997) destaca que na prática pedagógica escolar o aluno escreve com a finalidade de devolver e reproduzir o que o professor espera e isto afasta a possibilidade de tornar a leitura e a escrita uma forma de produção de si. Também lhe nega a abertura de pensamento que perpassam por questões de caráter ético-cultural e político-social em relação a si e aos outros.

Neste viés, o Projeto de Iniciação Científica, vem contribuir para emancipação do aluno, ao escrever um projeto e mais tarde o relatório, ele se desprende do escrever as respostas esperadas e se dedica em escrever o que observou, suas respostas são subtraídas do processo. A leitura e a escrita desvinculam-se de uma disciplina curricular, oportunizando o aprimoramento do pensamento e do sujeito, conduzindo o aprimoramento do conhecimento de maneira dialógica, numa dimensão crítica.

Com o término do terceiro semestre e concluído o trabalho de iniciação à pesquisa, os grupos são convidados a expor seu trabalho na FETEC – Feira de Conhecimento Tecnológico e Científico. Evento da escola em que se oportuniza a socialização dos trabalhos desenvolvidos neste espaço escolar. Feira de grande movimentação, que promove a visitação de instituições de ensino locais e de toda região, que vêm apreciar os trabalhos e reconhecer o conhecimento produzido pelos alunos desta escola.

Outras oportunidades de socialização emergem com a participação em distintos eventos, como: Mostra do Mercosul de Produção Científica e Tecnológica, Mostra Nacional de Produção Científica e Tecnológica, Mostra da Região Sul de Produção Científica e tecnológica, Feira Regional de Matemática, Feira Catarinense de Matemática entre outros, socializando a produção de conhecimento e divulgando a escola como um todo.

Após a descrição de todo o processo do Projeto de Iniciação Científica, desenvolvido no Instituto Federal Catarinense – Campus Rio do Sul, sinto a necessidade de fazer algumas considerações sobre o Projeto, de modo a identificar os pontos relevantes, que de alguma forma me inspiraram na busca do objeto de minha pesquisa.

Percebo que para os alunos há um grande crescimento pessoal, pois ao interagir com a experiência numa dimensão científica este desenvolve capacidades de produção, investigação e análise social relevantes, cujo domínio perpassa a sala de aula.

Com esse trabalho em constante movimento, acredito ser possível introduzir uma iniciação à pesquisa científica no ensino médio levando-se em consideração que o grau de elaboração desta pesquisa deve estar de acordo com o nível de ensino do aluno e que os resultados são plausíveis e notáveis.

Verifica-se que os alunos que passam por essa experiência são destaques nas diferentes habilidades que desenvolvem ao longo do processo, leitura, escrita, desprendimento mediante a tomada de decisão, reflexão, análise, familiarização com conceitos matemáticos e suas desmistificações perante a realidade (a Matemática torna-se necessária e deixa de ser apenas mais um conteúdo).

O que se pretende é que os alunos adquiram uma postura crítica frente aos conhecimentos tornando-se capazes de interpretar, analisar e comparar as informações que lhes chegam no dia-a-dia podendo avaliar a consistência e veracidade de cada conceito.

É possibilitado ao aluno através do Projeto de Iniciação Científica desenvolver uma ação transformadora sobre si mesmo e sobre a realidade, como sujeito da transformação, usando o espaço-escola e o tempo-aprendizagem de forma produtiva, contribuindo para que as experiências aconteçam, assumindo o papel de sujeito da experiência, sendo capaz de conhecimento, de compromisso e ação reflexiva.

Após as explicitações sobre o Projeto de Iniciação Científica venho confirmar que aprecio e acredito na necessidade de um trabalho que leve em consideração tais diversidades e que possa unir os trabalhos de pesquisa, cheios de significados práticos e a diversidade de linguagens, considerando a abundância de significados próprios, legitimando e enriquecendo o ensino-aprendizagem com as aulas de Matemática.

3.3 A Pesquisa

O propósito desta etapa é descrever os objetivos que sustentaram esta dissertação, o percurso metodológico adotado para o desenvolvimento, o contexto e os participantes envolvidos ao longo do processo, assumindo como procedimento de coleta de dados a observação e a análise documental.

3.3.1 Objetivos

A questão norteadora da pesquisa foi constituída na pergunta: É possível constituir cenários para investigação para as aulas de Matemática a partir da produção decorrente de pesquisas realizadas no Projeto de Iniciação Científica do Instituto Federal Catarinense – Campus Rio do Sul?

Em meio à problemática estabelecida, identifiquei o objetivo da pesquisa que se instaurou no desafio de produzir uma possibilidade educacional para as aulas de matemática do Ensino Médio visando a uma Transposição Didática Reflexiva, via elaboração de material a partir da produção conjunta de alunos e professores.

3.3.2 A Metodologia da Pesquisa

Para a realização da presente investigação, procurei os caminhos da pesquisa qualitativa, dado o caráter dessa investigação que requer um maior envolvimento entre a pesquisadora e os sujeitos da pesquisa, isto é, uma investigação voltada à produção de dados descritivos, obtidos através de observações diversas e análise de documentos.

Segundo Alves-Mazzotti (1998), as pesquisas qualitativas usam uma grande variedade de procedimentos e coleta de dados. O autor denomina a pesquisa qualitativa de multimetodológica, entretanto, destaca três procedimentos que são os mais utilizados, a observação (participante ou não), a entrevista em profundidade e a análise de documentos, que podem ser complementados com outras técnicas.

Como citado acima, para desenvolver esta pesquisa o principal procedimento metodológico foi a observação, mais especificamente a observação participante, pois “na observação participante, o pesquisador se torna parte da situação observada, interagindo por longos períodos com os sujeitos, buscando partilhar o seu cotidiano para sentir o que significa estar naquela situação” (ibid., p.166). Esta pesquisa está em consonância com o autor, no tocante que a aplicação da proposta didática exigiu constante interação entre o pesquisador (professor) e os sujeitos envolvidos no processo de aprendizagem.

Outro meio utilizado para a coleta de dados foi a análise de documentos. Conforme Mazzotti, “considera-se como documento qualquer registro escrito que possa ser usado como fonte de informação” (ibid., p. 169). Neste enfoque, utilizei para essa análise documentos escritos pelos alunos, ou seja, relatos dos alunos após a interação com a proposta didática, com a finalidade de avaliar a proposta didática quanto à aceitação dos alunos. Também analisei os relatórios de pesquisa oriundos do Projeto de Iniciação Científica, documentos que possibilitaram a discussão desta proposta educacional.

As observações foram constantes durante toda a investigação, minha interação com o objeto de estudo ocorreu com a busca da consistência lógica entre argumentos, procedimentos e a linguagem instaurada durante o processo.

Especificamente desenvolvi esta pesquisa de acordo com as etapas metodológicas:

1. Análise das produções decorrentes das pesquisas realizadas no Projeto de Iniciação Científica.

2. Identificação dos trabalhos que tiveram análise matemática.

3. Produção de uma possibilidade educacional a partir da Transposição Didática Reflexiva dos conhecimentos produzidos no Projeto de Iniciação Científica, visando à constituição do produto desta dissertação.

4. Desenvolvimento da possibilidade educacional com os alunos da 1ª série do Ensino Médio, proporcionando a constituição de um ambiente de aprendizagem.

5. Investigação do ambiente de aprendizagem, quanto à ocorrência de um cenário para investigação e o estabelecimento dos paradigmas dominantes.

6. Observação e apresentação das limitações encontradas no processo.

3.3.3 O Contexto da Pesquisa

Inserida no Projeto de Iniciação Científica e conhecendo algumas pesquisas, cuja análise matemática se formulava de maneira aplicada à realidade da escola e principalmente do aluno, comecei a perceber que esse material seria objeto de grande importância na significação dos conteúdos matemáticos em sala de aula. É notável que os alunos que participaram deste processo têm uma compreensão matemática relevante. O que me levou a crer na necessidade de expandir e explorar esse material de maneira a abranger outros alunos. Com base nessas disposições, acredito ser de grande importância o desenvolver de um trabalho que analise as produções existentes, buscando uma integração entre o material produzido e os conteúdos matemáticos a serem trabalhados. A idéia inicial era elaborar uma sugestão de material didático, que possa ser utilizado nas aulas, trazendo uma maior significação para esses conteúdos, dessa forma, conduzindo o aluno a uma apreensão qualitativa do conhecimento matemático.

Com esta visão instituí a problemática da pesquisa e estabeleci o objetivo, a pesquisa começou a se delinear de forma desafiadora, porém ainda de forma insipiente.

Primeiramente procurei um embasamento teórico que sustentasse o objetivo. O primeiro contato foi com a teoria da Transposição Didática. Esta teoria foi pensada por se tratar de uma discussão epistemológica sobre a adaptação dos saberes. Neste sentido, a transposição didática é um instrumento, que utilizamos para analisarmos o movimento do saber sábio para o saber a ensinar e através deste, ao saber ensinado. Isto é, um processo no qual os conhecimentos científicos sofrem um conjunto de transformações adaptativas para o conhecimento, buscando o conhecimento produzido em sala de aula. Em uma primeira análise bastaria para fundamentar a pesquisa. Com olhar na teoria da Transposição Didática iniciei o processo, cujo foco era adaptar os saberes produzidos nos projetos em saberes a serem ensinados na sala de aula de Matemática.

Entretanto, ao interagir com os alunos, percebi a necessidade de uma Matemática que trouxesse para a sala de aula discussões inerentes à realidade deles. Estava explícito o desejo de uma Educação Crítica, que possibilitasse o diálogo e a tomada de decisões. Os alunos desejavam participar ativamente da construção em sala de aula. Entendo que já passou o tempo em que os alunos aceitavam o que lhes era apresentado como naturalizações e se satisfaziam com aulas expositivas.

Com a interpretação da necessidade de uma Educação Crítica expressada pelos alunos procurei, ao interagir com os relatórios oriundos do Projeto de Iniciação Científica, adaptar os conteúdos matemáticos, de modo a estabelecer uma referência à realidade, instigando a reflexão e a transformação social. Para suprir a necessidade desta análise mais reflexiva, busquei embasamento teórico na perspectiva da Educação Matemática Crítica, e de imediato me identifiquei com as considerações estabelecidas por Skovsmose ao discutir tal teoria.

Ao observar os trabalhos oriundos do projeto em questão, percebi que as reflexões inerentes à investigação inserem-se no contexto da Educação Matemática Crítica, na mesma vertente do pensamento de Skovsmose (2001) e se identificam com questionamentos, críticas, ações e transformações. Nessa proposta as reflexões se relacionam com as investigações e com as discussões (sendo estas matemáticas ou não) e com as transformações ocorridas em sua maneira de pensar e agir contribuindo com a formação e o amadurecimento social dos alunos.

Paralelamente ao estudo dos pressupostos teóricos iniciei o trabalho prático, que se estabeleceu, em primeiro momento, no reconhecimento do material produzido no Projeto de Iniciação Científica. Em seguida, estes trabalhos foram classificados quanto aos conteúdos matemáticos envolvidos em suas análises. Esta escolha se definiu em função da série em que eu estava trabalhando e os conteúdos que eram pertinentes ao currículo daquela série.

Selecionei, então, quatro trabalhos desenvolvidos em anos anteriores no Projeto de Iniciação Científica para receberem o tratamento da Transposição Didática. Como o objetivo não era somente adaptar os saberes e sim dar um cunho reflexivo às discussões dos conteúdos, estabeleci relações com a perspectiva da Educação Matemática Crítica. Denominei esse trabalho de Transposição Didática Reflexiva.

Nesta vertente, a abordagem matemática através de investigações no Projeto de Iniciação Científica é relevante para a sala de aula e voltou-se como foco principal desta pesquisa, com o ensejo de desenvolver os conteúdos matemáticos nos cenários para investigação, representados pelo ambiente seis na matriz, conforme apresentado no capítulo 2, p. 43. Este ambiente ocorre a partir da problematização de um assunto e da aceitação dos alunos.

Skovsmose (2008), não demonstra preocupações sobre a escolha do tema de trabalho, mas sim com a aceitação, por parte do aluno, de seu envolvimento com investigações, explorações, desafios, discussões, questionamentos e reflexões inerentes a ele.

Sendo assim, ao selecionar os trabalhos oriundos do Projeto de Iniciação Científica para serem explorados nas aulas de Matemática, não houve preocupação com a escolha do tema, mas em serem trabalhos que realmente os atores se envolveram com a modelagem matemática, com o intuito de despertar interesse no processo investigativo.

Os trabalhos selecionados foram: *Influência da linhagem do desempenho dos frangos de corte (2006/2007), Compostagem a partir de diversos resíduos orgânicos (2006/2007), Respostas do milho em sistema de plantio direto e convencional no município de Agrolândia – SC, safra 2005-06 (2005/2006) e Aspectos econômicos da conservação de cebola roxa e crioula no Alto Vale do Itajaí, na safra 2004 – 05 (2004/2005),* todos foram desenvolvidos no Projeto de Iniciação Científica, sob orientação de um professor da área técnica e outro da matemática, este último acompanhou todo o processo como professor do projeto e assumiu juntamente o trabalho quando a necessidade de análise matemática se instalou. O processo do Projeto de Iniciação Científica pelo qual estes trabalhos passaram está explícito no início deste capítulo, no qual apresentei o projeto em si.

As similaridades entre os espaços pedagógicos[6] propostos nesta pesquisa e os cenários para investigação propostos por Skovsmose, levaram me a considerar como tais os ambientes de aprendizagem construídos neste estudo.

Para construir um cenário para investigação, a primeira preocupação foi quanto ao aceite dos alunos perante a proposta. Procurei apresentar a possibilidade educacional de modo a instigar a curiosidade do aluno e convidá-lo a fazer parte do processo, percebendo a importância de estar saindo do paradigma do exercício.

No entanto, ao pretender desenvolver uma proposta que considere as concepções de ambiente de aprendizagem e cenários para investigação, deparei-me com uma grande limitação no que diz respeito ao aceite do aluno diante do convite para assumir o processo de exploração e explicação. Nem sempre o convite para investigação vai garantir o aceite de todos os alunos de uma turma e, como o propósito deste estudo é organizar atividades para serem desenvolvidas em sala de aula, com todos os alunos, encontrei-me num grande impasse: é possível construir cenários para investigação envolvendo toda a turma?

Acredito que oportunidades para a construção do conhecimento, dentro de contextos sociais e políticos que se encontram próximos dos aprendizes e dos educadores estabelecem possibilidades educacionais que devem ser desenvolvidas em sala de aula, de modo a instigar ao maior percentual de alunos o aceite ao convite. Entretanto, sem falsas pretensões, sabemos que o percentual máximo é praticamente impossível, levando em consideração a heterogeneidade dos alunos em uma mesma turma.

Conforme Skovsmose (2008), um cenário para investigação só se constitui quando os alunos aceitam o convite, "Se um certo cenário pode ou não dar suporte a uma abordagem de investigação é uma questão empírica que tem que ser respondida por meio da prática dos professores e alunos envolvidos". (ibid., p. 21)

Assim, segundo o autor, o aceite dos alunos para a investigação é muito relativo, depende muito da natureza, que pode não ser muito atrativa, depende do professor que deve instigar o aluno à investigação de forma motivadora que não pareça um comando, e depende dos alunos que devem estar inseridos naquela realidade para que se sintam à vontade para assumir as investigações. Nem sempre o convite atinge todos os alunos, para determinado grupo o convite pode soar despercebido.

Com apoio nestas proposições prossegui o trabalho, e procurei através da experiência, responder as dúvidas instauradas até então.

[6] Espaço pedagógico é um ambiente constituído a partir do tempo e espaço escolar, no qual professor e alunos elaboram conjuntamente suas atividades.

Apesar das limitações apresentadas, o interesse em uma abordagem de investigação tem relação com a Educação Matemática Crítica em conformidade com as preocupações de Skovsmose. Uma delas é o desenvolvimento da *materacia,* vista como uma competência similar a *literacia* caracterizada por Freire. "Materacia não se refere apenas a habilidades matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática". (ibid., p. 16)

Segundo o autor, sob a ótica da Educação Matemática Crítica, a Matemática não é somente um assunto a ser ensinado e aprendido, ela exerce muitas funções e faz parte de nossa cultura tecnológica, é um tópico cuja reflexão é necessária.

Com os demais trabalhos do Projeto de Iniciação Científica, procurou-se organizar um material para que outros professores possam aplicar. Os relatórios de pesquisa oriundos do Projeto de Iniciação Científica que não foram explorados nessa pesquisa foram catalogados por assunto matemático envolvido em suas análises e que pode ser desenvolvido em sala de aula, com o objetivo de servir como material de apoio para as aulas de Matemática. Pretende-se que esse material seja apreciado e utilizado pelos demais profissionais da área de Matemática, que por ventura desejarem construir com seus alunos uma Educação Matemática com referência à realidade. Podendo a partir da exploração técnica fazer a Transposição Didática Reflexiva. Para tanto, pretende-se criar uma página na *Internet* para divulgação do trabalho. Esta atividade está sendo desenvolvida juntamente com um grupo de Iniciação Científica, do qual sou orientadora. O trabalho está em andamento e pretende-se divulgá-lo na FETEC deste ano, como mais um desafio em continuidade desta proposta.

3.3.4 Os Participantes e os Acordos

A proposta foi instaurada no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul, conforme já explicitado no início deste capítulo. O convite foi estabelecido para as quatro turmas de 1ª série do Ensino Médio. Destas, três são do curso Técnico Agrícola com Habilitação em Agropecuária (turmas A, B, C) e uma delas do curso Técnico Agrícola com Habilitação em Agroecologia (turma E). Em média cada turma é composta por 35 alunos. Todas essas turmas participam do Projeto de Iniciação Científica e estão desenvolvendo seus projetos, o que torna mais relevante este estudo para os alunos, que terão mais contato com pesquisas já realizadas podendo absorver melhor a prática destes.

Primeiramente conversei com os alunos, informando-os sobre a proposta de minha pesquisa e a necessidade de um trabalho conjunto. Justifiquei a necessidade deste trabalho e a importância que eu dedicava a ele, principalmente no tocante a implementação de uma possibilidade educacional desenvolvida a partir do diálogo e reflexão, com referência à realidade da escola e dos próprios sujeitos (no caso os alunos).

Em continuidade, alguns acordos foram estabelecidos, inicialmente assegurei que seus nomes verdadeiros não iriam constar da pesquisa e solicitei que elegessem pseudônimos, como sugere a ética da pesquisa qualitativa. Expliquei como procederia na coleta dos dados, sinalizando que anotaria todas as falas que considerasse importante, bem como em alguns momentos solicitaria que eles escrevessem o que estavam percebendo com a nova proposta, de modo a instigar a reflexão sobre a mesma.

As aulas foram sendo delineadas e ajustadas a cada instante em consonância com Bogdan e Biklen (1994), quando explicitam que na pesquisa qualitativa o ambiente natural é a fonte direta dos dados. Para desenvolver a proposta foi idealizado um programa de 14 encontros, sendo que cada encontro era composto por duas aulas de 50 minutos cada e aconteciam semanalmente.

Duas turmas (1ª A e 1ª E) optaram pelo trabalho: *Compostagem a partir de diversos resíduos orgânicos* e a 1ª B teve preferência pelo trabalho sobre *Influência da linhagem do desempenho dos frangos de corte*, realizados no período de 2006 e 2007, já a 1ª C escolheu trabalhar sobre *Respostas do milho em sistema de plantio direto e convencional no município de Agrolândia – SC, safra 2005-06* realizado no período de 2005 e 2006. Os trabalhos citados são resultados do Projeto de Iniciação Científica e a partir deste olhar passaram a constituir o objeto da Transposição Didática Reflexiva desta dissertação.

Pela diversidade das opções, então para esta dissertação organizei o relato da experiência com as turmas 1ª A e 1ª E, levando em consideração que são de cursos distintos e que sua formação, agropecuária e agroecologia, trouxe discussões pertinentes à prática desenvolvida nos seus cotidianos. No entanto, com os demais trabalhos, organizei um roteiro de apresentação de forma sintética, que constitui o produto deste mestrado, requisito obrigatório e que se apresenta no apêndice desta dissertação.

Assim, os detalhes de cada aula, desenvolvidas com as turmas 1ª A e 1ª E constituem o próximo capítulo, em que apresento de forma didática um roteiro de aprendizagem, bem como, expresso as falas dos alunos e as limitações encontradas conforme observações durante o processo.

4 CONSTITUINDO OS AMBIENTES DE APRENDIZAGEM

"Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago."
Paulo Freire (2003, p. 29)

Vários são os motivos que me levam a crer que há necessidade de um trabalho com a Matemática que considere o interesse e ação reflexiva frente aos conteúdos e as possibilidades educacionais. A escolha de diferentes métodos funciona inicialmente como um elemento motivador, propiciando ao aluno a incorporação de conhecimentos essenciais em sua atuação no meio social. Para que esse envolvimento realmente aconteça, faz-se necessário associar a Matemática com outras áreas, a partir de um referencial real com o propósito de despertar maior interesse e obter um melhor aproveitamento.

Ao trabalhar a Matemática com diferentes recursos metodológicos, e ao considerar que faz parte do cotidiano de nossos alunos uma grande variedade de linguagens e que os interesses se distribuem em torno delas, penso que é essencial desenvolver o conteúdo programático, procurando atender a essas diferenças. Com esse olhar acredito que as mesmas podem contribuir significativamente para o processo de ensino e aprendizagem, tanto quando utilizadas como se apresentam no cotidiano, quanto construindo através delas, novos recursos metodológicos viabilizando novas possibilidades educacionais.

Entretanto, permanece a necessidade de desenvolver uma proposta didática que propicie ao aluno interagir com espaço escolar de maneira a contribuir para a transformação de sua realidade. Entendi que havia necessidade de uma proposta na qual o ensino fosse tratado de forma democrática, num contexto crítico e dialógico, com referência à realidade. Para que essa análise fosse possível, deu-se a dissertação aqui apresentada até então, teoricamente e, a partir de agora, constituída na prática.

Ao desenvolver esse trabalho com a Matemática, primeiramente o objetivo era de trabalhar com os modelos matemáticos oriundos dos projetos de Iniciação Científica. Buscou-se então a teoria da Transposição Didática para auxiliar na transformação dos saberes dos projetos para a sala de aula e a concepção de Educação Matemática Crítica por acreditar que a matemática não é somente um assunto a ser ensinado e aprendido e sim a matemática em si é um tópico sobre o qual é preciso refletir.

Para Skovsmose (2008, p.34), “criar uma harmonia entre o trabalho de projeto e as atividades de sala de aula tem sido o grande desafio para a educação matemática baseada em projetos”.

A Matemática deve dar subsídios para que o aluno possa interpretar e agir numa situação social e política. Barbosa (2001), ao referir-se à Educação Crítica através da Matemática, não enfatiza o abandono do conteúdo matemático nas situações de ensino, mas, salienta o resgate de sua dimensão crítica.

No entanto, ao iniciar as atividades percebi que a heterogeneidade dos alunos exigia uma diversidade de possibilidades educacionais e que não seria suficiente desenvolver um único método. Então, procurei elaborar propostas educacionais que possibilitassem escolhas. Para suprir esta necessidade foram ofertados quatro tipos de trabalhos com referência à realidade, oriundos do Projeto de Iniciação Científica, para que cada turma optasse por um tema a ser desenvolvido e que, ao final das investigações, pudessem contemplar uma percentagem significativa quanto à aprendizagem do conteúdo e que proporcionassem reflexões que fossem além do conteúdo matemático.

A partir do pressuposto que um sujeito crítico é também um sujeito reflexivo, procurou-se atingir através do diálogo, instituído ao desenvolver o trabalho com referência à realidade, dimensões críticas, de modo a oportunizar aos alunos um olhar voltado para sua prática e suas necessidades. Tais considerações ficaram evidenciadas ao observar as reações dos alunos perante a cada nova etapa apresentada.

Identifiquei as possibilidades desenvolvidas como ambientes de aprendizagem, constituídos em cenários para investigação, em consonância com a teoria explicitada no segundo capítulo.

4.1 Abordagem de Investigação - Criticidade Dialógica

Para atingir os objetivos propostos por esta pesquisa, elaborei uma possibilidade educacional através da investigação de situações-problema da vida real, na qual possibilita identificar e significar os conceitos matemáticos em análise. Esta abordagem está localizada num ambiente de aprendizagem que difere do paradigma do exercício, por se tratar de um ambiente que oferece recursos para fazer investigações.

Para esta análise, foram utilizados trabalhos de pesquisa, oriundos do Projeto de Iniciação Científica - PIC, realizados por alunos de anos anteriores, que passaram por todo o processo de iniciação à pesquisa, o que dá mais relevância ao tema. É importante citar que os alunos da 1ª série participantes desta aula de Matemática estão concomitantemente, desenvolvendo suas pesquisas, pois fazem parte também do Projeto de Iniciação Científica, desse modo, podem ver uma aplicação facilitando a compreensão tanto para aula de Matemática como para elaborar suas pesquisas.

Esta abordagem se estabeleceu num cenário para investigação baseado nas declarações de Skovsmose (2001, p. 64):

> O ponto importante é que os cenários para investigação não são explorados com base em uma lista prévia de exercícios. Pelo contrário, as explorações acontecem por meio de um "roteiro de aprendizagem" no qual os alunos tem a oportunidade de apontar direções, formular questões, pedir ajuda, tomar decisões etc.

Ao despertar interesse por reflexões decorrentes do compartilhamento do conhecimento resultante do processo de aprendizagem baseado na modelagem matemática efetivada nos trabalhos do Projeto de Iniciação Científica, percebi que muitos se inserem em algum contexto, estando relacionado ao ser social, político, econômico, educacional, entre outros, interferindo diretamente na escola e na própria sala de aula por terem relações diretas com os atores envolvidos, de alguma forma a contribuir para a formação da sua cidadania ao despertar novos olhares, quer sobre a situação investigada, quer sobre a realidade política e social que o envolve.

No entanto, ilustrar o poder de formatação da matemática foi um aspecto essencial do projeto. A matemática isola um algoritmo para o que se tem de fazer e, nesse sentido, o modelo matemático (implícito) torna-se diretriz para uma ação. Aspectos da realidade podem ser estruturados de acordo com as diretrizes formais, e a realidade passa a ser a variável dependente. Rearranjamos a matemática de acordo com a realidade e exploramos os conteúdos matemáticos de acordo com a realidade apresentada.

Ao me deparar com trabalhos, resultados de produção científica, nos quais a Matemática é ferramenta para análise dos dados, percebi a multiplicidade de dimensões que permeiam o fenômeno educacional da Matemática. Sendo que a seleção de conteúdos e materiais didáticos deve priorizar o conhecimento e assim adaptar-se a realidade do aluno.

Com essa visão, abordei a noção de Transposição Didática e dela me apropriei para transformar os conhecimentos produzidos nos trabalhos de Iniciação Científica em um material de apoio para as aulas de matemática. Este trabalho foi demasiadamente peculiar exigindo uma adaptação dos conhecimentos. Essas idéias aparecem na definição dada por Chevallard (1991, p. 45):

> Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática.

Para sustentar a necessidade da Transposição Didática procurei focar em alguns pontos minuciosos relevantes a aprendizagem. Enfatizam-se tais necessidades referindo-se às diferentes linguagens e significados que os termos matemáticos assumem e levam o aluno a não entender o que está se falando. Se ele não compreende o significado, então como vai entender o processo? Sobre o que e como se desenvolvem os assuntos? É preciso deixar claro os significados do que está sendo trabalhado. É possível que se descreva algo e que a interpretação do aluno esteja desvinculada do que o professor pretende, de um jeito totalmente diferente e muitas vezes de um jeito que não é o esperado. Assim o aluno, geralmente apresenta dificuldades na aprendizagem. Não por ser incapaz, mas sim, por estar fora do significado que se pretende. A matemática tem sua própria linguagem e é essencial que os alunos entendam essa linguagem e suas simbologias. Os signos devem ter relação direta com o que eles representam na realidade para que seu entendimento seja total.

Ao acreditar, como Freire (2003), que, na prática educativo-crítica, a educação para a responsabilidade social e política seja uma das principais tarefas é que aprecio a necessidade de um trabalho que leve em consideração tais diversidades e que possa unir os trabalhos de pesquisa, cheios de significados práticos e a linguagem matemática, com sua abundância de significados.

Dessa forma, penso ser possível desenvolver cenários para investigação com grau maior de realidade envolvida, fazendo a Transposição Didática dos saberes produzidos nos Projetos de Iniciação Científica para saberes a serem ensinados em sala de aula de modo a provocar reflexões.

Devido às necessidades impostas de organizar um trabalho com vistas à Transposição Didática e a Educação Matemática Crítica denominei este processo de Transposição Didática Reflexiva, com o intuito de unir as duas teorias num processo em que o saber a ser ensinado seja adaptado de forma a provocar reflexões, de modo a permitir a participação dos alunos no processo da Transposição Didática. Instituindo uma possibilidade educacional que propicie discussões e tomada de decisão, de modo a instigar o sujeito a ser transformador de sua própria realidade. Amparo à relevância da Transposição Didática Reflexiva, ao perceber a necessidade da adaptação dos saberes, para que os alunos possam apreender de forma a dar à matemática uma dimensão crítica. Para tanto, este processo se efetivou pela interação do aluno ao realizar conjuntamente com o professor a Transposição Didática, que evidenciou ser essencial incluir o conhecimento reflexivo ao transpor os conhecimentos.

Coaduno com Skovsmose (2001, p. 118), quanto à necessidade do conhecer reflexivo: "Como parte de nossa cultura, estruturada pela tecnologia, uma competência no reconhecer e interpretar a matemática como atividade social e instituição torna-se importante. Especialmente: o conhecer reflexivo tem de ser desenvolvido para dar à alfabetização matemática uma dimensão crítica".

Para tanto, com esta abordagem procurei efetivar o ambiente de aprendizagem tipo (6), conforme matriz apresentada por Skovsmose e que está explícita no segundo capítulo desta dissertação, constituindo um cenário para investigação com referência à realidade.

No entanto, entremeios as atividades houve necessidade de outras abordagens, especificando as características e regras que permeiam os assuntos estudados. Esta posição de se mover em diferentes ambientes de aprendizagem se fortalece nas considerações de Skovsmose (2008, p. 38-39), ao explicitar suas preocupações de forma questionadora:

> De que modo desenvolver uma educação matemática que faça parte de nossas preocupações com a democracia, numa sociedade estruturada por tecnologias que a incluem como um elemento estruturante? De que maneira desenvolver uma educação matemática que não torne opaca a introdução dos alunos ao pensamento matemático, mas que os leve a reconhecer suas próprias capacidades matemáticas e a se conscientizarem da forma pela qual a matemática opera em certas estruturas tecnológicas, militares, econômicas e políticas?

O autor não ousa afirmar que o abandono do paradigma do exercício com o objetivo de explorar os cenários para investigação traria respostas para tais questões. Coaduno com o autor e acredito que a busca de um caminho entre os diferentes ambientes de aprendizagem possa proporcionar recursos para reflexões.

Com base nestas inferências e por ter sentido a necessidade de subsídios teóricos e conceituais busquei explorar nessa proposta educacional, além do tipo (6), os ambientes de aprendizagem do tipo (1), com referência à matemática pura e do tipo (3) com referência a semi-realidade, estabelecidos no paradigma do exercício.

Também assumo nesta proposta o entendimento apresentado por Skovsmose (2001, p. 88) quando se refere: "O foco deve ser colocado nas funções das aplicações da matemática na sociedade, e não apenas na modelagem como tal”, e a partir deste entendimento desenvolvi a próxima etapa apresentada como um cenário para investigação.

4.2 Possibilidade Educacional – Cenário para Investigação

Considerei estas abordagens como ambientes de aprendizagem, em conformidade com as palavras de Jacobini (2004) que com base nas ponderações de Skvosmose (2008) e de Barbosa (2001), considera um ambiente de aprendizagem como um espaço educacional construído pelo professor com a intenção de desenvolver suas atividades pedagógicas.

> A aula expositiva em que o professor centraliza em si a tarefa de ensino, o trabalho com aprendizagem cooperativa ou em pequenos grupos a partir de situações apresentadas pelo professor, atividades exploratórias através da tecnologia informática, a aprendizagem baseada em resoluções de problemas, através da etnomatemática, da modelagem matemática ou do trabalho com projetos são alguns exemplos de ambientes de aprendizagem. (JACOBINI, 2004, p. 36, 37).

Apresento a seguir um relato da aplicação do roteiro de aprendizagem desenvolvido com o trabalho: Compostagem a partir de diversos resíduos orgânicos (2006/2007). A proposta educacional foi elaborada e aplicada aos alunos. Assim, após essa análise pude observar alguns pontos de relevância, bem como, organizar melhorias no contexto.

Para uma melhor distribuição, a proposta foi organizada segundo um roteiro de aprendizagem, e está apresentado conforme foi desenvolvido em sala de aula. Conforme explícito no terceiro capítulo, esta proposta foi desenvolvida com alunos das primeiras séries do Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul. Das quatro turmas envolvidas nas discussões, duas optaram por este tema, totalizando 70 alunos, sendo 35 de cada turma. Também é importante salientar que as turmas serão de cursos diferentes oferecidos pela escola, uma do curso Técnico Agrícola com Habilitação em Agropecuária (1ª A) e outra do curso Técnico Agrícola com Habilitação em Agroecologia (1ª E). Ao desenvolver tal atividade, observei as reações e comentários dos alunos. Estes comentários, bem como algumas observações relevantes ao processo, aparecem inclusos no decorrer do roteiro.

Os demais trabalhos selecionados e citados no capítulo 3, p. 65, foram organizados conforme o roteiro de aprendizagem, porém de forma sintética, com o ensejo de compor um material de apoio para outros professores que desejarem trabalhar com a Transposição

Didática Reflexiva. Assim, este material está apresentado no apêndice e compõe o produto dessa dissertação.

4.2.1 Relato da Aplicação do Roteiro de Aprendizagem - Compostagem a partir de diversos resíduos orgânicos (2006/2007)

Aula 1 – Reconhecendo o Projeto

A primeira aula para introduzir a idéia do projeto foi conduzida no laboratório de informática. Os alunos já demonstravam uma certa curiosidade, pois o ambiente das aulas de Matemática geralmente era a própria sala de aula. Apesar de já terem escolhido o tema e saberem que o trabalho seria desenvolvido a partir do relatório de pesquisa oriundo do Projeto de Iniciação Científica: Compostagem a partir de diversos resíduos orgânicos (2006/2007), conforme as suas escolhas, ainda permaneciam dúvidas sobre o realmente aconteceria.

Neste contexto de incertezas, a minha preocupação foi quanto ao convite. Sabendo que para se constituir um cenário para investigação o aceite dos alunos é primordial, procurei instigar os alunos à investigação de maneira a despertar a curiosidade, apresentando o material de forma atrativa, para que esta atividade não fosse vista como um comando, mas sim, como uma possibilidade diferente de se desenvolver a Matemática, priorizando a realidade em que os alunos estão inseridos. Para tanto, procurei deixá-los à vontade nas escolhas dos caminhos a serem seguidos. Apresentei-me como instigadora, assumindo o papel de orientadora e não apresentando conceitos definidos e inquestionáveis.

Primeiramente apresentei o projeto idealizado pelos alunos no Projeto de Iniciação Científica, e em seguida a turma foi dividida aleatoriamente em grupos, a partir de então toda a discussão referente ao projeto seria realizada nestes grupos. Acredito que o trabalho em grupo facilita a interação e desenvolve responsabilidades inerentes às atividades e aos colegas. O próximo passo foi distribuir cópias da introdução do trabalho (uma para cada grupo). A seguir solicitei que fizessem a leitura do texto, procurando identificar o problema da pesquisa, os objetivos, a justificativa e a metodologia pensada. Nesta etapa os alunos refletiram sobre a importância de tal projeto, sobre a relevância social inerente ao tema e levantaram algumas hipóteses sobre sua implementação. A figura 04, apresentada na sequência é referente à introdução do trabalho de pesquisa, citado a cima.

O composto é de muita importância para a agricultura por seguir os conceitos da agroecologia, pois é uma maneira de nutrir as plantas com todos os macros e micronutrientes que ela necessita sem precisar usar qualquer tipo de insumos externos que podem prejudicar a natureza.

Visando a isso, achamos interessante pesquisar um resíduo orgânico que melhor atenderia as necessidades da alface. A pesquisa utilizará a alface, uma verdura de grande importância nutricional que geralmente segue a mesa de várias pessoas no mundo.

Se conseguirmos achar um resíduo que seja interessante na compostagem, produzindo alfaces de melhor qualidade, a experiência criaria um procedimento de compostagem em escala maior, para uma produção mais eficiente. O projeto zela pelos princípios da agroecologia por sermos estudantes deste curso na Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul e percebemos que os resíduos da escola não estavam sendo bem aproveitados. Assim surgiu um questionamento: quais resíduos podem resultar numa boa compostagem, ao ser testado com uma variedade de alface?

Sendo assim, nosso trabalho visa encontrar um resíduo que ao formar a compostagem melhor interfere na produção de alface, analisando sua efetividade no crescimento dessa cultura. Os resíduos utilizados para a compostagem são: esterco bovino, esterco de aves com uma pequena porcentagem de maravalha (pó de madeira), resíduos de cozinha crus, resíduos de cozinha cozidos e uma leira teste apenas com material fibroso (capim-elefante picado).

Os compostos foram feitos em camadas, começando por uma de palha e intercalando palha e o resíduo que cada um possuía até serem feitas cinco camadas, logo após o termino, as leiras foram molhadas com seis litros de água cada.

No final da compostagem foi feito um canteiro com cinco divisões (uma para cada tipo de composto) e espalhados 1,5kg de composto para cada divisão sendo revolvido até ficar uniforme. Depois deste processo, foram transplantadas oito mudas de alface para cada tipo de composto, totalizando 40 mudas.

No final, fizemos o desenvolvimento matemático, através de análise matemática para o decréscimo das leiras.

Figura 04: Introdução do trabalho de pesquisa - Compostagem a partir de diversos resíduos orgânicos (2006/2007). (Fonte: Relatório do Projeto de Iniciação Científica: Compostagem a partir de diversos resíduos orgânicos 2006/2007).

Com a leitura do texto, iniciei uma série de questionamentos que envolviam o assunto: “O que é matéria orgânica? O que é um composto? Quais os benefícios proporcionados pela existência da compostagem no solo?”. Tais perguntas começaram a instigar os alunos na busca pelas explicações, observando que há necessidade destes fundamentos teóricos para poderem entender todo o processo.

Ao mesmo tempo, os próprios alunos começaram a levantar novos questionamentos a respeito do assunto abordado. “Como fazer a compostagem?” (Aluno C). “Que tipos de materiais podem usar para fazer o composto?” (Aluno I). “Como preparar uma pilha de composto?" (Aluno A). "Como fazer a manutenção deste composto?" (Aluno P). "De que maneira verificar a maturidade do composto?" (Aluno K). "Quais as fases da compostagem?" (Aluno B). A curiosidade foi instaurada. Neste momento, os alunos aceitaram o convite e partiram para as descobertas, estabelecendo a partir de então um cenário para investigação.

Percebi neste contexto, que as turmas apresentavam perfis diferentes, diretamente vinculados ao curso, agroecologia ou agropecuária, que estavam cursando. Os alunos do curso de agroecologia se mostraram muito mais envolvidos com a causa ecológica, enquanto os demais apresentavam preocupação financeira.

No entanto, alguns alunos se manifestaram contrariamente à atividade proposta, alegando que não estavam percebendo relação entre a atividade e a disciplina de Matemática. Percebi neste momento uma resistência imposta por alunos fortemente vinculados ao paradigma do exercício. Assim, evidenciando um certo desconforto, pela necessidade de mover-se de uma posição passiva para ativa. Esta resistência fortaleceu a premissa da ideologia da certeza[7] apresentada por Skovsmose e Borba (2001, p. 133): "Os educadores matemáticos com uma perspectiva crítica deveriam tentar ensinar Matemática de uma forma que mostrasse:

a) que este "corpo de conhecimentos" é apenas um entre muitos;
b) as simplificações feitas no processo de matematização".

Os autores afirmam acreditar que a matemática poderia se tornar uma maneira possível de olhar o fenômeno e não o caminho: "Os alunos deveriam, portanto ser persuadidos contra idéias como: um argumento matemático é o fim da história; um argumento matemático é superior por sua própria natureza; os números dizem isto e isto".

Tais considerações reforçaram o meu intuito de desenvolver a atividade num processo que propiciasse um cenário para investigação, de modo a procurar desvincular o paradigma do exercício como única fonte de conhecimento.

Procurei então, discutir a necessidade de analisarmos uma proposta diferente, na qual conjuntamente, professor e alunos, iriam desenvolver a Transposição Didática Reflexiva, adaptando os conhecimentos produzidos no Projeto de Iniciação Científica, previamente escolhido por eles (alunos) para a sala de aula e que iríamos trabalhar com os conteúdos matemáticos que fossem necessários para a análise do projeto. Lembrando que foi disposto aos alunos quatro temas e que após análise e discussão na sala de aula eles optaram em

[7] Para Borba (1997), a ideologia da certeza ampara o poder de conter o argumento definitivo atribuído à matemática.

discutir sobre a “compostagem”. Os alunos demonstraram um pouco de insegurança, porém gostaram da idéia e se propuseram à investigação.

Na continuidade da aula, os alunos iniciaram a investigação. Primeiramente fizeram a leitura da proposta. Alguns grupos sentiram necessidade de mais fundamentos teóricos e ficaram à vontade nessa busca. Alguns buscaram respostas na Internet, enquanto outros pesquisaram em livros na biblioteca. Como a pesquisa em estudo foi realizada na escola, deixei o convite para que os alunos fossem identificar o local da execução da pesquisa, para interagir com o meio.

A aula começou a ganhar movimento, os alunos não ficaram estagnados, locomoveram-se em busca de mais informações. Não ficaram esperando respostas prontas, foram investigá-las conforme instaurada a necessidade.

Quanto à resistência evidenciada no início da aula, posso dizer que foi amenizada, porém ainda permanecia dúvidas à respeito dos conteúdos matemáticos. O que conduzi com naturalidade, pois já previa tal resistência ao saber que os alunos vem sendo preparados num ambiente que preconiza a reprodução e pouco se preocupa com a investigação.

Aula 2 – Fundamentação Teórica

Em continuidade às discussões sobre o tema abordado, os alunos tiveram acesso a uma parte do relatório da pesquisa. Esta primeira parte foi constituída pela fundamentação teórica. Com os pressupostos teóricos, passaram a confrontar os elementos apresentados na pesquisa e os elementos que pesquisaram na aula anterior, com o propósito de adaptar e melhorar os textos produzidos anteriormente. Para facilitar a comparação dos fundamentos teóricos, exibi, no *data show*, a fundamentação teórica apresentada no projeto de pesquisa. Percebi nesta etapa o envolvimento dos grupos. Muitos trouxeram novas informações e complementaram a fundamentação teórica, enriquecendo o material produzido.

Nesta aula fui questionada por alguns alunos. Questionamentos do tipo: *“professora quando a Matemática vai aparecer?”* (Aluno A). Ou então, “*Essa aula está diferente, o que a professora pretende?”* (Aluno I).

Observei que os alunos já estavam instigados e, entre eles alguns murmúrios, manifestando uma certa curiosidade sobre o projeto. Como estavam acostumados a aulas constituídas no paradigma do exercício, estranharam a nova abordagem. Do mesmo modo, senti-me na zona de risco e muita expectativa foi me cercando, desejando que o cenário para investigação realmente se efetivasse.

Uma nova conversa foi estabelecida. Perguntei aos alunos quais dados precisavam para melhorar o entendimento do processo da pesquisa. Discutiram nos grupos e solicitaram ter acesso a mais detalhes sobre a pesquisa. O aluno D argumentou: *"Professora, estou sentindo falta de mais detalhes, quero saber o que usaram e como fizeram a parte prática"*. Sua fala evidenciou a necessidade de conhecerem os materiais e métodos utilizados no respectivo processo. Como havia previsto esta necessidade, já tinha em mãos cópias dos textos solicitados. Conforme a figura 05, apresentada a seguir.

Materiais utilizados

Os seguintes resíduos fazem parte do processo:

* Esterco Bovino;

* Esterco de aves com uma pequena porcentagem de maravalha (pó de madeira);

* Resíduos de cozinha crus

* Resíduos de cozinha cozidos;

* Material Fibroso (capim-elefante picado).

Para realizar o trabalho, foram utilizados pás, enxadas, triturador, mudas de alface e os resíduos. Sendo que os três autores foram os recursos humanos que executaram as atividades.

Como fizemos a compostagem:

Começamos limpando o local onde seria feito o composto. Em seguida foi coletado o material fibroso.

No dia 09/11/06 foram feitas cinco leiras de 90cm de comprimento por 50cm de largura, cada um com um tipo diferente de resíduo orgânico, com exceção do material fibroso que estava presente em todas as leiras.

Começamos o composto com uma base de capim, com 10cm de altura, 50cm de largura e 90cm de comprimento. No mesmo dia passamos para a segunda camada utilizando os outros resíduos (resíduos de cozinha crus, resíduos de cozinha cozidos, esterco bovino, esterco de aves com pó de madeira) cada leira com um tipo de resíduo de 2cm de altura.

Na terceira camada, novamente foi posto 10cm material fibroso, na quarta 2cm de resíduos e terminamos com uma quinta camada de capim.

Logo após ter terminado cada leira com 36cm de altura, molhamos o composto com 6 litros de água. E por final, limpamos as laterais com uma enxada.

No dia 01/03/07, capinamos novamente os espaçamentos entre as leiras e limpamos sobre elas manualmente, o composto estava quase todo pronto, com exceção da palha, que ainda estava um pouco fibrosa, por isso foram molhadas com 3 litros de água cada uma.

Figura 05 – Materiais e métodos do trabalho de pesquisa - Compostagem a partir de diversos resíduos orgânicos (2006/2007). (Fonte: Relatório do Projeto de Iniciação Científica: Compostagem a partir de diversos resíduos orgânicos 2006/2007).

Então, fizeram a leitura dos textos, primeiramente nos grupos afins e começaram a entender a prática do projeto. O entendimento ficou evidenciado pela fala do aluno B: *"Que interessante, uma idéia simples e efetiva"*.

Em seguida conversamos sobre o exposto. Foram muito interessantes as ponderações dos alunos, indicando outros aspectos e desafios para a mesma pesquisa. Percebi que alguns alunos gostaram da idéia e começaram a querer reproduzi-la. Conforme a fala do aluno G: *"E esse composto funciona para outras plantas?"* Em seguida o aluno D se manifestou: *"Vamos tentar produzir tomates cerejas?"* Esta vontade veio de encontro com a de outros alunos que também acharam interessante a proposta. Investiguei o porque dos tomates cereja e eles me explicaram que estavam com problemas para produzi-los na agroecologia. Entretanto, para os alunos do curso de agropecuária, os argumentos foram outros, estavam preocupados com o tempo para produzir o composto e que o produtor não teria um rendimento tão bom. Para facilitar a compreensão da prática apresentei fotos do experimento, detalhando cada etapa.

Figura 06: Leiras com os cinco tipos de resíduos

Figura 07: Leiras identificadas com os cinco tipos de resíduos.

Após estarem familiarizados com a problemática e entenderem como se procedeu a execução da pesquisa, partimos para a análise dos dados. Num primeiro momento instiguei a estimativa dos alunos, indagando sobre o desenvolvimento das leiras. Indagações semelhantes a: “*De que forma vocês pensam que a compostagem ocorreu? Como foi o comportamento das leiras? Qual se decompôs mais rapidamente? De que forma isso aconteceu?*”. Neste momento, muitas indagações surgiram e os alunos fizeram estimativas diversas, até que o aluno B, solicitou que eu mostrasse logo os dados, pois estavam curiosos. Apresentei o quadro com os respectivos dados, novamente usei o *data show* para auxiliar na apresentação, conforme a tabela a seguir:

	Leiras de outros tipos		**Leira fibrosa**	
Datas	**Variação da altura/semana** (cm)	**Altura final por semana** (cm)	**Variação da altura/semana** (cm)	**Altura final/semana**
Início: 09/11/06	0	30	0	30
16/11/06	- 1,2	28,8	-2,4	27,6
23/11/06	-1,2	27,6	-3,6	24
30/11/06	-1,2	26,4	-1,2	22,8
07/12/06	-1,2	25,2	-2,4	20,4
14/12/06	-1,2	24	-2,4	18
21/12/06	-1,2	22,8	-1,8	16,8
28/12/06	-1,2	21,6	-1,8	15
05/01/07	-1,2	20,4	-0,9	14,1
12/01/07	-1,2	19,2	-0,7	13,4
19/01/07	-1,2	18	-0,5	12,9
26/01/07	-1,2	16,8	-0,7	12,2

03/02/07	-1,2	15,6	-1,2	11
10/02/07	-1,2	14,4	0	11
17/02/07	-1,2	13,2	0	11
24/02/07	-1,2	12	0	11

Tabela 01: Leiras com diversos resíduos para formação de compostagem com altura inicial de 30 cm na EAFRS de novembro de 2006 até fevereiro de 2007. (Fonte: Relatório do Projeto de Iniciação Científica: Compostagem a partir de diversos resíduos orgânicos 2006/2007).

Com base nos dados apresentados os alunos foram instigados a fazer uma análise desses resultados. Novamente atuei como questionadora, provocando uma série de perguntas do tipo: Quais os dados que estão discriminados no título do quadro? O título nos diz o que está sendo apresentado? Nos informa quando e onde aconteceu o experimento? O que vocês conseguem perceber na variação das alturas das leiras? Qual era altura inicial?

Houve muita discussão e o que chamou a tenção foram observações do tipo: *"Veja a leira com material orgânico, ela diminui sempre a mesma coisa. Isso aconteceu de verdade professora?"*. (Aluno C)

Realmente teve destaque o comportamento dessa leira, visto que sua taxa de variação foi constante. Diminuiu a cada semana exatamente o mesmo da semana anterior.

Provoquei uma análise para sustentar a investigação, instigando-os a perceberem o comportamento das leiras, procurando evidenciar a diferença entre as leiras com material orgânico e a leira fibrosa (palha). Aos poucos os alunos foram observando e perceberam o comportamento das leiras, na situação apresentada.

O aluno A relatou que: *"As leiras se comportaram de modos diferentes, enquanto a de material orgânico diminuiu lentamente, a outra foi bem rápida"*. O aluno G complementou: *"Isso mesmo, mas veja que as duas pararam de abaixar, praticamente na mesma altura"*.

Após muitas discussões, apresentei a análise do comportamento das leiras feita pelos alunos do relatório. Solicitei que comparassem com as suas. Percebi que gostaram do resultado, pois haviam feito praticamente as mesmas observações. O aluno D disse: *"Legal, estou ficando fera nisso"*. O aluno A, sempre atento observou: *"Professora, já estou percebendo a Matemática, que está aparecendo nestes dados"*. Com essa fala, houve outras manifestações, apresentando o desejo de estabelecer relações matemáticas.

Conforme exposto no relatório da pesquisa sobre compostagem foi feita a seguinte análise:

A leira de material fibroso baixou mais rápido por desestruturação, e variando o decréscimo. Enquanto que os demais baixaram gradativamente 1,2cm por semana.

As leiras foram feitas intercaladamente entre material fibroso e resíduo orgânico, no final, cada leira estava com 30 cm de altura.

Observou-se que as leiras diversas baixavam gradativamente em torno de 1,2cm a cada semana e no mês de fevereiro sua altura estabilizou com 12cm.

A leira que possuía somente palha baixou mais rápido, variando seu decréscimo por decomposição e por desestruturação do composto, porém terminou com a mesma altura que os diversos.

Figura 08: Análise do comportamento das leiras. (Fonte: Relatório do Projeto de Iniciação Científica: Compostagem a partir de diversos resíduos orgânicos 2006/2007).

É interessante salientar que após a leitura da análise feita no relatório, alguns alunos perceberam que poderia ser escrito de outra forma, com mais ajustes e detalhes. Instiguei-os a reescrever o texto e salientei que o texto foi escrito por alunos, como eles, e que era muito importante está visão da escrita e que a partir do momento que eles estavam indicando melhorias, evidenciava-se que estavam aprimorando o seu modo de ler e escrever.

Após essa análise, voltei a questionar sobre possibilidades de interpretação dos resultados. Alguns alunos se manifestaram lembrando da representação gráfica. Solicitei que eles fizessem um esboço desta representação como atividade extraclasse, que deveria ser apresentada na próxima aula.

Aula 3 – Analisando os Dados

Ao chegar na sala de aula os alunos já estavam trocando, entre eles, os esboços solicitados na aula anterior. Observei a interação dos alunos com o tema e a preocupação de estarem inseridos nas discussões. Percebi engajamento e disposição distintos da maioria das aulas de Matemática que já havia trabalhado. Aproveitei a movimentação e apresentei a figura 09, com a figura que representava a evolução da altura das leiras para formação de compostagem. Expliquei que a figura foi construída com o auxílio da ferramenta *Excel*, e que, além de apresentar graficamente o comportamento dos dados também apresentava os modelos matemáticos que melhor se adaptaram aos dados, segundo o relatório de pesquisa que estamos abordando. Novamente usei o *data show* para explorar a representação gráfica.

Outra possibilidade é trabalhar com os alunos na construção do modelo matemático, e não fornecê-lo pronto como nesta abordagem. Neste caso há necessidade de trabalhar no laboratório de informática. O professor precisa ter algumas habilidades com o programa *Excel* para direcionar a atividade, entrando novamente na zona de risco, porém possibilitando novas descobertas para os alunos. Nesta abordagem isso não foi possível, em função do agendamento dos laboratórios de informática. Estes estavam ocupados com aulas de informática nos mesmos horários que as minhas aulas, impossibilitando essa etapa. Procurando suprir esta deficiência, deixei livre para que os alunos procurassem desenvolver os modelos em outros momentos, quando tivessem acesso ao laboratório de informática.

Esta atividade está em consonância com Skovsmose (2001, p. 43-44), quanto aos três aspectos que um material de ensino-aprendizagem que tenta estar de acordo com argumento social de democratização, deve apresentar. Percebo que converge com o primeiro e o segundo aspecto, pois o material "tem a ver com um modelo matemático real e com atividades sociais importantes na sociedade". Do mesmo modo, relaciona-se com o terceiro aspecto no que se refere a "um entendimento do conteúdo matemático do modelo, mas esse conhecimento, mais técnico, não é meta. A meta é desenvolver um *insight* sobre as hipóteses integradas ao modelo, e assim desenvolver um entendimento dos processos (por exemplo, processos de decisão) na sociedade". Quanto ao último aspecto foi preciso instigar reflexões, sobre a importância de modelos em uma sociedade altamente tecnologizada e por outro lado, a verificação de estimativas e aproximações nesses modelos, de modo a identificar um objeto do conhecimento reflexivo distinto do objeto do conhecimento tecnológico, analisando o modelo e suas relações.

Para tanto, os alunos tiveram acesso à figura que representa graficamente os dados coletados.

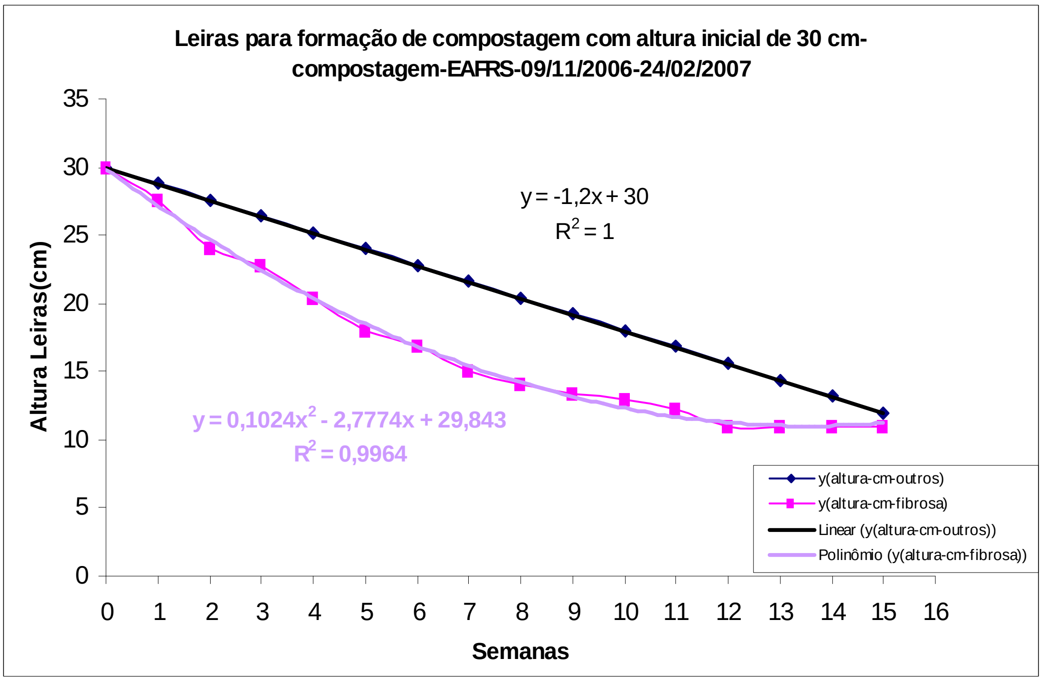

Figura 09: Evolução da altura das leiras para formação de compostagem, no período de 09/11/2006 a 24/02/2007, no setor de gestão ambiental da EAFRS. (Fonte: Relatório do Projeto de Iniciação Científica: Compostagem a partir de diversos resíduos orgânicos 2006/2007).

Novamente interagi questionando sobre as figuras. O que elas representam? Que tipo de curvas apareceram? Solicitei que os alunos definissem o modelo matemático que melhor se adaptou a curva apresentada, conforme sugerido pelo programa *Excel*.

Assim, instaurou-se a curiosidade sobre os modelos matemáticos, e novamente fiz questionamentos, indagando sobre o que os coeficientes significam naquela situação. Os alunos iniciam um processo de descobertas matemáticas e neste caso os conceitos matemáticos são essenciais para explicar a situação real. Alguns alunos já tinham conhecimento de algumas características das funções de 1º e 2º graus e, identificaram os valores numéricos apresentados na figura com os coeficientes das funções. No entanto, para a grande maioria, as funções eram novidade. Dessa forma, observei algumas reações que podem ser expressas nas falas do aluno D: *"Agora entendi onde a professora quer chegar. O projeto está cheio de Matemática"*.

Com esta reação, fiquei mais tranqüila, visto que o mesmo aluno havia se mostrado em posição de desconforto na primeira aula, enquanto indagava a coerência da estratégia de ensino apresentada, cuja Matemática, aparentemente não estava explícita.

Ao observar a tabela, os alunos perceberam que na leira formada por diversos resíduos a variação da altura era gradativa, exatamente, 1,2 cm por semana, logo identificaram este número como sendo o coeficiente angular da função linear. O que se explicita na fala de alguns alunos. *"A leira está baixando sempre a mesma medida"* (Aluno G). *"Olhe a tabela, a cada semana a leira baixou 1,2 cm, é o mesmo número que aparece na função"* (Aluno A).

Expliquei que este número que está mostrando o quanto à leira esta baixando a cada semana pode ser chamado de taxa de variação. O aluno B refletiu: *"Esse número é constante na leira de material orgânico"*. Logo, os alunos identificaram que, neste caso, a variação é constante. Então, aproveitei para salientar que esta variação constante é que caracteriza uma função de 1º grau, justificada também pela reta na representação gráfica e pelo índice de correlação apresentado pelo programa *Excel*. O aluno I completou: *"Ah! É por isso que o gráfico é uma reta"*. O aluno D, já veio questionando sobre o significado do índice de correlação: *"Professora, o que esse R^2 representa?"*. Respondi de maneira provocativa, almejando motivá-los para uma investigação matemática e atingindo o meu propósito enquanto professora de Matemática. Instiguei-o dessa forma: *"O que você pensa de descobrirmos juntos? Você percebeu que para cada leira o Excel apresentou uma curva diferente e juntamente a ela uma função matemática? O que será que o programa calculou para dar estas respostas?"*.

Enquanto eu apresentava tais questionamentos, o aluno C já preparou outra argumentação: *"E quanto à leira composta de palha? Ela é diferente, então como identificar a taxa de variação se não foi constante?"*. Procurando responder, provocando mais curiosidades expus que quanto à outra leira, formada por material fibroso, verificou-se que seu comportamento foi diferenciado, com os pontos não se adaptando a forma linear e que necessitaria de uma análise matemática diferente.

Com base no exposto, coube propor uma análise matemática mais específica, ao procurar entender como se dá tal modelo matemático. Para tanto se fez necessário o estudo de alguns conceitos e regras que permeiam o estudo das funções. Em consenso, decidimos estudar cada leira separadamente, já que apresentaram comportamentos distintos.

4.2.2 Explorando a Função do Primeiro Grau

Aula 4 – Refazendo os passos do Programa *Excel*

Esta aula iniciou com a discussão a respeito dos próximos passos. Perguntei aos alunos, o que eles desejavam fazer com os dados e com a representação gráfica apresentada.

Percebi que estavam curiosos a respeito das funções que o programa *Excel* apresentou. Isto ficou bem evidenciado na pergunta do aluno E: "*Professora, o que tem em comum os gráficos com essas funções que o Excel relacionou?*" Observei que através desta pergunta muitos outros se manifestaram e a curiosidade se instaurou.

Então, perguntei se desejavam fazer a mesma análise que o programa fez, procurando entender como o programa fez a relação. De imediato recebi as respostas. Estavam prontos para iniciar a investigação.

Esclareci que o programa *Excel* havia feito um ajuste da curva com os dados que estavam relacionando as duas grandezas, ou seja, um conjunto de coordenadas *(x,y).* Aproveitei para indagar sobre quais grandezas estavam sendo relacionadas. E rapidamente o aluno A respondeu: *"É claro, que estamos relacionando tempo (semanas) e altura (cm)".* Assim, esclareci que, em outras palavras mais simples, era escrever matematicamente o que estava representado no gráfico.

Após o aceite confirmado, iniciamos o estudo. No entanto, para dar continuidade, fez-se necessário que os alunos dominassem alguns conceitos matemáticos. Para tanto, propus a investigação destes conceitos. A exploração se deu em livros específicos. Nesta etapa da aula, os alunos utilizaram a biblioteca e *sites* da Internet para organizar os conceitos necessários. Após essa busca, estes conteúdos foram discutidos em aula de modo a propiciar que todos os alunos entendessem tanto conceitos como cálculos inerentes à pesquisa. Percebi aqui, que a Matemática foi concebida como necessária e a busca desses conceitos tornou-se no mínimo curiosa.

Os alunos estudaram os conceitos com interesse e as perguntas do tipo: Para que serve isto? Geralmente, comuns nas aulas tradicionais, ficaram obsoletas, visto que essa premissa estava declarada. Esta problemática ficou anulada ao desenvolver os conceitos matemáticos a partir da necessidade gerada num contexto, em que os alunos sentiam-se inseridos.

Nesta fase de explanação senti a necessidade de uma abordagem com referência à matemática pura, conforme o tipo (1) da matriz apresentada por Skovsmose (2008) estabelecida no contexto do paradigma do exercício, em que os alunos pararam para compreender os conceitos e regras matemáticas inerentes ao projeto. No caso da primeira leira, que apresentou um decrescimento linear, houve a necessidade do estudo da função de 1º grau, reconhecendo suas principais características e regras. Também, para exercitar as regras formalizadas, usei atividades com referência a semi-realidade, conforme o tipo (3) da matriz. Tais atividades compõem uma parte importante no rol das possibilidades educacionais, no entanto é importante salientar que segundo o autor, exercícios propostos nos livros didáticos não passam de uma semi-realidade . Neste viés, Skovsmose (2008, p. 25), interpela:

> (...) Resolver exercícios com referência a uma semi-realidade é uma competência muito complexa e baseada num contrato bem especificado entre professor e alunos. Alguns dos princípios desse acordo são os seguintes: a semi-realidade é totalmente descrita pelo texto do exercício; nenhuma outra informação é importante para a resolução do exercício; mais informações são totalmente irrelevantes; o único propósito de apresentar o exercício é resolvê-lo.

Ficou claro que no ambiente tipo (3) somente as quantidades mensuradas foram relevantes e que, ao iniciar o exercício, partimos do pressuposto de que há somente uma resposta correta, o que impede questionamentos, simplesmente porque não fornece informações adicionais suficientes para reflexão. Para não gerar conflitos, tornou-se essencial um “acordo” entre os alunos e eu (professora), para trabalharmos no paradigma do exercício, ou seja, o aluno teve que se contentar em encontrar a solução, sem muitas considerações extras.

Ao realizarem as atividades propostas, alguns alunos demonstraram uma certa satisfação. Reproduzida em alguns comentários que podem ser representados por este: *“Agora sim. A aula voltou a ser de Matemática”* (Aluno C). Entretanto, esta satisfação não foi generalizada, conforme exemplifica o seguinte comentário: *“Puxa, voltamos fazer sem saber para que”*. Este comentário me preocupou, mas logo ouvi um complemento que me fez tranqüilizar: *“Claro que não. Precisamos aprender a calcular para entendermos as leiras”*.

Observei que durante essa aula, com enfoque tradicional, os alunos mudaram de atitude, comportando-se de maneira formal, isto é, reproduziram as atividades, sem espaço para diálogo. Entretanto, perceberam a importância de parar para estudar a Matemática Pura, para apropriarem-se dos conceitos necessários para a análise desejada.

Aula 5 – Ajuste Linear

A aula começou com alguns questionamentos que fiz para os alunos, com o intuito de proporcionar a discussão sobre os próximos conceitos matemáticos a serem explorados. Perguntas do tipo: *“O que vocês verificaram ao observar o comportamento das leiras de capim-elefante + outros resíduos? Por que graficamente ela foi representada por uma reta?*

Qual a relação existente entre os dados e a função linear apresentada pelo programa Excel?”.

Após algumas discussões, e relacionando os estudos sobre a função do 1º grau e a função apresentada pelo programa *Excel* os alunos concluíram que a altura da leira tem uma relação com um ajuste linear. Perceberam que a altura da leira varia de acordo com o passar do tempo (semanas), na função ela acompanha o *x*, que está representando a grandeza tempo em semanas. Também concluíram que o parâmetro *b* da função estava representando a altura inicial da leira. Para chegarem a tais conclusões, deixei que fossem discutindo e, de vez em quando, fazia alguma provocação, para que eles percebessem as relações matemáticas. Estas definições ficaram claras nas falas dos alunos:

“Bem, se a tabela mostra que a leira diminuiu sempre 1,2 e que cada coleta foi feita semanalmente, então é só multiplicar a semana por 1,2 e saberemos a altura da leira”. (Aluno H)

“Porém, não dá para esquecer que tem que ser – 1,2, pois a leira está diminuindo sendo obtida uma função $y = -1{,}2x + 30$ *que expressa a altura da leira de acordo com o passar das semanas”*. (Aluno C).

“Interessante, então, é por isso que o gráfico é uma reta, de semana em semana, a leira diminui a mesma medida”. (Aluno I)

“É, a variação é sempre a mesma. Também percebi que a reta é decrescente, o que é lógico, pois a leira está abaixando”. (Aluno B)

“Professora, é o número trinta que apareceu na função, é a altura inicial da leira? Ou é pura coincidência”. (Aluno G)

“É óbvio, veja bem, agora entendi. O gráfico está mostrando exatamente o comportamento da leira. Ela inicia com 30 cm e vai baixando sempre 1,2 cm, que deve ser representado por – 1,2 cm, porque está baixando, ou seja, é decrescente”. (Aluno D)

Durante as falas, procurei ressaltar a nomenclatura adequada, por exemplo, quando falavam que a leira estava baixando, indiquei que usassem o termo decrescente, que já estava relacionado com a posição da reta. Também fui instigando a análise das características da função do 1º grau, que eles haviam estudado, de modo a relacionar com a função apresentada. Relacionando os parâmetros “a” e “b” da função com os valores apresentados; o sinal negativo da taxa de variação, indicando a reta decrescente; a taxa de variação constante, que caracteriza a função do 1º Grau. Aos poucos foram melhorando as falas, adaptando a nomenclatura e simbologia matemática.

Então, salientei que para obter a função, o programa *Excel* utilizou o ajuste linear, método matemático que nos fornece uma função que relaciona as duas variáveis. Ressaltei que nem sempre os dados estão exatamente alinhados, formando uma reta, e que ao fazer o ajuste identificamos a que melhor se adapta aos pontos. No caso em estudo, temos exatamente uma reta, mas isso não acontece sempre. Aproveitei para lançar novamente a indagação: *"Quais as variáveis que estamos relacionando?"* Logo obtive a resposta de vários alunos: *"a altura e o tempo"*.

Na continuidade apresentei o conceito de ajuste linear. Instigando-os a buscar mais informações a respeito.

Provoquei uma discussão sobre a importância do ajuste de curvas, salientando que distintas situações reais muitas vezes apresentam problemas que exigem soluções e decisões. E que uma formulação matemática pode auxiliar no entendimento de tal situação. Para tanto, precisa ser quantificada e relacionada com relações matemáticas. Assim, em consonância com Bassanezi (1994), um modelo matemático refere-se a um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno da realidade. Como o que estávamos analisando. Nesta perspectiva, quando se propõe um modelo, devemos ter em mente que ele é proveniente de aproximações realizadas para se entender melhor um fenômeno. No entanto, nem sempre tais aproximações condizem com a realidade, mas retratam aspectos da situação analisada.

Objetivei com esta discussão fomentar a importância do modelo matemático e instigar a curiosidade em encontrá-lo.

Objetivo alcançado, o próximo passo foi reconhecer o processo do ajuste linear, bem como suas relações e simbologias. Para tanto, fomos à biblioteca para que os alunos pesquisassem tais relações. Com as respectivas referências bibliográficas em mãos, esta etapa foi demasiadamente rápida. Torna-se importante salientar que não tive como foco a demonstração de fórmulas, apenas nos apropriamos das fórmulas e regras estabelecidas para este estudo, procurando reconhecer as suas aplicabilidades.

Em continuidade às investigações, os alunos se inteiraram dos conceitos de ajuste linear e dos cálculos matemáticos essenciais para esta exploração. Procurei indicar mais de um procedimento para resolver os sistemas lineares, com o objetivo de salientar os vários caminhos por onde a Matemática pode ser conduzida, de modo a provocar decisões quanto ao método a ser utilizado.

Então solicitei que realizassem os cálculos do ajuste linear, referente aos dados coletados, apresentados no quadro 01. Assim, deram continuidade ao trabalho. Em grupos distintos foram em busca de alternativas para a resolução do problema instaurado.

Nesta possibilidade educacional, os alunos já sabiam a resposta, ou seja, eles já tinham conhecimento da função que melhor se adaptava aos dados. O ajuste linear, já tinha sido feito pelo programa *Excel*, porém, o objetivo aqui, era realmente entender como esta função foi designada pelo programa *Excel*. O que desejávamos era encontrar a mesma função. Percebi que os alunos se mostravam curiosos, para entender o processo que estava por trás do apresentado pelo programa.

Estive presente enquanto os alunos discutiam o caminho a ser seguido. Muitas dúvidas se instauraram e aos poucos fui esclarecendo-as, sempre com novas perguntas, instigando a buscar soluções e não fornecendo as respostas prontas. Corroborando com esta prática, Skovsmose se expressa "Considero que uma nova educação matemática crítica deve buscar possibilidades educacionais (e não propagar respostas prontas)" (SKOVSMOSE, 2008, p. 13).

Procurei, além de convidar os alunos a se envolverem na produção de um modelo matemático, também convidá-los a refletir sobre como os resultados estão relacionados aos critérios utilizados e como podem ser usados na sociedade. Esta discussão veio de encontro com alguns questionamentos do tipo:

"Professora, para que serve, então a função?". (Aluno G)

"Em que vamos usar a função?". (Aluno B)

Conversamos sobre a necessidade de estimar algumas coisas, expliquei como a sociedade está tecnologizada e que a Matemática vem auxiliar no entendimento da sociedade. Neste diálogo reproduzi em minhas falas a terceira preocupação quanto à Matemática em ação, apresentada por Skovsmose (2008, p. 112): "Considero que a Matemática em ação é um espaço paradigmático para discutir estruturas de conhecimento e poder na sociedade atual". Procurei destacar que várias observações podem ser feitas com respeito à Matemática em ação e assim, conforme Skovsmose (2007), continuei a identificar algumas, a fim de justificar como a Matemática pode operar nas tecnologias, na produção, nos esquemas de gerenciamento e nas tomadas de decisão. Salientando ainda, que em todos esses casos, a separação entre conhecimento e poder parece ser impossível.

Neste contexto, O aluno F se manifestou: *"Ah! Então, para eu ter poder eu preciso ter conhecimento"*. Justifiquei que o conhecimento é essencial, e que para se poder participar de discussões é fundamental conhecer sobre o assunto, e que, não basta estar apenas bem informado, é preciso mais.

Desse modo, instiguei reflexões permeando as observações levantadas por Skovsmose (2007). Primeiro salientei que por meio da Matemática, é possível representar algo que ainda não existe e, em seguida, identificar alternativas tecnológicas pra uma dada situação. Lembramos de algumas invenções que são hoje fundamentais, como exemplo o computador.

Em seguida, fiz uma segunda observação, indicando que a Matemática proporciona a possibilidade do raciocínio hipotético, ou seja, tem a capacidade de analisar as conseqüências de um cenário imaginário. Por outro lado, a Matemática também pode auxiliar na construção de justificativas, verdadeiras ou não, na legitimação de certas decisões e ações. Os alunos lembraram da época eleitoral, em que aparecem as estatísticas, que nem sempre representam a realidade, porém são usadas para representar e pressionar na escolha dos candidatos.

Outra observação importante foi quanto às escolhas. Quando uma escolha é feita e implementada, nosso dia-a-dia muda. Para ilustrar usei o exemplo usado por Skovsmose (2007), sobre o modelo que organiza a venda de passagens aéreas[8], destacando também a padronização e o poder de autorização e muitas vezes a isenção de responsabilidade ética gerados por esses modelos. Para o autor: "Algoritmos matemáticos são a matéria-prima das rotinas administrativas". (SKOVSMOSE, 2008, p. 116)

Os alunos se mostraram assustados com o poder da matematização. Que pode ser evidenciado pela fala: *"Nossa! A matemática tem o poder sobre tudo, dá até um arrepio. Saber que tudo é calculado antecipadamente e friamente"*. (Aluno I)

Procurei aguçar a discussão salientando que o uso de modelos pode ser bom ou mau e parafraseando Skovsmose (2008, p.118), destaquei que "a Matemática deve ser tema de reflexão e crítica em todas as suas formas de ação".

A partir daí, busquei mostrar como a educação crítica, pode ser orientada com interesse na emancipação. Estas discussões foram embasadas em consonância com as falas de Skovsmose (2008, p. 94), quando se refere à cidadania crítica: "... contém o potencial de "desafiar" a autoridade constituída. Ela leva em si uma oposição a qualquer decisão considerada inquestionável". Salientei a relevância de se ter conhecimento de como a sociedade é gerenciada e de como as situações são planejadas, muitas vezes matematicamente. E que para podermos questionar, é preciso conhecer os procedimentos.

---

[8] Para maiores detalhes do modelo sobre as passagens aéreas, veja Skovsmose (2007, p. 116).

Assim, esta possibilidade educacional foi planejada com o intuito de provocar mudanças, de modo a preparar para a cidadania crítica. Neste momento de discussões, percebi a importância desse diálogo entre professor e alunos. No entanto, minhas preocupações se delineiam no mesmo sentido que para Skovsmose.

O autor a esse respeito, assim se refere:

> A questão importante agora é saber em que medida a educação matemática pode preparar para a cidadania crítica. Não vejo que tal preparação esteja relacionada com a tradição matemática escolar. Nem a vejo ligada à natureza íntima da matemática. Ela tem a ver com uma possível função da educação matemática". (SKOVSMOSE, 2008, p. 95)

Penso que discussões desse tipo são as que podem auxiliar a educação matemática a por em movimento a cidadania crítica. E que, dessa forma, os alunos estavam experienciando ações baseadas em matemática e percebendo a importância das reflexões.

Um dos alunos fez o seguinte comentário entremeio às discussões na aula: *"Esse jeito de aprender matemática é muito interessante, me fez perceber o quanto ela está relacionada com o que fazemos no dia a dia. Também, que é preciso conhecer mais sobre as coisas que acontecem, procurando perceber como estão ligadas".* (Aluno J)

E outro complementou: *"Não podemos aceitar tudo como pronto e acabado, é preciso entender o processo para poder aceitá-lo ou não".* (Aluno F)

Encerrei a aula fazendo observações da importância se ter essa visão crítica, e que dessa forma, podemos assumir um papel de cidadão crítico.

Aula 6 – Diferentes Abordagens

Esta aula foi de apresentações e muitas discussões, cada grupo procurou um meio matemático para resolver o problema, ou seja, qual caminho adotar para realizar o ajuste linear. Em cada turma foram constituídos sete grupos, com cinco componentes em cada um. Então, indiquei diferentes estratégias matemáticas. Três grupos da 1ª série A e dois grupos da 1ª série E, optaram pela regressão linear simples através do método dos mínimos quadrados. Os demais grupos preferiram seguir os caminhos que já tinham familiaridade, ou seja, já haviam estudado no Ensino Fundamental, utilizando um sistema linear, porém para resolvê-lo, dois grupos da 1ª série A e dois grupos da 1ª série E, optaram pelo método da substituição e dois grupos da 1ª série A e três grupos da 1ª série E, optaram pelo método da adição.

Os conteúdos matemáticos explorados a seguir estão apresentados conforme o Projeto de Iniciação Científica que passou pelo processo de Transposição Didática Reflexiva. Saliento que os mesmos cálculos foram realizados em sala de aula, chegando aos mesmos resultados.

Os grupos que optaram pela resolução usando a equação de regressão linear, ao observarem a equação que apresentei, primeiramente apresentaram certa resistência, pois julgaram ser muito difícil, também desconheciam o símbolo de somatória *(Σ)*, mas logo se familiarizaram e não tiveram grandes dificuldades. Percebi a dificuldade em algumas falas:

"Isso mais parece uma sopa de letrinha". (Aluno E)

"Professora, nunca vi esse símbolo. O que representa?". (Aluno P)

"O que quer dizer regressão?". (Aluno B)

Com base nos questionamentos expliquei que a equação de regressão apresenta a reta que melhor se ajusta aos dados e apresentei a equação de regressão linear simples com sua simbologia, bem como seus respectivos significados.

Equação de Regressão Linear Simples

$$y = ax + b, onde\; a = \frac{\left[n\sum(xy) - \left(\sum x\right)\left(\sum y\right)\right]}{\left[n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2\right]} \; e\; b = \frac{\left[\sum y - a\sum x\right]}{n}$$

Para obtermos o coeficiente *a* necessitamos de alguns cálculos, e para tanto precisamos entender o que estes estão representando. Como segue:

n - representa o número de pares de dados presentes.

$\sum$ - denota a soma de todos os valores indicados. Então, $\sum(xy)$ representa a soma de todos os valores do produto xy. Assim como $\sum(x)$ indica a soma de todos os valores de x e $\sum(y)$ denota a soma de todos os valores de y. A partir desta explanação os alunos já demonstraram entendimento, o que se expressou por falas como esta: *"Então fica fácil, agora deu para entender. É só substituir. Quer dizer que* $\sum x^2$ *, é só elevar ao quadrado todos os valores de x e depois somá-los"*. (Aluno G). Então aproveitei para verificar se realmente haviam entendido e apresentei nova formulação: *"O que fazer para calcular* $\left(\sum x\right)^2$? Pretendi naquele momento investigar se sabiam diferenciar $\sum x^2$ *e* $\left(\sum x\right)^2$. Primeiramente observei uma certo desconforto, porém, logo surgiu a resposta. " Para $\left(\sum x\right)^2$ *é preciso primeiro somar* *os valores de x e em seguida elevar ao quadrado, pois estão dentro do parênteses”*. (Aluno M)

Após esta interpretação, para facilitar, sugeri que completassem a tabela, substituindo os dados coletados. Conforme figura 10.

DADOS			CÁLCULOS INTERMEDIÁRIOS		
n	**X(sem)**	**y(cm)**	**x^2**	**y^2**	**xy**
1	0	30	0	900	0
2	1	28,8	1	829,44	28,8
3	2	27,6	4	761,76	55,2
4	3	26,4	9	696,96	79,2
5	4	25,2	16	635,04	100,8
6	5	24	25	576	120
7	6	22,8	36	519,84	136,8
8	7	21,6	49	466,56	151,2
9	8	20,4	64	416,16	163,2
10	9	19,2	81	368,64	172,8
11	10	18	100	324	180
12	11	16,8	121	282,24	184,8
13	12	15,6	144	243,36	187,2
14	13	14,4	169	207,36	187,2
15	14	13,2	196	174,24	184,8
16	15	12	225	144	180
Somatória	*120*	*336*	*1240*	*7545,6*	*2112*

Figura 10: Quadro com cálculos intermediários para a resolução da regressão linear pelo método dos mínimos quadrados.

Ao completar a figura, puderam perceber o que representava cada símbolo utilizado na fórmula e apesar de reclamarem do trabalho, ele se efetivou com tranqüilidade. Tais reclamações se refletem nos comentários de alguns alunos:

“Nossa quantos números!”. (Aluno V)

“Para que tantas letras? Matemática não é com números?”. (Aluno X)

Para contornar a situação, sentei com eles e começamos a interpretar a fórmula.

Procurei fazer com que dominassem a simbologia, e expliquei o porquê da necessidade das fórmulas, que servem para generalizar as situações. Salientei a importância da compreensão da simbologia usada, e que, assim, não havia necessidade de demonstrá-las cada vez que fossemos utilizá-la.

Então, deram prosseguimento ao trabalho e substituindo os valores da tabela na fórmula encontraram os valores dos coeficientes a e b, como segue.

Regressão Linear Simples pelo método dos mínimos quadrados.

$y = ax + b$, em que:

$$a = \frac{\left[n\sum(xy) - \left(\sum x\right)\left(\sum y\right)\right]}{\left[n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2\right]}$$

$$a = \frac{-6528}{5440} = -1{,}2$$

$$b = \frac{\left(\sum y - a\sum x\right)}{n}$$

$$b = \frac{480}{16} = 30$$

No primeiro contato com fórmula, como já explicitado acima, percebi que os alunos demonstraram uma certa resistência, porém, logo se dissipou, ao perceberem que não era tão complicado como parecia. O aluno J fez o seguinte comentário: *“Muito interessante, depois que a gente pega o jeito, fica fácil”*.

Nos grupos que optaram pelo sistema linear. Puderam perceber que os mesmos resultados encontrados através da regressão linear pelo método dos mínimos quadrados, também podem ser obtidos substituindo os valores da tabela na fórmula:

$$\begin{cases} \sum xa + nb = \sum y \\ \sum x^2 a + \sum xb = \sum xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} 120a + 16b = 336 \\ 1240a + 120b = 2112 \end{cases}$$

Assim, para desenvolver um sistema de equações lineares os alunos perceberam que podem usar diferentes métodos. Neste caso, também houve necessidade de sentar juntamente aos grupos para auxiliar na interpretação da simbologia usada na fórmula. Aparentemente esta se mostrava mais simples, logo, não gerou muitas dúvidas.

Para resolver o sistema linear, apresentei aos alunos a regra de Cramer, e solicitei que todos resolvessem por este método. Neste momento houve necessidade de pararmos para estudar os conceitos que envolviam a regra de Cramer, visto que, estes alunos ainda não haviam estudado os conteúdos pertinentes as matrizes, determinantes e sistemas lineares. Para tanto, fiz uso de uma aula expositiva, procurando mostrar como usar tais mecanismos matemáticos.

Após o estudo dos conceitos que envolvem os determinantes os alunos procederam aos cálculos inerentes aos dados obtidos utilizando então, a regra de Cramer. Como segue.

$$D= \begin{vmatrix} 120 & 16 \\ 1240 & 120 \end{vmatrix} = -5440$$

$$D_a= \begin{vmatrix} 336 & 16 \\ 2112 & 120 \end{vmatrix} = 6528$$

$$a = \frac{Da}{D} \qquad a = \frac{6528}{-5440} = -1{,}2$$

$$D_b= \begin{vmatrix} 120 & 336 \\ 1240 & 2112 \end{vmatrix} = -163200$$

$$b = \frac{Db}{D} \qquad b = \frac{-163200}{-5440} = 30$$

Ao chegarem nos resultados às expressões de satisfação foram evidentes. Conforme as falas: *“Veja só, deu os mesmos valores que temos no quadro 04. Legal”* (Aluno P).*“Gostei muito disso, brincar de computador”* (Aluno D). Perguntei: *“Como assim, brincar de computador?”* E tive a resposta: *“Assim, professora. Não fizemos os mesmos cálculos que o computador fez? Chegamos no mesmo resultado. Então me imaginei como tal. Sou o decifrador das funções”* (Aluno D). Os demais gostaram da brincadeira.

Identifiquei uma certa facilidade, por parte dos alunos, ao trabalhar com os determinantes, visto que, eram apenas matrizes de segunda ordem. No entanto, alguns alunos, questionaram sobre os outros métodos.

“Professora, isso aí, dá pra resolver de um jeito que a gente já aprendeu. Não dá?”. (Aluno C)

“É mesmo, lembro que já fiz algo parecido, mas de outro jeito”. (Aluno I)

Respondi com satisfação: *“Muito bem! É importante lembrar dos procedimentos que vocês já conhecem. Vamos relembrar? Que tal, agora resolvermos pelos métodos que vocês já dominam?”*. Para instigá-los à resolução, ainda indaguei: *“Será que vai dar o mesmo resultado? O que vocês acham? Vamos tentar?”*.

Na seqüência os grupos que optaram por métodos já conhecidos, como o estudo do método da adição e da substituição, se prontificaram em fazer os cálculos. Como a aula estava por terminar, solicitei que trouxessem as resoluções para a próxima aula.

Aula 7 – Coeficientes de Determinação e Correlação

Conforme combinado, no início desta aula os alunos trouxeram as resoluções do sistema linear pelo método da adição e método da substituição. Como ficou livre, a escolha do método, a maioria resolveu pelos dois métodos. Então, solicitei que apresentassem para toda a turma.

Um grupo se dispôs a mostrar a resolução pelo método da adição, como segue.

Eliminando o b

$$\begin{cases} 120a + 16b = 336\,(-120) \\ 1240a + 120b = 2112\,(10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -14400a - \cancel{1920b} = -40320 \\ \underline{19840a} + \cancel{1920b} = \underline{33792} \end{cases}$$

$$5440 \qquad\qquad -6528$$

$$5440a = -6528 \qquad\qquad a = \frac{-6528}{5440} = -1{,}2$$

Substituindo o a

$120a + 16b = 336$

$120(-1{,}2) + 16b = 336$

$-144 + 16b = 336$

$16b = 336 + 144$

$b = \dfrac{480}{16} = 30$

Em seguida outro grupo apresentou, explorando o método da substituição.

Primeiramente, isolou-se a incógnita b:

$$16b = 336 - 120a$$
$$b = \frac{336 - 120a}{16}$$

Substituindo o b pelo valor temos:

$1240 + 120b = 2112$

$1240a + 120.\dfrac{336 - 120a}{16} = 2112$

$1240a + \dfrac{40320 - 14400a}{16} = 2112$

$\dfrac{19840a + 40320 - 14400a}{16} = \dfrac{33792}{16}$

$5440a = -6528$

$a = \dfrac{-6528}{5440} = 1{,}2$

Substituindo o valor do a

$b = \dfrac{336 - 120(-1{,}2)}{16}$

$b = \dfrac{480}{16} = 30$

Observei que, nos distintos métodos utilizados, as reações foram semelhantes, na maioria, ficaram impressionados ao encontrarem os resultados. Ouvi, várias vezes expressões semelhantes a: *"Puxa, deu certo. Que legal!"* (Aluno H). Notei a motivação e a satisfação ao descobrirem e verificarem os resultados.

Diferentes métodos foram utilizados, os alunos escolheram aquele que melhor se adaptaram, conforme exposto acima. Percebi que a heterogeneidade dos alunos fez com que essa diversidade de possibilidades fosse propícia, enquanto o desejo de suprir as necessidades individuais, pois cada aluno vem para escola, com suas experiências e anseios.

O meu propósito ao instigar o estudo de diferentes métodos para determinar os parâmetros *a* e *b*, condiz com o desejo de criar situações de decisão, em que o aluno pode decidir qual caminho quer seguir no desenvolvimento do referido trabalho.

Conhecidos os parâmetros, por distintos métodos, com a pretensão de justificar o modelo oferecido pelo *Microsoft Excel*, entendo ser importante interpretar o modelo. Para tanto se deve observar o coeficiente de correlação usual e o coeficiente de determinação, que se apresenta através da fórmula matemática e que já havia sido questionado pelos alunos.

Para tanto, retornamos para a figura 9, na qual o programa *Excel* apresentou a função que melhor se adaptou aos dados coletados. Nesta figura, também se evidenciou o coeficiente de determinação (R^2). Expliquei que a qualidade da regressão é indicada pelo coeficiente de determinação e que este é igual ao quadrado do coeficiente de correlação. Assim a partir do valor do coeficiente de determinação podemos obter o valor do coeficiente de correlação. Apresentei aos alunos a fórmula matemática para determinar o coeficiente de correlação (r), e a fórmula para determinar o coeficiente de determinação (R^2), bem como, alguns livros, em que poderiam encontrar estes conceitos. Já instigando uma busca por mais informações a respeito.

Coeficiente de correlação (r):

$$r = \frac{n\sum(xy) - \left(\sum x\right)\left(\sum y\right)}{\sqrt{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2} \times \sqrt{n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2}}$$

Para fundamentar, apresentei o conceito: "O coeficiente de correlação linear r mede a intensidade da relação linear entre os valores quantitativos emparelhados x e y em uma amostra. (...) O coeficiente de correlação linear é, algumas vezes, chamado de coeficiente de correlação de produto de momentos de Pearson, em homenagem a Karl Pearson (1857-1936), (que o desenvolveu originalmente)". (TRIOLA, 2005, p. 382)

Ao observarem a fórmula do coeficiente de correlação, os grupos que trabalharam com a regressão pelo método dos mínimos quadrados, já demonstraram uma certa familiarização, ou seja, perceberam as semelhanças nas simbologias utilizadas. Neste sentido, o aluno Q, se expressou: *"É bem parecido, com o que fizemos, é só olhar na tabela"*.

Entretanto, para os demais, houve um certo receio. Procurando amenizar a situação, solicitei que um aluno mostrasse a tabela, bem como a explicasse para os demais colegas. De imediato o aluno F, se prontificou e com o auxílio do *data show*, que esteve a disposição em todas as aulas, retornou a figura 10, com a respectiva tabela. Explicando aos colegas a simbologia usada.

"Vejam, o símbolo Σ, está representando a soma de todas as parcelas que ele indicar. Assim, Σx^2, quer dizer a soma de todos os valores que estão na coluna x^2, e assim por diante, é só substituir os valores da tabela no lugar dos respectivos símbolos. Fica bem fácil". (Aluno F)

Na seqüência dos questionamentos, apresentei a definição segundo Triola (2005, p. 382) "existe correlação entre duas variáveis quando uma delas está relacionada com a outra de alguma maneira". E complementei: *"Ao efetuar este cálculo torna-se importante que vocês entendam que uma correlação perfeita é aquela que se aproxima do 1, isto evidencia que a função que estou usando realmente vai representar os dados que foram coletados. É um meio de termos certeza de que a função ajustada está relacionada com os respectivos dados"*.

O aluno K, me interrompeu dizendo: *"É um jeito de termos certeza do que estamos fazendo. Então, sempre tem que dar 1?"*

Continuei, procurando responder a indagação: "O ideal seria 1, que indicaria 100% de correlação. Entretanto, na prática é difícil acontecer, porque existem muitos fatores que determinam as relações entre variáveis na vida real. No caso que estamos analisando, isto aconteceu, pois a variação foi constante e todos os pontos ficaram alinhados, mas nem sempre é assim, podem ocorrer casos em que alguns pontos fiquem fora da reta, então, o índice de correlação não será exatamente 1, porém ficamos satisfeitos quando o número encontrado for muito próximo a 1".

Após as discussões, sugeri que os alunos aplicassem a fórmula, de modo a compreender os conceitos discutidos. Então, substituindo os valores já obtidos na figura 10, na respectiva fórmula, obtiveram os seguintes cálculos:

$$r = \frac{16 \times 2112 - 120 \times 336}{\sqrt{16 \times 1240 - 14400} \times \sqrt{16 \times 7545{,}6 - 112896}} = -1$$

Ao verificar tal resultado negativo, houve certo receio. O aluno G logo interpelou: "*Está errado, veja só, deu negativo!*" Então instiguei uma reflexão sobre o que significaria este resultado negativo e que antes de excluí-lo, seria interessante explorar seu conceito. Para tanto, expliquei que este coeficiente pode variar de 1 até -1 e indica que existe uma forte relação entre as variáveis. No primeiro caso a relação é direta, enquanto que no segundo a relação é inversa. Valores próximos de zero, significa que existe pouco relacionamento entre as variáveis. Portanto, quando se apresenta negativo, como neste caso, está indicando que as grandezas possuem comportamentos contrários, ou seja, enquanto uma cresce a outra decresce. O que está explícito no nosso modelo, pois enquanto aumentam as semanas de observação (x), a leira está decrescendo, ou seja, está se decompondo e assim diminuindo de tamanho. Assim, no modelo encontrado o r explica que há correlação entre a função encontrada e os dados coletados, e mais, esta correlação é de 100%, isto é, a reta passou exatamente por todos os pontos coletados, ela é ideal.

Logo, ouvi comentários semelhantes a: *"Igual o que temos na figura 09, mas ainda não entendi, qual a diferença entre r e R^2?"* (Aluno J). *"O que eles querem nos dizer?"* (Aluno A). *"Para que servem? Por que devo calculá-los?"*. (Aluno X)

Então, passamos a reconhecer o coeficiente de determinação, procurando esclarecer as dúvidas apresentadas.

Iniciamos pesquisando o seu conceito, e após, algumas leituras e discussões chegamos a seguinte definição: O quadrado do coeficiente de correlação de Pearson é chamado de coeficiente de determinação ou simplesmente R^2. É uma medida da proporção da variabilidade em uma variável que é explicada pela variabilidade da outra. O coeficiente de determinação indica o quanto a curva de regressão explica o ajuste da parábola, enquanto que o coeficiente de correlação deve ser usado como uma medida de força da relação entre as variáveis. Para Triola (2005, p. 409): "o coeficiente de determinação é a quantidade de variação em y que é explicada pela reta de regressão". E se apresenta da seguinte forma:

Coeficiente de determinação (R^2)*:*

$$R^2 = \frac{Variação \quad \exp licada}{Variação \quad total}$$

Abaixo passo a explicar os elementos dessa fórmula.

Variação total = $\sum(y-\bar{y})^2$

Em que: $\bar{y}=\dfrac{\sum y}{n}$, ou seja, é a média aritmética de todos os valores de y.

Variação explicada = $\left(Variação\,total-\sum\left(y^{est}-y\right)^2\right)$

Em que y^{est} representa o valor de *y* com resíduo, ou seja, ao substituirmos o valor de *x* na equação de regressão obtemos um valor para *y* que ainda não foi arredondado, esta diferença é que chamamos de resíduo. Assim, $y^{est} = -1{,}2x+30$. Substituímos cada valor de *x*, conforme figura 10 e assim obtemos os valores de y^{est} , ou seja, os valores de *y* estimado em função dos valores de *x*.

Assim, para efetivar os cálculos, preenchemos a tabela com os respectivos dados.

DADOS		**CÁLCULOS INTERMEDIÁRIOS**			
x	y	$\bar{y}$	$(y-\bar{y})^2$	y^{est}	$(y^{est}-y)^2$
0	30	21	81	30	0
1	28,8	21	60,84	28,8	0
2	27,6	21	43,56	27,6	0
3	26,4	21	29,16	26,4	0
4	25,2	21	17,64	25,2	0
5	24	21	9	24	0
6	22,8	21	3,24	22,8	0
7	21,6	21	0,36	21,6	0
8	20,4	21	0,36	20,4	0
9	19,2	21	3,24	19,2	0
10	18	21	9	18	0
11	16,8	21	17,64	16,8	0
12	15,6	21	29,16	15,6	0
13	14,4	21	43,56	14,4	0
14	13,2	21	60,84	13,2	0
15	12	21	81	12	0
SOMATÓRIA	336	336	489,6		0

Figura 11: Quadro com cálculos intermediários para a resolução do coeficiente de determinação.

Na seqüência, os cálculos foram efetivados, substituindo os valores da tabela nas respectivas fórmulas.

Primeiramente calculamos: $\overline{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{336}{16} = 21$

Para em seguida calcularmos a variação total: $\sum (y - \overline{y})^2 = 489{,}6$

E após, verificamos a variação explicada, dada por: $\left(Variaçãototal - \sum \left(y^{est} - y\right)^2\right)$, substituindo os valores temos: $489{,}6 - 0$. Logo, temos $variação\ explicada = 489{,}6$.

Assim pudemos calcular $R^2 = \frac{Variação \quad \exp licada}{Variação \quad total} = \frac{489{,}6}{489{,}6} = 1$.

Com este resultado, confirmamos o que programa *Excel* apresentou na figura 9. Saliento a satisfação da conferência dos resultados na fala do aluno J: "*Agora sim dá para entender de onde saiu esse valor e perceber o que significa. Realmente é um coeficiente que envolve todos os dados*".

Para distinguir os dois coeficientes apresentados expliquei que R² chamado de coeficiente de determinação indica se existe relação entre as variáveis em análise. Neste caso a altura da leira *x* e o tempo em semanas *y*. O coeficiente de correlação r relaciona a função apresentada e os dados coletados. Observando a figura 9, podemos perceber que a relação entre as grandezas é de 100%, e a relação entre a função e a reta também é de 100%. Assim, o coeficiente de determinação também se mostrou igual a 1, pois a variação total e variação explicada são iguais. Porém, é pouco comum que tenhamos uma correlação perfeita $R^2 = 1$ na prática, porque existem muitos fatores que determinam as relações entre as variáveis na vida real. Aproveitei para chamar a atenção para a outra leira, indicando que ali existe uma pequena diferença entre as variações e que mais adiante poderíamos verificar.

Na continuidade, solicitei que substituíssem um valor de *x* na função e observassem o resultado. O aluno G, logo se manifestou: *"Deu exatamente o valor de y, correspondente ao x que usei. Isso significa o 100%?"*. Sim, respondi: *"Em outros casos poderíamos ter valores aproximados"*.

Na seqüência indiquei que deveriam testar as fórmulas e também, os valores de *x* e *y* na função, para perceberem a relação entre os coeficientes e as variáveis. Da mesma forma, observarem a relação entre a função e a reta apresentada.

Aula 8 – Estudo da Taxa de Variação

Esta aula foi destinada para o estudo da taxa de variação. Expus aos alunos que ao analisar um conjunto de dados que descrevem algum fenômeno, é importante compreender como esses dados estão variando, ou seja, se estão crescendo ou não e com qual velocidade isso acontece, podendo-se, a partir daí, fazer previsões mais acertadas. Para tanto, utilizamos a taxa de variação.

Alguns alunos fizeram comentários semelhantes a: *"Já sei, essa taxa é quanto a leira diminui a cada semana"*. (Aluno G). *"Já falamos disso, na tabela, percebemos que a leira sempre abaixou, ou melhor, (né professora?), decresceu 1,2 cm"*. (Aluno B)

Percebi que estavam acompanhando e entendendo o desenvolvimento matemático. E continuei explorando os conceitos. Agora relacionando com as características da função do 1º grau que haviam estudado, chamando atenção para a simbologia correta. Indaguei? *"Como a taxa de variação é representada na função do 1º grau? Como podemos encontrá-la? O que entenderam por taxa de variação? Se olharmos para a outra leira, de material fibroso, a taxa é sempre igual?"*.

Tomados pelas indagações começaram a dialogar entre eles, buscando respostas. Fiquei apenas observando, e com certa satisfação ao acompanhar as discussões.

Como estavam dominando o assunto, continuei questionando. Agora sobre como encontrar a taxa de variação em qualquer período da compostagem. Os alunos apresentaram dúvidas, e então, apresentei a fórmula, indicando que com ela podemos encontrar a taxa em qualquer período. Salientei que no caso da função de 1º grau, é só pegar duas alturas do composto, subtrair a menor da maior e dividir pelo número de semanas entre as duas alturas. Então, os alunos fizeram alguns cálculos, conforme solicitei, para perceberem que poderiam usar qualquer intervalo e a taxa seria sempre a mesma. Como segue.

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad\qquad a = (20{,}4 - 25{,}2) = \frac{-4{,}8}{4} = -1{,}2 \quad \text{cm/semana}$$

Quanto ao sinal negativo da taxa, os alunos identificaram ser referente ao decrescimento, e associaram às características anteriormente estudas. Uma delas foi exatamente sobre a relação da taxa de variação, ser positiva quando o comportamento dos dados é crescente e, se apresentar negativa quando os dados estão em decrescimento justificando as regras estabelecidas no livro didático que haviam observado. Também condicionaram a taxa de variação à representação gráfica. Reta crescente ou decrescente.

Neste sentido o aluno P explicitou: *"Entendi, quando a taxa de variação for sempre igual, (constante), o gráfico será uma reta"*. E o aluno L complementou: *"E tem mais, se os dados apresentarem um comportamento decrescente à taxa de variação será negativa e o gráfico uma reta decrescente, como neste caso. Logo, se a taxa for positiva, fica tudo ao contrário"*.

Os alunos perceberam a relação existente entre os parâmetros e o conceito de taxa de variação foi introduzido de forma natural. Deixei claro que estávamos apenas "espiando" esta área que teria outros encaminhamentos, mas que neste momento de estudo não se fazia necessária a sua exploração. Entretanto, o conceito básico estava formalizado.

Aula 9 – Finalização do Estudo da Função do Primeiro Grau

Esta aula pretendeu finalizar o estudo da função do 1º grau. Para tanto, propus uma análise e discussão dos dados. Solicitando que escrevessem um relato sobre as principais característica evidenciadas até então.

De forma resumida os relatos apresentaram as seguintes considerações: verificou-se que depois de efetivados os cálculos, podem analisar a situação real fornecida pela tabela referente à coleta de dados da referida pesquisa, ao identificar e significar todos os parâmetros estudados. Assim, temos a função $y=-1{,}2x+30$, em que *y* é a altura da leira e *x* é o tempo de decomposição. Temos o coeficiente angular *a* com valor igual a $-1{,}2$ indicando que a taxa de variação foi sempre a mesma mostrando que a compostagem feita pelos resíduos mais palha, apresentou um comportamento uniforme.

Então, provoquei mais uma análise, com o seguinte questionamento: "*Podemos considerar a função indefinidamente?"* Alguns alunos apenas ficaram observando, pois perceberam que não poderia ser assim. Logo o aluno C, disse: *"É um absurdo!"* Acompanhado do colega I, que até então não havia se manifestado, mas estava atento a tudo: *"Ela parou de se decompor"*. O aluno A também fez sua intervenção: *"Se considerarmos apenas a função, a altura da leira começará a diminuir indefinidamente a partir da 15ª semana, o que é um absurdo, pois a altura da leira estacionou"*. O aluno G, então manifestou sua curiosidade: *"E agora, professora, o que fazemos? Como a Matemática explica isto?"*.

Deixei que todos se manifestassem, observando as distintas reações, oportunizando que todos percebessem que havia necessidade de limitar a função. Então, expliquei que era preciso dar uma limitação para a função e que para isto, fazia-se necessário indicar qual o domínio dessa função. Argumentei que quando usamos um modelo de ajuste local, deve-se observar o domínio, pois a análise só serve mediante o domínio exposto e que fora dele, não é válida.

Foi interessante observar que alguns alunos de imediato lembraram o que haviam estudado e expuseram aos colegas qual grandeza expressava o domínio *x* e qual expressava a imagem *y*. Perceberam que a imagem era conseqüência do domínio. Assim, apenas precisei inserir a linguagem matemática correta. E logo, chegaram na conclusão, expressando as respostas do seguinte modo:

$D(x) = \{ x \in R \mid 0 \leq x \leq 15\}$

$Im = \{ y \in R \mid 12 \leq y \leq 30\}$

Após esta análise, finalizamos o estudo da função do 1º grau. No entanto, encerrei a aula instigando-os a observarem o comportamento da outra leira, composta de material fibroso.

Concluí esta etapa com a visão de que todos os cálculos matemáticos envolvidos no projeto passaram a ter uma expressão da realidade inerente ao aluno, tornando o estudo mais interessante. O que se contempla nas palavras de Skovsmose (2007, p. 96): "Dessa forma, eles experienciaram o que podem significar ações baseadas em Matemática e perceberam a importância da reflexão".

4.2.3 Explorando a Função do Segundo Grau

Vencidos os cálculos inerentes à função do 1º grau, agora iniciamos o estudo sobre o comportamento de um modelo composto por outra leira, aquela composta de material fibroso e que sugere uma função do 2º grau. Para esta análise, também precisamos de conceitos e cálculos matemáticos específicos. Da mesma forma que a anterior, vamos reconhecer esses conhecimentos matemáticos, primeiramente através de pesquisa e em seguida explorando-os em sala de aula para o entendimento de todo o grupo.

Esta segunda etapa torna-se mais fácil após a exploração anterior devido à interação dos alunos com o projeto e assim o estudo da função do 2º grau se desenvolve numa dinâmica peculiar.

Aula 10 – Caracterizando a Função do Segundo Grau

Após um primeiro contato com um modelo matemático referente à leira composta com material fibroso e identificando-a como não linear, adaptando-se a uma função quadrática, conforme apresentada pelo programa *Excel,* partimos para sua exploração. Para identificarmos os parâmetros desta função expus aos alunos a necessidade de fazer um estudo sobre a função quadrática. Para vencer esta etapa, novamente fizemos uso de atividades relacionadas à Matemática pura e a semi-realidade em consonância com os ambientes de aprendizagem tipo (1) e (3) apresentados por Skovsmose (2008).

Iniciei por uma aula expositiva, em que apresentei as principais características da função quadrática, bem como, o modelo que expressa a função $y = ax^2 + bx + c$ e os respectivos significados dos parâmetros a, b e c. Na seqüência os alunos resolveram exercícios propostos em livros didáticos, com o intuito de se apropriar das características apresentadas.

De imediato, iniciaram alguns questionamentos, inerentes ao paradigma do exercício. *"Professora, mas se..."*. E novamente, expliquei que essas atividades eram necessárias para que eles pudessem se apropriar das regras pertinentes à função quadrática e que, da forma, como os exercícios se apresentavam, não viabilizavam discussões. No entanto, justifiquei a importância da apropriação das regras para que, na próxima aula, pudéssemos retomar o projeto.

Aula 11 - Refazendo os passos do Programa *Excel*

Nesta aula retomamos a figura 9, em que foi apresentada pelo programa *Excel* a figura que relaciona os dados referentes à leira composta de material fibroso, bem como a sua respectiva função. Expliquei que da mesma forma que trabalhamos com a função do 1º grau, poderíamos desenvolver a função do 2º grau. Novamente procurei motivá-los para o aceite do convite. Instigando-os à investigação.

Após observarem a figura 9, agora com olhar na curva parabólica, alguns alunos se manifestaram sobre o coeficiente de determinação. Observaram que este era menor que 1, e de imediato já relacionaram essa distinção. Aluno A: "*Bem, se eu entendi, essa diferença se dá porque a curva não passa em todos os pontos, se olharmos bem são quase iguais, mas não* *exatamente*”. Aluno G: “*Professora, já podemos verificar esse valor? Podemos usar a mesma fórmula do coeficiente de determinação?*”. Percebendo que estavam motivamos e interessados por esta verificação sugeri que testassem, lembrando que os passos a serem seguidos eram os mesmos. Achei interessante esta intervenção, e deixei que os alunos conduzissem a investigação conforme as necessidades que foram surgindo. Verifiquei através da observação que dominavam bem os conceitos trabalhados até aqui, assimilando de forma natural a importância do coeficiente de determinação, bem como, a relevância deste estudo.

Após fazerem todos os cálculos inerentes ao coeficiente de determinação e verificar os resultados com o apresentado pelo programa *Excel,* sentiram-se à vontade para continuar desvelando o que estava por trás das fórmulas matemáticas e iniciaram questionamentos sobre a função quadrática. Agora estavam prontos para decifrar a função quadrática.

Para tanto, mencionei a possibilidade de obter a parábola pelo método dos mínimos quadrados. Após esta explanação, logo ouvi algumas manifestações do tipo: *“Professora, que nome esquisito, só pelo nome parece ser muito difícil”* (Aluno I). E outra: “*Não tem uns exercícios para fazermos? Não é fácil ficar pesquisando tudo*” (Aluno D). Percebi algumas resistências, identificando principalmente um apelo ao paradigma do exercício.

Notadamente os alunos estão acostumados, ou até mesmo, parafraseando Skovsmose, estão domesticados, e desejam ficar resolvendo exercícios, nos quais, induzem a uma única resposta correta e apenas um caminho a ser seguido. Conforme Skovsmose (2008, p. 31), “O exercício é parte do que define a tradição da Matemática escolar”, e neste sentido, percebo à Matemática atrelada à estrutura tradicional, de forma a desfavorecer a comunicação entre professor e alunos. No entanto, também aposto em possibilidades educacionais que possam instigar reflexões sobre a prática pedagógica, respaldada pelas palavras de Skovsmose (2008, p. 32) quando se refere: “É importante que alunos e professores, juntos, achem seus percursos entre os diferentes ambientes de aprendizagem”. Mais adiante, o autor, afirma: “(...) a rota entre diferentes ambientes pode ajudar a atribuir novos significados para as atividades dos alunos”. (ibid, p. 33)

Procurando envolvê-los com esta proposta, distinta do paradigma do exercício, continuei instigando a busca pelos conceitos ainda desconhecidos. Então o próximo passo foi pesquisar sobre a parábola obtida através do método dos mínimos quadrados. Embuídos de bibliografia foram à biblioteca, com o objetivo de desvelar os conceitos e regras que envolvem essa fórmula. É importante salientar que não fiz demonstrações da fórmula, o objetivo aqui, foi apenas reconhecer sua simbologia e entender sua aplicação.

Após o reconhecimento da referida fórmula e sabendo que a parábola é definida pela função: $y = ax^2 + bx + c$, procuramos encontrar os valores de *a*, *b* e *c* através da parábola dos mínimos quadrados, conforme fórmula abaixo:

$$y = ax^2 + bx + c \text{ , em que: } \begin{cases} a\sum x^4 + b\sum x^3 + c\sum x^2 = \sum x^2 y \\ a\sum x^3 + b\sum x^2 + c\sum x = \sum xy \\ a\sum x^2 + b\sum x + cn = \sum y \end{cases}$$

Neste momento os alunos já reconheceram o símbolo Σ como o de somatória e questionaram sobre a quantidade de índices apresentados na fórmula.

Expliquei que a idéia básica era procurar descobrir quais são os valores dos coeficientes *a*, *b* e *c*, de tal modo que a soma dos quadrados das distâncias (tomadas na vertical) da referida curva, a cada um dos pontos dados seja a menor possível. E que, para tanto, é preciso calcular os somatórios para compor o sistema de três equações.

Aula 12 – Função do Segundo Grau e o Método dos Mínimos Quadrados

Esta aula foi realizada no laboratório de informática, com o intuito de facilitar o preenchimento da tabela, usando para tanto, o programa *Excel,* a maioria dos alunos dominavam bem este programa, o que facilitou o andamento da aula. Percebi que aqueles que tinham dúvidas puderam aprender com os colegas. Assim, além do conhecimento matemático, estavam aprimorando o conhecimento tecnológico.

Após reconhecerem toda a simbologia da fórmula, os alunos partiram para o preenchimento da figura, com o intuito de encontrar os valores facilmente.

(n)	*x(semanas)*	*y(altura leiras)*	*x²*	*x³*	*x⁴*	*xy*	*x²y*
1	0	30	0	0	0	0	0
2	1	27,6	1	1	1	27,6	27,6
3	2	24	4	8	16	48	96
4	3	22,8	9	27	81	68,4	205,2
5	4	20,4	16	64	256	81,6	326,4
6	5	18	25	125	625	90	450
7	6	16,8	36	216	1296	100,8	604,8
8	7	15	49	343	2401	105	735
9	8	14,1	64	512	4096	112,8	902,4
10	9	13,4	81	729	6561	120,6	1085,4

11	10	12,9	100	1000	10000	129	1290
12	11	12,2	121	1331	14641	134,2	1476,2
13	12	11	144	1728	20736	132	1584
14	13	11	169	2197	28561	143	1859
15	14	11	196	2744	38416	154	2156
16	15	11	225	3375	50625	165	2475
Somatória	120	271,2	1240	14400	178312	1612	15273

Figura 12: Quadro auxiliar para cálculo do ajuste de curva.

Considerando o sistema para obtenção da parábola pelos métodos dos mínimos quadrados e substituindo os valores da tabela, os alunos chegaram ao seguinte sistema de equações. [9]

$$\begin{cases} 178312a + 14400b + 1240c = 15273 \\ 14400a + 1240b + 120c = 1612 \\ 1240a + 120b + 16c = 271{,}2 \end{cases}$$

Então, voltei a questionar sobre as grandezas em estudo. Após algumas considerações perceberam que *x* corresponde ao período semanal e *y* a altura (cm) da leira.

Para calcular os valores de *a*, *b* e *c*, foi utilizada a Regra de Cramer, já explicitada na etapa anterior. Por sua vez, por se tratar de matrizes de terceira ordem utilizamos na resolução dos determinantes a Regra de Sarrus. Para tanto, foi preciso um momento de aula expositiva, em que apresentei as características e regras inerentes às regras utilizadas.

Esta etapa do estudo foi muito interessante, percebi que os alunos assimilaram os conceitos de matrizes e determinantes de forma natural, entendendo seus conceitos e suas aplicações. Entretanto, apareceram muitas manifestações a respeito do tamanho das matrizes, e a dificuldade de trabalharem com números grandes. Tiveram dificuldades em realizar os cálculos, pois estavam acostumados a números relativamente pequenos e sempre inteiros. Esta etapa foi peculiar no sentido de discutirmos as relações numéricas representativas da realidade. Após discussões perceberam que os exercícios do livro didático, geralmente, apresentam números previamente organizados e, portanto, os exercícios apresentam números inteiros, quadrados perfeitos, fáceis de serem calculados, o que fugiu da realidade instaurada pelos números referentes às leiras. Foi mais um desafio a ser vencido.

Na seqüência, utilizando a Regra de Cramer, solicitei que cada grupo procurasse encontramos o valor dos coeficientes. Iniciaram os cálculos, porém, com o tempo escasso, a

[9] Saliento que neste estudo os cálculos foram efetivados através dos determinantes, no entanto, os sistemas lineares poderiam ser resolvidos pelo método do escalonamento.

atividade ficou para ser finalizada no período extraclasse com o objetivo de trazê-la pronta para a próxima aula.

Aula 13 – Finalização dos Cálculos

Ao iniciar esta aula, os grupos apresentaram seus resultados. Constatamos que alguns grupos não atingiram o objetivo, ou seja, não conseguiram chegar nos valores dos parâmetros, conforme o que o programa *Excel* havia apresentado. Alegaram que fizeram muitas vezes os cálculos, mas que não deram conta de finalizar. Mais uma vez, se instaurou a discussão a respeito do tipo dos números apresentados. Então sugeri que os grupos conversassem entre si, e que tirassem suas dúvidas. Fiquei apenas observando as reações. Percebi que se manifestavam favoravelmente, e que conseguiam definir em quais passos haviam cometido alguma falha.

Após alguns minutos apresentei os cálculos para toda turma, procurando evidenciar todos os passos. Conforme segue.

$$a = \frac{D_a}{D}, \quad b = \frac{D_b}{D} \text{ e } c = \frac{D_c}{D}$$

Cálculo do determinante da matriz principal:

$$\begin{vmatrix} 178312 & 14400 & 1240 \\ 14400 & 1240 & 120 \\ 1240 & 120 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 178312 & 14400 & 1240 & 178312 & 1240 \\ 14400 & 1240 & 120 & 14400 & 1240 \\ 1240 & 120 & 16 & 1240 & 120 \end{vmatrix}$$

Cálculo do determinante das demais matrizes e da regra de Cramer

$$D_a = \begin{vmatrix} 15273 & 14400 & 1240 \\ 1612 & 1240 & 120 \\ 271{,}2 & 120 & 16 \end{vmatrix} = 3182400 \qquad a = \frac{D_a}{D} = 0{,}1024$$

$$D_b = \begin{vmatrix} 178312 & 15273 & 1240 \\ 14400 & 1612 & 120 \\ 1240 & 271{,}2 & 16 \end{vmatrix} = -86303424 \qquad b = \frac{D_b}{D} = -2{,}7774$$

$$D_c = \begin{vmatrix} 178312 & 14400 & 15273 \\ 14400 & 1240 & 1612 \\ 1240 & 120 & 271{,}2 \end{vmatrix} = 3542916 \qquad c = \frac{D_c}{D} = 29{,}843$$

Com a explanação dos cálculos e seus respectivos resultados, iniciei uma série de perguntas, visando instigar a interpretação e compreensão do que estavam fazendo. Questionamentos semelhantes a: *"O que significam esses valores para a, b e c? O que representa na prática cada um deles? Como estão dispostos na função?"*.

Logo, alguns alunos se propuseram a responder e a apresentar novas indagações: *"São os parâmetros da função"* (Aluno D). *"O parâmetro a, desta função também é a taxa de variação?"* (Aluno L). *"Professora, ainda não entendi qual o papel de cada parâmetro"* (Aluno K). *"Dá para ver que a taxa de variação não é mais constante, então como defini-la?"* (Aluno M).

Identificando os valores reais e definida a função quadrática, com seus respectivos parâmetros, ainda permaneciam muitas dúvidas, então, propus uma interpretação dos dados. Para tanto, se fez necessário relacionar o estudo mais específico das características e regras que envolviam a respectiva função, da mesma forma que realizado no estudo da função de 1º grau, também sugeri que procurassem relacionar as atividades desenvolvidas com a exploração em ambientes de aprendizagem com referência à matemática pura e à semi-realidade, voltando-se temporariamente ao paradigma do exercício. Então, resolvemos alguns exercícios que envolviam função quadrática, com o intuito de observar as regras estabelecidas e assimilar as principais características inerentes a essa função.

Aula 14 – Conclusão das Atividades

Feitas todas as investigações inerentes à proposta, convidei-os a concluir a atividade, instaurando um relato sobre as principais características.

Iniciei o relato visando propiciar um ambiente de considerações: *"Após discussões e expostos os cálculos, podemos observar que a função matemática que melhor se adapta a essa curva é dada por* $y = 0{,}1024x^2 - 2{,}7774x + 29{,}843$*"*. Então, fui apresentando alguns questionamentos que não demoraram a serem respondidos.

Questionamentos e suas respectivas respostas do tipo: *"O que as grandezas x e y estão expressando?"*. (Aluno C): *"Se percebe desde o início que y expressa a altura do composto em função do tempo x que são as semanas de decomposição"*. O aluno B complementou: *"Vejam, a função é a mesma que a anterior conseguida com o Microsoft Excel"*. E ainda, ressaltado pelo aluno I: *"Que legal, esta atividade foi interessante, saber como o computador fez os cálculos"*.

Com esta última fala, percebi que novamente, estar decifrando os dados apresentados pelo computador foi um grande motivador, ressaltando a importância do convite e a instauração da curiosidade. Como eles já tinham os resultados, o convite foi encaminhado justamente neste enfoque. Averiguar os resultados apresentados pelo programa Excel, comparando com a realidade apresentada pelos dados coletados.

Continuei com mais indagações, instigando a análise de todo o processo: Observando os cálculos e seus respectivos resultados o que podemos perceber em relação ao comportamento das duas leiras? O aluno A, com o auxílio de outros colegas elaborou a resposta: *"Percebemos que o composto feito com apenas material fibroso teve um decréscimo não linear, ou seja, a leira baixou medidas diferenciadas a cada semana, enquanto que as leiras formadas a partir de palha mais resíduos, baixaram gradativamente 1,2 cm por semana"*.

Então, prossegui: *"Conforme análise apresentada pelos alunos, o que podemos afirmar referente aos coeficientes da função?"* Para formular esta resposta os alunos compararam as características da função quadrática, estudadas na aula 12 com o comportamento estabelecido pelas leiras. Após algumas considerações concluíram que:

Coeficiente a: indica que a parábola tem a concavidade voltada para cima, pois seu resultado é positivo. E quanto maior for o resultado, mais fechada será a parábola.

Coeficiente b: indica que quando a parábola intercepta o eixo *y* está decrescendo, pois o seu valor é negativo. Na prática, isto quer dizer que desde o início, houve diminuição na altura das leiras.

Coeficiente c (linear): indica que no momento em que o valor de $x = 0$, o valor de $y = 29{,}843$. Quer dizer que esse valor corresponde à altura inicial da leira, aproximadamente 30 cm.

Esta análise chamou a atenção da maioria dos alunos, que se manifestaram favoravelmente à atividade. Percebi isto, em algumas falas do tipo: *"Puxa! Agora entendi o que realmente estávamos calculando".(*Aluno G). Ou do tipo: *"Interessante, desta forma, a gente entende o que significam todas essas letrinhas que formam a função"*. (Aluno D)

Em continuidade, fui organizando alguns dados, com o intuito de instigar outras interpretações. Sabemos que a leira possuía inicialmente 30 cm e apresentava taxa de variação não uniforme. Essa taxa dependia da quantidade de tempo que a leira fibrosa permanecia em compostagem. Assim, a variação da altura que a leira sofreu na primeira semana não foi à mesma variação ocorrida na 8ª semana, por exemplo. Indaguei: *"Vocês concordam? Por quê?"* O aluno C, de imediato se manifestou: *"Professora basta olharmos para o gráfico, ele é decrescente, ou seja, a leira está se decompondo. Logo, está diminuindo de tamanho*". Os demais colegas concordaram com a fala.

O aluno A continuou a análise dizendo: *"De acordo com os dados coletados se percebe que houve decomposição dos resíduos até a 13ª semana*". Aproveitei e solicitei que observassem como poderíamos encontrar esse período. Ficaram em dúvidas. Então sugeri que voltassem a observar as características da função quadrática e que observassem do que se tratava. Após algumas discussões o Aluno D ponderou: *"Pode ser reafirmado, utilizando o* x_v *(vértice da parábola), pois é o ponto mínimo de decomposição"*.

Fizeram os cálculos, para constatar o que o Aluno D estava afirmando.

$$x_v = \frac{-b}{2a} \text{, então} \quad x_v = \frac{-(-2{,}7774)}{2(0{,}1024)} = 13{,}56 \text{ semanas}$$

O aluno E que até então se mantinha na observação, fez uma ponderação importante que instigou os colegas a refletirem sobre o comportamento da leira. *"Se considerarmos apenas a função, a altura da leira começará a aumentar a partir da 13ª semana, o que é um absurdo"*. Seguido por outros colegas: *"Como pode? Então a função não é real. Não podemos usá-la"*. Deixei que discutissem e sugeri que pensassem em como resolver tal situação.

Demorou, mas concluíram que era necessário indicar qual o domínio dessa função e como conseqüência obtiveram a imagem, indicando a limitação imposta pela realidade vinculada à leira.

$D(x) = \{ x \in R | \; 0 \leq x \leq 13\}$

$Im = \{ y \in R | \; 11 \leq y \leq 30\}$

Para concluir a investigação, propus que explorassem os dados referentes à variação da altura.

Na seguinte tabela, apresentaram este estudo em que se pode verificar que o composto de material fibroso foi aos poucos diminuindo a variação da altura até se estabilizar. Esta variação da altura foi realizada com base na função do modelo constituído pelo programa *Excel*, e averiguado através do ajuste parabólico.

Tempo (semana)	Variação da altura (cm)
0	$-2,7774$
1	$-2,5726$
2	$-2,3678$
3	$-2,163$
4	$-1,9582$
5	$-1,7534$
6	$-1,5486$
7	$-1,3438$
8	$-1,135$
9	$-0,9342$
10	$-0,7294$
11	$-0,5246$
12	$-0,3198$
13	$0,115$

Tabela 02: Variação da altura de acordo com modelo polinomial

Observando a tabela perceberam que a taxa de variação não era constante, o que já tinham evidenciado pela representação da curva parabólica, podendo desta maneira distinguir a função de 1° e 2° graus.

4.4 Considerações sobre o Roteiro de Aprendizagem

Ao acreditar numa Educação Matemática Crítica, também oportunizei discussões referentes à relevância deste estudo. Na necessidade de explorarmos o comportamento das leiras, visando a um estudo de cunho ambiental, em que reflexões nessa área são muito importantes e que propostas desse tipo são válidas e que a matemática tem papel essencial em discussões no âmbito social. Saliento a importância de olharmos o contexto e dele nos apropriarmos com vista a reflexões de modo a instigar a tomada de decisões perante as necessidades instauradas no processo.

Finalizando o roteiro de aprendizagem, confirmo que foi constituído num cenário para investigação, chamo assim, por constatar que os alunos aceitaram o convite e se dedicaram em resolver e organizar as atividades propostas em conjunto através de diálogos e que a comunicação ativa entre professor e alunos e entre alunos foi importante para estabelecer reflexões.

O desafio foi aceito e confirmo a relevância de se desenvolver os conteúdos matemáticos neste paradigma de investigação, não priorizando o paradigma do exercício. Ficou evidente a necessidade de trabalhar com referência a matemática pura e a semi-realidade, no entanto, de forma a suprir necessidades de constituir regras e características que precisaram ser evidenciadas. Esta necessidade foi gerada a partir de uma investigação, o que tornou plausível seu estudo e não descaracterizou o cenário para investigação.

Coaduno com Skovsmose (2001, p. 52) ao se referir: “Os estudantes devem ter a possibilidade de moldar o processo educacional para que não se tornem adaptados a rituais inquestionáveis da educação matemática”. É essencial propiciarmos discussões inerentes à realidade para se obter conhecimento, e fazê-las num contexto social.

Ao longo do processo algumas limitações foram impostas, algumas superadas e outras instituídas como desafios. O próximo capítulo destina-se a explanação e discussão destas limitações, bem como, algumas provocações no que tange os papéis dos sujeitos que se inserem neste contexto.

5 LIMITAÇÕES E REFLEXÕES

Neste momento, faz-se necessário explicitar algumas análises e questionamentos que fiz ao observar os comportamentos de alunos e do professor, mediante a realidade instaurada. Percebo estas limitações vinculadas a três ícones, que observei ao longo do processo. Primeiramente as atitudes do professor ao tentar buscar uma nova possibilidade educacional, em seguida o currículo que geralmente se apresenta estático e distribuído em séries e como conseqüência a resistência dos alunos perante as mudanças de uma nova proposta. Para esta última trago algumas falas dos alunos que fomentam as necessidades e dificuldades que se relacionam com a proposta.

5.1 O Professor – Atitudes X Teorias

> O método didático necessário é aquele capaz de fazer o aluno ler criticamente a prática social na qual vive. Esse processo não se realiza individualmente, nem mesmo numa relação a dois entre professor e aluno. É um processo coletivo pelo qual um grupo de pessoas se defronta com o conhecimento (herança e porvir), e no qual não se perde a perspectiva individual. (WACHOWICZ, 1991, p. 15)

Ao se observar as atitudes de muitos professores, pode-se perceber que os métodos de ação aparecem em detrimento dos discursos, em que a teoria e a prática se estabelecem de modo distintos. A certeza de que o que se faz e como se faz no ensino têm muito mais importância do que o que se diz. Assim, as posturas e atitudes dos professores perante os alunos são muito relevantes. De nada adianta um belo discurso, embasado em teorias modernas, se as atitudes falam numa outra linguagem. As posturas e atitudes deveriam estar condicionadas aos discursos proferidos. Enquanto formadores de sujeitos transformadores o professor representa muito mais para o aluno do que os conteúdos programáticos. As atitudes estão a todo instante sendo avaliadas e muitas vezes copiadas, justificando a relevância da consonância entre posturas e teorias, discursos e atitudes.

Para Wachowicz (1991, p. 75), “De todos os profissionais de ensino, é o professor aquele que mais de perto se identifica à classe trabalhadora, ou melhor, aquele que na relação de produção exerce o papel de força de trabalho”.

Isto posto, é ele quem pode melhor delinear o método didático a ser seguido, porque sente e sabe o que é necessário para sua classe social, e quais as formas de efetivamente socializar o saber, embora sua autonomia seja relativa. Assim, o que se almeja de um professor é que ele sinta e saiba a prática social na qual vive e que detenha o saber fazer com os conteúdos para que se cumpra uma educação transformadora.

Para tanto, o professor deve enfrentar outro impasse que se refere ao entendimento de que quaisquer técnicas utilizadas para dar vida ao ensino demandam mais tempo para a aprendizagem, o que prejudicaria a velocidade em que o conteúdo é dado. Assim, o controle que a administração do sistema exerce sobre o conteúdo interfere também sobre a forma, ou método didático. Com programas extensos a cumprir, numa seqüência determinada pela escola ou pelo livro adotado, a maioria dos professores limita-se a executar tarefas burocráticas que lhe são impostas pelo planejamento e adotar a metodologia mais simples possível: falar, enquanto o aluno escuta. Pouca carga horária para a disciplina de matemática, distribuídas numa matriz com muitas outras disciplinas, reprime a dimensão didática do professor, muitas vezes, obrigado a seguir manuais ou livros didáticos que fogem da postura social e crítica da realidade.

No entanto, mesmo em meio a tantos percalços para cumprir as possibilidades de uma pedagogia transformadora, é preciso vivificar o ensino. O grande problema está em que cada sala de aula se transforme para o trabalho do ensino, vinculado à realidade. Para tanto, a condição mais fundamental é a ação do professor, senhor de seu meio de trabalho que é o método didático: a dialética na sala de aula não se efetiva sem o professor.

A escolha do método didático cabe ao professor, é ele quem define os instrumentos e meios de trabalho, muitas vezes divergentes da filosofia e da organização curricular da instituição. Isso ocorre porque a organização institucional permanece num plano formal, enquanto que a realidade da sala de aula exige uma concretização.

Trabalhar na sala de aula com possibilidades educacionais que instiguem o aluno a refletir sobre questões da realidade, sejam elas sociais, ambientais ou de cidadania, é um desafio para o professor. Entretanto, diante das estruturas apresentadas não há como negar que o professor, via de regra, está preocupado com o conteúdo curricular e que alterações dessa proposta de ensino podem significar atrasos em seu cronograma. Mesmo assim, ele pode aproveitar os momentos propiciados por tópicos do programa para gerar, na sala de aula, ambientes adequados para tais reflexões.

A estrutura tradicional limita o professor que mantém seu olhar exclusivamente na matemática e deixa de considerar outras possibilidades educacionais que podem contribuir tanto para o crescimento intelectual do aluno como para a sua formação crítica enquanto cidadão presente em uma sociedade altamente tecnológica, globalizada e com predominante presença da matemática.

A partir do exposto acima, passei a analisar minhas posturas e atitudes mediante a possibilidade educacional instaurada. Dentre as possibilidades, enfatizo as de ações reflexivas diretamente relacionadas com o meu objeto de estudo, possibilitadas pelo trabalho investigativo inerente à aplicação de situações reais envolvendo reflexões que permeiam os campos: políticos, sociais, econômicos, ambientais, etc, presentes nesse material oriundo do Projeto de Iniciação Científica e estabelecidas através de cenários para investigação.

Quando o professor assume a postura de trabalhar com cenários para investigação, abre novas possibilidades de reflexão, sendo estas muito importantes para a Educação Matemática Crítica. (SKOVSMOSE, 2008)

Entretanto, ao desenvolver esta proposta, saí da zona de conforto, onde previamente conseguia prever as atitudes e todas as situações da sala de aula garantidas pela tradição e pelas rotinas educacionais. Passei então, a trabalhar numa zona de risco[10], devendo estar sempre pronta para enfrentar perguntas que de imediato podiam não ser facilmente respondidas. Assim, enquanto professora, deixei o patamar do saber supremo, detentora do conhecimento e passei a assumir o papel de pesquisadora ao lado dos alunos. Da mesma forma, encontrei algumas limitações ao procurar trabalhar com projetos vinculados à realidade e oriundos de pesquisas realizadas por outros alunos. De certo, para fazer uso desta abordagem o professor entra na zona de risco, estando sujeito a questionamentos não previstos no seu planejamento e também pode deparar-se com algumas limitações de tempo e de materiais disponíveis. Ao trabalhar na zona de risco, potencializei mudanças e provoquei inquietações de modo a impulsionar o desenvolvimento do aluno e também o meu, enquanto professora.

Coaduno com Skovsmose (2008, p. 37) quando se refere a que: “Qualquer cenário para investigação coloca desafios para o professor. A solução não é voltar para a zona de conforto do paradigma do exercício, mas ser hábil para atuar no novo ambiente”. Para o autor, a incerteza não deve ser eliminada, no entanto, enfrentá-la tornou-se um desafio ao sair da zona de conforto.

---

[10] A noção de zona de risco foi introduzida por Penteado (2004), e citada por Skovsmose (2008) quando se refere à atitude do professor ao explorar as possibilidades educacionais que estão associadas à zona de risco, levando em consideração que o movimento entre os diferentes ambientes possíveis de aprendizagem e a ênfase especial no cenário para investigação causarão um grau elevado de incertezas.

Assim, ao aceitar enfrentar os desafios apresentados ao decidir trabalhar com a Educação Matemática Crítica, precisei me preparar, não bastando apenas assumir o papel de mediadora e colocar-me no mesmo nível de conhecimento dos alunos. Foi imprescindível possuir muito conhecimento na área de atuação e estar disposta a pesquisar e interagir com as demais áreas do conhecimento. Foi preciso saber interferir e não dar respostas prontas. O domínio do assunto foi essencial para elaborar novas perguntas sobre as que os alunos traziam. Ao responder a pergunta com uma nova indagação, porém pertinente à primeira, procurei motivá-lo à investigação, de modo a instigar a reflexão sobre o contexto apresentado. Todas as atitudes estiveram em consonância com as reflexões de Skovsmose (2001, p. 55), quanto ao conceito de matemática em ação, ao mostrar que "... a matemática pode ser um elemento importante em uma variedade de situações e de práticas".

Algumas limitações foram se apresentando e a proposta foi sendo ajustada mediante as necessidades. Um grande limitador, para desenvolver esta proposta foi a carga horária. Com duas aulas semanais, sendo de 50 minutos cada, identifiquei que era tempo insuficiente para maiores discussões, o que geralmente, vinculava a tarefas extraclasse. Outro impasse: os alunos desta escola fazem dois cursos concomitantemente, perfazendo oito horas de aula diariamente e uma matriz com 16 disciplinas distintas, o que acarreta muitas atividades extras.

Outra limitação que percebi para desenvolver tal atividade foi a necessidade de instrumentos tecnológicos, que nem sempre estavam disponíveis quando necessários. Neste caso, podem vir a ser um impossibilitador do uso desta abordagem, pois, se sabe que há muitas escolas não equipadas com essa tecnologia e que possam estar disponíveis para o professor. Em alguns momentos mudei as estratégias de aula, em função dessa impossibilidade. Não por falta dos computadores, pois nesta escola temos dois laboratórios de informática, mas por falta de horários disponíveis, ou seja, no horário de minhas aulas, muitas vezes os laboratórios de informática já estavam ocupados com aulas fixas, que não permitiam negociações para trocas eventuais. Então, a opção foi trabalhar na sala de aula com o auxílio de um *data show* para expor as tabelas e quadros com os dados referentes ao trabalho. Para que a aula não voltasse a ser expositiva, instiguei que os alunos assumissem o comando, de maneira a propiciar que os caminhos fossem dirigidos pelos alunos. Enquanto um aluno estava à frente do computador, os demais discutiam e sugeriam as próximas etapas do trabalho.

Também é importante levar em consideração que neste caso é preciso que o professor esteja preparado. Foi essencial conhecer o material tecnológico e ter domínio sobre o mesmo. Para tanto, foi preciso ter tempo disponível para me preparar. Aqui percebi outro impasse quanto à realidade da maioria dos professores. Quando o professor tem os instrumentos necessários, muitas vezes não tem tempo disponível para preparar uma aula diferente, recaindo ao formalismo tradicional, usando os métodos que tem domínio. A esse respeito Skovsmose (2008, p. 35) interpela:

> Os computadores na educação matemática têm ajudado a estabelecer novos cenários para investigação (embora alguns programas fechados tentem eliminar incertezas, ajustando as atividades ao paradigma do exercício). O computador desafiará a autoridade do professor (tradicional) de matemática.

O currículo e a resistência dos alunos, também se apresentaram como limitações. Pela relevância desses focos, reservei espaços distintos para melhor discuti-los e os apresento na seqüência desta reflexão.

Mediante ao exposto, penso ser imprescindível que o professor esteja em constante formação, que não se deixe vencer pela rotina e que assuma o desafio de buscar novos conhecimentos, sejam eles de natureza acadêmica ou mais práticos. Para tanto, a reflexão sobre sua prática e seu desenvolvimento profissional deve ser inerente ao seu cotidiano.

Sobre o desenvolvimento profissional e reflexão Perez (2005, p. 252) interpela:

> A reflexão é vista como um processo em que o professor analisa sua prática, compila dados, descreve situações, elabora teorias, implementa e avalia projetos e partilha suas idéias com colegas e alunos, estimulando discussões em grupo.
>
> Para isso, o professor precisa ter ausência de preconceitos e disposição para aceitar e implementar novas idéias, ter atitudes de responsabilidade baseadas em princípios éticos e ter entusiasmo e coragem para adotar atitudes novas.

A condição necessária para adotar a proposta educacional instaurada nesta pesquisa ao constituir um cenário para investigação a partir da Transposição Didática Reflexiva com o intuito de vivificar as aulas de matemática e visando uma Educação Matemática Crítica no ensino foi ter audácia. Um grande desejo de mudar a minha prática e disposição de buscar novos conhecimentos, uma vez que essa proposta foge do formalismo tradicional e coloca desafios para o professor. Acredito que a necessidade de diversificar as atividades deve ser alvo de reflexão crítica, para que não se torne um regime disciplinador da sociedade.

5.2 Currículo Escolar

Outra limitação que se apresentou foi quanto o currículo escolar[11], no qual os conteúdos vêm selecionados e agrupados sistematicamente sem estarem interligados uns aos outros. Geralmente se trabalha com conteúdos programáticos dispostos em “gavetas” que se apresentam na forma de capítulos do livro didático, onde é possível abrir e fechar a cada novo conteúdo a ser trabalhado. Os conteúdos são trabalhados isolados, quando na verdade há muitas sobreposições, onde se desenvolve o mesmo assunto, apenas sob pontos de vistas diferentes. Acredito que se houver um planejamento quanto à distribuição dos conteúdos, que estes estivessem interligados, os alunos compreenderiam com maior facilidade os seus comportamentos.

Ao desenvolver a possibilidade educacional proposta nesta dissertação, facilmente pode-se fazer conexão entre vários conteúdos matemáticos, se desvinculando de um currículo programático. Houve interação de conteúdos e ficou explícita a necessidade de uma flexibilização curricular para que pudesse ser aplicada. Algumas articulações foram acontecendo e como serei professora dessa turma até o final do curso, tive a liberdade de desenvolver os conteúdos sem estar seguindo uma ordem sistemática. Os conteúdos foram explorados conforme a necessidade do contexto, estabelecendo dessa forma, uma estreita relação entre eles. Notei que se tornou muito mais interessante esse tipo de integração dos assuntos, em que um é necessário para justificar o outro. Na maioria das vezes o aluno fica esperando para quando chegar na outra série conseguir entender o porquê de determinadas regras que utilizou. Entendo esta relação como um indício de limitação curricular.

Nesta estruturação houve a necessidade de alguns questionamentos ao organizar uma possibilidade educacional instaurada no currículo. Questionamentos do tipo: Qual o engajamento social deste conteúdo? Que reflexões ele proporciona aos alunos? Que tipo de educação está sendo privilegiada ao se trabalhar desta forma? Está se proporcionando discussões inerentes à realidade? Que tipo de transformações está a se delinear? A educação emancipadora está acontecendo? Os conteúdos matemáticos estão sendo abordados com criticidade? Após reflexões preditas em questionamentos como estes, acredito que o trabalho se delineou de forma desafiadora e que as necessidades foram instauradas num âmbito de observações e mudanças.

[11] Currículo escolar é entendido aqui, como um conjunto de normatizações que definem os conteúdos e práticas a serem seguidos.

Assim, ao desenvolver em sala de aula o estudo através de trabalhos oriundos do Projeto de Iniciação Científica, tomei o cuidado para que a Transposição Didática fosse estabelecida de modo que os conteúdos fossem discutidos conforme a necessidade que se apresentava para a discussão dos dados. Logo que iniciamos com o estudo da função de 1º e 2º Graus além das características desses conteúdos foi necessário para fazer o ajuste de curvas a exploração de conceitos como o de sistema linear, matrizes, determinantes e regra de Cramer. Conteúdos que não estavam programados no currículo para aquele momento, mas que foram necessários para a análise dos dados.

Desta maneira, a matemática foi sendo explicitada, sem enxertos ou supressões, um conteúdo foi conduzindo a outro. As “gavetas” deixaram de existir, os conteúdos matemáticos tornaram-se necessários e interligados.

Percebo que alguns fatores ligados à dinâmica de sala de aula são de fundamental importância para a estruturação de um currículo escolar vinculado à prática cotidiana das escolas. Para discutir a forma como determinados mecanismos que operam no desenvolvimento do currículo atuam na constituição do saber escolar é preciso ampliar a compreensão dessa estruturação.

Partindo do pressuposto que o conhecimento passa por uma série de transformações para se tornar conhecimento escolar, a perspectiva de Transposição Didática torna-se essencial. A Transposição Didática é um mecanismo que possibilita essa transformação e neste sentido, ela deve ser aplicada de modo a contribuir para a exploração curricular ao estabelecer parâmetros para a realização da prática pedagógica. Dessa maneira, ao desenvolver esta proposta foi necessário um currículo que permitisse a difusão dos conteúdos, bem como reflexões inerentes ao contexto estabelecido pelo projeto. Assim o trabalho foi desenvolvido através de uma Transposição Didática Reflexiva.

Os conteúdos que se incorporam à realidade da escola têm o potencial de abordar elementos fundamentais da matemática em ação. Assim, entendo que não basta a transposição dos saberes, é preciso que seja reflexiva, de modo a representar um movimento importante na direção de uma sociedade democrática.

Em situações como essas, a preocupação com o currículo é inevitável. Afinal, ao propor as investigações, o professor tem em mente os tópicos que ele pretende explorar. Além disso, os caminhos para a problematização foram também por ele indicados. Entretanto, mesmo assumindo como objetivo a aprendizagem do conteúdo, ficam assegurados os componentes de criticidade apontados por Skovsmose (2001): competência, currículo e engajamento. Fruto do trabalho investigativo realizado e que fizeram surgir, além do próprio conhecimento matemático, descobertas, questionamentos, discussões, reflexões sobre os resultados e sobre os seus significados, e conhecimento das realidades relacionadas com as situações envolvidas.

A Educação Matemática Crítica se apresenta distintamente da educação matemática. Entretanto, é uma característica desta área reconhecer a natureza crítica da educação matemática. Neste sentido, também não há como determinar as funções da educação matemática, preditas na introdução dos parâmetros curriculares. Estas podem depender de diversas particularidades do contexto em que o currículo é aplicado. (SKOVSMOSE, 2008)

Neste viés o autor corrobora:

> Educação matemática crítica não deve ser entendida como um ramo da educação matemática. Não pode ser identificada com metodologias de sala de aula, nem pode ser constituída com base em um dado currículo. Em vez disso, vejo a educação matemática crítica muito marcada pelas preocupações que surgem da natureza critica da educação matemática. Tais preocupações estão relacionadas tanto com a pesquisa quanto com a prática. (ibid., p. 106)

Com tais considerações acredito ser necessária uma flexibilização curricular, em que cada escola possa se organizar e desenvolver os conteúdos conforme a necessidade gerada, principalmente, através de reflexões que possam provocar mudanças nas concepções da escola, enquanto espaço democrático e emancipador.

Não tive como pretensão apresentar, aqui, um estudo aprofundado sobre os currículos escolares, apenas procurei apontar algumas necessidades que se efetivaram e algumas reflexões quanto ao contexto apresentado no decorrer desta pesquisa. Dessa forma, se delineia um desafio para próximas investigações.

5.3 Resistência dos Alunos

Após identificar as limitações enquanto professora e buscar uma flexibilização no currículo, deparei-me com a resistência dos alunos perante uma nova proposta. Ao querer trabalhar com atividades com referência à realidade estabelecida numa proposta que não estava inserida no paradigma do exercício precisei primeiramente conquistar os alunos para aceitarem a mudança.

Percebi que a maioria dos alunos, ao chegarem ao Ensino Médio, estão prontos para atividades que envolvem o paradigma do exercício, foram bem moldados no ensino fundamental. Já passaram pela fase da transformação, em que os alunos deixam de ser questionadores, críticos e curiosos.

Ao observar os alunos nas primeiras séries do Ensino Básico que carregam consigo o espírito investigativo, a curiosidade é naturalmente explicitada. Mas, aos poucos essas características vão se desfazendo, até chegarem ao Ensino Médio, onde na sua maioria os alunos são submissos e as naturalizações dos conceitos são inerentes à vida escolar.

Enquanto educadora contaminada pela Educação Matemática Critica, esses fatos tornaram-se perturbadores e alguns questionamentos emergiram de forma preocupante. Questionamentos do tipo: onde se perdem tais características (curiosidade, espírito investigativo, a não naturalização) que hoje desejo no aluno? Reclamo que a maioria dos alunos não participam das aulas, no entanto, é natural do ser humano ser curioso e questionador. Então o que acontece? Em algum momento ou em alguma fase a escola faz com este se torne apenas um reprodutor. Aqui me cabe perguntar. É esse aluno que desejo? É explícito que esse tipo de aluno é um facilitador para o professor, pois tudo o que o professor falar o aluno aceita com naturalidade, como uma verdade inquestionável. O professor mantém-se na zona de conforto e permanece na comodidade do tradicionalismo.

Percebo que quando tenho um aluno que começa a perguntar “demais”, logo se sobressai perante os colegas, e acaba chamando a atenção, muitas vezes no sentido prejorativo. É o “chato” da turma, só incomoda as aulas, sempre com muitas perguntas que não tem nada a ver. Entretanto, identifico que este aluno é um dos que ainda não foi transformado em reprodutor. Seu espírito investigativo ainda prevalece, a sua curiosidade está presente em seus questionamentos.

Anterior a esta proposta educacional, esta constatação se efetivou principalmente com o aluno C, que se manifestava constantemente, sempre com novos questionamentos que sugeriam o seu descontentamento com as atividades tradicionais. Perguntas que eram constantes em suas manifestações podem ser retratadas através dessas: “Professora, para que serve isto?”. Ou então, sempre questionava o que não tinha como responder, queria saber mais sobre o problema em questão. Os seus: “Mas, e se ...”, eram constantes.

No paradigma do exercício, o professor está trabalhando com atividades pré-estabelecidas que não permitem qualquer tipo de análise, além da esperada no conteúdo matemático. Seu objetivo é apenas treinar técnicas e não pensar sobre elas. Como a maioria dos alunos já está acostumada com essa seqüência, acabam não questionando, pois tudo o que precisam já está estabelecido nas regras do exercício. Fica muito mais fácil resolver esse tipo de atividade, pois basta ser um bom reprodutor. Não é preciso pensar, articular, nem ter estratégias de resolução, muito menos, refletir e tomar decisões. Neste caso, o contrato didático[12] é claro, o professor faz suas explanações e no restante do tempo os alunos dedicam-se à prática de resolução de exercícios. O paradigma do exercício está estabelecido.

Esta possibilidade educacional esteve inserida num cenário para investigação, porém em alguns momentos desenvolvemos atividade com referência a matemática pura e a semi-realidade, subsidiados pelo paradigma do exercício. Ao solicitar que opinassem sobre as atividades desenvolvidas, muitos deles se manifestaram apostando no paradigma do exercício. Esta problemática se evidencia nas falas de alunos, questionados sobre a proposta educacional apresentada.

> "Quando seguimos os modelos temos maior aprendizado, pois sempre seguimos o mesmo padrão. Com o problema do PIC é mais complicado e mais difícil, pois além de fazer tudo aquilo que fizemos, temos que juntar os dados e ver qual a função, observando quem depende de quem". (Aluno J)
>
> "Bem, para mim através das técnicas é o melhor jeito de aprender. Mas tem um, porém, apenas segue-se regras e técnicas, e é assim. Não muda. Você sempre segue a mesma coisa "regras", nunca aprende mais. Estamos sempre batendo na mesma tecla. Alguém escreve aquelas regras e nós seguimos, nunca vamos além para ver se é verdade, porque é assim, ou seja, não vamos em busca da verdade. É uma maneira fácil de aprender e gravar o assunto para fazer a prova. O que não é certo". (Aluno A)

Com essas observações ficou evidente que para alguns alunos é muito mais tranqüilizador receber o ensino pronto e formatado do que aprender através de sua própria iniciativa e de seu esforço individual. A imposição do paradigma do exercício foi estabelecida durante toda a vida escolar desse aluno e agora mediante a uma nova possibilidade ele encontra resistências. É preciso motivar e inserir o aluno neste novo processo de investigação.

O mesmo sentimento foi relatado por Jacobini (2004), ao propor um trabalho com cenários de investigação no curso superior, a sua proposta foi estabelecida por grupos de alunos que aceitaram o convite e mesmo assim o autor identificou que nem sempre estão dispostos a aceitar uma nova dinâmica pedagógica.

Para desenvolver a possibilidade educacional proposta num cenário para investigação, foi preciso muitas conversas com os alunos, procurando desmistificar o paradigma do exercício e estabelecendo um novo contrato didático. A motivação e a inserção nas discussões que envolviam o tema foram essenciais para criar um ambiente de aprendizagem diferenciado,

---

[12] As noções de contrato didático foram desenvolvidas por Guy Brousseau com o intuito de analisar as relações que se estabelecem entre professor e aluno. O contrato didático seria o conjunto de cláusulas que regem as interações entre aluno – professor – saber. Portanto, as expectativas do professor em relação ao aluno, o sistema de avaliação, a postura do aluno, entre outras variáveis, fazem todas parte do contrato didático estabelecido pelo professor.

no qual o foco principal não era a matemática, mas sim, o contexto em que ela estava inserida, proporcionando desta forma um novo caráter para as aulas de matemática, numa dimensão reflexiva.

Conforme as discussões apresentadas no segundo capítulo, quanto ao absolutismo da matemática escolar, Skovsmose (2007, p. 87) salienta que “ (...) resolvendo exercício após exercício, os alunos acabam aprendendo o que significa trabalhar com informações dadas dentro de um determinado espaço de possíveis estratégias de solução. Dessa forma, eles assimilam uma submissão a ordens”.

A esse respeito, coaduno com o pensamento do autor, ao considerar a submissão à dicotomia certo-errado dos exercícios, como um elemento importante no estabelecimento a uma submissão a ordens e que essa pode ser a principal função da tradição matemática escolar. Ao procurar desmistificar tal absolutismo matemático vejo a matemática entrar em ação, estabelecendo uma transposição matemática atrelada à realidade. Ao instigar uma Transposição Didática Reflexiva, estou preocupada com uma Transposição Didática que proporcione reflexões e que não torne as situações reais numa perspectiva única e adequada. Não busco uma transposição que coloque o objeto de estudo num cenário natural e objetivo, ao contrário o que se pretende é resgatar os valores e preferências pessoais estando entrelaçadas com o objeto matemático.

Para tanto, objetiva-se através desta proposta educacional com referência à realidade instigar o aluno a refletir sobre os conceitos pré-definidos, em que estes acabam por aceitar como verdades, “naturalizações”, mas não entendem os porquês de tais relações apresentadas. Geralmente adotam como regras definidas e não questionam a sua verdadeira origem.

Ao desejar uma escola não domesticadora e sim emancipadora, penso ser primordial uma nova abordagem educacional que oportunize aos sujeitos (alunos e professores) a reflexão e a criticidade instauradas numa abordagem com referência à realidade.

Esse pensamento é, de certo modo, confirmado por alguns alunos, participantes da possibilidade educacional proposta por esta dissertação e que, de certa forma, não estão estigmatizados pelo paradigma do exercício.

> “Ótimo trazer circunstâncias e acontecimentos reais para os estudos da aula. Aprendemos assim, analisar a construção de fatos, a ocorrência, aprendemos a criticar construtivamente as coisas, aprendemos também analisar possibilidades para prevenção ou realização de alguma coisa. Isso além de ser ótimo para os estudos serve também para nossa formação enquanto pessoas”. (Aluno B)

> “Uma análise de trabalhos do PIC, como o da compostagem fez trabalhar com dados não fantasiosos, o que exemplificou melhor o que é um crescimento ou

> decrescimento contínuo ou não contínuo. Sabemos sobre o que estamos falando". (Aluno C)
>
> "É importante perceber que as funções também podem ocorrer em situações do dia a dia, mostrando que para tudo se precisa da matemática em nossas vidas. Com a situação-problema podemos perceber a realidade que existe entre a matemática e as situações, envolvendo os trabalhos de iniciação científica. Todos os métodos de trabalho são interessantes e cada um tem um jeito específico, mostrando melhor algumas partes das funções. O mais interessante é ter como variar os métodos, usar de todos eles, tornando a aula mais completa, diversificada e não *massante*". (Aluno P)

A mesma constatação foi apresentada ao observar o Aluno C, citado anteriormente, enquanto a atividade desenvolvida estava estabelecida no paradigma do exercício, este se manifestava contrariamente, sempre questionando e mostrando sua insatisfação. Porém, ao desenvolver atividades estabelecidas num cenário para investigação sua postura foi outra. Apresentando-se cooperativo e interessado na investigação. Ficou explícita a mudança de atitude frente à possibilidade educacional, seus "Mas e se..." que antes ficavam sem respostas, agora se fundiam com o contexto.

Ao analisar as falas dos alunos percebo que a maioria prefere ainda o uso de técnicas ao uso de situações-problema, que neste último caso, segundo eles, exige uma formulação de idéias, ou seja, há a necessidade de parar para analisar a situação para saber como proceder, é preciso tomar decisões e, portanto, não estão acostumados.

Ao chegar no Ensino Médio os alunos estão acostumados a trabalhar com exercícios do tipo siga o modelo, o que culturalmente está impregnado nos livros didáticos. São poucos os que acompanham um raciocínio lógico ao analisar uma situação real, podendo entender o que ela mostra. Assim, segundo alguns alunos que estão estigmatizados no paradigma do exercício, fica mais fácil aprender (a seguir regras) com o uso de modelos prontos para serem seguidos, basta copiar o modelo, seguir os passos, não há erro. Nem precisa pensar muito. Na hora da prova se saem bem, pois as regras estão todas decoradas.

Skovsmose (2008, p. 86) sintetiza esse quadro ao explicitar a tradição matemática escolar: "em suma, a tradição matemática escolar surge como uma combinação de apresentação do professor, alunos resolvendo exercícios e supervisão do trabalho dos alunos pelo professor".

Diante deste fato, penso que há necessidade de pararmos para refletir, sobre o papel da matemática nas escolas. Nenhuma pesquisa indica que essa tradição propicie entendimento e aprendizagem adequados de matemática, que evidencie uma compreensão da realidade, para a maioria dos alunos. O que se percebe é que tal tradição condiciona os alunos a exercícios do tipo siga o modelo, excesso de exercícios, seqüências que parecem uma bateria de ordens, prepara reprodutores, meros executores de tarefas e submissos a ordens. Mas e os críticos? Como preparar cidadãos que possam tomar decisões, organizar politicamente uma sociedade democrática? Qual o verdadeiro papel dessa matemática? Enquanto formadores o que pretendemos da sociedade futura? Penso que, cabe a nós professores, que estamos ali, em contato direto com os adolescentes, discutir e deixar que eles tomem suas decisões. É um crime limitarmos nossos jovens ao *siga o modelo* e ao *absolutismo da matemática escolar*.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao assumir a problemática desta pesquisa, procurei atingir o objetivo instaurado no desafio de produzir uma possibilidade educacional para as aulas de Matemática do Ensino Médio visando a uma Transposição Didática Reflexiva, via elaboração de material a partir da produção conjunta de alunos e professores a partir de pesquisas realizadas no Projeto de Iniciação Científica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul, constituindo desta forma, cenários para investigação.

Assim, ao pensar em uma possibilidade educacional com referência à realidade instituída nos trabalhos do Projeto de Iniciação Científica deparei-me com a necessidade de adaptar os conhecimentos matemáticos discutidos nos referidos trabalhos para a sala de aula.

Para tanto, inicialmente a fundamentação teórica que deu sustentação ao processo foi a Transposição Didática, no sentido de transpor os conhecimentos produzidos nas pesquisa do Projeto de Iniciação Científica numa abordagem matemática para a sala de aula. No entanto, foi preciso estar consciente de que essa adaptação dos saberes não pode ser vista como algo pronto e acabado. Não desejei neste trabalho fazer a transposição de forma a colocar os problemas e ações em uma perspectiva única e adequada, mas de uma forma a provocar reflexões inerentes aos saberes matemáticos e sociais.

Ao analisar a teoria da Transposição Didática entendo que, para Chevallard, o professor não estava excluído do processo da Transposição Didática, o que se evidencia em algumas argumentações do autor contra a “banalização” da sua teoria, no que tange o entendimento da Transposição Didática como o “preparo de uma lição”. De fato, Chevallard não atribui exclusividade para o professor, no entanto, não o exime da responsabilidade ao fazer a Transposição Didática. Entretanto, quanto ao papel do aluno, se evidencia que este está excluído do processo de Transposição Didática. É concebido apenas como o receptor dos saberes, não fazendo parte da sua construção.

Com este pensamento, para auxiliar no processo de Transposição Didática, busquei fundamentação na perspectiva da Educação Matemática Crítica, por acreditar na necessidade de uma educação democrática e emancipadora e por sentir a necessidade instaurada pelos alunos de uma educação voltada a discussões inerentes a sua realidade e de incluir o aluno no processo de Transposição Didática.

A Educação Crítica tem como foco a interpretação do currículo e da educação como uma estrutura normativa, tais estruturas normativas curriculares devem ser efetuadas na prática de modo a apresentar uma contestação ao tradicionalismo no sistema educacional. Por outro lado, a Educação Matemática Crítica se estabelece num viés em que é preciso discutir uma abordagem crítico-reflexiva que deve relacionar o ensino ao ato de questionar e tomar decisões, estabelecendo um vínculo com a vida em sociedade e a matemática. Para tanto, procura discutir a existência de diferentes tipos de conhecimento: matemático, tecnológico e reflexivo. Evidenciando que a competência democrática está, na sua maioria, baseada no conhecimento reflexivo e que este é essencial para desenvolver a matemática embasada em uma educação crítica. Dessa forma, estão inseridos na perspectiva da Educação Matemática Crítica os interesses de que as atividades escolares preparem os alunos para a cidadania e reflitam sobre a natureza crítica da matemática.

Assim, com um pouco de ousadia, as duas teorias foram entrelaçadas de modo a propiciar uma Transposição Didática com olhar crítico, num viés que possibilitasse a reflexão sobre os conteúdos abordados e sobre o contexto social em que estava inserido. Uma Transposição Didática realizada conjuntamente entre professor e alunos. Com esta abordagem denominei esse processo de Transposição Didática Reflexiva.

Partindo dessas concepções teóricas, o objetivo foi atingido, e uma possibilidade educacional visando a Transposição Didática Reflexiva tomou forma. Nesta possibilidade educacional em que a proposta apresenta diferentes aspectos dos ambientes de aprendizagem, as referências são reais, tornando possível aos alunos produzirem diferentes significados para as atividades (e não somente para os conceitos matemáticos). Ao desenvolver a proposta com os alunos oportunizei a resolução de cálculos relacionados a uma situação real, eliminando as autoridades que exerce o seu poder no paradigma do exercício. Percebi que a responsabilidade pelo desenvolvimento do trabalho foi compartilhada entre o professor e seus alunos.

Entretanto, ao desenvolver a possibilidade educacional senti a necessidade de permear a atividade com outros ambientes de aprendizagem, inclusive com subsídios no paradigma do exercício. Isto se deu pelo propósito de desenvolver uma atividade que desenvolvesse tanto o conhecimento matemático como o conhecimento reflexivo.

Esta dissertação, ao organizar uma possibilidade educacional que propõe o movimento entre diferentes ambientes de aprendizagem conduz a uma Educação Matemática Crítica que deve estar permanentemente ativa, nas salas de aula. Para tanto, foi preciso deixar o cômodo tradicionalismo e passar a discutir mais a realidade que nos envolve. A vida é complexa, não é predita em modelos que possam ser seguidos, sem que se possa questionar a sua verdadeira origem. Assim, foi preciso instigar os alunos a serem questionadores, pessoas que argumentam e não se contentam com respostas prontas e não fundamentadas.

Ficou evidente que este processo agrega mais trabalho e que é preciso estar determinado a buscar mais informações, preparados para assumir posturas democráticas e lidar com as limitações, dispostos a buscar respostas e não a tê-las sempre prontas e acabadas. Desse modo, a sensibilidade de perceber que o aluno está pronto para discutir deve ser inerente à sala de aula. Da mesma forma, os alunos devem ter a oportunidade de tomar decisões que geralmente necessitam de discussões entre professor e alunos e se envolver no processo do planejamento e organização educacional.

A proposta mostrou-se viável, no entanto, surgiram algumas limitações que podem ser dribladas. A primeira se refere ao próprio professor que precisa ser um sujeito democrático para poder se desvencilhar do paradigma do exercício. É preciso um longo trabalho para conseguir desvincular professor e alunos de tal paradigma, este está muito enraizado e para que aconteça a quebra do contrato é essencial muita persistência para resistir ao tradicionalismo e inserir reflexões sobre sua prática e seu desenvolvimento profissional. Neste contexto, o trabalho crítico dos professores não se limita ao quadro negro da sala de aula, perpassa pelas relações com os alunos e se estende pelas atitudes a partir de um posicionamento ético – político. Também passa pelos enfrentamentos que se dispõe ao fomentar a consciência crítica dos alunos perante a sociedade. Instigando dessa forma, sujeitos que se impõe a realidade imposta de modo a intervir de forma organizada na realidade e fazer parte de transformações sociais.

Por outro lado, uma segunda limitação, que condiz ao currículo escolar. Ao olhar para o processo desta possibilidade educacional evidencia-se a necessidade de uma flexibilização curricular, o que requer uma certa liberdade ao explorar os conteúdos. A Educação Crítica é o movimento mais importante entre os que tentam negar a tese do currículo. Sendo assim, se torna necessário aumentar a discussão sobre a constituição de um currículo escolar vinculado aos ensejos de uma educação emancipadora.

E como conseqüência, vinculado ao tradicionalismo escolar, encontrei uma certa resistência dos alunos perante a possibilidade educacional, no qual a grande maioria sempre esteve sujeita ao paradigma do exercício, cujo rompimento geralmente não é aceito e necessita de bons argumentos para conquistar uma outra estrutura educacional.

Ao se pensar num modelo democrático de educação, faz-se necessário uma reflexão de modo, que a matemática venha a ser uma ferramenta para analisar e discutir a realidade e não uma caixa de surpresas, na qual apenas o professor domina o que virá pela frente.

Observei no decorrer da pesquisa, que os alunos mudam de atitude ao envolver-se no processo educacional, passam de um estado estacionário esperando respostas prontas, no qual apenas associam e seguem regras pré-estabelecidas, para um estado de diálogo, em que seus desejos de informação passam a fazer parte da aula e a matemática passa a ser o fio condutor entre os diferentes campos de atenção.

Ao discutir um assunto de interesse do aluno, a aula ficou participativa, a matemática ficou como auxiliar, procurando responder as indagações inerentes ao argumento social. Diálogos foram promovidos, com ajustes de falas entre professor e aluno, com liberdade de expressão. Percebe-se que os olhos brilham e que todos desejam participar com suas opiniões. A aula torna-se desafiadora para o professor, pois este já não domina tudo, não consegue prever o caminho que será percorrido, pois um mesmo assunto perpassa caminhos diferentes em turmas distintas.

Devemos ser capazes de desmistificar o que está por trás de certas fórmulas matemáticas e oportunizar reflexões. Assim, os temas abordados pela matemática devem conduzir a reflexão e crítica em todos os momentos de sua ação. Desse modo, percebi que ao debaterem as questões inerentes ao projeto, os alunos mostraram que, além da competência para construir modelos e aplicar a matemática, estavam igualmente preparados para refletir sobre suas descobertas, principalmente sobre como elas se relacionam com a sociedade, para perceber a matemática como um instrumento de análise das características críticas de relevância social e para exercer uma cidadania crítica que, deve ser um dos principais objetivos da educação.

Em consonância com Skovsmose (2008), percebo que o ambiente de aprendizagem tipo (6) desafia a tradição da matemática escolar. Porém, penso ser importante que os desafios sejam organizados em termos dos ambientes de aprendizagem de tipos (2) e (4), além do tipo (6) que constituem cenários para investigação. Também penso que o paradigma do exercício oferece uma fundamentação assentada na tradição da educação matemática e que, muitas vezes, torna-se essencial usufruirmos dessa fundamentação, o que não se deseja é assumir uma única postura frente ao paradigma. Assim, torna-se importante que professores e alunos busquem alternativas entre os diferentes ambientes de aprendizagem, observando aquele que proporciona experiências com mais sucesso.

A caminhada entre os diferentes ambientes pode auxiliar a atribuir novos significados para as atividades dos alunos, transformando a comunicação entre professor e alunos que esteve vinculada na tradição da matemática escolar.

Da mesma forma que Skovsmose (2008), não ousaria afirmar que o abandono do paradigma do exercício, com o objetivo de explorar cenários para investigação, supriria todas as necessidades da vida escolar. Tão pouco afirmaria que é suficiente construir uma Educação

Matemática baseada somente em referências à realidade. Meu desejo com essa pesquisa foi a busca de um caminho entre os diferentes ambientes de aprendizagem que possa proporcionar novos recursos para levar os alunos a agir e a refletir, oferecendo, dessa maneira, uma Educação Matemática de dimensão crítica.

Partindo do pressuposto que a aprendizagem escolar deve ser conduzida de forma crítica e investigativa que instigue o aluno a refletir criticamente sobre a sua realidade que o modelo de educação que considera que os alunos devem se tornar participantes críticos e participantes ativos do processo de investigação se constitui em uma educação emancipadora que observa a necessidade de diferentes ambientes de aprendizagem.

Para tanto, é essencial refletir sobre a sociedade em que estamos inseridos e discutir possibilidades de mudanças. A escola como espaço de reflexões críticas deve privilegiar a gestão democrática. No entanto, isto só acontece quando os sujeitos da ação assim se estabelecem, a atitude apenas reflete a consciência política do sujeito. O discurso reflete na ação e a teoria e prática se estabelecem vinculados à realidade democrática ou não.

Entendo que a condição necessária para o professor implementar a Transposição Didática Reflexiva transformando as pesquisas oriundas do Projeto de Iniciação Científica em um material didático para vivificar as aulas de matemática visando a uma Educação Matemática Crítica no ensino é ter audácia. Um grande desejo de mudar a sua prática e disposição de buscar novos conhecimentos, uma vez que, essa proposta foge do formalismo tradicional. Ressalvo que a transposição somente se tornará reflexiva, se forem assumidas posturas democráticas ao desenvolver a possibilidade educacional.

BIBLIOGRAFIA

ALVES-MAZZOTTI, A. J. e GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais:** pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira, 1998.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática***:* concepções e experiências de futuros professores. Rio Claro: UNESP, 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2001.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática e a Perspectiva Sócio-Crítica**. In: II Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática - GT Modelagem Matemática. Santos, 2003.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73 – 80, 2004.

BASSANEZI, R. C. Modelagem Matemática, **Dynamics**. Blumenau, v. 1, n. 7, p. 55-83, 1994.

_____________. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.** São Paulo: Contexto, 2002.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto, 1994.

BORBA, M.C. e SKOVSMOSE, O. “A ideologia da certeza em Educação Matemática”. In: SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica:** A questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.

BOOTH, W. C., COLOMB, G G., WILLIAMS, J. M. **A arte da pesquisa**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

BROUSSEAU, G. **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques**. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 7, nº 2, Grenoble, 1986.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné**. Grénoble, France: La Pensée Sauvage, 1991.

FIORENTINI, D. & LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática.** Campinas: Autores associados, 2006.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: Saberes Necessários à Prática Educativa. 26. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2003 (1ª edição em 1996).

JACOBINI, O. R. **A Modelagem Matemática como instrumento de ação política na sala de aula.** Rio Claro: UNESP, 2004. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2004.

LARROSA, J. **Linguagem e educação depois de Babel**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

PEREZ GOMES, A. "Prática reflexiva do professor de matemática". In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho. **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2005.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica:** A questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.

_________. **Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade.** São Paulo: Cortez, 2007.

_________. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica.** Campinas: Papirus, 2008.

SUASSUNA, L. Para além do linguístico*:* a produção escrita na escola. **Presença Pedagógica.** Belo Horizonte: Dimensão, v. 3, n. 14, p. 45- 53, mar/abr 1997.

TRIOLA, M. F. **Introdução à estatística**. Rio de Janeiro: LTC, 2005.

WACHOWICZ, L. A. **O método dialético na didática.** 2. ed. Campinas: Papirus, 1991

WERNECK, H. **Ensinamos demais e aprendemos de menos**. 3. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 1989.

APÊNDICE

Nesta parte apresento o produto desta dissertação, item obrigatório deste programa de mestrado por ser profissionalizante. Procurei organizar um material didático, com referência à realidade, de modo a viabilizar a Transposição Didática Reflexiva. A transposição se efetivou a partir de trabalhos oriundos do Projeto de Iniciação Científica, produzidos no Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul, para a sala de aula de matemática. Ressalvo que a transposição somente se tornará reflexiva se o professor que utilizar este material assumir uma postura democrática ao desenvolver a possibilidade educacional.

Para tanto, selecionei três trabalhos e organizei um roteiro de aprendizagem, procurando sistematizar as etapas da Transposição Didática. Saliento que no quarto capítulo apresentei um roteiro de aprendizagem, descrevendo-o, aula por aula, com suas respectivas considerações e que agora, deixo a liberdade para o professor conjuntamente com seus alunos conduzir seu trabalho. Todos os roteiros possibilitam uma análise matemática com referências à realidade de modo a instigar a necessidade do cálculo matemático e a proporcionar um discurso reflexivo.

O importante é desenvolver o ambiente de aprendizagem, num viés que possibilite a constituição de um cenário para investigação de modo a instigar a curiosidade, o espírito investigativo e a criticidade dos sujeitos envolvidos no processo pedagógico.

1. ROTEIRO DE APRENDIZAGEM - ASPECTOS ECONÔMICOS DA CONSERVAÇÃO DE CEBOLA ROXA E CRIOULA NO ALTO VALE DO ITAJAÍ, NA SAFRA 2004/2005

Este roteiro foi elaborado com base no trabalho de Cleber Beppler, Fernando Carlos Voss e Olimar Diogo do Nascimento, conforme relatório apresentado ao Projeto de Iniciação Científica, 2005.

1.1 Contextualização do Trabalho

Esta etapa se destina ao professor, para que possa ter noção de todo o processo analisado neste trabalho. Para tanto, apresento, no quadro 01, o resumo e sugiro que apresente a situação com referência à realidade para seus alunos instigando-os a uma investigação sobre os componentes do trabalho de modo a organizar uma fundamentação teórica que venha a esclarecer conceitos e metodologias.

Quadro 01: Resumo do trabalho - **Aspectos econômicos da conservação de cebola roxa e crioula no Alto Vale do Itajaí, na safra 2004/2005**

O presente trabalho teve como objetivo realizar uma comparação da resistência ao armazenamento entre as cebolas (Allium cepa) roxas e crioulas. Para tanto, realizou-se o experimento em uma pequena propriedade em Leoberto Leal, com a semeadura de uma variedade de cebola roxa e outra variedade de cebola crioula, em canteiros convencionais cobertos com serragem.   Quando as mudas atingiram em torno de 0,2 m de altura e diâmetro de um lápis, foram transplantadas para a lavoura, no dia 15/07/04. Para o transplantio foram abertos os sulcos com 0,04 m de largura e 0,07 m de profundidade. Estes foram feitos com enxada rotocar acoplada a uma rotativa de trator. Na lavoura, as variedades receberam o mesmo tratamento.   A colheita foi feita manualmente no dia 13/12/04, sendo que após a colheita a cebola ficou por alguns dias na lavoura passando pelo processo de cura. Depois foram transportadas em caixas plásticas para o galpão, ficando armazenadas em estaleiros de madeira, em camadas com 0,4 m de espessura e com espaço entre os estaleiros de 0,1 m, possibilitando assim a passagem do ar. Iniciaram-se as pesagens no dia 18/12/04, quinzenalmente, até o dia 30/05/05, quando se encerrou o experimento.   Analisando os dados com planilha eletrônica, obtiveram-se funções de primeiro grau (linear) e de segundo grau (quadrática), ambas com coeficiente de correlação próximo a 1, o que indica um elevado grau de confiança. Entretanto, a que mostrou maior confiança para descrever a perda de massa foi a linear decrescente. Evidencia-se com isso, que houve perda de massa durante o armazenamento, do período de 5 meses e meio de observação.   Os dados demonstraram também, que a cebola roxa se mostrou 17% mais produtiva que a cebola crioula. Em contrapartida, percebemos que a cebola crioula se mostrou superior quanto ao armazenamento, enquanto que a cebola roxa perdeu 55% de sua massa no período em que transcorreu o trabalho, a cebola crioula perdeu apenas 37% de sua massa no mesmo período.   Constatou-se que as médias de preço pago ao produtor na safra 2004/2005 durante a comercialização na entressafra foram relativamente baixas. Concluímos, então, que os produtores que comercializaram a cebola no momento da colheita ou logo após, tiveram lucros maiores se comparados àqueles que armazenaram a cebola e comercializaram na entressafra.

1.2 Materiais e Métodos

Esta segunda etapa, conforme quadro 02, corresponde aos materiais e métodos utilizados no desenvolvimento do referido trabalho. É importante que os alunos tomem conhecimento destes procedimentos para entenderem o processo e dele se apropriarem para conduzir as investigações. Aqui cabem muitas indagações do professor, de modo a aguçar a curiosidade referente aos resultados.

Quadro 02: Materiais e Métodos - **Aspectos econômicos da conservação de cebola roxa e crioula no Alto Vale do Itajaí, na safra 2004/2005**

A cebola foi semeada na cidade de Leoberto Leal, em canteiros convencionais cobertos com serragem, no dia 10 de junho de 2004, sendo transplantada para a lavoura em 15 de agosto, em uma área de 4 m^2. Foram plantadas 100 mudas, 50 mudas de cebola crioula e 50 de roxa. O espaço entre plantas foi de 0,12 m e entre linhas de 0,33 m.

Duas semanas antes do plantio foi realizada a calagem com calcário calcítico na proporção de 5 ton/ha do terreno, ou seja, 2 kg para os 4 m do experimento, aumentando o pH para 6,0.

A semeadura foi feita em canteiro com 0,01 m de serragem para a cobertura da semente.

O transplante foi realizado quando a muda atingiu 0,20 m de altura, sendo que para a abertura dos sulcos foi utilizado um trator com rotocar acoplada a rotativa.

A adubação realizada foi mineral, com adubo 5-20-10 (nitrogênio, fósforo e potássio), na proporção de 4 sacas de 50 kg por hectare (0,08 kg para a área do experimento) em cada adubação, uma adubação aos 15 dias e outra no inicio do encabeçamento.

Também foram feitas 3 aplicações de Ridomil (Metalaxil + Mancozeb) juntamente com Sportak (Procloraz), 1 kg por hectare (0,4g para a área do experimento), para combate do mofo (*Peronospora destructor*) e alternaria (*Alternaria porri*) respectivamente.

Para o controle das ervas daninhas o método utilizado foi o manual, feito duas vezes, uma aos 30 dias e outra aos 60 dias.

A colheita foi realizada no dia 13 de dezembro, sendo que após a colheita a cebola ficou 5 dias na roça, em fileiras para secagem do talo(cura).

No dia 18 de dezembro a cebola foi transportada em caixas plásticas para o galpão, ficando armazenada em cima de estaleiros. A partir daí, começamos a realizar as pesagens, quinzenalmente, pesando a cebola e descontando as perdas de massa (água e podres). Logo após a pesagem as cebolas eram colocadas novamente no estaleiro.

1.3 Análise dos Resultados

Apresento a seguir, no quadro 03, a tabela referente aos dados coletados, sugiro uma análise destes dados, procurando estabelecer relações entre os dados numéricos e aguçar a curiosidade e a necessidade sobre uma análise matemática.

Quadro 03: Dados coletados - **Comparativo da perda no armazenamento entre a cebola roxa e a crioula em cada quinzena de dez/2004 a mai/2005- Leoberto Leal**

DATA	CEBOLA ROXA			CEBOLA CRIOULA			PREÇO de mercado (R$) por Kg
	Massa total (Kg)	Perdas de água e podres(g)	Massa limpa (Kg)	Massa total (Kg)	Perdas de água e podres(g)	Massa limpa (Kg)	
18/12/04	**5,5**	**0**	**5,5**	**4,5**	**0**	**4,5**	0,40
02/01/05	**5,5**	**300**	**5,2**	**4,5**	**100**	**4,4**	0,40
18/01/05	**5,2**	**200**	**5,0**	**4,4**	**100**	**4,3**	0,40
02/02/05	**5,0**	**300**	**4,7**	**4,3**	**150**	**4,15**	0,45
16/02/05	**4,7**	**250**	**4,45**	**4,15**	**120**	**4,03**	0,45
05/03/05	**4,45**	**300**	**4,15**	**4,03**	**130**	**3,9**	0,45
20/03/05	**4,15**	**250**	**3,9**	**3,9**	**100**	**3,8**	0,40
03/04/05	**3,9**	**300**	**3,6**	**3,8**	**120**	**3,68**	0,36
18/04/05	**3,6**	**280**	**3,32**	**3,68**	**150**	**3,53**	0,40
03/05/05	**3,32**	**280**	**3,04**	**3,53**	**180**	**3,35**	0,55
18/05/05	**3,04**	**290**	**2,75**	**3,35**	**250**	**3,10**	0,70
30/05/05	**2,75**	**250**	**2,50**	**3,10**	**270**	**2,83**	0,40

1.4 Análise Matemática dos Dados

Nesta etapa pretende-se analisar matematicamente os dados. Saliento que a partir deste cenário distintos encaminhamentos podem ser percorridos, o que apresento são sugestões que podem ser seguidas ou alteradas conforme a necessidade instaurada após as reflexões inerentes ao contexto. Para tanto, sugiro definir a função que melhor se adapta aos pontos. É importante que se faça esta etapa com o aluno para que se efetive um cenário para investigação, que este explore o programa *Excel*, ou outro programa que cumpra o mesmo propósito e chegue aos seus próprios resultados. No entanto, nem sempre este espaço (laboratório de informática) é viabilizado pela escola, então, sugiro que o gráfico com sua respectiva função seja explicitado para posterior análise.

Observe a figura 01, em que apresento o comportamento da massa das cebolas roxa e crioula no período de armazenagem, com as funções que melhor se adaptaram aos pontos. É importante observar o coeficiente de correlação para justificar o emprego da função apresentada.

1.4.1 Análise Gráfica e sua Respectiva Função

A figura a seguir mostra as funções obtidas no projeto. Para esta análise buscou-se auxílio do programa *Excel*, depois de lançados os pontos referentes ao tempo de armazenamento (x) e a perda de massa (y) dos respectivos tipos de cebola, conforme quadro 03, solicitou-se o ajuste de curvas, bem como a função que melhor se adapta aos pontos. Este foi o encaminhamento implementado pelo projeto.

Observe o gráfico e sua respectiva função, referente a perdas de massa das cebolas roxa e crioula no período de armazenagem.

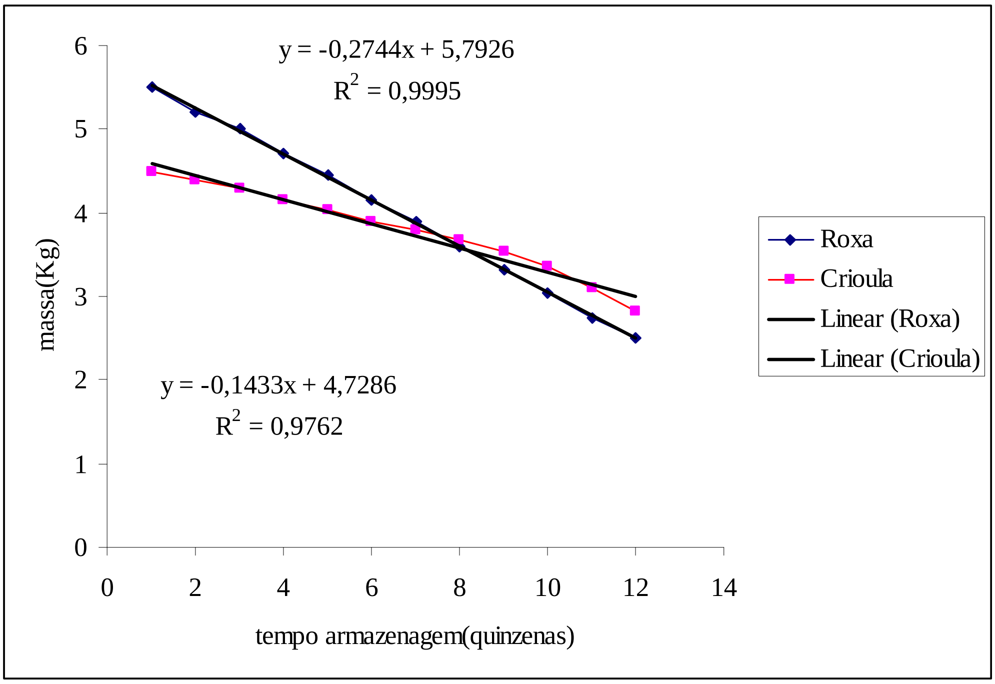

Figura 01: Perdas de massa das cebolas roxa e crioula no período de armazenagem.

Para esta análise, podem-se instigar algumas observações pertinentes ao foco do trabalho. Para tanto, são possíveis alguns questionamentos que podem conduzir o aluno à reflexão. Veja algumas sugestões:

- Na função que representa a cebola roxa, quais grandezas estão representadas nos eixos x e y?
- O que significa o valor $-0{,}2744$?
- A quem o número 5,7926 se refere? Graficamente onde se localiza este valor?
- Na função que representa a cebola roxa, y é igual à massa líquida após cada pesagem, Então o valor $-0{,}2744$ se refere a quem?
- x representa o tempo. Então qual valor representa a massa inicial? Ou seja, quando a linha da função encontra o eixo y?
- O que significa o coeficiente de correlação estar muito próximo de 1?
- Ao observarmos as duas funções percebemos que os coeficientes de correlação se apresentam distintamente. O que podemos dizer sobre isto?

1.4.2 Ajuste de Curvas

Ao observar as funções apresentadas, pode-se questionar sobre a obtenção dessas funções. Para tanto, sugiro um estudo sobre o ajuste linear de curvas. Penso que esta etapa é essencial para que o aluno possa perceber a necessidade dos conteúdos matemáticos inseridos no contexto real. Dessa forma, atribuindo significado ao conteúdo matemático. Para maiores informações de como conduzir esta exploração matemática veja o exposto no quarto capítulo desta dissertação.

1.5 Comparação entre preço de mercado e preço ideal da cebola roxa e da cebola crioula

A comparação entre preço de mercado e preço ideal foi tabelada conforme o tipo de cebola. Através dessas informações pode-se conduzir uma análise crítica da situação. Discutindo o comportamento do mercado capitalista, inserido neste contexto.

1.5.1 Comparativo entre o preço de mercado e o preço compensatório (ideal) da cebola roxa durante o período de armazenamento safra 2004/05.

Para realizar a comparação entre preço de mercado e preço ideal faz-se um ajuste no preço, conforme o desconto do percentual de perdas, adicionando este mesmo valor percentual no preço, ou seja, se a cebola perdeu 10%, seu preço deverá subir mais 10% para ser o ideal, sendo o lucro igual ao que o produtor vendesse no momento da colheita.

Quadro 04: **Comparativo entre o preço de mercado e o preço compensatório (ideal) da cebola roxa durante o período de armazenamento safra 2004/05**.

DATA	PREÇO DE MERCADO	PREÇO COMPENSATÓRIO (IDEAL)
18/12/04	0,40	0,40
02/01/05	0,40	0,42
18/01/05	0,40	0,44
02/02/05	0,45	0,47
16/02/05	0,45	0,49
05/03/05	0,45	0,54
20/03/05	0,40	0,56
03/04/05	0,36	0,61
18/04/05	0,40	0,66
03/05/05	0,55	0,72
18/05/05	0,70	0,80
30/05/05	0,40	0,88

Conforme o apresentado no quadro 04, instigue seus alunos a perceberem que para ter o preço ideal necessitaria uma adição do mesmo percentual referente às perdas, evitando prejuízos com a armazenagem.

1.5.2 Análise gráfica referente à comparação entre o preço de mercado x preço compensatório (ideal) da cebola roxa.

Solicite a seus alunos a uma análise crítica da situação apresentada, de modo a conduzi-los a perceber que em nenhum momento o preço de mercado alcançou o preço compensatório (ideal) às perdas de massa, ou seja, se fossemos um produtor e tivéssemos armazenado o produto teríamos tido prejuízos. Outra sugestão de reflexão seria quanto à análise da diferença entre o preço de mercado e o preço ideal, procurando observar em qual período a diferença é maior ou menor. Verificando quais são os motivos que evidenciam essas diferenças.

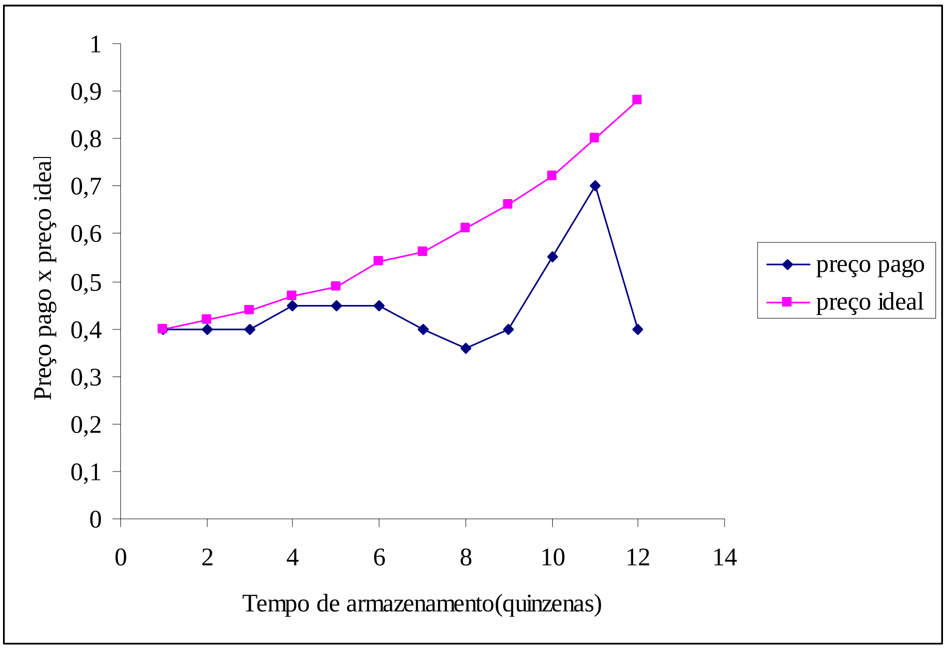

Figura 02: Comparação entre o preço de mercado x preço compensatório (ideal) da cebola roxa.

1.5.3 Comparativo entre preço de mercado e preço compensatório (ideal) da cebola crioula durante o período de armazenamento safra 2004/05

Da mesma forma conduza o trabalho, agora com referência a cebola crioula. Conforme o que mostra o quadro a seguir.

Quadro 05: **Comparativo entre preço de mercado e preço compensatório (ideal) da cebola crioula durante o período de armazenamento safra 2004/05**

DATA	PREÇO DE MERCADO	PREÇO COMPENSATÓRIO (IDEAL)
18/12/04	0,40	0,40
02/01/05	0,40	0,41
18/01/05	0,40	0,42
02/02/05	0,45	0,43
16/02/05	0,45	0,45
05/03/05	0,45	0,46
20/03/05	0,40	0,47
03/04/05	0,36	0,49
18/04/05	0,40	0,51
03/05/05	0,55	0,54
18/05/05	0,70	0,58
30/05/05	0,40	0,64

1.5.4 Análise gráfica referente à comparação entre o preço de mercado x preço compensatório (ideal) da cebola crioula.

A construção do gráfico favorece a leitura dos dados, assim sugiro uma interpretação destes, de modo que os alunos percebam que em dois momentos o preço do mercado esteve acima de preço ideal. Isto quer dizer que o produtor que comercializou a cebola nestes momentos teve lucros em armazenar, já os produtores que venderam em períodos diferentes tiveram lucros bem menores. Também como na cebola roxa pode-se perceber um aumento de 75% do preço na 11° quinzena, provavelmente houve falta de produto no mercado, lei da oferta e da procura.

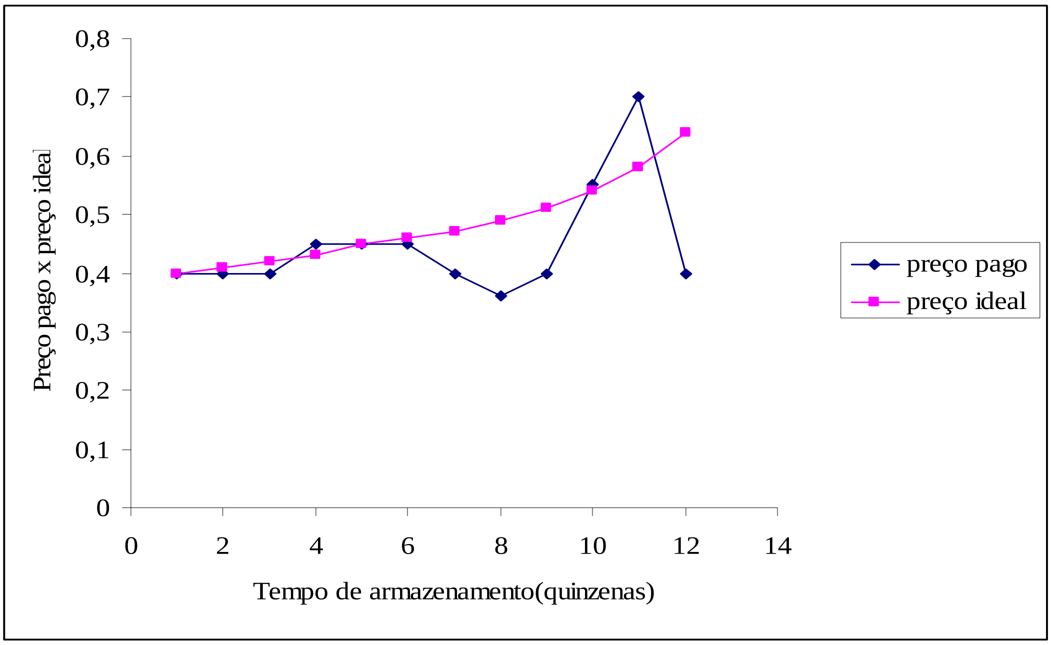

Figura 03: Comparativo entre o preço de mercado e o compensatório (ideal) da cebola crioula considerando as perdas.

Com a interpretação do gráfico também sugiro observar as diferenças entre os preços, identificando em quais períodos essa diferença é maior ou menor, elegendo o melhor período para venda, objetivando melhores lucros.

1.6 Sugestões para a discussão dos resultados

Nesta etapa, procuro apresentar alguns tópicos que evidenciam a discussão dos resultados, podendo ser instigados pelo professor. Boas discussões podem provocar reflexões em âmbitos matemáticos e sociais. As reflexões matemáticas são evidenciadas a partir da necessidade matemática instaurada para análise dos resultados, de modo a propiciar um entendimento das simbologias, fórmulas e regras matemáticas num aspecto natural, sem enxertos de conteúdos. Do mesmo modo, as reflexões inerentes ao argumento social se manifestam a partir do contexto apresentado. As referências reais oportunizam as discussões instigando uma análise crítica do entorno social.

A seguir, chamo a atenção para alguns pontos relevantes que podem ser considerados para discussão. Saliento que muitos outros podem surgir durante o processo, dependendo do modo como este for conduzido.

1. Cebola roxa foi mais produtiva que a cebola crioula (figura 01), aquela produziu 5,5 kg contra 4,5 kg da cebola crioula, ou seja, a cebola roxa apresentou produtividade 17% superior a da cebola crioula, sendo que esta produtividade estava relacionada a uma maior taxa de umidade.

2. Se plantássemos 1 (um) hectare de cebola no espaçamento normal de 0,33 m entre linhas e 8 plantas por metro linear, o que resultaria numa população de, aproximadamente, 240000 plantas por hectare e esta obtivesse a mesma produtividade do experimento, no caso da cebola roxa, teríamos uma produção média de 26400 kg por hectare e uma perda de 14520 kg com podridões e água. No caso da cebola crioula, com o plantio em espaçamento igual, a produtividade seria em torno de 21600 kg por hectare e a perda seria de 8880 kg, ou seja, ambas apresentaram produtividade média, acima da média nacional que é de 20000 kg por hectare.

3. De acordo com os valores numéricos obtidos na área do experimento a cebola crioula mostrou-se mais resistente ao armazenamento do que a cebola roxa no período de desenvolvimento do trabalho.

4. Quanto à análise do nível de perdas, antes de dizermos que a variedade de cebola crioula é melhor que a variedade de cebola roxa para o armazenamento, também se tem que levar em conta que a cebola roxa teve uma produtividade razoavelmente superior a da cebola crioula e que cebolas maiores tem maior tendência ao apodrecimento.

5. Na função obtida que representa evolução da perda de massa da cebola roxa armazenada, y é igual à massa liquida após cada pesagem, com a qualidade de mercado, o valor $-0{,}2744$ é a perda média quinzenalmente. O x representa o tempo e o número 5,7926 representa a massa inicial, ou seja, quando a linha da função encontra o eixo y. Nesse caso, o coeficiente de correlação é quase 1, o que significa que a percentagem de um melhor ajuste é de quase 100%.

6. Boa parte dos produtores que armazenaram cebola na safra 2004/2005 teve perdas consideráveis, se levarmos em conta os preços pagos pelas cerealistas e o preço ideal para obterem-se lucros na armazenagem (figuras 02 e 03). Entretanto, a cebola crioula teve períodos de lucros (figura 03), enquanto que a roxa sempre teve prejuízos.

7. As perdas totais no final do período de experimento representaram 37% para a cebola crioula e 55% para a cebola roxa, ou seja, uma diferença de 18% de perdas.

8. Em anos normais, na data do término do trabalho, o preço da cebola estaria em torno de 1 (um) real por quilo, mas devido a baixa cotação do dólar, os compradores de cebola vêem mais lucro em importar cebola da Argentina, o que levou o preço da cebola do nosso país a despencar nessa safra em relação a outras.

O importante para trabalhar num cenário para investigação é o aceite do aluno. Para tanto, procure instigá-lo à investigação, desperte a sua curiosidade quanto ao tema a ser explorado e deixe que o aluno sinta-se parte do processo. Por outro lado, após o aluno aceitar o convite é função do professor manter o interesse do aluno, conduzindo o trabalho de forma aberta para que o cenário não migre para o paradigma do exercício.

2. ROTEIRO DE APRENDIZAGEM - INFLUÊNCIA DA LINHAGEM NO DESEMPENHO DOS FRANGOS DE CORTE

Este roteiro foi elaborado com base no trabalho dos alunos Aderbal Alberton, João Paulo Kubichen e William Fortunato, conforme relatório apresentado ao Projeto de Iniciação Científica, 2007.

2.1 Contextualização do Trabalho

Esta etapa se destina ao professor, para que possa ter noção de todo o processo analisado neste trabalho. Para tanto, apresento, no quadro 01, o resumo do trabalho. Espaço em que pode apropriar-se dos objetivos, da metodologia e da necessidade da análise matemática. Sugiro que apresente a idéia para seus alunos instigando-os a uma investigação sobre os componentes do trabalho de modo a organizar uma fundamentação teórica que venha a esclarecer conceitos e metodologias.

Quadro 01: Resumo do trabalho **- Influência da linhagem no desempenho dos frangos de corte**

O presente trabalho teve como objetivos avaliar o desempenho produtivo, com base na evolução do peso vivo dos animais, de quatro linhagens comerciais de frangos de corte (Cobb, Ross, Hybro e Avian Farm), em sistema de criação confinado em galpão entre 21/04 a 19/05, primeiro período e em gaiolas com acesso ao pasto entre 12/06 a 17/07 de 2007, no segundo período; e avaliar utilizando modelos matemáticos o desempenho produtivo, com base na evolução do peso vivo dos animais, observando o sexo de frangos de corte, em sistema de criação confinado entre 21/04 a 19/05, primeiro período e em gaiolas com acesso ao pasto entre 12/06 a 17/07 de 2007, no segundo período.

O experimento foi realizado no setor de Zootecnia I da Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul, Santa Catarina, utilizando-se, no primeiro período, 30 frangos de corte (machos e fêmeas) de cada linhagem, totalizando 120 animais. No segundo período foram sorteados aleatoriamente 3 machos e 3 fêmeas de cada linhagem, totalizando 24 animais.

Os frangos foram pesados a cada sete dias, tendo sido realizada cinco pesagens no primeiro período e seis pesagens no segundo período experimental. A evolução do peso vivo foi afetada pela linhagem e sexo das aves nos dois períodos considerados. Constatou-se que as aves da linhagem Avian Farm apresentaram ganho de peso superior às demais linhagens, atingindo pesos de 1109 gramas para machos e 1075 gramas para fêmeas aos 31 dias de idade e 6667 gramas para machos e 5333 gramas para fêmeas aos 90 dias de idade no primeiro e segundo período experimental respectivamente.

Independente da linhagem, o ganho de peso foi superior para os machos representando médias de 1025 gramas e 2877 gramas para machos; 979 gramas e 2136 gramas para fêmeas no primeiro e segundo período respectivamente.

Observou-se que o crescimento dos frangos nos primeiros trinta e um dias, independente da linhagem ou sexo, ajustam-se resultando numa função de 2° grau com concavidade voltada para cima. Já no segundo período o modelo ajustado é também uma função quadrática com concavidade voltada para baixo pelo fato de incluir o dia de abate (ponto máximo) da parábola. Em ambos os casos o valor do R^2 foi próximo de 1. Esses conceitos matemáticos foram relevantes na análise e discussão dos resultados, comprovando assim que existe forte relação entre as variáveis estudadas.

2.2 Materiais e Métodos

Esta segunda etapa, conforme quadro 02, corresponde aos materiais e métodos utilizados no desenvolvimento do referido trabalho. É importante que os alunos tomem conhecimento destes procedimentos para entenderem o processo e dele se apropriarem para conduzir as investigações. Aqui cabem muitas indagações do professor, de modo a aguçar a curiosidade sobre os resultados.

Quadro 02: Materiais e Métodos - **Influência da linhagem no desempenho dos frangos de corte**

O experimento foi conduzido no setor de Zootecnia I da Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul (EAFRS), localizada no Alto Vale do Itajaí, município de Rio do Sul, Santa Catarina, em sistema de criação confinado em galpão entre 21/04 a 19/05, primeiro período e em gaiolas com acesso ao pasto entre 12/06 a 17/07 de 2007, no segundo período, totalizando 28 dias no primeiro período e 36 dias no segundo período de avaliações.

O aviário onde foram alojadas as aves, no primeiro período, que era de duas águas, com pé direito de 2,80 coberto com telhas de barro, foi dividido sendo que em uma das metades foram quatro boxes de 7 m2 (1 x 7m) equipados com um comedouro tipo tubular e um bebedouro tipo pendular para cada box de 30 aves (Anexo A). O piso do aviário é de concreto, sendo utilizado maravalha como cama aviária. Os pintos foram alojados em um pinteiro até os 14 dias de idade, quando foram retiradas as fontes de calor. A taxa de lotação inicial do experimento foi de 4,28 aves por metro quadrado.

No primeiro período experimental, foram utilizados 120 frangos de corte, alojados nos boxes com 03 dias de idade separados por linhagem e identificados com pulseiras individuais que foram trocadas quando necessário, sendo que cada unidade experimental foi composta de 30 animais assim descritos: 18 machos e 12 fêmeas da linhagem Cobb; 12 machos e 18 fêmeas da linhagem Avian Farm; 17 machos e 13 fêmeas da linhagem Ross e 18 machos e 12 fêmeas da linhagem Hybro.

Para o segundo período foram sorteados aleatoriamente três machos e três fêmeas de cada linhagem para comporem o lote de animais da segunda etapa do experimento, totalizando 24 frangos de corte. As aves foram identificadas com pulseiras individuais, trocadas quando necessário, e alojadas em gaiolões de $3m^2$ (1,5 x 2,0 x 1,5m, largura, comprimento e altura respectivamente), de ferro e tela de arame galvanizado, sendo que 2/3 do seu total foi coberto com cortina de ráfia trançada, para funcionar como abrigo. Neles foram instalados comedouros tipos calha e bebedouros tipo pote de barro (Anexo B). Por não possuírem fundo, as gaiolas permitiam o acesso contínuo das aves ao pasto. Os gaiolões eram movidos através do piquete uma vez ao dia para manterá integridade da pastagem.

Os frangos eram alimentados com ração balanceada farelada elaborada na EAFRS a partir de núcleo industrial, milho e farelo de soja. A mistura dos ingredientes foi realizada conforme indicação da empresa fornecedora do núcleo. O fornecimento de ração foi á vontade seguindo o programa linear de arraçoamento recomendado pela indústria avícola, do 3° ao 21° dia de vida ração inicial e a partir do 22° dia de vida até o término do primeiro período do experimento com ração de crescimento. Durante o segundo período experimental as aves receberam ração final.

Os animais foram pesados a cada sete dias, tendo sido realizada cinco pesagens no primeiro período experimental nos dias 21 de abril (3 dias de idade), 28 de abril (10 dias de idade), 05 de maio (17 dias de idade), 12 de maio (24 dias de idade) e 19 de maio (31 dias de idade) de 2007 e seis pesagens no segundo período experimental nos dias 12 de junho (55 dias de idade), 19 de junho (62 dias de idade), 27 de junho (69 dias de idade), 03 de julho (76 dias de idade), 10 de julho (83 dias de idade) e 17 de julho (90 dias de idade) com o objetivo de estimar o ganho de peso médio (PM) e o ganho médio diário de peso (GMD). A evolução do peso vivo foi determinada através de pesagens individuais, utilizando balança digital com capacidade até 20 kg e precisão de 5 gramas.

2.3 Análise dos Resultados

Apresento a seguir os dados coletados por linhagem, sexo e peso no primeiro e segundo períodos experimentais. Sugiro uma análise destes dados, procurando estabelecer relações entre os dados numéricos e aguçar a curiosidade sobre uma análise matemática.

2.3.1 Apresentação dos dados por linhagem, sexo e peso no primeiro período experimental

Quadro 3: **Evolução média do peso vivo (gramas) de frangos de corte, lote misto, das linhagens Cobb, Avian Farm, Ross e Hybro, durante o período de 21 de abril a 19 de maio de 2007 (Pesagem 1 - 21 de abril; Pesagem 2 - 28 de abril; Pesagem 3 - 05 de maio; Pesagem 4 - 12 de maio; Pesagem 5 - 19 e maio), EAFRS – SC**.

Pesagens	Linhagens			
	Cobb	Avian Farm	Ross	Hybro
Pesagem 1	56	56	60	52
Pesagem 2	158	159	153	139
Pesagem 3	406	420	415	380
Pesagem 4	622	638	577	561
Pesagem 5	984	1096	1024	995

Quadro 4**: Evolução média do peso vivo (gramas) de frangos de corte machos (M) e fêmeas (F) das linhagens Cobb, Avian Farm, Ross e Hybro, durante o período de 21 de abril a 19 de maio de 2007 (Pesagem 1 - 21 de abril; Pesagem 2 - 28 de abril; Pesagem 3 - 05 de maio; Pesagem 4 - 12 de maio; Pesagem 5 - 19 de maio), EAFRS – SC.**

Pesagens (gramas)	Idade (dias)	Linhagens							
		Cobb		Avian Farm		Ross		Hybro	
		M	F	M	F	M	F	M	F
Pesagem 1	3	58	56	56	56	60	60	51	53
Pesagem 2	10	162	157	157	156	152	150	144	137
Pesagem 3	17	417	394	427	413	427	403	398	362
Pesagem 4	24	643	600	651	626	592	562	606	516
Pesagem 5	31	1068	894	1109	1075	1067	969	1072	976

2.3.2 Apresentação dos dados por linhagem, sexo e peso no segundo período experimental

As aves que fizeram parte do segundo período experimental apresentaram diferenças na evolução do peso vivo relacionado à linhagem e ao sexo (Quadro 3). Esta mesma situação já havia sido verificada no primeiro período experimental.

Quadro 5**: Evolução média do peso vivo (gramas) de frangos de corte machos (M) e fêmeas (F) das linhagens Cobb, Avian Farm, Ross e Hybro, durante o período de 12 de junho a 17 de julho de 2007, nos dias 12 de junho (55 dias de idade), 19 de junho (62 dias de idade), 27 de junho (69 dias de idade), 03 de julho (76 dias de idade), 10 de julho (83 dias de idade) e 17 de julho (90 dias de idade), EAFRS – SC.**

	Cobb		Avian Farm		Ross		Hybro	
Dias	M	F	M	*F*	M	F	M	F
55	3630	2542	3790	3197	3307	2918	3512	3158
62	4160	3087	4267	3372	3903	3290	4127	3622
69	4867	4000	4833	3933	4603	4093	4733	4067
76	5350	4215	5267	4100	5167	4133	5200	4233
83	5900	4467	5967	4100	5633	4367	5800	4633
90	6100	5000	6667	5333	6267	4933	6500	5133

2.4 Análise Matemática dos dados no primeiro período experimental

Esta etapa pretende analisar matematicamente os dados. Distintos caminhos podem ser viabilizados nesta etapa, dependendo da investigação que se desejar. Deixo como sugestão definir a função que melhor se adapta aos pontos. É importante que se faça esta etapa conjuntamente com o aluno, para que se realize um cenário para investigação. Que este explore o programa *Excel*, ou outro que possa auxiliar neste processo, e chegue aos seus próprios resultados. No entanto, nem sempre este espaço é viabilizado pela escola, então sugiro que o gráfico, com sua respectiva função sejam explicitados para posterior análise.

Como este trabalho viabiliza várias etapas de análises com dados distintos, sugiro que o professor divida a turma em grupos e que cada grupo fique responsável por uma etapa, podendo ser feita a socialização das análises após as discussões em grupo.

2.4.1 Evolução do ganho de massa, por sexo, no primeiro período experimental

A seguir estão apresentadas as curvas de evolução da média do ganho de peso vivo de frangos considerando linhagens e sexo dos frangos de corte, conforme resultados obtidos no Projeto de Iniciação Científica. Para obtê-las foi utilizado o programa *Excel*. As grandezas relacionadas nesta função foram a massa *(y)* em relação à idade dos pintinhos *(x)*. Saliento que o encaminhamento pode ser outro, em virtude da investigação que o cenário propuser.

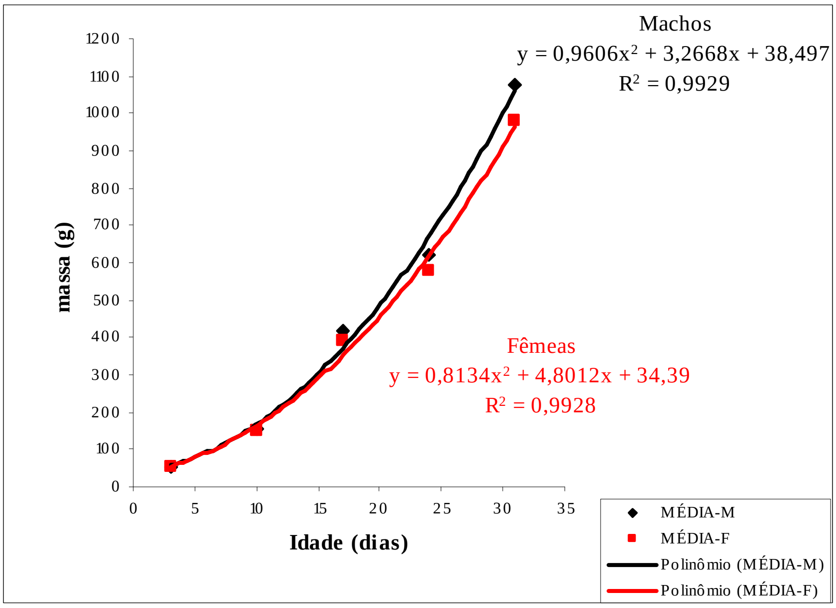

Figura 1: Evolução média do ganho de peso vivo (gramas) de frangos de corte, machos e fêmeas, das linhagens: Cobb, Avian Farm, Ross e Hybro, de 21 de abril a 19 de maio de 2007, EAFRS – SC.

2.4.2 Interpretação Matemática dos Resultados

Para a interpretação matemática destes dados, deixo como sugestão, encontrar a função que define a massa (g) dos pintinhos *(y)* com relação a variável dia *(x)* em que foram pesados através de regressão não linear. Para tanto, sugiro um estudo sobre o ajuste de curva não linear. Para maiores explicações sobre o ajuste de curvas não linear veja o quarto capítulo desta dissertação.

Para facilitar o estudo as análises são distintas quanto a machos e fêmeas. O quadro a seguir nos mostra os dados necessários para o ajuste de forma simplificada.

Quadro 6: **Média do peso em gramas, dos frangos machos das linhagens Cobb, Avian Farm, Ross e Hybro, durante o período de 21 de abril a 19 de maio de 2007, EAFRS – SC.**

Dias	**Massa (g)**
3	56
10	154
17	417
24	623
31	1079

Sabendo que a parábola é definida pela função: $y = ax^2 + bx + c$, procuramos encontrar os valores de *a*, *b* e *c* através do método da parábola dos mínimos quadrados. Ao explorar as fórmulas e regras que envolvem este método, procure levar seus alunos a perceberem que a função é a mesma que a anterior conseguida com o termo geral da função quadrática, ou seja: $y = ax^2 + bx + c$. Assim, temos que a função é: $y = 0{,}9606x^2 + 3{,}2668x + 38{,}4968$, onde o *y* expressa o peso dos frangos machos e em função de *x* que é a idade em dias.

Nesta etapa torna-se importante o envolvimento dos alunos com a interpretação matemática, percebendo que esta se torna necessária e que os conteúdos envolvidos se expressam de maneira natural, agregando significado real a esta exploração.

2.4.3 Interpretando a função obtida da evolução do peso dos frangos machos em função da idade (dias)

Para esta interpretação, procure instigar a análise matemática, de modo que os alunos entendam os significados dos parâmetros da função, de modo a contextualizar com a situação apresentada. Propicie a interpretação e aguce o espírito investigativo. De modo que façam relação entre o conteúdo estudado e a referência real apresentada, explorando reflexões inerentes ao contexto.

É importante que os alunos cheguem a conclusões do tipo:

- O valor de $a = 0,9606$ é positivo. Isso significa que a parábola possui concavidade voltada para cima. Logo, esta parábola tem um ponto mínimo que é o vértice (x_v, y_v).
- Quanto menor o valor de *a* mais aberta se encontra a parábola.
- O valor de *b* mostra se no momento em que a parábola intercepta o eixo das ordenadas ela está crescendo ou decrescendo. Como o valor de *b* também é positivo então a parábola intercepta o eixo das ordenadas no momento em que o peso está aumentando em função dos dias, ou seja, num momento em que a função é crescente.
- O valor de *c* representa o ponto em que o valor da abscissa vale zero. Neste caso, quando tiver 0 dia teremos o valor do peso igual a *38,4968g*. Ou seja, o peso do nascimento.
- O peso dos frangos machos inicial pode ser considerado a partir do 1º dia do experimento, neste caso, estão representados pela função.
- Os dados reais formam um braço da parábola em estudo, e são estes que devem ser considerados para análise.
- Com o auxílio da função estabelecida pelo programa *Excel*, pode-se estimar o peso em todos os dias que pertençam ao período de experimento. Conforme quadro.

Quadro 7: **Evolução do peso dos frangos machos durante o período de 21 de abril a 19 de maio de 2007, EAFRS – SC**.

Idade (dias)	Peso frangos machos/dia $y = 0,9606.x^2 + 3,2668.x + 38,4968$
3	56,94
4	66,92
7	108,40
10	167,16
13	243,21
16	336,53
17	371,47
20	487,83
23	621,47
24	669,86
28	882,61
30	1000,50
31	1062,33

Observação: Onde está sombreado de cinza escuro temos o dia das pesagens, e os demais intervalos (cinza claro) refere-se ao período de alojamento dos frangos no galpão.

Com a observação dos dados do quadro, podemos fomentar outras análises. Uma sugestão é buscar a interpretação matemática das características que norteiam a função do 2º grau. Para tanto, deixo como sugestão alguns pontos que podem propiciar a análise na função matemática com referência ao contexto apresentado.

A partir da função do 2º grau, o aluno pode perceber que o vértice do gráfico é que determina o ponto mínimo, ou seja, o peso (kg) é o menor possível.

Assim, a partir da função $y = 0{,}9606x^2 + 3{,}2668x + 38{,}4968$, e reconhecidos os coeficientes $a = 0{,}9606$; $b = 3{,}266$; $c = 38{,}4968$, podemos proceder várias interpretações. Seguem algumas sugestões, conforme desenvolvido no Projeto de Iniciação Científica, porém saliento que podem ser feitas outras, dependendo da investigação instaurada no cenário.

Uma boa discussão pode ser gerada a partir do cálculo das coordenadas do vértice, que se apresenta: $V = (-1{,}700396,\ 35{,}72)$. Considerando o dia *0*, como o dia do nascimento, e observando as coordenadas do vértice poderíamos dizer que *1,7* dias antes de nascer, o pintinho deveria estar pesando aproximadamente *35,72 g*. No entanto, neste caso, não faz sentido esta análise.

No caso em estudo, interpretado a partir de uma função de 2º grau, identifica-se que tem como domínio os dias e contradomínio o peso dos frangos machos. Observando a discussão anterior entendemos que é importante indicar qual o domínio dessa função, para que se possa limitar corretamente o tempo e o ganho de peso conforme a coleta de dados.

Assim, temos que $D(x) = \{x \in R /\ 3 < x < 31\}$, que se estabelece no período do experimento. Uma reflexão importante é observar que o domínio é mais amplo, visto que, com 31 dias os frangos ainda não são abatidos. Porém, aqui, o domínio se refere ao tempo de observação, visto que não se pode extrapolar e inferir da função obtida uma previsão para o comportamento fora do intervalo de observação

Para a imagem, conseqüência do domínio, temos que $Im = \{y \in R /\ 56 < y < 1062{,}33\}$. Ou seja, os frangos machos no 3º dia de vida, (1º do experimento), estavam com *56,94g* e no 31º dia, estavam com peso de *1062,33g*. A imagem real varia além de *1062,33g*, porque os frangos ainda não foram abatidos. No entanto, estamos considerando até o último dia da coleta de dados.

Outro ponto relevante a ser explorado com os alunos é a existência de uma correlação entre a idade dos frangos e o ganho de peso das linhagens. Sugiro uma interpretação sobre o coeficiente de determinação, visto que, quem garante a correlação é o R^2 (coeficiente de determinação). O valor de *R^2 é 0,9929*, conforme estabelecido na figura 1, significa que 99,29% da variação de peso é explicada pela variação dos dias que é explicada por uma função de 2°grau. Por isso, a função do 2° grau foi o melhor ajuste para esses dados.

2.4.4 Interpretando a função obtida da evolução do peso dos frangos fêmeas, em função da idade (dias)

Com o mesmo procedimento anterior, podemos propor a análise dos dados referentes aos frangos fêmeas. Nesta etapa limitei-me em apresentar os dados e deixo como sugestão seguir os passos da análise anterior. No entanto, outros encaminhamentos podem ser organizados, em função do que se pretende no cenário para investigação instituído no momento de debate do contexto.

Sugiro que primeiramente proponha aos alunos o reconhecimento do valor e respectivo significado do parâmetro *a*. Veja que o valor de $a = 0,8134$ é positivo. Isso significa que a parábola possui concavidade voltada para cima. Logo, esta parábola tem um ponto mínimo que é o vértice (x_v, y_v).

Observe o quadro com a respectiva evolução das coordenadas.

Quadro 8 – **Evolução do peso dos frangos fêmeas durante o período de 21 de abril a 19 de maio de 2007, EAFRS – SC.**

3	56,08
6	92,36
9	143,21
10	163,40
11	185,21
14	260,37
16	318,57
17	350,10
20	454,41
23	573,31
24	616,18
27	754,51
30	907,43
31	961,64

Observação: O dia das pesagens está sombreado de cinza escuro, e os demais intervalos (cinza claro) refere-se ao período de alojamento dos frangos no galpão.

Neste caso temos uma função do 2º grau, o vértice do gráfico que determina o ponto mínimo, ou seja, o peso (g) é a menor possível.

Dessa forma, a função $y = 0{,}8134.x^2 + 4{,}8012.x + 34{,}39$, estabelece como parâmetros: $a = 0{,}8134; b = 4{,}8012; c = 34{,}39$.

Todo esse estudo pode ser ampliado ao se explorar matematicamente o ajuste de curvas necessário para determinar a função que representa o ajuste do peso dos frangos fêmeas, em função de *x*, que é a idade em dias. Para tanto, sugiro o estudo sobre o ajuste de curvas parabólico pelo método da parábola dos mínimos quadrados. Motive seus alunos a pesquisar sobre o método e compreender seus aparatos, justificando a função determinada pelo programa *Excel* apresentada na figura 1.

2.5 Análise Matemática da evolução do ganho de massa, por sexo, no segundo período experimental

A seguir estão apresentadas as curvas de evolução da média do ganho de peso vivo de frangos considerando linhagens e sexo dos frangos de corte, conforme dados no Projeto de Iniciação Científica. Para tanto, as grandezas relacionadas são peso de frangos de corte *(x)* e a idade em dias *(y).*

Para se obter a curva apresentada a seguir foi utilizado o seguinte quadro:

Quadro 9: **Ganho médio de peso vivo (gramas) de frangos de corte, machos e fêmeas, das linhagens Cobb, Avian Farm, Ross e Hybro, de 12 de junho a 19 de julho de 2007, EAFRS – SC.**

Dias	Masculino	Feminino
55	3560	2954
62	4114	3343
69	4759	4023
76	5246	4170
83	5825	4392
90	6384	5100

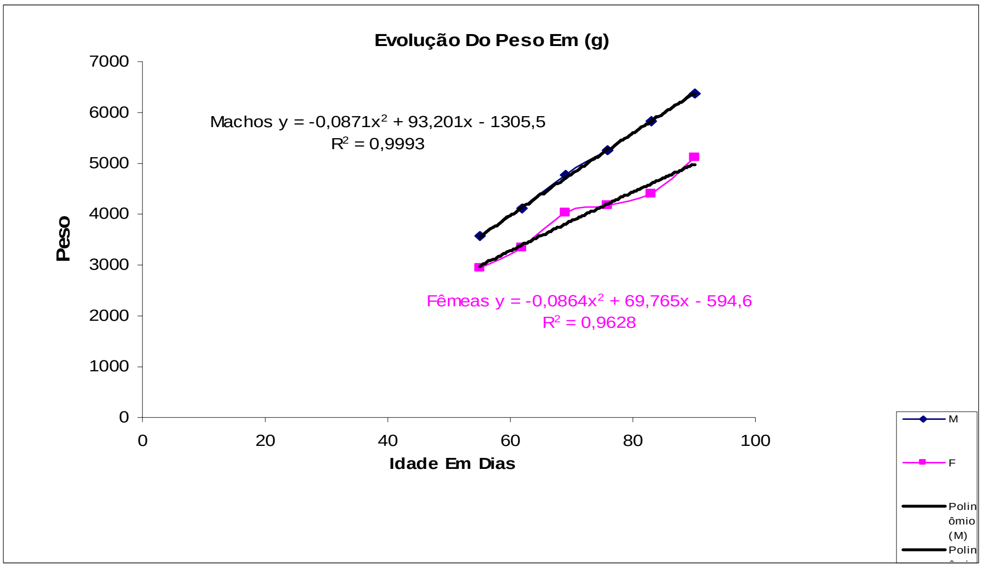

Figura 2: Evolução média do ganho de peso vivo (gramas) de frangos de corte, machos e fêmeas, das linhagens Cobb, Avian Farm, Ross e Hybro, de 12 de junho a 19 de julho de 2007, EAFRS – SC.

2.5.1 Interpretando a função obtida da evolução do peso dos frangos machos, em função da idade (dias)

Sugiro que o aluno interprete os dados e que possa chegar a conclusões do tipo: O valor de $a = -0{,}0871$ é negativo. Isso significa que a parábola possui concavidade voltada para baixo. Logo, esta parábola tem um ponto de máximo que é o vértice (x_v, y_v).

Para facilitar a interpretação, veja o quadro com a evolução das coordenadas. As datas sombreadas mostram os dias das pesagens e seus respectivos pesos.

Quadro 10: **Evolução do peso dos frangos machos durante o período de 21 de abril a 19 de maio de 2007, EAFRS – SC.**

	Machos
x (dias)	y = -0,0871.x² + 93,201x - 1305,5
55	3557
56	3641
59	3890
61	4056
62	4138
65	4385
68	4629
69	4711
70	4792

73	5034
75	5195
76	5275
79	5514
82	5751
83	5830
86	6066
89	6299
90	6377

2.5.2 Interpretando a função obtida da evolução do peso dos frangos fêmeas, em função da idade (dias)

Com a interpretação conclui-se que o valor de $a = -0{,}0864$ é negativo. Isso significa que a parábola possui concavidade voltada para baixo. Logo, esta parábola tem um ponto máximo que é o vértice (x_v, y_v). Observe o quadro, as datas sombreadas mostram os dias das pesagens e seus respectivos pesos.

Quadro 11: **Evolução do peso dos frangos fêmeas durante o período de 21 de abril a 19 de maio de 2007, EAFRS – SC**.

	Fêmeas
x(dias)	y =-0,0864.x^2 +69,765.x - 594,6 (peso em g)
55	2981
56	3041
59	3221
61	3340
62	3399
65	3575
68	3750
69	3808
70	3866
73	4038
75	4152
76	4208
77	4265
80	4434
82	4545
83	4601
84	4656
87	4821
90	4984

2.5.3 Cálculo do Vértice da Parábola

Neste caso temos uma função de 2º grau, o vértice do gráfico que determina o ponto máximo, ou seja, a peso (g) é a maior possível. Assim partindo da função y = -0,0864.x^2 +69,765.x -594,6, temos: a = 0,0864; b = 69,765; c = 594,6.

Sabendo que a coordenada da abscissa do ponto mínimo, ou seja, x_v é dada por: $x_v = \frac{-b}{2a}$ e substituindo pelos valores, temos:

$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-69{,}765}{2 \times -0{,}0864} = 403{,}7 \quad \rightarrow$ x_v = 403,7 dias

A coordenada da ordenada do ponto mínimo, ou seja y_v é dada por: $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$. Então, substituindo pelos valores temos:

$\Delta = b^2 - 4.a.c$

Δ = 4661,661

Assim, $\mathbf{y}_v = \frac{-4661{,}661}{4 \times (-0{,}0864)} = 13488{,}6$ gramas

O vértice de y pode ser obtido também substituindo na função encontrada o valor de x_v, conforme linha 8 (destacada em negrito) do quadro 2.

Assim, a coordenada do vértice é: V (403,7, 13.488,6), que significa que o peso máximo do frango foi 13.488,6g com idade de 403,7 dias de idade.

É importante salientar que neste caso em estudo, os cálculos das coordenadas do vértice, mostram valores fora da realidade, pois já vimos que cada possível expressão para a função dá uma boa descrição dela em um certo intervalo de observação e perde a validade fora dele. O que muitas vezes acontece nos exercícios amparados no paradigma do exercício, tanto com referência a Matemática pura quanto com referência a semi-realidade, em que são efetivados cálculos para mostrar as técnicas matemáticas, porém não se leva em consideração a realidade do contexto. O que se evidencia claramente nestes cálculos, que oferecem dados para o cálculo das coordenadas do vértice, porém fogem do intervalo em observação e não condizem com a realidade. Neste intervalo temos apenas uma fração da parábola, o que impede a previsão além do intervalo de observação.

Ainda como sugestão de investigação, podemos encontrar a função que representa o ajuste do peso dos frangos fêmeas e em função de x que é a idade em dias. Para tanto, é preciso fazer um estudo de ajuste de curva não linear, conforme proposto na análise do primeiro período.

2.6 Sugestões para a Discussão dos Resultados

Após cada grupo ter realizado suas análises e interpretações, é fundamental que socializem os resultados e que possam chegar a conclusões do tipo:

1. Observou-se que a linhagem que melhor se desenvolveu foi a Avian Farm, com um desenvolvimento superior independente do sexo.
2. A AVIAN FARM superou a COBB em 11,3%, a HYBRO em 10,1% e a ROSS em 7%.
3. A maior diferença, por linhagem, entre o peso final com relação ao sexo ocorreu com a linhagem COBB em que o macho no 31º dia superou o peso da fêmea em 19,4%, em seguida a linhagem ROSS obteve uma diferença de 10,1% entre os sexos da mesma linhagem, uma linhagem foi a HYBRO, que entre o sexo teve uma diferença de 9,8%, sendo assim a linhagem que teve uma menor diferença entre macho e fêmea foi a AVIAN FARM com uma diferença de 3,1%.
4. A maior diferença por linhagem (macho) ocorreu com a linhagem AVIAN FARM e ROSS, com uma diferença de 3,9% entre linhagens, em seguida a linhagem AVIAN FARM com a linhagem COBB obtiveram uma diferença de 3,8%, sendo assim a menor diferença entre uma linhagem e outra foi entre a linhagem AVIAN FARM e HYBRO com a diferença de 3,4%.
5. A maior diferença por linhagem (fêmea) ocorreu com a linhagem AVIAN FARM e COBB, com uma diferença de 20,2%, em seguida a linhagem AVIAN FARM com a linhagem ROSS obtiveram uma diferença de 10,9% e entre a linhagem AVIAN FARM e HYBRO teve uma diferença de 10,1%.
6. Podemos concluir que independente da linhagem, sempre o macho obteve o maior peso inicial e final.
7. As curvas ajustadas entre a variação da média do peso de todos os frangos por sexo em função da idade (dias), nos dois períodos analisados (primeiros 31 dias e de 55 a 90 dias) de desenvolvimento, foram todas funções de 2° grau. O

primeiro período os frangos estavam confinados e no segundo período estavam presos em gaiolas com acesso ao pasto.

8. Mesmo que os frangos fêmeas se desenvolveram menos, as curvas obedecem o mesmo padrão. Porém, vai chegar o momento em que o peso se estabilizará, momento este em que os frangos deverão ser abatidos.
9. As funções de 2° grau obtidas tiveram concavidade voltada para cima, sendo que o vértice das duas é o ponto mínimo, que é um ponto encontrado antes das aves nascerem. Além disso, as duas interceptam o eixo das abscissas no momento em que são crescentes. As duas funções obtidas, macho e fêmea, interceptam o eixo das ordenadas (peso em g) num valor acima de *30g*, que é o peso inicial. Ou seja, na função $y = ax^2 + bx + c$, temos o valor de a positivo para macho e fêmea, valor de b positivo para macho e fêmea e valor de c positivo e acima de 30, para macho e fêmea.
10. Outro fator que apareceu visível no segundo período é que as fêmeas tiveram menor desenvolvimento que os machos, isto é, o ganho de peso diário foi se tornando menor que o ganho de peso diário dos machos no decorrer do tempo.

Estes são apenas alguns pontos relevantes que foram observados no processo, aplicado no Projeto de Iniciação Científica, porém, entendo que as discussões serão inerentes aos procedimentos tomados pelo professor e pelos alunos ao organizarem, a partir deste contexto, um cenário para investigação.

3. RESPOSTAS DO MILHO EM SISTEMA DE PLANTIO DIRETO E CONVENCIONAL NO MUNICÍPIO DE AGROLÂNDIA-SC, SAFRA 2005-06

Este roteiro foi elaborado com base no trabalho de David Junior Rodrigues, Gilberto Doering e Rodrigo Canani, conforme relatório apresentado ao Projeto de Iniciação Científica, 2006.

3.1 Contextualização do Trabalho

Esta etapa se destina ao professor, para que possa ter noção de todo o processo analisado neste trabalho. Para tanto, apresento, no quadro 01, o resumo e sugiro que apresente a situação com referência à realidade para seus alunos instigando-os a uma investigação sobre os componentes do trabalho de modo a organizar uma fundamentação teórica que venha a esclarecer conceitos e metodologias.

Quadro 01: Resumo do trabalho **- Respostas do milho em sistema de plantio direto e convencional no município de Agrolândia-sc, safra 2005-06**

O milho (*Zea mays* L.) é uma gramínea da família Poaceae. Tem como centro de origem a América Central. Por ser uma cultura muito antiga, foi introduzida no Brasil, primeiramente, com o propósito de alimentação à indústria e consumo para os animais. Posteriormente, foi utilizado na alimentação humana como cereal em regiões de baixa renda.

O objetivo principal deste trabalho é analisar as principais técnicas de plantio do milho, comparando o plantio direto com o convencional em busca daquele que proporciona melhores resultados quanto à produtividade. Também pretende analisar se o modo de plantio de maior rendimento também coincide com o modo de maiores quantidades de material vegetal, visto que uma planta que possui um maior "arranque" tende a ter uma melhor produtividade.

Para isso, realizou-se o experimento na propriedade de Higino Doering, na cidade de Agrolândia, SC, no período de agosto de 2005 a abril de 2006. As variáveis analisadas no experimento foram: o tamanho das folhas, peso das raízes e parte aérea, altura da planta (cm), tamanho da folha bandeira, peso e umidade dos grãos. Para a avaliação das variáveis nos tratamentos com plantio direto e convencional, dividiu-se um hectare em duas áreas homogêneas de meio ha. No plantio convencional foi passado arado escarificador e aplicados 20.000 litros de esterco líquido de suínos, sendo depois realizado o nivelamento do solo com grade. No plantio direto, assim como no convencional, utilizou-se a mesma quantidade de esterco líquido de suínos e passagem da grade para semeio de 40 kg de aveia (*Avena strigosa* L.), deixando crescer com a vegetação espontânea.

Os dados foram coletados e analisados e para tanto utilizou-se a Matemática. Após a realização do trabalho verificou-se que no plantio direto houve melhores condições para o arranque das plântulas, devido a melhor estrutura física do solo. Também obteve maior altura da planta e diâmetro do colmo, o mesmo acontecendo com o peso de talos e folhas. No plantio convencional houve um maior peso das raízes, pois buscavam nutrientes em camadas mais profundas do solo, mas também foi neste plantio que houve maior tombamento de plantas. Em termos de rentabilidade, o plantio direto obteve melhores resultados, coincidindo também com uma maior quantidade de matéria orgânica.

3.2 Materiais e Métodos

Esta segunda etapa, conforme quadro 02, corresponde aos materiais e métodos utilizados no desenvolvimento do referido trabalho. É importante que os alunos tomem conhecimento destes procedimentos para entenderem o processo e dele se apropriarem para conduzir as investigações. Aqui cabem muitas indagações do professor, de modo a aguçar a curiosidade referente aos resultados.

Quadro 02: Materiais e Métodos - **Respostas do milho em sistema de plantio direto e convencional no município de Agrolândia-SC, safra 2005-06**

O experimento foi realizado na propriedade de Higino Doering, em Ribeirão Xaxim, no município de Agrolândia/SC. Dividiu-se um hectare em duas áreas homogêneas em termos de tamanho, topografia e fertilidade de solo. O experimento foi iniciado em 25 de agosto de 2005, com a semeadura da aveia preta.

No plantio convencional foram aplicados 20.000 l de esterco líquido de suínos e depois de utilizado o arado escarificador. Em 13 de outubro, foi realizado nivelamento do solo com grade.

No plantio direto foi aplicado a mesma quantidade de esterco líquido de suínos que no preparo convencional. Em 25 de agosto, foram semeados 40 kg de aveia preta. Sete dias antes do plantio, ocorrido em 20 de outubro, foi utilizada grade para o corte da aveia.

Foram utilizadas cinco sacas de NPK da formulação 7-28-14, além de 50 kg de sulfato de amônia. Para o tratamento da semente foram aplicados 200 ml de Futur, 200 ml de PT-4-0 (ativador para produção radicular). Em 20 de outubro de 2005, ocorreu o plantio, utilizando o híbrido simples 30F33 (Pioneer) num espaçamento de 0,85 m. No dia seguinte foi realizada uma pulverização com 3,0 l de herbicida Roundup (Glyfosate). Em 13 de novembro foi aplicado o herbicida pós-emergente 4,0

Herbimix (Atrazina + Sinazina), 0,5 l Sanson 40 SC. No dia 27 de novembro aplicaram-se seis sacas de uréia da empresa Fertipar.

As análises foram iniciadas em 06 de novembro. Em cada análise, utilizaram-se cinco plantas de cada tratamento, retiradas de diferentes pontos e embaladas em sacos plásticos. No dia seguinte, foram analisadas no Laboratório de Sementes da Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul (EAFRS), mensurando com régua o tamanho das folhas expandidas e em expansão. Os pesos dos talos, folhas e raízes foram determinados com balança eletrônica de capacidade de 500 a 1000 g. Nos dias 13 (segunda análise) e 20 de novembro (terceira análise) procederam-se às mesmas análises.

No dia 27 de novembro, executamos a quarta análise utilizando a mesma quantidade de repetições e analisamos em campo, com régua, o tamanho das folhas expandidas, em expansão e a altura de inserção da primeira espiga. Assim se repetiu também nos dias 04 de dezembro (quinta análise), 11 de dezembro (sexta análise) e 18 de dezembro (sétima análise).

Em 08 de abril de 2006, executou-se a colheita. Analisou-se dois pontos de duas linhas de 4 m de comprimento em cada tratamento. Determinamos a quantidade de plantas tombadas, plantas no local, altura da folha bandeira, altura de inserção da primeira espiga, peso dos grãos. No Laboratório de Sementes da EAFRS, analisamos a umidade dos grãos utilizando um medidor digital, produtividade no ponto de colheita (18-20% de umidade) e produtividade no ponto de armazenamento (13%).

3.3 Análise dos Resultados

3.3.1 Apresentação dos Dados do Plantio Direto

Apresento a seguir, os quadros 03,04, 05, 06, 07 e 08, referentes aos dados coletados no sistema de plantio direto. Sugiro uma análise destes dados, procurando estabelecer relações entre os dados numéricos e despertar a curiosidade e mostrar a necessidade de uma análise Matemática, de modo a estabelecer relações entre as variáveis.

Quadro 03: **Média do tamanho das folhas, em cm, no sistema de plantio direto no município de Agrolândia, safra 2005-06.**

Tamanho da folha (cm)	1º 17 dias	2º 24 dias	3º 31 dias	4º 38 dias	5º 45 dias	6º 52 dias	7º 59 dias
Folha 1	7,1	12,7	21,3	33,4	32,9	36	51,2
Folha 2	16,94	22,5	36,5	42,3	46,3	50,8	90
Folha 3	26,44	30,9	42,4	57	56,9	54,5	98,1
Folha 4	28,14	33,3	49,9	73,3	75,3	61,6	88,1
Folha 5	18,1	29,14	48,3	83,9	71,1	63,8	79,2

Folha 6		26,8	37,38	80,9	65,64	77,3	64,1
Folha 7			42,5	74,6	91,14	85,3	51,8
Folha 8				61,1	93,78	97,2	40,2
Folha 9				32,8	75,54	79,42	35,3
Folha 10				28	63,2	85,14	33,7
Folha 11				25,6	44,52	83,74	31,54
Folha 12					38,5	84,47	28,6
Folha 13							24,5

Quadro 04: **Peso das raízes, em gramas, no sistema de plantio direto no município de Agrolândia, safra 2005-06**.

Peso das raízes (g)	1ª Análise (17 dias)	2ª Análise (24 dias)	3ª Análise (31 dias)
Planta 1	1,3	2,8	6,6
Planta 2	1,4	5,4	5,1
Planta 3	2,6	3,2	6,5
Planta 4	2,1	4,9	6,8
Planta 5	1,4	4,5	3,4
Média	1,76	4,16	5,68

Quadro 05: **Peso do talo e folhas, em gramas, no sistema de plantio direto no município de Agrolândia, safra 2005-06.**

Peso do talo e folhas	1ª Analise (17 dias)	2ª Analise (24 dias)	3ª Analise (31 dias)
Planta 1	7,7	23,7	31,8
Planta 2	6,6	25,7	39,6
Planta 3	9,1	13,5	32
Planta 4	8,2	20,3	42,8
Planta 5	7,5	19,3	27,2
Média	7,82	20,5	34,68

Quadro 06: **Altura da inserção da primeira espiga, em cm, no sistema de plantio direto no município de Agrolândia, safra 2005-06.**

Altura da planta (cm)	4ª Análise (38 dias)	5ª Análise (45 dias)	6ª Análise (52 dias)	7ª Análise (59 dias)
Planta 1	26	40,5	60	120
Planta 2	28	41,5	61	115
Planta 3	30	43,5	63	130
Planta 4	28	45,6	62,5	125
Planta 5	27	47,5	62	100
Média	27,8	43,72	61,7	118

Quadro 07: **Avaliação da colheita do milho, no sistema de plantio direto, no município de Agrolândia, safra 2005-06.**

Análise do milho	1º PD	2º PD	Média
Folha bandeira	13,5	14	13,75
Número de plantas	44	43	43,5
Peso dos grãos	5,07	5,142	5,106
Umidade	17,4	17,7	17,55
Plantas tombadas/há	1470		1470
kg/ha (18 a 25 de umidade)	7455,8	7561,7	7508,75
sacos/há 18 a 25 de umidade	124,2	126	125,1
Quantidade de umidade	376,5	408,3	392,4
Kg/ha (13 % de umidade)	7079,3	7153,4	7116,35
Sacos/ha (13% de umidade)	117,9	119,2	118,55

Quadro 08: **Altura da inserção da primeira espiga, em cm, no sistema de plantio direto no município de Agrolândia, safra 2005-06**

Altura da inserção da espiga	4ª Análise (38 dias)	5ª Análise (45 dias)	6ª Análise (52 dias)	7ª Análise (59 dias)
Folha 1	25	35	58	110
Folha 2	27,5	37	60	105
Folha 3	24	35	62	108
Folha 4	25	34,5	60	112
Folha 5	27,5	36,5	56	115
Média	25,8	35,6	59,2	110

3.3.2 Apresentação dos Dados do Plantio Convencional

Apresento a seguir, os quadros 09, 10, 11 e 12, referentes aos dados coletados no sistema de plantio convencional. Da mesma forma que se procedeu com os dados do plantio direto, indico uma análise desses dados, procurando estabelecer relações entre os dados numéricos e instigar a curiosidade e a necessidade de uma análise Matemática, de modo a estabelecer relações entre as variáveis.

Quadro 09: **Média do tamanho das folhas, em cm, no sistema de plantio convencional no município de Agrolândia safra 2005-06**.

Tamanho da folha (cm)	1º 17 dias	2º 24 dias	3º 31 dias	4º 38 dias	5º 45 dias	6º 52 dias	7º 59 dias
Folha 1	6,5	6,74	18,6	26,36	29,94	31,8	49,1
Folha 2	15,9	17,26	25,6	36,7	44,42	47,8	88
Folha 3	23,68	25,2	33,8	51,14	52,4	53,5	92,5
Folha 4	17,64	30,9	38,98	65,5	70	61,2	85

Folha 5	10,9	30,9	39,5	75,2	89,18	66,3	76
Folha 6			26,8	77,4	87,8	75	62,04
Folha 7				70	71,26	81,34	47,5
Folha 8				43,9	60,12	95,26	44,5
Folha 9				27,62	30,36	77,8	35,9
Folha 10				25,06	30,22	73,6	34,6
Folha 11					27,6	65,175	31
Folha 12							26,1

Quadro 10: **Peso das raízes, em gramas, no sistema de plantio convencional no município de Agrolândia, safra 2005-06.**

Peso das raízes (g)	1ª Análise (17 dias)	2ª Análise (24 dias)	3ª Análise (31 dias)
Folha 1	1,2	3,2	6,5
Folha 2	1,3	4,3	6,7
Folha 3	1,5	3,4	6,8
Folha 4	1,6	6,5	9
Folha 5	1,1	5,3	6,9
Média	1,34	4,54	7,18

Quadro 11: **Peso do talo e folhas, em gramas, no sistema de plantio direto no município de Agrolândia, safra 2005-06.**

Peso do talo e folhas (g)	1ª Análise (17 dias)	2ª Análise (24 dias)	3ª Análise (31 dias)
Folha 1	3,1	12,3	34,9
Folha 2	2,9	13,3	27,2
Folha 3	4	11,6	32,7
Folha 4	3,9	16,3	27,2
Folha 5	3,1	15	33
Média	3,4	13,7	31

Quadro 12: **Avaliação da colheita do milho no sistema de plantio convencional no município de Agrolândia, safra 2005-06.**

Analise do milho	1º PC	2º PC	Média
Folha bandeira	12	11,5	11,75
Numero de plantas	43	43	43
Peso dos grãos	4,09	4,69	4,39
Umidade	18,7	17,7	18,2
Plantas tombadas/há	1470	5882,35	3676,175
kg/ha (18 a 25 de umidade)	6015	6897	6456
sacos/há 18 a 25 de umidade	100,2	114,2	107,2
Quantidade de umidade	393,9	372,4	383,15
Kg/ha (13 % de umidade)	5621	6525	6073
Sacos/ha (13% de umidade)	93,6	108,7	101,15

3.4 Análise Matemática dos dados

Nesta etapa pretende-se analisar matematicamente os dados. Saliento que, a partir deste cenário, distintos encaminhamentos podem ser percorridos. O que apresento são sugestões que podem ser seguidas ou alteradas conforme a necessidade instaurada após as reflexões inerentes ao contexto. Para tanto, são apresentados alguns gráficos que apresentam diferenças entre o plantio direto e plantio convencional. Para uma interpretação matemática, sugiro a construção de gráficos e suas respectivas funções.

Sugiro que esta etapa seja realizada conjuntamente com o aluno, para que se efetive um cenário para investigação, que este explore o programa *Excel*, ou outro programa que cumpra o mesmo propósito e chegue aos seus próprios resultados. Entretanto, se este espaço (laboratório de informática) não for viabilizado pela escola, sugiro que o gráfico com sua respectiva função sejam apresentados aos alunos e que estes façam uma análise a partir o exposto pelo programa.

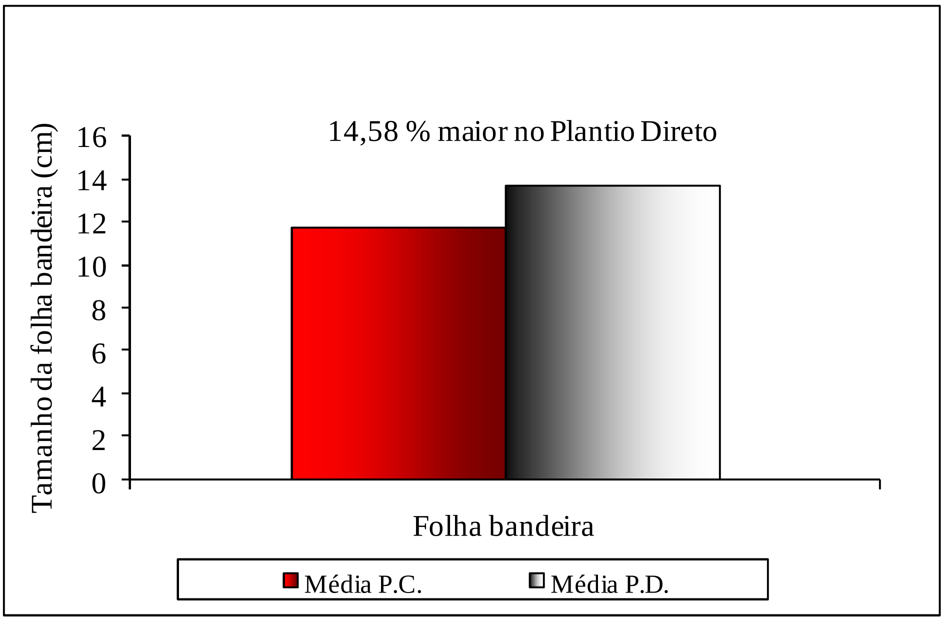

Figura 01: Tamanho da folha bandeira, em cm, no sistema de plantio direto e convencional no município de Agrolândia, safra 2005-06.

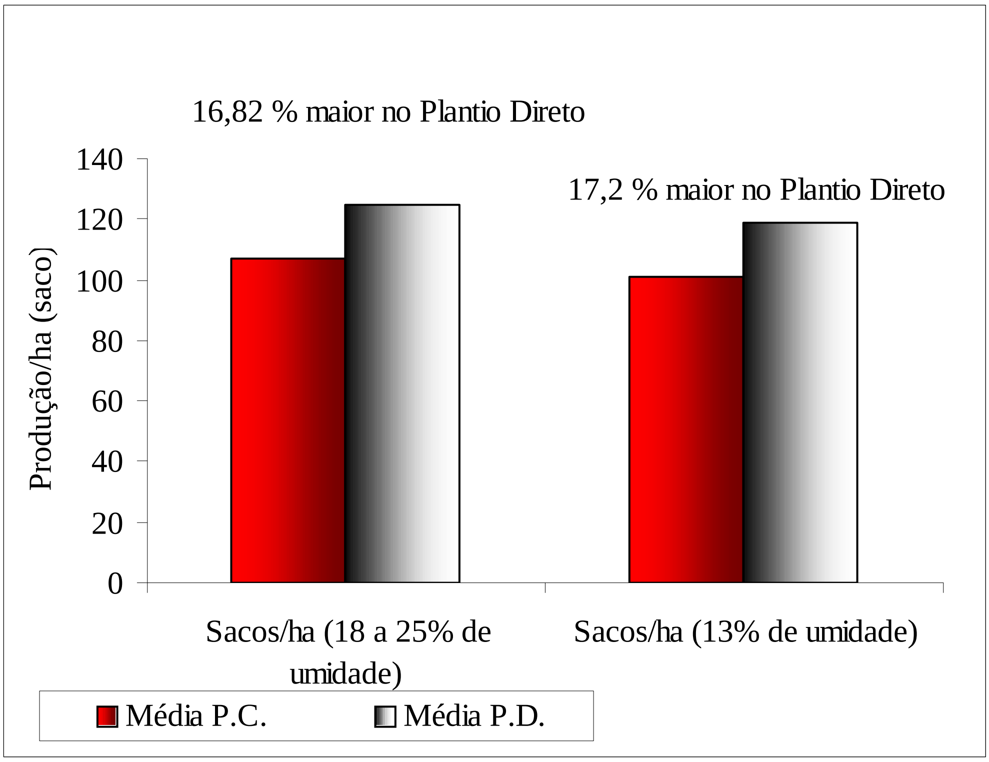

Figura 02: Média de produção por hectare com umidade de 18 a 25% (ponto de colheita) e 13% (ponto de armazenamento), no sistema de plantio direto e convencional no município de Agrolândia, safra 2005-06.

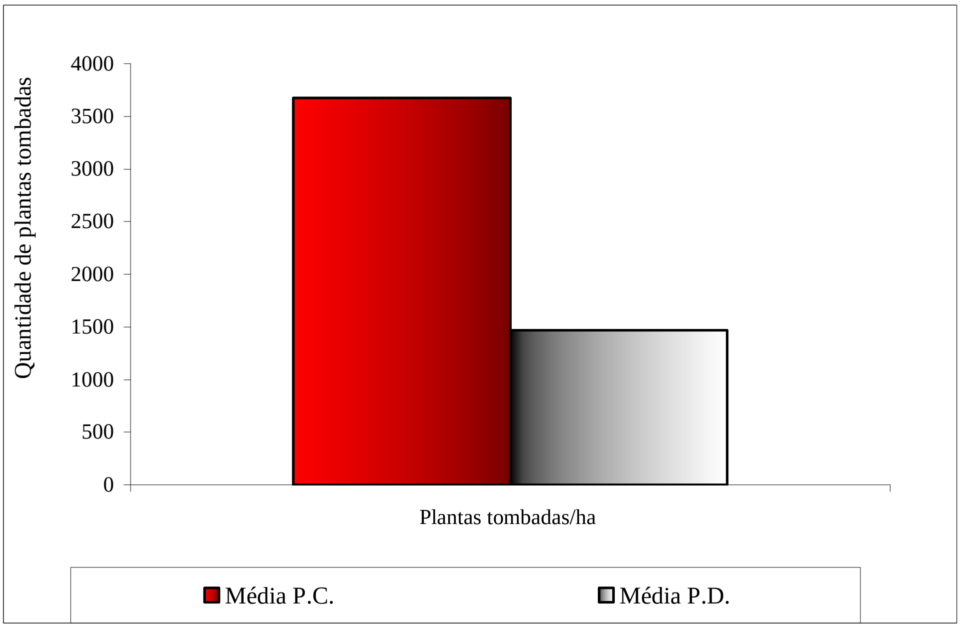

Figura 03: Quantidade de plantas tombadas no sistema de plantio direto e convencional no município de Agrolândia, safra 2005-06.

Observação: Esse dado pode não ser real, pela possível insuficiência amostral.

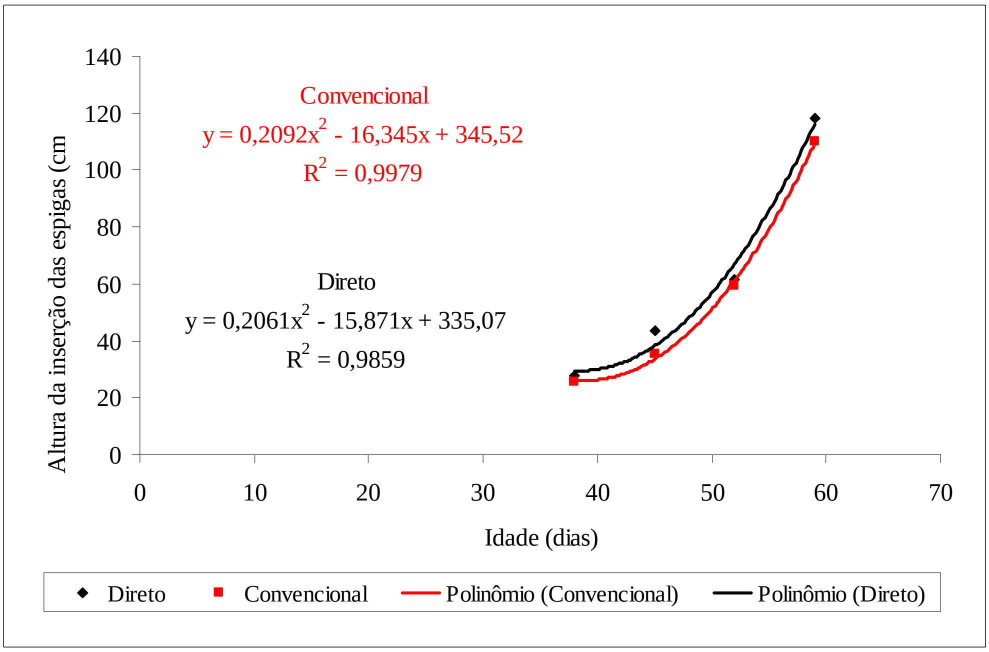

Figura 04: Média da altura da inserção da espiga, em cm, no sistema de plantio direto e convencional no município de Agrolândia, safra 2005-06.

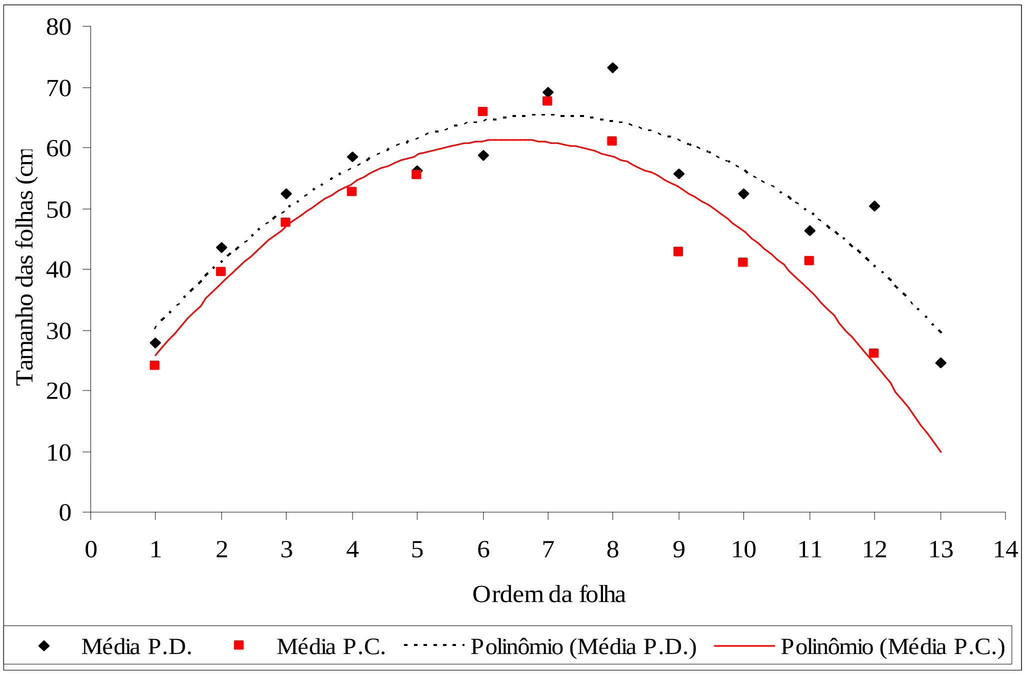

Figura 05: Média do tamanho das folhas, em cm, no sistema de plantio direto e convencional no município de Agrolândia, safra 2005-06.

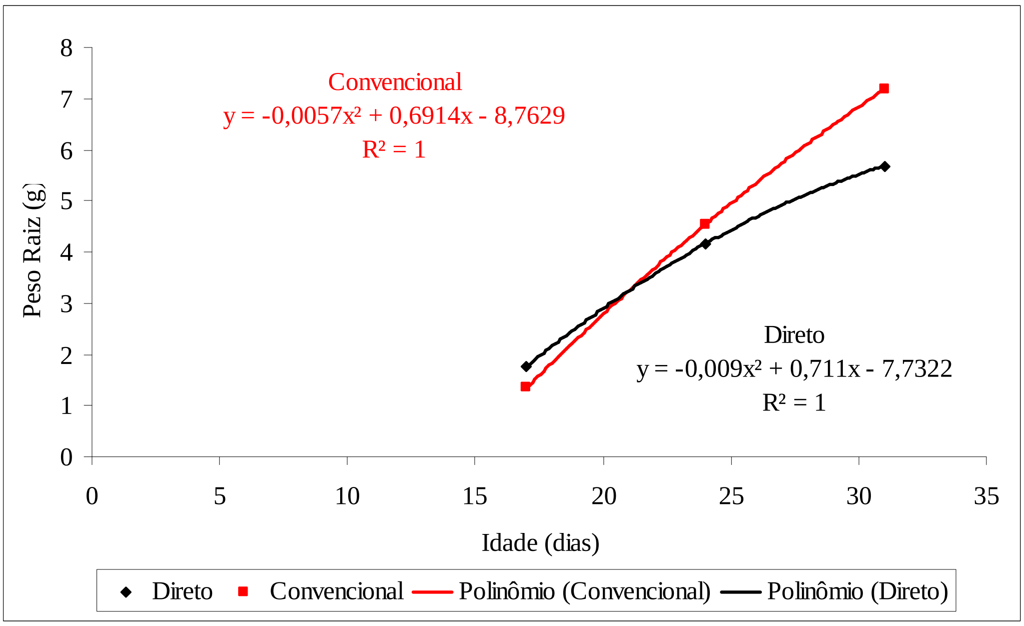

Figura 06: Média do peso das raízes, em gramas, no sistema de plantio direto e convencional no município de Agrolândia, safra 2005-06.

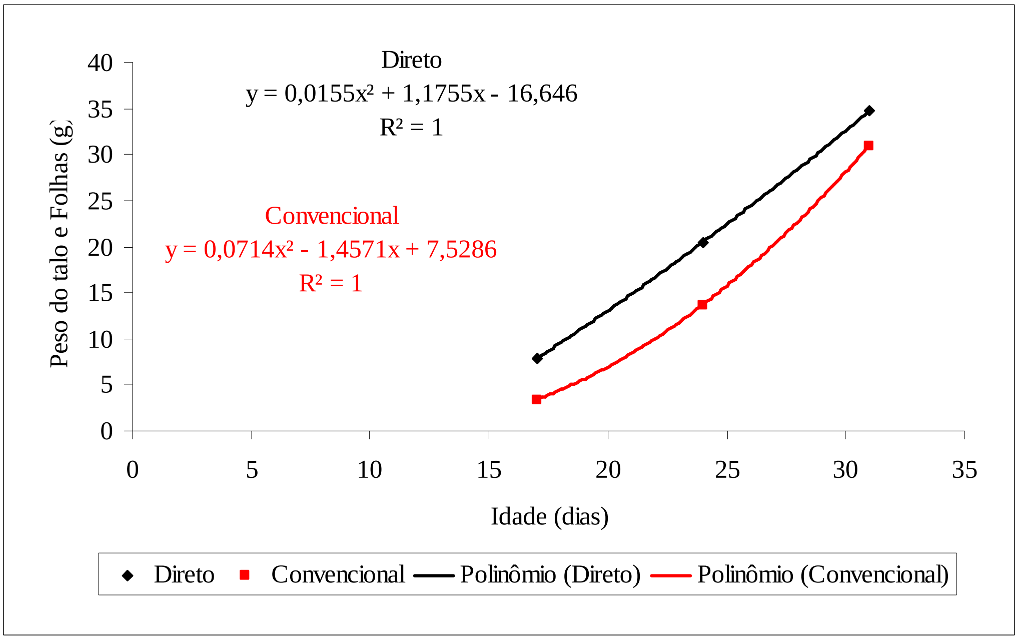

Figura 07: Média do peso do talo e folhas, em cm, no sistema de plantio direto e convencional no município de Agrolândia, safra 2005-06.

3.4.1 Obtenção da equação do ajuste de curvas

Após analisar os gráficos e suas respectivas funções, distintos encaminhamentos podem ser efetivados. Conforme o estabelecido no Projeto de Iniciação Científica, ao desenvolver esta proposta o encaminhamento foi procurar obter o ajuste parabólico. Com o mesmo intuito a sugestão de encaminhamento para esta etapa se estabelece nestes termos. Para maiores informações sobre o desenvolvimento do ajuste parabólico, veja capítulo 4 desta dissertação, no qual apresento um roteiro pormenorizado.

Com base nos dados apresentados e nos roteiros de aprendizagem anteriores, é possível desenvolver outro roteiro de aprendizagem contextualizado, implementando um novo cenário para investigação.

Nesta proposta foram utilizados os valores reais coletados. No entanto, ao se analisar matematicamente o peso de talos e folhas do milho (em gramas) em função do crescimento (em dias), torna-se essencial salientar que nas Figuras 06 e 07, foram utilizados dados coletados em três momentos apenas. Com isso fica prejudicada a aplicação do método dos mínimos quadrados. De fato, dados três pontos não alinhados no plano, não estando nunca dois deles na mesma linha vertical, existe uma única função quadrática com o gráfico passando pelos três pontos dados. Assim, é trivial fazer o ajuste da parábola, com $R^2 = 1$. A regressão só faz sentido para no mínimo quatro dados. O fato de ter obtido uma parábola passando exatamente pelos três pontos dados, não é um indício de que o gráfico da parábola vai descrever bem a função procurada. Em particular, fica-se sem ter a certeza de que a função quadrática pode fornecer um bom modelo da situação real. Quanto à altura de inserção das espigas, foram utilizados dados de medições feitas em quatro momentos, o que torna a possibilidade de previsão mais confiável.

Geralmente apresentam-se ao aluno caminhos corretos, previamente preparados. Sugiro que neste roteiro, esses exemplos sejam usados para mostrar a necessidade da escolha correta da função que melhor se adapta ao gráfico, e principalmente, chamar a atenção quanto à quantidade de pontos que viabiliza, ou não, essa análise. O programa *Excel*, quando solicitado, apresenta a função quadrática como a melhor opção para três pontos, pois por estes passará uma parábola, todavia, é essencial o entendimento da necessidade de mais pontos, para uma análise mais correta da realidade.

Perante o contexto apresentado, sugiro um roteiro de aprendizagem que envolva os alunos em discussões inerentes a viabilidade da regressão quadrática, chamando a tenção para a escolha do gráfico que melhor se adapta a função, bem como, a quantidade de dados que podem garantir essa análise.

Em meio a tais considerações, o roteiro deve ser desenvolvido conforme a necessidade suscitada pelos alunos e professor. Com este entendimento, os cálculos não estão explicitados neste roteiro, levando em consideração que se pode seguir o formato dos roteiros anteriores, ou então, aproveitar os dados reais apresentados e explorar os conteúdos matemáticos em outro viés. Entretanto, fica para o professor a astúcia perante os encaminhamentos, de modo, a provocar, nos alunos, discussões e tomada de decisão.

Lembre-se que se pretende instaurar um cenário para investigação, assim é importante garantir que este ambiente de aprendizagem se desenvolva com espírito investigativo.

3.5 Sugestões para a Discussão dos Resultados

Após cada grupo ter realizado suas análises e interpretações, distintamente dos encaminhamentos percorridos conforme o cenário que se apresentou, é fundamental que socializem os resultados e que possam chegar a conclusões. Como sugestão apresento as conclusões estabelecidas no Projeto de Iniciação Científica que podem auxiliar na condução das atividades.

1. Com o preparo convencional houve uma redução na qualidade das propriedades físicas e químicas do solo nas camadas superficiais, proporcionando maior peso das raízes, por fazer com que estas viessem a buscar água e nutrientes em camadas mais profundas. Houve também menor altura de inserção das espigas, menor produtividade, além de menor desenvolvimento vegetativo, com o diâmetro do colmo, comprimento de folha bandeira e outras características avaliadas em termos de desenvolvimento apresentarem menores índices em relação ao preparo com plantio direto.
2. Além disso, ocorreram em alguns momentos déficits hídricos, impossibilitando a planta de realizar suas atividades fisiológicas basais, ao contrário do plantio direto, que com a camada de palha e melhor estrutura do solo, possibilitou realizar suas funções basais pela maior quantidade de água e nutrientes nas camadas superficiais, não sofrendo tanto com o estresse hídrico. Além disso, pela intensidade de vento na área de experimento e pela baixa resistência das plantas do plantio convencional, por possuir menor diâmetro de colmo, houve maior intensidade de tombamento de plantas em relação ao plantio direto.
3. O plantio direto apresentou maior altura da inserção das espigas, peso do colmo, folhas e produtividade, além do tamanho das folhas ser maior. Isto pode ser explicado devido o plantio direto proporcionar uma camada de palha na superfície que aumenta o teor de umidade nesta região e a disponibilidade de nutrientes, reduzindo a evaporação da água presente no solo. Assim, tanto a água como os nutrientes estavam todos disponíveis na camada superficial, não necessitando o sistema radicular se desenvolver mais e se aprofundar. A altura da folha bandeira foi maior neste sistema de plantio, sendo que ela indica a qualidade fisiologia da planta, além do potencial produtivo da planta.
4. O plantio direto além de proporcionar um maior rendimento na safra, também possibilitou um controle eficiente da erosão e aumentou o armazenamento de água no solo, amenizando o estresse hídrico na fase

do enchimento dos grãos, em que se observou um alto déficit hídrico que atingiu intensamente a lavoura.

5. No plantio direto foi implantada a adubação verde com aveia preta, cuja importância fundamental está na conservação do solo, pois um solo coberto diminui o impacto das gotas no solo, reduz a desagregação e transporte das partículas de solo, reduzindo a perda de nutriente pelo processo erosivo.
6. Conforme dados de experimentos realizados no Estado do Paraná (Derpsch, 1990), comparando-se o plantio direto com o convencional, o primeiro provocou um aumento na densidade aparente com diminuição simultânea de macroporos nas camadas superiores do solo (0 a 20 cm). Com preparo convencional e em menor proporção com escarificação, houve compactação na camada de 20 a 30 cm.
7. Por causa do aumento em poros médios após plantio direto, a capacidade de água disponível foi mais alta observando-se maiores quantidades de água disponível para as plantas, em conjugação com menores perdas por evaporação.
8. A camada de cobertura morta existente no plantio do milho reduziu as oscilações de temperaturas do solo.
9. Maiores níveis de cobertura do solo e estabilidade mais alta dos agregados após plantio direto acarretam maior infiltração da água das chuvas. A infiltração medida sobre preparo convencional sempre foi mais baixa.
10. Depois de quatro anos de plantio direto, os teores de C, N e P disponíveis, o pH e a saturação de base na camada superficial do solo já eram nitidamente maiores que sob preparo convencional.
11. O plantio direto elevou a atividade biológica do solo. Entre os métodos de preparo do solo estudados, o plantio direto apresentou as menores perdas por erosão. O preparo tradicional resultou nas perdas mais altas e em seqüência o preparo convencional. A susceptibilidade a erosão esteve, em todos estes casos, diretamente relacionados ao grão de cobertura do solo por cobertura morta.

12. A combinação “cobertura morta e herbicida” em sistema de plantio direto foi mais eficaz em relação ao controle de plantas daninhas do que a conjugação “preparo do solo e herbicida” no preparo convencional.

3.6 Interpretação Matemática

Após as análises e discussões dos dados apresentados, torna-se importante que o aluno tenha clareza na interpretação matemática. Assim, sugiro que reflexões inerentes às curvas obtidas sejam exploradas, bem como, os significados conceituais e estruturais em relação aos cálculos e a realidade instaurada.

Este roteiro de aprendizagem foi elaborado com o intuito de dar subsídios para o professor que se interessar em trabalhar com a Educação Matemática Crítica e desejar promover cenários para investigação em suas aulas, de modo a desenvolver os conteúdos matemáticos com referência à realidade e promover reflexões em sala de aula inerentes aos argumentos sociais, de modo a desenvolver o conhecimento matemático, tecnológico e reflexivo.