

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

GUILHERME NICOL

**MODELAGEM DE MÁQUINAS DE
INDUÇÃO PENTAFÁSICAS SOB FALHA
INCLUINDO HARMÔNICAS,
PULSAÇÃO DE TORQUE E PERDAS**

Porto Alegre
2020

GUILHERME NICOL

**MODELAGEM DE MÁQUINAS DE
INDUÇÃO PENTAFÁSICAS SOB FALHA
INCLUINDO HARMÔNICAS,
PULSAÇÃO DE TORQUE E PERDAS**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Energia

ORIENTADOR: Prof. Dr.-Ing Luís Alberto Pereira

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Luís Fernando Alves Pereira

Porto Alegre
2020

GUILHERME NICOL

**MODELAGEM DE MÁQUINAS DE
INDUÇÃO PENTAFÁSICAS SOB FALHA
INCLUINDO HARMÔNICAS,
PULSAÇÃO DE TORQUE E PERDAS**

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____
Prof. Dr.-Ing Luís Alberto Pereira, UFRGS
Doutor pela Universität Kaiserslautern – Kaiserslautern, Alemanha

Banca Examinadora:

Prof. PhD. Felix A. Farret, UFSM
Doutor pela Universidade de Londres, ICSTM – Londres, Grã-Bretanha

Prof. Dr. Ademir Nied, UDESC
Doutor pela Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG – Belo Horizonte, Brasil

Prof. Dr. Paulo R. Eckert, UFRGS
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS – Porto Alegre, Brasil

Coordenador do PPGEE: _____
Prof. Dr. Sérgio Haffner

Porto Alegre, setembro de 2020.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais que sempre me apoiam e incentivam em todas as etapas de minha vida.

AGRADECIMENTOS

Ao meu pai Walter Nicol, à minha mãe Josi Nicol e à minha irmã Caroline Nicol por todo o amor e apoio.

Aos meus colegas e amigos da pós graduação Matheus, Marcos, Lucas, Charles, Mauren, Rodrigo, Leonardo, Chrystian, Gustavo e Eduardo.

Aos meus orientadores Luís Alberto Pereira e Luís Fernando Alves Pereira pelos conselhos, orientação, amizade e ensinamentos.

À Miriam Rosek que mantém o PPGEE funcionando.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

RESUMO

O presente trabalho aborda a máquina de indução pentafásica operando sob falha sem controle, assim como com falha e com controle usando várias estratégias que reduzem a pulsação do torque produzida durante a falha. O tipo de falha considerada é a que interrompe a circulação de corrente em uma das fases do estator (fase aberta). O objetivo principal do presente estudo consiste em determinar os impactos da operação sob falha, com e sem controle, na distribuição da indução no interior da máquina, nas perdas magnéticas e no torque eletromagnético. São também propostos novos modelos para a distribuição da indução no interior da máquina; além disto, é proposto um novo modelo para a máquina operando em regime permanente senoidal. Para validar e testar os modelos desenvolvidos foram realizadas simulações com elementos finitos e ensaios com duas máquinas pentafásicas disponíveis no laboratório da UFRGS, sendo na sequência ambos resultados comparados com os obtidos com os modelos propostos. Os modelos para a distribuição da indução fornecem induções muito semelhantes às obtidas com o método dos elementos finitos. Além disto, o modelo proposto para o regime permanente possibilita que um número arbitrário de harmônicas da indução no entreferro seja considerado quando são calculadas as indutâncias mútuas entre o rotor e o estator. Nos modelos conhecidos, apenas a componente fundamental e a terceira harmônica da indução no entreferro acoplam magneticamente o rotor ao estator. Consequentemente, o torque e as correntes fornecidas pelo modelo proposto incluem os efeitos das harmônicas da indução produzidas pelos enrolamentos do estator e do rotor. Os resultados apresentados e discutidos neste trabalho mostram que a distribuição da indução e das perdas magnéticas mudam consideravelmente durante a operação sob falha. Entretanto, a variação total das perdas magnéticas é pequena, pois em algumas regiões as perdas aumentam enquanto que em outras as perdas diminuem. No estator, o conteúdo harmônico e a amplitude da indução em cada um dos dentes e em diferentes partes da coroa são alterados e, no rotor, a operação sob falha adiciona harmônicas de alta frequência ao conteúdo harmônico das induções nos dentes e coroas.

Palavras-chave: Máquina de indução, máquina pentafásica, operação sob falha, controle de máquinas pentafásicas, harmônicas em máquinas de indução, pulsação de torque.

ABSTRACT

The present work addresses the five-phase induction machine operating under fault without control, as well as under controlled faulty operation using several strategies that reduce the torque pulsation arising during the fault. The fault considered here concerns the interruption of the current in one of the stator phases (open-phase fault). The main objective of the study presented here is to determine the impacts of the operation under fault, with and without control, on the distribution of the induction inside the machine, on the magnetic losses, and the electromagnetic torque. Besides, new models are proposed to determine the distribution of the induction inside the machine; further, a new model for the machine operating under sinusoidal steady-state is also presented. To validate and test the developed models, simulations have been carried out with the finite element method using two five-phase machines available at UFRGS; further, several practical tests have been done with the referred machines, with practical results being subsequently compared with theoretical results obtained with the proposed models. The models for the induction distribution provide results very similar to those obtained with the finite element method. Besides, the proposed model allows the inclusion of an arbitrary number of air gap induction harmonics into the mutual inductances between the rotor and the stator. In the known models, only the fundamental and the third-harmonic components of the air gap induction magnetically couple the rotor to the stator. Consequently, the torque and currents provided by the proposed model include the effects of the induction harmonics produced by the stator and rotor windings. The results presented and discussed here show that the distribution of the induction and magnetic losses change considerably during operation under fault. However, the total magnetic losses change only by a small amount, which can be explained by the fact that in some regions inside the machine the losses increase while in others they decrease. In the stator, the harmonic content and the amplitude of the induction in each of the teeth and in different parts of the yoke change; furthermore, in the rotor, the faulty operation adds high-frequency harmonics to the harmonic content of the inductions in the teeth and yokes.

Keywords: induction machine, five-phase machine, faulty operation of five-phase machine, control of five-phase machines, harmonics in induction machine .

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 –	Tensão de alimentação versus torque versus número de fases da máquina.	35
Figura 2 –	Indução no entreferro $B_\delta(t, \theta)$ (linha 1), tensão de fase $v(t)$ (linha 2) e corrente de fase $i(t)$ (linha 3).	39
Figura 3 –	(a) Torque médio versus escorregamento s. (b) Amplitude da componente pulsante do torque versus escorregamento.	41
Figura 4 –	Tensões de fase, correntes de fase e o torque de uma máquina pentafásica operando com e sem falha e com falha e com controle.	43
Figura 5 –	(a) Indução nos dentes do rotor quando a máquina opera sem falha e (b) quando a máquina opera com 2 fases desconectadas	46
Figura 6 –	(a) Espectro da indução nos dentes do rotor quando a máquina opera sem falha. (b) Espectro da indução nos dentes do rotor quando a máquina opera com 1 fase desconectada. Fonte (PEREIRA; NICOL; PEREIRA; PERIN, 2020a).	46
Figura 7 –	Bobinas pertencentes a cada uma das fases do estator e ângulo θ_r entre a fase 1 do estator e a fase 1 do rotor.	52
Figura 8 –	Circuitos de malha de 3 fases consecutivas do rotor.	52
Figura 9 –	Indução no entreferro na direção radial, produzido por uma fase do estator (a) e espectro da indução (n indica a ordem da harmônica) (b).	54
Figura 10 –	Indução no entreferro versus características do estator.	56
Figura 11 –	As cinco componentes de sequências das correntes de fase do estator.	57
Figura 12 –	Sequência de fase das correntes versus indução no entreferro.	60
Figura 13 –	Fasores das correntes de fase do estator e suas componentes de sequência.	69
Figura 14 –	Correntes como combinação das componentes de sequência mostrando como as correntes originais \bar{I}_1 e \bar{I}_5 podem ser obtidas das correntes de sequência.	70
Figura 15 –	Circuito de malha para a sequência $x=1$	71
Figura 16 –	Correntes de fase da máquina de 5,5 kW operando com e sem controle e com e sem carga. As linhas pontilhadas correspondem as correntes obtidas com o modelo e as linhas sólidas são as correntes medidas.	83
Figura 17 –	Torque produzido pela máquina de 5,5 kW operando com e sem controle e com e sem carga.	84
Figura 18 –	Indução no entreferro na direção radial gerada por uma fase do estator. (a) $y_e=0, q=1$; (b) $y_e=0, q=2$; (c) $y_e=1, q=2$	89

Figura 19 –	Simplificação da geometria da máquina com $q=1$ para obtenção da distribuição da indução no entreferro produzida por uma fase.	91
Figura 20 –	Indução no entreferro, na direção radial, gerada por duas barras do rotor (a) e por apenas uma barra do rotor (b).	94
Figura 21 –	Relação entre o sistema de coordenadas do rotor, com coordenada espacial θ_r , e o sistema de coordenadas do estator θ	95
Figura 22 –	Relação entre a corrente em uma barra e a corrente nas fases adjacentes à barra.	95
Figura 23 –	Indução resultante no entreferro, curva em vermelho, e a indução produzida por uma barra, curva em azul, em determinado instante tempo onde a corrente na fase na barra em azul está no valor máximo.	96
Figura 24 –	Variação da permeância devido às ranhuras do estator.	99
Figura 25 –	Variação da permeância devido às ranhuras do rotor.	99
Figura 26 –	Afundamento na indução, ΔB_δ , provocado pelas ranhuras do estator.	101
Figura 27 –	Indução produzida pelo estator, $B_s(\theta, t)$, indução produzida pelo rotor, $B_r(\theta, t)$, e a indução resultante, $B_\delta(\theta, t)$ quando não são considerados as harmônicas de permeância, para o instante de tempo $t=t_1$	103
Figura 28 –	(a) Indução produzida pelos enrolamentos e ranhuras do estator. (b) Indução produzida pelos enrolamentos do estator e pelas ranhuras do rotor. (c) Indução total produzida pelo estator com efeito das permeâncias de ranhura, para o instante de tempo $t=t_1$	103
Figura 29 –	(a) Indução produzida pelos enrolamentos do rotor e pelas ranhuras do estator. (b) Indução produzida pelos enrolamentos e ranhuras do rotor. (c) Indução total produzida pelo rotor com efeito das permeâncias de ranhura, para o instante de tempo $t=t_1$	104
Figura 30 –	(a) Indução produzida pelo estator com efeito das ranhuras. (b) Indução produzida pelo rotor com efeito das ranhuras. (c) Indução resultante no entreferro com efeito das ranhuras, para o instante de tempo $t=t_1$, usando o modelo analítico e elementos finitos (MEF).	104
Figura 31 –	Diagrama de perdas	113
Figura 32 –	Indução resultante no entreferro da máquina na direção radial (a). Indução resultante quando o entreferro é considerado constante, sem ranhuras (b). Componente fundamental da indução no entreferro (c).	114
Figura 33 –	(a) Correntes no estator durante a operação sem falha. (b) Corrente que circula por uma fase do rotor quando a máquina opera sem falha. (c) Correntes que circulam pelo estator quando uma das fases é desconectada. (d) Corrente que circula por uma fase do rotor quando uma fase do estator é desconectada.	115
Figura 34 –	(a) Torques devido as perdas mecânicas das máquinas ca e cc. (b) Perda mecânica total versus a velocidade no eixo.	116
Figura 35 –	(a) Corrente de uma fase do rotor (curva preta) e as 9 primeiras harmônicas diferentes de zero. (b) Espectro da corrente na barras.	120
Figura 36 –	Fasores dos harmônicos das correntes de fase do rotor considerando o rotor com $N=24$ fases.	121
Figura 37 –	Modelos para perdas no ferro.	123
Figura 38 –	Efeito da frequência e da saturação na curva de histerese.	124
Figura 39 –	Passos para corrigir a curva de histerese dos dentes do rotor.	126

Figura 40 –	Indução nos dentes do estator e do rotor da máquina com $N_s < N_r$ sem falha e com falha.	129
Figura 41 –	(a) Indução em um dente do estator da máquina com $N_s=N_r$. (b) Indução em um dente do rotor da máquina com $N_s=N_r$. (c) Indução em um dente do estator da máquina com $N_s<N_r$. (b) Indução em um dente do rotor da máquina com $N_s<N_r$	130
Figura 42 –	Mapa de campo da indução em duas máquinas com estatores iguais e rotores diferentes.	131
Figura 43 –	Componentes da densidade de corrente responsável pelas perdas superficiais. A porção em vermelho da chapa indica a região por onde estas correntes circulam.	133
Figura 44 –	Indução nos dentes do estator e do rotor e o estator planificado da máquina de 4,5 kW.	142
Figura 45 –	Perdas magnéticas nos dentes do estator da máquina de 4,5 kW. . . .	143
Figura 46 –	Perdas magnéticas nos dentes do rotor da máquina de 4,5 kW. . . .	144
Figura 47 –	Indução nos dentes do estator e do rotor e o estator planificado da máquina de 5,5 kW.	145
Figura 48 –	Perdas magnéticas nos dentes do estator da máquina de 5,5 kW. . . .	146
Figura 49 –	Perdas magnéticas nos dentes do rotor da máquina de 5,5 kW. . . .	147
Figura 50 –	Regiões definidas no <i>software</i> para obter as perdas de cada região da máquina.	148
Figura 51 –	Equipamentos disponíveis no laboratório da UFRGS.	154
Figura 52 –	Posição das sondas de fluxo da máquina de 5,5 kW (a) e 4,5 kW (b). . . .	157
Figura 53 –	Efeito da saturação na tensão induzida nas sondas de fluxo e na indução. . . .	158
Figura 54 –	Espectro das tensões e das induções obtidas com as sondas de fluxo do dente, da coroa e de passo polar. Sendo \hat{B}_{csn} , \hat{B}_{csn} , \hat{B}_{csn} , \hat{E}_{csn} , \hat{E}_{csn} e \hat{E}_{csn} as amplitudes das harmônicas temporais de ordem n das induções e tensões	159
Figura 55 –	Indução no entreferro da máquina de 4,5 kW operando sem falha e com um terço da carga nominal para dois instantes de tempo $t=t_1$ e $t=t_2$	161
Figura 56 –	Indução no entreferro da máquina de 5,5 kW em condições nominais. . . .	161
Figura 57 –	Indução no entreferro da máquina de 4,5 kW operando com falha e com $\frac{1}{3}$ da carga nominal.	163
Figura 58 –	Indução no entreferro da máquina de 4,5 kW operando com 1/3 do torque nominal e controle <i>CI</i>	164
Figura 59 –	Indução no entreferro da máquina de 4,5 kW operando com 1/3 do torque nominal e controle <i>MPJ</i>	164
Figura 60 –	Indução no entreferro da máquina de 4,5 kW operando com 1/3 do torque nominal e controle <i>MTP</i>	165
Figura 61 –	Induções máximas e mínimas nos entreferros das máquinas de 4,5 kW e 5,5 kW operando com falha, 1/3 do torque nominal e controle <i>MTP</i>	166
Figura 62 –	Máquina de 4,5 kW operando com 1/3 do torque nominal, uma fase desconectada e controle <i>MPJ</i> . (a) Indução no entreferro com valor máximo de pico. (b) Indução no entreferro com valor mínimo de pico. (c) Indução em dois dentes do estator. (d) Indução em duas seções da coroa.	168

Figura 63 – Tensão medida na sonda localizada no dente da máquina de indução de 5,5 <i>kW</i>	169
Figura 64 – Máquina de 4,5 <i>kW</i> operando sem falha com controle vetorial e sem carga.	171
Figura 65 – Máquina de 4,5 <i>kW</i> operando sem falha com controle vetorial e com carga.	171
Figura 66 – Máquina de 4,5 <i>kW</i> operando com falha, com controle <i>MTP</i> e sem carga.	174
Figura 67 – Máquina de 4,5 <i>kW</i> operando com falha, com controle <i>MTP</i> e com carga de 12 <i>Nm</i>	174
Figura 68 – Correntes nas 5 fases do estator da máquina de 4,5 <i>kW</i> operando com falha, com controle <i>MTP</i> e sem carga. As linhas sólidas correspondem às correntes medidas e as linhas pontilhadas às correntes obtidas com o modelo analítico.	175
Figura 69 – Correntes nas 5 fases do estator da máquina de 4,5 <i>kW</i> operando com falha, com controle <i>MTP</i> e com carga. As linhas sólidas correspondem às correntes medidas e as linhas pontilhadas às correntes obtidas com o modelo analítico.	175
Figura 70 – Máquina de 5,5 <i>kW</i> operando sem falha com controle vetorial e sem carga.	177
Figura 71 – Máquina de 5,5 <i>kW</i> operando sem falha com controle vetorial e com carga.	178
Figura 72 – Máquina de 5,5 <i>kW</i> operando com falha, com controle <i>MTP</i> e sem carga.	179
Figura 73 – Máquina de 5,5 <i>kW</i> operando com falha, com controle <i>MTP</i> e com carga.	180
Figura 74 – Correntes nas 5 fases do estator da máquina de 5,5 <i>kW</i> operando com falha, com controle <i>MTP</i> e sem carga. As linhas sólidas correspondem às correntes medidas e as linhas pontilhadas às correntes obtidas com o modelo analítico.	181
Figura 75 – Correntes nas 5 fases do estator da máquina de 5,5 <i>kW</i> operando com falha, com controle <i>MTP</i> e com carga. As linhas sólidas correspondem às correntes medidas e as linhas pontilhadas às correntes obtidas com o modelo analítico.	181
Figura 76 – Induções em 3 dentes consecutivos do rotor obtidas com o <i>MEF</i> sob falha e sem controle.	182
Figura 77 – Indução em um dente do rotor da máquina de 4,5 <i>kW</i> operando com falha e sem controle.	183
Figura 78 – Torque produzido pela máquina de 4,5 <i>kW</i> operando com falha e sem controle.	184
Figura 79 – Torque produzido pela máquina de 4,5 <i>kW</i> operando com falha e sem controle.	188

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Dados da máquina trifásica e pentafásica de 4,5 kW.	37
Tabela 2 –	Comparação do uso de indução trapezoidal e senoidal no entreferro em termos de corrente de fase, tensão de fase e torque.	38
Tabela 3 –	Componentes de sequência e valores de torque obtidos com o modelo analítico.	84
Tabela 4 –	Componentes de sequência e valores de torque obtidos com o ensaio.	84
Tabela 5 –	Diferenças percentuais entre os resultados obtidos medidos e analíticos.	84
Tabela 6 –	Características dos sensores de torque e de corrente utilizados nos ensaios.	85
Tabela 7 –	Definições das variáveis auxiliares \mathcal{A}	105
Tabela 8 –	Definições das variáveis auxiliares \mathcal{U} e \mathcal{W}	106
Tabela 9 –	Relação entre a ordem n das harmônicas da corrente e a componente do estator responsável pela geração da mesma.	119
Tabela 10 –	Características das máquinas analisadas.	134
Tabela 11 –	Perdas produzidas pela máquina de 4,5 kW	135
Tabela 12 –	Perdas produzidas pela máquina de 5,5 kW	136
Tabela 13 –	Comparativo entre as perdas magnéticas da máquina de 4,5 kW obtidas com o modelo analítico (AN) e com elementos finitos (MEF).	150
Tabela 14 –	Comparativo da variação das perdas magnéticas da máquina de 4,5 kW obtidas com o modelo analítico (AN) e com elementos finitos (MEF).	151
Tabela 15 –	As áreas das seções do núcleo onde estão as bobinas de fluxo.	155
Tabela 16 –	Dados da indução mostrada na Figura 61.	166
Tabela 17 –	Dados dos ensaios e simulações referentes às figuras 64 e 65.	171
Tabela 18 –	Valor eficaz de cada uma das induções mostradas nas figuras 64 e 65 e o valor eficaz da diferença entre as induções medidas e calculadas.	172
Tabela 19 –	Dados dos ensaios e simulações referentes às figuras 66 e 67.	172
Tabela 20 –	Valor eficaz de cada uma das induções mostradas nas figuras 66 e 67 e o valor eficaz da diferença entre as induções medidas e calculadas.	172
Tabela 21 –	Dados dos ensaios e simulações referentes às figuras 70 e 71.	176
Tabela 22 –	Valor eficaz em tesla de cada uma das induções mostradas nas figuras 70 e 71 e o valor eficaz em tesla da diferença entre as induções estimadas com os dados dos ensaios (EN) e as induções obtidas com os modelos analíticos (AN).	177
Tabela 23 –	Dados dos ensaios e simulações referentes às figuras 72 e 73.	178

Tabela 24 – Valor eficaz em tesla de cada uma das induções mostradas nas figuras 72 e 73 e o valor eficaz em Testa da diferença entre as induções estimadas com os dados dos ensaios (<i>EN</i>) e as induções obtidas com os modelos analíticos (<i>AN</i>).	179
---	-----

LISTA DE ABREVIATURAS

CC	Corrente contínua
CI	Controle que reduz a pulsação no torque e mantém as correntes de fase do estator com mesma amplitude
IFO	Controle por campo orientado indireto
LASCAR	Laboratório de Sistemas de Controle, Automação e Robótica
MEF	Método dos elementos finitos
MIP	Máquina de indução pentafásica
MPJ	Controle que reduz a pulsação no torque e minimiza as perdas joule no estator
MTP	Controle que minimiza a pulsação no torque

LISTA DE SÍMBOLOS

α	coeficiente da equação de perdas p_{FE}
α_p	passo polar em radianos elétricos
α_{ds}	passo de ranhura do estator em radianos elétricos
α_{dr}	passo de ranhura do rotor em radianos elétricos
β	coeficiente da equação de perdas p_{FE}
δ	entreferro
δ_{eq}	entreferro corrigido
ΔB_{δ_s}	amplitude da variação da indução no entreferro gerada pela variação da permeância
γ_s	defasagem angular entre duas fases consecutivas do estator, em radianos elétricos
γ_r	defasagem angular entre duas fases consecutivas do rotor, em radianos elétricos
Λ_o	permeância específica por unidade de área do entreferro equivalente
$\Lambda_s(\theta)$	permeância específica por unidade de área das ranhuras do estator
$\Lambda_r(\theta)$	permeância específica por unidade de área das ranhuras do rotor
$\Lambda_\delta(\theta)$	permeância específica por unidade de área total do entreferro
ψ_{ku}	fluxo concatenado com a fase k e criado pela fase u
ϕ_{ku}	fluxo que atravessa a fase k e criado pela fase u
ϕ_{ik}	diferença de fase entre \bar{I}_k e \bar{V}_k
θ_r	ângulo entre a fase 1 do rotor e a fase 1 do estator, em radianos elétricos
θ	posição angular no entreferro com origem no eixo magnético da fase 1 e dado em radianos elétricos
θ_o	ângulo necessário para alinhar a fase 1 do estator com a fase 1 do rotor em $t=0$
τ	maior divisor comum de N_r e p
τ_{dr}	passo de ranhura do rotor
τ_{ds}	passo de ranhura do estator

ω	velocidade angular elétrica das correntes e tensões no estator da máquina
ω_{mec}	velocidade angular mecânica do eixo do rotor
ω'_{rn}	velocidade angular elétrica das correntes e tensões do rotor induzidas pela harmônica da indução de ordem n
ω''_{rn}	velocidade angular elétrica das correntes e tensões do rotor induzidas pela harmônica da indução de ordem n
σ_{FE}	condutividade elétrica da chapada do núcleo
γ_{in}	inclinação das barras do rotor em radianos
\mathcal{A}	amplitude das harmônicas da indução $B'_\delta(\theta, t)$
$B'_\delta(\theta, t)$	indução resultante no entreferro com o efeito das harmônicas de ranhura
$B_\delta(\theta, t)$	indução resultante no entreferro sem o efeito das harmônicas de ranhura
b_{or}	abertura da ranhura do rotor
b_{os}	abertura da ranhura do estator
B_m	amortecimento viscoso do eixo do rotor
$B_k(t, \theta)$	indução produzida pela fase k do estator
$B_u(\theta, t)$	indução criada pela fase u
$B_{un}(\theta, t)$	harmônica espacial de ordem n da indução criada pela fase u
$\widehat{B}_{k\delta}(t)$	amplitude da indução produzida pela fase k do estator
$\widehat{B}_{kn}(t)$	amplitude da harmônica de indução de ordem n produzida pela fase k do estator
$\widehat{B}_{bk}(t)$	amplitude da indução produzida pela barra k do rotor
$B_{bk}(t)$	indução produzida pela barra k do rotor
C_{es}	coeficiente da equação de perdas p_{FE} referente às perdas por correntes de Foucault
C_{SE}	coeficiente da equação de perdas p_{FE} referente às perdas por correntes de Foucault
C_{hyst}	coeficiente da equação de perdas p_{FE} referente às perdas por histerese
d_{FE}	espessura da chapa do núcleo
$E_k^r(t)$	tensão induzida na fase k do rotor
$E_{kn}^{\prime}(t)$	tensão induzida na fase k do rotor pela harmônica de ordem n da indução no entreferro e que possui frequência f'_{rn}
$E_{kn}^{\prime}(t)$	tensão induzida na fase k do rotor pela harmônica de ordem n da indução no entreferro e que possui frequência f'_{rn}
$E_{kn}^{\prime\prime}(t)$	parcela da tensão induzida na fase k do rotor com frequência f''
$\overline{E}_{kn}^{\prime}$	fasor da tensão $E_{kn}^{\prime}(t)$
$\overline{E}_{kn}^{\prime\prime}$	fasor da tensão $E_{kn}^{\prime\prime}(t)$

$E_k^s(t)$	tensão induzida na fase k do estator pelas correntes de fase do rotor
$E_{un}^{s'}(t)$	harmônica da tensão induzida com frequência f' que é induzida na fase u do estator pela harmônica espacial da indução de ordem n
$E_{un}^{s''}(t)$	harmônica da tensão induzida com frequência f'' que é induzida na fase u do estator pela harmônica espacial da indução de ordem n
f'_{rn}	frequência das correntes e tensões do rotor induzidas pela harmônica de ordem n da indução no entreferro
f''_{rn}	frequência das correntes e tensões do rotor induzidas pela harmônica de ordem n da indução no entreferro
G_p	número de grupos de bobinas conectadas em paralelo
$i_k(t)$	corrente que circula pela fase k do estator
$i_u^r(t)$	corrente que circula pela fase u do rotor
$i_{un}^{r'}$	harmônica da corrente que circula pela fase k do rotor e possui frequência f'_{rn}
$i_{un}^{r''}$	harmônica da corrente que circula pela fase k do rotor e possui frequência f''_{rn}
\bar{I}_k	fasor da corrente na fase k do rotor
\bar{I}_s	fasor da corrente de fase do estator
I_s	valor eficaz da corrente aplicada a uma fase do estator
$\bar{I}_n^{br'}$	fasor da harmônica n da corrente na barra k do rotor e com frequência f'_{rn}
$\bar{I}_n^{br''}$	fasor da harmônica n da corrente na barra k do rotor e com frequência f''_{rn}
$\bar{I}_n^{r'}$	fasor da harmônica n da corrente de fase do rotor com frequência f'_{rn}
$\bar{I}_n^{r''}$	fasor da harmônica n da corrente de fase do rotor com frequência f''_{rn}
\bar{I}_x	componente de sequência x das correntes de fase do estator
$\bar{I}_{x,n}^r$	componente de sequência das correntes de fase do rotor que é induzida pela harmônica da indução no entreferro de ordem n que é gerada pela componente de sequência x das correntes do estator
$\Im\{\}$	parte imaginária do número complexo
J_m	momento de inércia do rotor
k_c	fator de Carter
k_{cs}	fator de Carter do estator
k_{cr}	fator de Carter do rotor
$k_d(n)$	fator de distribuição para a harmônica de ordem n
k_{fe}	fator de saturação
$k_p(n)$	fator de encurtamento de passo para a harmônica de ordem n
K_h	coeficiente da equação de perdas P_{mag}
K_e	coeficiente da equação de perdas P_e e P_{pul}

κ	coeficiente da equação de perdas P_{mag}
K_s	constante de proporcionalidade entre a amplitude corrente de fase $i_k(t)$ e amplitude da indução B_{kn}
$k_w(n)$	fator de enrolamento do estator para a harmônica de ordem n
$k_d(n)$	fator de distribuição ordem
$k_p(n)$	fator de encurtamento de passo
$k_i(n)$	fator de inclinação
ℓ_p	comprimento axial do rotor
$L_{\delta s}$	indutância de dispersão de uma fase do estator
$L_{\delta ar}$	indutância de dispersão de um segmento de anel do rotor
$L_{\delta br}$	indutância de dispersão de uma barra do rotor
L_{kkn}	indutância própria de uma fase do estator referente a harmônica espacial de ordem n da indução no entreferro criada pela fase k
L_{ku}	indutância mútua entre as fases k e u do estator
L_{kun}	parcela da indutância L_{ku} referente a harmônica espacial de ordem n da indução criada pela fase u
L_{uk}^r	indutância mútua entre as fases k e u do rotor
\tilde{L}_n^r	indutância do rotor referente a componente de sequência n
\tilde{L}_x	indutância do estator referente a componente de sequência x
$L_{ku}^{rs}(\theta_r)$	indutância mútua entre a fase k do estator e a fase u do rotor
$L_{ku}^{sr}(\theta_r)$	indutância mútua entre a fase u do estator e a fase k do rotor
L_n^{rs}	parcela da indutância mútua entre o rotor e o estator devido a harmônica espacial de ordem n da indução no entreferro
m	número de fases do estator
n	ordem da harmônica espacial da indução produzida pelo rotor
n_r	ordem da harmônica espacial da indução produzida pelo estator
n_{rr}	ordem da harmônica espacial da indução produzida pelas ranhuras do rotor
n_{rs}	ordem da harmônica espacial da indução produzida pelas ranhuras do estator
N_s	número de ranhuras e de dentes no estator
N_r	número de ranhuras e de barras no rotor
N_c	número de camadas dos enrolamentos do estator
p	número de pares de polos
P_{mec}	perdas mecânicas
P_{JS}	perdas joule no estator
P_{JR}	perdas joule no rotor

P_1^r	perdas joule no rotor produzidas pelas componentes $\bar{I}_{1,n}^r$ e $\bar{I}_{1,n}^{r''}$
P_2^r	perdas joule no rotor produzidas pelas componentes $\bar{I}_{2,n}^r$ e $\bar{I}_{2,n}^{r''}$
P_3^r	perdas joule no rotor produzidas pelas componentes $\bar{I}_{3,n}^r$ e $\bar{I}_{3,n}^{r''}$
P_4^r	perdas joule no rotor produzidas pelas componentes $\bar{I}_{4,n}^r$ e $\bar{I}_{4,n}^{r''}$
p_{FE}	perdas no ferro por unidade de volume
p_h	perdas no ferro por unidade de volume devido à histerese
P_h	perdas no ferro devido à histerese
q	número de ranhuras por polo e por fase do estator
$\Re\{\}$	parte real do número complexo
R	raio do rotor
R_{ar}	resistência de um segmento de anel do rotor
R_{br}	resistência de uma barra do rotor
R_s	resistência de uma fase do estator
\tilde{R}_n^r	resistência do rotor referente a componente de sequência n
s	escorregamento relativo
s'_n	escorregamento relativo da harmônica de ordem n da indução no entreferro
s''_n	escorregamento relativo da harmônica de ordem n da indução no entreferro
S_{ds}	seção dos dentes do estator
S_{dr}	seção dos dentes do rotor
S_{cs}	seção da coroa do estator
S_{cr}	seção da coroa do rotor
S_k	área delimitada pelos enrolamentos da fase k
T	torque eletromagnético
T_L	torque de carga
T_{mec}	torque produzido pelas perdas mecânicas
$T_{x_x, x_r, n}^k$	componentes da equação do torque produzido pela máquina operando em regime permanente senoidal
\bar{V}_k	fasor da tensão aplicada a fase k do estator
\mathcal{V}_s	valor eficaz da tensão aplicada a uma fase do estator
\bar{V}_x	componente de sequência x das tensões aplicadas as fases do estator
$v_k(t)$	tensão aplicada à fase k do estator
V_{fe}	volume de ferro
W^s	número de espiras da fase k do estator

W_k^r	número de espiras do rotor
W_{bs}	número de espiras de uma bobina do estator
\mathcal{W}	frequência das harmônicas da indução $B'_\delta(\theta, t)$
\mathcal{U}	ordem das harmônicas da indução $B'_\delta(\theta, t)$
x	sequência de fase das tensões aplicadas ao estator
y_e	encurtamento de passo em número de ranhuras
\bar{Z}'_{kn}	impedância do rotor
\bar{Z}''_{kn}	impedância do rotor

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	29
1.1	MOTIVAÇÃO	29
1.2	OBJETIVOS	31
1.3	CONTRIBUIÇÕES E ARTIGOS PUBLICADOS	31
1.4	ORGANIZAÇÃO DA TESE	33
1.5	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E ESTADO DA ARTE	34
2	MODELO DA MIP INCLUINDO HARMÔNICOS DE ESPAÇO	49
2.1	EQUAÇÕES DE MALHA DO ROTOR E DO ESTATOR	51
2.2	INDUÇÃO NO ENTREFERRO E SEQUÊNCIAS DE FASE DAS CORRENTES DO ESTATOR EM REGIME PERMANENTE SENOIDAL EQUILIBRADO	53
2.3	RELAÇÕES ENTRE INDUTÂNCIAS, HARMÔNICAS DE INDUÇÃO E CORRENTES NO ROTOR	59
2.4	TENSÕES INDUZIDAS NO ESTATOR	66
2.5	COMPONENTES SIMÉTRICAS TRADICIONAIS	68
2.6	TORQUE ELETROMAGNÉTICO	70
2.7	OPERAÇÃO SOB CONTROLE E COM FALHA	75
2.7.1	VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO	78
3	DISTRIBUIÇÃO DA INDUÇÃO SOB FALHA	87
3.1	INDUÇÃO GERADA PELO ESTATOR	88
3.1.1	INDUÇÃO DO ESTATOR EM TERMOS DE COMPONENTES SIMÉTRICAS TRADICIONAIS	92
3.2	INDUÇÃO GERADA PELO ROTOR	93
3.2.1	INDUÇÃO DO ROTOR EM TERMOS DE COMPONENTES SIMÉTRICAS TRADICIONAIS	95
3.3	EFEITO DA VARIAÇÃO DA PERMEÂNCIA DEVIDO AS RANHURAS	98
3.4	INDUÇÕES NOS DENTES E COROAS	107
4	ANÁLISE DE PERDAS DURANTE A OPERAÇÃO COM FALHA	111
4.1	TIPOS DE PERDAS	112
4.2	PERDAS MECÂNICAS	114
4.3	PERDAS JOULE NO ESTATOR	116
4.4	PERDAS JOULE NO ROTOR	117

4.5	PERDAS MAGNÉTICAS	119
4.5.0.1	PERDAS POR HISTERESE	123
4.5.0.2	PERDAS POR CORRENTE DE FOUCAULT	125
4.6	PERDAS SUPLEMENTARES	127
4.6.0.1	PERDAS POR PULSAÇÃO	127
4.6.0.2	PERDAS SUPERFICIAIS	130
4.7	PERDAS DURANTE A OPERAÇÃO SOB DESBALANÇO	132
4.7.1	CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO	134
4.7.1.1	PERDAS JOULE	137
4.7.1.2	PERDAS MAGNÉTICAS	139
4.7.2	RESULTADOS ANALÍTICOS VERSUS RESULTADOS OBTIDOS COM ELEMENTOS FINITOS	148
4.8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	151
5	COMPROVAÇÃO EXPERIMENTAL E ATRAVÉS DO MEF	153
5.1	INDUÇÕES NOS DENTES E COROAS E TENSÃO NAS SONDAS DE FLUXO	154
5.1.1	EFEITOS DA SATURAÇÃO SOBRE A INDUÇÃO	157
5.2	DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DA INDUÇÃO	159
5.2.1	INDUÇÃO NO ENTREFERRO DURANTE A OPERAÇÃO SEM FALHA	160
5.2.2	INDUÇÃO NO ENTREFERRO DURANTE A OPERAÇÃO SOB FALHA	162
5.2.3	INDUÇÃO NOS DENTES E COROAS SOB FALHA	166
5.3	TENSÃO NAS SONDAS DE FLUXO E INDUÇÃO NO ESTATOR	169
5.3.1	ENSAIOS COM A MÁQUINA DE 4,5 kW	169
5.3.2	ENSAIOS COM A MÁQUINA DE 5,5 kW	173
5.4	INDUÇÃO NA COROA E NOS DENTES DO ROTOR	176
5.5	TORQUE	183
5.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	186
6	CONCLUSÕES	189
	REFERÊNCIAS	193
	APÊNDICE A EQUAÇÕES DO TORQUE	201
	APÊNDICE B MÁQUINAS UTILIZADAS NOS ENSAIOS	209
B.0.1	Parâmetros dos modelos	209
ANEXO A	CURVAS DE MAGNETIZAÇÃO E DE PERDAS MAGNÉTICAS DAS CHAPAS DOS MOTORES	211
A.1	Curvas de magnetização	211
A.2	Curvas de perdas magnéticas das chapas	212

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Os motores de indução são as máquinas elétricas mais utilizadas na indústria, pois apresentam diversas vantagens quando comparadas com outros tipos de máquinas elétricas. O baixo custo de aquisição, a pouca manutenção necessária para manter a máquina operando, a robustez, a ampla disponibilidade comercial e a eficiência energética são qualidades que tornam a máquina de indução a primeira opção na maioria das aplicações industriais.

Historicamente, as máquinas de indução ficaram restritas a aplicações que não necessitavam de variação de velocidade, pois antes do advento dos inversores de frequência, os métodos utilizados no controle de velocidade não eram baratos ou flexíveis o suficiente para justificar o uso de máquinas de indução no lugar das máquinas de corrente contínua na maioria das aplicações. Entretanto, os primeiros inversores de frequência comerciais, surgidos nos anos 1980, possibilitaram que as máquinas de indução começassem a substituir as máquinas de corrente contínua. Nas décadas seguintes, com a redução nos preços dos inversores, as máquinas de indução acabaram substituindo as máquinas de corrente contínua na maioria das aplicações. O surgimento dos inversores, além de permitir o uso de máquinas de indução em aplicações que requerem variação de velocidade, tornou viável o uso de máquinas elétricas com um número de fases maior que três, conhecidas como máquinas multifásicas. O estudo das máquinas multifásicas começou muitos anos antes da disponibilização comercial dos inversores de frequência. Em (WARD; HÄRER, 1969), por exemplo, é feita uma análise preliminar das vantagens das máquinas pentafásicas sobre as máquinas trifásicas. No final da década de 1960, quando este artigo foi publicado, os inversores de frequência estavam nos primeiros estágios de desenvolvimento e um dos grandes problemas enfrentados na época era a pulsação do torque devido a baixa frequência de chaveamento dos inversores. Os resultados apresentados em (WARD; HÄRER, 1969) mostraram que a pulsação no torque produzido pelas máquinas pentafásicas é aproximadamente igual a $1/3$ da pulsação produzida por máquinas trifásicas quando as duas são alimentadas pelo inversor de pulso único. Com a evolução dos inversores, assim

como de técnicas de controle e acionamento, esta vantagem perdeu muito do seu apelo. Contudo, o aumento do interesse em máquinas multifásicas fez com que novas vantagens fossem descobertas e avaliadas.

Entre as vantagens das máquinas multifásicas sobre as máquinas trifásicas tradicionais está a capacidade das máquinas multifásicas de operar e partir mesmo após a perda de uma ou mais fases do estator. Esta vantagem torna as máquinas multifásicas atrativas em aplicações onde alta confiabilidade é necessária. Quando a máquina opera com falha, as correntes do estator e do rotor se tornam desequilibradas e o torque produzido pela máquina passa a ter uma componente pulsante de alta amplitude que pode ser reduzida utilizando estratégias de controle. O controle de máquinas multifásicas operando com falha é, dentro das áreas de pesquisa sobre máquinas multifásicas, a área mais explorada até o momento, mas a análise da máquina operando com falha ainda não foi abordada com profundidade no que toca aos fenômenos eletromagnéticos que ocorrem dentro da máquina. Diversas estratégias de controle são capazes de reduzir o impacto da falha, diminuindo a pulsação no torque e as perdas Joule no estator.

Conforme pode ser constatado pela bibliografia disponível, até o momento a distribuição da indução no interior da máquina foi estudada de forma bastante superficial pela grande maioria dos autores. O conhecimento da distribuição da indução no interior da máquina é de extrema importância durante o projeto da máquina de indução, pois o dimensionamento das seções dos dentes e das coroas, a determinação do número de espiras das bobinas de fase, a escolha do número de barras do rotor e características de desempenho, como torque e eficiência, dependem da forma como a indução se distribui no interior da máquina. Se o projetista da máquina multifásica for capaz de modelar e determinar a forma da distribuição da indução quando a máquina opera sob falha, então ele pode dimensionar a máquina de forma a melhorar o desempenho da mesma durante a operação sob falha. O conhecimento da distribuição da indução também pode ser utilizado na detecção de falhas e anomalias da máquina, pois quando a máquina opera sob falha o conteúdo harmônico da indução nas diversas partes é alterado e os efeitos desta alteração podem ser medidos nas correntes e tensões de fase do estator.

Trabalhos recentes mostram que a distribuição espacial e a amplitude da indução no entreferro, após a perda de uma fase, variam no tempo, as perdas Joule aumentam e o torque produzido pela máquina tem uma componente pulsante significativa, que em muitos casos não é tolerável (PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER, 2016; PEREIRA; NICOL; PEREIRA; PERIN, 2020a). A vibração produzida pela pulsação no torque pode gerar desgaste mecânico nos mancais; danificar o isolamento dos condutores gerando novas falhas; comprometer a estrutura da máquina ou da carga que é acionada pela máquina caso a frequência da vibração se aproxime de alguma frequência próxima a frequência natural da estrutura mecânica. Além disto, até o momento, não foram feitos muitos estudos sobre o comportamento das perdas magnéticas durante uma falha; não há assim, certeza se

elas permanecem constantes, como muitos estudos assumem ou sugerem. A capacidade de carga da máquina depende das perdas e da capacidade do sistema de refrigeração de extrair o calor do interior da máquina. Se as perdas aumentam, o calor gerado aumenta junto com o estresse do isolamento e a capacidade de carga da máquina diminui.

1.2 OBJETIVOS

Dentro do contexto exposto na seção anterior, os objetivos da tese são:

- analisar a distribuição da indução nas diversas partes da máquina de indução operando sob falha, especificamente sob operação sem uma fase;
- desenvolver modelos que permitam determinar o impacto das harmônicas da indução no funcionamento das máquinas de indução pentafásicas operando com falha e com estratégias de controle que minimizam ou reduzem os torques pulsantes produzidos durante a operação sob falha;
- validar os modelos desenvolvidos com base em métodos numéricos e ensaios usando protótipos das máquinas disponíveis;
- avaliar o impacto da variação na distribuição da indução sobre as perdas produzidas pela máquina, em especial nas perdas magnéticas produzidas durante a operação sob falha;
- avaliar o impacto das harmônicas da indução no torque produzido pela máquina e nas correntes e perdas joule no rotor.

1.3 CONTRIBUIÇÕES E ARTIGOS PUBLICADOS

As principais vantagens e avanços do modelo desenvolvido (Capítulo 2) em relação aos existentes na literatura são:

- (a) ele inclui o efeito das harmônicas produzidas pela variação da permeância das ranhuras;
- (b) ele fornece as correntes induzidas no rotor pelas harmônicas da indução no entreferro;
- (c) as equações do torque apresentadas fornecem o torque produzido por cada uma das harmônicas da indução no entreferro produzidas pelos enrolamentos do estator e do rotor, incluindo harmônicas acima da terceira;

Por outro lado, as vantagens e avanços dos modelos para a distribuição da indução (Capítulo 3) são:

- as induções obtidas com os modelos contém as harmônicas produzidas pelas bobinas de fase e pela variação da permeância do entreferro;
- os modelos utilizam como variáveis de entrada as componentes de sequência das correntes de fase do estator e do rotor;
- os modelos deixam evidente a relação entre as harmônicas da indução e as características construtivas da máquina;
- os modelos fornecem induções semelhantes às obtidas com o método dos elementos finitos porém com um esforço computacional muito menor.

Outra contribuição importante deste trabalho foi determinar os impactos da variação da indução no interior das duas máquinas estudadas. Os resultados obtidos e apresentados no Capítulo 4 mostram como a indução no interior da máquina e as perdas magnéticas variam quando a máquina opera com falha e com 3 estratégias de controle comumente utilizadas. É mostrado que as perdas magnéticas podem aumentar em até 10 % e que a distribuição da indução no estator da máquina é bastante alterada durante a operação sob falha.

Por último, mas não menos importante, também como contribuição, cito os artigos elaborados durante o desenvolvimento da tese. Até a data da defesa foram submetidos um total de 5 artigos, sendo que dois foram aceitos e publicados, um foi aceito e está em fase de publicação e os outros dois estão em processo de revisão. Os artigos publicados e em fase de publicação são:

- Título: Induction distribution of five-phase induction machines under open-phase fault
 - Periódico: ISA Transaction, Volume 96, Janeiro de 2020, Páginas 468-478
 - Fator de impacto: 4,343
 - DOI: 10.1016/j.isatra.2019.06.001
- Título: Multiobjective Optimization of Five-Phase Induction Machines based on NSGA-II
 - Periódico: IEEE Transactions on Industrial Electronics, Volume 64, Maio de 2017, Páginas 9844-9853
 - Fator de impacto: 8,70
 - DOI: 10.1109/TIE.2017.2701768
- Título: Influence of Design Parameters on the Airgap Induction of Five-Phase Induction Machines Operating with one Phase Opened

- Periódico: JCAES - Journal of Control, Automation and Electrical Systems, 2020
- DOI: 10.1007/s40313-020-00608-6

1.4 ORGANIZAÇÃO DA TESE

A tese está dividida em 6 capítulos, o primeiro capítulo contém a motivação, os objetivos e contribuições da tese, os artigos publicados e a revisão bibliográfica.

No Capítulo 2 é apresentado um modelo para as máquinas de indução pentafásicas operando em regime permanente senoidal. Este modelo pode ser utilizado para descrever o comportamento da máquina de indução pentafásica operando com ou sem falha e tem como principal característica a capacidade de modelar os efeitos das harmônicas da indução no entreferro sobre as correntes do rotor e o torque produzido pela máquina.

No Capítulo 3 é apresentado um novo modelo analítico, com o qual é possível obter a distribuição da indução no entreferro na direção radial utilizando as correntes obtidas com o modelo da máquina que é apresentado no Capítulo 2. Este modelo fornece uma distribuição da indução muito próxima da obtida com o método de elementos finitos, pois inclui as harmônicas da indução produzidas pelos enrolamentos do estator e do rotor e também as harmônicas produzidas pela variação na permeância, a qual não é considerada por modelos disponíveis. Neste capítulo também é mostrado como derivar do modelo da indução no entreferro os modelos para a indução nos dentes e coroas do estator e do rotor da máquina.

No Capítulo 4 é feita a análise das perdas produzidas pela máquina de indução durante a operação sob falha com e sem controle. São apresentados os métodos utilizados na estimação das perdas magnéticas produzidas pelas induções obtidas com os modelos analíticos apresentados no Capítulo 3. As perdas magnéticas obtidas com o modelo analítico são comparadas com as perdas obtidas com simulações de elementos finitos realizadas com o *software Maxwell*.

No Capítulo 5 é feita a validação dos modelos analíticos apresentados nos Capítulos 2 e 3. Esta validação é realizada utilizando resultados de ensaios e distribuições da indução obtidos com simulações realizadas com o *software* de elementos finitos *FEMM*. Este *software* foi utilizado por permitir a integração fácil com o *MATLAB*, facilitando assim a configuração dos diversos pontos de operação utilizados na validação dos modelos.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões e são apresentadas sugestões para novas pesquisas na área de máquinas operando com falha.

1.5 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E ESTADO DA ARTE

O surgimento dos inversores de frequência impulsionou as pesquisas e o desenvolvimento de máquinas multifásicas. Conseqüentemente, nas últimas décadas, diversas vantagens destas máquinas sobre as máquinas trifásicas tradicionais foram descobertas e estudadas por diversos autores. Atualmente, as principais vantagens conhecidas em relação a máquinas trifásicas são (KLINGSHIRN, 1983a,b; NELSON; KRAUSE, 1974; PEREIRA; HAFFNER; PEREIRA; ROSA, 2013; TOLIYAT; LIPO; WHITE, 1991a,b):

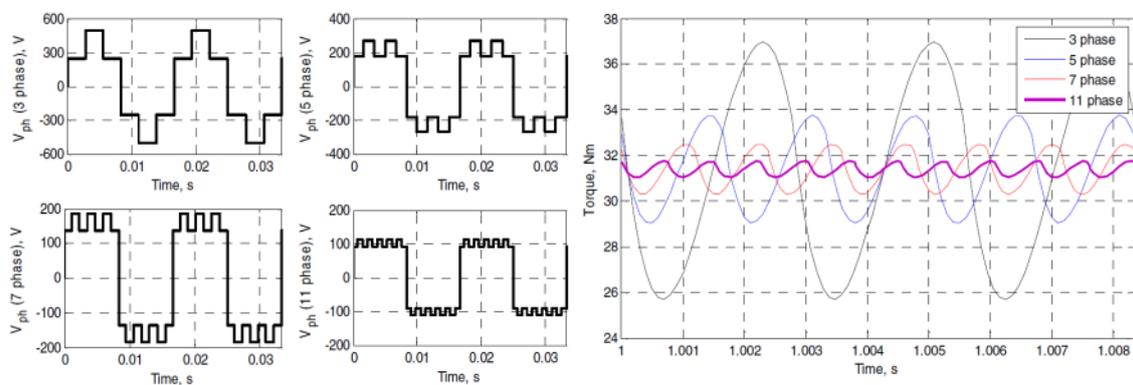
- menor pulsação no torque;
- menores perdas no inversor;
- redução da corrente por fase sem ter que aumentar a tensão de fase;
- maior densidade de torque;
- maior confiabilidade.

As duas primeiras vantagens citadas surgem quando as máquinas são alimentadas por inversores de frequência. Os inversores de frequência variam a tensão de saída por meio de técnicas de modulação. O tipo de modulação mais empregado atualmente é a modulação por largura de pulso, pois com este tipo de modulação são obtidas tensões de alimentação com reduzido conteúdo harmônico. Entretanto, devido a limitações dos dispositivos de potência, os primeiros inversores de frequência utilizavam modulação por pulso único; neste tipo de modulação a frequência de chaveamento é igual à frequência da componente fundamental da tensão. Além disto, este tipo de modulação produz menos perdas por chaveamento, mas o conteúdo harmônico da tensão de saída é maior. Harmônicas na tensão de alimentação são indesejáveis, pois aumentam o conteúdo harmônico das correntes que circulam pela máquina. As harmônicas da corrente criam ondas de indução no entreferro que interferem na produção de torque acrescentando componentes pulsantes ao torque gerado.

Vários estudos mostram que máquinas multifásicas produzem menos pulsação no torque do que máquinas trifásicas quando são acionadas por inversores (WARD; HÄRER, 1969; TOLIYAT; LIPO; WHITE, 1991a,b; LEVI, 2008; ABDEL-KHALIK; AHMED; MASSOUD, 2011). Em (ABDEL-KHALIK; AHMED; MASSOUD, 2011), por exemplo, são comparados os desempenhos de máquinas trifásicas e multifásicas acionadas por inversores que utilizam modulação por pulso único. Os resultados apresentados mostram que a parcela pulsante do torque diminui com o aumento do número de fases da máquina. Na Figura 1, são mostrados dois gráficos retirados de (ABDEL-KHALIK; AHMED; MASSOUD, 2011). No primeiro gráfico, são mostrados os formatos das tensões aplicadas às fases de 4 máquinas de indução de mesma potência, mas com diferentes números de fases, e no segundo gráfico são mostradas as curvas de torque das 4 máquinas. O

valor médio do torque produzido pelas 4 máquinas é o mesmo, mas a pulsação no torque varia consideravelmente de uma máquina para outra. Segundo os dados apresentados no artigo, a amplitude da pulsação no torque da máquina trifásica é igual a 36,9% do torque médio, já nas máquinas de 5, 7 e 11 fases a amplitude é de 15,2%, 7,16% e 2,35%, respectivamente. Embora esta vantagem tenha sido uma das primeiras a ser estudada, atualmente ela perdeu muito do apelo que possuía devido à evolução dos inversores de frequência que utilizam modulação em largura de pulso, reduzindo assim a pulsação de torque.

Figura 1 – Tensão de alimentação versus torque versus número de fases da máquina.



Fonte: (ABDEL-KHALIK; AHMED; MASSOUD, 2011)

Outra vantagem das máquinas multifásicas é a redução da potência por fase. Por exemplo, em uma máquina trifásica de 15 kW cada fase deve produzir 5 kW, por outro lado, em uma máquina pentafásica de 15 kW cada fase deve produzir 3 kW, ou seja, 40% menos potência por fase. Se a tensão de fase for a mesma nas duas máquinas, as correntes que circulam pelas fases da máquina pentafásica serão menores do que as correntes que circulam pelas fases da máquina trifásica. Por outro lado, se a corrente de fase das duas máquinas for a mesma, então a tensão de fase da máquina pentafásica será menor. Em aplicações onde o motor é alimentado por baterias, como por exemplo em veículos elétricos, é vantajoso utilizar um motor multifásico, pois este tipo de motor necessita de menos tensão no barramento de tensão contínua do inversor. Por outro lado, em aplicações de alta potência, a diminuição da potência por fase diminui os requisitos de tensão e de corrente das chaves de potência (LEVI, 2008). A limitação de tensão e de corrente das chaves de potência é um problema antigo que se mantém relevante até os dias atuais. Nos anos 1920, por exemplo, houve um grande interesse no uso de máquinas de 6 fases para geração de energia elétrica, pois a diminuição das correntes de fase obtida com o aumento no número de fases viabilizava o uso de disjuntores em aplicações de alta potência. Porém, a evolução dos disjuntores removeu as restrições de corrente e fez o interesse em máquinas multifásicas diminuir (BOJOI; RUBINO; TENCONI; VASCHETTO, 2016).

Atualmente, uma das maiores aplicações de máquinas multifásicas está no setor na-

val, onde máquinas de 9, 12 e 15 fases são bastante utilizadas para propulsão e geração de energia (BOJOI; RUBINO; TENCONI; VASCHETTO, 2016). O interesse neste tipo de máquinas em aplicações navais se deve, principalmente, a maior capacidade destas máquinas de operar sob falha e a redução da potência por fase. O interesse no uso de máquinas multifásicas em aplicações navais cresceu muito nos anos 90, entretanto, a adoção de tais máquinas em outros meios de transporte é ainda limitada, embora estudos explorando a possibilidade de sua utilização em aplicações aeroespaciais, em veículos terrestres e na geração eólica sejam recorrentes (BOJOI; RUBINO; TENCONI; VASCHETTO, 2016; BOJOI; BOGGERO; COMINO; FIORITI; TENCONI; VASCHETTO, 2018).

As principais desvantagens no aumento do número de fases da máquina de indução em aplicações de baixa e média potência é o aumento da complexidade e do custo do sistema de acionamento. Entretanto, a quantidade de material e os custos de fabricação de máquinas multifásicas não são, necessariamente, maiores dos que os de uma máquina trifásica. Esta característica pôde ser observada durante o desenvolvimento do presente trabalho, tendo sido desenvolvido o projeto de uma máquina de indução pentafásica de 4,5 kW. Esta máquina foi construída pela WEG Equipamentos Elétricos (Jaraguá do Sul, SC) e hoje se encontra no Laboratório de Sistemas de Controle, Automação e Robótica (LASCAR) da UFRGS. Ela foi projetada para ser equivalente a uma máquina trifásica de 4,5 kW comercializada pela WEG, pois possui a mesma potência, o mesmo torque, o mesmo número de polos, os mesmos valores de indução nos dentes, coroas e entreferro, o mesmo comprimento de entreferro e o mesmo volume de alumínio e de cobre da máquina trifásica. Conseqüentemente, o custo de fabricação das duas máquinas é aproximadamente o mesmo. Os dados de placa das duas máquinas são mostrados na Tabela 1. A máquina pentafásica é conectada em estrela e tem tensão nominal de 110 V (fase-neutro) enquanto que a máquina trifásica, também conectada em estrela, possui tensão nominal de 220 V (fase-neutro); entretanto, as diferenças entre as correntes a vazio e nominal das duas máquinas são de aproximadamente 10%. A corrente a vazio da máquina trifásica é de 4,42 A e a corrente a plena carga é igual 9,49 A, já as correntes a vazio e a plena carga da máquina pentafásica são iguais a 4,88 A e 10,8 A, respectivamente. Estas duas máquinas exemplificam a redução na potência por fase e a redução na corrente por fase obtidas com o aumento do número de fases, sem a necessidade de aumento da tensão de fase. Caso a máquina trifásica tivesse tensão nominal de 110 V, as correntes de fase seriam maiores do que as correntes de fase da máquina pentafásica.

Outro aspecto importante é que máquinas multifásicas também possuem maior densidade de torque do que máquinas trifásicas, conforme mostrado em diversos artigos, entre eles (TOLIYAT; LIPO; WHITE, 1991a,b; XU; TOLIYAT; PETERSEN, 2001; LYRA; LIPO, 2002; SCHARLAU; PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER, 2008; ZHENG; FLETCHER; WILLIAMS; HE, 2008; PEREIRA; PEREIRA; SCHARLAU; ROSA; HAFFNER, 2010; ABDEL-KHALIK; AHMED; MASSOUD, 2011; PEREIRA; PEREIRA;

Tabela 1 – Dados da máquina trifásica e pentafásica de 4,5 kW.

máquina	trifásica	pentafásica
Potência nominal [kW]	4,5	4,5
Torque nominal [Nm]	24,49	24,48
Número de polos	4	4
Tensão nominal fase-neutro [V]	220	110
Conexão	estrela	estrela
Corrente nominal [A]	9,49	10,84
Corrente a vazio [A]	4,42	4,88
Fator de potência	0,81	0,86
Rendimento %	88,5	87,8

SCHARLAU; ROSA; HAFFNER, 2012; PEREIRA; HAFFNER; PEREIRA; ROSA, 2013; ROSA; PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER, 2014; MENGONI; ZARRI; TANI; PARSA; SERRA; CASADEI, 2015). O maior número de fases possibilita que as harmônicas da indução no entreferro sejam utilizadas na composição do campo girante para criar uma onda de indução com formato aproximadamente trapezoidal. Para gerar estas harmônicas de indução é necessário adicionar harmônicas na corrente de alimentação. Estas harmônicas aumentam o valor *rms* da corrente de fase; no entanto, o aumento no torque é maior que o aumento no valor *rms* da corrente. Consequentemente, a máquina produz mais torque por ampère quando a indução trapezoidal é utilizada. Segundo os autores citados, o ganho no torque obtido quando a indução trapezoidal é utilizada é de aproximadamente 14%.

A indução trapezoidal tem como desvantagens o aumento das perdas por histerese nas coroas e o aumento das perdas joule no rotor e no estator. Para criar a indução trapezoidal no entreferro são injetadas harmônicas nas correntes do estator e estas harmônicas aumentam as perdas joule no estator. Além disso, a indução trapezoidal no entreferro aumenta o fluxo que atravessa o entreferro e, consequentemente, o fluxo que atravessa as coroas, fazendo com que as coroas fiquem mais saturadas, aumentando as perdas por histerese. Já o aumento nas perdas joule do rotor é causado pelas harmônicas da corrente que são induzidas pelas harmônicas da indução trapezoidal. De modo geral, a variação no total de perdas depende das características da máquina e da proporção entre as perdas magnéticas e as perdas joule produzidas (PEREIRA; PEREIRA; SCHARLAU; ROSA; HAFFNER, 2010). Para evitar um aumento excessivo nas perdas por histerese, as coroas das máquinas multifásicas devem ser dimensionadas visando o aumento do fluxo provocado pela indução trapezoidal. Em (ABDEL-KHALIK; GADOUE; MASOUD; WILIAMS, 2011) são apresentados resultados de simulações com elementos finitos que mostram o quanto

o fluxo nas coroas aumenta com a inclusão de harmônicas na indução do entreferro. O número de harmônicas de indução que pode ser utilizado na composição da indução trapezoidal depende do número de fases da máquina. No estudo feito em (ABDEL-KHALIK; GADOUE; MASOUD; WILIAMS, 2011) é utilizada uma máquina de 11 fases; com esta máquina é possível utilizar a 3^a, a 5^a, a 7^a e a 9^a harmônica da indução no entreferro na composição da indução trapezoidal. Já em máquinas de 5 fases, apenas a 3^a harmônica da indução em geral é utilizada.

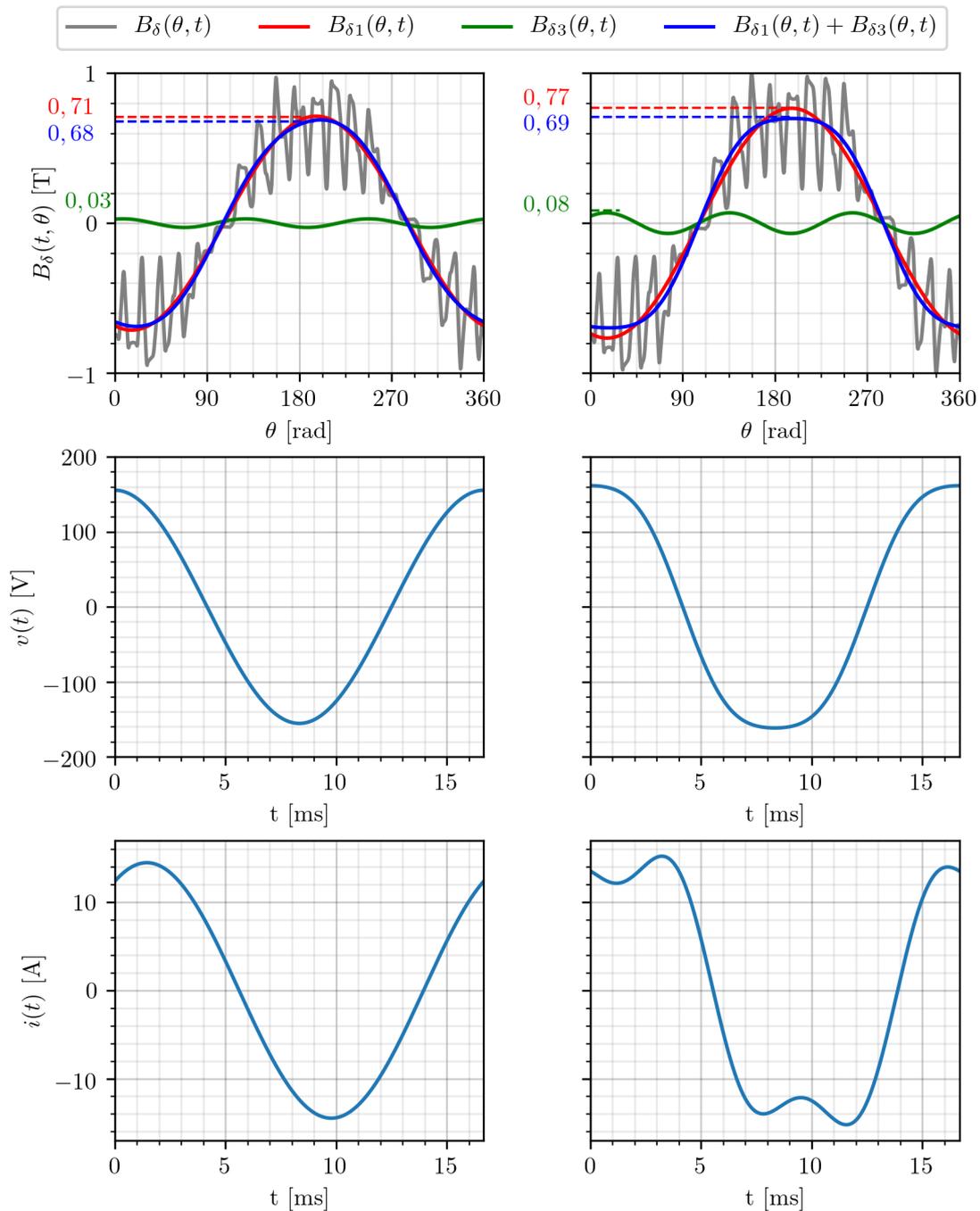
Para ilustrar os benefícios do uso de indução trapezoidal no entreferro são apresentados na Tabela 2 os valores de tensão, corrente, torque e indução no entreferro da máquina pentafásica de 4,5kW disponível no LASCAR. Estes valores foram obtidos com a máquina operando com indução senoidal e com indução trapezoidal no entreferro. Na Figura 2 são mostrados os formatos das correntes e tensões de fase e o formato da onda de indução resultante no entreferro, $B_\delta(\theta, t)$, da onda fundamental e da terceira harmônica da indução no entreferro, respectivamente, $B_{\delta 1}(\theta, t)$ e $B_{\delta 3}(\theta, t)$. Os dados apresentados na Tabela 2 mostram que o uso de indução trapezoidal pode, em princípio, resultar em um aumento de 19% no torque eletromagnético gerado. O aumento no torque é obtido ao aumentar a amplitude da onda fundamental da indução, \hat{B}_1 , de 0,72 T para 0,77 T e a amplitude da onda fundamental da corrente, $i_1(t)$, de 10,24 A para 11,58 A. Os aumentos nas amplitudes da terceira harmônica da indução, \hat{B}_3 e do terceiro harmônico da corrente, $i_3(t)$ praticamente não contribuem para a geração do torque. A principal função da terceira harmônica da indução é o de manter inalterada a amplitude da indução resultante no entreferro, \hat{B}_δ , pois assim a tensão induzida no estator também permanece inalterada e possibilita que valores mais elevados de $v_1(t)$ sejam impostos pelo inversor de frequência sem que seja necessário aumentar a tensão no barramento do CC. Ao aumentar $v_1(t)$, a corrente $i_1(t)$ e a indução $B_1(t)$ também aumentam e fazem com que o torque gerado aumente. Uma análise detalhada do uso do terceiro harmônico pode ser encontrada em (SCHARLAU; PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER, 2008).

A última vantagem citada e certamente uma das mais relevantes é a maior confiabilidade das máquinas multifásicas. As máquinas multifásicas são consideradas mais confiáveis, porque podem partir e operar mesmo quando uma ou mais fases do estator são desconectadas ou danificadas. Por outro lado, deve ser lembrado que máquinas trifásicas

Tabela 2 – Comparação do uso de indução trapezoidal e senoidal no entreferro em termos de corrente de fase, tensão de fase e torque.

Indução	v_1 [V]	v_3 [V]	i_1 [A]	i_3 [A]	$\hat{B}_{\delta 1}$ [T]	$\hat{B}_{\delta 3}$ [T]	T [Nm]	[Nm/A]
Senoidal	110	0	10,24	0	0,71	0,03	24,35	2,37
Trapezoidal	124,3	10	11,58	2,95	0,77	0,07	29,08	2,43

Figura 2 – Indução no entreferro $B_\delta(t, \theta)$ (linha 1), tensão de fase $v(t)$ (linha 2) e corrente de fase $i(t)$ (linha 3).



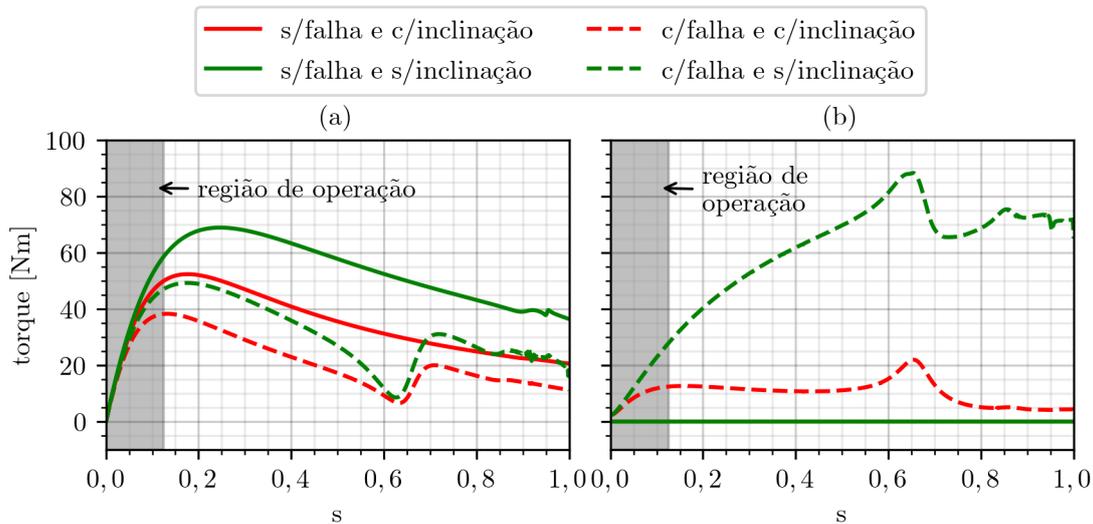
Fonte: elaborado pelo autor.

também podem continuar operando mesmo quando uma das fases do estator é desconectada ou danificada. Entretanto, a perda de uma fase faz com que a máquina trifásica passe a operar como uma máquina monofásica, perdendo assim a capacidade de partir. Uma máquina multifásica com m fases no estator pode partir e operar mesmo quando $m - 3$ fases são desconectadas ou danificadas. Independente do número de fases, a perda de uma

ou mais fases do estator faz com que o torque gerado pela máquina tenha uma componente pulsante e faz também com que as correntes de fase do estator e do rotor fiquem desequilibradas. A amplitude da componente pulsante depende do escorregamento relativo, do número de fases da máquina e de características construtivas, tais como o número de ranhuras por polo e por fase e a inclinação das barras do rotor. O efeito do escorregamento na variação do torque médio e na amplitude da pulsação do torque é ilustrado nos gráficos apresentados na Figura 3. Estes gráficos foram obtidos com o modelo apresentado no Capítulo 2 e com os parâmetros da máquina pentafásica de 4,5 kW disponível no LASCAR. No gráfico da Figura 3(a) é mostrada a curva do torque médio em regime permanente versus escorregamento, e no gráfico da Figura 3(b) é mostrada a curva da amplitude da componente pulsante do torque em função do escorregamento. As linhas contínuas foram obtidas considerando que as barras do rotor são inclinadas e as linhas pontilhadas foram obtidas considerando que as barras do rotor não possuem inclinação. Estas curvas deixam claro que existe uma variação considerável na amplitude da pulsação do torque com o escorregamento e que as características construtivas, neste caso a inclinação das barras do rotor, tem grande influência na curva característica de torque em regime permanente. Entretanto, as diferenças são mais significativas na região de alto escorregamento, quando a velocidade do rotor se aproxima da velocidade síncrona dos campos girantes criados pelas harmônicas da indução no entreferro. A velocidade síncrona do campo girante produzido pelas harmônicas da indução criadas pelos enrolamentos dependem da ordem, n , de cada harmônica e do sentido de rotação. Quando o campo síncrono criado pela harmônica gira no mesmo sentido do campo girante criado pela onda fundamental, a velocidade angular é igual a $(n - 1)/n$ vezes a velocidade angular da onda fundamental. Por outro lado, quando o campo girante criado pela harmônica da indução gira no sentido oposto ao da onda fundamental a velocidade síncrona é igual a $(n + 1)/n$ vezes a velocidade angular da onda fundamental. A inclinação nas barras diminui a pulsação no torque, pois diminui o acoplamento magnético entre o rotor e o estator através das harmônicas da indução no entreferro. Um efeito similar à inclinação das barras é obtido ao aumentar o número de ranhuras por polo e por fase e também quando são utilizados enrolamentos do estator com encurtamento de passo, pois nestes casos a indução produzida pelas fases do estator possui um conteúdo harmônico menor e as harmônicas possuem menor amplitude.

Independente das características construtivas da máquina, a parcela pulsante do torque pode ser significativamente reduzida utilizando inversores de frequência para alimentação da máquina e de estratégias de controle específicas para a operação sob falha. As estratégias mais utilizadas no controle de máquinas operando com falha são as estratégias de controle vetorial. Em (TOLIYAT, 1998; XU; TOLIYAT; PETERSEN, 2002; TANI; MENGONI; ZARRI; SERRA; CASADEI, 2012; GUZMAN; DURAN; BARRERO, 2012; ABDEL-KHALIK; ELSEROUGI; AHMED; MASSOUD, 2013), por exemplo, são propostas versões modificadas do controle por orientação de campo; nos artigos (BERMU-

Figura 3 – (a) Torque médio versus escorregamento s . (b) Amplitude da componente pulsante do torque versus escorregamento.



Fonte: elaborado pelo autor

DEZ; GONZALEZ-PRIETO; BARRERO; DURAN; KESTELYN, 2015) e (BERMUDEZ; GONZALEZ-PRIETO; BARRERO; GUZMAN; DURAN; KESTELYN, 2017) são apresentadas versões modificadas do controle direto do torque; e nos artigos (MORSY; ABDEL-KHALIK; AHMED; MASSOUD, 2013) e (GUZMAN; DURAN; BARRERO; TORAL, 2011) são apresentadas, respectivamente, estratégias de controle escalar e preditiva. Todas as estratégias de controle apresentadas nos artigos citados são capazes de reduzir a pulsação no torque durante a operação sob falha.

A principal diferença entre as estratégias de controle está no desempenho obtido durante transitórios. Durante a operação em regime permanente, as estratégias de controle podem ser divididas em 3 grupos. No primeiro grupo estão as estratégias de controle que minimizam a pulsação no torque; no segundo grupo estão as estratégias de controle que reduzem a pulsação de torque enquanto mantém as correntes de fase do estator equilibradas, ou seja, todas com mesma amplitude; no terceiro grupo estão as estratégias de controle que minimizam as perdas joule no estator da máquina e reduzem a pulsação no torque. A escolha do tipo de estratégia de controle deve considerar o comportamento dinâmico desejado e a capacidade de carga exigida durante a operação sob falha. Os controles vetoriais conseguem fazer com que as máquinas multifásicas tenham um comportamento dinâmico durante a operação sob falha muito próximo ao comportamento dinâmico obtido durante a operação normal. Entretanto, as perdas produzidas por cada uma das estratégias de controle são diferentes (TANI; MENGONI; ZARRI; SERRA; CASADEI, 2012).

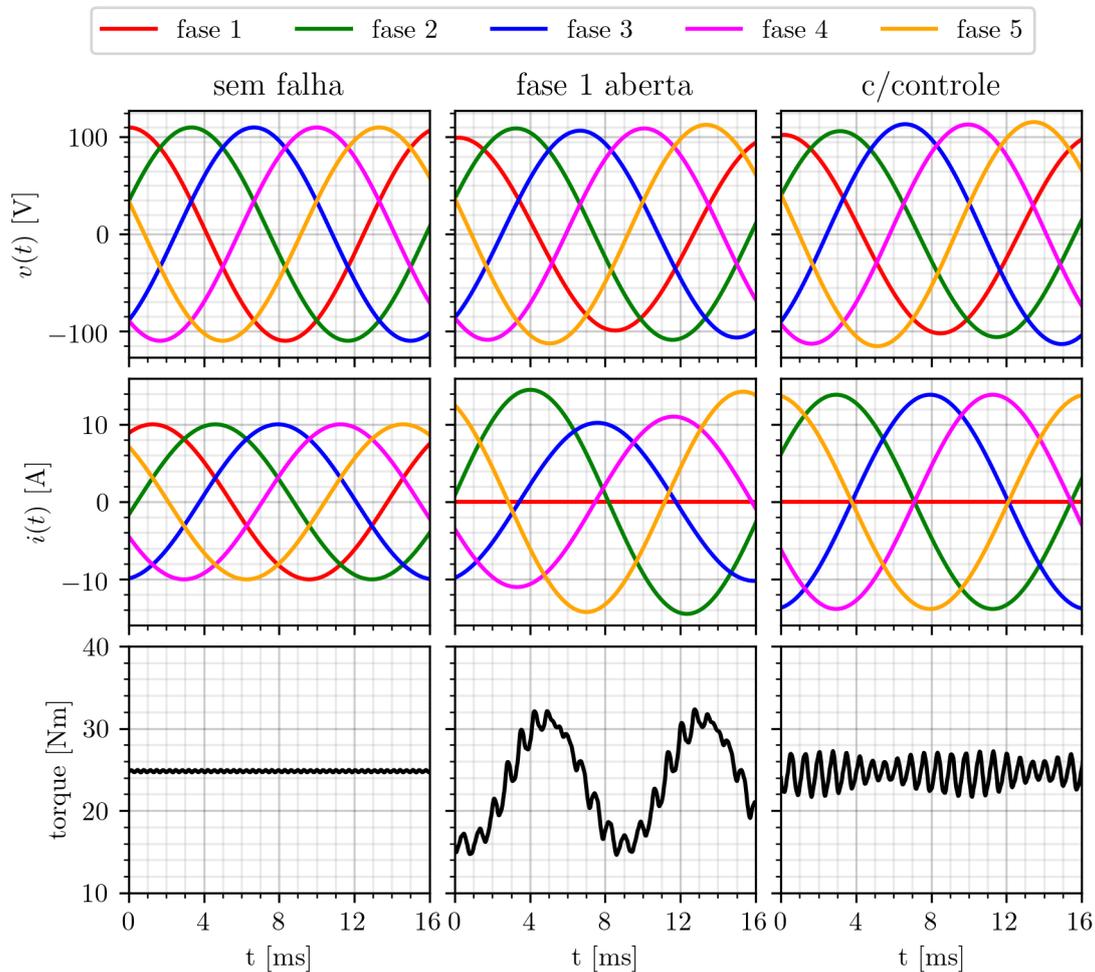
Por outro lado, a capacidade de carga sob falha depende da temperatura de operação da máquina que por sua vez depende das perdas produzidas pela máquina e de fatores ambientais como altitude e temperatura ambiente. As estratégias de controle que minimi-

zam a parcela pulsante do torque são as que mais produzem perdas joule no estator; sob este aspecto, em segundo lugar estão as estratégias que mantêm as correntes de fase do estator com mesma amplitude e em terceiro lugar estão as estratégias que minimizam as perdas joule no estator. No entanto, não é possível afirmar qual é a estratégia de controle que mais restringe a capacidade de carga da máquina sem antes conhecer o total de perdas e como estas perdas se distribuem. É possível, por exemplo, que a diferença no total de perdas produzidas por duas estratégias de controle diferentes não seja significativa, mas que em uma estratégia de controle as perdas produzidas se concentrem em uma região da máquina criando pontos quentes enquanto que na outra estratégia de controle as perdas se distribuam de forma mais uniforme sem criar pontos quentes. Para determinar a distribuição das perdas é preciso estimar de forma precisa as perdas joule no rotor e as perdas magnéticas. A variação desta parcela de perdas tem sido desconsiderada pela grande maioria dos autores; as perdas são consideradas constantes e iguais às que ocorrem durante a operação normal.

Durante a operação sob falha, surgem harmônicas temporais nas correntes do rotor e harmônicas espaciais na indução do entreferro que não podem ser obtidas com os modelos tradicionais utilizados na síntese de estratégias de controle. Desta forma, entre as contribuições desta tese estão o desenvolvimento do modelo para máquina de indução pentafásica apresentado no Capítulo 2 e o desenvolvimento dos modelos para a distribuição da indução no interior da máquina, apresentados no Capítulo 3. Com estes dois modelos é possível estimar as correntes e a distribuição da indução no interior da máquina quando a máquina opera com e sem falha e com e sem controle. Os valores de indução e corrente obtidos com estes modelos possibilitam que as perdas joules e magnéticas sejam calculadas com maior exatidão, pois é possível considerar o efeito de um número arbitrário de harmônicas da indução no entreferro no cálculo das correntes do rotor e da estimação da indução nos núcleos do estator e do rotor.

Para ilustrar o comportamento de máquinas de indução multifásicas durante a operação sob falha e com controle são mostrados na Figura 4 os gráficos das correntes, tensões e torques da máquina de indução pentafásica de 4,5 kW disponível no LASCAR. As curvas foram obtidas com a máquina operando com carga nominal utilizando o modelo apresentado no Capítulo 2. Na primeira coluna são mostrados os dados obtidos com a máquina operando sem falha, na segunda coluna são mostrados os gráficos da máquina operando com uma fase do estator desconectada e sem controle e na terceira coluna são mostrados os gráficos da máquina operando com uma fase do estator desconectada e com a estratégia de controle que reduz a pulsação no torque e mantém as correntes de fase com a mesma amplitude. As tensões, correntes e o torque são mostrados na primeira, segunda e terceira linha, respectivamente. A fase desconectada durante a operação sob falha é a fase 1, representada pelas curvas em vermelho. Durante a operação sob falha, a tensão na fase 1 é diferente de zero devido às tensões induzidas através das indutâncias mútuas

Figura 4 – Tensões de fase, correntes de fase e o torque de uma máquina pentafásica operando com e sem falha e com falha e com controle.



Fonte: elaborado pelo autor

entre a fase 1 e as outras fases do estator e do rotor. O torque médio nos 3 casos mostrados é igual ao torque nominal da máquina, $24,5 \text{ Nm}$. A amplitude da pulsação no torque é igual a $0,61\%$ do torque médio quando a máquina opera sem falha; quando a máquina opera com falha e sem controle, a amplitude da pulsação aumenta para $38,1\%$, e quando é utilizada a estratégia de controle, a pulsação é reduzida para $10,4\%$ do valor médio. Durante a operação sem falha, as perdas joule no estator são iguais a $213,1 \text{ W}$, este valor sobe para $271,3 \text{ W}$ durante a operação com falha e sem controle e chega a $326,0 \text{ W}$ quando a máquina opera com falha e com controle. Na situação em que a máquina opera com falha e com controle, as perdas joule no estator são 53% maiores do que o valor nominal de $213,1 \text{ W}$. Isso significa que a carga no eixo deve ser reduzida, entretanto, o valor exato da redução na carga depende do total de perdas e não apenas das perdas joule no estator.

Na maioria dos trabalhos sobre estratégias de controle para máquinas multifásicas

operando sob falha, a análise da estratégia de controle é similar a análise realizada neste último exemplo, pois apenas são avaliadas a capacidade da estratégia de controle em reduzir a pulsação no torque e o aumento nas perdas joule no estator. As perdas joule no rotor são frequentemente ignoradas ou avaliadas de forma superficial, pois poucas harmônicas das correntes do rotor são levadas em consideração durante a determinação das perdas (BERMUDEZ; GUZMAN; GONZALEZ-PRIETO; BARRERO; DURAN; KESTELYN, 2015; TANI; MENGONI; ZARRI; SERRA; CASADEI, 2012).

Numa situação ideal, durante a operação sob falha, a onda de indução no entreferro da máquina não contém harmônicas e o controle mantém a onda de indução no entreferro igual à onda de indução antes da ocorrência da falha. Conseqüentemente, as correntes induzidas no rotor e as perdas joule no rotor não são afetadas (TANI; MENGONI; ZARRI; SERRA; CASADEI, 2012). Por outro lado, numa máquina real, a indução no entreferro contém infinitas harmônicas que surgem devido à saturação, à distribuição das bobinas em ranhuras e à variação da permeância do entreferro que é criada pelas ranhuras. Durante a operação sob falha, as amplitudes destas harmônicas são alteradas devido ao desbalanço das correntes, conseqüentemente, as perdas joule no rotor e as perdas magnéticas são alteradas e surgem componentes pulsantes no torque. No Capítulo 2 é apresentado um modelo para a Máquina de Indução Pentafásica (MIP) que foi desenvolvido durante o doutorado. Com este modelo é possível obter as correntes induzidas no rotor pelas harmônicas da indução no entreferro produzidas pelos enrolamentos do estator.

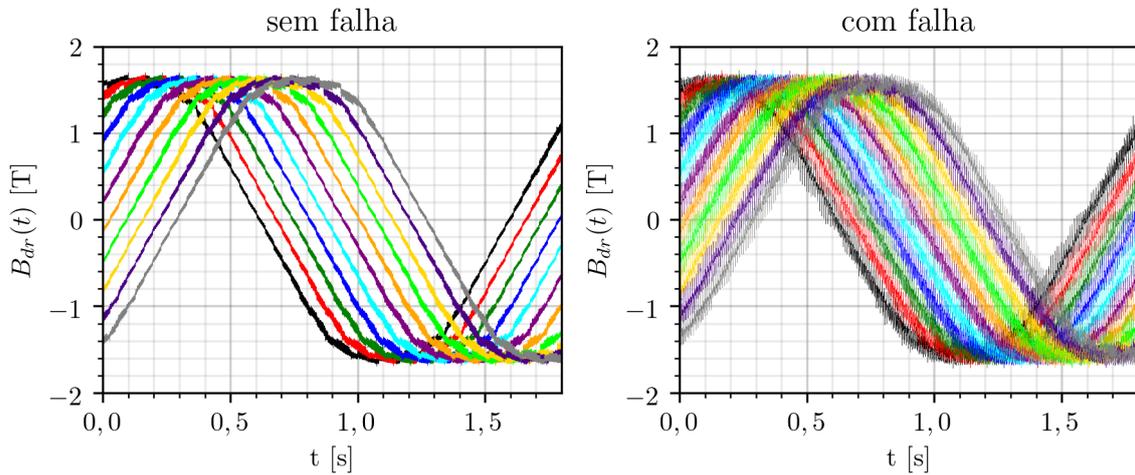
A análise das perdas magnéticas não é realizada nos trabalhos em que novas estratégias de controle são propostas, pois os modelos analíticos utilizados nestes trabalhos não fornecem a distribuição da indução. Entretanto, em alguns trabalhos como (MORSY; ABDEL-KHALIK; AHMED; MASSOUD, 2013; ABDEL-KHALIK; ELGENEDY; AHMED; MASSOUD, 2016), o total de perdas e a eficiência da máquina durante a operação sob falha é determinada pela diferença entre a potência de entrada e a potência entregue ao eixo. Nestes casos, a distribuição das perdas no interior da máquina não é determinada de forma precisa, pois os autores não investigaram qual é o percentual das perdas no ferro e qual é o percentual das perdas joule do rotor. Durante a operação normal, as perdas magnéticas praticamente não variam com a carga, pois a reação do rotor mantém a distribuição da indução aproximadamente constante nas diversas partes da máquina. Entretanto, durante a operação sob falha, a distribuição da indução é bastante alterada devido ao surgimento de harmônicas criadas pelo desbalanço das correntes no estator, conforme mostrado em (PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER, 2016; PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER; SILVEIRA, 2015; PEREIRA; NICOL; PEREIRA; PERIN, 2020a). A harmônica que mais deforma a distribuição da indução é a harmônica de ordem 3, pois ela possui a maior amplitude. A terceira harmônica também é a única harmônica considerada em praticamente todos os modelos utilizados na análise de máquinas pentafásicas. Quando a máquina opera com falha e sem controle, a onda fundamental e a terceira harmônica da

indução criam 4 campos girantes. A onda fundamental cria dois campos girantes, um com velocidade angular igual a $\frac{w}{p}$ e o outro com velocidade angular igual a $-\frac{w}{p}$ e o terceiro harmônico cria os outros dois campos girantes, um com velocidade angular igual a $\frac{w}{3p}$ e o outro com velocidade angular igual a $-\frac{w}{3p}$. As variáveis p e w são o número de pares de polos do motor e a velocidade angular da tensão de alimentação, respectivamente. Estes campos girantes criam harmônicas de alta frequência na indução e nas correntes do rotor. A frequências destas harmônicas variam com o escorregamento relativo, s , e são dadas por $s \cdot f$, $(2 - s)f$, $(3 - 2s)f$ e $(4 - 3s)f$, derivadas em (PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER; NICOL, 2015). As correntes de fase do rotor com frequência $s \cdot f$ são responsáveis pela produção do torque médio enquanto que as outras correntes são indesejáveis, pois criam torques pulsantes e também porque aumentam as perdas joule no rotor.

Por outro lado, as harmônicas da indução criadas pela falha podem alterar de forma significativa as perdas magnéticas do rotor e do estator, pois possuem amplitudes e frequências elevadas. Os gráficos das figuras 5 e 6 foram retirados de (PEREIRA; NICOL; PEREIRA; PERIN, 2020a) e ilustram os efeitos da falha na distribuição da indução nos dentes do rotor. Os gráficos 5(a) e 6(a) mostram, respectivamente, as curvas de indução nos dentes e o espectro destas curvas para o caso em que a máquina opera sem falha, já as figuras 5(b) e 6(b) mostram, respectivamente, as curvas da indução nos dentes do rotor e o espectro destas curvas quando a máquina opera com duas fases do estator desconectadas. Os efeitos da falha ficam evidentes quando os espectros da indução são comparados, pois, durante a operação sob falha, as induções nos dentes do rotor possuem harmônicas com amplitudes e frequências elevadas que não estão presentes no espectro das induções obtidos durante a operação sem falha. Estas harmônicas podem aumentar de forma significativa as perdas magnéticas na máquina, mas ainda não foram estudadas de forma aprofundada. Durante a operação normal, as perdas magnéticas na região das coroas são produzidas basicamente pelo efeito da histerese e das correntes de Foucault produzidas pela onda fundamental da indução enquanto que nos dentes as perdas magnéticas são produzidas pela histerese e pelas correntes de Foucault devido a onda fundamental e às harmônicas da indução no entreferro.

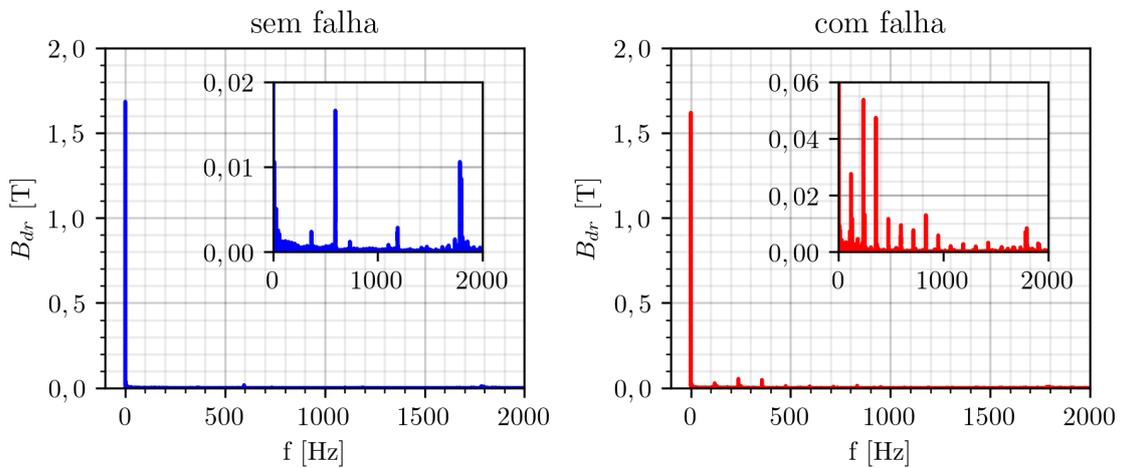
Embora a análise detalhada das perdas produzidas por máquinas operando sob falha ainda não tenha sido realizada, em alguns trabalhos as perdas totais da máquina e a elevação da temperatura são avaliadas com o objetivo de estimar a capacidade de carga da máquina operando sob falha. Em (MORSY; ABDEL-KHALIK; AHMED; MASSOUD, 2013), por exemplo, a análise da estratégia de controle para a máquina pentafásica operando sob falha inclui o total de perdas e a eficiência da máquina. Em (ABDEL-KHALIK; ELGENEDY; AHMED; MASSOUD, 2016) é apresentada uma nova forma de conectar as fases do estator das máquinas pentafásicas que permite melhorar o desempenho da máquina operando sob falha. Nos resultados discutidos nestes artigos são apresentadas curvas de eficiência energética e perdas joule no estator em função do escorregamento.

Figura 5 – (a) Indução nos dentes do rotor quando a máquina opera sem falha e (b) quando a máquina opera com 2 fases desconectadas



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 6 – (a) Espectro da indução nos dentes do rotor quando a máquina opera sem falha. (b) Espectro da indução nos dentes do rotor quando a máquina opera com 1 fase desconectada. Fonte (PEREIRA; NICOL; PEREIRA; PERIN, 2020a).



Fonte: elaborado pelo autor

Em (BOGLIETTI; BOJOI; RUBINO; COSSALE, 2020) é feita a análise térmica de uma máquina de indução de 12 fases operando com 12, 9, 6 e 3 fases; neste trabalho são analisadas as variações na temperatura das bobinas de fase do estator com o objetivo de determinar experimentalmente a capacidade de carga da máquina operando sob falha. Em todos estes trabalhos os autores mostram preocupação em determinar a capacidade de carga da máquina durante a operação sob falha.

Dentro do contexto apresentado, um dos objetivos da presente tese é o de criar modelos que possibilitem que análises mais aprofundadas das máquinas pentafásicas operando com falha sejam feitas. A escolha de máquinas de indução pentafásicas como objeto de estudo da tese se deve ao fato de que elas são as máquinas de indução com um número de fases maior que três mais prováveis de serem adotadas em aplicações de potência inferior a 100 *kW*. Elas possuem alta confiabilidade com um número de fases não muito elevado, fato que ajuda a manter os custos e a complexidade do sistema de acionamento baixos. Nesta faixa de potência o grande atrativo destas máquinas é a capacidade de operar com falha (TANI; MENGONI; ZARRI; SERRA; CASADEI, 2012; ABDEL-KHALIK; ELSEROUGI; AHMED; MASSOUD, 2013; TANI; MENGONI; ZARRI; SERRA; CASADEI, 2012; BERMUDEZ; GONZALEZ-PRIETO; BARRERO; GUZMAN; DURAN; KESTELYN, 2017).

Nos dois próximos capítulos são apresentados os modelos analíticos utilizados no estudo das máquinas de indução pentafásicas.

2 MODELO DA MIP INCLUINDO HARMÔNICOS DE ESPAÇO

Para analisar a máquina de indução é necessário o uso de modelos matemáticos para representar o seu comportamento, pois embora os dados obtidos com ensaios sejam de extrema importância, as relações estabelecidas pelos modelos analíticos são imprescindíveis para o real entendimento do funcionamento da máquina e do impacto das características construtivas no desempenho. Os modelos mais utilizados na análise de máquinas são os modelos analíticos de parâmetros concentrados, os modelos de elementos finitos e os modelos de redes de relutância. Cada um dos modelos apresenta vantagens e desvantagens já conhecidas.

Os modelos de elementos finitos fornecem a distribuição detalhada dos campos no interior da máquina, descrevem com precisão os efeitos da saturação e o torque fornecido pelo modelo e, além disto, contém os efeitos das harmônicas da indução devido à saturação e às ranhuras. As principais desvantagens deste tipo de modelo são o elevado tempo de processamento e a necessidade de dados dimensionais e dos materiais, além de outros detalhes, que nem sempre estão facilmente disponíveis.

Por outro lado, os modelos que descrevem a máquina utilizando redes de relutância são úteis na análise dinâmica de máquinas saturadas (GERADA; BRADLEY; SUMNER; SEWELL, 2003; PEDRAYES; ROJAS; CABANAS; MELERO; ORCAJO; CANO, 2007; YAO; BRADLEY; SEWELL; GERADA, 2008; OSTOVIC, 1986). Estes modelos são compostos por um grande número de equações não lineares que devem ser resolvidas para se obter os fluxos que atravessam as diferentes seções da máquina. A principal e importante vantagem deste tipo de modelo quando comparado com os modelos de elementos finitos é o menor tempo de processamento (BRADLEY; TAMI, 1996; GERADA; BRADLEY; SUMNER; WHEELER; PICKER; CLARE; WHITLEY; TOWERS, 2007; CHOMAT, 2011).

Os modelos analíticos de parâmetros concentrados descrevem a máquina utilizando resistências e indutâncias próprias e mútuas. Com estes modelos é possível estabelecer relações analíticas entre os fluxos, as correntes, as tensões e o torque. É possível determinar de forma qualitativa e quantitativa o comportamento das correntes e do torque

produzido pela máquina quando a tensão e a frequência de alimentação variam. Quando são utilizados modelos de elementos finitos ou de rede de relutância, este tipo de análise é apenas parcialmente possível e na maioria dos casos com grande custo computacional. A principal desvantagem dos modelos analíticos de parâmetros concentrados é a necessidade de ajustar os parâmetros do modelo quando o ponto de operação da máquina é alterado. As indutâncias devem ser calculadas de acordo com o nível de saturação da máquina e as resistências devem ser calculadas de acordo com a temperatura e a frequência de operação. Entretanto, existem modelos que ajustam a saturação da máquina de acordo com o ponto de operação, como por exemplo, os modelos apresentados em (ABDEL-KHALIK; AHMED; ELSEROUGI; MASSOUD, 2013) e (MOREIRA; LIPO, 1992).

Os modelos analíticos de parâmetros concentrados mais utilizados na análise de máquinas multifásicas são modelos dinâmicos descritos segundo as componentes simétricas de valor instantâneo, também conhecidas como fasores de espaço das correntes e tensões do estator e do rotor. Modelos para máquinas funcionando em regime permanente são menos comuns, pois a maioria das pesquisas de máquinas multifásicas está concentrada na área de controle e para desenvolver e testar as estratégias de controle é necessário que o modelo seja capaz de descrever o comportamento da máquina durante transitórios. A área de pesquisa sobre modelo de máquinas continua sendo foco de estudos e, nas última duas décadas, inúmeros trabalhos abordando o tema foram publicados, veja-se por exemplo (SOUZA; BASTOS; FILHO, 2018; ABDEL-KHALIK; AHMED; MASSOUD, 2016a,b; ABDEL-KHALIK; AHMED; ELSEROUGI; MASSOUD, 2013; JOKSIMOVIC; RIGER; WOLBANK; PERIC; VASAK; STOJVIC; LESIC, 2012; PEREIRA; HAFFNER; PEREIRA; BENVENUTI; ROSA, 2015; PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER; NICOL, 2015; PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER; SILVEIRA, 2015; PEREIRA; SCHARLAU; PEREIRA; HAFFNER, 2006).

Neste capítulo é apresentado um novo modelo analítico de parâmetros concentrados que pode ser utilizado para descrever o comportamento da máquina de indução pentafásica operando com ou sem falha. A principal característica deste modelo, que o diferencia da maioria dos modelos encontrados na literatura, é o número arbitrário de harmônicas da indução no entreferro utilizadas no cálculo das indutâncias mútuas entre o rotor e o estator. Nos modelos convencionais, apenas a componente fundamental e a terceira harmônica da indução no entreferro acoplam magneticamente o rotor ao estator. Entre outros efeitos importantes, os harmônicos com ordem acima de 3 podem gerar torques indesejados (torques síncronos e torques assíncronos), além de produzirem harmônicas adicionais nas correntes do rotor. O uso deste modelo na análise da máquina operando sob falha permite determinar o aumento nas perdas joule devido às harmônicas e também o impacto das harmônicas da indução na produção de torques indesejáveis durante a operação sob falha. Com o objetivo de validar o modelo, no final deste capítulo é apresentado um exemplo onde as correntes e os torques medidos em ensaios são comparados com as correntes e o

torque fornecidos pelo modelo.

O modelo apresentado neste capítulo não é o primeiro modelo a considerar o efeito das harmônicas de espaço. Ao longo das últimas décadas vários modelos que explicitamente incluem harmônicas de espaço foram propostos. Contudo, na sua maioria eles se referem a máquinas convencionais trifásicas, operando em regime permanente equilibrado, por exemplo, (PAAP, 1991a,b; LIANG; LUY, 2006). Modelos para máquinas de indução com mais de três fases operando em regime equilibrado também já foram abordados em outros trabalhos. Por exemplo, em (FUDEH; ONG, 1983a,b,c) são apresentados dois modelos para máquinas de indução com um número arbitrário de fases, sendo um modelo dinâmico e o outro para análise da máquina operando em regime permanente senoidal e equilibrado. Em (TOLIYAT; LIPO, 1995) é apresentado um modelo que descreve as indutâncias mútuas entre o rotor e o estator utilizando funções definidas por partes. Esta abordagem permite que todos os harmônicos da indução, produzidos pelos enrolamentos, seja considerados. O modelo desenvolvido nesta tese utiliza séries de Fourier para descrever as indutâncias mútuas entre o rotor e o estator, evitando o uso das funções definidas por partes utilizadas em (TOLIYAT; LIPO, 1995).

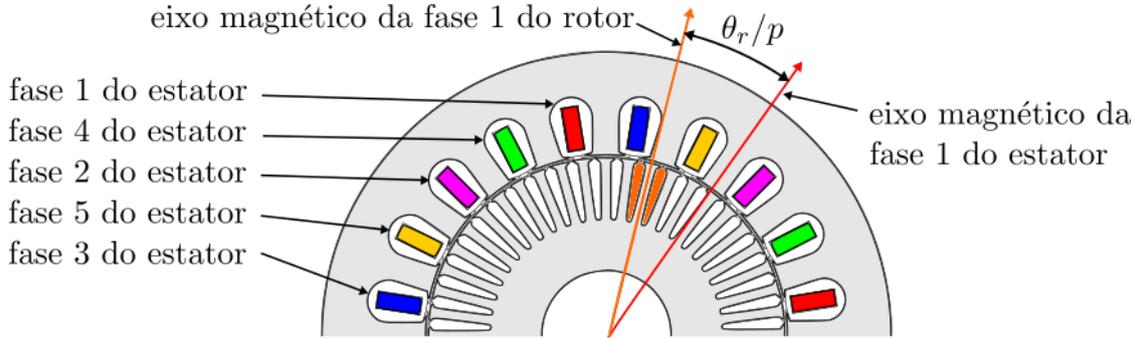
2.1 EQUAÇÕES DE MALHA DO ROTOR E DO ESTATOR

O modelo analítico de parâmetros concentrados de uma máquina de indução com m fases no estator e N fases no rotor é composto por $m + N$ equações de malha e mais uma equação mecânica de equilíbrio de torques. O número de fases do rotor é igual ao número de barras do rotor dividido pelo máximo divisor comum do número de barras do rotor e do número de pares de polos da máquina. A equação de malha para a fase k do estator é dada por (2.1), sendo $v_k(t)$ e $i_k(t)$ a tensão e a corrente na fase k do estator, respectivamente; R_s a resistência de fase do estator; $L_{\delta s}$ a indutância de dispersão de uma fase do estator; L_{ku} a indutância mútua entre as fases k e u do estator; $L_{ku}^{sr}(\theta_r)$ a indutância mútua entre a fase k do estator e a fase u do rotor; $i_u^r(t)$ a corrente na fase u do rotor; e θ_r o ângulo entre o rotor e o estator em radianos elétricos, o qual corresponde à defasagem entre o eixo da fase 1 do estator e a fase 1 do rotor, conforme mostrado na Figura 7.

$$v_k(t) = R_s \cdot i_k(t) + L_{\delta s} \cdot \frac{di_k(t)}{dt} + \sum_{u=1}^m L_{ku} \cdot \frac{di_u(t)}{dt} + \sum_{u=1}^N \frac{d[L_{ku}^{sr}(\theta_r) \cdot i_u^r(t)]}{dt} \quad (2.1)$$

A equação de malha para a fase k do rotor é dada pela expressão (2.2). Nesta expressão, R_{ar} e $L_{\delta ar}$ são, respectivamente, a resistência e a indutância de dispersão do segmento de anel que conecta duas barras adjacentes do rotor; R_{br} e $L_{\delta br}$ são, respectivamente, a resistência e a indutância de dispersão de uma barra do rotor; $i_k^r(t)$ é a corrente na fase k do rotor; L_{ku}^r é a indutância mútua entre as fases k e u do rotor; L_{ku}^{rs} é a indutância mútua

Figura 7 – Bobinas pertencentes a cada uma das fases do estator e ângulo θ_r entre a fase 1 do estator e a fase 1 do rotor.

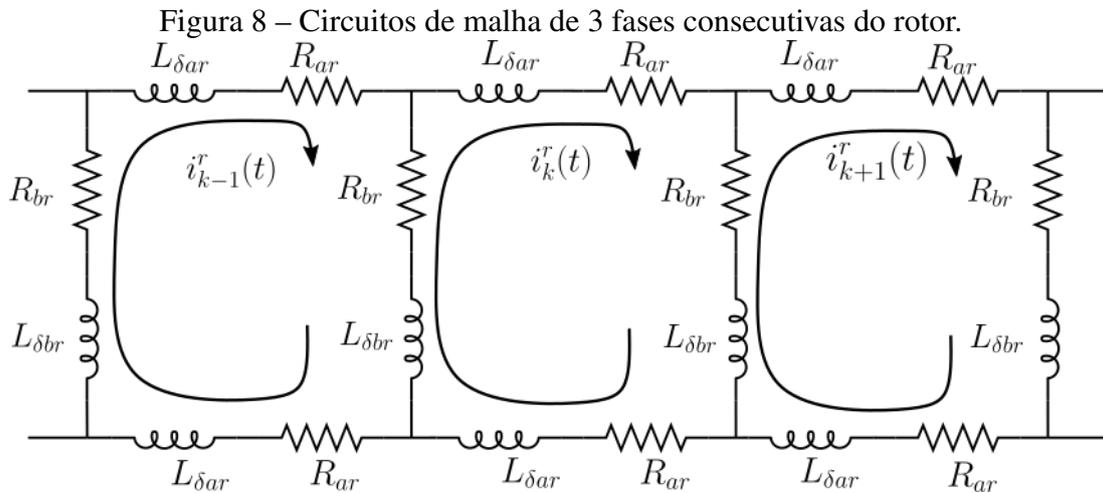


Fonte: elaborado pelo autor.

entre a fase k do rotor e a fase u do estator; e $i_u(t)$ é a corrente na fase u do estator.

$$0 = 2 \cdot [R_{ar} + R_{br}] \cdot i_k^r(t) - R_{br} \cdot [i_{k+1}^r(t) + i_{k-1}^r(t)] + 2 \cdot [L_{\delta ar} + L_{\delta br}] \cdot \frac{di_k^r(t)}{dt} + L_{\delta br} \cdot \left[\frac{di_{k-1}^r(t)}{dt} + \frac{di_{k+1}^r(t)}{dt} \right] + \sum_{u=1}^N L_{ku}^r \cdot \frac{di_u^r(t)}{dt} + \sum_{u=1}^m \frac{d[L_{ku}^{rs}(\theta_r) \cdot i_u(t)]}{dt} \quad (2.2)$$

Na equação de malha da fase k do rotor aparecem as correntes das fases adjacentes à fase k , i_{k-1}^r e i_{k+1}^r . Isto ocorre devido ao fato de que cada fase do rotor é formada por duas barras consecutivas da gaiola do rotor conectadas pelos segmentos de anel. A Figura 8 ilustra três fases consecutivas do rotor, sendo que as indutâncias mútuas não são mostradas no diagrama, apenas as resistências e as indutâncias de dispersão.



Fonte: elaborado pelo autor.

A equação mecânica que completa o sistema de equações é dada pela expressão (2.3) que segue, onde a velocidade mecânica no eixo é dada como $\omega_{mec} = \dot{\theta}_r/p$. A expressão

para o torque eletromagnético será detalhada na seção 2.6 deste capítulo.

$$J_m \cdot \frac{\ddot{\theta}_r}{p} + B_m \cdot \frac{\dot{\theta}_r}{p} + T_L = T \quad (2.3)$$

O conjunto de todas as equações de malha do estator e do rotor, junto com a equação mecânica, descreve o comportamento da máquina sob qualquer regime de operação. Este é um conjunto de equações diferenciais não lineares de difícil solução. Como as análises realizadas neste trabalho são feitas com a máquina operando em regime permanente senoidal e com velocidade constante, é mais conveniente trabalhar com um modelo fasorial. A utilização de fasores transforma as equações diferenciais em equações algébricas simplificando as equações de malha do rotor e do estator. Para utilizar a teoria de fasores, as tensões e correntes devem possuir apenas uma frequência. Porém, mesmo quando as tensões e correntes no estator são equilibradas e possuem apenas uma frequência, no rotor, as correntes e tensões possuem infinitas harmônicas e a frequência da componente fundamental não é necessariamente igual à frequência das tensões e correntes do estator. Conseqüentemente, para analisar a máquina utilizando fasores, cada harmônica das correntes e tensões do rotor será descrita por uma equação distinta. As harmônicas na corrente do rotor são produzidas pelas harmônicas espaciais da indução do entreferro, como será mostrado nas próximas seções deste capítulo.

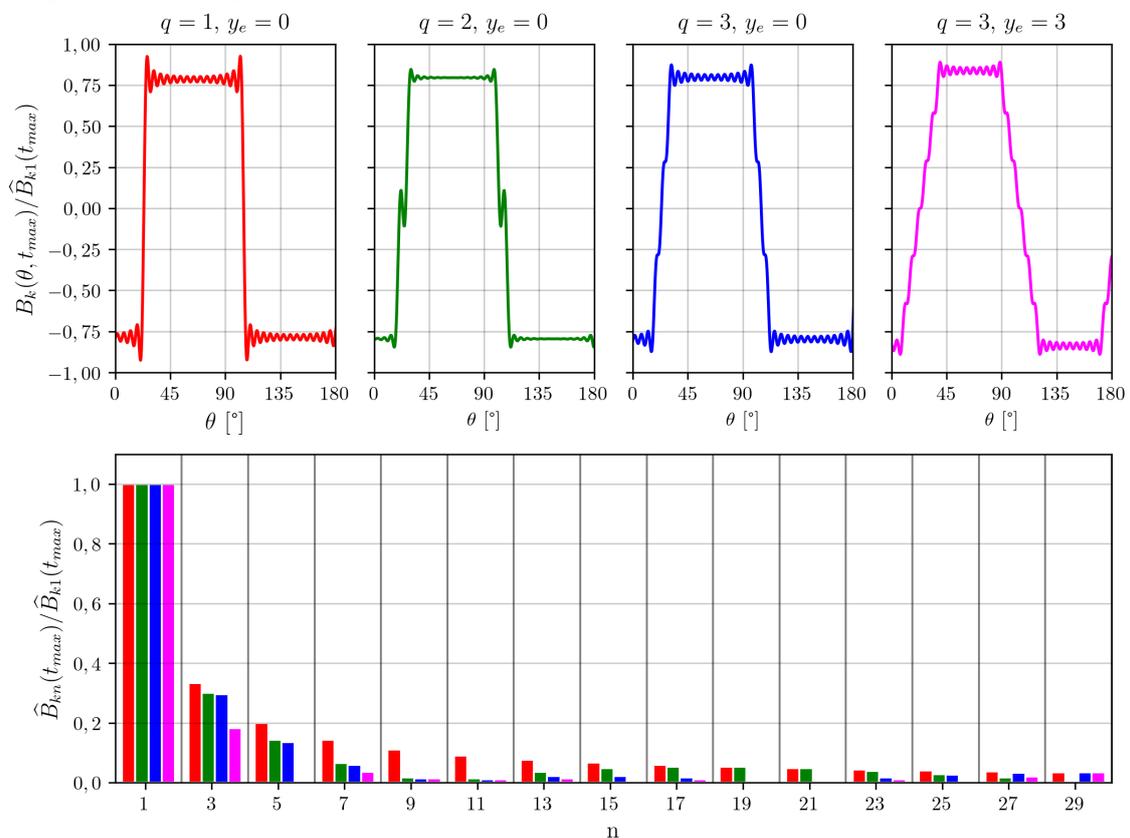
2.2 INDUÇÃO NO ENTREFERRO E SEQUÊNCIAS DE FASE DAS CORRENTES DO ESTATOR EM REGIME PERMANENTE SENOIDAL EQUILIBRADO

Para obter o modelo da máquina operando em regime permanente senoidal e velocidade constante é necessário determinar as relações entre as indutâncias, as harmônicas espaciais da indução e as correntes do rotor e do estator. No modelo de parâmetros concentrados as variáveis são as correntes, as tensões, os fluxos e a velocidade do rotor. O efeito da distribuição da indução nas diversas partes da máquina, especialmente no entreferro, sobre as correntes e tensões estão incluídos nas indutâncias próprias e mútuas. Por outro lado, a indutância mútua entre as fases k e u do estator é obtida dividindo o fluxo concatenado com a fase k e criado pela fase u pela corrente que circula na fase u . A indução produzida no entreferro por cada fase do estator, a qual serve de base para a determinação do fluxo concatenado, depende das características do estator e das características dos enrolamentos de fase.

A fim de ilustrar os conceitos citados, na Figura 9 são mostradas 4 curvas de indução no entreferro, produzidas por quatro enrolamentos diferentes. Estas curvas foram normalizadas utilizando o instante de tempo $t=t_{max}$ onde a amplitude da componente fundamental da indução, $\widehat{B}_{k1}(t)$, atinge o valor máximo. A curva em vermelho mostra a indução produzida por um enrolamento de passo inteiro e com uma ranhura por polo

e fase ($q=1$); a segunda curva mostra a indução produzida por um enrolamento com $q=2$ sem encurtamento de passo; a terceira curva mostra a indução produzida por um enrolamento com $q=3$ sem encurtamento de passo; a quarta curva mostra a indução produzida por um enrolamento com $q=3$ e com encurtamento de passo de três ranhuras ($y_e=3$). No gráfico da segunda linha são mostrados os espectros das curvas da indução. Este gráfico mostra que à medida que q e o passo (y_e) aumentam, o conteúdo harmônico da indução produzida pelo enrolamento de fase, diminui. O gráfico também mostra que as harmônicas da indução, produzidas por cada fase, são todas de ordem ímpar devido à simetria da onda de indução.

Figura 9 – Indução no entreferro na direção radial, produzido por uma fase do estator (a) e espectro da indução (n indica a ordem da harmônica) (b).



Fonte: elaborado pelo autor.

Cada uma das curvas mostradas na Figura 9 pode ser descrita utilizando uma série de Fourier dada pela equação (2.4). Nesta equação, o subíndice k representa a fase do estator; θ é a posição angular no entreferro em radianos elétricos e usa como referência o eixo magnético da fase 1 do estator; p é o número de pares de polos; γ_s é a defasagem angular entre duas fases consecutivas do estator e m é o número de fases do estator. As amplitudes das harmônicas de indução, \hat{B}_{kn} , dependem de q e de y_e ; no próximo capítulo será mostrado como estas variáveis se relacionam e como a constante K_s , que aparece na

expressão (2.5), é definida.

$$B_k(t, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \widehat{B}_{kn}(t) \cdot \text{sen}[n \cdot \theta - n \cdot (k - 1) \cdot \gamma_s] \quad (2.4)$$

$$\widehat{B}_{kn}(t) = K_s \cdot i_k(t) \quad (2.5)$$

$$\gamma_s = \frac{2\pi}{m} \quad (2.6)$$

$$n = 1, 3, 5, 7, \dots \infty \quad (2.7)$$

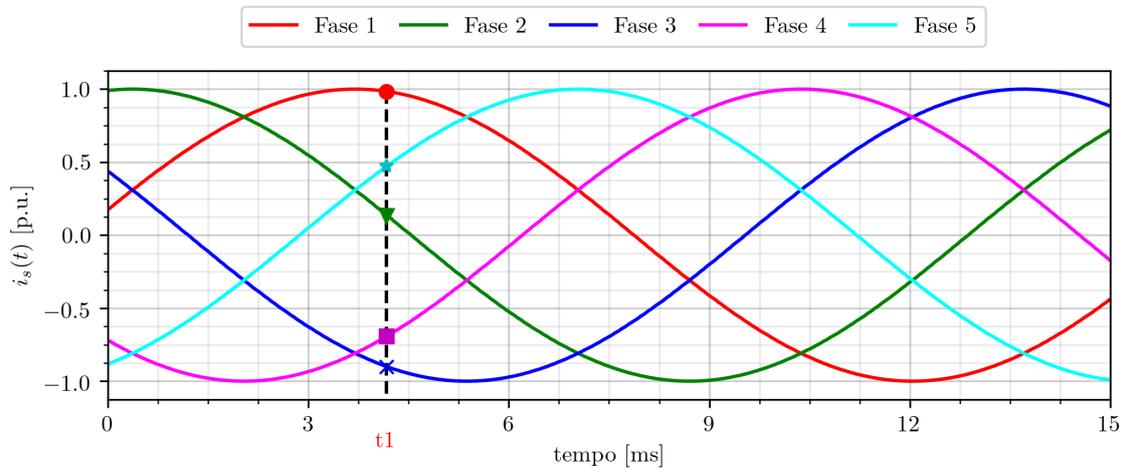
Para obter a indução resultante no entreferro, é necessário somar a contribuição de cada uma das m fases do estator. A Figura 10 mostra a indução resultante no entreferro das quatro máquinas no instante de tempo $t=t_1$, quando circulam pelo estator as correntes mostradas na Figura 10a.

A máquina com $q=3$ e com encurtamento de passo produz a indução mais próxima a uma senoide, conforme mostrado na Figura 10e. Entretanto, em nenhum dos casos mostrados a indução no entreferro é puramente senoidal. Isso ocorre devido à presença de outras harmônicas na indução resultante.

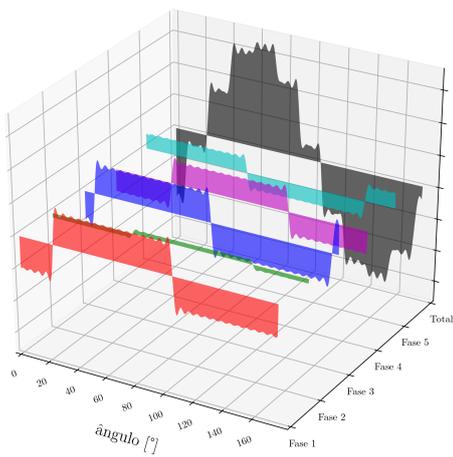
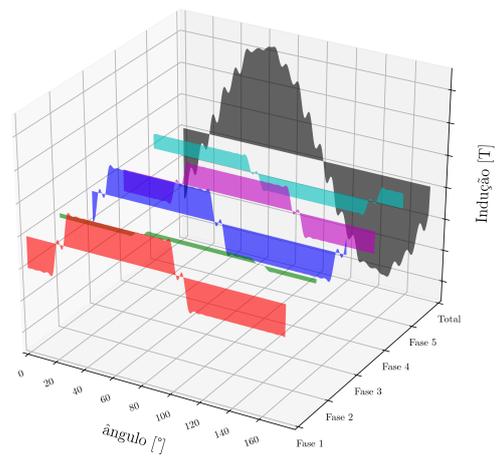
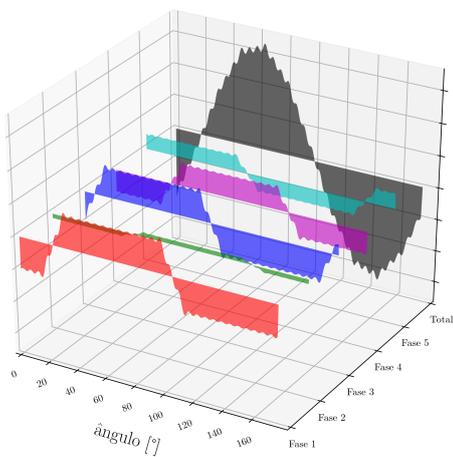
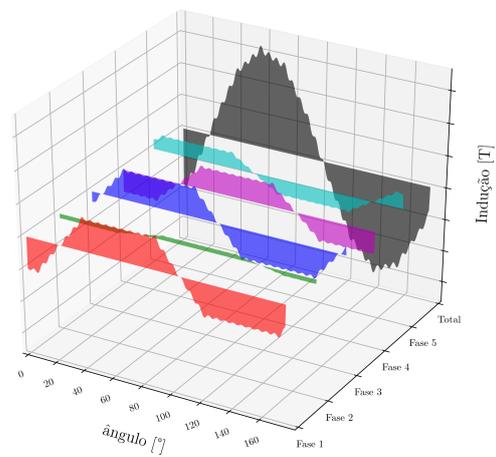
Quando se analisa a máquina operando em regime permanente senoidal equilibrado e com velocidade constante, todas as correntes e tensões de fase do estator são senoidais e a defasagem entre as correntes e tensões de fase adjacentes são iguais a $2\pi/m$, sendo m o número de fases do estator. Dependendo da sequência de fase das correntes que circulam pelo estator, as harmônicas da indução criam campos pulsantes, ou campos girantes no sentido horário ou no sentido anti-horário. Máquinas trifásicas, por exemplo, podem ser alimentadas com 6 sequências de fase. Três sequências de fase criam campos que giram no sentido horário e três sequências de fase criam campos que giram no sentido anti-horário. Se as fases do estator forem alimentadas com tensões iguais em amplitude e fase, então o campo no entreferro não gira, ele apenas pulsa. As sequências de fase que criam campos que giram no sentido anti-horário são sequências positivas e as sequências que criam campos que giram no sentido horário são sequências negativas. Embora em um sistema de alimentação trifásico equilibrado existam 6 sequências de fase possíveis, apenas 2 sequências de fase são distintas. As 3 sequências de fase positivas são equivalentes, pois a diferença de fase entre 3 fases consecutivas são iguais, o mesmo ocorre para as sequências de fase negativas.

As tensões e correntes de fase em um sistema de alimentação equilibrado de m fases são dadas pelas expressões (2.8) e (2.9) e os fasores destas tensões e correntes são dados pelas expressões (2.11) e (2.10), respectivamente. Sendo k o índice da fase, ϕ_{ik} a defasagem da corrente na fase k em relação a tensão da fase k e a variável x é a sequências de fase das tensões e correntes. Quando x é igual a zero ou a um múltiplo de m , as tensões e correntes de fase estão todas em fase, nestes casos diz-se que a sequência de fases é zero.

Figura 10 – Indução no entreferro versus características do estator.



(a) Corrente nas fases do estator

(b) Máquina com $q=1$ e $y_e=0$ (c) Máquina com $q=2$ e $y_e=0$ (d) Máquina com $q=3$ e $y_e=0$ (e) Máquina com $q=3$ e $y_e=3$

Fonte: elaborado pelo autor.

Já os outros valores de x fornecem todas as permutações de fase possíveis.

$$v_k(t) = \sqrt{2} \cdot |\bar{\mathcal{V}}_s| \cdot \cos [\omega \cdot t + \angle \bar{\mathcal{V}}_k] \quad (2.8)$$

$$i_k(t) = \sqrt{2} \cdot |\bar{\mathcal{I}}_s| \cdot \cos [\omega \cdot t + \angle \bar{\mathcal{I}}_k] \quad (2.9)$$

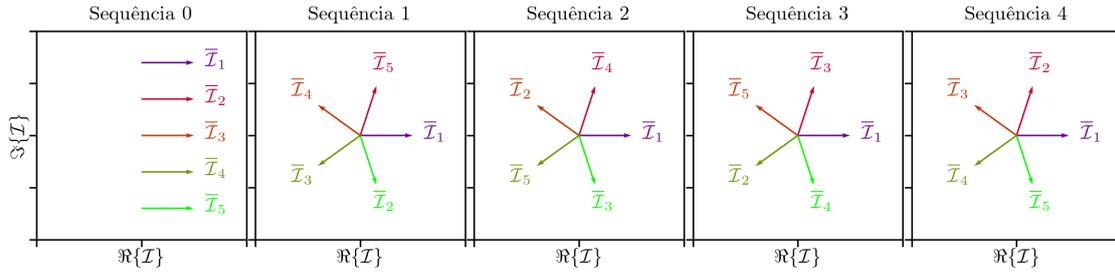
$$\bar{\mathcal{V}}_k = \mathcal{V}_s / \underline{-x \cdot (k-1) \cdot \gamma_s} \quad (2.10)$$

$$\bar{\mathcal{I}}_k = \mathcal{I}_s / \underline{-x \cdot (k-1) \cdot \gamma_s + \phi_{ik}} \quad (2.11)$$

Embora x possa assumir qualquer valor positivo, o conjunto de tensões e correntes de fase obtidos com valores de x iguais ou maiores que m são os mesmos obtidos com valores de x entre 0 e $m-1$. Isso ocorre pois $\bar{\mathcal{V}}_k = \mathcal{V}_s / \underline{-(x+m) \cdot (k-1) \cdot \gamma_s}$ é igual à $\bar{\mathcal{V}}_k = \mathcal{V}_s / \underline{-x \cdot (k-1) \cdot \gamma_s - 2\pi \cdot (k-1)}$ que, por sua vez, é igual à $\bar{\mathcal{V}}_k = \mathcal{V}_s / \underline{-x \cdot (k-1) \cdot \gamma_s}$.

Um sistema de alimentação pentafásico, possui as 5 seqüências de fase distintas mostradas na Figura 11. As seqüências de fase 1, 2, 3 e 4 criam campos girantes e a seqüência

Figura 11 – As cinco componentes de seqüências das correntes de fase do estator.



Fonte: elaborado pelo autor.

de fase 0 cria campos que pulsam. Conforme esclarecido mais adiante neste capítulo, cada seqüência de fase cria campos girantes ou pulsantes com um conjunto específico de harmônicas. A seqüência de fase 1, por exemplo, cria um campo girante com as componentes fundamentais das induções produzidas pelas 5 fases do estator, mas nenhum tipo de campo girante com as terceiras harmônicas da indução no entreferro.

Para determinar a relação entre as seqüências de fase das correntes e os campos girantes criados pelas harmônicas da indução, é necessário somar a indução produzida por cada fase. A indução no entreferro, criada pelo conjunto de fases do estator, é obtida substituindo (2.9) e (2.4) em (2.13) para obter (2.14). Como o sistema de tensões de alimentação é equilibrado, a fase ϕ_{ik} da corrente $i_k(t)$ dada pela expressão (2.9) é igual para todas as fases e foi substituída por ϕ_{is} , sem o subíndice k , para fins de simplificação, resultando em (2.12).

$$i_k(t) = \sqrt{2} \cdot |\bar{\mathcal{I}}_s| \cdot \cos [\omega \cdot t - x \cdot (k-1) \cdot \gamma_s + \phi_{is}] \quad (2.12)$$

$$B_{\delta s}(\theta, t) = \sum_{k=1}^m B_k(t, \theta) \quad (2.13)$$

$$B_{\delta_s}(\theta, t) = \sum_{k=1}^m \sum_{n=1}^{\infty} K_s \cdot \sqrt{2} \cdot |\bar{\mathcal{I}}_s| \cdot \cos[\omega \cdot t - x \cdot (k-1) \cdot \gamma_s + \phi_{is}] \cdot \text{sen}[n \cdot \theta - n \cdot (k-1) \cdot \gamma_s] \quad (2.14)$$

Utilizando a identidade trigonométrica (2.15), a expressão (2.14) pode ser reescrita como (2.16).

$$\cos(a) \cdot \text{sen}(b) = \frac{1}{2} \cdot [\text{sen}(a+b) - \text{sen}(a-b)] \quad (2.15)$$

$$B_{\delta_s}(t, \theta) = \frac{K_s \cdot \sqrt{2} \cdot |\bar{\mathcal{I}}_s|}{2} \sum_{k=1}^m \sum_{n=1}^{\infty} \text{sen}[\omega \cdot t + \phi_{is} + n \cdot \theta - (k-1) \cdot \gamma_s \cdot (x+n)] - \frac{K_s \cdot \sqrt{2} \cdot |\bar{\mathcal{I}}_s|}{2} \sum_{k=1}^m \sum_{n=1}^{\infty} \text{sen}[\omega \cdot t + \phi_{is} - n \cdot \theta - (k-1) \cdot \gamma_s \cdot (x-n)] \quad (2.16)$$

A expressão (2.16) é composta por dois somatórios em k que são diferentes de zero apenas quando os termos $(x+n)$ e $(x-n)$ são múltiplos inteiros de m . Nestes casos, a expressão (2.16) pode ser reescrita como (2.17) e (2.18). A expressão (2.17) descreve uma família de ondas de indução que se deslocam no entreferro com velocidade $\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\omega}{n}$ e a expressão (2.18) descreve uma famílias de ondas de indução que se deslocam com velocidade $\frac{d\theta}{dt} = +\frac{\omega}{n}$.

$$B_{\delta_s}(t, \theta) = \frac{K_s \cdot \sqrt{2} \cdot |\bar{\mathcal{I}}_s| \cdot m}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \text{sen}[\omega \cdot t + \phi_{is} + n \cdot \theta]_{(x+n)=\ell \cdot m} \quad (2.17)$$

$$B_{\delta_s}(t, \theta) = - \frac{K_s \cdot \sqrt{2} \cdot |\bar{\mathcal{I}}_s| \cdot m}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \text{sen}[\omega \cdot t + \phi_{is} - n \cdot \theta]_{(x-n)=\ell \cdot m} \quad (2.18)$$

$$\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4 \dots \quad (2.19)$$

$$n = 1, 3, 5, 7, 9 \dots \quad (2.20)$$

Como n só pode assumir valores positivos e ímpares, as relações $(x+n) = \ell \cdot m$ e $(x-n) = \ell \cdot m$ que aparecem nas equações anteriores e estabelecem as condições para a existência de ondas de indução no entreferro podem ser resumidas conforme segue.

$$(x+n) = \ell \cdot m \rightarrow \begin{cases} n = 2 \cdot (\ell + 1) \cdot m - x, & \text{para } x \text{ ímpar} \\ n = (2 \cdot \ell + 1) \cdot m - x, & \text{para } x \text{ par ou zero} \end{cases} \quad (2.21)$$

$$(x-n) = \ell \cdot m \rightarrow \begin{cases} n = 2 \cdot \ell \cdot m + x, & \text{para } x \text{ ímpar} \\ n = (2 \cdot \ell + 1) \cdot m + x, & \text{para } x \text{ par ou zero} \end{cases} \quad (2.22)$$

$$\ell = 0, 1, 2, 3, 4 \dots \quad (2.23)$$

Para máquinas de cinco fases, $m=5$, as sequências de fase $x=1$ e $x=4$ criam ondas de indução com as harmônicas de ordem $n = 10 \cdot \ell + 1$ e $n = 10 \cdot \ell + 9$; as sequências $x=2$ e $x=3$ criam ondas de indução com as harmônicas de ordem $n = 10 \cdot \ell + 3$ e $n = 10 \cdot \ell + 7$; e a sequência de fase $x=0$ cria componentes pulsantes na indução com as harmônicas de ordem $n = (10 \cdot \ell + 5)$.

Os gráficos da Figura 12 ilustram as relações entre as sequências de fase das correntes, x , a indução no entreferro produzida por cada fase do estator, $B_k(\theta, t)$, e a soma das induções produzida pelas cinco fases do estator, $B_\delta(\theta, t)$. Na primeira coluna da Figura 12 são mostradas as correntes que circulam pelas fases, na segunda coluna são mostradas as induções $B_k(\theta, t)$ e na terceira coluna são mostradas as induções $B_\delta(\theta, t)$. Os gráficos de cada linha foram obtidos com uma sequência de fase diferente. A primeira linha corresponde a sequência de fase $x=0$ e as linhas seguintes correspondem as sequências de fase $x=1, 2, 3$ e 4 . Na última linha são mostrados os espectros de $B_\delta(\theta, t)$ obtidos com cada uma das sequências de fase. A máquina utilizada no exemplo possui $q=2$ e $y_e=0$.

Comparando o espectro da indução $B_\delta(\theta, t)$, mostrado na Figura 12, com o espectro da indução $B_k(\theta, t)$, mostrado na Figura 9, fica claro que o conteúdo harmônico da indução $B_k(\theta, t)$ é maior que o conteúdo harmônico da indução $B_\delta(\theta, t)$, pois apenas algumas harmônicas da indução de $B_k(\theta, t)$ compõe a indução $B_\delta(\theta, t)$ e estas dependem ainda da sequência de fase x das correntes do estator.

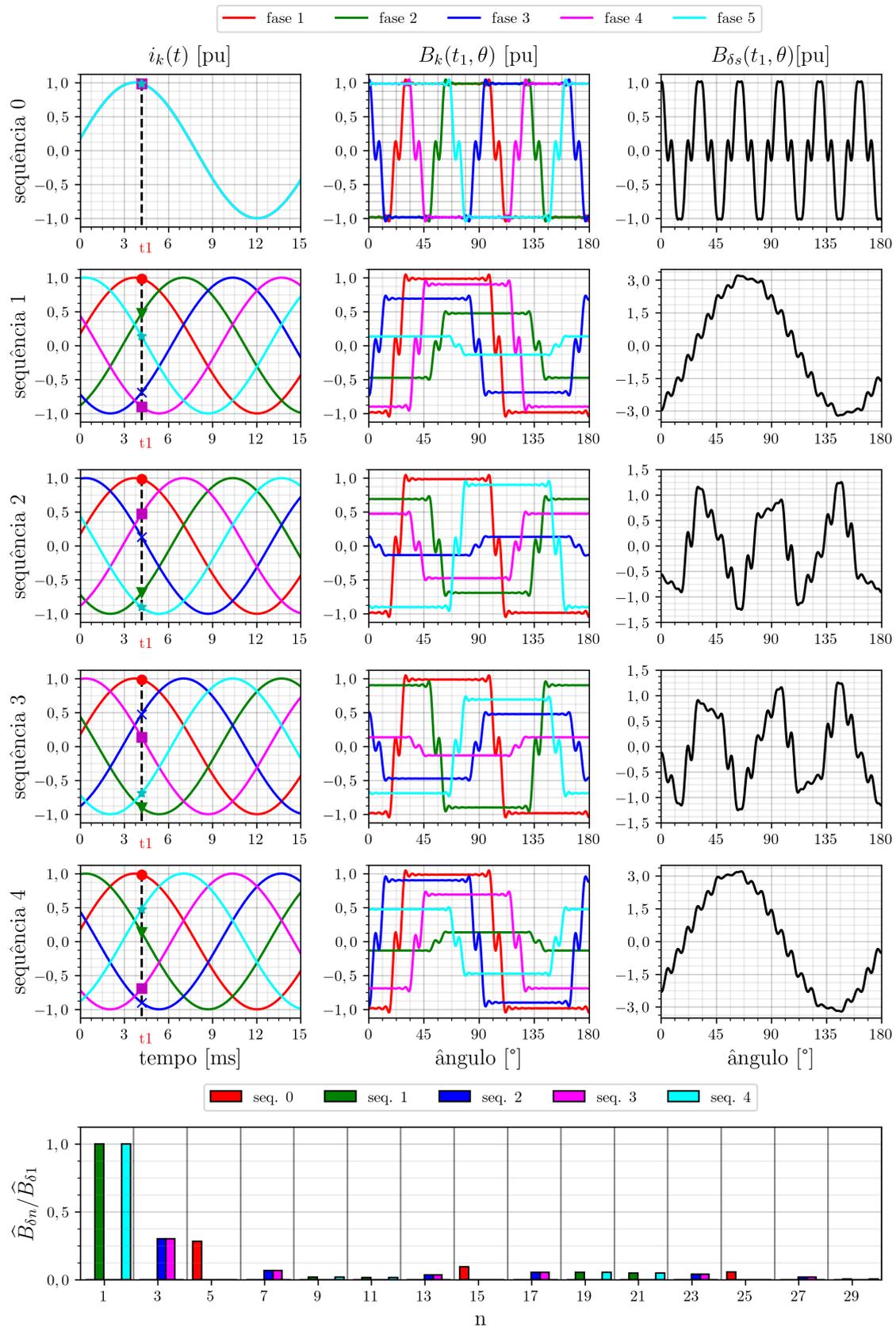
Os resultados mostrados na Figura 12 ajudam a explicar a maior distorção harmônica na indução produzida pela máquina com $q=1$, mostrada na Figura 11b. As correntes de alimentação mostradas na Figura 10a, têm sequência de fase $x=1$. Logo, as harmônicas presentes na indução resultante são de ordem $n=1, 9$ e 11 . Estas harmônicas são maiores na máquina com $q=1$ do que nas demais máquinas, conforme mostrado no espectro apresentado na Figura 9. Pode-se concluir que quanto menor for a amplitude dos harmônicos produzidos pelos enrolamentos das fases, menor será a distorção harmônica da indução resultante no entreferro.

Concluindo, as harmônicas da indução $B_\delta(\theta, t)$ dependem das características da máquina e da sequência de fase das correntes que circulam pelo estator. Com o objetivo final de determinar as harmônicas das correntes do rotor que são induzidas pelas harmônicas espaciais da indução, na próxima seção são estabelecidas as relações entre a indutância mútua entre o rotor e o estator e a indução no entreferro criada pelo estator.

2.3 RELAÇÕES ENTRE INDUTÂNCIAS, HARMÔNICAS DE INDUÇÃO E CORRENTES NO ROTOR

Na seção anterior foi mostrado que a indução produzida por cada fase do estator pode ser decomposta em harmônicas espaciais e também que a soma destas harmônicas pode criar campos girantes ou campos pulsantes. Para obter o modelo analítico de parâmetros

Figura 12 – Sequência de fase das correntes versus indução no entreferro.



Fonte: elaborado pelo autor.

concentrados, é necessário relacionar cada uma destas harmônicas da indução com uma indutância. A indutância, por definição, é a razão do fluxo concatenado pela corrente que gera o fluxo. O fluxo é obtido integrando a indução que atravessa uma superfície. Por outro lado, o fluxo concatenado com uma bobina é o produto do fluxo que atravessa a área delimitada pela bobina pelo número de espiras da bobina. Assim, a indutância mútua entre as fases k e u é dada pela expressão (2.24), onde W_k é o número de espiras da bobina da fase k que é atravessada pelo fluxo criado pela fase u , S_k é a área delimitada pelas espiras da fase k e $B_u(\theta, t)$ é a indução na direção radial produzida pela fase u .

$$L_{ku} = \frac{\psi_{ku}(t)}{i_u(t)} = \frac{W_k \cdot \phi_{ku}(t)}{i_u(t)} = \frac{W_k}{i_u(t)} \iint_{S_k} B_u(\theta, t) \cdot dS_k \quad (2.24)$$

Reescrevendo $B_u(\theta, t)$, na expressão (2.24), como o somatório das suas harmônicas, é obtida a expressão (2.25), onde L_{kun} é a indutância mútua entre as fases k e u através da harmônica de ordem n da indução. A indutância L_{kun} pode ser reescrita em função da indutância própria L_{kkn} , conforme mostrado (2.26).

$$L_{ku} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{W_k}{i_u(t)} \iint_{S_k} B_{un}(\theta, t) \cdot dS_k \right] = \sum_{n=1}^{\infty} L_{kun} \quad (2.25)$$

$$L_{kun} = L_{kkn} \cdot \cos \left[n \cdot \gamma_s \cdot (k - u) \right] \quad (2.26)$$

A expressão (2.26) mostra que a indutância L_{ku} é composta de infinitas componentes e cada componente está relacionada com uma harmônica espacial da indução de ordem n . A indutância mútua entre duas fases do rotor é obtida de forma análoga, conforme segue.

$$L_{ku}^r = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{W_k^r}{i_u^r(t)} \iint_{S_k} B_{un}^r(\theta_r, t) \cdot dS_k \right] = \sum_{n=1}^{\infty} L_{kun}^r \quad (2.27)$$

$$L_{kun}^r = L_{kkn}^r \cdot \cos \left[n \cdot \gamma_r \cdot (k - u) \right] \quad (2.28)$$

Na última expressão, L_{kkn}^r é a indutância própria de uma fase do rotor, S_k é a área delimitada por uma fase do rotor e W_k^r o número de espiras do rotor.

A indutância mútua entre a fase k do rotor e a fase u do estator é obtida de forma similar a indutância mútua entre duas fases do estator ou do rotor. A principal diferença está nos intervalos de integração. Como o rotor se move em relação ao estator, os intervalos de integração mudam com o tempo para acompanhar o rotor. A indutância mútua entre a fase k do rotor e a fase u do estator é dada pela expressão (2.29), onde S_k é a área delimitada por uma fase do rotor e $\psi_{ku}^s(t)$ é o fluxo produzido pela fase k do estator e

concatenado com a fase u do rotor.

$$L_{ku}^{rs}(\theta_r) = \frac{\psi_{ku}^s(t)}{i_u(t)} = W_k^r \cdot \frac{\phi_{ku}(t)}{i_u(t)} = \frac{W_k^r}{i_u(t)} \iint_{S_k} B_u(\theta_r, t) \cdot dS_k \quad (2.29)$$

$$L_{ku}^{rs}(\theta_r) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{W_k^r}{i_u(t)} \iint_{S_k} B_{un}(\theta_r, t) \cdot dS_k \right] \quad (2.30)$$

$$L_{ku}^{rs}(\theta_r) = \sum_{n=1}^{\infty} L_{ukn}^{rs}(\theta_r) \quad (2.31)$$

As indutâncias $L_{ukn}^{rs}(\theta_r)$ são dadas pela expressão (2.32), onde \widehat{L}_n^{sr} é o valor máximo da indutância mútua entre o rotor e o estator por intermédio da harmônica da indução de ordem n e $\gamma_r = \frac{2\pi}{N}$ é a defasagem, em radianos elétricos, de duas fases consecutivas do rotor.

$$L_{kun}^{rs}(\theta_r) = \widehat{L}_n^{sr} \cdot \cos [n \cdot \theta_r + n \cdot \gamma_r \cdot (k - 1) - n \cdot \gamma_s \cdot (u - 1)] \quad (2.32)$$

Conhecendo as indutâncias mútuas entre o rotor e o estator, é possível calcular a tensão induzida no rotor e determinar as frequências das harmônicas das correntes e tensões do rotor. A tensão induzida na fase k do rotor pelas correntes que circulam pelas m fases do estator é dada pelo termo da expressão (2.2) que contém a indutância mútua entre o rotor e o estator. Este termo será denominado $E_k^r(t)$ e é dado pela expressão que segue.

$$E_k^r(t) = \sum_{u=1}^m \frac{d[L_{ku}^{rs}(\theta_r) \cdot i_u(t)]}{dt} \quad (2.33)$$

Quando a máquina opera com velocidade constante e em regime permanente senoidal, o ângulo θ_r pode ser descrito em função do escorregamento s como $\theta_r = (1 - s)\omega t$ e a corrente $i_u(t)$ que circula na fase u do estator assume a forma apresentada na expressão (2.9). Nestas condições, substituindo (2.32) em (2.33) é obtida a expressão (2.34).

$$E_k^r(t) = \sum_{u=1}^m \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{L_n^{rs} \cdot \sqrt{2} \cdot |\bar{I}_s|}{2} \left\{ \begin{aligned} & [1 + n(1 - s)]\omega \cdot \text{sen} \left[(1 + n(1 - s))\omega t + \phi_{is} + n \cdot \gamma_r(k - 1) - \gamma_s(n + x)(u - 1) \right] + \\ & [1 - n(1 - s)]\omega \cdot \text{sen} \left[(1 - n(1 - s))\omega t + \phi_{is} - n \cdot \gamma_r(k - 1) - \gamma_s(x - n)(u - 1) \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

Simplificando o somatório em u na expressão (2.34) é obtida a expressão (2.35). Os termos $E_k^{r'}(t)$ e $E_k^{r''}(t)$ e as velocidades angulares ω_r' e ω_r'' são definidos em (2.36), (2.37) e (2.38), respectivamente.

$$E_k^r(t) = E_k^{r'}(t) + E_k^{r''}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} E_{kn}^{r'}(t) + \sum_{n=1}^{\infty} E_{kn}^{r''}(t) \quad (2.35)$$

$$E_{kn}^{r'}(t) = -\frac{L_n^{rs} \cdot \sqrt{2} \cdot |\bar{\mathcal{I}}_s| \cdot m \cdot \omega_r'}{2} \cdot \text{sen} \left[\omega_{rn}' \cdot t + \phi_{is} + n \cdot \gamma_r(k-1) \right]_{n+x=\ell \cdot m} \quad (2.36)$$

$$E_{kn}^{r''}(t) = -\frac{L_n^{rs} \cdot \sqrt{2} \cdot |\bar{\mathcal{I}}_s| \cdot m \cdot \omega_r''}{2} \cdot \text{sen} \left[\omega_{rn}'' \cdot t + \phi_{is} - n \cdot \gamma_r(k-1) \right]_{x-n=\ell \cdot m} \quad (2.37)$$

$$\omega_{rn} = \begin{cases} \omega_{rn}' = 2\pi \cdot f_{rn}' = [1 + n(1-s)]\omega \\ \omega_{rn}'' = 2\pi \cdot f_{rn}'' = [1 - n(1-s)]\omega \end{cases} \quad (2.38)$$

A expressão (2.35) mostra que cada harmônica espacial da indução induz duas harmônicas temporais de tensão no rotor, $E_{kn}^{r'}(t)$ e $E_{kn}^{r''}(t)$. Sendo que $E_{kn}^{r'}(t)$ tem frequência f_{rn}' e $E_{kn}^{r''}(t)$ tem frequência f_{rn}'' . As harmônicas espaciais dependem do número de fases do estator, m , e da sequência de fase das correntes do estator, x . Consequentemente, cada harmônica temporal de $E_k^r(t)$ está vinculada a uma das m sequências de fase x .

Como em regime permanente a velocidade mecânica é constante, $E_k^r(t)$ é igual a um somatório de senoides que variam apenas com o tempo, a equação de malha do rotor se torna uma equação diferencial linear. A resposta do sistema a cada harmônica de $E_k^r(t)$ pode ser analisada separadamente e as harmônicas de $i_k^r(t)$ possuem as mesmas frequências das harmônicas de $E_k^r(t)$. Neste caso, a corrente $i_k^r(t)$ será composta por infinitas harmônicas, conforme mostrado na expressão (2.39), sendo os termos $i_{kn}^{r'}(t)$ e $i_{kn}^{r''}(t)$ dados pelas expressões (2.40) e (2.41), respectivamente. As variáveis que aparecem nestas expressões são o fasor da harmônica temporal da corrente de fase do rotor, $\bar{\mathcal{I}}_{un}^r$, a ordem da harmônica espacial da indução, n , e a defasagem entre a tensão e a corrente, ϕ_{ir} .

$$i_k^r(t) = \sum_{n=1}^{\infty} i_{kn}^{r'}(t) + \sum_{n=1}^{\infty} i_{kn}^{r''}(t) \quad (2.39)$$

$$i_{kn}^{r'}(t) = \sqrt{2} \cdot |\bar{\mathcal{I}}_n^{r'}| \cdot \cos \left[\omega_{rn}' t + \phi_{ir}' + n \cdot (k-1) \cdot \gamma_r \right]_{x+n=\ell \cdot m} \quad (2.40)$$

$$i_{kn}^{r''}(t) = \sqrt{2} \cdot |\bar{\mathcal{I}}_n^{r''}| \cdot \cos \left[\omega_{rn}'' t + \phi_{ir}'' - n \cdot (k-1) \cdot \gamma_r \right]_{x-n=\ell \cdot m} \quad (2.41)$$

Substituindo as expressões (2.35) e (2.39) na equação (2.2), é obtida a equação de malha do rotor para a operação em regime permanente senoidal equilibrado e velocidade constante, a qual é dada pela expressão que segue (2.42).

$$\begin{aligned}
0 = & 2 \cdot [R_{ar} + R_{br}] \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} i_{kn}'(t) + \sum_{n=1}^{\infty} i_{kn}''(t) \right] - R_{br} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[i_{(k+1)n}'(t) + i_{(k-1)n}'(t) \right] - \\
& R_{br} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[i_{(k+1)n}''(t) + i_{(k-1)n}''(t) \right] + 2 \cdot [L_{\delta ar} + L_{\delta br}] \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{di_{kn}'(t)}{dt} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{di_{kn}''(t)}{dt} \right] + \\
& L_{\delta br} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{di_{(k-1)n}'(t)}{dt} + \frac{di_{(k+1)n}'(t)}{dt} \right] + L_{\delta br} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{di_{(k-1)n}''(t)}{dt} + \frac{di_{(k+1)n}''(t)}{dt} \right] + \\
& \sum_{u=1}^N L_{ku}^r \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{di_{kn}'(t)}{dt} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{di_{kn}''(t)}{dt} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} E_{kn}'(t) + \sum_{n=1}^{\infty} E_{kn}''(t) \quad (2.42)
\end{aligned}$$

A expressão (2.42) pode ser simplificada, pois a soma das correntes harmônicas nas fases $k+1$ e $k-1$ podem ser reescritas em função da corrente na fase k , conforme segue.

$$i_{(k-1)n}' + i_{(k+1)n}' = 2 \cdot \cos(n \cdot \gamma_r) \cdot i_{kn}' \quad (2.43)$$

$$i_{(k-1)n}'' + i_{(k+1)n}'' = 2 \cdot \cos(n \cdot \gamma_r) \cdot i_{kn}'' \quad (2.44)$$

Utilizando (2.43) e (2.44) em (2.42) e separando (2.42) em duas expressões, uma em função de $i_{kn}'(t)$ e a outra em função de $i_{kn}''(t)$ são obtidas (2.45) e (2.46).

$$0 = \sum_n \left\{ \tilde{R}_n^r \cdot i_{kn}'(t) + \tilde{L}_{\delta n}^r \cdot \frac{di_{kn}'(t)}{dt} + \sum_{u=1}^N L_{ku}^r \cdot \frac{di_{kn}'(t)}{dt} + E_{kn}'(t) \right\} \quad (2.45)$$

$$0 = \sum_n \left\{ \tilde{R}_n^r \cdot i_{kn}''(t) + \tilde{L}_{\delta n}^r \cdot \frac{di_{kn}''(t)}{dt} + \sum_{u=1}^N L_{ku}^r \cdot \frac{di_{kn}''(t)}{dt} + E_{kn}''(t) \right\} \quad (2.46)$$

A resistência \tilde{R}_n^r e indutância $\tilde{L}_{\delta n}^r$ são definidas conforme segue.

$$\tilde{R}_n^r = 2 \cdot \left\{ R_{ar} + R_{br} \cdot [1 - \cos(n \cdot \gamma_r)] \right\} \quad (2.47)$$

$$\tilde{L}_{\delta n}^r = 2 \cdot \left\{ L_{\delta ar} + L_{\delta br} \cdot [1 - \cos(n \cdot \gamma_r)] \right\} \quad (2.48)$$

As expressões (2.45) e (2.46) possuem somatórios em u que podem ser simplificados, conforme segue.

$$\begin{aligned}
\sum_{u=1}^N L_{kun}^r \cdot \frac{di_{ku}'(t)}{dt} = & - \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot |\tilde{I}_n^{r'}| \cdot \frac{N}{2} \cdot L_{kkn} \cdot \left\{ \right. \\
& \left. \omega_{rn}' \cdot \text{sen} [\omega_{rn}' t + \phi_{ir}' + n \cdot \gamma_r \cdot (k-1)] \right\}_{x+n=\ell \cdot m} \quad (2.49)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{u=1}^N L_{kun}^r \cdot \frac{di_{ku}''(t)}{dt} = & - \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot |\tilde{I}_n^{r''}| \cdot \frac{N}{2} \cdot L_{kkn} \cdot \left\{ \right. \\
& \left. \omega_{rn}'' \cdot \text{sen} [\omega_{rn}'' t + \phi_{ir}'' - n \cdot \gamma_r \cdot (k-1)] \right\}_{x-n=\ell \cdot m} \quad (2.50)
\end{aligned}$$

Substituindo (2.49) e (2.36) em (2.45) assim como (2.50) e (2.37) em (2.46) são obtidas, para cada harmônica n , as expressões fasoriais (2.51) e (2.52). Estas expressões modelam o comportamento do rotor durante a operação equilibrada, em regime permanente senoidal e velocidade constante.

$$0 = \left[\tilde{R}_n^r + j\omega'_{rn} \cdot \tilde{L}_n^r \right] \bar{\mathcal{I}}_n^{r'} + j\omega'_{rn} \cdot \frac{m}{2} \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot \bar{\mathcal{I}}_s \Bigg|_{x+n=\ell \cdot m} \quad (2.51)$$

$$0 = \left[\tilde{R}_n^r + j\omega''_{rn} \cdot \tilde{L}_n^r \right] \bar{\mathcal{I}}_n^{r''} + j\omega''_{rn} \cdot \frac{m}{2} \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot \bar{\mathcal{I}}_s \Bigg|_{x-n=\ell \cdot m} \quad (2.52)$$

A indutância equivalente \tilde{L}_n^r que aparece em (2.51) e (2.52) é definida conforme segue.

$$\tilde{L}_n^r = \tilde{L}_{\delta n}^r + \frac{N}{2} \cdot L_{kkn}^r \quad (2.53)$$

As velocidades angulares ω_{rn} que aparecem nas expressões (2.51) e (2.52) são funções de n e do escorregamento s . Para simplificar as expressões (2.51) e (2.52) e obter equações de malha em função da velocidade ω , a expressão (2.51) deve ser dividida por

$$s'_n = 1 + n \cdot (1 - s) \quad (2.54)$$

e a expressão (2.52) deve ser dividida por

$$s''_n = 1 - n \cdot (1 - s) \quad (2.55)$$

resultando nas expressões (2.56) e (2.57). Nestas expressões, os únicos termos que variam com o escorregamento são as resistências \tilde{R}_n^r ; as reatâncias não são afetadas pela variação da carga.

$$0 = \left[\frac{\tilde{R}_n^r}{s'_n} + j\omega \cdot \tilde{L}_n^r \right] \bar{\mathcal{I}}_n^{r'} + j\omega \cdot \frac{m}{2} \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot \bar{\mathcal{I}}_s \Bigg|_{x+n=\ell \cdot m} \quad (2.56)$$

$$0 = \left[\frac{\tilde{R}_n^r}{s''_n} + j\omega \cdot \tilde{L}_n^r \right] \bar{\mathcal{I}}_n^{r''} + j\omega \cdot \frac{m}{2} \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot \bar{\mathcal{I}}_s \Bigg|_{x-n=\ell \cdot m} \quad (2.57)$$

A equação (2.56) só é válida quando $x + n = \ell \cdot m$ e a equação (2.57) só é válida quando $x - n = \ell \cdot m$. Os valores de ℓ devem ser escolhidos de forma que n seja positivo e ímpar, pois os enrolamentos do estator não geram harmônicas de ordem par. A variável ℓ pode ser escolhida de forma independente em cada uma das restrições que aparecem nas expressões (2.56) a (2.57). Na próxima seção será derivada a equação de malha do estator operando em regime permanente senoidal.

2.4 TENSÕES INDUZIDAS NO ESTATOR

Para obter as equações de malha do estator durante a operação equilibrada, à velocidade constante e em regime permanente senoidal, é preciso determinar as tensões induzidas nas fases do estator pelas correntes que circulam no rotor, $E_k^s(t)$, através das ondas harmônicas de indução. A tensão $E_k^s(t)$, a qual representa a tensão induzida no estator pelas correntes do rotor conforme a expressão (2.58) abaixo, é a componente da equação de malha do estator, (2.1), que contém a indutância mútua entre o estator e o rotor.

$$E_k^s(t) = \sum_{u=1}^N \frac{d[L_{ku}^{sr}(\theta_r) \cdot i_k^r(t)]}{dt} \quad (2.58)$$

O produto $[L_{ku}^{rs}(\theta_r) \cdot i_k^r(t)]$, que aparece em (2.58), pode ser escrito conforme segue.

$$L_{ku}^{rs}(\theta_r) \cdot i_k^r(t) = \left[\sum_{n=1}^{\infty} L_{ukn}^{rs}(\theta_r) \right] \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} i_{kn}^{r'}(t) + \sum_{n=1}^{\infty} i_{kn}^{r''}(t) \right] \quad (2.59)$$

A indutância L_{uk}^{sr} possui infinitos termos em n , assim como a corrente $i_u^r(t)$. Se forem considerados os produtos entre L_{kun}^{sr} , $i_{kn}^{r'}(t)$ e $i_{kn}^{r''}(t)$ com valores de n distintos, como por exemplo $L_{ku1}^{sr} \cdot i_{k23}^{r'}(t)$ com $n=1$ para a indutância e $n=23$ para a corrente, então a tensão $E_k^s(t)$ possuirá harmônicas temporais. Se, por outro lado, o valor de n da corrente for o mesmo da indutância então, no estator, só existirá a onda fundamental nas correntes e tensões. Na abordagem adotada neste trabalho os termos cruzados são desprezados e (2.59) pode ser escrito como (2.60). Caso os termos cruzados não fossem desprezados, seriam induzidas no estator tensões com frequências diferentes da fundamental e para analisar a máquina seriam necessárias equações de malha diferentes para cada uma destas harmônicas, consequentemente, a complexidade do modelo aumentaria de maneira considerável. Como a amplitude das correntes, tensões e fluxos criados pelos termos cruzados são pequenas eles são desprezados na formulação adotada. Esta é uma hipótese simplificadora comum na grande maioria dos modelos que incluem harmônicas na indução no entreferro, veja-se por exemplo (FUDEH; ONG, 1983a,b,c).

$$L_{uk}^{sr}(\theta_r) \cdot i_k^r(t) = \left[\sum_{n=1}^{\infty} L_{ukn}^{sr}(\theta_r) \cdot i_{kn}^{r'}(t) + \sum_{n=1}^{\infty} L_{ukn}^{rs}(\theta_r) \cdot i_{kn}^{r''}(t) \right] \quad (2.60)$$

Utilizando a equação de malha do rotor para obter a corrente $i_k^r(t)$ em função da tensão $E_k^r(t)$ e da impedância do rotor, \bar{Z}_{kn}^r , é obtida a expressão que segue, onde o lado direito foi expresso em termos de fasores tradicionais (fasores de tempo), válidos para regime permanente senoidal.

$$i_k^r(t) = \Re \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot \frac{\bar{E}_{kn}^{r'}}{\bar{Z}_{kn}^{r'}} \cdot e^{j\omega'_{rn}t} \right\} + \Re \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot \frac{\bar{E}_{kn}^{r''}}{\bar{Z}_{kn}^{r''}} \cdot e^{j\omega''_{rn}t} \right\} \quad (2.61)$$

A impedância \bar{Z}'_{kn} corresponde aos termos entre colchetes que multiplicam \bar{I}'_{kn} na expressão (2.51) e a impedância \bar{Z}''_{kn} corresponde aos termos entre colchetes que multiplicam \bar{I}''_{kn} na expressão (2.52). Já \bar{E}'_{kn} e \bar{E}''_{kn} são os fasores das harmônicas da tensão dadas, respectivamente, por (2.36) e (2.37). As harmônicas da corrente na fase k , $i'_{kn}(t)$ e $i''_{kn}(t)$, são dadas pelas expressões (2.62) e (2.63), onde n indica a ordem do harmônico da indução que induziu a corrente no rotor. A indutância mútua entre o rotor e o estator é dada por (2.64) e a tensão induzida no estator é obtida substituindo (2.60), (2.62), (2.63) e (2.64) em (2.58), resultando em (2.65). Os termos $E_{un}^s(t)$ e $E_{un}^{s''}(t)$ que aparecem em (2.65) são dados por (2.66) e (2.67), respectivamente.

$$i'_{kn}(t) = \sqrt{2} \cdot \left| \frac{\bar{E}'_{kn}}{\bar{Z}'_{kn}} \right| \cdot \cos \left[\omega'_{rn} t + \angle \bar{E}'_{kn} - \angle \bar{Z}'_{kn} - \frac{\pi}{2} \right] \quad (2.62)$$

$$i''_{kn}(t) = \sqrt{2} \cdot \left| \frac{\bar{E}''_{kn}}{\bar{Z}''_{kn}} \right| \cdot \cos \left[\omega''_{rn} t + \angle \bar{E}''_{kn} - \angle \bar{Z}''_{kn} - \frac{\pi}{2} \right] \quad (2.63)$$

$$L_{uk}^{sr}(\theta_r) = \hat{L}_n^{sr} \cdot \cos [n \cdot \theta_r + n \cdot \gamma_r \cdot (k - 1) - n \cdot \gamma_s \cdot (u - 1)] \quad (2.64)$$

$$E_u^s(t) = \sum_n E_{un}^{s'}(t) + \sum_n E_{un}^{s''}(t) \quad (2.65)$$

$$E_{un}^{s'}(t) = \sqrt{2} \cdot \left| \frac{\bar{E}'_{kn}}{\bar{Z}'_{kn}} \right| \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot \frac{N}{2} \cdot \omega \cdot \cos \left[\omega t + \phi_{is} + n \cdot \gamma_s (u - 1) - \angle \bar{Z}'_{kn} \right]_{n+x=\ell m} \quad (2.66)$$

$$E_{un}^{s''}(t) = \sqrt{2} \cdot \left| \frac{\bar{E}''_{kn}}{\bar{Z}''_{kn}} \right| \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot \frac{N}{2} \cdot \omega \cdot \cos \left[\omega t + \phi_{is} - n \cdot \gamma_s (u - 1) - \angle \bar{Z}''_{kn} \right]_{x-n=\ell m} \quad (2.67)$$

A equação de malha do estator em regime permanente senoidal equilibrado e velocidade constante é obtida substituindo (2.9) e (2.58) em (2.1), resultando na expressão que segue.

$$\bar{V}_s = \left[R_s + j\omega \cdot \tilde{L}_x \right] \cdot \bar{I}_s + \sum_{n=\ell m-x}^{\infty} j\omega \cdot \frac{N}{2} \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot \bar{I}'_n + \sum_{n=\ell m+x}^{\infty} j\omega \cdot \frac{N}{2} \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot \bar{I}''_n \quad (2.68)$$

$$\tilde{L}_x = L_{\delta s} + \frac{m}{2} \sum_{n=\ell m \mp x}^{\infty} L_{kkn} \quad (2.69)$$

Com a equação de malha do estator, (2.68), e as 2 equações de malha do rotor, (2.51) e (2.52) é possível obter as correntes no rotor e no estator da máquina operando sem falha, em regime permanente senoidal e com velocidade constante. Na próxima seção é mostrado como utilizar as componentes simétricas tradicionais para analisar a máquina operando com tensões senoidais desequilibradas ou com falha.

2.5 COMPONENTES SIMÉTRICAS TRADICIONAIS

Componentes simétricas de regime permanente (componentes de sequência), denominadas aqui de componentes simétricas tradicionais para diferenciar das componentes simétricas de valor instantâneo, são utilizadas na análise de sistemas trifásicos desequilibrados, pois permitem que eles sejam descritos como a soma de 3 sistemas trifásicos equilibrados. Sistemas equilibrados são mais fáceis de analisar, pois apenas uma das fases precisa ser analisada (representação monofásica).

Contudo, as componentes simétricas não estão restritas a sistemas trifásicos, elas podem ser utilizadas em sistemas com um número arbitrário de fases (WHITE; WOODSON, 1959). Considerando \bar{I}_k e \bar{V}_k como os fasores da corrente e da tensão na fase, as componentes de sequência x das tensões e correntes, \bar{V}_x e \bar{I}_x , podem ser obtidas utilizando as expressões (2.70) e (2.71), respectivamente. Já as relações inversas são dadas pelas expressões (2.72) e (2.73).

$$\bar{V}_x = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{V}_k \cdot e^{j\frac{2\pi}{m} \cdot (k-1) \cdot x} \quad (2.70)$$

$$\bar{I}_x = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{I}_k \cdot e^{j\frac{2\pi}{m} \cdot (k-1) \cdot x} \quad (2.71)$$

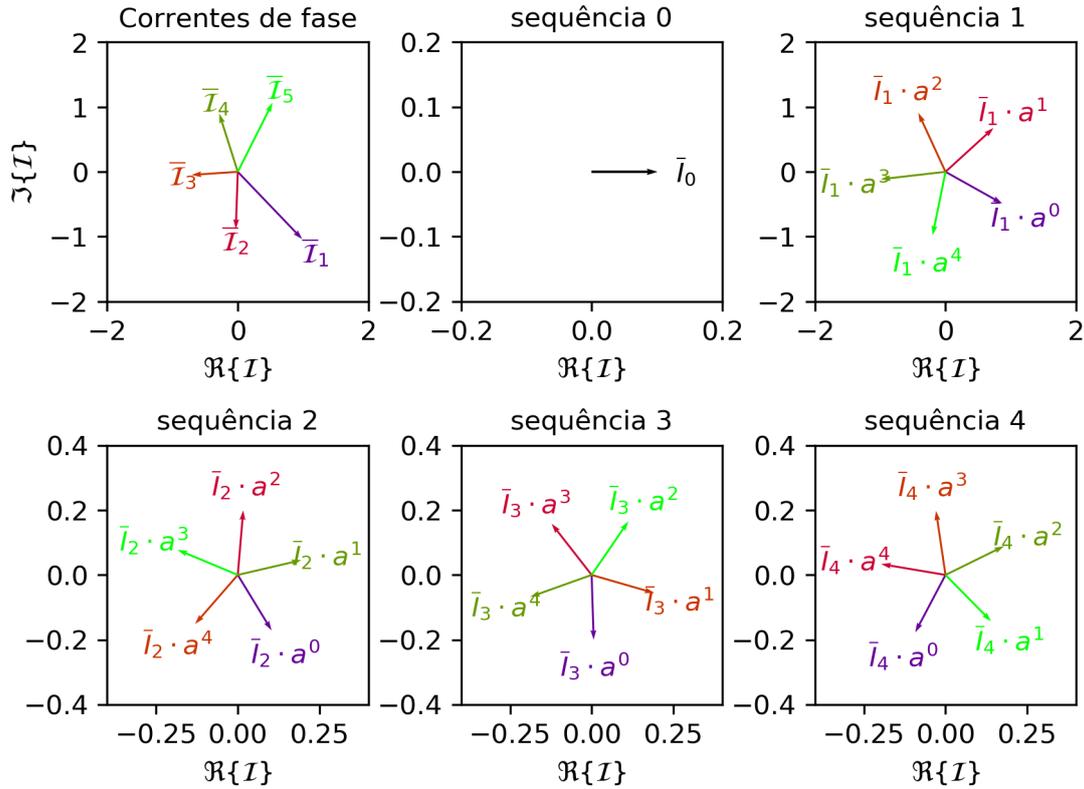
$$\bar{V}_k = \sum_{x=0}^{m-1} \bar{V}_x \cdot e^{-j\frac{2\pi}{m} \cdot (k-1) \cdot x} \quad (2.72)$$

$$\bar{I}_k = \sum_{x=0}^{m-1} \bar{I}_x \cdot e^{-j\frac{2\pi}{m} \cdot (k-1) \cdot x} \quad (2.73)$$

O número de componentes de sequência é igual ao número de fases do sistema. A Figura 13 ilustra um caso em que as correntes de fase de um sistema de alimentação pentafásico estão desequilibradas. Os fasores das correntes de fase são apresentados no primeiro gráfico da Figura 13. Nos outros gráficos são mostradas as componentes \bar{I}_0 , \bar{I}_1 , \bar{I}_2 , \bar{I}_3 e \bar{I}_4 multiplicadas por potências de $a = e^{j2\pi/m}$. Ao multiplicar as componentes \bar{I}_x por potências de a são obtidos sistemas pentafásicos equilibrados. A componente \bar{I}_1 , obtida através de (2.71) para $x=1$, por exemplo, é multiplicada por a^0 , a^1 , a^2 , a^3 e a^4 resultando num sistema de alimentação equilibrado com sequência de fases $x = 1$; a componente \bar{I}_2 é multiplicada por a^0 , a^2 , a^4 , a^6 e a^8 para dar origem ao sistema equilibrado com sequência de fase $x=2$, o mesmo ocorre para as outras componentes \bar{I}_0 , \bar{I}_3 e \bar{I}_5 . Ao somar os fasores das correntes de fase dos cinco sistemas de alimentação equilibrados, são obtidas as correntes \bar{I}_k . Na Figura 14 é mostrado como os fasores \bar{I}_1 e \bar{I}_5 são obtidos das componentes \bar{I}_x .

Como os fasores \bar{I}_k são combinações lineares das componentes \bar{I}_x e as equações de malha do rotor e do estator são lineares, a máquina pode ser analisada utilizando as

Figura 13 – Fasores das correntes de fase do estator e suas componentes de sequência.



Fonte: elaborado pelo autor.

componentes de sequência das tensões e das correntes junto com as equações de malha (2.56), (2.57) e (2.68) apresentadas na seção anterior.

Para obter as equações de malha do estator segundo as componentes simétricas \bar{V}_x e \bar{I}_x é preciso substituir (2.72) e (2.73) na equação (2.68) e assim obter a equação (2.74). Como as correntes \bar{I}_x e as tensões \bar{V}_x deixam explícita a sequência de fase x , os fasores \bar{I}_n^r e $\bar{I}_n^{r''}$ foram substituídos por $\bar{I}_{x,n}^r$ e a relação entre estes fasores é mostrada em (2.76).

$$\bar{V}_x = \left[\tilde{R}_s + j\omega \cdot \tilde{L}_x \right] \cdot \bar{I}_x + \sum_{n=\ell \cdot m \pm x}^{\infty} j\omega \cdot \frac{N}{2} \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot \bar{I}_{x,n}^r \quad (2.74)$$

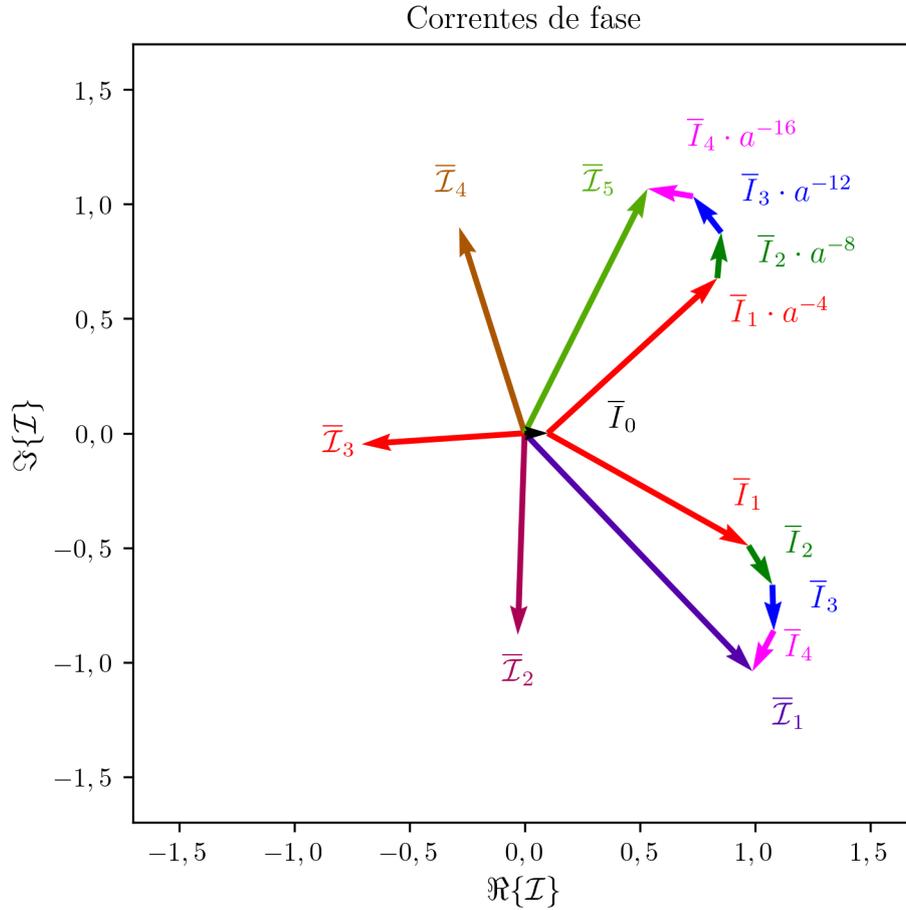
$$\tilde{R}_s = R_s \quad (2.75)$$

$$\bar{I}_{x,n}^r = \begin{cases} \bar{I}_n^{r'} & \leftrightarrow n = \ell \cdot m - x \\ \bar{I}_n^{r''} & \leftrightarrow n = \ell \cdot m + x \end{cases} \quad (2.76)$$

As equações de malha do rotor, (2.51) e (2.52), também são reescritas em função de $\bar{I}_{x,n}^r$ e \bar{I}_x , utilizando o mesmo procedimento, conforme segue.

$$0 = \left[\frac{\tilde{R}_n^r}{s_n'} + j\omega \cdot \tilde{L}_n^r \right] \cdot \bar{I}_{x,n}^r + j\omega \cdot \frac{m}{2} \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot \bar{I}_x \Big|_{n=\ell \cdot m - x} \quad (2.77)$$

Figura 14 – Correntes como combinação das componentes de sequência mostrando como as correntes originais \bar{I}_1 e \bar{I}_5 podem ser obtidas das correntes de sequência.



$$0 = \left[\frac{\tilde{R}_n^r}{s_n} + j\omega \cdot \tilde{L}_n^r \right] \cdot \bar{I}_{x,n}^r + j\omega \cdot \frac{m}{2} \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot \bar{I}_x \Bigg|_{n=\ell \cdot m + x} \quad (2.78)$$

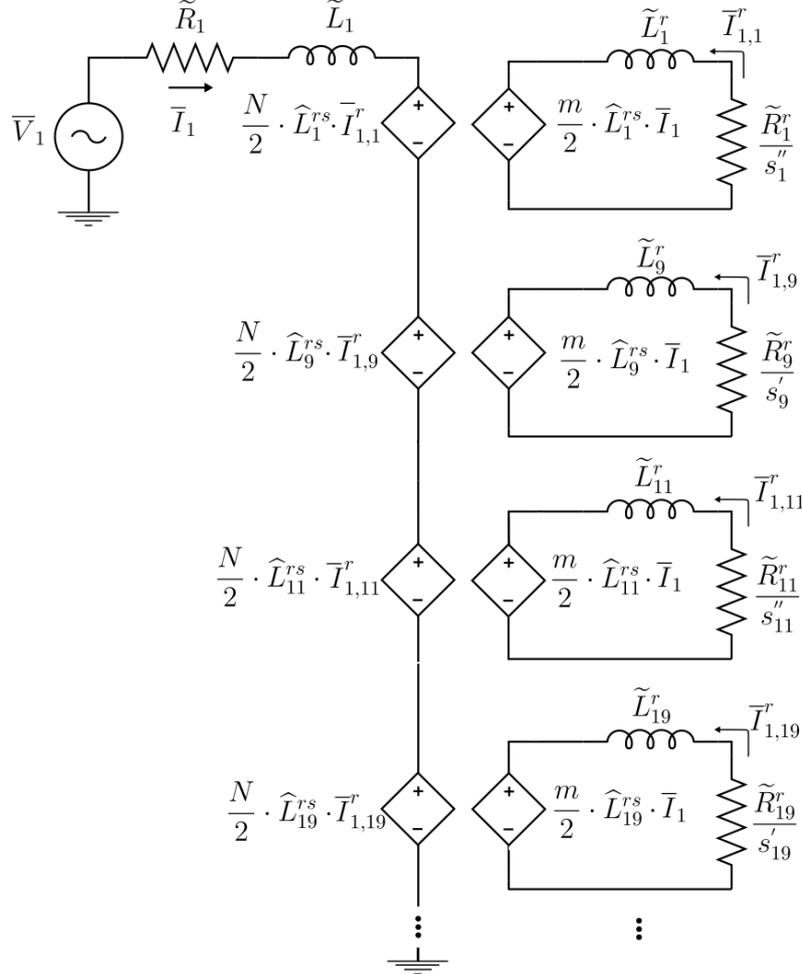
O circuito de malha para $x=1$ é mostrado na Figura 15, os circuitos para as outras seqüências são similares ao circuito de seqüência $x=1$. Embora o circuito permita a inclusão de infinitos harmônicos, na prática basta alguns harmônicos para se obter bons resultados. Em geral são incluídos os harmônicos com maior amplitude.

2.6 TORQUE ELETROMAGNÉTICO

O torque eletromagnético pode ser obtido a partir da derivada parcial da energia magnética armazenada em relação à posição do rotor, θ_r/p . A expressão (2.79) fornece o torque produzido pela máquina em qualquer regime de operação.

$$T = p \cdot \frac{d}{d\theta_r} \sum_{k=1}^m \left\{ i_k(t) \cdot \sum_{u=1}^N \left[L_{ku}^{rs}(\theta_r) \cdot i_u^r(t) \right] \right\} \quad (2.79)$$

Figura 15 – Circuito de malha para a sequência $x=1$.



Fonte: elaborado pelo autor.

Para obter uma expressão que fornece o torque durante a operação em regime permanente senoidal, é necessário substituir, $i_k(t)$ por (2.9), $i_u^r(t)$ por (2.39) e $L_{ku}^{sr}(\theta_r)$ por (2.31), resultando na expressão (2.80).

$$T = p \cdot \sum_{k=1}^m \left\{ i_k(t) \cdot \sum_{u=1}^N \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{dL_n^{rs}(\theta_r)}{d\theta_r} \cdot \left(\sum_{n=1}^{\infty} i_{un}^r(t) + \sum_{n=1}^{\infty} i_{un}^{r''}(t) \right) \right] \right\} \quad (2.80)$$

Note que o índice n dos 3 somatórios da expressão (2.80) são diferentes. Ou seja, pode existir, por exemplo, o produto

$$\frac{dL_1^{rs}(\theta_r)}{d\theta_r} \cdot i_{u3}^{r'}(t) \quad (2.81)$$

com $n=1$ para a indutância e $n=3$ para a corrente. Por este motivo serão feitas duas mudanças de variáveis, a variável n de i_{un}^r vai ser substituída por v e a variável n de $i_{un}^{r''}$

por η , resultando na expressão (2.82).

$$T = p \cdot \sum_{k=1}^m \left\{ i_k(t) \cdot \sum_{u=1}^N \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{dL_n^{rs}(\theta_r)}{d\theta_r} \cdot \left(\sum_{v=1}^{\infty} i_{uv}'(t) + \sum_{\eta=1}^{\infty} i_{u\eta}''(t) \right) \right] \right\} \quad (2.82)$$

Com objetivo de obter uma expressão para o torque em termos das componentes de sequência das correntes de fase do estator e do rotor, as correntes $i_k(t)$, $i_{uv}'(t)$ e $i_{u\eta}''(t)$ serão reescritas em termos das suas respectivas componentes de sequência. A corrente na fase k do estator, $i_k(t)$, em termos das componentes de sequência, \bar{I}_x , é obtida substituindo (2.73) em (2.9) e é dada pela expressão (2.83). Como as correntes do rotor $i_{uv}'(t)$ e $i_{u\eta}''(t)$ também dependem de x , na expressão (2.83), o subíndice x foi substituído por x_s para indicar que se trata da sequência de fase da corrente do estator.

$$i_k(t) = \sqrt{2} \cdot \sum_{x_s=0}^{m-1} |\bar{I}_{x_s}| \cdot \cos \left[\omega t + \frac{2\pi}{m} \cdot (k-1) \cdot x_s \right] \quad (2.83)$$

Utilizando (2.40), (2.41) e (2.76) as harmônicas das correntes de fase do rotor, $i_{uv}'(t)$ e $i_{u\eta}''(t)$, são reescritas em função de $\bar{I}_{x_r, n}$, conforme segue.

$$i_{uv}'(t) = \sqrt{2} \cdot |\bar{I}_{x_r, v}'| \cdot \cos \left[\omega_v' t + \frac{2\pi}{N} \cdot (u-1) \cdot x_r \right]_{v=\ell \cdot m - x_r} \quad (2.84)$$

$$i_{u\eta}''(t) = \sqrt{2} \cdot |\bar{I}_{x_r, \eta}''| \cdot \cos \left[\omega_{\eta}'' t + \frac{2\pi}{N} \cdot (u-1) \cdot x_r \right]_{\eta=\ell \cdot m + x_r} \quad (2.85)$$

Nas expressões (2.84) e (2.85), o subíndice x foi substituído por x_r para distinguir a sequência de fase da corrente do estator, x_s , da sequência de fase do estator que induziu a corrente no rotor, x_r . Substituindo (2.83), (2.84) e (2.85) em (2.82) e realizando algumas simplificações é obtida a expressão (2.86).

$$T_n = \sum_{n=1}^{\infty} [T_{x_s, x_r, n}^1 + T_{x_s, x_r, n}^2 + T_{x_s, x_r, n}^3 + T_{x_s, x_r, n}^4 + T_{x_s, x_r, n}^5 + T_{x_s, x_r, n}^6 + T_{x_s, x_r, n}^7 + T_{x_s, x_r, n}^8] \quad (2.86)$$

Cada um dos 8 termos desta expressão deve satisfazer 3 condições para existir. O termo T_n^1 é dado pela expressão (2.87) e só existe quando as condições (2.88), (2.89) e (2.90) são satisfeitas. Os outros 7 termos e suas respectivas condições de existência são dados pelas expressões (2.91) a (2.118). As sequências de fase x_s e x_r são números positivos entre zero e $m-1$. Sendo m é o número de fases do estator, N é o número de fases do rotor, n é a ordem da harmônica da indução criada pelo estator, v é a ordem da harmônica da indução criada pelo rotor e as variáveis ℓ_1 , ℓ_2 e ℓ_3 são números inteiros que satisfazem as restrições.

A ordem da harmônica da indução criada pelo estator, n , e a ordem da harmônica da indução criada pelo rotor, v , determinam se o torque gerado é constante ou variante

no tempo. Como n e v são inteiros e positivos, apenas as componentes $T_{x_s, x_r, n}^3$, $T_{x_s, x_r, n}^4$, $T_{x_s, x_r, n}^5$ e $T_{x_s, x_r, n}^6$ da expressão (2.86) produzem torque constante e somente quando $n=v$. A amplitude de cada componente do torque depende da ordem da harmônica da indução criada pelo estator, n , da magnitude das componentes de sequência das correntes do rotor e do estator e da amplitude da indutância mútua entre o rotor e o estator através da harmônica n . O subíndice x_s indica a sequência de fase das correntes do estator e o subíndice x_r indica qual a sequência de fase das correntes do estator que induziu as correntes $i_k^r(t)$. Durante a operação em regime permanente senoidal, com tensões e correntes de fase equilibradas, x_s é igual a x_r , pois no estator as correntes de fase possuem apenas uma sequência de fase, $x_s = x_r = x$.

O sistema de alimentação desequilibrada pode ser decomposto em até 5 sistemas de alimentação equilibrados, cada um com uma sequência de fase x_s diferente, conforme já esclarecido. As correntes e tensões de fase destes sistemas equilibrados são obtidos das componentes de sequência das correntes e tensões de fase, \bar{V}_x e \bar{I}_x , conforme discutido na seção anterior.

$$T_{x_s, x_r, n}^1 = -\frac{p \cdot n \cdot |\bar{I}_{x_s}| \cdot |\bar{I}_{x_r, v}^r| \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\left((n+v) \cdot (1-s) + 2 \right) \omega t + \angle \bar{I}_{x_r, v}^r + \angle \bar{I}_{x_s} \right] \quad (2.87)$$

$$x_r + v = \ell_1 \cdot m \quad (2.88)$$

$$n + x_s = \ell_2 \cdot m \quad (2.89)$$

$$n + v = \ell_3 \cdot N \quad (2.90)$$

$$T_{x_s, x_r, n}^2 = -\frac{p \cdot n \cdot |\bar{I}_{x_s}| \cdot |\bar{I}_{x_r, v}^r| \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[(n+v) \cdot (1-s) \cdot \omega t + \angle \bar{I}_{x_r, v}^r - \angle \bar{I}_{x_s} \right] \quad (2.91)$$

$$x_r + v = \ell_1 \cdot m \quad (2.92)$$

$$n - x_s = \ell_2 \cdot m \quad (2.93)$$

$$n + v = \ell_3 \cdot N \quad (2.94)$$

$$T_{x_s, x_r, n}^3 = -\frac{p \cdot n \cdot |\bar{I}_{x_s}| \cdot |\bar{I}_{x_r, v}^r| \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[(n-v) \cdot (1-s) \cdot \omega t - \angle \bar{I}_{x_r, v}^r + \angle \bar{I}_{x_s} \right] \quad (2.95)$$

$$x_r + v = \ell_1 \cdot m \quad (2.96)$$

$$n + x_s = \ell_2 \cdot m \quad (2.97)$$

$$n - v = \ell_3 \cdot N \quad (2.98)$$

$$T_{x_s, x_r, n}^4 = -\frac{p \cdot n \cdot |\bar{I}_{x_s}| \cdot |\bar{I}_{x_r, v}^r| \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\left((n - v) \cdot (1 - s) - 2 \right) \cdot \omega t - \sqrt{\bar{I}_{x_r, v}^r} - \sqrt{\bar{I}_{x_s}} \right] \quad (2.99)$$

$$x_r + v = \ell_1 \cdot m \quad (2.100)$$

$$n - x_s = \ell_2 \cdot m \quad (2.101)$$

$$n - v = \ell_3 \cdot N \quad (2.102)$$

$$T_{x_s, x_r, n}^5 = -\frac{p \cdot n \cdot |\bar{I}_{x_s}| \cdot |\bar{I}_{x_r, \eta}^r| \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\left((n - \eta) \cdot (1 - s) + 2 \right) \cdot \omega t + \sqrt{\bar{I}_{x_r, \eta}^r} + \sqrt{\bar{I}_{x_s}} \right] \quad (2.103)$$

$$n - \eta = \ell_1 \cdot N \quad (2.104)$$

$$x_r - \eta = \ell_2 \cdot m \quad (2.105)$$

$$n + x_s = \ell_3 \cdot m \quad (2.106)$$

$$T_{x_s, x_r, n}^6 = -\frac{p \cdot n \cdot |\bar{I}_{x_s}| \cdot |\bar{I}_{x_r, \eta}^r| \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[(n - \eta) \cdot (1 - s) \cdot \omega t + \sqrt{\bar{I}_{x_r, \eta}^r} - \sqrt{\bar{I}_{x_s}} \right] \quad (2.107)$$

$$n - \eta = \ell_1 \cdot N \quad (2.108)$$

$$x_r - \eta = \ell_2 \cdot m \quad (2.109)$$

$$n - x_s = \ell_3 \cdot m \quad (2.110)$$

$$T_{x_s, x_r, n}^7 = -\frac{p \cdot n \cdot |\bar{I}_{x_s}| \cdot |\bar{I}_{x_r, \eta}^r| \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[(n + \eta) \cdot (1 - s) \cdot \omega t - \sqrt{\bar{I}_{x_r, \eta}^r} + \sqrt{\bar{I}_{x_s}} \right] \quad (2.111)$$

$$n + \eta = \ell_1 \cdot N \quad (2.112)$$

$$x_r - \eta = \ell_2 \cdot m \quad (2.113)$$

$$n + x_s = \ell_3 \cdot m \quad (2.114)$$

$$T_{x_s, x_r, n}^8 = -\frac{p \cdot n \cdot |\bar{I}_{x_s}| \cdot |\bar{I}_{x_r, \eta}^r| \cdot \hat{L}_n^{rs} \cdot N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\left((n + \eta) \cdot (1 - s) - 2 \right) \cdot \omega t - \sqrt{\bar{I}_{x_r, \eta}^r} - \sqrt{\bar{I}_{x_s}} \right] \quad (2.115)$$

$$n + \eta = \ell_1 \cdot N \quad (2.116)$$

$$x_r - \eta = \ell_2 \cdot m \quad (2.117)$$

$$n - x_s = \ell_3 \cdot m \quad (2.118)$$

Como nos modelos tradicionais de máquinas pentafásicas, o acoplamento entre o rotor e o estator ocorre apenas através das harmônicas espaciais da indução de ordem $n=1$

e $n=3$, a indutância mútua entre o rotor e o estator, $L_{ku}^{rs}(\theta_r)$, possui apenas os termos $L_{ku1}^{rs}(\theta_r)$ e $L_{ku3}^{rs}(\theta_r)$ e a equação do torque se resume aos 8 termos apresentados abaixo.

$$T_{1,1,1}^6 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,1}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen}\left(\underline{\angle \bar{I}_{1,1}^r} - \underline{\angle \bar{I}_1}\right) \quad (2.119)$$

$$T_{4,4,1}^3 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{4,1}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen}\left(\underline{\angle \bar{I}_4} - \underline{\angle \bar{I}_{4,1}^r}\right) \quad (2.120)$$

$$T_{2,2,3}^3 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{2,3}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen}\left(\underline{\angle \bar{I}_2} - \underline{\angle \bar{I}_{2,3}^r}\right) \quad (2.121)$$

$$T_{3,3,3}^6 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{3,3}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen}\left(\underline{\angle \bar{I}_{3,3}^r} - \underline{\angle \bar{I}_3}\right) \quad (2.122)$$

$$T_{1,4,1}^4 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{4,1}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen}\left(-2\omega t - \underline{\angle \bar{I}_{4,1}^r} - \underline{\angle \bar{I}_1}\right) \quad (2.123)$$

$$T_{4,1,1}^5 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{1,1}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen}\left(2\omega t + \underline{\angle \bar{I}_{1,1}^r} + \underline{\angle \bar{I}_4}\right) \quad (2.124)$$

$$T_{3,2,3}^4 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{2,3}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen}\left(-2\omega t - \underline{\angle \bar{I}_{2,3}^r} - \underline{\angle \bar{I}_3}\right) \quad (2.125)$$

$$T_{2,3,3}^5 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{3,3}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen}\left(2\omega t + \underline{\angle \bar{I}_{3,3}^r} + \underline{\angle \bar{I}_2}\right) \quad (2.126)$$

Os termos (2.119) a (2.122) fornecem a parcela constante do torque produzido pela máquina e os termos (2.123) a (2.126) fornecem a parcela pulsante. Nos termos que fornecem o torque constante, x_s é igual a x_r ; nos outros termos x_s é diferente de x_r . Quando são consideradas mais harmônicas da indução, a pulsação no torque pode ser produzida por termos que contém x_s igual a x_r , mas nestes casos v ou η são diferentes de 1 ou 3. Como exemplo é apresentado o termo $T_{1,1,1}^2$, dado por (2.127), onde $x_s=x_r=1$ e $v=119$. Os valores de $v=119$ e $x_r=1$ indicam que a corrente $\bar{I}_{1,119}$ foi induzida pelas correntes do estator de sequência de fase $x_r = 1$ através da indutância mútua $L_{ku119}^{sr}(\theta_r)$, relacionada com a harmônica espacial da indução de ordem $n = 119$.

$$T_{1,1,1}^2 = -1 \cdot p \cdot \bar{I}_1 \cdot \bar{I}_{1,119}^r \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen}\left[120(1-s)\omega t + \underline{\angle \bar{I}_{1,119}^r} - \underline{\angle \bar{I}_1}\right] \quad (2.127)$$

O número de termos da equação do torque dependerá do número de harmônicas consideradas na obtenção de $L_{ku}^{rs}(\theta_r)$ e do número de fases do rotor, N . Por exemplo, para uma máquina com $N=24$, quando são consideradas todas as harmônicas cuja ordem se situa entre 1 e 23, a equação do torque possui 40 termos, 23 a mais do que quando são consideradas apenas as componente $n=1$ e $n=3$. No Apêndice A são mostradas as equações do torque das duas máquinas disponíveis no LASCAR. Nestas equações são consideradas todas as harmônicas com ordem entre 1 e N , sendo N o número de fases do rotor.

2.7 OPERAÇÃO SOB CONTROLE E COM FALHA

Quando a máquina de indução opera com falha e sem uma estrutura de controle que compense os efeitos da falha, as correntes de fase do estator se tornam desequilibradas e o torque passa a ter uma componente pulsante de grande amplitude e com o dobro da frequência de alimentação. Esta componente pulsante causa vibração e em muitas

aplicações não pode ser tolerada; normalmente é desejável que a máquina opere com um torque que seja o mais constante possível. Nesta seção será considerada a operação sob falha com uma fase do estator aberta.

Contudo, a pulsação pode ser reduzida com o uso de uma malha de controle. Em máquinas de indução multifásicas é possível reduzir a pulsação no torque apenas modificando a estratégias de controle utilizada. Algumas estratégias de controle podem, além de reduzir a pulsação no torque, manter as correntes de fase com mesma amplitude ou ainda reduzir as perdas joule no estator da máquina.

As três estratégias de controle mais estudadas são a estratégia de controle que minimiza o torque pulsante (*MTP*), a estratégia de controle que reduz a pulsação no torque e mantém as correntes de fase do estator com mesma amplitude (*CI*) e a estratégia de controle que reduz a pulsação no torque e minimiza as perdas joule no estator (*MPJ*). A descrição detalhada de cada uma destas estratégias de controle podem ser encontradas em diversos artigos. A estratégia de controle *MTP* pode ser encontrada em (XU; TOLLIYAT; PETERSEN, 2002; GUZMAN; DURAN; BARRERO; ZARRI; BOGADO; PRIETO; ARAHAL, 2016; TANI; MENGONI; ZARRI; SERRA; CASADEI, 2012); a estratégia *CI* pode ser encontrada em (TOLLIYAT, 1996, 1998; TANI; MENGONI; ZARRI; SERRA; CASADEI, 2012; JACOBINA; FREITAS; OLIVEIRA; SILVA; LIMA, 2004; RANGARI; SURYAWANSHI; RENGE, 2018; GUZMAN; DURAN; BARRERO, 2012) e a estratégia de controle *MPJ* pode ser encontrada em (TANI; MENGONI; ZARRI; SERRA; CASADEI, 2012; GUZMAN; DURAN; BARRERO; ZARRI; BOGADO; PRIETO; ARAHAL, 2016; JACOBINA; FREITAS; OLIVEIRA; SILVA; LIMA, 2004).

A estratégia de controle *MTP* é a que produz o menor torque pulsante entre as três estratégias de controle, mas, em contrapartida é a estratégia que mais gera perdas joule adicionais no estator. A pulsação no torque e as perdas joule produzidas pelas estratégias de controle *MPJ* e *CI* são bastante próximas, mas a estratégia *CI* garante que as perdas joule produzidas pelas 4 fases restantes são iguais, pois ela mantém a mesma amplitude nas correntes das 4 fases. Em praticamente todos os trabalhos publicados, estas estratégias são derivadas utilizando o modelo da máquina descrito segundo as componentes simétricas de valor instantâneo, também conhecidas na literatura como fasores de espaço (*space vectors*). A descrição destas estratégias de controle utilizando componentes simétricas tradicionais é feita em (PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER, 2016) e a relação entre as componentes simétricas tradicionais e as componentes simétricas de valor instantâneo é apresentada em (PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER; NICOL, 2015). Nesta seção são determinadas as componentes de sequência das correntes de fase do estator que o controle deve impor quando cada uma das estratégias de controle é utilizada.

Conforme mostrado na seção anterior, quando no cálculo da indutância $L_{ku}^{rs}(\theta_r)$ são consideradas apenas as harmônicas da indução $n=1$ e $n=3$, a parcela pulsante do torque é produzida pelos termos (2.123) a (2.126). Estes termos são nulos sempre que as compo-

centes de sequência $x_r=2$ e $x_r=4$ das correntes de fase do rotor, são iguais a zero. Para eliminar estas componentes de sequência, as componentes de sequência das correntes do estator \bar{I}_2 e \bar{I}_4 devem ser iguais a zero. A estratégia de controle que mantém estas duas componentes zeradas é a estratégia *MTP*. Se apenas a componente \bar{I}_4 for mantida igual a zero, os termos (2.123) e (2.124) serão sempre iguais a zero e a pulsação será gerada por (2.125) e (2.126). Contudo, a pulsação gerada por estes termos é de baixa amplitude, pois \widehat{L}_3^{rs} tem um valor relativamente baixo em relação à indutância fundamental. As estratégias de controle *MPJ* e *CI* mantêm apenas \bar{I}_4 igual a zero e ajustam \bar{I}_2 de modo a diminuir as perdas joule no rotor ou manter as correntes de fase com mesma amplitude.

Para obter as correntes impostas pelas estratégias de controle é preciso conhecer o valor da componente \bar{I}_1 quando a máquina opera sem falha e com a carga desejada, pois praticamente todo o torque é produzido por esta componente. Para obter \bar{I}_1 é preciso utilizar as equações (2.76) e (2.78), considerando apenas a harmônica $n=1$ e a sequência $x=1$ da tensão de alimentação. O valor de \bar{V}_1 , f e s devem ser ajustados de tal forma que a velocidade e o torque desejados sejam obtidos e a razão $\frac{\bar{V}_1}{f}$ deve ser mantida igual a razão $\frac{V_n}{f}$, pois assim a saturação da máquina é mantida próxima da nominal. O valor da componente de sequência \bar{I}_1 obtido é, então, utilizado como o valor de referência \bar{I}_1^{ref} e a determinação das componentes \bar{I}_x durante a operação sob falha e com cada uma das estratégias é obtida utilizando as expressões que seguem (PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER, 2016).

Correntes de sequência para mínima perda joule no estator:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_1^{\text{ref}} \quad (2.128)$$

$$\bar{I}_2 = -\frac{\bar{I}_1^{\text{ref}}}{2} \quad (2.129)$$

$$\bar{I}_3 = -\frac{\bar{I}_1^{\text{ref}}}{2} \quad (2.130)$$

$$\bar{I}_4 = 0 \quad (2.131)$$

Correntes de sequência para mínimo torque pulsante:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_1^{\text{ref}} \quad (2.132)$$

$$\bar{I}_2 = 0 \quad (2.133)$$

$$\bar{I}_3 = -\bar{I}_1^{\text{ref}} \quad (2.134)$$

$$\bar{I}_4 = 0 \quad (2.135)$$

Correntes de sequência para manter a amplitude de todas correntes iguais:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_1^{\text{ref}} \quad (2.136)$$

$$\bar{I}_2 = 0,618 \cdot \bar{I}_1^{\text{ref}} \quad (2.137)$$

$$\bar{I}_3 = -0,382 \cdot \bar{I}_1^{\text{ref}} \quad (2.138)$$

$$\bar{I}_4 = 0 \quad (2.139)$$

Note que a componente \bar{I}_1 é mantida inalterada pelas estratégias de controle. Isso ocorre pois esta componente é responsável por praticamente todo o torque útil gerado pela máquina. As componentes \bar{I}_2 e \bar{I}_3 contribuem muito pouco para o torque médio resultante, pois \bar{L}_3^{rs} é muito menor que \bar{L}_1^{rs} ; conseqüentemente, as componentes $\bar{I}_{2,3}^r$ e $\bar{I}_{3,3}^r$ tem uma amplitude relativamente baixa fazendo com que a amplitude das componente $T_{2,2,3}^3$ e $T_{3,3,3}^6$, dadas por (2.121) e (2.122), também sejam comparativamente baixas.

2.7.1 VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

Nesta seção é mostrado como utilizar o modelo analítico apresentado neste Capítulo para determinar as correntes e o torque produzido pela máquina. Um exemplo ilustrando como obter as correntes impostas pelo controle *MTP* quando a máquina opera com diferentes condições de carga é apresentado e as correntes e o torque calculados com o modelo são comparados com resultados de ensaios para fins de validação do modelo apresentado. Os parâmetros dos modelos são apresentados no apêndice B.

Para determinar as correntes que cada estratégia de controle deve impor durante a operação sob falha é preciso primeiro determinar as correntes que circulam pelo estator durante a operação sem falha e com a carga desejada. Durante a operação sem falha, apenas a componente \bar{I}_1 é diferente de zero. Para determinar \bar{I}_1 são utilizadas as expressões (2.74), (2.77) e (2.78). Isolando $\bar{I}_{1,n}^r$ nas expressões (2.77) e (2.78) são obtidas, respectivamente, as expressões (2.140) e (2.141) que relacionam $\bar{I}_{1,n}^r$ e \bar{I}_1 .

$$\bar{I}_{1,n}^r \Big|_{n=\ell \cdot m - 1} = - \frac{j\omega \cdot \frac{m}{2} \cdot \hat{L}_n^{rs}}{\left[\frac{\tilde{R}_n^r}{s_n} + j\omega \cdot \tilde{L}_n^r \right]} \cdot \bar{I}_1 \quad (2.140)$$

$$\bar{I}_{1,n}^r \Big|_{n=\ell \cdot m + 1} = - \frac{j\omega \cdot \frac{m}{2} \cdot \hat{L}_n^{rs}}{\left[\frac{\tilde{R}_n^r}{s_n} + j\omega \cdot \tilde{L}_n^r \right]} \cdot \bar{I}_1 \quad (2.141)$$

Substituindo (2.140) e (2.141) em (2.74) e rearranjando os termos é obtida a expressão (2.142). Esta expressão não depende das componentes de sequência das correntes do rotor.

$$\bar{V}_1 = \left[\tilde{R}_s + j\omega \cdot \tilde{L}_1 \right] \cdot \bar{I}_1 + \left\{ \sum_{n=\ell \cdot m+1}^{\infty} \left[-\frac{\frac{m \cdot N}{4} \cdot (j\omega \cdot \hat{L}_n^{rs})^2}{\left[\frac{\tilde{R}_n^r}{s_n} + j\omega \cdot \tilde{L}_n^r \right]} \right] + \sum_{n=\ell \cdot m-1}^{\infty} \left[-\frac{\frac{m \cdot N}{4} \cdot (j\omega \cdot \hat{L}_n^{rs})^2}{\left[\frac{\tilde{R}_n^r}{s_n} + j\omega \cdot \tilde{L}_n^r \right]} \right] \right\} \cdot \bar{I}_1 \quad (2.142)$$

Definindo-se as variáveis auxiliares K'_{sr} e K''_{sr} , respectivamente através de (2.143) e (2.144) e reescrevendo a expressão (2.142) utilizando K'_{sr} e K''_{sr} é obtida a expressão (2.145). Durante a operação sem falha, a tensão \bar{V}_1 é igual a tensão de fase aplicada ao estator, conseqüentemente, para obter \bar{I}_1 basta dividir \bar{V}_1 pelo termo entre colchetes na expressão (2.145). As variáveis auxiliares K'_{sr} e K''_{sr} devem ser calculadas utilizando o escorregamento que produz o torque desejado. Como K'_{sr} e K''_{sr} são somatórios de um até infinito, os somatórios precisam ser truncados para fins práticos. Os efeitos das harmônicas criadas pelas barras do rotor são considerados quando os somatórios são truncados em $n=N+1$. Uma vez obtida a corrente \bar{I}_1 , as componentes de sequência das correntes do rotor são calculadas utilizando (2.140) e (2.141).

$$K'_{sr} = \sum_{n=\ell \cdot m-1}^{\infty} \left[-\frac{\frac{m \cdot N}{4} \cdot (j\omega \cdot \hat{L}_n^{rs})^2}{\left[\frac{\tilde{R}_n^r}{s_n} + j\omega \cdot \tilde{L}_n^r \right] \cdot (j\omega \cdot \tilde{L}_1)} \right] \quad (2.143)$$

$$K''_{sr} = \sum_{n=\ell \cdot m+1}^{\infty} \left[-\frac{\frac{m \cdot N}{4} \cdot (j\omega \cdot \hat{L}_n^{rs})^2}{\left[\frac{\tilde{R}_n^r}{s_n} + j\omega \cdot \tilde{L}_n^r \right] \cdot (j\omega \cdot \tilde{L}_1)} \right] \quad (2.144)$$

$$\bar{V}_1 = \left[\tilde{R}_s + j\omega \cdot \tilde{L}_1 \cdot (1 + K'_{sr} + K''_{sr}) \right] \cdot \bar{I}_1 \quad (2.145)$$

Considerando que a máquina de 5,5 kW disponível no LASCAR está operando sem falha e com carga e sendo acionada por um inversor de frequência que mantém a rotação igual a 900 rpm aplicando tensões de fase com amplitude de 111,9 V e frequência de 30,52 Hz, a corrente \bar{I}_1 é obtida conforme segue.

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_1}{\left[\tilde{R}_s + j\omega \cdot \tilde{L}_1 \cdot (1 + K'_{sr} + K''_{sr}) \right]} = \frac{111,9}{[1,28 + j22,79 \cdot (0,86 - j0,34)]}$$

$$\bar{I}_1 = 2,17 - j4,74 = 5,21 / -65,43^\circ \quad (2.146)$$

A soma das variáveis K'_{sr} e K''_{sr} resultou no valor $-j0,14 - j0,34$. Estas variáveis foram calculadas considerando as harmônicas n de ordem 1, 9, 11, 19 e 21. O escorregamento utilizado foi de $s=0,0172$, o qual foi calculado utilizando a rotação e a frequência das tensões de alimentação medidas nos ensaios.

Considerando o controle *MTP* sendo utilizado quando a fase 1 for desconectada e a corrente de referência $\bar{I}_1 = \bar{I}_1^{\text{ref}} = 5, 21 / \underline{-65, 43^\circ} A$ como referência, as componentes \bar{I}_1 , \bar{I}_2 , \bar{I}_3 e \bar{I}_4 impostas pelo controle *MTP* serão, segundo as expressões (2.132) a (2.135): $\bar{I}_1 = 5, 21 / \underline{-65, 43^\circ} A$, $\bar{I}_2 = 0 / \underline{0^\circ} A$, $\bar{I}_3 = 5, 21 / \underline{114, 57^\circ} A$ e $\bar{I}_4 = 0 / \underline{0^\circ} A$.

Para calcular o torque médio produzido pela máquina é preciso determinar as componentes de sequência das correntes do rotor. Utilizando a expressão (2.140) a componente de sequência $\bar{I}_{1,1}^r$ é obtida conforme segue para o caso considerado.

$$\begin{aligned} \bar{I}_{1,1}^r &= - \frac{j\omega \cdot \frac{m}{2} \cdot \hat{L}_1^{rs}}{\left[\frac{\tilde{R}_1^r}{s_1} + j\omega \cdot \tilde{L}_1^r \right]} \cdot \bar{I}_1 = - \frac{j191,76 \cdot \frac{5}{2} \cdot 105,90 \cdot 10^{-6}}{1,25 \cdot 10^{-3} + j534,03 \cdot 10^{-6}} \cdot \bar{I}_1 \\ &= 194,09 / \underline{-178,49} A \end{aligned} \quad (2.147)$$

O torque médio produzido pelas componentes \bar{I}_1 e $\bar{I}_{1,1}^r$ por intermédio da indutância \hat{L}_1^{sr} é obtido utilizando a expressão (2.119), conforme segue.

$$\begin{aligned} T_{1,1,1}^6 &= -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,1}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen}(\angle \bar{I}_{1,1}^r - \angle \bar{I}_1) \\ &= -2 \cdot 5,21 \cdot 194,09 \cdot 105,90 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{22 \cdot 5}{2} \cdot \text{sen}[-178,49 - (-65,43)] \\ &= 10,84 Nm \end{aligned} \quad (2.148)$$

A componente \bar{I}_3 , imposta pela estratégia de controle *MTP*, também produz torque médio e este torque é dado pela expressão (2.122). Para calcular o torque é necessário conhecer a componente $\bar{I}_{3,3}^r$; esta componente é obtida utilizando $\bar{I}_3 = -\bar{I}_1$ e a equação (2.78), conforme segue.

$$\bar{I}_{3,3}^r = - \frac{j\omega \cdot \frac{m}{2} \cdot \hat{L}_3^{rs}}{\left[\frac{\tilde{R}_3^r}{s_3} + j\omega \cdot \tilde{L}_3^r \right]} \cdot \bar{I}_3 = 71,67 / \underline{107,25} A \quad (2.149)$$

Substituindo \bar{I}_3 e $\bar{I}_{3,3}^r$ na expressão (2.122) é obtido o torque $T_{3,3,3}^6$, conforme segue.

$$\begin{aligned} T_{3,3,3}^6 &= -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{3,3}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen}(\angle \bar{I}_{3,3}^r - \angle \bar{I}_3) \\ &= -0,28 \end{aligned} \quad (2.150)$$

Para obter o torque total é necessário calcular as parcelas do torque produzidas pelas outras componentes de sequência das correntes do rotor e estas componentes são calculadas de forma similar a mostrada.

Para calcular as correntes para uma condição de carga diferente, os valores de K'_{sr} e K''_{sr} devem ser recalculados, pois o escorregamento é alterado. Por exemplo, se o escorregamento for reduzido de 0,0172 para 0,0022, então a soma de K'_{sr} e K''_{sr} passa a ser igual

a $-0,0028 - j0,0506$ e a corrente \bar{I}_1 é reduzida e passa a ser igual a $4,90 / \underline{-83,90^\circ}$ A e, durante a operação sob falha, esta nova corrente será utilizada como o valor de referência \bar{I}_1^{ref} .

Na Figura 16 são mostradas as curvas das correntes de fase da máquina de $5,5 \text{ kW}$ operando nas 4 situações descritas acima. Sem falha e sem carga; sem falha e com carga de 11 Nm ; com falha, com controle *MTP* e sem carga; e com falha, com controle *MTP* e com carga de 11 Nm . Nos gráficos da primeira linha, a máquina opera sem carga e nos gráficos da segunda linha a máquina opera com carga igual a 11 Nm . Os gráficos da primeira coluna mostram as correntes de fase do estator quando a máquina opera sem falha e os gráficos da segunda coluna mostram as correntes quando a máquina opera com falha e com controle *MTP*. As linhas pontilhadas mostram as correntes obtidas com o modelo analítico e as linhas sólidas mostram as correntes medidas nos ensaios. Deve ser observado que as correntes obtidas com o modelo analítico não possuem harmônicas enquanto que as correntes obtidas com os ensaios efetivamente possuem harmônicas. Estas harmônicas são criadas pelo chaveamento do inversor, pela saturação e também por harmônicas da indução do rotor, além de eventuais distorções introduzidas pelo sistema de medição (sensores de corrente e placa DSpace).

As harmônicas das correntes do estator que são criadas pelas harmônicas da indução produzidas pelo rotor não foram consideradas no modelo analítico, pois os termos cruzados na expressão (2.59) foram desconsiderados conforme esclarecido anteriormente. Portanto, as componentes de sequência das correntes do estator são referentes às ondas fundamentais das correntes do estator. Na Tabela 3 são mostradas as componentes de sequência das correntes do estator obtidas com o modelo analítico e na Tabela 4 são mostradas as componentes de sequência das correntes medidas nos ensaios. Nestas tabelas também são mostrados os valores médios dos torques e o escorregamento relativo. Quando a máquina opera sem falha, é empregado o controle por campo orientado indireto (*IFO*), para manter a velocidade de referência igual a 900 rpm .

Na situação com carga e sem falha, a componente \bar{I}_1 obtida com o modelo analítico é igual a $5,21 \text{ A}$. Quando a máquina passa a operar com falha, este valor passa a ser utilizado como o valor de referência \bar{I}_1^{ref} pelo controle *MTP* que passa a impor $\bar{I}_1 = \bar{I}_1^{\text{ref}}$, $\bar{I}_3 = -\bar{I}_1^{\text{ref}}$ e $\bar{I}_2 = \bar{I}_4 = 0$; o mesmo ocorre quando a máquina opera sem carga, conforme mostrado na Tabela 3. O escorregamento utilizado no cálculo das correntes do rotor, durante a operação sob falha e com controle, é o mesmo utilizado no cálculo das correntes durante a operação sem falha. O torque médio produzido quando a máquina opera sem falha e com falha e com controle não é exatamente o mesmo se o escorregamento não for corrigido, pois o torque produzido pela componente \bar{I}_3 , embora muito pequeno, não é nulo e, neste caso, vale $-0,28 \text{ Nm}$, conforme calculado em (2.150). Ao observar os valores de corrente e escorregamento obtidos com os ensaios se observa que o escorregamento durante a operação sob falha e com controle é maior do que o escorregamento durante

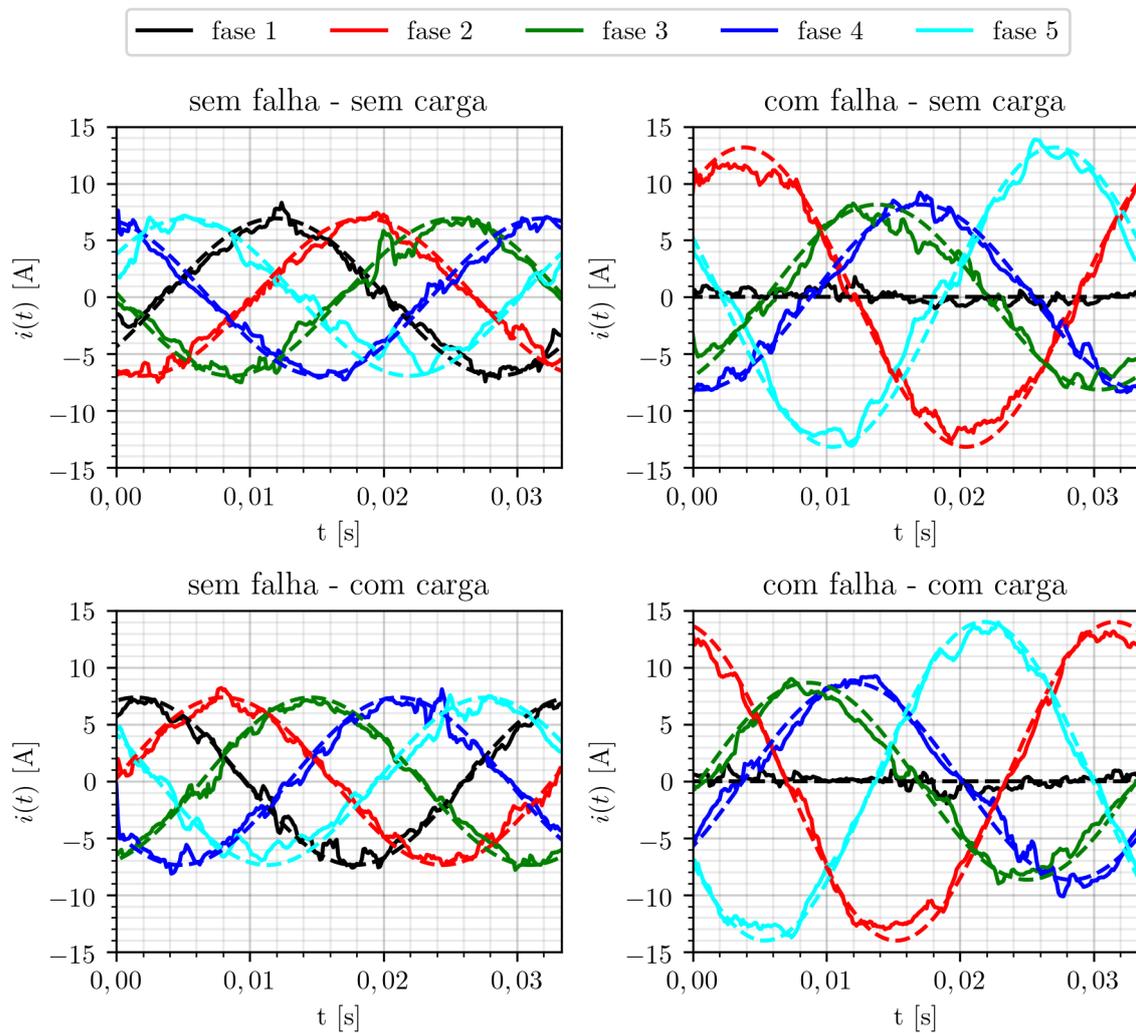
a operação sem falha. Isso ocorre, porque o controle de velocidade compensa o torque produzido por \bar{T}_3 para evitar que a velocidade da máquina fique abaixo de 900 *rpm*. É importante salientar que o torque apresentado na Tabela 4 é o torque médio. Na Figura 17 são mostrados os gráficos dos torques medidos e obtidos com o modelo analítico.

Os valores de corrente medidos e obtidos com o modelos analítico apresentam uma diferença percentual máxima de 8,89 %, conforme os dados apresentados na Tabela 5. Todas as correntes obtidas com o modelo analítico são maiores do que as correntes medidas enquanto que os torques medidos são maiores que os torques calculados. Estas diferenças indicam que os parâmetros do modelo não refletem exatamente o ponto de operação da máquina. Como o torque medido é maior do que o calculado e as correntes medidas são menores do que as calculadas a máquina provavelmente está menos saturada do que o previsto durante a determinação dos parâmetros do modelo. Ao diminuir a saturação as indutâncias aumentam, conseqüentemente, as reatâncias aumentam, as correntes diminuem e o torque produzido pela máquina aumenta. Entretanto, erros de medição não estão excluídos, pois os dados de corrente e torque foram obtidos com os sensores utilizados pela plataforma de controle. Os dados dos sensores e transdutores utilizados são mostrados na Tabela 6. As diferenças entre os torques medidos e calculados são menores do que as diferenças observadas nas correntes, com exceção do toque obtido durante a operação com falha, com controle *MTP* e sem carga. Nestas condições, a diferença percentual entre o torque medido e o torque calculado é de 17,27 % o que corresponde a uma diferença de apenas 0,19 Nm, um valor menor do que as variações no valor instantâneo do torque observadas na Figura 17.

De maneira geral pode-se afirmar que os resultados obtidos com o modelo analítico são satisfatórios, pois fornecem resultados próximos aos obtidos em ensaios mesmo quando os parâmetros nominais da máquina são utilizados na análise da máquina operando sob falha. Desta forma, pode-se afirmar que o modelo é adequado para reproduzir com boa acurácia o comportamento da máquina sob falha.

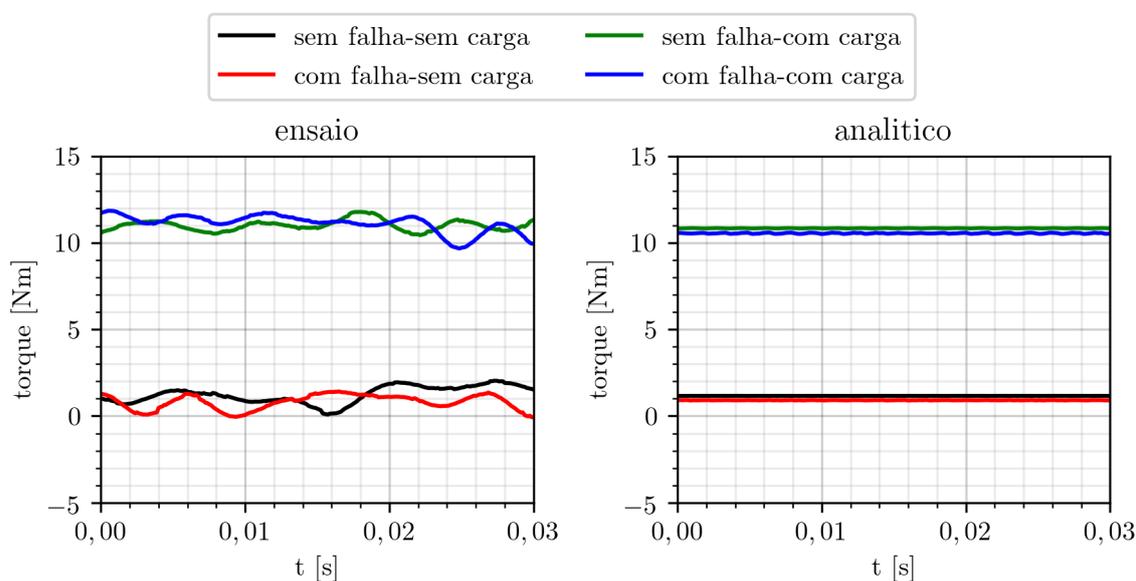
Este exemplo ilustra a aplicação do modelo descrito nas seções anteriores para a obtenção das componentes de sequência das correntes de fase do estator e do rotor. No próximo capítulo são apresentados modelos para a distribuição da indução no interior da máquina, o qual utiliza as componentes de sequência das correntes do estator e do rotor como variáveis de entrada. O modelo apresentado neste capítulo junto ao modelo apresentado no próximo capítulo fornecem as correntes, as tensões, o torque e a distribuição da indução necessárias para analisar a máquina durante operação sob falha de forma abrangente e detalhada.

Figura 16 – Correntes de fase da máquina de 5,5 kW operando com e sem controle e com e sem carga. As linhas pontilhadas correspondem as correntes obtidas com o modelo e as linhas sólidas são as correntes medidas.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 17 – Torque produzido pela máquina de 5,5 kW operando com e sem controle e com e sem carga.



Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 3 – Componentes de seqüência e valores de torque obtidos com o modelo analítico.

analítico	controle	\bar{I}_0	\bar{I}_1	\bar{I}_2	\bar{I}_3	\bar{I}_4	torque [Nm]	s	rpm
sem falha	IFO	0	5,21	0	0	0	10,84	0,0172	900
com falha	MTP	0	5,21	0	5,21	0	10,55	0,0172	900
sem falha	IFO	0	4,90	0	0	0	1,16	0,0022	900
com falha	MTP	0	4,90	0	4,90	0	0,91	0,0022	900

Tabela 4 – Componentes de seqüência e valores de torque obtidos com o ensaio.

ensaio	controle	\bar{I}_0	\bar{I}_1	\bar{I}_2	\bar{I}_3	\bar{I}_4	torque [Nm]	s	rpm
sem falha	IFO	0	4,79	0	0	0	11,06	0,017	900
com falha	MTP	0	4,84	0	4,84	0	11,03	0,018	900
sem falha	IFO	0	4,48	0	0	0	1,14	0,0018	900
com falha	MTP	0	4,50	0	4,52	0	1,10	0,0022	900

Tabela 5 – Diferenças percentuais entre os resultados obtidos medidos e analíticos.

Δ %	controle	$\Delta\bar{I}_0$ %	$\Delta\bar{I}_1$ %	$\Delta\bar{I}_2$ %	$\Delta\bar{I}_3$ %	$\Delta\bar{I}_4$	Δ torque %	Δs
sem falha	IFO	-	8,77	-	0	-	-1,99	0,0002
com falha	MTP	-	7,64	-	7,64	-	-4,35	0,0008
sem falha	IFO	-	9,37	-	0	-	1,75	0,0004
com falha	MTP	-	8,89	-	8,41	-	-17,27	0

Tabela 6 – Características dos sensores de torque e de corrente utilizados nos ensaios.

	Marca	modelos	sensibilidade	resolução	exatidão
sensor de torque	HBM	T22 - 100 Nm	0,05 V/Nm		$\pm 0,3\%$
transdutor de corrente	LEM	LA 100-P			$\pm 0,45\%$
<i>encoder</i>	Hohner	1024 p		1024 pulsos/rev.	
placa de aquisição	DSpace	DS 1104			

3 DISTRIBUIÇÃO DA INDUÇÃO SOB FALHA

No capítulo anterior foi apresentado um modelo para a MIP que fornece as correntes e tensões do rotor e do estator. Neste capítulo será apresentado um modelo para a determinação da distribuição da indução no entreferro. Este modelo tem como variáveis de entrada as componentes de sequência das correntes do rotor e do estator obtidas com o modelo apresentado no capítulo anterior. Na abordagem utilizada, a indução resultante no entreferro, $B'_\delta(\theta, t)$, é igual a soma da indução produzida pelo estator com a indução produzida pelo rotor.

Na primeira seção deste capítulo são apresentadas as equações para a parcela da indução no entreferro produzida pelos enrolamentos do estator, $B_s(\theta, t)$; na segunda seção são apresentadas as equações para a parcela da indução produzida pelas barras do rotor, $B_r(\theta, t)$; na terceira seção são adicionados os efeitos da variação da permeância produzida pelas ranhuras do estator e do rotor às induções $B_s(\theta, t)$ e $B_r(\theta, t)$ para obter $B'_\delta(\theta, t)$; na última seção deste capítulo são derivadas as equações para a distribuição da indução resultante no entreferro, assim como as expressões para a indução nos dentes e coroas do estator e do rotor da máquina.

As induções obtidas com o modelo apresentado neste capítulo são utilizadas no Capítulo 4 para estimar as perdas magnéticas. Os modelos apresentados neste capítulo são validados no Capítulo 5 utilizando distribuições da indução obtidas com o método dos elementos finitos (*MEF*) e com induções estimadas com base nos dados obtidos em ensaios.

A determinação das induções nas várias partes da máquina é de fundamental importância não apenas para o projeto da máquina mas também para a determinação da capacidade de carga da máquina sob falha. Apesar da reconhecida importância, diversos autores abordam este assunto de forma superficial e incompleta.

A formulação apresentada no presente capítulo é uma formulação original e se constitui em uma das principais contribuições desta tese. Uma versão deste modelo em que não são incluídos os efeitos da variação da permeância foi publicada em (PEREIRA; NICOL; PEREIRA; PERIN, 2020a), onde detalhes da formulação e sua comprovação experimental são apresentados e discutidos.

3.1 INDUÇÃO GERADA PELO ESTATOR

A parcela da distribuição da indução no entreferro que é gerada pelo estator, $B_s(\theta, t)$, é a soma da indução produzida por cada uma das fases do estator. A distribuição espacial e amplitude da indução produzida por uma fase do estator dependem do número de ranhuras por polo e por fase, q , da disposição das bobinas nas ranhuras e da forma de onda da corrente do estator. Para ilustrar o efeito da distribuição das bobinas de fase, do passo (y_e) e do número de ranhuras por polo e fase (q), na Figura 18 são mostradas três curvas de indução radial no entreferro produzidas por três enrolamentos de fase diferentes para um dado valor de corrente em uma das fases (fase 1) e com corrente zero nas demais fases. As bobinas vermelhas, mostradas na Figura 18, são responsáveis pela produção das induções mostradas. O enrolamento da figura 18(a) possui $q=1$ e $y_e=0$, o enrolamento da Figura 18(b) possui $q=2$ e $y_e=0$, e o enrolamento da Figura 18(c) possui $q=2$ e $y_e=1$. Pode-se verificar que, em geral, a onda fundamental possui a maior amplitude, mas sempre existem componentes harmônicas de indução que são produzidas no entreferro. Na teoria e no modelo clássico da máquina de indução, apenas a onda fundamental é considerada. Nas induções mostradas, não foi considerado o efeito da variação da permeância causada pelas ranhuras do rotor e do estator. Quando não são consideradas as ranhuras, o valor de q e y_e determinam a amplitude relativa das harmônicas que compõe a indução produzida por uma fase do estator.

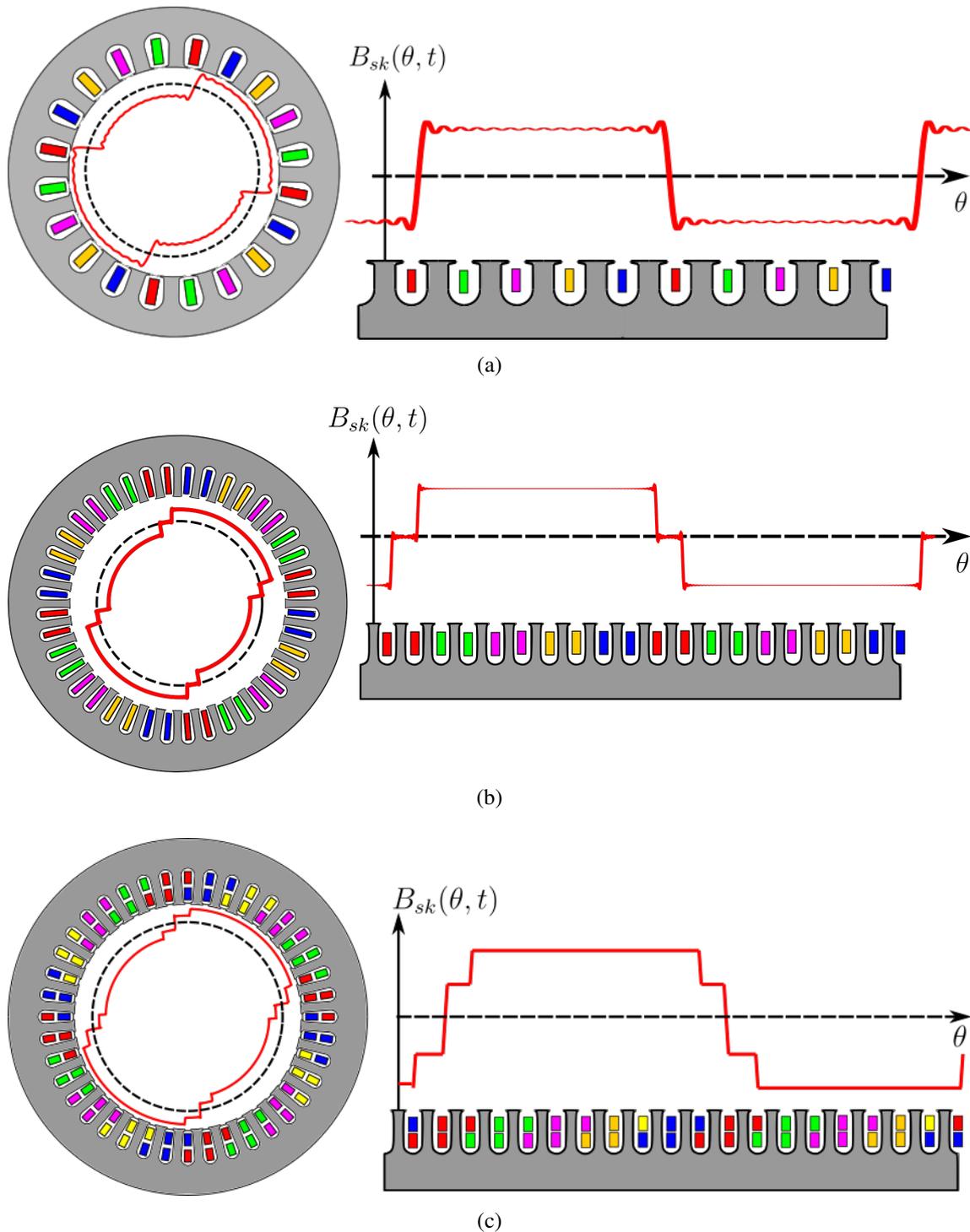
Por outro lado, quando o efeito das ranhuras é considerado, a ordem e a amplitude das harmônicas da indução também dependem do número de ranhuras e do tamanho das aberturas das ranhuras. Para determinar a distribuição espacial da indução produzida por uma fase do estator, é necessário utilizar a forma integral das equações de Maxwell (3.1) e (3.2) e realizar duas simplificações na máquina que será analisada. A primeira simplificação é considerar que a permeância do núcleo é infinita, ou seja, a queda de tensão magnética ocorre apenas no entreferro equivalente. A segunda simplificação é considerar que o entreferro é suave, sem ranhuras, e as correntes que circulavam pelas bobinas contidas nas ranhuras passam a circular pela superfície interna do estator. Sendo assim, as bobinas são substituídas por densidades superficiais de corrente que ocupam a superfície delimitada pela abertura das ranhuras da máquina. As variáveis que aparecem nas expressões (3.1) e (3.2) são: a indução, \vec{B} ; a permeabilidade do meio, μ ; a densidade de corrente, \vec{J} ; o caminho fechado $\vec{\ell}$ que circunda a densidade de corrente \vec{J} ; e a superfície fechada \vec{S} .

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu \cdot \vec{J} \quad (3.1)$$

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (3.2)$$

Para exemplificar o procedimento, a máquina mostrada na Figura 18(a) será utilizada. Para obter a distribuição da indução produzida por uma fase da máquina de forma analítica

Figura 18 – Indução no entrefero na direção radial gerada por uma fase do estator. (a) $y_e=0$, $q=1$; (b) $y_e=0$, $q=2$; (c) $y_e=1$, $q=2$.



Fonte: elaborado pelo autor.

é preciso realizar as simplificações citadas. O processo de simplificação é mostrado na Figura 19. As ranhuras da máquina são eliminadas e o entreferro δ é corrigido pelo fatores de Carter do estator e do rotor, respectivamente, k_{cs} e k_{cr} , e pelo fator de saturação, k_{fe} , ou seja, o entreferro corrigido δ_{eq} é obtido utilizando a expressão $\delta_{eq} = k_{cs} \cdot k_{cr} \cdot k_{fe} \cdot \delta$. Por outro lado, as bobinas da fase 1 são substituídas por densidades superficiais de corrente (IVANOV-SMOLENSKY, 1982; PYRHONEN TAPANI JOKINEN, 2013). A equação (3.1) é aplicada ao caminho fechado ℓ_1 , mostrado na Figura 19, sendo desta forma obtida a expressão (3.3), onde N_c , W_{bs} e G_p são, respectivamente, o número de camadas do enrolamento, o número de espiras por bobina e o número de grupos de bobinas conectadas em paralelo. A corrente que circula por uma bobina não é necessariamente igual à corrente de fase da máquina que circula pelo sistema de alimentação, devido à possíveis conexões em paralelo de ramos do enrolamento. Assim, quando G_p grupos de bobinas são ligadas em paralelo, a corrente que circula por cada grupo é igual à corrente de fase dividida por G_p . Por este motivo G_p aparece na expressão (3.3). O entreferro corrigido, δ_{eq} , também chamado de entreferro equivalente ou entreferro efetivo é o comprimento do entreferro real multiplicado pelo fator de saturação e pelo fator de Carter do estator e do rotor. Aplicando a equação (3.1) ao caminho indicado em azul pontilhado na Figura 19, resulta a seguinte expressão:

$$B_1(t) \cdot \delta_{eq} + B_2(t) \cdot \delta_{eq} = \mu_o \cdot q \cdot N_c \cdot W_{bs} \cdot \frac{i_k(t)}{G_p} \quad (3.3)$$

As induções $B_1(t)$ e $B_2(t)$ representam a parcela radial da indução no entreferro nas duas regiões distintas mostradas na Figura 19. Como a equação (3.3) possui duas variáveis, B_1 e B_2 , é necessário mais uma equação para determiná-las. Esta equação é obtida aplicando (3.2) à superfície fechada S que envolve o estator e é representada na Figura 19 pela linha verde pontilhada. Ao aplicar (3.2) é obtida a equação (3.4), onde S_1 e S_2 são as superfícies delimitadas pelas densidades superficiais de corrente e pelas extremidades do estator. É por estas superfícies que passa o fluxo que sai do estator, atravessa o entreferro e penetra no rotor. Devido à simetria da máquina, S_1 e S_2 são iguais e, conseqüentemente, B_1 e B_2 são iguais.

$$B_1(t) \cdot S_1 - B_2(t) \cdot S_2 = 0 \quad (3.4)$$

Substituindo $B_1(t)=B_2(t)=\widehat{B}_k(t)$ em (3.3) é obtida a expressão (3.5) que fornece a amplitude da indução no entreferro, $\widehat{B}_{k\delta}(t)$.

$$\widehat{B}_{k\delta}(t) = \mu_o \cdot \frac{q \cdot N_c \cdot W_{bs}}{2\delta_{eq}} \cdot \frac{i_k(t)}{G_p} \quad (3.5)$$

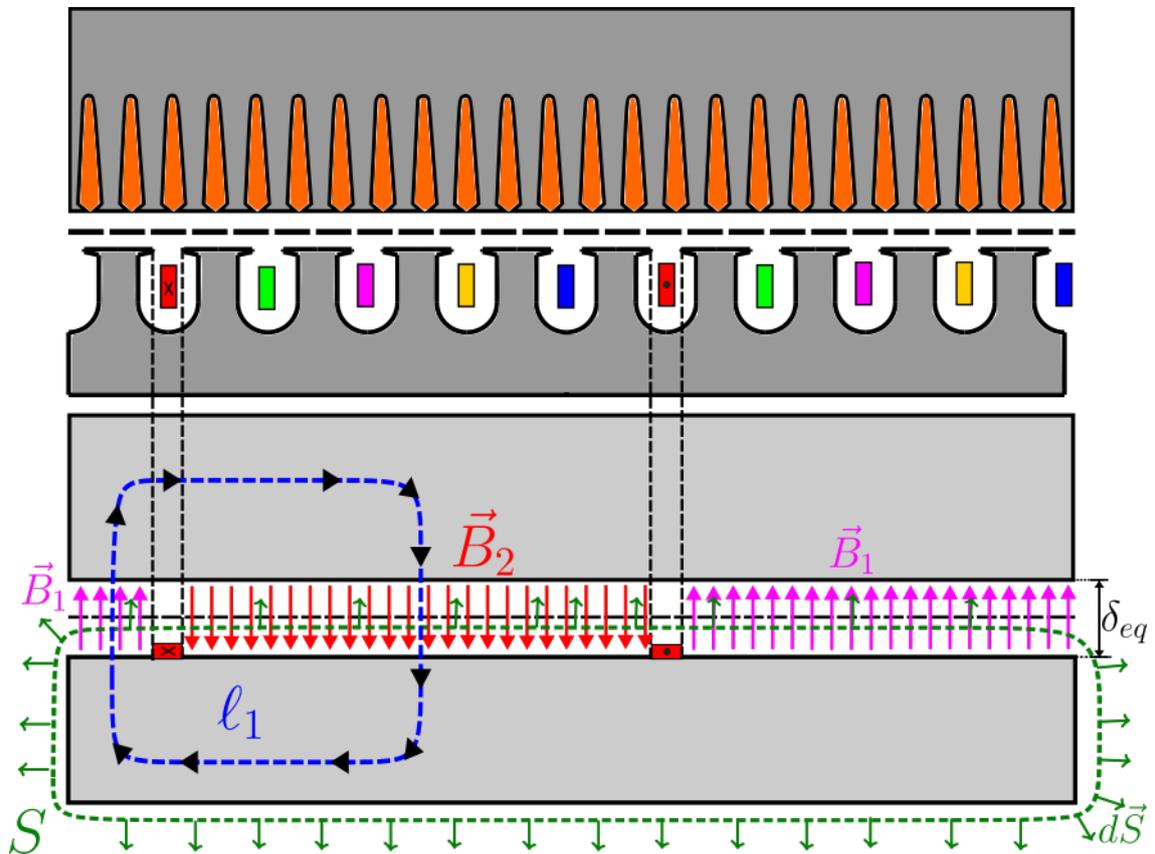
Conhecendo a amplitude máxima da indução é possível descrever a distribuição da indução produzida pela fase k do estator utilizando a série de Fourier (2.4) apresentada

no Capítulo 2. A amplitude da harmônica de ordem n da indução, $\widehat{B}_{kn}(t)$, que não havia sido definida no Capítulo 2, pode ser calculada utilizando a expressão (3.6).

$$B_k(\theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \widehat{B}_{kn}(t) \cdot \text{sen}[n \cdot \theta - n \cdot (k - 1) \cdot \gamma_s] \quad (2.4)$$

$$\widehat{B}_{kn}(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\widehat{B}_k(t)}{n} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\mu_o \cdot q \cdot N_c \cdot W_{bs} \cdot i_k(t)}{2\delta_{eq} \cdot n \cdot G_p} \quad (3.6)$$

Figura 19 – Simplificação da geometria da máquina com $q=1$ para obtenção da distribuição da indução no entreferro produzida por uma fase.



Fonte: elaborado pelo autor.

A distribuição da indução produzida por enrolamentos de fase com diferentes valores de q e y_e também podem ser descritos utilizando séries de Fourier; entretanto, para derivar os coeficientes $\widehat{B}_{kn}(t)$ é necessário determinar os valores intermediários da amplitude da indução, conforme mostrado na Figura 9, onde pode ser visto que para $q > 1$, a curva de indução no entreferro tem um formato escalonado. Para obter estes valores intermediários é necessário realizar novas análises utilizando as equações de Maxwell (3.1) e (3.2). Também é possível corrigir os valores de $\widehat{B}_{kn}(t)$ obtidos com a expressão (3.6) utilizando os fatores de enrolamento para cada harmônica de ordem n , $k_d(n)$ e $k_p(n)$, definido no que segue considerando q inteiro. O fator $k_d(n)$ é denominado fator de distribuição e o fator $k_p(n)$ é denominado fator de encurtamento de passo. Os dois fatores de enrolamento

são funções da ordem da harmônica da indução, n , e variam de máquina para máquina de acordo com os valores de q e y_e . Para máquinas com valores de q inteiro e $y_e \neq 0$, a amplitude $\widehat{B}_{kn}(t)$ é dada pela expressão (3.10).

$$k_p(n) = \text{sen} \left[n \cdot \frac{\pi \cdot y_e}{2 \cdot q \cdot m} \right] \quad (3.7)$$

$$k_d(n) = \frac{\text{sen} \left[\frac{q \cdot n \cdot p \cdot \pi}{N_s} \right]}{q \cdot \text{sen} \left[\frac{n \cdot p \cdot \pi}{N_s} \right]} \quad (3.8)$$

$$k_w(n) = k_p(n) \cdot k_d(n) \quad (3.9)$$

$$\widehat{B}_{kn}(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\mu_o \cdot q \cdot N_c \cdot W_{bs} \cdot k_w(n) \cdot i_k(t)}{2\delta_{eq} \cdot n \cdot G_p} \quad (3.10)$$

A expressão (3.10) fornece a magnitude da harmônica de ordem n da indução produzida por uma fase do estator. A indução total produzida pelo estator é obtida somando contribuição das m fases do estator. O resultado desta soma foi derivado no Capítulo 2, dando origem as expressões (2.17) e (2.18). A constante K_s , que não havia sido definida no Capítulo 2, pode agora ser determinada com auxílio da expressão (3.10), sendo igual ao termo que multiplica $\frac{i_k(t) \cdot k_w(n)}{n}$ em (3.10) e dada por (3.11).

$$B_{\delta s}(\theta, t) = \frac{K_s \cdot \sqrt{2} \cdot |\overline{I}_s| \cdot m}{2} \sum_{n=\ell \cdot m - x}^{\infty} \frac{k_w(n)}{n} \cdot \text{sen} \left[\omega \cdot t + \phi_{is} + n \cdot \theta \right] \quad (2.17)$$

$$B_{\delta s}(\theta, t) = -\frac{K_s \cdot \sqrt{2} \cdot |\overline{I}_s| \cdot m}{2} \sum_{n=\ell \cdot m + x}^{\infty} \frac{k_w(n)}{n} \cdot \text{sen} \left[\omega \cdot t + \phi_{is} - n \cdot \theta \right] \quad (2.18)$$

$$K_s = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\mu_o \cdot q \cdot N_c \cdot W_{bs}}{2\delta_{eq} \cdot G_p} \quad (3.11)$$

3.1.1 INDUÇÃO DO ESTATOR EM TERMOS DE COMPONENTES SIMÉTRICAS TRADICIONAIS

Para facilitar o uso das expressões (2.17) e (2.18) junto com o modelo da máquina apresentado no Capítulo 2, elas foram reescritas segundo as componentes de sequência de corrente, denominados de \overline{I}_x , utilizando a expressão (2.73) e resultando na expressão (3.12).

$$\overline{I}_k = \sum_{x=0}^{m-1} \overline{I}_x \cdot e^{-j \frac{2\pi}{m} \cdot (k-1) \cdot x} \quad (2.73)$$

$$\begin{aligned}
B_{\delta s}(\theta, t) = & \frac{K_s \cdot \sqrt{2} \cdot m}{2} \sum_{x=0}^{m-1} \sum_{n=\ell \cdot m-x}^{\infty} |\bar{I}_x| \cdot \frac{k_w(n)}{n} \cdot \text{sen} \left[\omega \cdot t + \phi_{is} + n \cdot \theta \right] \\
& - \frac{K_s \cdot \sqrt{2} \cdot m}{2} \sum_{x=0}^{m-1} \sum_{n=\ell \cdot m+x}^{\infty} |\bar{I}_x| \cdot \frac{k_w(n)}{n} \cdot \text{sen} \left[\omega \cdot t + \phi_{is} - n \cdot \theta \right] \quad (3.12)
\end{aligned}$$

A expressão (3.12) é de caráter geral e pode ser aplicada em qualquer condição de operação. A indução resultante no entreferro só é igual à indução produzida pelo estator quando a máquina opera a vazio e com escorregamento praticamente zero, equilibrada, sem falha e não são consideradas as harmônicas espaciais da indução no entreferro. Para obter a indução no entreferro em qualquer regime de operação é necessário somar à indução produzida pelo estator à indução produzida pelo rotor. Na próxima seção serão apresentadas as expressões utilizadas na obtenção da indução produzida pelo rotor.

3.2 INDUÇÃO GERADA PELO ROTOR

A parcela da indução no entreferro gerada pelo rotor é igual à soma da indução gerada por cada uma das barras do rotor. Na Figura 20 são mostrados o rotor de uma máquina com 4 polos e a indução resultante no entreferro quando duas barras são percorridas por corrente (Figura 20a) e quando apenas uma barra é percorrida por corrente (Figura 20b). Na Figura 20a é mostrado que a indução produzida pelas duas barras é igual à soma da indução produzida por cada uma das barras. A curva azul representa a indução produzida pela barra de cor azul e a curva vermelha representa a indução produzida pela barra de cor vermelha; somando as duas induções é obtida a indução produzida pelas duas barras, representada no gráfico pela curva de cor verde. A descrição da onda de indução produzida por uma barra, usando série de Fourier, é dada pela expressão (3.13). Sendo $\widehat{B}_{bk}(t)$ a amplitude da indução produzida pela barra k , θ_r o ângulo em radianos elétricos do sistema de coordenadas do rotor e n_r a ordem do harmônico espacial da indução produzida pelo rotor. A relação entre θ e θ_r é dada pela expressão (3.14), sendo esta relação ilustrada na Figura 21.

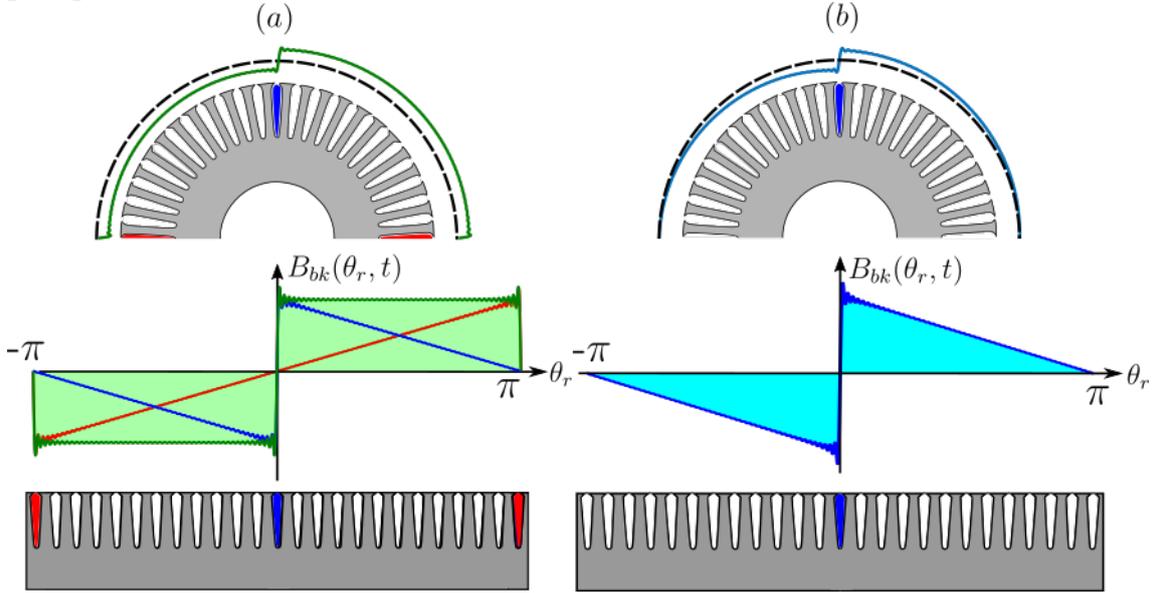
$$B_{bk}(\theta_r, t) = \sum_{n_r=1}^{\infty} \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\widehat{B}_{bk}(t)}{n_r} \cdot \text{sen} \left[n_r \cdot \theta_r - n_r \cdot (k-1) \cdot \frac{2\pi}{N_r} \cdot p \right] \quad (3.13)$$

$$\theta_r = \theta - (1-s) \omega t + \theta_0 \quad (3.14)$$

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi p}{N \tau} \quad (3.15)$$

A amplitude $\widehat{B}_{bk}(t)$ é obtida aplicando a lei de Gauss, equação (3.2), à superfície fechada contendo o rotor e a lei circular de Ampère, equação (3.1), ao caminho fechado que engloba a barra, atravessa o entreferro e penetra no estator. A expressão resultante,

Figura 20 – Indução no entreferro, na direção radial, gerada por duas barras do rotor (a) e por apenas uma barra do rotor (b).



Fonte: elaborado pelo autor.

(3.16), depende do entreferro equivalente, δ_{eq} , e é função da corrente que circula pela barra, $i_{bk}^r(t)$.

$$\widehat{B}_{bk}(t) = \frac{\mu_o \cdot i_{bk}^r(t)}{2 \cdot \delta_{eq} \cdot G_p} \quad (3.16)$$

De acordo com o modelo adotado, a corrente que circula pela barra k , $i_{bk}^r(t)$, é igual à diferença entre as correntes que circulam pelas duas fases adjacentes à barra k , conforme mostrado na Figura 22.

$$i_{bk}^r(t) = i_k^r(t) - i_{k-1}^r(t) \quad (3.17)$$

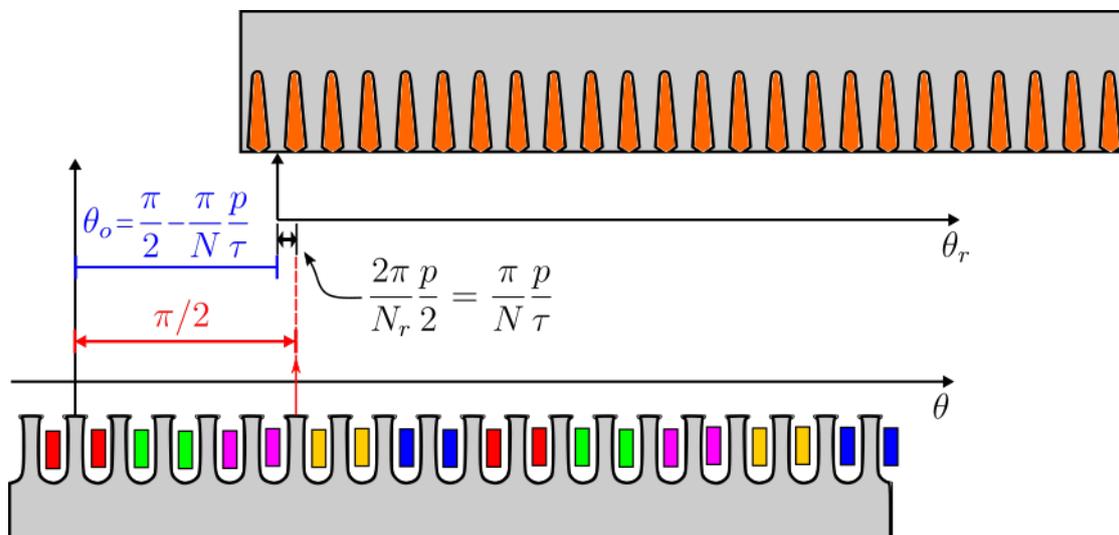
A parcela da indução no entreferro que é produzida pelo rotor, $B_r(\theta_r, t)$, é obtida somando-se a contribuição das N fases do rotor, conforme segue.

$$B_r(\theta_r, t) = \sum_{k=1}^N B_{bk}(\theta_r, t) \quad (3.18)$$

$$B_r(\theta_r, t) = \sum_{k=1}^N \sum_{n_r=1}^{\infty} \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mu_o \cdot i_{bk}^r(t)}{2 \cdot \delta_{eq} \cdot G_p \cdot n_r} \cdot \text{sen} \left[n_r \cdot \theta_r - n_r \cdot (k-1) \cdot \frac{2\pi}{N_r} \cdot p \right] \quad (3.19)$$

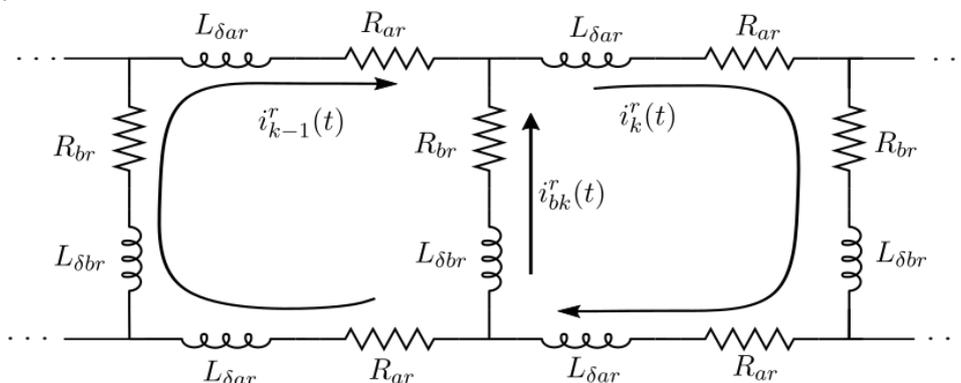
A Figura 23 ilustra a indução total, produzida pelo rotor em um dado instante de tempo, quando a máquina opera de forma equilibrada e em regime permanente senoidal. A curva em vermelho representa a indução resultante e a curva em azul representa a indução produzida pela barra destacada com a cor azul. Na situação mostrada, as correntes

Figura 21 – Relação entre o sistema de coordenadas do rotor, com coordenada espacial θ_r , e o sistema de coordenadas do estator θ .



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 22 – Relação entre a corrente em uma barra e a corrente nas fases adjacentes à barra.



Fonte: elaborado pelo autor.

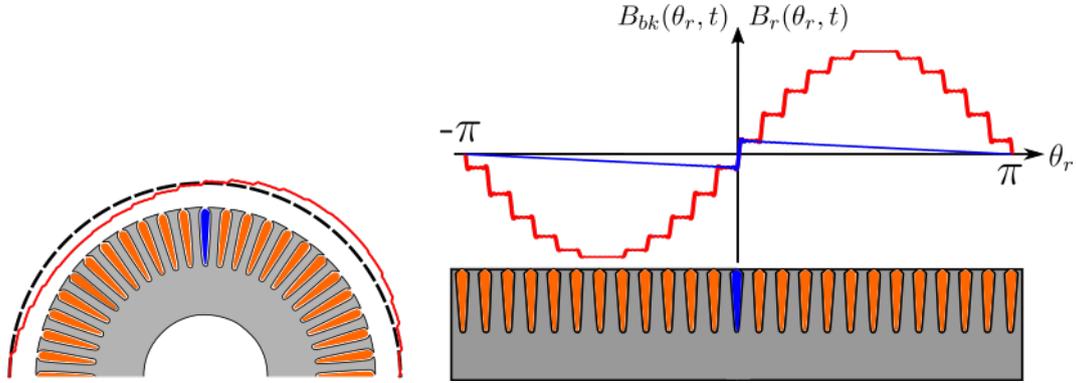
nas barras são todas senoidais e de mesma amplitude, mas defasadas no tempo de um valor correspondente ao ângulo entre duas barras adjacentes. A defasagem temporal entre a corrente de duas fases consecutivas é $2\pi/N$ radianos.

3.2.1 INDUÇÃO DO ROTOR EM TERMOS DE COMPONENTES SIMÉTRICAS TRADICIONAIS

A fim de determinar a indução produzida pelo rotor, é necessário primeiro determinar as correntes nas fases e barras do rotor. Nesta subseção serão determinadas expressões para a indução do rotor usando componentes simétricas, a exemplo do que foi feito para o estator.

No Capítulo 2 foi mostrado que a corrente no rotor é composta por infinitas harmôni-

Figura 23 – Indução resultante no entreferro, curva em vermelho, e a indução produzida por uma barra, curva em azul, em determinado instante tempo onde a corrente na fase na barra em azul está no valor máximo.



Fonte: elaborado pelo autor.

cas. A expressão, no tempo, para a corrente na fase k , (2.39), possui dois termos $i_{kn}^{r'}(t)$ e $i_{kn}^{r''}(t)$ dados pelas expressões (2.40) e (2.41) e os fasores das harmônicas destas correntes são dados por (3.22) e (3.23).

$$i_k^r(t) = \sum_{n=1}^{\infty} i_{kn}^{r'}(t) + \sum_{n=1}^{\infty} i_{kn}^{r''}(t) \quad (2.39)$$

$$i_{kn}^{r'}(t) = \sqrt{2} \cdot |\bar{\mathcal{I}}_n^{r'}| \cdot \cos \left[\omega'_{rn} t + \phi'_{ir} + n \cdot (k-1) \cdot \gamma_r \right]_{x+n=\ell \cdot m} \quad (2.40)$$

$$i_{kn}^{r''}(t) = \sqrt{2} \cdot |\bar{\mathcal{I}}_n^{r''}| \cdot \cos \left[\omega''_{rn} t + \phi''_{ir} - n \cdot (k-1) \cdot \gamma_r \right]_{x-n=\ell \cdot m} \quad (2.41)$$

$$\bar{\mathcal{I}}_n^{r'} = \mathcal{I}_n^{r'} / \phi'_{ir} \quad (3.20)$$

$$\bar{\mathcal{I}}_n^{r''} = \mathcal{I}_n^{r''} / \phi''_{ir} \quad (3.21)$$

$$\bar{\mathcal{I}}_{kn}^{r'} = \bar{\mathcal{I}}_n^{r'} \cdot e^{+jn \cdot (k-1) \cdot \gamma_r} \quad (3.22)$$

$$\bar{\mathcal{I}}_{kn}^{r''} = \bar{\mathcal{I}}_n^{r''} \cdot e^{-jn \cdot (k-1) \cdot \gamma_r} \quad (3.23)$$

Os fasores das correntes na barra k , $\bar{\mathcal{I}}_{bkn}^{r'}$ e $\bar{\mathcal{I}}_{bkn}^{r''}$, são obtidos subtraindo os fasores das fases adjacentes à barra k , conforme segue.

$$\bar{\mathcal{I}}_{bkn}^{r'} = \bar{\mathcal{I}}_{kn}^{r'} - \bar{\mathcal{I}}_{(k-1)n}^{r'} \quad (3.24)$$

$$\bar{\mathcal{I}}_{bkn}^{r'} = \bar{\mathcal{I}}_{kn}^{r'} \cdot (1 - e^{-jn\gamma_r}) \Big|_{x+n=\ell \cdot m} \quad (3.25)$$

$$\bar{\mathcal{I}}_{bkn}^{r''} = \bar{\mathcal{I}}_{kn}^{r''} - \bar{\mathcal{I}}_{(k-1)n}^{r''} \quad (3.26)$$

$$\bar{\mathcal{I}}_{bkn}^{r''} = \bar{\mathcal{I}}_{kn}^{r''} \cdot (1 - e^{+jn\gamma_r}) \Big|_{x-n=\ell \cdot m} \quad (3.27)$$

As componentes de sequência das correntes nas barras, (3.28) e (3.29), são obtidas diretamente das equações (3.25) e (3.27) uma vez que a relação entre $\bar{I}_{x,n}^r$ e os fasores $\bar{I}_n^{r'}$ e $\bar{I}_n^{r''}$ são dadas por (2.76).

$$\bar{I}_{x,n}^r = \begin{cases} \bar{I}_n^{r'} & \Leftrightarrow n = \ell \cdot m - x \\ \bar{I}_n^{r''} & \Leftrightarrow n = \ell \cdot m + x \end{cases} \quad (2.76)$$

$$\boxed{\bar{I}_{x,n}^{br'} = \bar{I}_{x,n}^{r'} \cdot (1 - e^{-jn\gamma_r}) \Big|_{x+n=\ell \cdot m}} \quad (3.28)$$

$$\boxed{\bar{I}_{x,n}^{br''} = \bar{I}_{x,n}^{r''} \cdot (1 - e^{+jn\gamma_r}) \Big|_{x-n=\ell \cdot m}} \quad (3.29)$$

Por sua vez, as correntes nas barras do rotor em função do tempo são dadas por (3.30) e (3.31), definidas no que segue.

$$i_{bk}^{r'}(t) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sqrt{2} \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br'}| \cdot \cos \left[w_{rn}' t + \angle \bar{I}_{x,n}^{br'} + n \cdot (k-1) \gamma_r \right]_{n=\ell \cdot m - x} \quad (3.30)$$

$$i_{bk}^{r''}(t) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sqrt{2} \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br''}| \cdot \cos \left[w_{rn}'' t + \angle \bar{I}_{x,n}^{br''} - n \cdot (k-1) \gamma_r \right]_{n=\ell \cdot m - x} \quad (3.31)$$

Substituindo as expressões para $i_{bk}^{r'}(t)$ e $i_{bk}^{r''}(t)$ em (3.19) e realizando algumas simplificações é obtida a expressão (3.32). Esta expressão descreve a parcela da indução no entreferro produzida pelo rotor e usa as componentes simétricas das correntes de fase do rotor, $\bar{I}_{x,n}^r$, no lugar dos fasores das correntes nas fases. A expressão (3.32) possui quatro termos e cada termo só existirá quando determinadas condições envolvendo n , n_r , N , p e τ forem satisfeitas. A variável τ aparece durante o processo de simplificação, quando o termo $2\pi/N_r$ da expressão (3.19) é substituído por $\frac{2\pi}{N \cdot \tau}$, onde τ é o maior divisor comum de N_r e p .

$$B_r(\theta_r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{\mu_o \cdot N}{\pi \cdot G_p \cdot \delta_{eq} \cdot \sqrt{2}} \cdot \left\{ \begin{aligned} & \frac{|\bar{I}_{x,n}^{br'}|}{n_r} \cdot \left[\text{sen} \left(w_{rn}' t + \angle \bar{I}_{x,n}^{br'} + n_r \cdot \theta_r \right)_{n-n_r \cdot \frac{p}{\tau} = \ell \cdot N}^{n+x=\ell \cdot m} \right] - \\ & \frac{|\bar{I}_{x,n}^{br'}|}{n_r} \cdot \left[\text{sen} \left(w_{rn}' t + \angle \bar{I}_{x,n}^{br'} - n_r \cdot \theta_r \right)_{n+n_r \cdot \frac{p}{\tau} = \ell \cdot N}^{n+x=\ell \cdot m} \right] + \\ & \frac{|\bar{I}_{x,n}^{br''}|}{n_r} \cdot \left[\text{sen} \left(w_{rn}'' t + \angle \bar{I}_{x,n}^{br''} + n_r \cdot \theta_r \right)_{-n-n_r \cdot \frac{p}{\tau} = \ell \cdot N}^{n-x=\ell \cdot m} \right] - \\ & \frac{|\bar{I}_{x,n}^{br''}|}{n_r} \cdot \left[\text{sen} \left(w_{rn}'' t + \angle \bar{I}_{x,n}^{br''} - n_r \cdot \theta_r \right)_{-n+n_r \cdot \frac{p}{\tau} = \ell \cdot N}^{n-x=\ell \cdot m} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

Com o modelo da máquina apresentado no Capítulo 2 e as expressões (3.32) e (3.12) é possível determinar a distribuição da indução resultante no entreferro da máquina durante

a operação em regime permanente senoidal, $B_\delta(\theta, t)$, conforme segue.

$$B_\delta(\theta, t) = B_r(\theta_r, t) + B_s(\theta_r, t) \quad (3.33)$$

Embora correta, a indução obtida com a expressão (3.33) não contém o efeito da variação da permeância criado pelas ranhuras. A variação da permeância adiciona harmônicas à indução do entreferro e estas harmônicas devem, entre outras situações, ser consideradas na análise das perdas magnéticas. Na próxima seção, o modelo apresentado nesta seção será modificado de forma a incluir o efeito das permeâncias de ranhura à indução $B_\delta(\theta, t)$.

3.3 EFEITO DA VARIAÇÃO DA PERMEÂNCIA DEVIDO AS RANHURAS

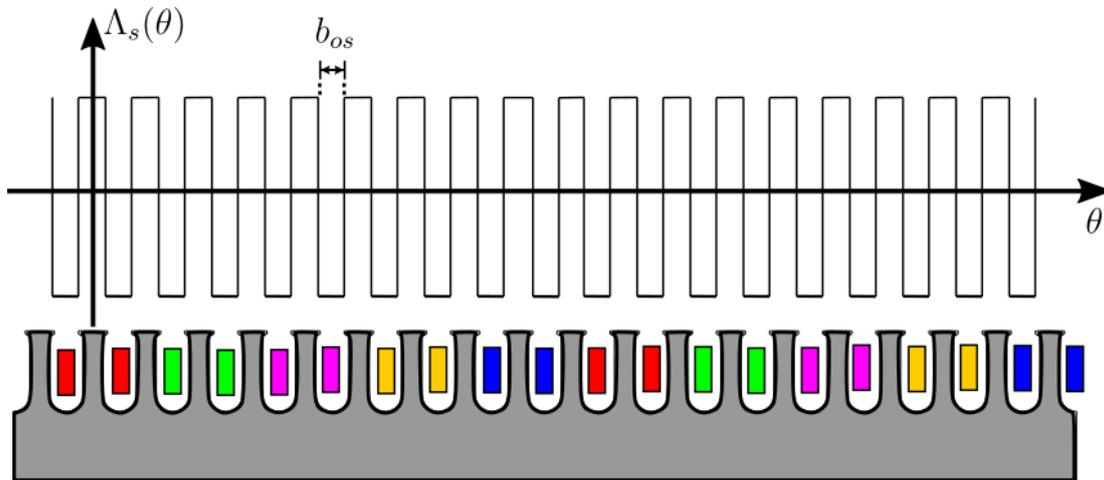
Nas expressões (3.12) e (3.32), o único efeito das ranhuras do rotor e do estator é o de aumentar o entreferro efetivo através da aplicação do fator de saturação e do fator de Carter, os quais fazem com que o entreferro efetivo seja maior que o entreferro geométrico. Os harmônicos da indução gerados pela variação da permeância do entreferro não são considerados nas expressões (3.12) e (3.32). Estes harmônicos são responsáveis por parte das perdas magnéticas e devem ser incluídos nos modelos. Além das dimensões e do número de ranhuras do estator e do rotor, as permeâncias de ranhura dependem também do grau de saturação da máquina e não existem expressões analíticas exatas que as descrevam. Na abordagem adotada neste trabalho, as permeâncias são descritas de forma aproximada utilizando série de Fourier.

Na Figura 24 é mostrada a variação do valor da permeância devido às ranhuras do estator e considerando que o rotor é liso (sem ranhuras). Na Figura 25 é mostrada a variação da permeância devido às ranhuras do rotor e considerando agora que o estator é liso (sem ranhuras). Está sendo considerado que a permeância assume o valor máximo na região sob um dente e valor mínimo na região sob a ranhura. A permeância total do entreferro, Λ_δ , é igual a soma do valor médio da permeância, Λ_o , a variação da permeância gerada pelo rotor, $\Lambda_r(\theta_r)$, e a variação da permeância gerada pelo estator, $\Lambda_s(\theta)$, conforme segue.

$$\Lambda_\delta(\theta) = \Lambda_o + \Lambda_s(\theta) + \Lambda_r(\theta_r) \quad (3.34)$$

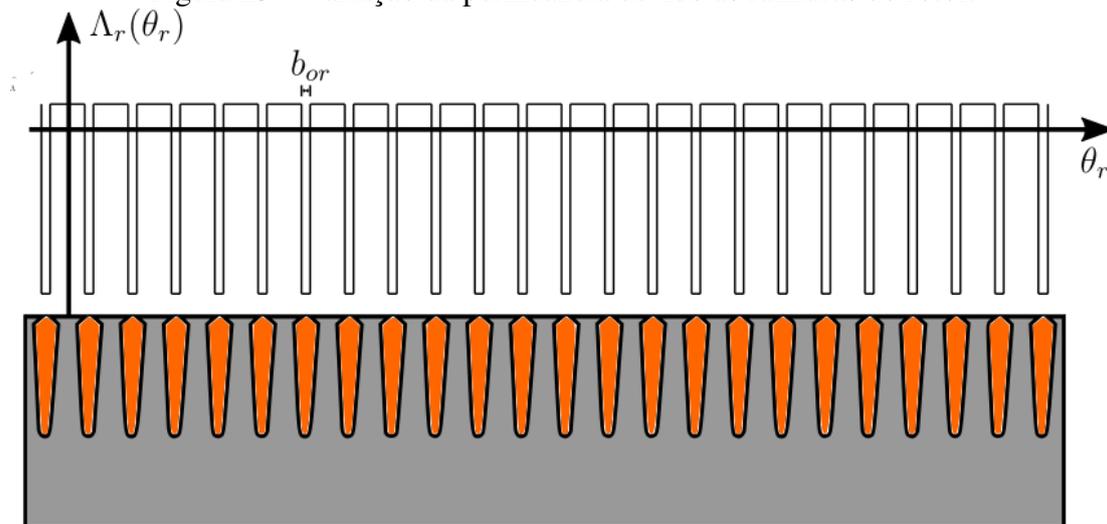
O termo $\Lambda_s(\theta)$ é obtido considerando que o rotor é liso, sem ranhuras, e o termo $\Lambda_r(\theta)$ é obtido considerando que o estator é liso. Esta é uma abordagem comum utilizada por diversos autores como por exemplo (BOLDEA; NASAR, 2010) e tem levado a resultados satisfatórios em máquinas trifásicas em regime permanente equilibrado. A descrição em série de Fourier de $\Lambda_s(\theta)$ é dada por (3.35). Nesta expressão, $\hat{\Lambda}_s$ é o valor máximo da permeância, n_{rs} é a ordem da harmônica e d_1 é a razão entre a largura do topo do dente

Figura 24 – Variação da permeância devido às ranhuras do estator.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 25 – Variação da permeância devido às ranhuras do rotor.



Fonte: elaborado pelo autor.

e o passo de ranhura do estator. O valor de d_1 pode ser calculado utilizando a expressão (3.36), onde b_{os} é largura da abertura da ranhura do estator, conforme mostrado na Figura 24.

$$\Lambda_s(\theta) = \sum_{n_{rs}=1}^{\infty} \frac{4}{\pi} \cdot \hat{\Lambda}_s \cdot \frac{\text{sen}(n_{rs}\pi d_1)}{n_{rs}} \cdot \cos\left[\frac{n_{rs} \cdot N_s}{p} \theta\right] \quad (3.35)$$

$$d_1 = \frac{\frac{2\pi R}{N_s} - b_{os}}{\frac{2\pi R}{N_s}} \quad (3.36)$$

A expressão para a variação da permeância produzida pelas ranhuras do rotor é função de θ e é descrita por (3.37). Nesta expressão, n_{rr} é a ordem da harmônica da permeância e d_2 , dada pela equação (3.38), é a razão da largura do topo do dente do rotor pelo passo de ranhura do rotor. A expressão (3.37), foi descrita em função de θ , pois para obter a indução total é preciso somar as induções produzidas pelo estator e pelo rotor e as

induções só podem ser somadas se estiverem no mesmo sistema de coordenadas. Para obter (3.37) em função de θ_r a expressão (3.14) deve ser utilizada.

$$\Lambda_r(\theta) = \sum_{n_{rr}=1}^{\infty} \frac{4}{\pi} \cdot \widehat{\Lambda}_r \cdot \frac{\text{sen}(n_{rr}\pi d_2)}{n_{rr}} \cdot \cos \left[n_{rr} \cdot \frac{N_r}{p} \cdot (1-s) \cdot w \cdot t - n_{rr} \cdot \frac{N_r}{p} \cdot \theta + \theta_o \cdot n_{rr} \right] \quad (3.37)$$

$$d_2 = \frac{\frac{2\pi R}{N_r} - b_{or}}{\frac{2\pi R}{N_r}} \quad (3.38)$$

A indução resultante no entreferro, $B'_\delta(\theta)$, é obtida multiplicando Λ_δ pela força magnetomotriz gerada pelos enrolamentos do rotor e do estator, \mathcal{F}_{mm} .

$$B'_\delta(\theta) = \mathcal{F}_{mm} \cdot [\Lambda_o + \Lambda_s(\theta) + \Lambda_r(\theta)] \quad (3.39)$$

O primeiro termo da expressão (3.39), $\mathcal{F}_{mm} \cdot \Lambda_o$, corresponde à indução $B_\delta(\theta, t)$ que é obtida somando $B_s(\theta, t)$ e $B_r(\theta_r, t)$ dadas, respectivamente, pelas expressões (3.12) e (3.32). O valor médio da permeância específica, definida aqui como a permeância por unidade de área e denotado como Λ_o , é calculada com base no entreferro equivalente, conforme segue.

$$\Lambda_o = \frac{\mu_o}{2\delta_{eq}} \quad (3.40)$$

Como a expressão para obter $B_\delta(\theta, t)$ é conhecida, é interessante reescrever (3.39) em função de $B_\delta(\theta, t)$ no lugar de \mathcal{F}_{mm} . Multiplicando e dividindo (3.39) por Λ_o e rearranjando os termos é obtida a expressão (3.41) que relaciona a distribuição da indução no entreferro com o efeito das ranhuras, $B'_\delta(\theta, t)$, e a indução no entreferro sem o efeito das ranhuras, $B_\delta(\theta, t)$.

$$B'_\delta(\theta, t) = B_\delta(\theta, t) \cdot \left[1 + \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o} + \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o} \right] \quad (3.41)$$

Substituindo (3.35) e (3.37) em (3.41) é obtida a expressão (3.42), a qual representa a distribuição da indução resultante no entreferro com o efeito da variação da permeância criada pelo rotor e pelo estator. Contudo, para utilizar (3.42) é necessário determinar as razões $\frac{\widehat{\Lambda}_s}{\Lambda_o}$ e $\frac{\widehat{\Lambda}_r}{\Lambda_o}$. Deve ser observado também que as permeâncias específicas $\Lambda_s(\theta)$ e $\Lambda_r(\theta)$ produzem afundamentos na onda de indução do entreferro, conforme mostrado na Figura 26. Desta forma, para determinar a amplitude de $\Lambda_s(\theta)$ e de $\Lambda_r(\theta)$ é necessário determinar qual a amplitude do afundamento na onda de indução do entreferro, ΔB_δ .

$$B'_\delta(\theta, t) = B_\delta(\theta, t) \cdot \left[1 + \sum_{n_{rs}=1}^{\infty} \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\widehat{\Lambda}_s}{\Lambda_o} \cdot \frac{\text{sen}(n_{rs}\pi d_1)}{n_{rs}} \cdot \cos \left(\frac{n_{rs} \cdot N_s}{p} \theta \right) + \sum_{n_{rr}=1}^{\infty} \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\widehat{\Lambda}_r}{\Lambda_o} \cdot \frac{\text{sen}(n_{rr}\pi d_2)}{n_{rr}} \cdot \cos \left(n_{rr} \cdot \frac{N_r}{p} \cdot (1-s) \cdot w \cdot t - n_{rr} \cdot \frac{N_r}{p} \cdot \theta + \theta_o \cdot n_{rr} \right) \right] \quad (3.42)$$

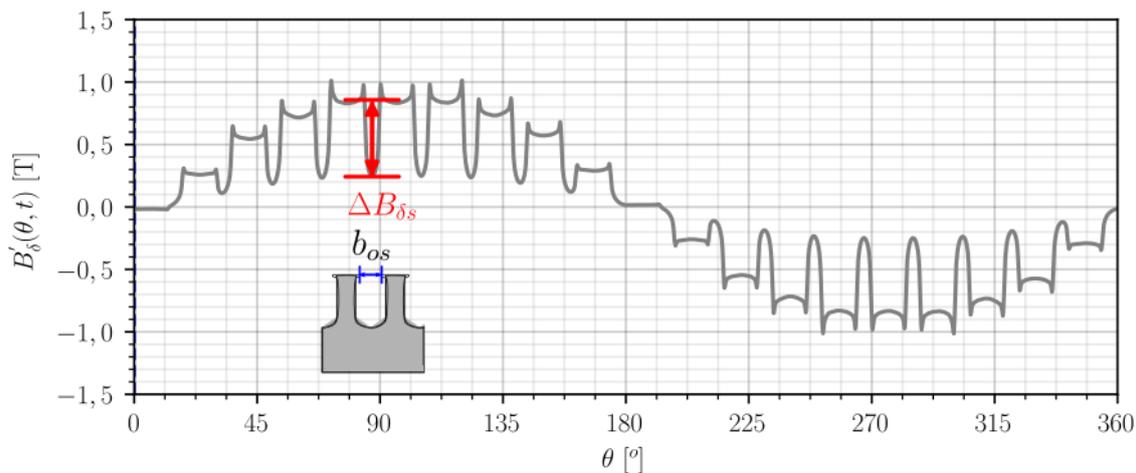
De acordo com (PYRHONEN TAPANI JOKINEN, 2013), o afundamento na curva da indução, gerado pela variação da permeância, é dado pela expressão (3.43), sendo $\beta(b_o)$ dado pela expressão (3.44) e o termo u que aparece em (3.44) é dado por (3.45). Quando a máquina possui ranhuras no rotor e no estator, existem duas variações ΔB_δ , uma para o estator, ΔB_{δ_s} , e uma para o rotor, ΔB_{δ_r} . A Figura 26 ilustra o caso em que apenas o estator possui ranhuras. Para obter ΔB_{δ_s} , utilizando a expressão (3.43), o valor de b_o deve ser igual ao valor da abertura da ranhura do estator, b_{os} , e o fator de Carter, k_c , deve ser igual ao fator de Carter do estator, k_{cs} . De forma similar, para obter o valor de ΔB_{δ_r} , b_o deve ser igual a b_{or} e k_c deve ser o igual ao fator de Carter do rotor, k_{cr} .

$$\Delta B_\delta = 2\beta(b_o) \cdot k_c \cdot B_\delta \quad (3.43)$$

$$\beta(b_o) = \frac{1 + u^2 - 2u}{2(1 + u^2)} \quad (3.44)$$

$$u = \frac{b_o}{2\delta} + \sqrt{1 + \left(\frac{b_o}{2\delta}\right)^2} \quad (3.45)$$

Figura 26 – Afundamento na indução, ΔB_δ , provocado pelas ranhuras do estator.



Fonte: elaborado pelo autor.

Como $B_\delta \cdot \frac{\hat{\Lambda}_s}{\Lambda_o}$ é igual a um somatório de senos, o afundamento ΔB_{δ_s} é igual ao dobro da amplitude do termo $B_\delta \cdot \frac{\hat{\Lambda}_s}{\Lambda_o}$ que aparece na expressão (3.41). O valor pico a pico da componente fundamental de $B_\delta \cdot \frac{\hat{\Lambda}_s}{\Lambda_o}$ é aproximadamente igual a ΔB_{δ_s} . Por outro lado, valor de ΔB_{δ_r} é igual ao dobro do termo $B_\delta \cdot \frac{\hat{\Lambda}_r}{\Lambda_o}$. Consequentemente, $\frac{\hat{\Lambda}_s}{\Lambda_o}$ pode ser calculado utilizando (3.46) e $\frac{\hat{\Lambda}_r}{\Lambda_o}$ pode ser calculado utilizando (3.47).

$$\frac{\hat{\Lambda}_s}{\Lambda_o} = \beta(b_{os}) \cdot k_{cs}(n_{rs}) \quad (3.46)$$

$$\frac{\hat{\Lambda}_r}{\Lambda_o} = \beta(b_{or}) \cdot k_{cr}(n_{rr}) \quad (3.47)$$

Substituindo (3.46), (3.47), (3.32) e (3.12) em (3.42) é obtida a expressão (3.48). Esta expressão fornece a distribuição da indução no entreferro da máquina e contém todas as harmônicas produzidas pela variação da permeância e pelos enrolamentos do rotor e do estator.

$$B'_\delta(\theta, t) = B_\delta(\theta, t) + B_{\delta_s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o} + B_{\delta_s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o} + B_{\delta_r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o} + B_{\delta_r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o} \quad (3.48)$$

O termo $B_\delta(\theta, t)$ fornece as harmônicas criadas pelos enrolamentos do rotor e do estator quando o efeito das ranhuras é desprezado; o termo $B_{\delta_s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o}$ fornece as harmônicas criadas pelos enrolamentos do estator e pela variação da permeância criada pelas ranhuras do estator; o termo $B_{\delta_s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o}$ fornece as harmônicas criadas pelos enrolamentos do estator e pela variação da permeância devido às ranhuras do rotor; o termo $B_{\delta_r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o}$ fornece as harmônicas criadas pelos enrolamentos do rotor e pela variação da permeância do estator; finalmente, $B_{\delta_r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o}$ fornece as harmônicas da indução produzidas pelos enrolamentos do rotor e pela variação da permeância devido às ranhuras do rotor.

Para ilustrar a influência de cada um dos termos da distribuição da indução no entreferro, $B'_\delta(\theta, t)$, dada pela expressão (3.48), nas figuras 27 a 30 são mostradas as distribuições da indução no entreferro produzidas por cada um dos termos em um dado instante de tempo ($t=t_1$) quando da máquina de 4,5 kW opera sem falha e com um terço do torque nominal.

Nas figuras 27(a), 27(b) e 27(c) são mostradas, respectivamente, a indução produzida pelo estator, a indução produzida pelo rotor e a indução resultante quando não são considerados os efeitos da variação da permeância.

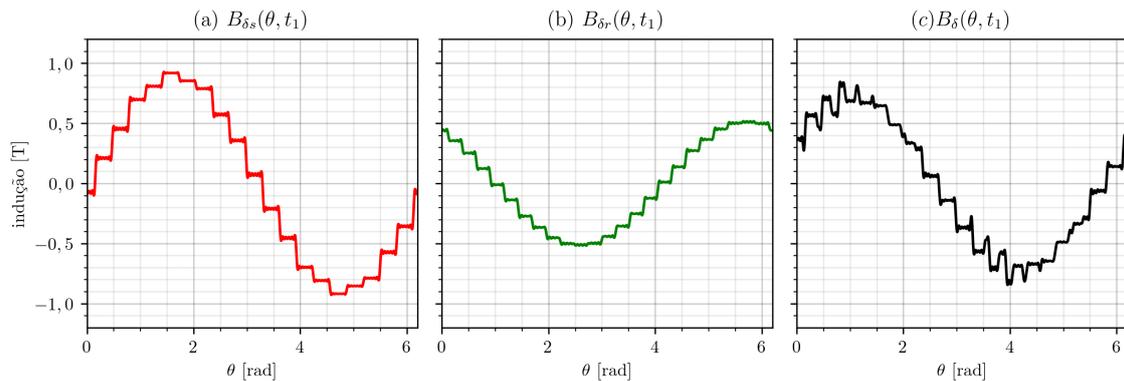
Nas figuras 28(a), 28(b) e 28(c) são mostradas, respectivamente, a indução produzida pelos enrolamentos e pela permeância do estator, a indução produzida pelos enrolamentos do estator e pela permeância do rotor e a indução total produzida pelo estator considerando os efeitos da variação da permeância.

Nas figuras 29(a), 29(b) e 29(c) são mostradas, respectivamente, a indução produzida pelos enrolamentos do rotor e pela permeância do estator, a indução produzida pelos enrolamentos e pela permeância do rotor e a indução total produzida pelo rotor considerando os efeitos da variação da permeância.

Nas figuras 30(a), 30(b) e 30(c) são mostradas, respectivamente, a indução total produzida pelo estator, a indução total produzida pelo rotor e a indução resultante no entreferro considerando os efeitos da variação da permeância. Na Figura 30(c), também é mostrada a indução obtida com elementos finitos para fins de comparação. Embora, a Figura 30(c) mostre uma boa concordância entre resultados analíticos e numéricos, uma validação e avaliação mais detalhada dos resultados obtidos com o modelo proposto será apresentada

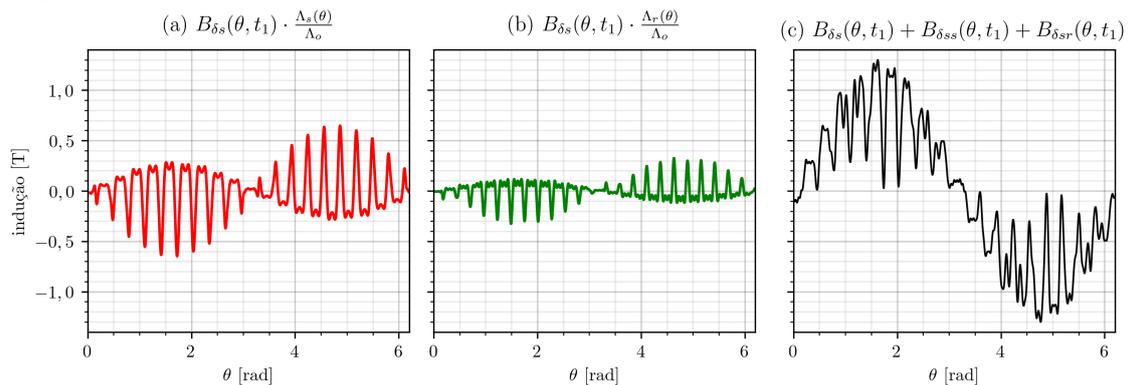
no capítulo 5.

Figura 27 – Indução produzida pelo estator, $B_s(\theta, t)$, indução produzida pelo rotor, $B_r(\theta, t)$, e a indução resultante, $B_\delta(\theta, t)$ quando não são considerados as harmônicas de permeância, para o instante de tempo $t=t_1$.



Fonte: elaborado pelo autor.

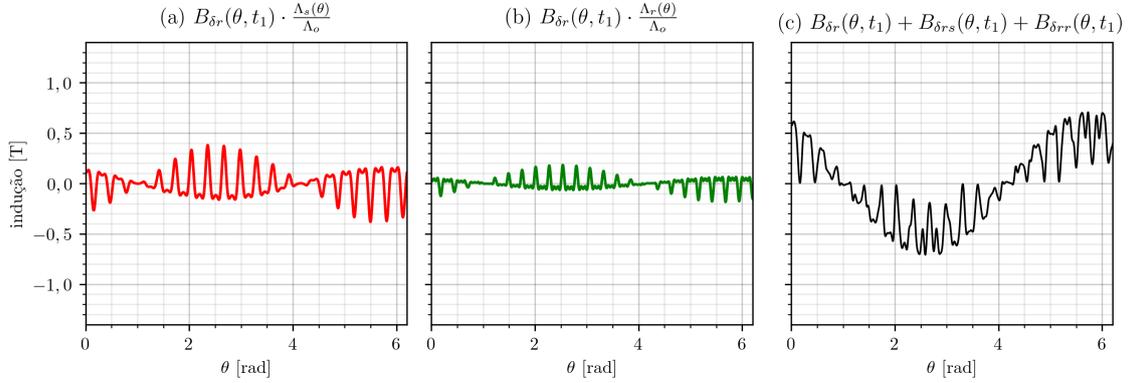
Figura 28 – (a) Indução produzida pelos enrolamentos e ranhuras do estator. (b) Indução produzida pelos enrolamentos do estator e pelas ranhuras do rotor. (c) Indução total produzida pelo estator com efeito das permeâncias de ranhura, para o instante de tempo $t=t_1$.



Fonte: elaborado pelo autor.

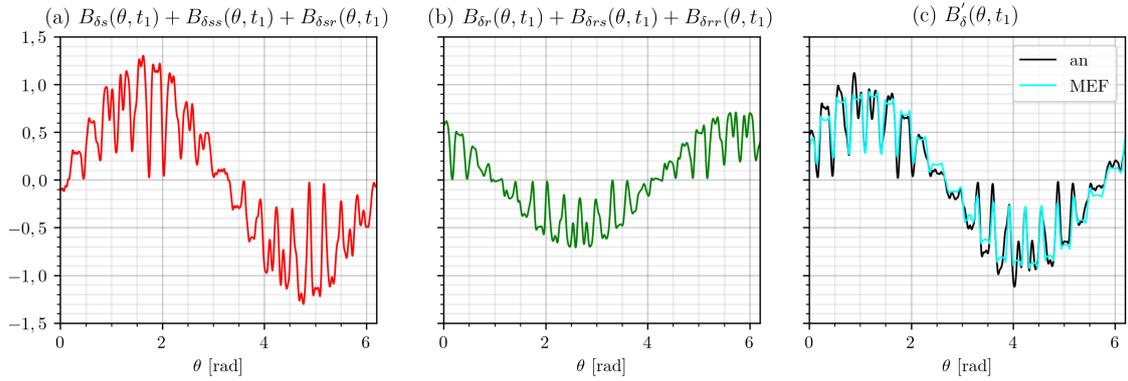
Cada um dos termos da expressão (3.48) é composto por um número infinito de termos. Os termos $B_{\delta_s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o}$, $B_{\delta_r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o}$, $B_{\delta_s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o}$ e $B_{\delta_r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o}$ são dados, respectivamente, por (3.49), (3.50), (3.51) e (3.52). Para simplificar estas expressões foram definidas as variáveis auxiliares \mathcal{A} , \mathcal{U} e \mathcal{W} apresentadas nas Tabelas 7 e 8.

Figura 29 – (a) Indução produzida pelos enrolamentos do rotor e pelas ranhuras do estator. (b) Indução produzida pelos enrolamentos e ranhuras do rotor. (c) Indução total produzida pelo rotor com efeito das permeâncias de ranhura, para o instante de tempo $t=t_1$.



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 30 – (a) Indução produzida pelo estator com efeito das ranhuras. (b) Indução produzida pelo rotor com efeito das ranhuras. (c) Indução resultante no entreferro com efeito das ranhuras, para o instante de tempo $t=t_1$, usando o modelo analítico e elementos finitos (MEF).



Fonte: elaborado pelo autor

$$\begin{aligned}
 B_{\delta_s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o} = & \sum_{n_{rs}=1}^{\infty} \left\{ \right. \\
 & \sum_{n=\ell m-x}^{\infty} \frac{\mathcal{A}_1(n, n_{rs}) \cdot |\bar{I}_x|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_1 t + \angle \bar{I}_x + \mathcal{U}_1 \cdot \theta \right] + \\
 & \sum_{n=\ell m-x}^{\infty} \frac{\mathcal{A}_1(n, n_{rs}) \cdot |\bar{I}_x|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_2 t + \angle \bar{I}_x + \mathcal{U}_2 \cdot \theta \right] + \\
 & \sum_{n=\ell m+x}^{\infty} -\frac{\mathcal{A}_1(n, n_{rs}) \cdot |\bar{I}_x|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_3 t + \angle \bar{I}_x + \mathcal{U}_3 \cdot \theta \right] + \\
 & \left. \sum_{n=\ell m+x}^{\infty} -\frac{\mathcal{A}_1(n, n_{rs}) \cdot |\bar{I}_x|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_4 t + \angle \bar{I}_x + \mathcal{U}_4 \cdot \theta \right] \right\} \quad (3.49)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{\delta r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o} = & \sum_{n_{rs}=1}^{\infty} \sum_{\ell=0}^{\infty} \left\{ \right. \\
& \frac{\mathcal{A}_2(n_r, n_{rs}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br'}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_5 t + \sqrt{\bar{I}_{x,n}^{br'}} + \mathcal{U}_5 \cdot \theta + n_r \theta_0 \right]_{n_r=(\ell N+n) \cdot \frac{\tau}{p}}^{n=\ell m-x} + \\
& \frac{\mathcal{A}_2(n_r, n_{rs}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br'}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_6 t + \sqrt{\bar{I}_{x,n}^{br'}} + \mathcal{U}_6 \cdot \theta + n_r \theta_0 \right]_{n_r=(\ell N+n) \cdot \frac{\tau}{p}}^{n=\ell m-x} + \\
& - \frac{\mathcal{A}_2(n_r, n_{rs}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br'}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_7 t + \sqrt{\bar{I}_{x,n}^{br'}} + \mathcal{U}_7 \cdot \theta - n_r \theta_0 \right]_{n_r=(\ell N-n) \cdot \frac{\tau}{p}}^{n=\ell m-x} + \\
& - \frac{\mathcal{A}_2(n_r, n_{rs}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br'}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_8 t + \sqrt{\bar{I}_{x,n}^{br'}} + \mathcal{U}_8 \cdot \theta - n_r \theta_0 \right]_{n_r=(\ell N-n) \cdot \frac{\tau}{p}}^{n=\ell m-x} + \\
& \frac{\mathcal{A}_2(n_r, n_{rs}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br''}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_9 t + \sqrt{\bar{I}_{x,n}^{br''}} + \mathcal{U}_9 \cdot \theta + n_r \theta_0 \right]_{n_r=(\ell N-n) \cdot \frac{\tau}{p}}^{n=\ell m+x} + \\
& \frac{\mathcal{A}_2(n_r, n_{rs}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br''}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_{10} t + \sqrt{\bar{I}_{x,n}^{br''}} + \mathcal{U}_{10} \cdot \theta + n_r \theta_0 \right]_{n_r=(\ell N-n) \cdot \frac{\tau}{p}}^{n=\ell m+x} + \\
& - \frac{\mathcal{A}_2(n_r, n_{rs}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br''}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_{11} t + \sqrt{\bar{I}_{x,n}^{br''}} + \mathcal{U}_{11} \cdot \theta - n_r \theta_0 \right]_{n_r=(\ell N+n) \cdot \frac{\tau}{p}}^{n=\ell m+x} + \\
& - \frac{\mathcal{A}_2(n_r, n_{rs}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br''}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_{12} t + \sqrt{\bar{I}_{x,n}^{br''}} + \mathcal{U}_{12} \cdot \theta - n_r \theta_0 \right]_{n_r=(\ell N+n) \cdot \frac{\tau}{p}}^{n=\ell m+x} \left. \right\} \quad (3.50)
\end{aligned}$$

Tabela 7 – Definições das variáveis auxiliares \mathcal{A} .

$\mathcal{A}_1(n, n_{rs})$	$\frac{4 \cdot \beta(b_{os}) \cdot k_{cs} \cdot \text{sen}(n_{rs} \pi d_1) \cdot \mu_o \cdot q \cdot N_c \cdot W_{bs} \cdot m \cdot k_w(n)}{\pi^2 \cdot n_{rs} \cdot \delta_{eq} \cdot n \cdot G_p}$
$\mathcal{A}_2(n_r, n_{rs})$	$\frac{4 \cdot \beta(b_{os}) \cdot k_{cs} \cdot \text{sen}(n_{rs} \cdot \pi \cdot d_1) \cdot \mu_o \cdot N}{\pi^2 \cdot n_{rs} \cdot \delta_{eq} \cdot \sqrt{2} \cdot n_r}$
$\mathcal{A}_3(n, n_{rr})$	$\frac{4 \cdot \beta(b_{or}) \cdot k_{cr} \cdot \text{sen}(n_{rr} \cdot \pi \cdot d_2) \cdot \mu_o \cdot q \cdot N_c \cdot W_{bs} \cdot m \cdot k_w(n)}{\pi^2 \cdot n_{rr} \cdot \delta_{eq} \cdot n \cdot G_p}$
$\mathcal{A}_4(n_r, n_{rr})$	$\frac{4 \cdot \beta(b_{or}) \cdot k_{cr} \cdot \text{sen}(n_{rr} \cdot \pi \cdot d_2) \cdot \mu_o \cdot N}{\pi^2 \cdot n_{rr} \cdot \delta_{eq} \cdot \sqrt{2} \cdot n_r}$

Tabela 8 – Definições das variáveis auxiliares \mathcal{U} e \mathcal{W} .

\mathcal{W}_1	w	\mathcal{U}_1	$n + n_{rs} \frac{N_s}{p}$
\mathcal{W}_2	w	\mathcal{U}_2	$n - n_{rs} \frac{N_s}{p}$
\mathcal{W}_3	w	\mathcal{U}_3	$-\mathcal{U}_2$
\mathcal{W}_4	w	\mathcal{U}_4	$-\mathcal{U}_1$
\mathcal{W}_5	$\left[1 + (n - n_r)(1 - s)\right] w$	\mathcal{U}_5	$\left(n_r + \frac{n_{rs} \cdot N_s}{p}\right)$
\mathcal{W}_6	\mathcal{W}_5	\mathcal{U}_6	$\left(n_r - \frac{n_{rs} \cdot N_s}{p}\right)$
\mathcal{W}_7	$\left[1 + (n + n_r)(1 - s)\right] w$	\mathcal{U}_7	$-\mathcal{U}_6$
\mathcal{W}_8	\mathcal{W}_7	\mathcal{U}_8	$-\mathcal{U}_5$
\mathcal{W}_9	$\left[1 - (n + n_r)(1 - s)\right] w$	\mathcal{U}_9	\mathcal{U}_5
\mathcal{W}_{10}	\mathcal{W}_9	\mathcal{U}_{10}	\mathcal{U}_6
\mathcal{W}_{11}	$\left[1 - (n - n_r)(1 - s)\right] w$	\mathcal{U}_{11}	$-\mathcal{U}_5$
\mathcal{W}_{12}	\mathcal{W}_{11}	\mathcal{U}_{12}	$-\mathcal{U}_6$
\mathcal{W}_{13}	$\left[1 + n_{rr} \frac{N_r}{p} (1 - s)\right] \omega$	\mathcal{U}_{13}	$\left[n - n_{rr} \cdot \frac{N_r}{p}\right]$
\mathcal{W}_{14}	$\left[1 - n_{rr} \frac{N_r}{p} (1 - s)\right] w$	\mathcal{U}_{14}	$\left[n + n_{rr} \cdot \frac{N_r}{p}\right]$
\mathcal{W}_{15}	\mathcal{W}_{13}	\mathcal{U}_{15}	$-\mathcal{U}_{14}$
\mathcal{W}_{16}	\mathcal{W}_{14}	\mathcal{U}_{16}	$-\mathcal{U}_{13}$
\mathcal{W}_{17}	$\left[1 + \left(n - n_r - n_{rr} \frac{N_r}{p}\right) (1 - s)\right] w$	\mathcal{U}_{17}	$\left[n_r + n_{rr} \frac{N_r}{p}\right]$
\mathcal{W}_{18}	$\left[1 + \left(n - n_r + n_{rr} \frac{N_r}{p}\right) (1 - s)\right] w$	\mathcal{U}_{18}	$\left[n_r - n_{rr} \frac{N_r}{p}\right]$
\mathcal{W}_{19}	$\left[1 + \left(n + n_r + n_{rr} \frac{N_r}{p}\right) (1 - s)\right] w$	\mathcal{U}_{19}	$-\mathcal{U}_{17}$
\mathcal{W}_{20}	$\left[1 + \left(n + n_r - n_{rr} \frac{N_r}{p}\right) (1 - s)\right] w$	\mathcal{U}_{20}	$-\mathcal{U}_{18}$
\mathcal{W}_{21}	$\left[1 - \left(n + n_r - n_{rr} \frac{N_r}{p}\right) (1 - s)\right] w$	\mathcal{U}_{21}	\mathcal{U}_{18}
\mathcal{W}_{22}	$\left[1 - \left(n + n_r + n_{rr} \frac{N_r}{p}\right) (1 - s)\right] w$	\mathcal{U}_{22}	\mathcal{U}_{17}
\mathcal{W}_{23}	$\left[1 - \left(n - n_r - n_{rr} \frac{N_r}{p}\right) (1 - s)\right] w$	\mathcal{U}_{23}	$-\mathcal{U}_{17}$
\mathcal{W}_{24}	$\left[1 - \left(n - n_r + n_{rr} \frac{N_r}{p}\right) (1 - s)\right] w$	\mathcal{U}_{24}	$-\mathcal{U}_{18}$

$$\begin{aligned}
B_{\delta_s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n_{rr}=1}^{\infty} \left\{ \right. \\
\frac{\mathcal{A}_3(n, n_{rr}) \cdot |\bar{I}_x|}{2} \cdot \text{sen} [\mathcal{W}_{13}t + \underline{\bar{I}}_x + \mathcal{U}_{13}\theta + \theta_o \cdot n_{rr}]_{n=\ell m-x} + \\
\frac{\mathcal{A}_3(n, n_{rr}) \cdot |\bar{I}_x|}{2} \cdot \text{sen} [\mathcal{W}_{14}t + \underline{\bar{I}}_x + \mathcal{U}_{14}\theta - \theta_o \cdot n_{rr}]_{n=\ell m-x} + \\
- \frac{\mathcal{A}_3(n, n_{rr}) \cdot |\bar{I}_x|}{2} \cdot \text{sen} [\mathcal{W}_{15}t + \underline{\bar{I}}_x + \mathcal{U}_{15}\theta + \theta_o \cdot n_{rr}]_{n=\ell m+x} + \\
\left. - \frac{\mathcal{A}_3(n, n_{rr}) \cdot |\bar{I}_x|}{2} \cdot \text{sen} [\mathcal{W}_{16}t + \underline{\bar{I}}_x + \mathcal{U}_{16}\theta - \theta_o \cdot n_{rr}]_{n=\ell m+x} \right\} \quad (3.51)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{\delta_r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o} = \sum_{n_{rr}=1}^{\infty} \sum_{n=\ell_1}^{\infty} \sum_{\ell_2=0}^{\infty} \left\{ \right. \\
\frac{\mathcal{A}_4(n_r, n_{rr}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br'}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_{17}t + \mathcal{U}_{17}\theta + (n_r + n_{rr}) \theta_o + \underline{\bar{I}}_{x,n}^{br'} \right]_{n_r=\ell_2 \cdot N+n}^{n=\ell_1 \cdot m-x} + \\
\frac{\mathcal{A}_4(n_r, n_{rr}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br'}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_{18}t + \mathcal{U}_{18}\theta + (n_r - n_{rr}) \theta_o + \underline{\bar{I}}_{x,n}^{br'} \right]_{n_r=\ell_2 \cdot N+n}^{n=\ell_1 \cdot m-x} - \\
\frac{\mathcal{A}_4(n_r, n_{rr}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br'}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_{19}t + \mathcal{U}_{19}\theta - (n_r - n_{rr}) \theta_o + \underline{\bar{I}}_{x,n}^{br'} \right]_{n_r=\ell_2 \cdot N-n}^{n=\ell_1 \cdot m-x} - \\
\frac{\mathcal{A}_4(n_r, n_{rr}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br'}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_{20}t + \mathcal{U}_{20}\theta - (n_r + n_{rr}) \theta_o + \underline{\bar{I}}_{x,n}^{br'} \right]_{n_r=\ell_2 \cdot N-n}^{n=\ell_1 \cdot m-x} + \\
\frac{\mathcal{A}_4(n_r, n_{rr}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br''}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_{21}t + \mathcal{U}_{21}\theta + (n_r + n_{rr}) \theta_o + \underline{\bar{I}}_{x,n}^{br''} \right]_{n_r=\ell_2 \cdot N-n}^{n=\ell_1 \cdot m+x} + \\
\frac{\mathcal{A}_4(n_r, n_{rr}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br''}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_{22}t + \mathcal{U}_{22}\theta + (n_r - n_{rr}) \theta_o + \underline{\bar{I}}_{x,n}^{br''} \right]_{n_r=\ell_2 \cdot N-n}^{n=\ell_1 \cdot m+x} - \\
\frac{\mathcal{A}_4(n_r, n_{rr}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br''}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_{23}t + \mathcal{U}_{23}\theta - (n_r - n_{rr}) \theta_o + \underline{\bar{I}}_{x,n}^{br''} \right]_{n_r=\ell_2 \cdot N+n}^{n=\ell_1 \cdot m+x} - \\
\left. \frac{\mathcal{A}_4(n_r, n_{rr}) \cdot |\bar{I}_{x,n}^{br''}|}{2} \cdot \text{sen} \left[\mathcal{W}_{24}t + \mathcal{U}_{24}\theta - (n_r + n_{rr}) \theta_o + \underline{\bar{I}}_{x,n}^{br''} \right]_{n_r=\ell_2 \cdot N+n}^{n=\ell_1 \cdot m+x} \right\} \quad (3.52)
\end{aligned}$$

3.4 INDUÇÕES NOS DENTES E COROAS

A partir do conhecimento da indução no entreferro é possível estimar as induções nos dentes e coroas do rotor e do estator, as quais são importantes para o dimensionamento da máquina e a estimação das perdas magnéticas. Considerando que a distribuição da indução nos dentes praticamente não muda em todas as condições de operação, a indução média no dente pode ser usada como referência para fins de análise. O valor médio da indução em um dente é igual ao fluxo que atravessa o dente dividido pela seção do dente. Este fluxo é aproximadamente igual ao fluxo que atravessa o passo de ranhura que contém o dente e é dado pela expressão (3.53). Sendo α_o a posição do centro do dente em radianos

elétricos, α_{ds} o passo de ranhura do estator em radianos elétricos, R o raio médio de entreferro e ℓ_p o comprimento axial do rotor.

$$\phi_{ds}(t) = \int_{\alpha_o - \alpha_{ds}/2}^{\alpha_o + \alpha_{ds}/2} B'_\delta(\theta, t) \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{d\theta}{p} \quad (3.53)$$

A indução em um dente do rotor é obtida de forma semelhante, a única diferença é que os limites da integração se movem junto com o passo de ranhura do rotor. A expressão (3.54) fornece o fluxo que atravessa o dente do rotor que está na posição α_o em $t=0$. A variável α_{dr} é o passo de ranhura do rotor em radianos elétricos.

$$\phi_{dr}(t) = \int_{\alpha_o - \alpha_{dr}/2 + (1-s)wt}^{\alpha_o + \alpha_{dr}/2 + (1-s)wt} B'_\delta(\theta, t) \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{d\theta}{p} \quad (3.54)$$

O fluxo que atravessa a coroa do rotor ou a coroa do estator é aproximadamente igual a metade do fluxo que atravessa um passo polar. As expressões (3.56) e (3.55) fornecem, respectivamente, o fluxo na coroa do rotor e o fluxo na coroa do estator, sendo α_p o passo polar em radianos elétricos.

$$\phi_{cs}(t) = \frac{1}{2} \int_{\alpha_o - \alpha_p/2}^{\alpha_o + \alpha_p/2} B'_\delta(\theta, t) \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{d\theta}{p} \quad (3.55)$$

$$\phi_{cr}(t) = \frac{1}{2} \int_{\alpha_o - \alpha_p/2 + (1-s)wt}^{\alpha_o + \alpha_p/2 + (1-s)wt} B'_\delta(\theta, t) \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{d\theta}{p} \quad (3.56)$$

Deve ser observado que todos os termos da expressão (3.48), que fornecem a indução $B'_\delta(\theta, t)$, tem a mesma forma básica da função $f(\theta, t)$ apresentada abaixo.

$$f(\theta, t) = \mathcal{A} \cdot \text{sen}(\mathcal{W}t \pm \mathcal{U} \cdot \theta) \quad (3.57)$$

A integral de $f(\theta, t)$, quando os limites de integração são fixos, é dada pela expressão que segue.

$$\int_{\alpha_o - \alpha/2}^{\alpha_o + \alpha/2} f(\theta, t) \cdot d\theta = \frac{2}{\mathcal{U}} \cdot \text{sen}\left(\mathcal{U} \cdot \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \mathcal{A} \cdot \text{sen}(\mathcal{W}t \pm \mathcal{U} \cdot \alpha_o) \quad (3.58)$$

Quando os limites de integração variam no tempo, devido ao termo $(1-s)wt$, a integral de $f(\theta, t)$ é dada por (3.59). Nesta expressão a frequência da função é alterada pelo intervalo de integração variável e a velocidade angular muda de \mathcal{W} para $[\mathcal{W} \pm \mathcal{U} \cdot (1-s)w]$.

$$\int_{\alpha_o - \alpha/2 + (1-s)wt}^{\alpha_o + \alpha/2 + (1-s)wt} f(\theta, t) \cdot d\theta = \frac{2}{\mathcal{U}} \cdot \text{sen}\left(\mathcal{U} \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \mathcal{A} \cdot \text{sen}\left[\left(\mathcal{W} \pm \mathcal{U} \cdot (1-s)w\right)t \pm \mathcal{U} \cdot \alpha_o\right] \quad (3.59)$$

As expressões (3.58) e (3.59) permitem que os fluxos $\phi_{ds}(t)$, $\phi_{dr}(t)$, $\phi_{cs}(t)$ e $\phi_{cr}(t)$ sejam obtidos diretamente da expressão (3.48). Dividindo o fluxo que atravessa um dente pela seção do dente e o fluxo que atravessa a coroa pela seção da coroa são obtidas as induções respectivas. As seções dos dentes do estator, dos dentes do rotor, da coroa do

estator e da coroa do rotor são S_{ds} , S_{dr} , S_{cs} e S_{cr} , respectivamente. A indução em um dente do estator, $B_{ds}(t)$, em um dente do rotor, $B_{dr}(t)$, na coroa do estator, $B_{cs}(t)$, e na coroa do rotor, $B_{cr}(t)$, são dadas no que segue.

$$B_{ds}(t) = \frac{\phi_{ds}(t)}{S_{ds}} = \frac{1}{S_{ds}} \int_{\alpha_o - \alpha_{ds}/2}^{\alpha_o + \alpha_{ds}/2} B'_\delta(\theta, t) \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{d\theta}{p} \quad (3.60)$$

$$B_{dr}(t) = \frac{\phi_{dr}(t)}{S_{dr}} = \frac{1}{S_{dr}} \int_{\alpha_o - \alpha_{dr}/2 + (1-s)wt}^{\alpha_o + \alpha_{dr}/2 + (1-s)wt} B'_\delta(\theta, t) \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{d\theta}{p} \quad (3.61)$$

$$B_{cs}(t) = \frac{\phi_{cs}(t)}{S_{cs}} = \frac{1}{S_{cs}} \frac{1}{2} \int_{\alpha_o - \alpha_p/2}^{\alpha_o + \alpha_p/2} B'_{\delta,t}(\theta) \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{d\theta}{p} \quad (3.62)$$

$$B_{cr}(t) = \frac{\phi_{cr}(t)}{S_{cr}} = \frac{1}{S_{cr}} \frac{1}{2} \int_{\alpha_o - \alpha_p/2 + (1-s)wt}^{\alpha_o + \alpha_p/2 + (1-s)wt} B'_\delta(\theta, t) \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{d\theta}{p} \quad (3.63)$$

As expressões fechadas para as induções nos dentes e coroas são muito extensas e, por este motivo, não serão apresentadas aqui.

Neste capítulo foi apresentado um modelo para a distribuição da indução no entreferro o qual foi usado para estimar a indução nos dentes e coroas da máquina. No próximo capítulo, a análise das perdas magnéticas é feita utilizando as induções obtidas com o modelo apresentada neste capítulo.

4 ANÁLISE DE PERDAS DURANTE A OPERAÇÃO COM FALHA

Máquinas de indução com mais de 3 fases podem operar e partir mesmo após a perda de uma ou mais fases. As máquinas pentafásicas podem partir mesmo após a perda de 2 fases do estator; entretanto, após a falha, as correntes nas fases restantes ficam desequilibradas e o torque produzido passa a ter uma componente pulsante. O uso de estratégias de controle possibilita diminuir a pulsação no torque e o desequilíbrio das correntes nas fases restantes. Para que o torque produzido pela máquina seja próximo ao torque produzido durante a operação normal, as correntes devem ser ajustadas para que o campo girante após a ocorrência da falha seja similar ao campo girante produzido antes da ocorrência da falha. Essas correntes impostas pelas estratégias de controle durante a falha são maiores que as correntes impostas durante a operação sem falha e, conseqüentemente, as perdas joule no estator e no rotor aumentam. Por outro lado, as perdas joule no rotor dependem das características do rotor e do estator. Em uma situação ideal na qual o campo girante produzido pelo estator após a falha é idêntico ao campo girante produzido antes da falha, as perdas joule no rotor permanecem inalteradas (TANI; MENGONI; ZARRI; SERRA; CASADEI, 2012). Na prática, durante a operação sob falha, o estator produz diversos harmônicos no entreferro e muitos destes harmônicos geram campos girantes com velocidade e sentido de giro diferentes do campo girante produzido pela onda fundamental da indução. Estes campos girantes induzem correntes no rotor que aumentam as perdas joule e podem alterar as perdas magnéticas, entretanto, esta possibilidade ainda não foi abordada em nenhum estudo. Na maioria dos artigos, ao se avaliar o desempenho de uma estratégia de controle para a máquina operando sob falha, são avaliadas apenas as perdas joule no estator e a redução da pulsação no torque. Como os modelos utilizados na síntese das estratégias de controle não consideram as harmônicas da indução com ordem superior a 3, a variação nas perdas joule do rotor ocorre apenas devido a variação da amplitude da onda fundamental da indução e da terceira harmônica da onda de indução no entreferro. As harmônicas da indução de ordem maior que 3 aumentam as perdas joule no rotor o que leva a um aumento na temperatura e a redução da capacidade de carga da máquina.

Neste capítulo são apresentados os tipos de perdas produzidas pela máquina de in-

dução. A partir da adequação de modelos analíticos conhecidos de perdas magnéticas, são avaliadas as perdas magnéticas utilizando as induções obtidas com o modelo apresentado no Capítulo 3. Finalmente, os valores de perdas obtidos com o modelo analítico são comparados com os valores de perdas obtidos com o método de elementos finitos.

4.1 TIPOS DE PERDAS

A fim de melhor entender a análise que segue, será inicialmente apresentada uma classificação das perdas, a qual segue a abordagem seguida por (BOLDEA; NASAR, 2010). As perdas determinam a eficiência da máquina na conversão eletromecânica de energia e são utilizadas no dimensionamento do sistema de refrigeração. Considerando que a máquina poderá operar sob falha, o sistema de refrigeração deve ser capaz de extrair o excesso de calor gerado e manter a máquina operando com temperatura abaixo do valor máximo nominal. Caso contrário, a capacidade de carga diminuirá, pois é a temperatura de operação que determina a capacidade de carga da máquina.

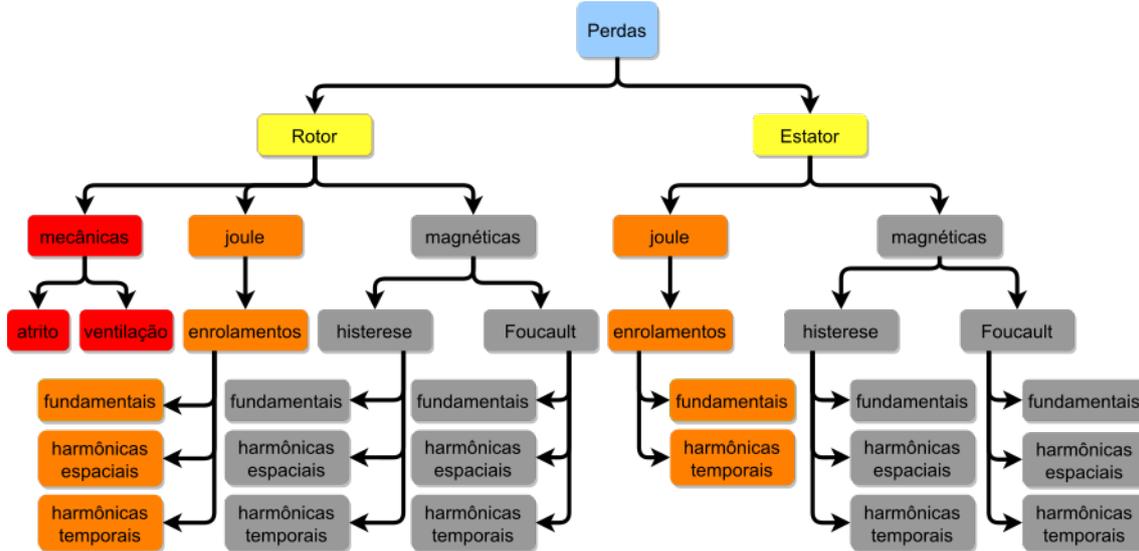
Segundo (BOLDEA; NASAR, 2010) as perdas podem ser classificadas de acordo com a origem e o local onde são geradas, conforme segue.

- Perdas mecânicas - rotor;
- Perdas fundamentais;
 - perdas joule nos enrolamentos - rotor e estator;
 - perdas no ferro - rotor e estator;
- Perdas devido às harmônicas espaciais;
 - perdas joule nos enrolamentos - rotor;
 - perdas no ferro - rotor e estator;
- Perdas devido às harmônicas temporais;
 - perdas joule nos enrolamentos - rotor;
 - perdas no ferro - rotor e estator.

O diagrama da Figura 4.1 ilustra a divisão das perdas de acordo com a localização e a origem.

As perdas mecânicas são geradas pelo atrito do ar com o rotor, pelo sistema de ventilação da máquina e pelo atrito nos mancais. As outras perdas são geradas por dois fenômenos eletromagnéticos distintos: perdas ôhmicas e perdas por histerese. As perdas ôhmicas são produzidas pelas correntes que circulam pelos enrolamentos do rotor e do estator e também pelas correntes induzidas nas chapas do núcleo ferromagnético. Já as

Figura 31 – Diagrama de perdas



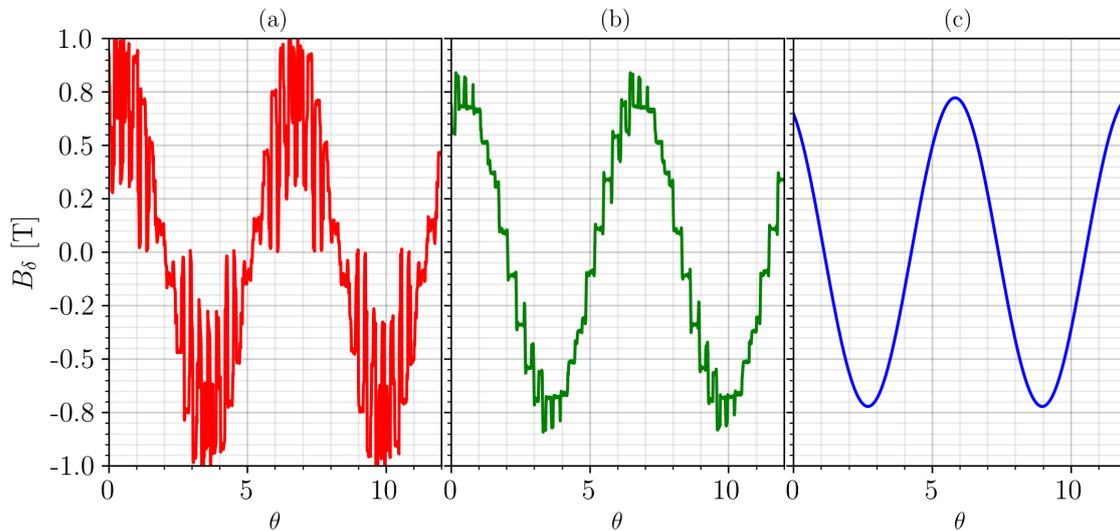
Fonte: Adaptado de (BOLDEA; NASAR, 2010).

perdas por histerese são perdas magnéticas geradas pelo constante realinhamento magnético dos dipolos magnéticos do material ferromagnético do núcleo.

As perdas joule são denominadas de fundamentais quando são geradas pela componente fundamental de cada corrente do rotor e do estator. Já as perdas magnéticas são denominadas fundamentais quando são geradas pela onda fundamental da indução no entreferro. As perdas harmônicas são divididas em perdas espaciais e temporais. As perdas devido aos harmônicos espaciais são geradas pelas harmônicas da indução e pelas correntes induzidas no rotor por estas harmônicas. Já as perdas devido aos harmônicos temporais são produzidas pela máquina quando ela é alimentada por correntes não-senoidais (inversor de frequência). Todas as perdas geradas por harmônicas são denominadas perdas suplementares.

Para ilustrar a diferença entre as perdas magnéticas fundamentais e as perdas harmônicas, na Figura 32 são mostradas 3 curvas de indução no entreferro na direção radial. A primeira curva, Figura 32a, é a indução resultante no entreferro; a segunda curva, Figura 32b, é a indução no entreferro sem as harmônicas geradas pela variação da permeância; e a terceira curva, Figura 32c, é a componente fundamental da indução no entreferro. Idealmente, a indução produzida pela máquina deveria ser similar a indução mostrada na Figura 32c, mas na prática a indução é mais próxima da indução mostrada nas figuras 32a e 32b. As perdas magnéticas fundamentais são produzidas pela onda fundamental da indução mostrada na Figura 32c e as perdas joule produzidas pelas correntes induzidas no rotor pela onda fundamental da indução são as perdas joule fundamentais. Já as perdas produzidas pelas harmônicas da indução e pelas correntes induzidas no rotor e no estator por estas harmônicas são denominadas perdas harmônicas. Na obtenção do modelo apresentado no Capítulo 2 foram consideradas as harmônicas da indução produ-

Figura 32 – Indução resultante no entreferro da máquina na direção radial (a). Indução resultante quando o entreferro é considerado constante, sem ranhuras (b). Componente fundamental da indução no entreferro (c).



Fonte: elaborado pelo autor.

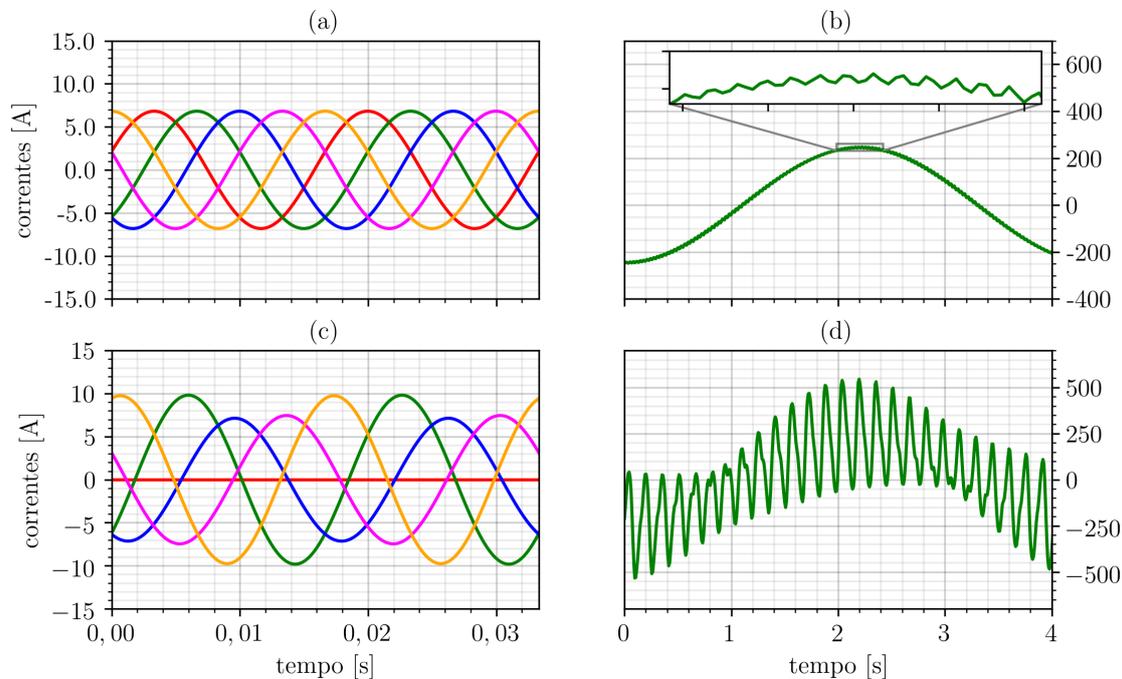
zidas pelos enrolamentos distribuídos do estator e do rotor, enquanto que os harmônicos produzidos pela variação da permeância foram desprezados. Consequentemente, para o modelo, a indução no entreferro é similar à indução mostrada na Figura 32b. Como as máquinas analisadas possuem rotor com barras inclinadas em uma ranhura, a variação da permeância praticamente não induz correntes nas fases do rotor e do estator. Portanto, as correntes obtidas com o modelo possibilitam a estimativa das perdas fundamentais e das perdas harmônicas produzidas pelas correntes de fase do rotor. Na Figura 33 são mostradas as correntes de fase do estator e a corrente em uma fase do rotor de uma máquina de indução pentafásica. Na primeira linha, a máquina opera sem falha e na segunda linha a máquina opera com uma fase desconectada. Os gráficos mostram claramente que mesmo quando as correntes no estator são puramente senoidais, figuras (a) e (c), as correntes no rotor possuem harmônicas induzidas pelas harmônicas da indução no entreferro, figuras (b) e (d).

A seguir será descrito um método que foi desenvolvido para calcular as perdas utilizando os modelos apresentados nos Capítulos 2 e 3. Também será descrito como estas perdas foram medidas ou estimadas utilizando os dados obtidos com ensaios.

4.2 PERDAS MECÂNICAS

A determinação das perdas totais na operação sob falha requer a estimativa das várias parcelas de perdas, as quais podem variar de acordo com a condição de operação. Nesta seção será detalhada a estimativa das perdas mecânicas.

Figura 33 – (a) Correntes no estator durante a operação sem falha. (b) Corrente que circula por uma fase do rotor quando a máquina opera sem falha. (c) Correntes que circulam pelo estator quando uma das fases é desconectada. (d) Corrente que circula por uma fase do rotor quando uma fase do estator é desconectada.



Fonte: elaborado pelo autor..

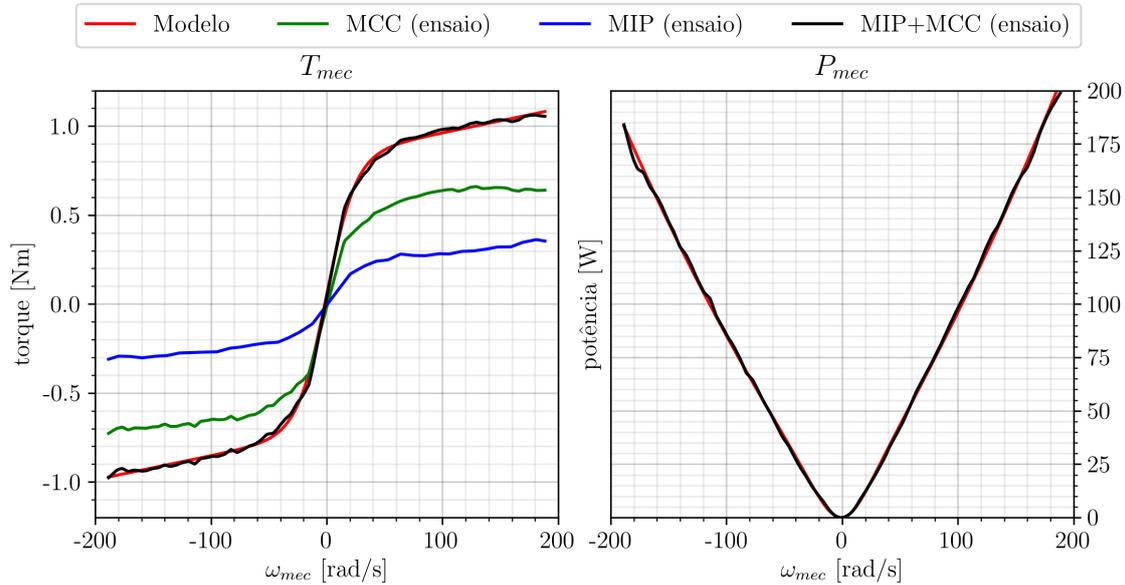
As perdas mecânicas são geradas pelo atrito nos mancais e pelo sistema de ventilação. O atrito nos mancais cria um torque que se opõe ao torque eletromagnético e é proporcional a velocidade do eixo. O sistema de ventilação é normalmente constituído por uma ventoinha fixada ao eixo, considerando máquinas de baixa e média potência auto-ventiladas. O torque gerado pela ventoinha é, dentro de uma faixa de rotação, proporcional ao quadrado da velocidade mecânica. As expressões (4.1) e (4.2) são comumente utilizadas para descrever as perdas em função da velocidade angular mecânica do eixo, ω_{mec} . As constantes $B \left[\frac{Nm}{rad/s} \right]$ e $K_v \left[\frac{Nm}{rad^2/s^2} \right]$ são obtidas através de ensaios, utilizando ajuste de curvas.

$$P_{mec} = \omega_{mec}^2 \cdot B + |\omega_{mec}^3| \cdot k_v \quad (4.1)$$

$$P_{mec} = P_{mec\ nom} \cdot \left(\frac{\omega_{mec}}{\omega_{mec\ nom}} \right)^2 \quad (4.2)$$

Na Figura 34 são mostradas as curvas de torque e de perdas das máquinas disponíveis no laboratório. Estas máquinas estão acopladas a duas máquinas de corrente contínua que operam como geradores e são utilizadas como cargas programáveis. O acoplamento é feito através de um torquímetro que permite medir o torque transferido de uma máquina

Figura 34 – (a) Torques devido as perdas mecânicas das máquinas ca e cc. (b) Perda mecânica total versus a velocidade no eixo.



Fonte: elaborado pelo autor..

para outra. Para obter as curvas de perdas mecânicas versus velocidade, cada uma das máquinas foi acionada como um motor enquanto a outra máquina foi mantida desligada. O torque medido nestes ensaios é igual ao torque gerado pela máquina que foi mantida desligada e é igual ao torque gerado pelas perdas mecânicas.

As curvas de torque versus velocidade mostrados na Figura 34 apresentam um formato próximo ao de uma função sigmóide e a curva das perdas totais apresenta um formato em vê, diferente do formato de parábola das expressões (4.1) e (4.2). Por este motivo, ao invés de utilizar as expressão (4.1) e (4.2) para descrever o torque e as perdas em função de ω , foram utilizadas as expressões (4.3) e (4.4). Os coeficientes a , b , c e d foram obtidos por ajuste de curvas e valem, $a = -1,545$, $b = -0,8274$, $c = +0,07953$ e $d = +0,00135$. As curvas em vermelho nos gráficos da Figura 34 foram traçados utilizando (4.3) e (4.4).

$$T_{mec}(\omega) = \frac{a}{1 + e^{c \cdot \omega_{mec}}} - b + d \cdot \omega_{mec} \quad (4.3)$$

$$P_{mec}(\omega) = \frac{a \cdot \omega_{mec}}{1 + e^{c \cdot \omega_{mec}}} - b \cdot \omega + d \cdot \omega_{mec}^2 \quad (4.4)$$

4.3 PERDAS JOULE NO ESTATOR

As perdas joule no estator são geradas pela circulação das correntes nos enrolamentos. Elas variam de acordo com a carga e, devido à corrente de magnetização, existem mesmo quando a máquina opera a vazio. Estas perdas são facilmente estimadas utilizando as correntes medidas e o valor medido, na temperatura de operação, das resistências dos

enrolamentos do estator. A equação básica para o cálculo das perdas joule no estator (P_{JS}) é:

$$P_{JS} = \sum_{k=1}^m R_k \cdot |\bar{I}_k|^2 \quad (4.5)$$

sendo R_k a resistência da fase k e \bar{I}_k o fasor da corrente que circula pela fase k . Como o modelo apresentados no Capítulo 2 fornecem as componentes de sequência das correntes, é preferível calcular as perdas utilizando a expressão (4.6). Nesta expressão, as perdas joule são calculadas utilizando as componentes de sequência \bar{I}_x e a resistência \tilde{R}_x correspondente.

$$P_{JS} = m \cdot \sum_{x=0}^{m-1} \tilde{R}_x \cdot |\bar{I}_x|^2 \quad (4.6)$$

Nas máquinas utilizadas nos ensaios, o efeito pelicular não é significativo e foi desprezado. Entretanto, este nem sempre é o caso. Dependendo da geometria da máquina e do tipo de enrolamento utilizado, o fluxo de dispersão pode alterar a resistência dos enrolamentos e também induzir correntes que circulam entre bobinas posicionadas em diferentes camadas das ranhuras. O fluxo de dispersão enlaça mais condutores localizados na parte inferior das ranhuras do que condutores posicionados na parte superior das ranhuras. Conseqüentemente, tensões maiores são induzidas nos condutores localizados no fundo das ranhuras. Se bobinas posicionadas no fundo da ranhura são conectadas em paralelo com bobinas posicionadas no topo da ranhura, correntes parasitas passam a circular entre as bobinas aumentando as perdas joule. O efeito pelicular ocorre quando o fluxo de dispersão induz correntes que circulam próximas a superfície dos condutores (LIPO, 2017).

4.4 PERDAS JOULE NO ROTOR

As perdas joule no rotor são geradas pelas correntes que circulam pelos enrolamentos do rotor. Em máquinas de indução com rotor bobinado, as correntes e a resistência dos enrolamentos podem ser medidas, possibilitando o cálculo das perdas joule de maneira direta. Nas máquinas de indução com rotor do tipo gaiola de esquilo, as correntes e resistências das fases do rotor não podem ser medidas. Conseqüentemente, estas perdas devem ser discriminadas do total de perdas ou estimadas utilizando modelos matemáticos. A discriminação das perdas pode levar a erros, pois as perdas magnéticas e as perdas suplementares também são desconhecidas e devem ser estimadas. Quando são utilizados modelos para estimar as correntes do rotor, os erros nos parâmetros e as simplificações assumidas no modelo são as principais fontes de erro. Nos modelos tradicionais, utilizados no estudo das máquinas de indução pentafásicas sob desbalanço, o acoplamento entre o rotor e o estator ocorre através da componente fundamental e da terceira harmônica da indução no entreferro. Conseqüentemente, as correntes no rotor possuem apenas harmô-

nicas com frequências iguais a $s \cdot f$, $(2 - s) \cdot f$, $(3s - 2) \cdot f$ e $(4 - 3s) \cdot f$, sendo s o escorregamento relativo e f a frequência das tensões de alimentação. Na realidade, o acoplamento entre o rotor e o estator ocorre através de infinitas harmônicas da indução geradas pelo estator. Na região de baixo escorregamento, estas harmônicas não contribuem de forma significativa na geração de torque, mas ainda assim induzem correntes no rotor que contribuem para o aumento das perdas joule. Na região de alto escorregamento, os harmônicos da indução contribuem de forma significativa na geração de torque e as correntes induzidas por estas harmônicas são maiores. Além disso, o efeito pelicular altera de forma significativa a resistência das barras do rotor na região de alto escorregamento. Contudo, quando a máquina de indução é acionada por meio de inversores de frequência ela não opera em geral com altos escorregamentos. Nesta condição o efeito pelicular no rotor não é considerado.

Para calcular as perdas joule (P_{JR}) no rotor utilizando as componentes de sequência das correntes que circulam pelo rotor, a expressão (4.7) deve ser utilizada. Esta expressão possui quatro termos. No primeiro termo, denominado de P_1^r e definido pela equação (4.8), são utilizadas as componentes de sequência $\bar{I}_{1,n}^r$. Estas componentes são induzidas no rotor pela componente \bar{I}_1 do estator. Nos termos P_2^r , P_3^r e P_4^r , dados pelas equações (4.9), (4.10) e (4.11), são utilizadas as componentes $\bar{I}_{2,n}^r$, $\bar{I}_{3,n}^r$ e $\bar{I}_{4,n}^r$, induzidas no rotor pelas componentes \bar{I}_2 , \bar{I}_3 e \bar{I}_4 , respectivamente.

$$P_{JR} = P_1^r + P_2^r + P_3^r + P_4^r \quad (4.7)$$

$$P_1^r = \sum_{n=\ell \cdot m \pm 1}^{\infty} P_{1,n}^r = \sum_{n=2\ell \cdot m+9}^{\infty} N \cdot \left| \bar{I}_{1,n}^{r'} \right| \cdot \tilde{R}_n^r + \sum_{n=2\ell \cdot m+1}^{\infty} N \cdot \left| \bar{I}_{1,n}^{r''} \right| \cdot \tilde{R}_n^r \quad (4.8)$$

$$P_2^r = \sum_{n=\ell \cdot m \pm 3}^{\infty} P_{2,n}^r = \sum_{n=2\ell \cdot m+3}^{\infty} N \cdot \left| \bar{I}_{2,n}^{r'} \right| \cdot \tilde{R}_n^r + \sum_{n=2\ell \cdot m+7}^{\infty} N \cdot \left| \bar{I}_{2,n}^{r''} \right| \cdot \tilde{R}_n^r \quad (4.9)$$

$$P_3^r = \sum_{n=\ell \cdot m \pm 3}^{\infty} P_{3,n}^r = \sum_{n=2\ell \cdot m+7}^{\infty} N \cdot \left| \bar{I}_{3,n}^{r'} \right| \cdot \tilde{R}_n^r + \sum_{n=2\ell \cdot m+3}^{\infty} N \cdot \left| \bar{I}_{3,n}^{r''} \right| \cdot \tilde{R}_n^r \quad (4.10)$$

$$P_4^r = \sum_{n=\ell \cdot m \pm 1}^{\infty} P_{4,n}^r = \sum_{n=2\ell \cdot m+1}^{\infty} N \cdot \left| \bar{I}_{4,n}^{r'} \right| \cdot \tilde{R}_n^r + \sum_{n=2\ell \cdot m+9}^{\infty} N \cdot \left| \bar{I}_{4,n}^{r''} \right| \cdot \tilde{R}_n^r \quad (4.11)$$

Cada componente de sequência das correntes do estator induz infinitas harmônicas de corrente no rotor. Quando a máquina opera sem falha, as correntes no estator são senoidais e balanceadas como as correntes mostradas na Figura 33a. Por outro lado, as correntes que circulam pelas fases do rotor possuem harmônicas, como mostrado no detalhe da Figura 33b. Quando a máquina opera desbalanceada ou com falha, as correntes no estator continuam senoidais e a amplitude das harmônicas no rotor aumentam, conforme ilustrado nas figuras 33c e 33d.

Cada harmônica de ordem n das correntes no rotor é gerada por uma componente de sequência das correntes do estator. Na Figura 35, a corrente de fase do rotor, mostrada da Figura 33d, é decomposta em harmônicas. A curva em preto é a corrente resultante

e as demais curvas são as harmônicas. As harmônicas com frequência $f = 0,498 Hz$ e $f = 595,18 Hz$ são geradas pela componente \bar{I}_1 do estator e a perda gerada por estas harmônicas são consideradas no termo P_1^{r+} . As outras harmônicas mostradas na Figura 35 são geradas pelas componentes \bar{I}_2 , \bar{I}_3 e \bar{I}_4 . Como a máquina possui N fases no rotor, existem N harmônicas com mesma frequência, uma harmônica para cada corrente de fase. Na Figura 36 são mostrados 6 conjuntos de fasores, cada conjunto corresponde a uma determinada frequência. A curva em vermelho na Figura 35 corresponde ao fasor \bar{I}_1 da Figura 36(a), os outros fasores são referentes as correntes nas outras fases do rotor. Cada conjunto de harmônicas com mesma frequência possui um conjunto de N componentes de sequência correspondente. Para as harmônicas com frequência $f = 0,498 Hz$, a única componente de sequência diferente de zero é a componente $\bar{I}_{1,1}^{r''}$, já para o conjunto de harmônicas com frequência $f = 595,18 Hz$, a única componente de sequência diferente de zero é a componente $\bar{I}_{1,9}^{r'}$ do rotor. Na Tabela 9 são mostradas as relações entre a ordem n das harmônicas do rotor, a frequência de cada harmônica e a componente de sequência do estator responsável por induzir no rotor cada uma das harmônicas mostradas na Figura 35. A relação entre as harmônicas e as componentes de sequência das correntes do rotor e do estator já foram descritas nos Capítulos 2 e 3

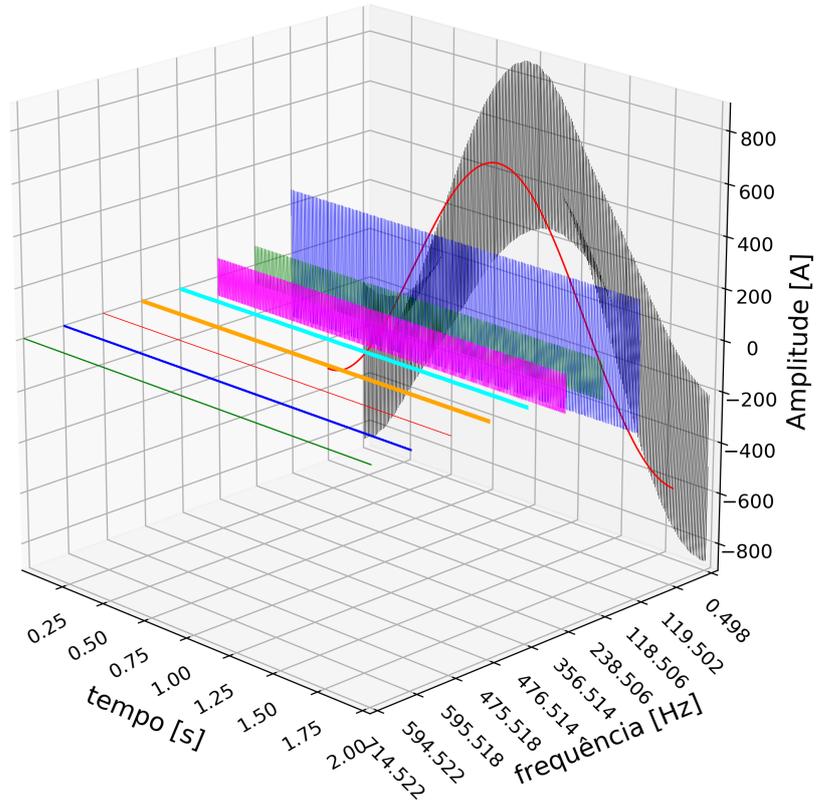
Tabela 9 – Relação entre a ordem n das harmônicas da corrente e a componente do estator responsável pela geração da mesma.

n	\bar{I}_1	\bar{I}_2	\bar{I}_3	\bar{I}_4
1	$\bar{I}_{1,1}^{r''}$, $f=0,498 Hz$	-	-	$\bar{I}_{4,1}^{r'}$, $f=119,5 Hz$
3	-	$\bar{I}_{2,3}^{r'}$, $f=238,5 Hz$	$\bar{I}_{3,3}^{r''}$, $f=118,5 Hz$	-
7	-	$\bar{I}_{2,7}^{r''}$, $f=356,4 Hz$	$\bar{I}_{3,7}^{r'}$, $f=476,5 Hz$	-
9	$\bar{I}_{1,9}^{r'}$, $f=595,5 Hz$	-	-	$\bar{I}_{4,9}^{r''}$, $f=475,5 Hz$
11	$\bar{I}_{1,11}^{r''}$, $f=594,5 Hz$	-	-	$\bar{I}_{4,11}^{r'}$, $f=714,5 Hz$

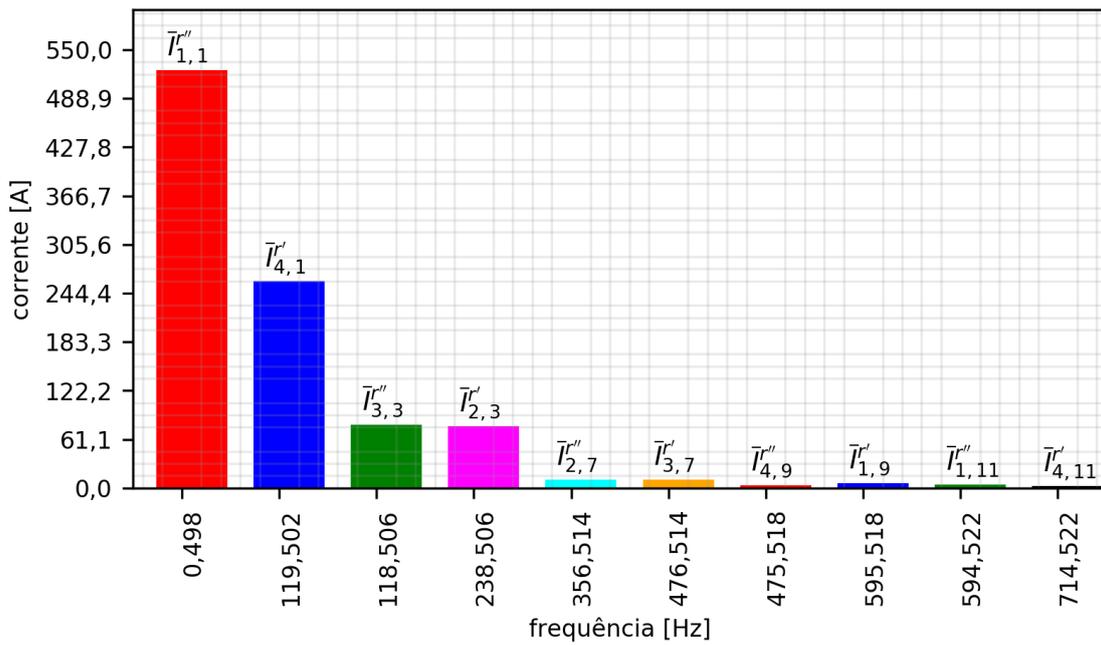
4.5 PERDAS MAGNÉTICAS

De acordo com a abordagem clássica, as perdas no ferro podem ser divididas em perdas por corrente de Foucault e perdas por histerese. As perdas por histerese representam a energia gasta no contínuo realinhamento dos dipolos magnéticos moleculares do material ferromagnético. Já as perdas por corrente de Foucault são perdas joule geradas pelas correntes induzidas no núcleo da máquina. Para estimar as perdas no ferro são em geral utilizados modelos simplificados, uma vez que ainda não existem modelos capazes de prever com precisão as perdas magnéticas. Como o fenômeno de histerese não é completamente compreendido, diversos modelos foram propostos ao longo dos anos por diferentes autores. Em (KRINGS; SOULARD, 2010) é feito um comparativo entre os

Figura 35 – (a) Corrente de uma fase do rotor (curva preta) e as 9 primeiras harmônicas diferentes de zero. (b) Espectro da corrente na barras.



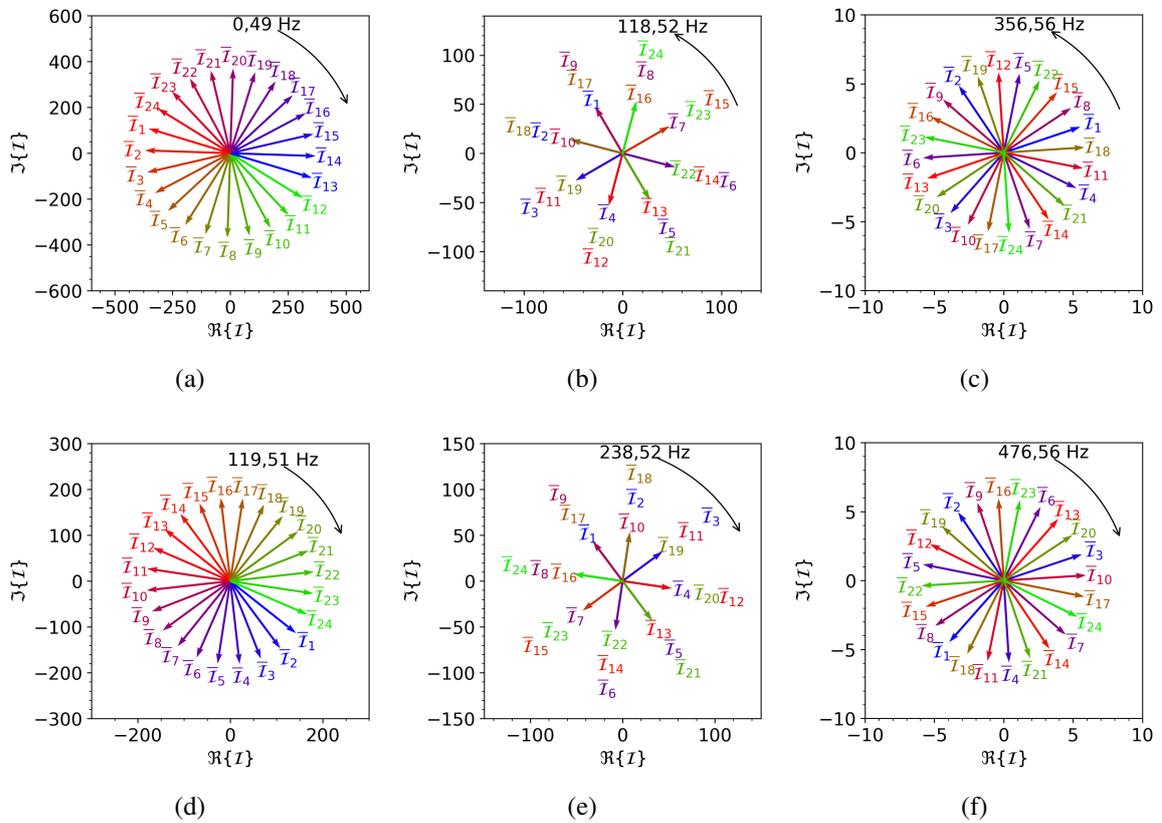
(a)



(b)

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 36 – Fasores dos harmônicos das correntes de fase do rotor considerando o rotor com N=24 fases.



Fonte: elaborado pelo autor.

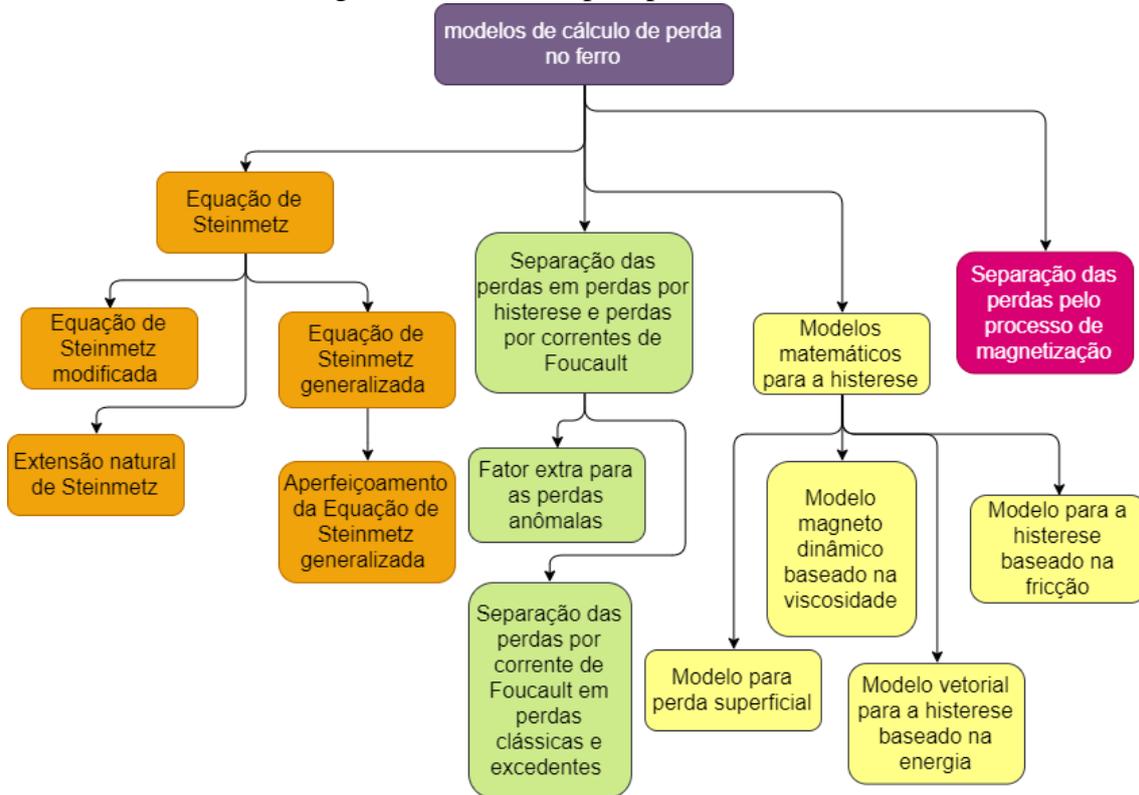
principais modelos utilizados na estimação das perdas no ferro; o diagrama mostrado na Figura 37 foi retirado deste artigo. Neste diagrama, os modelos de perda são divididos em 4 grupos. No primeiro grupo estão o modelo para perdas proposto por Steinmetz e todos os modelos derivados. O modelo proposto por Steinmetz, conhecido como equação Steinmetz, é dado por (4.12). Esta equação relaciona as perdas no ferro com a frequência e a amplitude da indução. Os coeficientes C_{se} , α e β são obtidos através de ajustes de curvas utilizando dados experimentais. A equação de Steinmetz é uma expressão empírica que foi obtida considerando que a indução varia de forma senoidal, sem harmônicos. Esta limitação motivou o desenvolvimento de versões modificadas que melhoram a estimativa das perdas quando a variação da indução não é senoidal. O segundo grupo de modelos engloba o modelo proposto por Jordan e modelos derivados deste. O modelo proposto por Jordan, dado pela equação (4.13), separa as perdas no ferro em duas componentes: perdas por histerese e perdas por correntes parasitas. Algumas variações deste método separam as perdas por corrente parasita em duas componentes, uma componente para as perdas geradas pelas correntes parasitas e a outra componente para perdas suplementares. O terceiro grupo de modelos, referidos no artigo (KRINGS; SOULARD, 2010) como "Separação das perdas por processo de magnetização", é similar ao modelo proposto por Jordan. Entretanto, neste modelo, a indução é decomposta em harmônicas e as harmônicas são decompostas em componentes lineares e rotacionais. O quarto e último grupo de modelos é mais sofisticado que os demais. Neste grupo a curva de histerese é modelada analiticamente e as perdas por histerese são calculadas com base na área delimitada pela curva de histerese. Estes modelos exigem a determinação de um número maior de parâmetros.

$$p_{FE} = C_{SE} \cdot f^\alpha \cdot \widehat{B}^\beta [W/m^3] \quad (4.12)$$

$$p_{FE} = p_{hyst} + p_{eddy} = C_{hyst} \cdot f \cdot \widehat{B}^2 + C_{es} \cdot f^2 \cdot \widehat{B}^2 [W/m^3] \quad (4.13)$$

Como não existe um consenso até o momento sobre qual o melhor modelo para estimar as perdas magnéticas e não existem estudos a respeito de como a operação sob falha pode afetar os resultados fornecidos por estes modelos, neste trabalho serão utilizados métodos clássicos. As perdas fundamentais serão estimadas utilizando o modelo de Jordan, segundo o qual as perdas são divididas em dois termos: um termo para a histerese e um termo para as correntes parasitas. As perdas harmônicas serão calculadas utilizando as expressões para perdas superficiais e perdas por pulsação apresentadas em (BOLDEA; NASAR, 2010).

Figura 37 – Modelos para perdas no ferro.



Fonte: Adaptado de (KRINGS; SOULARD, 2010)

4.5.0.1 PERDAS POR HISTERESE

As perdas por histerese são proporcionais ao produto da área da curva de histerese pelo número de vezes que a área é percorrida em um segundo. A expressão (4.14) fornece as perdas por unidade de volume devido à histerese, sendo f a frequência, B a indução e H o campo magnético.

$$p_h = f \cdot \oint \vec{H} \cdot d\vec{B} \quad (4.14)$$

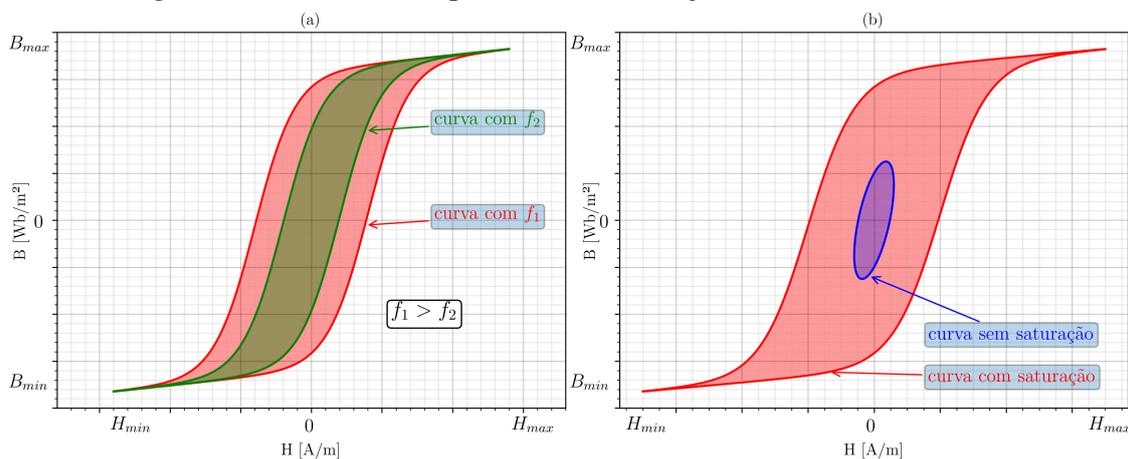
Embora a expressão (4.14) seja simples, a relação entre a indução B e o campo magnético H é complexa e não totalmente compreendida. Por este motivo a expressão empírica (4.15) é comumente utilizada na determinação das perdas por histerese. Nesta expressão, B_{max} é o valor máximo da indução e as constantes K_h e κ dependem do material e são obtidas em laboratório através de ensaios.

$$P_h = K_h \cdot B_{max}^\kappa \cdot f \cdot \text{volume} \quad (4.15)$$

A Figura 38a ilustra o efeito da variação da frequência na curva de histerese e a Figura 38b ilustra o efeito da amplitude da indução no formato da curva. O aumento da frequência resulta no aumento da área da curva de histerese, conforme mostrado na Figura 38a. Consequentemente, o aumento das perdas com a frequência não ocorre apenas porque a

curva é percorrida mais vezes em um mesmo período de tempo, mas também devido ao aumento da área da curva. Para pequenos valores de indução, praticamente não há saturação, conforme mostrado na Figura 38b, entretanto, o fenômeno de histerese continua existindo.

Figura 38 – Efeito da frequência e da saturação na curva de histerese.



Fonte: elaborado pelo autor.

Quando existem harmônicos na indução, a curva de histerese passa a ter pequenos laços de histerese que aumentam as perdas. Como o fenômeno de histerese é bastante complexo, o aumento das perdas devido aos pequenos laços de histerese são considerados através de coeficientes empíricos. Neste trabalho estes coeficientes não são utilizados, pois eles são empíricos e foram criados para corrigir as perdas de máquinas que operam sem falha.

De acordo com o modelo adotado nesta tese a indução em um dente é calculada com base no fluxo que atravessa o entreferro no passo de ranhura que contém o dente. O aumento do fluxo em um dente aumenta a indução e o nível de saturação do material do dente. Consequentemente, o fator de saturação é alterado e o entreferro equivalente deve ser recalculado para considerar o efeito da saturação. Entretanto, como o entreferro não é corrigido, o aumento do fluxo acaba não sendo limitado pelo aumento da saturação. Foi observado que as induções nos dentes do rotor obtidas com o modelo analítico são maiores do que as induções obtidas com o método dos elementos finitos. Por este motivo, no cálculo das perdas por histerese e por correntes de Foucault, a amplitude das induções nos dentes do rotor são calculadas utilizando a curva de magnetização da máquina e o valor médio da indução no passo de ranhura que contém o dente.

O procedimento proposto nesta tese é ilustrado na Figura 39. O primeiro passo para determinar a indução em um determinado dente do rotor é calcular o valor médio da indução no passo de ranhura que contém o dente, utilizando a expressão que segue.

$$B_{med} = \frac{1}{\tau_{dr}} \int_{\alpha_k - \tau_{dr}/2 + (1-s)wt}^{\alpha_k + \tau_{dr}/2 + (1-s)wt} B'_\delta(\theta) \cdot \frac{d\theta}{p} \quad (4.16)$$

Na primeira linha da Figura 39 são mostrados os intervalos de integração em dois instantes de tempo, t_1 e t_2 . Estes intervalos mudam conforme o dente se desloca. O segundo passo é multiplicar B_{med} pelo entreferro equivalente, δ_c , e dividir pela permeabilidade do ar, μ_o , para obter a \mathcal{F}_{mm} . O terceiro e último passo é usar a \mathcal{F}_{mm} e a curva de magnetização para obter o valor da indução no dente. Este terceiro passo é ilustrado na segunda linha da Figura 39. As duas \mathcal{F}_{mm} calculadas nos instantes de tempo t_1 e t_2 são utilizadas na obtenção da indução no dente do rotor. Se este procedimento for utilizado para todos os instantes de tempo é obtida a indução mostrada no gráfico da linha 3 e coluna 2 da Figura 39. A curva original é mostrada no gráfico da linha 3 e coluna 1 da mesma Figura.

A parcela das perdas produzida pela histerese será calculada utilizando a expressão (4.15). O valor máximo da indução nas coroas e nos dentes do estator serão calculados utilizando o modelo apresentado no Capítulo 3. As perdas nos dentes do rotor serão calculadas com a indução obtida por meio das curvas de magnetização, pois desta forma a variação da saturação devido a falha, grande nos dentes do rotor, é considerada. Para realizar a análise das perdas, as induções nas outras partes da máquina não foram corrigidas utilizando este método, pois não foram observadas diferenças significativas entre a indução obtida com o modelo analítico e a indução obtida com o MEF. Entretanto, deve-se destacar que o método foi testado nas outras partes da máquina e não foram observadas alterações significativas nas induções. Os coeficientes K_h e κ da expressão (4.15) e o coeficiente K_e da expressão (4.17) foram obtidos simultaneamente por ajuste de curvas, utilizando o método dos mínimos quadrados e os dados das curvas de perdas das chapas utilizadas nas máquinas, fornecidas pela WEG. Estas curvas são mostradas no Anexo A.2.

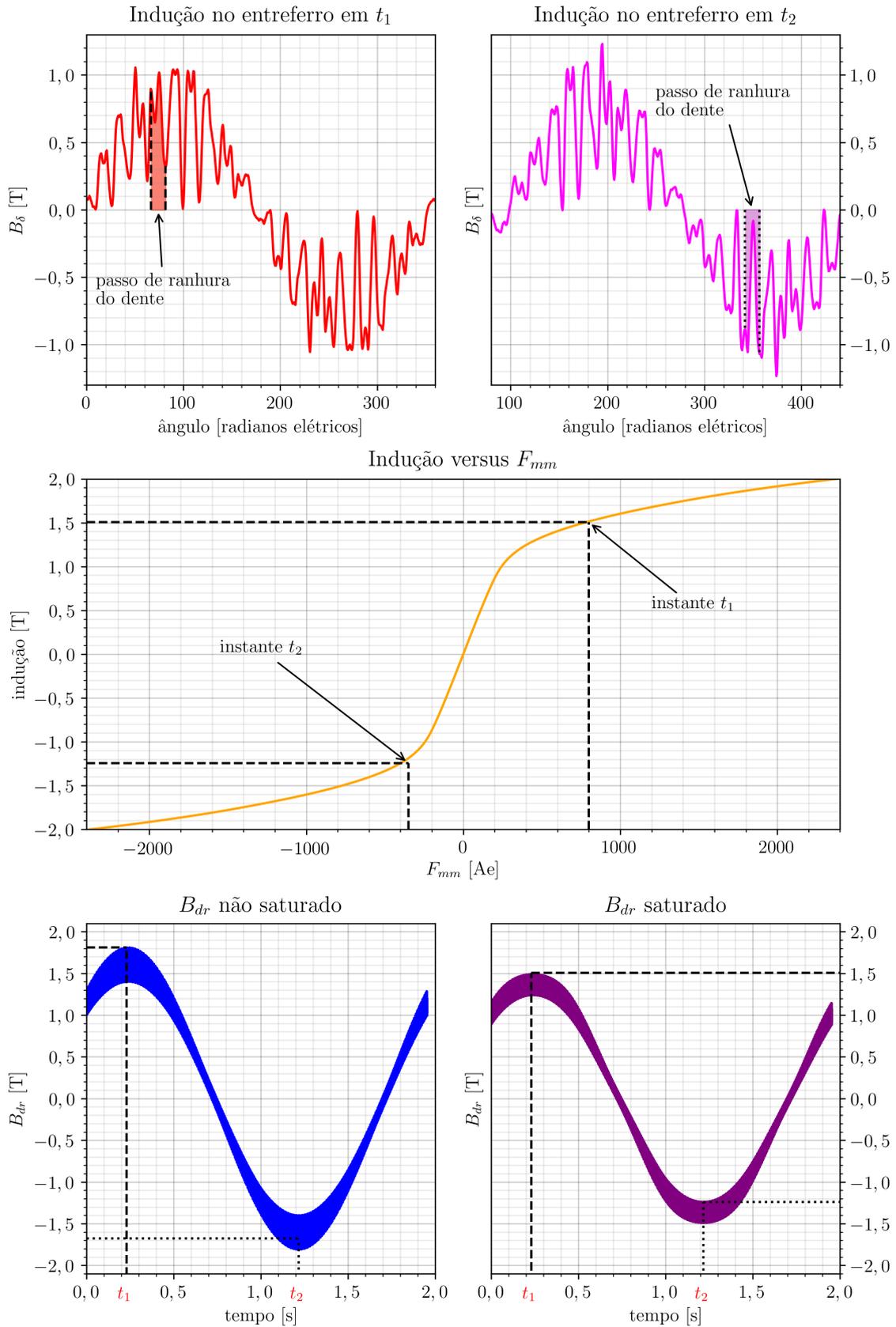
4.5.0.2 PERDAS POR CORRENTE DE FOUCAULT

Correntes de Foucault são induzidas no núcleo da máquina pela variação temporal da indução. A laminação do núcleo diminui estas correntes, mas não as elimina completamente. A circulação destas correntes gera perdas joule que são classificadas como perdas no ferro. As perdas por corrente de Foucault são maiores na região dos dentes devido as componentes de alta frequência da indução. As perdas no ferro geradas pela componente fundamental da indução podem ser calculadas utilizando a expressão (4.17). Nesta expressão K_e é uma constante que varia de acordo com o material e a espessura da chapa, f é a frequência, V_{fe} é o volume de ferro e B_{max} é a amplitude da indução, considerando o efeito da saturação.

$$P_e = K_e \cdot B_{max}^2 \cdot f^2 \cdot V_{fe} \quad (4.17)$$

As componentes de alta frequência da indução geram perdas consideráveis nos dentes da máquina. Estas perdas são classificadas como perdas suplementares e são divididas em dois termos, perdas superficiais e perdas por pulsação. As perdas por pulsação são

Figura 39 – Passos para corrigir a curva de histerese dos dentes do rotor.



Fonte: elaborado pelo autor.

geradas pelas harmônicas da indução criadas pelas ranhuras. Já as perdas superficiais são geradas pelas harmônicas que, devido ao efeito pelicular e à laminação, não penetram no núcleo, mas induzem correntes na superfície do rotor e do estator. Quando a máquina opera sob desbalanço (falha) um terceiro grupo de harmônicas de alta frequência surge no rotor. Estas harmônicas são geradas pelos campos girantes no entreferro criados pelas componentes de sequência \bar{I}_2 , \bar{I}_3 e \bar{I}_4 das correntes do estator. A componente \bar{I}_4 , por exemplo, gera um campo girante com o mesmo número de polos do campo girante criado pela componente \bar{I}_1 , mas que gira no sentido oposto. Este campo cria harmônicas no rotor com frequências iguais a $(2 - s) \cdot f$. As perdas geradas por estas componentes harmônicas serão calculadas utilizando a expressão (4.17) e serão denominadas perdas de Foucault harmônicas.

4.6 PERDAS SUPLEMENTARES

Na região do entreferro, a variação da permeabilidade devido às ranhuras do rotor e do estator e a distribuição das bobinas em ranhuras criam componentes harmônicas na indução dos dentes. Estas componentes harmônicas possuem frequências elevadas e induzem correntes que aumentam de forma significativa as perdas no ferro. As perdas geradas por estes harmônicos são denominadas perdas por pulsação e perdas superficiais.

4.6.0.1 PERDAS POR PULSAÇÃO

Quando o número de dentes no rotor é diferente do número de dentes do estator, a variação da permeância devido às ranhuras cria uma variação no fluxo que atravessa os dentes do rotor e do estator. A frequência da componente fundamental desta variação é $(\frac{N_s}{p} \pm 1) \cdot f$ nos dentes do rotor e $(\frac{N_r}{p} \pm 1) \cdot f$ nos dentes do estator. Esta pulsação induz correntes no núcleo e as perdas geradas por estas correntes são denominadas perdas por pulsação. Quando o número de ranhuras do rotor é igual ao número de ranhuras do estator, não existe variação no fluxo e as perdas por pulsação são nulas. Entretanto, utilizar o mesmo número de ranhuras no rotor e no estator não é aconselhável, pois torques parasitas síncronos são gerados à velocidade zero.

Para ilustrar o efeito da pulsação, na Figura 41 são mostrados resultados de simulações com elementos finitos de duas máquinas com estatores idênticos e com rotores diferentes. Os estatores das duas máquinas possuem $N_s = 40$ ranhuras, já o rotor das duas máquinas são diferentes. Uma das máquinas possui rotor com $N_r = 40$ ranhuras enquanto que a outra máquina possui rotor com $N_r = 48$ ranhuras. Na Figura 41a é mostrada a indução em um dente do estator da máquina com $N_s = N_r = 40$ e na Figura 41b é mostrada a indução em um dente do rotor. Nas curvas em vermelho as ranhuras do estator foram mantidas abertas e nas curvas em verde elas foram fechadas, a fim de ilustrar o efeito da abertura das ranhuras. Em nenhum dos casos a indução apresentou pulsação nos dentes.

Nas figuras 41c e 41d são mostradas a indução em um dente do estator e em um dente do rotor da máquina com $N_s < N_r$. Nas curvas em preto, as ranhuras do estator foram fechadas resultando na eliminação da pulsação, já nas curvas em azul as ranhuras do estator foram mantidas abertas e pode ser visto uma componente pulsante na indução. Os mapas de campo das duas máquinas em um instante de tempo são mostrados na Figura 41. Os mapas de campo da máquina com $N_r = N_s$ são mostrados nas figuras 42(a) e 42(b). O mapa de campo da Figura 42(a) foi obtido com as ranhuras do estator abertas, já o mapa de campo da Figura 42(b) foi obtido com as ranhuras fechadas. Os mapas de campo da máquina com $N_s < N_r$ são mostrados nas figuras 42(c) e 42(d). A Figura 42(c) mostra o mapa de campo obtido quando as ranhuras estão abertas e a Figura 42(d) mostra o mapa quando as ranhuras são fechadas. Nos mapas de campo mostrados, o rotor e o estator da máquina estão desalinhados, pois o software *FEMM* permite que diferentes posições do rotor sejam simulados sem a necessidade de redesenhar a máquina. Isto é possível pois o software possui uma condição de contorno especial que permite deslocar o rotor em relação ao estator (*Sliding Band*).

É a pequena pulsação da indução, mostrada na Figura 41, que induz as correntes responsáveis pelas perdas por pulsação. Segundo (BOLDEA; NASAR, 2010), para calcular estas perdas, a expressão (4.17) deve ser aplicada a cada harmônica da indução gerada pela variação da permeância. Deste modo, B_{max} passa a ser a amplitude máxima da harmônica de ordem n e f a frequência da harmônica. Reescrevendo (4.17) com a nomenclatura utilizada no modelo do Capítulo 3 é obtida a expressão (4.18).

$$P_{pul} = \sum_{n=1}^{\infty} K_e \cdot (B_n^{ran})^2 \cdot f_{ns}^2 \quad (4.18)$$

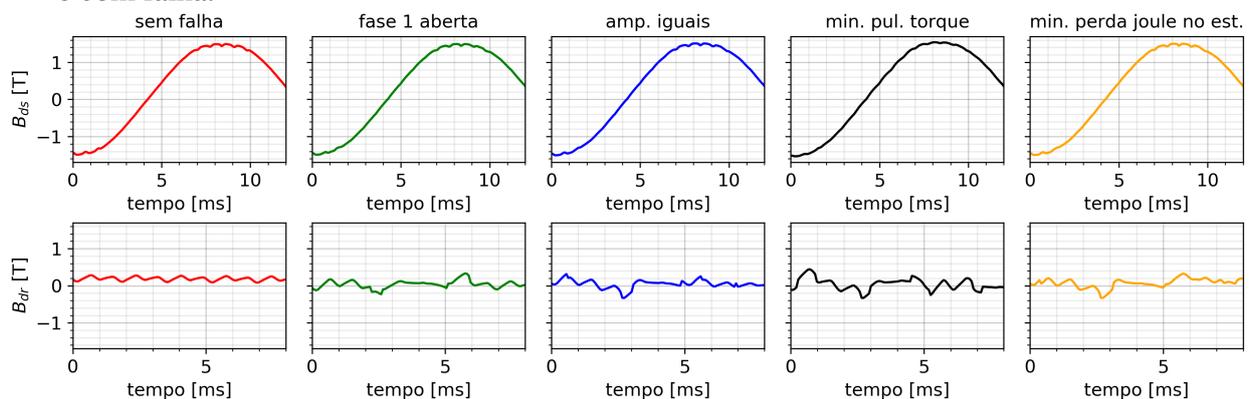
As harmônicas B_n^{ran} são geradas pela variação da permeância. No modelo apresentado no Capítulo 3, a indução no entreferro, B'_δ , é dividida em 5 componentes: $B_\delta(\theta, t)$, $B_{\delta_s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o}$, $B_{\delta_s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o}$, $B_{\delta_r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o}$ e $B_{\delta_r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o}$, conforme (3.48). A componente $B_\delta(\theta, t)$ descreve a indução produzida pelos enrolamentos do estator e do rotor, enquanto $B_{\delta_s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o}$, $B_{\delta_s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o}$, $B_{\delta_r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o}$ e $B_{\delta_r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o}$ fornecem a indução produzida pela variação da permeância. A indução nos dentes é obtida dividindo o fluxo que atravessa o passo de ranhura que contém o dente pela seção do dente, conforme (4.19). Conseqüentemente, a indução nos dentes também é dividida em 5 componentes e as harmônicas utilizadas em (4.18) são referentes as parcela da indução do dente obtida das componentes $B_{\delta_s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o}$, $B_{\delta_s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o}$, $B_{\delta_r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o}$ e $B_{\delta_r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o}$.

$$B'_\delta(\theta, t) = B_\delta(\theta, t) + B_{\delta s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o} + B_{\delta s}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o} + B_{\delta r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_s(\theta)}{\Lambda_o} + B_{\delta r}(\theta, t) \cdot \frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o} \quad (3.48)$$

$$B'_{dente} = \frac{1}{S_{ds}} \int_{-\tau_d/2}^{\tau_d/2} [B'_\delta(\theta, t)] \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{d\theta}{p} \quad (4.19)$$

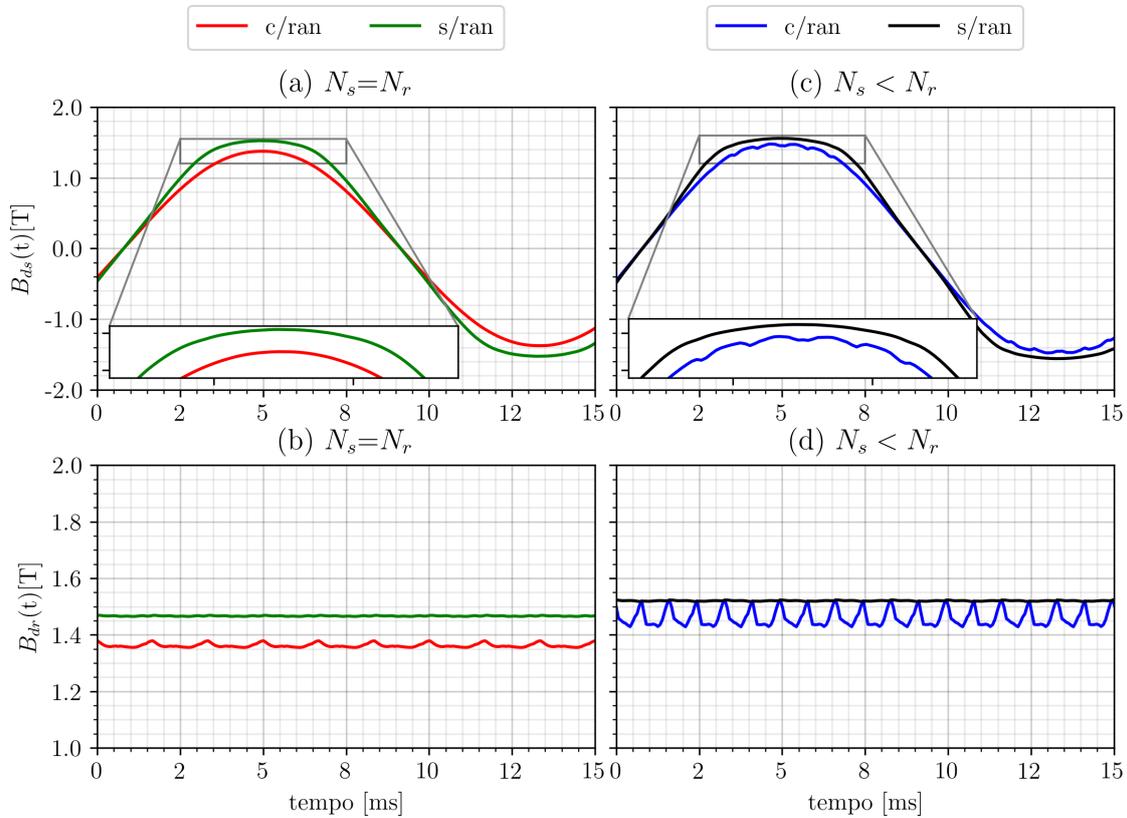
Quando uma máquina pentafásica com $N_r \neq N_s$ opera com falha, a pulsação da indução é alterada, pois surgem componentes de indução no entreferro que deformam a distribuição da indução (PEREIRA *et al.*, 2015)(PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER, 2016). A Figura 40 ilustra os efeitos da operação sob falha na distribuição da indução nos dentes do estator e do rotor. São mostradas as induções em um dente do estator e em um dente do rotor quando a máquina opera sem falha, com falha e sem controle e com falha e com controle. Esta Figura mostra que a indução no dente do rotor é alterada quando a máquina opera sob falha, mas não mostra uma variação significativa na indução do dente do estator. Na seção 4.7.1.2 são apresentados resultados analíticos que mostram que as induções em cada dente do estator são diferentes durante a operação sob falha. Desta forma, a pequena variação na indução do dente mostrado na Figura 40 não ilustra a forma como a indução varia nos outros dentes do estator. Como não existem modelos específicos para a estimativa de perdas quando a máquina opera sob desbalanço, as perdas serão calculadas a partir de expressões adaptadas das equações clássicas, onde a indução que será considerada é a indução estimada com os modelos do Capítulo 3.

Figura 40 – Indução nos dentes do estator e do rotor da máquina com $N_s < N_r$ sem falha e com falha.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 41 – (a) Indução em um dente do estator da máquina com $N_s=N_r$. (b) Indução em um dente do rotor da máquina com $N_s=N_r$. (c) Indução em um dente do estator da máquina com $N_s<N_r$. (b) Indução em um dente do rotor da máquina com $N_s<N_r$.



Fonte: elaborado pelo autor.

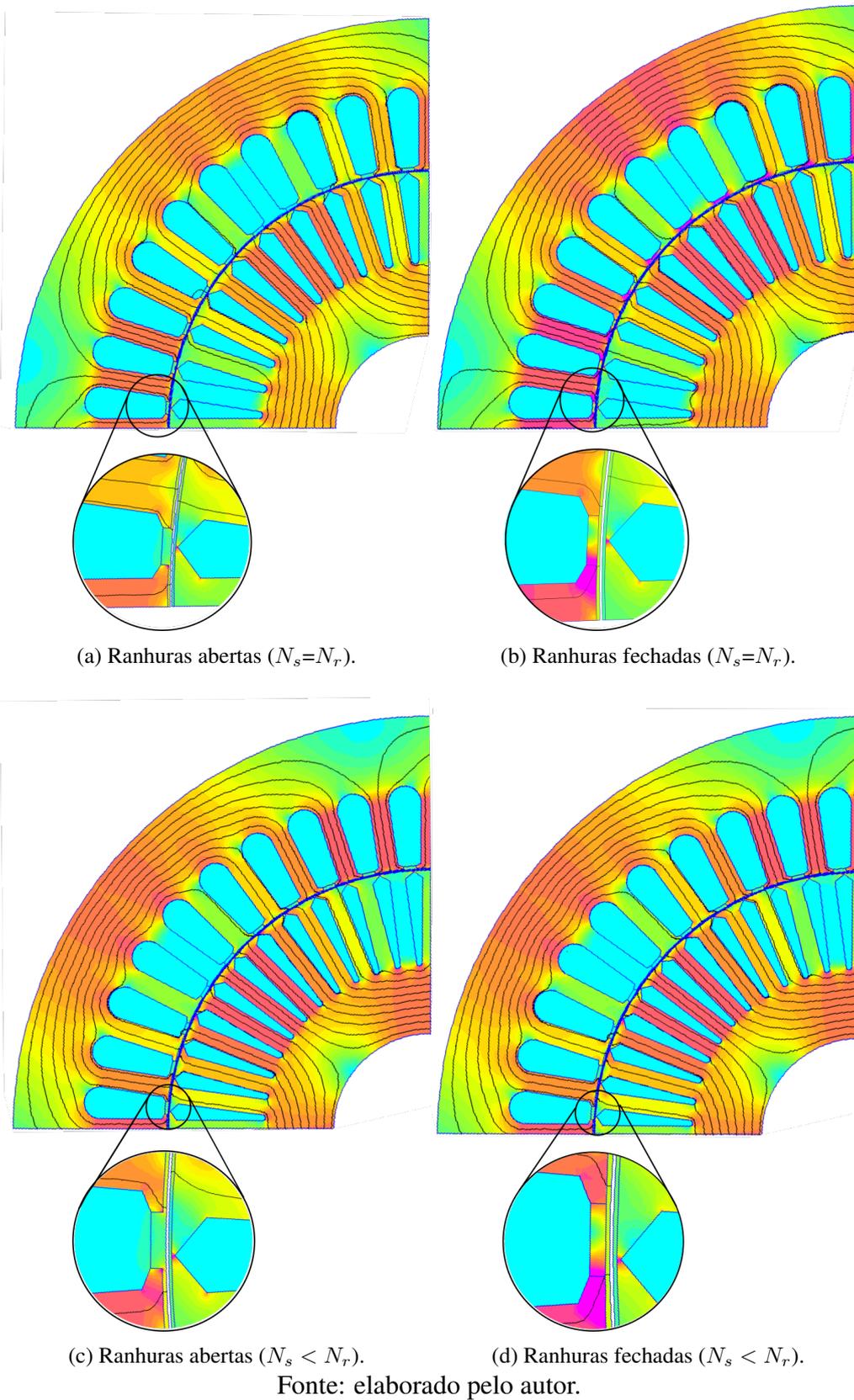
4.6.0.2 PERDAS SUPERFICIAIS

As harmônicas da indução do entreferro induzem correntes que circulam pelas superfícies interna do estator e externa do rotor sem penetrar no núcleo. As perdas produzidas por estas correntes são denominadas perdas superficiais.

Para diminuir correntes induzidas no ferro, o núcleo da máquina é laminado. Idealmente, a pequena espessura das chapas e o isolamento elétrico entre as chapas impedem que correntes fluam na direção axial, limitando os laços de corrente ao plano radial e tangencial. Para ilustrar a restrição criada pela laminação, na Figura 43 é mostrada a chapa do rotor de uma máquina de indução e no detalhe é mostrada uma porção da chapa e a direção onde as correntes podem circular. Quando a indução no entreferro incide nas chapas, as harmônicas de alta frequência são impedidas de penetrar no núcleo devido ao efeito pelicular. Consequentemente, não são induzidas correntes nos enrolamentos, porém, correntes são induzidas na superfície das chapas do rotor e do estator. Em (BOLDEA; NASAR, 2010) são derivadas expressões analíticas que permitem calcular as perdas superficiais, os principais passos são descritos no que segue.

Utilizando as equações de Maxwell e considerando que o campo magnético na direção

Figura 42 – Mapa de campo da indução em duas máquinas com estatores iguais e rotores diferentes.



axial é zero, são obtidas as seguintes expressões.

$$\nabla \cdot \vec{B}_\delta = 0 \quad (4.20)$$

$$\nabla \times \vec{B}_\delta = \vec{J} \quad (4.21)$$

$$\vec{B}_\delta = \vec{B}_{\delta x} \vec{i} + \vec{B}_{\delta y} \vec{j} + 0 \vec{k} \quad (4.22)$$

Combinando as expressões (4.20)-(4.22) são obtidas as duas expressões que seguem.

$$\frac{\partial^2 \vec{B}_{\delta x}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{B}_{\delta x}}{\partial y^2} = 0 \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{B}_{\delta y}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{B}_{\delta y}}{\partial y^2} = 0 \quad (4.24)$$

Estas equações estabelecem relações entre as componente x e y da indução. Resolvendo estas expressões é possível calcular as componentes x e y da densidade de corrente induzida na chapa utilizando a Lei de Faraday dada pela equação (4.25). Conhecendo as densidades de corrente, a espessura da chapa, d_{FE} , e a condutividade elétrica da chapa, σ_{FE} , as perdas joule podem ser obtidas resolvendo a integral (4.26).

$$\nabla \times \vec{E} = \nabla \times \frac{\vec{J}}{\sigma} = -\frac{\partial \vec{B}_\delta}{\partial t} \quad (4.25)$$

$$P_{sup} = \int_{-d_{FE}/2}^{d_{FE}/2} \int_0^R \int_0^{2\pi R} \frac{(\vec{J}_x^2 + \vec{J}_y^2)}{\sigma} dx dy dz \quad (4.26)$$

O resultado da integral para \vec{B}_δ senoidal pode ser encontrado em (BOLDEA; NASAR, 2010). A equação (4.27) é o mesmo resultado apresentado em (BOLDEA; NASAR, 2010), porém utilizando a nomenclatura apresentada no Capítulo 3.

$$P_{sup} = \frac{\sigma_{FE}}{24} \cdot (\widehat{B}_{\delta n})^2 \cdot (\mathcal{W}_n)^2 \cdot d_{FE}^2 \cdot \frac{R}{\mathcal{U}_n} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \ell_p \quad (4.27)$$

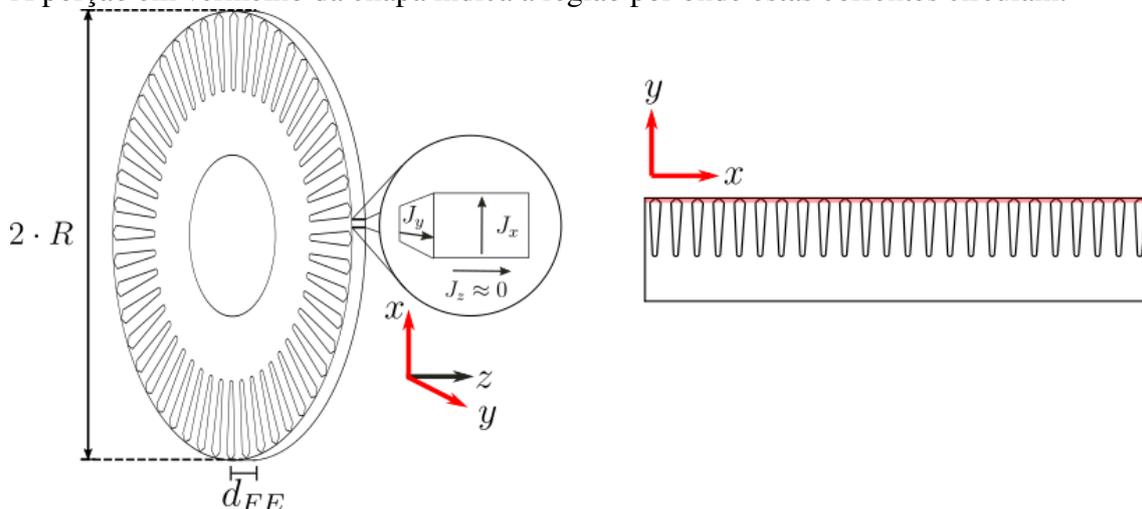
A equação (4.27) mostra que as perdas produzida por uma harmônica são proporcionais ao quadrado do produto $\widehat{B}_{\delta n} \cdot \mathcal{W}_n$ e inversamente proporcionais ao comprimento de onda \mathcal{U}_n .

Segundo (BOLDEA; NASAR, 2010), as perdas superficiais em máquinas de pequeno porte são negligenciáveis. Entretanto, durante a operação sob falha, o número de harmônicas no entreferro aumenta de forma considerável e este aumento no conteúdo harmônico pode resultar no aumento das perdas superficiais.

4.7 PERDAS DURANTE A OPERAÇÃO SOB DESBALANÇO

Nesta seção são apresentados os resultados de simulações que mostram o comportamento das perdas magnéticas para várias estratégias de controle e para várias características construtivas da máquina.

Figura 43 – Componentes da densidade de corrente responsável pelas perdas superficiais. A porção em vermelho da chapa indica a região por onde estas correntes circulam.



Fonte: elaborado pelo autor.

Conforme já demonstrado, quando a máquina de indução opera sob desbalanço (falha), a distribuição da indução no interior da máquina é alterada. Diversas componentes de alta frequência surgem nos dentes do rotor e do estator e também nas coroas. No estator, cada dente passa a ter uma distribuição da indução diferente e no rotor a indução varia de dente para dente, mas o conteúdo harmônico da indução em todos os dentes é o mesmo. Conforme mostrado no Capítulo 3, cada componente de sequência das correntes do estator produz um conjunto de harmônicas no entreferro da máquina. Durante a operação sem falha, a única componente de sequência das correntes do estator que é diferente de zero é a componente \bar{I}_1 , por outro lado, durante a operação sob falha, pelo menos duas componentes de sequência são diferentes de zero. O aumento do número de componentes de sequência diferentes de zero resulta no aumento do conteúdo harmônico da indução do entreferro e estes harmônicos aumentam o conteúdo harmônico das correntes no rotor.

A amplitude e o conteúdo harmônico produzido por cada componente de sequência depende do ponto de operação, da estratégia de controle e das características construtivas da máquina. O número de barras do rotor, número de ranhuras do estator e as características dos enrolamentos do estator determinam os harmônicos produzidos por cada componente de sequência das correntes.

Para analisar o impacto das características construtivas da máquina nas perdas, foram utilizadas duas máquinas de indução com características construtivas distintas. A primeira máquina possui enrolamento simples de camada única sem encurtamento de passo e a segunda máquina possui enrolamento de dupla camada com encurtamento de passo. As principais características das duas máquinas estão listadas na Tabela 10.

Tabela 10 – Características das máquinas analisadas.

	Máquina 1	Máquina 2
Potência nominal [kW]	4,5	5,5
Torque nominal [Nm]	24	30
Velocidade nominal (rpm)	1755	1757
Tensão nominal [V]	110	220
Corrente nominal [A]	10,74	7,56
Corrente a vazio [A]	4,64	5,32
Frequência nominal (H_z)	60	60
Número de polos	4	4
Número de ranhuras no estator (N_s)	40	60
Número de barras no rotor (N_r)	48	44
Número de camadas do enrolamento (N_c)	1	2
Encurtamento de passo em número de ranhuras	0	3
Espiras por bobina (W_{bs})	37	11

4.7.1 CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO

Durante a operação com falha, se a carga permanecer inalterada, as correntes nas fases do estator aumentam. Para evitar que a corrente nas fases ultrapassem os valores nominais, nos ensaios e simulações, as máquinas operam com um terço da carga nominal.

A análise das perdas foi realizada considerando que as máquinas operam com velocidade constante e que as correntes do estator, impostas pelo controle, possuem apenas as componentes fundamentais. Entretanto, como o inversor utilizado nos ensaios opera com frequência de chaveamento de 22 kHz , espera-se que estas perdas sejam reduzidas, uma vez que as perdas por chaveamento diminuem com a frequência (BOLDEA; NASAR, 2010).

No total, cada máquina foi analisada em 5 modos de operação: operação sem falha (SF); operação com uma fase aberta e sem controle (CF); operação com uma fase aberta e com controle que reduz a pulsação no torque enquanto minimiza as perdas joule no estator (MPJ); operação com uma fase aberta e controle que reduz o torque pulsante enquanto mantém as correntes de fase do estator com mesma amplitude (CI); e operação com uma fase aberta e controle que minimiza a pulsação no torque (MTP).

Os resultados obtidos com os modelos analíticos são apresentados nas Tabelas 11 e 12. Na Tabela 11 são mostrados os valores de perdas da máquina de $4,5\text{ kW}$ e na Tabela 12 os valores de perdas da máquina de $5,5\text{ kW}$.

Tabela 11 – Perdas produzidas pela máquina de 4, 5 kW

		Operação	SF	CF	CI	MTP	MPJ
Perdas no estator	joule	fase 1 [W]	13,7	0,0	0,0	0,0	0,0
		fase 2 [W]	13,7	28,4	26,2	19,0	29,6
		fase 3 [W]	13,7	15,0	26,2	49,7	21,9
		fase 4 [W]	13,7	16,4	26,2	49,7	21,9
		fase 5 [W]	13,7	28,0	26,2	19,0	29,6
		total [W]	68,7	87,8	105,0	137,4	103,1
		total [%]	100	128	153	200	150
Perdas no estator	magnéticas nos dentes	histerese [W]	11,9	11,6	12,1	12,3	12,1
		Foucault [W]	5,5	5,3	5,6	5,7	5,6
		superficial [W]	3,0	3,5	3,5	3,9	3,4
		pulsção [W]	0,4	1,2	1,0	1,8	0,9
		total [W]	20,8	21,6	22,1	23,6	21,9
		total [%]	100	104	106	113	105
Perdas no estator	magnéticas na coroa	histerese [W]	29,2	28,2	29,73	30,09	29,64
		Foucault [W]	13,49	13,09	13,74	13,90	13,69
		total [W]	42,69	41,29	43,47	43,99	43,33
		total [%]	100	97	102	103	101
Perdas no estator	joule	fase [W]	0,6	0,9	1,0	1,4	1,0
		total [W]	15,0	22,1	24,7	33,4	24,2
		total [%]	100	147	165	222	161
Perdas no rotor	magnéticas nos dentes	histerese [W]	13,2	13,9	14,7	14,7	14,7
		Foucault [W]	6,1	6,4	6,8	6,8	6,8
		Foucault harm [W]	0,5	0,9	1,3	2,1	1,3
		superficial [W]	3,4	4,0	3,9	4,5	3,9
		pulsção [W]	14,5	14,2	15,1	15,8	15,1
		total [W]	37,7	39,3	41,9	43,8	41,7
		total [%]	100	104	111	116	111
Perdas no rotor	magnéticas na coroa	histerese [W]	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
		foucault [W]	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
		total [W]	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
		total [%]	100	100	100	100	100
Perdas no rotor	mecânicas	total [W]	181,34	181,3	181,3	181,3	181,3
Perdas totais	joule [W]		83,7	109,9	129,7	170,8	127,3
	joule [%]		100	131	155	204	152
	magnéticas [W]		101,3	102,2	107,5	111,4	107,0
	magnéticas [%]		100	101	106	110	106
	totais [W]		185	212	237	282	234
	totais [%]		100	115	128	153	127

Tabela 12 – Perdas produzidas pela máquina de 5,5 kW

		Operação	SF	CF	CI	MTP	MPJ
Perdas no estator	joule	fase 1 [W]	35,3	0,0	0,0	0,0	0,0
		fase 2 [W]	35,3	67,8	67,3	48,7	75,9
		fase 3 [W]	35,3	44,2	67,3	127,5	56,2
		fase 4 [W]	35,3	41,2	67,3	127,5	56,2
		fase 5 [W]	35,3	76,7	67,3	48,7	75,9
		total [W]	176,3	229,9	269,2	352,5	264,4
		total [%]	100	130	153	200	150
Perdas no estator	magnéticas nos dentes	histerese [W]	16,8	16,2	16,9	16,9	16,9
		Foucault [W]	7,7	7,5	7,8	7,8	7,8
		superficial [W]	0,6	0,7	0,7	0,7	0,7
		pulsção [W]	1,2	1,4	1,3	1,3	1,3
		total [W]	26,3	25,9	26,6	26,8	26,6
		total [%]	100	98	101	102	101
Perdas no estator	magnéticas na coroa	histerese [W]	31,59	30,52	31,63	31,66	31,63
		Foucault [W]	16,56	14,06	14,57	14,59	14,57
		total [W]	48,15	44,58	46,2	46,25	46,2
		total [%]	100	93	96	96	96
Perdas no estator	joule	fase [W]	0,8	1,3	1,2	1,6	1,2
		total [W]	17,5	28,2	27,4	36,3	26,9
		total [%]	100	161	157	208	154
Perdas no rotor	magnéticas nos dentes	histerese [W]	12,1	12,1	12,6	13,0	12,6
		Foucault [W]	5,6	5,6	5,8	6,0	5,8
		Foucault harm [W]	0,1	0,3	0,4	0,7	0,4
		superficial [W]	0,7	0,8	0,8	0,9	0,8
		pulsção [W]	3,7	3,6	3,7	3,8	3,7
		total [W]	22,2	22,4	23,3	24,3	23,3
		total [%]	100	101	105	109	105
Perdas no rotor	magnéticas na coroa	histerese [W]	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
		Foucault [W]	0	0	0	0	0
		total [W]	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
		total [%]	100	100	100	100	100
Perdas no rotor	mecânicas	total [W]	181,34	181,34	181,3	181,34	181,34
Perdas totais	joule [W]		193,7	258,1	296,6	388,8	291,2
	joule [%]		100	133	153	201	150
	magnética [W]		96,8	92,9	96,2	97,5	96,2
	magnética [%]		100	96	99	101	99
	total [W]		472	532	574	668	569
	total [%]		100	113	122	141	121

4.7.1.1 PERDAS JOULE

Os resultados apresentados nas Tabelas 11 e 12 mostram que durante a operação com falha e com controle as perdas aumentam. A variação percentual das perdas joule no estator são iguais nas duas máquinas. Isso ocorre pois as estratégias de controle mantêm a componente \bar{I}_1 inalterada e as demais componentes são calculadas com base nela, sem utilizar nenhum parâmetro da máquina. Conseqüentemente, o aumento das perdas joule no estator não depende das características da máquina. A estratégia de controle MTP, por exemplo, faz com que a máquina produza o dobro de perdas joule no estator, pois ela força $\bar{I}_2 = -\bar{I}_1$ e $\bar{I}_3 = \bar{I}_4 = 0$. Como \bar{I}_1 é mantido inalterado pela estratégia de controle, o aumento nas perdas é produzido por \bar{I}_2 . Substituindo $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$ e \bar{I}_4 em (4.6) resulta na expressão que segue.

$$P_{JS} = 5 \cdot \tilde{R}_s \cdot (|\bar{I}_1|^2 + |\bar{I}_2|^2 + |\bar{I}_3|^2 + |\bar{I}_4|^2) \quad (4.28)$$

$$= 5 \cdot \tilde{R}_s \cdot (|\bar{I}_1|^2 + |-\bar{I}_1|^2 + |0|^2 + |0|^2) \quad (4.29)$$

$$= 2 \cdot (5 \cdot \tilde{R}_s \cdot |\bar{I}_1|^2) \quad (4.30)$$

A estratégia de controle que minimiza as perdas joule no estator força $\bar{I}_4 = 0$ e $\bar{I}_2 = \bar{I}_3 = -\bar{I}_1/2$, resultando num aumento de 50% nas perdas joule, conforme segue.

$$P_{JS} = 5 \cdot \tilde{R}_s \cdot (|\bar{I}_1|^2 + |\bar{I}_2|^2 + |\bar{I}_3|^2 + |\bar{I}_4|^2) \quad (4.31)$$

$$= 5 \cdot \tilde{R}_s \cdot \left(|\bar{I}_1|^2 + \left| -\frac{\bar{I}_1}{2} \right|^2 + \left| -\frac{\bar{I}_1}{2} \right|^2 + |0|^2 \right) \quad (4.32)$$

$$= 1,5 \cdot (5 \cdot \tilde{R}_s \cdot |\bar{I}_1|^2) \quad (4.33)$$

A estratégia de controle que mantém as correntes de fase do estator com mesma amplitude força $|\bar{I}_2| = 0,618 \cdot |\bar{I}_1|$ e $|\bar{I}_3| = -0,382 \cdot |\bar{I}_1|$, resultando num aumento de 53% nas perdas joule, conforme segue.

$$P_{JS} = 5 \cdot \tilde{R}_s \cdot (|\bar{I}_1|^2 + |\bar{I}_2|^2 + |\bar{I}_3|^2 + |\bar{I}_4|^2) \quad (4.34)$$

$$= 5 \cdot \tilde{R}_s \cdot (|\bar{I}_1|^2 + 0,618 \cdot |\bar{I}_1|^2 + 0,382 \cdot |\bar{I}_1|^2) \quad (4.35)$$

$$= 1,528 \cdot (5 \cdot \tilde{R}_s \cdot |\bar{I}_1|^2) \quad (4.36)$$

Por outro lado, a variação das perdas joule no rotor dependem das características construtivas da máquina. As harmônicas da indução no entreferro produzidas pelos enrolamentos do estator da máquina de 4,5 kW são maiores do que as harmônicas produzidas pela máquina de 5,5 kW. Conseqüentemente, as indutâncias mútuas \hat{L}_n^{rs} e as correntes induzidas no rotor tendem a ser maiores. As relações entre as correntes do rotor e do estator, (4.37)-(4.40), mostram que as correntes do rotor são proporcionais às indutâncias mútuas e inversamente proporcionais a resistência \tilde{R}_y^r e à indutância \tilde{L}_y^r . Se o rotor e

o entreferro equivalente das duas máquinas fossem exatamente iguais, os denominadores das expressões (4.37)-(4.40) seriam os mesmos nas duas máquinas e a variação nas perdas joule do rotor dependeriam apenas de \widehat{L}_n^{rs} . Consequentemente, a máquina com estator que produz a distribuição da indução no entreferro com menor conteúdo harmônico seria a máquina com menos perdas joule no rotor, pois as indutâncias mútuas \widehat{L}_n^{rs} para os harmônicos $n > 1$ seriam menores. Como o rotor das máquinas são distintos as diferenças no número, no formato, no material e na inclinação das barras resulta em \widetilde{R}_y^r e \widetilde{L}_y^r diferentes. A influência das características construtivas da máquina na distribuição da indução no entreferro durante a operação sob falha foi analisada e discutida no artigo *Influence of Design Parameters on the Airgap Induction of Five-Phase Induction Machines Operating with one Phase Opened* que está em fase final de publicação.

$$\bar{I}_{1,n}^{r+} = \frac{-j\omega \widehat{L}_n^{rs} \cdot \frac{m}{2}}{\left[\frac{\widetilde{R}_y^r}{s_{1,n}^+} + j\omega \widetilde{L}_y^r \right]} \cdot \bar{I}_1 \quad (4.37)$$

$$\bar{I}_{2,n}^{r+} = \frac{-j\omega \widehat{L}_n^{rs} \cdot \frac{m}{2}}{\left[\frac{\widetilde{R}_y^r}{s_{2,n}^+} + j\omega \widetilde{L}_y^r \right]} \cdot \bar{I}_2 \quad (4.38)$$

$$\bar{I}_{2,n}^{r-} = \frac{-j\omega \widehat{L}_n^{rs} \cdot \frac{m}{2}}{\left[\frac{\widetilde{R}_y^r}{s_{2,n}^-} + j\omega \widetilde{L}_y^r \right]} \cdot \bar{I}_3 \quad (4.39)$$

$$\bar{I}_{1,n}^{r-} = \frac{-j\omega \widehat{L}_n^{rs} \cdot \frac{m}{2}}{\left[\frac{\widetilde{R}_y^r}{s_{1,n}^-} + j\omega \widetilde{L}_y^r \right]} \cdot \bar{I}_4 \quad (4.40)$$

Pode-se concluir que a variação das perdas joule no estator, durante a operação sob falha, dependem apenas da estratégia de controle utilizada, enquanto que as perdas joule no rotor dependem da estratégia de controle e das características da máquina. A máquina de 5,5 kW, com enrolamento de dupla camada e encurtamento de passo parece ser mais adequada para a operação sob falha, pois este tipo de enrolamento produz no entreferro uma indução com menor conteúdo harmônico, que induz no rotor correntes com menos harmônicas e harmônicas com menores amplitudes. A variação nas perdas joule no rotor da máquina de 4,5 kW foram maiores que 10% em todas as estratégias de controle avaliadas, enquanto que na máquina de 5,5 kW nenhuma estratégia de controle apresentou um aumento maior que 9% nas perdas joule. Nas duas máquinas, a estratégia MTP foi a que apresentou maiores perdas joule no rotor e no estator. Portanto, considerando apenas as perdas joule, pode-se concluir que a estratégia MTP é a menos adequada para a operação sob falha. A diferença nas perdas joule produzidas pelas estratégias de controle MPJ e CI foram muito pequenas para justificar o uso de uma em detrimento da outra.

4.7.1.2 PERDAS MAGNÉTICAS

Os resultados apresentados nas Tabelas 11 e 12 mostram que as perdas magnéticas variam durante a operação sob falha. O aumento nas perdas magnéticas segue a mesma tendência das perdas joule, pois as estratégias de controle que geram as maiores perdas joule também geram as maiores perdas magnéticas. A máquina de 5,5 kW apresenta um aumento menor nas perdas magnéticas, quando opera com falha e com controle, do que a máquina de 4,5 kW. Isso ocorre pois a indução produzida pelo estator da máquina de 5,5 kW produz menos harmônicas e harmônicas com amplitudes menores. As perdas nos dentes são mais afetadas pela falha do que as perdas nas coroas, pois as componentes de alta frequência da indução não penetram no núcleo.

A máquina de 5,5 kW operando com falha e sem controle apresenta uma redução nas perdas magnéticas, pois a componente fundamental da indução no entreferro diminui, reduzindo as perdas fundamentais devido à histerese e às correntes de Foucault. A redução na componente fundamental da indução ocorre devido ao fato de que durante a operação sob falha apenas 4 fases são alimentadas e, conseqüentemente, a componente \bar{V}_1 diminui e, se o escorregamento permanecer o mesmo, \bar{I}_1 e o torque também diminuem. A máquina de 4,5 kW não apresenta uma diminuição no total de perdas magnéticas, pois a diminuição nas perdas fundamentais é menor do que o aumento das perdas harmônicas magnéticas.

Os dados apresentados nas Tabelas 11 e 12 não mostram de forma explícita, mas a distribuição da indução e das perdas magnéticas são alteradas durante a operação sob falha. Na Figura 44 são mostradas as induções nos dentes da máquina de 4,5 kW operando com e sem falha, já na Figura 47 são mostradas as induções nos dentes da máquina de 5,5 kW. Durante a operação sem falha, as amplitudes das induções nos dentes ímpares do estator da máquina de 4,5 kW são menores do que as amplitudes das induções nos dentes pares. Isso ocorre pois as ranhuras adjacentes aos dentes ímpares possuem bobinas de uma mesma fase, enquanto que as ranhuras adjacentes aos dentes pares possuem bobinas de fases diferentes, conforme mostrado na Figura 44(c). Conseqüentemente, o fluxo criado por bobinas adjacentes de uma mesma fase tendem a anular o fluxo no dente localizado entre elas. O mesmo ocorre na máquina de 5,5 kW, mas como o estator desta máquina é diferente, as variações nas amplitudes das induções nos dentes também são diferentes. A Figura 47(a) mostra um padrão decrescente na amplitude da indução nos dentes 3, 4 e 5. Este padrão se repete nos outros dentes do estator e está relacionado com o número de camadas e com o encurtamento de passo do enrolamento. Nas figuras 45 e 48 são mostrados os gráficos das perdas magnéticas nos dentes do estator das máquinas de 4,5 kW e 5,5 kW, respectivamente. Os gráficos da primeira linha mostram as perdas durante a operação sem falha. Eles deixam claro que a variação na amplitude da indução resulta numa pequena variação nas perdas geradas pela histerese e pelas correntes de Foucault.

Quando as máquinas operam sob falha, as amplitudes das induções de alguns dentes

umentam enquanto que em outros elas diminuem. A estratégia de controle e a posição relativa entre o dente e a fase desconectada determinam a amplitude da indução no dente. A alteração na distribuição da indução é maior na máquina de 4,5 kW do que na máquina de 5,5 kW; conseqüentemente, a variação nas perdas magnéticas também são maiores na máquina de 4,5 kW. Das três estratégias de controle utilizadas, a estratégia que minimiza a pulsação no torque é a que mais altera a distribuição da indução. As três estratégias de controle mantêm a componente \bar{I}_1 inalterada e a componente \bar{I}_4 igual a zero durante a falha. A diferença entre as três estratégias de controle está basicamente no valor de referência das componentes \bar{I}_2 e \bar{I}_3 . A indução no entreferro é composta por infinitas componentes harmônicas, mas a componente fundamental e a terceira harmônica são as componentes com maior amplitude quando a máquina opera com falha e na região de baixo escorregamento. A componente fundamental é produzida por \bar{I}_1 e \bar{I}_4 e a terceira harmônica é produzida por \bar{I}_2 e \bar{I}_3 . A componente \bar{I}_4 é mantida igual a zero para que o campo girante produzido pela componente fundamental tenha amplitude constante e produza um torque livre de pulsação. Por outro lado, o terceiro harmônico da indução produz muito pouco torque. Desta forma, mantendo constante a onda de indução produzida por esta harmônica não diminui de forma considerável a pulsação no torque.

As estratégias de controle *CI* e *MPJ*, tiram proveito do pouco torque gerado pela terceira harmônica da indução e ao invés de eliminar o torque pulsante gerado pela terceira harmônica elas ajustam as componentes \bar{I}_2 e \bar{I}_3 de forma a manter as correntes do estator com mesma amplitude, no caso da estratégia *CI*, ou minimizar as perdas joule no estator, no caso da estratégia *MPJ*. Por outro lado, o controle que minimiza o torque mantém $\bar{I}_3 = \bar{I}_4 = 0$ para eliminar a pulsação gerada pela componente fundamental e pela terceira harmônica da indução. Entretanto, devido às restrições impostas pela falha, \bar{I}_2 se torna igual a $-\bar{I}_1$, isso faz com que a amplitude do terceiro harmônico da indução seja maior do que quando são utilizadas as outras duas estratégias de controle. Como resultado, a estratégia de controle *MTP* cria a maior variação na amplitude da indução e nas perdas magnéticas.

Os resultados mostram que a máquina de 4,5 kW apresenta um aumento de até 13% nas perdas magnéticas dos dentes do estator. Em alguns dentes o aumento nas perdas magnéticas é de 44 %. Por outro lado, as perdas magnéticas totais nos dentes do estator da máquina de 5,5 kW praticamente não variam durante a operação com falha. Entretanto, o aumento nas perdas de alguns dentes chegaram a 26 % e estes aumentos localizados podem contribuir para criar pontos quentes dentro da máquina e assim reduzir a capacidade de carga. Nas duas máquinas, as perdas por histerese e por correntes parasitas, produzidas pela componente fundamental da indução, são responsáveis pela maior parte das perdas. As perdas superficiais e as perdas devido à pulsação são pequenas, pois as ranhuras do rotor, nas duas máquinas, são fechadas.

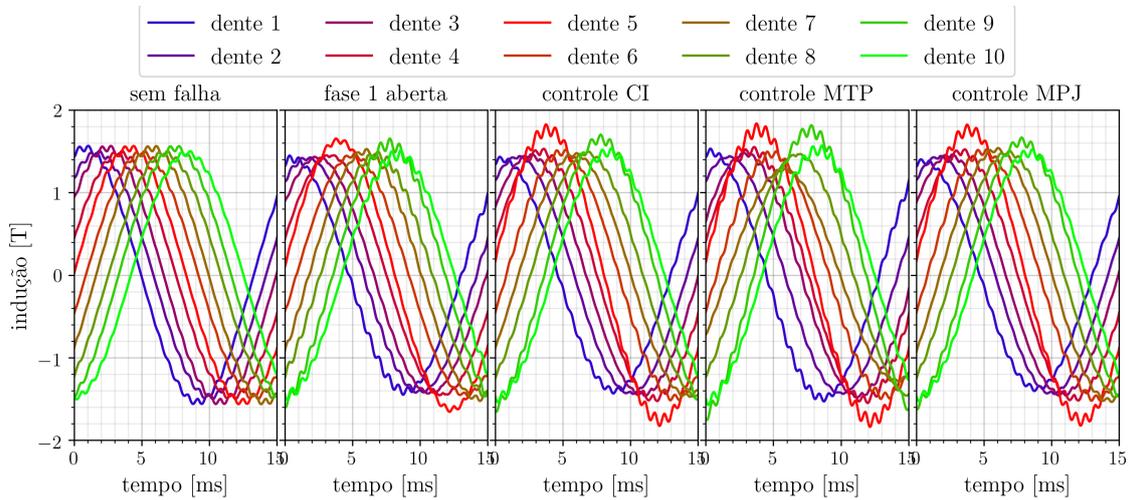
No rotor, a indução em cada dente possui o mesmo conteúdo harmônico, consequen-

temente, as perdas magnéticas dos dentes são praticamente iguais. Na Figura 44(b) são mostradas as curvas de indução de dois dentes do rotor da máquina de 4,5 kW e na Figura 47(b) são mostradas as curvas de indução de dois dentes da máquina de 5,5 kW. As curvas em preto foram obtidas utilizando as curvas de magnetização das máquinas e o valor médio da indução no passo de ranhura que contém o dente. As perdas produzidas por cada dente do rotor da máquina de 4,5 kW são mostradas nos gráficos da Figura 46 e as perdas da máquina de 5,5 kW são mostrados nos gráficos da Figura 49.

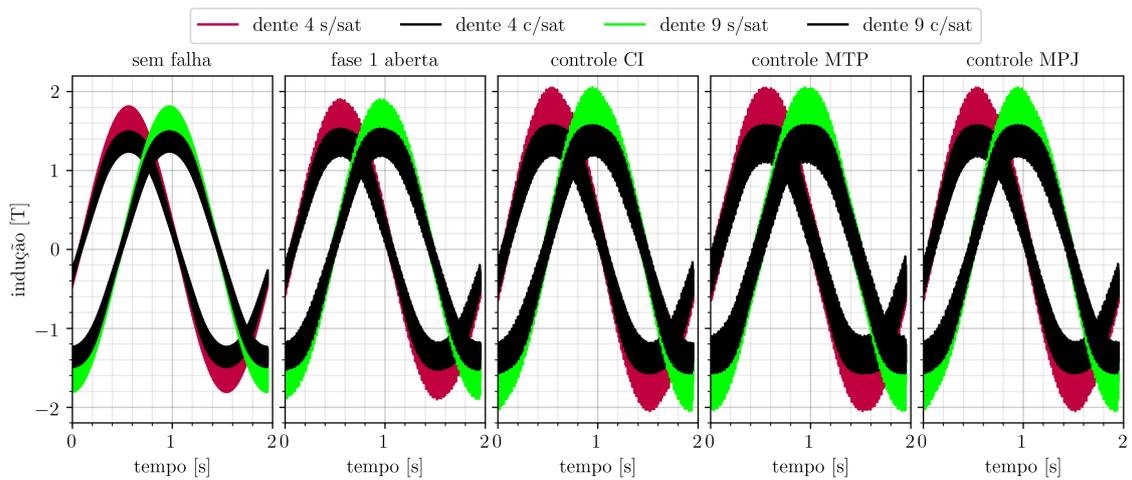
As perdas magnéticas nos dentes do rotor da máquina de 4,5 kW têm um aumento de até 16% quando a máquina opera com falha e com controle, já na máquina de 5,5 kW o aumento é de até 9%. As perdas por pulsação e as perdas superficiais são maiores no rotor pois as ranhuras do estator são abertas. A variação das perdas superficiais chegam a 30% na máquina de 4,5 kW e a 21% na máquina de 5,5 kW. Já a variação das perdas por pulsação chegam a 9% na máquina de 4,5 kW, mas não passam de 2% na máquina de 5,5 kW. Na máquina de 4,5 kW as aberturas das ranhuras são de 2,8 mm e na máquina de 5,5 kW as aberturas são de 1,8 mm. As amplitudes das harmônicas criadas pela variação da permeância são proporcionais à dimensão das aberturas das ranhuras. Como a máquina de 4,5 kW tem aberturas maiores, as perdas por pulsação e superficiais também são maiores nesta máquina. Durante a operação sob falha e com controle, as perdas por histerese e por corrente de Foucault nos dentes do rotor da máquina de 4,5 kW aumentam cerca de 11% e na máquina de 5,5 kW este aumento varia entre 4% e 7%, dependendo da estratégia de controle. As perdas por corrente de Foucault produzidas pelas harmônicas da indução são menores na máquina de 5,5 kW do que na máquina de 4,5 kW. Estas são as perdas que mais variam durante a operação sob falha e com controle, mas representam a menor parcela das perdas magnéticas. No pior cenário, quando a máquina de 4,5 kW opera com o controle MTP, estas perdas chegam a representar 4,8% do total de perdas magnéticas.

As perdas magnéticas na coroa do rotor são baixas, pois a componente fundamental da indução tem frequência igual a $s \cdot f$ e as componentes de alta frequência da indução praticamente não penetram o núcleo, ficando restrita às extremidades dos dentes. Consequentemente, a histerese é responsável por praticamente toda a perda magnética produzida na coroa do rotor. Por outro lado, na coroa do estator a componente fundamental da indução tem mesma frequência f da componente fundamental da tensão de alimentação. Consequentemente, as perdas por histerese e por corrente de Foucault são comparativamente mais elevadas. Entretanto, os resultados mostram que durante a operação sob falha, a variação nas perdas magnéticas produzida nas coroas do estator e do rotor são insignificantes.

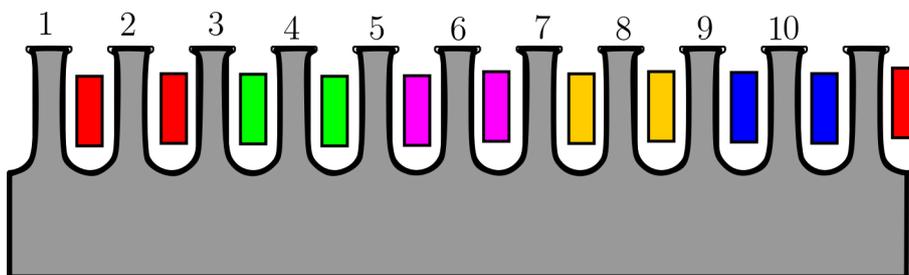
Figura 44 – Indução nos dentes do estator e do rotor e o estator planejado da máquina de 4,5 kW.



(a) Indução nos dentes do estator.



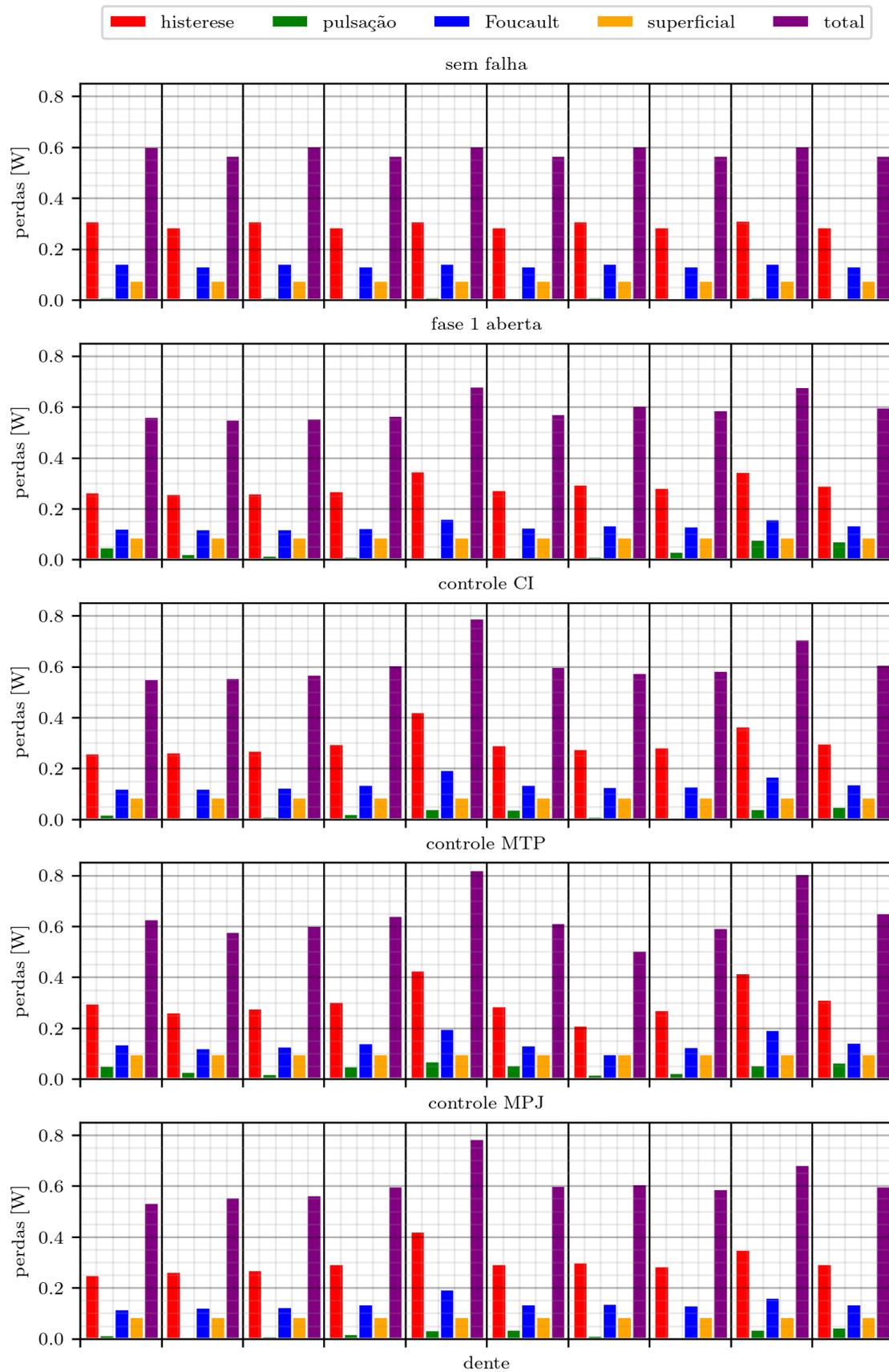
(b) Indução nos dentes do rotor.



(c) Posição relativa entre os dentes e as bobinas de fase

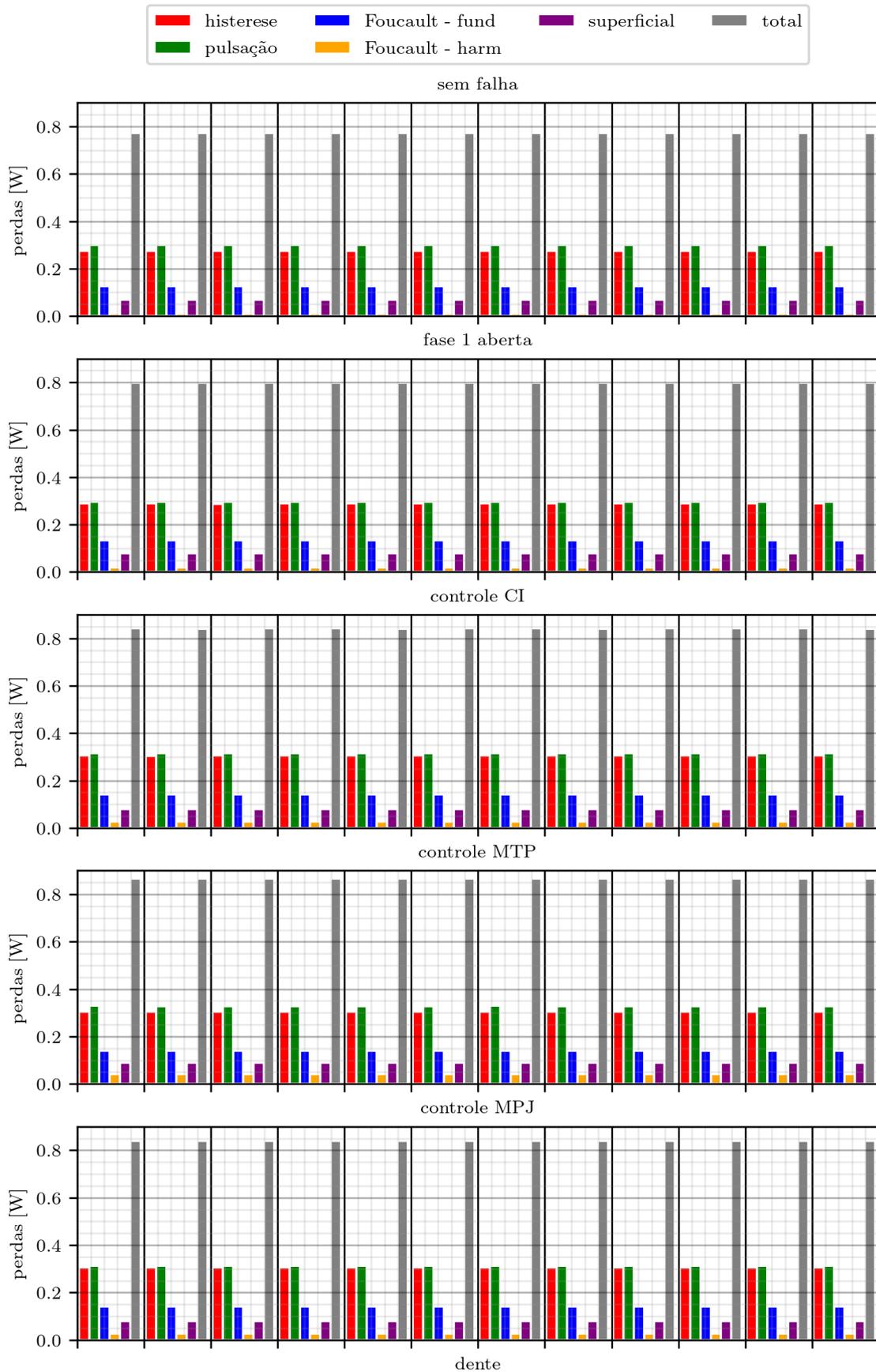
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 45 – Perdas magnéticas nos dentes do estator da máquina de 4,5 kW.



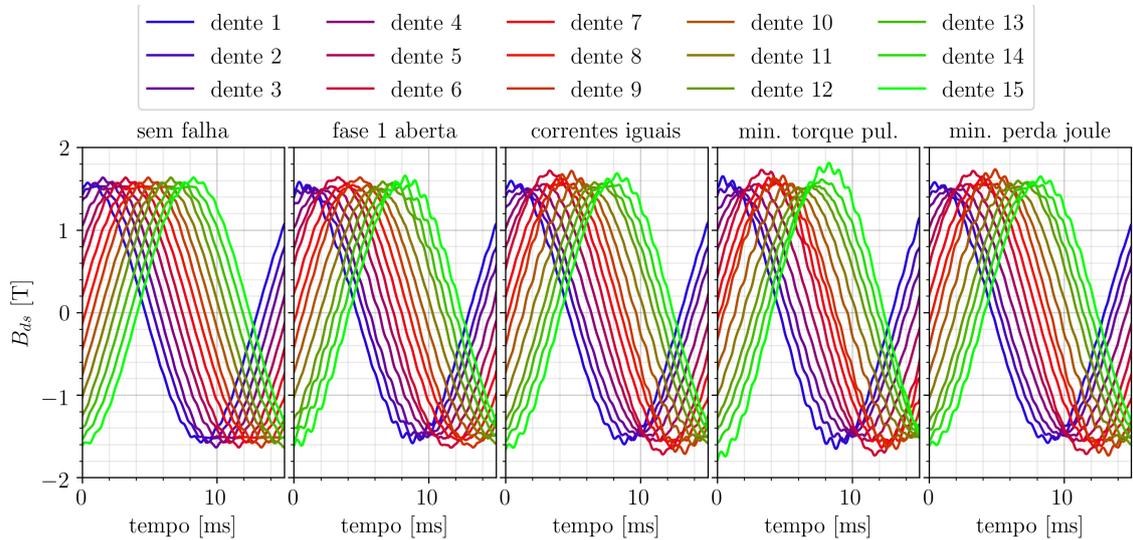
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 46 – Perdas magnéticas nos dentes do rotor da máquina de 4,5 kW.

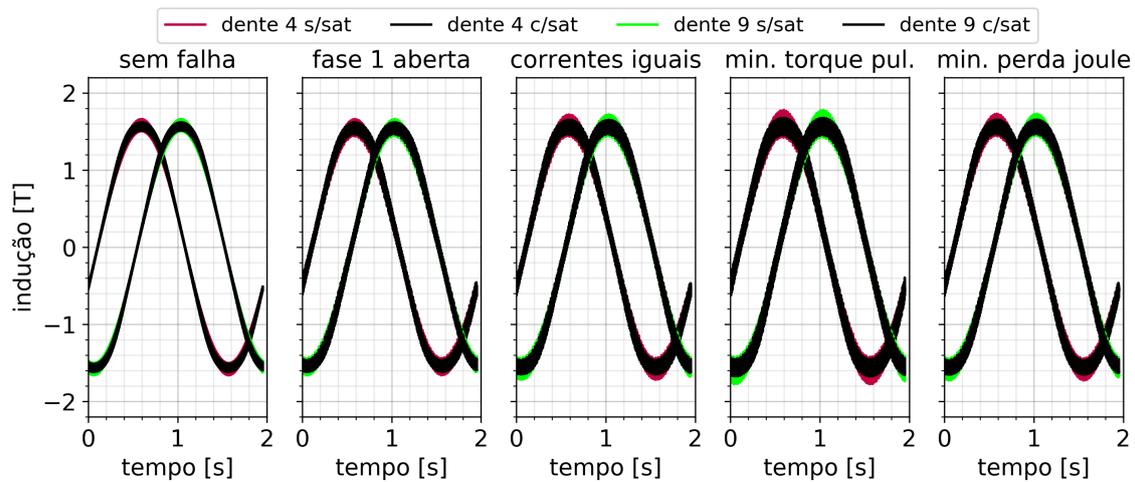


Fonte: elaborado pelo autor.

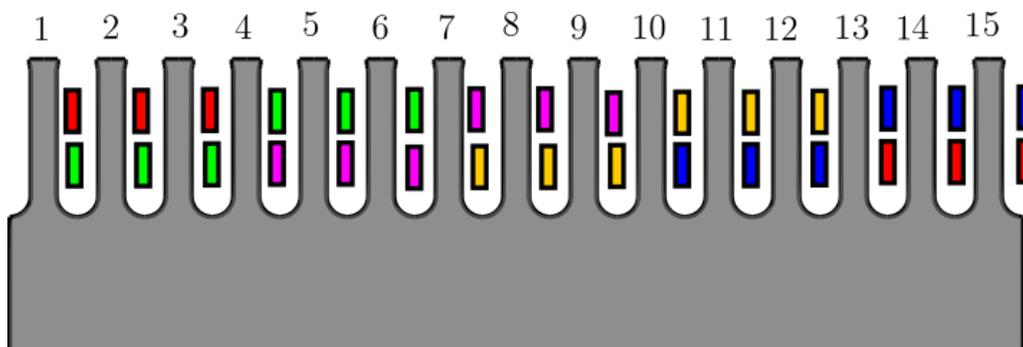
Figura 47 – Indução nos dentes do estator e do rotor e o estator planejado da máquina de 5,5 kW.



(a) Indução nos dentes do estator da máquina de 5,5 kW.



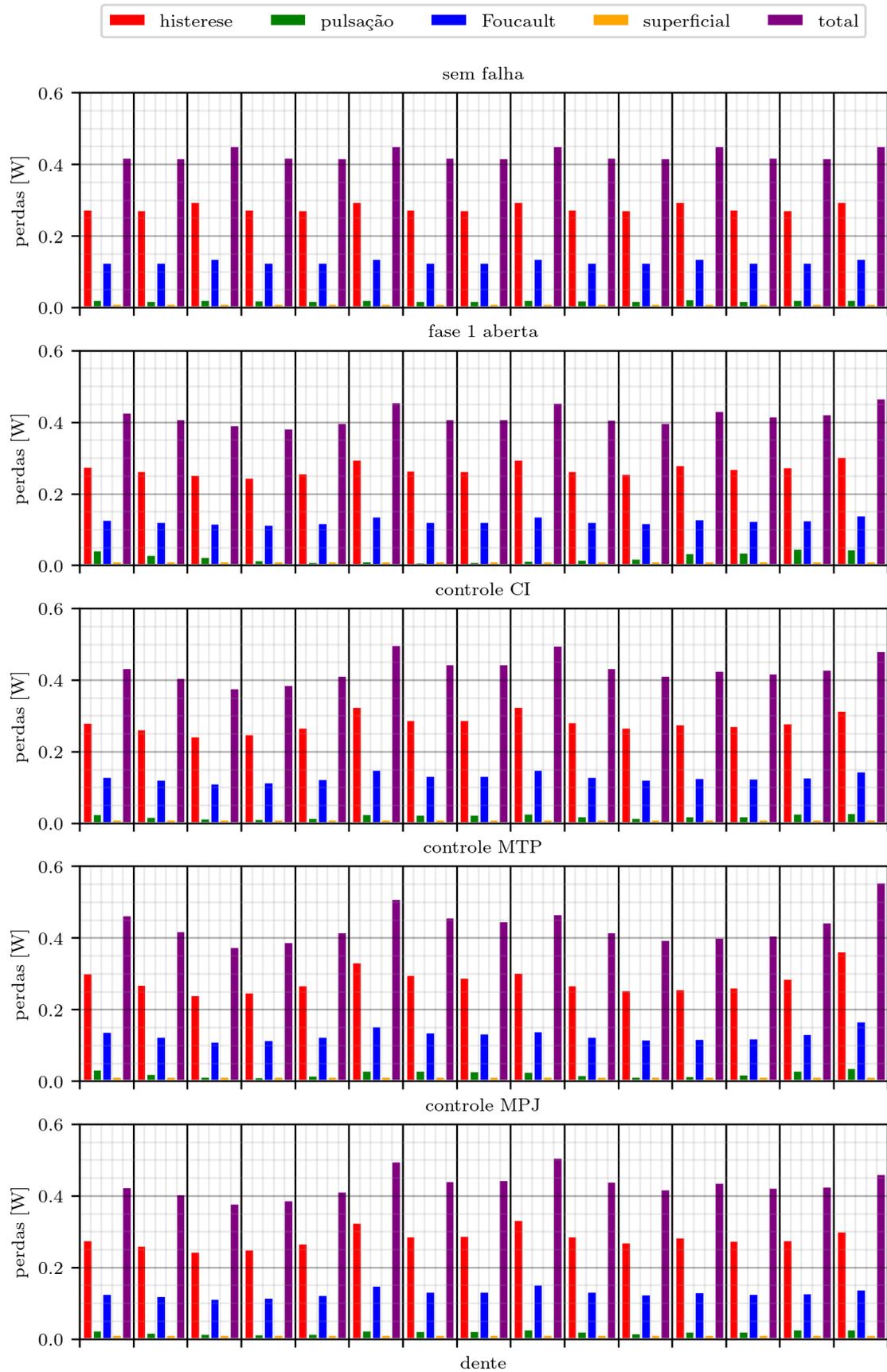
(b) Indução nos dentes do rotor da máquina de 5,5 kW.



(c) Posição relativa entre os dentes e as bobinas de fase

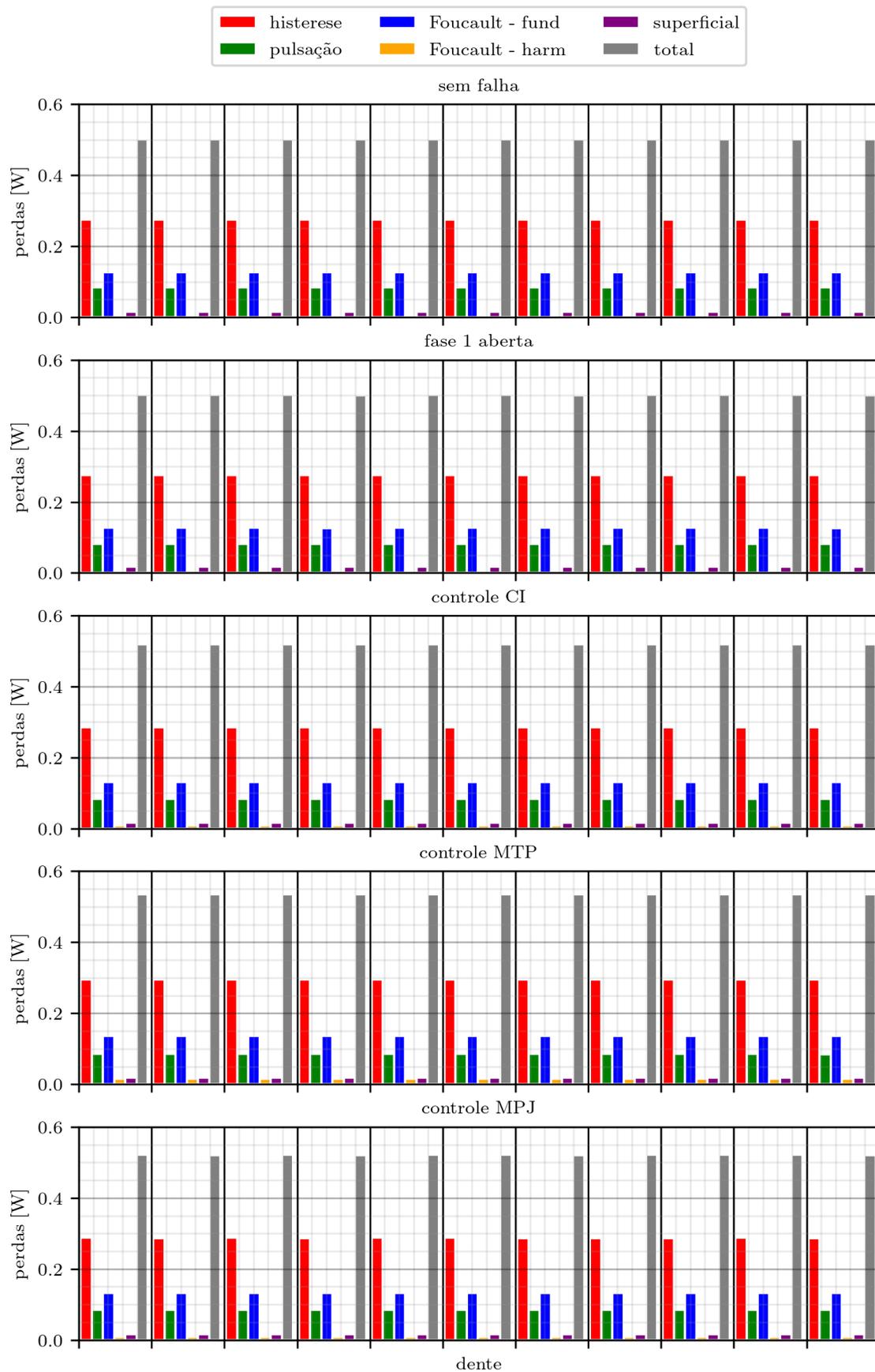
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 48 – Perdas magnéticas nos dentes do estator da máquina de 5,5 kW.



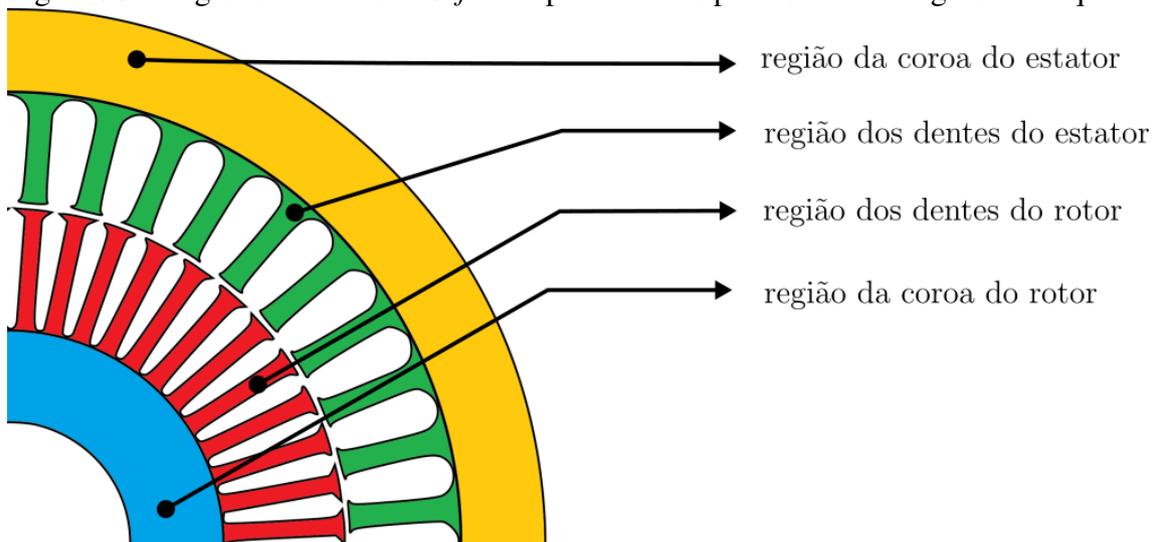
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 49 – Perdas magnéticas nos dentes do rotor da máquina de 5,5 kW.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 50 – Regiões definidas no *software* para obter as perdas de cada região da máquina.



Fonte: elaborado pelo autor.

4.7.2 RESULTADOS ANALÍTICOS VERSUS RESULTADOS OBTIDOS COM ELEMENTOS FINITOS

Para melhor avaliar e validar os resultados obtidos com os modelos analíticos, foram realizadas análises com o Método de Elementos Finitos utilizando o *software* Maxwell. As perdas magnéticas obtidas com o *software* e as perdas calculadas com o modelo analítico são mostradas na Tabela 13.

Para realizar as simulações com a máquina operando com controle vetorial, as correntes do estator e a velocidade no eixo da máquina foram impostos enquanto que as correntes de fase do rotor foram calculadas pelo *software* de elementos finitos. Para obter as perdas magnéticas de cada região, o modelo da máquina foi dividido conforme mostrado na Figura 50. Os dados de perdas das chapas, apresentados no anexo A.1, foram utilizadas pelo *software* Maxwell na determinação dos coeficientes dos modelos de perdas magnéticas.

De modo geral, os resultados obtidos com os modelos analíticos são próximos aos resultados obtidos com o método dos elementos finitos (*MEF*). Parte das discrepâncias entre os resultados é devido às simplificações adotadas no modelo analítico. A região de transição entre os dentes e a coroa, por exemplo, é ignorada no modelo analítico. Nesta região a indução varia nas direções radiais e tangenciais, tornando difícil estimar a indução nesta região tendo como base a indução no entreferro. Outro fator que contribui para as diferenças nos resultados são os modelos utilizados para o cálculo das perdas. Os modelos utilizados são empíricos e foram criados para analisar máquinas trifásicas operando sem falha. Também foi assumido que as perdas geradas por cada uma das harmônicas podem ser calculadas separadamente e depois somadas para obter o total de perdas magnéticas. Devido ao comportamento não linear do material ferromagnético, esta aproximação pode

ter gerado parte das diferenças nos valores das perdas, embora o manual do *software Maxwell* afirme que as perdas magnéticas são calculadas com modelos semelhantes ao proposto por Jordan. Na Tabela 14 são mostradas as variações nas perdas quando a máquina opera sob falha. Nesta tabela, as perdas durante a operação sem falha são utilizadas como valores de referência. Percebe-se que as tendências de aumento e redução nas perdas obtidas com o modelo analítico são similares as tendências obtidas com o *MEF*. A exceção são as perdas na coroa do rotor que apresentam erros maiores que 1000%, mas estas perdas são muito pequenas, não chegando a 0,5 W.

Durante a operação sob falha e com controle, as perdas magnéticas na coroa do estator pouco variam, conforme mostrado na Tabela 13. O fluxo na coroa é aproximadamente igual a metade do fluxo que atravessa o entreferro na área equivalente a um passo polar e a indução na coroa é obtida dividindo o fluxo que atravessa a coroa pela área da seção da coroa. As expressões (3.58) e (3.62) apresentadas no Capítulo 3 são utilizadas no cálculo do fluxo na coroa do estator. Na expressão (3.58), \mathcal{A} é a amplitude da harmônica da indução e \mathcal{U} é a ordem da harmônica. Como as harmônicas de ordem elevada possuem amplitudes pequenas quando comparadas a onda fundamental e o fluxo é inversamente proporcional a \mathcal{U} e diretamente proporcional a $\text{sen}\left(\mathcal{U} \cdot \frac{\alpha}{2}\right)$ então a parcela do fluxo produzida pelas harmônicas da indução é relativamente pequena quando comparada com a parcela do fluxo produzida pela onda fundamental. Consequentemente, o fluxo e a indução na coroa do estator variam pouco durante a operação sob falha assim como as perdas magnéticas. Por exemplo, a parcela do fluxo na coroa produzido pela onda fundamental, ϕ_1 , pela terceira harmônica da indução, ϕ_3 , e pela harmônica de ranhura de ordem N , ϕ_N , são, segundo (3.58) e (3.62), dados pelas expressões mostradas no que segue.

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} \cdot \text{sen}\left(1 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot \widehat{B}_{\delta 1} \cdot \text{sen}(wt - 1 \cdot \alpha_o + \varphi_1) \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{1}{p} \\ \phi_1 &= \widehat{B}_{\delta 1} \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{1}{p} \cdot \text{sen}(wt \pm 1 \cdot \alpha_o + \varphi_1)\end{aligned}\quad (4.41)$$

$$\begin{aligned}\phi_3 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \text{sen}\left(3 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot \widehat{B}_{\delta 3} \cdot \text{sen}(wt \pm 3 \cdot \alpha_o + \varphi_3) \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{1}{p} \\ \phi_3 &= -\frac{1}{3} \cdot \widehat{B}_{\delta 3} \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{1}{p} \cdot \text{sen}(wt \pm 3 \cdot \alpha_o + \varphi_3)\end{aligned}\quad (4.42)$$

$$\begin{aligned}\phi_N &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{N} \cdot \text{sen}\left(N \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot \widehat{B}_{\delta N} \cdot \text{sen}(wt \pm N \cdot \alpha_o + \varphi_N) \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{1}{p} \\ \phi_N &= \frac{1}{N} \cdot (-1)^{N-1} \cdot \widehat{B}_{\delta N} \cdot R \cdot \ell_p \cdot \frac{1}{p} \cdot \text{sen}(wt \pm N \cdot \alpha_o + \varphi_N)\end{aligned}\quad (4.43)$$

As expressões (4.41) a (4.43) mostram ϕ_1 é proporcional a $\widehat{B}_{\delta 1}$, ϕ_3 é proporcional a um terço de $\widehat{B}_{\delta 3}$ e ϕ_N é proporcional a um N avos de $\widehat{B}_{\delta N}$. Como $\widehat{B}_{\delta 3}$ é menor que um terço de $\widehat{B}_{\delta 1}$ e $\widehat{B}_{\delta N}$ é ainda menor que $\widehat{B}_{\delta 3}$ então o fluxo total na coroa é aproximadamente igual a ϕ_1 .

Por outro lado, segundo os dados apresentados na Tabela 14, a variação nas perdas magnéticas dos dentes podem chegar a 10% no estator e a valores superiores a 15% no

rotor. A maior variação nas perdas magnéticas dos dentes durante a operação sob falha é produzida pelo aumento do conteúdo harmônico. Diferente do que ocorre na coroa, onde o fluxo produzido pelas harmônicas da indução é pequeno quando comparado ao fluxo produzido pela onda fundamental, nos dentes, o fluxo produzido pelas harmônicas da indução no entreferro contribui com uma parcela considerável do fluxo que atravessa um dente. O fluxo que atravessa um dente do rotor ou do estator é aproximadamente igual ao fluxo que atravessa o passo de ranhura que contém o dente. As expressões (3.58) e (3.60) fornecem o fluxo que atravessa um dente do estator e as expressões (3.59) e (3.61) fornecem o fluxo que atravessa um dente rotor. Segundo estas expressões, o fluxo que atravessa um dente do estator ou do rotor é inversamente proporcional a ordem da harmônica, \mathcal{U} , e diretamente proporcional a $\sin(\mathcal{U} \cdot \alpha/2)$. Entretanto, diferente do que ocorre na expressão para o fluxo na coroa do estator, onde o termo $\sin(\mathcal{U} \cdot \alpha/2)$ assume apenas os valores 1 e -1 , nas expressões para os fluxos nos dentes, $\sin(\mathcal{U} \cdot \alpha/2)$ varia consideravelmente com a ordem \mathcal{U} e é menor para a fundamental do que para algumas das harmônicas de ranhura da indução e para a terceira harmônica da indução. Conseqüentemente, a parcela do fluxo criado pelas harmônicas aumenta, a indução nos dentes se torna mais sensível às harmônicas da indução no entreferro e são observadas maiores variações nas perdas magnéticas.

As perdas magnéticas no rotor são praticamente nulas, pois de forma similar ao que ocorre na coroa do estator, a parcela do fluxo na coroa do rotor que é produzido pelas harmônicas da indução no entreferro é relativamente pequena quando comparado a parcela do fluxo produzido pela onda fundamental da indução no entreferro. Outro fator que faz com que as perdas na coroa sejam pequenas é a baixa frequência da variação da indução criada pela onda fundamental da indução no entreferro.

Tabela 13 – Comparativo entre as perdas magnéticas da máquina de 4,5 kW obtidas com o modelo analítico (AN) e com elementos finitos (MEF).

	Estator				Rotor				TOTAL	
	Coroa		Dentes		Coroa		Dentes		AN	MEF
	AN	MEF	AN	MEF	AN	MEF	AN	MEF	AN	MEF
SF	42,7	39,8	20,8	26,8	0,07	0,02	37,7	22,7	101,3	89,3
CI	43,47	40,8	22,1	28,2	0,07	0,31	41,9	25,52	107,5	94,8
MTP	43,99	40,8	23,6	29,1	0,07	0,48	43,8	27,5	111,4	97,9
MPJ	43,33	40,1	21,9	28,9	0,07	0,33	41,7	25,3	107,0	94,6

Tabela 14 – Comparativo da variação das perdas magnéticas da máquina de 4,5 kW obtidas com o modelo analítico (AN) e com elementos finitos (MEF).

	Estator				Rotor				TOTAL	
	Coroa		Dentes		Coroa		Dentes		AN	MEF
	AN	MEF	AN	MEF	AN	MEF	AN	MEF		
SF	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
CI	102%	103%	106%	105%	100%	1683%	111%	112%	106%	106%
MTP	103%	103%	113%	109%	100%	2570%	116%	121%	110%	110%
MPJ	101%	101%	105%	108%	100%	1796%	111%	111%	106%	106%

4.8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a operação sob falha, a distribuição da indução no interior da máquina é alterada devido às harmônicas da indução que surgem em decorrência da falha. As perdas magnéticas nas coroas do estator e do rotor são pouco afetadas pela falha, pois o fluxo produzido pelas harmônicas representa uma parcela pequena do fluxo que atravessa cada uma das coroas, conseqüentemente, as induções nas coroas e as perdas magnéticas pouco variam. Nos dentes do estator e do rotor a indução varia de forma significativa e, dependendo da estratégia de controle utilizada, as perdas magnéticas podem apresentar variações superiores a 10% das perdas magnéticas produzidas quando a máquina opera sem falha.

As características construtivas das duas máquinas analisadas influenciaram as perdas magnéticas. A maior abertura nas ranhuras do dente do estator da máquina de 4,5 kW fizeram com que as perdas por pulsação e as perdas superficiais nos dentes do rotor fossem maiores do que na máquina de 5,5 kW. As perdas magnéticas no rotor das duas máquinas são produzidas principalmente pela histerese, pelas correntes de Foucault e pela pulsação do fluxo, já as perdas superficiais nos dentes do rotor só são significativas na máquina de 4,5 kW. Os gráficos das perdas nos dentes do rotor, apresentados nas figuras 46 e 49, mostram que as perdas magnéticas nos dentes do rotor são iguais em cada um dos dentes, mas variam de acordo com a estratégia de controle utilizada.

Por outro lado, nos dentes do estator, as perdas variam não apenas de acordo com a estratégia de controle utilizada, mas também de dente para dente, como pode ser observado nos gráficos das figuras 45 e 48. A distribuição das perdas nos dentes depende da estratégia de controle utilizada, do número de ranhuras do estator e das características dos enrolamentos do estator. Nas duas máquinas estudadas, as perdas por histerese e as perdas por corrente de Foucault são responsáveis pela maior parte das perdas magnéticas. Nos dentes do estator da máquina de 5,5 kW as perdas superficiais e por pulsação são praticamente nulas em qualquer regime de operação. Por outro lado, as perdas superfici-

ais nos dentes da máquina de 4,5 kW não são desprezíveis e, dependendo da estratégia de controle, são comparáveis as perdas por corrente de Foucault. As perdas por pulsação nos dentes do estator da máquina de 4,5 kW só são diferentes de zero em alguns dentes e apenas quando as estratégias de controle *CI*, *MTP* e *MPJ* são utilizadas.

De maneira geral pode-se concluir que a variação das perdas magnéticas quando a máquina opera sob falha influenciam pouco a variação total de perdas durante a operação sob falha e com controle. Entretanto, a variação total das perdas magnéticas pode ser superior a 10% dependendo da estratégia de controle utilizada. Entre as três estratégias de controle analisadas, a estratégia *MTP* é a que gera mais perdas magnéticas e as perdas magnéticas produzidas pelas estratégias *CI* e *MPJ* são basicamente iguais. Do ponto de vista das perdas magnéticas e joules, os valores de perdas apresentados nas Tabelas 11 e 12 mostram que a máquina de 5,5 kW é mais indicada para operar com falha do que a máquina de 4,5 kW , pois apresenta menores valores de perda sob qualquer regime de operação.

No próximo capítulo os modelos para a distribuição da indução apresentados no Capítulo 3 e utilizados neste capítulo para estimar as perdas magnéticas são validados utilizando simulações com elementos finitos e ensaios.

5 COMPROVAÇÃO EXPERIMENTAL E ATRAVÉS DO MEF

Os objetivos deste capítulo são validar os modelos analíticos para a distribuição da indução no interior da máquina e mostrar quais os impactos da operação sob falha e das estratégias de controle no funcionamento da máquina, em especial na distribuição da indução e na produção de torque.

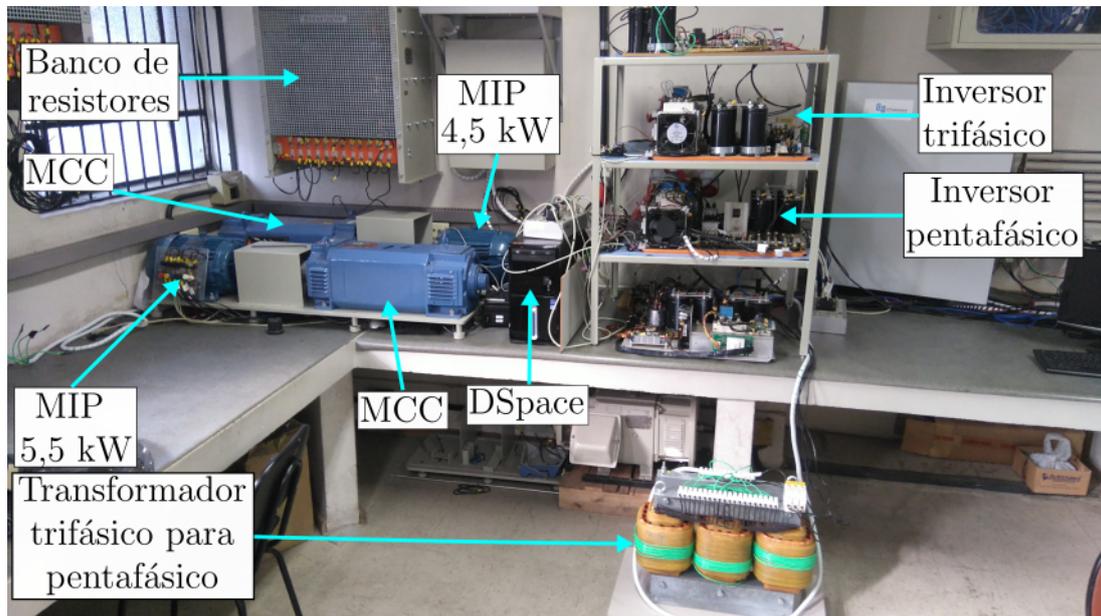
Para validar o modelo analítico apresentado no Capítulo 2, as correntes e o torque obtidos com o modelo são comparados com as correntes e os torques medidos em ensaios.

Por outro lado, para validar os modelos para a distribuição da indução apresentados no Capítulo 3, a distribuição da indução no entreferro e as induções nos dentes e coroas do estator e do rotor, obtidas com os modelos, são comparadas com as induções obtidas através de ensaios e em simulações com elementos finitos. Para não tornar o Capítulo muito extenso, apenas a estratégia de controle *MTP* será utilizada na validação do modelo para a distribuição da indução. Nos modelos apresentados no Capítulo 3 e validados neste Capítulo são considerados os efeitos da variação da permeância devido às ranhuras do rotor e do estator. A validação do modelo para a distribuição da indução em que não são considerados os efeitos das ranhuras pode ser encontrado no artigo (PEREIRA *et al.*, 2020a).

A Figura 51 mostra uma foto do laboratório *LASCAR* onde estão mostradas as máquinas de indução pentafásicas utilizadas no estudo. Na foto podem ser vistas as quatro máquinas utilizadas nos ensaios, duas máquinas de indução pentafásicas e duas máquinas de corrente contínua que são utilizadas como carga programável. No canto inferior direito pode ser visto o transformador utilizado na conversão da tensão trifásica da rede em um sistema de alimentação pentafásico equilibrado; detalhes do funcionamento deste transformador podem ser encontrados em (SOUZA, 2016). Acima do transformador estão os inversores de frequência e o computador que contém a placa *DSPACE* utilizada no controle em tempo real da máquinas.

Para a comprovação experimental foram utilizadas duas máquinas pentafásicas, uma máquina de 5,5 *kW* e outra de 4,5 *kW*; os parâmetros dos modelos das duas máquinas são mostrados na Tabela 25 do Apêndice B. Estes parâmetros foram calculados considerando que as máquinas operam em condições nominais, entretanto, durante a operação

Figura 51 – Equipamentos disponíveis no laboratório da UFRGS.



Fonte: elaborado pelo autor.

sob falha, a saturação da máquina é alterada o que influencia os valores dos parâmetros do modelo e contribui para as diferenças entre os valores medidos e calculados de indução e correntes. As induções nos dentes e coroas da máquina não podem ser medidos diretamente e são estimados com base nas tensões medidas nas sondas de fluxo inseridas no interior da máquina. A distribuição da indução no entreferro sob falha não pode ser obtida diretamente através de ensaio, apenas a forma da onda fundamental da indução no entreferro pode ser estimada com base nos dados dos ensaios. Na próxima seção é mostrado como as induções nos dentes e coroas são estimadas utilizando as tensões nas sondas de fluxo e é explicado de forma detalhada o motivo pelo qual apenas a onda fundamental de indução no entreferro pode ser estimada utilizando dados de ensaios.

5.1 INDUÇÕES NOS DENTES E COROAS E TENSÃO NAS SONDAS DE FLUXO

As máquinas de indução disponíveis no laboratório possuem sondas de fluxo fixadas aos dentes do rotor e do estator e também na coroa do estator. Na Figura 52 são mostradas as vistas em corte das duas máquinas e a localização das sondas de fluxo as quais servem para determinar a indução de forma indireta a partir da tensão induzida nas sondas. A utilização de sensores que medem diretamente a indução nas diversas partes da máquina é praticamente impossível devido a forma construtiva da máquina. Para estimar as induções utilizando as tensões induzidas nas sondas de fluxo, a expressão (5.1) deve ser utilizada.

Nesta expressão $B(t)$ é o valor médio da indução normal à seção S do núcleo da máquina que é envolvida pela bobina de fluxo, $E(t)$ é a tensão medida na sonda de fluxo e W_s é o número de espiras da sonda de fluxo. As seções dos dentes do estator, dos dentes do rotor, da coroa do estator, da coroa do rotor e da área do entreferro sob um passo polar, respectivamente, S_{ds} , S_{dr} , S_{cs} , S_{cr} e S_p , são mostrados na Tabela 15. As induções nos dentes e coroas podem ser estimados utilizando a expressão (5.1), mas a distribuição da indução no entreferro não pode ser obtida com os dados dos ensaios, pois harmônicas espaciais de ordens distintas induzem tensões de mesma frequência nas sondas de fluxo.

$$B(t) = \frac{1}{S \cdot W_s} \cdot \int E(t) \cdot dt \quad (5.1)$$

Tabela 15 – As áreas das seções do núcleo onde estão as bobinas de fluxo.

Máquina	S_{dr} [mm^2]	S_{ds} [mm^2]	S_{cs} [mm^2]	S_{cr} [mm^2]	S_p [mm^2]	W_s
5,5 kW	525	420	1985	2921	11729	20
4,5 kW	458	559	1969	1958	11729	20

A expressão (5.2) será utilizada para mostrar que harmônicas da indução distintas induzem tensões de mesma frequência nas bobinas de fluxo. Esta expressão relaciona a indução no entreferro $B_\delta(\theta, t)$ com a tensão induzida na sonda de fluxo. Ao integrar $B_\delta(\theta, t)$ na área S é obtido o fluxo que atravessa a sonda de fluxo, multiplicando este fluxo por W_s é obtida o fluxo concatenado e derivando o fluxo concatenado é obtida a tensão induzida na sonda de fluxo. A área S sob a qual a indução no entreferro deve ser integrada depende da localização da sonda de fluxo, conforme mostrado na seção 3.4 do Capítulo 3. Os limites de integração $\alpha_o + \alpha/2$ e $\alpha_o - \alpha/2$ são dados em radianos elétricos, portanto, o ângulo θ deve ser dividido por p em (5.3) para se obter a área infinitesimal dS .

$$E(t) = W_b \cdot \frac{d\phi}{dt} = W_s \cdot \frac{d}{dt} \iint_S B_\delta(\theta, t) \cdot dS \quad (5.2)$$

$$dS = R \cdot \ell_p \cdot \frac{d\theta}{p} \quad (5.3)$$

$$E(t) = \frac{W_s \cdot R \cdot \ell_p}{p} \cdot \frac{d}{dt} \int_{\alpha_o - \alpha/2}^{\alpha_o + \alpha/2} B_\delta(\theta, t) \cdot d\theta \quad (5.4)$$

Considerando que a harmônica de ordem n da indução no entreferro tenha a forma dada por (5.5) então a tensão induzida em uma sonda de fluxo será dada por (5.6).

$$B_{\delta n}(\theta, t) = \widehat{B}_{\delta n} \cdot \text{sen}(\ell \cdot \omega t \pm n \cdot \theta + \varphi) \quad (5.5)$$

$$E_n(t) = \frac{W_b \cdot R \cdot \ell_p}{p \cdot n} \cdot \text{sen}\left(n \cdot \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \ell \cdot \omega \cdot B_{\delta n}(\alpha_o, t)$$

$$E_n(t) = \frac{W_b \cdot R \cdot \ell_p}{p \cdot n} \cdot \text{sen}\left(n \cdot \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \widehat{B}_{\delta n} \cdot \ell \cdot \omega \cdot \cos(\ell \cdot \omega t \pm n \cdot \alpha_o + \varphi) \quad (5.6)$$

A frequência da tensão $E_n(t)$, dada por (5.6), não depende de n , conseqüentemente, duas ou mais harmônicas espaciais da indução podem induzir tensões de mesma frequência o que torna impossível a reconstituição da distribuição da indução no entreferro por meio da tensão induzida em uma sonda de fluxo. Desta forma, para avaliar a distribuição da indução no entreferro obtida com o modelo analítico são utilizadas distribuições da indução obtidas com o MEF. Entretanto, a tensão induzida na sonda de passo polar, $E_p(t)$, pode ser utilizada para estimar o formato da onda fundamental da indução, $B_{\delta 1}(\theta, t)$, pois $E_1(t)$ é a maior componente da tensão induzida nesta sonda, conseqüentemente $E(t) \approx E_1(t)$. O formato da tensão $E_1(t)$ é dada pela expressão (5.7) que é obtida substituindo $B_{\delta 1}(t, \theta)$, dada por (5.8), em (5.6) com $\ell=1$ e $\alpha=\pi$, pois a sonda de passo polar ocupa uma área de π radianos elétricos.

$$E_1(t) = \frac{W_b \cdot R \cdot \ell_p}{p} \cdot w \cdot \widehat{B}_1 \cdot \text{sen}(wt - \alpha_o + \varphi) \quad (5.7)$$

$$B_{\delta 1}(\theta, t) = \widehat{B}_1 \cdot \text{sen}(wt - \theta + \varphi) \quad (5.8)$$

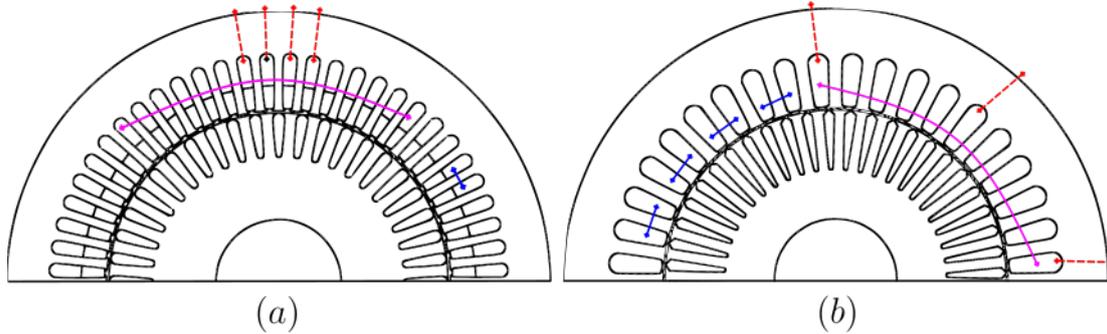
Comparando (5.7) e (5.8) fica evidente que a amplitude de $E_1(t)$ é proporcional a amplitude da onda de indução $B_1(\theta, t)$ no ponto médio da sonda de fluxo, α_o , no instante de tempo t . Se \widehat{B}_1 for estimado utilizando $E_p(t)$ ao invés de $E_1(t)$ então o erro na amplitude de \widehat{B}_1 vai ser gerado pela tensão induzida pelas harmônicas da indução e as harmônicas de maior amplitude são as de ordem $n=3$ e $n=5$. A harmônica de $B_5(\theta, t)$ é produzida exclusivamente pela saturação enquanto que a harmônica $B_3(\theta, t)$ é produzida pela saturação e pelas correntes do estator. Quando a máquina opera sem falha e é alimentada com tensões senoidais, as harmônicas de indução de ordem $n=3$ e $n=5$ são geradas pela saturação e possuem velocidades angulares elétricas iguais a $3w$ e $5w$, respectivamente. Quando a máquina opera sob falha ou é alimentada com tensões que não são senoidais ou são senoidais, porém desequilibradas, então a harmônica da indução de ordem $n=3$ também passa a ser produzida pelas correntes do estator e, neste caso, a frequência de $B_3(\theta, t)$ é igual a frequência de $B_1(\theta, t)$ e a velocidade angular de $B_3(\theta, t)$ é igual à um terço da velocidade angular de $B_1(\theta, t)$. As induções $B_{\delta 3}^{sat}(\theta, t)$ e $B_{\delta 5}^{sat}(\theta, t)$, produzidas pela saturação, são dadas pelas expressões (5.9) e (5.10), respectivamente.

$$B_{\delta 3}^{sat}(\theta, t) = \widehat{B}_{\delta 3}^{sat}(\theta, t) \cdot \text{sen}(3wt - 3\theta + \varphi) \quad (5.9)$$

$$B_{\delta 5}^{sat}(\theta, t) = \widehat{B}_{\delta 5}^{sat}(\theta, t) \cdot \text{sen}(5wt - 5\theta + \varphi) \quad (5.10)$$

As expressões (5.11), (5.12) e (5.13) fornecem, respectivamente, as tensões induzidas na bobina de passo polar pelas harmônicas $B_{\delta 3}^{sat}(\theta, t)$, $B_{\delta 5}^{sat}(\theta, t)$ e $B_{\delta 3}(\theta, t)$, sendo $B_{\delta 3}^{sat}(\theta, t)$ a onda de indução de ordem 3 produzida pela saturação, $B_{\delta 5}^{sat}(\theta, t)$ a onda de indução de ordem 5 produzida pela saturação e $B_{\delta 3}(\theta, t)$ a onda de indução de ordem 3

Figura 52 – Posição das sondas de fluxo da máquina de 5,5 kW (a) e 4,5 kW (b).



Fonte: elaborado pelo autor.

produzida pelos enrolamentos do estator sob desbalanço.

$$E_3^{sat}(t) = \frac{W_b \cdot R \cdot \ell_p}{p} \cdot w \cdot \widehat{B}_{\delta 3}^{sat} \cdot \text{sen}(3\omega t - 3\alpha_o + \varphi) \quad (5.11)$$

$$E_5^{sat}(t) = \frac{W_b \cdot R \cdot \ell_p}{p} \cdot w \cdot \widehat{B}_{\delta 5}^{sat} \cdot \text{sen}(5\omega t - 5\alpha_o + \varphi) \quad (5.12)$$

$$E_3(t) = \frac{W_b \cdot R \cdot \ell_p}{p} \cdot w \cdot \frac{\widehat{B}_{\delta 3}}{3} \cdot \text{sen}(\omega t - 3\alpha_o + \varphi_3) \quad (5.13)$$

As tensões E_3^{sat} e E_5^{sat} possuem frequência maiores que $E_1(t)$ e são facilmente identificáveis, por outro lado, a tensão $E_3(t)$ possui mesma frequência de $E_1(t)$, tornando $E_1(t)$ e $E_3(t)$ indistinguíveis. Entretanto, segundo a expressão (5.13), a amplitude de $E_3(t)$ é proporcional a um terço de $\widehat{B}_{\delta 3}$ e $\widehat{B}_{\delta 3}$ é, na pior das hipóteses, igual a um terço de $\widehat{B}_1(t)$, consequentemente $\widehat{E}_3 \leq \widehat{E}_1/9$ e $\widehat{E}_p \approx \widehat{E}_1$.

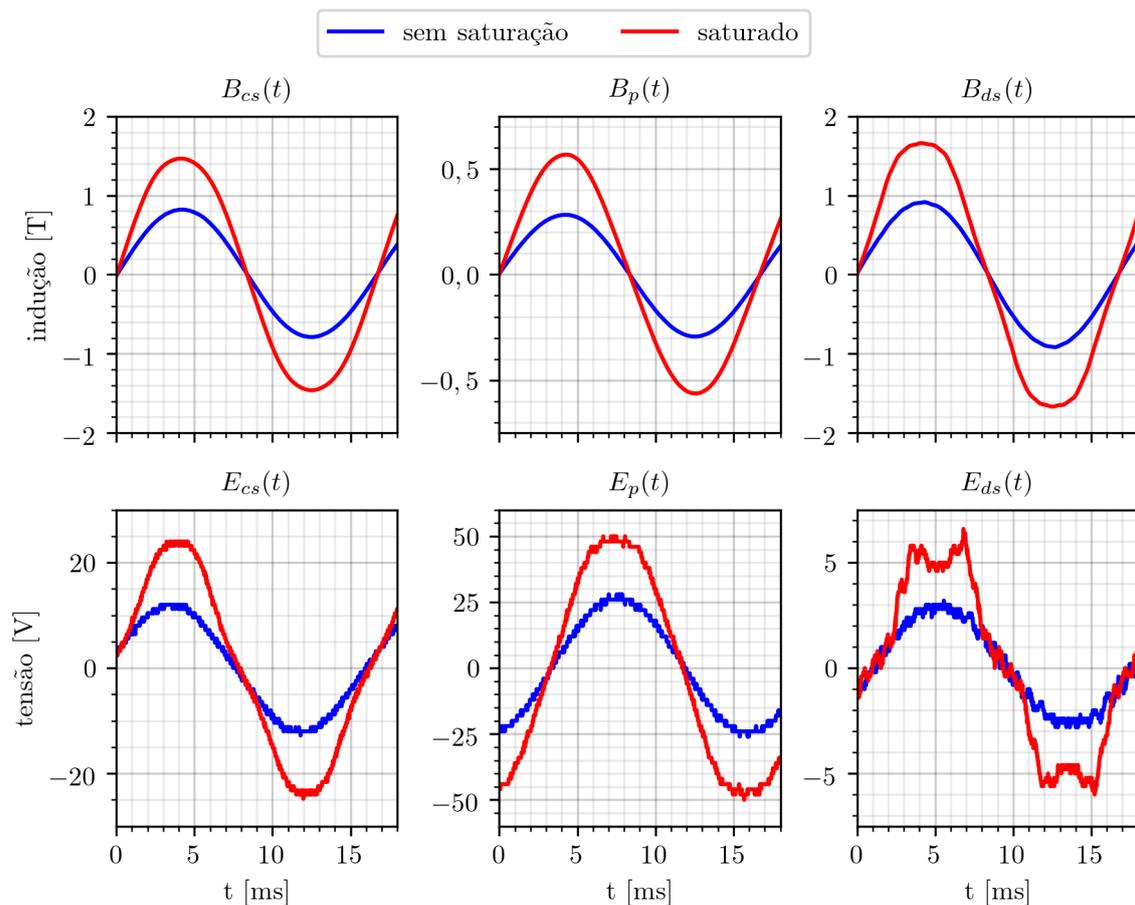
5.1.1 EFEITOS DA SATURAÇÃO SOBRE A INDUÇÃO

Para mostrar os efeitos da saturação nas medidas das tensões e na estimação da indução, são mostradas na Figura 53 as tensões induzidas nas sondas de fluxo e as induções calculadas com base nestas tensões. As curvas mostradas foram medidas nas sondas de fluxo da máquina de 5,5 kW operando sem falha e sem carga. As curvas em vermelho foram obtidas com a máquina operando com tensão nominal e frequência nominal e as curvas em azul mostram as obtidas com a máquina operando com metade da tensão nominal e com frequência nominal. As induções na coroa do estator, sob um polo e em um dente do estator, respectivamente, $B_{cs}(t)$, $B_p(t)$ e $B_{ds}(t)$ são aproximadamente senoidais. Entretanto, nas induções $B_{cs}(t)$ e $B_{ds}(t)$ é possível observar um achatamento no formato de onda quando a máquina opera com tensão nominal. Esta variação no formato da indução indica a presença de harmônicas que, neste caso, são produzidas pela saturação e pelas ranhuras do rotor.

Na Figura 54 são mostrados os espectros das tensões e induções mostrados na Figura

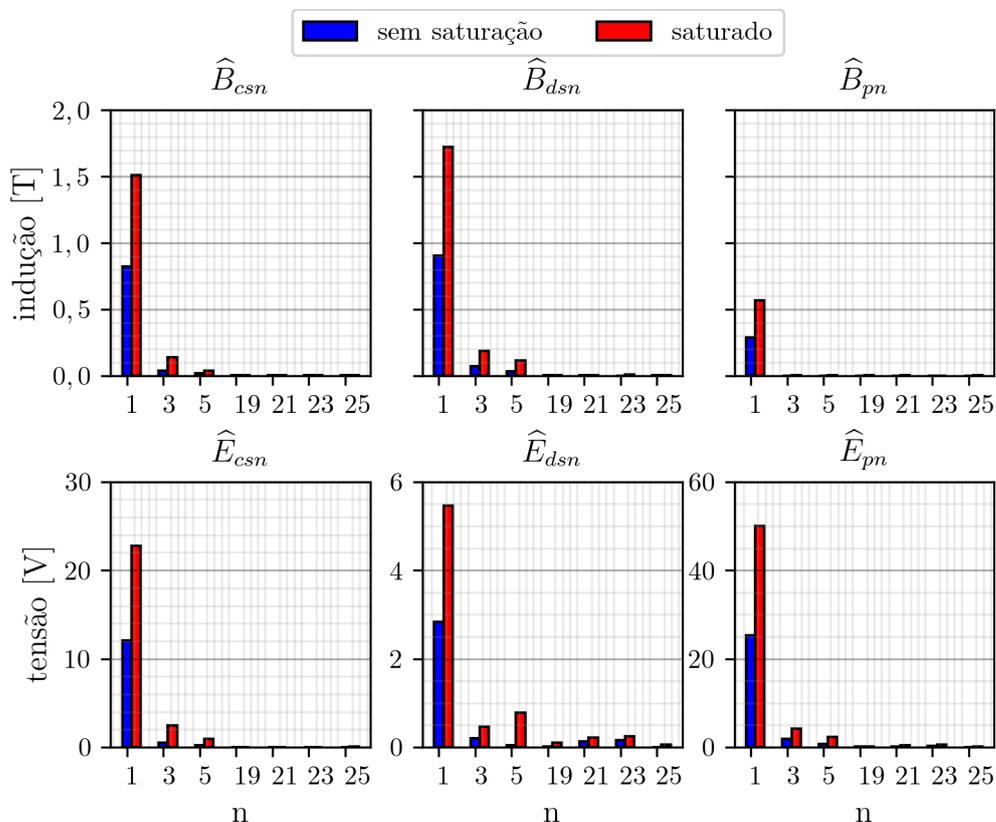
53, os harmônicos de ordem 3 e 5 são produzidos pela saturação e os harmônicos de ordem 19, 21, 23 e 25 são produzidos pela interação da variação da permeância das ranhuras do rotor com a onda fundamental da indução e com a terceira harmônica. A ordem destas harmônicas é dada pela expressão $N_r/p \pm n$ onde N_r é o número de ranhuras do rotor, neste caso 44, e n é a ordem das harmônicas que não são produzidas pelas ranhuras. O formato das tensões induzidas nas sondas de fluxo são mais afetadas pelas harmônicas da indução, pois, conforme mostrado na expressão (5.6), a amplitude de um harmônico da tensão é proporcional à amplitude do harmônicas da indução multiplicada pela sua velocidade angular, w , que no caso das harmônicas produzidas pela saturação e das harmônicas de ranhura são maiores que a velocidade angular da onda fundamental. Nos resultados apresentados neste capítulo, as induções obtidas com o modelo analítico não contêm as harmônicas produzidas pela saturação e parte das diferenças entre os resultados obtidos nos ensaios, com o *MEF* e com o modelo analítico são devido a estes harmônicos.

Figura 53 – Efeito da saturação na tensão induzida nas sondas de fluxo e na indução.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 54 – Espectro das tensões e das induções obtidas com as sondas de fluxo do dente, da coroa e de passo polar. Sendo \hat{B}_{csn} , \hat{B}_{dsn} , \hat{B}_{pn} , \hat{E}_{csn} , \hat{E}_{dsn} e \hat{E}_{pn} as amplitudes das harmônicas temporais de ordem n das induções e tensões



Fonte: elaborado pelo autor.

5.2 DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DA INDUÇÃO

Para validar o modelo para a distribuição na indução no entreferro, dentes e coroas, a distribuição da indução obtida com o modelo analítico será comparada com a distribuição da indução obtida com o *MEF* e a distribuição da indução estimada com base nas medidas de tensão das sondas de fluxo das máquinas disponíveis no laboratório. Conforme explicado, a indução no entreferro não pode ser obtida diretamente através de ensaios e por este motivo as curvas de indução no entreferro obtidas com o modelo analítico serão comparadas com as curvas de indução obtidas com o *MEF*. Já a validação dos modelos para a indução nas coroas e dentes do estator será feita utilizando tanto os dados obtidos com o *MEF* quanto os dados dos ensaios. O *Software* utilizado nas simulações com elementos finitos é o *FEMM 4.2* que é capaz de realizar apenas simulações em duas dimensões. Devido a esta limitação, os efeitos da inclinação das ranhuras do rotor na distribuição da indução no entreferro e no núcleo da máquina não são observados nos resultados fornecidos por este software. Por outro lado, o efeito da inclinação das ranhuras também não

foi considerado nos modelos analíticos apresentados no Capítulo 3, conseqüentemente, as distribuições da indução obtidas com o *MEF* e com o modelo analítico podem ser comparadas sem que alterações sejam realizadas o modelo analítico. Entretanto, para comparar as induções obtidas com os resultados dos ensaios e as induções obtidas com o modelo analítico é necessário adicionar o efeito da inclinação das barras ao modelo analítico. O efeito da inclinação é adicionado ao modelo analítico multiplicando cada termo da indução produzida pelo rotor, pelo fator de inclinação $k_i(n)$. Os termos da indução $B_r(\theta, t)$, dada pela expressão (3.32) devem ser multiplicados por $k_i(n_r)$ e os termos de $\frac{\Lambda_r(\theta)}{\Lambda_o}$, dados pela expressão (3.42), devem ser multiplicados por $k_i(n_{rr})$. O fator de inclinação é dado pela expressão (5.14), sendo γ_{in} o ângulo de inclinação das barras.

$$k_i(n) = \frac{\text{sen}(n \cdot p \cdot \gamma_{in})}{n \cdot p \cdot \gamma_{in}} \quad (5.14)$$

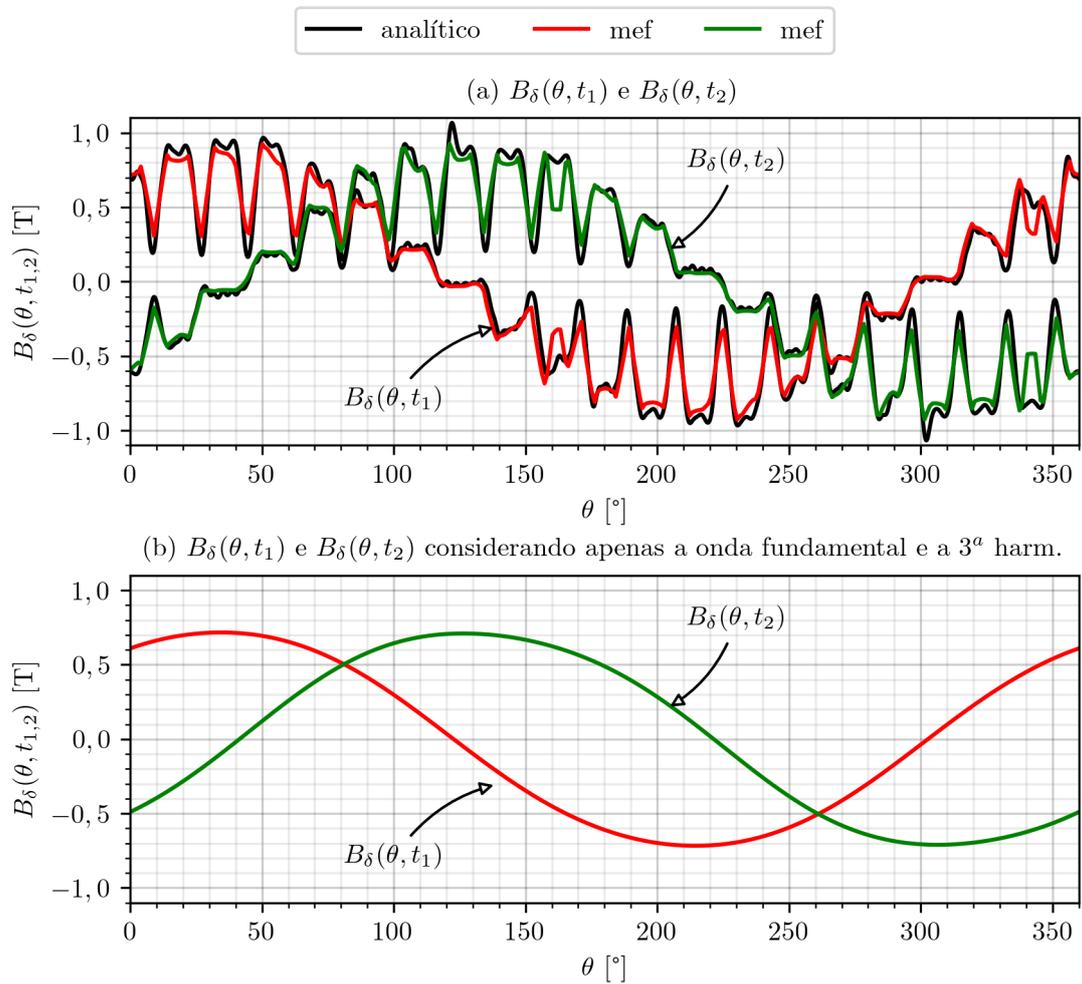
5.2.1 INDUÇÃO NO ENTREFERRO DURANTE A OPERAÇÃO SEM FALHA

Quando a máquina de indução opera sem falha, a onda fundamental e a terceira harmônica da indução no entreferro giram com a mesma velocidade e o campo girante produzido por estas harmônicas não muda de forma com o tempo, ele apenas se desloca com velocidade síncrona. Conseqüentemente, a variação temporal das induções em todos os dentes do estator é igual, porém defasadas no tempo. Nestas condições, a terceira harmônica da indução é produzida pela saturação ou por estratégias de controle que otimizam a forma da onda de indução no entreferro para aumentar o torque produzido pela máquina.

Na Figura 55 são mostrados dois gráficos da indução no entreferro da máquina de 4,5 kW operando sem falha, com um terço do torque nominal e em dois instantes de tempo distintos. Na Figura 55(a) são comparadas as induções no entreferro obtidas com o modelo analítico apresentado no Capítulo 3 e com o *MEF*; na Figura 55(b) são mostradas apenas a onda fundamental e a terceira harmônica da indução no entreferro, produzida neste caso pela saturação, para ilustrar que o campo girante produzido por estas harmônicas praticamente não muda de forma com o tempo quando a máquina opera sem falha.

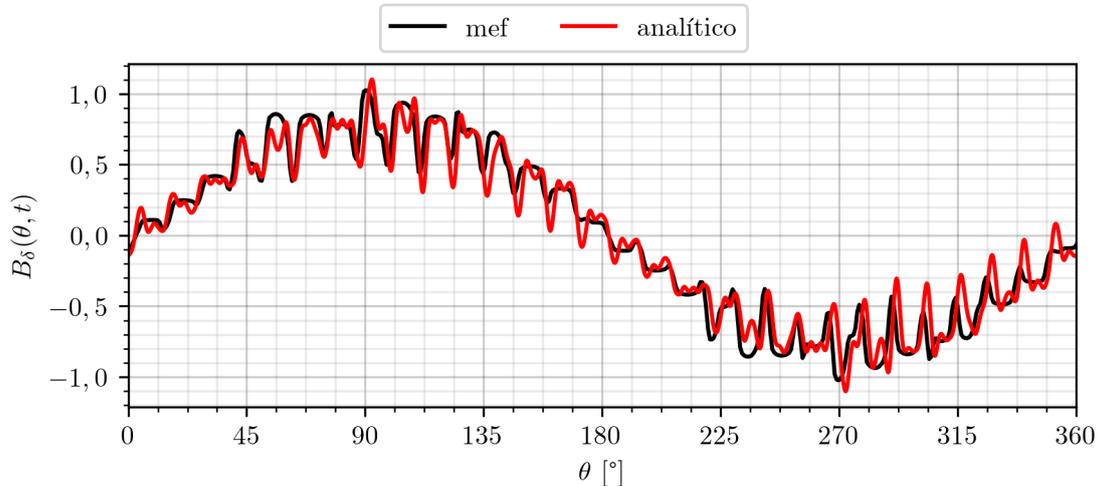
A Figura 55(a) mostra que o modelo analítico para a distribuição da indução fornece, para a máquina de 4,5 kW, resultados bastante próximos aos resultados obtidos com o *MEF*. A máquina de 4,5 kW possui 40 ranhuras no estator, duas ranhuras por polo e por fase e enrolamentos do estator com camada simples sem encurtamento de passo. Por outro lado, a máquina de 5,5 kW possui 60 ranhuras no estator, 3 ranhuras por polo e por fase, enrolamentos de dupla camada no estator com encurtamento de passo de 3 ranhuras. Para mostrar que o modelo analítico também é capaz de modelar a indução no entreferro da máquina de 5,5 kW são comparadas na Figura 56 a indução no entreferro da máquina de 5,5 kW obtidas com o *MEF* e com o modelo analítico.

Figura 55 – Indução no entreferro da máquina de 4,5 kW operando sem falha e com um terço da carga nominal para dois instantes de tempo $t=t_1$ e $t=t_2$.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 56 – Indução no entreferro da máquina de 5,5 kW em condições nominais.



Fonte: elaborado pelo autor.

5.2.2 INDUÇÃO NO ENTREFERRO DURANTE A OPERAÇÃO SOB FALHA

Durante a operação sob falha, o campo girante fica distorcido e a sua amplitude passa a variar com o tempo, pois as correntes do estator ficam desequilibradas aumentando o conteúdo harmônico da indução no entreferro, conforme demonstrado em (PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER; NICOL, 2015; PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER; SILVEIRA, 2015; PEREIRA; PEREIRA; HAFFNER, 2016). A fundamental e a terceira harmônica da indução são as componentes da indução de maior amplitude e, durante o operação sob falha, o desequilíbrio das correntes produz para cada uma destas componentes duas ondas de indução no entreferro que giram em sentidos opostos. Estas ondas de indução são responsáveis pela maior parte da distorção na distribuição da indução no entreferro. Para mostrar esta variação na distribuição da indução, nas figuras 57, 58, 59 e 60 são comparados as ondas de indução no entreferro da máquina de 4,5 kW operando com 1/3 do torque nominal, com falha e sem controle e com falha e com as estratégias de controle *CI*, *MPJ* e *MTP*, respectivamente.

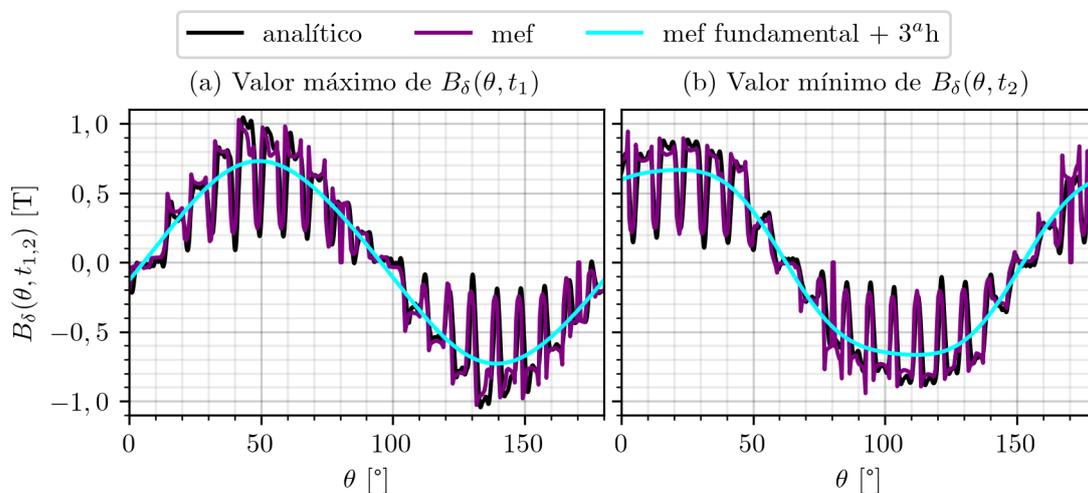
Os gráficos das figuras 57(a), 58(a), 59(a) e 60(a) mostram o instante de tempo em que as ondas de indução se somam fazendo com que a amplitude da indução no entreferro atinja o valor máximo. Por outro lado, nas figuras 57(b), 58(b), 59(b) e 60(b) são mostrados os instantes de tempo em que as ondas de indução se subtraem resultando na menor amplitude da indução no entreferro. A curva em azul claro mostra a indução no entreferro composta apenas pela onda fundamental e pela terceira harmônica da indução no entreferro. Os instantes de tempo e as posições no entreferro onde os valores máximos e mínimos ocorrem dependem da fase onde ocorreu a falha, da estratégia de controle utilizada, da carga no eixo, da velocidade da máquina e de características construtivas da máquina.

A máquina de 5,5 kW possui enrolamentos do estator mais sofisticados do que a máquina 4,5 kW, pois os enrolamentos são de camada dupla, com encurtamento de passo de 3 ranhuras e com 3 ranhuras por polo e por fase enquanto que os enrolamentos da máquina de 4,5 kW são de camada simples, sem encurtamento de passo e com duas ranhuras por polo e por fase. Conseqüentemente, a indução produzida por cada enrolamento do estator da máquina de 5,5 kW e a indução resultante no entreferro são mais próximos de uma senoide, conforme mostrado nas figuras 55 e 56. Devido às características do enrolamento citadas, a terceira harmônica da indução produzida pela máquina de 5,5 kW é comparativamente menor do que a terceira harmônica da indução produzida pela máquina de 4,5 kW. Portanto, a variação no formato da indução durante a operação sob falha deve ser menor na máquina de 5,5 kW.

No Capítulo 3, foi mostrado que cada harmônica de ordem n da onda de indução no entreferro está relacionada com uma sequência de fase das correntes do estator. A onda de indução fundamental ($n=1$), $B_{\delta s1}(\theta, t)$, é produzida pelas componentes de sequência \bar{I}_1 e \bar{I}_4 e a onda de indução de ordem $n=3$, $B_{\delta s3}(\theta, t)$, é produzida pelas componentes de

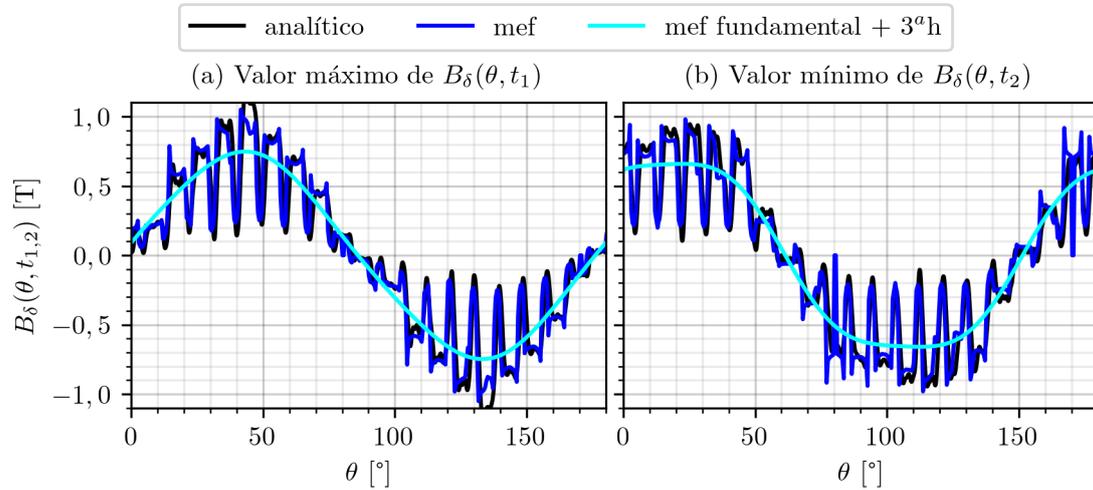
sequência \bar{I}_2 e \bar{I}_3 . Considerando, por exemplo, que a máquina opera com falha e com o controle *MTP*, as correntes do estator só possuem as componentes de sequência \bar{I}_1 e \bar{I}_3 e estas componentes possuem a mesma amplitude. Neste caso, de acordo com a expressão (3.12), a razão entre as amplitudes da onda fundamental e da terceira harmônica da indução produzidas pelo estator, $\widehat{B}_{\delta s3}/\widehat{B}_{\delta s1}$, é igual a 0,30 para a máquina de 4,5 kW e 0,18 para a máquina de 5,5 kW. Esta diferença na relação de amplitudes B3/B1 se deve basicamente às características dos enrolamentos de cada máquina. Conseqüentemente, durante a operação sob falha e com controle *MTP*, a indução no entreferro da máquina de 4,5 kW será mais distorcida pela terceira harmônica do que a indução no entreferro da máquina de 5,5 kW. Na Figura 61 são mostradas a distribuição da indução no entreferro das duas máquinas operando com controle *MTP* e com 1/3 do torque nominal. No gráfico da Figura 61(a) são mostradas as distribuições das induções no entreferro das duas máquinas nos instantes de tempo em que as induções atingem o maior valor de pico e na Figura 61(b) os instantes de tempo em que a indução atinge o menor valor de pico. Este gráfico mostra que a variação na amplitude da indução é, de fato, maior na máquina de 4,5 kW do que na máquina de 5,5 kW, mas, segundo a análise realizada, esta variação deveria ser maior. A razão $\widehat{B}_{\delta s3}/\widehat{B}_{\delta s1}$ para a máquina de 4,5 kW é igual a 0,30, logo, a amplitude da indução deveria variar entre $0,7\widehat{B}_{\delta 1}$ e $1,3\widehat{B}_{\delta 1}$, mas a amplitude da indução mostrada na Figura 61 varia entre 0,79 T e 0,65 T e a amplitude da fundamental é de 0,73 T, ou seja a indução varia entre $1,08\widehat{B}_{\delta 1}$ e $0,89\widehat{B}_{\delta 1}$. O motivo para a variação na amplitude não ser tão extrema está na reação do rotor. As induções mostradas na Figura 61 são as induções resultantes no entreferro, $B_{\delta}(\theta, t)$, que são iguais a soma da indução

Figura 57 – Indução no entreferro da máquina de 4,5 kW operando com falha e com $\frac{1}{3}$ da carga nominal.



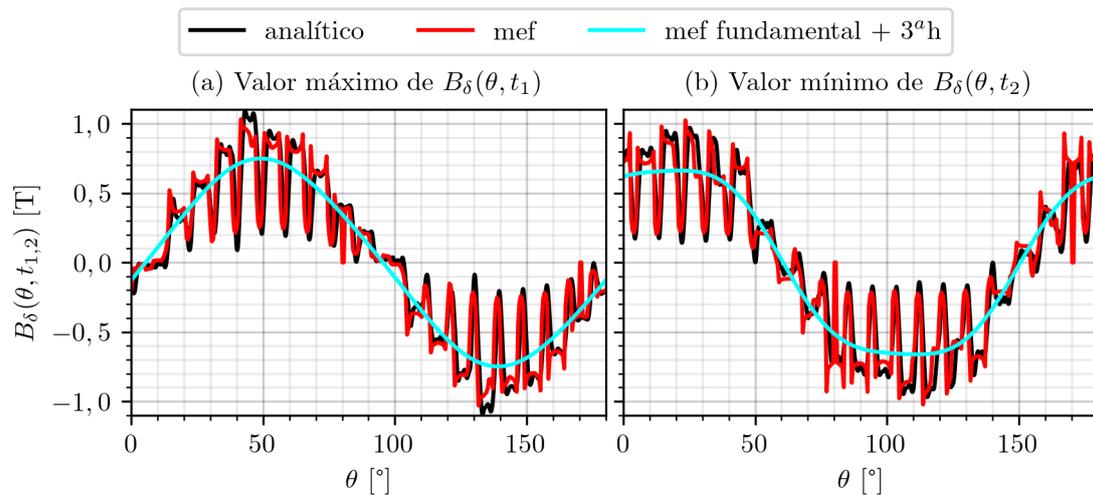
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 58 – Indução no entreferro da máquina de 4,5 kW operando com 1/3 do torque nominal e controle *CI*.



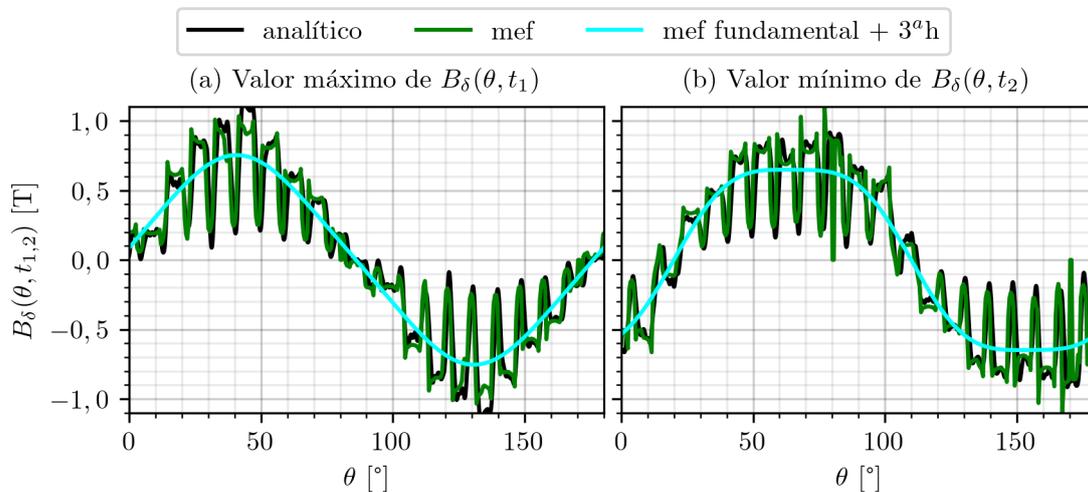
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 59 – Indução no entreferro da máquina de 4,5 kW operando com 1/3 do torque nominal e controle *MPJ*.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 60 – Indução no entreferro da máquina de 4,5 kW operando com 1/3 do torque nominal e controle *MTP*.



Fonte: elaborado pelo autor.

produzida pelo estator, $B_{\delta s}$, e da indução pelo rotor, $B_{\delta r}$. Durante a operação sob falha, o rotor tende a compensar mais a terceira harmônica da indução do que a onda fundamental, pois, para a equação de malha de sequência 3 do rotor, dada pela equação (2.78) do Capítulo 2, o escorregamento relativo s_n'' é igual a $(3s - 2)$ enquanto que para a equação de malha de sequência 1 do rotor o escorregamento relativo é igual a s . Consequentemente, quando a máquina opera com falha, a impedância do rotor para a componente de sequência 3 reduz mais do que a impedância para a componente de sequência 1 fazendo com que a componente $\bar{I}_{3,3}^r$ seja elevada e crie uma indução B_{r3} com amplitude elevada que ao se somar a componente $B_{\delta s3}$ resulta uma indução $B_{\delta 3}$ relativamente menor. Os dados referentes as induções mostradas na Figura 61 são apresentadas na Tabela 16. Estes dados mostram que nas duas máquinas as componentes $\bar{I}_{3,3}^r$, que geram a reação do rotor à indução $B_{\delta s3}(\theta, t)$, são bastante elevadas. Segundo a expressão (3.32), as amplitudes de $B_{\delta r1}$ e de $B_{\delta r3}$ são proporcionais, respectivamente, as magnitudes das componentes $\bar{I}_{1,1}^r$ e $\bar{I}_{3,3}^r$ das correntes de fase do rotor. A relação entre $\hat{B}_{\delta r1}^r$ e $\bar{I}_{1,1}^r$ e entre $\hat{B}_{\delta r3}^r$ e $\bar{I}_{3,3}^r$, para as máquinas de 4,5 kW e 5,5 kW são:

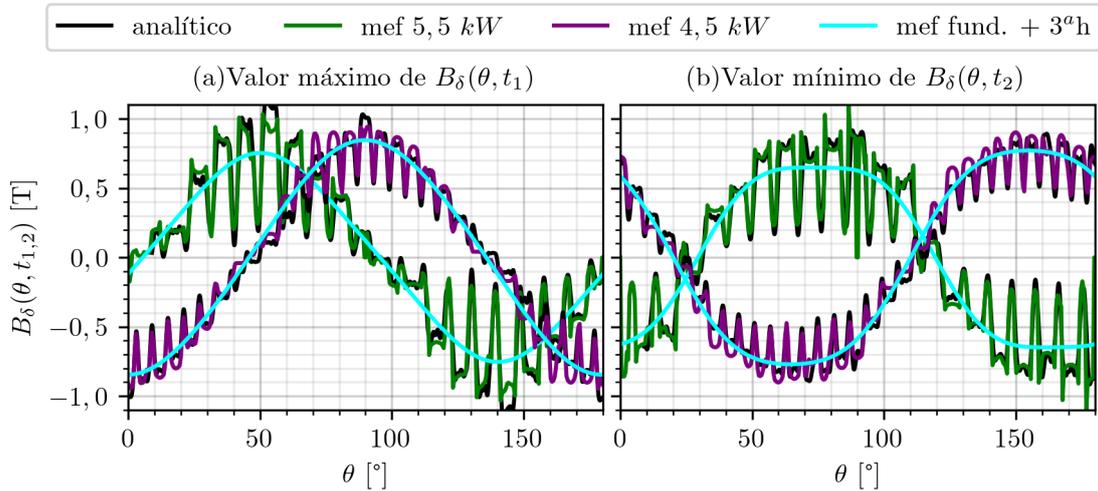
$$\text{máquina de 4,5 kW} \rightarrow \begin{cases} \hat{B}_{1,1}^r = 0,0014 \cdot |\bar{I}_{1,1}^r| \\ \hat{B}_{3,3}^r = 0,0013 \cdot |\bar{I}_{3,3}^r| \end{cases} \quad (5.15)$$

$$\text{máquina de 5,5 kW} \rightarrow \begin{cases} \hat{B}_{1,1}^r = 0,0016 \cdot |\bar{I}_{1,1}^r| \\ \hat{B}_{3,3}^r = 0,0016 \cdot |\bar{I}_{3,3}^r| \end{cases} \quad (5.16)$$

As expressões (5.15) e (5.16) mostram que valores iguais de $\bar{I}_{1,1}^r$ e $\bar{I}_{3,3}^r$ produzem induções $\hat{B}_{1,1}^r$ e $\hat{B}_{3,3}^r$ com amplitudes praticamente iguais. Consequentemente, a elevada

magnitude de $\bar{I}_{3,3}^r$ quando comparado com $\bar{I}_{1,1}^r$ resulta em uma maior atenuação da terceira harmônica da indução no entreferro.

Figura 61 – Induções máximas e mínimas nos entreferros das máquinas de 4,5 kW e 5,5 kW operando com falha, 1/3 do torque nominal e controle *MTP*.



Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 16 – Dados da indução mostrada na Figura 61.

Máquina	4,5 kW	5,5 kW	
Valor máximo de \hat{B}_δ	0,79	0,83	T
Valor mínimo de \hat{B}_δ	0,65	0,76	T
$\Delta\hat{B}_\delta$	19,2	10,1	% de $\hat{B}_{\delta 1}$
$\hat{B}_{\delta 1}$	0,73	0,79	T
$\hat{B}_{\delta 3}$	0,06	0,04	T
\bar{I}_1	5,55/ $-56,32^\circ$	5,25/ $-67,52^\circ$	A
\bar{I}_2	0	0	A
\bar{I}_3	5,55/ $123,68^\circ$	5,25/ $112,48^\circ$	A
\bar{I}_4	0	0	A
$\bar{I}_{1,1}^r$	360,00/ $178,57^\circ$	190,80/ $-179,98^\circ$	A
$\bar{I}_{3,3}^r$	154,46/ $121,69^\circ$	72,67/ $108,79^\circ$	A
Frequência	60	60	Hz
Escorregamento	0,0079	0,0085	

5.2.3 INDUÇÃO NOS DENTES E COROAS SOB FALHA

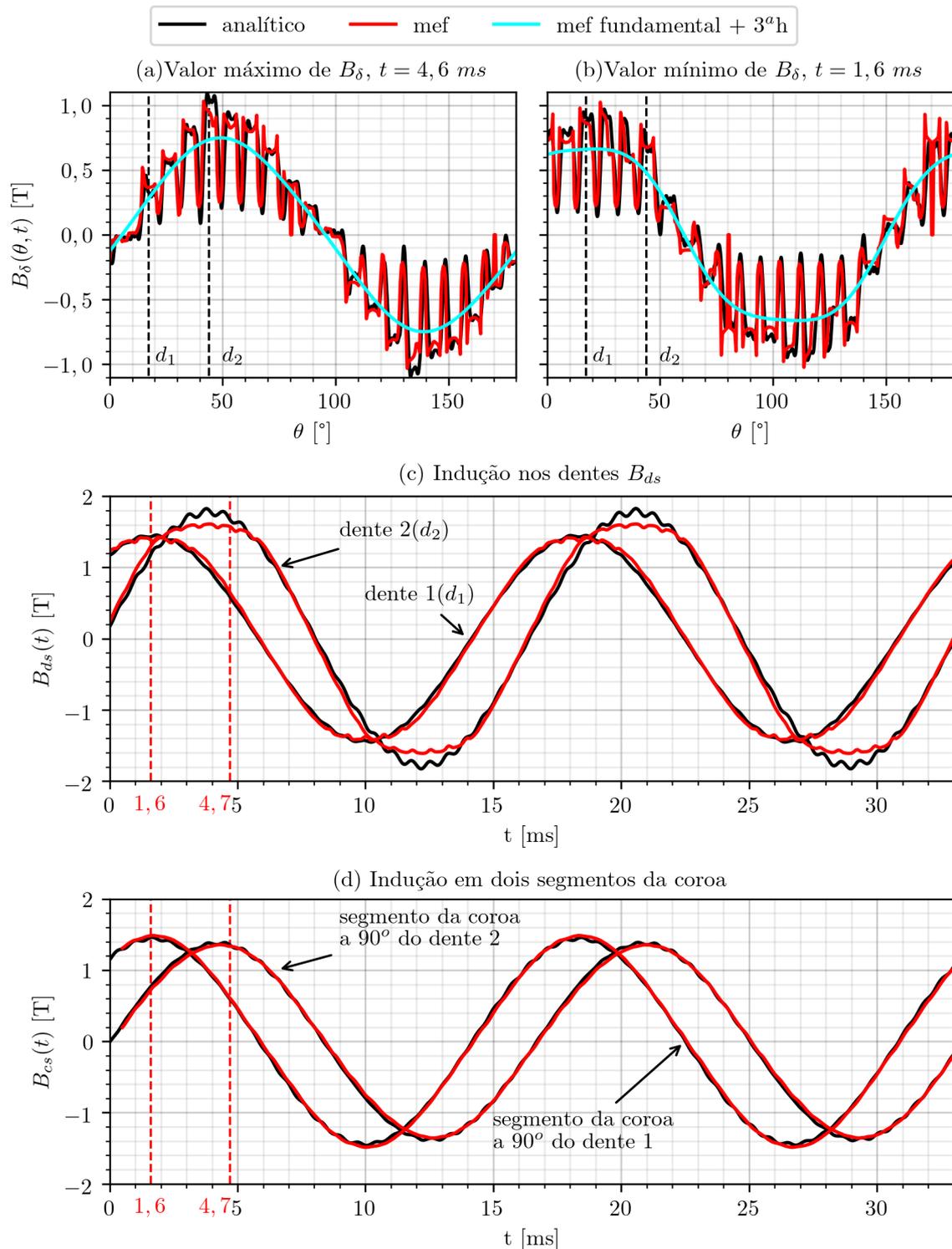
A variação na amplitude da onda de indução no entreferro quando a máquina opera sob falha impacta na distribuição da indução nas partes ferromagnéticas da máquina. Por

exemplo, quando a máquina de 4,5 kW opera com falha e com controle MPJ, na mesma condição de carga mostrada na Figura 59, a amplitude da indução no dente do estator localizado em $\theta=45^\circ$ se torna maior que a indução do dente localizado em $\theta=19^\circ$, conforme mostrado nos gráficos da Figura 62. Nas figuras 62(a) e 62(b) são mostradas, respectivamente, as distribuições da indução no entreferro em $t=4,7\text{ ms}$ e $t=1,6\text{ ms}$; as linhas pontilhadas nestes dois gráficos marcam a posição do ponto central de dois dentes do estator localizados em $\theta=19^\circ$ e $\theta=45^\circ$. A variação temporal da indução nestes dois dentes é mostrada no gráfico da Figura 62(c), sendo que as duas linhas pontilhadas verticais na cor vermelha marcam os instantes de tempo $t = 4,7\text{ ms}$ e $t = 1,6\text{ ms}$, os mesmos instantes de tempo em que foram obtidas as distribuições da indução mostradas nas figuras 62(a) e 62(b). A indução no dente 1, obtida com o modelo analítico é muito próxima à indução obtida com o MEF e a indução no dente 2 obtida com o modelo analítico possui amplitude maior do que a amplitude da indução obtida com o MEF, embora a forma de onda seja muito próxima da obtida através do MEF. Isto se deve em grande parte ao fato de que o aumento da saturação no dente 2 não é considerada no modelo analítico, entretanto, de modo geral, as induções obtidas com o modelo analítico são bastante próximas às induções obtidas com o MEF.

Por outro lado, a maior amplitude obtida com o modelo analítico têm impacto na estimativa das perdas magnéticas, em especial nas perdas por histerese, pois na formulação utilizada no cálculo das perdas magnéticas as perdas por histerese dependem da amplitude da indução total e da frequência da fundamental, enquanto que as outras perdas dependem das amplitudes e frequências de todas as harmônicas da indução.

A indução em cada ponto da coroa do estator também é alterada durante a operação sob falha, pois o fluxo que atravessa é aproximadamente igual a metade do fluxo que atravessa a área sob um passo polar; além disso, a presença de harmônicas na indução do entreferro aumenta e diminui o fluxo da coroa de acordo com a diferença de fase entre as ondas de indução criadas por cada uma das harmônicas, especialmente a terceira. Na Figura 62(d) são mostradas induções na coroa do estator, na direção tangencial em duas seções localizadas, respectivamente, a 90 graus elétricos de distância dos dentes 1 e 2. A distância de 90 graus elétricos foi escolhida, porque o fluxo máximo nestas duas seções da coroa e nos dentes 1 e 2 ocorrem no mesmo instante de tempo. A diferença entre a amplitude das induções nas duas seções da coroa é menor do que a diferença entre a amplitude da indução nos dentes 1 e 2, pois a variação no fluxo sob um passo polar que é produzida pelas harmônicas da indução é menor do que a variação produzida em um passo de ranhura. Consequentemente, a variação na saturação é menor na coroa do que nos dentes fazendo com que os resultados analíticos sejam mais próximos aos resultados obtidos com o MEF.

Figura 62 – Máquina de 4,5 kW operando com 1/3 do torque nominal, uma fase des-
 conectada e controle MPJ. (a) Indução no entreferro com valor máximo de pico. (b)
 Indução no entreferro com valor mínimo de pico. (c) Indução em dois dentes do estator.
 (d) Indução em duas seções da coroa.

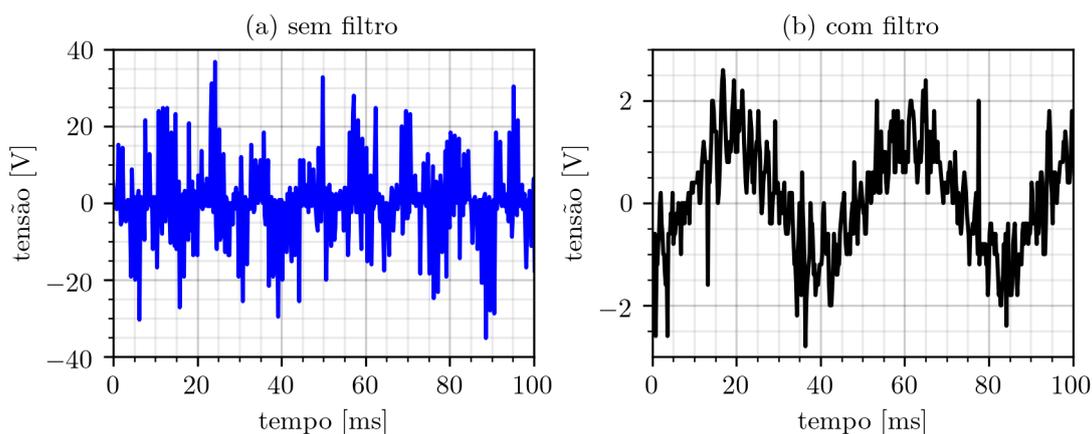


Fonte: elaborado pelo autor.

5.3 TENSÃO NAS SONDAS DE FLUXO E INDUÇÃO NO ESTATOR

Nesta seção são utilizados dados obtidos em ensaios para a validação do modelo analítico para a indução nos dentes e coroas. As tensões medidas nas sondas de fluxo são utilizadas para estimar as induções nas coroas e nos dentes do estator das duas máquinas de indução disponíveis no laboratório da UFRGS. Todas as medições foram realizadas com os equipamentos de medição descritos na Tabela 6 apresentada no Capítulo 2. Durante todos os ensaios as máquinas foram alimentadas pelo inversor de frequência. O uso do inversor de frequência é necessário, pois as medições são realizadas com a máquina operando com controle. No entanto, o uso do inversor de frequência adiciona ruídos às medidas e, para filtrar este ruído, foram utilizados filtros analógicos na medição das tensões das sondas de fluxo. A frequência de chaveamento do inversor é de 22 kHz e os filtros utilizados são filtros RC de ordem 1 com um polo em 600 Hz . Para ilustrar o ruído adicionado pelo inversor, na Figura 63 são mostrados dois gráficos da tensão induzida na sonda localizada no dente da máquina de indução de $5,5\text{ kW}$. A Figura 63(a) mostra a tensão medida na sonda de fluxo na entrada do filtro e a Figura 63(b) mostra a forma de onda da tensão na saída do filtro. A utilização de filtros, embora necessária, inevitavelmente afeta os dados adquiridos, pois altera a amplitude e a fase das harmônicas da tensão medida, alterando a forma da indução estimada com base nos ensaios. Desta forma, parte das diferenças entre a indução obtida com o modelo analítico e a tensão calculada com a tensão das sondas é devido ao uso dos filtros.

Figura 63 – Tensão medida na sonda localizada no dente da máquina de indução de $5,5\text{ kW}$.



Fonte: elaborado pelo autor.

5.3.1 ENSAIOS COM A MÁQUINA DE 4,5 kW

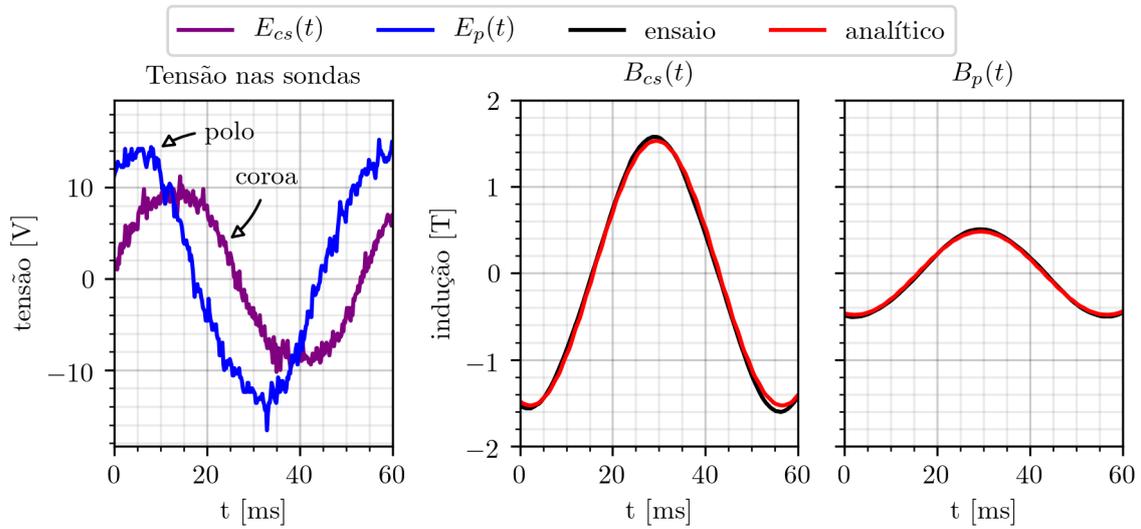
Foram realizados 4 ensaios com a máquina de $4,5\text{ kW}$, dois ensaios com a máquina operando sem falha e com controle por orientação de campo e dois ensaios com a máquina

operando com falha e com controle *MTP*. Nos quatro ensaios as estratégias de controle mantêm a velocidade da máquina em 550 rpm . Nesta velocidade, segundo a expressão (4.3) do Capítulo 4, as perdas mecânicas produzem um torque de aproximadamente $0,89 \text{ Nm}$ que deve ser somado ao torque obtido com o torquímetro para se obter a torque eletromagnético. Os ensaios foram realizados com carga reduzida (um terço da carga nominal) para evitar que as correntes de fase excedessem o valor nominal de corrente de fase.

Na Figura 64 são mostradas as tensões medidas na sonda de fluxo da coroa ($E_{cs}(t)$) e na sonda de passo polar ($E_p(t)$) da máquina operando sem falha e sem carga. Também são mostradas as induções estimadas com base nas tensões medidas e as induções obtidas com o modelo analítico. Por outro lado, na Figura 65 são mostradas as tensões e induções da máquina operando sem falha e com carga igual a metade do torque nominal. As tensões medidas nas sondas de fluxo, mesmo depois de filtradas, possuem um grande conteúdo harmônico que é gerado pelo inversor. Contudo, a expressão (5.1), utilizada na estimação das induções, funciona como um filtro passa-baixas e elimina praticamente todas as harmônicas. Consequentemente, as induções obtidas com os dados dos ensaios praticamente não possuem conteúdo harmônico. Os valores de corrente, torque, velocidade e escorregamento da máquina operando nas condições mostradas nas figuras 64 e 65 são mostrados na Tabela 17. O escorregamento e a frequência medidos nos ensaios foram utilizados no modelo analítico para calcular as correntes e o torque analíticos apresentados na Tabela 17. A diferença percentual entre a corrente de fase do estator obtida com o modelo e a corrente de fase medida é de $1,32 \%$ quando a máquina opera sem falha e sem carga e chega a $1,68 \%$ quando a máquina opera sem falha e com carga. A diferença entre as induções medidas e calculadas são bastante pequenas, como pode ser observado nas figuras 64 e 65. O valor eficaz destas induções e o valor eficaz da diferença entre as curvas de indução obtidas nos ensaios e calculadas com os modelos analíticos são mostrados Tabela 18. Entre os valores de indução mostrados na Tabela 18, a indução que apresenta maior diferença entre os valores analíticos e de ensaio é a indução na coroa do estator da máquina operando com carga e sem falha; a diferença observada é de $0,06 T$ e equivale a 6% do valor eficaz da indução obtida com os dados do ensaio. As diferenças observadas nas induções da coroa e das outras partes da máquina podem ser atribuída em sua maior parte ao fluxo de dispersão e à saturação. No modelo analítico as ondas de indução criadas pela saturação não são consideradas. O fluxo de dispersão que durante a operação em regime equilibrado é igual a aproximadamente 5% do fluxo que atravessa o entreferro, também é desprezado, porque nesta tese foi dada uma atenção especial e feita uma investigação mais profunda sobre como a dispersão varia quando a máquina opera sob falha.

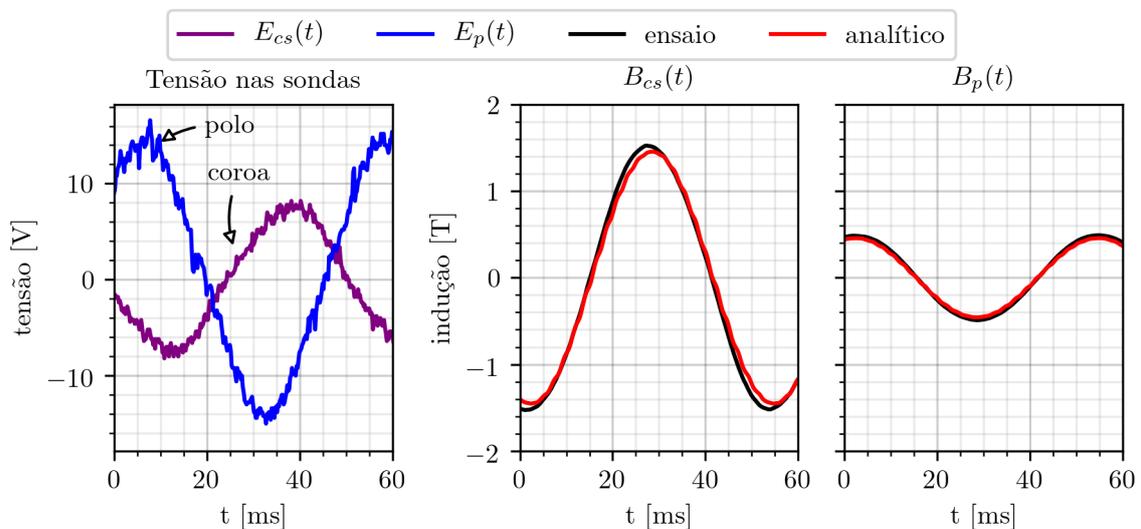
Nas figuras 66 e 67 são mostradas as tensões induzidas nas sondas de fluxo da coroa e nas sondas de passo polar da máquina de $4,5 \text{ kW}$ operado com e sem carga, com falha

Figura 64 – Máquina de 4,5 kW operando sem falha com controle vetorial e sem carga.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 65 – Máquina de 4,5 kW operando sem falha com controle vetorial e com carga.



Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 17 – Dados dos ensaios e simulações referentes às figuras 64 e 65.

	rpm	s [%]	f [Hz]	\mathcal{I}_f [A] (ensaio)	\mathcal{I}_f [A] (analítico)	torque [Nm]
sem carga	550	0,41	18,4	4,53	4,59	1,35
com carga	550	3,89	19,1	6,55	6,44	12

e com controle *MTP*; também são mostrada as induções obtidas com o modelo analítico e as induções estimadas com base nas tensões medidas nas sondas de fluxo. Os valores

Tabela 18 – Valor eficaz de cada uma das induções mostradas nas figuras 64 e 65 e o valor eficaz da diferença entre as induções medidas e calculadas.

	B_{cs} [T] (ensaio)	B_{cs} [T] (analítico)	ΔB_{cs} [T] (diferença)	B_p [T] (ensaio)	B_p [T] (analítico)	ΔB_p [T] (diferença)
sem carga	1,10	1,08	0,03	0,35	0,37	0,03
com carga	1,08	1,03	0,06	0,35	0,35	0,01

de corrente, torque, velocidade, frequência e escorregamento medidos e fornecidos pelos modelos analíticos são mostrados na Tabela 19. Na Tabela 20 são mostrados os valores eficazes das induções apresentadas nas figuras 66 e 67 e o valor eficaz da diferença entre os valores de indução obtidos com o modelo analítico e calculados com base nas tensões das sondas de fluxo.

Tabela 19 – Dados dos ensaios e simulações referentes às figuras 66 e 67.

	com carga		sem carga		
	ensaio	analítico	ensaio	analítico	
rpm	550	550	550	550	
f	19,15	19,15	18,45	18,45	Hz
s	4,3	4,3	0,59	0,59	$\%$
torque	*	12,80	*	1,69	Nm
\bar{I}_1	0	0	0	0	A
\bar{I}_2	13,09/81,0°	12,92/81,0°	8,43/18,5°	8,76/18,6°	A
\bar{I}_3	8,19/296,4°	7,98/297,0°	5,34/234,4°	5,41/234,6°	A
\bar{I}_4	8,01/333,7°	7,98/333,0°	5,12/270,8°	5,41/270,6°	A
\bar{I}_5	13,25/188,6,4°	12,92/189,0°	8,55/126,4°	8,76/126,6°	A

* a medida foi descartada pois o torquímetro apresentou problemas de estabilidade na medição.

Tabela 20 – Valor eficaz de cada uma das induções mostradas nas figuras 66 e 67 e o valor eficaz da diferença entre as induções medidas e calculadas.

	B_{cs} [T] (ensaio)	B_{cs} [T] (analítico)	ΔB_{cs} [T] (diferença)	B_p [T] (ensaio)	B_p [T] (analítico)	ΔB_p [T] (diferença)
sem carga	1,02	1,11	0,09	0,3	0,38	0,02
com carga	1,03	1,06	0,04	0,35	0,36	0,01

Os dados apresentados na Tabela 19 mostram que o modelo analítico fornece correntes muito próximas às correntes medidas nos ensaios, sendo que a diferença percentual

máxima entre a amplitude das correntes medidas e calculadas não chega a 4%. A Figura 68 mostra as correntes de fase do estator da máquina de 4,5 kW operando com falha, com controle *MTP* e sem carga. Por outro lado, na Figura 69 são mostradas as correntes de fase quando a máquina opera com falha, com controle e com carga. Nas duas condições de carga os parâmetros nominais do modelo forneceram correntes próximas as obtidas nos ensaios, sendo que a maior diferença entre as correntes medidas e calculadas é observada quando a máquina opera sem carga. Os parâmetros do modelo da máquina utilizados na obtenção das correntes são os parâmetros nominais; as indutâncias próprias e mútuas são as indicadas na Tabela 25 apresentada no Apêndice B. O torquímetro que foi utilizado apresentou problemas de estabilidade na medição, de tal forma que as medições foram descartadas, por este motivo o torque do ensaio não é informado na Tabela 19. As diferenças entre as curvas de indução obtidas com o modelo analítico e as curvas de indução calculadas com os dados dos ensaios são tão pequenas quanto as curvas obtidas durante a operação sem falha, sendo o valor eficaz da diferença entre as induções medidas e calculadas mostrado na Tabela 20. A maior diferença entre as induções medidas e calculadas é observada na indução da coroa do estator quando a máquina opera com falha, com controle *MTP* e sem carga. Neste caso, o valor eficaz da diferença é de 0,09 T e equivale a 9% do valor eficaz da indução obtida com o ensaio. Diferente do caso sem falha onde as diferenças são atribuídas principalmente à saturação e ao fluxo de dispersão, durante a operação sob falha, a variação nos parâmetros da máquina também deve ser incluído entre as principais causas das diferenças observadas.

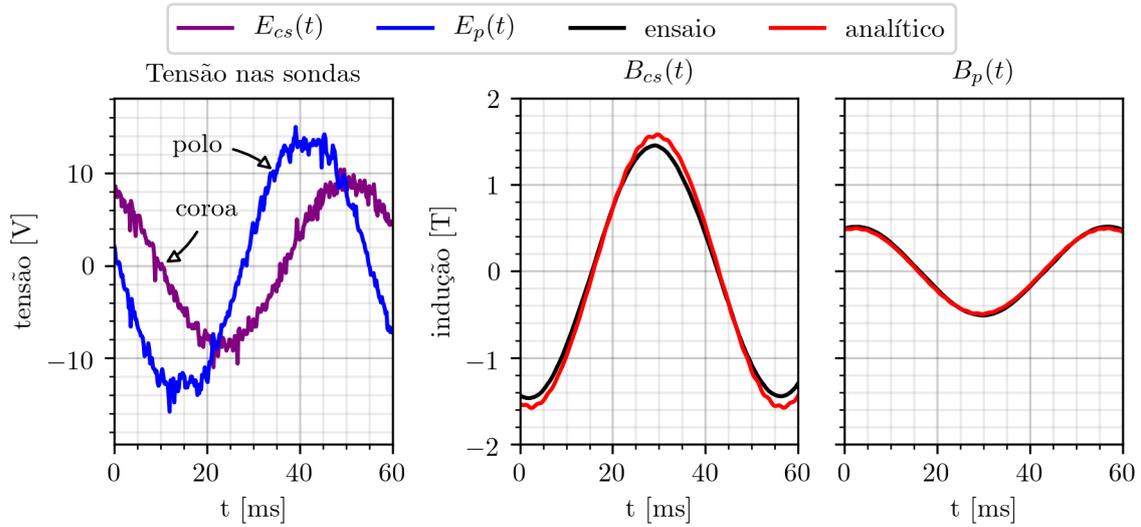
5.3.2 ENSAIOS COM A MÁQUINA DE 5,5 kW

Como, devido às diferenças construtivas, a indução produzida pela máquina de 5,5 kW é diferente da indução produzida pela máquina de 4,5 kW, a máquina de 5,5 kW também foi utilizada na validação do modelo. Com esta máquina foram realizados os mesmos 4 ensaios realizados com a máquina de 4,5 kW. Nas figuras 70, 71, 72 e 73 são mostradas as tensões nas sondas de fluxo da máquina de 5,5 kW e também as induções calculadas com base nas tensões medidas e as induções obtidas com o modelo analítico. As formas de onda das correntes de fase que circulam pelo estator da máquina operando com falha e com controle *MTP* são mostradas nas figuras 74 e 75.

As curvas mostradas na Figura 70 foram obtidas com a máquina operando sem falha e sem carga e as curvas mostradas na Figura 71 foram obtidas com a máquina operando sem falha e com carga. Nas figuras 72 e 73 são mostradas curvas de tensão e indução obtidas com a máquina operando com falha e com controle *MTP*, sendo que na Figura 72 é mostrada a situação sem carga e na Figura 73 é mostrada a situação com carga. Os dados dos 4 ensaios e das simulações correspondentes são mostrados nas Tabelas 21, 22, 23 e 24 e comentados e discutidos no que segue.

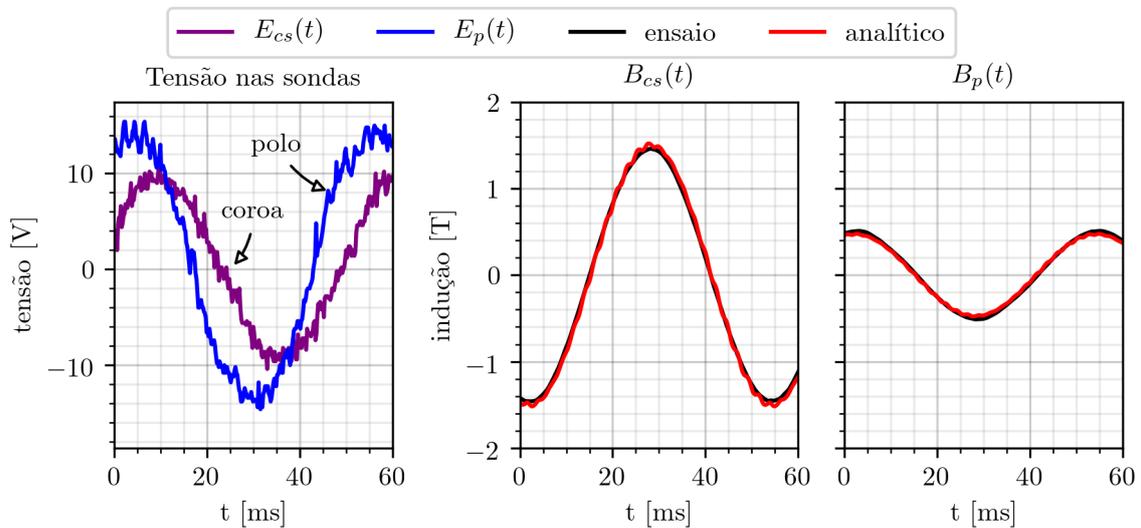
Nas figuras 70, 71, 72 e 73 são mostradas as induções na coroa, a indução no dente e a

Figura 66 – Máquina de 4,5 kW operando com falha, com controle *MTP* e sem carga.



Fonte: elaborado pelo autor.

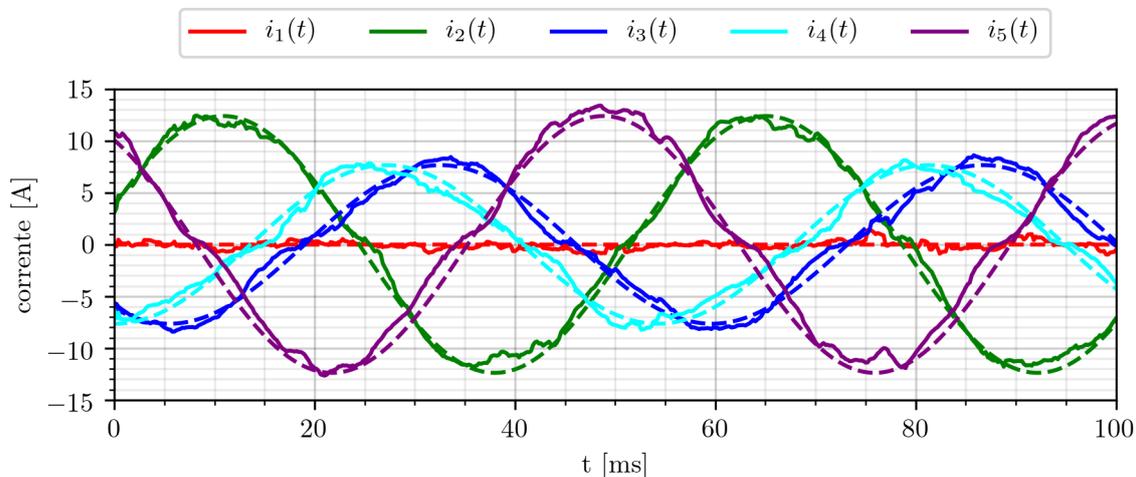
Figura 67 – Máquina de 4,5 kW operando com falha, com controle *MTP* e com carga de 12 Nm.



Fonte: elaborado pelo autor.

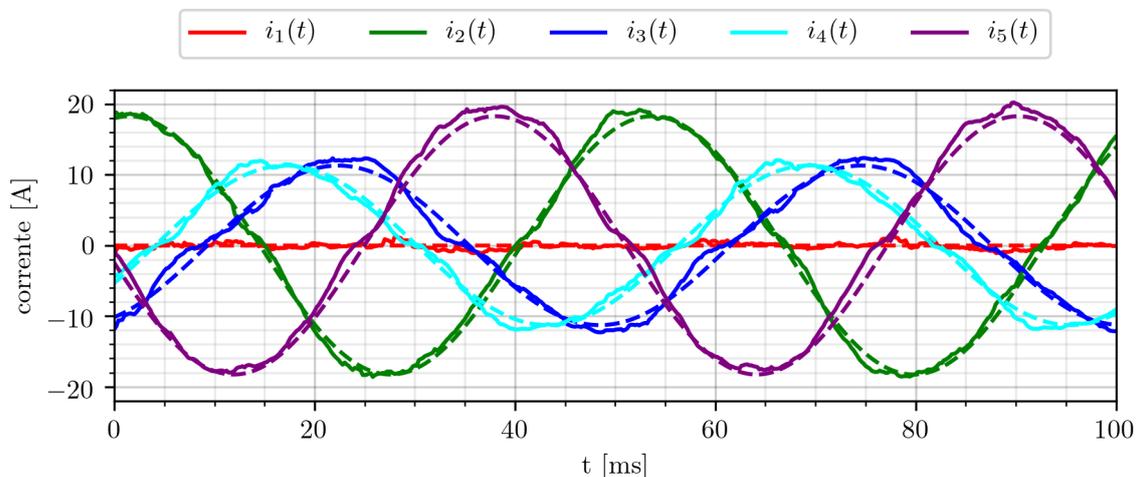
indução na sonda sob um passo polar, respectivamente, B_{cs} , B_{ds} e B_p . As induções B_{cs} e B_p obtidos com os dados dos ensaios e com o modelo analítico são bastante semelhantes. As maiores diferenças estão nas amplitudes das induções, sendo que diferenças podem ser atribuídas a erros de medição, erros numéricos, erros nos parâmetros do modelo analítico ou ainda a variações no fluxo disperso. Na estimação da indução na coroa não foi descontado o fluxo disperso do fluxo que atravessa o entreferro (este valor é normalmente

Figura 68 – Correntes nas 5 fases do estator da máquina de 4,5 kW operando com falha, com controle *MTP* e sem carga. As linhas sólidas correspondem às correntes medidas e as linhas pontilhadas às correntes obtidas com o modelo analítico.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 69 – Correntes nas 5 fases do estator da máquina de 4,5 kW operando com falha, com controle *MTP* e com carga. As linhas sólidas correspondem às correntes medidas e as linhas pontilhadas às correntes obtidas com o modelo analítico.



Fonte: elaborado pelo autor.

assumido como sendo igual a 5% do fluxo total). A indução no dente é a que apresenta a maior diferença entre os valores calculados com os dados dos ensaios e os valores obtidos com os modelos analíticos. A maior diferença é observada na indução do dente quando a máquina opera sem falha e sem carga. Nestas condições o valor eficaz da diferença entre a curva de indução medida e a curva de indução calculada chega a 0,21 T, valor equivalente a 18 % do valor eficaz da indução obtido com o ensaio. A maior parte da diferença é

devido a saturação, pois, no modelo analítico, a saturação é modelada como um aumento no entreferro e não varia com a amplitude da indução e , conforme mostrado na Figura 53, a saturação nos dentes é maior que nas coroas. Outra parte da diferença é devido a erros nos parâmetros dos modelos e também a erros de medição nas tensões das sondas de fluxo. Todas as tensões induzidas nas sondas de fluxo possuem componentes de alta frequência produzidas pelo chaveamento do inversor de frequência, mas as tensões nos dentes são as mais afetadas, pois são as tensões de menor amplitude.

As correntes de fase do estator obtidas com o modelo analítico e as correntes medidas são bastante semelhantes, conforme mostrado nas figuras 74 e 75. Os valores das correntes obtidos com o modelo analítico e os valores eficazes das componentes fundamentais das correntes medidas são mostrados nas Tabelas 21 e 23. Os valores apresentados mostram que as diferenças entre as correntes medidas e as correntes calculadas são maiores quando a máquina opera sem carga do que quando a máquina opera com um terço do torque nominal. Como os parâmetros do modelo analítico foram calculados considerando que a máquina opera em condições nominais, os resultados indicam que os parâmetros nominais do modelo analítico são mais próximos aos parâmetros da máquina operando com falha e com carga do que aos parâmetros da máquina operando com falha e sem carga. Entretanto, os parâmetros nominais parecem ser adequados para descrever o comportamento da máquina operando com falha e com controle dentro da faixa de operação nominal.

Os resultados apresentados mostram não apenas a validade dos modelos analíticos para operação sem falha, mas também para operação sob falha. Desta forma, pode-se concluir que os modelos para a distribuição da indução e o modelo da máquina podem ser utilizados na estimação das induções e das correntes mesmo quando a máquina opera com falha.

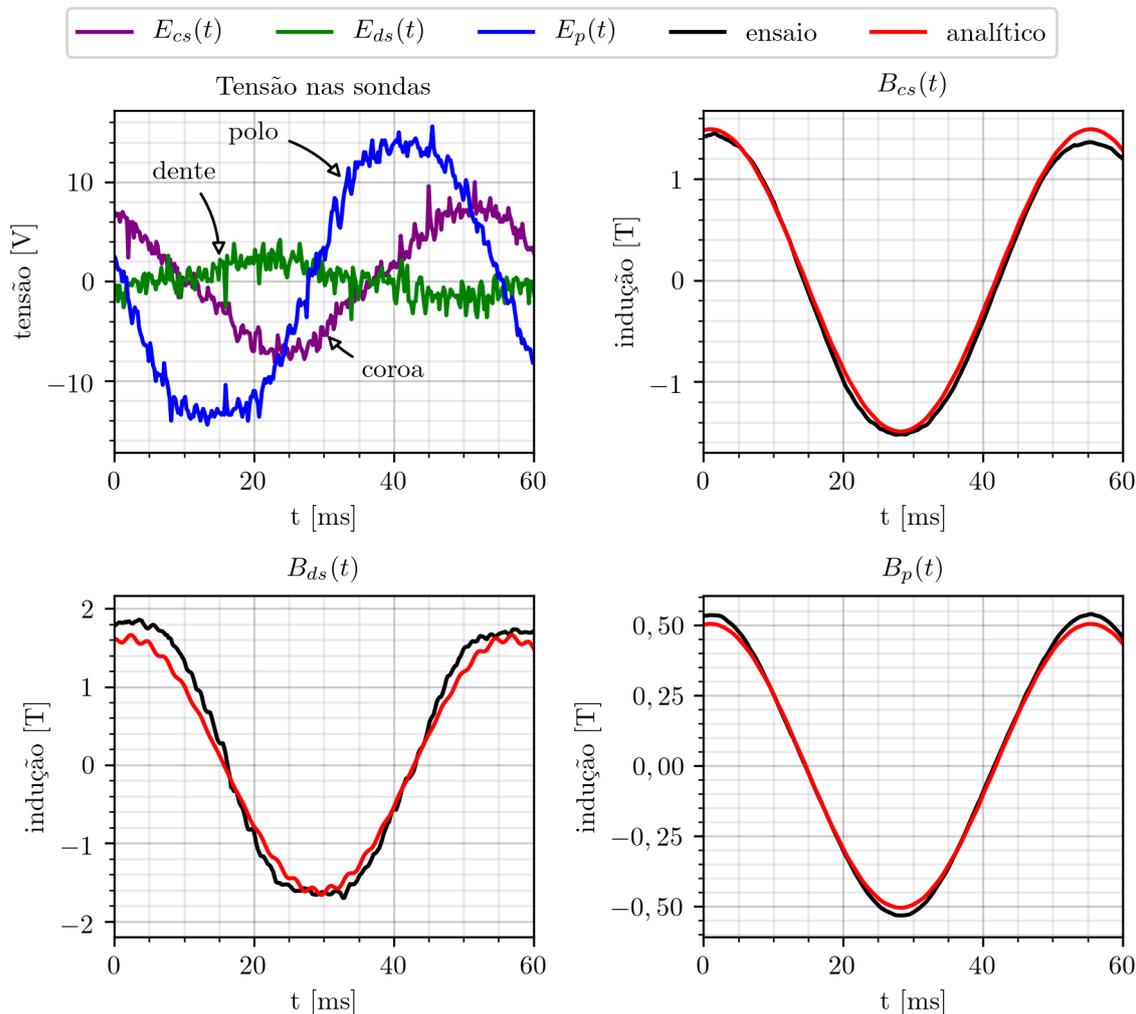
Tabela 21 – Dados dos ensaios e simulações referentes às figuras 70 e 71.

	rpm	s [%]	f [Hz]	\mathcal{I}_f [A] (ensaio)	\mathcal{I}_f [A] (analítico)	torque [Nm]
sem carga	550	0,254	18,38	4,50	4,88	0,96
com carga	550	2,670	18,84	4,85	5,10	10,8

5.4 INDUÇÃO NA COROA E NOS DENTES DO ROTOR

Como não é possível medir as correntes e a indução no rotor, a validação do modelo não pode usar resultados de ensaios. Desta forma, a validação usará dados obtidos com o *MEF*. Quando a máquina de 4,5 kW opera com carga nominal e é alimentada com 60 Hz a frequência fundamental no rotor é em torno de 1,5 Hz e o período da simulação de elementos finitos deve ser de aproximadamente 0,7 s. Para analisar as harmônicas

Figura 70 – Máquina de 5,5 kW operando sem falha com controle vetorial e sem carga.



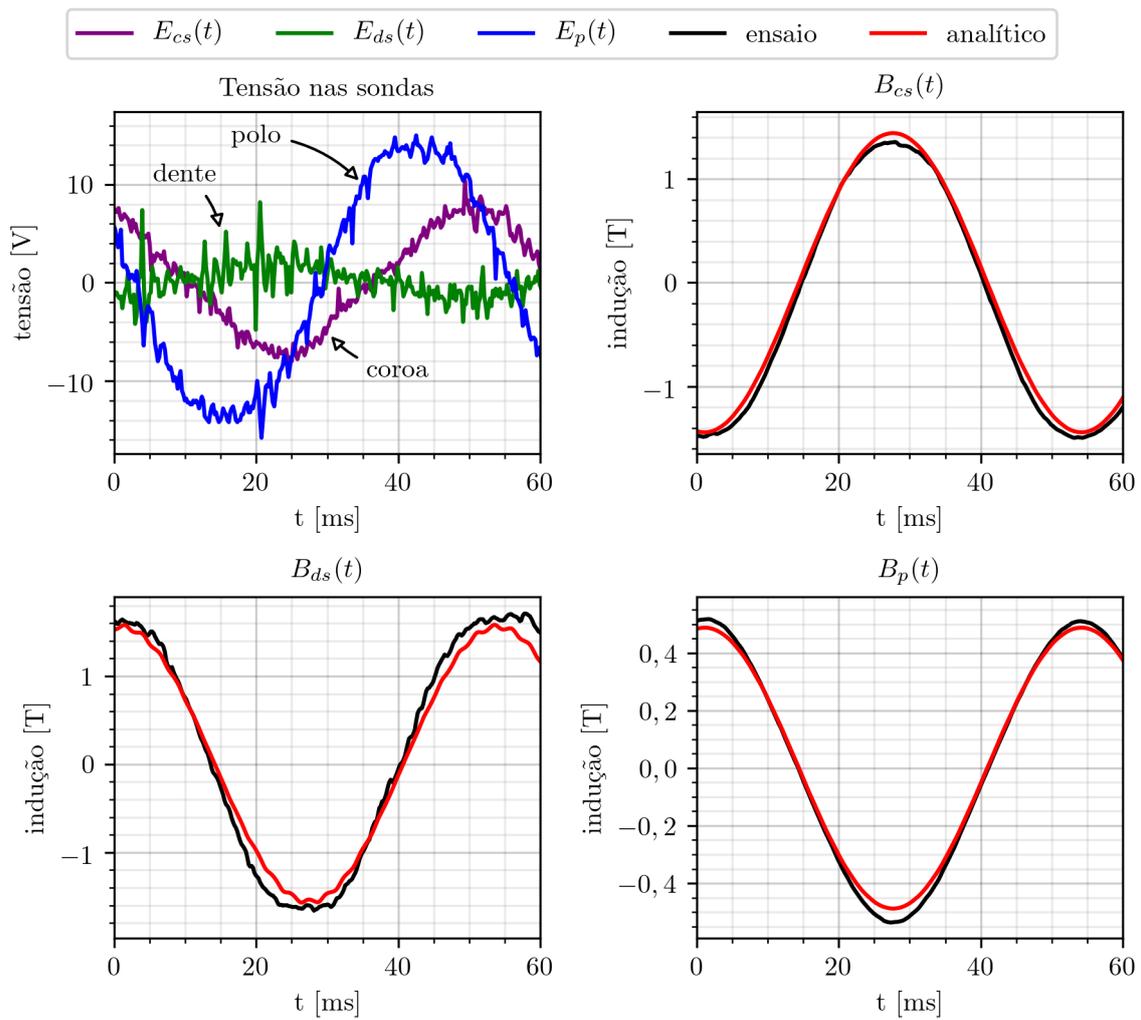
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 22 – Valor eficaz em tesla de cada uma das induções mostradas nas figuras 70 e 71 e o valor eficaz em tesla da diferença entre as induções estimadas com os dados dos ensaios (EN) e as induções obtidas com os modelos analíticos (AN).

	B_{cs} (EN)	B_{cs} (AN)	ΔB_{cs} (dif.)	B_d (EN)	B_d (AN)	ΔB_d (dif.)	B_p (EN)	B_p (AN)	ΔB_p (dif.)
s/carga	1,06	1,13	0,09	1,20	1,14	0,21	0,37	0,38	0,01
c/carga	1,05	1,10	0,06	1,22	1,10	0,14	0,37	0,37	0,01

das induções de ranhura, o período de amostragem deve ser no mínimo igual a 2 vezes a frequência da maior harmônica de ranhura. A frequência da harmônica de ranhura é dada pela fórmula $(Nr/p + n) \cdot (1 - s) \cdot f$, onde s é o escorregamento relativo, f é a frequência da tensão de alimentação, N_r é o número de barras do rotor, p é o número de pares de

Figura 71 – Máquina de 5,5 kW operando sem falha com controle vetorial e com carga.

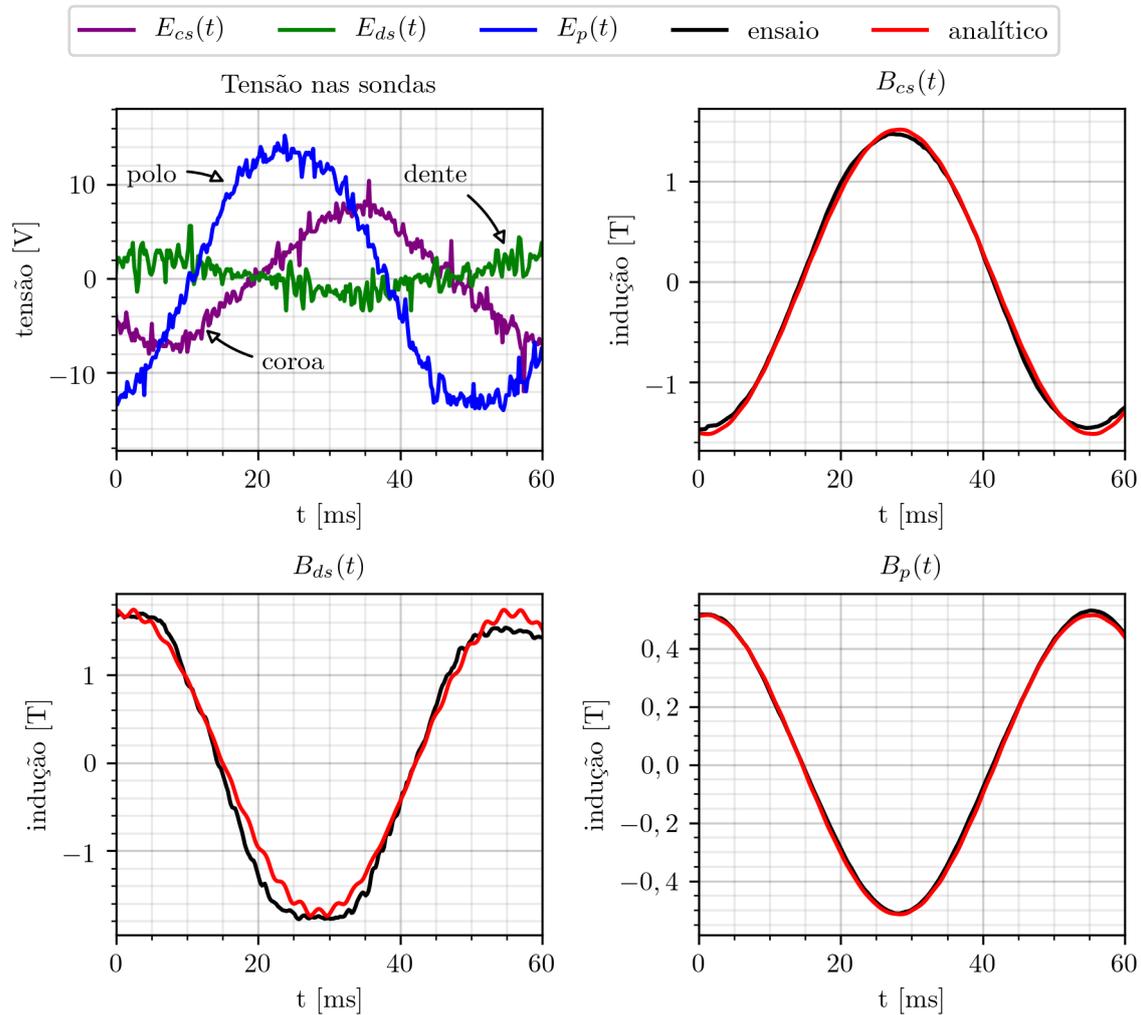


Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 23 – Dados dos ensaios e simulações referentes às figuras 72 e 73.

	sem carga		com carga		
	ensaio	analítico	ensaio	analítico	
rpm	550	550	550	550	
f	18,39	18,39	18,87	18,87	Hz
s	0,30	0,30	2,8	2,8	$\%$
torque	0,96	0,79	10,88	10,11	Nm
\bar{I}_1	0	0	0	0	A
\bar{I}_2	8,55/ $-80,9^\circ$	9,27/ $-136,3^\circ$	9,36/ $-17,5^\circ$	9,76/ $-117,4^\circ$	A
\bar{I}_3	5,41/ $-224,9^\circ$	5,73/ $79,7^\circ$	5,91/ $197,9^\circ$	6,03/ $98,6^\circ$	A
\bar{I}_4	5,20/ $-188,9^\circ$	5,73/ $115,7^\circ$	5,70/ $-125,1^\circ$	6,03/ $134,6^\circ$	A
\bar{I}_5	8,68/ $27,6^\circ$	9,27/ $-28,3^\circ$	9,50/ $90,2^\circ$	9,76/ $-9,4^\circ$	A

Figura 72 – Máquina de 5,5 kW operando com falha, com controle MTP e sem carga.



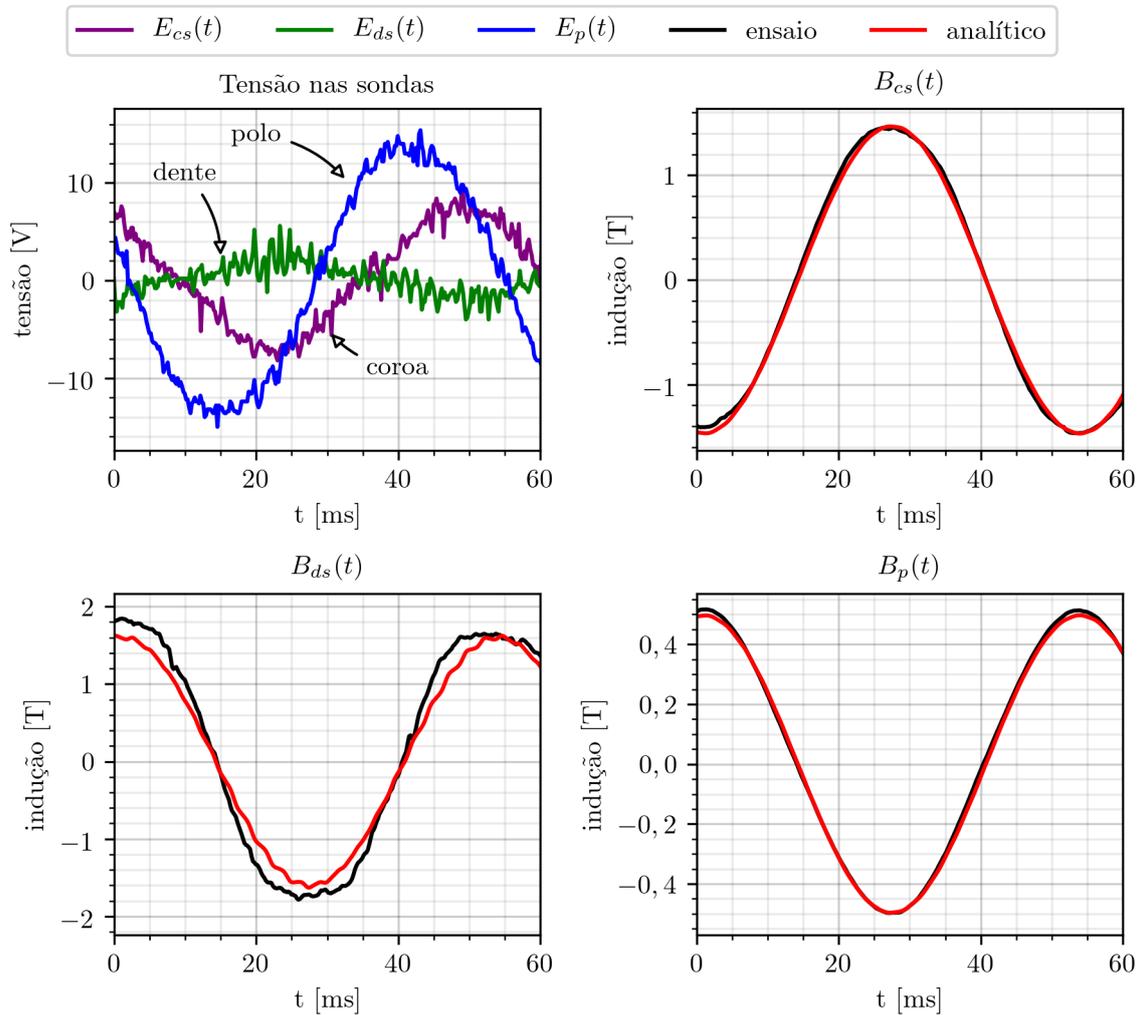
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 24 – Valor eficaz em tesla de cada uma das induções mostradas nas figuras 72 e 73 e o valor eficaz em Testa da diferença entre as induções estimadas com os dados dos ensaios (EN) e as induções obtidas com os modelos analíticos (AN).

	B_{cs} (EN)	B_{cs} (AN)	ΔB_{cs} (dif.)	B_d (EN)	B_d (AN)	ΔB_d (dif.)	B_p (EN)	B_p (AN)	ΔB_p (dif.)
s/carga	1,07	1,16	0,10	1,25	1,21	0,12	0,37	0,39	0,03
c/carga	1,04	1,12	0,09	1,28	1,13	0,19	0,36	0,38	0,02

polos e n é a ordem da maior harmônica produzida pelos enrolamentos do estator que será considerada. Para $f=60 \text{ Hz}$, $s=0,0238$, $Nr=48$ e $n=3$, a frequência da harmônica de ranhura é igual a 1579 Hz , conseqüentemente, a frequência de amostragem deve ser pelo menos 3158 Hz e o número de simulações estáticas com elementos finitos deve ser no

Figura 73 – Máquina de 5,5 kW operando com falha, com controle MTP e com carga.

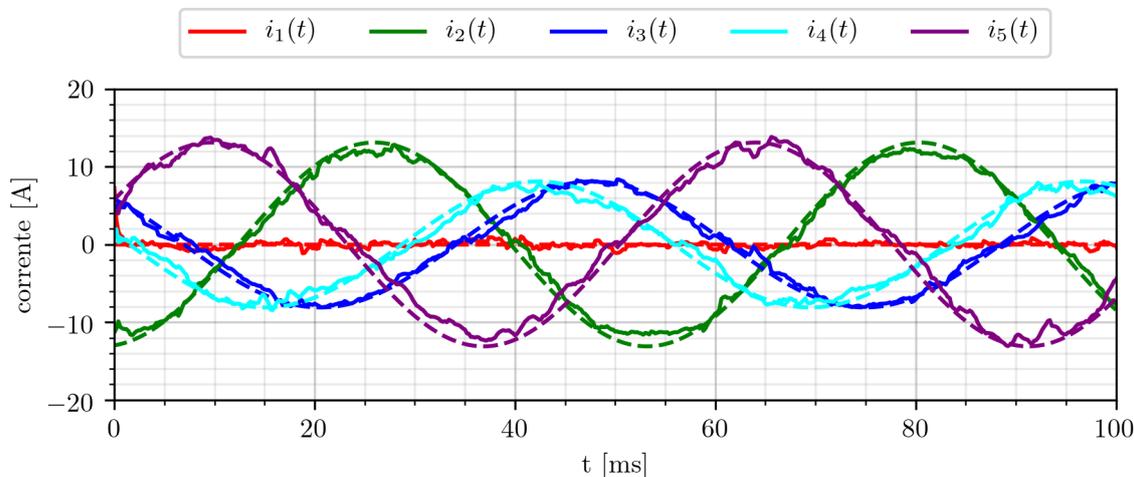


Fonte: elaborado pelo autor.

mínimo 2211. Como o número de simulações é muito elevado, a validação das induções no rotor é feita em apenas uma máquina operando com falha, sem controle e com carga nominal.

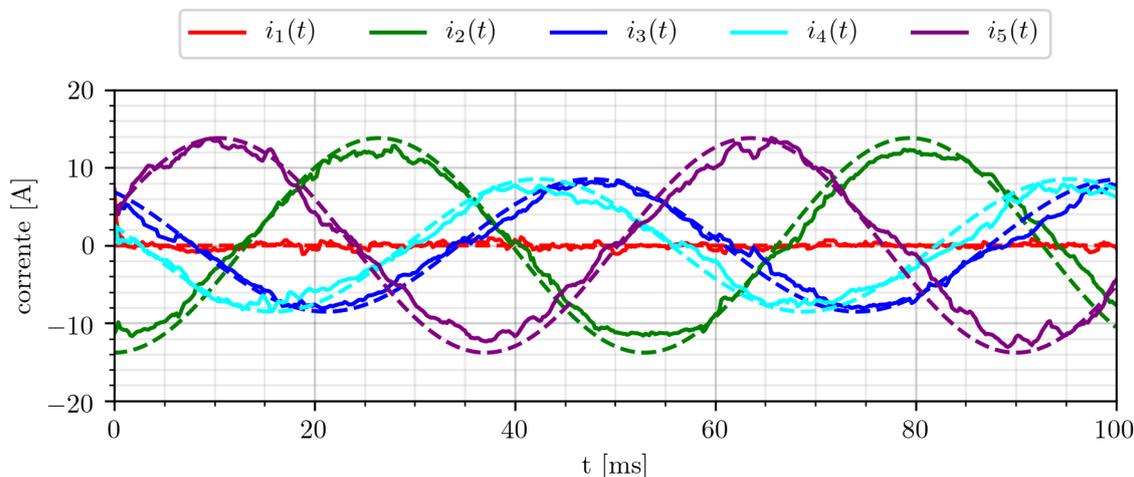
Na Figura 76 são mostradas as induções em 3 dos 48 dentes do rotor da máquina de 4,5 kW operando com falha, sem controle e com carga de 23,3 Nm. Nestas condições as correntes que circulam pelo estator são mais elevadas do que as correntes nominais da máquina o que limita a operação da máquina a curtos períodos de tempo. Como o objetivo é validar o modelo analítico para a distribuição da indução, o ponto de operação escolhido não traz nenhum prejuízo e tem como vantagem o aumento das frequências das tensões, correntes e induções no rotor que diminuem o tempo de simulação necessário com o *MEF*. Deve se salientar que, como a máquina possui 24 fases no rotor, por questões de simetria, a partir do dente 25 as induções nos dentes se repetem, ou seja a indução no

Figura 74 – Correntes nas 5 fases do estator da máquina de 5,5 kW operando com falha, com controle *MTP* e sem carga. As linhas sólidas correspondem às correntes medidas e as linhas pontilhadas às correntes obtidas com o modelo analítico.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 75 – Correntes nas 5 fases do estator da máquina de 5,5 kW operando com falha, com controle *MTP* e com carga. As linhas sólidas correspondem às correntes medidas e as linhas pontilhadas às correntes obtidas com o modelo analítico.

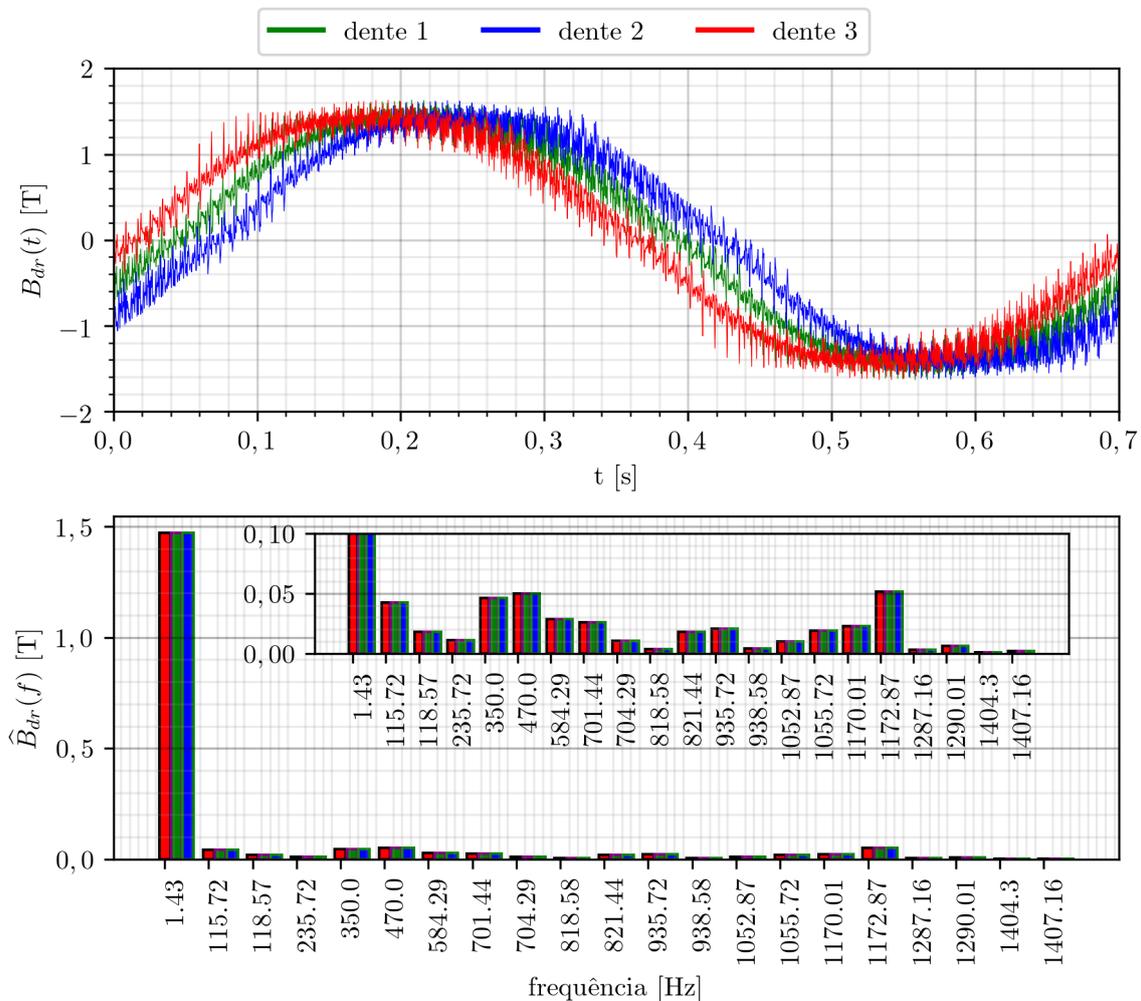


Fonte: elaborado pelo autor.

dente 25 é igual a indução no dente 1, a indução no dente 26 é igual a indução no dente 2 e assim por diante. Na Figura 76 também é mostrado o espectro da indução nos 3 dentes do rotor. Estes 3 espectros são referentes às induções obtidas com o modelo de elementos finitos e são mostrados para ilustrar que o conteúdo harmônico em cada dente do rotor é igual, o que muda é a fase entre as harmônicas da indução. Na Figura 77 são comparadas as induções obtidas com o modelo analítico e com o *MEF* para um dos dentes do rotor e

também o espectro da indução.

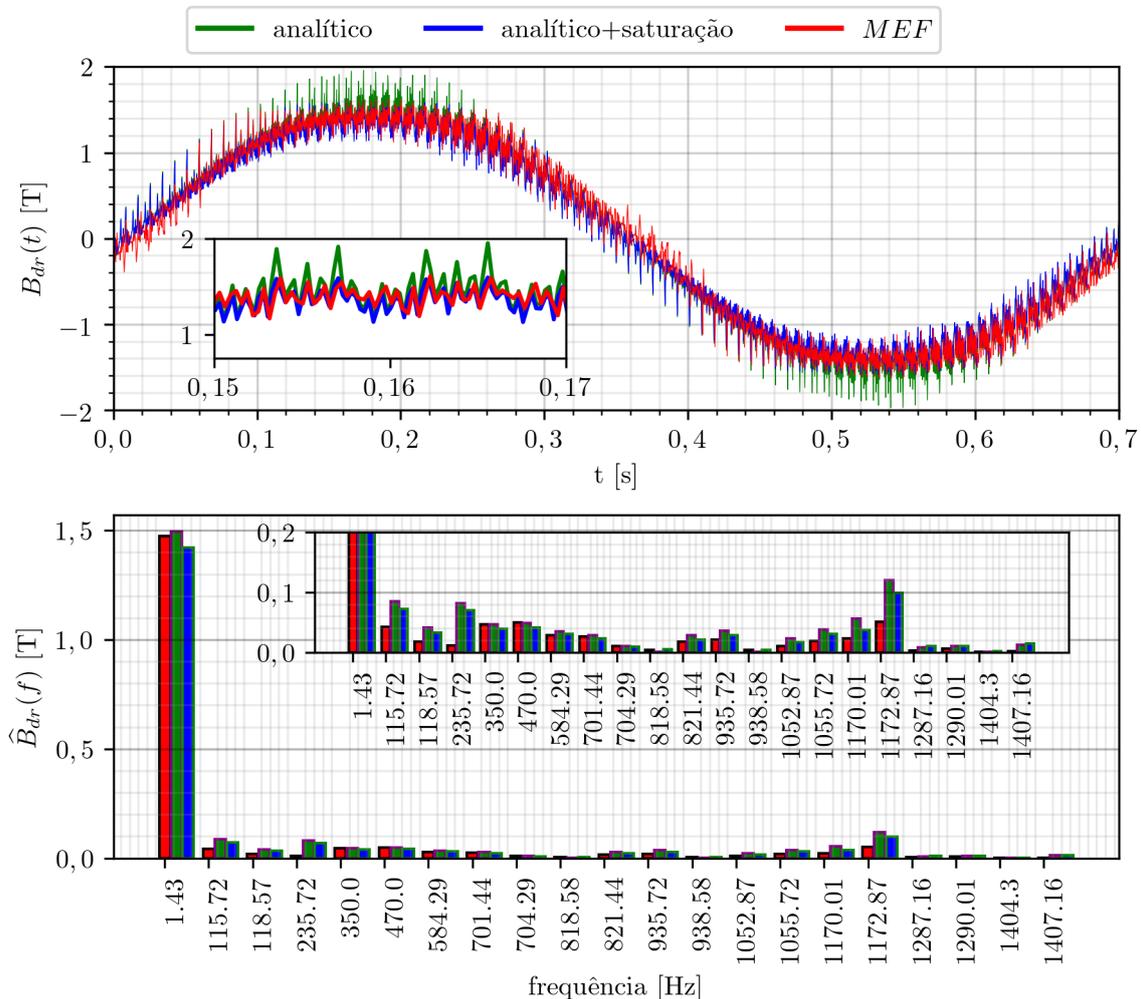
Figura 76 – Induções em 3 dentes consecutivos do rotor obtidas com o *MEF* sob falha e sem controle.



Fonte: elaborado pelo autor.

A frequência das harmônicas no fluxo do dente do rotor são dadas pela expressão (3.59) apresentada no Capítulo 3. O espectro da indução em um dente do rotor é mostrada na Figura 77. As frequências das harmônicas de maior amplitude, mostradas na Figura 77, podem ser obtidas utilizando a expressão (3.59). Por exemplo, a fundamental tem frequência de 1,428 Hz que corresponde a uma velocidade angular igual a 8,972 rad/s. A velocidade angular em (3.59) é dada por $\mathcal{W} \pm \mathcal{U} \cdot (1 - s)w$ que é igual a 8,972 rad/s quando $\mathcal{W} = w = 2\pi \cdot 60$, $\mathcal{U} = n = 1$ e $s = 0,0238$. A harmônica de ranhura com frequência igual a 1172,868 Hz tem velocidade angular igual 7369 rad/s que é obtida quando $\mathcal{W} = w = 2\pi \cdot 60$, $\mathcal{U} = U_4(n_r = 1, n_{rs} = 1) = 19$ e $s = 0,0238$. Os resultados mostram que a forma da onda de indução e o espectro da indução obtido com o modelo analítico é muito semelhante a

Figura 77 – Indução em um dente do rotor da máquina de 4,5 kW operando com falha e sem controle.



Fonte: elaborado pelo autor.

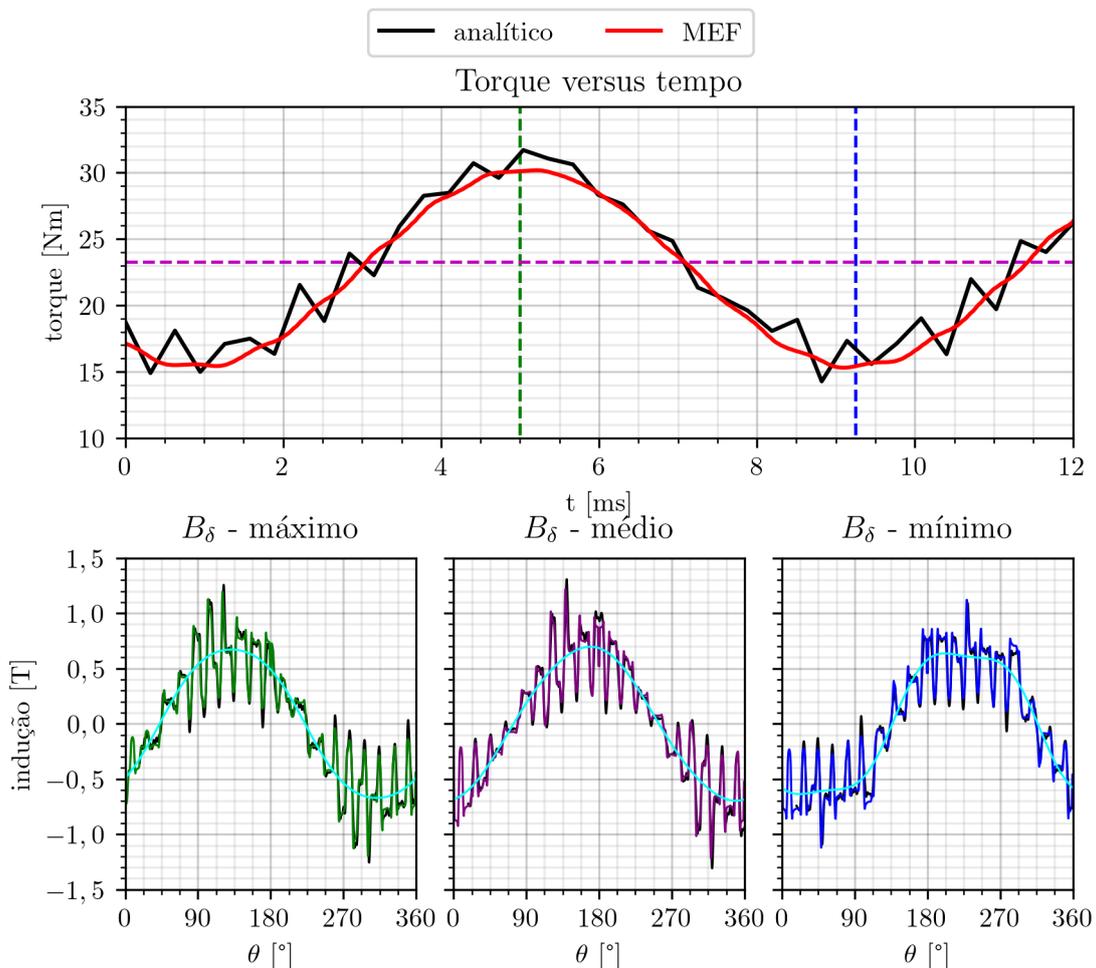
indução obtida com o *MEF*. Conseqüentemente, o modelo analítico pode ser utilizado em análises preliminares da indução com a vantagem de fornecer uma estimativa da indução em poucos segundos enquanto que, para obter a indução por meio de simulação com elementos finitos, são necessárias várias horas de simulação.

5.5 TORQUE

Durante a operação sob falha, a variação na amplitude da onda de indução no entreferro é responsável pela produção da parcela pulsante do torque. Na Figura 78 são mostrados o torque versus tempo e o formato da indução no entreferro da máquina em três instantes de tempo que coincidem com o valor máximo do torque, com o valor médio do torque e com o valor mínimo do torque. As curvas mostradas foram obtidas com a má-

quina de $4,5 \text{ kW}$ operando com falha, sem controle e com carga igual a $23,3 \text{ Nm}$. A reta vertical verde marca o instante de tempo em que o indução no entreferro atinge seu valor máximo, a curva horizontal em rosa mostra o valor médio do torque e a curva vertical azul mostra o instante de tempo em que a indução no entreferro atinge seu valor mínimo. A distribuição da indução no entreferro nestes três instantes de tempo são mostradas nos três gráficos da segunda linha, respectivamente. As curvas em azul claro correspondem a indução no entreferro quando apenas a componente fundamental e a terceira harmônica são consideradas. O torque obtido com o *MEF* apresenta componentes de alta frequência geradas pelas ranhuras do rotor e do estator, pois a simulação com elementos finitos foi realizada em duas dimensões, e consequente, a inclinação das barras do rotor não foi considerada.

Figura 78 – Torque produzido pela máquina de $4,5 \text{ kW}$ operando com falha e sem controle.



Fonte: elaborado pelo autor.

Na região de baixo escorregamento, as parcelas do torque criadas pelas harmônicas da indução são insignificantes. Entre as componentes do torque dadas pelas expressões

(A.65) a (A.136) apresentadas no Anexo A, apenas a componente $T_{4,1,1}^5$, responsável pela pulsação no torque, e a componente $T_{1,1,1}^6$, responsável pelo valor médio do torque, são significativas. Entretanto, na região de alto escorregamento, o torque gerado pelas harmônicas podem criar vales na curva de torque que são capazes de impedir que a máquina atinja a velocidade máxima durante uma partida direta da rede. A pulsação no torque criado por estas harmônicas também é maior na região de alto escorregamento.

No primeiro gráfico da Figura 79 são mostradas as curvas do torque médio produzido por cada uma das harmônicas da indução no entreferro versus o escorregamento relativo. No segundo gráfico da Figura 79 são mostradas as curvas da amplitude da parcela pulsante do torque produzido por cada harmônica da indução no entreferro. No terceiro gráfico da Figura 79 são mostradas as magnitudes de cada uma das componentes de sequência das correntes do estator versus escorregamento. As curvas de torque em preto nos dois primeiros gráficos da Figura 79 mostram, respectivamente, o valor total do torque e a amplitude da parcela pulsante do torque produzido pelas harmônicas da indução de 1 a 23. Já as curvas coloridas mostram, respectivamente, o torque médio e a amplitude da pulsação do torque produzido por cada uma das harmônicas da indução no entreferro. A curva em preto no primeiro gráfico é igual à soma das curvas coloridas, mas, no segundo gráfico, a curva em preto não é igual a soma das curvas coloridas, pois as frequências e as fases das parcelas pulsantes do torque criadas por cada uma das harmônicas são diferentes. Nos gráficos da primeira e segunda linha, os pontos marcados com um x de cor preta mostram os valores de torque obtidos com simulações de elementos finitos. A região de operação normal da máquina está sombreada nos três gráficos. As curvas verticais pontilhadas mostram o ponto de operação em que as induções e o torque mostrados nas figuras 76, 77 e 78 foram obtidos. Os resultados com elementos finitos deixam claro que o torque fornecido pelo modelo analítico é válido na região de baixo escorregamento e para analisar a máquina operando com escorregamentos superiores a 5% existem discrepâncias entre resultados analíticos e de elementos finitos. Uma investigação preliminar mostrou que estas discrepâncias se devem a variações nos parâmetros, especialmente nas indutâncias de dispersão e resistência do rotor. Estas variações, por sua vez, se devem à distribuição bastante particular da indução na máquina nesta condição de operação. Um artigo sobre o modelo da máquina foi submetido ao *ISA Transaction* e está em fase de revisão. Neste artigo, considerando a região de alto escorregamento, os parâmetros foram ajustados com base em tentativa e erro de tal forma que os resultados analíticos concordem com os obtidos com elementos finitos, indicando que de fato os parâmetros são os responsáveis pelas discrepâncias observadas e não o modelo em si. Este artigo está ainda em fase de revisão e o título é *Effects of High Space-Harmonics on the Operation of Five-Phase Induction Machines under Unbalance*.

As curvas de amplitude da pulsação do torque versus escorregamento mostram que, na região de operação normal da máquina, a pulsação produzida pelas harmônicas da

indução são praticamente nulas. As harmônicas que mais produzem torques pulsantes são as harmônicas de ordem 3 e de ordem 23. Entretanto, a pulsação produzida por estas harmônicas só aparece na região de alto escorregamento. Conseqüentemente, para medir esta pulsação seria necessário manter a máquina operando com escorregamento elevado o que não é possível de ser realizado com os equipamentos disponíveis no *LASCAR* e, portanto, não serão apresentados resultados de ensaios para comprovação das expressões para a pulsação no torque.

Mesmo sem ser possível comprovar através de ensaios a validade das equações do torque, é importante determinar o motivo pelo qual algumas harmônicas de indução produzem mais torque do que outras. A indutância mútua entre o rotor e o estator através da harmônica da indução no entreferro de ordem 23, \hat{L}_{23}^{rs} , é menor em magnitude do que as outras indutâncias, portanto o torque produzido por esta harmônica deveria ser menor. Entretanto, em duas das equações do torque que dependem de \hat{L}_{23}^{rs} , equações (A.135) e (A.136), aparecem a componente de sequência $\bar{I}_{1,1}^r$ induzida no rotor pela componente \bar{I}_1 através da indutância \hat{L}_1^{rs} . Esta é a componente de sequência das correntes do rotor que possui maior amplitude e, para esta máquina, ela só aparece nas equações do torque que contêm \hat{L}_1^{rs} e \hat{L}_{23}^{rs} . Conseqüentemente, o torque produzido pela harmônica de ordem 23 é elevado.

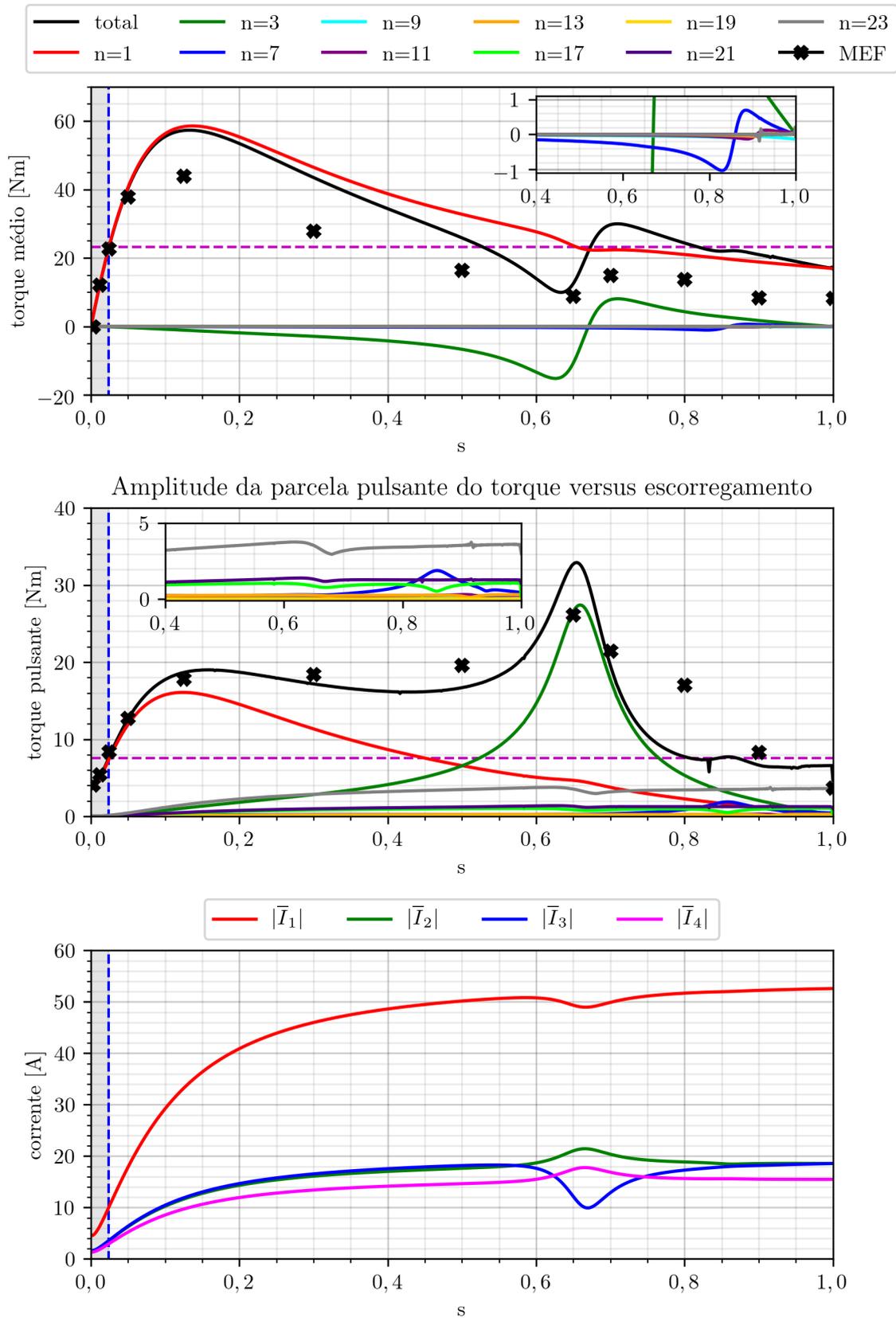
Conseguir prever quais harmônicas da indução irão produzir torques indesejáveis é de vital importância no projeto de máquinas de indução, pois dependendo do número de ranhuras do estator e de barras no rotor, a máquina pode produzir torques parasitas indesejáveis. Em muitos livros de projeto de máquinas são fornecidas tabelas contendo as combinações de barras do rotor e ranhuras do estator que não produzem torques parasitas. Estas tabelas são úteis apenas para o projeto de máquinas trifásicas, pois o número de ranhuras do estator depende do número de fases. Portanto, as expressões para o torque produzido por cada harmônica são ferramentas úteis no projeto de máquinas pentafásicas.

5.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foi realizada a validação do modelo para a distribuição da indução no interior da máquina de indução. Os resultados apresentados mostram que o modelo analítico é válido e pode ser utilizado na análise da máquina operando com ou sem falha e com ou sem controle. As induções obtidas com o modelo analítico são bastante próximas das induções obtidas com o *MEF* e podem ser obtidas em muito menos tempo. Esta constatação torna o modelo analítico uma boa ferramenta de análise, de projeto e otimização de máquinas de indução. A principal limitação dos modelos é a incapacidade de modelar a variação da saturação. Na região das coroas e no entreferro esta limitação não parece influenciar de forma significativa os resultados analíticos, pois nestas regiões a indução obtida com o *MEF* e com o modelo analítico são bastante semelhantes. Por outro lado,

na região dos dentes, a saturação é maior e pode ser necessário corrigir a indução obtida com o modelo analítico nos casos onde se deseje estimar com maior exatidão as perdas magnéticas. A correção da indução pode ser feita utilizando o método apresentado na subseção 4.5.0.1 do Capítulo 4. Os modelos apresentados não fornecem a indução na região de transição entre a coroa e os dentes nem a indução em cada ponto do rotor e do estator. Para obter uma distribuição detalhada da indução no interior da máquina é necessário recorrer a análises com elementos finitos.

Figura 79 – Torque produzido pela máquina de 4,5 kW operando com falha e sem controle.



Fonte: elaborado pelo autor.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram apresentadas e validados modelos para a distribuição da indução no interior da máquina e um modelo para a máquina operando em regime permanente senoidal. Utilizando estes modelos junto com resultados de ensaios e simulações com elementos finitos foram analisados os impactos da operação sob falha na distribuição da indução no interior da máquina e nas perdas magnéticas. Os principais resultados obtidos e conclusões são apresentado e discutidos neste capítulo.

O modelo apresentado no Capítulo 2 para a máquina pentafásica operando em regime permanente senoidal, permite analisar os efeitos das harmônicas da indução na geração de torque e nas correntes induzidas no rotor. As equações do torque apresentadas permitem identificar quais harmônicas espaciais da indução produzem torque durante a operação normal e quais produzem torques durante a operação sob falha. Uma aplicação possível para o equacionamento apresentado é no projeto de máquinas pentafásicas para determinar o número de barras que o rotor da máquina deve possuir para reduzir os torques parasitas durante a operação normal e sob falha.

Durante a validação dos modelos, os resultados obtidos mostraram que os parâmetros nominais do modelo são adequados para descrever o funcionamento da máquina operando com e sem falha na região de baixo escorregamento. Entretanto, na região de alto escorregamento os parâmetros não se mostraram adequados uma vez que o modelo apresenta discrepância em relação a resultados obtidos com elementos finitos. A forma como os parâmetros variam quando a máquina passa a operar na região de alto escorregamento e sob falha necessita de estudos mais detalhados e aprofundados. Sendo esta uma área de pesquisa que pode ser explorada em trabalhos futuros.

As equações do torque deixam evidente a forma como as harmônicas da indução e as componentes de sequência das correntes interagem para produzir torque. Basicamente, os torques produzidos durante a operação sob falha surgem devido a alterações na distribuição da indução no entreferro; o modelo proposto permite identificar e quantificar as harmônicas mais importantes na produção de torques pulsantes. O desequilíbrio nas correntes do estator provocado pela operação sob falha cria campos girantes e campos pulsantes com as harmônicas da indução produzidas pelos enrolamentos do estator. Durante

a operação com falha e sem controle, as maiores parcelas do torque médio e do torque pulsante são produzidas pela onda fundamental da indução no entreferro. Na região de baixo escorregamento, praticamente toda a alteração no torque produzido pela falha é devido a alterações no formato da onda fundamental da indução. Os torques produzidos pelas harmônicas da indução só se tornam significativos na região de alto escorregamento. O terceiro harmônico da indução afeta de forma significativa o torque apenas quando a máquina opera com escorregamentos relativos entre $2/3$ e $3/4$, pois, nesta faixa de operação, a impedância do rotor correspondente à componente de sequência 3 se torna muito pequena. Consequentemente, as correntes que produzem o terceiro harmônico da indução aumentam, assim como o torque produzido por esta harmônica. Os torques produzidos pelas harmônicas de indução só se tornam significativos na região de alto escorregamento. Entretanto, as correntes induzidas no rotor por estas harmônicas não produzem quantidades significativas de torque. A maior parcela do torque produzido pelas harmônicas de indução com ordem maior que três são gerados pela interação das harmônicas de indução com as componentes $\bar{I}_{1,1}^r$ e $\bar{I}_{3,3}^r$ das correntes de fase do rotor. Por exemplo, quando a máquina de 4,5 kW opera sob falha, a parcela $T_{3,3,7}^3$ do torque é gerado pelo harmônico espacial da indução de ordem $n=7$ e pela componente de sequência $\bar{I}_{3,3}^r$ das correntes do rotor. A harmônica espacial da indução de ordem $n=7$ induz no rotor as componentes de sequência $\bar{I}_{3,7}^r$ e $\bar{I}_{2,7}^r$ que também produzem torque através da harmônica espacial da indução de ordem $n=7$, sendo $T_{3,3,7}^r$ e $T_{3,2,7}^r$, respectivamente, as parcelas do torque produzidas por estas componentes de sequência. Entretanto, a parcela $T_{3,3,7}^3$ é muito maior que as parcelas $T_{3,3,7}^r$ e $T_{3,2,7}^r$, pois a componente $\bar{I}_{3,3}^r$ é muito maior do que as componentes $\bar{I}_{3,7}^r$ e $\bar{I}_{2,7}^r$ das correntes do rotor. Este tipo de análise mostra que o mecanismo de geração de torque das máquinas multifásicas operando sob falha é bastante complexo e que o modelo da máquina apresentado no Capítulo 2 é uma importante ferramenta de análise e de projeto de máquinas de indução multifásicas.

Os modelos apresentadas no Capítulo 3 fornecem as induções nos dentes, coroas e no entreferro das máquinas de indução multifásicas. Entretanto, a indução obtida com estes modelos são aproximações. As induções nos dentes fornecidas pelo modelo analítico correspondem aos valores médios das induções dos dentes na direção radial; o modelo para a indução na coroa fornece o valor médio da indução na direção tangencial e o modelo para a distribuição da indução no entreferro fornece a indução radial em diferentes pontos do entreferro. Com os modelos apresentados não é possível estimar as induções tangenciais nos dentes e no entreferro nem a indução radial nas coroas. Contudo, mesmo com as limitações citadas, os resultados apresentados mostram que as distribuições de indução no entreferro, nos dentes e nas coroas, fornecidos pelos modelos analíticos, são bastante próximas às induções obtidas com o método dos elementos finitos. Portanto, pode-se afirmar que os modelos se mostraram adequados no estudo preliminar da distribuição da indução no interior da máquina e apresenta como principal vantagem sobre o *MEF* a rapidez com

que novas distribuições para a indução podem ser obtidas. Por exemplo, as simulações necessárias para obter as induções mostradas nas figuras 76 e 77 apresentadas no Capítulo 5 foram realizadas ao longo de 6 dias. Por outro lado, curvas correspondentes podem ser obtidas em segundos utilizando os modelos analíticos apresentados.

As induções fornecidas pelos modelos analíticos também se mostraram adequadas na estimação das perdas magnéticas. A análise das perdas magnéticas durante a operação sob falha e com diferentes estratégias de controle foi realizada no Capítulo 4. A estimação das perdas foi realizada utilizando simulações com o *MEF* e também as induções obtidas com os modelos analíticos apresentados no Capítulo 3. Os resultados apresentados mostraram que a distribuição da indução e das perdas magnéticas variam de acordo com a estratégia de controle utilizada e que a variação nas perdas obtida com o modelo analítico seguem as mesmas tendências das variações obtidas com o *MEF*. Cada estratégia de controle altera de forma diferente o conteúdo harmônico das induções nos dentes, coroas e entreferro. No rotor, o conteúdo harmônico das induções em cada um dos dentes é igual e varia de acordo com a estratégia de controle. Por outro lado, a indução em cada um dos dentes do estator é alterada de maneira diferente pela estratégia de controle. Em alguns dentes do estator a magnitude da indução aumenta enquanto que em outros ela diminui. As perdas magnéticas totais podem aumentar em até 10%, dependendo da estratégia de controle utilizada. A variação das perdas magnéticas é muito maior nos dentes do que nas coroas. A maior variação nas perdas é observada quando a máquina opera sob falha e com a estratégia de controle *MTP*. Nestas condições, foi observado um aumento de aproximadamente 10% nas perdas magnéticas dos dentes do estator e um aumento superior a 15% nas perdas magnéticas dos dentes do rotor. Por outro lado, as perdas magnéticas nas coroas variam muito pouco. Na coroa do estator, o aumento máximo observado foi de apenas 3% e na coroa do rotor as perdas magnéticas são desprezíveis. Como as perdas magnéticas dos dentes se concentram nas cabeças dos dentes, o aumento das perdas pode criar pontos quentes dentro da máquina com consequentes danos para o isolamento. Para analisar esta hipótese de forma mais definitiva são necessários novos estudos e o uso de modelos térmicos da máquina.

De forma geral, o aumento nas perdas magnéticas é pequeno quando comparado com o aumento nas perdas joule produzidas pelo estator. A variação nas perdas magnéticas das duas máquinas são semelhantes, mas os dados indicam que a máquina de 5,5 kW se mostra mais adequada para a operação sob falha, pois o aumento no total de perdas é menor nesta máquina. A principal diferença entre a máquina de 4,5 kW e a máquina de 5,5 kW é a configuração do estator. A máquina de 5,5 kW possui um estator mais sofisticado com enrolamentos de dupla camada, com mais ranhuras por polo e por fase e com encurtamento de passo. Conseqüentemente, a máquina de 5,5 kW produz menos harmônicas de indução no entreferro diminuindo assim as perdas joule no rotor e as perdas magnéticas totais. Por outro lado, as perdas joule do estator não dependem das ca-

racterísticas da máquina, apenas da estratégia de controle utilizada. Consequentemente, para projetar uma máquina que opere sob falha e produza menos perdas joule no estator a única opção é sobre-dimensionar os enrolamentos do estator.

Resumindo, os modelos analíticos apresentados se mostraram adequados para a análise da máquina, podendo ser utilizados como ferramentas de projeto. A distribuição da induções é afetada pela falha e depende da estratégia de controle utilizada. As perdas magnéticas aumentam durante a operação sob falha e o aumento depende da estratégia de controle utilizada. O aumento das perdas magnéticas é maior nos dentes do que nas coroas. O aumento localizado das perdas nos dentes pode criar pontos quentes, mas esta hipótese não foi testada, pois exige o uso de modelos térmicos da máquina.

Tendo em vista que durante a realização do presente trabalho foram detectados vários aspectos relacionados ao tema que merecem ser investigados, na sequência são apresentadas algumas sugestões de trabalhos futuros.

As máquinas utilizadas neste trabalho são máquinas de pequeno porte, com rotor do tipo gaiola de esquilo e com inclinação nas barras do rotor. Consequentemente, a variação da permeância devido as ranhuras do estator e do rotor não afetam de forma significativa as correntes e os torques fornecidos pelo modelo analítico da máquina.

Para analisar máquinas de maior porte, com rotor do tipo gaiola de esquilo e sem inclinação nas barras, é interessante utilizar um modelo analítico da máquina em que o efeito da variação da permeância é considerado. Portanto, pode-se incluir como sugestão para trabalhos futuros:

1. o desenvolvimento de um modelo analítico da máquina com a capacidade de modelar a variação da permeância do entreferro considerando o efeito das ranhuras;
2. determinação dos parâmetros da máquina operando sob falha e na região de alto escorregamento;
3. inclusão dos efeitos da variação da saturação nos modelos para indução apresentados no Capítulo 3.

Os modelos para a distribuição da indução apresentados no Capítulo 3 podem ser utilizados como ponto de partida no desenvolvimento do modelo analítico que considera o efeito das ranhuras, pois as indutâncias próprias e mútuas de cada fase do rotor e do estator podem ser calculadas com a indução fornecida pelos modelos apresentados no Capítulo 3.

REFERÊNCIAS

ABDEL-KHALIK, A.; AHMED, S.; MASSOUD, A. Comparative evaluation of four quasi-square wave fed multiphase induction machines. *In: IECON ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY 37TH*, 2011, Melbourne. **Proceedings [...]** New York IEEE, 2011.

ABDEL-KHALIK, A. S.; AHMED, S.; MASSOUD, A. M. Dynamic Modeling of a Five-Phase Induction Machine With a Combined Star/Pentagon Stator Winding Connection. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. 31, n. 4, p. 1645–1656, dec 2016.

ABDEL-KHALIK, A. S.; AHMED, S.; MASSOUD, A. M. Steady-State Mathematical Modeling of a Five-Phase Induction Machine With a Combined Star/Pentagon Stator Winding Connection. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 63, n. 3, p. 1331–1343, mar 2016.

ABDEL-KHALIK, A. S. *et al.* Optimum Flux Distribution With Harmonic Injection for a Multiphase Induction Machine Using Genetic Algorithms. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. 26, n. 2, p. 501–512, jun 2011.

ABDEL-KHALIK, A. S. *et al.* Vector control of multiphase induction machine under open-circuit phase faults. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER ENGINEERING, ENERGY AND ELECTRICAL DRIVES 4TH*, 2013, Istanbul. **Proceedings [...]** New York IEEE, 2013.

ABDEL-KHALIK, A. S. *et al.* A Voltage-Behind-Reactance Model of Five-Phase Induction Machines Considering the Effect of Magnetic Saturation. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. 28, n. 3, p. 576–592, sep 2013.

ABDEL-KHALIK, A. S. *et al.* An Improved Fault-Tolerant Five-Phase Induction Machine Using a Combined Star/Pentagon Single Layer Stator Winding Connection. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 63, n. 1, p. 618–628, jan 2016.

BERMUDEZ, M. *et al.* Open-phase fault operation of 5-phase induction motor drives using DTC techniques. *In: IECON ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY 41ST*, 2015, Yokohama. **Proceedings [...]** New York IEEE, 2015.

BERMUDEZ, M. *et al.* Comparative study of DTC and RFOC methods for the open-phase fault operation of a 5-phase induction motor drive. *In: IECON ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY 41ST*, 2015, Yokohama. **Proceedings [...]** New York IEEE, 2015.

BERMUDEZ, M. *et al.* Open-Phase Fault-Tolerant Direct Torque Control Technique for Five-Phase Induction Motor Drives. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 64, n. 2, p. 902–911, feb 2017.

BOGLIETTI, A. *et al.* Overload Capability of Multiphase Machines under Normal and Open-Phase Fault Conditions: a thermal analysis approach. **IEEE Transactions on Industry Applications**, New York, p. 1–1, 2020.

BOJOI, R. *et al.* Multiphase electrical machines and drives: a viable solution for energy generation and transportation electrification. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE AND EXPOSITION ON ELECTRICAL AND POWER ENGINEERING 9*, 2016, Iasi. **Proceedings [...]** New York IEEE, 2016.

BOJOI, R. *et al.* Multiphase Drives for Hybrid-Electric Propulsion in Light Aircrafts: a viable solution. *In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON POWER ELECTRONICS, ELECTRICAL DRIVES, AUTOMATION AND MOTION 23TH*, 2018, Iasi. **Proceedings [...]** New York IEEE, 2018.

BOLDEA, I.; NASAR, S. **The Induction Machine Handbook**. Boca Raton: CRC Press, 2010. (Electric Power Engineering Series).

BRADLEY, K.; TAMI, A. Reluctance mesh modelling of induction motors with healthy and faulty rotors. *In: IAS '96. CONFERENCE RECORD OF THE 1996 IEEE INDUSTRY APPLICATIONS CONFERENCE THIRTY-FIRST IAS ANNUAL MEETING 31TH*, 1996, San Diego. **Proceedings [...]** New York IEEE, 1996.

CHOMAT, M. **Electric Machines and Drives**. London: IntechOpen, 2011.

DA ROSA, R. S. *et al.* Comparison of operating curves of five-phase and three-phase induction machines of same size. *In: IECON ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY 40TH*, 2014, Dallas. **Proceedings [...]** New York IEEE, 2014.

- DE SOUZA, T. S.; BASTOS, R. R.; FILHO, B. J. C. Modeling and Control of a Nine-Phase Induction Machine With Open Phases. **IEEE Transactions on Industry Applications**, New York, v. 54, n. 6, p. 6576–6585, nov 2018.
- FUDEH, H.; ONG, C. Modeling and Analysis of Induction Machines Containing Space Harmonics Part II: analysis of asynchronous and synchronous actions. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-102, n. 8, p. 2616–2620, aug 1983.
- FUDEH, H.; ONG, C. Modeling and Analysis of Induction Machines Containing Space Harmonics Part III: three-phase cage rotor induction machines. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-102, n. 8, p. 2621–2628, aug 1983.
- FUDEH, H. R.; ONG, C. M. Modeling and Analysis of Induction Machines Containing Space Harmonics Part I: modeling and transformation. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-102, n. 8, p. 2608–2615, Aug 1983.
- GERADA, C. *et al.* Evaluation of a vector controlled induction motor drive using the dynamic magnetic circuit model. *In: IAS ANNUAL MEETING ON CONFERENCE RECORD OF THE INDUSTRY APPLICATIONS CONFERENCE 38TH, 2003*, Salt Lake City. **Proceedings [...]** New York IEEE, 2003.
- GERADA, C. *et al.* The results do mesh. **IEEE Industry Applications Magazine**, New York, v. 13, n. 2, p. 62–72, mar. 2007.
- GUZMAN, H.; DURAN, M.; BARRERO, F. A comprehensive fault analysis of a five-phase induction motor drive with an open phase. *In: INTERNATIONAL POWER ELECTRONICS AND MOTION CONTROL CONFERENCE 15TH, 2012*, Novi Sad. **Proceedings [...]** New York IEEE, 2012.
- GUZMAN, H. *et al.* Fault-tolerant current predictive control of five-phase induction motor drives with an open phase. *In: IECON ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY 37TH, 2011*, Melbourne. **Proceedings [...]** New York IEEE, 2011.
- GUZMAN, H. *et al.* Comparative Study of Predictive and Resonant Controllers in Fault-Tolerant Five-Phase Induction Motor Drives. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 63, n. 1, p. 606–617, jan 2016.
- IVANOV-SMOLENSKY, A. **Electrical Machines**. Moscow: MIR Publishers, 1982.
- JACOBINA, C. *et al.* Fault tolerant control of five-phase AC motor drive. *In: IEEE ANNUAL POWER ELECTRONICS SPECIALISTS CONFERENCE 35TH IEEE CAT. NO.04CH37551, 2004*, Aachen. **Proceedings [...]** New York IEEE, 2004.

JOKSIMOVIC, G. *et al.* Dynamic induction machine model accounting for stator and rotor slotting. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES 20th, 2012, Marseille. Proceedings [...]* New York IEEE, 2012.

KLINGSHIRN, E. High Phase Order Induction Motors - Part I-Description and Theoretical Considerations. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-102, n. 1, p. 47–53, jan 1983.

KLINGSHIRN, E. High Phase Order Induction Motors - Part II-Experimental Results. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-102, n. 1, p. 54–59, jan 1983.

KRINGS, A.; SOULARD, J. Overview and Comparison of Iron Loss Models for Electrical Machines. **Journal of Electrical Engineering**, Bratislava, v. 10, p. 162–169, 05 2010.

LEVI, E. Multiphase Electric Machines for Variable-Speed Applications. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 55, n. 5, p. 1893–1909, may 2008.

LIANG, X.; LUY, Y. Harmonic Analysis for Induction Motors. *In: CANADIAN CONFERENCE ON ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING, 2006, Ottawa. Proceedings [...]* New York IEEE, 2006.

LIPO, T. A. **Introduction to AC Machine Design**. New York: Wiley, 2017. (IEEE Press Series on Power Engineering).

LYRA, R.; LIPO, T. Torque density improvement in a six-phase induction motor with third harmonic current injection. **IEEE Transactions on Industry Applications**, New York, v. 38, n. 5, p. 1351–1360, sep 2002.

MENGONI, M. *et al.* High-Torque-Density Control of Multiphase Induction Motor Drives Operating Over a Wide Speed Range. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 62, n. 2, p. 814–825, feb 2015.

MOREIRA, J.; LIPO, T. Modeling of saturated AC machines including air gap flux harmonic components. **IEEE Transactions on Industry Applications**, New York, v. 28, n. 2, p. 343–349, 1992.

MORSY, A. S. *et al.* Sensorless V/f control with MRAS speed estimator for a five-phase induction machine under open-circuit phase faults. *In: IEEE GCC CONFERENCE AND EXHIBITION 7TH (GCC), 2013, Shanghai. Proceedings [...]* New York IEEE, 2013.

NELSON, R.; KRAUSE, P. Induction Machine Analysis for Arbitrary Displacement Between Multiple Winding Sets. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-93, n. 3, p. 841–848, may 1974.

OSTOVIC, V. A Method for Evaluation of Transient and Steady State Performance in Saturated Squirrel Cage Induction Machines. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. EC-1, n. 3, p. 190–197, sep 1986.

PAAP, G. The analysis of 3-phase squirrel-cage induction motors including space harmonics and mutual slotting in transient and steady state. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. 6, n. 1, p. 69–75, mar 1991.

PAAP, G. On the theory of 3-phase squirrel-cage induction motors including space harmonics and mutual slotting. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. 6, n. 1, p. 76–82, mar 1991.

PEDRAYES, F. *et al.* Application of a Dynamic Model based on a Network of Magnetically Coupled Reluctances to Rotor Fault Diagnosis in Induction Motors. *In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DIAGNOSTICS FOR ELECTRIC MACHINES, POWER ELECTRONICS AND DRIVES 6TH, 2007, Cracow. Proceedings [...]* New York IEEE, 2007.

PEREIRA, L. A.; PEREIRA, L. F. A.; HAFFNER, S. Airgap induction of five-phase induction machines operating with one opened phase. *In: IECON ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY 42ND, 2016, Florence. Proceedings [...]* New York IEEE, 2016.

PEREIRA, L. A. *et al.* General Model of a Five-Phase Induction Machine Allowing for Harmonics in the Air Gap Field. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. 21, n. 4, p. 891–899, dec 2006.

PEREIRA, L. A. *et al.* Influence of Saturation on the Airgap Induction Waveform of Five-Phase Induction Machines. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. 27, n. 1, p. 29–41, mar 2012.

PEREIRA, L. A. *et al.* Performance comparison of five phase and three phase induction machines under steady state including losses and saturation. *In: IECON ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY 39TH, 2013, Vienna. Proceedings [...]* New York IEEE, 2013.

PEREIRA, L. A. *et al.* Unbalanced operation of five-phase induction machines using steady state symmetrical components — Part II: study of typical cases. *In: IECON ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY 41ST, 2015, Yokohama. Proceedings [...]* New York IEEE, 2015.

PEREIRA, L. A. *et al.* Unbalanced operation of five-phase induction machines using steady state symmetrical components — Part I: theoretical considerations. *In: IECON ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY 41ST*, 2015, Yokohama. **Proceedings [...]** New York IEEE, 2015.

PEREIRA, L. A. *et al.* Parameterized Model and Performance of Five-Phase Induction Machines including Losses and Saturation. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Berlin, v. 26, n. 3, p. 255–271, feb 2015.

Pereira, L. A. *et al.* Multiobjective Optimization of Five-Phase Induction Machines Based on NSGA-II. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 64, n. 12, p. 9844–9853, 2017.

PEREIRA, L. A. *et al.* Induction distribution of five-phase induction machines under open-phase fault. **ISA Transactions**, Amsterdam, v. 96, p. 468–478, jan 2020.

PEREIRA, L. A. *et al.* Influence of Design Parameters on the Airgap Induction of Five-Phase Induction Machines Operating With One Phase Opened. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Berlin, v. 31, n. 5, p. 1298–1308, jun 2020.

PEREIRA, L. *et al.* Magnetic Losses of Five Phase Induction Machines with Optimized Airgap Induction Waveform. *In: CBA CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA 18*, 2010, Bonito. **Proceedings [...]** Campinas SBA, 2010.

PYRHONEN TAPANI JOKINEN, V. H. **Design Rotating Electrical Mac**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013.

RANGARI, S. C.; SURYAWANSHI, H. M.; RENGE, M. New Fault-Tolerant Control Strategy of Five-Phase Induction Motor with Four-Phase and Three-Phase Modes of Operation. **Electronics**, Basel, v. 7, n. 9, p. 159, aug 2018.

SCHARLAU, C. C. *et al.* Performance of a Five-Phase Induction Machine With Optimized Air Gap Field Under Open Loop V/f Control. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. 23, n. 4, p. 1046–1056, dec 2008.

SOUZA, G. d. **Desenvolvimento e testes de um conversor eletromagnético de 3 para 5 fases**. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Escola de Engenharia, 2016.

TANI, A. *et al.* Control of Multiphase Induction Motors With an Odd Number of Phases Under Open-Circuit Phase Faults. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 27, n. 2, p. 565–577, feb 2012.

TOLIYAT, H. A. Analysis and simulation of multi-phase variable speed induction motor drives under asymmetrical connections. *In: APPLIED POWER ELECTRONICS CONFERENCE 11TH. APEC '96, 1996, San Jose. Proceedings [...]* New York IEEE, 1996. v. 2, p. 586–592 vol.2.

TOLIYAT, H. Analysis and simulation of five-phase variable-speed induction motor drives under asymmetrical connections. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 13, n. 4, p. 748–756, jul 1998.

TOLIYAT, H.; LIPO, T. Transient analysis of cage induction machines under stator, rotor bar and end ring faults. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. 10, n. 2, p. 241–247, jun 1995.

TOLIYAT, H.; LIPO, T.; WHITE, J. Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications. I. Motor analysis. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. 6, n. 4, p. 679–683, 1991.

TOLIYAT, H.; LIPO, T.; WHITE, J. Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications. II. Motor design and performance. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. 6, n. 4, p. 684–692, 1991.

WARD, E.; HÄRER, H. Preliminary investigation of an inverter-fed 5-phase induction motor. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, London, v. 116, n. 6, p. 980, 1969.

WHITE, D.; WOODSON, H. **Electromechanical Energy Conversion**. Hoboken: Wiley, 1959. ([The M.I.T. core curriculum program in electrical engineering]).

XU, H.; TOLIYAT, H. A.; PETERSEN, L. J. Rotor field oriented control of five-phase induction motor with the combined fundamental and third harmonic currents. *In: ANNUAL IEEE APPLIED POWER ELECTRONICS CONFERENCE AND EXPOSITION 16TH APEC, 2001, Anaheim. Proceedings [...]* New York IEEE, 2001. v. 1, p. 392–398 vol.1.

XU, H.; TOLIYAT, H.; PETERSEN, L. Resilient current control of five-phase induction motor under asymmetrical fault conditions. *In: ANNUAL IEEE APPLIED POWER ELECTRONICS CONFERENCE AND EXPOSITION 17TH APEC, 2002, Dallas. Proceedings [...]* New York IEEE, 2002.

YAO, L. *et al.* Cascaded doubly fed induction machine system modelling based on Dynamic Reluctance Mesh modelling method. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES 18TH, 2008, Vilamoura. Proceedings [...]* New York IEEE, 2008.

ZHENG, L. *et al.* Dual-Plane Vector Control of a Five-Phase Induction Machine for an Improved Flux Pattern. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 55, n. 5, p. 1996–2005, may 2008.

APÊNDICE A EQUAÇÕES DO TORQUE

Equações do torque da máquina de indução pentafásica de 5,5 kW com $N=22$.

$$T_{4,4,1}^1 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{4,21}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 22(1-s) \cdot \omega t + \angle \bar{I}_{4,21}^r + \angle \bar{I}_4 \right] \quad (\text{A.1})$$

$$T_{1,4,1}^2 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{4,21}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[22(1-s) \cdot \omega t + \angle \bar{I}_{4,21}^r - \angle \bar{I}_1 \right] \quad (\text{A.2})$$

$$T_{4,4,1}^3 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{4,1}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\angle \bar{I}_{4,1}^r + \angle \bar{I}_4 \right] \quad (\text{A.3})$$

$$T_{1,4,1}^4 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{4,1}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \angle \bar{I}_{4,1}^r - \angle \bar{I}_1 \right] \quad (\text{A.4})$$

$$T_{4,1,1}^5 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{1,1}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \angle \bar{I}_{1,1}^r + \angle \bar{I}_4 \right] \quad (\text{A.5})$$

$$T_{1,1,1}^6 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,1}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\angle \bar{I}_{1,1}^r - \angle \bar{I}_1 \right] \quad (\text{A.6})$$

$$T_{4,1,1}^7 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{1,21}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[22(1-s) \cdot \omega t - \angle \bar{I}_{1,21}^r + \angle \bar{I}_4 \right] \quad (\text{A.7})$$

$$T_{1,1,1}^8 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,21}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t + 22(1-s) \cdot \omega t - \angle \bar{I}_{1,21}^r - \angle \bar{I}_1 \right] \quad (\text{A.8})$$

$$T_{2,1,3}^1 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{1,19}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 22(1-s) \cdot \omega t + \angle \bar{I}_{1,19}^r + \angle \bar{I}_2 \right] \quad (\text{A.9})$$

$$T_{3,1,3}^2 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{1,19}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[22(1-s) \cdot \omega t + \angle \bar{I}_{1,19}^r - \angle \bar{I}_3 \right] \quad (\text{A.10})$$

$$T_{2,2,3}^3 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{2,3}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\angle \bar{I}_{2,3}^r + \angle \bar{I}_2 \right] \quad (\text{A.11})$$

$$T_{3,2,3}^4 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{2,3}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \angle \bar{I}_{2,3}^r - \angle \bar{I}_3 \right] \quad (\text{A.12})$$

$$T_{2,3,3}^5 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{3,3}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \angle \bar{I}_{3,3}^r + \angle \bar{I}_2 \right] \quad (\text{A.13})$$

$$T_{3,3,3}^6 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{3,3}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\angle \bar{I}_{3,3}^r - \angle \bar{I}_3 \right] \quad (\text{A.14})$$

$$T_{2,4,3}^7 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{4,19}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[22(1-s) \cdot \omega t - \angle \bar{I}_{4,19}^r + \angle \bar{I}_2 \right] \quad (\text{A.15})$$

$$T_{3,4,3}^8 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{4,19}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t + 22(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{4,19}^r} - \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.16})$$

$$T_{3,3,7}^3 = -7 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{3,7}^r| \cdot \hat{L}_7^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\underline{\bar{I}_{3,7}^r} + \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.17})$$

$$T_{2,3,7}^4 = -7 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{3,7}^r| \cdot \hat{L}_7^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \underline{\bar{I}_{3,7}^r} - \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.18})$$

$$T_{3,2,7}^5 = -7 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{2,7}^r| \cdot \hat{L}_7^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \underline{\bar{I}_{2,7}^r} + \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.19})$$

$$T_{2,2,7}^6 = -7 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{2,7}^r| \cdot \hat{L}_7^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\underline{\bar{I}_{2,7}^r} - \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.20})$$

$$T_{1,2,9}^1 = -9 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{2,13}^r| \cdot \hat{L}_9^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 22(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{2,13}^r} + \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.21})$$

$$T_{4,2,9}^2 = -9 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{2,13}^r| \cdot \hat{L}_9^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[22(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{2,13}^r} - \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.22})$$

$$T_{1,1,9}^3 = -9 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,9}^r| \cdot \hat{L}_9^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\underline{\bar{I}_{1,9}^r} + \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.23})$$

$$T_{4,1,9}^4 = -9 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{1,9}^r| \cdot \hat{L}_9^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \underline{\bar{I}_{1,9}^r} - \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.24})$$

$$T_{1,4,9}^5 = -9 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{4,9}^r| \cdot \hat{L}_9^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \underline{\bar{I}_{4,9}^r} + \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.25})$$

$$T_{4,4,9}^6 = -9 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{4,9}^r| \cdot \hat{L}_9^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\underline{\bar{I}_{4,9}^r} - \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.26})$$

$$T_{1,3,9}^7 = -9 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{3,13}^r| \cdot \hat{L}_9^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[22(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{3,13}^r} + \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.27})$$

$$T_{4,3,9}^8 = -9 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{3,13}^r| \cdot \hat{L}_9^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t + 22(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{3,13}^r} - \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.28})$$

$$T_{4,4,11}^1 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{4,11}^r| \cdot \hat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 22(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{4,11}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.29})$$

$$T_{1,4,11}^2 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{4,11}^r| \cdot \hat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[22(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{4,11}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.30})$$

$$T_{4,4,11}^3 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{4,11}^r| \cdot \hat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\underline{\bar{I}_{4,11}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.31})$$

$$T_{1,4,11}^4 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{4,11}^r| \cdot \hat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \underline{\bar{I}_{4,11}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.32})$$

$$T_{4,1,11}^5 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{1,11}^r| \cdot \hat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \underline{\bar{I}_{1,11}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.33})$$

$$T_{1,1,11}^6 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,11}^r| \cdot \hat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\underline{\bar{I}_{1,11}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.34})$$

$$T_{4,1,11}^7 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{1,11}^r| \cdot \hat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[22(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{1,11}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.35})$$

$$T_{1,1,11}^8 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,11}^r| \cdot \hat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t + 22(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{1,11}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.36})$$

$$T_{2,1,13}^1 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{1,9}^r| \cdot \hat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 22(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{1,9}^r} + \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.37})$$

$$T_{3,1,13}^2 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{1,9}^r| \cdot \hat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[22(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{1,9}^r} - \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.38})$$

$$T_{2,2,13}^3 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{2,13}^r| \cdot \hat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\underline{\bar{I}_{2,13}^r} + \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.39})$$

$$T_{3,2,13}^4 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{2,13}^r| \cdot \hat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \underline{\bar{I}_{2,13}^r} - \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.40})$$

$$T_{2,3,13}^5 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{3,13}^r| \cdot \hat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \underline{\bar{I}_{3,13}^r} + \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.41})$$

$$T_{3,3,13}^6 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{3,13}^r| \cdot \hat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\underline{\bar{I}_{3,13}^r} - \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.42})$$

$$T_{2,4,13}^7 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{4,9}^r| \cdot \hat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[22(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{4,9}^r} + \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.43})$$

$$T_{3,4,13}^8 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{4,9}^r| \cdot \hat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t + 22(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{4,9}^r} - \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.44})$$

$$T_{3,3,17}^3 = -17 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{3,17}^r| \cdot \hat{L}_{17}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\underline{\bar{I}_{3,17}^r} + \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.45})$$

$$T_{2,3,17}^4 = -17 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{3,17}^r| \cdot \hat{L}_{17}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \underline{\bar{I}_{3,17}^r} - \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.46})$$

$$T_{3,2,17}^5 = -17 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{2,17}^r| \cdot \hat{L}_{17}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \underline{\bar{I}_{2,17}^r} + \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.47})$$

$$T_{2,2,17}^6 = -17 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{2,17}^r| \cdot \hat{L}_{17}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\underline{\bar{I}_{2,17}^r} - \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.48})$$

$$T_{1,2,19}^1 = -19 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{2,3}^r| \cdot \hat{L}_{19}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 22(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{2,3}^r} + \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.49})$$

$$T_{4,2,19}^2 = -19 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{2,3}^r| \cdot \hat{L}_{19}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[22(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{2,3}^r} - \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.50})$$

$$T_{1,1,19}^3 = -19 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,19}^r| \cdot \hat{L}_{19}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\underline{\bar{I}_{1,19}^r} + \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.51})$$

$$T_{4,1,19}^4 = -19 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{1,19}^r| \cdot \hat{L}_{19}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \underline{\bar{I}_{1,19}^r} - \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.52})$$

$$T_{1,4,19}^5 = -19 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{4,19}^r| \cdot \hat{L}_{19}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \underline{\bar{I}_{4,19}^r} + \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.53})$$

$$T_{4,4,19}^6 = -19 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{4,19}^r| \cdot \hat{L}_{19}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\underline{\bar{I}_{4,19}^r} - \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.54})$$

$$T_{1,3,19}^7 = -19 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{3,3}^r| \cdot \hat{L}_{19}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[22(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{3,3}^r} + \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.55})$$

$$T_{4,3,19}^8 = 19 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{3,3}^r| \cdot \hat{L}_{19}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t - 22(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{3,3}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.56})$$

$$T_{4,4,21}^1 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{4,1}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 22(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{4,1}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.57})$$

$$T_{1,4,21}^2 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{4,1}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[22(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{4,1}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.58})$$

$$T_{4,4,21}^3 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{4,21}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\underline{\bar{I}_{4,21}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.59})$$

$$T_{1,4,21}^4 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{4,21}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \underline{\bar{I}_{4,21}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.60})$$

$$T_{4,1,21}^5 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{1,21}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \underline{\bar{I}_{1,21}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.61})$$

$$T_{1,1,21}^6 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,21}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\underline{\bar{I}_{1,21}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.62})$$

$$T_{4,1,21}^7 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{1,1}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[22(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{1,1}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.63})$$

$$T_{1,1,21}^8 = 21 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,1}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t - 22(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{1,1}^r} + \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.64})$$

Equações do torque da máquina de indução pentafásica de 4,5 kW com $N=24$.

$$T_{4,2,1}^1 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{2,23}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{2,23}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.65})$$

$$T_{1,2,1}^2 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{2,23}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{2,23}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.66})$$

$$T_{4,4,1}^3 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{4,1}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\underline{\bar{I}_{4,1}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.67})$$

$$T_{1,4,1}^4 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{4,1}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \underline{\bar{I}_{4,1}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.68})$$

$$T_{4,1,1}^5 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{1,1}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \underline{\bar{I}_{1,1}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.69})$$

$$T_{1,1,1}^6 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,1}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\underline{\bar{I}_{1,1}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.70})$$

$$T_{4,3,1}^7 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{3,23}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{3,23}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.71})$$

$$T_{1,3,1}^8 = -1 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{3,23}^r| \cdot \hat{L}_1^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{3,23}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.72})$$

$$T_{2,4,3}^1 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{4,21}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{4,21}^r} + \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.73})$$

$$T_{3,4,3}^2 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{4,21}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{4,21}^r} - \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.74})$$

$$T_{2,2,3}^3 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{2,3}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\underline{\bar{I}_{2,3}^r} + \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.75})$$

$$T_{3,2,3}^4 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{2,3}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \underline{\bar{I}_{2,3}^r} - \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.76})$$

$$T_{2,3,3}^5 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{3,3}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \underline{\bar{I}_{3,3}^r} + \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.77})$$

$$T_{3,3,3}^6 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{3,3}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\underline{\bar{I}_{3,3}^r} - \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.78})$$

$$T_{2,1,3}^7 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{1,21}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{1,21}^r} + \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.79})$$

$$T_{3,1,3}^8 = -3 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{1,21}^r| \cdot \hat{L}_3^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{1,21}^r} - \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.80})$$

$$T_{3,3,7}^1 = -7 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{3,17}^r| \cdot \hat{L}_7^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{3,17}^r} + \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.81})$$

$$T_{2,3,7}^2 = -7 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{3,17}^r| \cdot \hat{L}_7^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{3,17}^r} - \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.82})$$

$$T_{3,3,7}^3 = -7 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{3,7}^r| \cdot \hat{L}_7^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\underline{\bar{I}_{3,7}^r} + \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.83})$$

$$T_{2,3,7}^4 = -7 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{3,7}^r| \cdot \hat{L}_7^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \underline{\bar{I}_{3,7}^r} - \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.84})$$

$$T_{3,2,7}^5 = -7 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{2,7}^r| \cdot \hat{L}_7^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \underline{\bar{I}_{2,7}^r} + \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.85})$$

$$T_{2,2,7}^6 = -7 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{2,7}^r| \cdot \hat{L}_7^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\underline{\bar{I}_{2,7}^r} - \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.86})$$

$$T_{3,2,7}^7 = -7 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{2,17}^r| \cdot \hat{L}_7^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{2,17}^r} + \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.87})$$

$$T_{2,2,7}^8 = -7 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{2,17}^r| \cdot \hat{L}_7^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{2,17}^r} - \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.88})$$

$$T_{1,1,9}^3 = -9 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,9}^r| \cdot \hat{L}_9^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\underline{\bar{I}_{1,9}^r} + \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.89})$$

$$T_{4,1,9}^4 = -9 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{1,9}^r| \cdot \hat{L}_9^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \underline{\bar{I}_{1,9}^r} - \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.90})$$

$$T_{1,4,9}^5 = -9 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{4,9}^r| \cdot \hat{L}_9^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \underline{\bar{I}_{4,9}^r} + \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.91})$$

$$T_{4,4,9}^6 = -9 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{4,9}^r| \cdot \hat{L}_9^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\underline{\bar{I}_{4,9}^r} - \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.92})$$

$$T_{4,2,11}^1 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{2,13}^r| \cdot \widehat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{2,13}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.93})$$

$$T_{1,2,11}^2 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{2,13}^r| \cdot \widehat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{2,13}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.94})$$

$$T_{4,4,11}^3 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{4,11}^r| \cdot \widehat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\underline{\bar{I}_{4,11}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.95})$$

$$T_{1,4,11}^4 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{4,11}^r| \cdot \widehat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \underline{\bar{I}_{4,11}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.96})$$

$$T_{4,1,11}^5 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{1,11}^r| \cdot \widehat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \underline{\bar{I}_{1,11}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.97})$$

$$T_{1,1,11}^6 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,11}^r| \cdot \widehat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\underline{\bar{I}_{1,11}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.98})$$

$$T_{4,3,11}^7 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{3,13}^r| \cdot \widehat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{3,13}^r} + \underline{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.99})$$

$$T_{1,3,11}^8 = -11 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{3,13}^r| \cdot \widehat{L}_{11}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{3,13}^r} - \underline{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.100})$$

$$T_{2,4,13}^1 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{4,11}^r| \cdot \widehat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{4,11}^r} + \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.101})$$

$$T_{3,4,13}^2 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{4,11}^r| \cdot \widehat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{4,11}^r} - \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.102})$$

$$T_{2,2,13}^3 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{2,13}^r| \cdot \widehat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\underline{\bar{I}_{2,13}^r} + \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.103})$$

$$T_{3,2,13}^4 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{2,13}^r| \cdot \widehat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \underline{\bar{I}_{2,13}^r} - \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.104})$$

$$T_{2,3,13}^5 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{3,13}^r| \cdot \widehat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \underline{\bar{I}_{3,13}^r} + \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.105})$$

$$T_{3,3,13}^6 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{3,13}^r| \cdot \widehat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\underline{\bar{I}_{3,13}^r} - \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.106})$$

$$T_{2,1,13}^7 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{1,11}^r| \cdot \widehat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{1,11}^r} + \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.107})$$

$$T_{3,1,13}^8 = -13 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{1,11}^r| \cdot \widehat{L}_{13}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t - \underline{\bar{I}_{1,11}^r} - \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.108})$$

$$T_{3,3,17}^1 = -17 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{3,7}^r| \cdot \widehat{L}_{17}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{3,7}^r} + \underline{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.109})$$

$$T_{2,3,17}^2 = -17 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{3,7}^r| \cdot \widehat{L}_{17}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t + \underline{\bar{I}_{3,7}^r} - \underline{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.110})$$

$$T_{3,3,17}^3 = -17 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{3,17}^r| \cdot \hat{L}_{17}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\sqrt{\bar{I}_{3,17}^r} + \sqrt{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.111})$$

$$T_{2,3,17}^4 = -17 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{3,17}^r| \cdot \hat{L}_{17}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \sqrt{\bar{I}_{3,17}^r} - \sqrt{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.112})$$

$$T_{3,2,17}^5 = -17 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{2,17}^r| \cdot \hat{L}_{17}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \sqrt{\bar{I}_{2,17}^r} + \sqrt{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.113})$$

$$T_{2,2,17}^6 = -17 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{2,17}^r| \cdot \hat{L}_{17}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\sqrt{\bar{I}_{2,17}^r} - \sqrt{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.114})$$

$$T_{3,2,17}^7 = -17 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{2,7}^r| \cdot \hat{L}_{17}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t - \sqrt{\bar{I}_{2,7}^r} + \sqrt{\bar{I}_3} \right] \quad (\text{A.115})$$

$$T_{2,2,17}^8 = 17 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{2,7}^r| \cdot \hat{L}_{17}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t - 24(1-s) \cdot \omega t + \sqrt{\bar{I}_{2,7}^r} + \sqrt{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.116})$$

$$T_{1,1,19}^3 = -19 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,19}^r| \cdot \hat{L}_{19}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\sqrt{\bar{I}_{1,19}^r} + \sqrt{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.117})$$

$$T_{4,1,19}^4 = -19 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{1,19}^r| \cdot \hat{L}_{19}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \sqrt{\bar{I}_{1,19}^r} - \sqrt{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.118})$$

$$T_{1,4,19}^5 = -19 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{4,19}^r| \cdot \hat{L}_{19}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \sqrt{\bar{I}_{4,19}^r} + \sqrt{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.119})$$

$$T_{4,4,19}^6 = -19 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{4,19}^r| \cdot \hat{L}_{19}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\sqrt{\bar{I}_{4,19}^r} - \sqrt{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.120})$$

$$T_{4,2,21}^1 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{2,3}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t + \sqrt{\bar{I}_{2,3}^r} + \sqrt{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.121})$$

$$T_{1,2,21}^2 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{2,3}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t + \sqrt{\bar{I}_{2,3}^r} - \sqrt{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.122})$$

$$T_{4,4,21}^3 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{4,21}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\sqrt{\bar{I}_{4,21}^r} + \sqrt{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.123})$$

$$T_{1,4,21}^4 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{4,21}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \sqrt{\bar{I}_{4,21}^r} - \sqrt{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.124})$$

$$T_{4,1,21}^5 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{1,21}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \sqrt{\bar{I}_{1,21}^r} + \sqrt{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.125})$$

$$T_{1,1,21}^6 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{1,21}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\sqrt{\bar{I}_{1,21}^r} - \sqrt{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.126})$$

$$T_{4,3,21}^7 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_4| \cdot |\bar{I}_{3,3}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t - \sqrt{\bar{I}_{3,3}^r} + \sqrt{\bar{I}_4} \right] \quad (\text{A.127})$$

$$T_{1,3,21}^8 = -21 \cdot p \cdot |\bar{I}_1| \cdot |\bar{I}_{3,3}^r| \cdot \hat{L}_{21}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t - \sqrt{\bar{I}_{3,3}^r} - \sqrt{\bar{I}_1} \right] \quad (\text{A.128})$$

$$T_{2,4,23}^1 = -23 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{4,1}^r| \cdot \hat{L}_{23}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t + \sqrt{\bar{I}_{4,1}^r} + \sqrt{\bar{I}_2} \right] \quad (\text{A.129})$$

$$T_{3,4,23}^2 = -23 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{4,1}^r| \cdot \hat{L}_{23}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t + \angle \bar{I}_{4,1}^r - \angle \bar{I}_3 \right] \quad (\text{A.130})$$

$$T_{2,2,23}^3 = -23 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{2,23}^r| \cdot \hat{L}_{23}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-\angle \bar{I}_{2,23}^r + \angle \bar{I}_2 \right] \quad (\text{A.131})$$

$$T_{3,2,23}^4 = -23 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{2,23}^r| \cdot \hat{L}_{23}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t - \angle \bar{I}_{2,23}^r - \angle \bar{I}_3 \right] \quad (\text{A.132})$$

$$T_{2,3,23}^5 = -23 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{3,23}^r| \cdot \hat{L}_{23}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[2\omega t + \angle \bar{I}_{3,23}^r + \angle \bar{I}_2 \right] \quad (\text{A.133})$$

$$T_{3,3,23}^6 = -23 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{3,23}^r| \cdot \hat{L}_{23}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[\angle \bar{I}_{3,23}^r - \angle \bar{I}_3 \right] \quad (\text{A.134})$$

$$T_{2,1,23}^7 = -23 \cdot p \cdot |\bar{I}_2| \cdot |\bar{I}_{1,1}^r| \cdot \hat{L}_{23}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[24(1-s) \cdot \omega t - \angle \bar{I}_{1,1}^r + \angle \bar{I}_2 \right] \quad (\text{A.135})$$

$$T_{3,1,23}^8 = -23 \cdot p \cdot |\bar{I}_3| \cdot |\bar{I}_{1,1}^r| \cdot \hat{L}_{23}^{rs} \cdot \frac{N \cdot m}{2} \cdot \text{sen} \left[-2\omega t + 24(1-s) \cdot \omega t - \angle \bar{I}_{1,1}^r - \angle \bar{I}_3 \right] \quad (\text{A.136})$$

APÊNDICE B MÁQUINAS UTILIZADAS NOS ENSAIOS

B.0.1 Parâmetros dos modelos

Tabela 25 – Parâmetros dos modelos das máquinas do LASCAR.

Máquina	4,5 kW	5,5 kW	
R_s	0,42	1,28	Ω
\tilde{L}_1	63,51	118,84	mH
\tilde{L}_3	7,50	7,04	mH
\hat{L}_1^{sr}	44,02	105,90	μH
\hat{L}_3^{sr}	-12,47	-18,01	μH
\hat{L}_7^{sr}	-2,00	2,47	μH
\hat{L}_9^{sr}	413,98	-714,27	nH
\hat{L}_{11}^{sr}	239,44	-335,43	nH
\hat{L}_{13}^{sr}	-372,47	236,30	nH
\hat{L}_{17}^{sr}	-126,88	-14,34	nH
\hat{L}_{19}^{sr}	25,85	-5,45	nH
\hat{L}_{21}^{sr}	11,63	-4,10	nH
\hat{L}_{23}^{sr}	-7,61	-9,03	nH
R_{ar}	859,23	930,39	n Ω
R_{br}	95,98	110,22	$\mu\Omega$
\tilde{L}_1^r	0,97	2,78	μH
\tilde{L}_3^r	1,12	3,25	μH
\tilde{L}_7^r	1,66	4,87	μH
\tilde{L}_9^r	1,91	5,52	μH
\tilde{L}_{11}^r	2,05	5,76	μH
\tilde{L}_{13}^r	2,05	5,52	μH
\tilde{L}_{17}^r	1,66	4,02	μH
\tilde{L}_{19}^r	1,37	3,25	μH
\tilde{L}_{21}^r	1,12	2,78	μH
\tilde{L}_{23}^r	0,97	-	μH

Tabela 26 – Dimensões principais da máquina

Máquina	4,5 kW	5,5 kW	
entreferro (δ)	0,45	0,78	mm
abertura da ranhura do estator (b_{os})	2,8	1,8	mm
abertura da ranhura do rotor (b_{or})	0	0	mm
raio do rotor (R)	57,5	57,5	mm
diâmetro externo do estator (D)	182	182	mm
comprimento axial do rotor (ℓ_p)	130	140	mm
largura do dente do estator	4,3	3,0	mm
largura do dente do rotor	3,5	3,75	mm
altura da coroa do estator	15,19	14,18	mm
altura da coroa do rotor	15	20,75	mm
número de ranhuras no estator (N_s)	40	60	
número de barras no rotor (N_r)	48	44	
número de camadas do enrolamento (N_c)	1	2	
encurtamento de passo em número de ranhuras (y_e)	0	3	
ramos conectadas em paralelo (G_p)	2	1	

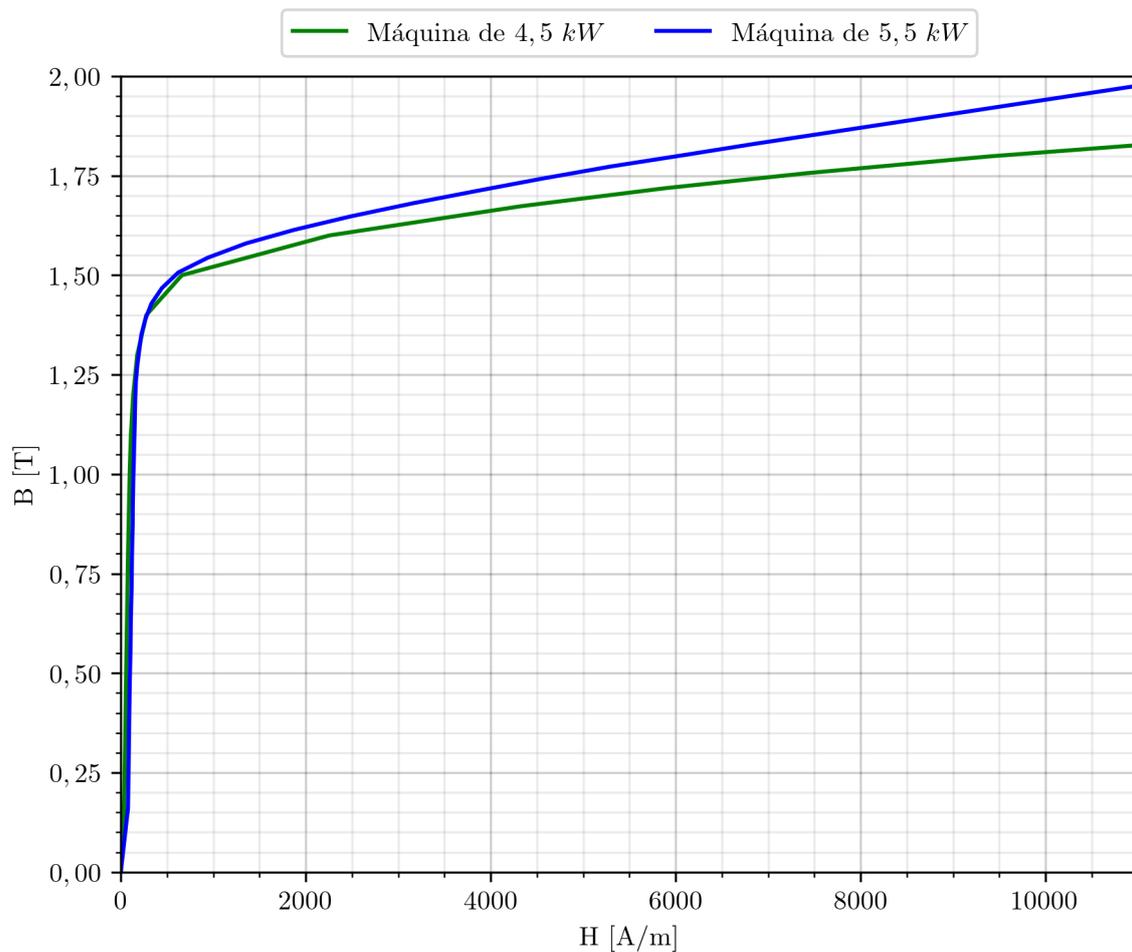
Tabela 27 – Coeficientes das equações de perdas magnéticas

Máquina	4,5 kW	5,5 kW
K_h	221,21	215,10
K_e	1,70	1,65
κ	2	2

ANEXO A CURVAS DE MAGNETIZAÇÃO E DE PERDAS MAGNÉTICAS DAS CHAPAS DOS MOTORES

A.1 Curvas de magnetização

Curvas de magnetização das chapas das máquinas de indução pentafásicas utilizadas nos ensaios.



A.2 Curvas de perdas magnéticas das chapas

