

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL ESCOLA DE  
ENGENHARIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e  
Materiais – PPGE3M

CRAMER MORAES DE ALMEIDA

CONTROLE DA QUALIDADE MINERAL ATRAVÉS DE SISTEMA DE  
GERENCIAMENTO PARA EQUIPAMENTOS MÓVEIS.

PORTO ALEGRE

2020

CRAMER MORAES DE ALMEIDA  
ENGENHEIRO DE MINAS

CONTROLE DA QUALIDADE MINERAL ATRAVÉS DE SISTEMA DE  
GERENCIAMENTO PARA EQUIPAMENTOS MÓVEIS.

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia, modalidade Acadêmica, área de concentração: Metalurgia Extrativa e Tecnologia Mineral.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo de Lemos Peroni

PORTO ALEGRE

2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Reitor: Rui Vicente Oppermann

Vice – Reitor: Jane Fraga Tutikian

ESCOLA DE ENGENHARIA

Diretor: Luiz Carlos Pinto da Silva filho

Vice – Diretor: Carla Schwengber ten Caten

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Coordenador: Afonso Reguly

CRAMER MORAES DE ALMEIDA

CONTROLE DA QUALIDADE MINERAL ATRAVÉS DE SISTEMA DE GERENCIAMENTO PARA EQUIPAMENTOS MÓVEIS.

Esta dissertação de Mestrado foi analisada e julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia e aprovado em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Rodrigo, de Lemos Peroni

Coordenador PPGE3M: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Afonso Reguly

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Jorge Dariano Gavronski: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Carlos André Bulhões Mendes: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Felipe Ribeiro Souza: \_\_\_\_\_

Essa dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo de  
Lemos Peroni

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Jorge Dariano Gavronski : \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Carlos André Bulhões Mendes: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Felipe Ribeiro Souza: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Afonso Reguly  
Coordenador do PPGE3M/UFRGS

## AGRADECIMENTOS

- Ao PPGEM pela oportunidade de estudo;
- Aos meus pais e família pelo incentivo e apoio.
- A UFMT pela licença concedida;
- Aos professores do departamento de Engenharia de Minas da UFRGS;
- Ao meu orientador, pelo acolhimento;
- Aos colegas do LPM pela troca de experiências;

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1.....</b>	<b>13</b>
<b>1.1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>13</b>
<b>1.2 RELEVÂNCIA DO TEMA.....</b>	<b>15</b>
<b>1.3 META DO TRABALHO.....</b>	<b>16</b>
<b>1.4 OBJETIVOS.....</b>	<b>16</b>
<b>1.5 METODOLOGIA.....</b>	<b>16</b>
<b>1.6 ESTRUTURA DESTA DISSERTAÇÃO.....</b>	<b>19</b>
<b>CAPÍTULO 2.....</b>	<b>21</b>
<b>2.1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>21</b>
<b>2.2 QUALIDADE NA MINERAÇÃO.....</b>	<b>24</b>
<b>2.3 FUNDAMENTOS DE PESQUISA OPERACIONAL APLICADOS À MINERAÇÃO.....</b>	<b>29</b>
2.3.1 O PROCESSO DE TOMADA DE DECISÃO.....	30
2.3.2 CONCEITOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR.....	33
2.3.3 DEFINIÇÕES DO MÉTODO SIMPLEX PARA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES.....	37
2.3.4 SÍNTESE CONCEITUAL DO MODELO.....	42
<b>2.4 CONTROLE DE PROCESSOS APLICADOS À QUALIDADE MINERAL.....</b>	<b>43</b>
<b>2.5 QUALIDADE DE MINÉRIOS.....</b>	<b>46</b>
<b>CAPÍTULO 3.....</b>	<b>50</b>
<b>3.1 PROBLEMA NO MUNDO REAL.....</b>	<b>51</b>
<b>3.2 MODELAGEM DO PROBLEMA.....</b>	<b>51</b>
<b>3.3 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....</b>	<b>55</b>
<b>3.4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS.....</b>	<b>57</b>
<b>3.5 APLICAÇÃO METODOLÓGICA.....</b>	<b>59</b>
3.5.1 SITUAÇÃO I.....	59
3.5.2 SITUAÇÃO II.....	64
<b>CAPÍTULO 4.....</b>	<b>69</b>
<b>4.1 RESULTADOS DA SITUAÇÃO I.....</b>	<b>69</b>
4.1.1 GRÁFICO DA SITUAÇÃO I.....	71
4.1.2 RELATÓRIOS DA SITUAÇÃO I.....	72
<b>4.2 RESULTADOS DA SITUAÇÃO II.....</b>	<b>74</b>
4.2.1 GRÁFICO DA SITUAÇÃO II.....	76
4.2.2 RELATÓRIOS DA SITUAÇÃO II.....	76
<b>4.3 COMPARATIVO ENTRE AS SITUAÇÕES I E II.....</b>	<b>79</b>

<b>CAPÍTULO 5</b> .....	80
5.1 CONCLUSÕES.....	80
5.2. A PROBLEMÁTICA SOB O ENFOQUE DA PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR. ....	84
5.3. A PROBLEMÁTICA SOB O ENFOQUE DE MÉTODOS ESTOCÁSTICOS.....	84
5.4. RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	85
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	87
<b>APÊNDICE</b> .....	90



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Ciclo PDCA para controle de Qualidade.....	23
Figura 2. Blendagem a partir de frentes de lavra. ....	26
Figura 3. Método de empilhamento Chevron.....	27
Figura 4. Método de empilhamento Windrow. ....	28
Figura 5. Método de empilhamento Cone. ....	28
Figura 6. Processo de tomada de decisão.....	31
Figura 7. Fases do estudo da Pesquisa Operacional.....	33
Figura 8. Ferramentas de Pesquisa Operacional. ....	34
Figura 9. Etapas para solução de um problema de Programação Linear.....	36
Figura 10. Representação gráfica do problema de PL apresentado.....	41
Figura 11. Fluxograma do funcionamento do algoritmo Simplex .....	42
Figura 12. Síntese conceitual. ....	43
Figura 13. Resumo do estado da arte para a qualidade mineral até o ano de 2020.....	48
Figura 14. Fluxograma da Metodologia.....	50
Figura 15. Etapas para solução de um problema de Programação Linear.....	52
Figura 16. Modelagem matemática do problema do mundo real.....	55
Figura 17. Interface de acesso do Programa Ore Quality 2020.....	55
Figura 18. Interface de entradas do Ore Quality 2020 .....	56
Figura 19. Blendagem e resultados da situação I.....	62
Figura 20. Blendagem e resultados da Situação II.....	67
Figura 21. Gráfico da situação I.....	71
Figura 22. Relatório de blendagem da situação I com 2 frentes .....	72
Figura 23. Relatório de meta da situação I.....	73
Figura 24. Relatório de blendagem da situação II com 2 frentes e 4 pilhas.....	77
Figura 25. Relatório de meta da situação II.....	78

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Etapas adotadas neste trabalho para o controle da qualidade de minérios. ....	17
Tabela 2. Descrição do funcionamento do algoritmo Simplex .....	38
Tabela 3. Elementos e Teores da Situação I.....	59
Tabela 4. Teores solicitados da Situação I.....	60
Tabela 5. Elementos e Teores da Situação II. ....	64
Tabela 6. Elementos e Teores da Situação II. ....	64
Tabela 7. Teores solicitados da Situação II.....	65
Tabela 8. Análise dos resultados situação I.....	69
Tabela 9. Resultado da situação II .....	74

## RESUMO

No âmbito da mineração, avaliar e acompanhar a qualidade do produto mineral é um problema constante, principalmente, quando empresas lidam com diversos contratos diferentes para atendimento da demanda em curto prazo. Desta forma, os lotes de minério devem configurar-se como aceitáveis, de acordo com as exigências predefinidas. Para tanto, deve-se estar atento aos parâmetros qualitativos durante todo o processo do ciclo produtivo para que sejam evitadas correções e/ou penalizações no final do processo. Assim, na busca de estabelecer pressupostos básicos de um sistema de gerenciamento de qualidade na etapa de lavra, que venha atender as especificações minerais em função dos teores demandados, esse estudo apresenta uma metodologia para implementação de um sistema de controle de qualidade de produção com base em Programação Linear, para que já na fase de lavra, sejam tomadas as medidas de controle necessárias para garantir a produção e os parâmetros de qualidade dentro das especificações recomendadas. Para isso, um software baseado em linguagem Python de programação foi elaborado de modo que a resolução é dada pelo Método Simplex, partindo de situações que exigem blendagem de minério, de acordo com teores máximos e mínimos admitidos no produto final. Assim, é considerado tanto as quantidades mássicas e composicionais de frentes de lavra quanto de pilhas de minérios, bem como as características operacionais do empreendimento. Os resultados encontrados expressam as tonelagens mínimas das frentes e das pilhas (a serem misturadas para a obtenção dos teores exigidos), composição final do produto e o tempo que a operação leva para atender a quantidade pedida. Esses resultados são discutidos e representados de forma gráfica e por meio de relatórios.

**Palavras-Chave:** Qualidade Mineral, Pesquisa Operacional, Python.

## **ABSTRACT**

In the field of mining, evaluating and monitoring the quality of the mineral product is a constant problem. Especially when companies deal with several different contracts to meet demand in the short term. In this way, batches of ores should be as acceptable according to the predefined specifications. To do so, is necessary be attentive to the qualitative parameters during the whole process of the productive cycle so that corrections are avoided at the end of the process. Thus, in the search to establish bases for a quality management system that meets specifications according to demanded levels, this study show a methodology based in Linear Programming, so that already in the initial phase, the necessary control measures are taken to guarantee production and the quality parameters within the recommended specifications. For this, a software based on the Python programming language was developed, so that the resolution is determined by the Simplex Method, with situations that require a mixture of ores, according to the maximum and minimum values allowed in the final product. Thus, the tons and compositions of the work fronts and ore piles are considered, as well as the operational characteristics of the enterprise. The results found are expressed in minimum tons of fronts and piles (to be mixed to obtain the necessary levels), composition of the final product and the time that the operation takes to complete the requested quantity. These results are discussed and represented graphically and through reports.

**Keywords:** Mineral Quality, Operational Research, Python.

## CAPÍTULO 1

### 1.1 INTRODUÇÃO

A atual cadeia industrial exige padrões de qualidade cada vez mais rigorosos dos produtos provenientes da mineração para que atendam às exigências do mercado consumidor que busca cada vez mais controlar padrões de qualidade. A entrega de lotes de minérios fora de especificação previamente pactuadas nos contratos de compra e venda, implica em perdas para as empresas mineradoras, tanto de eficiência quanto financeira, que devem buscar meios de evitar situações dessa natureza. Para tanto, a proposta dessa dissertação é que, já na fase de lavra, sejam tomadas as medidas de controle necessárias para garantir a produção e os parâmetros de qualidade dentro das especificações recomendadas.

Essa “qualidade mineral” considerada pela indústria é conceituada como sendo os padrões especificados que o lote de minério, fornecido pela empresa mineradora, deve atender, em termos de teores, umidade, granulometria, capacidade energética (como no caso do carvão) entre outras, previamente acertadas com o comprador. Deste modo, o lote mineral tem de estar em padrões adequados - requisitos mínimos e/ou máximos - para atender satisfatoriamente um determinado fim industrial. A dificuldade de se trabalhar com a qualidade de minérios é maior quando a mineradora tem que lidar com diversos contratos de diversos compradores, múltiplos produtos, litologias, frentes de lavras com variações de teores e sobretudo nos planos em curto prazo, cada um com uma solicitação diferente em termos de teores de diferentes elementos de interesse ou contaminantes além de diversos parâmetros físicos. Para isso, torna-se imprescindível o acompanhamento das inúmeras variáveis que afetam a qualidade do minério, em cada etapa do processo.

Mesmo nos dias de hoje, devido às inúmeras variáveis consideradas, a qualidade mineral ainda é muitas vezes controlada de maneira simplória, através de apontamentos em papel e depois transcrito para planilhas eletrônicas ou mesmo com base na experiência do operador, sendo essas formas de controle muito suscetíveis a erros. Provavelmente, em decorrência da falta de expertise científica com modelos determinísticos por parte dos gerentes ou de programadores do campo mineiro. Entretanto, é possível termos um melhor controle da qualidade através da coleta de dados *in loco* e/ou em tempo real por

meio de dispositivos embarcados nos equipamentos móveis e analisados os resultados baseados em Pesquisa Operacional. Esse controle pode-se dar na operação lavra, durante o processo, na usina e/ou no próprio produto final. Para o caso da lavra, muitas vezes é necessário um gerenciamento de combinação dos materiais provenientes das diferentes frentes de lavra ou das pilhas em estoque (blending) para que o material encaminhado à usina de beneficiamento atenda da melhor forma possível às especificações recomendadas pelo planejamento de lavra. Assim, a blendagem é a operação de mistura de minérios que objetiva atender determinados parâmetros de qualidade no produto final, podendo acontecer durante a lavra ou com o minério já disponibilizado em estoque.

Também, sempre que possível, quando uma quantidade de minérios for fornecida, esta deverá estar relativamente homogeneizada no intuito de evitar oscilações de eficiência ou ajustes operacionais ao longo do processamento. A prática nos mostra que essa homogeneização prévia, em pátios de estocagem, antes da alimentação da usina, feita adequadamente e alocadas em forma de pilhas, terá efeitos benéficos para as etapas subsequentes. Deste modo, a usina trabalha de modo eficiente, apresentando produtos adequados, com baixos desvios das características físicas e químicas. O fato de entregar teores dentro das faixas estipuladas facilitam e melhoram inclusive o desempenho das etapas posteriores de concentração através da estabilidade de alimentação ou mesmo pela busca da maximização de valor presente líquido do empreendimento.

Durante o processo da lavra, geralmente há a necessidade de um estoque intermediário do produto, com o objetivo de corrigir e/ou homogeneizar o minério, a fim de reduzir variações nas características da alimentação, melhorando a qualidade do produto final. A avaliação do produto final pode ocorrer na própria estocagem, antes do transporte do minério. A necessidade de monitorar e controlar o material nos pátios de estocagem é importante, dado que o produto já é considerado um ativo. Ainda, as empresas mineradoras sofrem penalidades, previstas no contrato de venda de minérios quando não atendem as exigências de teores ou quando estes ultrapassam os limites especificados, bem como em decorrência de atrasos no tempo de entrega em virtude de falta de gerenciamento desse processo de qualidade. Por isso, torna-se necessário o estabelecimento de metas de produção.

Assim, neste trabalho, buscamos trabalhar com os fundamentos de Pesquisa Operacional, baseado em Programação Linear, para produzirmos um modelo matemático

que expresse as diversas variáveis consideradas e retorne a melhor resposta (solução ótima pelo método Simplex) de tonelagens de minério e teores de elementos de interesse para realizar a operação. Deste modo, trata-se de um algoritmo que trabalha com tomada de decisões de curto prazo e monopériodo.

Para os fins deste trabalho, por metas de produção entendemos como sendo o tempo necessário para que a mineradora levará para concluir as operações de blendagem de minérios, atendendo aos limites de teores especificados. Desta maneira, focaremos (dentro do campo do planejamento de lavra) no controle de blendagem em relação aos seus teores dos elementos do minério apenas, e estimando o tempo para o seu cumprimento, de modo a compor os lotes de minérios com as especificações exigidas.

## **1.2 RELEVÂNCIA DO TEMA**

Esse estudo está alicerçado na importância de um controle qualitativo e eficiente no processo de blendagem de minérios, utilizando frentes de lavra e/ou pilhas de minérios disponíveis. Esta operação quando efetuada de maneira eficiente contribui no conjunto operacional para:

- Evitar penalidades para a mineradora;
- Estacionalização de massas e teores;
- Reduzir a incidência de retrabalho, seja na lavra ou na usina;
- Melhorar a qualidade no produto final;
- Evitar atrasos no tempo de entrega do produto final;
- Rentabilizar o estoque da mina;
- Melhorar a eficiência dos equipamentos empregados.

## **1.3 JUSTIFICATIVA PARA A DISSERTAÇÃO**

Mesmo sabendo da importância do processo de blendagem para a qualidade mineral, essa atividade ainda é deficiente e necessita de um controle prático, principalmente no planejamento de curto prazo. Os diversos erros imediatos, comumente, vão se acumulando e implicando em alterações substanciais no planejamento de longo prazo da mineradora, assim, busca-se minimizar esse prejuízo ao longo do tempo. Deste modo, um controle rápido e prático em que o engenheiro responsável possa consultar a

melhor maneira de conduzir essa atividade se faz necessário para evitar perdas e refletir os impactos imediatos dessa operação ao longo do tempo.

Portanto, o lançamento de um modelo otimizado para blendagem, baseado nos princípios científicos de programação linear, que preveja diversos cenários de mistura e cálculos de produtividade no cenário de blendagem, é a base da presente proposta. Assim, veem contribuir na tomada de decisões imediatas, visando alinhar os objetivos de uma empresa mineradora às suas operações.

### **1.3 META DO TRABALHO**

Desenvolver um modelo prático de curtíssimo prazo para controle de teores de minérios na etapa de lavra, de modo que atenda especificações de qualidade previamente exigidas, utilizando um modelo com base em Programação Linear.

### **1.4 OBJETIVOS**

Para atingir a meta proposta, alguns objetivos devem ser alcançados:

1. Desenvolver uma forma prática para encontrar e controlar a composição adequada de teores de cada lote para que estes possam atender a qualidade do minério exigida.
2. Desenvolver um algoritmo e implementar em uma rotina computacional que realize os cálculos do modelo;
3. Testar as implementações em exemplos de estudo controlados
4. Expressar esses resultados de forma dinâmica em função do tempo para o seu cumprimento.
5. Apresentar os resultados de forma analítica e gráfica e em relatórios para avaliação rápida de demandas de produção.

### **1.5 METODOLOGIA**

A metodologia proposta tem como premissa encontrar uma solução adequada de qualidade mineral, através de modelamento matemático que determine a forma de combinar materiais na operação de lavra para atender determinadas especificações. Como fundamento será usada a Pesquisa Operacional, pelo Método Simplex, que forneça uma



indicação dos teores minerais e a quantidade demandada em função do tempo necessário para o seu cumprimento (neste caso, considerando o tempo em dias), conforme as características operacionais da empresa mineradora.

Dado um determinado problema, uma Função Objetivo, será implementada seguindo a descrição algébrica do sistema linear, buscando uma solução ótima que atenda ou que se aproxime do nosso interesse. O modelo proposto permite a resolução do Sistema Linear sujeito às restrições de teor e quantidade impostas, encontrando quantidades mássicas de minérios necessárias para uma blendagem, de modo a atender à qualidade exigida.

Para implementar o modelo, foi criado um Software, baseado em linguagem de programação Python, intitulado “Ore Quality 2020”. A solução é encontrada a partir das variáveis alimentadas, fornecendo como resultados a quantidade que deve ser retirada de cada frente de lavra ou pilha de minérios (para a mistura), a composição final da mistura bem como o tempo necessário para a sua realização com os equipamentos trabalhados. A metodologia, segue as etapas elencadas na tabela 1.

*Tabela 1. Etapas adotadas neste trabalho para o controle da qualidade de minérios.*

<p><b>ETAPA 1</b></p>	<p><b>Problema no mundo real:</b> Corresponde a etapa em que analisamos a problemática da blendagem no mundo real, verificando as quantidades (t) disponíveis e especificações de teores (ou faixa de teores %) exigidos pelo comprador. Para isso, foi adotado na aplicação metodológica, duas situações:</p> <p>Situação 1: Determinação das quantidades (toneladas) para blendagem a partir de teores e quantidades disponíveis em duas Frentes de Lavra;</p> <p>Situação 2: Determinação das quantidades (toneladas) para blendagem a partir de teores e quantidades disponíveis em duas Frentes de Lavra e quatro Pilhas de minérios do estoque.</p>
<p><b>ETAPA 2</b></p>	<p><b>Modelagem matemática do problema:</b> Nesta etapa, a situação que nos é apresentada é transcrita para a forma matemática de programação linear. Adotamos uma Função Objetivo com o</p>

	<p>sistema linear das suas respectivas restrições. Passamos as restrições para a forma matricial e posteriormente mostramos como se dá a resolução do problema pelo método Simplex por meio da linguagem Python de programação.</p>
<b>ETAPA 3</b>	<p><b>Implementação do problema no software criado:</b> Com as características da qualidade exigida para a realização dos cálculos, será modelado a montagem da função objetivo sujeita a um conjunto de restrições de modo a retratar matematicamente a situação. Essas informações alimentam o software Ore Quality 2020 criado, o qual faz uso de uma rotina baseada no Método Simplex (técnica de Pesquisa Operacional) para fornecer a melhor solução encontrada. A partir desses resultados, será calculada a composição final da mistura, bem como a evolução da produção em relação à meta, em função do tempo para o seu cumprimento (de acordo com as características do maquinário e distância considerada no empreendimento).</p>
<b>ETAPA 4</b>	<p><b>Cálculo para cumprimento da meta:</b> Corresponde a etapa na qual é determinado o tempo necessário para que os equipamentos (caminhões e escavadeiras) cumpram a meta proposta. Assim, serão considerados os seus tempos de ciclo operacional. Para fins didáticos, padronizamos para estes cálculos o trajeto plano das operações de ciclo do caminhão (inclinações desprezíveis) e solo compactado (resistência ao rolamento de 2%).</p>
<b>ETAPA 5</b>	<p><b>Análise dos Resultados:</b> nesta etapa é verificado se o resultado apresentado atende aos limites de qualidade adotados, bem como ao atendimento as toneladas disponíveis e tempo empregado para o cumprimento da meta de produção. Os resultados apresentados serão apresentados em termos de quantidades mássicas (t) para frentes de lavra e para pilhas de minérios, o percentual dos teores presentes na composição final da mistura, bem como o tempo de produtividade necessário para o cumprimento da operação (meta).</p>

As etapas de 1 a 4 são vistas no capítulo 3, onde abordamos a metodologia. A etapa 5 é vista no capítulo 5, onde analisamos criticamente os resultados encontrados. Para fins didáticos, adotamos a hora produtiva considerada de 60 min. As perdas de tempo durante a operação (por conta de tráfego, habilidade do operador, pausas obrigatórias, necessidades fisiológicas, etc.) podem ser alimentadas no software criado considerando a sua Eficiência Operacional (EO).

## **1.6 ESTRUTURA DESTA DISSERTAÇÃO**

O presente trabalho está estruturado da seguinte maneira:

**Capítulo 1:** Definimos o conceito de qualidade mineral, apresentamos o problema e a importância de seu controle para a mineração. Determinação de meta a ser alcançada, objetivos e breve descrição da metodologia que será adotada para solução.

**Capítulo 2:** Fazemos uma revisão bibliográfica, controle de processos e o estado da arte sobre a qualidade mineral, abordamos os conceitos e definições de Pesquisa Operacional (Programação Linear), o processo de Tomada de Decisão, fundamentos de Programação Linear (PL), definições do Método Simplex para a solução de sistemas lineares.

**Capítulo 3:** Apresenta o desenvolvimento metodológico, em que abordamos as aplicações técnicas por meio de situações diferentes que podem surgir no processo de qualidade mineral, as quais são resolvidas com ajuda do software de modelagem matemática criado (“Ore Quality 2020”), e posteriormente, demonstrando os resultados obtidos.

**Capítulo 4:** É feita uma análise dos resultados encontrados com relação a blendagem de frentes de lavra e pilhas de minério, implementação no programa criado e atendimento às faixas de teores exigidas no produto final. Discutimos, ainda, o tempo para completar a meta de produção segundo características do empreendimento, expressando os resultados graficamente por meio de relatórios gerados.

**Capítulo 5:** Nesse capítulo são apresentadas as conclusões em relação à metodologia e aos resultados obtidos, fazendo um resgate da meta e dos objetivos aqui propostos com os resultados encontrados e abordagem do problema sob o enfoque da

programação não-linear e de métodos estocásticos. Também são feitas algumas recomendações para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2

Neste capítulo, vamos abordar o contexto no qual se insere nosso tema, partindo do surgimento da sua necessidade no campo mineiro e sua ligação com o campo da Pesquisa Operacional e controle de processos, bem como sua atual colocação no estado da arte.

### 2.1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A grande maioria dos problemas industriais, sobretudo na mineração, têm de ser analisadas à luz de muitas variáveis, que dependem muitas vezes de inúmeras outras. Quando essa situação acontece, os engenheiros buscam solução no campo da Pesquisa Operacional (PO). Este é o ramo do conhecimento mais apropriado para o caso, em que se implementa uma **função objetivo** e no qual pode-se variar as incógnitas plotando-as em um modelo de inequações, considerando as restrições dos recursos disponíveis. Nessa disposição, podem ser formuladas matrizes ou sistemas lineares que podem ser resolvidos, através de várias técnicas matemáticas, de acordo com cada caso, e por meio de instruções (algoritmos) computacionais.

Desde 1965, as técnicas de PO são empregadas em minas à céu aberto, usando o algoritmo de programação dinâmica proposto por *Lerchs – Grossmann* para definir os limites de cava com o objetivo de maximizar os lucros dos blocos de minério (ANDRADE et al. 2014). A partir desse marco, já se foram desenvolvidas diversas outras técnicas nessa base para lidar com projetos em grande escala, como sequenciamento de lavra, alocação dinâmica de caminhões e planejamento operacional mineiro.

Nos estudos de WHITE e OLSON (1986), que formularam bases do sistema DISPATCH, a lavra é executada a partir de dois principais critérios de problemas de programação linear em sequência. Em um primeiro momento, busca-se estabelecer o ritmo de lavra em cada frente e considerando as taxas de alimentação na usina de beneficiamento. Em segundo momento, busca-se determinar o fluxo ótimo de transporte na mina. Mas, esse modelo proposto peca em não considerar as metas de produção e qualidade satisfatória da mistura. Ainda, somente após estabelecido o ritmo ideal de lavra é que são levadas em consideração as características dos equipamentos de carga e transporte disponíveis.

Buscando atender os critérios de qualidade, CHANDA e DAGDELEN (1995) propõem um modelo de programação matemática que objetiva atender às metas de qualidade e produção. Entretanto, não consideram alocação de equipamentos de carga e transporte.

ALVARENGA (1997), com base de “Mineração Inteligente” (SMART MINE), tratou, à luz de Algoritmos Genéticos (algoritmos evolutivos que buscam encontrar soluções aproximadas em problemas de otimização), apenas do despacho ótimo de caminhões, isto é, apontando apenas locais de basculamento e carregamento, bem como de rotas para o deslocamento ideal.

Mesmo após esses trabalhos, a mineração ainda carecia de um modelo mais completo. PINTO e MERSCHMANN (2001) e MERSCHMANN (2002), em seus estudos, aproximaram-se quando propuseram dois modelos de programação linear, os quais consideravam a qualidade de minério em cada frente de lavra, a relação estéril minério (REM) desejada, a produção requerida e as características dos equipamentos para a realização dessas tarefas e as características operacionais da mina. Mas esses autores não levaram em consideração as metas de produtividade e as metas de qualidade, e apenas sugerem um modelo de PO, limitando-se a recomendar a utilização de softwares específicos para a resolução.

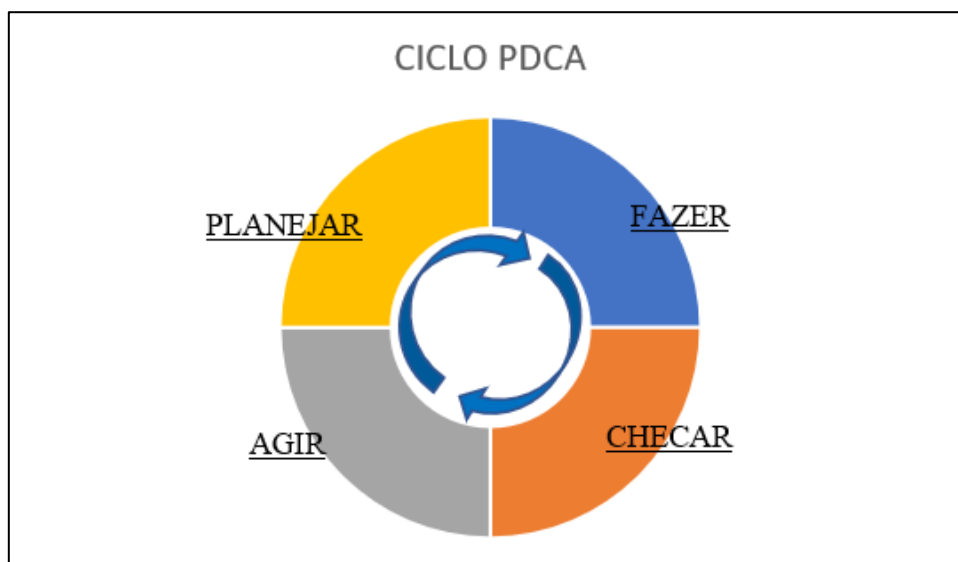
Todos esses trabalhos buscavam atender os principais problemas de produtividade e qualidade na mineração, consoante às exigências do cenário internacional. A fluabilidade econômica mundial exigiu um avanço tecnológico que cortasse custos e otimizasse a produção. O mercado industrial no mundo passou a exigir que as matérias-primas já se enquadrem em padrões de produção que atendam aos seus fins.

A exigência em ter um produto mais aceitável e competitivo das empresas mineradoras, no que tange ao cenário brasileiro, teve início principalmente em meados dos anos 90, face a necessidade de buscar um posicionamento econômico mais incisivo ante o mercado internacional. Nessa época, o governo passou a adotar medidas mais empresariais do que estatais. Esse foi um período marcado pela saída gradativa do estado, das responsabilidades de bens e serviços, e consequente entrada do controle privado nas empresas estatais, cabendo ao governo, agora no novo modelo, a fiscalização e regulação do setor industrial, no caso específico, o mineral. Os reflexos de suas ações caracterizaram

em um aumento na produtividade industrial, formas de gestão mais aprimorada e moderna e, sobretudo, foco na qualidade dos produtos exportados. (BOEIRA, 1999).

Essa preocupação do governo, na época, resultou, também, na criação do Programa Brasileiro de Qualidade e Produtividade (PBQP), e que foi reformulado em 1996, com o objetivo de difundir os conceitos de divulgar os conceitos de qualidade e gestão (BOEIRA, 1999). O PBQP engloba funções como de Gerenciamento de Processos, Ciclo PDCA (Plan = Planejar, Do = Fazer, Check = Checar, Act = Agir), Controle de Qualidade e Gestão da Qualidade Total e demais ferramentas relacionadas. O ciclo PDCA é expresso graficamente na figura 1, mostrando que o processo de qualidade é contínuo e sempre deverá ser revisto e melhorado.

*Figura 1. Ciclo PDCA para controle de Qualidade.*



*Fonte: Elaboração Própria.*

Essas preocupações são consonantes às exigências do cenário internacional da época, devido à crescente necessidade de se garantir padrões de qualidade dos produtos e serviços entre nações, bem como suas permanentes melhorias. Essas preocupações sempre foram crescentes e o avanço tecnológico favoreceu progressivamente essa ideia.

Paralelamente, se fortalece um agrupamento de normas técnicas denominadas ISO 9000, as quais estabelecem um modelo de gerenciamento de qualidade para as organizações. No Brasil, se adota a Série ABNT ISO 9000:2000. Essas normas são importantes, pois determinam se o processo, como um todo, está ou não apto a produzir um produto de qualidade.

Assim, na busca de oferecer um produto em observância como os pressupostos de mercado, esses conceitos foram incorporados pela mineração. A desconsonância desses princípios, fatalmente afetará o produto final e acarretará perdas e custos às empresas.

## 2.2 QUALIDADE NA MINERAÇÃO

Dizemos que um lote de minério tem qualidade quando ele atende às especificações de parâmetros químicos (e.g. teores) e físicos (e.g. granulometrias, umidade, etc) exigidas pelo comprador. Desta forma, todos os lotes de minério precisam ser aceitáveis, não mais se admitindo correções no final do processo. Para CHAVES et al., (2012, p. 13), a qualidade de um lote de concentrado é definida por diferentes parâmetros, os quais variam de minério para minério:

- **Parâmetros físicos:** distribuição granulométrica, área de superfície, cor, resistência mecânica, alvura, untuosidade, etc.
- **Parâmetros químicos:** teor mínimo aceitável para o elemento útil ou mineral de minério, teor máximo admissível para os contaminantes, umidade máxima etc.;
- **Parâmetros metalúrgicos:** redutibilidade, friabilidade, tendência à crepitação, resultados de ensaio de tamboreamento e queda etc.

Baseado nesses conceitos, tem-se o cuidado com os teores das diferentes espécies minerais na frente de lavra, pois variabilidade do minério in-situ traz grandes problemas em etapas pós-lavra (BERETTA et al. 2011). Assim, parâmetros erráticos podem acarretar grandes dificuldades no processamento mineral. Entretanto, esse controle não é tarefa fácil, no que tange a operação da mina (suas frentes de lavra), o tratamento dos minérios, estocagem e logística de transporte. As mineradoras, por serem fornecedoras de minério, estão na base da cadeia industrial e, portanto, são demandadas para que seus concentrados já sejam fornecidos com as devidas garantias de teores.

Para BERETTA et al. (2011), pilhas de estoques têm sido utilizadas para reduzir a flutuabilidade de teores, servindo como um filtro da variabilidade. O principal parâmetro para a redução da variabilidade na pilha é a massa do minério estocado. Assim, quanto maior a pilha, menor a variabilidade. Mas uma atenção deve ser dada a sua construção, pois há limites máximos de viabilidade (dimensionamento incorreto, altos custos de estoque, perdas de recuperação e etc.).



Consoante a esse entendimento, CHAVES et al. (2012, p.14) diz que a prática correta da homogeneização e estocagem de matéria-prima e produtos tornam-se cruciais para minimizar a variabilidade dos parâmetros de qualidade dos produtos e garantem o cumprimento das normas. Lamentavelmente, muitas empresas ainda não dedicam a devida importância a essa área, lidando com formas de controle primitivos, como planilhas e aquisição de dados manuais por apontamento, para subsidiar os controles de processos e/ou muitas vezes sofrendo penalizações previstas em contrato ao invés de elaborar uma efetiva gestão. Mesmo desta forma, é possível desenvolver um bom trabalho, desde que se estabeleça uma rotina administrativa-documental específica para a área de qualidade da empresa, bem como as atribuições de responsabilidades de cada colaborador.

Mas, os problemas de qualidade, no âmbito mineiro, vão além da relação administrativa-documental e são necessárias desde a etapa de lavra, onde a gestão das diferentes características das frentes, tornam-se muitas vezes dificultosas. Neste sentido, MORAES et al. (2006, p. 2) descreve da seguinte maneira:

Um problema muito comum em minas a céu aberto que operam com diversas frentes de lavra simultâneas é determinar o ritmo de lavra de cada frente para que uma blendagem ou mistura de minérios seja feita de maneira a satisfazer as exigências de qualidade e quantidade de um cliente, já que cada frente de minério possui características químicas e granulométricas diferentes.

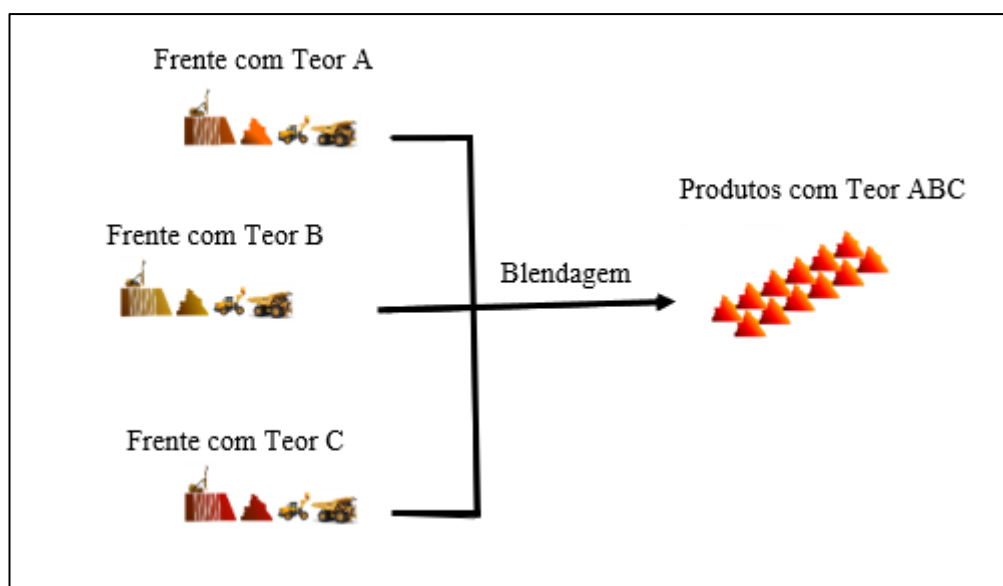
Nas frentes de lavra, a blendagem precisa levar em conta as quantidades e diferenças entre os diluentes e contaminantes no depósito, sendo as suas localizações e teores conhecidos através de estimativas. O plano de lavra deve levar em conta os diferentes parâmetros de minérios, incluindo os seus fins metalúrgicos, resultados de testemunhos de sondagens, geometria da cava e seguir uma exploração de modo a manter os padrões constantes ao longo de toda vida útil da mina:

Uma prática usual é planejar a mina com número suficiente de frentes para poder atender aos padrões e trabalhá-las construindo uma grande pilha de blendagem na própria mina ou junto a britagem primária. Isto é importante por que garantirá o suprimento de britagem mesmo que a mina esteja parada (por problemas de chuva ou manutenção) e porque

a disponibilidade das operações a jusante aumentará. A alimentação da britagem será o resultado da blendagem dos diversos tipos de minério que se encontram na jazida. Essa pilha de blendagem é o segundo passo no processo de garantia de qualidade. (CHAVES et al. 2012, p. 16).

É pertinente também, diferenciarmos os termos homogeneização e blendagem que, conforme observado, comumente aparecem na literatura e podem causar alguma interpretação equivocada. Assim, o termo **blendagem** refere-se à mistura de quantidades de minérios, de características diferentes, e acontece quando há necessidade de se obter uma massa com características desejadas. Já o termo **homogeneização** refere-se a mistura dessas diferentes quantidades de minérios, de modo que toda a massa apresente as mesmas características (MORAES *et al.*, 2006). Portanto, a blendagem visa atender uma demanda específica de qualidade e o produto da blendagem é que será homogeneizado, caso necessário. A figura 2 sintetiza o processo de blendagem.

Figura 2. Blendagem a partir de frentes de lavra.



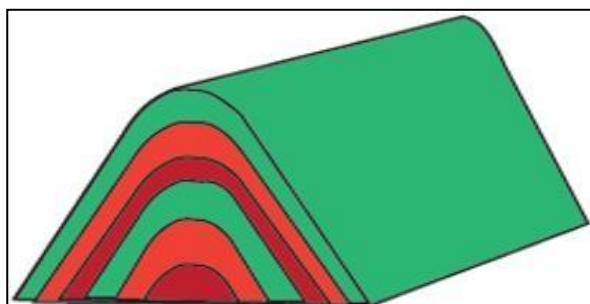
Fonte: Elaboração Própria.

No entanto, os problemas de blendagem e homogeneização aparecem, “quando produtos com parâmetros de qualidades diferentes são depositados na forma de pilhas em um pátio de estocagem e precisam ser misturados para se obter um lote de carregamento de vagões de minério que atenda aos limites de especificações de qualidade e de quantidade de um dado cliente” (MORAES et al., 2006, p. 3).

Geralmente, os lotes de minérios que chegam ao pátio de estocagem constituem-se de quantidades de diferentes características dada pela blendagem. A prática mais empregada de homogeneização, na mineração, consiste em realizá-la por meio de linhas alongadas sobrepostas, distribuindo cada tipo de material ao longo de toda extensão, de modo que a pilha, como um todo, apresente uma composição uniforme. Nestes casos, de acordo com CHAVES et al (2012, p.11) e VALE (2014) os métodos (*layouts*) de empilhamento são mais empregados:

**Método *Chevron*:** é o método de empilhamento que consiste na distribuição do material por meio de camadas sucessivas longitudinalmente. Apresenta como vantagens o seu baixo custo operacional e fácil escoamento de água (do minério ou chuva) e, como desvantagens a segregação granulométrica (partículas grossas na base e partículas finas no topo da pilha) e menor produtividade quando comparado a outros métodos. A figura 3, representa essa metodologia de empilhamento.

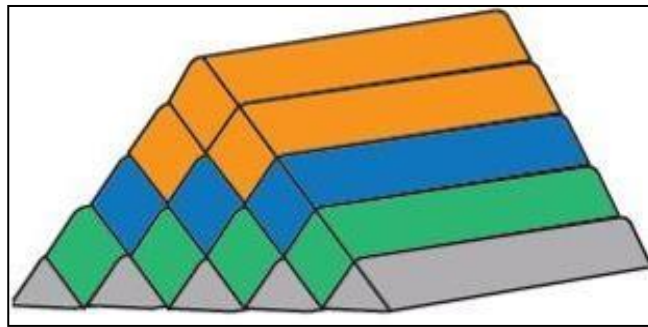
*Figura 3. Método de empilhamento Chevron.*



Fonte: VALE, 2014.

**Método *Windrow*:** é o método de empilhamento que consiste na formação de linhas de material (cordões) elementares sucessivos ao lado e sobre os anteriormente construídos, na direção longitudinal da pilha. Apresenta como vantagens uma melhor homogeneização do material, menor segregação granulométrica e melhor perda de umidade por evaporação e, como desvantagens o maior custo operacional (equipamentos mais caros), a adição de corretivos durante a formação da pilha pode causar grande variação na qualidade, menor produtividade. A figura 4, representa essa metodologia de empilhamento.

Figura 4. Método de empilhamento Windrow.



Fonte: VALE, 2014.

**Cone:** é o método mais simples de empilhamento e consiste no lançamento livre de material formando uma pilha e formato cônico. É indicado quando a quebra, bem como a segregação granulométrica não é prejudicial. Apresenta como vantagens a simplicidade, facilita a identificação e descontaminação de impurezas durante o empilhamento, ocupa pouca área. E como desvantagens de que não possibilita a homogeneização dos minérios que compõem a pilha, segregação granulométrica (concentrando partículas grossas na base da pilha) e, dependendo do método de retomada, apresentará baixa produtividade, pois o equipamento precisará de mais movimentos para realizar a retomada. A figura 5, representa essa metodologia de empilhamento.

Figura 5. Método de empilhamento Cone.



Fonte: VALE, 2014.

Além do cuidado que essas variáveis precisam ter, a própria prática de estocagem em sí exige igual atenção, para que se mantenha a qualidade. Como observado, a estocagem em pilhas é a mais empregada e tem como vantagens permitir o acúmulo de grandes quantidades de minério, por longos períodos de tempo, em baixos custos. Também permite uma diminuição das variabilidades físicas e químicas à medida que o

empilhamento favorece uma homogeneização uniforme (MARQUES, 2018). Entretanto, tem como desvantagens a perecibilidade do material e perdas por condições climáticas como calor, chuva e sobretudo o vento que gera contaminação entre as diferentes pilhas, bem como prejuízos para os trabalhadores e para as comunidades próximas, exigindo algumas vezes coberturas ou, mais comumente, a adoção de cercas *wind fence* ao redor dos pátios.

Devido terem implicações diretas na qualidade do lote de minério, esses passos, sempre que possível, devem ser seguidos de amostragem. Desta forma, o ideal é que a amostragem aconteça sempre por meio de equipamentos automáticos periodicamente, evitando-se a ocorrência de erros por amostragem manual. Os projetos de usinas devem prever a instalação de equipamentos automáticos, ainda que, inicialmente, não se venham a utilizá-los.

Outro cuidado que afeta a qualidade na mineração, refere-se à capacitação dos operadores em todos os pontos do processo. Geralmente, são destreinados ou novatos na empresa, haja vista esse trabalho ser pouco reconhecido como importância e por acontecer “atrás das cortinas” sendo, basicamente, “invisível” aos olhos dos demais trabalhadores e muitas vezes não contando com um Engenheiro de Qualidade dedicado ao caso. Segundo CHAVES et al. (2012), a melhor forma de mudar essa situação é através de treinamento e conscientização. O operador treinado mantém-se motivado e entende a importância do seu trabalho, pois é fundamental que estejam atentos e executem, sistematicamente, as ações designadas, minimizando erros.

### **2.3 FUNDAMENTOS DE PESQUISA OPERACIONAL APLICADOS À MINERAÇÃO**

Não é de hoje que se busca implementar modelos matemáticos aos problemas de mineração. Na verdade, atualmente, a mineração encontra-se alicerçada sobre rotinas computacionais e programas dinâmicos baseados em modelos matemáticos. Desde os sistemas de despacho ao emprego de sistema projetivos de fluxo de caixa, cubagem, rentabilidade, flutuação do preço no mercado e nos variados cenários econômicos empregados no planejamento mineiro, são utilizados para inferir a viabilidade do empreendimento mesmo antes de iniciar os trabalhos relativos.

Os fundamentos matemáticos aplicados à mineração encontram base na Pesquisa Operacional (P.O.). Para BRONSON (1985), a Pesquisa Operacional trabalha com viabilização de recursos de modo a considerar todas as variáveis que afetam o processo. Deste modo, é tanto uma ciência como uma arte e que tem a habilidade de exprimir as situações em modelos matemáticos e que podem ser solucionados por métodos computacionais.

A maioria dos problemas da mineração podem ser matematicamente expressos em termos de um objetivo/meta, sujeito às restrições (que variam caso a caso). Inúmeras são as formas de resolução apresentados pela literatura. Entretanto, sempre buscamos, inicialmente, nos atentar às formas mais simples de resolução para equacionar um problema complexo. O mesmo entendimento pode ser aplicado na resolução de um modelo matemático para a qualidade de minérios. Neste caso, trata-se de um sistema linear composto por um conjunto de equações limitantes, típico de uma ferramenta da Pesquisa Operacional, chamado de Programação Linear (PL).

### 2.3.1 O PROCESSO DE TOMADA DE DECISÃO

Como dito, a Pesquisa Operacional considera todas as variáveis do processo segundo um modelo matemático para encontrar a solução ideal (ou próxima do ideal). Neste sentido, **o objetivo primordial da Pesquisa Operacional é subsidiar as tomadas de decisões.**

Conforme CHIAVENATO (1997) “o processo de análise entre várias alternativas disponíveis do curso de ação que a pessoa deverá seguir”, ou seja, consiste em tomar um caminho de ação dentre outros disponíveis, sendo que a PO busca auxiliar, demonstrando o melhor (ou os melhores) a ser seguido.

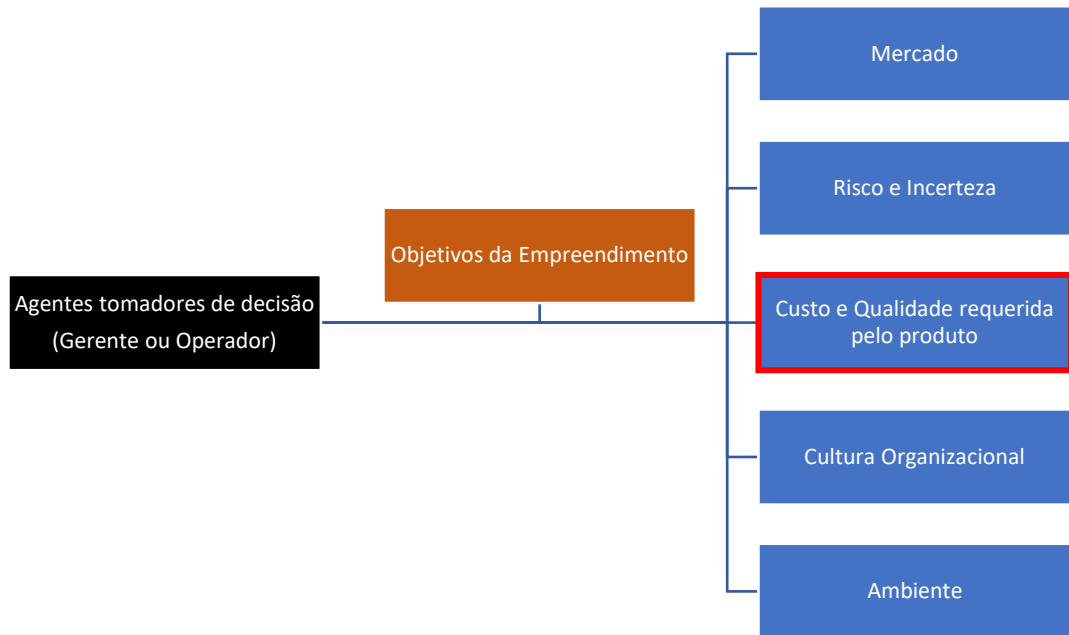
Desse modo, muitos trabalhos foram realizados, ao longo do tempo, no sentido de demonstrar como se dá o processo de tomada de decisão. O trabalho de LICZBINSKI (2002), adota o processo de tomada de decisão como o envolvimento de fatores internos e externos ligados ao empreendimento, destacando:

- Ambiente
- Risco e Incerteza
- Custo e qualidade requerida pelo produto

- Agentes tomadores de decisão
- Cultura Organizacional
- O mercado

Esse processo de tomada de decisão é ilustrado na figura 6.

Figura 6. Processo de tomada de decisão.



Fonte: Liczbinski (2002)

Verificamos, assim, que os objetivos do empreendimento estão diretamente ligados à tomada de decisão pelos agentes. A fim de que sejam minimizados os riscos e as incertezas, provenientes de um ambiente (Econômico) e do mercado, no qual se insere o ramo do negócio, pode-se inferir a viabilidade da produção e a qualidade pedida do produto (minério que atenda às exigências requeridas, no nosso caso). É justamente com foco na tomada eficaz de decisão, levando em consideração as diversas interfaces e o caráter exógeno dos sistemas e dos mercados, que a PO se insere como campo do conhecimento, a fim de propiciar ao agente tomador de decisão maior embasamento e melhor conhecimento do problema em análise. (BELFIORE & FÁVERO, 2013).

Deste modo, fazemos uma ressalva: **tanto para o custo quanto para a qualidade de minérios, mesmo que a PO indique a ação mais adequada, o agente pode não adotar, haja vista que fatores supervenientes, alheias ao seu controle, podem interferir no resultado final almejado.** Entretanto, é maior a certeza na decisão, quanto

mais completo for a modelagem para a tomada de decisão, em contrapartida, mais complexa se torna o modelo

Seguindo os preceitos de BELFIORE & FÁVERO (2013), uma modelagem para a tomada de decisões, é composta por três parâmetros principais:

**a) Função Objetivo:** é a função matemática que determina o resultado que se pretende alcançar. Está sujeita às variáveis de decisão e os parâmetros empregados. Pode objetivar a Maximização ou Minimização de diversos interesses, como rentabilidade, custo, erro, lucro, etc.

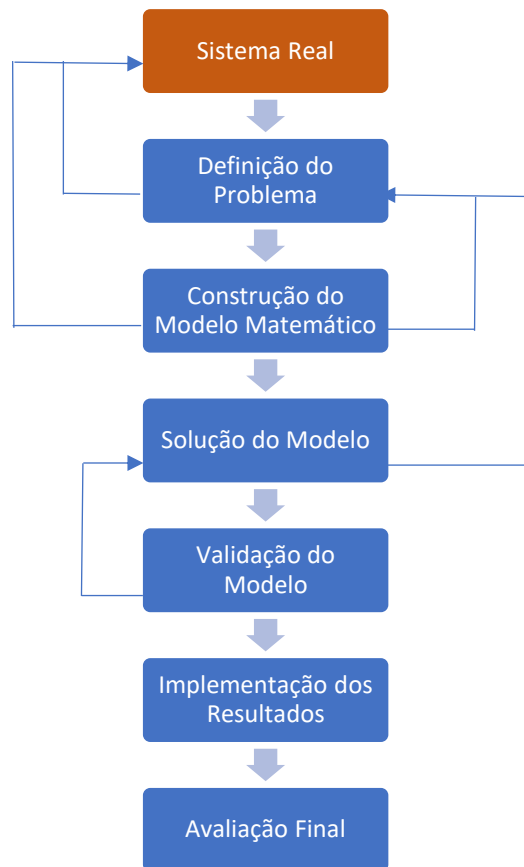
**b) Variáveis de decisão e Parâmetros:** As variáveis de decisão são as incógnitas que serão determinadas pela resolução do modelo. E os parâmetros são os valores fixos previamente conhecidos do problema, como por exemplo, o custo, a qualidade requerida, o lucro, etc.

**c) Restrições:** são definidas como as equações ou inequações que as variáveis de decisão da modelagem devem satisfazer. Sua importância está em limitar, segundo determinados aspectos, as variáveis para que o modelo para que forneça apenas resultados que se enquadrem nas condições do caso. Por exemplo, a capacidade máxima de produção que o empreendimento suporta, a capacidade máxima de exportação ou a qualidade mínima aceitável.

Considerando, esses parâmetros o estudo dos problemas de problemas por PO seguem as seguintes fases, conforme a figura 7:



Figura 7. Fases do estudo da Pesquisa Operacional.



Fonte: BELFIORE & FÁVERO (2013)

Uma vez construído o modelo do Sistema Real, a fase seguinte consiste na resolução do mesmo utilizando técnicas de PO (que no nosso caso, nos limitaremos as ferramentas da Programação Linear). Uma vez obtido os resultados, estes precisam ser validados de modo que o objetivo tenha sido atingido. Todavia, muitas vezes o resultado apresentado não é satisfatório ou ocorreu erro durante o processo, sendo necessário reavaliar as fases anteriores na busca por soluções condizentes.

### 2.3.2 CONCEITOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

O assunto de Programação Linear é estudado, no campo da Matemática, nas disciplinas de Álgebra Linear e no campo da Engenharia, nas disciplinas de Pesquisa Operacional (em que a Álgebra Linear é propriamente aplicada na solução de situações-problemas (maximização ou minimização de objetivos). A PO faz uso de diversas ferramentas para encontrar a solução, as quais estão apresentadas na figura 8:

Figura 8. Ferramentas de Pesquisa Operacional.

Modelos Determinísticos	Modelos Estocásticos	Outras Técnicas
<ul style="list-style-type: none"><li>• Programação Linear</li><li>• Programação em Redes</li><li>• Programação Binária em Inteira</li><li>• Programação por Metas ou Multiobjetivos</li><li>• Programação Não Linear</li><li>• Programação Dinâmica Determinística</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Teoria das Filas</li><li>• Modelos de Simulação</li><li>• Programação Dinâmica Estocástica (Cadeias de Markov)</li><li>• Teoria dos Jogos</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Metodologia Multicritério de Apoio a Decisão (AHP)</li><li>• Análise Envoltória de Dados (DEA)</li><li>• Inteligência Artificial</li><li>• Inteligência Computacional</li><li>• Heurística</li><li>• Outras</li></ul>

Fonte: EOM & KIM (2006).

Os **Métodos Determinísticos** são aqueles no qual todas as variáveis envolvidas são constantes e conhecidas. Resulta em uma solução exata e, por vezes, satisfatória. Esses métodos são trabalhados frequentemente com sistemas de equações (ou inequações) que geram uma solução ótima.

Já os **Métodos Estocásticos** fazem uso de variáveis aleatórias em que no mínimo uma das suas variáveis é definida por meio de probabilidade. Este modelo gera várias soluções e busca analisar diferentes cenários para o caso, mas não fornece solução ótima e sim um intervalo de possíveis soluções.

Além dessas, ao longo do tempo, tem-se acrescentado **outras técnicas** de PO em consequência do seu próprio desdobramento e da própria evolução computacional, como inteligência artificial, heurística, meta-heurística, etc.

Ressalvamos, que a nomenclatura “Programação”, em Programação Linear, não se confunde com a “Programação” de códigos de sistemas de computador, muito embora, ambas trabalhem juntas e estejam relacionadas neste trabalho. A “Programação” aqui apresentada refere-se ao modo de estruturar o modelo matemático, seja de alocação ou planejamento, sendo a nomenclatura utilizada desde o surgimento desse campo científico. (KOLMAN & HILL, 2006). Essa Programação é dita **linear** quando envolve apenas

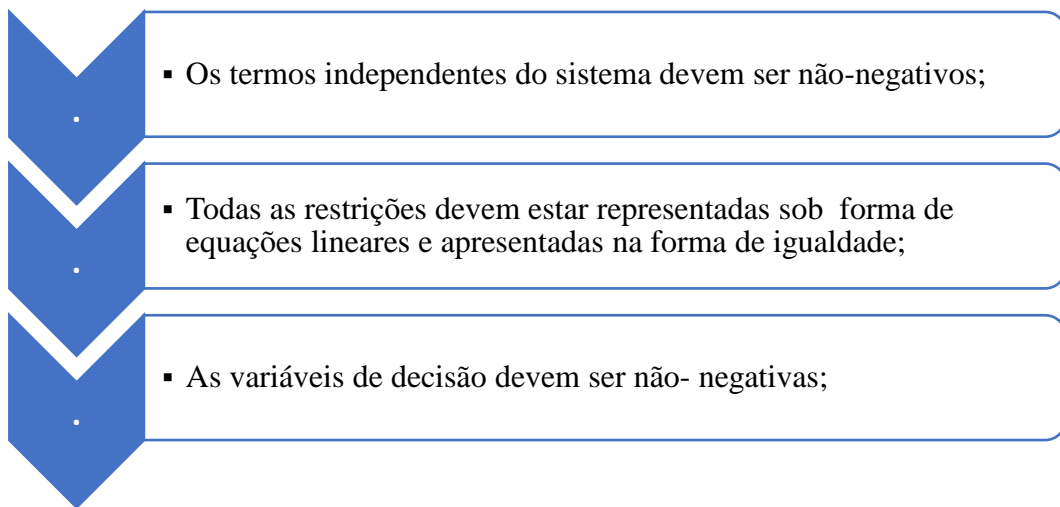
variáveis **constantes e de primeira ordem**, e, portanto, sua representação gráfica é uma reta. Quando pelo menos uma das variáveis é de segunda ordem ou mais, a programação é dita Não Linear e sua representação pode ser dado por curvas. Em ambas, as variáveis são ditas contínuas (ao longo do espaço considerado).

Para JUNIOR *et al.* (2012) a Programação Linear (PL) não é a técnica mais simples em programação matemática, mas é possivelmente a mais versátil, oferecendo a possibilidade de analisar a adequação do modelo escolhido, concomitantemente a uma garantia para obter o melhor resultado global, se existir.

Segundo RAVINDRAN *et al.* (1987), a Programação Linear (PL) corresponde a uma forma de resolução que permite a inserção de variáveis com base em uma função objetivo e simultaneamente satisfazendo um grupo de restrições. Devemos diferenciar soluções que atendem o Sistema de **solução ótima**. A primeira satisfaz o problema, mas apenas uma delas é a que “melhor” atende o problema (esta é a solução ótima). Ou seja, a solução ótima é a que melhor atende ao desejo da Função Objetivo (maximizar ou minimizar). Dito de outro modo, a solução ótima é aquela em que as variáveis de decisão assumem valor que melhor atende a Função Objetivo. Assim, no problema de PL, que busque a maximização ou minimização a partir de uma função (conhecida como Função Objetivo), as variáveis são submetidas a um grupo de restrições e a condição de não negatividade para a aplicação do algoritmo de solução.

Para que um problema de PL possa ser resolvido por métodos analíticos ou mesmo pelo Método Simplex, deve estar modelado na sua **forma padrão** (função objetivo e restrições) e deve atender aos requisitos propostos na figura 9:

Figura 9. Etapas para solução de um problema de Programação Linear.



Fonte: BELFIORE & FÁVERO (2013).

Em um modelo de PL tanto a função objetivo quanto as restrições devem ser lineares, e as variáveis de decisão contínuas, podendo ser em forma de fração, e não negativas e os parâmetros devem atender as hipóteses de: Proporcionalidade (guarda relação de proporcionalidade com o valor das variáveis de decisão), Aditividade (soma de cada variável de decisão), Divisibilidade e não Negatividade, Certeza (conhecido) (BELFIORE & FÁVERO, 2013).

Existem várias técnicas para resolver um conjunto de Sistemas Lineares, como, métodos da Adição, Substituição, Multiplicação por um Operador Equivalente ou por técnicas de Matrizes e Determinantes, Método Gráfico, etc. Essas técnicas são factíveis de resolução por métodos manuais quando até três variáveis estão envolvidas. A partir de mais de três variáveis os trabalhos de cálculos manuais tornam-se muito trabalhosos e mais sujeitos a erros, sendo recomendado o Método Simplex.

Ainda, dada a quantidade de variáveis aplicados em PL, para tentarmos obter soluções ótimas, recorre-se à *softwares* que efetuam esses cálculos. Existem variados softwares no mercado aplicáveis a esses casos, entre os quais, os mais conhecidos são: MATLAB (*Matrix Laboratory*), Microsoft *Matemathics* e Excel Solver (ambos da empresa *Microsoft Corporation*), Lingo (*Lindo System Inc*), GAMS (*General Algebraic Modeling System* – da *GAMS Developy Corporation*). Todos dão uma solução através da resolução de problemas de técnicas de programação linear e não-linear.

Na prática, a utilização desses *softwares* na qualidade de minérios é incipiente e muitas vezes falta expertise do pessoal que opera. Estes que muitas vezes adotam procedimentos suscetíveis à erro, como o preenchimento de extensas planilhas ou analisando a qualidade mineral com base na experiência.

Ainda, apesar da existência de programas próprios para o gerenciamento das operações de lavra e planejamento de mina, em relação a gestão da qualidade dos lotes de minério não se tem algum próprio, comerciável, que faça esse acompanhamento adequadamente. Por isso, muitas vezes a gestão da qualidade é feita pela árdua forma de alimentação manual de dados, sendo que, sua eficácia exige, posteriormente, horas de trabalho em laboratório com a análise de amostras.

Mesmo assim, de nada adianta tais análises quando o lote já está pronto para embarque ou transporte. Neste caso, a mineradora paga um alto preço (muito) proporcional aos desvios de qualidade. Surge daí, então, a necessidade nesse campo, de se criar uma solução matemática baseada em P.O. que atenda além dos *softwares* de operações de lavra e planejamento de mina atuais.

### 2.3.3 DEFINIÇÕES DO MÉTODO SIMPLEX PARA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES.

Os problemas sobre a quantidade de minérios, de diferentes teores, necessários para a composição de um lote com qualidade específica, recai sobre um problema de Programação Linear, mais precisamente em problemas de Sistemas Lineares. Entende-se que a abordagem mais adequada para a resolução desse tipo de problemas é o **Método Simplex**, por se tratar de uma técnica de resolução empregada para sistemas/matrizes lineares de qualquer ordem.

Para GOLDBARG & LUNA (2005), o algoritmo Simplex é o método mais utilizado para a solução de problemas de programação linear. Sendo um método iterativo que parte de uma solução factível inicial e busca, em cada iteração, uma nova solução básica factível com melhor valor na função objetivo, até que o valor ótimo seja atingido.

Portanto, a partir de uma **solução básica inicial**, uma variável “não-básica” entra no lugar, gerando uma nova solução, chamada de solução básica adjacente (SBA). Se a solução básica adjacente atende as restrições de não negatividade, ela é chamada **solução básica factível adjacente (SBF adjacente)**. Deste modo, verificamos se a SBF é solução

(que atende as restrições) do problema de PL, e, portanto, se é solução ótima (a melhor solução possível). Se for solução, mas não for ótima, esta passa a ser a **solução básica atual** e repete-se o procedimento. Essa rotina existirá até que seja encontrada a melhor solução que expresse o sentido da Função Objetivo. A tabela 2 retrata essa rotina.

Tabela 2. Descrição do funcionamento do algoritmo Simplex

**Início:** O problema deve estar na forma padrão.

**Passo 1:** Encontrar uma SBF inicial para o problema de PL.

SBF inicial = SBF atual

**Passo 2:** Verifica-se se a SBF atual é solução ótima do problema de PL.

**Enquanto** a SBF atual não é solução ótima do problema de PL **faça**  
Encontrar uma SBF adjacente que melhore o valor da função  
objetivo.

SBF adjacente = SBF atual

**Fim Enquanto.**

Fonte: BELFIORE & FÁVERO (2013)

De outro modo, o algoritmo Simplex para resolução de problemas de programação linear somente será satisfeito após encontrar uma solução ótima. BELFIORE & FÁVERO (2013) demonstram de forma analítica esse conceito considerando o seguinte problema de PL (Eq. 1 e Eq. 2), cuja função tem o objetivo de maximizar:

$$\text{Função Objetivo: } \quad \text{Max } 3x_1 + 2x_2 \quad \text{Eq. (1)}$$

Sujeito as seguintes restrições:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 20 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \text{Eq. (2)}$$

### Solução Total

Inicialmente, o sistema de inequações é colocado na sua forma padrão com igualdade, ou seja, para que uma desigualdade possa ser reescrita na forma de igualdade é necessário acrescentar uma variável de folga (variável que representa a folga/intervalo que falta para tornar as variáveis, de ambos os lados, iguais). Neste caso, as variáveis de

folga são representadas por  $x_1$  e  $x_2$ . Esse procedimento é necessário para que se atribua zero nas variáveis não-básicas e as variáveis básicas possam ser determinadas pelo sistema. Deste modo, o problema inicial é reescrito da seguinte maneira (Eq. 3 e Eq. 4):

$$\text{Função Objetivo: } \quad \text{Max } 3x_1 + 2x_2 \quad \text{Eq. (3)}$$

Sujeito as seguintes restrições:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_4 = 20 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases} \quad \text{Eq. (4)}$$

Solução A:

Variáveis Não-Básicas:  $x_1, x_2$

Variáveis Básicas:  $x_3, x_4$

Primeiramente, se atribui zero às variáveis não-básicas  $x_1, x_2$  para que os valores das variáveis básicas  $x_3, x_4$  possam ser calculadas. Assim, resultou-se em:

- Solução não-básica:  $x_1 = 0; x_2 = 0$
- Solução básica:  $x_3 = 6; x_4 = 20$
- Função Objetivo:  $Z = 0$

Esse cálculo é repetido para a obtenção de diferentes soluções básicas. A cada nova solução, uma variável do conjunto de variáveis não básicas entra no conjunto de variáveis básicas (base) e, conseqüentemente, uma sairá da base.

Solução B:

Agora, a variável  $x_1$  entra na base no lugar da variável  $x_4$  que passa a fazer parte do conjunto de variáveis não-básicas

Variáveis Não-Básicas:  $x_2, x_4$

Variáveis Básicas:  $x_1, x_3$

Assim, resultou-se em:

- Solução não-básica:  $x_2 = 0$ ;  $x_4 = 0$
- Solução básica:  $x_1 = 6$ ;  $x_3 = 20$
- Função Objetivo:  $Z = 12$

Solução C:

Agora, a variável  $x_4$  entra na base no lugar da variável  $x_3$ .

Variáveis Não-Básicas:  $x_2, x_3$

Variáveis Básicas:  $x_1, x_4$

- Solução não-básica:  $x_2 = 0$ ;  $x_3 = 0$
- Solução básica:  $x_1 = 6$ ;  $x_4 = -10$

Como  $x_4 < 0$ , esta não é uma solução aceitável/factível.

Solução D:

Agora, a variável  $x_2$  entra na base no lugar da variável  $x_4$ .

Variáveis Não-Básicas:  $x_3, x_4$

Variáveis Básicas:  $x_1, x_2$

- Solução não-básica:  $x_3 = 0$ ;  $x_4 = 0$
- Solução básica:  $x_1 = 2,67$ ;  $x_2 = 3,33$
- Função Objetivo:  $Z = 14,7$

Solução E:

Agora, a variável  $x_4$  entra na base no lugar da variável  $x_1$ .

Variáveis Não-Básicas:  $x_1, x_3$

Variáveis Básicas:  $x_2, x_4$

- Solução não-básica:  $x_1 = 0$ ;  $x_3 = 0$



- Solução básica:  $x_2 = 6$ ;  $x_4 = 8$
- Função Objetivo:  $Z = 12$

Solução F:

Nesse caso, a variável  $x_3$  entra na base no lugar da variável  $x_4$ .

Variáveis Não-Básicas:  $x_1, x_4$

Variáveis Básicas:  $x_2, x_3$

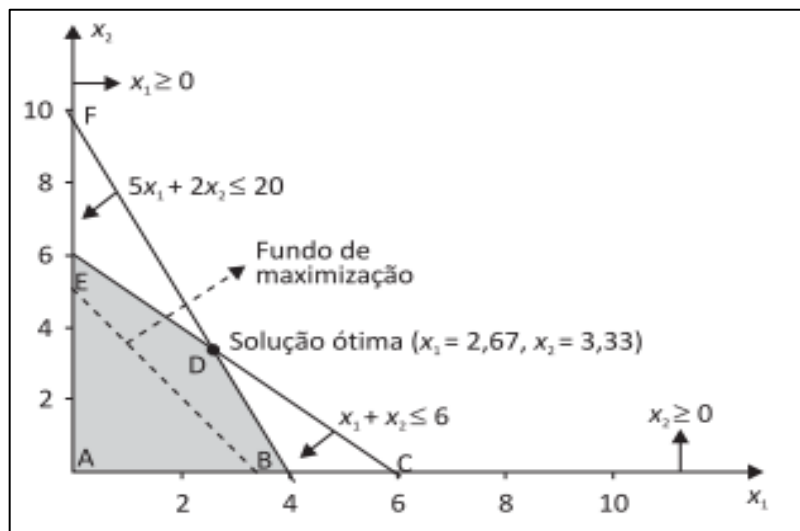
- Solução não-básica:  $x_1 = 0$ ;  $x_4 = 0$
- Solução básica:  $x_2 = 10$ ;  $x_3 = -4$

Como  $x_3 < 0$ , esta não é uma solução aceitável/factível.

**Logo, a solução ótima é a solução D.**

Toda solução básica factível de um problema de programação linear é um ponto extremo do conjunto K convexo. Deste modo, a figura 10 apresenta a solução gráfica para cada uma das seis soluções obtidas, a partir dos eixos cartesianos  $x_1$  e  $x_2$ .

Figura 10. Representação gráfica do problema de PL apresentado.

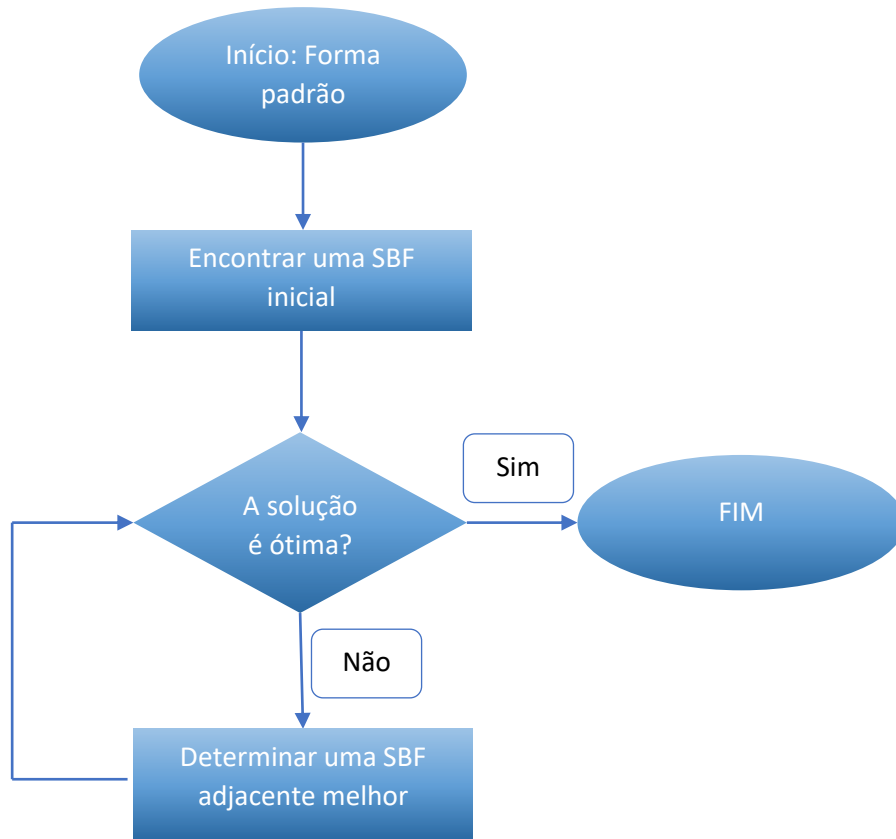


Fonte: BELFIORE & FÁVERO (2013)

As soluções A, B, D e E correspondem a um ponto extremo da região factível. Já as soluções C e F, não são aceitáveis (infactíveis), ou seja, não pertencem ao conjunto de soluções factíveis.

A rotina do método Simplex pode ser expressa graficamente conforme a sequência apresentada na figura 11.

Figura 11. Fluxograma do funcionamento do algoritmo Simplex



Fonte: Lachtermacher (2009).

#### 2.3.4 SÍNTESE CONCEITUAL DO MODELO

Diante dos tópicos abordados, fazemos uma síntese conceitual relacionado a este trabalho. Partindo do problema que nos é apresentado no mundo real, o atendimento às exigências de qualidade de minérios, verificamos que se trata de um caso típico de problema de Pesquisa Operacional, quando temos variáveis atreladas a um objetivo (função objetivo). Por tratar-se de variáveis contínuas e de primeira ordem verificamos que se alicerça na área da Programação Linear. Entretanto, os sistemas lineares surgidos muitas vezes não formam um conjunto de sistemas quadrado (matriz quadrada), o que nos leva a sua resolução pelo Método Simplex, que atende a resolução de sistemas de quaisquer ordens. A partir do resultado apresentado, o tem-se uma base para a tomada de decisão. A figura 12, a seguir, resume o nosso entendimento.

Figura 12. Síntese conceitual.



Fonte: *Elaboração Própria*

Deste modo, partindo de um problema real, aplicamos nossos conhecimentos, seguindo um caminho científico da engenharia, para chegarmos à solução.

## **2.4 CONTROLE DE PROCESSOS APLICADOS À QUALIDADE MINERAL.**

Os *softwares* aplicados ao planejamento de mina têm sido bastante utilizados, sobretudo pelas grandes empresas do setor para o gerenciamento das operações. A sua imensa maioria parte do contexto geológico em que se encontra a mina e das tecnologias disponíveis para modelar forma e os teores dos corpos mineralizados, estimar os teores, assim como avaliar a viabilidade e a rentabilidade do projeto. Apesar de ser uma inserção basicamente recente no campo da mineração, os softwares planejamento de lavra e modelagem geológica exigem a alimentação de um banco de dados central para a tomada de decisões. Assim, são essenciais para a obtenção dos limites de lavra através da relação

estéril/minério (REM) em cada seção e de considerações geométricas que obtenham o lucro máximo, representado pelo valor presente do fluxo de caixa do projeto como um todo. Além disso, são de suma importância quando é simulada a lavra de todo o corpo de minério com a avaliação da REM em função do tempo, considerando a produção e o retorno financeiro de cada período, determinando custos, rendimentos e fluxo de caixa corrigidos (CURI, 2014).

Devido à competitividade global, que exige das empresas soluções eficientes para os seus pressupostos produtivos, os softwares aplicam cada vez mais técnicas de pesquisa operacional. Na mineração, em particular no planejamento de lavra, a realidade não é diferente. Vários são os sistemas que fazem usos dessas técnicas, como, por exemplo, DISPATCH e SMART MINE. (ARAUJO & SOUZA, 2011).

A aplicabilidade desses *softwares* na mineração também apresenta resultados satisfatórios quanto aos Sistemas de Gestão de Frota (SGF). Tais sistemas fornecem controles e melhorias para uma larga escala de produção para a mineração a céu aberto, aumentando a produtividade dos caminhões, controlando-os em tempo real e alocando-os ao destino certo (YILDIRIM & DESSUREAULT, 2005).

Entretanto, a problemática surge quando utilizados, sobretudo, em grandes projetos devido as complexidades das operações e variáveis envolvidas. A maioria desses programas fornecem informações sobre o *status* do equipamento, tal como posicionamento, ação em execução, paradas para manutenção, paradas não programadas, entre outras. No entanto, quando não plenamente integrados no processo de planejamento de mina, muitas vezes, levam as equipes a produzir um maior número de toneladas possíveis, prejudicando o plano de longo prazo da mina, gerando interrupções imprevistas, especialmente quando a blendagem é necessária nas frentes de lavra (KAHRAMAN & DESSUREAULT, 2011). Em muitos casos, isso resulta em desvio do plano, prejudicando a qualidade e levando a perdas em longo prazo.

Também a qualidade dos lotes de minérios é prejudicada, sobretudo nos contratos de curto prazo celebrados. Em uma mineração de carvão, por exemplo, a qualidade do lote pode estar atrelada não só ao teor de matéria carbonosa, mas também a sua carga energética (*British Thermal Unit – BTU*), além do teor de cinzas, enxofre e umidade. Assim, oportunidades de ganho potencial podem estar sendo perdidos, quando um lote,

proveniente de uma frente mais rica em capacidade energética, está sendo enviado a um comprador que não paga adicional por maior BTU no seu produto. (KAHRAMAN & DESSUREAULT, 2011), pois o valor de venda já foi fechado em contrato. Desde modo, muitas vezes, os *softwares* de planejamento de mina não tem foco no curto prazo e na fluutuabilidade dos preços de venda do bem mineral ou na introdução de técnicas de produção mais sofisticados, fazendo com que o plano de longo prazo se altere constantemente, tornando periódica a reavaliação do projeto ao longo do tempo (CURI, 2014).

Ainda, o controle das operações não vem acompanhando a tendência de automação dos processos na mineração de operações de lavra e processamento mineral. Essas automações favorecem uma maior precisão e agilidade nos resultados e menos recursos humanos envolvidos em situações de risco. Para MCHATTIE (2013), esses avanços vêm compor a “Mineração inteligente”, a qual aplica a tecnologia da informação em todas as fases da cadeia mineral, desde a exploração e modelagem geológica até equipamentos, operações e manutenção, bem como logística e transporte. Trata-se de soluções focadas no uso da tecnologia da informação para apoiar os processos de negócios tornando-os mais eficientes e eficazes.

Apesar dos ótimos recursos e algoritmos robustos para verificar o acompanhamento das operações, no que tange a qualidade de minérios, os *softwares* de planejamento mineiro, assim como os *softwares* de modelagem matemática, não atendem esses problemas de forma satisfatória. Para um controle, que poderiam ser gerenciados de modo simples, é necessário o acesso a todo o contexto geológico da mina. Esse fator tem restringido a tomada de decisões imediatas e básicas *in loco*.

Neste sentido, o avanço tecnológico *mobile* tem permitido o desenvolvimento de *softwares* com módulos independentes podendo atender apenas determinada situação específica. Esses módulos podem ser alocados em dispositivos móveis, como celulares, tablets ou computadores de mão que permitem o acompanhamento e a visualização de relatórios em qualquer lugar. Assim, são implementados para atender necessidades específicas, podendo ser personalizados para cada situação. A versatilidade e praticidade e uma interface simples, bem como seus baixos custos, são suas características mais atrativas. Desta forma, fatores como esses têm levado ao crescimento de *softwares*

objetivos e menos robustos, também chamados de *aplicativos*, para o gerenciamento e a tomada de decisões, inclusive, remota.

Outros programas para dispositivos *mobile* vêm alcançando o mercado mineiro através da tecnologia de realidade virtual. “Sobrepor o mundo físico com o digital ou virtual nos permite modelar e simular nossos ativos, dando-nos a capacidade de projetar, construir e otimizar efetivamente o desempenho e confiabilidade dos ativos ao longo do ciclo de vida da mina. O ativo digital, geralmente um ambiente 3D, é criado geralmente nas fases iniciais do projeto e é entregue ao operador antes que a mina entre em operação” (MCHATTIE, 2013).

Nessa nova forma de representação espacial e geográfica dos dados, temos um fluxo imenso de dados que fazem uso de dados de desempenho e de sensores, dispositivos de monitoramento de ativos fixos e móveis, serviços e servidores, etc. Esses chamados “*big data*” podem ser processados e analisados para detectar tendências e ajudar a prever eventos, bem como formular estratégias que garantam confiabilidade da qualidade ao longo do projeto, durante as etapas de produção.

## **2.5 QUALIDADE DE MINÉRIOS**

Como abordado, a depender do minério e do seu fim de utilização (para a finalidade que o minério será usado), pode ser que seja necessário efetuar uma mistura de minérios, provenientes de diversas frentes de lavra ou de diferentes pilhas, para que sejam atendidos os teores necessários de produção. A exemplo, seguem essa lógica, minérios de bauxita ou ferro. Sabe-se que para obtermos uma massa de minérios com qualidades que satisfaçam a necessidade de utilização, recorreremos à blendagem de minérios. Entretanto, atualmente, ainda é primitiva a forma como é feita essa mistura, mesmo pelas grandes mineradoras, não tendo um controle satisfatório da operação. Assim, são vários os trabalhos já efetuados na tentativa de encontrar uma metodologia que melhor atenda a qualidade mineral.

Neste sentido, (MORAES *et al.*, 2006) propuseram o uso de um algoritmo matemático adotando características de uma determinada operação que respondesse aos anseios da empresa quanto a determinações mássicas para a blendagem de minérios. As funções matemáticas implementadas remetem à Sistemas Lineares e restrições os quais foram solucionados através do *Software* LINGO.

Dado a especificidade na qual o estudo é empregado, sendo bastante específico para a situação apresentada, não é demonstrado quais técnicas matemáticas são utilizadas na resolução do sistema (haja visto que são efetuados diretamente com o *software*) e portanto, ainda não ajuda a solucionar o problema de qualidade mineral, mas já demonstra que o caminho para a solução segue uma lógica baseada em P.O.

Já GAMBIN *et al.* (2005) tratam do tema à luz de técnicas geoestatísticas, visando estimar a qualidade e variabilidade do minério *in situ* e prever as flutuações na qualidade do minério nas frentes de lavra. Em seu estudo, são demonstrados cálculos em função de uma equação linear principal, indicando que a qualidade de minério está ligada à Programação Linear.

Autores como GOES *et al.* (1991) apontam que a qualidade de minérios está vinculada aos cuidados das técnicas de amostragem. Assim, fundamenta que a qualidade de minérios está inicialmente ligada à sua caracterização e amostragem. Entretanto, isso não garante a qualidade final do lote, servindo apenas para verificar e examinar, em cunho experimental, os teores.

Neste sentido JUNIOR *et al.* (2010) também avalia a qualidade de minérios seguindo o seu controle por meio de amostragens efetuadas durante as operações de lavra. Utilizando-se de três técnicas de amostragens, essa pesquisa avalia o impacto da escolha delas no processo de qualidade de minérios. A de maior eficácia, corresponde a amostragem de rotina que acontece nas frentes de lavra de modo a ter um controle dos teores na lavra de curto prazo. Mas sabe-se que esse é um trabalho dispendioso e muitas vezes impraticável a sua manutenção. Além disso, torna-se necessário que esses dados sejam alimentados em um software que faça a correlação com outras variáveis de decisão da lavra para atender a alimentação de uma usina de forma satisfatória.

Alguns trabalhos tratam a qualidade de uma forma específica dependendo do tipo mineral, como é caso do caulim, devido ao seu alto rigor na qualidade exigido pelo mercado. Um modelo para controle de qualidade desse mineral foi proposto por VARELA (2005) que buscou avaliar o alvejamento químico de uma amostra em polpa, considerando propriedades óticas.

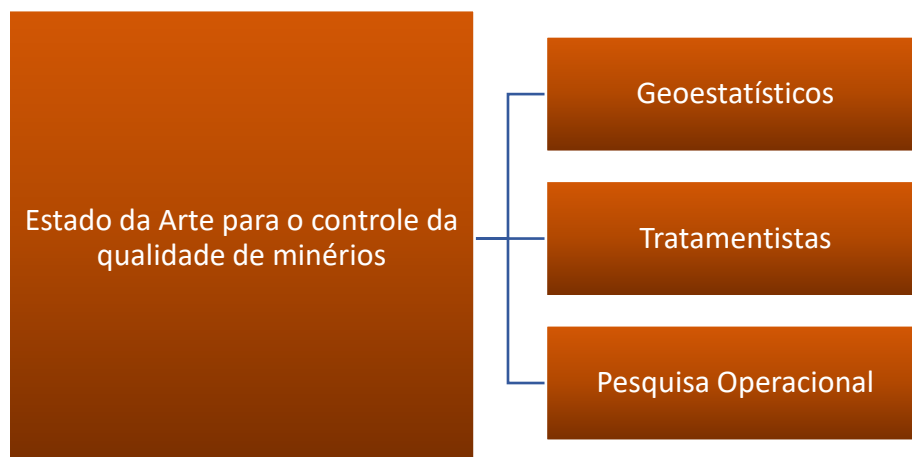
Outros trabalhos publicados como de FORTES & PEREIRA (2012) e GUARANYNS *et al.* (2013) tratam a qualidade de minério de forma teórica e isolada à luz

da estocagem, manuseio e armazenamento como fontes de alteração da qualidade do minério.

Um trabalho bastante próximo do aqui abordado, foi proposto por COSTA et al. (2004, 2005). Na busca de aperfeiçoar esses modelos anteriores, propuseram um modelo no qual buscava maximizar na “função objetivo” segundo de restrições de metas de produção de qualidade. Entretanto, aplicando o software LINGO para resolução, não deixaram claro que técnica(s) de PO foi/foram utilizada(s). O que dificulta a construção de um programa independente, futuramente.

Em suma, as pesquisas feitas para tratar dos problemas da qualidade de minérios têm seguido três linhas: geoestatísticas, tratamentistas (amostragem na lavra ou controle na usina) e baseadas em Pesquisa Operacional. A figura 13 sintetiza esse entendimento:

*Figura 13. Resumo do estado da arte para a qualidade mineral até o ano de 2020*



*Fonte: Elaboração própria*

Em âmbito geral, a qualidade de minérios depende de muitos fatores e variáveis, tornando-se impossível quantificar todos e elaborar um modelo padrão aplicável. A literatura técnica ainda é escassa nesse sentido e tem refletido nas indústrias, que não têm uma forma de gerenciamento adequado. Entretanto, acreditamos que a forma menos custosa de se controlar a qualidade e com uma precisão aceitável é possivelmente, baseada em Pesquisa Operacional, a qual pode dar, claramente, pressupostos para a confecção de softwares especializados que atendam essa linha.

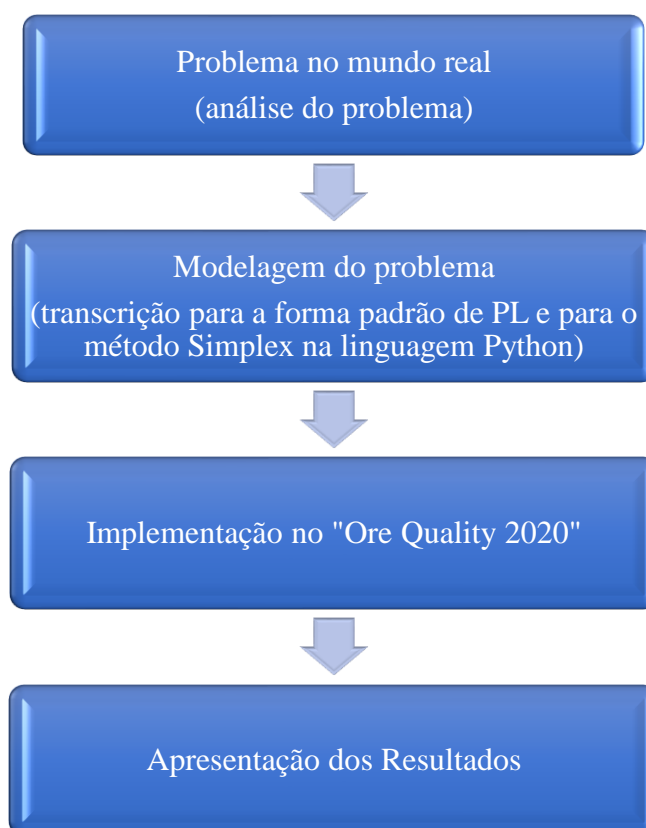


Neste estudo, nos limitaremos ao campo da lavra de minérios e desta forma, conceituaremos que: **O problema de qualidade de minério consiste em obter uma massa de minérios com parâmetros desejados, que satisfaçam as necessidades da utilização.**

## CAPÍTULO 3

Neste Capítulo será abordada a metodologia proposta para resolução do problema de qualidade de minérios, adotando duas diferentes situações propostas que serão traduzidas algebricamente em um problema de PL, cuja resolução está baseada no método Simplex, e implementadas através do Software “Ore Quality 2020”. A rotina foi criada para solucionar especificamente problemas de blendagem para a qualidade de minérios, e assim, determinar as quantidades ótimas que satisfaçam as demandas de blendagem. Os resultados serão expressos segundo teores e quantidades mássicas obedecendo uma faixa de teores mínimos e máximos admissíveis na massa final e de modo a visualizar o tempo para cumprimento dessa tarefa (meta) e atender a demanda de contrato. Assim, a metodologia seguirá a sequência apresentada na figura 14.

*Figura 14. Fluxograma da Metodologia*



*Fonte: Elaboração própria*

O fluxograma metodológico da figura 14 é detalhado nos tópicos 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4 deste capítulo. No tópico 3.5 é aplicado essa metodologia em situações ilustrativas numéricas para solução do problema.

### **3.1 PROBLEMA NO MUNDO REAL**

Preliminarmente, devemos analisar o problema que se apresenta no mundo real para a tomada de decisão. Deve-se, previamente, analisar as variáveis existentes e características operacionais da mineradora, tais como:

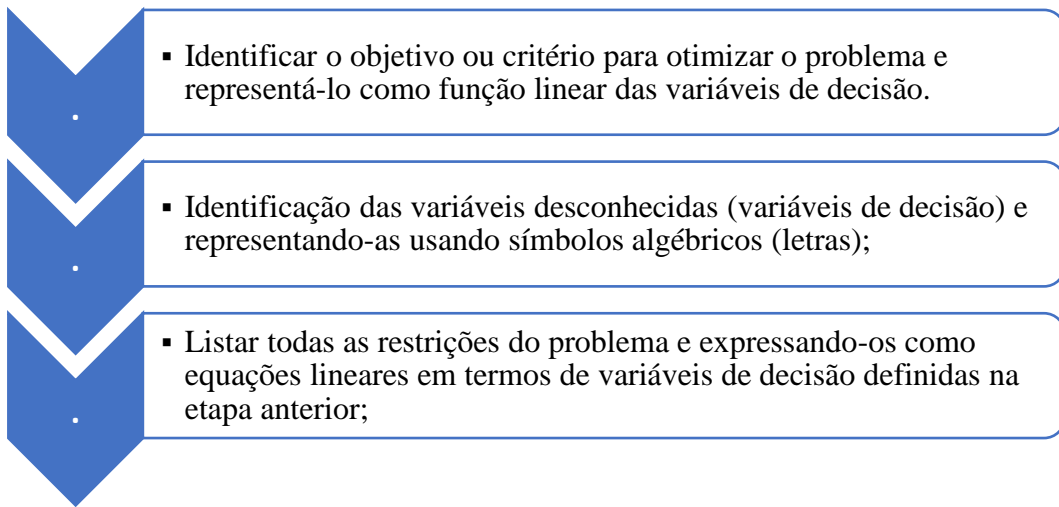
- frentes de lavra e seus teores estimados,
- pilhas de estoque e seus teores estimados,
- quantidades de caminhões em operação e suas capacidades de carga,
- distância média entre frentes de lavra e pilhas de blendagem,
- escavadeiras/carregadeiras e suas capacidades de carga,
- outras variáveis necessárias que possam afetar o tempo de ciclo dos equipamentos.

Essa análise inicial é uma condição prévia para o controle de qualidade. Nessa etapa todas as origens e destinos, bem como os recursos disponíveis para a execução dos objetivos, a disposição do usuário do software, devem ser cadastrados. Essa é uma etapa fundamental para prosseguir para as etapas seguintes, uma vez que todos os cálculos subsequentes são realizados sobre essas informações. Deste modo, de posse dessas informações, o operador pode alimentar os dados no software *Ore Quality 2020* criado especificamente para a determinação das quantidades mássicas a serem utilizadas em operações de blendagem.

### **3.2 MODELAGEM DO PROBLEMA**

A construção de um modelo de PL, segue três etapas básicas, conforme apresentado na figura 15.

Figura 15. Etapas para solução de um problema de Programação Linear.



Fonte: Elaboração própria

A PL fundamenta-se na resolução de problemas por Sistemas Lineares. Um Sistema Linear nada mais é do que um conjunto de Equações Lineares (construídas a partir dos dados de um problema com mais de uma variável). A solução para um Sistema Linear é, igualmente, a solução de todas as Equações Lineares.

Dado que os problemas de blendagem de minérios são operações que adotam diversas variáveis e múltiplas restrições simultaneamente, a forma mais adequada de se trabalhar corresponde a sua montagem na forma padrão de PL. Seguindo os preceitos da figura 15, os problemas são modelados na seguinte forma:

a) encontrar os valores de  $x_1, x_2, \dots, x_n$  que minimizarão ou maximizarão o objetivo:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad \text{Eq. (5)}$$

b) sujeito às restrições:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n (\leq)(\geq)(=)b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n (\leq)(\geq)(=)b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n (\leq)(\geq)(=)b_m \end{cases} \quad \text{Eq. (6)}$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \text{ (restrições de não negatividade)} \quad \text{Eq. (7)}$$

Onde:

$Z$  = Função Objetivo

$c_j$  = É a constante da  $j$ -ésima variável da função objetivo ( $j = 1, 2, \dots, n$ );

$x_j$  = Variáveis de decisão ( $j = 1, 2, \dots, n$ );

$a_{ij}$  = É a constante da  $i$ -ésima restrição da  $j$ -ésima variável ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ );

$b_i$  = Termo independente, ou seja, a quantidade de recursos disponíveis da  $i$ -ésima restrição ( $i = 1, 2, \dots, m$ );

Considerando a equação 6, haverá somente um dos símbolos de igualdade ou desigualdade ( $\leq$ )( $\geq$ )( $=$ ) em cada linha do sistema no momento da resolução, dependendo da finalidade do objetivo buscado. A função linear apresentada na equação 5 é chamada de função objetivo. As igualdades ou desigualdades apresentadas na equação 6 são chamadas de restrições. E a equação 7 refere-se à restrição de não negatividade, ou seja, as variáveis não podem adotar valores menores que zero, pois não há, por exemplo, lucro negativo, ou volume negativo, quantidade negativa ou qualquer outro resultado desejado com valor negativo. Desse modo, garante-se que o modelo vai responder com valores de zero ou maiores que zero.

Um problema padrão de PL também pode ser expresso em forma de matrizes. Assim, considerando as equações da Eq. (8), Eq. (9), temos:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad \text{Eq. (8)}$$

Sujeita às restrições:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (9)}$$

A forma matricial adotada neste trabalho é facultativa, pois podemos resolver diretamente a partir da forma padrão, sendo preferida aqui apenas para melhor compreensão da metodologia e construção do sistema. Entendemos que a forma mais

adequada de resolução desse tipo de sistema é pelo Método Simplex, cuja lógica foi abordada no item 2.3.3. Entretanto, no campo da mineração a resolução manual desse modelo é inviável, haja visto que para uma tomada de decisão satisfatória é necessário a simulação de diversos cenários. Para isso, fazemos uso das ferramentas de linguagem programação que automatizam nosso trabalho. Nesse estudo, adotamos a linguagem de programação Python, onde a resolução pelo método Simplex se dá pela função de otimização **Linprog**. A sintaxe genérica da função Linprog é expressa algebricamente nas equações 10 e 11, considerando as matrizes A, X e C apresentadas.

$$\min c_n \cdot x_n \quad \text{Eq. (10)}$$

Sujeito a:

$$A \cdot x_n \leq b_m \quad \text{Eq. (11)}$$

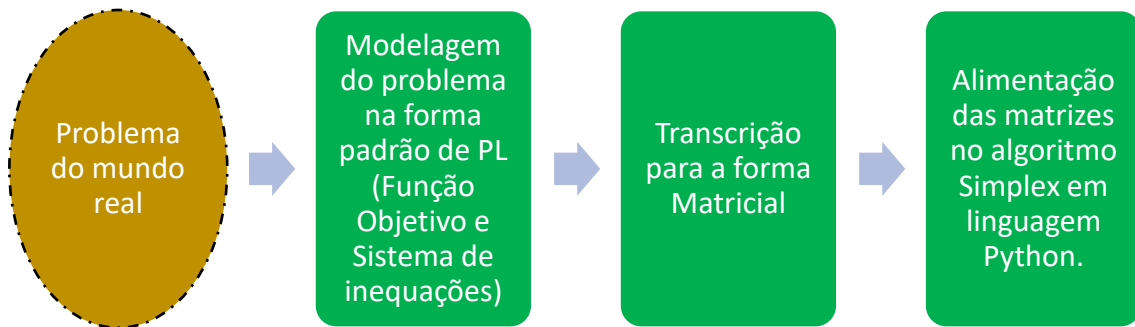
$$x_n \geq 0$$

Em que,  $c_n$  é uma matriz unidimensional que contém as constantes da função objetivo. **A** é uma matriz bidimensional, contendo os valores de  $a_{mn}$ , que multiplica os valores  $x_n$  da matriz unidimensional **X**. Essa relação deve ser menor ou igual a matriz unidimensional **B** das variáveis independentes  $b_m$ . Em todo caso,  $x_n$  são variáveis de decisão do processo e não admitem valores menores que zero (não negatividade).

No caso da blendagem de minérios, devemos ainda considerar que as tonelagens disponíveis devem atender a um total desejado e, portanto, há a necessidade de se implementar uma **restrição de totalidade**, em que o somatório das tonelagens (de frentes e/ou pilhas) deve ter valor menor ou igual a tonelagem desejada.

Em resumo, a modelagem do problema corresponde aos seguintes passos (cor verde) no fluxograma da figura 16:

Figura 16. Modelagem matemática do problema do mundo real.

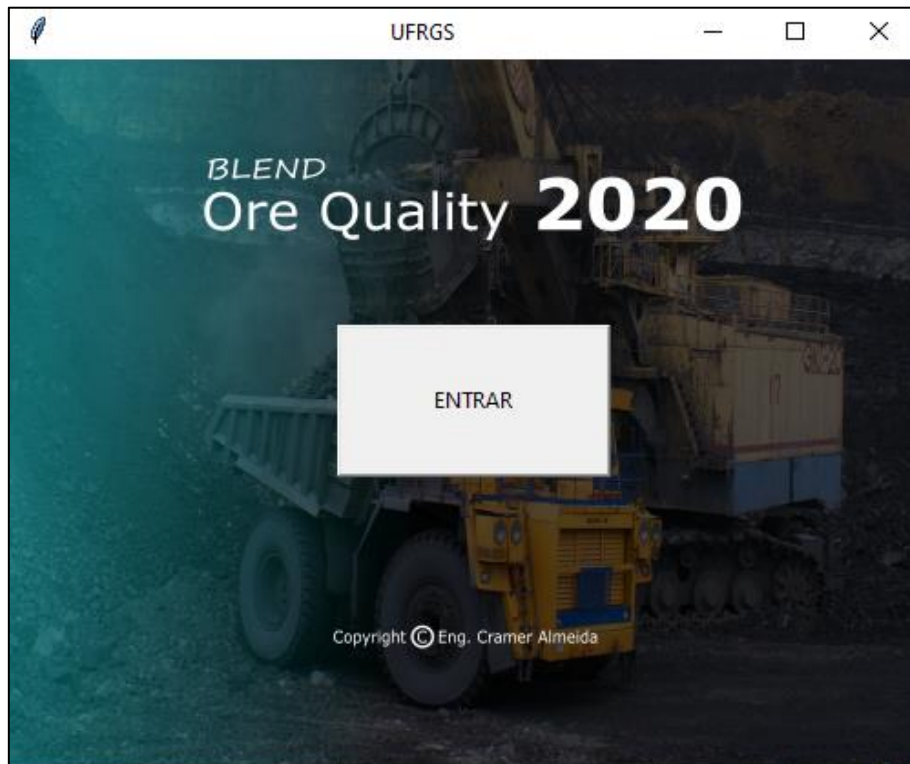


Fonte: Elaboração própria

### 3.3 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Nesta etapa, apresentamos o programa Ore Quality 2020, criado para solucionar os problemas típicos de blendagem em mineração, tendo como base o algoritmo do método Simplex. Assim, na figura 17, temos a interface de acesso e na figura 18, temos a interface de trabalho.

Figura 177. Interface de acesso do Programa Ore Quality 2020



Fonte: Elaboração própria

Barra dos botões de inserção

Figura 18. Interface de entradas do Ore Quality 2020

Barra dos botões de ação

Barra de resultados

Área para cálculo de blendagem

Área para cálculo de Meta

ORE QUALITY 2020

1 FRENTE 2 FRENTEs 3 FRENTEs 4 FRENTEs 5 FRENTEs 6 FRENTEs  
1 PILHA 2 PILHAS 3 PILHAS 4 PILHAS 5 PILHAS 6 PILHAS

INTRODUZIR META RETIRAR FRENTEs RETIRAR PILHAS RETIRAR META

GRAVAR

CALCULAR BLEND

GERAR RELATÓRIO BLEND

CALCULAR META

GERAR GRÁFICO

GERAR RELATÓRIO META

Elementos considerados E1 E2 E3 E4

FRENTEs

Teores dos elementos nas frentes disponíveis

	Frente A	Frente B	Frente C	Frente D	Frente E	Frente F
Elemento 1	0	0	0	0	0	0
Elemento 2	0	0	0	0	0	0
Elemento 3	0	0	0	0	0	0
Elemento 4	0	0	0	0	0	0
Toneladas (t)	0	0	0	0	0	0

PILHAS

Teores dos elementos nas pilhas disponíveis

	Pilha A	Pilha B	Pilha C	Pilha D	Pilha E	Pilha F
Elemento 1	0	0	0	0	0	0
Elemento 2	0	0	0	0	0	0
Elemento 3	0	0	0	0	0	0
Elemento 4	0	0	0	0	0	0
Toneladas (t)	0	0	0	0	0	0

Intervalo dos teores admissíveis na composição final

	Elemento 1	Elemento 2	Elemento 3	Elemento 4
Teor máximo %	0	0	0	0
Teor mínimo %	0	0	0	0

Qtd total desejada (t) 0

Características dos Equipamentos

Nº de caminhões 0

Capacidade caminhão (t) 0

Nº de escavadeiras carregadeiras 0

Capacidade escavadeira carregadeira (t) 0

Características de Trajeto

Distância (m) 0

Velocidade média caminhão carregado (km/h) 0

Velocidade média caminhão vazio (km/h) 0

Regime de Trabalho

Nº de turnos 0

Horas de trabalho por turno (h) 0

Eficiência Operacional (%) 0

RESULTADO PARA FRENTEs DE LAVRA

RESULTADO PARA PILHAS

RESULTADO PARA COMPOSIÇÃO FINAL

RESULTADO PARA META DE PRODUTIVIDADE

Universidade Federal do Rio Grande do Sul



O Ore Quality 2020 foi desenvolvido especificamente para cálculos de operações de blendagem a partir de teores presentes em frentes de lavra e pilhas de minérios. Pode-se trabalhar com blendagem de até seis frentes de lavra ou somente com blendagem de até seis pilhas de estoque de minérios ou com ambas simultaneamente em diferentes quantidades. Tanto para frentes quanto para pilhas, as variáveis alimentadas são os teores presentes e as toneladas disponíveis para a mistura (para que seja previamente verificado se as toneladas disponíveis nas origens atendem à massa desejada para o período). Ainda, deve-se alimentar os limites da faixa de teores (máximo e mínimo) que se deseja obter no produto final.

O software possibilita, também, o cálculo do tempo para que a operação de blendagem seja concluída. Desta forma, os resultados são expressos na barra de resultados separadamente de quatro modos:

- **Resultados para frentes de lavra:** expressa as massas de cada frente de lavra que devem ser misturadas.
- **Resultado para pilhas de minérios:** expressa as massas de cada pilha de minério que devem ser misturadas.
- **Resultado para a composição final:** expressa a composição do produto final após as operações de blendagem
- **Resultado para meta de produtividade:** expressa o tempo de ciclo da operação (caminhão + escavadeira) e o tempo para o seu cumprimento em minutos, horas e dias.

### 3.4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

O resultado para blendagem corresponde às quantidades mássicas (em toneladas) que devem ser retiradas das frentes/pilhas para que sejam misturadas e obtida a quantidade desejada conforme as restrições de teores exigidos. O cálculo desses resultados é feito por meio de uma rotina baseada no método Simplex de resolução. Esses resultados apresentados expressam a obediência à qualidade do lote pedido. Assim, será obtida a quantidade mássica (lote) que respeita as restrições de teores especificados resultando na qualidade (desejada).

Já o resultado para cumprimento da Meta de Produtividade corresponde ao tempo que a mineradora levará para compor o lote de minério solicitado. O software fornece o

tempo para atingimento da meta de produção em três formas diferentes: em minutos (para pequenas metas), em horas e em dias. Para estes todos esses resultados, o operador pode alimentar a velocidade adotada no trajeto, bem como o regime de trabalho adotado. Esse resultado está baseado em um tempo de ciclo total (TT) para a realização de uma operação de carga e descarga, tanto de escavadeira quanto de caminhão.

O tempo total do ciclo total (TT) corresponde ao somatório da totalidade dos tempos de ciclos da(s) escavadeira(s) ( $T_{ce}$ ) para carregamento, dos tempos de ciclos dos caminhões, incluindo os tempos de manobra ( $T_{ccm}$ ), de descarregamento ( $T_{ccd}$ ) e o tempo de ida e volta no trecho percorrido ( $T_{iv}$ ), conforme apresentado na equação 12:

$$TT = T_{ce} + T_{ccm} + T_{ccd} + T_{iv} \quad \text{Eq. (12)}$$

O TT é inversamente proporcional ao número de caminhões ou escavadeiras, bem como suas capacidades. Assim se aumentarmos quaisquer dessas variáveis teremos uma diminuição no TT, mas este aumenta conforme aumenta a distância média a ser percorrida. O tempo total da operação, o qual chamamos de meta de produtividade, vai variar conforme o tempo total do ciclo total, o regime de trabalho adotado na empresa (nº de turnos e horas de trabalho por turno), bem como a eficiência da operação - Eficiência Operacional (EO). A EO corresponde a porcentagem de tempo efetivamente utilizado dos equipamentos para o trabalho em relação ao tempo que ficaram disponíveis para uso, como mostrado na equação 13:

$$EO = \left( \frac{\text{Tempo Trabalhado}}{\text{Tempo Disponível}} \right) \cdot 100 \quad \text{Eq. (13)}$$

Esses resultados trazem o tempo total da meta de produtividade a qual é convertida para minutos, horas e dias. Esses resultados podem ser visualizados na própria barra de resultados do software quanto por meio de relatórios emitidos (formato PDF) ou graficamente quanto a relação meta (tonelagem) x dias. Todo esse processo é realizado a partir da interface do programa, podendo simular diferentes cenários.

### 3.5 APLICAÇÃO METODOLÓGICA

Para ilustrar a aplicabilidade da metodologia e a funcionalidade do programa, foram criados exemplos com características específicas para dois modelos de empreendimento, apresentados nas situações I e II. Na situação I trabalharemos com blendagem de frentes de lavra e na situação II trabalharemos com blendagem de frentes de lavra e pilhas de estoque de minério simultaneamente.

#### 3.5.1 SITUAÇÃO I

DETERMINAÇÃO DAS QUANTIDADES (TONELADAS) PARA BLENDAGEM A PARTIR DE TEORES E QUANTIDADES DISPONÍVEIS EM DUAS FRENTE DE LAVRA.

#### Problema do mundo real e modelagem

Inicialmente, supomos que uma empresa mineradora dispõe de dois tipos de minério de alumínio (bauxita), A e B, proveniente de frentes de lavra diferentes com as composições apresentadas na tabela 3:

*Tabela 3. Elementos e Teores da Situação I*

ELEMENTOS	BAUXITA	
	A	B
Alumina ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )	55%	50%
Hematita ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ )	13,2%	23,8%
Sílica ( $\text{SiO}_2$ )	5%	15%
Anatásio ( $\text{TiO}_2$ )	3%	8%
Toneladas	500.000	600.000

*Fonte: Elaboração Própria.*

E que essa mineradora receba o pedido para disponibilizar 400.000 t de bauxita com a composição conforme apresentada na tabela 4:

Tabela 4. Teores solicitados da Situação I

	Alumina (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	Hematita (Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	Sílica (SiO <sub>2</sub> )	Anatásio (TiO <sub>2</sub> )
<b>Teor Máximo</b>	70%	15%	8%	5%
<b>Teor Mínimo</b>	50%	0%	0%	0%

Fonte: Elaboração Própria.

Deste modo, pergunta-se: quais as quantidades de minério de bauxita A e bauxita B a empresa deve combinar para atender a demanda desse pedido? E em qual tempo será completada essa meta se a mineradora dispõe de 5 caminhões (20 t) e 2 escavadeiras (4 t) considerando uma distância de 2km entre área de blendagem e as frentes de lavra?

Solução:

O problema apresentado apresenta mais de uma incógnita que recai em um sistema de tabela (ou matrizes), sendo um típico problema de Sistema Linear. Assim, um conjunto de Equações Lineares (Sistema Linear) é passível de resolução pelo Método Simplex (metodologia implementada no Ore Quality 2020). Neste caso, devemos considerar a restrição de qualidade solicitada na blendagem de minérios.

Inicialmente, com os dados da tabela 4, calculamos a restrição quantitativa (limite máximo e limite mínimo) para cada uma das variáveis no produto final:

Para o **Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>**, temos:

$$\text{Máx: } 400.000 \text{ t} \times 0,7 = 280.000 \text{ t}$$

$$\text{Min: } 400.000 \text{ t} \times 0,5 = 200.000 \text{ t}$$

Para o **Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>**, temos:

$$\text{Máx: } 400.000 \text{ t} \times 0,15 = 60.000 \text{ t}$$

$$\text{Min: } 400.000 \text{ t} \times 0 = 0 \text{ t}$$

Para o **SiO<sub>2</sub>**, temos:

$$\text{Máx: } 400.000 \text{ t} \times 0,08 = 32.000 \text{ t}$$

$$\text{Min: } 400.000 \text{ t} \times 0 = 0 \text{ t}$$

Para o **TiO<sub>2</sub>**, temos:

$$\text{Máx: } 400.000 \text{ t} \times 0,05 = 20.000 \text{ t}$$

$$\text{Min: } 400.000 \text{ t} \times 0 = 0 \text{ t}$$

Com os dados da tabela 3, e os limites encontrados de cada elemento, temos o seguinte sistema de restrições (forma padrão de PL):

$$\text{Função Objetivo: Minimizar } A + B$$

$$\text{Eq. (10)}$$

Restrições:

Eq. (11)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Restrição de totalidade: } A + B = 400.000 \text{ t} \\ \text{Restrição Máx. para o } Al_2O_3: \quad A \cdot 0,55 + B \cdot 0,5 \leq 280.000 \text{ t} \\ \text{Restrição Min. para o } Al_2O_3: \quad A \cdot 0,55 + B \cdot 0,5 \geq 200.000 \text{ t} \\ \text{Restrição Máx. para o } Fe_2O_3: \quad A \cdot 0,132 + B \cdot 0,238 \leq 32.000 \text{ t} \\ \text{Restrição Min. para o } Fe_2O_3: \quad A \cdot 0,132 + B \cdot 0,238 \geq 0.000 \text{ t} \\ \text{Restrição Máx. para o } SiO_2: \quad A \cdot 0,05 + B \cdot 0,15 \leq 60.000 \text{ t} \\ \text{Restrição Min. para o } SiO_2: \quad A \cdot 0,05 + B \cdot 0,15 \geq 0.000 \text{ t} \\ \text{Restrição Máx. para o } TiO_2: \quad A \cdot 0,03 + B \cdot 0,08 \leq 20.000 \text{ t} \\ \text{Restrição Min. para o } TiO_2: \quad A \cdot 0,03 + B \cdot 0,08 \geq 0.000 \text{ t} \\ \text{Não negatividade: } A \geq 0 \\ \text{Não Negatividade: } B \geq 0 \end{array} \right.$$

As restrições de não negatividade são aplicadas para evitar a geração de quantidades mássicas negativas, por razões óbvias. Assim, essas variáveis devem ser positivas e o resultado também um valor positivo ( $\geq 0$ )

A função objetivo é de minimizar o teor, dentro dos limites estabelecidos, pois a ideia é entregar a quantidade mássica determinada com o menor valor do teor de minério de interesse (alumina) pelo valor já pactuado em contrato. Deste modo, estaremos melhorando o aproveitamento do depósito e não entregando mais teor do que o necessário para o cliente, sem que haja uma contrapartida financeira para essa diferença a maior. Assim, essa implementação é mostrada na figura 19.

## Implementação do problema no Ore Quality 2020 e apresentação dos resultados

Figura 19. Blendagem e resultados da situação I

ORE QUALITY 2020
— □ ×

1 FRENTE

2 FRENTE

3 FRENTE

4 FRENTE

5 FRENTE

6 FRENTE

INTRODUZIR META

RETIRAR FRENTE

RETIRAR PILHA

RETIRAR META

1 PILHA

2 PILHA

3 PILHA

4 PILHA

5 PILHA

6 PILHA

GRAVAR

CALCULAR BLEND

GERAR RELATÓRIO BLEND

CALCULAR META

GERAR GRÁFICO

GERAR RELATÓRIO META

Elementos considerados ALUMINA HEMATITA SÍLICA ANATÁSIO

FRENTE Teores dos elementos nas frentes disponíveis
 

	Frente A	Frente B
ALUMINA	55	50
HEMATITA	13.2	23.8
SÍLICA	5	15
ANATÁSIO	3	8

Toneladas (t)

Intervalo dos teores admissíveis na composição final
 

	ALUMINA	HEMATITA	SÍLICA	ANATÁSIO
Teor máximo %	<input style="width: 50px;" type="text" value="70"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="15"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="8"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="5"/>
Teor mínimo %	<input style="width: 50px;" type="text" value="50"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="0"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="0"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="0"/>

Qtd total desejada (t)

Características dos Equipamentos
 

Nº de caminhões	<input style="width: 50px;" type="text" value="5"/>
Capacidade caminhão (t)	<input style="width: 50px;" type="text" value="20"/>
Nº de escavadeiras carregadeiras	<input style="width: 50px;" type="text" value="2"/>
Capacidade escavadeira carregadeira (t)	<input style="width: 50px;" type="text" value="4"/>

Características de Trajeto
 

Distância (m)	<input style="width: 50px;" type="text" value="2000"/>
Velocidade média caminhão carregado (km/h)	<input style="width: 50px;" type="text" value="15"/>
Velocidade média caminhão vazio (km/h)	<input style="width: 50px;" type="text" value="20"/>

Regime de Trabalho
 

Nº de turnos	<input style="width: 50px;" type="text" value="3"/>
Horas de trabalho por turno (h)	<input style="width: 50px;" type="text" value="7.6"/>
Eficiência Operacional (%)	<input style="width: 50px;" type="text" value="85"/>

RESULTADO PARA FRENTE DE LAVRA
 

Optimization terminated successfully:  
 FRENTE A: 384.391,01 t | RESTANTE: 115.608,99 t  
 FRENTE B: 15.608,99 t | RESTANTE: 584.391,01 t

RESULTADO PARA PILHAS

RESULTADO PARA COMPOSIÇÃO FINAL
 

ALUMINA : 54.80%  
 HEMATITA : 13.61%  
 SÍLICA : 5.39%  
 ANATÁSIO : 3.20%

RESULTADO PARA META DE PRODUTIVIDADE
 

TEMPO TOTAL DO CICLO  
 (IDA E VOLTA): 18.50 minutos  
  
 TEMPO P/ CUMPRIMENTO DA META:  
 44677.50 minuto(s) ou  
 744.63 hora(s) ou  
 31 dia(s)

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Na figura 19, as marcações em laranja referem-se aos campos da blendagem e as marcações em azul referem-se aos campos da meta. Na área de cálculo da blendagem, as frentes A e B foram alimentadas com os **teores** das espécies minerais informadas, bem como as suas faixas de teores admissíveis na composição do produto final e a tonelagem total desejada (400.000 t). Na área de cálculo da meta, foram alimentadas variáveis referentes às características dos equipamentos, do trajeto e o regime de trabalho adotado na operação. Deste modo, o software nos retornou os seguintes resultados:

- **Resultados para Frentes de Lavra**

FRENTE A: 384.391,01 t | RESTANTE: 115.608,99 t

FRENTE B: 15.608,99 t | RESTANTE: 584.391,01 t

- **Resultados para composição final**

ALUMINA: 54,80%

HEMATITA: 13,61%

SÍLICA: 5,39%

ANATASE: 3,20%

- **Resultados para meta de produtividade**

TEMPO TOTAL DO CICLO (IDA E VOLTA): 18.50 minutos

TEMPO PARA CUMPRIMENTO DA META:

44.677,5 minutos ou 744,6 horas ou 31 dias

No resultado da meta de produtividade foi considerado o regime de trabalho de três turnos de trabalho, sendo cada turno de 7 horas e 40min (=7.6 h).

### 3.5.2 SITUAÇÃO II

DETERMINAÇÃO DAS QUANTIDADES (TONELADAS) PARA BLENDEGEM A PARTIR DE TEORES E QUANTIDADES DISPONÍVEIS EM DUAS FRENTES DE LAVRA E QUATRO PILHAS DE MINÉRIOS DO ESTOQUE.

#### **Problema do mundo real e modelagem**

A Situação II apresenta um exemplo de composição da produção com os teores e massas provenientes de quatro pilhas de minérios de ferro e duas frentes de lavra presentes em uma mineradora. O ferro é geralmente utilizado para fins de composição metálica e por isso torna-se o elemento de interesse nas indústrias, sendo os elementos como silício, alumínio e fósforo considerados elementos contaminantes e prejudicam a qualidade do metal. Assim sendo, suponhamos que essa empresa mineradora dispõe dessas seis toneladas de minério, em que os teores desses elementos estão apresentados na tabela 5.

*Tabela 5. Elementos e Teores da Situação II.*

ELEMENTOS	FRENTES	
	A	B
<b>Ferro (Fe)</b>	65%	62%
<b>Silício (Si)</b>	4%	6%
<b>Alumínio (Al)</b>	2%	4%
<b>Fósforo (P)</b>	1%	3%
<b>Toneladas de cada frente (t)</b>	1.000	1.000

*Fonte: Elaboração Própria.*

*Tabela 6. Elementos e Teores da Situação II.*

ELEMENTOS	PILHA			
	A	B	C	D
<b>Ferro (Fe)</b>	57%	62%	68%	65%
<b>Silício (Si)</b>	2%	5%	2%	3%
<b>Alumínio (Al)</b>	2%	2%	2%	4%
<b>Fósforo (P)</b>	1%	2%	0.3%	0.5%
<b>Toneladas de cada pilha (t)</b>	1.000	1.000	1.000	1.000

*Fonte: Elaboração Própria.*



Essa mineradora precisa de 1.000 toneladas de minério para atender uma demanda com a composição dentro das faixas de teores conforme apresentado na tabela 7.

Tabela 7. Teores solicitados da Situação II.

	<b>Ferro (Fe)</b>	<b>Silício (Si)</b>	<b>Alumínio (Al)</b>	<b>Fósforo (P)</b>
<b>Teor Máximo</b>	70%	3%	2%	1%
<b>Teor Mínimo</b>	60%	0%	0%	0%

Fonte: Elaboração Própria.

Deste modo, quais quantidades das frentes de lavra e das pilhas a empresa deve blendar para fornecer as 1.000 t de minério com os teores pedidos? E em quanto tempo a mineradora levará para efetuar essa operação, considerando que ela tem disponível 3 caminhões de 20t de carga (velocidade carregado de 15 km/h e velocidade vazio de 20 km/h) e 1 escavadeira (capacidade de carga 4 t), considerando uma distância média a ser percorrida de 1km ?

Solução:

Novamente, verificamos que se trata de problema típico de Pesquisa Operacional, em que formulamos um sistema linear para a sua resolução. As restrições quantitativas de cada elemento são calculadas, com dados da tabela 7, do seguinte modo:

Para o **Fe**, temos:

$$\text{Máx: } 1.000 \text{ t} \times 0,70 = 700\text{t}$$

$$\text{Min: } 1.000 \text{ t} \times 0,60 = 600 \text{ t}$$

Para o **Al**, temos:

$$\text{Máx: } 1.000 \text{ t} \times 0,02 = 20 \text{ t}$$

$$\text{Min: } 1.000 \text{ t} \times 0 = 0 \text{ t}$$

Para o **Si**, temos:

$$\text{Máx: } 1.000 \text{ t} \times 0,03 = 30 \text{ t}$$

$$\text{Min: } 1.000 \text{ t} \times 0 = 0 \text{ t}$$

Para o **P**, temos:

$$\text{Máx: } 1.000 \text{ t} \times 0,01 = 10 \text{ t}$$

$$\text{Min: } 1.000 \text{ t} \times 0 = 0 \text{ t}$$

Para fins didáticos, as quantidades de blendagem (variáveis de decisão) das frentes de lavra serão representadas por A e B e das pilhas por C, D, E e F. Assim, temos o seguinte sistema de restrições:

$$\text{Função Objetivo: } \text{Minizar } A + B + C + D + E + F$$

Eq. (12)

Restrições:

Eq. (13)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Restrição de totalidade : } A + B + C + D + E + F = 1.000 t \\ \text{Restrição Máx. para o Fe : } A. 0,65 + B. 0,62 + C. 0,57 + D. 0,62 + E. 0,68 + F. 0,65 \leq 700 t \\ \text{Restrição Min. para o Fe : } A. 0,65 + B. 0,62 + C. 0,57 + D. 0,62 + E. 0,68 + F. 0,65 \geq 600 t \\ \text{Restrição Máx. para o Si : } A. 0,04 + B. 0,06 + C. 0,02 + D. 0,05 + E. 0,02 + F. 0,03 \leq 30 t \\ \text{Restrição Min. para o Si : } A. 0,04 + B. 0,06 + C. 0,02 + D. 0,05 + E. 0,02 + F. 0,03 \geq 0 t \\ \text{Restrição Máx. para o Al : } A. 0,02 + B. 0,04 + C. 0,02 + D. 0,02 + E. 0,02 + F. 0,04 \leq 20 t \\ \text{Restrição Min. para o Al : } A. 0,02 + B. 0,04 + C. 0,02 + D. 0,02 + E. 0,02 + F. 0,04 \geq 0 t \\ \text{Restrição Máx. para o P : } A. 0,01 + B. 0,03 + C. 0,01 + D. 0,02 + E. 0,003 + F. 0,005 \leq 10 t \\ \text{Restrição Min. para o P : } A. 0,01 + B. 0,03 + C. 0,01 + D. 0,02 + E. 0,003 + F. 0,005 \geq 0 t \\ \text{Não Negatividade: } A \geq 0 \\ \text{Não Negatividade: } B \geq 0 \\ \text{Não Negatividade: } C \geq 0 \\ \text{Não Negatividade: } D \geq 0 \\ \text{Não Negatividade: } E \geq 0 \\ \text{Não Negatividade: } F \geq 0 \end{array} \right.$$

As restrições de não negatividade são aplicadas em virtude de que não existem teores ou quantidades mássicas negativas. Assim, essas variáveis devem ser positivas e o resultado também um valor positivo ou no mínimo igual a zero ( $\geq 0$ ). Novamente, a função objetivo é de minimizar, pois a ideia é vender a menor quantidade de minério com o mínimo teor de interesse (ferro) pelo mesmo valor já pactuado em contrato. Deste modo estaremos rentabilizando o depósito. A figura 20 retrata essas implementações.

## Implementação do problema no Software

Figura 20. Blendagem e resultados da Situação II

ORE QUALITY 2020

1 FRENTE 2 FRENTE 3 FRENTE 4 FRENTE 5 FRENTE 6 FRENTE INTRODUZIR META RETIRAR FRENTE RETIRAR PILHAS RETIRAR META

1 PILHA 2 PILHAS 3 PILHAS 4 PILHAS 5 PILHAS 6 PILHAS

GRAVAR

CALCULAR BLEND

GERAR RELATÓRIO BLEND

CALCULAR META

GERAR GRÁFICO

GERAR RELATÓRIO META

Elementos considerados FERRO SILÍCIO ALUMÍNIO FÓSFORO

FRENTE Teores dos elementos nas frentes disponíveis

	Frente A	Frente B
FERRO	65	62
SILÍCIO	4	6
ALUMÍNIO	2	4
FÓSFORO	1	3
Toneladas (t)	1000	1000

PILHAS Teores dos elementos nas pilhas disponíveis

	Pilha A	Pilha B	Pilha C	Pilha D
FERRO	57	62	68	65
SILÍCIO	2	5	2	3
ALUMÍNIO	2	2	2	4
FÓSFORO	1	2	0.3	0.5
Toneladas (t)	1000	1000	1000	1000

Intervalo dos teores admissíveis na composição final

	FERRO	SILÍCIO	ALUMÍNIO	FÓSFORO
Teor máximo %	70	3	2	1
Teor mínimo %	60	0	0	0
Qtd total desejada (t)	1000			

Características dos Equipamentos

Nº de caminhões 3

Capacidade caminhão (t) 20

Nº de escavadeiras carregadeiras 1

Capacidade escavadeira carregadeira (t) 4

Características de Trajeto

Distância (m) 1000

Velocidade média caminhão carregado (km/h) 15

Velocidade média caminhão vazio (km/h) 20

Regime de Trabalho

Nº de turnos 3

Horas de trabalho por turno (h) 7.6

Eficiência Operacional (%) 90

RESULTADO PARA FRENTE DE LAVRA

Optimization terminated successfully.  
FRENTE A: 144,04 t | RESTANTE: 858,96 t  
FRENTE B: 0,00 t | RESTANTE: 1.000,00 t

RESULTADO PARA PILHAS

Optimization terminated successfully.  
PILHA A: 270,82 t | RESTANTE: 729,18 t  
PILHA B: 48,00 t | RESTANTE: 952,00 t  
PILHA C: 537,13 t | RESTANTE: 462,87 t  
PILHA D: 0,00 t | RESTANTE: 1000,00 t

RESULTADO PARA COMPOSIÇÃO FINAL

FERRO : 64.30%  
SILÍCIO : 2.43%  
ALUMÍNIO : 2.00%  
FÓSFORO : 0.67%

RESULTADO PARA META DE PRODUTIVIDADE

TEMPO TOTAL DO CICLO (IDA E VOLTA): 11.50 minutos

TEMPO P/ CUMPRIMENTO DA META:  
221.38 minuto(s) ou  
3.69 hora(s) ou  
0 dia(s)

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Na figura 20, as marcações em laranja referem-se aos campos da blendagem e as marcações em azul referem-se aos campos da meta. Na área de cálculo da blendagem, as frentes e as pilhas foram alimentadas com os **teores** das espécies minerais informadas, bem como as suas faixas de teores admissíveis na composição do produto final e a tonelagem total desejada (1.000 t). Na área de cálculo da meta, foram alimentadas variáveis referentes às características dos equipamentos, do trajeto e o regime de trabalho adotado na operação. Deste modo, o software nos retornou os seguintes resultados:

- **Resultados para Frentes de Lavra**

FRENTE A: 144,04 t | RESTANTE: 855,96 t

FRENTE B: 0,00 t | RESTANTE: 1.000 t

- **Resultados para pilhas de minérios**

PILHAS A: 270,82 t | RESTANTE: 729,18 t

PILHAS B: 48,00 t | RESTANTE: 952,00 t

PILHAS C: 537,13 t | RESTANTE: 462,87 t

PILHAS D: 0,00 t | RESTANTE: 1.000 t

- **Resultados para composição final**

FERRO: 64,30%

SILÍCIO: 2,43%

ALUMÍNIO: 2,00%

FÓSFORO: 0,67%

- **Resultados para meta de produtividade**

TEMPO TOTAL DO CICLO (IDA E VOLTA): 11.50 minutos

TEMPO PARA CUMPRIMENTO DA META:

221,38 minutos ou 3,69 h ( $\cong$  3 horas e 42 min) ou 0 dias

No resultado da meta de produtividade foi considerado o regime de trabalho de três turnos de trabalho, sendo cada turno de 7 horas e 40min ( $\cong$  7.6 h).

## CAPÍTULO 4

Neste capítulo, será analisado e discutido a respeito da metodologia empregada, do software produzido, bem como dos resultados encontrados. Nesse sentido, seguiremos o roteiro elencando:

- Resultados da situação I
- Gráfico e relatório da situação I
- Resultados da situação II
- Gráfico e relatório da situação II

### 4.1 RESULTADOS DA SITUAÇÃO I

O modelo criado retornou os resultados sumarizados na tabela 8.

Tabela 8. Análise dos resultados situação I

FRENTES DE LAVRA	COMPOSIÇÃO FINAL	META DE PRODUTIVIDADE
Frente A: 384.391,01 t	Alumina: 54,80%	Tempo de ciclo:
Restante A: 115.608,99 t	Hematita: 13,61%	<ul style="list-style-type: none"><li>• 18.50 minutos</li></ul>
Frente B: 15.608,99 t	Sílica: 5,39%	Tempo para cumprimento da meta:
Restante B: 584.391,01 t	Anatase: 3,20%	<ul style="list-style-type: none"><li>• 44.677 minutos ou</li><li>• 744,6 horas ou</li><li>• 31 dias</li></ul>

Fonte: Elaboração própria

A situação I trabalhou com duas frentes de lavra. O resultado encontrado para ambas as frentes, corresponde às quantidades mássicas (t) que a mineradora deverá misturar para que a tonelagem desejada tenha o teor exigido ao final da operação.

Percebe-se, então, que se a mina apresenta (em suas frentes de lavra) teores com características adequadas para atender o produto final, mas deve-se calcular as proporções de combinações das diferentes frentes para obtenção da massa e teores especificados. A mistura pode acontecer de imediato, combinando o material proveniente das frentes de

lavra, resultando em um lote pronto para o transporte. Assim, a aplicação já auxilia diretamente para a tomada dessa decisão na operação de lavra e/ou planejamento de curto prazo. Essa análise traz vantagens imediatas como redução do tempo de planejamento, redução do tempo de operação, dimensionamento adequado dos recursos necessários para executar a produção. Salienta-se ainda a verificação da possibilidade de a operação ocorrer dentro do prazo (ou não), redução de custos pela não utilização de beneficiamento, planejamento para a menor disponibilidade do lote final no pátio, consideração de cenários alternativos de acordo com os propósitos da empresa, entre outros benefícios.

Com esses resultados, também, verifica-se que quase totalidade da quantidade desejada pode ser suprida pela Frente A. Neste caso, como se trata de um grande volume a ser suprido, o engenheiro responsável saberá que mais de 90% da operação será proveniente da Frente A, podendo alocar os equipamentos e recursos em sua maioria para esse setor de lavra. Ainda, são mostradas as tonelagens restantes das frentes A e B as quais podem ser verificadas para atender uma outra necessidade ou um novo pedido de cliente.

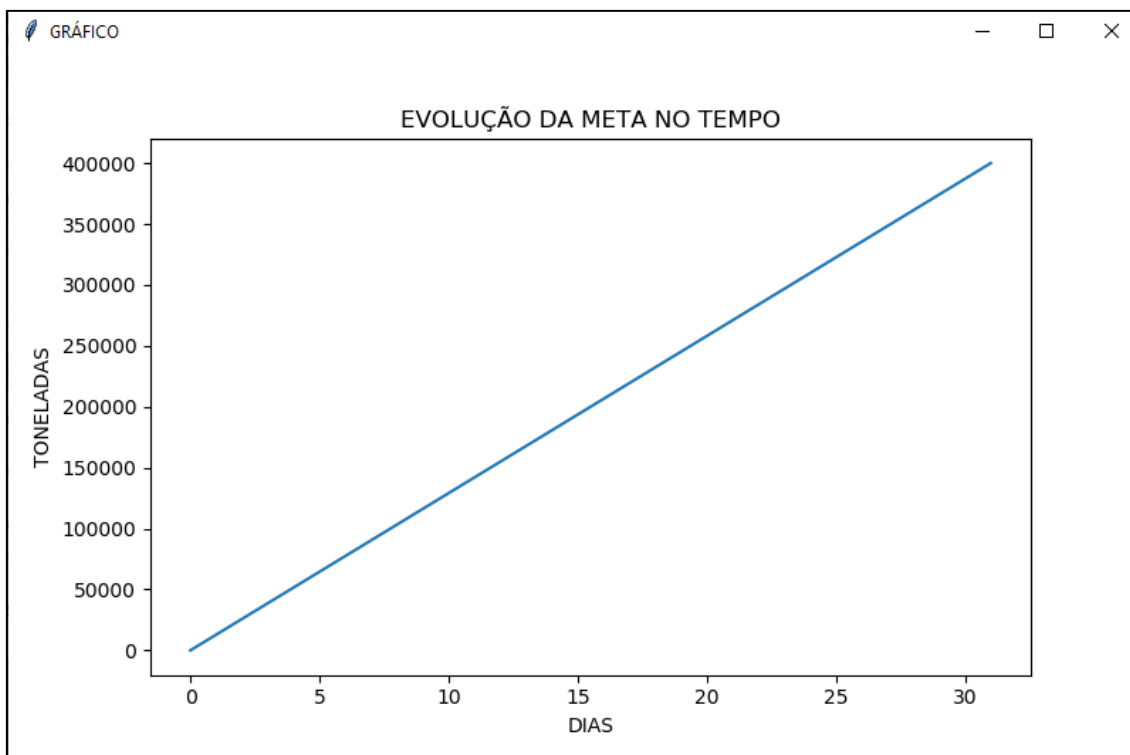
Já a composição final que foi encontrada, corresponde aos menores teores dentro da faixa estipulada encontradas pelo algoritmo. Isso acontece porque a função objetivo do problema tem como meta minimizar o teor, ou seja, de encontrar os menores valores de acordo com as restrições cadastradas e, portanto, de oferecer os menores teores encontrados. Desse modo, o resultado encontrado fornece à mineradora a quantidade desejada com a menor parcela permitida da variável de interesse e que poderá ser enviada ao comprador. Assim, a empresa estará rentabilizando a sua jazida e os ativos de seu estoque.

No resultado da meta de produtividade foi considerado o regime de trabalho de três turnos de trabalho, sendo cada turno de 7 horas e 40min (=7.6 h). Neste caso, é considerado que a mineradora adota um regime de trabalho contínuo, com intervalo de 20 minutos para troca de operadores entre os turnos. O regime de trabalho afeta diretamente o tempo para conclusão da operação de blendagem. Esse regime pode, igualmente, ser personalizado de acordo com o regime considerado ou a operação a ser realizada, obtendo um tempo maior ou menor conforme as características de trabalho.

#### 4.1.1 GRÁFICO DA SITUAÇÃO I

Para avaliarmos a produtividade ao longo do tempo, o programa também retorna uma análise gráfica, conforme mostrado na figura 21.

Figura 21. Gráfico da situação I




Fonte: Elaboração própria

De acordo com a figura 21, as 400.000 t pedidas foram atendidas em 31 dias, aproximadamente. Por se tratar de um problema de uma PL, o gráfico, naturalmente será uma reta. Considerando o cenário proposto, infere-se que com uma maior quantidade de equipamentos a meta será atingida em menor tempo, logicamente, mas o interessante a ser observado é que se pode construir cenários a partir do modelo proposto permitindo, assim, calcular rapidamente qual a frota de equipamentos necessária para atingir uma determinada taxa de produção. Isso permite que sejam facilmente alocados os equipamentos necessários para atender uma demanda de produção em um plano, mensal, trimestral, semestral ou anual. Podem ser feitas alterações no regime de operação, ou na eficiência operacional a partir de dados reais de produtividade dos equipamentos em operação. Portanto, torna-se uma ferramenta extremamente útil no planejamento de curto prazo e tomada de decisões rápidas. Todos esses resultados podem ser apresentados por meio de relatórios que facilitam a divulgação dos resultados entre as pessoas envolvidas no processo.

#### 4.1.2 RELATÓRIOS DA SITUAÇÃO I

O *Ore Quality 2020* fornece dois relatórios acerca das operações de blendagem com frentes de lavra da Situação 1: um dos resultados da blendagem (figura 22) e outro dos resultados de cumprimento da meta (figura 23).

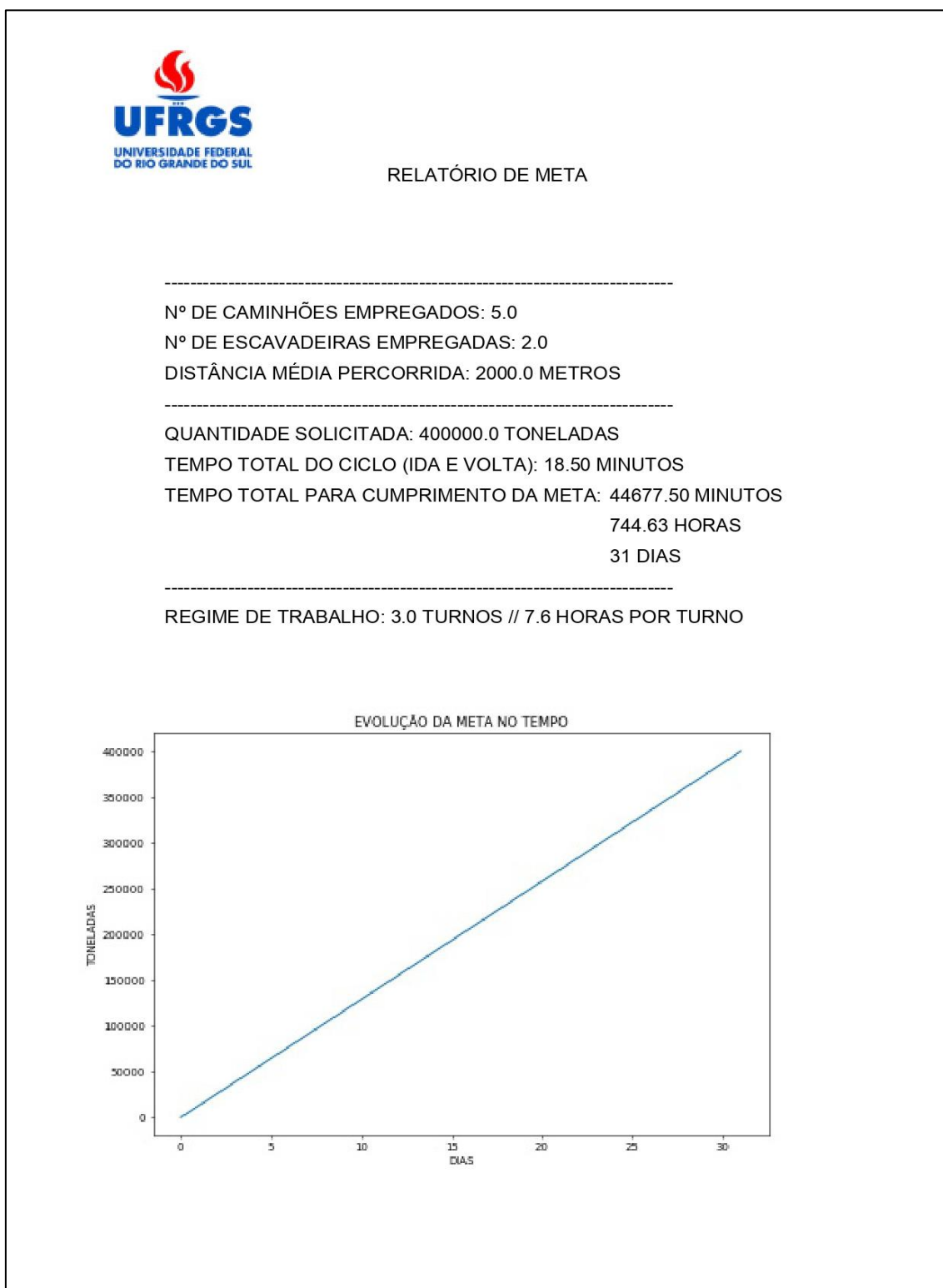
Figura 22. Relatório de blendagem da situação I com 2 frentes

	
<b>RELATÓRIO DE BLENDAGEM (BLEND - ORE QUALITY 2020)</b>	
-----	
COMPOSIÇÃO DAS FRENTES CONSIDERADAS:	
FRENTE A	FRENTE B
ALUMINA: 55.0%	ALUMINA: 50.0%
HEMATITA: 13.2%	HEMATITA: 23.8%
SÍLICA: 5.0%	SÍLICA: 15.0%
ANATÁSIO: 3.0%	ANATÁSIO: 8.0%
-----	
TEORES SOLICITADOS NA MISTURA FINAL:	
MÁXIMO	MÍNIMO
ALUMINA: 70.0%	ALUMINA: 50.0%
HEMATITA: 15.0%	HEMATITA: 0.0%
SÍLICA: 8.0%	SÍLICA: 0.0%
ANATÁSIO: 5.0%	ANATÁSIO: 0.0%
-----	
RESULTADO FINAL DE BLENDAGEM PARA AS FRENTES CONSIDERADAS:	
FRENTE A: 384.391,01 t   RESTANTE: 115.608,99 t	
FRENTE B: 15.608,99 t   RESTANTE: 584.391,01 t	
QUANTIDADE TOTAL DESEJADA: 400.000,00 t	
-----	
COMPOSIÇÃO FINAL DA MISTURA:	
ALUMINA: 54.80 %	
HEMATITA: 13.61 %	
SÍLICA: 5.39 %	
ANATÁSIO: 3.20 %	
RESPONSÁVEL: ENGº DE MINAS CRAMER ALMEIDA	

Fonte: *Elaboração Própria.*



Figura 23. Relatório de meta da situação I



Fonte: Elaboração Própria.

Ambos os relatórios são gerados pelo software no formato PDF (*Portable Document Format*) e incluem as variáveis de entrada e os resultados de saída apresentados pelo software quanto as operações de blendagem com pilhas de minérios. Os dois têm sua

importância no caráter resumitivo do cenário, os quais podem ser apresentados aos supervisores da operação para análises, acompanhamento, questionamentos e projeções.

## 4.2 RESULTADOS DA SITUAÇÃO II

O modelo criado retornou os resultados apresentados na tabela 9.

Tabela 9. Resultado da situação II

<b>FRENTES DE LAVRA</b>	<b>PILHAS DE MINÉRIOS</b>	<b>COMPOSIÇÃO FINAL</b>	<b>META DE PRODUTIVIDADE</b>
Frente A: 144,04 t Restante A: 855,96 t	Pilhas A: 270,82 t Restante A: 729,18 t	Ferro: 64,30% Silício: 2,43% Alumínio: 2,00% Fósforo: 0,67%	Tempo total do ciclo: • 11.50 minutos  Tempo para cumprimento da meta: • 221,38 minutos ou • 3,69 h ( $\cong$ 3 horas e 42 min) ou • 0 dias
Frente B: 0,00 t Restante B: 1.000 t	Pilhas B: 48,00 t Restante B: 952,00 t  Pilhas C: 537,13 t Restante C: 462,87 t  Pilhas D: 0,00 t Restante D: 1.000 t		

Fonte: *Elaboração Própria.*

A situação II trabalhou com duas frentes de lavra e quatro pilhas de minérios. O resultado encontrado para as frentes e para as pilhas correspondem as quantidades mássicas (t) que a mineradora deverá misturar para que a tonelagem desejada tenha o teor exigido ao final da operação.

O intuito era verificar se as frentes e as pilhas disponíveis atendiam às especificações do pedido. Deste modo, a primeira condição a ser satisfeita é com relação as tonelagens das frentes/pilhas e a tonelagem total requerida. É necessário que a soma das tonelagens das frentes e das pilhas totais consideradas seja igual ou superior a tonelagem total pedida. Caso contrário, teremos que os recursos são insuficientes e necessitará preliminarmente de operações extras de modo a acrescentar a quantidade faltante. No caso da situação II, temos que a soma das tonelagens disponíveis das frentes e das pilhas soma 6.000 t, portanto, mais do que suficiente para uma demanda de 1.000 t.

Sendo satisfeita a primeira condição, verificou-se que, após a implementação das características de cada frente e pilha no modelo, apenas a frente A e as pilhas A, B e C serão utilizadas para a blendagem, com suas respectivas contribuições mássicas encontradas. Apesar da frente B ter teor dentro da faixa exigida para o minério de interesse (ferro) e a pilha D ter aceitável para o fósforo (contaminante), ambas não entram na operação de blendagem, pois uma contribuição das suas massas acarretaria um produto final com teores diferentes do desejado nos outros elementos. Mas, poderiam participar de outra operação que possa estar acontecendo paralelamente, juntamente com as tonelagens restantes das frentes e/ou pilhas ou para atender um novo pedido.

Podemos considerar também, que uma determinada frente ou pilha, mesmo tendo teores adequados, podem não participar da blendagem se não tivessem tonelagens disponíveis suficientes. É necessário que ambas as características (tonelagem e teores) sejam atendidas para haver possibilidade de mistura. Assim, por dois motivos uma frente ou uma pilha podem ficar de fora da mistura: ou pela quantidade disponível insuficiente ou pelos teores não adequados. Mas, para a frente A e para a pilha D vemos que se trata do caso de teores inadequados, pois todas as pilhas e frentes possuem a mesma massa inicial (1.000 t). Quando a não participação de uma determinada frente ou pilha ocorrer por falta de tonelagem disponível, antes da blendagem será necessária uma operação extra de modo que acrescente a quantidade faltante. Isso demonstra a necessidade de uma quantidade mínima para que o produto final atinja o teor ou a massa pedida.

Todas essas considerações nos mostram um ganho organizacional dos processos de blendagem, fornecendo ao engenheiro responsável informações para a alocação dos equipamentos necessários (não precisando disponibilizar todos os equipamentos para a realização da tarefa, podendo alocar parte do maquinário para a atender outras

necessidades). Ainda, há um ganho de tempo quando temos as informações de quais frentes/pilhas atenderão ao pedido, sem precisar realizar uma lavra apenas para atender a quantidade. Esse processo, também traz um melhor rendimento quando na utilização da usina de beneficiamento, por exemplo, haja vista que será alimentado já com um produto mais selecionado.

O tempo para cumprimento da meta considera um tempo de ciclo de 11,50 minutos (já considerando a tempo de carregamento pela escavadeira e tempo de ciclo do caminhão para a distância considerada). Essa meta será cumprida em apenas um turno dos operadores, com um tempo mínimo de aproximadamente 3 horas e 35 minutos não totalizando nem um dia de produção. A partir de então, o lote blendado estará pronto para ser transportado e entregue ao cliente. Deste modo, o engenheiro responsável pelo planejamento já poderia alocar os operadores do segundo turno de trabalho em outra tarefa.

#### 4.2.1 GRÁFICO DA SITUAÇÃO II

Para fins didáticos, adotamos dois modelos de PL com características de empreendimento diferentes e padronizamos para as situações I e II. Assim, tivemos notadamente, comportamentos semelhantes. Nesta operação, levou apenas 3 horas e 42 minutos para que a operação fosse concluída, ou seja, em apenas um turno de trabalho foi concluída. Portanto, não há gráfico toneladas x dias, a pesar de sabermos que trata-se de uma operação com comportamento linear, pois nos referimos ao contexto da Programação Linear, onde a função objetivo é uma equação de primeiro grau.

#### 4.2.2 RELATÓRIOS DA SITUAÇÃO II

De posse dos dados apresentados, o Ore Quality 2020 nos fornece dois relatórios, com relação as pilhas: o de resultado de blendagem das pilhas (figura 24) e o de resultados encontrados para a meta (figura 25).

Figura 24. Relatório de blendagem da situação II com 2 frentes e 4 pilhas



RELATÓRIO DE BLENDEMENTO  
(BLEND - ORE QUALITY 2020)

-----  
COMPOSIÇÃO DAS FRENTES E PILHAS CONSIDERADAS

FRENTE A	FRENTE B
FERRO: 65.0%	FERRO: 62.0%
SILÍCIO: 4.0%	SILÍCIO: 6.0%
ALUMÍNIO: 2.0%	ALUMÍNIO: 4.0%
FÓSFORO: 1.0%	FÓSFORO: 3.0%

PILHA A	PILHA B	PILHA C	PILHA D
FERRO: 57.0%	FERRO: 62.0%	FERRO: 68.0%	FERRO: 65.0%
SILÍCIO: 2.0%	SILÍCIO: 5.0%	SILÍCIO: 2.0%	SILÍCIO: 3.0%
ALUMÍNIO: 2.0%	ALUMÍNIO: 2.0%	ALUMÍNIO: 2.0%	ALUMÍNIO: 4.0%
FÓSFORO: 1.0%	FÓSFORO: 2.0%	FÓSFORO: 0.3%	FÓSFORO: 0.5%

-----  
TEORES SOLICITADOS NA MISTURA FINAL:

MÁXIMO	MÍNIMO
FERRO: 70.0%	FERRO: 60.0%
SILÍCIO: 3.0%	SILÍCIO: 0.0%
ALUMÍNIO: 2.0%	ALUMÍNIO: 0.0%
FÓSFORO: 1.0%	FÓSFORO: 0.0%

-----  
RESULTADO FINAL DE BLENDAGEM PARA AS FRENTES E PILHAS CONSIDERADAS

FRENTE A: 144,04 t	REstante: 855,96 t
FRENTE B: 0,00 t	REstante: 1.000,00 t
PILHA A: 270,82 t	REstante: 729,18 t
PILHA B: 48,00 t	REstante: 952,00 t
PILHA C: 537,13 t	REstante: 462,87 t
PILHA D: 0,00 t	REstante: 1.000,00 t

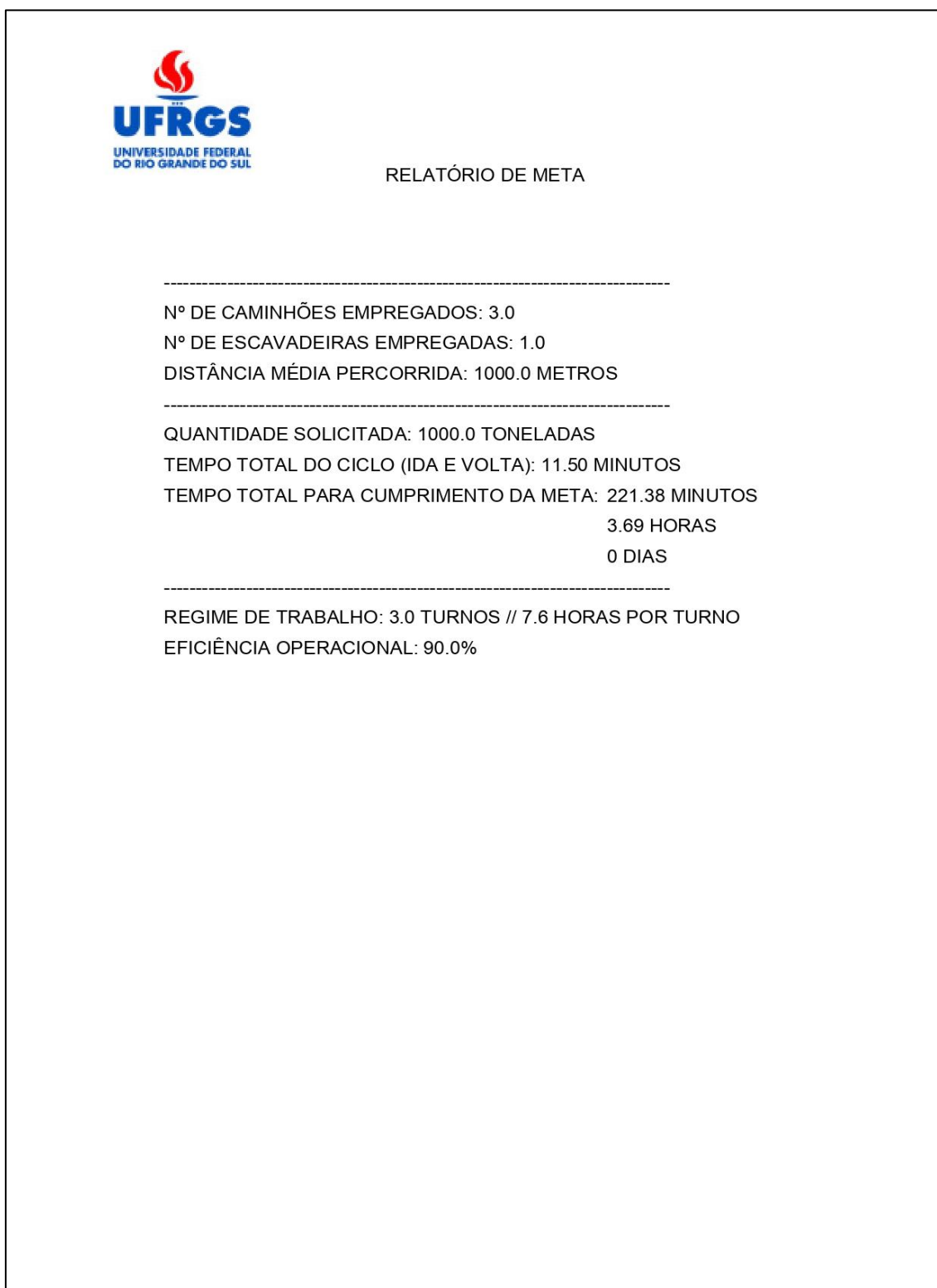
QUANTIDADE TOTAL DESEJADA: 1.000,00 t

-----  
COMPOSIÇÃO FINAL DA MISTURA:

FERRO: 64.30 %  
SILÍCIO: 2.43 %  
ALUMÍNIO: 2.00 %  
FÓSFORO: 0.67 %  
RESPONSÁVEL: ENGº DE MINAS CRAMER ALMEIDA

Fonte: Elaboração própria

Figura 25. Relatório de meta da situação II.



Fonte: Elaboração própria

Ambos os relatórios são gerados pelo software no formato PDF (*Portable Document Format*) e incluem as variáveis de entrada e os resultados de saída apresentados pelo software quanto as operações de blendagem com pilhas de minérios. Os dois têm sua

importância no caráter resumitivo do cenário, os quais podem ser apresentados para o corpo de colaboradores interessados na operação para análises, questionamentos e projeções.

### **4.3 COMPARATIVO ENTRE AS SITUAÇÕES I E II**

Tanto a situação I quanto a situação II, apesar de serem de fácil entendimento, apresentam uma extensa resolução manual (o que justifica a adoção de um *software*). Mas frisamos que outras características poderiam ser levadas em consideração, como por exemplo a hipótese de uma parada de um dos equipamentos prejudicando a meta de produção ou a incluindo variáveis de inclinações do trajeto. Sendo necessário uma parada de produção poderia-se adotar, paralelamente, uma “pilha-pulmão” ou mesmo reservar uma frente de lavra adicional, de menor DMT, que pudesse vir atender a meta no mesmo tempo ou próximo do previsto. Deste modo, o engenheiro de planejamento responsável pode alocar recursos humanos e equipamentos para determinada operação de modo a cumprí-la mais rapidamente ou assegurar uma margem de tempo de segurança para o cumprimento da meta.

Vimos na situação II que nem todas as frentes e pilhas atenderam as exigências para blendagem e, portanto, sendo necessário uma operação de lavra adicional de modo a completar as quantidades faltantes que serão usadas na blendagem. Não foi considerado às distâncias entre frentes de lavra, pilhas e área de blendagem, pois, naturalmente, poderiam ter distâncias diferentes o que afetaria o tempo de cumprimento da meta. Neste caso, seria necessário trabalhar com alocação dinâmica de equipamentos para melhor estimar a meta de produtividade.

Tanto na Situação I quanto na Situação II, adotamos as mesmas características básicas de maquinário, mas no caso da Situação II é comum a utilização, nas grande empresas, de máquinas “retomadoras” atuando nas pilhas e não caminhões com escavadeira como considerado. Entretanto, essa hipótese também não foi abordada e pode ser alvo de implementações futuras.

## CAPÍTULO 5

Neste capítulo, fazemos uma avaliação das metas e objetivos propostos para este trabalho com os resultados encontrados na construção de uma aplicação para o controle de qualidade mineral, bem como instruímos nossas recomendações para trabalhos futuros.

### 5.1 CONCLUSÕES

Tivemos como meta de trabalho a busca pelo desenvolvimento de um modelo prático para o controle de teores de minérios durante a fase de lavra, de modo a atender especificações previamente exigidas. Para atingirmos essa meta, lançamos mão dos conhecimentos de Pesquisa Operacional. Um dos campos dessa ciência que atendeu satisfatoriamente essa meta foi através da Programação Linear, pelo método Simplex de resolução. Essa ferramenta é extremamente versátil e propiciou a elaboração de um programa que pode auxiliar a tomada de decisões no planejamento de curto prazo de um empreendimento mineiro.

Mas essa meta somente teve êxito após atender os objetivos propostos. Neste sentido, fazemos um paralelo entre os objetivos e os resultados encontrados:

**1. Desenvolver uma forma prática para encontrar e controlar a composição adequada de teores de cada lote para que estes possam atender a qualidade do ROM exigida.**

Resultado: De acordo com a metodologia adequada foi possível calcular a composição final do lote mineral, dentro da faixa de teores exigida, de modo que este modelo retorna valores satisfatórios como resultado.

**2. Testar as implementações em exemplos de estudo controlados;**

Resultado: O modelo foi testado considerando duas situações cotidianas em mineradoras: blendagem considerando duas frentes de lavra e frentes + pilhas.

**3. Desenvolver um software que realize os cálculos do modelo;**

Resultado: O software desenvolvido teve por base a linguagem de programação Python e foi intitulado de “Ore Quality 2020”. Por ser uma linguagem multiplataforma, pode ser instalado em qualquer dispositivo móvel.



#### **4. Expressar esses resultados de forma dinâmica em função do tempo para o seu cumprimento;**

Resultado: Com o software elaborado, pode-se testar vários cenários o que nos proporciona um maior dinamismo e praticidade na tomada de decisão.

#### **5. Apresentar os resultados de forma gráfica e em relatórios para análises;**

Resultado: Os valores encontrados puderam ser visualizados graficamente e os resultados foram expressos por meio de relatórios, para assim, termos um suporte físico para análises.

Portanto, tanto a meta principal da nossa pesquisa, quanto os objetivos para alcançá-la foram satisfeitas. Assim, este trabalho abre um leque de informações relevantes às quais tecemos considerações pontuais:

**Quanto à Qualidade:** adotamos o seguinte conceito próprio: “o problema de qualidade de minério consiste em obter uma massa de minérios com parâmetros desejados, que satisfaçam as necessidades da utilização.” Essa qualidade pode ser obtida, segundo o estudo em questão, por meio de um processo de mistura (*blend*) de minérios de diferentes teores, em geral, provenientes de diferentes frentes de lavra ou pilhas.

Aqui, apresentamos os fundamentos básicos, tanto algébrico quanto em modelagem, para serem implementados em um sistema de dispositivo *mobile* ou ser utilizado como módulo auxiliar de um software mais robusto.

É interessante observar, também, que foram apresentadas situações ilustrativas de problemas de cunho realístico, mas que não são limitadas apenas a essas. Muitas vezes, é necessário atender metas, não só em relação as massas de mistura, mas atreladas a outras variáveis como: lucro máximo, custo mínimo, quantidade disponível em estoque, rentabilidade do estoque, restrição de equipamentos, distância ou mesmo o tempo mínimo ou máximo, etc. Assim, quanto mais variáveis agregarmos ao modelo, mais próximo dos objetivos da empresa estarão os resultados.

**Quanto ao tipo de solução:** nossas pesquisas indicaram que a blendagem de minérios adota um perfil típico de problema solucionável por meio de técnicas de Pesquisa Operacional, mais precisamente ao campo da Programação Linear, haja vista sua tradução em um sistema linear sujeito às restrições de qualidade e quantidade.

O tempo para cumprimento da meta pode ser ainda maior, considerando que trabalhamos diretamente com o minério. Entretanto, é sabido que muitas vezes são necessários movimentações de estéril antes de se lavar as massas de minério. Essa característica é particular de cada jazida, não cabendo inferir aqui. Esse tempo de movimentação de volume de estéril deve ser considerado em uma PL específica, de acordo com o avanço da lavra.

O nosso estudo fornece um conjunto básico de variáveis de saída atreladas à tonelagem necessária para a blendagem e teores admitidos na composição final da mistura (ambos necessários para o cumprimento da meta). Ainda é estimado o tempo mínimo necessário para o cumprimento dessa tarefa com a inserção da estimativa de equipamentos básicos de uma operação típica de lavra a céu aberto.

**Quanto a técnica de resolução:** por adotar uma tradução matemática de sistema linear e sabendo que pode ser um sistema de qualquer ordem, dependendo do número variáveis que se adota, a técnica mais adequada que satisfaz essa condição é o Método Simplex, diferindo das outras formas que exigem um sistema “quadrado” (mesmo número de linhas com o mesmo número de variáveis, o que configura uma matriz quadrada).

É uma técnica versátil à medida que se pode acrescentar inúmeras variáveis de decisão e restrições, podendo formular diferentes cenários, seja maximizando ou minimizando a função objetivo. Portanto, é uma das mais recomendadas para se trabalhar com otimizações nesse tipo de operação.

Assim, entendemos que o método o método Simplex é uma forma eficaz para resolver problemas de blendagem de minérios, quanto às quantidades mássicas que devem ser misturadas para atender teores desejados.

**Quanto a escolha de desenvolver um software:** dado a quantidade de variáveis a serem trabalhadas para uma solução ótima do problema de qualidade, ficaria inviável a sua resolução manual, bem como o uso de planilhas (mesmo automatizadas) que tem uma utilização restrita ou muito trabalhosa de implementação. Utilizações com outros softwares de modelagem também foram feitas, mas não trabalhavam com todas as variáveis ao mesmo tempo de forma integrada, sendo necessário realizar manualmente a inserção de um conjunto de dados toda vez que se mudava a situação do problema.

Diante desse cenário, a solução, talvez não a mais fácil, mas a mais consistente foi a construção de um software personalizado que atendesse nossas necessidades e que fosse de fácil manuseio e trabalhasse de forma integrada, gerando relatórios e gráficos de tendências para verificar o comportamento da operação.

O modelo final foi a construção do Ore Quality 2020 pode ser instalado em um **equipamento móvel**, tipo tablet ou smartphone, sobre o qual o engenheiro pode simular situações e ter acesso aos resultados em questão de minutos e em tempo real, no próprio campo ou escritório, para uma rápida análise da produção ou mesmo tomada de decisão.

**Quanto à sugestão de interface para software:** faz-se necessário em virtude de uma implementação mais prática da solução. Sendo aqui apenas um modelo sugestivo para sua aplicabilidade. Entretanto, a nossa ideia presente refere-se a sua usabilidade móvel, podendo dar resposta em tempo real para subsidiar a tomada decisão, seja em campo ou escritório. Assim, a implementação de mais variáveis na interface poderia torná-lo muito complexo visualmente. Uma solução para essa necessidade seria trabalhar com mais janelas embutidas. A interface aqui apresentada tem caráter preliminar e pode ser melhorada continuamente com atualizações de versões do software.

**Quanto às limitações do software:** Foi ressaltado o fato de as condições operacionais podem causar desempenhos diferenciados, por exemplo, que durante a noite a velocidade dos veículos é reduzida pela baixa visibilidade e, conseqüentemente, acarreta em aumento do tempo de ciclo, nesse período, mas não adotamos essas peculiaridades. Também, variações de tempos em função de resistência ao rolamento, tipo de solo, tipo de minério, tipo de pneus, resistência do ar, fator de redução de velocidade, clima/tempo, não são aqui considerados, pois, basicamente, têm uma implicação desprezível nos cálculos, podendo o programador, reservar uma margem segurança no tempo de ciclo para contemplar esses aspectos.

Ainda, não é considerado declividades no trajeto, pois nossa ideia tem um foco maior na operação de blendagem. Entretanto, é uma variável que deve ser considerada para um empreendimento que tenha essas características no trajeto, pois podem alterar substancialmente a taxa de produção. Para qualquer dessas análises mais personalizadas, tudo dependerá das características do empreendimento em questão, e, portanto, devem sempre ser levados em consideração na implementação de um programa customizado para a atividade.

## 5.2. A PROBLEMÁTICA SOB O ENFOQUE DA PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR.

Quando trabalhamos com problemas de programação não-linear (PNL) – ou seja, pelo menos a função objetivo ou uma das variáveis de restrição apresentam termos de ordem maior que de primeira ordem (programação linear) – temos que pelo menos uma das fronteiras de um poliedro de possíveis soluções será limitado por uma curva. Nos problemas de PL, a solução ótima é dada por um ponto extremo do poliedro de possíveis soluções, enquanto que nos problemas de PNL a solução ótima pode assumir qualquer valor do conjunto de soluções ou mesmo da fronteira do poliedro. Ao contrário do método Simplex para a programação linear, a PNL não possui um único algoritmo capaz de resolver todos os esses tipos de problemas, pois se apresentam de inúmeras formas e em diferentes formatos. Assim, foram desenvolvidos vários tipos de algoritmos para tratar de diferentes problemas de programação não-linear.

A usabilidade mais comum de PNL na mineração faz-se quando na utilização de sistemas de alocação dinâmica de equipamentos, na busca de escolher a melhor rota para a operação aliada a restrições de capacidade. Aqui, trabalhamos apenas com variáveis lineares de tempo de ciclo e de regime de trabalho, entretanto, em um trabalho mais completo seriam necessárias tais considerações.

## 5.3. A PROBLEMÁTICA SOB O ENFOQUE DE MÉTODOS ESTOCÁSTICOS.

No caso da blendagem, poderíamos empregar métodos estocásticos quando tratamos de teores aliados ao preço em variação com o mercado. Ou seja, a mineradora buscaria calcular um lote em que a rentabilidade financeira seja maximizada (maior lucro) de acordo com o valor dos elementos de interesse cotados no mercado. Neste caso, seriam atribuídos valores monetários para cada unidade mássica dos determinados elementos em questão. O mesmo princípio poderia ser trabalhado quando a mineradora buscar o menor custo do lote (e conseqüentemente, da operação) ao longo do tempo.

Tanto o lucro quanto custo dependem de inúmeras outras variáveis fazendo com que adotem um comportamento probabilístico, principalmente quando se considera as flutuações de valor das *comodities*. Neste caso, o planejamento de curto prazo está aliado ao comportamento do mercado para que sempre se trabalhe com cálculos de maior rentabilidade durante as operações.

#### 5.4. RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Na recomendação para trabalhos futuros cumpre-nos frisar algumas recomendações, quando na implementação de um algoritmo de solução:

- É importante considerar, que quando na elaboração de um algoritmo de solução, em se trabalhando com pilhas de minério, para o cálculo de blendagem, seja levado em consideração, previamente, a possibilidade de atender a demanda (e, portanto, os seus respectivos teores), pois pode acontecer de essas pilhas não terem teores ou quantidades necessárias para atender ao total do pedido. Aqui, consideramos apenas se a totalidade das pilhas atende ao pedido e não as pilhas de forma individual. Essa segunda consideração faz-se necessária para que não ocasione em um erro de cálculo ou cálculo impossível. Mas o mesmo não acontece com relação as frentes de lavra, pois considera-se que sejam infinitas, podendo ser lavradas até que se atinja a quantidade desejada.
- Para um modelo mais completo, seria interessante a abordagem do problema envolvendo métodos estocásticos de resolução;
- Poderiam ser acrescentadas outras variáveis de Meta como granulometria, ou capacidade energética, umidade etc, que não foram consideradas.
- Na elaboração de um novo programa, é importante que alerte o usuário sobre a necessidade de fazer a blendagem com mais de três pilhas ou frentes de lavra, o que acarretaria uma dispersão desnecessária de coleta de quantidades de minérios nas diferentes pilhas e aumento de DMT e tempos desnecessários. Independentemente, sempre é importante observar o tipo de resultado encontrado pelo modelo. Assim, seria interessante que o software sugerisse outras maneiras de cumprimento de meta.
- Em todos os casos, deve-se sempre operar com números positivos, ou seja, o usuário não pode ter como dados de entrada um valor negativo ( $< 0$ ), pois não existe teor negativo ou massas negativas. Essas são chamadas de “condições de não negatividade” e devem ser considerados nos cálculos e seria interessante uma mensagem de alerta mais personalizada para o usuário. Aqui, nos limitamos apenas em alertar o usuário que está errado alguma das variáveis não está correta, não especificamente qual ou o que se trata. Ou seja, o software precisa se comunicar mais com o usuário.

- Na vigência de mais de um contrato pela empresa, seria interessante que o sistema pudesse gerenciar mais de uma Meta ou com mais ciclos de operação. Aqui, gerenciamos apenas uma meta por vez.
- Ainda, torna-se necessário considerar a quantidade de estéril (decapamento), a ser movimentado antes de se trabalhar com minério que atenderá a demanda, pois pode estender ainda mais o prazo para cumprimento da Meta.
- Uma elaboração de um modelo de alocação dinâmica (programação não-linear) inserida junto ao software seria de grande valia uma vez que poderíamos traçar um ciclo baseado da menor/melhor rota para os equipamentos, entre a origem dos recursos até a área de blendagem.
- Passar toda a linguagem do software para a língua inglesa, dando uma maior abrangência de utilização.

Ainda, sabemos que a metodologia aqui empregada é apenas o alicerce, a base para se implementar um modelo de solução mais completo, podendo ser atrelado ainda a outras variáveis de decisão como custos, tempos de ciclos e produtividade bem como outras formas de otimização para as atividades mineiras. Tudo vai depender do objetivo e das características de cada caso.

## REFERÊNCIAS

ANDRADE, A; SANTORO, M; TOMI, G. de. **Modelo matemático e algoritmo de suporte para auxiliar no sequenciamento e programação da mineração com alocação de equipamentos de carregamento.** Rem: Rev. Esc. Minas, Ouro Preto, v. 67, n. 4, p. 379-387, dezembro de 2014. Disponível em <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0370-44672014000400005&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0370-44672014000400005&lng=en&nrm=iso)>. Acesso em 02 setembro de 2019.

ALVARENGA, G. B. **Despacho ótimo de caminhões numa mineração de ferro utilizando algoritmo genético com processamento paralelo.** Belo Horizonte: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, UFMG, 1997. 80 p. (Dissertação de Mestrado).

ARAUJO, F. R. de; SOUZA, M. F. **Uma heurística para o planejamento operacional de lavra com alocação dinâmica de caminhões.** Rem: Rev. Esc. Minas, Ouro Preto, v. 64, n. 1, p. 69-76, Março 2011. Disponível em <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0370-44672011000100009&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0370-44672011000100009&lng=en&nrm=iso)>. Acesso em 05 setembro de 2019.

BERETTA, F. S; COSTA, J. F. C. L; KOPPE, J. C. **Redução da variabilidade da qualidade do carvão com otimização do tamanho de pilhas de homogeneização.** Rem: Rev. Esc. Minas, Ouro Preto, v. 64, n. 1, p. 85-90, Mar. 2011. Disponível em <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S037044672011000100011&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S037044672011000100011&lng=en&nrm=iso)>. Acesso em 03 de setembro de 2019.

BELFIORE, P. FÁVERO, L. P. **Pesquisa Operacional para cursos de engenharia.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

BOEIRA, L. **Gestão da qualidade total e a indústria de minério de ferro: limites e possibilidades.** Brasília: Instituto de Geociências, UnB, 1999. 219 f. (Dissertação de Mestrado).

BRONSON, R. **Pesquisa Operacional.** 1ed. Nova York: McGraw-Hill, 1985.

CHAVES, A. P. *et al.* **Manuseio de Sólidos Granulados.** Teoria e Prática do Tratamento de Minérios. Vol. 5. 2 ed. São Paulo: Oficina de Textos, p. 11-16, 2012.

CHANDA, E. K. C., DAGDELEN, K. **Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems.** International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment, v. 9, p. 203-208, 1995.

CHIAVENATO, I. **Introdução à teoria geral da administração.** 5a. ed. São Paulo: Makron Books, 1997.

COSTA, F. P., SOUZA, M. J. F., PINTO, L. R. **Um modelo de alocação dinâmica de caminhões.** Revista Brasil Mineral, v. 231, p. 26-31, 2004.

COSTA, F. P., SOUZA, M. J. F., PINTO, L. R. **Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade.** REM-Revista da Escola de Minas, v. 58, p. 77-81, 2005.

CURI, A. **Minas a céu aberto: Planejamento de Lavra.** 1 ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2014.

EOM, S.; KIM, E. **A survey of decision support system applications (1995-2001).** Journal of the Operational Research Society, v. 57, p. 1264-1278, 2006.

FORTES, F; PEREIRA, A. **Manuseio, estocagem e qualidade do minério de ferro.** Tecnol. Metal. Mater. Miner., São Paulo, v. 9, n. 2, p. 117-122, abr.-jun. 2012.

GAMBIN, F; COSTA, F; KOPPE, J. **Estratégia de controle de qualidade de minérios na lavra utilizando simulação geoestatística.** Revista Escola de Minas, Ouro Preto, v.58. p. 193-200, 2005.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear.** 2. ed. Rio de Janeiro: Campus Elsevier, 2005.

GOES, M; POSSA, M; LUZ, A. **Amostragem de Minérios.** Rio de Janeiro: CETEM/CNPq, 1991.p. 3-5. ISBN 0103-7382

GUARANY, B; PESSANHA, R; FARIA, M. de. MORGANES, K. **Principais métodos de Estocagem de Minério de Ferro: uma abordagem teórica.** Persp. online: exatas & eng., Campo do Goytacazes. v. 3. p 42-55, 2013.

JUNIOR, J.; KOPPE, J.; COSTA, J. **A case study application of linear programming and simulation to mine planning.** Southern African: The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy., 2012. vol. 112. p. 477

JUNIOR, F. A. de et al. **O impacto do tipo de amostragem no controle de qualidade na lavra.** Rem: Rev. Esc. Minas, Ouro Preto, v. 63, n. 2, p. 385-392, junho de 2010. Disponível em <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0370-44672010000200025&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0370-44672010000200025&lng=en&nrm=iso)>. Acesso em 26 de setembro de 2019.

MARQUES, L. M. **Proposta de metodologia para monitoramento de pátios de estocagem de produto de minério de ferro.** 2018. 64f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia de Minas e Meio Ambiente) – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Marabá, 2018. [Orientador: Prof. Dr. Denilson da Silva Costa].

KAHRAMAN, M.; DESSUREAULT, S. **Development of a Real-Time Adherence to Mine Plan Tools as Part of an Integrated Remote Mine Control Centre.** Wollongong: 35th Apcom Symposium, 2011.

KOLMAN, B; HILL, D. **Introdução a Álgebra linear com Aplicações.** 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.



LACHTERMACHER, G. **Pesquisa operacional na tomada de decisões**. 4. ed. São Paulo: Prentice Hall do Brasil, 2009.

LAY, D. **Álgebra Linear e suas aplicações**. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

LICZBINSKI, C. R. **Modelo de informações para o gerenciamento das atividades das pequenas indústrias de produtos alimentares do Rio Grande do Sul**. 2002. Florianópolis, UFSC, 2002. (Dissertação de Mestrado).

MCHATTIE, L. **Engineering to enable information mobility for ‘Intelligent Mining’**. Ontario: Bentley Systems, Incorporated 5046 Mainway Burlington, 2013.

MERSCHMANN, L. H. C. **Desenvolvimento de um sistema de otimização e simulação para cenários de produção em minas a céu aberto**. Rio de Janeiro: Programa de Engenharia de Produção, COPPE/UFRJ, 2002. 93 p. (Dissertação de Mestrado).

MORAES, F; ALVES, B; SOUZA, F; CABRAL, E; MARTINS, X. **Um modelo de programação matemática para otimizar a composição de lotes de minério de ferro da mina Cauê da CVRD**. Revista Escola de Minas, Ouro Preto, v.59. p. 2006-306, 2006.

PINTO, L. R., MERSCHMANN, L. H. C. **Planejamento operacional da lavra de mina usando modelos matemáticos**. REM - Revista Escola de Minas, v. 54, n. 3, p. 211-214, 2001.

RAVINDRAN, A.; PHILIPS, D.; SOLBERG, J. **Operations Research Principles and Practice**. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 1987.

TAHA, H. A. **Pesquisa Operacional**. 8 ed. São Paulo: Pearson Education, 2008.

VALE. **Métodos de Empilhamentos**. Material exclusivo para treinamento interno. São Luís, Maranhão, 2014.

VARELA, J. J et al. **Controle de qualidade no processamento de polpas de caulim utilizando propriedades óticas**. Rem: Rev. Esc. Minas, Ouro Preto, v. 58, n. 3, p. 201-206, setembro de 2005. Disponível em <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0370-44672005000300004&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0370-44672005000300004&lng=en&nrm=iso)>. Acesso em 17 de setembro. 2019.

WHITE, J. W., OLSON, J. P. **Computer-based dispatching in mines with concurrent operating objectives**. Mining Engineering, v. 38, n. 11, p. 1045-1054, 1986.

YILDIRIM, M.; DESSUREAULT, S. **Truck assignment performance evaluation by using data mining techniques, in Proceedings Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry**. London: Taylor & Francis Group, 2005. p. 95-100

# APÊNDICE

## GLOSSÁRIO TÉCNICO

**Blendagem (na mineração):** operação de mistura de massas minerais de modo que o produto final detenha determinada característica de interesse.

**Dispositivo Móvel (mobile):** qualquer aparelho eletrônico que tenha mobilidade e de fácil manuseabilidade, por exemplo, celulares, smartphones, tablets, etc.

**Função Objetivo:** é a função matemática que determina o resultado que se pretende alcançar. Está sujeita às variáveis de decisão e os parâmetros empregados. Pode objetivar a Maximização ou Minimização de diversos interesses, como rentabilidade, custo, erro, lucro, etc.

**Implementação:** refere-se à construção de um determinado modelo buscando a sua aplicabilidade.

**Linprog:** Função que executa o método Simplex entre as variáveis fornecidas.

**Matriz Unidimensional:** matriz com apenas uma linha (como neste trabalho) ou com apenas uma coluna.

**Meta (neste trabalho):** tempo que levará para que seja cumprida as operações de blendagem, considerando as características de equipamentos, DMT, regime de trabalho, eficiência operacional da Mineradora.

**Métodos estocásticos:** conjunto de métodos de ferramentas da Pesquisa Operacional que faz uso de variáveis aleatórias em que no mínimo uma das suas variáveis é definida por meio de probabilidade.

**Não-Negatividade:** condição de que um determinado recurso não existe em valor negativo, por exemplo, não existe massa negativa, teor negativo, etc.

**Ore Quality:** Software desenvolvido em linguagem Python para o cálculo de composições para operações de blendagem, cuja rotina é baseado no método Simplex de resolução.

**Pesquisa Operacional:** campo do conhecimento científico que se fundamenta na modelagem e otimização de problemas/processos.

**Programação Linear:** ferramenta do campo da Pesquisa Operacional que trabalha com variáveis conhecidas e de comportamento constante (linear).

**Programação Não-Linear:** ferramenta do campo da Pesquisa Operacional que trabalha com variáveis conhecidas, sendo que pelo menos uma delas tem comportamento inconstante.

**Python:** Linguagem de programação de alto nível, orientada a objetos, interpretativa e dinâmica.

**Qualidade (industrial):** condição final que o produto apresenta, obedecendo requisitos, para que atenda uma determinada utilidade.

**Qualidade Mineral (neste trabalho):** condição que o lote de minério apresenta em termos de teores para que atenda o processo de blendagem e o fim ao qual se destina.

**Restrições (neste trabalho):** são definidas como as equações ou inequações que as variáveis de decisão da modelagem devem satisfazer.

**Simplex (Método Simplex):** técnica de resolução de problemas lineares empregado pela programação linear

**Sistema Linear:** conjunto de equações lineares que possuem inúmeras incógnitas de comportamento variável.

**Situação (neste trabalho):** sinônimo de cenário ou ambiente que retrata um problema e o modo como se apresenta.

**Solução Ótima:** solução que melhor atende o problema modelado dentre outras possíveis soluções encontradas.

**Tomada de Decisão:** processo analítico para se determinar qual ação tomar considerando as condições que são apresentadas.

**Variáveis de decisão e Parâmetros:** As variáveis de decisão são as incógnitas que serão determinadas pela resolução do modelo. E os parâmetros são os valores fixos previamente conhecidos do problema, como por exemplo, o custo, a qualidade requerida, o lucro, etc.

