

Este livro destina-se tanto para aquele estudioso, que deseja aprofundar seus conhecimentos sobre a importante questão da condução do calor na soldagem, quanto ao profissional nesta área que necessita realizar previsões, ou simular efeitos do ciclo térmico imposto pela soldagem.

Através de cerca de 400 equações, é apresentado o "estado-da-arte" da condução do calor na soldagem, bem como são resolvidas diversas questões práticas relacionadas com este assunto.

Condução do Calor na Soldagem: Fundamentos & Aplicações

Ivan Guerra Machado

Condução do Calor na Soldagem: Fundamentos & Aplicações



Ivan Guerra Machado

Prezado Leitor.

Em 2007 disponibilizei gratuitamente em formato digitalizado o livro “Soldagem e Técnicas Conexas: Processos” (originalmente impresso fisicamente em 1996), que atualmente está “oficialmente” abrigado no Lume da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (no link <http://hdl.handle.net/10183/213243>).

Agora estou oferecendo também em formato digitalizado este meu outro livro cujo título é “Condução do Calor na Soldagem: Fundamentos & Aplicações”, que foi impresso em 2000.

O objetivo é o mesmo do livro anterior, ou seja, possibilitar que qualquer pessoa (principalmente aquela que não possui recursos financeiros) tenha acesso à informação.

Novamente peço a todos que me auxiliem para impedir a comercialização de cópias deste livro (em qualquer formato).

Ivan Guerra Machado
welder@ufrgs.br
ivanguerramachado@gmail.com

Porto Alegre, Inverno de 2020.

**Condução do Calor
na Soldagem:
Fundamentos & Aplicações**

Outros livros do autor:

**Sistema de Especificação dos Consumíveis
para Soldagem e Brasagem.**

Publicado pela Fundação Brasileira de Tecnologia da Soldagem (**FBTS**), Rio de Janeiro, 1992.

Soldagem & Técnicas Conexas: Processos.

Editado pelo Autor. Distribuído pela Associação Brasileira de Soldagem (**ABS**) e Livraria Conceitual. Porto Alegre, 1996.

Condução do Calor na Soldagem: Fundamentos & Aplicações

Ivan Guerra Machado

Engenheiro Metalúrgico; Ph. D. em Tecnologia da Soldagem

Laboratório de Soldagem & Técnicas Conexas (**LS&TC**)

Centro de Tecnologia

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (**UFRGS**)

Condução do Calor na Soldagem: Fundamentos & Aplicações

Copyright © 2000 de Ivan Guerra Machado.

Todos os direitos reservados e protegidos pela Lei 59.888 de 14 de dezembro de 1973.

É proibida a reprodução ou retransmissão deste livro, em parte ou em todo, por quaisquer meios, sem a expressa autorização do autor.

Impresso no Brasil

Printed in Brazil

© 2000, Ivan Guerra Machado

1ª Edição: 250 exemplares

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte deste livro poderá ser reproduzida por qualquer meio, sem autorização prévia da editora e ou do autor por escrito. O Código Penal Brasileiro determina no Artigo 184 pena e sanções a infratores por violação de direitos autorais.

Coordenação Editorial: Imprensa Livre Editora

Revisão: o autor

Impressão: Gráfica Capital
Rio Grande do Sul/Brasil

M149s

Machado, Ivan Guerra

Condução do Calor na Soldagem: Fundamen-
tos & Aplicações / Ivan Guerra Machado - Porto Alegre:
Imprensa Livre, 2000.

119p. 17,2 x 25,9 cm

ISBN 85-86647-31-4

1. Soldagem I. Título

Imprensa Livre Editora Ltda
Rua Comandã, 801 - Cristal
Porto Alegre/RS - CEP 90830-530
Tel.: (51) 241.4757/249.5227
E-mail: implivre@zaz.com.br

Para a Lina, sem nenhuma dúvida.

Aos meus amigos Raul, Maristela, Maturino e Albino:
obrigado, sem vocês as travessias teriam sido quase im-
possíveis.

PREFÁCIO

“... / Dormia / A nossa pátria-mãe tão distraída / Sem perceber que era subtraída / Em tenebrosas transações / Seus filhos / Erravam cegos pelo continente / Levavam pedras, feito penitentes / Erguendo estranhas catedrais ...”

Francisco Buarque de Holanda (“Chico Buarque”), em “Vai Passar”

Este livro apresenta um dos aspectos mais desconcertantes e polêmicos da soldagem, provavelmente o mais espetacular misto de tecnologia & ciência & arte que conheço.

Para um maduro - mas descuidado - profissional do ramo, o livro pode tratar de um assunto irrelevante à “prática”, pois aborda o que é considerado por muitos uma questão que talvez nunca poderá ser respondida com exatidão teoricamente.

Entendo que esta maneira de pensar é absolutamente errada. Primeiro, porque atesta que há concordância deste profissional com a ótica de muitos habitantes dos países ditos “em desenvolvimento” (sem hipocrisia, aqueles a quem tudo é negado) e que carregam consigo um grande complexo de inferioridade. Depois, porque recuso-me a admitir que os nossos profissionais são menos competentes do que aqueles dos países denominados “desenvolvidos” (a bem da verdade, aqueles a quem pretensamente tudo é permitido). E digo isto não por patriotismo, ou coisa do gênero, mas porque ajudei a formar e conheço bem vários (diria centenas) deles. O que ocorre, é a grande demanda em produtos e serviços ter chegado primeiro naqueles países - devido, muitas vezes, ao expresso pelo excerto da música do Chico, acima transcrito ... - e a conseqüente pressão obrigou os seus profissionais a ignorar a falaciosa dicotomia entre “teoria” e “prática”, ainda mantida teimosamente por alguns no Brasil, resultando em notáveis avanços e inovações tecnológicas.

Por outro lado, e francamente falando, é evidente que alguns dos nossos profissionais com o passar do tempo esquecem os conhecimentos fundamentais que adquiriram durante a sua formação acadêmica, sendo esta hipertrofia conseqüência direta da falta de exercício mental, pois acostumam-se somente a “abrir” os denominados “pacotes tecnológicos”. Talvez, por isso mesmo, eles têm um terrível medo do desconhecido. Ou, o que é muito pior, fazem parte daqueles que pretendem passar toda a sua vida profissional soldando estruturas similares, utilizando os mesmos materiais e empregando imutáveis processos e consumíveis, para os quais os procedimentos e os “macetes” foram estabelecidos há muito tempo. Em suma, estão “acomodados” e, no seu imobilismo, condenam-se e ao seu povo a novas formas de escravidão, as quais geralmente estão travestidas por modernos e glamourosos nomes, mas que na verdade contém antigas e medonhas intenções...

O meu determinado propósito é que este livro atraia, também, o tipo de profissional acima descrito, pois a dinâmica do mundo no qual estamos inseridos não mais permite o enfoque que o mesmo dá para este assunto. Variados materiais devem ser soldados, atendendo a radicalmente novos projetos e utilizando diferentes processos e/ou consumíveis e/ou procedimentos, os quais devem produzir melhores estruturas, mais leves e de menor custo. São criadas, portanto, situações originais, as quais suscitam muitas questões, cujas respostas não estão explícitas em livro algum.

Entretanto, é evidente que escrevi voltado principalmente para os profissionais que aceitam desafios, pois apesar de relativamente “fino”, o livro é muito “denso”. Pondero, portanto, que o leitor não tente lê-lo de uma só vez: as centenas de fórmulas, as várias teorias, etc., tornam difícil percorrer ininterruptamente o trajeto. Mas, infelizmente, não vejo outro modo para tratar deste assunto, tendo também sido árduo, para mim, escrevê-lo...

Por outro lado, para aquele leitor que não possui formação em matemática superior, ou simplesmente não “gosta” de matemática, digo-lhe para ir direto às fórmulas finais, pois apesar das mesmas terem sido desenvolvidas através de complexos sistemas, na sua grande maioria terminam em simples equações algébricas. Mas use as fórmulas! Porém, não simplifique excessivamente o muito complexo, pois isto poderá induzi-lo a interpretações equivocadas.

Em contrapartida, o leitor que possuir boa formação em transferência de calor, pode desconsiderar partes do *Capítulo 1*, o qual versa sobre os princípios gerais deste assunto.

Tergiversando um pouco, quando penso no passado sinto-me gratificado em ver o quanto avançou esta apaixonante tecnologia & ciência & arte que é a soldagem. Mas cada vez mais torna-se evidente, que somente progressos tecnológicos não bastam. O Brasil precisa urgentemente de profundas modificações sociais e econômicas, e aqui peço permissão aos demais leitores, pois eu gostaria de dirigir-me a um tipo especial, que provavelmente é jovem, está recém conhecendo esta Divina Dama, a Soldagem, e honra-me ao ler estas linhas: nada tem beleza alguma no meio da miséria e da ignorância generalizada; entenda não ser necessário termos um “país grande”, mas sim habitado por um grande e (muito) feliz povo. Portanto, faça algo para mudar o Brasil! Participe e expresse publicamente as suas opiniões! Não deixe o medo imobilizá-lo (não se envergonhe, vez por outra todos nós sentimos muito medo). E, muito importante, jamais aliene-se, e defenda sempre os oprimidos, aqueles massacrados desde o nascimento, somente porque herdaram involuntariamente o pior que a humanidade possui. Somente assim você poderá andar pelas ruas com a cabeça erguida e viver dignamente, e isto, sem dúvida, irá ajudá-lo a estar em paz com a sua consciência no derradeiro momento, que enfim vais nos redimir...

Aliás, este final é quase igual ao de outra música (“*Deus lhe Pague*”), também do Chico, mas ela é tão bonita e profunda que “pede” um outro livro, não é?

Gostaria, ainda, de expressar minha genuína satisfação em ter escrito mais este livro. Tal como o anterior (*Soldagem & Técnicas Conexas: Processos*), também diagramei-o e, conseqüentemente, todos os erros que o mesmo contiver são de minha total e exclusiva responsabilidade. Além disto, para que o livro possa ser aperfeiçoado, receberei de bom grado críticas construtivas e sugestões no seguinte endereço:

UFRGS / Centro de Tecnologia / LS&TC

Av. Bento Gonçalves, 9500
91509-900 Porto Alegre, RS
Brasil

Tel.: +(55) (0 __) (51) 316-6149
FAX: +(55) (0 __) (51) 319-1332
“E-mail”: welder@vortex.ufrgs.br

Porto Alegre, Primavera de 2000.

ÍNDICE ANALÍTICO

Prefácio

vii

Capítulo 1

Fundamentos da Condução do Calor nos Sólidos

1

- 1.1. Introdução, 1
- 1.2. A Equação de Fourier e os Coeficientes Físicos, 3
- 1.3. A Condução do Calor nos Sólidos, 6
- 1.4. Condições Iniciais e de Contorno, 9
 - 1.4.1. Temperatura na Superfície, 9
 - 1.4.2. Fluxo de Calor Determinado, 9
 - 1.4.3. Perda de Calor por Radiação, 9
 - 1.4.4. Perda de Calor por Convecção, 10
 - 1.4.5. Casos Especiais, 10
 - 1.4.6. Combinação dos Coeficientes, 10
- 1.5. A Conservação da Energia, 11
- 1.6. Difusão Transiente do Calor: Generalidades, 12
 - 1.6.1. Corpo Semi-Infinito, 12
 - 1.6.2. Princípio da Sobreposição, 13
 - 1.6.3. Fontes e Sumidouros de Calor / Método de Imagens, 14
 - 1.6.4. Estado Limite: Estados Estacionário e Quase-Estacionário, 15
 - 1.6.5. Resfriamento Natural do Sólido, 15
- 1.7. Fontes Instantâneas Concentradas (Sólido Infinito), 17
 - 1.7.1. Difusão Tridimensional (3D) do Calor (Fonte Tipo Ponto), 17
 - 1.7.2. Difusão Bidimensional (2D) do Calor (Fonte Tipo Linha), 17
 - 1.7.3. Difusão Unidimensional (1D) do Calor (Fonte Tipo Plano), 18
- 1.8. Fontes Instantâneas Concentradas (Sólido Semi-Infinito), 18
 - 1.8.1. Difusão Tridimensional (3D) do Calor, 18
 - 1.8.2. Difusão Bidimensional (2D) do Calor, 18
 - 1.8.3. Difusão Unidimensional (1D) do Calor, 19
 - 1.8.4. Comparação entre os Processos de Difusão, 19
- 1.9. Fontes Contínuas Concentradas (Sólido Infinito), 20
 - 1.9.1. Fonte Tipo Ponto, 20
 - 1.9.2. Fonte Tipo Linha, 20
 - 1.9.3. Fonte Tipo Plano, 21
- 1.10. Fonte em Movimento sobre a Superfície de um Sólido Semi-Infinito, 21
 - 1.10.1. Fonte Tipo Ponto, 21
 - 1.10.2. Fonte Tipo Linha, 23
 - 1.10.3. Fonte Tipo Plano, 23

Capítulo 2

Aquisição do Ciclo Térmico

25

- 2.1. Introdução, 25
- 2.2. O Ciclo Térmico, 27
- 2.3. Efeito das Condições de Soldagem e Isotermas, 28

Capítulo 3

Os Modelos para a Soldagem

33

- 3.1. Introdução, 33
- 3.2. A Energia Produzida pela Fonte, 34
 - 3.2.1. O Arco Elétrico, 34
 - 3.2.2. A Chama Oxigás, 36
- 3.3. A Distribuição do Calor da Fonte de Energia, 39
 - 3.3.1. O Arco Elétrico, 39
 - 3.3.2. A Chama Oxigás, 41
- 3.4. Dissipação Térmica e Coeficientes Físicos na Soldagem, 42
- 3.5. Os Principais Modelos Utilizados na Soldagem, 45
- 3.6. Extração Bidimensional do Calor, 48
 - 3.6.1. Modelo Devido a Roberts, 48
 - 3.6.2. Início e Fim da Solda, 50
 - 3.6.3. Simplificação Adicional Devida a Rykalin, 50
 - 3.6.4. Modificações Devidas a Wells, 50
- 3.7. Extração Tridimensional do Calor, 51
 - 3.7.1. Modelo Devido a Rosenthal, 51
 - 3.7.2. Início e Fim da Solda, 52
 - 3.7.3. Simplificação Adicional Devida a Rykalin, 53
 - 3.7.4. Modificação Devida a Wells, 53
- 3.8. Extração do Calor em Regime “Intermediário” (2,5D), 54
- 3.9. Fonte de Energia “Interna”, 54
- 3.10. Efeito das Superfícies Laterais (Regime “Intermediário” em 2D), 55
 - 3.10.1. Modelo Devido a Rosenthal, 55
 - 3.10.2. Simplificação Devida a Wells, 56
- 3.11. Efeito das Superfícies Laterais (Extração 3D), 56
 - 3.11.1. Modelo Devido a Rosenthal, 56
 - 3.11.2. Simplificação Devido a Wells, 56
- 3.12. Soldagem por Resistência Elétrica (Ponto), 57
- 3.13. Soldagem com Corrente Pulsada (TIG), 59
- 3.14. Estado Não Estacionário, 61
 - 3.14.1. Extração Bidimensional do Calor, 61
 - 3.14.2. Extração Tridimensional do Calor, 61
- 3.15. Espessura Finita em 3D, 62
- 3.16. Métodos Numéricos, 63
- 3.17. Considerações sobre o Pré-aquecimento, 64

Capítulo 4

Temperatura Máxima / Taxa & Tempo de Resfriamento

67

- 4.1. Temperatura Máxima, 67
 - 4.1.1. Extração Bidimensional do Calor, 67
 - 4.1.2. Extração Tridimensional do Calor, 68

- 4.1.3. Extração do Calor “Intermediária”, 68
- 4.1.4. Casos Especiais na Extração Tridimensional do Calor, 69
 - 4.1.4.1. Efeito da Superfície Superior - Ponto na Superfície, 69
 - 4.1.4.2. Efeito das Superfícies - Ponto no Interior do Sólido, 69
 - 4.1.4.3. Efeito das Superfícies Laterais do Sólido, 70
- 4.2. Taxa de Resfriamento, 70
 - 4.2.1. Extração Bidimensional do Calor, 70
 - 4.2.2. Início e Fim da Solda na Extração Bidimensional do Calor, 71
 - 4.2.3. Extração Tridimensional do Calor, 71
 - 4.2.4. Início e Fim da Solda na Extração Tridimensional do Calor, 72
 - 4.2.5. Extração "Intermediária" do Calor, 72
 - 4.2.6. Soldagem Subaquática Molhada, 73
 - 4.2.7. Soldagem por Resistência Elétrica, 73
 - 4.2.8. Simplificação da Equação de Rosenthal em 3D, 74
- 4.3. Tempo de Resfriamento, 74
 - 4.3.1. Extração Bidimensional do Calor, 74
 - 4.3.2. Extração Tridimensional do Calor, 74
 - 4.3.3. Correção das Equações para o Tempo de Resfriamento, 74
 - 4.3.4. Generalização das Equações para o Tempo de Resfriamento, 75
 - 4.3.5. Soldagem MAG, 75
 - 4.3.6. Soldagem com Eletrodo Tubular, 76
- 4.4. Soldagem Multipasse, 76
 - 4.4.1. Extração Bidimensional do Calor, 76
 - 4.4.2. Extração Tridimensional do Calor, 77
- 4.5. Decisão Entre os Modos de Extração do Calor, 77

Capítulo 5

Aplicações

79

- 5.1. Introdução, 79
- 5.2. Aplicações: Questões, 80
 - 5.2.1. Peça Massiva, 80
 - 5.2.2. Efeito do Parâmetro de Dissipação do Calor, 80
 - 5.2.3. Tempo de Resfriamento: Uma Questão, Várias Soluções..., 80
 - 5.2.4. Temperatura de Pico (em superfície lateral), 80
 - 5.2.5. Trinca Induzida pelo Hidrogênio (I), 80
 - 5.2.6. Trinca Induzida pelo Hidrogênio (II), 80
 - 5.2.7. Trinca por Corrosão sob Tensão, 81
 - 5.2.8. Soldagem por Resistência Elétrica (Ponto), 81
 - 5.2.9. Diagrama de Transformação em Resfriamento Contínuo, 81
 - 5.2.10. Temperatura de Interpasse, 81
 - 5.2.11. Resfriamento Natural, 81
- 5.3. Aplicações: Soluções, 82
 - 5.3.1. Solução da Aplicação 5.2.1., 82
 - 5.3.2. Solução da Aplicação 5.2.2., 82

- 5.3.3. Solução da Aplicação 5.2.3., 83
- 5.3.4. Solução da Aplicação 5.2.4., 83
- 5.3.5. Solução da Aplicação 5.2.5., 84
- 5.3.6. Solução da Aplicação 5.2.6., 86
- 5.3.7. Solução da Aplicação 5.2.7., 88
- 5.3.8. Solução da Aplicação 5.2.8., 91
- 5.3.9. Solução da Aplicação 5.2.9., 92
- 5.3.10. Solução da Aplicação 5.3.10., 92
- 5.3.11. Solução da Aplicação 5.2.11., 92

Apêndice A

Símbolos & Unidades	95
--------------------------------	-----------

Apêndice B

Notação Matemática	99
---------------------------	-----------

- B1. Vetores Base (ou Unitários), 99
- B2. Gradiente ou Operador Diferencial, 99
- B3. Divergente, 99
- B4. Operador de Laplace, 99
- B5. Fluxo de Um Campo Vetorial, 100
- B6. Funções de Bessel, 100
 - B6.1. Função de Bessel de Primeira Espécie (ordem v e argumento x), 100
 - B6.2. Função de Bessel Modificada de Primeira Espécie, 101
 - B6.3. Função de Bessel Modificada de Segunda Espécie, 101
- B7. Função Gama (Γ), 102
- B8. Função de Erro (ou de Gauss), 103
- B9. Função Exponencial Integral (Ei), 103

Apêndice C

Deduções	105
-----------------	------------

- C1. Comprovação de que a Eq. 1.84 é uma Solução para a Difusão Tridimensional do Calor, 105
- C2. Dedução da Equação da Taxa de Resfriamento no Modo Bidimensional, 108

Referências Bibliográficas	109
-----------------------------------	------------

Conversão de Unidades Usuais	113
-------------------------------------	------------

Índice Remissivo	115
-------------------------	------------

CAPÍTULO 1

Fundamentos da Condução do Calor nos Sólidos

1.1. INTRODUÇÃO

Independentemente da sua origem, a energia utilizada para a soldagem provoca notáveis alterações nos metais base e de solda. Então, um fluxo térmico é estabelecido e, sob a ótica desta tecnologia, o mesmo exerce profunda influência sobre pelo menos os seguintes aspectos da junta soldada:

- Macroestrutura de solidificação do metal de solda;
- Transformações microestruturais, i. e. ^(*), crescimento dos grãos, transformações de fase, etc.;
- Propriedades mecânico/metalúrgicas;
- Descontinuidades;
- Tensões residuais;
- Deformações.

Atualmente são disponíveis modelos razoavelmente acurados para o fluxo térmico provocado por uma dada condição de soldagem, e isto fundamentalmente envolve o cálculo dos “ciclos térmicos” dos pontos de interesse, ou seja, a variação da temperatura nos mesmos com o passar do tempo. Entretanto, para que sejam melhor entendidos os modelos posteriormente apresentados, deve-se conhecer os fundamentos da condução do calor nos sólidos, os quais serão a seguir descritos. Além disto, maiores informações podem ser obtidas através de consulta à literatura especializada sobre o assunto, por exemplo: condução, em geral^{1/}; condução, especificamente nos sólidos^{2/}; convecção^{3/} e radiação^{4/}.

Usualmente, a análise da transferência do calor é realizada pelos três modos em que a mesma ocorre, i. e., condução, convecção e radiação. Entretanto, o objetivo deste livro é apresentar o fluxo térmico nos sólidos para o caso particular da soldagem. Portanto, a convecção e a radiação serão consideradas entre as “condições de contorno” dos problemas que se apresentam e, em geral, as mesmas ocorrem de forma combinada. Adicionalmente, um conceito básico neste assunto é aquele relativo ao “campo de temperaturas”, ou os valores instantâneos da temperatura em pontos no espaço de interesse (os quais podem estar situados numa peça, num cordão de solda, etc.). Observe-se, que tal como a temperatura, este campo é uma quantidade escalar. Quando as temperaturas destes pontos de interesse variam somente em função da posição que os mesmos ocupam no espaço, o campo é dito encontrar-se no “estado estacionário”.

Portanto, estando um ponto determinado por suas coordenadas cartesianas (x,y,z), a temperatura (T) do mesmo, considerada independente do tempo (i. e., $\delta T/\delta t=0$), é dada por ^(**):

$$T = F(x, y, z) \quad [1.1]$$

Notas: ^(*) “id est” (isto é);

^(**) A relação dos símbolos e unidades encontra-se no *Apêndice A*, enquanto que a notação matemática empregada está descrita no *Apêndice B*.

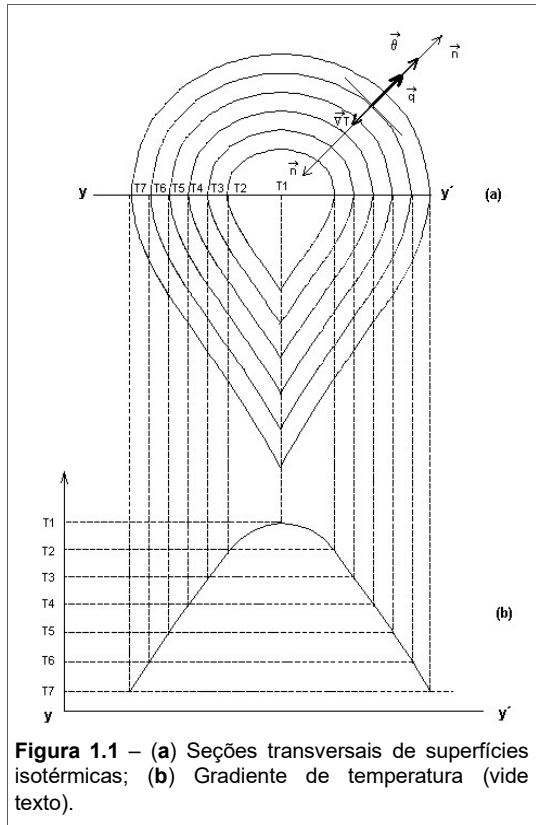


Figura 1.1 – (a) Seções transversais de superfícies isotérmicas; (b) Gradiente de temperatura (vide texto).

Por outro lado, o campo de temperaturas é não-estacionário na medida em que a temperatura dos seus pontos varia com a posição e, também, com o tempo, i. e.:

$$T = G(x, y, z, t) \quad [1.2]$$

Eventualmente, quando $t \rightarrow \infty$ o campo pode tornar-se “assintoticamente estacionário”. Usualmente, porém, esta distinção não é feita e este estado é simplesmente dito ser “estacionário” (veja Seção 1.6.4 sobre o “estado limite”, envolvendo os estados “estacionário” e “quase-estacionário”).

Desta forma, em qualquer sólido aquecido, formam-se superfícies que possuem a mesma temperatura, as quais são denominadas “isotermas” do campo considerado. Na Fig. 1.1(a) estão ilustradas tais superfícies isotérmicas, vistas numa seção transversal de um corpo.

Assim sendo, por definição cada superfície isotérmica encontra-se numa dada temperatura (T_1, T_2, T_3, \dots) e, quando o campo é contínuo, as mesmas nunca se interceptam. Além disso, em qualquer direção diferente daquela da própria isoterma, a temperatura pode variar (neste caso, $T_1 > T_2 > T_3 > \dots$).

Logo, ao longo da normal à superfície da isoterma (normal ao plano tangente) é caracterizado o máximo gradiente de temperatura, dado por:

$$\text{grad}T = \vec{n}_o \left(\frac{\delta T}{\delta t} \right) \quad [1.3]$$

onde \vec{n}_o é o vetor unitário ao longo da normal (\vec{n}) à superfície, na direção em que a temperatura varia com o tempo ($\delta T / \delta t$). Note-se que o gradiente positivo corresponde à um aumento da temperatura.

Conseqüentemente:

$$\text{grad}T = \nabla T = \vec{i} \frac{\delta T}{\delta x} + \vec{j} \frac{\delta T}{\delta y} + \vec{k} \frac{\delta T}{\delta z} \quad [1.4]$$

sendo $\text{grad}T$, portanto, um vetor e aqui introduzido o operador diferencial vetorial ∇ (“nabla”, veja Apêndice B).

Uma interpretação gráfica deste gradiente é mostrada na Fig. 1.1(b), na qual o mesmo equivale a dT/dy , quando é considerado o trajeto yy' entre as isotermas e há variação da temperatura.

Por sua vez, a intensidade do campo de temperaturas ($\vec{\Theta}$) é oposta ao gradiente de temperatura, ou seja:

$$\vec{\Theta} = -\nabla T \quad [1.5]$$

1.2. A EQUAÇÃO DE FOURIER E OS COEFICIENTES FÍSICOS

Uma importante constatação empírica, é que o calor num corpo sofre transferência por condução, desde os pontos de maior para aqueles de menor temperatura.

Então, a quantidade de calor transferida por unidade de tempo e de área da superfície isotérmica é denominada “fluxo térmico”, i. e. :

$$\bar{q} = (-\bar{n}_o) \frac{dQ}{dt} \frac{1}{A} \quad [1.6]$$

onde:

dQ/dt : quantidade de calor transferida por unidades de tempo, ou taxa de fluxo térmico;

A : área da superfície isotérmica;

\bar{q} : vetor do fluxo térmico, cuja direção é oposta ao gradiente de temperatura, conforme pode ser visto na **Fig. 1.1(a)**.

Desta forma, para que ocorra o fluxo térmico, é necessário a existência de um gradiente de temperatura e este fato indica que \bar{q} deve ser proporcional a $\bar{\Theta}$, levando à conhecida “equação de Fourier”:

$$\bar{q} = k \cdot \bar{\Theta} = -k \cdot \nabla T \quad [1.7]$$

onde o fator de proporcionalidade k é denominado “condutividade térmica”.

Portanto, da Eq. 1.7 o valor escalar do vetor fluxo térmico é dado por:

$$\dot{q} = -k \frac{\delta T}{\delta n} \quad [1.8]$$

e, para cada eixo coordenado:

$$\dot{q}_x = -k \frac{\delta T}{\delta x}; \quad \dot{q}_y = -k \frac{\delta T}{\delta y}; \quad \dot{q}_z = -k \frac{\delta T}{\delta z} \quad [1.9]$$

Logo, a magnitude de \dot{q} é $(\dot{q}_x^2 + \dot{q}_y^2 + \dot{q}_z^2)^{1/2}$.

Considerando-se, agora, uma superfície elementar qualquer (dA_m), que forma o ângulo φ com a superfície isoterma (dA_n), conforme ilustrado na **Fig. 1.2**, tem-se:

$$\dot{q}_m = \dot{q} \cos \varphi = \frac{dQ}{dt} \frac{1}{dA_n} \cos \varphi = \frac{dQ}{dt} \frac{1}{dA_m} \quad [1.10]$$

pois $dA_n = dA_m \cos \varphi$ é a projeção de dA_m sobre a superfície elementar da tangente à isoterma. Conseqüentemente:

$$dQ = \dot{q}_m dA_m dt = \dot{q} (dA_m \cos \varphi) dt = \dot{q} dA_n dt \quad [1.11]$$

Assim sendo, ou o fluxo térmico ocorre através de uma área dA_m ao longo da normal (\bar{m}) à mesma, ou este fluxo se dá na projeção desta área sobre a tangente à superfície isotérmica com normal \bar{n} . Então, o fluxo de calor que flui através da superfície A , no tempo t é:

$$\dot{q} = -k \int_0^t \int_{(A)} \frac{\delta T}{\delta m} dA_m dt = - \int_0^t \int_{(A)} \nabla T dA_n dt \quad [1.12]$$

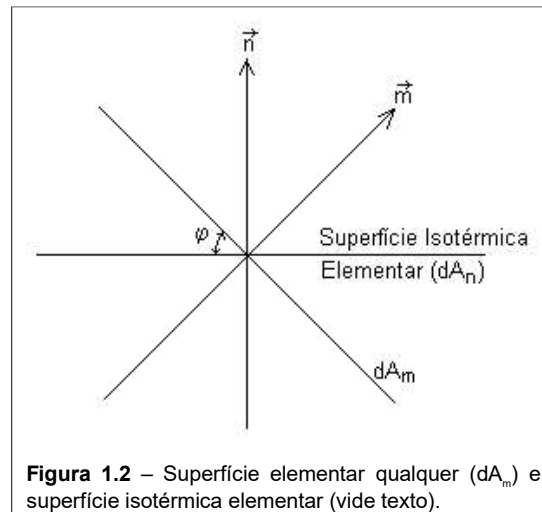


Figura 1.2 – Superfície elementar qualquer (dA_m) e superfície isotérmica elementar (vide texto).

Portanto, o campo de temperaturas tem que ser conhecido, para a determinação da quantidade de calor fluindo através da superfície de um sólido.

Por outro lado, considerando-se o regime estacionário de condução do calor em uma dimensão somente, a temperatura depende da coordenada X (única), a qual é normal à superfície isotérmica. Então, a quantidade escalar do fluxo térmico é:

$$\dot{q} = -k \frac{dT}{dx} \quad [1.13]$$

com $dT/dt=dT/dy=dT/dz=0$.

Sendo o gradiente de temperatura constante (equação de uma reta), tem-se:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} = \text{constante} \quad [1.14]$$

Assim, a taxa do fluxo térmico é:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{Q}{t} = \text{constante} \quad [1.15]$$

Conseqüentemente, e considerando-se $T_2 > T_1$ e $x_2 > x_1$, resulta:

$$\frac{Q}{At} = -k \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1} = k \frac{T_1 - T_2}{x_2 - x_1} \quad [1.16]$$

Desta forma, a condutividade térmica (k) é dada pelo fluxo de calor por unidade de tempo e de área, quando a diferença de temperatura por unidade de comprimento da normal à superfície isotérmica é de 1 °C.

Observe-se, ainda, que a condutividade térmica é uma propriedade física do corpo e caracteriza a sua habilidade em transferir calor. Por sua vez, a “condutância térmica” é $k/(x_2 - x_1) = k/\Delta x$, sendo seu inverso ($\Delta x/k$) a “resistência térmica” do corpo.

Outros coeficientes físicos de interesse para a condução do calor podem ser encontrados, reescrevendo-se a Eq. 1.8. Então, considerando-se Q_i como a energia interna por unidades de volume de um corpo, o valor escalar do gradiente de temperatura é:

$$\frac{\delta T}{\delta n} = \left(\frac{\delta T}{\delta Q_i} \right)_v \frac{\delta Q_i}{\delta n} = \frac{1}{C_v} \frac{\delta Q_i}{\delta n} \quad [1.17]$$

onde C_v é a capacidade térmica a volume constante. Logo:

$$C_v = \left(\frac{\delta Q_i}{\delta T} \right)_v = \rho c_v \quad [1.18]$$

sendo c_v o calor específico a volume constante e ρ a massa específica do corpo.

Logo, das Eqs. 1.8 e 1.17, a equação de condução do calor (Eq. 1.7) pode também ser assim escrita:

$$\vec{q} = -\vec{n}_o \cdot k \frac{\delta T}{\delta n} = -\alpha_v \cdot \nabla Q_i \quad [1.19]$$

onde α_v é a difusividade térmica a volume constante do corpo. Logo, tem-se:

$$\alpha_v = \frac{k}{\rho c_v} \quad [1.20]$$

Supondo-se o fluxo térmico unidimensional no regime estacionário ($q = \text{constante}$ e $\delta Q_i / \delta n = \text{constante}$), a Eq. 1.16 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{Q}{At} = \alpha_v \frac{Q_{i1} - Q_{i2}}{x_2 - x_1} \quad [1.21]$$

Então, α_v pode ser definido como o calor que flui por unidade de tempo e de área, quando a diferença da concentração de volume da energia interna por unidade de comprimento da normal à isoterma é 1 J/m^3 . Portanto, este coeficiente caracteriza a transferência da energia interna de um corpo.

Sendo a pressão constante, a difusividade é dada por:

$$\alpha_p = \frac{k}{\rho c_p} \quad [1.22]$$

ou,

$$\alpha_p = \frac{k}{C_p} \quad [1.23]$$

onde c_p e C_p são o calor específico e a capacidade térmica a pressão constante de um corpo, respectivamente.

Por sua vez:

$$C_p = \rho c_p \left(\frac{\delta H_v}{\delta T} \right)_p \quad [1.24]$$

sendo H_v a entalpia por volume unitário, neste caso variando com a temperatura a pressão constante. Então, a difusividade térmica a pressão constante (α_p) caracteriza a transferência da entalpia no interior de um corpo.

Observe-se, que para os sólidos as diferenças entre c_v e c_p , bem como α_v e α_p são muito pequenas, geralmente assumindo-se o caso geral (a volume constante, para os sólidos), i. e.:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} \quad [1.25]$$

Neste livro, a difusividade térmica e os demais coeficientes físicos adotados são aqueles dados pela Eq. 1.25, com o produto ρc denominado “capacidade térmica volumétrica”. Note-se, ainda, que os coeficientes físicos variam notavelmente com a temperatura, sendo esta seguramente uma fonte de erro, quando da aplicação dos modelos que serão apresentados para o fluxo térmico na soldagem.

Por outro lado, durante a fusão o calor latente é absorvido e, quando ocorre o resfriamento, o mesmo é liberado. Por exemplo, para os aços ao carbono, considerando-se a capacidade térmica volumétrica de $4,5 \times 10^6 \text{ J.m}^{-3}.\text{°C}^{-1}$, o calor latente é cerca de $2,1 \times 10^9 \text{ J/m}^3$ e a transformação sólido/líquido absorve tanto calor quanto uma alteração de 470 °C na temperatura (!). Então, um método usualmente empregado, é calcular o calor específico considerando-se o calor latente de fusão (ΔH_f), i. e.:

$$c_f = \frac{\bar{c}_p (T_f - 293) + \Delta H_f}{(T_f - 293)} \quad [1.26]$$

onde \bar{c}_p é a média do calor específico entre a temperatura ambiente e a de fusão (T_f em kelvin).

Há de se convir, ainda, que existe uma grande diferença entre o calor específico, dependendo da escolha feita. Por exemplo, para o aço inoxidável AISI 409 tem-se:

- c_p à 293 K é igual a $460 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$;
- \bar{c}_p é igual a $820 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$;
- c_f é igual a $1028 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Além disto, a condutividade térmica pode ser alterada em certas ligas metálicas, não somente devido à temperatura na qual a mesma é medida mas, também, através de modificações microestruturais. Por exemplo, este coeficiente físico foi estudado^{5,6} na liga de alumínio AA2024-T351, sendo verificado que o mesmo depende do volume de precipitados no material, segundo a seguinte equação, válida entre 175 e 220 °C:

$$k(T, t) = k_o(T) + [k_m(T) - k_o(T)] \frac{\eta(T, t)}{\eta_m(T)} \quad [1.27]$$

onde:

$$\eta_m(T) = 8,68 \times 10^{-2} + 3,59 \times 10^{-3} \cdot T$$

$$k_m(T) = 148,2 + 0,1115 \cdot T$$

$$k_o(T) = 73,2 + 0,3725 \cdot T$$

$$\eta_m(T) > \eta(T, t) \rightarrow \frac{\delta \eta(T, t)}{\delta t} = \frac{1}{\tau(T)} [\eta_m(T) - \eta(T, t)]$$

$$\eta_m(T) \leq \eta(T, t) \rightarrow \frac{\delta \eta(T, t)}{\delta t} = 0$$

$$\tau(T) = \exp\left(-31,93 + 15,7 \frac{1000}{T + 273}\right)$$

sendo:

$k(T, t)$: condutividade térmica à temperatura T (°C) e tempo t (horas);

$k_o(T)$: condutividade térmica à temperatura T (°C) para a liga 2024 permanecer livre de precipitados;

$k_m(T)$: condutividade térmica à temperatura T (°C), com precipitação máxima nesta temperatura;

$\eta_m(T)$: fração volumétrica máxima de precipitado à temperatura T (°C);

$\eta(T, t)$: fração volumétrica de precipitado à temperatura T (°C) e tempo t (horas);

$\tau(T)$: constante de tempo (horas), caracterizando a taxa de precipitação à temperatura T (°C).

1.3. A CONDUÇÃO DO CALOR NOS SÓLIDOS

Considere-se que o volume elementar do sólido ilustrado na **Fig. 1.3** é aquecido na face definida por OABC. De acordo com a “lei da conservação da energia” (veja *Seção 1.5*), a diferença dos fluxos de calor entre esta face (\dot{q}_z) e a face delimitada por O'A'B'C', dado por \dot{q}_{z+dz} , é:

$$\dot{q}_z dx dy - \dot{q}_{z+dz} dx dy = \rho c \frac{\delta T}{\delta t} dx dy dz \quad [1.28]$$

Note-se que o termo à direita do sinal de igualdade na Eq. 1.28 provém da conhecida relação $\Delta Q = mc\Delta T = \rho c V \Delta T$, onde m é a massa e V o volume do elemento considerado. Então, nesta equação expandindo-se a quantidade desconhecida \dot{q}_{z+dz} em séries de Taylor e retendo-se somente os dois primeiros termos, resulta :

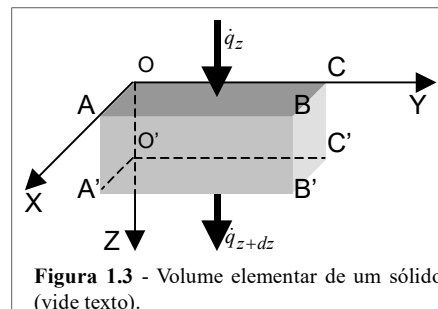
$$\dot{q}_{z+dz} \cong \dot{q}_z + \frac{\delta \dot{q}_z}{\delta z} dz \quad [1.29]$$

Substituindo-se a Eq. 1.29 na Eq. 1.28, obtém-se

$$-\frac{\delta \dot{q}_z}{\delta z} dx dy dz = \rho c \frac{\delta T}{\delta t} dx dy dz$$

ou seja:

$$\rho c \frac{\delta T}{\delta t} + \frac{\delta \dot{q}_z}{\delta z} = 0 \quad [1.30]$$



Para todo o volume elementar, tem-se a seguinte relação, válida em qualquer posição no sólido (não necessariamente homogêneo, ou isotrópico), desde que o calor fornecido para o mesmo seja nulo:

$$\rho c \frac{\delta T}{\delta t} + \left(\frac{\delta \dot{q}_x}{\delta x} + \frac{\delta \dot{q}_y}{\delta y} + \frac{\delta \dot{q}_z}{\delta z} \right) = 0 \quad [1.31]$$

Desta forma, substituindo-se as Eqs. 1.9 na Eq. 1.31, resulta a seguinte equação diferencial geral da difusão do calor:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \alpha \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} \right) = \alpha \cdot \text{div}(\text{grad}T) = \alpha \cdot \nabla^2 T \quad [1.32]$$

Note-se, que neste caso o sólido deve ser homogêneo, isotrópico e a sua condutividade térmica (k) é considerada independente da temperatura, sendo aqui introduzido o divergente (div) e o operador diferencial ∇^2 (“nabla ao quadrado”, veja *Apêndice B*).

Entretanto, quando a temperatura não varia com o tempo (estado estacionário), a Eq. 1.32 torna-se o denominado Laplaciano, ou seja:

$$\nabla^2 T = 0 \quad [1.33]$$

Além disto, para um sólido relativamente fino (tipo uma chapa), com a origem do calor distribuída uniformemente na sua espessura (veja a **Fig. 1.4**), e no qual a variação da temperatura na direção OZ é desprezível ($\delta T/\delta z=0$), o campo de temperaturas é plano e a Eq. 1.32 sofre a seguinte simplificação:

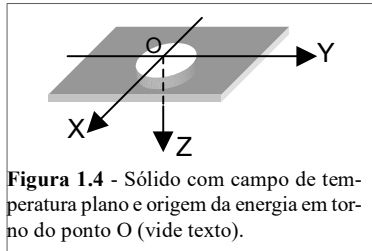


Figura 1.4 - Sólido com campo de temperatura plano e origem da energia em torno do ponto O (vide texto).

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \alpha \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} \right) \quad [1.34]$$

Por outro lado, para um sólido muito longo e estreito (tipo uma barra, ou chapa muito curta e larga, conforme ilustrado na **Fig. 1.5**), com a origem do calor distribuída uniformemente num plano transversal ao seu comprimento, a temperatura não varia nas direções OY e OZ ($\delta T/\delta y=0$ e $\delta T/\delta z=0$).

Portanto, há somente um fluxo unidirecional de calor, propagando-se ao longo da normal às superfícies isotérmicas de todo o volume elementar. Assim, nesta situação a Eq. 1.32 é expressa por:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \alpha \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} \quad [1.35]$$

Por sua vez, no sistema de coordenadas cilíndricas mostrado na **Fig. 1.6**, a temperatura no ponto P é função de (r, θ, z, t) , com $x=r \cdot \cos \theta$ e $y=r \cdot \sin \theta$.

Então, a Eq. 1.32 transforma-se na seguinte relação:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{\alpha}{r} \left[\frac{\delta}{\delta r} \left(r \frac{\delta T}{\delta r} \right) + \frac{\delta}{\delta \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\delta T}{\delta \theta} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(r \frac{\delta T}{\delta z} \right) \right]$$

ou, também:

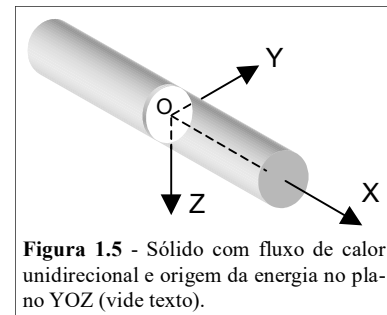


Figura 1.5 - Sólido com fluxo de calor unidirecional e origem da energia no plano YOZ (vide texto).

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \alpha \left[\frac{\delta^2 T}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta T}{\delta r} + \frac{1}{r^2} \frac{\delta^2 T}{\delta \theta^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} \right] \quad [1.36]$$

Para o sistema de coordenadas esféricas, o ponto P na **Fig. 1.7** é função de (r, ϕ, θ, t) , com $x=r \cdot \text{sen} \theta \cdot \cos \phi$; $y=r \cdot \text{sen} \theta \cdot \text{sen} \phi$ e $z=r \cdot \cos \theta$. Desta forma, a Eq. 1.32 é assim escrita:

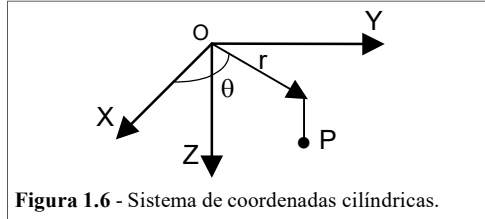


Figura 1.6 - Sistema de coordenadas cilíndricas.

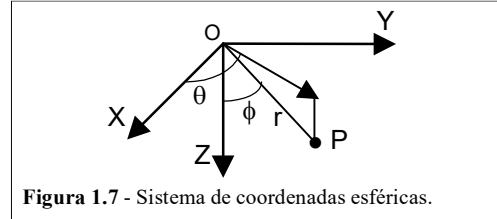


Figura 1.7 - Sistema de coordenadas esféricas.

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{\alpha}{r^2} \left[\frac{\delta}{\delta r} \left(r^2 \frac{\delta T}{\delta r} \right) + \frac{1}{\text{sen} \theta} \frac{\delta}{\delta \theta} \left(\text{sen} \theta \frac{\delta T}{\delta \theta} \right) + \frac{1}{\text{sen}^2 \theta} \frac{\delta^2 T}{\delta \phi^2} \right] \quad [1.37]$$

Entretanto, sendo a condutividade térmica função da posição no corpo e da temperatura, a Eq. 1.32 deve ser modificada para:

$$\rho c \frac{\delta T}{\delta t} = \text{div} \left(k \cdot \text{grad} T \right) = \frac{\delta}{\delta x} \left(k \frac{\delta T}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(k \frac{\delta T}{\delta y} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(k \frac{\delta T}{\delta z} \right) \quad [1.38]$$

Porém, quando a condutividade térmica varia somente com a temperatura, tem-se:

$$\rho c \frac{\delta T}{\delta t} = k \cdot \nabla^2 T + \frac{\delta k}{\delta T} \left[\left(\frac{\delta T}{\delta x} \right)^2 + \left(\frac{\delta T}{\delta y} \right)^2 + \left(\frac{\delta T}{\delta z} \right)^2 \right] \quad [1.39]$$

Por outro lado, no interior do corpo podem existir fontes, ou sumidouros de calor. Portanto, sendo \dot{Q}_i a quantidade de calor absorvida, ou liberada por unidade de tempo e de volume, num volume elementar a quantidade de calor gerada por unidades de tempo é $\dot{Q}_i \cdot dx dy dz$, a qual deve ser subtraída do calor acumulado (Eq. 1.28). Então, a Eq. 1.32 é novamente modificada para:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \alpha \cdot \nabla^2 T + \frac{\dot{Q}_i}{\rho c} \quad [1.40]$$

a qual, no estado quase-estacionário ($\delta T / \delta t = 0$), transforma-se na denominada equação de Poisson:

$$\nabla^2 T = - \frac{\dot{Q}_i}{k} \quad [1.41]$$

Outrossim, a Eq. 1.32 permite que seja melhor esclarecido o significado físico da difusividade térmica. Para tanto, há de se considerar o importante conceito da velocidade de propagação da isoterma. Assim, seja uma superfície isotérmica definida por $T(x, y, z, t) = \text{constante}$. Então:

$$\frac{\delta T}{\delta t} + v_i \cdot \nabla T = 0 \quad [1.42]$$

onde v_i é a velocidade de propagação da isoterma, dada por:

$$v_i = \frac{dn}{dt} \quad [1.43]$$

Logo, levando-se em conta a Eq. 1.32, tem-se:

$$\alpha = -v_i \frac{\nabla T}{\nabla^2 T} \quad [1.44]$$

Desta forma, torna-se evidente que a difusividade térmica é proporcional à velocidade de propagação da superfície isotérmica, enquanto o seu inverso (l/α) indica a inércia do corpo em propagar o campo térmico.

1.4. CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO

Para que as equações diferenciais da difusão do calor numa dada situação possam ser convenientemente resolvidas, é necessário inicialmente ser estabelecido a distribuição da temperatura no corpo considerado.

Usualmente, admite-se que no instante zero o corpo encontra-se numa temperatura (T_0) constante, ou seja $T(x, y, z, 0) = T_0 = \text{constante}$, sendo na soldagem T_0 denominada “temperatura de pré-aquecimento”. Entretanto, há diversos casos (entre passe, multipasse; cordões intermitentes, etc.) nos quais isto não é necessariamente verdadeiro. Então, tem-se:

$$T(x, y, z, 0) = F(\eta, \mu, \nu) \quad [1.45]$$

onde F é uma função conhecida, ou a ser determinada.

Por outro lado, aspectos geométricos do corpo e sua interação com o meio ambiente (inclusive outros corpos em contato com o mesmo) devem ser especificados através de condições de contorno. Tradicionalmente, estas condições são classificadas de primeira até quarta “espécie”, sendo agrupadas em problemas e soluções similares. As mais usuais e de eventual interesse para a soldagem serão a seguir descritas. Note-se, ainda, que o sinal negativo do fluxo térmico indica o calor sendo perdido pelo corpo, e não o sentido para o escalar representado (lembre-se que o vetor fluxo térmico é direcionado por um vetor unitário negativo).

1.4.1. Temperatura na Superfície

A temperatura na superfície do corpo pode ser constante; função da posição, ou do tempo, ou de ambos estes últimos fatores. Quando a mesma é função somente do tempo, tem-se:

$$T(t) = F(t) \quad [1.46]$$

a qual denomina-se condição de contorno de primeira espécie.

1.4.2. Fluxo de Calor Determinado

O fluxo de calor através da superfície do corpo pode ser zero, i. e.:

$$\frac{\delta T}{\delta n} = 0 \quad [1.47]$$

Sendo este fluxo função do tempo (estado transiente), denomina-se condição de contorno de segunda espécie, dada por:

$$\dot{q}_S(t) = F(t) \quad [1.48]$$

1.4.3. Perda de Calor por Radiação

O caso mais simples, é aquele no qual $\dot{q}_S(t) = \text{constante}$ e o mesmo ocorre, como clássico exemplo, quando um corpo é aquecido num forno em alta temperatura. Entretanto, na soldagem o problema é inverso, ou seja, o corpo (ou parte dele) encontra-se em alta temperatura e está envolto pelo ambiente (incluindo paredes, mesas, etc.), cuja temperatura é menor.

Assim, estendendo-se o conceito do “corpo negro”, pela “lei de Stefan-Boltzmann” o fluxo de calor trocado por radiação entre duas superfícies é:

$$\dot{q}_r = -\sigma \varepsilon (\tau_S^4 - \tau_a^4) \quad [1.49]$$

onde: σ é a constante de Stefan-Boltzmann; ε é a emissividade da superfície, ou seja a razão entre o calor emitido pela mesma e aquele emitido por um “corpo negro” com igual temperatura e τ_S e τ_a são as temperaturas absolutas (em kelvin, portanto) da superfície e do meio que está recebendo

a radiação, respectivamente.

A emissividade varia entre 0 e 1, sendo de difícil determinação, pois depende do principal comprimento de onda radiado e de características da superfície. Por outro lado, note-se que:

$$\tau_s^4 - \tau_a^4 = (\tau_s^2 + \tau_a^2)(\tau_s + \tau_a)(\tau_s - \tau_a) \quad [1.50]$$

Além disto, se $(\tau_s - \tau_a)$ for pequeno, a transferência de calor pode ser aproximada para:

$$\dot{q}_r = -h_r(T_s - T_a) \quad [1.51]$$

onde T_s e T_a são dados, agora, em escala de temperatura relativa (graus celsius, por exemplo) e h_r é o coeficiente de dissipação do calor por radiação, medido nas mesmas unidades do coeficiente de dissipação do calor por convecção (visto a seguir). Observe-se que esta aproximação somente pode ser feita para pequenas (cerca de 100 °C) diferenças $(T_s - T_a)$, pois para maiores valores o erro é grosseiro. Então, considera-se esta condição de contorno como de terceira espécie, sendo a mesma dada por:

$$h_r = \sigma\epsilon(\tau_s + \tau_a)(\tau_s^2 + \tau_a^2) = \sigma b(\tau) \quad [1.52]$$

onde $b(\tau)$ é um coeficiente que corresponde à $(\tau_s + \tau_a)(\tau_s^2 + \tau_a^2)$, sendo estas temperaturas absolutas.

1.4.4. Perda de Calor por Convecção

A transferência de calor do corpo ocorre através da sua superfície para um fluido que o envolve, cuja velocidade não deve ser excessivamente alta.

Logo, a seguinte relação (conhecida como a “lei de Newton do resfriamento”) é empregada:

$$\dot{q}_c = -\frac{k_a}{\delta}(T_s - T_a) = -h_c(T_s - T_a) \quad [1.53]$$

onde k_a é a condutividade térmica do fluido; δ é uma espessura convencional da camada do contorno, ou “camada limite”; T_s e T_a são as temperaturas do corpo e (neste caso) do fluido que o envolve, respectivamente (podendo ser, ou não em escala absoluta), e $h_c (=k_a/\delta)$ é o coeficiente da dissipação do calor por convecção.

Esta condição de contorno é usualmente denominada de terceira espécie, sendo que δ (e, conseqüentemente h_c) depende, pelo menos, dos seguintes fatores: (a) Geometria do corpo e sua posição no espaço; (b) Propriedades físicas da superfície; (c) Propriedades do fluido que envolve esta superfície (tais como viscosidade, condutividade térmica, etc., as quais podem variar com a temperatura); (d) Diferença de temperatura $(T_s - T_a)$; (e) Velocidade do fluido.

1.4.5. Casos Especiais

Por outro lado, existem outras diferentes situações para a perda de calor.

Por exemplo, a superfície do corpo pode estar encoberta com uma (fina) camada de substância estranha (tinta, graxa, óxido, etc.), a qual geralmente possui relativamente baixa condutividade térmica. Portanto, considerando-se a condutividade térmica deste material como k_1 , numa primeira aproximação o fluxo de calor através de uma camada com espessura e pode ser dado por:

$$\dot{q}_e = \frac{k_1}{e}(T_i - T_e) \quad [1.54]$$

onde T_i e T_e são as temperaturas na superfície interna e externa da camada, respectivamente.

Note-se que este é aproximadamente o caso, também, quando o fluido que envolve o corpo está em movimento, pois usualmente forma-se uma camada estagnada sobre a superfície, com conseqüente baixa condutividade térmica.

Outra situação de interesse é a convecção natural. O fluido aquecido pelo contato com o corpo torna-se menos denso e tende a elevar-se, formando a denominada corrente de convecção. Neste caso, empiricamente constatou-se que a perda de calor não é proporcional a $(T_s - T_a)$, mas sim a $(T_s - T_a)^{5/4}$. Além disto, esta perda varia muito com a característica do fluido. Na água, por

exemplo, a mesma é cerca de 100 vezes maior do que no ar.

1.4.6. Combinação dos Coeficientes

Para o estado estacionário do campo de temperaturas, a transferência de calor entre um sólido e o fluido que o cerca é dada por:

$$\dot{q}_c = -\frac{h}{k}(T_s - T_a) \quad [1.55]$$

onde h é o coeficiente combinado de dissipação do calor ($=h_c + h_r$) e k é a condutividade térmica do sólido.

Esta é, então, uma condição de contorno de terceira espécie. Note-se que os fluidos precisam ser perfeitamente agitados, e os sólidos devem estar realmente em íntimo contato para que este caso seja válido.

Quando o estado é não-estacionário, são aplicadas as seguintes condições de contorno de quarta espécie:

$$T_s = T_a \quad [1.56]$$

$$k_a \cdot \dot{q}_a = k \cdot \dot{q} \quad [1.57]$$

onde k_a e \dot{q}_a são a condutividade térmica e o fluxo térmico no fluido, respectivamente, enquanto \dot{q} refere-se ao fluxo térmico no sólido.

1.5. A CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

O desenvolvimento de um modelo geral para o fluxo térmico na soldagem, geralmente inicia pela análise da questão relativa à conservação da energia.

Esta “lei” pode ser expressa pela seguinte relação simplificada, a qual precisa ser satisfeita numa dada região de um contínuo:

$$\rho c \frac{\delta T}{\delta t} = \nabla \cdot (k \cdot \nabla T) - \rho c (\vec{v} \cdot \nabla) T + \dot{Q}_i \quad [1.58(a)]$$

ou, reescrevendo-a:

$$\rho c \frac{\delta T}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta x} \left(k_x \frac{\delta T}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(k_y \frac{\delta T}{\delta y} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(k_z \frac{\delta T}{\delta z} \right) - \rho c \left(v_x \frac{\delta T}{\delta x} + v_y \frac{\delta T}{\delta y} + v_z \frac{\delta T}{\delta z} \right) + \dot{Q}_i \quad [1.58(b)]$$

ou, ainda, considerando a condutividade térmica (k) função da temperatura:

$$\rho c \frac{\delta T}{\delta t} = k \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} \right) + \frac{\delta k}{\delta T} \left[\left(\frac{\delta T}{\delta x} \right)^2 + \left(\frac{\delta T}{\delta y} \right)^2 + \left(\frac{\delta T}{\delta z} \right)^2 \right] - \rho c \left(v_x \frac{\delta T}{\delta x} + v_y \frac{\delta T}{\delta y} + v_z \frac{\delta T}{\delta z} \right) + \dot{Q}_i \quad [1.58(c)]$$

Portanto, as Eqs. 1.58(a-c) determinam a distribuição da temperatura no tempo ($\delta T/\delta t$), ou mais precisamente, a variação da entalpia com o tempo [$\rho c (\delta T/\delta t)$] de um meio em movimento, sendo $\nabla \cdot (k \cdot \nabla T)$ a taxa com que o calor é perdido por condução, enquanto $\rho c \cdot (\vec{v} \cdot \nabla) T$ é a taxa do calor perdido por convecção e \dot{Q}_i representa as demais taxas de calor gerado, ou consumido internamente por unidade de volume do corpo. Além disto, k_x , k_y e k_z são as condutividades térmicas e v_x , v_y e v_z os componentes da velocidade nas direções dos eixos coordenados XYZ mutuamente perpendiculares.

Considerando-se que todos os pontos de um sólido homogêneo movem-se com a mesma velocidade de translação (v), sendo o deslocamento realizado na direção de um dos eixos de referência (por exemplo X), e que no estado estacionário $\delta T/\delta t = 0$, a Eq. 1.58(a) é reescrita como:

$$\nabla \cdot (k \cdot \nabla T) - \rho c v \frac{\delta T}{\delta x} + \dot{Q}_i = 0 \quad [1.59]$$

Na soldagem por fusão, poderia ainda ser considerado o metal de solda na fase líquida, o que geraria uma equação adicional similar a esta última, mas com os coeficientes físicos convenientes. Esta “poça de fusão”, caso considerada no modelo, também suscita a necessidade de ser mantido o equilíbrio da energia no seu contorno (isoterma liquidus), resultando a seguinte equação^{7/}:

$$k \left(\frac{\delta T}{\delta n} \right) - k_a \left(\frac{\delta T}{\delta n} \right)_a = \rho H (\bar{n}_o \cdot v_i) \quad [1.60]$$

onde $(\delta T/\delta n)$ e $(\delta T/\delta n)_a$ são os gradientes de temperatura na interface sólido e líquido, respectivamente; k_a a condutividade térmica do líquido; ρ a massa específica do sólido; H a entalpia e $\bar{n}_o \cdot v_i$ a velocidade da interface líquido-sólido (\bar{n}_o é o vetor unitário normal ao contorno da poça de fusão).

Apesar da complexidade deste procedimento, existem recursos^{8/} (pelo menos teóricos) para considerar-se a alteração de fase líquido/sólido e delimitar-se o contorno da poça de fusão, neste caso uma solução assintótica sobre um sólido infinito. Além disso, estão disponíveis avançadas técnicas computacionais numéricas para previsão da geometria da poça de fusão, por exemplo produzida por LASER^{9,10/} e TIG com corrente pulsada^{11/}. Neste último caso, a transferência de massa e calor no regime bidimensional (veja *Capítulo 2, Fig. 2.4*) foi analisada considerando-se os seguintes fatores:

- Força eletromagnética (ou de Lorentz), gerada pela ação da densidade de corrente no campo magnético induzido;
- Força de cisalhamento, também denominada de Marangoni, devido à tensão superficial, a qual é consequência das diferenças entre os gradientes de temperatura na poça de fusão;
- Força do arco elétrico, ou de arraste sobre a superfície da poça, devido ao momento do jato de plasma;
- Força de flutuação, devido às alterações da temperatura na poça de fusão.

Entretanto, modelos mais simples geralmente são adotados para a determinação do ciclo térmico na soldagem (como será detalhadamente visto no *Capítulo 3*), os quais negligenciam as transformações de fase (entre as mesmas, aquela descrita pela Eq. 1.60), além do fato de não existir geração interna de energia. Portanto, as condições de contorno são determinadas pela equação de Fourier (Eq. 1.7), com o sólido recebendo um fluxo de calor (W/m^2) externo (\dot{q}) na superfície (proveniente da fonte de energia). Desta forma, o fluxo do calor na superfície do sólido ($\bar{q}_s \cdot \bar{n}$) é determinado pela solução de uma relação do seguinte tipo:

$$\bar{q}_s \cdot \bar{n} = h_c (T_s - T_a) + \varepsilon \sigma (\tau_s^4 - \tau_a^4) - \dot{q} \quad [1.61]$$

onde (veja, também, a *Seção 1.4*):

$\bar{q}_s \cdot \bar{n}$: sendo \bar{q}_s o fluxo de calor estabelecido na superfície do sólido exposta à fonte de energia e \bar{n} um vetor unitário, normal à esta superfície (observe-se que o produto *escalar* entre dois vetores resulta num escalar);

$h_c (T_s - T_a)$: perda de calor por convecção;

$\varepsilon \sigma (\tau_s^4 - \tau_a^4)$: perda de calor por radiação.

Note-se que o valor escalar de \bar{q}_s é zero sobre $y=0$ (por simetria), além da existência dos termos à direita do sinal de igualdade nesta equação depender das condições de contorno estabelecidas.

Outrossim, com relação às superfícies do sólido não atingidas diretamente pela fonte de energia, outros fatores deverão ser considerados para ser decidida a questão das mesmas apresentarem, ou não perdas por convecção e radiação.

1.6. DIFUSÃO TRANSIENTE DO CALOR: Generalidades

De especial interesse para a soldagem, é a situação na qual a temperatura sofre muito rápida alteração no tempo. Para melhor se entender as soluções que serão apresentadas nas seções se-

guintes, abaixo encontram-se descritos alguns conceitos fundamentais relativos ao assunto.

1.6.1. Corpo Semi-Infinito

O desenvolvimento dos modelos para a soldagem de peças (finitas), baseia-se principalmente nas soluções encontradas para os sólidos semi-infinitos, as quais, na maioria das vezes, originaram-se daquelas deduzidas para sólidos considerados infinitos.

Portanto, é importante que o conceito do sólido semi-infinito seja claro, i. e., é aquele infinito em um lado do plano XY e ocupando, portanto, a região $z \geq 0$. Outrossim, observe-se que é somente uma a disposição para os eixos coordenados adotada neste livro, exemplificada, por exemplo, pela Fig. 1.3 no sistema cartesiano, a Fig. 1.6 no sistema cilíndrico e a Fig. 1.7 no sistema esférico.

1.6.2. Princípio da Sobreposição

O princípio da sobreposição é importante, pois é uma das principais ferramentas na derivação das equações para os casos de fontes de energia contínuas móveis. O mesmo suporta a afirmação, de que a temperatura $T(x,y,z,t)$ no processo de difusão do calor num corpo infinito, à partir da distribuição inicial da temperatura $T_o(x',y',z')$, é igual à adição das temperaturas de todas as quantidades elementares de calor (dq), as quais estão dispersas no volume (V) do corpo, ou seja:

$$T(x, y, z, t) = \int_V dT \quad [1.62]$$

Admite-se, então, que podem existir quantidades elementares de calor distribuídas no volume do corpo. Assim, sumarizadas nas coordenadas (x',y',z') , estas fontes concentradas determinam a temperatura inicial T_o nos contornos desde $-\infty$ até $+\infty$ sobre as mesmas. Portanto, a quantidade de calor concentrada num volume elementar do corpo infinito no ponto (x',y',z') , será considerada como “fonte ponto instantânea” aplicada no tempo $t=0$.

Observe-se que este princípio não pode ser utilizado, se os coeficientes físicos do material e aqueles de dissipação do calor são considerados dependentes da temperatura, ou se ocorrem alterações de estado (transformações de fase, etc.).

Assim sendo, para um sólido infinito, a quantidade total de calor numa região infinita é:

$$\begin{aligned} Q &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T \cdot dx dy dz = \\ &= \frac{Q}{8(\pi\alpha)^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4t\alpha}\right] \cdot dx \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(y-y')^2}{4t\alpha}\right] \cdot dy \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(z-z')^2}{4t\alpha}\right] \cdot dz \end{aligned} \quad [1.63]$$

Por outro lado, a adição de qualquer número de soluções parciais de uma equação linear parcial, também satisfaz esta equação. Logo, o calor de cada fonte difunde no corpo independentemente da ação de outras fontes, i. e., as mesmas agem como se fossem únicas. Então, os processos de difusão do calor são sobrepostos, considerando-se que a estabilização da distribuição inicial da temperatura no tempo $t=0$ é dada por:

$$T(x, y, z, 0) = T_o(x, y, z) \quad [1.64]$$

Desta forma, estando a fonte concentrada no ponto (x',y',z') , a temperatura apresenta as seguintes distribuições para um ponto situado em (x,y,z) , dependendo do caso, i. e.:

- (a) Fluxo unidimensional (linear) de calor:

$$T(x,t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi t \alpha}} \int_{-\infty}^{\infty} T_0(x') \cdot \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4t\alpha}\right] \cdot dx' \quad [1.65]$$

(b) Fluxo bidimensional de calor:

$$T(x,y,t) = \frac{1}{4\pi t \alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T_0(x',y') \cdot \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{4t\alpha}\right] \cdot dx' dy' \quad [1.66]$$

(c) Fluxo tridimensional de calor:

$$T(x,y,z,t) = \frac{1}{8(\pi t \alpha)^{3/2}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T_0(x',y',z') \cdot \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4t\alpha}\right] \cdot dx' dy' dz' \quad [1.67]$$

1.6.3. Fontes e Sumidouros de Calor / Método de Imagens

Pode-se supor que o fluxo de calor em um sólido infinito seja provocado pelo suprimento estacionário de calor em certos pontos e retirada do mesmo em outros. Estes pontos são denominados, então, *fontes* e *sumidouros* de calor, respectivamente.

Assim, seja uma pequena esfera de raio r em torno de um ponto no qual o calor está sendo suprido. Quando $r \rightarrow 0$, a taxa na qual o calor flui desde a esfera tem que ser igual à taxa com que o calor é fornecido na fonte. Então, a solução da equação de Laplace (Eq. 1.33) deve ter a forma:

$$T = \frac{q}{4\pi kr} + \Phi \quad [1.68]$$

onde Φ é uma solução desta equação, a qual permanece finita na origem e q é a quantidade de calor lá introduzida por unidade de tempo. Desta forma, se o calor é suprido continuamente através de uma porção finita de um sólido infinito, a temperatura em qualquer ponto é obtida integrando-se esta Eq. 1.68.

Entretanto, o processo da difusão do calor num corpo semi-infinito pode ser representado como parte daquele que ocorre numa região correspondente de um corpo infinito, no qual fontes de calor adicionais tenham sido introduzidas.

Sendo o calor produzido numa *fronteira (contorno) isotérmica*, cuja superfície é mantida na temperatura zero, ou a mesma é *adiabática* (i. e., é impermeável ao calor), provavelmente o mais indicado tratamento do problema é através do *método de imagens*, existindo também a solução geral fornecida pelas funções de Green da teoria do potencial.

No denominado “método de imagens” considera-se o sólido contínuo em todas as direções e, então, supondo-se imagens da fonte original posicionadas nos planos de fronteira, obtém-se a distribuição de fontes e sumidouros, a qual fornece uma função da temperatura, que tende a zero nos contornos com as fontes e sumidouros requeridos no sólido.

No caso da fronteira (contorno) isotérmico, existindo uma fonte (Q) no ponto $P'(0,0,z)$, considere-se que uma outra fonte, de mesma magnitude, mas com o “sinal oposto” ($-Q$) esteja em $P''(0,0,-z')$. Portanto, esta última fonte é, na realidade, um sumidouro de calor e o ponto P'' , por sua vez, comporta-se como uma “imagem no espelho” de P' , com respeito ao plano XOY.

Sendo assim, mantém-se a condição de que a isoterma no plano XOY é zero ($T_{z=0} = 0$). Então, o processo de difusão do calor de uma fonte em P' num corpo semi-infinito com uma fronteira isotérmica equivale à adição de dois processos, i. e.: a difusão do calor desde a fonte no ponto P' no corpo infinito, e a difusão do calor no mesmo corpo de um sumidouro de calor equivalente em P'' , o qual é a imagem no espelho de P' em relação ao plano XOY.

Desta forma, para um sólido semi-infinito, tem-se:

$$T(x, y, z, t) = \frac{Q}{8\rho c(\pi\alpha)^{3/2}} \cdot \left\{ \exp\left[-\frac{x^2 + y^2 + (z - z')^2}{4t\alpha}\right] - \exp\left[\frac{x^2 + y^2 + (z + z')^2}{4t\alpha}\right] \right\} \quad [1.69]$$

Por outro lado, numa *fronteira adiabática* o plano (de fronteira) XOY é impermeável ao calor ($\delta T/\delta z=0$). Logo, a difusão do calor (Q) da fonte P', no campo semi-infinito com fronteira adiabática, também é equivalente à adição de dois processos, i. e.: difusão em um corpo infinito do calor de uma fonte no ponto P' e difusão no mesmo corpo do calor de uma fonte equivalente no ponto P'' (o qual é uma imagem no espelho de P' relativamente ao plano da fronteira). Sendo assim, resulta:

$$T(x, y, z, t) = \frac{Q}{8\rho c(\pi\alpha)^{3/2}} \cdot \left\{ \exp\left[-\frac{x^2 + y^2 + (z - z')^2}{4t\alpha}\right] + \exp\left[\frac{x^2 + y^2 + (z + z')^2}{4t\alpha}\right] \right\} \quad [1.70]$$

Comparando-se esta última relação com a Eq. 1.69, note-se que há diferença no sinal do conjunto à direita da igualdade.

1.6.4. Estado Limite: Estados Estacionário e Quase-Estacionário

O “estado limite” é aquele no qual o campo de temperaturas associado à fonte de energia não varia com o tempo. Estando a posição da fonte de energia fixa em relação ao sólido, este é o denominado “estado estacionário”. Entretanto, sendo a fonte móvel, o campo de temperaturas é solidário à mesma e esta situação tipifica o “estado quase-estacionário”.

Este estado limite não ocorre imediatamente após o início da operação da fonte de energia, sendo teoricamente alcançado somente quando $t \rightarrow \infty$. Porém, nas regiões relativamente próximas da fonte de energia, o estado limite é considerado como alcançado, tão logo as isothermas em torno da mesma estabilizem-se numa distância constante.

Desta forma, o período de tempo transcorrido entre o início da operação da fonte de energia e o estabelecimento do estado limite, é denominado de “saturação do calor”. Sendo assim, neste período de saturação (i. e., $0 < t < \infty$) a temperatura $T(t)$ de um dado ponto no sólido varia entre aquela inicial (em geral considerada zero em $t=0$) e a temperatura limite (T_L) quando $t \rightarrow \infty$, podendo ser expressa por:

$$T(t) = \psi(t) \cdot T_L \quad [1.71]$$

onde $\psi(t)$ é o “coeficiente de saturação do calor”, sendo $\psi(0)=0$ e $\psi(\infty)=1$.

A temperatura $T(t)$ é obtida pelas equações que serão apresentadas nas próximas seções, principalmente aquelas relativas aos processos de difusão do calor de fontes concentradas móveis.

1.6.5. Resfriamento Natural do Sólido

O resfriamento natural de uma chapa pouco espessa, ou barra longa e fina, apresenta grande interesse. Sendo considerado que toda a massa do corpo perde calor uniformemente, o resfriamento é dado por:

$$T(t) = T_0 \cdot \exp(-bt) \quad [1.72]$$

onde T_0 é a temperatura inicial do corpo (de “pré-aquecimento”, em soldagem) e b (em 1/s) é o *parâmetro* de dissipação do calor através da superfície, o qual é dado pelas seguintes relações:

(a) Para chapas:

$$b = \frac{2h}{g\rho c} \quad [1.73]$$

(b) Para barras:

$$b = \frac{ph}{A\rho c} \quad [1.74]$$

sendo h o coeficiente de dissipação do calor através da superfície; g a espessura da chapa; A a área da seção transversal e p o perímetro da barra.

Por outro lado, desde a Eq. 1.72 pode-se estimar o tempo para a peça resfriar até uma certa temperatura, ou a taxa de resfriamento numa dada temperatura, i. e.:

$$t = -\frac{\ln(T/T_0)}{b} \quad [1.75]$$

$$-\frac{dT}{dt} = bT \quad [1.76]$$

Outrossim, as situações a seguir descritas também podem apresentar interesse para a soldagem.

Num sólido semi-infinito, cuja superfície ($x=0$) é mantida na temperatura zero e a temperatura inicial é constante e igual a T_0 , para o caso de fluxo linear de calor, a temperatura de pontos sob a superfície (x) é descrita por:

$$T = T_0 \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{t\alpha}}\right) \quad [1.77]$$

onde erf é a função de erro (veja *Apêndice B*). Então, esta equação indica que o tempo para um ponto situado no interior de um corpo alcançar uma certa temperatura, é proporcional ao quadrado da sua distância à superfície.

Observe-se, que para este caso o gradiente de temperatura no interior do corpo é dado por:

$$\frac{\delta T}{\delta x} = \frac{T_0}{(\pi t \alpha)^{1/2}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{4t\alpha}\right) \quad [1.78]$$

enquanto a taxa de resfriamento em qualquer ponto pode ser expressa pela seguinte relação:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{xT_0}{2(\pi^3 \alpha)^{1/2}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{4t\alpha}\right) \quad [1.79]$$

Para a mesma condição anterior, mas se a superfície ($x=0$) é mantida numa temperatura constante (T'), sendo a temperatura inicial (T_0) igual a zero, tem-se:

$$T = T' \cdot \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{t\alpha}}\right)\right] = T' \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{t\alpha}}\right) \quad [1.80]$$

onde erfc é a função de erro complementar (veja *Apêndice B*).

Provavelmente de maior interesse, porém, é o caso de um sólido semi-infinito, cuja temperatura inicial (T_0) é constante, e o mesmo radia para o meio (o qual encontra-se na temperatura zero) através da sua superfície.

A seguinte relação satisfaz à equação diferencial linear em questão, para um ponto no interior deste sólido:

$$T = T_0 \cdot \left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{x}{2(t\alpha)^{1/2}}\right] + \exp\left(\frac{h}{k}x + \frac{h^2}{k^2}t\alpha\right) \cdot \operatorname{erfc}\left[\frac{x}{2(t\alpha)^{1/2}} + \frac{h}{k}(t\alpha)^{1/2}\right] \right\}$$

[1.81]

Para a superfície do sólido ($x=0$), tem-se:

$$T = T_0 \cdot \exp\left(\frac{h^2}{k^2} t\alpha\right) \cdot \operatorname{erfc}\left[\frac{h}{k}(t\alpha)^{1/2}\right] \quad [1.82]$$

Além disto, após um muito longo período de tempo de resfriamento e considerando-se o Apêndice B, esta Eq. 1.82 pode ser reescrita como:

$$T = \frac{k}{h} \frac{T_0}{(\pi\alpha)^{1/2}} \quad [1.83]$$

cometendo-se ao empregá-la, um erro (ER) menor do que o resultante da seguinte relação:

$$ER < \frac{k^3}{h^3} \frac{T_0}{2(\pi^3\alpha^3)^{1/2}}$$

1.7. FONTES INSTANTÂNEAS CONCENTRADAS (SÓLIDO INFINITO)

Nesta situação, considera-se que ocorre liberação local de calor no corpo. A região de difusão deste calor é infinita e a fonte de energia está concentrada num volume elementar do sólido. Sendo o sólido infinito, não tem sentido o emprego de qualquer coeficiente de perda do calor nas equações.

A solução a seguir apresentada para a fonte tipo ponto, é considerada de fundamental importância, pois pela integração da mesma com respeito ao tempo obtém-se a temperatura produzida pela fonte ponto contínua, ou seja, aquela na qual a liberação do calor ocorre através de uma função conhecida no tempo. Além disto, sendo o suprimento do calor constante e ocorrendo por um muito grande período de tempo, no limite a solução torna-se aquela de uma fonte ponto no regime estacionário, a qual é conhecida.

Observe-se, que para os três casos a seguir descritos, no instante inicial o corpo encontra-se na temperatura (de “pré-aquecimento”) $T_0=0$.

1.7.1. Difusão Tridimensional (3D) do Calor (Fonte Tipo Ponto)

Quando uma quantidade de calor Q é instantaneamente gerada no tempo $t=0$ num ponto (x',y',z') no interior de um sólido, a equação diferencial simplificada da condutividade térmica (Eq. 1.32), para um ponto situado em (x,y,z) , é satisfeita pela seguinte relação:

$$T = \frac{Q}{8\rho c(\pi\alpha)^{3/2}} \cdot \exp\left[-\frac{R'^2}{4t\alpha}\right] \quad [1.84]$$

onde $R'^2=(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2$ é a distância do ponto considerado à fonte do calor. Note-se, também, que quando $t \rightarrow \infty$ esta expressão tende a zero em todos os pontos, com exceção de (x',y',z') , local no qual a mesma torna-se infinita.

Além disto, a temperatura num ponto distante R' da fonte alcança o máximo valor após o seguinte intervalo de tempo:

$$t = \frac{R'^2}{6\alpha} \quad [1.85]$$

Observe-se, ainda, que quando esta quantidade de calor é liberada na origem do sistema coordenado e numa esfera cujo raio tende a zero, R'^2 é substituído por $R^2=x^2+y^2+z^2$ na Eq. 1.84. As superfícies das isotermas são, pois, esferas com centro na fonte de calor.

Outrossim, devido à solução apresentada (nesta Eq. 1.84) não ser óbvia, a mesma está demonstrada no *Apêndice C*, considerando-se o caso da fonte esférica.

1.7.2. Difusão Bidimensional (2D) do Calor (Fonte Tipo Linha)

A fonte de energia pode, também, ser considerada como uma linha com comprimento infinito, paralela ao eixo Z e passando através do ponto (x', y') .

Então, admite-se que a quantidade de calor liberada por unidade de comprimento da linha é Q_l (em J/m), estando a fonte ponto instantânea $Q \cdot dz'$ distribuída em Z' (ao longo da linha). Desta forma, integrando-se a Eq. 1.84, resulta:

$$T = \frac{Q_l}{4\pi kt} \cdot \exp\left(-\frac{r'^2}{4t\alpha}\right) \quad [1.86]$$

onde $r'^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2$. Sendo o calor liberado na origem do sistema coordenado, r'^2 é substituído por $r^2 = x^2 + y^2$.

Note-se, também, que esta equação é uma solução da equação diferencial simplificada para um campo de temperatura plano (Eq. 1.34). Portanto, a temperatura não depende da coordenada z , pois a dimensão nesta direção é infinita, sendo as superfícies das isotermas cilindros com eixo em OZ .

1.7.3 Difusão Unidimensional (1D) do Calor (Fonte Tipo Plano)

Nesta situação, considera-se que em $t=0$ a fonte de calor encontra-se num plano paralelo a YOZ , passando por um ponto x' . O calor é liberado por unidade de área deste plano (Q_p em J/m²) e isto é como se fontes tipo linha $Q_l \cdot dy'$ estivessem distribuídas ao longo da linha $x=x'$.

Então, integrando-se a Eq. 1.86, obtém-se:

$$T = \frac{Q_p}{2\rho c(\pi\alpha)^{1/2}} \cdot \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4t\alpha}\right] \quad [1.87]$$

Observe-se que $x'=0$ quando o calor é liberado na origem do sistema coordenado. Outrossim, note-se que esta solução satisfaz à equação diferencial linear de condução do calor (Eq. 1.35), as isotermas formam planos paralelos a YOZ e o campo de temperaturas é linear.

1.8. FONTES INSTANTÂNEAS CONCENTRADAS (SÓLIDO SEMI-INFINITO)

A fronteira do corpo é impermeável ao calor em $z=0$ (i. e., $\delta T/\delta z=0$). A difusão do calor de uma fonte de energia Q aplicada sobre um plano deste tipo num corpo semi-infinito, é equivalente à difusão do calor de uma fonte de calor $2Q$ num corpo infinito, porque a fonte adicional refletida coincide com a fonte real.

Por outro lado, para simplificar a notação, a fonte de energia estará posicionada na origem do sistema de coordenadas e o ponto considerado em (x, y, z) . Observe-se, ainda, que para os casos a seguir descritos, no instante inicial o corpo encontra-se na temperatura $T_0=0$.

1.8.1. Difusão Tridimensional (3D) do Calor

A relação para uma fonte tipo ponto pode ser obtida desde a Eq. 1.84 (para um corpo infinito), empregando-se a fonte com $2Q$, i. e.:

$$T = \frac{Q}{4\rho c(\pi\alpha)^{3/2}} \cdot \exp\left[-\frac{R^2}{4t\alpha}\right] \quad [1.88]$$

onde $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

Porém, estando o ponto analisado situado na origem ($R=0$), tem-se:

$$T = \frac{Q}{4\rho c(\pi\alpha)^{3/2}} \quad [1.89]$$

1.8.2. Difusão Bidimensional (2D) do Calor

Esta é a situação, por exemplo, de uma fina folha (chapa muito fina) que encontra-se no plano $z=0$ e possui espessura g , sendo o calor perdido para o ambiente (o qual está na temperatura zero) pelas faces inferior e superior. Com a quantidade Q de calor liberada na origem e no tempo $t=0$, a equação diferencial é (sendo b o parâmetro de dissipação do calor, dado pela Eq. 1.73):

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \alpha \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} - bT \right) \quad [1.90]$$

Assim sendo, a temperatura é descrita por:

$$T = \frac{Q}{4\pi g k t} \cdot \exp \left[-bt - \frac{r^2}{4t\alpha} \right] \quad [1.91]$$

onde $r^2 = x^2 + y^2$. Esta equação é semelhante à Eq. 1.86. Porém, observe-se que naquele caso a fonte emite calor por unidade de comprimento da linha (a qual é infinita).

Por outro lado, a temperatura para um ponto posicionado no eixo da fonte ($r=0$) é dada por:

$$T = \frac{Q}{4\pi g k t} \cdot \exp(-bt) \quad [1.92]$$

1.8.3. Difusão Unidimensional (1D) do Calor

Para exemplificar esta situação, considere-se uma fina barra, com perímetro p e área da seção transversal A , a qual está imersa num ambiente na temperatura zero. O eixo OX coincide com o desta barra e há troca de calor com o ambiente somente através das superfícies laterais da mesma, cujo comprimento pode ser assumido infinito.

Aquecendo-se uniformemente a seção transversal da barra em $x=0$, com uma fonte cuja quantidade de calor é Q , pode-se empregar a Eq. 1.87, além do parâmetro de dissipação do calor (b) expresso pela Eq. 1.74. Então:

$$T = \frac{Q}{2\rho c A (\pi\alpha)^{1/2}} \cdot \exp \left[-bt - \frac{x^2}{4t\alpha} \right] \quad [1.93]$$

Observe-se, que esta relação satisfaz à seguinte equação diferencial, com a quantidade de calor Q liberada em $x=x'$ no tempo $t=0$:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \alpha \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} - bT \quad [1.94]$$

Na borda da barra ($x=0$), tem-se:

$$T = \frac{Q}{2\rho c A (\pi\alpha)^{1/2}} \cdot \exp(-bt) \quad [1.95]$$

1.8.4. Comparação entre os Processos de Difusão

Considerando-se que todos os fatores nas equações anteriores são constantes (i. e., C_1 , C_2 e C_3 constantes), com exceção do tempo, para facilitar a análise pode-se assim reescrevê-las:

$$(a) \text{ Difusão 3D do calor: } \quad T = \frac{C_3}{t^{3/2}} \quad [1.96]$$

$$(b) \text{ Difusão 2D do calor: } \quad T = \frac{C_2}{t} \cdot \exp(-bt) \quad [1.97]$$

$$(c) \text{ Difusão 1D do calor: } T = \frac{C_1}{t^{1/2}} \cdot \exp(-bt) \quad [1.98]$$

Então, pode-se concluir que os processos de difusão do calor em questão são qualitativamente semelhantes, mas o resfriamento ocorre mais lentamente para o tipo linear, aumentando para o 2D e sendo maior ainda no caso 3D, pois a região de fluxo do calor expande-se nesta ordem.

1.9. FONTES CONTÍNUAS CONCENTRADAS (SÓLIDO INFINITO)

Observe-se, que para os casos a seguir descritos, no instante inicial o corpo encontra-se na temperatura $T_0=0$ e a fonte de calor está agindo continuamente. Além disto, note-se a importante alteração realizada com relação à nomenclatura utilizada nas seções anteriores, i. e., de Q (quantidade de calor) para q (taxa de liberação do calor), além da temperatura ser função da posição e do tempo.

1.9.1. Fonte Tipo Ponto

Neste caso, o calor é liberado num ponto (x',y',z') pela fonte q (em J/s, ou W), sendo considerado o período de tempo entre 0 e t .

Portanto, a temperatura num ponto (x,y,z) no tempo é dada integrando-se a Eq. 1.84, i. e.:

$$T = \frac{1}{8\rho c(\pi\alpha)^{3/2}} \cdot \int_0^t q(t') \cdot \exp\left[-\frac{R'^2}{4\alpha(t-t')}\right] \cdot \frac{dt'}{(t-t')^{3/2}} \quad [1.99]$$

onde $R'^2=(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2$. Sendo $q(t')$ constante e igual a q , tem-se:

$$T = \frac{q}{4\rho c(\pi\alpha)^{3/2}} \int_{1/\sqrt{t}}^{\infty} \exp\left(-\frac{R'^2 u^2}{4\alpha}\right) \cdot du \quad [1.100]$$

onde $u = 1/(t-t')^{1/2}$.

Desta forma, resulta que:

$$T = \frac{q}{4\pi k R'} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{R'}{2\sqrt{t\alpha}}\right) = \frac{q}{4\pi k R'} \cdot \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{R'}{2\sqrt{t\alpha}}\right)\right] \quad [1.101]$$

onde erfc é a função de erro complementar e erf é a função de erro (veja *Apêndice B*).

Após a fonte operar por um longo período de tempo (teoricamente quando $t \rightarrow \infty$), todos os pontos do sólido alcançam o estado estacionário, ou seja, a temperatura não mais varia. Com a fonte de calor na origem do sistema coordenado (substituindo-se R'^2 por $R^2=x^2+y^2+z^2$), a temperatura em qualquer posição no sólido é:

$$T = \frac{q}{4\pi k R} \quad [1.102]$$

1.9.2. Fonte Tipo Linha

Nesta situação, o calor é liberado por unidade de tempo e de comprimento de uma linha paralela ao eixo Z e que passa pelo ponto (x',y') , estando o sólido na temperatura zero. O período de tempo inicia em $t=0$ e o calor suprido pela fonte (q_l) é dado em W/m.

Então, desde a Eq. 1.86, a temperatura é obtida por:

$$T = \frac{1}{4\pi k} \int_0^t q_l(t') \cdot \exp\left[-\frac{r'^2}{4\alpha(t-t')}\right] \cdot \frac{dt'}{t-t'} \quad [1.103]$$

onde $r'^2=(x-x')^2+(y-y')^2$. Sendo $q_l(t')$ constante e igual a q_l e com a fonte de calor na origem do

sistema coordenado, ou seja, substituindo-se r'^2 por $r'^2 = x^2 + y^2$, tem-se:

$$T = -\frac{q_l}{4\pi k} \cdot Ei\left(-\frac{r'^2}{4t\alpha}\right) \quad [1.104]$$

com $-Ei(-x)$ simbolizando a função exponencial integral (veja *Apêndice B*), a qual pode ser aproximada por uma série, resultando na seguinte aproximação para a Eq. 1.104:

$$T = \frac{q_l}{4\pi k} \left(\ln \frac{4t\alpha}{r'^2} - \gamma \right) \quad [1.105]$$

onde $\gamma = 0,5772\dots$ é a "constante de Euler".

No estado estacionário de distribuição de temperatura, tem-se:

$$T = \frac{q_l}{2\pi k} \cdot \ln \frac{1}{r} \quad [1.106]$$

1.9.3. Fonte Tipo Plano

Com esta configuração, o sólido é infinitamente longo, admitindo-se que o calor é liberado na taxa q_p por unidade de área (W/m^2), no plano x' ortogonal ao seu comprimento, iniciando a agir no tempo $t=0$. Portanto, desde a Eq. 1.87, tem-se:

$$T = \frac{1}{2\rho c\sqrt{\pi\alpha}} \int_0^t q_p(t') \cdot \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4\alpha(t-t')}\right] \cdot \frac{dt'}{(t-t')^2} \quad [1.107]$$

Sendo $q_p(t')$ constante e igual a q_p , resulta:

$$T = \frac{q_p}{\rho c} \left\{ \left(\frac{t}{\pi\alpha}\right)^{1/2} \cdot \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4t\alpha}\right] - \frac{|x-x'|}{2\alpha} \cdot \operatorname{erfc} \frac{|x-x'|}{2\sqrt{t\alpha}} \right\} \quad [1.108]$$

notando-se que $|x-x'|$ é o valor absoluto desta diferença e erfc é a função de erro complementar (veja *Apêndice B*).

Por outro lado, no estado estacionário de distribuição de temperatura e com a fonte de calor na origem do sistema coordenado, obtém-se:

$$T = \frac{q_p}{\rho c} \left[\left(\frac{t}{\pi\alpha}\right)^{1/2} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{4t\alpha}\right) - \frac{x}{2\alpha} \right] \quad [1.109]$$

pois $\operatorname{erfc}(0)=1$.

1.10. FONTE EM MOVIMENTO SOBRE A SUPERFÍCIE DE UM SÓLIDO SEMI-INFINITO

Note-se que a quantidade de calor considerada deve ser o dobro, quando compara-se com um corpo infinito, pois neste caso o sólido é semi-infinito e a sua superfície é impermeável ao calor (ou adiabática).

1.10.1. Fonte Tipo Ponto

Considere-se uma fonte (ponto), com potência q , deslocando-se à partir da origem O (fixa no corpo) na direção do eixo OX, sobre a superfície de um corpo semi-infinito definida por XOY (adiabática).

Num intervalo de tempo infinitesimal (dt'), a fonte libera a quantidade (elementar) de calor $dQ = q \cdot dt'$. Então, a fonte cruza um ponto fixo no corpo em (x,y,z) no tempo t , enquanto no tempo t' a mesma encontrava-se em $[x-v(t-t')]$.

Desta forma, considerando-se todas as fontes instantâneas de calor operando entre o tempo 0 e t , e desde a Eq. 1.84, para o sistema fixo de coordenadas, tem-se:

$$T = \int_0^t \frac{2q \cdot dt'}{8\rho c [\pi\alpha(t-t')]^{3/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{[x-v(t-t')]^2 + y^2 + z^2}{4\alpha(t-t')}\right\} \quad [1.110]$$

Entretanto, introduzindo-se o sistema de coordenadas móveis, solidário com a fonte de calor, sendo $w=x-vt$ e $R^2=w^2+y^2+z^2$, a temperatura num dado ponto devido ao calor emitido pela fonte entre o tempo 0 e t é obtida por:

$$T = \frac{q}{4\rho c(\pi\alpha)^{3/2}} \cdot \exp\left(-\frac{vw}{2\alpha}\right) \cdot \int_0^t \exp\left[-\frac{v^2(t-t')}{4\alpha} - \frac{R^2}{4\alpha(t-t')}\right] \cdot \frac{dt'}{(t-t')^{3/2}} \quad [1.111]$$

Para a dedução da solução no estado quase-estacionário, assume-se nesta Eq. 1.111 que $t=\infty$ e, então, a integral na mesma pode ser transformada numa relação similar à seguinte :

$$\int_0^\infty \exp\left(-\xi^2 - \frac{s^2}{\xi^2}\right) \cdot d\xi = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \exp(-2s) \quad [1.112]$$

onde:

$$\xi^2 = \frac{R^2}{4t\alpha} \quad \text{e} \quad s^2 = \frac{v^2 R^2}{16\alpha^2}$$

Resolvendo-de desta mesma forma a Eq. 1.111, obtém-se:

$$T = \frac{q}{2k\pi R} \cdot \exp\left[-\frac{v(R+w)}{2\alpha}\right] \quad [1.113]$$

Outrossim, os seguintes casos particulares apresentam especial interesse para aplicação desta equação, i. e.:

(a) Aquele no qual a temperatura deve ser calculada para pontos que se encontram na parte negativa do eixo OX ($x<0$), resultando desde a Eq. 1.113:

$$T = \frac{q}{2\pi k R} \quad [1.114]$$

sendo esta solução similar àquela para fonte contínuas concentradas no estado estacionário (mas com a Eq. 1.102 obtida para um corpo semi-finito e, portanto, com a metade do calor gerado).

(b) Para pontos situados sobre a parte positiva do eixo OX, desde a Eq. 1.113 tem-se:

$$T = \frac{q}{2\pi k R} \cdot \exp\left(-\frac{vR}{\alpha}\right) \quad [1.115]$$

(c) Naqueles pontos situados sobre o eixo OY:

$$T = \frac{q}{2\pi k R} \cdot \exp\left(-\frac{vR}{2\alpha}\right) \quad [1.116]$$

Por outro lado, uma situação próxima da realidade, é aquela na qual o sólido possui espessura g (em $z>0$). No estado estacionário, não existindo perda de calor por radiação, tem-se:

$$T = \frac{q}{2\pi kg} \cdot \exp\left(-\frac{vw}{2\alpha}\right) \cdot \left\{ K_0\left(\frac{vr}{2\alpha}\right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K_0\left[\frac{vr}{2\alpha} \left(1 + \frac{4\alpha^2 n^2 \pi^2}{v^2 g^2}\right)^{1/2}\right] \cdot \cos \frac{n\pi z}{g} \right\} \quad [1.117]$$

onde $r^2 = w^2 + y^2$.

1.10.2. Fonte Tipo Linha

Seja um corpo cujos planos de contorno (superfícies) encontram-se na temperatura zero em $z=0$ e $z=g$, os quais dissipam calor para o meio, com b dado pela Eq. 1.73. Para uma fonte tipo linha (comprimento g em OZ igual à espessura da chapa), e potência q deslocando-se com velocidade constante v na direção OX, e considerando-se o sistema fixo de coordenadas, tem-se:

$$T = \int_0^t \frac{q \cdot dt'}{4\pi k(t-t')g} \cdot \exp\left\{-\frac{[x-v(t-t')]^2 + y^2}{4\alpha(t-t')} - b(t-t')\right\} \quad [1.118]$$

Para o sistema coordenado móvel, solidário à fonte de calor, com $w=x-vt$ e $r^2=w^2+y^2$, resulta:

$$T = \frac{q}{4\pi kg} \cdot \exp\left(-\frac{vw}{2\alpha}\right) \cdot \int_0^t \exp\left[-\left(\frac{v^2}{4\alpha} + b\right) \cdot (t-t') - \frac{r^2}{4\alpha(t-t')}\right] \cdot \frac{dt'}{t-t'} \quad [1.119]$$

É possível simplificar esta equação para o estado quase-estacionário, assumindo-se na mesma que $t \rightarrow \infty$ e realizando-se as seguintes substituições:

$$s^2 = r^2 \left(\frac{v^2 + 4b\alpha}{4\alpha^2} \right) \quad \text{e} \quad \xi = \left(\frac{v^2 + 4b\alpha}{4\alpha} \right) \cdot t$$

Desta forma, obtém-se a seguinte integral conhecida:

$$\int_0^{\infty} \exp\left(-\xi - \frac{s^2}{4\xi}\right) \cdot \frac{d\xi}{\xi} = 2K_0(s) \quad [1.120]$$

Logo, resulta:

$$T = \frac{q}{2\pi kg} \cdot \exp\left(-\frac{vw}{2\alpha}\right) \cdot K_0\left[\frac{r(v^2 + 4b\alpha)^{1/2}}{2\alpha}\right] \quad [1.121]$$

onde $K_0(s)$ é a função de Bessel modificada de segunda espécie e ordem zero, cuja argumento é s (veja Apêndice B).

Note-se que quando a fonte é fixa ($v=0$) e no estado estacionário ($t \rightarrow \infty$), tem-se:

$$T = \frac{q}{2\pi kg} \cdot K_0\left(\frac{\sqrt{b\alpha}}{\alpha}\right) \quad [1.122]$$

1.10.3. Fonte Tipo Plano

Esta é a situação típica na soldagem a topo de barras, ou “chapas” muito curtas e de grande largura. A fonte de calor desloca-se com velocidade v constante no eixo OX, sendo considerada uniformemente distribuída sobre a área da seção transversal (A) do sólido, o qual é infinito no comprimento (barra), ou largura (“chapa”), considerando-se a perda de calor para o ambiente através das superfícies laterais, com b dado pela Eq. 1.74.

Assim sendo, para um sistema fixo de coordenadas:

$$T = \int_0^t \frac{q \cdot dt'}{[4\pi\alpha(t-t')]^{3/2} A\rho c} \cdot \exp\left\{-\frac{[x-v(t-t')]^2}{4\alpha(t-t')} - b(t-t')\right\} \quad [1.123]$$

Porém, no sistema móvel de coordenadas, com $w=x-vt$, tem-se:

$$T = \frac{q}{8A\rho c(\pi\alpha)^{3/2}} \cdot \exp\left(-\frac{vw}{2\alpha}\right) \cdot \int_0^t \exp\left[-\left(\frac{v^2}{4\alpha} + b\right) \cdot (t-t') - \frac{w^2}{4\alpha(t-t')}\right] \cdot \frac{dt'}{(t-t')^{3/2}} \quad [1.124]$$

Para a dedução da solução no estado quase-estacionário, assume-se nesta Eq. 1.124 que $t=\infty$ e, então, a integral na mesma pode ser transformada na relação idêntica àquela dada pela Eq.1.112, com:

$$s^2 = w^2 \left(\frac{v^2 + 4b\alpha}{16\alpha^2} \right) \quad \text{e} \quad \xi^2 = \frac{w^2}{4t\alpha}$$

Desta forma, resulta:

$$T = \frac{q}{4A\rho c(v^2 + 4b\alpha)^{1/2}} \cdot \exp\left[-\frac{vw}{2\alpha} - \frac{|w| \cdot (v^2 + 4b\alpha)^{1/2}}{2\alpha}\right] \quad [1.125]$$

onde $|w|$ é o valor absoluto de w .

CAPÍTULO 2

Aquisição do Ciclo Térmico

2.1. INTRODUÇÃO

A questão do fluxo térmico na soldagem será muito mais facilmente entendida, se for previamente analisado como caracteristicamente varia a temperatura na junta, quando as condições do processo são alteradas. Na prática, a aquisição destes “ciclos térmicos” pode ser realizada pela inserção de termopares em várias posições numa junta soldada, inclusive “in situ” na poça de fusão.

No Laboratório de Soldagem & Técnicas Conexas (LS&TC) é prática corriqueira a aquisição dos ciclos térmicos das soldas realizadas^{12,13, por exemplo}, tendo sido, inclusive, desenvolvido um dedicado sistema computacional para a análise dos dados assim obtidos¹⁴.

Portanto, considere-se um cordão de solda sendo realizado por algum processo ao arco elétrico, sobre a superfície de um corpo, conforme ilustrado na **Fig. 2.1**. Os eixos coordenados XYZ são mutuamente perpendiculares; a fonte desloca-se com a velocidade v no sentido OX, percorrendo, então, a distância $v \times t$ no tempo t e qualquer ponto (P) na posição (x,y,z) neste corpo é determinado pelo vetor \vec{r} , com módulo $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$.

Nesta situação, o ciclo térmico do metal de solda pode ser adquirido através do “arpoamento” (colocação “in situ”) da poça de fusão com um termopar, ou pelo posicionamento do mesmo no fundo de um furo previamente usinado, cuja profundidade é ligeiramente superior à penetração do cordão de solda, tal como mostrado na **Fig. 2.2(a)**. Este último procedimento é viabilizado, por exemplo, através da soldagem por descarga de capacitores da junta do termopar no fundo do furo, mas exige que seja conhecida com antecedência a magnitude da penetração. O arpoamento, por sua vez, requer certa prática, pois a junta do termopar deve “mergulhar” na região da poça de fusão que *não* situe-se sob a direta ação do arco elétrico, como pode ser visto na **Fig. 2.2(b)**.

Em ambas estas técnicas, o termopar empregado deve ser capaz de operar num grande intervalo de temperatura, com o limite superior no mínimo 200 °C acima do ponto de fusão do metal de solda.

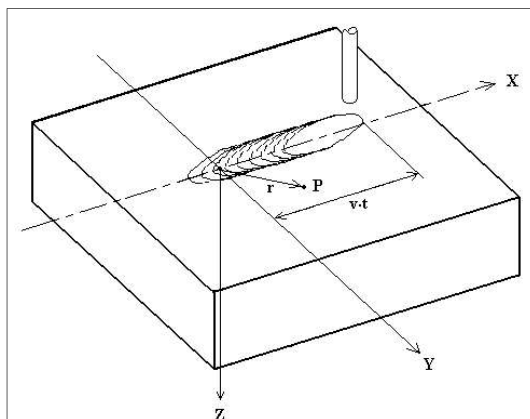


Figura 2.1 – Soldagem sendo realizada sobre a superfície de um corpo e ponto (P) no seu interior.

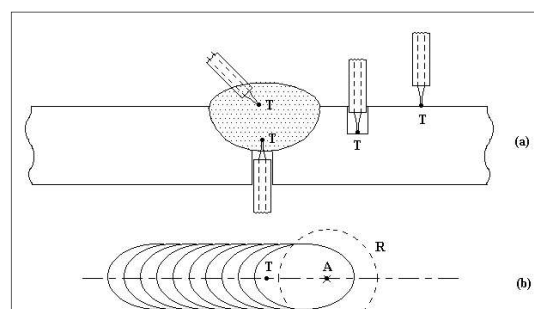


Figura 2.2 – (a) Diversas posições de termopares (T) na junta soldada; (b) O termopar (T) deve “arpoar” a poça de fusão numa região que não está sob direta ação do arco elétrico (R).

Para aços, o termopar de Pt/Pt-10% Rh tipo S é recomendado, com diâmetro em torno de 0,5 mm.

Por outro lado, a aquisição do ciclo térmico de pontos situados no metal base pode ser realizada com termopares de Chromel-Alumel tipo K, posicionados em furos, ou na superfície da peça. Observe-se, que no caso do termopar ser colocado no interior do corpo, o mesmo somente indicará com fidelidade temperaturas inferiores à máxima alcançada naquele ponto (ou “temperatura de pico”), pois ocorrem distorções provocadas pela superfície adiabática produzida pelo furo.

Além disto, alguns processos de soldagem caracteristicamente produzem cordões de solda, cuja seção transversal apresenta algumas regiões com reentrâncias similares àquela mostrada na **Fig. 2.3** (MIG/MAG, por exemplo, produz uma típica “cabeça de touro”). Neste caso, é importante considerar-se que o ponto P_1 apresentará um ciclo térmico diferente do ponto P_2 , apesar de ambos estarem situados na zona afetada pelo calor (ZAC) à mesma distância do metal de solda (MS), com as linhas tracejas nesta figura indicando, aproximadamente, o limite entre a ZAC e o MS. Isto é devido a P_2 comportar-se como um “ponto quente”, ou seja, estar submetido à convergência do calor proveniente de diversas regiões do MS.

Por sua vez, o registro dos valores da temperatura em função do tempo pode ser realizado através de osciloscópios (preferencialmente com memória); registrador Xt, ou placa A/D num computador (provavelmente a melhor opção). Em geral, a frequência de aquisição dos dados não necessita ser maior do que 100 Hz, pois as taxas de resfriamento provocadas pelos processos de soldagem a arco elétrico “convencionais” raramente ultrapassam 100 °C/s, nas temperaturas de interesse (nos aços, entre cerca de 800 °C a 300 °C). Entretanto, na soldagem subaquática molhada, por exemplo, podem ocorrer taxas de resfriamento até 2,5 vezes maior do que esta.

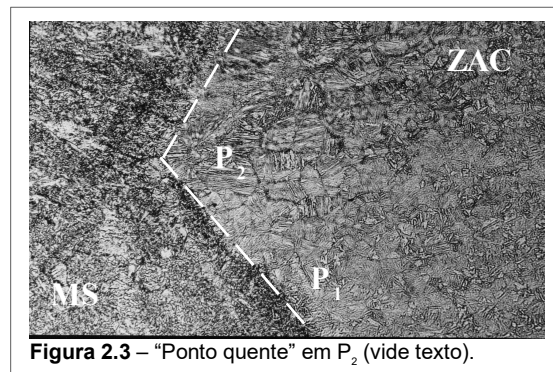


Figura 2.3 – “Ponto quente” em P_2 (vide texto).

Outrossim, para os modelamentos dos ciclos térmicos que serão apresentados nos próximos capítulos, é importante que se reconheça os modos básicos nos quais ocorre a extração do calor na soldagem. Os mesmos podem ser entendidos através das seções transversais dos cordões de solda (um passe) mostrados esquematicamente para juntas a topo representadas nas **Figs. 2.4(a-c)**, ou naquelas sobrepostas apresentadas nas **Figs. 2.4(d,e)**, i. e.:

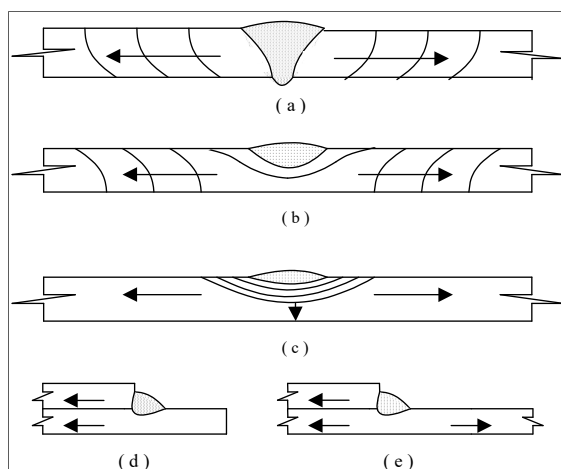


Figura 2.4 - Representação esquemática dos modos de extração do calor (sentido indicado pelas setas): (a) 2D; (b) 2,5D; (c) 3D; (d) Bitérmica; (e) Tritérmica. Vide texto.

(a) O cordão de solda apresenta penetração completa, o calor é extraído essencialmente em duas direções (ilustradas pelas setas) e as isoterms são aproximadamente paralelas à linha de fusão, pois os campos de temperaturas mantêm-se idênticos nas superfícies inferior e superior da chapa, sendo este regime de extração do calor denominado bidimensional (2D);

(b) A penetração do cordão de solda é incompleta, não sendo idênticos os campos de temperatura nas superfícies inferior e superior (mas ambas sofrendo aquecimento), com o regime de extração do calor denominado intermediário (2,5D);

(c) Este é o modo denominado tridimensional (3D), com a superfície inferior não sendo aquecida; as isoterms cilin-

dricas estão posicionadas em torno da linha central do cordão de solda e, após alcançada a mínima espessura necessária para que o mesmo ocorra numa dada condição de soldagem, a mesma pode aumentar indefinidamente sem alteração do regime estabelecido para a extração do calor.

(d, e) Juntas soldadas sobrepostas, com regimes de extração do calor similares ao 3D (caso c), mas ocorrendo progressivamente com maiores taxas e convencionalmente denominados “bitérmico” e “tritérmico”, respectivamente.

2.2. O CICLO TÉRMICO

Nos exemplos desta seção, empregou-se para os cálculos dos ciclo térmicos, na maioria das vezes, a teoria devido a Rosenthal (apresentada nos próximos capítulos), considerando pontos situados na posição (x,y,z) dada em milímetros. Isto não é um indicativo de ser esta teoria a

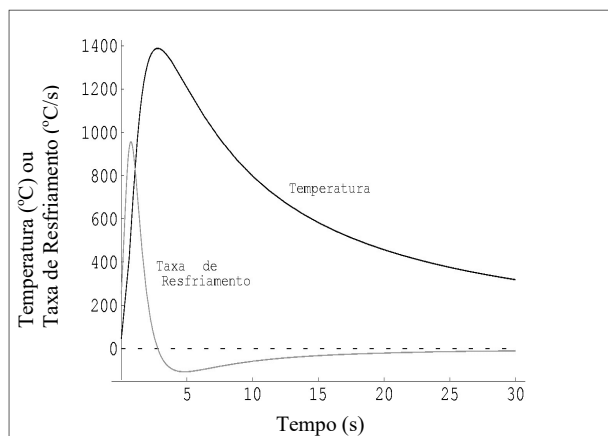


Figura 2.5 – Ciclo Térmico e Taxa de Resfriamento (3D) calculados para um ponto situado em (0,7,7). Soldagem realizada com potência de 27 kW e velocidade de 10 mm/s sobre aço ao carbono.

melhor opção para as soluções dos problemas propostos, mas simplesmente uma forma de modelagem, a qual permite fácil percepção dos fenômenos envolvidos.

Então, a **Fig. 2.5** ilustra o ciclo térmico e a taxa de resfriamento (dT/dt), em qualquer temperatura e instante, sendo o tempo referido após a passagem da fonte pelo ponto considerado (o qual encontra-se em $x=0$ mm; $y=7$ mm e $z=7$ mm). Note-se que gráficos deste tipo permitem a verificação de diversas características importantes e aqui serão apresentadas detalhadamente algumas delas, tais como:

- (a) O aquecimento ocorre nos primeiros 2,77 s e a taxa máxima é de 956,5 °C/s (em 0,73 s, ou 542 °C), muito maior do que aquela de resfriamento (vide a seguir);
- (b) A taxa máxima de resfriamento é de $-106,3$ °C/s (em 4,8 s, ou 1227,6 °C);
- (c) A máxima temperatura alcançada (ou “temperatura de pico”), é de 1388 °C, após 2,77 s;
- (d) O tempo total de permanência acima da temperatura de 1100 °C, por exemplo, é de 4,6 s;
- (e) A taxa de resfriamento na temperatura de 550 °C é de $-28,35$ °C/s (no 16,09 s), sendo em torno da mesma que ocorrem relevantes transformações de fase para os aços;
- (f) O tempo de resfriamento entre 800 °C e 500 °C ($\Delta t_{8/5}$) é de 8,1 s, enquanto que entre 800 °C e 300 °C ($\Delta t_{8/3}$) é de 22 s, sendo nestes intervalos que ocorrem as mais importantes transformações de fase nos aços (além desta região da curva apresentar-se quase linear).

Por outro lado, na **Fig. 2.6** estão ilustrados ciclos térmicos calculados para soldas realizadas com mesmos parâmetros, mas sobre peças com diferentes espessuras, provocando extrações de calor nos modos 2D; 2,5D e 3D. Observe-se nesta figura, que as taxas de resfriamento aumentam na mesma ordem da extração do calor, enquanto as máximas temperaturas alcançadas diminuem.

Inserindo-se, agora, termopares nas posições P_1, \dots, P_5 a igual distância da linha central do cordão de solda, mas progressivamente mais distantes do início do mesmo (em O), conforme ilustrado na **Fig. 2.7**, observa-se após a fonte ter percorrido o trajeto $v \times t$, que a temperatura de pico alcançada pelos pontos situados além desta distância se estabiliza, bem como as taxas de resfriamento tornam-se similares. Portanto, $v \times t$ é o comprimento à partir do qual se estabelece o estado quase-estacionário de extração do calor; depende das condições de soldagem; do material base (tipo, espessura), etc. e geralmente ocorre rapidamente após a operação ter iniciado.

Aliás, este fenômeno pode ser detectado pelas linhas paralelas, as quais são visíveis na superfície oposta àquela da poça de fusão de uma chapa relativamente fina sendo soldada. Nos aços, algumas isotermas produzem cores distintas nesta superfície oxidada.

Outrossim, posicionando-se termopares em U_1, \dots, U_3 , como ilustrado na **Fig. 2.7** e estando estes pontos situados além da distância $v \times t$ (após ter sido alcançado o estado quase-estacionário de distribuição do calor, portanto), obtêm-se ciclos térmicos semelhantes àqueles mostrados na **Fig. 2.8**. Conforme os pontos encontram-se a maiores distâncias da linha central do cordão de solda, as taxas de aquecimento/resfriamento (inicialmente) e as temperaturas de pico se reduzem, sendo estas últimas atingidas cada vez mais tardiamente. Entretanto, como era de se esperar, após um mais longo período de tempo as taxas de resfriamento mantêm-se muito próximas umas das outras.

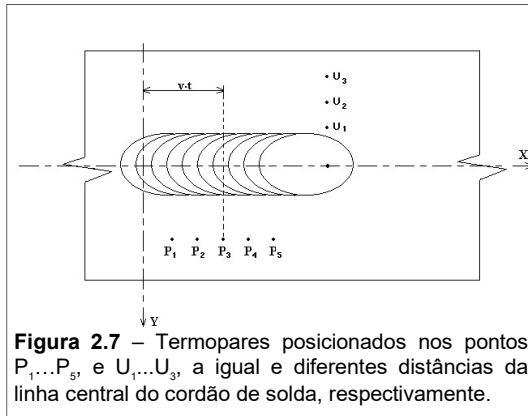


Figura 2.7 – Termopares posicionados nos pontos $P_1 \dots P_5$, e $U_1 \dots U_3$, a igual e diferentes distâncias da linha central do cordão de solda, respectivamente.

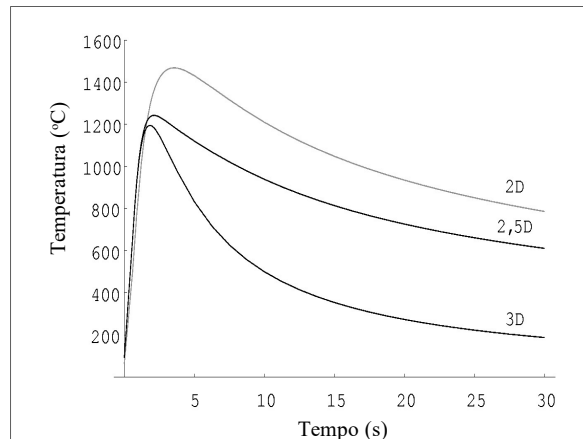


Figura 2.6 – Ciclos Térmicos calculados para diferentes regimes de extração do calor, de pontos situados em $(0,8,0)$. Soldagem realizada com potência de 15,4 kW e velocidade de 10 mm/s, sobre aço ao carbono em várias espessuras.

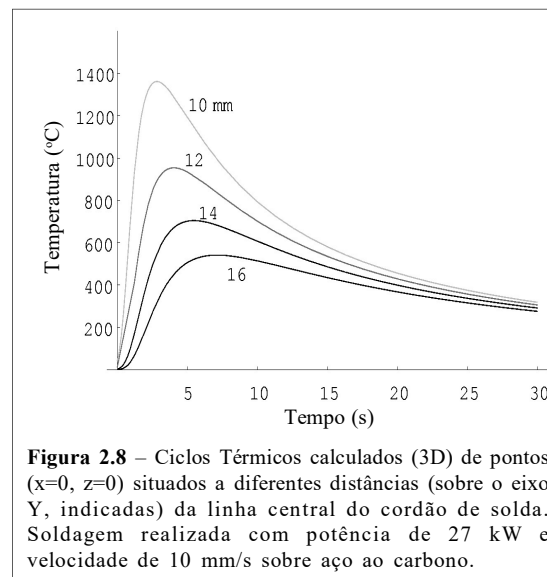


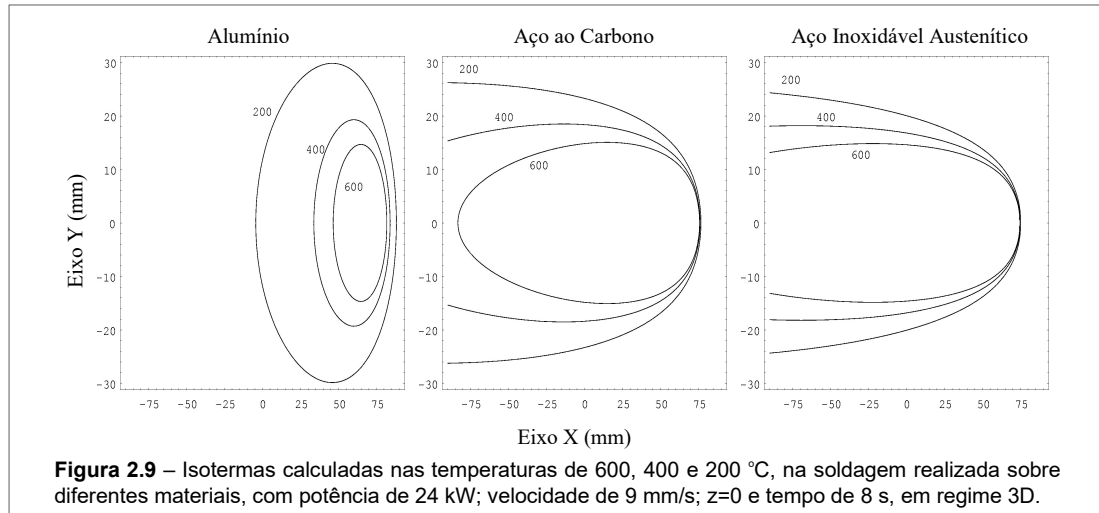
Figura 2.8 – Ciclos Térmicos calculados (3D) de pontos $(x=0, z=0)$ situados a diferentes distâncias (sobre o eixo Y, indicadas) da linha central do cordão de solda. Soldagem realizada com potência de 27 kW e velocidade de 10 mm/s sobre aço ao carbono.

2.3 EFEITOS DAS CONDIÇÕES DE SOLDAGEM E ISOTERMAS

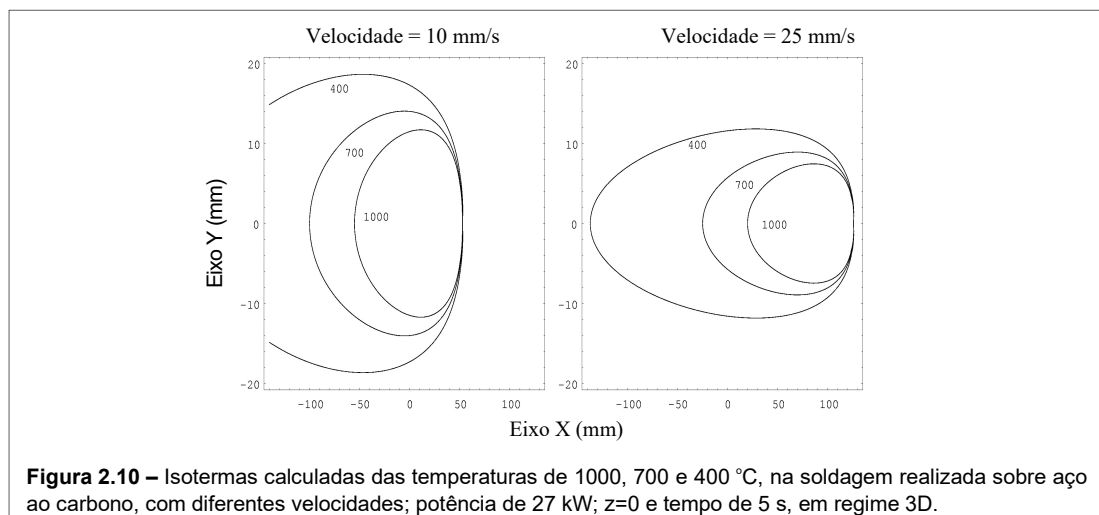
Distribuindo-se diversos termopares em torno da poça de fusão no plano XOY (paralelo à superfície da peça), obtêm-se num dado instante um campo de temperaturas (isotermas). Acompanhando-se o deslocamento da fonte, as formas destas isotermas permanecem constantes e este fato também indica quando foi alcançado o estado quase-estacionário de transferência do calor, ou seja, aquele no qual $dT/dt=0$, sendo este conceito de grande importância para os modelos que mais adiante serão apresentados.

A análise destas isotermas num dado instante de tempo, permite que sejam inferidas diversas informações relevantes para a tecnologia da soldagem. Por exemplo, na **Fig. 2.9** estão representadas isotermas (em vista superior do corpo) calculadas para idênticas condições de soldagem realizada sobre alumínio, aço ao carbono e aço inoxidável austenítico. Observe-se, que confor-

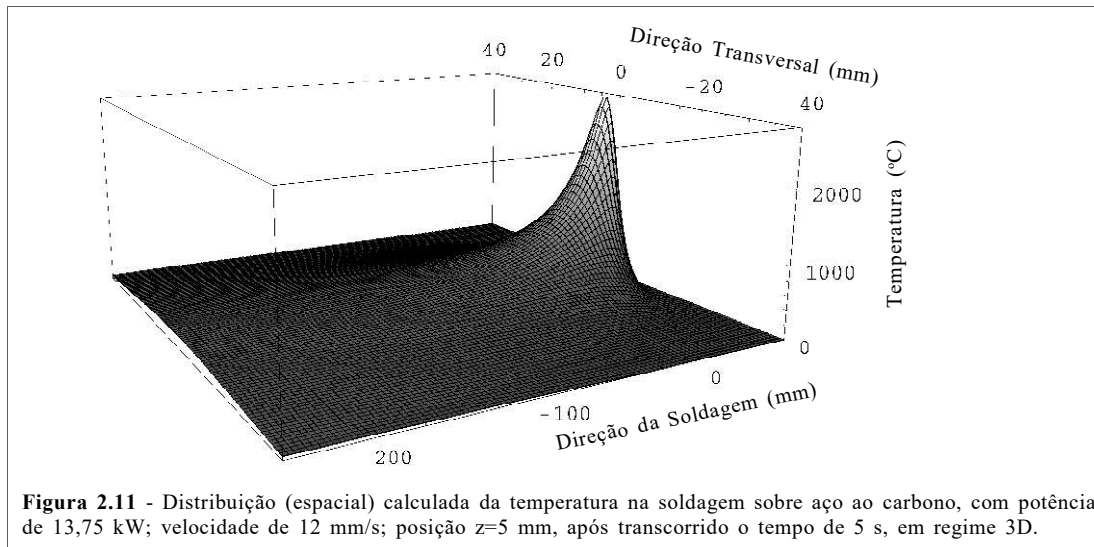
me a difusividade e a condutividade térmica decrescem nesta ordem, o mesmo ocorre com as larguras daquelas isotermas de *relativamente baixa temperatura* (por exemplo, compare aquelas de 200 °C nesta figura). Entretanto, talvez contrariando o senso comum, as dimensões das regiões com alta temperatura são muito maiores nos aços, do que no alumínio, por exemplo (verifique este fato na **Fig. 2.9**, com a isoterma de 600 °C). Isto deve-se ao alumínio possuir muito alta condutividade térmica, permitindo ao calor difundir com grande intensidade. Entretanto, como este metal possui menor capacidade térmica volumétrica do que os aços, é sensivelmente reduzida a concentração do calor no contorno da fonte de energia.



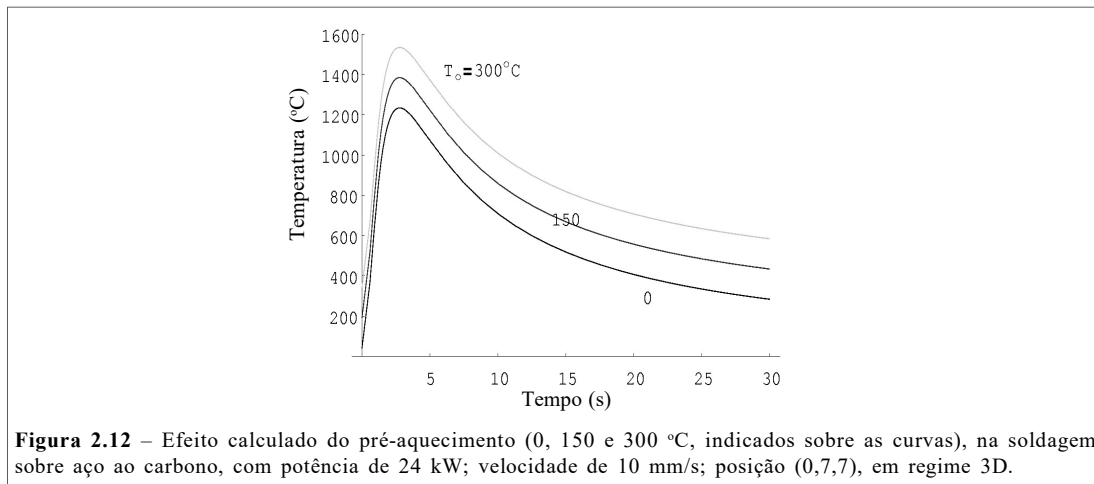
Por sua vez, o aumento da velocidade de soldagem, ou da espessura da peça, mantendo-se todas as outras condições inalteradas, provoca notável redução da largura das isotermas, como mostrado em vista superior na **Fig. 2.10**, sendo o aumento da velocidade uma efetiva técnica para se reduzir a distorção da estrutura soldada. Porém, note-se que este procedimento é tanto mais efetivo, quanto menor for a condutividade térmica do metal base, i. e., o efeito é muito maior nos aços do que no cobre, por exemplo.



Então, combinando-se as informações obtidas até aqui, pode-se determinar a distribuição espacial da temperatura na peça, conforme ilustrado na **Fig. 2.11**. Observe-se que estas são as temperaturas num plano paralelo à superfície da peça e 5 mm no seu interior, estando o ponto de máxima temperatura (temperatura “de pico”) situado exatamente sob a fonte de energia.



Além disto, uma forma muito efetiva para se reduzir a taxa de resfriamento no metal de solda e material base, é através do “pré-aquecimento” deste último. Na **Fig. 2.12** pode ser analisado o efeito do aumento deste pré-aquecimento, o que provoca a concomitante elevação da temperatura “de pico” e maiores tempos de permanência acima de uma dada temperatura (ou intervalo de temperatura).



Outrossim, as propriedades mecânico/metalúrgicas e a distorção apresentada pela estrutura soldada também dependem da temperatura de interpasse, ou seja, a temperatura da junta antes de um novo depósito ser realizado. Entretanto, em função da posição na qual se realiza a medição em relação à fonte de energia, diferentes ciclos térmicos podem ser adquiridos. Na **Fig. 2.13** o ponto considerado encontra-se próximo à raiz da junta e, portanto, a cada novo passe a distância da fonte de energia ao mesmo é maior, enquanto que também aumenta a temperatura de pré-aquecimento.

Observe-se, ainda, que para um ponto de medição situado na superfície da peça (mais próximo ao passe de cobertura, ou o último), o ciclo térmico (completo) seria aproximadamente inverso daquele apresentado nesta última figura. Porém, a cada novo passe a temperatura de pico apresentaria valores muito menores.

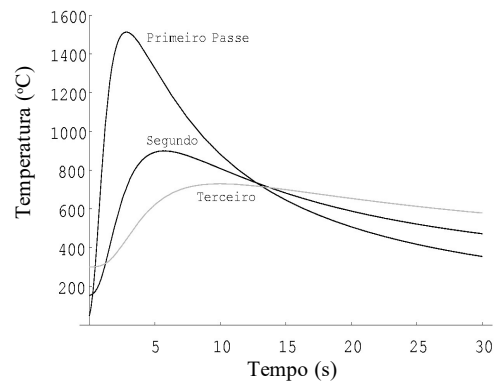


Figura 2.13 – Efeito da temperatura calculada de interpasse (T_i), na soldagem sobre aço ao carbono, com potência de 30 kW; velocidade de 10 mm/s em $x=0$. Temperaturas (T_o e T_i) e posições nas quais o ponto se encontrava em relação à fonte de energia (passes indicados sobre as curvas): (a) Primeiro passe, ponto $y=6$ e $z=8$ e $T_o = 0$ °C; (b) Segundo passe, ponto $y=6$ e $z=13$ e $T_i = 150$ °C; (c) Terceiro passe, ponto $y=6$ e $z=18$ e $T_i = 300$ °C.

CAPÍTULO 3

Os Modelos para a Soldagem

3.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentadas as principais teorias sobre o fluxo térmico na soldagem. As mesmas propõem-se a resolver aquelas situações onde ocorrem elevados transientes de temperatura e nas quais, eventualmente, múltiplas interferências podem mascarar os fenômenos envolvidos.

Para perceber algumas das dificuldades que serão enfrentadas neste estudo, deve-se considerar que a energia pode travestir-se sob as mais variadas formas. Por exemplo, apesar de aparentemente serem fenômenos muito distintos, não existem fundamentais diferenças entre as características básicas das ondas de calor propagando-se num sólido, provocadas por uma fonte de energia deslocando-se sobre a sua superfície, e aquelas resultantes do movimento de um barco navegando num lago espelhado.

Em ambos os casos, o estudioso do modo de propagação (e dos efeitos) destas ondas enfrentará um imediato problema - mais facilmente reconhecido no caso do barco (pois é visível) -, o qual refere-se à interferência entre as mesmas.

As ondas produzidas pelo deslocamento do barco alcançarão as margens (“interfaces”) e a energia será “refletida” no sentido contrário. Caso a velocidade do barco não seja suficientemente alta e se o lago for relativamente estreito, estas ondas provocadas nas margens cruzarão com aquelas subseqüentemente produzidas pela embarcação, tornando-se extremamente difícil a análise do fenômeno.

Fato semelhante pode ocorrer com as ondas de calor, devido a qualquer uma das seguintes situações: **(a)** A fonte de energia desloca-se com velocidade muito baixa; **(b)** A difusividade térmica do sólido é extremamente elevada; **(c)** O sólido é demasiadamente estreito (as “margens”, i. e., as superfícies laterais estão muito próximas). Na soldagem, felizmente são praticamente inexistentes os casos **(a)** e **(b)**, pois mesmo as mais baixas velocidades de deslocamento da fonte são muito mais elevadas do que a maior velocidade de propagação das isotermas (a qual é proporcional à difusividade térmica) nos metais conhecidos. Porém, a questão geométrica pode ocorrer e, além disto - esta é a grande diferença com relação à análise das ondas produzidas pelo barco - na soldagem uma informação a ser obtida é aquela relativa à distribuição do campo de temperaturas e, tanto o aquecimento, quanto o resfriamento ocorrem em taxas extremamente elevadas, i. e., são transientes com características especiais.

Para tentar resolver estas questões, teorias específicas foram desenvolvidas, mas mesmo assim os modelos analíticos, e também aqueles produzidos por métodos numéricos empregando computador, não fornecem soluções absolutamente precisas para as questões apresentadas pelo fluxo térmico provocado pela soldagem. Isto deve-se, principalmente, a fatores tais como as simplificações adotadas e/ou incertezas nos dados existentes (coeficiente físicos; rendimentos térmicos, etc.).

Entretanto, vários modelos disponíveis refletem com fidelidade os fenômenos que ocorrem e a precisão dos seus resultados geralmente é satisfatória para diversas aplicações da Tecnologia da Soldagem, pelo menos considerando-se os aspectos necessários em uma primeira aproximação e desde que as informações obtidas sejam corretamente interpretadas.

Por outro lado, soluções para importantes questões, as quais posteriormente seriam empregadas em típicos problemas de fluxo do calor na soldagem, foram provavelmente apresentadas por H. S. Carslaw em 1921 (*Introduction to the Mathematical Theory of the Conduction of Heat in Solids*; Macmillan, edn. 2), tal como depreende-se da leitura do seu (em co-autoria com J. C. Jaeger) consagrado volume subseqüentemente publicado, no qual muitas das idéias lá existentes foram aparentemente expandidas^{2/}.

Os principais modelos analíticos utilizados atualmente para a resolução dos problemas da condução do calor na soldagem, foram derivados dos clássicos e celebrados trabalhos de Rosenthal^{15-18/} e Rykalin^{19-22/}, tendo sido os mesmos aparentemente desenvolvidos independentemente. Porém, em 1923 Roberts^{23/} apresentara a solução para o caso da fonte de calor movendo-se sobre um fino corpo infinito, enquanto que as facilidades matemáticas para tanto provavelmente existiam desde pelo menos 1904^{24/}. Por outro lado, em 1943 Tanaka^{25/}, considerando as dissipações térmicas para o ambiente, demonstrou que as equações apresentadas por Rosenthal eram casos particulares daquelas que ele próprio obtivera. Diversos outros pesquisadores também realizaram importantes contribuições para o assunto e parte do que se segue é devido aos mesmos^{26-47, por exemplo/}. Além disto, observe-se que até recentemente^{48/} persistia a procura por melhores ferramentas para a resolução analítica deste problema.

Outrossim, deve-se ainda salientar, que na soldagem o fluxo de calor produzido pelo arco elétrico é da ordem^{22/} de 10^4 kJ/mm² e em processos tais como LASER e Feixe de Elétrons o mesmo pode ser maior do que 10^8 kJ/mm². Por outro lado, foram observadas taxas de resfriamento na solidificação da ordem de 10^6 °C/s na soldagem LASER de baixa potência^{49/}. Mesmo tendo-se em conta o fluxo térmico transiente e as ordens de grandeza mencionadas, é importante o estudo das soluções “clássicas” (equações analíticas), pois as mesmas facilitam o entendimento dos fenômenos envolvidos, considerando-se que os métodos computacionais numéricos não são tão claros para a maioria dos seres humanos. Entretanto, deve-se observar que estas equações são tanto mais acuradas, quanto mais afastados os pontos analisados estiverem da fonte de energia (calor), e que os modelos a seguir apresentados usualmente não podem ser livremente estendidos para incluir propriedades não-lineares, porque geralmente a transformação final aplicada é somente válida para uma equação linear.

3.2. A ENERGIA PRODUZIDA PELA FONTE

3.2.1. O Arco Elétrico

No caso particular da soldagem ao arco elétrico, considera-se que o calor necessário para formar o cordão é essencialmente produzido por uma “fonte ideal” com potência q , a qual desloca-se ao longo de um eixo de referência (X), com velocidade constante e, portanto, energia fornecida por unidade de comprimento fixa. Além disto, as demais possíveis fontes/sumidouros de calor (reações exotérmicas/endotérmicas, resistências elétricas, etc.), são geralmente desprezíveis frente ao calor gerado pelo arco elétrico. Observe-se, porém, que análises mais refinadas do problema, realizadas por complexos métodos computacionais, podem e têm levado em consideração estas questões adicionais. Entretanto, para as aplicações usuais da Tecnologia da Soldagem, é suficientemente preciso o cálculo da potência gerada no arco (W ou J/s) através da seguinte relação:

$$q = \eta UI \quad [3.1]$$

onde U (volts) é a tensão e I (ampéres) a intensidade da corrente de soldagem, enquanto η (adimensional, variando entre 0 e 1) é o rendimento térmico do processo naquelas específicas condições. Assim, este último fator indica a proporção da potência total gerada que é transferida para a peça soldada.

Diversos pesquisadores avaliaram os rendimentos térmicos dos principais processos de soldagem, destacando-se Christensen e associados^{26/}. Com os cada vez mais refinados (e exatos) métodos de medição, os valores encontrados têm sido modificados e neste livro serão adotados aqueles apresentados na **Tab. 3.1**. Os mesmos devem ser empregados com cautela e somente

Tabela 3.1 – Rendimento Térmico em Função do Processo de Soldagem

Processo	Rendimento (η)	Processo	Rendimento (η)
Arco Submerso	0,90 ± 0,09	MIG/MAG	0,75 ± 0,10
Eletrodo Revestido	0,75 ± 0,10	Oxigás	0,52 ± 0,27
Eletroescória	0,68 ± 0,13	TIG (CCEN*)	0,65 ± 0,15
Feixe de Elétrons	0,87 ± 0,08	TIG (CA*)	0,35 ± 0,15
LASER	0,005 ± 0,70		

Nota: CCEN=Corrente Contínua Eletrodo Negativo; CA=Corrente Alternada.

como orientação geral, pois diversos fatores podem alterar substancialmente os rendimentos térmicos ali expressos. Por este motivo, geralmente não é fornecido o η nos trabalhos publicados, ou seja, é mencionado somente a “potência nominal” de soldagem.

Desta forma, sendo v a velocidade de soldagem (mm/s), a quantidade de calor fornecida por unidade de comprimento do cordão de solda, ou simplesmente “energia de soldagem” (E , expressa em J/mm), é dada por:

$$E = \frac{q}{v} = \eta \frac{UI}{v} \quad [3.2]$$

Esta energia de soldagem é inversamente proporcional à taxa de resfriamento (como será visto), e a mesma permite comparações entre juntas produzidas sob as mais diversas condições e/ou processos. Assim sendo, este é o mais acessível instrumento disponível para a previsão, tanto dos aspectos “práticos” da soldagem, quanto daqueles relacionados com as propriedades mecânico/metalúrgicas da junta soldada.

Nota: Neste livro - a menos que expressamente mencionado o contrário -, a energia de soldagem (E) referida é aquela dada pela Eq. 3.2.

Por outro lado, uma importante consideração ainda deve ser feita, com relação ao efeito do tipo de junta sobre a “repartição” da energia de soldagem, ou seja:

- Para juntas tipo “V com nariz” e no passe de raiz, desde que a altura da solda seja menor do que $0,15.g$, onde g é a espessura da chapa, a energia de soldagem (E) deve ser corrigida (E_c) para:

$$E_c = cE \quad [3.3]$$

com $c = 180/(180 - \theta)$, sendo θ o ângulo ($^\circ$) da junta. Nesta situação, o mesmo fator também deverá corrigir a espessura da peça.

- No caso de juntas tipos em ângulo e sobreposta, considera-se a espessura da chapa inferior (g), sendo que a energia corrigida é:

$$E_c = \frac{2}{3} E \quad [3.4]$$

- Em juntas do tipo cruciforme, o fluxo térmico é dividido em quatro seções, ou seja, duas na vertical e duas na horizontal. Para o último cordão de solda depositado (seja em que posição for), a energia corrigida é dada por:

$$E_c = \frac{1}{2} E \quad [3.5]$$

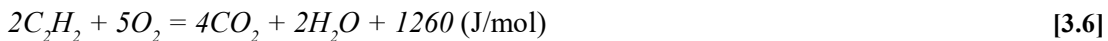
Em geral, para energia de soldagem constante, a taxa de resfriamento aumenta nos seguintes tipos de juntas e nesta ordem: “V com nariz” → “depósito sobre a superfície da chapa” → “juntas em ângulo” → “3ª e 4ª juntas, no tipo cruciforme”.

3.2.2. A Chama Oxigás

Uma detalhada descrição dos processos que utilizam chama oxigás (principalmente soldagem e corte térmico) pode ser encontrada em outro livro do autor⁵⁰, por exemplo. No momento, o mais importante a ser entendido é que uma chama oxigás possui características peculiares e diversas variáveis podem alterar a energia útil produzida pela mesma. Além disto, observe-se que o acetileno é, provavelmente, o gás combustível mais utilizado para a soldagem e corte térmico, por razões cuja análise foge do escopo deste livro, mas que podem ser verificadas na literatura indicada. Entretanto, mesmo considerando-se a chama oxi-acetileno, a taxa de aquecimento localizado do sólido ainda ocorre (muito) lentamente, quando comparada com aquela produzida pelo arco elétrico, o qual é cerca de 15 vezes mais potente, além de atingir uma muito menor região na peça (pois possui maior densidade de potência).

Então, visando melhor esclarecer o leitor menos familiarizado com este processo e possibilitar-lhe condições imediatas para algum tipo de simulação/aplicação, a seguir será realizada uma breve explanação desta fonte de energia, pois o processo apresenta diversas características determinadas empiricamente.

Pode-se descrever a combustão completa de uma mistura de oxigênio com acetileno, através da seguinte reação química:



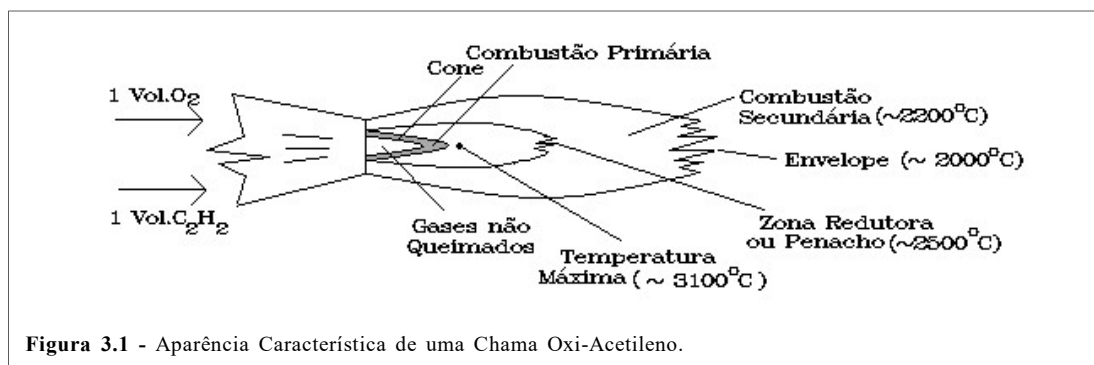
Nota: Para aplicações tecnológicas, é conveniente considerar-se nesta reação química a energia produzida por unidade de volume do gás combustível. Neste caso, o calor de combustão total é 48,0 kJ/l.

Portanto, esta equação indica que são necessários 2,5 volumes de oxigênio para a combustão completa de 1 volume de acetileno, resultando principalmente vapor d'água e dióxido de carbono, além de calor. Entretanto, a combustão do acetileno se processa em duas etapas, com a participação do ar que envolve a chama e, assim, o oxigênio aqui considerado não é suprido integralmente ao maçarico.

Desta forma, é necessário analisar as regiões da chama, com suas distintas reações químicas. Para tanto, a seguinte discussão baseia-se numa chama oxi-acetileno, quando são fornecidos aproximadamente iguais volumes de oxigênio e acetileno no maçarico - na realidade um relativamente pequeno volume (menos de 10%) maior de acetileno - a qual caracteristicamente exhibe o aspecto mostrado na **Fig. 3.1**, observando-se as seguintes regiões:

(i) Cone e Dardo

Logo após a ponta da extensão do maçarico (doravante denominado “bico”), ocorre a base da chama, de forma cônica, com os gases sendo aquecidos nesta região até a temperatura de inflamação, a qual é definida como aquela em que um material entra em combustão pela simples presença do oxigênio. Para a mistura acetileno/oxigênio, essa temperatura encontra-se entre 300 e 380 °C, dependendo da proporção desses gases. A combustão da mistura não



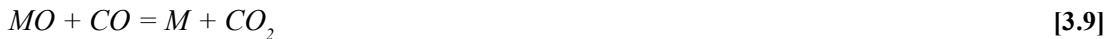
ocorre no cone, mas numa fina região que o envolve, sendo todo o conjunto de cor azul claro denominado dardo. Nessa camada processa-se uma reação incompleta (primária), segundo a seguinte reação química:



Há, então, uma brusca elevação de temperatura e, logo após o ápex deste cone - entre 2 e 4 mm do mesmo, dependendo das condições estabelecidas - encontra-se a máxima temperatura que uma chama pode apresentar. Essa região é a mais efetiva para a soldagem (e aquecimento em geral), sendo aquela que apresenta maior densidade de energia.

(ii) Região Redutora

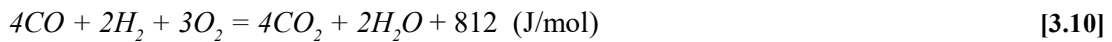
Os produtos da combustão primária avolumam-se, então, numa região de cor verde claro, que envolve o dardo e é denominada “penacho”, existindo na mesma aproximadamente 60% de CO, 20% de H₂ e 20% de H. Essa região é redutora devido às características desses gases, ou seja, sendo M um metal qualquer e MO seu óxido, o mesmo é reduzido segundo as seguintes reações químicas:



Esta parte da chama mantém o mais íntimo contato com o metal de solda e determina, sob o ponto de vista metalúrgico, as suas características.

(iii) Combustão Secundária e Envelope

A combustão incompleta progride, então, devido à incorporação do oxigênio contido no ar. Esta reação química (secundária) ocorre no interior do denominado “envelope” de cor azul e é dada por:



As bordas deste envelope apresentam cor rosa claro, ocorrendo as seguintes principais reações químicas, essencialmente com os elementos do ar:



Esta região é oxidante; contém alta proporção de nitrogênio e vapor d’água, além de apresentar baixa temperatura.

Do volume total de oxigênio necessário para a combustão completa do acetileno - como a Eq. 3.6 demonstra -, somente cerca de 2/5 é fornecido pelo maçarico, sendo o restante proveniente da atmosfera. Quando a vazão do acetileno no maçarico é ligeiramente superior à do oxigênio (caso analisado), a chama é tradicionalmente denominada “neutra”, por servir como conveniente ponto de referência em relação à outras misturas e/ou gases combustíveis (na realidade, entretanto, esta reação primária possui caráter redutor). Desta forma, a simples alteração da razão entre as vazões do oxigênio e acetileno permite ao soldador obter outros tipos de chamas, mais adequados para o propósito do seu trabalho, ou seja, com maior proporção de oxigênio a chama é oxidante, a qual apresenta a maior temperatura e potência dentre todos os tipos (razão volumétrica oxigênio/acetileno entre 2,0 e 2,4), enquanto que predominando o acetileno, a mesma é denominada carburizante.

Por sua vez, o rendimento térmico (η_a) de uma chama oxigás (cuja estimativa também é mostrada na **Tab. 3.1**) é dado pela razão entre a sua potência efetiva (q_g) e a potência total

gerada, ou líquida (q_l) da mesma, a qual corresponde ao poder calorífico inferior do combustível - ambas tendo o watt como unidade -, ou seja:

$$\eta_g = \frac{q_g}{q_l} \quad [3.13]$$

Admitindo-se o calor de combustão do acetileno como 48013 J/l, tem-se:

$$q_l \cong 13,33 \cdot F_a \quad [3.14]$$

onde F_a é a vazão do gás acetileno (l/h).

Logo, especificamente no caso de empregar-se acetileno como gás combustível, resulta:

$$q_g \cong 13,33 \cdot \eta_g \cdot F_a \quad [3.15]$$

Desta forma, a energia (E_g) produzida por uma chama oxi-acetileno (em J/mm) é dada, aproximadamente, por:

$$E_g \cong \frac{q_g}{v} \cong \frac{13,33 \cdot \eta_g \cdot F_a}{v} \quad [3.16]$$

onde v é a velocidade de deslocamento (mm/s) da chama sobre a superfície da peça.

Entretanto, apesar da chama ser considerada como uma fonte local de calor, o seu rendimento térmico (e a sua potência efetiva) é altamente suscetível às específicas condições de operação do processo, sendo esta uma importante razão para a grande variação possível deste fator, conforme mostrado na **Tab. 3.1**. Dentre estas condições, destacam-se as seguintes:

(a) A peça é aquecida principalmente por convecção forçada, sendo a radiação responsável por menos de 10% do calor transferido total;

(b) A dimensão do cone depende da velocidade de deslocamento dos gases na ponta do “bico”, a qual pode alcançar centenas de metros por segundo. Portanto, mantendo-se constante a razão volumétrica acetileno/oxigênio, quanto maior o diâmetro do bico, menor será o comprimento do cone;

(c) A forma da chama é definida pela geometria da superfície da peça;

(d) O calor transferido da chama para o sólido aumenta com o tempo, mas não numa taxa constante. Quanto maior a temperatura da peça, menor é a taxa de transferência do calor. Em geral, eventualmente é alcançado um estado de equilíbrio. Porém, no aquecimento de finas folhas de aço, este equilíbrio nunca é estabelecido praticamente;

(e) O aquecimento por chama que desloca-se sobre a superfície de uma peça, é realizado mais efetivamente do que no caso da chama ser estática, pois constantemente encontra-se sob a mesma metal em baixa temperatura;

(f) A máxima potência efetiva é obtida com a chama do tipo oxidante (cerca de 25% maior do que a da chama neutra);

(g) A potência efetiva da chama aumenta com a espessura da peça, estabilizando-se em torno de 20 mm para aços ao carbono. Por exemplo, sobre este mesmo material, quando a espessura aumenta de 1 para 15 mm, a potência efetiva cresce cerca de 35%;

(h) A máxima potência efetiva é obtida, quando a superfície da peça encontra-se entre 2 a 4 mm do ápex do cone. Maiores distâncias reduzem sensivelmente esta potência;

(i) A eficiência de aquecimento de uma chama móvel decresce com o aumento da vazão do gás combustível. Por exemplo, passa desde cerca de 85% para 25%, quando o diâmetro do bico se altera de 1,0 para 3,5 mm, com concomitante aumento do acetileno. Existem duas prováveis explicações para este fato, i. e.: (i) Uma menor chama mantém contato com reduzida área da superfície (e, portanto, constantemente aquece material com menor temperatura); (ii) Quanto maior a chama, menor é a transferência de massa do oxigênio desde a atmosfera;

(j) A chama de uma tocha com múltiplos bicos não pode ser considerada simplesmente adicionando-se as chamas dos bicos que a compõe (são produzidas interferências entre as mesmas). Por outro lado, para um dado número de bicos, a potência efetiva do conjunto se reduz conforme é menor o espaçamento entre os mesmos.

(I) Mantendo-se constante a distância bico/peça, a potência da chama é máxima com inclinação do maçarico em torno de 60° e deslocamento negativo (i. e., “empurrando-o”);

(m) Quanto maior a velocidade de deslocamento do maçarico, maior o rendimento térmico. Por exemplo, este fator aumenta em cerca de 15%, quando a velocidade passa de 0 para 8 mm/s.

3.3. A DISTRIBUIÇÃO DO CALOR DA FONTE DE ENERGIA

Na superfície da peça ($z=0$), o fluxo de calor gerado pela fonte de energia e perdido para o ambiente possui a seguinte condição geral de contorno:

$$\frac{\delta T}{\delta z} = \dot{q} \quad [3.17]$$

onde \dot{q} é o calor que flui através da superfície da peça, por unidades de temperatura e de área.

Então, as considerações que a seguir serão tecidas baseiam-se nesta equação. Deste fato, resultam modelos os quais são provavelmente satisfatórios para a maioria das aplicações de engenharia.

3.3.1. O Arco Elétrico

Diversos modelos foram propostos para a taxa de calor gerado pela fonte. Um dos menos complexos, considera^[20, 21, 27] que o fluxo térmico possui distribuição normal, ou Gaussiana na superfície da peça (vide Fig. 3.2), dada por:

$$\dot{q}(r) = \dot{q}(0) \cdot \exp(-cr^2) \quad [3.18]$$

onde:

$\dot{q}(r)$: fluxo térmico na superfície (W/m^2) delimitada pelo raio r ;

$\dot{q}(0)$: fluxo térmico máximo (W/m^2), no centro da região aquecida;

c : coeficiente de concentração (m^{-2});

r : distância radial desde o centro da fonte de calor (m), medida na superfície aquecida.

Por outro lado, a relação entre o máximo fluxo térmico e a potência de soldagem (q , dada em W), é aproximadamente a seguinte:

$$q \cong \frac{\pi}{c} \cdot \dot{q}(0) \quad [3.19]$$

Fontes de energia que apresentam este tipo de distribuição são denominadas “circular normal”. Quanto maior c ($c_1 > c_2 > c_3$) na Fig. 3.2, mais concentrada é a fonte de energia, i. e., menor o diâmetro da região aquecida sob a mesma (note-se que c é dado em $1/\text{m}^2$). Foi também demonstrado^[27], que uma significativa proporção do calor é transferida por radiação e convecção desde o arco, diretamente para o metal na fase sólida, sem passar através da poça de fusão.

Além disto, o raio r_c ($=d/2$), no qual o fluxo de calor decresce para 0,05 do máximo fluxo $\dot{q}(0)$, é denominado de “raio convencional” (ou “característico”) da região aquecida, sendo aquele considerado quando das aplicações deste modelo. Observe-se, que este é o raio no qual a densidade de potência se reduz para $1/e$ do seu máximo valor (sendo e a base dos logaritmos naturais, ou neperianos, igual a 2,71828...), ou aproximadamente aquela região sobre a qual 95% do calor é depositado. Então, o “diâmetro convencional” da região aquecida sobre a peça é obtido desde a Eq. 3.18, i. e.:

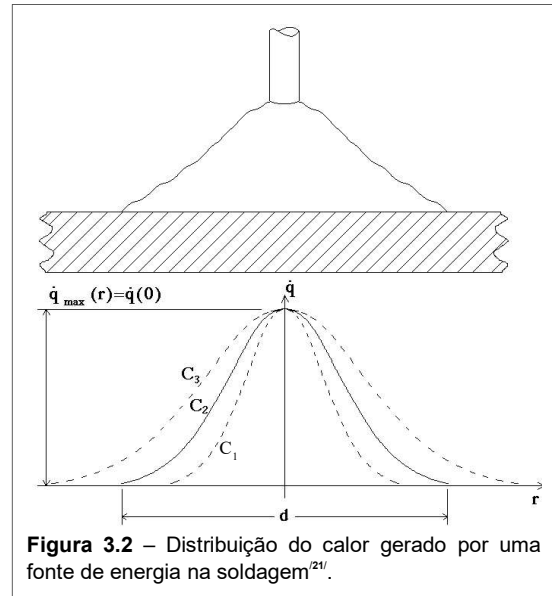


Figura 3.2 – Distribuição do calor gerado por uma fonte de energia na soldagem^[27].

$$\exp(-c \cdot r_c^2) = 0,05 \quad \therefore \quad d_c \cong 2\sqrt{\frac{3}{c}} \quad [3.20]$$

Por exemplo, típicos valores de d_c para TIG operando sobre aço ao carbono situam-se entre 9 e 14 mm.

Por outro lado, a seguinte alternativa é proposta^{28/}, admitindo-se um sistema coordenado que move-se com a fonte (sendo $\xi = x-vt$):

$$\dot{q}(x, \xi) = \frac{3q}{\pi c^2} \exp\left(-\frac{3x^2}{c^2}\right) \exp\left(-\frac{3\xi^2}{c^2}\right) \quad [3.21]$$

Considerando-se, agora, a **Fig. 3.3** e introduzido-se um sistema de coordenadas fixo na peça, é necessário utilizar um “fator de atraso” τ para definir a posição da fonte no tempo $t=0$. Então:

$$\xi = x + v(\tau - t) \quad [3.22]$$

Para o sistema (X,Y,Z) e para $y^2 + \xi^2 < c^2$, a Eq. 3.21 é dada por:

$$\dot{q}(x, y, t) = \frac{3q}{\pi c^2} \exp\left(-\frac{3x^2}{c^2}\right) \exp\left\{-\frac{3[x + v(\tau - t)]^2}{c^2}\right\} \quad [3.23]$$

No caso em que $y^2 + \xi^2 > c^2$, tem-se:

$$\dot{q}(y, \xi, t) = 0 \quad [3.24]$$

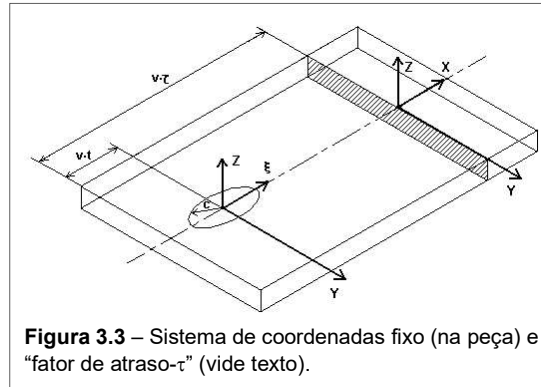


Figura 3.3 – Sistema de coordenadas fixo (na peça) e “fator de atraso- τ ” (vide texto).

Estes modelos são provavelmente satisfatórios, para as situações nas quais a penetração da solda é relativamente pequena. Entretanto, com os mesmos não é possível considerar a rápida transferência de calor através da poça de fusão, nem prever a grande penetração do cordão de solda em processos tais como LASER ou Feixe de Elétrons. Para estes casos, um modelo mais realista é a distribuição Gaussiana hemisférica da densidade de potência [$\bar{q}(y, z, \xi)$ dada em W/m^3], a qual pode ser expressa por:

$$\bar{q}(y, z, \xi) = \frac{6\sqrt{3}q}{\pi c^3 \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{3y^2}{c^2}\right) \exp\left(-\frac{3z^2}{c^2}\right) \exp\left(-\frac{3\xi^2}{c^2}\right) \quad [3.25]$$

Porém, esta equação não resolve completamente a questão, pois a poça de fusão não é esférica. Além disto, este é um caso particular do modelo elipsoidal duplo^{8/}, exemplificado na **Fig. 3.4** e descrito para o quadrante frontal da poça de fusão, i. e.:

$$\dot{q}(x, y, z, t) = \frac{6\sqrt{3} \cdot f_f q}{abc \cdot \pi \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{3y^2}{a^2}\right) \exp\left(-\frac{3y^2}{b^2}\right) \exp\left\{-\frac{3[x + v(\tau - t)]^2}{c^2}\right\} \quad [3.26]$$

Para o quadrante da retaguarda da fonte, tem-se:

$$\dot{q}(x, y, z, t) = \frac{6\sqrt{3} \cdot f_r q}{abc \cdot \pi \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{3y^2}{a^2}\right) \exp\left(-\frac{3y^2}{b^2}\right) \exp\left\{-\frac{3[y + v(\tau - t)]^2}{c^2}\right\} \quad [3.27]$$

Note-se, que nas Eqs. 3.26 e 3.27 os parâmetros a , b e c podem assumir diferentes valores, pois são independentes.

Para se ter idéia da magnitude dos mesmos e considerando-se esta **Fig. 3.4**, na soldagem com eletrodo revestido sobre aço ($v=3,81$ mm/s; $U=30$ V e $I=265$ A), foram obtidos⁽²⁹⁾ os seguintes valores: $c_1=9$ mm; $c_2=16$ mm; $a=6$ mm e $b=6$ mm.

Por outro lado, progressivamente estão sendo avaliados nas análises da transferência do calor na soldagem, os efeitos das correntes de convecção e da deformação da poça de fusão⁽⁵¹⁾, inclusive através de sofisticados métodos computacionais numéricos⁽⁵²⁾. Entretanto, existe ainda um longo caminho a ser percorrido, antes que estas técnicas reflitam a realidade com a precisão desejável.

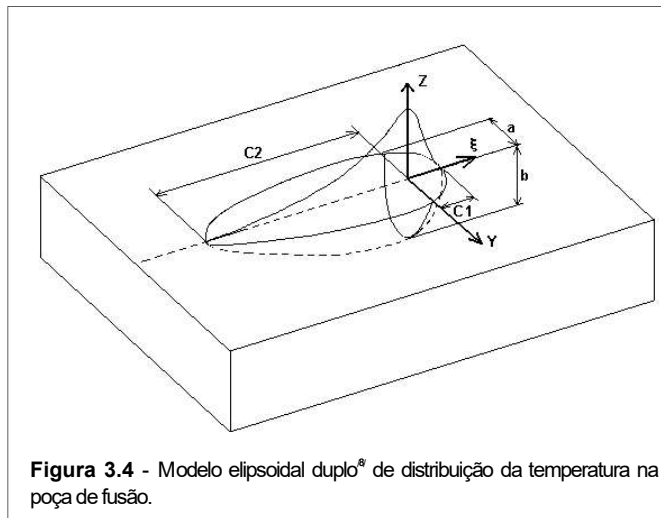


Figura 3.4 - Modelo elipsoidal duplo⁸ de distribuição da temperatura na poça de fusão.

3.3.2. A Chama Oxigás

Um única chama pode ser considerada como fonte de energia “nomal circular” sobre o sólido. Neste caso, a distribuição do calor obedece a relações similares àquelas para o arco elétrico (Eq. 3.18) mas, entretanto, o coeficiente de concentração do calor (c) é muito menor.

Por exemplo, uma chama produzida por um bico com diâmetro igual a 2 mm e vazão do acetileno de 600 l/h apresenta “diâmetro convencional” $d_c \cong 65$ mm (obtido desde a Eq. 3.18). Porém, este “diâmetro convencional” pode alcançar valores muito maiores, sendo aproximadamente 90 mm para um bico com diâmetro de 3,5 mm e vazão do acetileno de 2600 l/h.

Em contrapartida, uma tocha com múltiplos bicos, distribuídos no seu comprimento e que desloca-se na direção do mesmo, apresenta distribuição de temperatura denominada “normal linear”.

Neste caso, a distribuição do calor, em qualquer ponto (x,y) nos limites do comprimento da tocha (L), i. e., $0 \leq x \leq L$ é:

$$\dot{q}(x, y) = \dot{q}(0) \cdot \exp(-cy^2) \quad [3.28]$$

onde o fluxo máximo do calor é considerado uniforme dentro dos limites estabelecidos.

Desta forma, a potência total da tocha é aproximadamente dada por:

$$q \cong \sqrt{\frac{\pi}{c}} \cdot \dot{q}(0) \cdot L \quad [3.29]$$

Dividindo-se ambos os lados por L , obtém-se a seguinte relação entre a potência efetiva linear e a potência máxima:

$$q_l \cong \sqrt{\frac{\pi}{c}} \cdot \dot{q}(0) \quad [3.30]$$

3.4. DISSIPACÃO TÉRMICA E COEFICIENTES FÍSICOS NA SOLDAGEM

As seguintes relações permitem obter coeficientes de dissipação térmica, sendo sugeridas^{53/} para emprego na soldagem:

- Por radiação (no ar):

$$h_r = \varepsilon \sigma (T_s + T_a) (T_s^2 + T_a^2) \quad [3.31]$$

- Por convecção natural (no ar):

$$h_{cn} = 0,00042 \left(\frac{T_s - T_a}{B} \right)^{0,25} \quad [3.32]$$

- Por convecção na água:

$$h_{ca} = 0,442 (T_s - T_a)^{0,25} \quad [3.33]$$

onde:

- ε : emissividade (típicamente 0,2 para alumínio^{29/} e 0,9 para aços laminados a quente^{22/});
- σ : constante de Stefan-Boltzmann;
- T : temperatura da superfície;
- T_a : temperatura do ambiente;
- B : dimensão característica da superfície (vide abaixo).

A convecção natural é dominante em temperaturas inferiores a 500 °C, enquanto a radiação torna-se mais importante em temperaturas maiores do que esta. Na superfície, o coeficiente total de dissipação térmica é dado pela adição das Eqs. 3.31 e 3.32, ou seja, $h = h_r + h_{cn}$. Por sua vez, a “dimensão característica da superfície” (B) é a distância efetiva da superfície considerada, além da qual o aumento da temperatura durante a soldagem é insignificante. Para os aços, esta dimensão é típicamente 150 mm.

Além disto, é sugerida^{22/} a seguinte relação para se obter o coeficiente combinado de dissipação térmica (radiação e convecção):

$$h = 24,1 \cdot 10^{-4} \varepsilon T^{1,61} \quad [3.34]$$

onde ε é a emissividade e T a temperatura na qual deseja-se estimar o coeficiente em questão. Note-se que esta equação pode não ser tão acurada quanto aquelas de Newton para o resfriamento e de Stefan-Boltzmann para a radiação, desde que nas mesmas sejam empregados os coeficientes apropriados^{29/}.

Por outro lado, na soldagem geralmente adota-se como coeficiente total de dissipação térmica o valor de 33,49 ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{C}^{-1}$), no cálculo da taxa de resfriamento em ar calmo dos aços (na temperatura de 540 °C), enquanto valores entre 7,5 e 9,6 ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{C}^{-1}$) são utilizados para o alumínio.

No caso dos processos de soldagem que empregam gás de proteção, para todas as superfícies não influenciadas pelo fluxo do mesmo, foi proposto^{54/} que o coeficiente total de dissipação térmica seja dado por $h = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. Entretanto, especificamente para MIG/MAG, na superfície superior da peça e sob o gás de proteção, é oferecida^{55/} a seguinte relação:

$$h = 13 R_e^{1/2} P_r^{1/3} k_g / D \quad [3.35]$$

onde:

$$R_e \text{ é o “número de Reynolds”, ou seja: } R_e = \frac{\phi'_g \rho_g}{\mu_g}$$

$$P_r \text{ é o "número de Prandtl", i. e.: } P_r = \frac{v_g}{\alpha_g} = \frac{\mu_g c_g}{k_g}$$

sendo, adicionalmente:

c_g : calor específico do gás, considerado como 518,816 J.kg⁻¹.K⁻¹ para a mistura argônio+2% oxigênio;

k_g : condutividade térmica do gás, admitida como 0,0178 W.m⁻¹.K⁻¹ para a mistura argônio+2% oxigênio;

v_g : velocidade do gás de proteção (m/s);

ϕ_g : diâmetro do bocal da tocha (m);

ρ_g : massa específica do gás de proteção, considerada como 1,7837 kg/m³ para a mistura argônio+2% oxigênio;

μ_g : viscosidade dinâmica do gás de proteção, considerada como 2,217.10⁻⁵ kg.m⁻¹.s⁻¹ para a mistura argônio+2% oxigênio;

α_g : difusividade térmica do gás de proteção (m²/s);

ν_g : viscosidade cinemática do gás de proteção (m²/s);

D : distância do bocal à peça (m).

Além disto, constatou-se^{56/}, que a condutividade térmica (k , neste caso dada em J.°C⁻¹.mm⁻¹.s⁻¹) e a difusividade térmica (α , aqui expressa em mm²/s) dos aços ao carbono podem ser avaliadas pelas seguintes relações:

$$k = 0,02633 + 0,282\eta E \quad [3.36]$$

$$\alpha = 4 + 12,3\eta E \quad [3.37]$$

onde E é a energia de soldagem (J/mm) e η representa o rendimento térmico.

Na **Tab. 3.2** estão os coeficientes de dissipação térmica dos processos para os quais as Eqs. 3.36 e 3.37 são aplicadas.

Tabela 3.2 – Coeficiente Total de Dissipação Térmica em Função do Processo de Soldagem^{56/}			
Processo de Soldagem	Espessura da Chapa (mm)	Energia de Soldagem (kJ/mm)	Coefficiente Total (J.mm ⁻² .°C ⁻¹ .s ⁻¹)
Arco Submerso* ($\eta=1$)	35	24,6	1,09
Eletrogás ($\eta=0,8$)	25	19,4	15,5
Eletrodo Revestido ($\eta=0,8$)	9 / 16 / 20	0,8 / 1,7 / 4,5	2,09

(*) 3 arames em 1 passe.

Também são disponíveis equações obtidas por regressão de dados publicados. Por exemplo^{57/}, as seguintes relações são convenientes para a estimativa da condutividade térmica e calor específico dos aços ao carbono, em função da temperatura (T , em °C):

(a) Condutividade Térmica até 1400 °C (k , em W.m⁻¹.°C⁻¹):

$$k=4,186x[0,1552-1,2553.10^{-4}(T)+2,497.10^{-8}(T^2)+8,026.10^{-12}(T^3)] \quad [3.38]$$

(b) Condutividade Térmica acima de 1400 °C: utilizar $k=0,209$ (W.m⁻¹.°C⁻¹).

(c) Calor Específico até 850 °C (c , em J.kg⁻¹.°C⁻¹):

$$c=4186x[0,094487+2,7894.10^{-4}(T)-1,6885.10^{-7}(T^2)-4,7829.10^{-9}(T^3)+1,478.10^{-11}(T^4)-1,0946.10^{-14}(T^5)] \quad [3.39]$$

(d) Calor Específico acima de 850 °C: utilizar $c=669,76$ (J.kg⁻¹.°C⁻¹).

Outrossim, outra informação útil - no caso da soldagem por resistência elétrica -, é a variação da resistividade (ρ_e , em $\mu\Omega$.cm) com a temperatura (T , em kelvin), sendo dada para os aços ao carbono por^{58/}:

$$\rho_e = 15,513 - 0,1 \cdot T + 7,97 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 - 9,49 \cdot 10^{-7} \cdot T^3 + 4,23 \cdot 10^{-10} \cdot T^4 - 6,60 \cdot 10^{-14} \cdot T^5 \quad [3.40]$$

com a resistividade elétrica para o cobre (dos eletrodos) sendo geralmente considerada constante e igual a 1,71 $\mu\Omega$.cm.

Adicionalmente, a relação entre a condutividade térmica (k) e a condutividade elétrica (σ_e) pode ser expressa pela seguinte conhecida equação:

$$\frac{k}{\sigma_e} = C \cdot [(T - T_c) + 273] \quad [3.41]$$

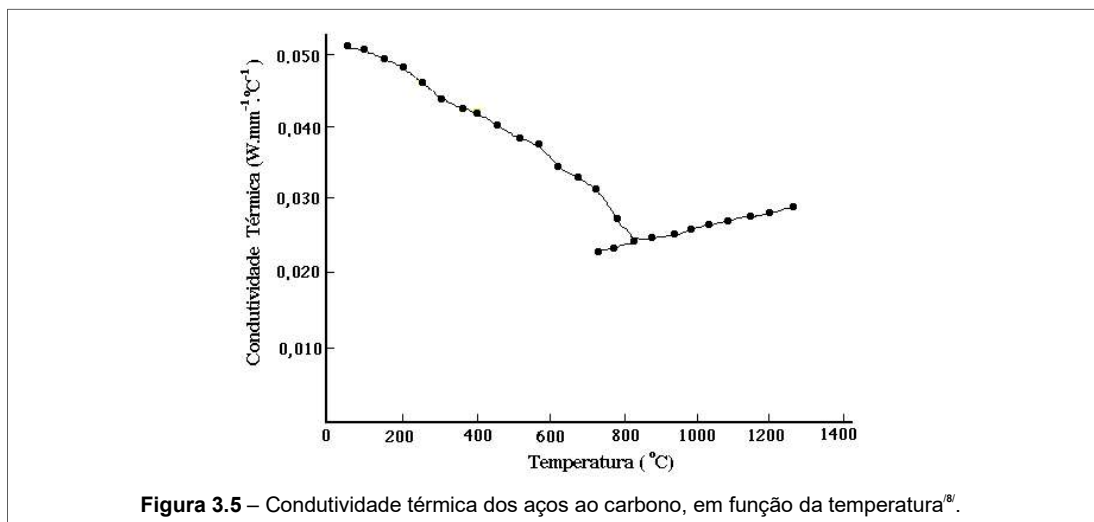
onde T é a temperatura na qual deseja-se conhecer o valor de um dos coeficientes; T_c a temperatura cujo valor de um dos coeficientes é conhecido (note-se que $T > T_c$ e que ambas as temperaturas são dadas em °C) e C é uma constante de proporcionalidade, geralmente adotada como $25,1 \times 10^{-9}$ (W.Ω/°C).

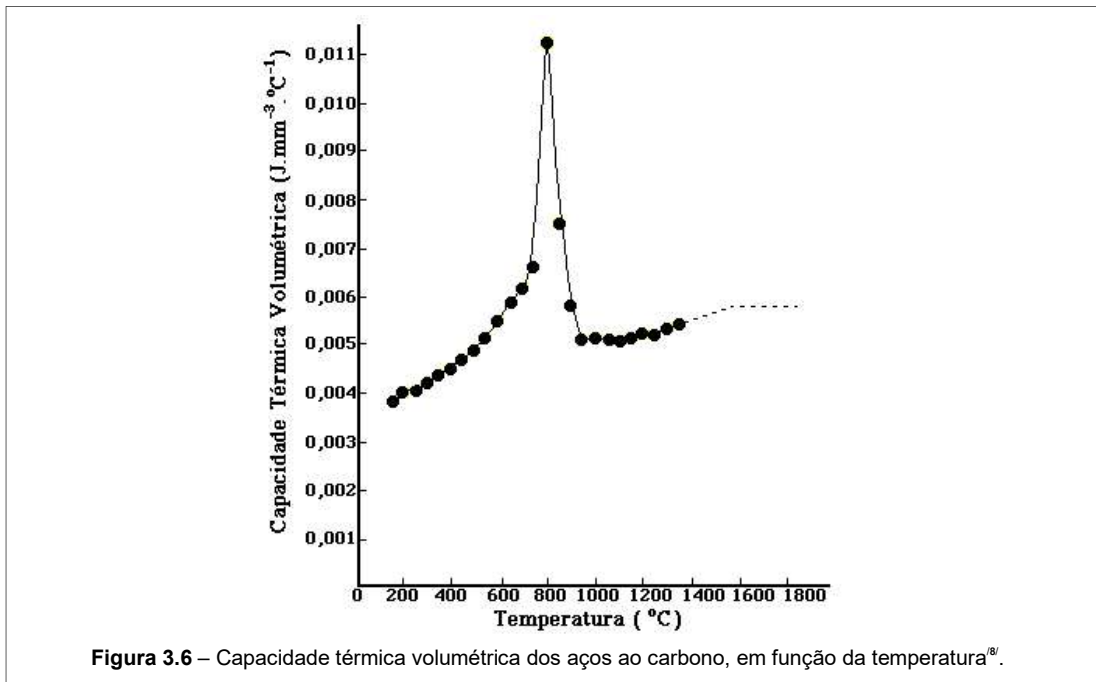
Exemplificando, a **Tab. 3.3** apresenta propriedades térmicas relevantes para diferentes materiais^{59-61/}. Por outro lado, para ilustrar como variam estas propriedades térmicas com a temperatura, nas **Figs. 3.5** e **3.6** encontram-se a condutividade e a capacidade térmica volumétrica dos aços ao carbono^{8/}.

Tabela 3.3 – Propriedades Térmicas de Metais Selecionados[†]

Metal	Temperatura de Fusão (°C)	Difusividade Térmica - α (m ² .s ⁻¹)x10 ⁻⁶	Condutividade Térmica - k (W.m ⁻¹ .°C ⁻¹)	Capacidade Térmica Volumétrica - $\rho \cdot c$ (J.m ⁻³ .°C ⁻¹)x10 ⁶
Aços ao carbono	1530	9,1	41	4,5
Aços Inox. Austeníticos	1500	5,3	25	4,7
Aço 9% Ni	1400	10,9	35	3,2
Alumínio*	660	85,2	230	2,7
Cobre*	1060	96	384	4,0
Titânio*	1650	9,0	27	3,0

Notas: (†) Entre aproximadamente 1/3 e 1/2 das suas temperaturas de fusão; (*) Comercialmente puros.





3.5. OS PRINCIPAIS MODELOS UTILIZADO NA SOLDAGEM

Apesar de baseados na mesma teoria da condução do calor nos sólidos, os principais modelos que são utilizados na soldagem foram desenvolvidos com peculiaridades singulares.

Roberts^{23/} forneceu a solução para o caso de extração bidimensional e *Rosenthal*^{15-18/} estendeu este e outros conceitos, tendo enunciado claramente as seguintes premissas, as quais, na realidade, devem ser consideradas para a maioria dos modelos dirigidos à soldagem:

(a) O material base é homogêneo e isotrópico em todas as temperaturas e não ocorrem transformações microestruturais no mesmo. Portanto, também não há fusão, ou solidificação em torno da fonte de energia;

(b) Os coeficientes físicos do material base são constantes e, conseqüentemente, independentes da temperatura;

(c) A fonte de energia é idealizada como um ponto para o caso da extração tridimensional (3D) do calor, ou uma linha (com comprimento igual à espessura da peça) quando esta extração ocorre de forma bidimensional (2D), conforme mostrado no *Capítulo 2, Seção 2.1* (vide, também, a **Fig. 2.4**);

(d) Na soldagem ao arco elétrico o “efeito Joule” (I^2R) é desconsiderado, ou seja, não há aquecimento produzido pela resistência à passagem da corrente elétrica;

Observe-se que a premissa (c) admite, implicitamente, ser o sólido semi-infinito quando a extração do calor é 3D, enquanto no caso 2D o corpo é considerado infinito no plano XOY e finito na direção OZ. Além disto, este modelo negligencia, em geral, a troca de calor entre a peça e o ambiente por convecção e radiação.

Sem dúvida, diversas críticas podem ser feitas com relação às premissas acima descritas. Entretanto, uma delas é injusta, i. e., a de que não existem peças semi-infinitas. Ora, muitas questões da física aplicada ou da engenharia (e também do dia-a-dia) são tratadas, considerando-se como semi-infinito algo extremamente grande em pelo menos uma direção, ou um objeto que está distante ser tomado como “um ponto”.

De qualquer modo, cabe lembrar que somente enunciando estas premissas foi possível para Rosenthal resolver as (complexas) equações que compõem a análise de transientes térmicos - o que foi realizado com as facilidades disponíveis há quase 70 anos Portanto, graças a sua corajosa atitude - de tentar algo, mesmo que imperfeito, mas ir adiante e sair do imobilismo forçado pelo temor ao desconhecido -, descortinou-se as variadas influências que cada condição de soldagem exerce sobre o produto final.

Como visto, para a situação em que não há deslocamento relativo entre a fonte de energia e o sólido, a solução do fluxo de calor é reduzida ao Laplaciano apresentado na Eq. 1.33. No caso mais geral da soldagem, entretanto, a fonte movimentada-se e considerando-se o sistema de coordenadas solidário à mesma, com o deslocamento ocorrendo na direção do eixo OX, tem-se:

$$w = x - vt \quad [3.42]$$

com a temperatura passando a ser função deste sistema móvel de coordenadas, ou seja, $T=F(w, t)$.

Portanto, utilizando-se a “regra da cadeia” para a derivação desta função, resulta:

$$\left(\frac{\delta T}{\delta t}\right)_f = \left(\frac{\delta T}{\delta t}\right)_m + \frac{\delta T}{\delta w} \frac{\delta w}{\delta t} \quad [3.43]$$

onde as subscritos *f* e *m* indicam os sistemas de coordenadas *fixa* e *móvel* (a qual desloca-se com a fonte), respectivamente.

Porém, desde a Eq. 3.42 também tem-se:

$$\frac{\delta w}{\delta t} = -v \quad [3.44]$$

Assim, a Eq. 3.43 transforma-se em:

$$\left(\frac{\delta T}{\delta t}\right)_f = \left(\frac{\delta T}{\delta t}\right)_m - v \frac{\delta T}{\delta w} \quad [3.45]$$

Além disto, as seguinte relações podem ser facilmente deduzidas:

$$\frac{\delta w}{\delta x} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} = \frac{\delta^2 T}{\delta w^2} \quad [3.46]$$

Em conseqüência, considerando-se as premissas expostas e as coordenadas *y* e *z*, aplica-se o Laplaciano (Eq. 1.33) e obtém-se:

$$\frac{\delta^2 T}{\delta w^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} = -\frac{v}{\alpha} \frac{\delta T}{\delta w} + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\delta T}{\delta t}\right)_m \quad [3.47]$$

Entretanto, Rosenthal utilizou o princípio experimentalmente estabelecido do “estado quase-estacionário”, ou seja, se as dimensões do sólido são suficientemente grandes, cessa a alteração de distribuição da temperatura ao redor da fonte com o passar do tempo, i. e., um observador estacionado nesta fonte de energia não notará qualquer alteração da temperatura em torno da mesma conforme ocorre o deslocamento. Desta forma, tem-se:

$$\left(\frac{\delta T}{\delta t}\right)_m = 0 \quad [3.48]$$

Portanto, a Eq.3.47 é alterada para:

$$\frac{\delta^2 T}{\delta w^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} = -\frac{v}{\alpha} \frac{\delta T}{\delta w} \quad [3.49]$$

Para facilitar a resolução desta equação, é usual substituir-se $\alpha=1/(2\lambda)$, transformação a qual

será também aplicada a outros casos, sempre que for considerado conveniente. Então, obtém-se:

$$\frac{\delta^2 T}{\delta w^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} = -2\lambda v \frac{\delta T}{\delta w} \quad [3.50]$$

Esta equação pode ser adicionalmente simplificada, através de analogia com a teoria das ondas elétricas, onde:

$$T = T_0 + \exp(-\lambda v w) \cdot \varphi(w, y, z) \quad [3.51]$$

sendo T_0 é a temperatura de pré-aquecimento e φ uma função a ser determinada.

Substituindo-se a Eq. 3.51 na Eq. 3.50, obtém-se:

$$\frac{\delta^2 \varphi}{\delta w^2} + \frac{\delta^2 \varphi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \varphi}{\delta z^2} - (\lambda v)^2 \cdot \varphi = 0 \quad [3.52]$$

a qual pode ser reescrita como:

$$\nabla^2 \varphi - (\lambda v)^2 \cdot \varphi = 0 \quad [3.53]$$

Por sua vez, *Rykalin*^{19-22/} realizou diversas contribuições para a área da soldagem e técnicas conexas, destacando-se aquelas relativas à distribuição do calor da fonte e o cálculo da máxima temperatura (ou de “pico”), esta última a ser vista no próximo capítulo. Entretanto, provavelmente um dos seus mais importantes feitos, tenha sido utilizar inteligentemente o fato de que, na grande maioria dos casos - com exceção, eventualmente, do processo de soldagem por Eletroescória -, a velocidade de deslocamento da fonte de energia (ou seja, a velocidade de soldagem) é muito maior do que aquela da difusão do calor na peça. Desta forma, o fluxo térmico na direção da soldagem pode ser negligenciado - quando comparado com aqueles nas direções ortogonais ao mesmo -, e considerar-se que a taxa de resfriamento e a temperatura de pico dependem fundamentalmente da energia de soldagem (E). Então, teoricamente é possível aumentar-se indefinidamente a velocidade de soldagem, sem significativas alterações dos resultados, desde que E seja mantida constante (note-se que a alteração no rendimento térmico também deve ser considerada, pois o mesmo é influenciado pela velocidade de soldagem).

Neste caso, em cada isoterma uma seção da mesma pode ser definida, de maneira que seu contorno aproxime-se de uma linha reta paralela ao eixo coordenado O_0X . Nesta região o calor difunde-se perpendicularmente a O_0X , sendo desprezível o fluxo térmico paralelo a este eixo. Então, os gradientes de temperatura nestas seções, nas direções de O_0Y e O_0Z , são consideravelmente maiores do que o gradiente na direção de O_0X , i.e.:

$$\frac{\delta T}{\delta y} \gg \frac{\delta T}{\delta x} \quad \text{e} \quad \frac{\delta T}{\delta z} \gg \frac{\delta T}{\delta x} \quad [3.54]$$

No limite ($v \rightarrow \infty$), o calor da fonte é completamente distribuído no eixo do deslocamento e difunde-se somente na direção perpendicular ao mesmo. Assim, o corpo em consideração é subdividido por vários planos (“camadas”), os quais são ortogonais a O_0X e impermeáveis ao calor. Assim sendo, entre duas seções o calor difunde-se somente na camada existente entre as mesmas, com $dQ = q \cdot dt = (q/v) dx$, onde dx é a espessura (infinitesimal) da camada ($=v \cdot dt$). Logo, o problema é reduzido àquele de uma fonte linear numa chapa envolta por planos impermeáveis ao calor, o qual é similar ao da *Seção 1.7.2*, descrito pela Eq. 1.86 para sólidos infinitos. Entretanto, neste caso o corpo é semi-infinito e, portanto, deve-se considerar o dobro do calor, i.e., $Q = 2q \cdot dt$. Por outro lado, sendo o calor fornecido por unidade de tempo e de espessura, tem-se que $Q_i = Q/dx = 2q/v$. Além disto, o tempo t é contado à partir do momento no qual a fonte cruza a camada sob consideração e a posição de um ponto na mesma, em relação ao sistema coordenado fixo, é dada por $r^2 = y_0^2 + z_0^2$.

Em contrapartida, *Wells*^{34,35/} apresentou uma conveniente solução para o problema criado pela singularidade no contorno da fonte de energia, pois naquela posição a temperatura tende ao

infinito com as equações empregadas nos outros modelos.

A modificação proposta baseia-se no fato (mostrado através da Eq. 1.60), de que a interface metal de solda/metal base, ou a isoterma liquidus da poça de fusão, fornece uma condição de contorno adicional para o campo de temperaturas. Em termos práticos, a questão delineou-se considerando a máxima largura (d) da poça de fusão, a qual na sua periferia encontra-se na temperatura de fusão do metal de solda (T_f). Também foi observado por Wells, que há proporcionalidade entre q/g e o termo adicional $vd/(4\alpha)$, pois ambos dependem de $vr/(2\alpha)$.

Além disto, deste trabalho^{35/} resultam algumas importantes conclusões de ordem prática, as quais estipulam condições para que uma peça finita apresente distribuição de temperatura similar àquela de uma peça infinita, quando são empregados os modelos a serem aqui apresentados. Considerando-se como d a largura média do cordão de solda (medido na metade da sua altura); T a temperatura de interesse e T_f a temperatura de fusão do metal de solda, a largura da peça em cada lado do cordão de solda deve ser no mínimo $10.d$. Esta relação pode ser aplicada no caso 2D, quando T/T_f for maior do que 0,2. Na situação 3D, a mesma é válida para T/T_f maior do que 0,1.

Outrossim, para que as equações a seguir sugeridas possam ser aplicadas, também há a necessidade de que a peça seja suficientemente longa. Será aqui aceito que esta condição é cumprida, quando os pontos analisados na junta soldada encontram-se numa distância igual ou maior do que $10.d$, antes do final, ou após o início do cordão de solda. Também é habitual considerar-se, que uma peça possui comprimento infinito, quando $\lambda v C$ é aproximadamente maior do que 20, sendo C o comprimento em questão.

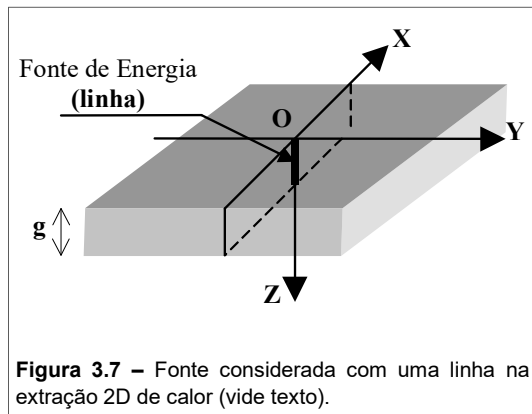
3.6. EXTRAÇÃO BIDIMENSIONAL DO CALOR

3.6.1. Modelo Devido a Roberts

Como mencionado, a solução para este caso foi apresentada por Roberts^{23/} e, posteriormente, estendida por Rosenthal^{15/} para um corpo infinito limitado por planos paralelos à direção do movimento (veja Seção 3.10.1.), além de outras considerações adicionais.

Nesta situação, a extração do calor ocorre em situação similar à de uma solda com penetração completa, conforme ilustrado na Fig. 2.4(a) do Capítulo 2. Neste caso, o calor é extraído essencialmente em duas direções, com as isotermas simétricas ao plano da junta, caracteristicamente de forma bidimensional (2D). A fonte de energia é idealizada com uma linha vertical, com potência q e comprimento igual ao da espessura da chapa (portanto, uma fonte linear), deslocando-se em X, considerando-se um sistema móvel de coordenadas (w, y, z), de acordo com a Fig. 3.7, sendo a chapa infinita no plano XY. Observe-se que diversos autores apresentam q em unidades de potência por comprimento (espessura da chapa), mas esta prática não é aqui adotada. Numa aproximação grosseira, a peça é considerada “fina” quando $\lambda v g < 1,0$.

Então, para resolver a Eq. 3.53, considera-se que a temperatura não varia na espessura da peça, ou seja, $\delta T/\delta z = 0$ e, portanto, a mesma é idêntica nas superfícies inferior e superior. Adicionalmente, as seguintes condições de contorno existem:



(a) Devido à fonte de energia ser considerada uma linha vertical na peça, o fluxo de calor através da superfície lateral ($2\pi r g$) do cilindro imaginário (com raio $r = (w^2 + y^2)^{1/2}$) em torno desta fonte tende ao calor total (q) transferido para a peça, conforme este raio tende a zero, ou seja:

$$-\frac{\delta T}{\delta r} \cdot 2\pi r g \rightarrow q \text{ quando } r \rightarrow 0$$

(b) A temperatura da peça permanece inalterada a grande (matematicamente infinita)

distância da fonte, ou seja, $T_o = 0$ para $r = \infty$, onde T_o é a temperatura de pré-aquecimento.

(c) Além disto, também deve ser considerado que a peça é infinita em duas direções, i. e.:

$$\frac{\delta T}{\delta w} \rightarrow 0 \quad \text{quando} \quad w \rightarrow \pm\infty \quad \text{e} \quad \frac{\delta T}{\delta y} \rightarrow 0 \quad \text{quando} \quad y \rightarrow \pm\infty$$

Portanto, a Eq. 3.53 pode ser transformada em:

$$\frac{\delta^2 \varphi}{\delta w^2} + \frac{\delta^2 \varphi}{\delta y^2} = (\lambda v)^2 \cdot \varphi$$

Com estas condições de contorno e em coordenadas cilíndricas (veja **Fig. 1.6** e Eq. 1.36), tem-se:

$$\frac{d^2 \varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} - (\lambda v)^2 \cdot \varphi = 0 \quad [3.55]$$

Esta equação é similar à equação diferencial de Bessel (veja *Apêndice B*). Portanto, considerando-se as condições de contorno estabelecidas para este caso, a solução da mesma é:

$$\Delta T = T - T_o = \frac{q}{2\pi g k} \exp(-\lambda v w) \cdot K_o(\lambda v r) \quad [3.56]$$

Entretanto, para pontos no metal de solda e atrás da fonte de calor, $w < 0$ e $|w| = r$. Então:

$$\Delta T = \frac{q}{2\pi g k} \cdot \exp(\lambda v r) \cdot K_o(\lambda v r) \quad [3.57]$$

Nestas duas últimas relações, $r = (w^2 + y^2)^{1/2}$; g é a espessura da peça e K_o é a função de Bessel modificada de segunda espécie e ordem zero, cuja argumento é $\lambda v r$. Esta função se aproxima do infinito, quando o argumento tende a zero e vice-versa, sendo tabelada em alguns manuais de matemática^{/62, por exemplo/}. Para relativamente grandes valores do seu argumento (> 10 , coincidentemente este é geralmente o caso na soldagem), a mesma pode ser obtida através da seguinte relação aproximada:

$$K_o(\lambda v r) \cong \left(\frac{\pi \alpha}{v r} \right)^{1/2} \cdot \exp(-\lambda v r) \quad [3.58]$$

Além disto, esta função também pode ser expressa mais exatamente, considerando-se os demais membros da série (veja *Apêndice B*).

Observe-se que a solução apresentada pela Eq. 3.56 é válida somente para regiões externas à direta ação do arco. Note-se, também, que quando $r \rightarrow 0$ a temperatura tende ao infinito, configurando uma impossibilidade física (apesar de matematicamente aceitável).

Por outro lado, neste regime 2D podem ser consideráveis as dissipações de calor através das superfícies da peça (por convecção e radiação). Portanto, levando-se em conta os coeficientes de dissipação do calor através das superfícies superior (h_s) e inferior (h_i) da peça, Rosenthal^{/15/} propôs a seguinte alteração para a Eq. 3.56:

$$\Delta T = \frac{q}{2\pi g k} \exp(-\lambda v w) \cdot K_o \left\{ r \left[(\lambda v)^2 + \frac{h}{gk} \right]^{1/2} \right\} \quad [3.59]$$

onde $h = h_i + h_s$.

Em princípio, neste caso as dissipações de calor através das superfícies da peça podem ser negligenciadas, quando:

$$\frac{\Delta T \rho c g^2}{E} \left(\frac{k}{gh} \right)^{1/2} > 2,5 \quad [3.60]$$

3.6.2. Início e Fim da Solda

Existem duas importantes situações nas quais o estado quase-estacionário não se aplica, ou seja, nas posições de início e fim da soldagem.

Para o local da abertura do arco e sendo t_s o tempo total para a realização do cordão de solda:

$$\Delta T = \frac{q}{4\pi g k} \exp(\lambda v^2 t_s) \cdot K_o(\lambda v^2 t_s) \quad [3.61]$$

No ponto em que o arco elétrico é extinto (na “cratera”) e com t_c indicando o tempo transcorrido após este fato ocorrer:

$$\Delta T = \frac{q}{4\pi g k} \exp(\lambda v^2 t_c) \cdot K_o(\lambda v^2 t_c) \quad [3.62]$$

3.6.3. Simplificação Adicional Devida a Rykalin

Considerando-se os argumentos apresentados pela teoria de Rykalin na *Seção 3.5*, admite-se que num sólido com espessura g , a fonte de energia é composta por planos infinitamente próximos e impermeáveis ao calor, os quais são ortogonais ao eixo de deslocamento (O_0X). Portanto, o corpo pode ser considerado como consistindo de infinitas “placas” com espessura dx .

Assim sendo, o calor difunde-se somente na direção O_0Y , a qual é perpendicular ao eixo de deslocamento da fonte de energia, sendo a questão similar àquela da *Seção 1.7.3*, Eq. 1.87 - difusão unidimensional do calor, i. e., fonte plana numa barra infinita -, com $Q_p = q/(vg)$. Logo, a distribuição da temperatura é:

$$\Delta T = \frac{E}{2g(\pi k \rho c t)^{1/2}} \exp\left(-\frac{y_0^2}{4t\alpha}\right) \quad [3.63]$$

Considerando-se o parâmetro de dissipação do calor através da superfície (b) dado pela Eq. 1.73, a equação disponível é a seguinte:

$$\Delta T = \frac{E}{2g(\pi k \rho c t)^{1/2}} \exp\left(-\frac{y_0^2}{4t\alpha} - bt\right) \quad [3.64]$$

3.6.4. Modificações Devidas a Wells

Conforme o descrito sobre a teoria de Wells, para a máxima largura (d) da poça de fusão, tem-se:

$$\frac{\delta}{\delta w} (r_1^2 - w^2)^{1/2} = 0 \quad [3.65]$$

onde r_1 determina a posição da isoterma liquidus (assumindo-se que a mesma é circular).

Conseqüentemente:

$$\frac{\delta r_1}{\delta w} = \frac{w}{r_1} = \frac{K_o(\lambda v r_1)}{K_1(\lambda v r_1)} \quad [3.66]$$

pois:

$$\frac{\delta}{\delta r_1} K_o(\lambda v r_1) = -K_1(\lambda v r_1)$$

onde K_1 é a função de Bessel modificada de segunda espécie e primeira ordem. Note-se que para argumentos maiores do que 10, K_1 é dada pela mesma relação aproximada que fornece K_o (Eq. 3.58). Quando o argumento é igual a 10, K_1 é cerca de 5% maior do que K_o . Por outro lado, K_1 também pode ser obtida com maior exatidão por uma série estendida (veja *Apêndice B*). Portanto:

$$\frac{q}{g} = \frac{2\pi k \cdot \Delta T_f \exp\left[-\lambda v r_1 - \frac{K_o(\lambda v r_1)}{K_1(\lambda v r_1)}\right]}{K_o(\lambda v r_1)} \quad [3.67]$$

onde $\Delta T_f = T_f - T_o$ e, ainda:

$$d = \frac{2r_1}{K_1(\lambda v r_1)} \left[K_1^2(\lambda v r_1) - K_o^2(\lambda v r_1) \right] \quad [3.68]$$

Logo, a Eq. 3.56 pode ser modificada para:

$$\Delta T = \frac{\Delta T_f \exp \left[-\lambda v r_1 - \frac{K_o(\lambda v r_1)}{K_1(\lambda v r_1)} \right]}{K_o(\lambda v r_1)} \cdot \exp(-\lambda v w) \cdot K_o(\lambda v r) \quad [3.69]$$

Quando $0,1 < vd/(4\alpha) < \infty$ e admitindo-se erro de -6% à +1% no resultado, obtém-se:

$$\frac{q}{g} = 8kT_f \left(\frac{1}{5} + \frac{vd}{4\alpha} \right) \quad [3.70]$$

Por outro lado, a temperatura para um ponto situado no metal de solda e atrás da fonte de energia é dada pela Eq. 3.57. Assim, inserindo-se a Eq. 3.70 na Eq. 3.57, tem-se:

$$\Delta T = \frac{4}{\pi} T_f \left(\frac{1}{5} + \frac{vd}{4\alpha} \right) \exp(\lambda v w) \cdot K_o(\lambda v r) \quad [3.71]$$

3.7. EXTRAÇÃO TRIDIMENSIONAL DO CALOR

3.7.1. Modelo Devido a Rosenthal

Para este caso, um cordão de solda depositado sobre a superfície do sólido sofrerá extração de calor em todas as direções no mesmo, conforme ilustrado na **Fig. 2.4(c)** do *Capítulo 2*, enquanto as isothermas serão semi-cilíndricas, com os eixos nas linhas centrais (eixo X) dos cilindros imaginários, caracterizando-se o regime tridimensional (3D). Numa aproximação grosseira, a peça é considerada “espessa” quando $\lambda v g > 10$.

Então, Rosenthal¹⁵ idealizou a fonte de energia como um ponto, movendo-se na superfície de um bloco semi-infinito com o sistema de coordenadas (w,Y,Z), conforme ilustrado na **Fig. 3.8**. Note-se que neste contexto e para situações reais, afirmar-se ser uma peça *fina* ou *espessa* é um conceito absolutamente relativo, pois isto depende do processo e das condições de soldagem, além da sua espessura. Por exemplo, um cordão de solda realizado por TIG sobre uma chapa de aço ao carbono com 6 mm de espessura pode produzir extração de calor 3D, enquanto que outra chapa com 200 mm de espessura, soldada por Feixe de Elétrons, pode apresentar extração 2D.

Isto posto, a solução da Eq. 3.53 deve satisfazer às seguintes condições de contorno:

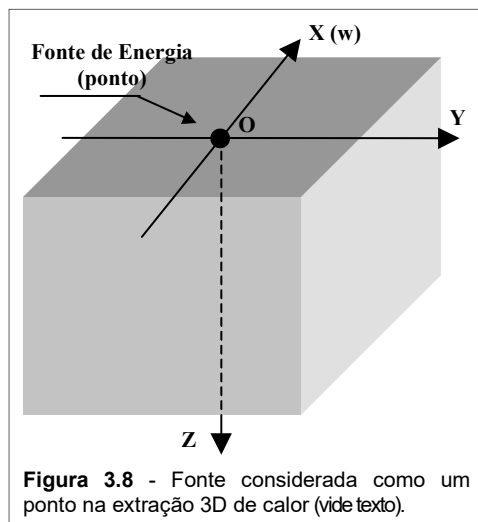


Figura 3.8 - Fonte considerada como um ponto na extração 3D de calor (vide texto).

(a) A fonte de calor é um ponto. Sendo assim, o fluxo de calor através da superfície da semi-esfera imaginária (com raio R) ao redor deste ponto aproxima-se do calor total (q) transferido para a peça, conforme este raio tende a zero. Em termos matemáticos:

$$-2\pi R^2 k \frac{\delta T}{\delta R} \rightarrow q \quad \text{quando} \quad R \rightarrow 0$$

(b) Não há troca de calor entre a peça e o ambiente, ou seja:

$$\frac{\delta T}{\delta z} = 0 \quad \text{para} \quad z=0 \quad \text{e} \quad R \neq 0$$

$$\frac{\delta T}{\delta w} \rightarrow 0 \quad \text{quando} \quad w \rightarrow \pm \infty \quad \text{e}$$

$$\frac{\delta T}{\delta y} \rightarrow 0 \quad \text{quando} \quad y \rightarrow \pm \infty$$

além disto: $\frac{\delta T}{\delta z} \rightarrow 0$ quando $z \rightarrow +\infty$

(c) A temperatura da peça permanece inalterada a grande (teoricamente infinita) distância da fonte, i. e., $T=T_0$ quando $R \rightarrow \infty$.

Então, considerando-se a Eq. 3.53 e as condições de contorno acima, tem-se, em coordenadas esféricas, ou polares (vide Fig. 1.7, no Capítulo 1):

$$\frac{d^2\varphi}{dR^2} + \frac{2}{R} \frac{d\varphi}{dR} - (\lambda\nu)^2 \cdot \varphi = 0$$

e, então: $\frac{d^2\varphi}{dR^2} + \frac{2}{R} \frac{d\varphi}{dR} = \frac{1}{R} \cdot \frac{d^2(R\varphi)}{dR^2}$

Logo:

$$\frac{d^2(R\varphi)}{dR^2} - (\lambda\nu)^2 R \cdot \varphi = 0 \quad [3.72]$$

onde a posição do ponto é definida por $R^2=w^2+y^2+z^2$. Quando é alcançado o estado quase-estacionário, a solução desta equação última é dada pela Eq. 3.75 (abaixo). Porém, dois outros casos também são de interesse, i. e.:

(a) Para duas chapas muito espessas sendo soldadas a topo, na parte inferior do chanfro (mas já ocorrendo a extração em 3D), tipifica-se um corpo infinito e aplica-se a seguinte relação:

$$\Delta T = \frac{q}{4k\pi} \cdot \frac{\exp[-\lambda\nu(R+w)]}{R} \quad [3.73]$$

(b) Para junta de filete de chapas muito espessas, a temperatura é dada por:

$$\Delta T = \frac{q}{3k\pi} \cdot \frac{\exp[-\lambda\nu(R+w)]}{R} \quad [3.74]$$

Portanto, para depósitos realizados sobre a superfície de chapas espessas (tal como ilustrado na Fig. 3.8), tem-se:

$$\Delta T = \frac{q}{2k\pi} \cdot \frac{\exp[-\lambda\nu(R+w)]}{R} \quad [3.75]$$

Por outro lado, para pontos situados no metal de solda ($y=0$; $z=0$) e imediatamente atrás da fonte de calor, $w (= -vt) < 0$ e $|w|=R$. Logo:

$$\Delta T = \frac{q}{2k\pi \cdot |w|} \quad [3.76]$$

O campo de aplicação destas equações é similar àquele apontado para o caso 2D, além da impossibilidade física mencionada, i. e., quando $R \rightarrow 0$, $T \rightarrow \infty$.

3.7.2. Início e Fim da Solda

No local de abertura do arco e sendo t_s o tempo para a realização da solda:

$$\Delta T = \frac{E}{2\pi k t_s} \quad [3.77]$$

Para o ponto em que o arco é extinto (na “cratera”) e considerando-se como t_c o tempo transcorrido após a soldagem ter sido interrompida:

$$\Delta T = \frac{E}{2\pi k t_c} \quad [3.78]$$

3.7.3. Simplificação Adicional Devida a Rykalin

Considerando-se os argumentos apresentados pela teoria de Rykalin na *Seção 3.5*, para uma fonte de energia do tipo ponto, o sólido (por ser semi-infinito) ocupa somente um lado do plano XOY ($Z \geq 0$) e $Q_f = 2q/v$. Conseqüentemente, tem-se:

$$\Delta T = \frac{E}{2\pi k t} \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) \quad [3.79]$$

onde $R^2 = y_o^2 + z_o^2$, sendo t o tempo contado à partir do momento em que a fonte cruza o plano ($Y_oO'Z_o$) no qual o ponto (y_o, z_o) está localizado. Assim, as coordenadas fixas em relação ao sólido não diferem daquelas móveis.

Além disto, saliente-se que esta equação pode ser empregada para peças massivas, em regiões muito próximas do cordão de solda, com qualquer velocidade de soldagem.

3.7.4. Modificação Devida a Wells

Considerando-se novamente o descrito na *Seção 3.5* (singularidade apresentada sob a fonte de energia), a potência pode ser dada por:

$$q = 2\pi k R_1 \Delta T_f \exp\left(\frac{vR_1}{vR_1 + 2\alpha}\right) \quad [3.80]$$

sendo R_1 a posição do liquidus e $\Delta T_f = T_f - T_o$, com:

$$d = 2R_1 \left(\frac{2\alpha}{vR_1 + 2\alpha}\right)^{1/2} \quad [3.81]$$

Logo, a Eq. 3.75 é modificada para:

$$\Delta T = \frac{R_1}{R} \Delta T_f \exp\left(\frac{vR_1}{vR_1 + 2\alpha}\right) \exp[-\lambda v(R+w)] \quad [3.82]$$

Por outro lado, para um ponto no metal de solda e atrás da fonte de energia à uma distância w ($= -vt$), a temperatura é expressa pela Eq. 3.75.

Além disto, Wells aproximou a temperatura para que ocorra a fusão por:

$$\Delta T_f = \frac{4q}{\pi d k \left(5 \frac{vd}{4\alpha} + 2\right)} \quad [3.83]$$

ou seja:

$$q = \frac{\Delta T_f}{4} \cdot \pi d k \left(5 \frac{vd}{4\alpha} + 2\right) \quad [3.84]$$

Então, substituindo-se a Eq. 3.84 na Eq. 3.76, obtém-se:

$$\Delta T = \frac{\Delta T_f d}{8vt} \left(5 \frac{vd}{4\alpha} + 2\right) \quad [3.85]$$

3.8. EXTRAÇÃO DO CALOR EM REGIME “INTERMEDIÁRIO” (2,5D)

Existem situações nas quais o fluxo térmico é um meio termo entre 2D e 3D. Aliás, tais casos são usuais na prática da soldagem, sendo encontrados em algumas juntas com penetração parcial, ou passes imediatamente seguintes àquele de raiz, conforme ilustrado na **Fig. 2.4(b)**, no *Capítulo 2*. Numa aproximação grosseira, a peça é considerada “moderadamente espessa” quando $1 < \lambda vg < 10$.

Portanto, é finita a espessura (g) da peça e o modelo considera, além das condições de contorno definidas para o regime 3D, que a superfície inferior da mesma é adiabática, ou seja:

$$\frac{\delta T}{\delta z} = 0 \quad \text{para} \quad z=g$$

Desta forma, supõe-se que a superfície inferior da peça “reflete” o calor para o interior da mesma. Isto tem o mesmo efeito de não existir esta superfície e ser posicionado outra fonte de calor na posição de uma “imagem” da fonte original no lado inferior da peça (veja *Seção 1.6.3, Capítulo 1*). Assim, de acordo com Rosenthal, resulta:

$$\Delta T = \frac{q}{2\pi k} \exp(-\lambda v w) \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{\exp(-\lambda v r_n)}{r_n} \quad [3.86(a)]$$

onde n é um inteiro e $r_n^2 = w^2 + y^2 + (2ng + z)^2$.

Esta Eq. 3.86(a) pode ser transformada em séries de Fourier. Logo:

$$\Delta T = \frac{q}{2\pi g k} \cdot \exp(-\lambda v w) \left\{ K_0(\lambda v r) + 2 \sum_{n=1}^{n=\infty} K_0 \left[r \sqrt{\lambda v^2 + \left(\frac{\pi n}{g} \right)^2} \right] \cdot \cos \frac{\pi n z}{g} \right\} \quad [3.86(b)]$$

onde $r^2 = w^2 + y^2$.

Além disto, pode ser demonstrado que cerca de 20% é o máximo erro em negligenciar-se o modelo 2,5D e empregar-se 2D, ou 3D. Observe-se, também, que para grandes valores de r , a solução desta equação tende para aquela do regime 2D (Eq. 3.56), enquanto que para pequenos r , a equação aproxima-se da solução para o caso 3D (Eq. 3.75).

3.9. FONTE DE ENERGIA “INTERNA”

Para a soldagem realizada com muito alta energia (e intensidade de corrente), tal como com Arco Submerso empregando mais de um arame em série, ou Eletrogás, geralmente não são válidas as soluções até aqui apresentadas. Nestes casos, a fonte de energia é considerado como se estivesse agindo “internamente” na peça.

Portanto, seja uma peça infinita no plano XY, mas com espessura g (no plano YZ), e na qual a fonte de energia move-se no seu interior (distância d sob a superfície). Quando é alcançado o estado quase-estacionário de transferência de calor, a solução proposta^{56/} é a seguinte:

$$\Delta T = \frac{q}{g\pi k} \sum_{n=1}^{n=\infty} (A_n \cdot C \cdot D) \quad [3.87]$$

onde:

$$A_n = \frac{\mu_n^2}{\mu_n^2 + B_i^2 + 2B_i} \left[\cos \left(\frac{\mu_n}{g} d \right) + \frac{B_i}{\mu_n} \operatorname{sen} \left(\frac{\mu_n}{g} d \right) \right]$$

$$C = \cos\left(\frac{\mu_n}{g} z\right) + \frac{B_i}{\mu_n} \operatorname{sen}\left(\frac{\mu_n}{g} z\right) \quad D = \exp(-\lambda v w) \cdot K_0 \left[r \left(\frac{\mu_n^2}{g^2} + \lambda^2 v^2 \right)^{1/2} \right]$$

h: Coeficiente de dissipação térmica (pela superfície); $r = (w^2 + y^2)^{1/2}$
 B_i : Módulo Biot (adimensional), sendo dado por: $B_i = gh/k$;
 μ_n : raiz n (valor característico) da relação: $\operatorname{tg}(\mu_n) = 2B_i \cdot \mu_n / (\mu_n^2 - B_i^2)$

3.10. EFEITO DAS SUPERFÍCIES LATERAIS (Regime “Intermediário” em 2D)

3.10.1. Modelo Devido a Rosenthal

O problema relaciona-se com o modo de extração do calor 2D, mas a chapa é finita na largura e as superfícies laterais da mesma modificam a distribuição da temperatura (veja as considerações tecidas sobre este assunto, de forma geral na introdução deste capítulo e mais especificamente no final da *Seção 3.5*). Por sua vez, a fonte de energia é suposta distribuída numa linha, com comprimento igual à largura da peça, conforme ilustrado na **Fig. 3.9**.

Desta forma, empregando-se o “método de imagens”, a Eq. 3.56 (extração do calor em 2D) e considerando-se que $r_n^2 = w^2 + (z \pm 2nL)^2$, tem-se:

$$\Delta T = \frac{q}{\pi g k} \cdot \exp(-\lambda v w) \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} K_0(\lambda v r_n) \quad [3.88]$$

Portanto, $\delta t / \delta z = 0$ para $0 < z < L$, enquanto conforme $w \rightarrow \pm\infty$ resulta que $\delta T / \delta w \rightarrow 0$. Assim, transformando a Eq. 3.88 numa série de Fourier, tem-se as duas seguintes situações:

(a) Para $w > 0$:

$$\Delta T = T_e \cdot \exp(-2\lambda v w) + T_e \cdot \sum_{n=1}^{n=\infty} \left\{ \frac{2}{\mu_n} \cdot \exp[-(\mu_n + 1) \cdot \lambda v w] \cdot \cos\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \right\} \quad [3.89(a)]$$

(b) Para $w < 0$:

$$\Delta T = T_e + T_e \cdot \sum_{n=1}^{n=\infty} \left\{ \frac{2}{\mu_n} \cdot \exp[(\mu_n - 1) \cdot \lambda v w] \cdot \cos\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \right\} \quad [3.89(b)]$$

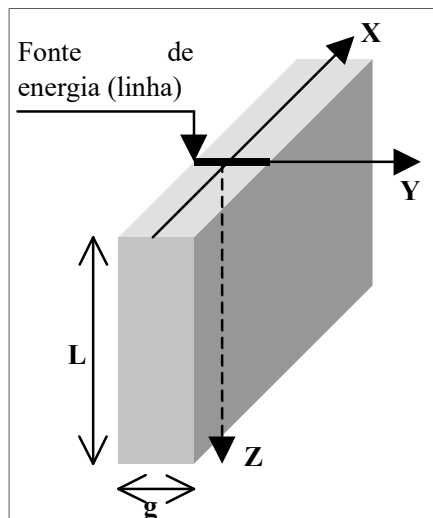


Figura 3.9 – Efeito das superfícies laterais no modelo de extração do calor “intermediário” bidimensional.

onde :

$$\mu_n = \left[1 + \left(\frac{\pi n}{\lambda v L} \right)^2 \right]^{1/2} \quad [3.90(a)]$$

enquanto:

$$T_e = \frac{q}{\rho c g L v} \quad [3.90(b)]$$

sendo T_e denominada “temperatura de equalização”, ou seja, aquela que é alcançada quando $w \rightarrow -\infty$, representando um aumento uniforme da temperatura, o qual é produzido por q em um volume do corpo por unidade de tempo.

Por outro lado, observe-se que conforme a fonte afasta-se do ponto considerado, o resultado fornecido pela Eq. 3.89(b) tende a uma temperatura constante (que é T_e), mas diferente daquela do pré-aquecimento (T_0).

Adicionalmente, percebe-se que as Eqs. 3.89(a,b) não são convenientes para aplicações práticas, pois resultam em temperaturas infinitas sob a fonte de energia.

Esta situação pode ser evitada, desde que a fonte de energia seja suposta aplicada sobre uma dada superfície (e não mais distribuída numa linha). Assim, seja esta superfície formada por gl , onde l é o comprimento da mesma (no sentido do deslocamento da fonte de energia) e g está mostrada na Fig. 3.9.

Considerando-se que apresenta especial interesse o ponto de máxima temperatura, i. e., $w=0$ e $z=0$, além de que quando $w \rightarrow -\infty$ a temperatura tende ao mesmo valor constante (T_e) tal como acima descrito, tem-se:

$$\Delta T = T_e + T_e \cdot \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2}{\mu_n(\mu_n - 1)} \cdot \frac{1 - \exp[-(\mu_n - 1)\lambda vl]}{\lambda vl} \quad [3.91]$$

3.10.2. Simplificação Devida a Wells

Para $w < 0$ e utilizado-se a Eq. 3.71, a solução é obtida em função da largura do cordão de solda (d).

Para chapas com largura $(g/2)=pd$ (em cada lado do cordão), sendo $m=vt/d$ e μ_n dado pela Eq. 3.90(a), tem-se:

$$\Delta T = T_f \cdot \frac{\left(\frac{1}{5} + \frac{vd}{4\alpha}\right)}{p \frac{vd}{4\alpha}} + T_f \cdot \frac{\left(\frac{1}{5} + \frac{vd}{4\alpha}\right)}{p \frac{vd}{4\alpha}} \cdot \sum_{n=1}^{n=\infty} \left\{ \frac{2}{\mu_n} \cdot \exp\left[\left(\mu_n - 1\right)\frac{vd}{4\alpha} \cdot 2m\right] \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{L}\right) \right\} \quad [3.92]$$

3.11. EFEITO DAS SUPERFÍCIES LATERAIS (EXTRAÇÃO 3D)

3.11.1. Modelo Devido a Rosenthal

A situação é similar àquela ilustrada na Fig. 3.9, porém a espessura (L) da chapa é considerada infinita.

Portanto, para um ponto situado na linha central do cordão de solda e com $w < 0$, a solução é:

$$\Delta T = \frac{q}{\pi k} \left[\frac{1}{2|w|} + \frac{1}{R_l} \exp\left(\frac{v|w|}{2\alpha}\right) \exp\left(-\frac{vR_l}{2\alpha}\right) \right] \quad [3.93]$$

onde $R_l = (w^2 + g^2)^{1/2}$ e g é a largura da chapa.

3.11.2. Simplificação Devido a Wells

Utilizando-se a Eq. 3.85 e para $w < 0$, a solução proposta depende da largura do cordão de solda (d).

Para chapas com $(g/2)=pd$ e $m=vt/d$, a mesma é a seguinte:

$$\Delta T = T_f \cdot \frac{\frac{5vd}{4\alpha} + 2}{8m} \cdot \left[1 + \frac{2 \cdot \exp\left[-\frac{vdm}{2\alpha} \left(\sqrt{1 + \frac{4p^2}{m^2}} - 1 \right)\right]}{\sqrt{1 + \frac{4p^2}{m^2}}} \right] \quad [3.94]$$

3.12. SOLDAGEM POR RESISTÊNCIA ELÉTRICA (PONTO)

Considere-se a **Fig. 3.10**, na qual é mostrado um par de chapas pressionadas por dois eletrodos (não consumíveis), através dos quais circula corrente elétrica. Para a solução do campo de temperaturas, estão disponíveis relativamente complexos métodos computacionais numéricos^{58, por exemplo}. Entretanto, o fenômeno pode ser entendido pela seguinte simples aproximação², na qual a equação diferencial a ser resolvida é dada pela Eq. 1.34 e as condições de contorno estabelecidas para o problema são:

$$\frac{\delta T}{\delta x} \rightarrow 0 \quad \text{quando} \quad x \rightarrow \infty$$

$$\frac{\delta T}{\delta y} \rightarrow 0 \quad \text{quando} \quad y \rightarrow \infty$$

Com $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$, tem-se:

$$\frac{Q}{g} = \int_0^{\infty} \left(-2\pi k r \frac{\delta T}{\delta r} dt \right)$$

onde, neste caso, g é o dobro da espessura de uma das chapas (consideradas idênticas e infinitas no plano XY) e Q (em joules, por exemplo) corresponde à quantidade de calor liberada na origem do sistema coordenado, no tempo $t=0$. Porém, para aplicação deste modelo, pode-se considerar os parâmetros da soldagem, com o calor sendo produzido muito rapidamente e expresso por:

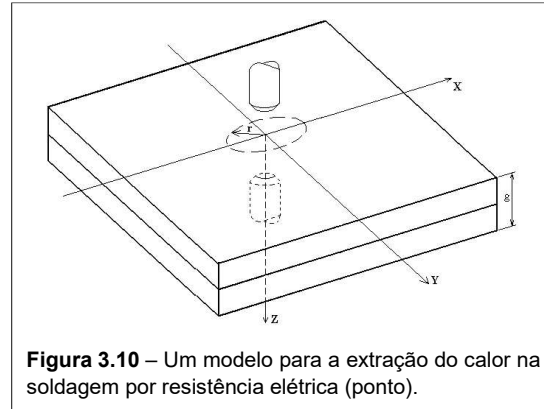


Figura 3.10 – Um modelo para a extração do calor na soldagem por resistência elétrica (ponto).

$$Q = \frac{\eta}{J} \cdot \int_0^t I^2 R \cdot dt \quad [3.95]$$

onde:

η : rendimento térmico;

J : constante (4,186);

I : corrente de soldagem (A);

t : tempo durante o qual circula a corrente de soldagem (s);

R : resistência elétrica total (Ω).

Logo, tem-se:

$$\Delta T = \frac{Q}{4\pi g k t} \exp\left(-t a b^2 - \frac{r^2}{4t\alpha}\right) \quad [3.96]$$

a qual é similar à Eq. 1.91, com o parâmetro de dissipação do calor (b) definido pela Eq. 1.73.

Entretanto, o modelo básico do processo real deve considerar, que o calor é introduzido através do aquecimento (interno) das superfícies das chapas em contato sob os eletrodos (dado por $I^2 R t$) e por condução (q_{ce}). Por sua vez, o equilíbrio é alcançado pela dissipação do calor por condução (q_{cs}) e aumento da temperatura (fusão), dados por $V\rho c \cdot \Delta T$ e $V\rho \cdot \Delta H$, respectivamente. Desta forma:

$$q_{ce} + I^2 R t = q_{cs} + V\rho c \cdot \Delta T + V\rho \cdot \Delta H \quad [3.97]$$

onde ΔH é a variação da entalpia.

O modelamento preciso complica-se muito, porém, porque neste processo podem ocorrer taxas de resfriamento tão altas quanto 10^4 °C/s e há uma “variação dinâmica” da resistência elétrica com o tempo de soldagem, conforme ilustrado na **Fig. 3.11** e na qual pode-se observar que:

(a) Inicialmente, há redução da resistência elétrica, devido ao aumento do número de pontos de contato entre as chapas e à ruptura de filmes (óxidos, etc.). No final desta zona, a mínima resistência (R_{\min}) é alcançada, indicando bom contato entre as chapas e entre as mesmas e os eletrodos.

(b) A seguir, a resistência elétrica aumenta, devido ao crescimento da resistência específica do material (pelo aquecimento do mesmo). A fusão provoca a penetração do eletrodo no metal base, causando redução do caminho para a corrente. Com o aumento do tamanho do ponto, ocorre expansão da área de contato, com nova redução da resistência, até ser alcançada aquela R_{\min} , a qual corresponde à dimensão ótima do ponto.

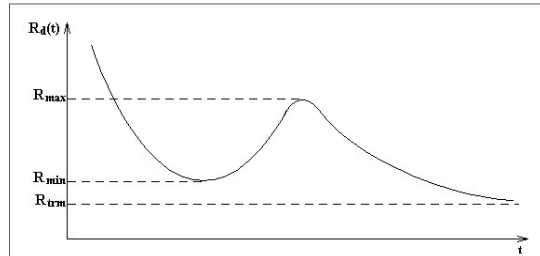


Figura 3.11 – Variação dinâmica da resistência elétrica (R) durante o tempo (t) de soldagem (vide texto).

Além disto, há de se considerar os coeficientes de transferência de calor por convecção, da água de refrigeração do eletrodo e para o ambiente. Desta forma, modelos menos complexos têm sido propostos. Por exemplo, admitindo-se que a resistividade de contato varia aproximadamente com a dureza, segundo a seguinte relação^{63/}:

$$\rho_e = \sqrt{\frac{H(T)}{H(T_a)}} \cdot \rho_e(T_a) \quad [3.98]$$

onde:

$H(T)$: dureza como função da temperatura considerada (T);

$H(T_a)$: dureza como função da temperatura ambiente (T_a);

$\rho_e(T_a)$: resistividade elétrica como função da temperatura ambiente (T_a).

Assim, sendo ΔU a queda da tensão na interface, o fluxo de calor gerado na mesma é dado por^{64/}:

$$q = \frac{1}{\rho_e} (\Delta U)^2 \quad [3.99]$$

Outro modelo^{65/} baseia-se no equilíbrio entre o calor gerado pelo efeito Joule e aquele necessário para aquecer uma dada massa de metal e formar o ponto, considerando as perdas por condução térmica, ou seja:

$$\Delta T = \frac{I^2 R}{2k} \left[\frac{A}{g} \left(\frac{g^2}{\alpha \cdot \Delta t} + 1 \right) \right]^{-1} \quad [3.100]$$

onde A é a área de contato entre o eletrodo e a peça; R a resistência elétrica e Δt o tempo de soldagem.

Então, sendo a taxa de calor perdido por condução no eletrodo obtida por:

$$q_e = -kA \frac{\Delta T}{g} \quad [3.101]$$

e a taxa de calor/unidade de comprimento perdido por condução na chapa expressa da seguinte forma (onde d é o diâmetro do eletrodo):

$$q_p = -k\pi g \frac{\Delta T}{(d/2)} \quad [3.102]$$

tem-se que a fração do calor perdido através da condução radial é:

$$f = \frac{q_p}{q_p + q_e} \quad [3.103]$$

3.13. SOLDAGEM COM CORRENTE PULSADA (TIG)

Uma detalhada descrição do processo de soldagem ao arco elétrico com corrente pulsada pode ser encontrada em outro livro do autor⁵⁰, por exemplo.

Na soldagem TIG com corrente pulsada, a variação da intensidade deste parâmetro com o tempo tipicamente ocorre conforme ilustrado na **Fig. 3.12**, na qual distingue-se:

I_p : Corrente de pico;
 I_b : Corrente base (manutenção do arco);
 t_p : Tempo de ação da corrente de pico;
 t_b : tempo de ação da corrente de base;
 t_T : Tempo total de um ciclo;
 I_m : corrente média, a qual apresenta o mesmo efeito *elétrico* do processo “convencional”, ou seja, aquele em que a corrente é constante no tempo, sendo dada por:

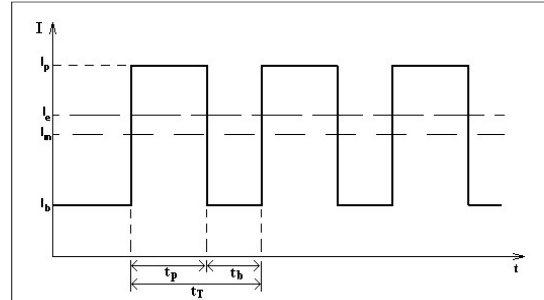


Figura 3.12 – Soldagem com corrente pulsada, sendo I a corrente e t o tempo (vide texto).

$$I_m = \frac{1}{t_T} \int_0^{t_T} I \cdot dt = \frac{(I_p \cdot t_p) + (I_b \cdot t_b)}{t_T} \quad [3.104]$$

I_e : corrente efetiva, produzindo o mesmo efeito *térmico* do processo “convencional”, obtida por:

$$I_e = \left(\frac{1}{t_T} \int_0^{t_T} I^2 \cdot dt \right)^{1/2} = \left(\frac{I_p^2 \cdot t_p + I_b^2 \cdot t_b}{t_T} \right)^{1/2} \quad [3.105]$$

A razão entre I_m e I_e é:

$$\frac{I_m}{I_e} = \frac{r_i + t_i(1 - r_i)}{[r_i + r_i^2(1 - r_i)]^{1/2}} \quad [3.106]$$

onde:

$$r_i = \frac{I_b}{I_p} \quad [3.107]$$

$$r_t = \frac{t_p}{t_T} \quad [3.108]$$

Desta forma, I_m é sempre menor do que I_e .

Por outro lado, considerando-se a potência gerada no arco neste caso, a **Fig. 3.13** exemplifica a notação de interesse, i.e.:

n_x : número de pulsos passados após o início da soldagem, mas antes que o arco cruze sobre o ponto considerado, quando a fonte move-se na direção OX;
 q_o : potência do arco (W);
 q_1 : potência do pulso no pico (W);
 q_2 : potência de manutenção do arco (W);
 n : número de pulsos ($n=1$ no início da soldagem);

t_{pulso} : diferença de tempo entre o início do pulso (de pico) e o instante de tempo quando o arco cruza o ponto considerado (s).

Desta forma, o modelo escolhido e a seguir apresentado^{66/} considera que devem ser descartadas as seguintes condições, existentes na clássica teoria analítica de Rosenthal:

(a) No lugar da fonte ser considerada ponto, ou linha, uma fonte distribuída é assumida;

(b) O conceito tradicional de estado quase-estacionário é inválido para a soldagem pulsada e, neste caso, o modelo para o fluxo térmico deve considerar os transientes associados com as periódicas alterações na potência (correntes de pico/base).

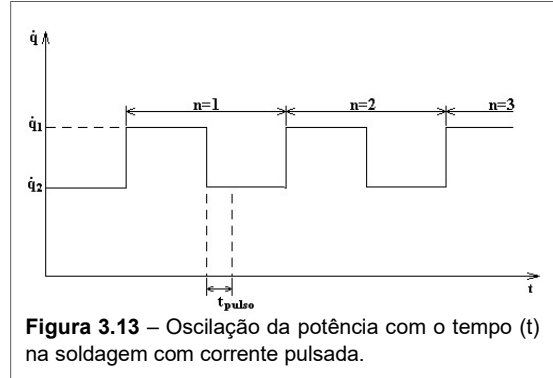


Figura 3.13 – Oscilação da potência com o tempo (t) na soldagem com corrente pulsada.

Assim sendo, a coordenada de um ponto P sobre um sólido soldado com corrente pulsada, pode ser definida como:

$$x = v(n_x t_T + t_{pulso}) \quad [3.109]$$

Para as regiões situadas em $5 \leq n_x < 20$ – e isto depende dos parâmetros de soldagem – o comportamento térmico é o mesmo para as subseqüentes distâncias nas quais ocorre o pulso. No intervalo de um pulso, porém, os ciclos térmicos diferem, dependendo do valor de t_{pulso} .

Então, a distribuição de temperatura devido à soldagem com pulsos de corrente é dada por:

$$\Delta T = \Delta T_{pulso} + \Delta T_B \quad [3.110]$$

onde:

$$\Delta T_{pulso} = \frac{4\eta q_1}{\rho c (4\pi\alpha)^{3/2}} \exp\left(-\lambda v w - \frac{\lambda v^2 t_o}{2}\right) \cdot \sum_{n=1}^{n=\infty} \int_{a_n}^{b_n} \frac{d\mu}{1 + \mu^2} \exp\left(-\frac{\mu}{\mu^2} - \frac{N}{1 + \mu^2} - P\mu^2\right) \quad [3.111]$$

com $t_o = r_B^2 / (4\alpha)$ definido como constante de tempo (r_B = raio Gaussiano da fonte) e α é a difusividade térmica, com $\lambda = 1 / (2\alpha)$.

Além disto:

$$\Delta T_B = \frac{4\eta q_2}{\rho c (4\pi\alpha)^{3/2}} \exp\left(-\lambda v w - \frac{\lambda v^2 t_o}{2}\right) \cdot \sum_{n=1}^{n=\infty} \int_{a_n}^{b_n} \frac{d\mu}{1 + \mu^2} \exp\left(-\frac{\mu}{\mu^2} - \frac{N}{1 + \mu^2} - P\mu^2\right) \quad [3.112]$$

onde:

$$\mu = \frac{z^2}{4\alpha t_o} \quad N = \frac{w^2 + y^2}{4\alpha t_o} \quad P = \frac{v^2 t_o}{4\alpha} \quad w = x - v(t + t_o)$$

sendo μ variável de integração.

As expressões para os valores das integrais das Eqs. 3.111 e 3.112 entre a_n e b_n encontram-se nas **Tab. 3.4** e **3.5**, respectivamente.

Tabela 3.4 – Expressão para os Limites a_n e b_n da Integral na Eq. 3.111

Limites	Instante de tempo com respeito a n, t_T e t_p		
	$t \leq (n-1)t_T$	$(n-1)t_T < t \leq [(n-1)t_T + t_p]$	$t > [(n-1)t_T + t_p]$
a_n	0	0	$\left\{ \frac{t - [(n-1)t_T + t_p]}{t_o} \right\}^{1/2}$
b_n	0	$\left[\frac{t - (n-1)t_T}{t_o} \right]^{1/2}$	$\left[\frac{t - (n-1)t_T}{t_o} \right]^{1/2}$

Tabela 3.5 – Expressão para os Limites a_n e b_n da Integral na Eq. 3.112

Limites	Instante de tempo com respeito a n, t_T e t_p		
	$t \leq [(n-1)t_T + t_p]$	$[(n-1)t_T + t_p] < t \leq nt_T$	$t > nt_T$
a_n	0	0	$\left(\frac{t - nt_T}{t_o} \right)^{1/2}$
b_n	0	$\left\{ \frac{t - [(n-1)t_T + t_p]}{t_o} \right\}^{1/2}$	$\left\{ \frac{t - [(n-1)t_T + t_p]}{t_o} \right\}^{1/2}$

3.14. ESTADO NÃO ESTACIONÁRIO

3.14.1. Extração Bidimensional do Calor

Considere-se uma fonte linear (2D) de calor, a qual inicia a soldagem no ponto O e opera durante o período de tempo t_o . Neste caso, após a fonte ter cessado de operar por um período de tempo adicional t_p , a temperatura é dada por^{67/}:

$$\Delta T = \frac{q}{4\pi g k} \exp(-2n\mu) \cdot \int_{nv t_1}^{nv(t_o+t_1)} \frac{\exp(-s - m^2/s)}{s} ds \quad [3.113]$$

onde:

$$\mu = x - v(t_o + t_p) \quad n = v/(4\alpha) \quad s = -nv(t - t_o - t_p) \quad m^2 = n^2(\mu^2 + y^2)$$

Observe-se que esta é uma equação geral, pois quando o regime é quase-estacionário, t_o varia desde $-\infty$ até $+\infty$ e, então:

$$\Delta T = \frac{q}{4\pi g k} \exp(-2n\mu) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-s - m^2/s)}{s} ds$$

A solução desta equação é idêntica àquela para o regime de extração do calor 2D, dado pela Eq. 3.56 e pode-se deduzir este fato através da Eq. B.20 (Apêndice B).

3.14.2. Extração Tridimensional do Calor

Para este caso, somente é possível estimar-se o erro cometido na utilização da solução no estado quase-estacionário, quando na realidade o estado é não estacionário, i. e.:

$$\frac{T_{es} - T_{ne}}{T_{es}} = \frac{2 \cdot \exp(\lambda v R)}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{\lambda R / \sqrt{\lambda t}} \exp \left[-s^2 - \left(\frac{\lambda v R}{2s} \right)^2 \right] ds \quad [3.114]$$

onde T_{es} e T_{ne} são as temperaturas no estado quase-estacionário e no estado não estacionário, respectivamente.

3.15. ESPESSURA FINITA EM 3D

A situação é similar àquela descrita para 2,5D na Seção 3.8. Porém, não é negligenciada a transferência de calor através da superfície, sendo a seguinte equação sugerida⁶⁸:

$$\Delta T = T_w - T_a = \frac{q}{\pi k g} \exp(-\lambda v^2 t) \cdot A + 2(T_o - T_a) \cdot B \quad [3.115]$$

Note-se que a condição adicional de contorno é $-k \cdot \delta T / \delta z = h(T_w - T_a)$, onde:

$$A = \sum_{n=0}^{n=\infty} A_{wn} \cdot K_0 \left[\frac{vt}{g} \sqrt{\mu_{wn}^2 + (\lambda v g)^2} \right] \quad e \quad B = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{A_{pn}}{\mu_{pn}} \exp\left(-\frac{t \alpha \mu_{pn}^2}{g^2}\right)$$

e, também (observe-se que o subscrito w indica o metal de solda e o p o metal base, além do fato de algumas unidades adotadas não serem aquelas usualmente empregadas neste livro):

$$\mu_n = \text{“valor característico” satisfazendo à relação} \quad \tan \mu_n = \frac{2gh\mu_n}{\mu_n^2 - g^2 h^2}$$

$$A_{wn} = \frac{\mu_{wn}^2}{\mu_{wn}^2 + g^2 h_w^2 + 2gh_w}; \quad A_{pn} = \frac{\mu_{pn}^2}{\mu_{pn}^2 + g^2 h_p^2 + 2gh_p};$$

$$\mu_{wn} = \frac{2gh_w \mu_{wn}}{\mu_{wn}^2 - g^2 h_w}; \quad \mu_{pn} = \frac{2gh_p \mu_{pn}}{\mu_{pn}^2 - g^2 h_p};$$

$h_w = a_w / k$ e $h_p = a_p / k$;
 v = velocidade de soldagem (cm/min);
 T_w = temperatura do metal de solda (°C);
 T_o = temperatura de pré-aquecimento (°C);
 g = espessura da chapa (cm);
 h = coeficiente de transferência do calor (cm⁻¹);
 k = condutividade térmica (cal.s⁻¹.cm⁻¹.°C⁻¹);
 $a_w = k / \Delta x$ = condutância da superfície da solda (cal.cm⁻².s⁻¹.°C⁻¹);
 $a_p = k / \Delta x$ = condutância da superfície da chapa (cal.cm⁻².s⁻¹.°C⁻¹);
 $q = 0,24 \eta UI$, sendo η a eficiência térmica;
 t = tempo de soldagem (s);
 T_a = temperatura ambiente (°C);
 h_a = coeficiente de transferência do calor (cm⁻¹);
 k = condutividade térmica (cal.s⁻¹.cm⁻¹.°C⁻¹);
 g = espessura da chapa (cm);
 $\alpha [= l / (2\lambda)]$ = difusividade térmica (cm²/s);

Para se utilizar a Eq. 3.115, deve-se empregar os dados apresentados na **Tab. 3.6**.

Tabela 3.6 – Propriedades Térmicas em função do Processo de Soldagem⁶⁹ (utilizadas na Eq. 3.115)

Propriedades Térmicas	Processos de Soldagem				
	Eletrodo		MAG	MIG	TIG
	Revestido	Submerso	(CO ₂)		
Eficiência Térmica - η	0,80	1,00	0,85	0,75	0,65
Condutividade Térmica - k (cal.cm ⁻¹ .s ⁻¹ .°C ⁻¹)	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060
Difusividade Térmica - α (cm ² /s)	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042
Condutância da Superfície da Solda - a_w (cal.cm ⁻² .s ⁻¹ .°C ⁻¹)	0,0020	0,0001	0,0020	0,0020	0,0020
Condutância da Superfície da Chapa - a_p (cal.cm ⁻² .s ⁻¹ .°C ⁻¹)	0,0020	0,0020	0,0020	0,0020	0,0020

3.16. MÉTODOS NUMÉRICOS

Uma forma eficaz para se calcular a distribuição do campo de temperaturas num corpo, é empregar-se algum método numérico com o auxílio de computador, existindo sofisticadas aplicações em soldagem /7-11, 28, 46, 51, 52, 55, 58, por exemplo/.

Os três métodos numéricos candidatos para emprego em fluxo térmico transiente são: diferenças finitas; elementos de contorno e elementos finitos. Por apresentar melhor desempenho para análises não-lineares e lidar com geometrias complexas, especialistas no assunto^{29, por exemplo/} têm preferido para este caso o método por elementos finitos, indicando diferenças finitas para análise térmica. Então, a seguir é apresentado um exemplo o qual, apesar de simples, poderá auxiliar num melhor entendimento desta questão.

Considere-se a chapa relativamente fina, apresentada (em vista superior) na Fig. 3.14, e que as seguintes condições iniciais existem :

$$T=T(x,y,t) \text{ e } T_o=T_o(x,y) \quad [3.116]$$

onde T_o é a temperatura de pré-aquecimento.

Então, supondo-se regime 2D de extração de calor, tem-se:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \alpha \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} \right) \quad [3.117]$$

com a solução (devido a Rykalin) dada pela Eq. 3.63.

A seguir, a área da chapa é subdividida em quadrados com lados Δx e Δy , conforme ilustrado na Fig. 3.14, sendo Δt o tempo de resfriamento. No eixo OX o incremento de Δx será n ; o incremento de Δy (eixo OY) m e o de Δt representado por k .

Obtém-se, então, a seguinte taxa *instantânea* de variação da temperatura:

$$\frac{\delta T}{\delta t} \cong \frac{\Delta T_{n,m,k}}{\Delta t} \quad [3.118]$$

enquanto a taxa *média* da variação da temperatura é:

$$\frac{\delta T}{\delta t} \cong \frac{T_{n,m,k+1} - T_{n,m,k}}{\Delta t} \quad [3.119]$$

Para encontrar-se $\delta T/\delta x^2$, é necessário primeiro expressar em diferenças finitas o gradiente de temperatura entre duas seções adjacentes, à esquerda e à direita da camada considerada, i. e.:

$$\left. \frac{\delta T}{\delta x} \right|_- \cong \frac{T_{n-1,m,k}}{\Delta x} = \frac{T_{n,m,k} - T_{n-1,m,k}}{\Delta x} \quad [3.120]$$

$$\left. \frac{\delta T}{\delta x} \right|_+ \cong \frac{\Delta T_{n+1,m,k}}{\Delta x} = \frac{T_{n+1,m,k} - T_{n,m,k}}{\Delta x} \quad [3.121]$$

A segunda derivada é um limite da razão do incremento da primeira derivada ao incremento da derivada independente, ou seja:

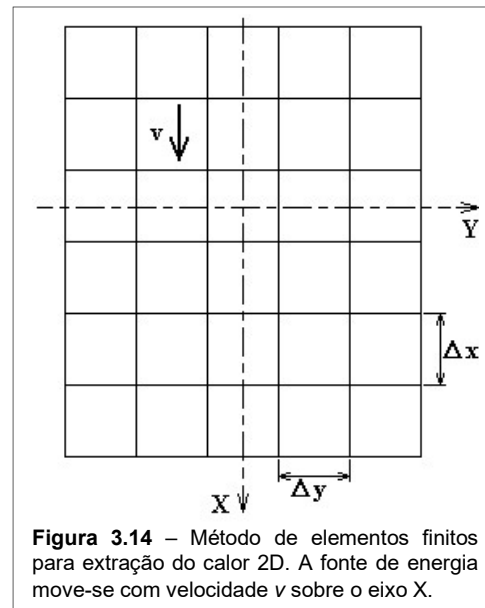


Figura 3.14 – Método de elementos finitos para extração do calor 2D. A fonte de energia move-se com velocidade v sobre o eixo X.

$$\begin{aligned}\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} &= \frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{\delta T}{\delta x} \right) \cong \frac{\Delta^2 T_{n,m,k}}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{\Delta T_{n,m,k}}{\Delta x} - \frac{\Delta T_{n-1,m,k}}{\Delta x} \right) = \\ &= \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{T_{n+1,m,k} - T_{n,m,k}}{\Delta x} - \frac{T_{n,m,k} - T_{n-1,m,k}}{\Delta x} \right) = \frac{2}{(\Delta x)^2} \left(\frac{T_{n+1,m,k} + T_{n-1,m,k}}{2} - T_{n,m,k} \right)\end{aligned}\quad [3.122]$$

enquanto:

$$\frac{\delta^2 T}{\delta y^2} \cong \frac{2}{(\Delta y)^2} \left(\frac{T_{n,m+1,k} + T_{n,m-1,k}}{2} - T_{n,m,k} \right)\quad [3.123]$$

Logo, substituindo-se estas identidades na Eq. 3.117 quando $\Delta x = \Delta y$, tem-se:

$$\frac{T_{n,m,k+1} - T_{n,m,k}}{\Delta t} = \frac{2\alpha}{(\Delta x)^2} \cdot \left[\frac{1}{2} (T_{n+1,m,k} + T_{n-1,m,k} + T_{n,m+1,k} + T_{n,m-1,k}) - 2T_{n,m,k} \right]\quad [3.124]$$

Então:

$$T_{n,m,k+1} = T_{n,m,k} + \frac{4\alpha\Delta t}{(\Delta x)^2} \cdot \left[\frac{1}{4} (T_{n+1,m,k} + T_{n-1,m,k} + T_{n,m+1,k} + T_{n,m-1,k}) - T_{n,m,k} \right]\quad [3.125]$$

Escolhendo-se Δt e Δx de forma que $\frac{4\alpha\Delta t}{(\Delta x)^2} = 1$, resulta:

$$T_{n,m,k+1} = \frac{T_{n+1,m,k} + T_{n-1,m,k} + T_{n,m+1,k} + T_{n,m-1,k}}{4}\quad [3.126]$$

Portanto, se os incrementos finitos Δx , Δy e Δt são selecionados para corresponder um ao outro, então a temperatura do quadrado nm no intervalo de tempo $k+1$ é uma média aritmética da temperatura dos quadrados adjacentes no intervalo de tempo precedente (k).

Assim, usualmente determina-se Δx e calcula-se Δt , ou seja, $\Delta t = \frac{(\Delta x)^2}{4\alpha}$.

3.17. CONSIDERAÇÕES SOBRE O PRÉ-AQUECIMENTO

A análise do resfriamento de um sólido em relativamente baixas temperaturas é muito importante na soldagem, principalmente no intervalo entre 300 e 100 °C, pois no mesmo podem ocorrer trincas induzidas pelo hidrogênio e desenvolvimento de tensões térmicas, entre outros fenômenos.

Destaca-se neste intervalo de temperatura após a soldagem, o efeito do pré-aquecimento sobre o sólido. Entretanto, há de se distinguir duas situações com relação ao modo que este aquecimento foi realizado, i. e., localmente, ou homogêneo (todo o sólido foi aquecido ao mesmo tempo).

Na hipótese de que o pré-aquecimento tenha sido homogêneo, podem ser aplicados os modelos até aqui apresentados, desde que sejam empregados os coeficientes físicos e de dissipação térmica adequados à estas baixas temperaturas.

Para o caso particular de ter transcorrido um longo período de tempo após a realização da soldagem, a perda de calor ocorrerá somente por transferência através da superfície do sólido (a condução não é mais importante). Então, o tempo para uma chapa resfriar entre 300 e 100 °C ($\Delta t_{3/1}$) é dado, aproximadamente, pela seguinte relação:

$$\Delta t_{3/1} = \frac{20}{9} \frac{1}{b} \quad [3.127]$$

onde b é obtido desde a Eq. 1.73.

Por outro lado, com o pré-aquecimento localizado - somente em torno da junta, por exemplo -, os modelos até aqui estudados não são convenientes, em geral, para o cálculo do ciclo térmico. A principal razão, é que a temperatura do sólido não pode mais ser considerada única.

Desta forma, trata-se a questão como se o ciclo térmico de um ponto no sólido fosse composto por duas funções distintas do tempo, i. e., uma devido ao pré-aquecimento e a outra resultante da soldagem, as quais são adicionadas. Então, para chapas “relativamente finas” (2D), pode-se empregar a seguinte relação:

$$T = T_0 \cdot \frac{L}{\sqrt{2t\alpha + L^2}} \cdot \exp(-bt) \quad [3.128]$$

onde b é novamente dado pela Eq. 1.73 e $2L$ representa a largura da região pré-aquecida, cuja linha central é a mesma da junta que será soldada.

CAPÍTULO 4

Temperatura Máxima Taxa & Tempo de Resfriamento

4.1. TEMPERATURA MÁXIMA

No jargão metalúrgico, a máxima temperatura alcançada por um ponto num sólido é geralmente denominada “temperatura de pico”. Os modelos para o cálculo da mesma, a seguir apresentados, são principalmente devidos a Rykalin^{19-22/} e Adams et al^{38-41/}, sendo os resultados geralmente válidos para a ZAC imediatamente adjacente ao metal de solda (as exceções serão oportunamente mencionadas).

4.1.1. Extração Bidimensional do Calor

De acordo com Rykalin, neste caso a temperatura de pico é obtida igualando-se a derivada da Eq. 3.64 a zero; inserindo-se o tempo novamente nesta equação e assumindo-se $b.t \ll 0,5$. Logo, resulta:

$$\Delta T_p = \sqrt{\frac{2}{\pi e}} \cdot \frac{E}{2g\rho c y_p} \cdot \left(1 - \frac{b \cdot y_p^2}{2\alpha}\right) \quad [4.1]$$

onde $\Delta T_p = T_p - T_o$, com T_p indicando a temperatura de pico à distância y_p da interface metal de solda/metal base (medida sobre o eixo de referência OY); T_o é temperatura de pré-aquecimento; g é a espessura da peça; e a base dos logaritmos naturais, ou neperianos ($=2,71828\dots$), e b o parâmetro de dissipação do calor através da superfície (Eq. 1.73).

Por sua vez, Adams utilizou o fato de existir pontos cujas temperaturas e distâncias da fonte de energia são conhecidos. Portanto, considere-se uma chapa com espessura g e pontos na mesma, os quais podem estar situados além de $1,5 \cdot g$ da interface metal de solda/metal base, ou seja, do contorno da isoterma liquidus da poça de fusão, sendo esta distância medida sobre o eixo de referência OY. Então, nesta situação, tem-se:

$$\Delta T_p = \frac{E \cdot \Delta T_f}{\Delta T_f (2\pi e)^{1/2} \rho c g y_p + E} \quad [4.2]$$

onde $\Delta T_f = T_f - T_o$ e T_f é a temperatura de fusão do material base.

Por outro lado, uma relação geral não deve considerar somente a isoterma liquidus. Assim, conhecendo-se a máxima temperatura alcançada num ponto qualquer, resulta:

$$\Delta T_p = \frac{E(T_c - T_o)}{(T_c - T_o)(y_p - y_c) \cdot \rho c g \cdot \sqrt{2\pi e} + E} \quad [4.3]$$

onde y_c é a distancia (conhecida) do cordão de solda (medida sobre OY) a um ponto que alcança a temperatura (conhecida) T_c .

Para o caso específico da soldagem por resistência elétrica tipo ponto, aplica-se a seguinte relação, a qual provém da Eq. 3.96:

$$\Delta T_p = \frac{Q}{g\pi cr^2 e} \quad [4.4]$$

onde $r=(x^2+y^2)^{1/2}$ e Q é a quantidade total de calor gerado (vide Eq. 3.95).

4.1.2. Extração Tridimensional do Calor

A temperatura de pico na situação 3D pode ser obtida através da equação desenvolvida por Rykalin (Eq. 3.79).

Então, aplicando-se logaritmos e derivando-se esta equação com respeito ao tempo, tem-se:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{T}{t} \left(\frac{R^2}{4t\alpha} - 1 \right) \quad [4.5]$$

Considerando-se esta última relação, as possibilidades para que na temperatura máxima ocorra $\delta T/\delta t=0$ são quando $T=0$; após toda a peça atingir a mesma temperatura ($t=\infty$), ou, ainda, na seguinte situação:

$$\frac{R^2}{4t\alpha} - 1 = 0 \quad \text{ou seja} \quad t = \frac{R^2}{4\alpha} \quad [4.6]$$

Lembrando-se que t é o tempo após a passagem da fonte sobre a posição da projeção do ponto determinado por R sobre o eixo OX, e que $vt=-x$, da Eq. 4.6 resulta:

$$R^2 = -\frac{4\alpha}{v} x \quad [4.7]$$

o qual é o “locus” da temperatura máxima.

Além disto, supondo-se nesta Eq. 4.7 um ponto no plano $z=0$, tem-se a equação da parábola $x^2=y^2$, a qual permite representar as isotermas sobre o mesmo.

Por outro lado, substituindo-se t da Eq. 4.6 na Eq. 3.79 e renomeando-se R como r_p (somente por conveniência de nomenclatura), resulta a equação procurada, i.e.:

$$\Delta T_p = \frac{2E}{\pi e \rho c r_p^2} \quad [4.8]$$

onde $r_p=(y^2+z^2)^{1/2}$ define a posição de um ponto situado sobre OX, o qual alcança T_p .

Entretanto, segundo Adams, esta última equação não é matematicamente exata e apresenta temperaturas excessivamente altas com relação àquelas impiricamente obtidas.

Então, considerando-se um ponto, cuja máxima temperatura alcançada é conhecida (por exemplo, o contorno da poça de fusão), obtém-se:

$$\Delta T_p = \frac{2E(T_c - T_o)}{\pi e \rho c (T_c - T_o)(r_p^2 - r_c^2) + 2E} \quad [4.9]$$

onde r_c é a distância (conhecida) desde a linha central do cordão de solda a um ponto, o qual alcança a máxima temperatura T_c (conhecida).

4.1.3. Extração do Calor “Intermediária”

Nesta situação (2,5D), a superfície inferior da chapa exerce notável efeito térmico, mas não existem superfícies laterais próximas, pois a peça é considerada infinita nestas direções.

O problema é resolvido, então, com o auxílio do método matemático “por imagens” (veja Seção 1.6.3). De acordo com Adams, a distribuição térmica é similar àquela de várias fontes de energia, dispostas conforme mostrado na Fig. 4.1 e cada uma com energia de soldagem $2E$ (a

fonte original gera E). Desta forma, as superfícies adiabáticas são mostradas como linhas tracejadas nesta figura e as mesmas apresentam-se tais como imagens em um espelho, com respeito à distribuição das fontes de energia.

Portanto, aplicando-se estes conceitos e com y_i menor do que g , resulta a seguinte relação:

$$\Delta T_p = \frac{4E \cdot (T_c - T_o)}{e\pi\rho c \cdot (T_c - T_o)(y_i^2 + g^2 - r_c^2) + 2E} \quad [4.10]$$

sendo o ponto na superfície inferior genericamente mostrado na **Fig. 4.2**, o qual alcança T_p , enquanto r_c é a distância (conhecida) desde a linha central do cordão de solda a um ponto, cuja máxima temperatura T_c é conhecida.

4.1.4. Casos Especiais na Extração Tridimensional do Calor

As soluções a seguir apresentadas foram obtidas por Adams et al³⁸⁻⁴¹.

4.1.4.1. Efeito da Superfície Superior - Ponto na Superfície

Para um ponto na superfície superior da chapa, distante y_s da linha central do cordão de solda (**Fig. 4.2**), a solução é similar àquela obtida para o caso 3D (Eq. 4.9), bastando a substituição de r_p^2 por y_s^2 , ou seja:

$$\Delta T_p = \frac{2E(T_c - T_o)}{\pi\rho c(T_c - T_o)(y_s^2 - r_c^2) + 2E} \quad [4.11]$$

4.1.4.2. Efeito das Superfícies - Ponto no Interior do Sólido

A solução para este problema também inclui a aplicação do método “por imagens”. Então, para um ponto qualquer no interior do sólido, definido por r_p na **Fig. 4.2**, obtém-se:

$$\Delta T_p = \frac{2E(1 + e^{-n})(T_c - T_o)}{\pi\rho c(T_c - T_o)(r_p^2 - r_c^2) + 2E} \quad [4.12]$$

onde T_p é a temperatura de pico à distância r_p da linha central do cordão de solda; T_c é a temperatura máxima (conhecida) de um dado ponto definido por r_c e:

$$n = \left(\frac{r_l}{r_p}\right)^2 - 1 \quad [4.13]$$

com r_l ilustrado na **Fig. 4.1** e que pode ser obtido por:

$$r_l = 4g^2 + r_p^2 - 4g(r_p^2 - y^2)^{1/2} \quad [4.14]$$

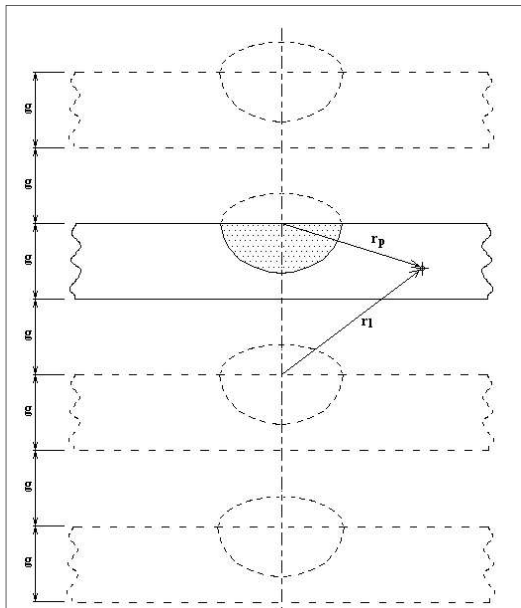


Figura 4.1 – Disposição de várias fontes de energia no método “por imagens” (vide texto).

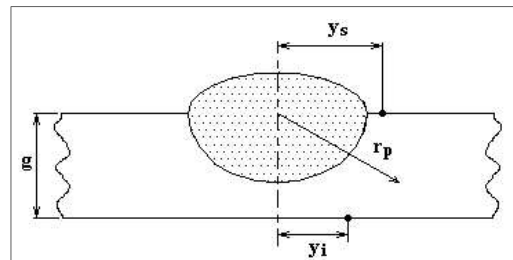


Figura 4.2 – Temperatura de pico em pontos nas superfícies (vide texto).

4.1.4.3. Efeito das Superfícies Laterais do Sólido

As superfícies envolvidas agem como se fossem adiabáticas e, novamente, o método de imagens é empregado. Então, considerado-se o ponto na superfície lateral do sólido, definido por (y_s, z_s) na Fig. 4.3 e as “imagens” ilustradas na Fig. 4.4, resulta:

$$\Delta T_p = \frac{4E(T_c - T_o)(1 + e^{-n})}{\pi e \rho c (T_c - T_o)(r_p^2 - r_c^2) + 2E} \quad [4.15]$$

onde $r_p = (y_s^2 + z_s^2)^{1/2}$ define o ponto que alcança a temperatura de pico T_p e T_c é a temperatura máxima (conhecida) alcançada por um dado ponto, o qual se encontra à distância r_c (conhecida) da linha central do cordão de solda, enquanto:

$$n = \left(\frac{r_p}{r_c}\right)^2 - 1 = 4g \left(\frac{g - z_s}{y_s^2 + z_s^2}\right) \quad [4.16]$$

com r_p mostrado na Fig. 4.4.

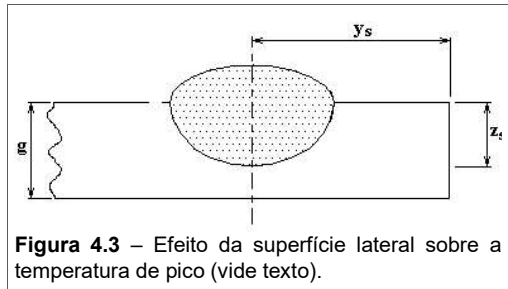


Figura 4.3 – Efeito da superfície lateral sobre a temperatura de pico (vide texto).

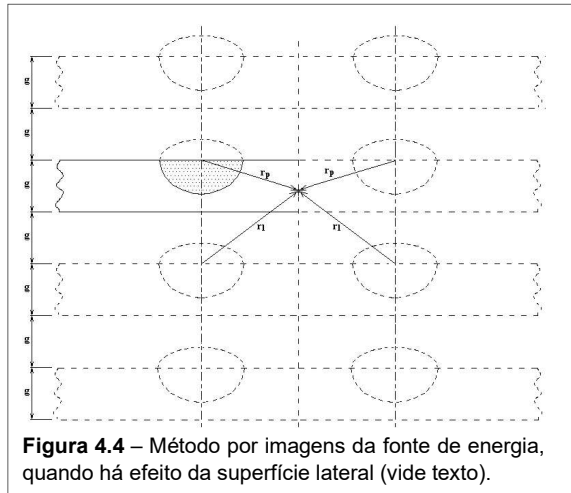


Figura 4.4 – Método por imagens da fonte de energia, quando há efeito da superfície lateral (vide texto).

4.2. TAXA DE RESFRIAMENTO

As equações a seguir apresentadas, são derivadas daquelas obtidas nos capítulos anteriores e, portanto, baseiam-se principalmente nos trabalhos mencionados, com as exceções sendo devidamente apontadas.

Por outro lado, observe-se que neste livro sempre é utilizada a expressão “taxa de resfriamento” para designar a variação da temperatura com o tempo, a qual é uma quantidade escalar convencionalmente negativa (no aquecimento a mesma seria considerada positiva).

4.2.1. Extração Bidimensional do Calor

Para o estado quase-estacionário de transferência do calor e considerando-se que a máxima taxa de resfriamento ocorre no metal de solda ($y=z=0$), com $w < 0$, à partir da Eq. 3.57 obtém-se:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = 2\pi k \rho c \left(\frac{g}{E}\right)^2 (T_r - T_o)^3 \quad [4.17]$$

onde T_r é a “temperatura crítica”, i. e., aquela na qual deseja-se conhecer esta taxa de resfriamento.

Observe-se que a forma mais eficaz para se alterar a taxa de resfriamento, é através do pré-aquecimento (T_o) da peça.

Por outro lado, é instrutivo compreender-se como foi provavelmente obtido por Rosenthal esta Eq. 4.17 e a demonstração em questão encontra-se no Apêndice C.

Além disto, não realizando-se as simplificações efetuadas para a dedução da Eq. 4.17 (veja Apêndice C), a taxa de resfriamento é obtida simplesmente pela derivada da Eq. 3.56, i. e.:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \lambda v^2 (T_r - T_o) \left[1 + \frac{w}{r} \frac{K_1(\lambda v r)}{K_0(\lambda v r)} \right] \quad [4.18]$$

Nesta situação, para a linha central do cordão de solda, com $w < 0$ e $r = |w|$, tem-se:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \lambda v^2 (T_r - T_o) \left[1 - \frac{K_1(\lambda v w)}{K_o(\lambda v w)} \right] \quad [4.19]$$

Por outro lado, considerando-se os coeficientes de dissipação do calor e o *Apêndice B* (Eq. B19), a derivada da Eq. 3.59 em relação ao tempo resulta na seguinte taxa de resfriamento para este caso:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{q}{2\pi g k} \cdot \lambda v^2 \cdot \exp(-\lambda v w) \cdot \left\{ K_0 \left[r \left((\lambda v)^2 + \frac{h}{gk} \right)^{1/2} \right] + \frac{w}{\lambda v r} \left[(\lambda v)^2 + \frac{h}{gk} \right]^{1/2} \cdot K_1 \left[r \left((\lambda v)^2 + \frac{h}{gk} \right)^{1/2} \right] \right\} \quad [4.20]$$

Admitindo-se, porém, as simplificações para K_0 e K_1 (Eqs. B.21 a B.24 do *Apêndice B*), esta última equação pode ser transformada para a seguinte:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{q}{2\pi g k} \cdot \lambda v^2 \cdot \exp(-\lambda v w - u r) \cdot \left(\frac{\pi}{2ur} \right)^{1/2} \cdot \left(1 + \frac{wu}{\lambda v r} \right) \quad [4.21]$$

onde:

$$u = \left[(\lambda v)^2 + \frac{h}{gk} \right]^{1/2} \quad [4.22]$$

No entanto, para a linha central do cordão de solda ($r = |w|$), com $w < 0$ e u dado pela Eq. 4.22, obtém-se:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{qv}{2\pi g k} \cdot \exp[w(\lambda v - u)] \cdot (\lambda v - u) \cdot \left(\frac{\pi}{2uw} \right)^{1/2} \quad [4.23]$$

4.2.2. Início e Fim da Solda na Extração Bidimensional do Calor

No local da abertura do arco, derivando-se a Eq. 3.61 em relação ao tempo, resulta:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \lambda v^2 (T_r - T_o) \left[\frac{K_1(\lambda v^2 t_s)}{K_o(\lambda v^2 t_s)} - 1 \right] \quad [4.24]$$

onde t_s é o tempo para a realização do cordão de solda.

Para a “cratera”, a derivada da Eq. 3.62 em relação ao tempo fornece:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \lambda v^2 (T_r - T_o) \left[\frac{K_1(\lambda v^2 t_c)}{K_o(\lambda v^2 t_c)} \right] \quad [4.25]$$

sendo t_c é o tempo transcorrido após a extinção do arco elétrico.

4.2.3. Extração Tridimensional do Calor

Derivando-se a Eq. 3.75 em relação ao tempo, obtém-se:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{v}{R^{3/2}} \frac{q}{2\pi k} \cdot \exp[-\lambda v(w + R)] \cdot [w + \lambda v w^2 + \lambda v(y^2 + z^2) + \lambda v w R] \quad [4.26]$$

Substituindo-se desde esta mesma Eq. 3.75, resulta:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{v}{R^{3/2}} \cdot (T_r - T_o) \cdot [w + \lambda v R(R + w)] \quad [4.27]$$

onde $R=(w^2+y^2+z^2)^{1/2}$ e T_r é a “temperatura crítica”, ou aquela na qual deseja-se calcular a taxa de resfriamento.

Por outro lado, a máxima taxa de resfriamento ocorre no metal de solda ($y=z=0$), para $w<0$ e $R=|w|$. Então, derivando-se a Eq. 3.76 em relação a w , tem-se:

$$\frac{\delta T}{\delta w} = \frac{q}{2\pi k} \left(-\frac{1}{w^2} \right) \quad [4.28]$$

Substituindo-se a Eq. 3.76 na Eq. 4.28, obtém-se:

$$\frac{\delta T}{\delta w} = -(T_r - T_o) \frac{1}{w} \quad [4.29]$$

Porém:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{\delta T}{\delta w} \frac{\delta w}{\delta t} = v \frac{\delta T}{\delta w} \quad [4.30]$$

Além disto, considerando-se $1/w$ da Eq. 3.76 e substituindo-se a Eq. 4.29 na Eq. 4.30, resulta a seguinte relação, a qual é aquela apresentada por Rosenthal:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{2\pi k}{E} (T_r - T_o)^2 \quad [4.31]$$

Apesar de ser recomendado a aplicação da Eq. 4.31 somente para o metal de solda (na realidade, para o trajeto da “fonte ideal” de energia), isto é absolutamente válido quando a temperatura crítica está próxima do ponto de fusão do mesmo. Admitindo-se um pequeno erro (geralmente desprezível perante, por exemplo, a variação usual dos valores de tensão e corrente de soldagem), pode-se utilizar esta equação para a Zona Afetada pelo Calor (ZAC) imediatamente adjacente ao cordão de solda, quando a temperatura crítica for até cerca da metade daquela da fusão deste metal.

4.2.4. Início e Fim da Solda na Extração Tridimensional do Calor

No local da abertura do arco, derivando-se a Eq. 3.77 em relação ao tempo, tem-se:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{(T_r - T_o)}{t_s} \quad [4.32]$$

onde t_s é o tempo para a realização do cordão de solda.

Para a cratera, através da derivada da Eq. 3.78, obtém-se:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{(T_r - T_o)}{t_c} \quad [4.33]$$

sendo t_c o tempo transcorrido após a interrupção do arco elétrico.

4.2.5. Extração “Intermediária” do Calor

Considerando-se o estado quase-estacionário, a derivada da Eq. 3.86 em relação ao tempo resulta em:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{q\lambda^2 v^3}{2\pi k} \cdot \exp(-\lambda v w) \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \left[\frac{\exp(-\lambda v r_n)}{\lambda v r_n} \left(1 + \frac{w}{r_n} + \frac{w}{\lambda v r_n^2} \right) \right] \quad [4.34]$$

onde n é um inteiro e $r_n = \sqrt{w^2 + y^2 + (2ng + z)^2}$.

Então, substituindo-se nesta Eq. 4.34 a Eq. 3.86 e considerando-se que T_r é a temperatura de interesse, tem-se:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \lambda v^2 (T_r - T_o) \cdot C_n \quad [4.35]$$

com:

$$C_n = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \left(1 + \frac{w}{r_n} + \frac{w}{\lambda v r_n^2} \right)$$

4.2.6. Soldagem Subaquática Molhada

Na soldagem subaquática molhada, as taxas de resfriamento da junta soldada são muito maiores do que aquelas realizadas na superfície.

Considerando-se a soldagem por gravidade e empregando-se eletrodo revestido, na interface metal base/metal de solda e na temperatura de 500 °C, esta taxa (°C/s) pode ser estimada^[70] pela seguinte relação obtida empiricamente:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = 6,25 \times 10^5 K \cdot (0,56 \text{sen}^{2/3} \theta + 1) \cdot E^{-0,95} \cdot g^{0,17} \quad [4.36]$$

onde:

E : energia de soldagem (excepcionalmente aqui em J/cm);

g : espessura da peça (mm);

θ : inclinação do metal base (°);

K : coeficiente, sendo $K=1$ no estado quase-estacionário, $K=1,2$ no início da solda e $K=2$ na “cratera”.

Na posição plana de soldagem ($\theta=90^\circ$) e no estado quase-estacionário ($K=1$), a Eq. 4.36 pode ser simplificada para:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = 6,25 \times 10^5 \cdot E^{-0,95} \cdot g^{0,17} \quad [4.37]$$

Empregando-se o artifício de colocar proteção lateral na junta a ser soldada, resulta a seguinte relação:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = 6,25 \times 10^5 \cdot P \quad [4.38]$$

onde:

$$P = a \cdot E^{-0,95} \cdot g^b \quad [4.39]$$

com os valores abaixo adotados para a e b , dependendo do tipo de proteção da junta empregado:

- Sem proteção: $a=1,0$ e $b=0,17$;
- Proteção com material refratário: $a=0,28$ e $b=0,45$;
- Proteção com massa de vidraceiro: $a=0,036$ e $b=1,0$.

4.2.7. Soldagem por Resistência Elétrica

Para a soldagem por resistência elétrica (ponto) de chapas relativamente finas, a taxa de resfriamento pode ser obtida através da derivada da Eq. 3.96 em relação ao tempo, i.e.:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{Q}{4\pi g t^2 k} \cdot \left(\frac{r^2}{4t\alpha} - 1 \right) \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{4t\alpha} \right) \quad [4.40]$$

4.2.8. Simplificação da Equação de Rosenthal em 3D

A taxa de resfriamento no metal de solda dos aços também pode ser estimada através da seguinte relação desenvolvida empiricamente, apresentada por Dorsch^{44/} como forma simplificada do modelo devido a Rosenthal, a qual foi desenvolvida para situações em 3D:

$$-\frac{dT}{dt} = \frac{M(T_r - T_o)^2}{E} + D \quad [4.41]$$

onde M e D são constantes.

Esta equação pode também ser assim escrita:

$$-\frac{dT}{dt} = C_1 \cdot (T_r - T_o)^{C_2} \quad [4.42]$$

onde C_1 e C_2 são constantes mutuamente dependentes e funções do processo de soldagem, com valores obtidos empiricamente e mostrados na **Tab. 4.1**.

Tabela 4.1 – Constantes na Eq. 4.42, em Função do Processo de Soldagem		
Processo de Soldagem	C_1	C_2
Arame Tubular (auto-protégido)	4,45	2,41
Arame Tubular (argônio+CO ₂)	28,54	2,06
Arco Submerso (1 arame)	4359	1,51
Arco Submerso (2 arames em série)	1,08	2,68
Eletrodo Revestido	1325	1,6

4.3. TEMPO DE RESFRIAMENTO

4.3.1. Extração Bidimensional do Calor

As taxas de resfriamento provocadas pela soldagem são elevadas em certas regiões do metal base, e na maioria dos aços as transformações de fase mais importantes ocorrem no intervalo de temperatura entre 800 °C e 500 °C. Afortunadamente, para uma dada condição de soldagem constatou-se ser aproximadamente linear o tempo de resfriamento, exatamente no citado intervalo de temperatura, desde que sejam consideradas as regiões do material base, cujos picos de temperatura tenham ultrapassado 900 °C. Assim, a energia de soldagem é proporcional a este intervalo de tempo. Nesta situação, e através das Eqs. 3.63 e 4.1, o tempo de resfriamento entre 800 °C e 500 °C ($\Delta t_{8/5}$) pode ser deduzido como:

$$\Delta t_{8/5} = \frac{(E/g)^2}{4\pi k \rho c} \left[\frac{1}{(500 - T_o)^2} - \frac{1}{(800 - T_o)^2} \right] \quad [4.43]$$

4.3.2. Extração Tridimensional do Calor

Pelas mesmas razões apontadas na seção anterior equivalente a esta e utilizando-se as Eqs. 3.79 e 4.8, o tempo de resfriamento entre 800 °C e 500 °C ($\Delta t_{8/5}$) pode ser expresso por:


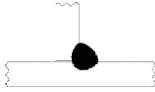


$$\Delta t_{8/5} = \frac{E}{2\pi k} \left(\frac{1}{500 - T_o} - \frac{1}{800 - T_o} \right) \quad [4.44]$$

4.3.3. Correção das Equações para o Tempo de Resfriamento

Para certos casos existem confiáveis informações empíricas, as quais possibilitam correção das equações utilizadas para o cálculo do tempo de resfriamento.

Portanto, na **Tab. 4.2** encontram-se as variáveis K_2 e K_3 , as quais são função do tipo de junta utilizado e, em princípio, válidas para o processo de soldagem por arco submerso. Estas variáveis devem multiplicar as Eqs. 4.43 e 4.44, respectivamente.

Tabela 4.2 – Coeficientes para as Equações do Tempo de Resfriamento entre 800 °C e 500 °C

Tipo de Junta	K_2 (Eq. 4.43)	K_3 (Eq. 4.44)
	1	1
	0,45 à 0,67	0,67
	0,9	0,67
	0,9	0,9

4.3.4. Generalização das Equações para o Tempo de Resfriamento

Há uma proposta^{39/} de generalização das Eqs. 4.43 e 4.44, sendo sugerida a utilização da seguinte relação, tanto para 2D, quanto para 3D, na soldagem de juntas a topo sobre chapas com espessura g :

$$\Delta t_{8/5} = \frac{E}{2\pi k \cdot f(u)} \left[\frac{1}{500 - T_0} - \frac{1}{800 - T_0} \right] \quad [4.45]$$

onde a função $f(u)$ é dada por:

$$f(u) = 0,333[1 - \exp(-3u)] + 0,667[1 - \exp(-6u^3)] \quad [4.46]$$

sendo o adimensional u obtido por:

$$u = \frac{g^2 \rho c (T - T_0)}{E} \quad [4.47]$$

Observe-se nesta Eq. 4.47, que T deve ser substituído por 700 (°C), temperatura esta considerada como sendo aquela “média de transformação” nos aços^{39/}.

Além disto, foi sugerido^{71/} que o valor de $5,74 \times 10^{-3}$ (m.°C/W) fosse empregado no lugar do coeficiente $1/(2\pi k)$ na Eq. 4.45, aparentemente melhorando, assim, a correlação com os resultados experimentalmente obtidos.

4.3.5. Soldagem MAG

Para a soldagem MAG (gás de proteção CO_2), a seguinte relação é sugerida^{42/}:

$$\Delta t_{8/5} = \frac{E^{1,7}}{1,11 \times 10^6 \beta \cdot \left[1 + \frac{2}{\pi} \cdot \text{tg}^{-1} \left(\frac{g - 13}{3,5} \right) \right]} \quad [4.48]$$

onde g (mm) é a espessura do metal base e β é igual a 1 para o último passe numa junta a topo, ou sobre a superfície de uma chapa (regime 3D), ou 1,7 no caso de junta em ângulo.

4.3.6. Soldagem com Eletrodo Tubular

Considerando-se um simples depósito sobre a superfície de chapas massivas, realizado por Eletrodo Tubular com proteção por gás, a seguinte relação, obtida empiricamente, é proposta⁷² para o tempo de resfriamento ($\Delta t_{8/5}$, em segundos):

$$\Delta t_{8/5} = \eta \frac{I^{(1,24+0,0005 \cdot T_o)} \cdot U^{0,59}}{108 \cdot (0,423v)^{(0,78-0,0005 \cdot T_o)}} \quad [4.49]$$

onde:

- η : rendimento térmico (considerado com 0,79 para Eletrodo Tubular com proteção por gás);
- I, U: corrente (A) e tensão (V) de soldagem, respectivamente;
- v: velocidade de soldagem (mm/s);
- T_o : temperatura de pré-aquecimento (°C).

4.4. SOLDAGEM MULTIPASSE

Considera-se como temperatura de resfriamento de um cordão de solda previamente depositado, aquela na qual a região adjacente ao mesmo resfria até o momento em que as ondas de calor do primeiro passe subsequente são superimpostas.

4.4.1. Extração Bidimensional do Calor

À partir da Eq. 3.63, a temperatura (T) de um ponto no metal de solda ($y=0$), após ter transcorrido o período de tempo t que a fonte de energia passou sobre o mesmo, é dada por:

$$\Delta T = \frac{E}{g(4\pi k \rho c t)^{1/2}} \quad [4.50]$$

Logo, a taxa de resfriamento é:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{E}{2g(4\pi k \rho c t^3)^{1/2}} \quad [4.51]$$

Além disto, desde a Eq. 4.50 :

$$t = \frac{E^2}{(\Delta T)^2 \cdot g^2 \cdot 4\pi k \rho c} \quad [4.52]$$

Após a fonte de energia ter cessado de operar, este tempo é dado pela adição do tempo de arco aberto (t_a) e aquele no qual o mesmo está interrompido (t_i), i. e., $t = t_a + t_i$.

Por sua vez, o comprimento de um cordão de solda (L_s) pode ser calculado por:

$$L_s = vtF \quad [4.53]$$

onde F é o "fator de operação", o qual resulta da razão entre o tempo de arco aberto e o tempo total para a realização da soldagem⁵⁰.

Portanto, desde a Eq. 4.52, tem-se:

$$L_s = \frac{FvE^2}{(\Delta T)^2 \cdot g^2 \cdot 4\pi k \rho c} \quad [4.54]$$

Outrossim, a largura (l) das regiões adjacentes ao cordão de solda, no qual o passe de raiz resfria desde T_o até a temperatura T_i é dada por:

$$l = C \cdot \frac{FvE^2}{(T_i - T_0)^2 \cdot g^2 \cdot 4\pi k \rho c} \quad [4.55]$$

onde C é um coeficiente de correção, sendo 1,5 para juntas a topo; 0,9 para juntas em ângulo (filete) e sobrepostas, e 0,8 para juntas cruciformes.

4.4.2. Extração Tridimensional do Calor

Desde a Eq. 3.79, considerando-se um ponto no metal de solda ($R=0$), tem-se:

$$\Delta T = \frac{E}{2\pi kt} \quad \text{ou seja:} \quad t = \frac{E}{\Delta T \cdot 2\pi k} \quad [4.56]$$

Logo, a taxa de resfriamento é dada por:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{E}{2\pi kt^2} \quad [4.57]$$

4.5. DECISÃO ENTRE OS MODOS DE EXTRAÇÃO DO CALOR

Nas equações apresentadas para o cálculo do ciclo térmico, uma importante fonte de erro, como mencionado, é considerar-se os coeficientes físicos constantes, quando os mesmos são função da temperatura.

Adicionalmente, porém, há a questão de não se saber exatamente em qual espessura da peça o regime de extração do calor bidimensional cessa de operar e o tridimensional inicia. Além disto, existem condições intermediárias – uma delas apresentada como “2,5D”, dada pela Eq. 3.86 – as quais seriam calculadas com exatidão caso fosse disponível uma equação geral.

Conforme ilustrado na **Fig. 4.5**, a taxa de resfriamento para o modo bidimensional (2D) aumenta rapidamente com a espessura da peça, enquanto que para o tridimensional (3D) a mesma mantém-se constante, pois independe desse fator.

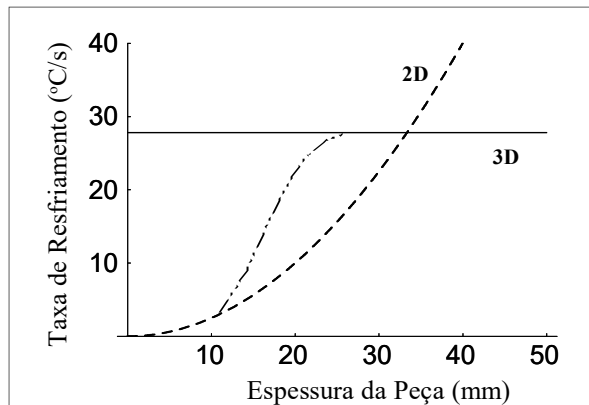


Figura 4.5 - Taxas de resfriamento calculadas (a 540 °C) para regimes de extração do calor bidimensional (2D) e tridimensional (3D), em função da espessura da peça. As condições intermediárias (linha traço dois pontos) são hipotéticas. Soldagem com potência de 27 kW e velocidade de 10 mm/s sobre aço ao carbono.

Entretanto, de acordo com o demonstrado praticamente, a intersecção destas duas curvas não indica alteração do regime de extração do calor, devendo existir uma outra função (ainda incógnita) - exemplificada pela linha traço dois pontos (cuja forma nesta figura é hipotética) -, a qual representa estas situações intermediárias.

Soluções não rigorosas estão disponíveis para auxiliar na escolha da equação a ser empregada. Por exemplo, combinando-se a Eq. 4.17 (taxa de resfriamento 2D no eixo da solda) com a Eq. 4.31 (idem, 3D), resulta a seguinte relação, geralmente denominada “de decisão” (D), ou seja:

$$D = g \cdot \left[\frac{\rho c (T_r - T_o)}{E} \right]^{1/2} \quad [4.58]$$

Quando $D > 0,9$, a extração deve estar ocorrendo em 3D. Sendo $D < 0,6$, o modo é suposto

ser 2D. Entre estes extremos, o contorno superior é dado pelas equações aplicáveis a 3D, e o inferior por aquelas para 2D. Por outro lado, admitindo-se erro em torno de 15%, pode-se empregar o conceito de que se $D > 0,75$, utiliza-se as equações compatíveis com 3D, enquanto que para $D < 0,75$, a situação é 2D.

No caso do cálculo do tempo de resfriamento ($\Delta t_{8/5}$), considerando-se as Eqs. 4.43 e 4.44, obtém-se a seguinte relação para decisão:

$$D_{8/5} = \left[\frac{E}{2\rho c} \left(\frac{1}{500 - T_o} + \frac{1}{800 - T_o} \right) \right]^{1/2} \quad [4.59]$$

Sendo $D_{8/5} < g$, a equação adotada deve ser aquela 3D. Caso contrário, utiliza-se a equação para 2D.

Exemplificando, a **Fig. 4.6** ilustra diversas combinações entre temperatura de pré-aquecimento, energia de soldagem e espessura da chapa (aços ao carbono e baixa liga), as quais estabelecem diferentes modos de extração do calor

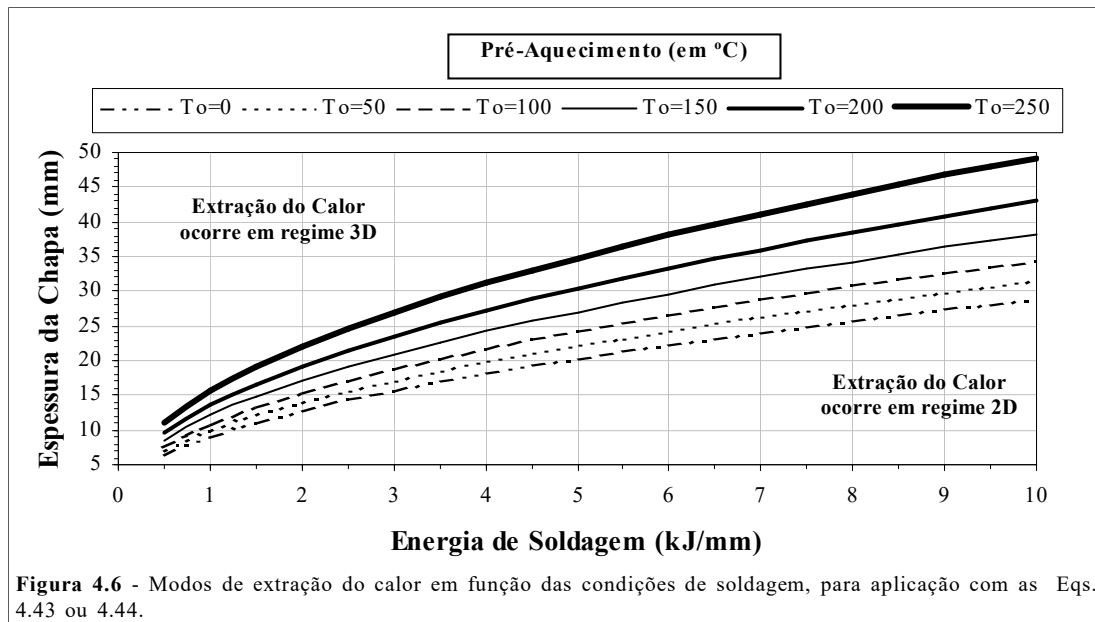


Figura 4.6 - Modos de extração do calor em função das condições de soldagem, para aplicação com as Eqs. 4.43 ou 4.44.

Por sua vez, para a aplicação das equações que fornecem a temperatura de pico, uma relação similar às Eqs. 4.58 e 4.47 é empregada, ou seja:

$$ERP = \frac{g^2 \rho c (T_r - T_o)}{E} \quad [4.60]$$

onde ERP é a “espessura relativa da peça”. Se $ERP < 0,3$, a extração supostamente ocorre em 2D, enquanto que para $ERP > 0,9$ o modo deve ser 3D.

Outrossim, observe-se que nenhuma destas equações é considerada precisa para valores intermediários.

CAPÍTULO 5

Aplicações

5.1. INTRODUÇÃO

A seguir serão apresentados alguns exemplos envolvendo a teoria da condução do calor na soldagem. Visando incentivar o leitor a resolvê-los antes de verificar as respostas, primeiro as questões são propostas na *Seção 5.2*, sendo as soluções descritas na *Seção 5.3*.

Saliente-se, ainda, que algumas destas aplicações poderão ser muito melhor apreciadas, se o leitor possuir conhecimentos de metalurgia da soldagem.

Por outro lado, não serão discriminados os processos de soldagem empregados (com exceção daquele por resistência elétrica), pois o intuito é de que a aplicação seja a mais geral possível. Assim sendo, também não serão considerados os rendimentos térmicos, ou seja, a energia de soldagem utilizada é aquela após a potência ter sido corrigida por este fator.

Outrossim, as condições de soldagem serão fornecidas através dos seguintes símbolos:

E: Energia de soldagem (kJ/mm);

q: Potência de soldagem (kW);

U: Tensão de soldagem (V);

I: Intensidade da corrente de soldagem (A);

v: Velocidade de soldagem (mm/s);

$\Delta t_{8/5}$: Tempo de resfriamento entre 800 e 500 °C do metal de solda;

TP[T]: Tempo de permanência (s) de um dado ponto no conjunto soldado acima da temperatura **T** (°C);

T₀: Pré-aquecimento do metal base (°C);

TR[T]: Taxa de resfriamento (°C/s) para um dado ponto no conjunto soldado, na temperatura **T** (°C);

T_p: Temperatura máxima (“de pico”) para um dado ponto no metal base (°C).

5.2. APLICAÇÕES: Questões

5.2.1. Peça Massiva

Um dado tipo de revestimento protetor ao desgaste será depositado sobre a superfície plana de uma peça em aço médio carbono, a qual possui 1000 mm de comprimento, 500 mm de largura e 100 mm de espessura, sendo os seguintes parâmetros estabelecidos para a soldagem do primeiro passe: $v=10$ mm/s; $q=27$ kW.

Tendo sido alcançado o estado quase-estacionário de extração do calor, para um ponto situado em $y=9$ mm e $z=8$ mm da linha de fusão do cordão de solda e considerando-se $T_o = 0$ °C e $T_o = 150$ °C: (a) Plote o ciclo térmico (tempo x temperatura); (b) Determine a T_p ; (c) Indique qual o TP[900]; (d) Calcule a TR[550]; (e) Calcule o $\Delta t_{8/5}$.

5.2.2. Efeito do Parâmetro de Dissipação do Calor

Sobre duas peças distintas de mesma espessura igual a 20 mm, com diferentes configurações de chanfro, mas compostas por um idêntico aço ao carbono, serão realizados cordões de solda sobre cada uma, com energias de soldagem $E=2,4$ kJ/mm e $E=8,0$ kJ/mm. O regime de extração do calor é bidimensional em ambos os casos.

Nestas duas situações, plote o ciclo térmico e calcule o $\Delta t_{8/5}$ para um ponto situado à distância $y=5$ mm da isoterma liquidus da poça de fusão, sabendo que $T_o = 0$ °C.

5.2.3. Tempo de Resfriamento: Uma Questão, Várias Soluções...

Um passe de raiz deverá ser realizado sobre junta a topo entre duas peças, ambas com 25 mm de espessura e compostas por aço de relativamente elevado carbono equivalente. Decidiu-se que os seguintes parâmetros de soldagem são os mais adequados para esta situação: $I=160$ A; $U=26$ V e $v=8$ mm/s.

Informações obtidas indicam que o metal de solda deverá resfriar idealmente com $\Delta t_{8/5}$ aproximadamente igual a 40 s. Sabe-se que o regime de extração do calor é bidimensional e não há tempo para testes preliminares.

Especifique o pré-aquecimento necessário para soldar estas peças.

5.2.4. Temperatura de Pico (em superfície lateral)

A superfície lateral de uma peça de aço ao carbono com 25 mm de espessura deverá ser soldada. A mesma está em contato com um dado polímero (em $y_s=100$ mm e $z_s=30$ mm), o qual sofre degradação das suas propriedades físico/químicas quando a temperatura ultrapassa 100 °C.

Considere que a temperatura de pré-aquecimento é 20 °C (temperatura ambiente) e que a 3 mm da linha central da poça de fusão a temperatura é de 1500 °C (ponto de fusão deste aço). Sendo assim, especifique qual a máxima energia nominal de soldagem passível de ser empregada, de modo que a temperatura de pico no ponto em que o polímero está situado seja 100 °C.

5.2.5. Trinca Induzida pelo Hidrogênio (I)

Uma longa junta em ângulo (filete) deverá ser soldada, com as chapas de aço possuindo 25 mm de espessura e a seguinte composição química (porcentagem em massa): 0,13% C; 1,85% Mn; 0,75% Ni; 0,47% Mo; 0,12% V; 0,006% S; 0,018% P.

Os parâmetros de soldagem são: $I=850$ A; $U=37$ V e $v=8$ mm/s.

Deve-se determinar as condições de soldagem para o passe de raiz desta junta, de forma que seja evitado a ocorrência de trinca induzida pelo hidrogênio (TIH) na mesma. Sabe-se, ainda, que o processo introduz cerca de 6 ml de hidrogênio (difusível) por cada 100 g do metal de solda depositado e que o regime de extração do calor é tridimensional.

5.2.6. Trinca Induzida pelo Hidrogênio (II)

Duas chapas de aço ASTM A516 Gr. 70, com espessura de 25 mm serão soldadas a topo, sendo a seguinte composição química do metal base (porcentagem em massa): 0,23% C; 0,20% Si; 1,20 % Mn; 0,019% Cu; 0,03% Ni; 0,02% Cr; <0,010% Mo; 0,03% V; <0,0004% Nb; 0,0005% B; 0,0006% S e 0,017% P.

Deve-se determinar o mínimo tempo de resfriamento entre 800 e 500 °C do metal de solda

no passe de raiz desta junta, de tal forma que seja evitada a ocorrência de trinca induzida pelo hidrogênio (TIH) na mesma. Além disto, sabe-se que o regime de extração do calor será bidimensional, bem como o hidrogênio (difusível) introduzido pelo processo é menor do que 5 ml por 100 g do metal de solda depositado.

5.2.7. Trinca por Corrosão Sob Tensão

Dois tubos de aço (a serem empregados em um gasoduto) com espessura de parede de 25 mm e grande diâmetro serão soldados a topo, sendo a seguinte composição química do metal base (porcentagem em massa): 0,11% C; 0,20 % Si; 1,40% Mn; 0,20% Cu; 0,70% Ni; 0,02% Cr; 0,15% Mo; 0,01% V; 0,020% Nb; 0,0003% B; 0,006% S; 0,017% P.

Deve-se determinar o tempo de resfriamento ótimo para o passe de raiz desta junta, sabendo-se ser bidimensional o regime de extração do calor e que o gasoduto opera em meio ácido.

5.2.8. Soldagem por Resistência Elétrica (Ponto)

Duas folhas de aço ao carbono, com 3 mm de espessura cada uma, serão soldadas por resistência elétrica (tipo ponto). A corrente $I=2 \times 10^4$ A circulará durante 0,5 s.

Plote o ciclo térmico e as taxas de resfriamento em diversas temperaturas, para um ponto definido por $r = (x^2 + y^2)^{1/2} = 3$ mm.

5.2.9. Diagrama de Transformação em Resfriamento Contínuo

Uma junta em ângulo (filete) será soldada, entre peças com espessura de 20 mm, em aço cuja composição química é a seguinte (porcentagem em massa): 0,38% C; 9,23% Si; 0,64 % Mn; 0,019% P; 0,013% S; 0,99% Cr; 0,16% Mo; 0,08% Ni e <0,01% V.

Os seguintes parâmetros de soldagem serão utilizados: $I=900$ A; $U=30$ V e $v=10$ mm/s. Nesta situação, sabe-se que o regime de extração do calor é tridimensional.

Determine o pré-aquecimento necessário, para que a microestrutura deste aço apresente menos de 40% de martensita, num ponto situado na ZAC em $y=9$ mm e $z=8$ mm.

5.2.10. Temperatura de Interpasse

Será realizada a soldagem de duas relativamente longas chapas de um dado aço inoxidável austenítico, com 13 mm de espessura. O procedimento de soldagem especifica que a junta a topo será do tipo "V" com nariz, em 2 passes e 2 camadas (somente de um lado), sendo o passe de raiz com penetração completa, utilizando-se um cobre junta cerâmico.

Para o primeiro passe, os parâmetros de soldagem são $I=160$ A; $U=26$ V, enquanto que o segundo passe é realizado com $I=180$ A; $U=28$ V, sendo $v=2$ mm/s em ambos os casos.

Este trabalho deve ser realizado o mais rapidamente possível. Portanto, sabendo-se que a temperatura de pré-aquecimento é 20 °C (ambiente) e a máxima temperatura de interpasse admitida é 130 °C, calcule a que distância do ponto inicial de soldagem do passe de raiz deverá se encontrar o cabeçote, para que comece o passe de cobertura.

5.2.11. Resfriamento Natural

Diferentes chapas de um mesmo aço baixa liga com 25 mm de espessura devem ser soldadas a topo, sendo a temperatura de pré-aquecimento de 250 °C.

Entretanto, após o aquecimento estas chapas não serão imediatamente soldadas, pois é preciso deslocá-las (em contato com ar calmo) até o local em que esta operação será realizada. Estima-se em 10 minutos o tempo para realizar tal deslocamento

Por uma infeliz decisão da gerência, dois técnicos de mesma hierarquia são encarregados desta soldagem.

Um dos técnicos decide aquecer um par das chapas num forno, enquanto o outro resolve aquecer o outro par de chapas com tochas oxigás, numa largura de 150 mm em cada lado da junta a ser soldada.

Quais são as temperaturas que cada par de chapas deverá ser aquecido, de tal modo que no instante da soldagem as superfícies das mesmas estejam na temperatura de pré-aquecimento recomendada?

5.3. APLICAÇÕES: Soluções

5.3.1. Solução da Aplicação 5.2.1.

Esta é uma típica aplicação da teoria proposta por Rykalin. Sendo o regime de extração do calor tridimensional, a Eq. 3.79 deve ser empregada para plotar o ciclo térmico e todas as informações solicitadas podem ser retiradas da **Fig. 5.1**, com os resultados mostrados na **Tab. 5.1**.

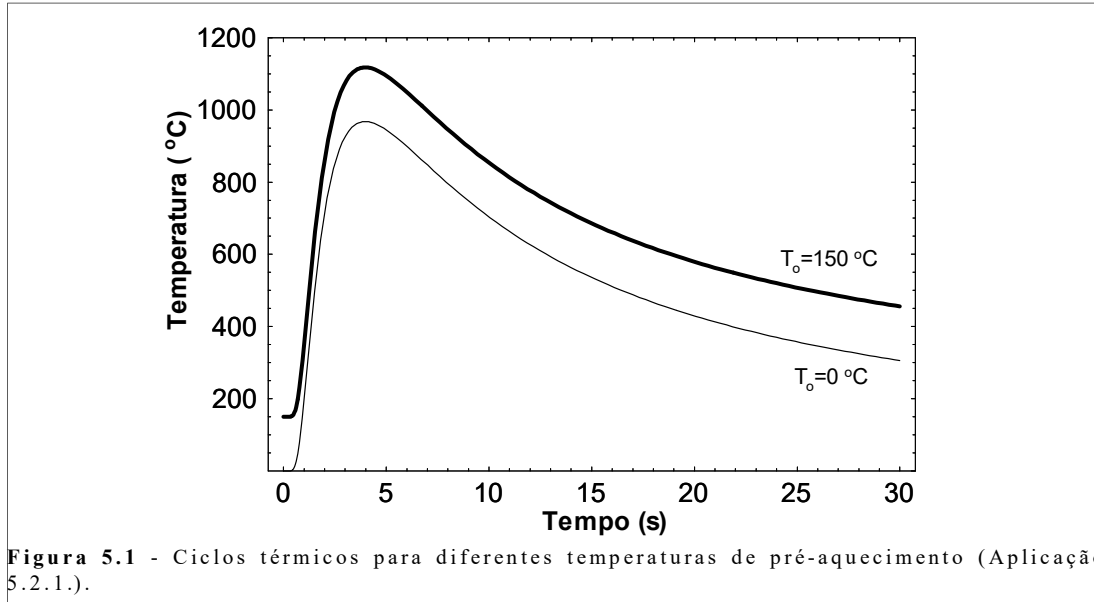


Figura 5.1 - Ciclos térmicos para diferentes temperaturas de pré-aquecimento (Aplicação 5.2.1.).

Tabela 5.1 – Respostas para as Questões da Aplicação 5.2.1		
	$T_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$	$T_0 = 150\text{ }^{\circ}\text{C}$
$\Delta t_{8/5}$ (s)	8,5	14,3
TR[550] ($^{\circ}\text{C/s}$)	-27,5	-15
TP[900] (s)	3,2	6,8
T_p ($^{\circ}\text{C}$)	967	1117

Observe-se, ainda, que a TR[550] calculada no metal de solda através do modelo devido a Rosenthal (Eq. 4.31) é $-28,9\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ (quando $T_0=0\text{ }^{\circ}\text{C}$) e $-15,3\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ (para $T_0=150\text{ }^{\circ}\text{C}$), valores bastante próximos daqueles apresentados na **Tab. 5.1**.

5.3.2. Solução da Aplicação 5.2.2.

Empregar-se-á os modelos devido a Rykalin, i. e., o que despreza o parâmetro de dissipação do calor (Eq. 3.63) e aquele que considera este fator (Eq. 3.64).

Então, o coeficiente de dissipação do calor (h) será tomado como $33,49\text{ (W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1})$, resultando num parâmetro de dissipação do calor (Eq. 1.73) igual a $0,000744\text{ (1/s)}$.

Logo, utilizando-se as equações mencionadas, obtém-se os ciclos térmicos mostrados na **Fig. 5.2**. Assim, os seguintes $\Delta t_{8/5}$ para o ponto considerado podem ser obtidos: (a) Para $E=2,4\text{ kJ/mm}$, com parâmetro de dissipação, é de $13,5\text{ s}$, enquanto que sem se considerar este fator, o mesmo é 15 s (muito próximos um do outro, portanto); (b) Para $E=8,0\text{ kJ/mm}$, com parâmetro de dissipação é 110 s , sendo de 168 s sem se considerar este fator.

Note-se que a influência do parâmetro de dissipação do calor somente é apreciável para a maior energia de soldagem, sendo praticamente desprezível seu efeito quando $E=2,4\text{ kJ/mm}$.

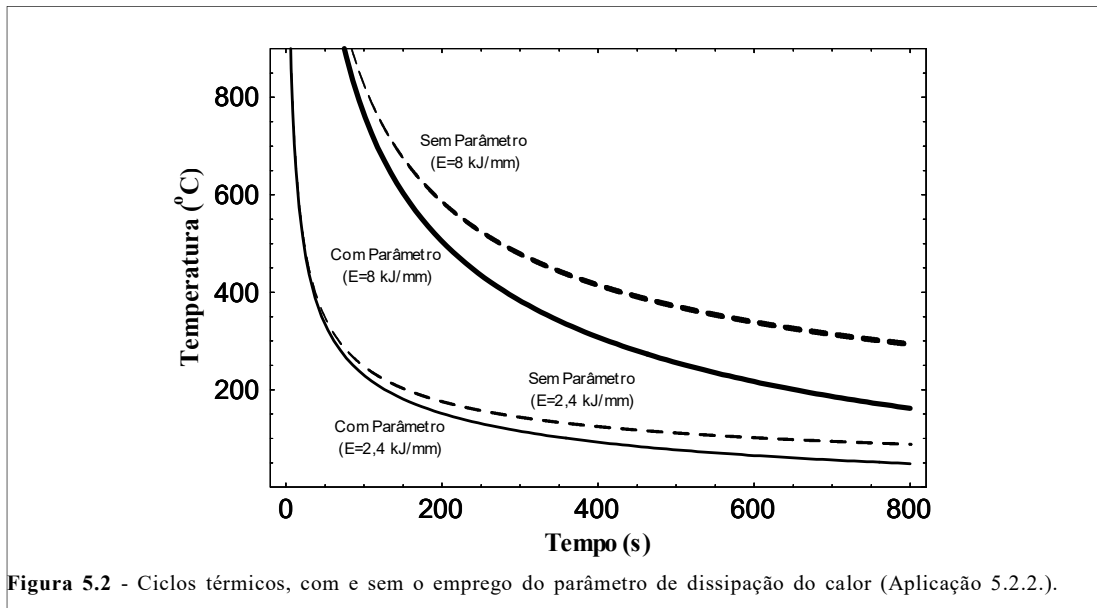


Figura 5.2 - Ciclos térmicos, com e sem o emprego do parâmetro de dissipação do calor (Aplicação 5.2.2.).

5.3.3. Solução da Aplicação 5.2.3.

Esta questão é uma, dentre muitas, que poderá suscitar dúvidas em quem deve resolvê-la, pois existem, no mínimo, três equações disponíveis para a sua análise - Eqs. 4.43 e 4.45, esta última com duas variantes (vide Seção 4.3.4.).

Entretanto, não é somente a Tecnologia da Soldagem que apresenta mais de uma solução para uma mesma questão, como qualquer técnico mais experiente bem sabe.

Na Fig. 5.3 podem ser apreciados tempos de resfriamento do metal de solda, em função de diferentes temperaturas de pré-aquecimento, calculados através da Eq. 4.43 (regime de extração do calor 2D) e por aquela que seria uma “generalização” das equações deste tipo (Eq. 4.45). Além disto, esta Eq. 4.45 pode ser empregada considerando-se o coeficiente de condutividade térmica (k), ou uma constante substituindo “ $1/(2\pi k)$ ” (vide Seção 4.3.4.).

Então, desde esta Fig. 5.3, ou através dos dados que a geraram, os pré-aquecimentos para que o $\Delta t_{8/5}$ seja aproximadamente 40 s (desconsiderando-se intervalos menores do que 15 °C) são os seguintes: (a) 150 °C no caso Geral (Eq. 4.45 com “ k ”); (b) 90 °C quando utiliza-se a solução Geral (Eq. 4.45 com constante); (c) 95 °C empregando-se a Eq. 4.43 (2D).

O que fazer perante esta situação?

Uma solução é pré-aquecer a 150 °C, já que a questão, tal como foi colocada, não impõe limite superior para o $\Delta t_{8/5}$. Entretanto, quanto mais alta for a temperatura de pré-aquecimento, maior será os custos da operação de soldagem, bem como o desconforto para o pessoal que a realiza. Além disto, certas propriedades mecânicas poderão ser reduzidas para níveis perigosamente baixos.

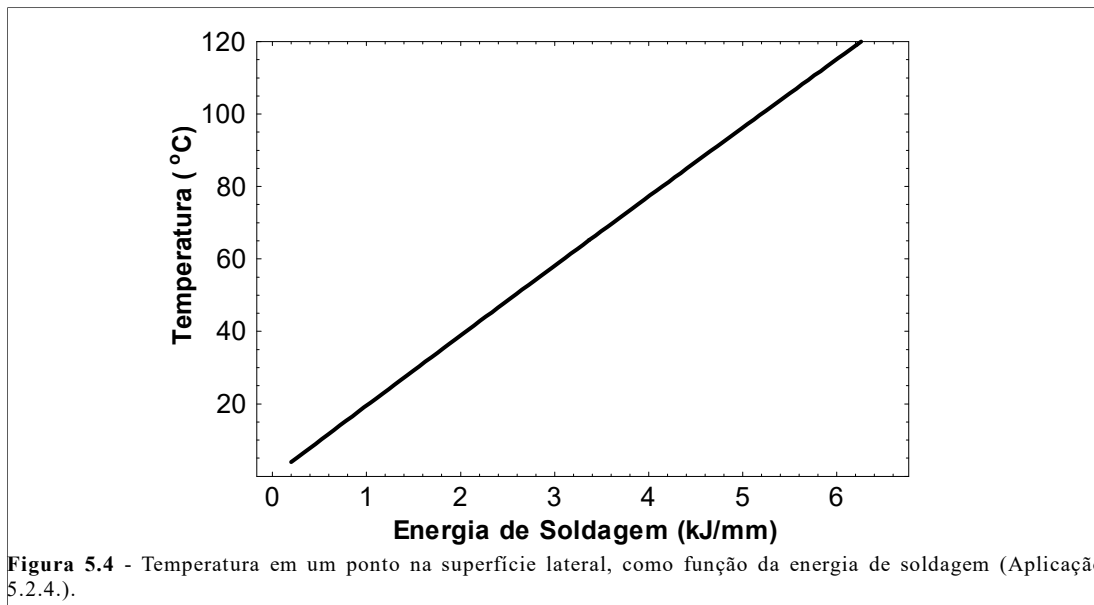
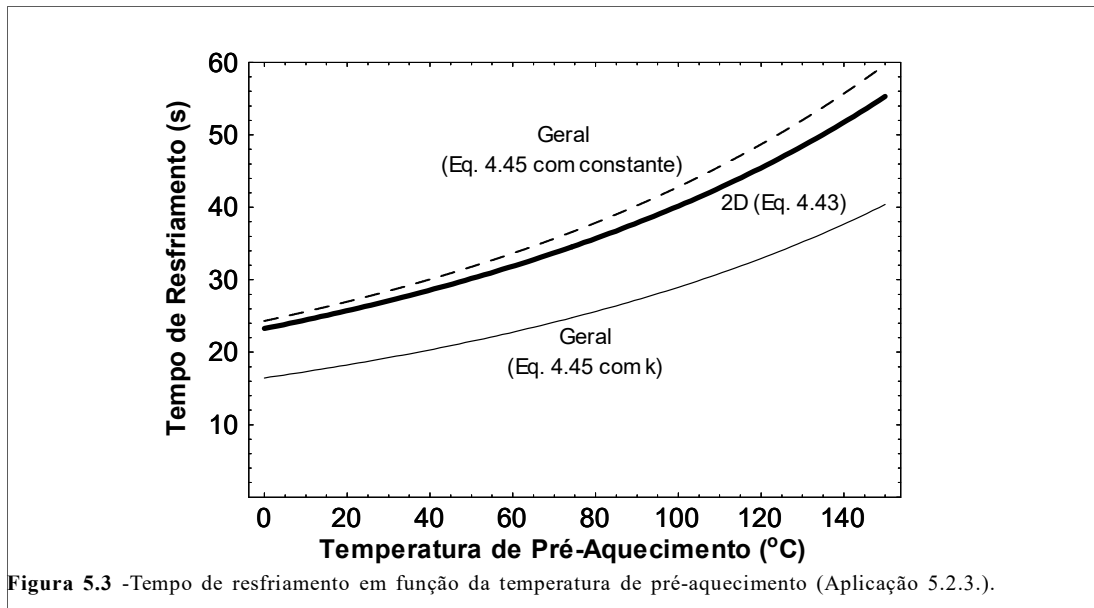
Por outro lado, testes realizados no LS&TC há alguns anos, mostraram que o resultado mais próximo da realidade - quando emprega-se arco submerso - é aquele dado pela Eq. 4.45 considerando-se a constante obtida experimentalmente.

5.3.4. Solução da Aplicação 5.2.4.

A solução para este problema pode ser obtida diretamente das Eqs. 4.15 e 4.16.

Portanto, é possível plotar as relações entre a energia de soldagem e a temperatura para o ponto em questão, as quais encontram-se na Fig. 5.4.

Observe-se que este ponto alcança 100 °C quando a energia de soldagem é de 5,2 kJ/mm.



5.3.5. Solução da Aplicação 5.2.5.

A TIH é um defeito que pode ocorrer em juntas soldadas sobre aços - usualmente na Zona Afetada pelo Calor (ZAC) -, sendo devido à combinação de três fatores, i. e.: relativamente alto conteúdo de hidrogênio difusível no metal de solda; formação de microestrutura “susceptível” (principalmente martensita) no metal de solda ou na ZAC, e relativamente grande nível de tensões na junta soldada.

Observe-se, ainda, que estes três fatores devem ocorrer simultaneamente para que este defeito se manifeste.

Além disto, identifica-se esta trinca devido ao seu caminho ser caracteristicamente inter e transgranular, ocorrendo abaixo de 200 °C.

No presente caso, o conteúdo de hidrogênio difusível é considerado baixo (mas, sem dúvida, pode provocar TIH) e não é conhecido o nível de tensões na junta soldada - o mesmo é quase sempre “estimado”, pois medi-lo apresenta grandes dificuldades.

Portanto, como está colocada, a questão somente permite ação sobre a microestrutura, ou seja, evitar a formação da martensita, o que pode ser feito através do controle da taxa de resfriamento da junta soldada.

Existem diversas medidas as quais podem ser tomadas para se evitar a formação de martensita. Muitas delas são baseadas no controle da dureza máxima da primeira região (de crescimento dos grão) da ZAC e/ou tempo (taxa) de resfriamento.

A solução abaixo descrita é oferecida^{73/} para aços C-Mn dentro do seguinte intervalo de composição química (porcentagem em massa): 0,07-0,17% C; 1,0-2,0% Mn; 0-0,8% Ni; 0-0,5% Mo e 0-0,14% V. Por outro lado, este método somente pode ser aplicado, quando o processo de soldagem introduzir hidrogênio difusível inferior a 10 ml / 100 g de metal de solda depositado. Assim sendo, é considerada elevada a possibilidade de que este defeito ocorra, se a dureza na região de crescimento dos grãos na ZAC exceder um certo valor “crítico”, ou o $\Delta t_{8/5}$ for menor do que o “crítico” calculado, sendo estes fatores obtidos, no presente caso, sobre corpos de prova do tipo CTS (“Controlled Thermal Severity test”, ou teste de severidade térmica controlada), o qual produz extração do calor nos modos bi e tritêrmicos (veja o *Capítulo 2*). Então, o tempo de resfriamento “crítico” entre 800 e 500 °C é fornecido pela seguinte relação (os elementos químicos são dados em porcentagem de massa):

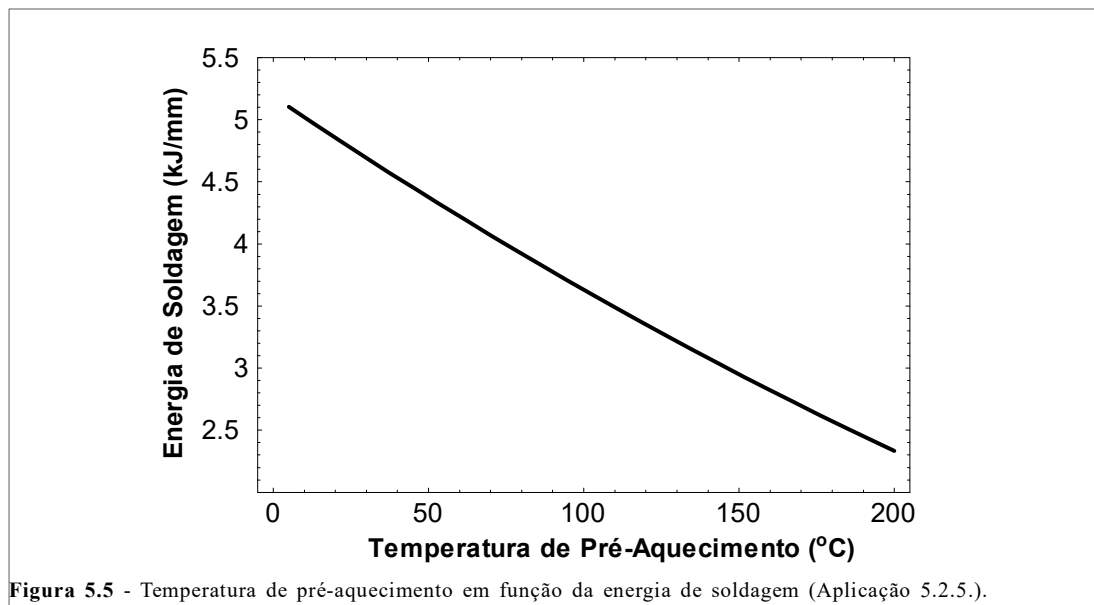
$$\log \Delta t_{8/5}(c) = 3,661 * \left(C + \frac{Mn}{29} - \frac{V}{2} + \frac{Ni}{3} + \frac{Mo}{6} - \frac{Ni^2}{3} + \frac{V.Mn}{2} - \frac{V.Mo}{2} \right) - 0,129 \quad [5.1]$$

Conseqüentemente, $\Delta t_{8/5}(c) \cong 15,1$ s Desta forma, resta calcular a energia de soldagem e o pré-aquecimento que produzirão este intervalo de tempo. Desde os parâmetros estabelecidos no enunciado desta aplicação, facilmente se deduz que a energia de soldagem é 3,9 kJ/mm.

Desta forma, levando-se em conta o tempo de resfriamento mínimo para que não ocorra TIH e a energia de soldagem, emprega-se a Eq. 4.44 (e o fator de correção dado na **Tab. 4.2**) e determina-se a temperatura de pré-aquecimento, a qual resulta ser 85 °C.

Logicamente, quanto maiores forem os tempos de resfriamento neste intervalo de temperatura, menores serão as chances de ocorrer TIH. Entretanto, a resistência mecânica da junta também será reduzida, podendo chegar a níveis insuportavelmente baixos, enquanto o tamanho dos grãos aumentará proporcionalmente.

Por outro lado, sendo necessário alterar o tamanho da solda, este passe de raiz poderá ser realizado através de diversas combinações de pré-aquecimento e energia de soldagem, mantendo-se o $\Delta t_{8/5}$ constante (no caso, 15,1 s), conforme mostrado na **Fig. 5.5**.



5.3.6. Solução da Aplicação 5.2.6.

A solução dada para a Aplicação 5.2.5. não pode ser empregada neste caso, devido às limitações de composição química.

A máxima dureza na região de crescimento dos grãos da ZAC e a proporção de martensita formada na mesma serão agora previstas através de outra metodologia⁷⁴, a qual considera aços dos tipos em questão, ou seja (porcentagem em massa): C<0,8%; Si<1,2%; Mn<2%; Cu<0,9%; Ni<10%; Cr<10% e Mo<2%.

Então, a seguinte relação será empregada para estimar a máxima dureza na ZAC:

$$HV_{m\acute{a}x} = 220 + 442 * C * (1 - 0,3 * C^2) + 65 * tgh(y) + [68 + 402 * C * (1 - 0,3 * C^2) - 59 * tgh(y)] * arctg(x) \quad [5.2]$$

e a proporção de martensita pode ser aproximadamente presumida por:

$$M(\%) = 100 * \frac{\log \frac{\exp(6,2 * CE_3 + 0,74)}{\Delta t_{8/5}}}{\log \frac{\exp(6,2 * CE_3 + 0,74)}{\exp(10,6 * CE_1 - 0,48)}} \quad [5.3]$$

onde, ainda:

$$x = \frac{\log(\Delta t_{8/5}) - 2,3 * CE_1 - 1,35 * CE_3 + 0,882}{1,15 * CE_1 - 0,673 * CE_3 - 0,601} \quad [5.4]$$

$$y = 2,65 * CE_2 - 0,69 \quad [5.5]$$

com o $\Delta t_{8/5}$ menor do que 100 s para emprego neste modelo.

$$CE_1 = C_p + \frac{Si}{24} + \frac{Mn}{6} + \frac{Cu}{15} + \frac{Ni}{12} + \frac{Cr * (1 - 0,16 * \sqrt{Cr})}{8} + \frac{Mo}{4} + \Delta H \quad [5.6]$$

$$CE_2 = C + \frac{Si}{24} + \frac{Mn}{5} + \frac{Cu}{10} + \frac{Ni}{18} + \frac{Cr}{5} + \frac{Mo}{2,5} + \frac{V}{5} + \frac{Nb}{3} \quad [5.7]$$

$$CE_3 = C_p + \frac{Mn}{3,6} + \frac{Cu}{20} + \frac{Ni}{9} + \frac{Cr}{5} + \frac{Mo}{4} \quad [5.8]$$

com C_p sendo denominado “carbono equivalente efetivo”, ou seja: $C_p = C$ quando $C \leq 0,3\%$ e $C_p = C/6 + 0,25$ quando $C > 0,3\%$.

O fator “ ΔH ” depende dos conteúdos de boro e nitrogênio nos aços considerados, sendo dado por (com $f_n = (0,02 - N)/0,02$):

$\Delta H = 0$ quando $B \leq 1$ ppm (ou 0,0001%);

$\Delta H = 0,03 \times f_n$ quando $B = 2$ ppm;

$\Delta H = 0,06 \times f_n$ quando $B = 3$ ppm;

$\Delta H = 0,09 \times f_n$ quando $B \geq 4$ ppm

Portanto, aqui será admitido como fator determinante a ZAC com dureza máxima de 350 HV5, além de uma proporção menor do que 50% de martensita na mesma.

A Fig. 5.6 ilustra a variação da dureza (máxima) na ZAC neste aço, em função do tempo de resfriamento entre 800 e 500 °C do metal de solda (Eq. 4.43). Observe-se que a curva sofre

uma inflexão no intervalo de 300 a 350 HV5, significando que nesta região a martensita encontra-se aproximadamente em torno de 50%. Por outro lado, a proporção de martensita é reduzida com o aumento do tempo de resfriamento entre 800 e 500 °C, tal como mostrado na **Fig. 5.7**. Note-se que comportamento semelhante é apresentado pela maioria dos aços com composição química dentro do intervalo acima mencionado.

Concluindo-se, o tempo de resfriamento entre 800 e 500 °C do metal de solda que satisfaz ambas as condições acima estabelecidas é 12,3 s. Além disto, para diferentes energias de soldagem e pré-aquecimentos, pode ser utilizada a **Fig. 5.8**.

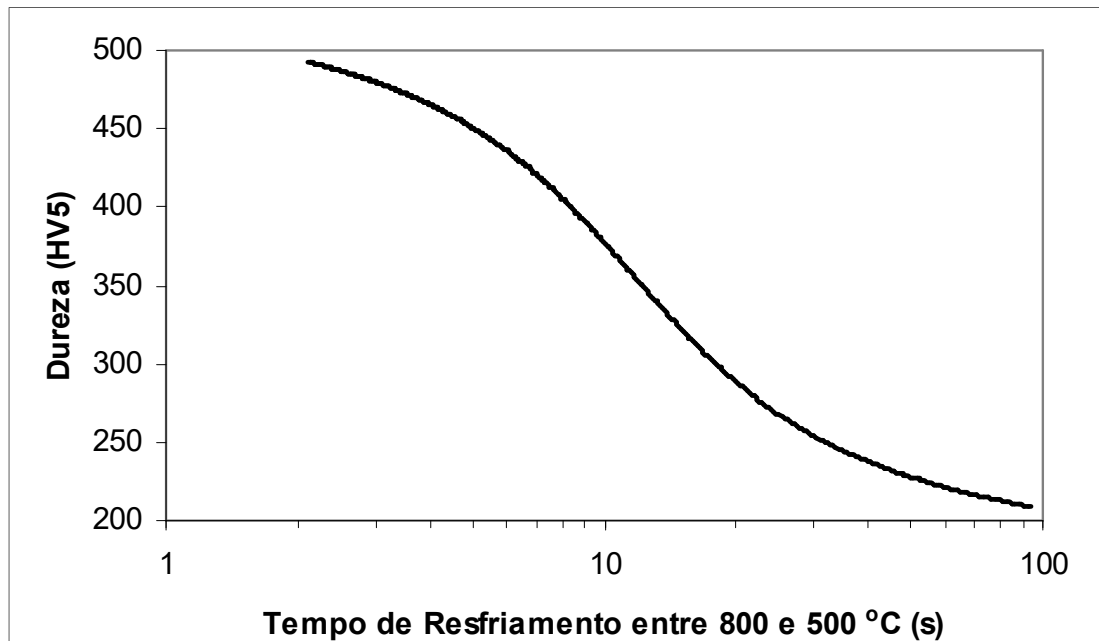


Figura 5.6 - Dureza máxima da ZAC, como função do tempo de resfriamento do metal de solda (Aplicação 5.2.6.).

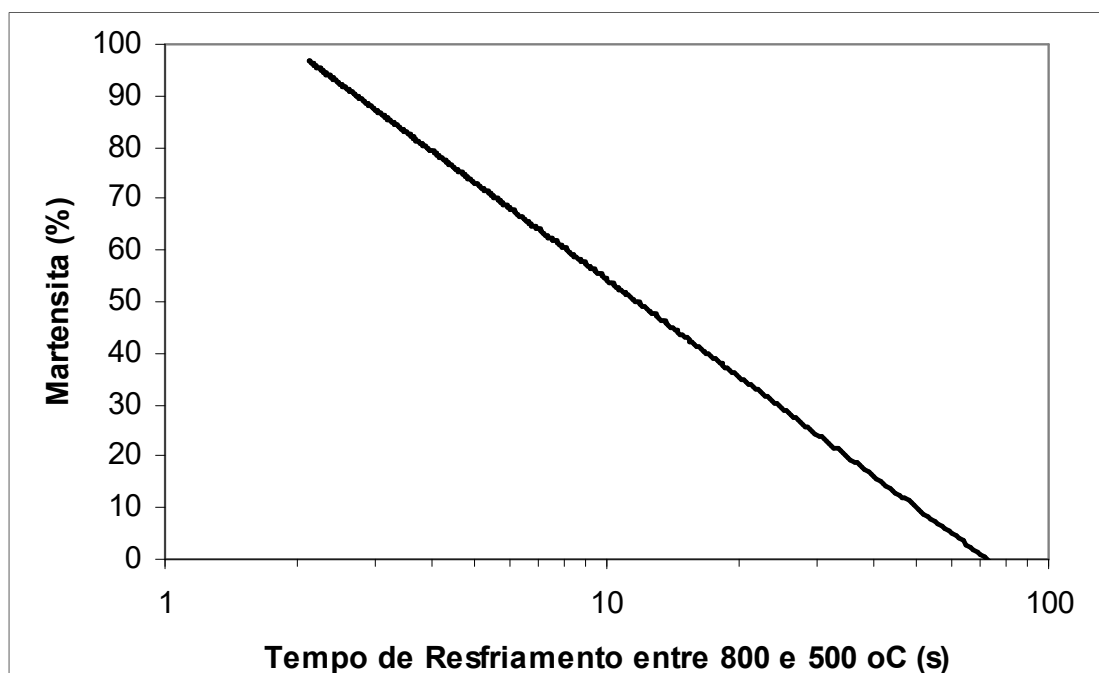
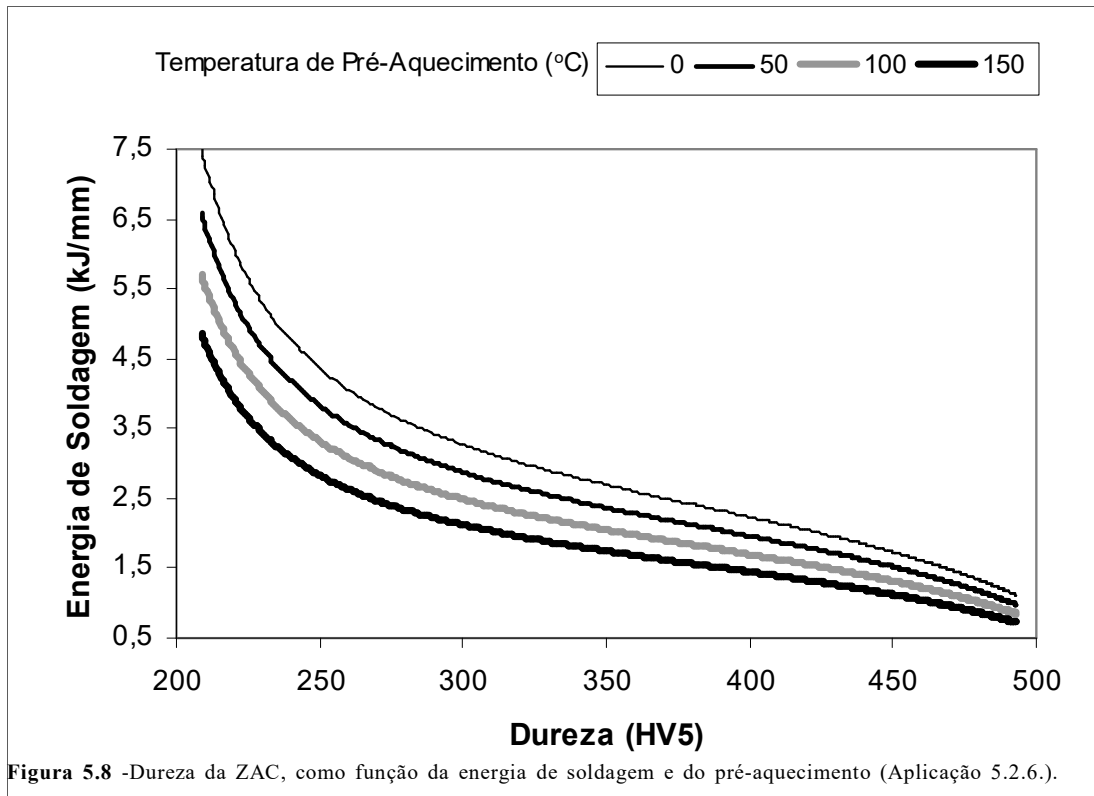


Figura 5.7 - Proporção de martensita na ZAC como função do tempo de resfriamento do metal de solda (Aplicação 5.2.6.).



5.3.7. Solução da Aplicação 5.2.7.

Ambientes ácidos com gases ou petróleo podem causar trinca por corrosão sob tensão em aços, devido ao sulfeto de hidrogênio (H_2S). O mecanismo da formação da trinca é complexo, mas a mesma ocorre fundamentalmente devido às reações de corrosão, com subsequente absorção de hidrogênio pelo material. Então, os principais fatores que afetam a suscetibilidade dos aços ao carbono e baixa liga à trinca por corrosão sob tensão são: atividade do hidrogênio; intensidade da tensão de tração; resistência mecânica, composição química e microestrutura do material.

Sabe-se, também, que quanto maior a dureza máxima da junta soldada, maior o risco da incidência deste defeito, devido à formação de martensita (principalmente na primeira região, ou de crescimento dos grãos da ZAC). Este era - há até poucos anos - o controle fundamental para a determinação das condições de soldagem, com esta dureza devendo ser mantida geralmente abaixo de 248 HV.

Entretanto, os relativamente novos aços de alta resistência e baixa liga atualmente existentes - os quais possuem reduzidos conteúdos de carbono, fósforo, enxofre e nitrogênio - apresentam maior resistência a este defeito. Este fato foi demonstrado^{74/}, bem como a importância de outros fatores, como a seguir será brevemente descrito, considerando-se o material em pauta.

Então, baseados em ensaios de exposição a um meio ácido saturado com H_2S (pH 3) de corpos de prova sob tensão de tração, retirados desde juntas soldadas e material base composto por aços com muito baixo carbono; baixo carbono e, também, baixa liga, foram obtidas^{74/} através de análise por regressão, as seguintes relações:

$$\frac{f_t}{f_y} = 120 - 0,1 * f_y \quad (\%) \quad [5.9]$$

$$f_l = 1,2 * f_y - 0,001 * f_y^2 \quad [5.10]$$

onde f_l é a tensão limiar (aquela na qual a fratura ocorre) e f_y o limite de escoamento, ambos expressos em MPa.

Por outro lado, analisando também aços ao C-Mn de baixa e média resistência; aços processados com controle termomecânico (“TMCP”); aços baixo carbono e baixa liga e aços de muito (ultra) elevada resistência mecânica, o trabalho em questão^{74/} mostrou ser de 360 MPa a tensão limiar máxima ($f_{l(máx.)}$) dos mesmos, correspondendo a limites de escoamento entre 500 e 750 MPa, ou dureza de aproximadamente 230 à 300 HV5, a qual é substancialmente maior do que aquela anteriormente utilizada como limite (248 HV).

A razão deste valor para a tensão limiar máxima, é que para limites de escoamento excedendo 750 MPa, geralmente há martensita (devido a maiores taxas de resfriamento na junta soldada). Estes autores concluíram, também, que a ferrita é o microconstituente que apresenta maior resistência à formação deste tipo de trinca.

Portanto, para que a Eq. 5.10 possa ser utilizada, é necessário que sejam previamente estimadas algumas propriedades mecânicas da região do crescimento dos grãos da ZAC.

Isto é possível através das seguintes equações^{75/}:

(a) Limite de Escoamento da ZAC (MPa):

$$f_{y-ZAC} = 3,1 * HV * (0,1)^n - 80 \quad [5.11]$$

(b) Resistência à tração da ZAC (MPa):

$$f_{ZAC} = 3,5 * HV * (1 - n) \left(\frac{12,5.n}{1 - n} \right)^n - 92 \quad [5.12]$$

Em ambos os casos, a acuracidade dos resultados é de ± 50 MPa, enquanto que HV é a dureza (Vickers) desta região e n é dado por:

$$n = 0,065 * (\Delta t_{8/5})^{0,17} \quad [5.13]$$

Resta, ainda, a questão da previsão da dureza na ZAC. Isto pode ser realizado empregando-se a metodologia utilizada na Aplicação 5.2.6.^{74/}, por exemplo, a qual considera aços do tipo em questão. Desta forma, a Eq. 5.2 e outras relativas à mesma naquela Aplicação serão empregada para estimar a máxima dureza na ZAC.

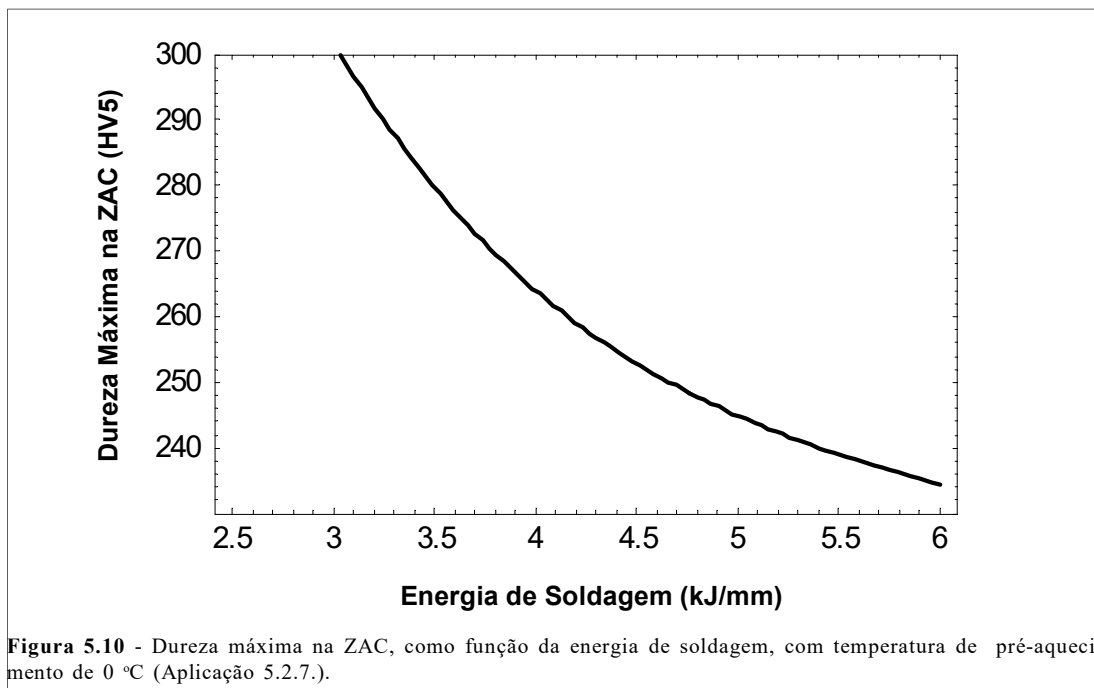
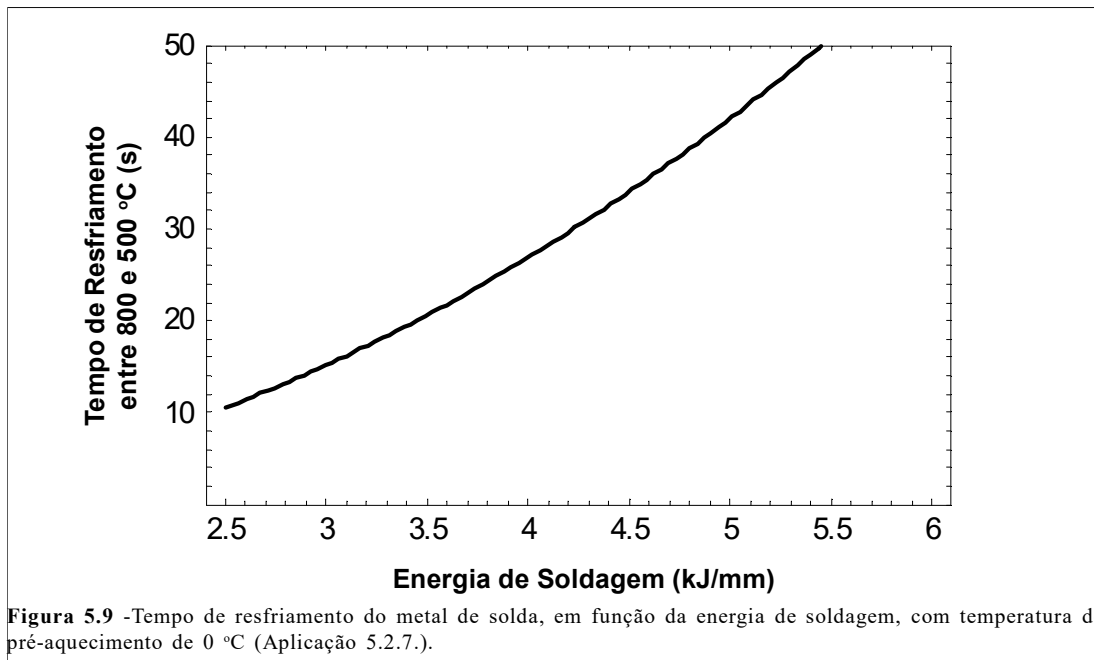
Note-se que para a análise seguinte, a temperatura de pré-aquecimento foi mantida em 0 °C .

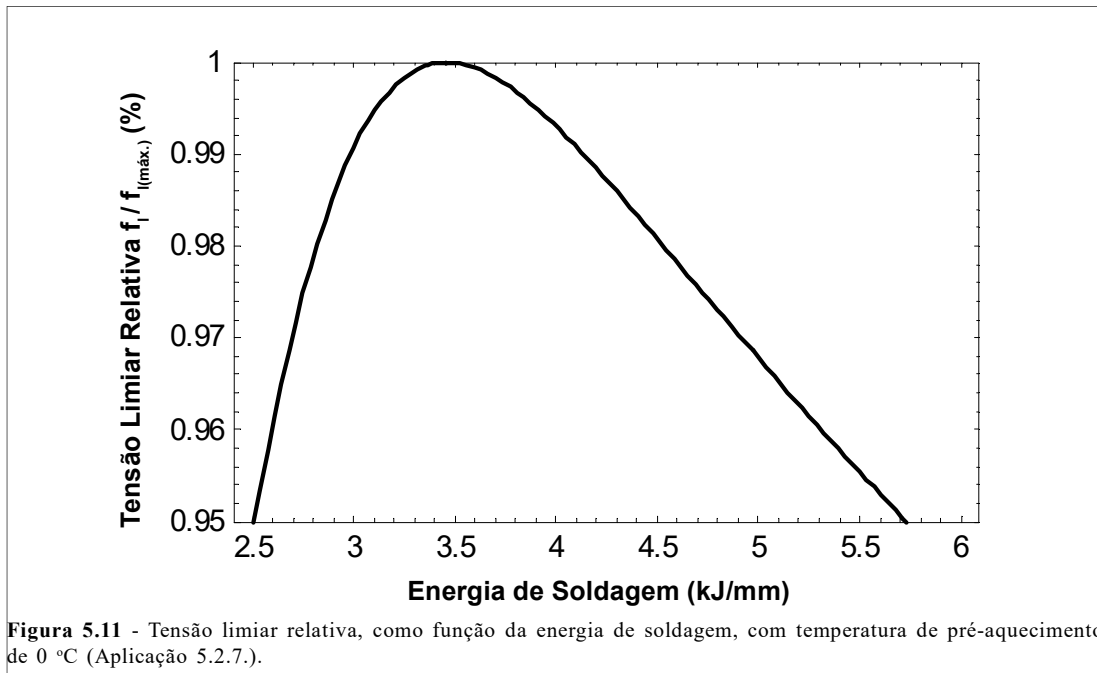
Então, normalizando-se o limiar de tensão previsto através da Eq. 5.10 com respeito à tensão limiar máxima (constante e igual a 360 MPa), pode-se analisar o efeito do tempo de resfriamento - ou a combinação energia de soldagem e pré-aquecimento -, sobre a suscetibilidade do material ao defeito em questão.

Por outro lado, segundo os mencionados autores, a resistência a este defeito é suficientemente grande, quando a razão $f_l / f_{l(máx.)}$ excede 0,95. Porém, como a acuracidade dos cálculos para a ZAC é de ± 50 MPa, aqui considerar-se-á ser seguro um valor de 0,99. Logo, o problema está reduzido em se obter esta relação acima deste valor e a máxima dureza da junta (na região de crescimento dos grãos) permanecer entre 230 e 300 HV5.

No presente caso, admite-se que o passe de raiz sofre extração de calor bidimensional. Portanto, utilizando-se a Eq. 4.43 (corrigida pelo fator da **Tab. 4.2**) para calcular o tempo de resfriamento entre 800 e 500 °C do metal de solda, pode-se avaliar o efeito da energia de soldagem sobre este fator, conforme mostrado na **Fig. 5.9**. Por outro lado, o comportamento da máxima dureza na ZAC é estimada através da **Fig. 5.10**.

Outrossim, empregando-se a Eq. 5.2 e aquelas intermediárias, conclui-se que para a tensão limiar relativa manter-se nos limites sugeridos, a energia de soldagem deve situar-se nos intervalos ilustrados na **Fig. 5.11**.

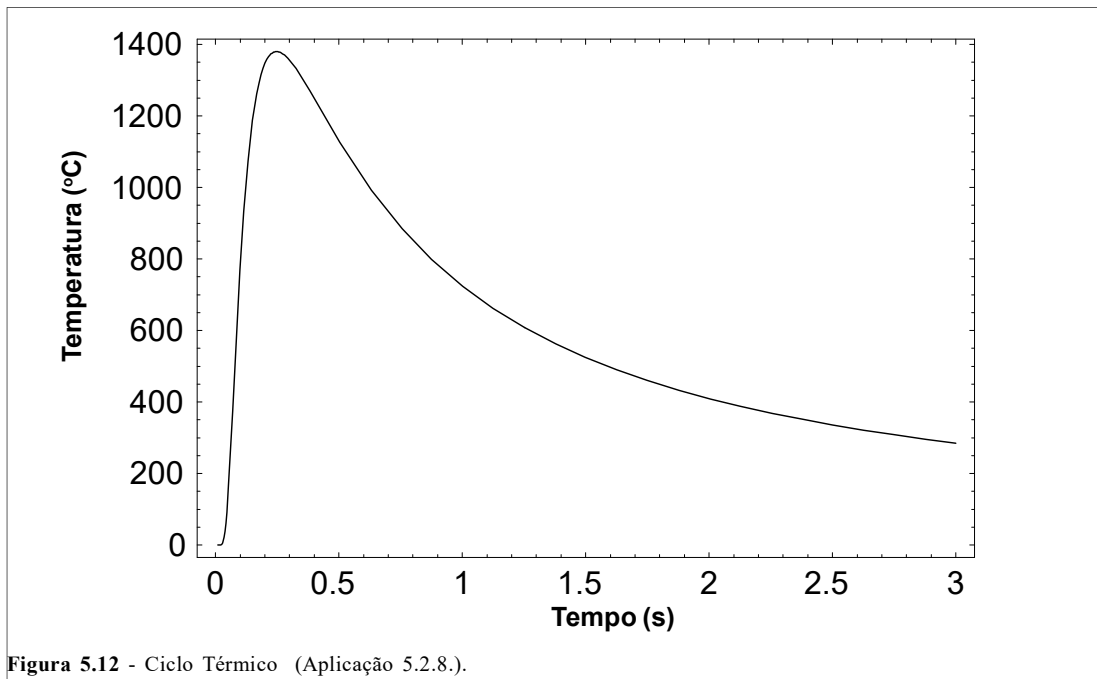




5.3.8. Solução da Aplicação 5.2.8.

Para o ciclo térmico será empregada a Eq. 3.96, enquanto que a taxa de resfriamento pode ser obtida desde a Eq. 4.40. O coeficiente de dissipação do calor (h) será considerado como 33,49 ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{C}^{-1}$), resultando num parâmetro de dissipação do calor (b , desde a Eq. 1.73) igual a 0,004961 (1/s), sendo a resistência elétrica típica deste conjunto de 150 $\mu\Omega$ e o rendimento térmico 40% (ou 0,4).

Então, utilizando-se estes dados, o ciclo térmico encontra-se na **Fig. 5.12**, enquanto a relação paramétrica entre a temperatura e a taxa de resfriamento está na **Fig. 5.13**. Note-se, ainda, que ocorrem taxas de resfriamento muito elevadas, devendo-se tomar as devidas precauções se o carbono equivalente deste aço for relativamente alto.



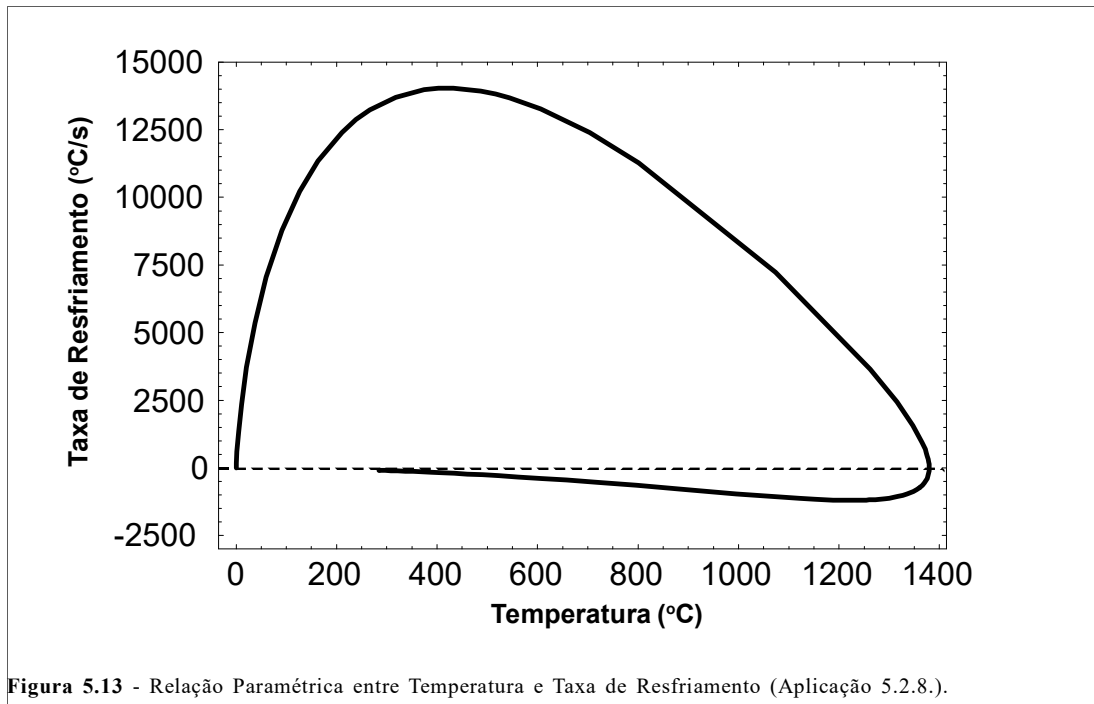


Figura 5.13 - Relação Paramétrica entre Temperatura e Taxa de Resfriamento (Aplicação 5.2.8.).

5.3.9. Solução da Aplicação 5.2.9.

Pode-se encontrar uma solução (aproximada) para esta questão, somente se for disponível um diagrama de transformação em resfriamento contínuo para o aço em questão.

Na Fig. 5.14 encontra-se parcialmente tal diagrama para este aço^{76/}, sobre o qual foram reproduzidas (com a precisão possível) as curvas de resfriamento para o ponto considerado, utilizando-se o modelo devido a Rykalin (Eq. 3.79), com três diferentes temperaturas de pré-aquecimento (0, 150 e 250 °C).

Observe-se que com $T_o=250$ °C (e os parâmetros de soldagem utilizados), a microestrutura no ponto em questão deverá ser composta por cerca de 70% bainita e 30% martensita. Portanto, este pré-aquecimento satisfaz o problema proposto.

5.3.10. Solução da Aplicação 5.2.10.

Empregando-se a Eq. 4.52 pode-se obter o gráfico mostrado na Fig. 5.15. Desta forma, o tempo para que um ponto no metal de solda resfrie até 130 °C é de aproximadamente 1190 s.

Mas atenção: se nesta equação forem utilizados (por engano) os coeficientes físicos para um aço ao carbono, por exemplo, este tempo se reduziria para cerca de 758 s (e o ponto no metal de solda estaria na temperatura de 163 °C !).

Assim sendo, como a velocidade de soldagem é 2 mm/s e considerando-se um “fator de operação” de 45% (veja, por exemplo^{50/}), a Eq. 4.53 fornece o comprimento de aproximadamente 1,1 m (1071 mm) para que a temperatura decresça até 130 °C.

5.3.11. Solução da Aplicação 5.2.11.

Neste caso devem ser empregadas as Eqs. 1.72 e 3.128, para o aquecimento homogêneo (no forno) e parcial (com tochas oxigás, por exemplo) das chapas, respectivamente, além da Eq. 1.73 para o cálculo do parâmetro de dissipação do calor (b).

Então, considerando-se o coeficiente de dissipação do calor (h) como 33,49 ($W.m^2.°C^{-1}$), resulta em b igual a 0,000572 (1/s). Além disto, a difusividade térmica deve ser aquela para a temperatura em torno de 350 °C, ou seja, cerca de $8,5 \times 10^{-6}$ (m^2/s). Logo, pode-se calcular as temperaturas de aquecimento necessárias, as quais são de 425 °C para o aquecimento parcial e de 352 °C quando o aquecimento é homogêneo. Por outro lado, a Fig. 5.16 mostra as temperaturas nas quais devem ser aquecidas estas chapas, para diferentes tempos de espera.

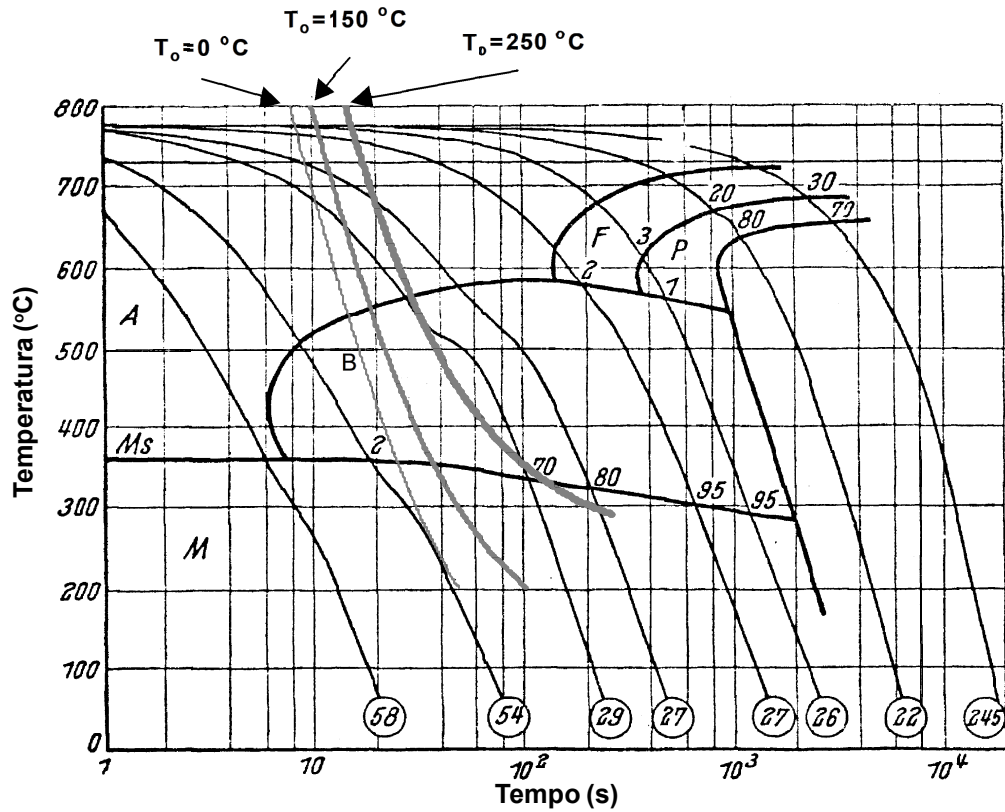


Figura 5.14 - Diagrama de resfriamento contínuo (parcial) com curvas de resfriamento obtidas por diferentes temperaturas de pré-aquecimento. Os números sobre as curvas indicam a proporção da fase presente, enquanto aqueles dentro de círculos a dureza em HRC (o último em HV). As letras representam os campos das fases, i. e., A= Austenita; F=Ferrita; P=Perlita; B=Bainita e M=Martensita (Aplicação 5.2.9.).

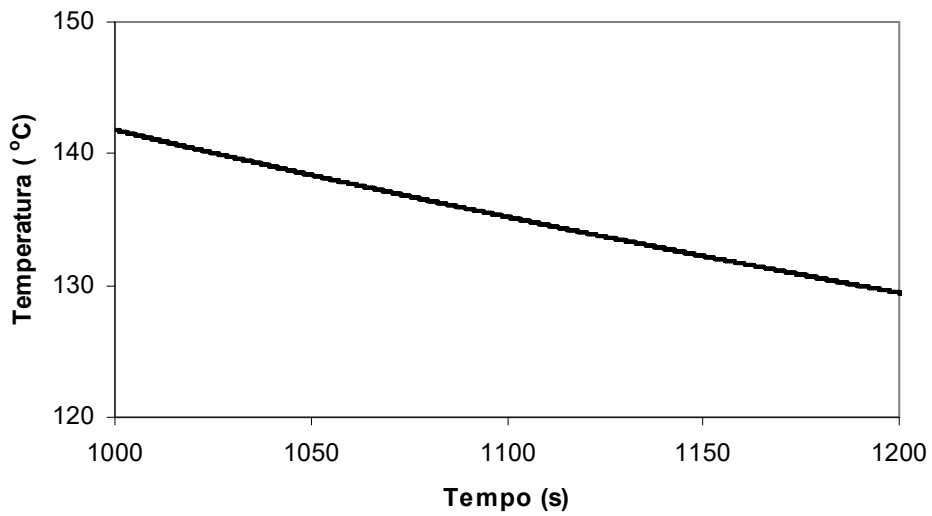


Figura 5.15 - Temperatura num ponto do metal de solda após a passagem do cabeçote (Aplicação 5.2.10.).

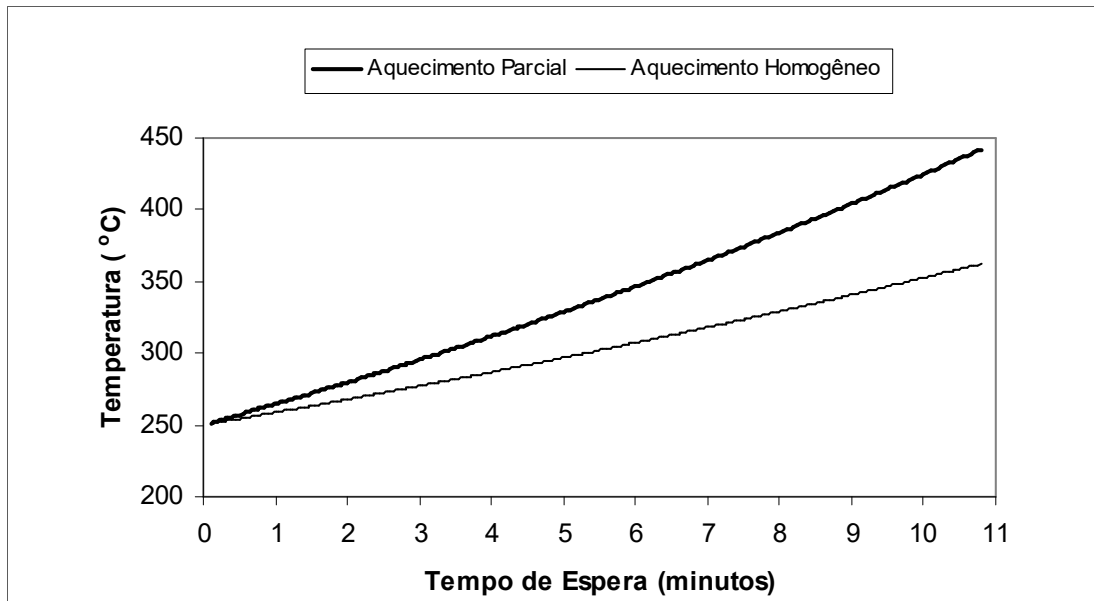


Figura 5.16 - Temperaturas nas quais devem ser aquecidas as chapas, para diferentes tempos de resfriamento natural, em aquecimento homogêneo e parcial, para temperatura de pré-aquecimento de 250 °C (Aplicação 5.2.11.).

APÊNDICE A

Símbolos & Unidades

α (alfa): difusividade térmica, considerando $c_v \cong c_p$ (m^2/s);	(r, θ, z, t) : coordenadas esféricas;
α_p, α_v : difusividade térmica à pressão constante e à volume constante, respectivamente (m^2/s);	(X, Y, Z) : eixos coordenados;
β (beta): ângulo ($^\circ$);	$\partial T / \partial n$: gradiente de temperatura ao longo da normal à uma superfície isotérmica ($^\circ C/m$);
δ (delta): espessura convencional da camada limite (m);	$\partial T / \partial t$: taxa de resfriamento ($^\circ C/s$);
ε (epsilon): emissividade de uma superfície (adimensional);	Δt : intervalo de tempo (s);
η (eta): rendimento térmico de um processo de soldagem sob dadas condições (adimensional, variando entre 0 e 1);	$\Delta t_{8/5}$: tempo de resfriamento entre as temperaturas de 800 $^\circ C$ e 500 $^\circ C$ (s);
$\eta(T)$: fração volumétrica de precipitado à temperatura T ($^\circ C$);	$\Delta t_{8/3}$: tempo de resfriamento entre as temperaturas de 800 $^\circ C$ e 300 $^\circ C$ (s);
θ (theta): ângulo ($^\circ$);	ΔT : diferença entre duas temperaturas ($^\circ C$);
λ (lambda): variável empregada para simplificação [$=1/(2\alpha)$];	ΔT_f : diferença entre as temperaturas de fusão (T_f) e de pré-aquecimento (T_o); intervalo de fusão ($^\circ C$);
μ (mu): viscosidade dinâmica ($kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$);	ΔT_p : diferença entre as temperaturas de pico e de pré-aquecimento ($^\circ C$);
ν (nu): viscosidade cinemática (m^2/s);	ΔU : queda de tensão (V);
ξ (xi): coordenada móvel; distribuição do calor da fonte (m);	$\Delta x/k$: resistência térmica ($m^2 \cdot ^\circ C \cdot W^{-1}$);
π (pi): 3,1416...	\dot{q} : fluxo térmico (valor escalar do vetor), ou fluxo de calor ($J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$ ou $W \cdot m^{-2}$);
ρ (ro): massa específica (kg/m^3);	\dot{q}_a : fluxo térmico em um fluido;
$\rho.c$: produto da massa específica pelo calor específico, ou “capacidade térmica volumétrica” ($J \cdot m^{-3} \cdot ^\circ C^{-1}$);	\dot{q}_c : fluxo térmico (convecção) entre um sólido e o fluido que o cerca;
σ (sigma): constante de Stefan-Boltzmann ($5,67051 \cdot 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$);	\dot{q}_e : fluxo térmico através de uma camada sobre a superfície do sólido;
σ_c : resistividade de contato ($\mu\Omega \cdot m$);	\dot{q}_m : fluxo térmico através de uma superfície elementar;
τ (tau): temperatura absoluta (K); fator de atraso (distribuição do calor da fonte);	\dot{q}_r : fluxo térmico (radiação) entre duas superfícies;
τ_a : temperatura absoluta do meio que está recebendo a radiação (K);	$\dot{q}_x, \dot{q}_y, \dot{q}_z$: fluxos térmicos nas direções dos eixos coordenados;
τ_s : temperatura absoluta de uma superfície (K);	$\dot{q}(0)$: fluxo térmico máximo, no centro da fonte;
φ (fi): função a ser determinada; ângulo entre uma superfície elementar e a superfície da isoterma ($^\circ$);	$\dot{q}(r)$: fluxo térmico na superfície, delimitado pelo raio r;
ϕ (fi): ângulo ($^\circ$); diâmetro (m);	$\dot{q}_s(t)$: fluxo térmico através da superfície de um corpo, como função do tempo;
(x, y, z) : coordenadas cartesianas;	\bar{q} : distribuição Gaussiana hemisférica da densidade de potência (W/m);
(r, ϕ, θ, t) : coordenadas cilíndricas;	\dot{Q}_i : taxa da energia interna gerada por unidade de volume de um corpo ($J \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$, ou W/m^3);

\vec{m} : vetor normal à uma superfície elementar;
 \vec{n} : vetor normal à superfície isotérmica;
 \vec{n}_o : vetor unitário ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) ao longo da normal à superfície isotérmica;
 \vec{q} : vetor fluxo térmico;
 \vec{v} : vetor velocidade de translação;
 ∇T : vetor gradiente de temperatura;
 $\vec{\Theta}$: vetor intensidade do campo de temperatura;

A : área (m^2);
 B : dimensão característica (m);
 b : parâmetro de dissipação do calor através da superfície de um corpo (1/s); posição de um ponto [$=\sqrt{y^2+z^2}$];
 C ($=\rho \cdot c$): capacidade térmica volumétrica, considerando $c_p=c_v=c$ ($J \cdot ^\circ C^{-1} \cdot m^{-3}$);
 C_p ($=\rho \cdot c_p$) e C_v ($=\rho \cdot c_v$): capacidade térmica volumétrica à pressão constante e à volume constante, respectivamente ($J \cdot m^{-3} \cdot ^\circ C^{-1}$);
 c : calor específico, considerando $c_p \cong c_v$ ($J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$); coeficiente de concentração (m^{-2});
 c_p, c_v : calor específico à pressão constante e à volume constante, respectivamente ($J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$);
 \bar{c}_p : média do calor específico entre a temperatura ambiente e a de fusão ($J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$);
 d : largura máxima da poça de fusão, ou do cordão de solda; diâmetro de um círculo; posição sob a superfície da fonte de energia interna na peça (m);
 dA_m : superfície elementar;
 dA_n : superfície elementar de uma isoterma;
 D : relação para a decisão entre o modo de extração do calor na taxa de resfriamento (adimensional); distância (m);
 $D_{8/5}$: relação para a decisão entre o modo de extração do calor, no tempo de resfriamento (adimensional);
 E : energia de soldagem (J/mm);
 E_c : energia de soldagem corrigida (J/mm);
 e : espessura de uma camada sobre a superfície de um sólido (m); base dos logaritmos naturais, ou neperianos ($=2,71828\dots$);
 F_a : vazão do gás acetileno (l/h);
 f : como subscrito, indicando um sistema de coordenadas fixo;
 g : espessura de uma peça (m);
 h : coeficiente de dissipação do calor através da superfície de um corpo ($W \cdot ^\circ C^{-1} \cdot m^{-2}$);
 h_c : coeficiente de transferência do calor por convecção ($W \cdot ^\circ C^{-1} \cdot m^{-2}$);
 h_{ca} : coeficiente de transferência do calor por convecção na água ($W \cdot ^\circ C^{-1} \cdot m^{-2}$);
 h_{cn} : coeficiente de transferência do calor por convecção natural ($W \cdot ^\circ C^{-1} \cdot m^{-2}$);
 h_r : coeficiente de transferência do calor por

radiação ($W \cdot ^\circ C^{-1} \cdot m^{-2}$);
 H_v : entalpia por unidade de volume (J/m^3);
 I : intensidade da corrente de soldagem (A);
 I_b : intensidade da corrente base na soldagem com corrente pulsada (A);
 I_c : intensidade da corrente efetiva na soldagem pulsada (A);
 I_m : intensidade da corrente média na soldagem pulsada (A);
 I_p : intensidade da corrente de pico na soldagem com corrente pulsada (A);
 $k/\Delta x$: condutância térmica ($W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$);
 k : condutividade térmica ($W \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$);
 k_f : condutividade térmica de um fluido;
 K_o : função Bessel modificada de segunda espécie e ordem zero;
 K_1 : função Bessel modificada de segunda espécie e primeira ordem;
 L : largura (m);
 m : massa (kg); como subscrito, indicando um sistema de coordenadas móvel;
 p : variável de integração;
 P_r : número de Prandtl;
 q : potência na soldagem ao arco elétrico (W ou J/s);
 q_g : potência de soldagem no processo oxigênio (J/s);
 q_i : quantidade de calor fornecida, considerando-se a fonte como uma linha (J/m);
 q_p : quantidade de calor fornecida, considerando-se a fonte como um plano (J/m^2);
 Q : quantidade de calor (J);
 Q_l : quantidade de calor por unidade de comprimento de uma linha (J/m);
 Q_p : quantidade de calor por unidade de uma área (J/m^2);
 Q_i : quantidade de energia interna (calor) por unidade de volume de um corpo (J/m^3);
 r : posição de um ponto no espaço, geralmente igual a $(w^2+y^2)^{1/2}$; raio de um círculo (m);
 r_p, r_c : distância de um ponto no espaço, que alcança a temperatura de pico, ou uma temperatura conhecida, respectivamente (m);
 r_l : posição da isoterma liquidus no caso 2D de extração do calor (m);
 R : posição de um ponto no espaço, geralmente $(w^2+y^2+z^2)^{1/2}$ (m); resistência elétrica (Ω);
 Re : número de Reynolds;
 R_l : posição da isoterma liquidus no caso 3D de extração do calor (m);
 t, t', t'' : período de tempo (s);
 t_b : período de tempo de ação da corrente base na soldagem com corrente pulsada (s);
 t_c : período de tempo após a soldagem ter sido interrompida (s);

t_p : período de tempo de ação da corrente de pico na soldagem com corrente pulsada (s);	T_r : temperatura crítica, ou aquela na qual deseja-se conhecer a taxa de resfriamento (°C);
t_s : período de tempo para a realização de um cordão de solda (s);	T_s : temperatura da superfície de um corpo (°C);
T : temperatura (°C);	U : tensão de soldagem (V);
T_a : temperatura ambiente, ou de um fluido que envolve o corpo (°C);	u, v : variáveis de derivação, ou de integração;
T_c : temperatura (conhecida) na qual um ponto se encontra (°C);	v : velocidade de soldagem (mm/s);
T_e : temperatura de equalização (°C);	v_i : velocidade de propagação da superfície isotérmica;
T_f : temperatura de fusão (°C);	v_x, v_y, v_z : componentes do vetor velocidade de translação, na direção dos eixos coordenados;
T_o : temperatura em que um corpo se encontra antes da soldagem, ou de pré-aquecimento (°C);	$w (=x-v.t)$: coordenada móvel (com a fonte de energia);
T_p : temperatura de pico, ou máxima temperatura alcançada em um dado ponto (°C);	V : volume (m ³);
	y_p, y_c : distância sobre o eixo OY a pontos que alcançam a temperatura de pico e uma temperatura conhecida, respectivamente (m).

APÊNDICE B

Notação Matemática

B1. VETORES BASE (OU UNITÁRIOS)

Os três vetores unitários $\vec{i} = [1,0,0]$, $\vec{j} = [0,1,0]$ e $\vec{k} = [0,0,1]$ são denominados vetores base do sistema de coordenadas retangulares. Por exemplo, seja:

$$\vec{v} = \vec{i}v_x + \vec{j}v_y + \vec{k}v_z \quad [\text{B.1}]$$

Então, \vec{i} , \vec{j} e \vec{k} são os vetores unitários nas direções OX, OY e OZ, com intensidades v_x , v_y e v_z , respectivamente.

B2. GRADIENTE OU OPERADOR DIFERENCIAL

Se f é uma função escalar qualquer, aplicando-se sobre a mesma o operador diferencial ∇ (nabla), tem-se:

$$\nabla f = \text{grad } f = \vec{i} \frac{\partial f}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial f}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial f}{\partial z} \quad [\text{B.2}]$$

Note-se que o gradiente da função escalar f (dado por $\text{grad } f$, ou ∇f) é um vetor.

B3. DIVERGENTE

O produto escalar do operador diferencial por um vetor resulta no divergente de uma função escalar ($\text{div } v$), ou seja

$$\nabla \cdot \vec{v} = \text{div } v = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad [\text{B.3}]$$

B4. OPERADOR DE LAPLACE

Seja f uma função escalar. Empregando-se o operador de Laplace ∇^2 (nabla ao quadrado ou delta) sobre a mesma, tem-se:

$$\nabla^2 f = \text{div}(\text{grad } f) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad [\text{B.4}]$$

Oberve-se, que quando:

$$\nabla^2 f = 0 \quad [\text{B.5}]$$

esta é a denominada equação de Laplace.

Por outro lado, note-se que o Laplaciano de uma função (u) em coordenadas cilíndricas é dado por:

$$\nabla^2 u = \frac{\delta^2 u}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta u}{\delta r} + \frac{1}{r^2} \frac{\delta^2 u}{\delta \theta^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta z^2} \quad [\text{B.6}]$$

sendo $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ e $\theta = \arctg \frac{y}{x}$.

B5. FLUXO DE UM CAMPO VETORIAL

Seja uma função vetorial dada por $\vec{f} = f_1 \vec{i} + f_2 \vec{j} + f_3 \vec{k}$. O fluxo resultante total deste campo vetorial \vec{f} , através da superfície fechada S , é dado por:

$$\oiint_S \vec{f} \cdot d\vec{S} \quad [\text{B.7}]$$

Então, a divergência desta função ($\text{div } \vec{f}$) é definida como:

$$\nabla \cdot \vec{f} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \oiint_S \vec{f} \cdot d\vec{S} = \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial y} + \frac{\partial f_3}{\partial z} \quad [\text{B.8}]$$

onde ΔV é o volume da região R limitada por uma superfície fechada S .

Este volume sempre contém o ponto no qual $\nabla \cdot \vec{f}$ está sendo calculada, quando ΔV tende a zero. Logo, a Eq. B.8 mostra que a divergência de \vec{f} num ponto P qualquer é o limite do fluxo resultante total que sai, por unidade de volume, quando S tende a este ponto P .

Se o pequeno volume que cerca P contém uma fonte ou sumidouro de um campo vetorial \vec{f} , então o fluxo de \vec{f} divergirá, ou convergirá para P , dependendo se $\nabla \cdot \vec{f}$ é positivo ou negativo. Logo, $\nabla \cdot \vec{f}$ pode ser considerada uma medida do vetor intensidade de fonte ou sumidouro em P .

B6. FUNÇÕES DE BESSEL

Entre as mais importantes funções da Matemática aplicada, encontram-se as funções de Bessel. Para a Engenharia, a seguinte equação diferencial de Bessel se ressalta:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - \nu^2) y = 0 \quad [\text{B.9}]$$

onde ν é um dado número, real e não negativo. Uma solução particular desta equação é apresentada no item 6.1 a seguir.

B6.1. Função de Bessel de Primeira Espécie (ordem ν e argumento x)

A solução particular da Eq. B.9 é:

$$J_\nu(x) = x^\nu \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \cdot x^{2m}}{2^{2m+\nu} \cdot m! \Gamma(\nu + m + 1)} \quad [\text{B.10}]$$

onde a função gama (Γ) é descrita no item 7.

Para todo $x \neq 0$ e se ν não é um inteiro, tem-se a seguinte solução geral para a equação de Bessel [B.9]:

$$y(x) = a_1 J_\nu(x) + a_2 J_{-\nu}(x) \quad [\text{B.11}]$$

Entretanto, para $\nu = n$ inteiro ocorre a seguinte dependência linear:

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x) \quad [\text{B.12}]$$

B6.2. Função de Bessel Modificada de Primeira Espécie

A seguinte equação diferencial também é de muito interesse para a Engenharia (compare-a com a Eq. B.9) e especialmente para o fluxo de calor na soldagem:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - (x^2 + \nu^2)y = 0 \quad [\text{B.13}]$$

Uma solução desta equação é:

$$y = I_\nu(x) \quad [\text{B.14}]$$

onde a função de Bessel modificada de primeira espécie (e ordem ν) é dada por:

$$I_\nu(x) = i^{-\nu} \cdot J_\nu(ix) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{x^{2m+\nu}}{2^{2m+\nu} \cdot m! \Gamma(m+\nu+1)} \quad [\text{B.15}]$$

sendo $i = \sqrt{-1}$. A série acima é denominada de Maclaurin e a função gama (Γ) está descrita no item 7.

Por outro lado, quando $\nu=n$ inteiro, tem-se;

$$I_{-n}(x) = I_n(x) \quad [\text{B.16}]$$

B6.3. Função de Bessel Modificada de Segunda Espécie

Outra solução da Eq. B.13 é dada pela seguinte função de Bessel, a qual às vezes também é denominada de terceira espécie:

$$K_\nu(x) = \frac{\pi}{2 \operatorname{sen} \nu\pi} [I_{-\nu}(x) - I_\nu(x)] \quad [\text{B.17}]$$

Note-se, ainda, as seguintes importantes relações:

$$K_{-\nu}(x) = K_\nu(x) \quad [\text{B.18}]$$

$$\frac{dK_0(x)}{dx} = -K_1(x) \quad [\text{B.19}]$$

$$K_0(x) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \exp(-t - \frac{x^2}{4t}) \frac{dt}{t} \quad [\text{B.20}]$$

Para grandes valores do seu argumento ($x > 10$), $K_0(x)$ pode ser obtida pela seguinte relação aproximada:

$$K_0(x) \cong \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \cdot \exp(-x) \quad [\text{B.21}]$$

a qual é um resultado parcial da seguinte série:

$$K_0(x) \cong \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \cdot \exp(-x) \cdot \left[1 - \frac{1^2}{1!8x} + \frac{(1 \cdot 3)^2}{2!8^2 x^2} - \frac{(1 \cdot 3 \cdot 5)^2}{3!8^3 x^3} + \dots \right] \quad [\text{B.22}]$$

Por outro lado, é possível obter-se $K_1(x)$ por:

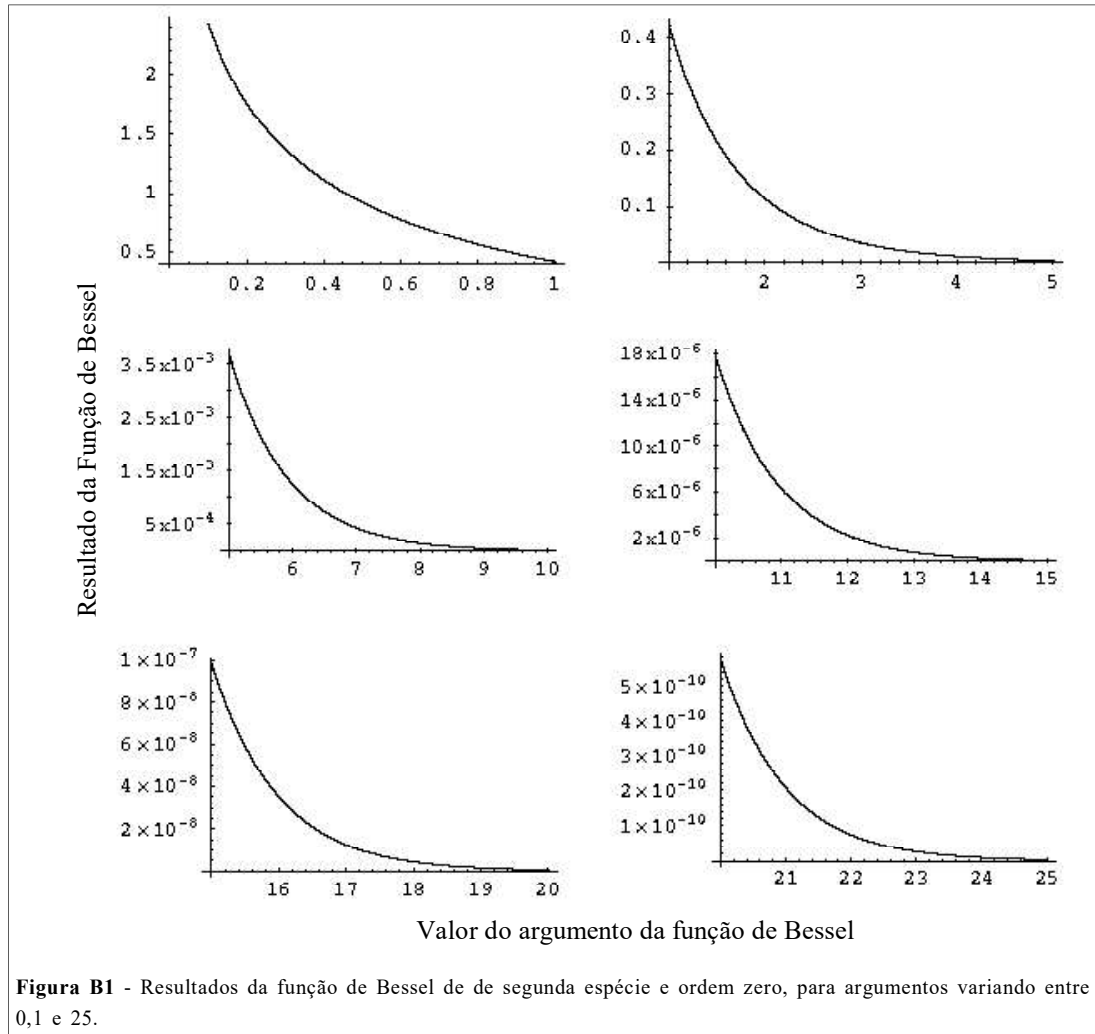
$$K_1(x) \cong \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \cdot \exp(-x) \quad [\text{B.23}]$$

e, da mesma forma, a série expandida é a seguinte:

$$K_1(x) \cong \left(\frac{\pi x}{2}\right) \cdot \exp(-x) \cdot \left[1 + \frac{1 \cdot 3}{1!8x} - \frac{1^2 \cdot 3 \cdot 5}{2!8^2 x^2} + \frac{(1 \cdot 3)^2 \cdot 5 \cdot 7}{3!8^3 x^3} - \dots + \dots\right] \quad [\text{B.24}]$$

Observe-se, que quando $x=0$, $K_1(x)$ é cerca de 5% maior do que $K_0(x)$.

Na **Fig. B1** encontra-se valores da função de Bessel de segunda espécie e ordem zero, para argumentos variando entre 0,1 e 25.



B7. FUNÇÃO GAMA (Γ)

Esta função apresenta especial importância para a Engenharia, sendo definida por:

$$\Gamma(\alpha) = \int e^{-t} t^{\alpha-1} dt \quad [\text{B.25}]$$

onde α é maior do que zero.

Além disto:

$$\Gamma(\alpha+1) = \alpha \cdot \Gamma(\alpha) \quad [\text{B.26(a)}]$$

e sendo $\alpha=n$ inteiro positivo, tem-se:

$$\Gamma(k+1) = k! \quad [\text{B.26(b)}]$$

ou seja, a função gama pode ser considerada como uma generalização da função fatorial elementar.

B8. FUNÇÃO DE ERRO (OU DE GAUSS)

A função e^{-x^2} e a sua integral (denominada função de erro) são freqüentes no fluxo térmico, i. e.:

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad [\text{B.27}]$$

Para pequenos valores de $|x|$ tem-se:

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)n!} \quad [\text{B.28}]$$

Esta função também pode ser representada pela seguinte série assintótica:

$$\operatorname{erf} x \cong 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^3} + \frac{1.3}{2^2 x^5} - \frac{1.3.5}{2^3 x^7} + \dots - \dots \right) \quad [\text{B.29}]$$

Então, grande valores de x podem ser calculados pela seguinte aproximação:

$$\operatorname{erf} x \cong 1 - \frac{1}{x\sqrt{\pi}} \cdot e^{-x^2} \quad [\text{B.30}]$$

Por outro lado, as seguintes relações também são úteis:

$$\operatorname{erf} \infty = 1 \quad [\text{B.31}]$$

$$\operatorname{erf}(-x) = -\operatorname{erf} x \quad [\text{B.32}]$$

Outrossim, a relação abaixo é denominada função de erro complementar:

$$\operatorname{erfc} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt \quad [\text{B.33}]$$

guardando a seguinte relação com a função de erro:

$$\operatorname{erfc} x = 1 - \operatorname{erf} x \quad [\text{B.34}]$$

Na **Fig. B2** (página 104) estão os valores para $\operatorname{erf} x$ e $\operatorname{erfc} x$, com x variando entre -2 e 2.

B9. FUNÇÃO EXPONENCIAL INTEGRAL (Ei)

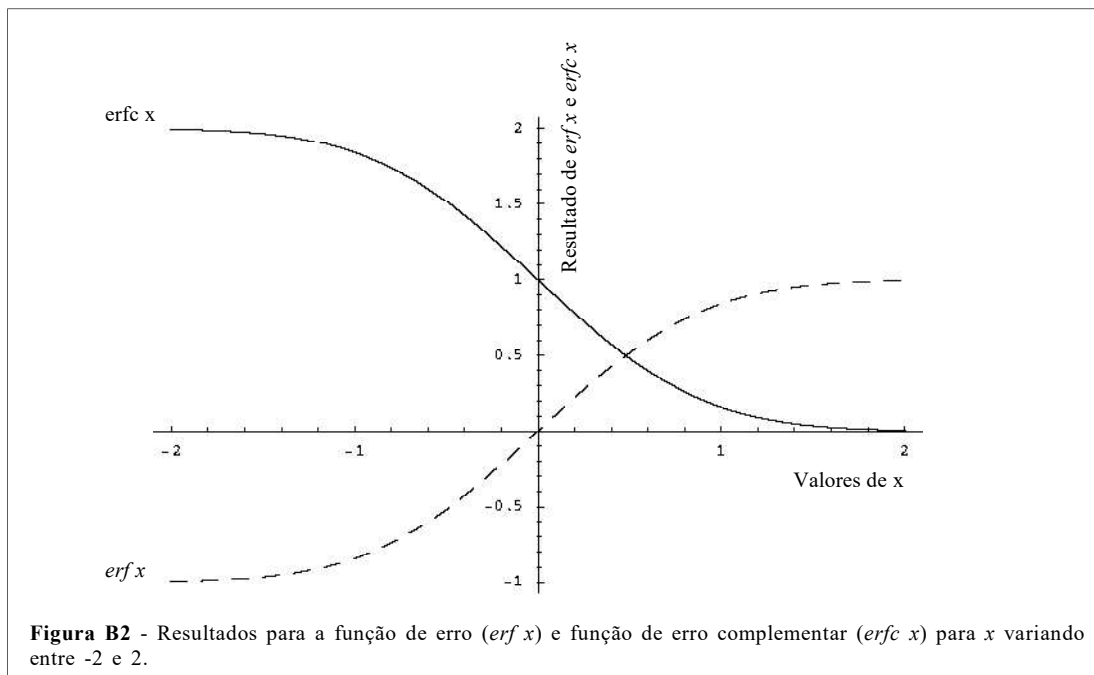
Esta função é definida como:

$$-Ei(-x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-v}}{v} \cdot dv \quad \text{ou} \quad Ei(x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-v}}{v} \cdot dv \quad [\text{B.35}]$$

Para pequenos valores de x , tem-se, aproximadamente:

$$Ei(-x) = \gamma + \ln x - x + \frac{1}{4}x^2 \quad [\text{B.36}]$$

onde $\gamma = 0,5772\dots$ é a denominada “constante de Euler”.



APÊNDICE C

Deduções

C1. COMPROVAÇÃO DE QUE A EQ. 1.84 É UMA SOLUÇÃO PARA A DIFUSÃO TRIDIMENSIONAL DO CALOR

No *Capítulo 1 (Seção 1.7.1.)*, foi afirmado que a seguinte relação (Eq. 1.84):

$$\Delta T(R,t) = T - T_o = \frac{Q}{\rho c (4\pi\alpha)^{3/2}} \cdot \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) \quad [\text{C1.1}]$$

é uma solução especial da equação diferencial simplificada da condutividade térmica, dada por:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{k}{\rho c} \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} \right) = \alpha \cdot \nabla^2 T \quad [\text{C1.2}]$$

Para provar que a Eq. C1.1 é uma solução da Eq. C1.2, calcular-se-á a derivada parcial da temperatura em relação ao tempo e das coordenadas (x,y,z) na Eq. C1.1. Substituindo-se o resultado na Eq. C1.2, deverá ser obtida uma identidade.

Então, considerando-se a Eq. C1.1 e utilizando-se u e v como variáveis para a derivação:

$$u = \frac{Q}{\rho c (4\pi\alpha)^{3/2}} \quad v = \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right)$$

tem-se $T = u \cdot v$ (supondo-se que a temperatura de pré-aquecimento T_o é zero). Logo:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{\delta(uv)}{\delta t} = u \frac{\delta v}{\delta t} + v \frac{\delta u}{\delta t} \quad [\text{C1.3}]$$

Entretanto:

$$\frac{\delta u}{\delta t} = \frac{Q}{\rho c (4\pi\alpha)^{3/2}} \cdot \frac{\delta(t^{-3/2})}{\delta t} = \frac{3}{2} \frac{Q t^{-5/2}}{\rho c (4\pi\alpha)^{3/2}} \quad [\text{C1.4}]$$

e, também:

$$\frac{\delta v}{\delta t} = \left(-\frac{R^2}{4\alpha}\right) \left(-\frac{1}{t^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) = \frac{R^2}{4t^2\alpha} \cdot \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) \quad [\text{C1.5}]$$

Portanto:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{Q}{\rho c (4\pi\alpha)^{3/2}} \frac{R^2}{4t^2\alpha} \cdot \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) + \left[-\frac{3}{2} \frac{Q}{\rho c (4\pi\alpha)^{3/2} t^{5/2}}\right] \cdot \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) \quad [\text{C1.6}]$$

e, simplificando:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{Q}{\rho c (4\pi t \alpha)^{3/2}} \left[\frac{R^2}{4t^2 \alpha} - \frac{3}{2t} \right] \cdot \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) \quad [\text{C1.7}]$$

Logo:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{T}{t} \left(\frac{R^2}{4t\alpha} - \frac{3}{2} \right) \quad [\text{C1.8}]$$

Considerando-se a Eq. C1.2, o gradiente da temperatura ($\delta T/\delta x$) na direção OX é:

$$\frac{\delta T}{\delta x} = \frac{\delta T}{\delta R} \frac{\delta R}{\delta x} \quad [\text{C1.9}]$$

Mas:

$$\frac{\delta T}{\delta R} = \frac{Q}{\rho c (4\pi t \alpha)^{3/2}} \left(-\frac{2R}{4t\alpha} \right) \cdot \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) \quad [\text{C1.10}]$$

e $\delta R/\delta x = x/R$. Portanto:

$$\frac{\delta T}{\delta x} = T \left(-\frac{x}{2t\alpha} \right) \quad [\text{C1.11}]$$

A segunda derivada é obtida diferenciando-se o produto de duas funções:

$$\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} = \frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{\delta T}{\delta x} \right) = \frac{T}{2t\alpha} \left(\frac{x^2}{2t\alpha} - 1 \right) \quad [\text{C1.12}]$$

Com relação aos eixos coordenados OY e OZ o desenvolvimento é análogo, resultando:

$$\frac{\delta^2 T}{\delta y^2} = \frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{\delta T}{\delta x} \right) = \frac{T}{2t\alpha} \left(\frac{y^2}{2t\alpha} - 1 \right) \quad [\text{C1.13}]$$

e

$$\frac{\delta^2 T}{\delta z^2} = \frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{\delta T}{\delta x} \right) = \frac{T}{2t\alpha} \left(\frac{z^2}{2t\alpha} - 1 \right) \quad [\text{C1.14}]$$

Substituindo-se as Eqs. C1.8 e C1.12 à C1.14 na Eq. C1.2, obtém-se a identidade procurada, ou seja:

$$\frac{T}{t} \left(\frac{R^2}{4t\alpha} - \frac{3}{2} \right) = \alpha \left[\frac{T}{2t\alpha} \left(\frac{x^2}{2t\alpha} - 1 + \frac{y^2}{2t\alpha} - 1 + \frac{z^2}{2t\alpha} - 1 \right) \right] = \frac{T}{t} \left(\frac{R^2}{4t\alpha} - \frac{3}{2} \right) \quad [\text{C1.15}]$$

Entretanto, resta ainda verificar se o fator constante (independente de x e t) na Eq. C1.1 está corretamente selecionado, pois o mesmo (Q) foi cancelado na identidade obtida (Eq. C1.15).

Conforme progride a difusão do calor através do corpo, altera-se a temperatura nos seus diversos pontos, mas a quantidade de calor deve manter-se constante, sendo $Q(t)$ dada por:

$$Q(t) = \int_0^{\infty} T \rho c 4\pi R^2 \cdot dR \quad [\text{C1.16}]$$

Desta forma, é preciso verificar se esta integral se mantém constante.

Para tanto, notando-se que $4\pi R^2$ representa a área da superfície isotérmica de raio R e substituindo-se a Eq. C1.1 na Eq. C1.16, tem-se:

$$Q(t) = \int_0^{\infty} \frac{Q}{\rho c (4\pi\alpha)^{3/2}} \cdot \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) \rho c 4\pi R^2 \cdot dR$$

ou seja:

$$Q(t) = \frac{4\pi Q}{(4\pi\alpha)^{3/2}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) \cdot R^2 \cdot dR \quad [\text{C1.17}]$$

Utilizando-se p e u como variáveis de integração:

$$p = \exp\left(\frac{R}{4t\alpha}\right) \quad u = -2t\alpha R$$

obtem-se:

$$dp = -\frac{R}{2t\alpha} \cdot \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) \cdot dR \quad [\text{C1.18}]$$

$$du = -2t\alpha \cdot dR \quad [\text{C1.19}]$$

Como $\int u \cdot dp = up - \int p \cdot du$, tem-se:

$$\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) R^2 dR = -2t\alpha R \cdot \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) 2t\alpha \cdot dR \quad [\text{C1.20}]$$

$$\text{Porém, em geral: } \int_0^{\infty} \exp(-w^2) \cdot dw = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Então, pode-se converter para esta forma a integral no lado direito da igualdade na Eq. C1.20, substituindo-se $w = R/\sqrt{4t\alpha}$, o que resulta em:

$$2t\alpha \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) \cdot dR = 2t\alpha \int_0^{\infty} \exp\left[-\left(\frac{R}{\sqrt{4t\alpha}}\right)^2\right] \cdot d\left(\frac{R}{\sqrt{4t\alpha}}\right) \sqrt{4t\alpha} = \frac{(4t\alpha)^{3/2}}{2} \int_0^{\infty} \exp(-w^2) \cdot dw \quad [\text{C1.21}]$$

Inserindo-se o valor desta integral na Eq. C1.20, obtém-se:

$$\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) R^2 \cdot dR = -2t\alpha R \cdot \exp\left(-\frac{R^2}{4t\alpha}\right) \Big|_0^{\infty} + \frac{\sqrt{\pi}}{4} (4t\alpha)^{3/2} = \frac{\sqrt{\pi}}{4} (4t\alpha)^{3/2} \quad [\text{C1.22}]$$

Conseqüentemente:

$$Q(t) = \int_0^{\infty} T \rho c 4\pi R^2 \cdot dR = \frac{4\pi q}{(4\pi\alpha)^{3/2}} \frac{\sqrt{\pi}}{4} (4\pi\alpha)^{3/2} = Q \quad [\text{C.23}]$$

e está demonstrado que é constante o valor $Q(t)$.

Então, as superfícies das isotermas são esféricas, com raio R (constante) e centro em O.

C2. DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DA TAXA DE RESFRIAMENTO NO MODO BIDIMENSIONAL

No *Capítulo 4 (Seção 4.2.1.)* foi apresentada a seguinte relação (Eq. 4.17), como aquela que permite calcular a taxa de resfriamento no regime de extração bidimensional:

$$-\frac{\delta T}{\delta t} = 2\pi k \rho c \left(\frac{g}{E}\right)^2 (T_r - T_o)^3 \quad [\text{C2.1}]$$

obtida a partir da relação abaixo, a qual fornece a distribuição de temperatura (Eq. 3.56):

$$\Delta T = T - T_o = \frac{q}{2\pi g k} \exp(-\lambda v w) \cdot K_o(\lambda v r) \quad [\text{C2.2}]$$

Então, tomando-se somente os primeiros dois termos da seguinte série:

$$K_o(\lambda v r) \cong \left(\frac{\pi \alpha}{v r}\right)^{1/2} \exp(-\lambda v r) \quad [\text{C2.3}]$$

e substituindo-se este valor na Eq. C2.2, resulta:

$$\Delta T = \frac{q}{2\pi g k} \left(\frac{\pi \alpha}{v r}\right)^{1/2} \exp[-\lambda v(r+w)] \quad [\text{C2.4}]$$

Na linha central do cordão de solda $r=|w|$ e com $w < 0$, tem-se:

$$\Delta T = \frac{q}{2\pi g k} \left(\frac{\pi \alpha}{v w}\right)^{1/2} \quad [\text{C2.5}]$$

Derivando-se esta equação em relação a w , obtém-se:

$$\frac{\delta T}{\delta w} = -\frac{q}{4\pi g k} \frac{1}{w} \frac{\pi \alpha}{v w} \frac{1}{\left(\frac{\pi \alpha}{v w}\right)^{1/2}} \quad [\text{C2.6}]$$

Entretanto, as seguintes relações também podem ser obtidas desde a Eq. C2.5:

$$\left(\frac{\pi \alpha}{v w}\right)^{1/2} = \frac{\Delta T 2\pi g k}{q} \quad [\text{C2.7}]$$

$$\frac{\pi \alpha}{v w} = \frac{(\Delta T)^2 4\pi^2 g^2 k^2}{q^2} \quad [\text{C2.8}]$$

$$\frac{1}{w} = \frac{v(\Delta T)^2 4\pi^2 g^2 k^2}{\pi \alpha q^2} \quad [\text{C2.9}]$$

Portanto, substituindo-se as Eqs. C2.7 à C2.9 na Eq. C2.6, tem-se:

$$\frac{\delta T}{\delta w} = -\frac{v(\Delta T)^3 2\pi g^2 k^2}{\alpha q^2} \quad [\text{C2.10}]$$

Recordando-se que $\alpha = \frac{k}{\rho c}$; $E = \frac{q}{v}$ e $-\frac{\delta T}{\delta t} = v \frac{\delta T}{\delta w}$ resulta a Eq. C2.1 apresentada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- /1/ ÖZISIK, M. N. Heat Conduction. Wiley, New York, 1980.
- /2/ CARSLAW, H. S. and JAEGER, J. C. Conduction of Heat in Solids. Oxford University Press, New York, 1959.
- /3/ ARPACI, V. S. and LARSEN, P. S. Convection Heat Transfer. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1984.
- /4/ EDWARDS, D. K. Radiation Heat Transfer Notes. Hemisphere, New York, 1981.
- /5/ AL-ARAJI, S. and BECK, J. V. Journal of Heat Transfer, Trans. ASME, Series C, 97(1): 148, Feb 1975.
- /6/ FARNIA, K. and BECK, J.V. Journal of Heat Transfer, Trans. ASME, Series C, 99(3): 471, Aug 1977.
- /7/ MALMUTH, N. D. Int. Journal of Heat and Mass Transfer. 19(4):349, Apr 1976.
- /8/ GOLDAK, J., CHAKRAVARTI, A. and BIBBY, M. A. Metallurgical Transactions B, 15B(2): 299, Jun 1984.
- /9/ KIM, W-S and SIM, B-C. Numerical Heat Transfer, Part A, 31(7): 703, May 1997.
- /10/ ROSTAMI, A. A. and RAISI, A. Numerical Heat Transfer, Part A, 31(7): 783, May 1997.
- /11/ KIM, W-H and NA, S-J. Int. Journal of Heat and Mass Transfer, 41(21): 3213, Nov 1998.
- /12/ MACHADO, I. G. Anais do XXIIº Encontro Nacional de Tecnologia da Soldagem (Associação Brasileira de Soldagem), Vol. II, pp. 695-705, Blumenau (SC), Jul-Ago 1996.
- /13/ MAZZAFERRO, J. A. E. e MACHADO, I. G. Anais do XXIIIº Encontro Nacional de Tecnologia da Soldagem (Associação Brasileira de Soldagem), pp. 77-85, São Paulo (SP), Mai 1997.
- /14/ MAZZAFERRO, J. A. E. e MACHADO, I. G. Soldagem & Inspeção (Associação Brasileira de Soldagem), Suplemento Técnico, (9): 6-10, Set 1998.
- /15/ ROSENTHAL, D. Trans ASME 68: 819, 1946.
- /16/ ROSENTHAL, D. 2^{eme} Congres National des Sciences, pp. 1277-1292, Brussels 1935. In: /15/.
- /17/ ROSENTHAL, D. and SCHNERBER, R. Welding Journal, 17(4): 2s, Apr 1938.
- /18/ ROSENTHAL, D. Welding Journal, 20: 220s, 1941
- /19/ RYKALIN, N. N. Autogennoe Delo (11), 1, 1948. In: /34/.
- /20/ RYKALIN, N. N. Calculation of Heat Flow in Welding. Moscow, 1951. Translated by Zvi Paley and C. M. Adams, Jr.. Contract Number UC-19-066-001-C-3817, USA.
- /21/ RYKALIN, N. N. and NIKOLAEV, A. V. Welding in the World, 9(3/4): 112, 1971.
- /22/ RYKALIN, R. R. Welding in the World, 12(9/10): 227, 1974.
- /23/ ROBERTS, O. F. T. Proc. Roy. Soc., Vol 104, Series A, pp. 640-654, 1923. In: /34 e 35/.
- /24/ WILSON. Proc. Cambridge Phil. Soc. 12, 406, (1904). In: /41/.
- /25/ TANAKA, S. Journal of the Japan Welding Society, 13(9): 347, 1943. In: /56/.
- /26/ CHRISTENSEN, N., V de DAVIES, L. and GJERMUNDSEN, K. British Welding Journal, 12: 54, Feb 1965.
- /27/ PAVELIC, R., TANBUACHI, R., UYEHARA, O. A. and MYERS, P. S. Welding Journal, 48(7): 295s, Jul 1969.
- /28/ FRIEDMAN, E. Trans. ASME, Journal of the Pressure Vessel Technology, 97, Series J(3): 206, Aug 1975.
- /29/ GOLDAK, J., BIBBY, M., MOORE, J., HOUSE, R. and PATEL, B. Metallurgical Transactions B, 17B(3): 587, Sep 1986.

- /30/ MASUBUCHI, K. Analysis of Welded Structures. Pergamon Press, 1980.
- /31/ HESS, W. F., MERRILL, L. L., NIPPES, E. F. and BUNK, A. P. Welding Journal, 22(9): 377s, Sep 1943.
- /32/ NIPPES, E. F., MERRILL, L.L. and SAVAGE, W. F. Welding Journal, 28(11): 556s, Nov 1949.
- /33/ JACKSON, C. E. and SCHRUBSALL, A. E. Welding Journal, 29(5): 231s, May 1950.
- /34/ WELLS, A. A. Welding Journal, 31(5): 263s, May 1952.
- /35/ ROBERTS, DORIS K. and WELLS, A. A. British Welding Journal, 1(12):553, Dec 1954.
- /36/ APPS, R. L., and MILNER, D. R. British Welding Journal, 2(10): 475, Oct 1955.
- /37/ KIHARA, H., SUZUKI, H. and KANATONI, H. Journal of the Japan Welding Society, 26(2): 83, 1957. In: /30/.
- /38/ ADAMS Jr., C. M. Welding Journal, 37(5): 210s, May 1958.
- /39/ JHAVERI, P., MOFFATT, W. G. and ADAMS Jr., C. M. Welding Journal, 41(1): 12s, Jan 1962.
- /40/ BARRY, J. M., PALEY, Z. and ADAMS Jr., C. M. Welding Journal, 42(3): 97s, Mar 1963.
- /41/ PALEY, Z., LYNCH, J. N. and ADAMS Jr., C. M. Welding Journal, 43(2): 71s, Feb 1964.
- /42/ INAGAKI, M. and SEKIGUCHI, H. Transactions of the National Research Institute, 2(2): 102, 1960.
- /43/ DORSCHU, K. and LESNEWICH, A. Welding Journal, 42(12): 564s, Dec 1964.
- /44/ DORSCHU, K. E. Welding Journal, 47(2): 49s, Feb 1968.
- /45/ MYERS, P. S., UYEHARA, O. A. and BORMAN, G. L. Fundamentals of Heat Flow in Welding. Welding Research Council Bulletin No. 123, Jul 1967.
- /46/ TSAI, C. L. Modeling of thermal behaviors of metals during welding. Trends of Welding Research in the U. S., pp. 91-108, ASM, Materials Park, Ohio (USA), 1982.
- /47/ NUNES, A. C. Welding Journal, 62(6): 165s, Jun 1983.
- /48/ JEONG, S. K. and CHO, H. S. Welding Journal, 76(6): 223s, Jun 1997.
- /49/ DAVID, S. A., VITEK, J. M. and HEBBLE, T. L. Welding Journal, 66(10): 289s, Oct 1987.
- /50/ MACHADO, I. G. Soldagem & Técnicas Conexas: Processos. Ed. pelo Autor. Distribuido pela Associação Brasileira de Soldagem (ABS) e Livraria Conceitual. Porto Alegre, 1996.
- /51/ THOMPSON, M. E. and SZEKELY, J. Int. J. of Heat and Mass Transfer, 32(6): 1007, Jun 1989.
- /52/ KIM, W-H et al. Metallurgical and Materials Transactions B, 28B(4): 679, Aug 1997.
- /53/ TSAI, C. L. and TSO, C. M. Heat Flow in Fusion Welding. ASM Handbook, Vol. 6, pp. 7-18. ASM International, 1995.
- /54/ FRIEDMAN, E. and GLICKSTEIN, S. S. Welding Journal, 55(12): 408s, Dec 1976.
- /55/ TEKRIVAL, P. and MAZUMDER, J. Welding Journal, 67(7): 150s, Jul 1988.
- /56/ KASYA, T. and YURIOKA, N. Welding Journal, 72(3): 107s, Mar 1993.
- /57/ BLODGETT, O. W. Welding Journal, 63(3): 19, Mar 1984.
- /58/ CHEN, C-C, TZU, C. J. H. and NEW, J. H. Metallurgical and Materials Transactions B, 25B(3): 415, Jun 1994.
- /59/ The British Iron and Steel Research Association. Physical Constants of Some Commercial Steels at Elevated Temperatures. London Butterworths Scientific Publications, 1953.
- /60/ ASTM Special Technical Publication No. 296, Report on Physical Properties of Metals and Alloys from Cryogenic to Elevated Temperatures.
- /61/ GOLDSMITH, A., WATERMAN, T. E. and HISSCHHORN, H. J. Handbook of Thermo-Physical Properties of Solid Materials. Vols. I and II. Pergamon Press, 1961-1963.
- /62/ KORN, G. A. and KORN, T. M. Mathematical Handbook for Scientists and Engineers. McGraw-Hill Book Co., 1968.
- /63/ TSLAF, A. IEEE Transactions on Components, Hybrids and Manufacturing Technology. Vol. CHMT-5, No. 1, pp. 147-152. In: /64/.
- /64/ CHO, H. S. and CHO, Y. J. Welding Journal, 68(6): 236s, Jun 1989.
- /65/ GOULD, J. E. Welding Journal, 66(1): 1s, Jan 1987.
- /66/ VISHNU, P. R., LI, W. B. and EASTERLING, K. E. Materials Science and Technology, 7: 649, Jul 1991.
- /67/ NAKA, T. Journal of the Japan Welding Society, 11(1): 4, 1941. In: /30/.
- /68/ KOHIRA, K. and YURIOKA, N. IIW Doc. IX-951-76, 1976.
- /69/ YURIOKA, N., OHSITA, S. and TAMEHIRO, H. Symposium on Pipeline Welding in the 80's. Australian Welding Research Association, Melbourne, Mar 1981.
- /70/ SUGA, Y. Transactions of the Japan Welding Society, 21(2): 144, Oct 1990.

- /71/ GRAVILLE, B. A. *Welding Journal*, 52(9): 377s, Sep 1973.
- /72/ KIEFER, J. H. *The Metallurgy, Welding, and Qualification of Microalloyed (HSLA) Steel-Weldments. Conf. Proc.*, pp 780-799, 1990.
- /73/ HART, P. H. M. and HARRISON, P. L. *Welding Journal*, 66(10):310s, Oct. 1987.
- /74/ YURIOKA, N., OKUMURA, M., KASUYA, T. and COTTON, H. J. U. *Metal Construction*, 19(4): 217R, Apr 1987.
- /75/ AKSELSSEN, O. M. et al. *Welding Journal*, 68(9): 356s, Sep 1989.
- /76/ ROSE, A., PETER, W., STRASSBURG, W. *Atlas zur Wärmebehandlung der Stähle, Teil II. Max-Planck-Institut für Eisenforschung.*

Conversão de Unidades Usuais

Nome da Unidade:	Para converter:	Em:	Multiplicar por:
Área	in ²	m ²	6,452.10 ⁻⁴
	ft ²	m ²	0,0929
Calor específico	BTU.lbm ⁻¹ .°F ⁻¹	J.kg ⁻¹ .°C ⁻¹	4184,0
	cal.g ⁻¹ .°C ⁻¹	J.kg ⁻¹ .°C ⁻¹	4186
Coeficiente de transferência do calor	BTU.h ⁻¹ .ft ⁻² .°F ⁻¹	W.m ⁻² .°C ⁻¹	5,6786
	BTU.h ⁻¹ .ft ⁻² .°F ⁻¹	kcal.h ⁻¹ .m ⁻² .°C ⁻¹	4,8826
Comprimento	in	mm	25,4
Condutividade térmica	BTU.h ⁻¹ .ft ⁻¹ .°F ⁻¹	W.m ⁻¹ .°C ⁻¹	1,7307
	kcal.h ⁻¹ .m ⁻¹ .°C ⁻¹	W.cm ⁻¹ .°C ⁻¹	0,01171
	cal.cm ⁻¹ .s ⁻¹ .°C ⁻¹	W.m ⁻¹ .°C ⁻¹	418,60
Difusividade térmica	ft ² .h ⁻¹	m ² .s ⁻¹	0,2581.10 ⁻⁴
Energia	cal	Joule	4,1859
	erg	Joule	1,000.10 ⁻⁷
	BTU	Joule	1054,35
	BTU	kcal	0,2520
Fluxo de calor	BTU.ft ² .h ⁻¹	W.cm ⁻²	3,154x10 ⁻⁴
	kcal.m ² .h ⁻¹	W.cm ⁻²	1,163x10 ⁻⁴
Massa	lbm	kg	0,4535
Massa específica	lbm.in ⁻³	kg.m ⁻³	2,767.10 ⁴
	lbm.ft ⁻³	kg.m ⁻³	16,019
Taxa de geração de calor por volume	BTU.h ⁻¹ .ft ³	W.m ⁻³	10,35
Temperatura	°F	°C	(F-32)*5/9

ÍNDICE REMISSIVO

A

- A Condução do Calor nos Sólidos 6
- A Conservação da Energia 11
- A Distribuição do Calor da Fonte de Energia 39
 - A Chama Oxigás 41
 - O Arco Elétrico 39
- A Energia Produzida pela Fonte 34
 - A Chama Oxigás 36
 - O Arco Elétrico 34
- A Equação de Fourier e os Coeficientes Físicos 3
- Adams 67
- Aplicações 79
 - Questões 80
 - Diagrama de Transformação em Resfriamento Contínuo 81
 - Efeito do Parâmetro de Dissipação do Calor 80
 - Peça Massiva 80
 - Resfriamento Natural 81
 - Soldagem por Resistência Elétrica (Ponto) 81
 - Temperatura de Interpasse 81
 - Temperatura de Pico (em superfície lateral) 80
 - Tempo de Resfriamento: Uma Questão, Várias Soluções... 80
 - Trinca Induzida pelo Hidrogênio (I) 80
 - Trinca Induzida pelo Hidrogênio (II) 80
 - Trinca por Corrosão Sob Tensão 81
 - Soluções 82
 - Diagrama de Transformação em Resfriamento Contínuo 92
 - Efeito do Parâmetro de Dissipação do Calor 82
 - Peça Massiva 82
 - Resfriamento Natural 92
 - Soldagem por Resistência Elétrica (Ponto) 91
 - Temperatura de Interpasse 92
 - Temperatura de Pico (em superfície lateral) 83
 - Tempo de Resfriamento: Uma Questão, Várias Soluções... 83
 - Trinca Induzida pelo Hidrogênio (I) 84
 - Trinca Induzida pelo Hidrogênio (II) 86
 - Trinca por Corrosão Sob Tensão 88
- Aquisição do Ciclo Térmico 25
 - Efeitos das Condições de Soldagem e Isotermas 28
 - O Ciclo Térmico 27
- arco elétrico
 - coeficiente de concentração 39
 - distribuição circular normal 39
 - distribuição da energia 39
 - distribuição Gaussiana hemisférica 40
 - energia de soldagem 34
 - fator de atraso 40
 - fluxo térmico 39
 - modelo elipsoidal duplo 40
 - potência do 34
 - raio convencional, ou característico 39
 - rendimento térmico 34, 35
 - arpoamento (termopares) 25

atraso, fator de 40

B

- Bessel (função de) 49, 50, 100
- bidimensional
 - eq. c/ dissipação térmica 49
 - equações diferenciais 48
 - início e fim da solda 50
 - modelo 48
 - modo de extração do calor 26
 - soldagem multipasse 76
 - solução da equação 49
 - taxa de resfriamento 70
 - taxa de resfriamento, c/ dissipação 71
 - temperatura máxima 67
 - tempo de resfriamento 74
- bitérmico (modo de extração do calor) 27

C

- calor
 - decisão entre os modos de extração 77
 - efeito das superfícies laterais
 - regime "intermediário" em 2D 55
 - equação, bidimensional 49
 - extração bidimensional 48
 - eq. c/ dissipação 49
 - simplificação devida a Rykalin 50
 - extração em regime intermediário 54
 - efeito das superfícies laterais 55
 - extração tridimensional 51
 - efeito das superfícies laterais 56
 - equação 52
 - fontes e sumidouros 14
 - interferência entre as ondas de 33
 - modos de extração do 26
 - quantidade de 3
 - taxa de resfriamento, bidimensional 70
 - taxa de resfriamento, tridimensional 71
 - temperatura máxima
 - extração bidimensional 67
 - extração tridimensional 68
- calor específico
 - a pressão constante 5
 - a volume constante 4
 - aços ao carbono 43
 - mistura argônio+2% oxigênio 43
- calor latente 5
- camada limite 10
- campo de temperaturas
 - assintoticamente estacionário 2
 - estado estacionário 1
 - intensidade do 2
 - não-estacionário 2
- Campo Vetorial (fluxo de um) 100
- capacidade térmica
 - a pressão constante 5

- a volume constante 4
 - volumétrica 5
 - Carslaw 34
 - chama oxi-acetileno, energia de soldagem 38
 - chama oxigás 36
 - distribuição da energia 41
 - potência efetiva linear 41
 - potência máxima 41
 - regiões de uma 36, 37
 - rendimento térmico 37, 38
 - Christensen 34
 - ciclo térmico 1, 27
 - aquisição do 25
 - bidimensional 48
 - efeito da condutividade térmica 29
 - efeito da difusividade térmica 29
 - efeito da temperatura de interpasse 30
 - efeito do pré-aquecimento 30
 - soldagem multipasse 76
 - coeficiente de saturação do calor 15
 - coeficientes físicos 42
 - caso geral 5
 - equações (de regressão) 43
 - valores dos 44
 - combustão completa, mistura oxigênio/acetileno 36
 - condição de contorno 1
 - de primeira espécie 9
 - de quarta espécie 11
 - de segunda espécie 9
 - de terceira espécie 10
 - Condições Iniciais e de Contorno 9
 - Casos Especiais 10
 - Combinação dos Coeficientes 10
 - Fluxo de Calor Determinado 9
 - Perda de Calor por Convecção 10
 - Perda de Calor por Radiação 9
 - Temperatura na Superfície 9
 - condução (taxa de calor perdido por) 11
 - condução do calor
 - em geral 1
 - equação 4
 - nos sólidos 1
 - condutância térmica 4
 - condutividade térmica 3
 - aços ao carbono 43
 - definição 4
 - efeito da microestrutura 6
 - mistura argônio+2% oxigênio 43
 - relação $c/$ a condutividade elétrica 44
 - Conservação da Energia (lei da) 11
 - convecção 1
 - coeficiente da dissipação do calor por 10
 - perda de calor por 10, 12
 - taxa do calor perdido por 11
 - Conversão de Unidades Usuais 113
 - corpo negro 9
 - corrente pulsada (TIG), ciclo térmico (modelo) 59
 - cratera 50, 52
- D**
- decisão (equações para) 77
 - taxa de resfriamento 77
 - temperatura de pico 78
 - tempo de resfriamento 78
 - Deduções 105
 - Diagrama de Transformação em Resfriamento
 - Contínuo
 - questão 81
 - solução 92
 - difusão do calor (equação diferencial geral) 7
 - Difusão Transiente do Calor: Generalidades 12
 - Corpo Semi-Infinito 12
 - Fontes e Sumidouros de Calor / Método de Imagens 14
 - difusividade térmica
 - a pressão constante 5
 - a volume constante 4
 - aços ao carbono 43
 - caso geral 5
 - significado físico 8
 - dissipação do calor
 - coeficiente combinado de 11
 - coeficiente de 15
 - parâmetro de 15
 - dissipação térmica 42
 - coeficiente total (alumínio, aços) 42
 - coeficiente total (MIG/MAG) 42
 - coeficientes combinados 42
 - por convecção na água 42
 - por convecção natural (no ar) 42
 - por radiação (no ar) 42
 - Dissipação Térmica e Coeficientes Físicos na Soldagem 42
 - distribuição de temperatura (peça finita e infinita) 48
 - divergente 99
 - Dorsch (taxa de resfriamento) 74
- E**
- Efeito do Parâmetro de Dissipação do Calor
 - questão 80
 - solução 82
 - eletrodo tubular (tempo de resfriamento) 76
 - emissividade
 - alumínio, aços 42
 - da superfície 9
 - energia
 - arco elétrico 34
 - conservação da 11
 - produzida pela fonte 34
 - energia de soldagem
 - arco elétrico 35
 - chama oxi-acetileno 38
 - repartição da 35
 - entalpia
 - por volume unitário 5
 - variação $c/$ o tempo 11
 - Erro, ou de Gauss
 - função complementar de 102
 - função de 102
 - espessura finita (3D) 62
 - espessura relativa da peça 78
 - estado
 - não estacionário 61
 - quase-estacionário 46
 - não se aplica 50
 - Estado Limite: Estados Estacionário e Quase-Estacionário 15
 - Euler (constante de) 21, 103
 - Exponencial Integral (função) 103
 - extração do calor na soldagem, modos de 26
- F**
- fluxo de calor unidirecional 7
 - fluxo térmico na soldagem
 - distribuição normal, ou Gaussiana 39

- efeito sobre a junta soldada 1
 equação do 3
 equação geral (Rosenthal) 47
 taxa do 4
 teorias sobre 33
 fonte de energia
 "interna" 54
 nomal circular 41
 singularidade no contorno da 47
 tipo linha 48
 tipo ponto 51
 Fonte em Movimento Sobre a Superfície de um Sólido 21
 Fonte Tipo Linha 23
 Fonte Tipo Plano 23
 Fonte Tipo Ponto 21
 Fontes Contínuas Concentradas (Sólido Infinito) 20
 Fonte Tipo Linha 20
 Fonte Tipo Plano 21
 Fonte Tipo Ponto 20
 Fontes Instantâneas Concentradas (Sólido Infinito) 17
 Difusão Tridimensional (3D) do Calor (Fonte Tipo Ponto) 17
 Difusão Unidimensional (1D) do Calor (Fonte Tipo Plano) 18
 Fontes Instantâneas Concentradas (Sólido Semi-Infinito) 18
 Comparação entre os Processos de Difusão 19
 Difusão Bidimensional (2D) do Calor 18
 Difusão Tridimensional (3D) do Calor 18
 Difusão Unidimensional (1D) do Calor 19
 Fontes Instantâneas Concentradas (Sólido Infinito)
 Difusão Bidimensional (2D) do Calor (Fonte Tipo Linha) 17
 força
 de cisalhamento (ou de Marangoni) 12
 de flutuação 12
 do arco elétrico 12
 eletromagnética (ou de Lorentz) 12
 Fourier (equação de) 3
 fronteira (contorno) isotérmica, adiabática 14
 Fundamentos da Condução do Calor nos Sólidos 1
- G**
- Gama (função) 102
 gradiente de temperatura 2
 valor escalar 4
 Gradiente ou Operador Diferencial 99
- I**
- Índice Analítico ix
 intermediária (extração do calor)
 equações 54
 modo de 26
 taxa de resfriamento 72
 temperatura máxima 68
 interna, fonte de energia 54
 isoterma 28
 comparação entre alumínio e aços 29
 efeito da velocidade de soldagem 29
 liquidus 11
 poça de fusão 48
 superfícies isotérmicas 2
- J**
- Joule (efeito) 45
- L**
- Laplace (operador de) 99
 Laplaciano 7
 c/ fontes e sumidouros de calor 8
 condutividade térmica varia c/ a temperatura 8
 p/ uma barra 7
 p/ uma chapa muito fina 7
 linha (fonte de energia tipo) 48
- M**
- MAG (tempo de resfriamento) 75
 massa específica (mistura argônio+2% oxigênio) 43
 material (tipo de), efeito sobre as isoterms 29
 método de imagens 14
 métodos numéricos 63
 MIG/MAG (dissipação térmica) 42
 modelo
 devido a Rykalin 47
 devido a Wells 47
 eq. diferencial geral (Rosenthal) 46
 modelos utilizados na soldagem 45
 modo de extração do calor
 bidimensional (2D) 26
 bitérmico 27
 decisão entre 77
 intermediário (2,5D) 26
 tridimensional (3D) 26
 tritérmico 27
 multipasse (soldagem) 76
- N**
- não estacionário
 bidimensional 61
 espessura finita (3D) 62
 tridimensional 61
 Notação Matemática 99
- O**
- ondas de calor (interferências entre) 33
 Os Modelos para a Soldagem 33
 Considerações sobre o Pré-Aquecimento 64
 Espessura Finita em 3D 62
 Métodos Numéricos 63
 Soldagem com Corrente Pulsada (TIG) 59
 Os Principais Modelos Utilizados na Soldagem 45
 Efeito das Superfícies Laterais (Extração 3D) 56
 Modelo Devido a Rosenthal 56
 Simplificação Devido a Wells 56
 Efeito das Superfícies Laterais (Regime "Intermediário") 55
 Modelo Devido a Rosenthal 55
 Simplificação Devida a Wells 56
 Estado Não Estacionário 61
 Extração Bidimensional do Calor 61
 Extração Tridimensional do Calor 61
 Extração Bidimensional do Calor 48
 Início e Fim da Solda 50
 Modelo Devido a Roberts 48
 Modificações Devidas a Wells 50
 Simplificação Adicional Devida a Rykalin 50
 Extração do Calor em Regime "Intermediário" (2,5D) 54
 Extração Tridimensional do Calor 51
 Início e Fim da Solda 52
 Modelo Devido a Rosenthal 51
 Modificação Devida a Wells 53

- Simplificação Adicional Devida a Rykalin 53
 Fonte de Energia “Interna” 54
 Soldagem por Resistência Elétrica (Ponto) 57
- P**
- Peça Massiva
 questão 80
 solução 82
- pico (temperatura de) 67
- poça de fusão 11
 equilíbrio da energia no contorno 11
 largura da 50
- Poisson (equação de) 8
- ponto
 fonte de energia tipo 51
 quente 26
- potência do arco elétrico 34
- Prandtl (número de) 43
- pré-aquecimento
 efeito sobre o ciclo térmico 30
 homogêneo, localizado 64
 tipo de 64
- Prefácio vii
- Princípio da Sobreposição 13
- propriedades térmicas, valores das 44
- R**
- radiação 1, 9
 perda de calor por 12
- Referências Bibliográficas 109
- rendimento térmico 35
 arco elétrico 34
 valores 35
- resfriamento
 natural do sólido 15
 taxa máxima de 27
- Resfriamento Natural
 questão 81
 solução 92
- resistência
 elétrica (variação dinâmica) 57
 térmica 4
- resistência elétrica (soldagem por) 57
- resistividade elétrica (variação $c/$ a temperatura) 44
- Reynolds (número de) 42
- Roberts 34
 equação $p/$ extração bidimensional 48
 modelo devido a 48
- Rosenthal 34
 extração bidimensional, modif. da eq. 49
 extração tridimensional 51
- Rykalin 34
 extração bidimensional (simplificação) 50
 extração tridimensional (simplificação) 53
- S**
- Símbolos & Unidades 95
- sistema de coordenadas
 cilíndricas 7
 esféricas 8
- soldagem
 com corrente pulsada (TIG) 59
 energia de 35
 fonte em movimento (dedução da eq.) 46
 multipasse 76
 por resistência elétrica (ponto) 57
 por Resistência Elétrica, taxa de resfriamento 73
 potência nominal 35
 principais modelos utilizados na 45
 premissas 45
 repartição da energia de 35
 subaquática molhada, taxa de resfriamento 73
- soldagem multipasse
 temperatura, taxa de resfriamento 76
- Soldagem por Resistência Elétrica (Ponto)
 questão 81
 solução 91
- sólido semi-infinito
 gradiente de temperatura 16
 justificativa do conceito 45
 taxa de resfriamento 16
 temperatura sob a superfície 16
- Stefan-Boltzmann (lei de, constante) 9
- subaquática
 soldagem, taxa de resfriamento 73
 substituição $\alpha=1/(2\lambda)$ 46
- superfície, efeito da (temperatura máxima) 69
- superfícies laterais
 efeito das (intermediário) 55
 efeito das (tridimensional) 56
- T**
- Tanaka 34
- taxa de resfriamento 27
 bidimensional 70
 bidimensional, $c/$ dissipação 71
 início e fim da solda, bidimensional 71
 início e fim da solda, tridimensional 72
 intermediária 72
 simplificação da eq. de Rosenthal (3D) 74
 soldagem multipasse 76
 soldagem por resistência elétrica 73
 soldagem subaquática molhada 73
- temperatura
 ciclo térmico, bidimensional 48
 ciclo térmico, tridimensional 51
 de equalização 55
 de interpasse 30
 de pico 27, 67
 de pré-aquecimento 9
 distribuição espacial 29
 extração bidimensional (atrás da fonte de energia) 51
 máxima 27, 67
 extração tridimensional do calor 68
 máxima, regime intermediário 68
 métodos numéricos 63
 regime intermediário, superfícies laterais 55
 registro da 26
 transientes de 33
- Temperatura de Interpasse
 questão 81
 solução 92
- Temperatura de Pico (em superfície lateral)
 questão 80
 solução 83
- temperatura máxima
 bidimensional 67
 tridimensional 68
 tridimensional, casos especiais 69
- Temperatura Máxima / Taxa & Tempo de Resfriamento 67
 Extração Bidimensional do Calor 70

- Taxa de Resfriamento 70
 - Extração "Intermediária" do Calor 72
 - Extração Tridimensional do Calor 71
 - Simplificação da Equação de Rosenthal em 3D 74
 - Soldagem por Resistência Elétrica 73
 - Soldagem Subaquática Molhada 73
 - Temperatura Máxima 67
 - Extração Bidimensional do Calor 67
 - Extração do Calor "Intermediária" 68
 - Tempo de Resfriamento
 - Correção das Equações 74
 - Extração Bidimensional do Calor 74
 - Extração Tridimensional do Calor 74
 - Generalização das Equações 75
 - Soldagem com Eletrodo Tubular 76
 - Soldagem MAG 75
 - tempo de resfriamento 27, 74
 - Tempo de Resfriamento: Uma Questão, Várias Soluções...
 - questão 80
 - solução 83
 - termopar
 - arpoamento 25
 - inserção "in situ" 25
 - temperatura de operação 25
 - tipo de 26
 - tridimensional
 - ciclo térmico 51
 - efeito das superfícies laterais 56
 - equações diferenciais 52
 - início e fim da solda 52
 - modelo 51
 - modo de extração do calor 26
 - multipasse 77
 - solução da equação 52
 - taxa de resfriamento 71
 - taxa de resfriamento, início e fim da solda 72
 - temperatura máxima 68
 - tempo de resfriamento 74
 - Trinca Induzida pelo Hidrogênio (I)
 - questão 80
 - solução 84
 - Trinca Induzida pelo Hidrogênio (II)
 - questão 80
 - solução 86
 - Trinca por Corrosão Sob Tensão
 - questão 81
 - solução 88
 - tritêmico (modo de extração do calor) 27
- V**
- velocidade de propagação da isoterma 8
 - velocidade de soldagem, efeito sobre as isotermas 29
 - vetor fluxo térmico (escalar) 3
 - Vetores Base (ou Unitários) 99
- W**
- Wells 47
 - extração bidimensional (modificações) 50
 - extração tridimensional (modificações) 53