A física em baixo número de Reynolds e o método de regularização de Stokeslets

Autor: Henrique Nunes Lengler

Orientador: Sandra Prado/Silvio Dahmen

Introdução

Quando as forças de viscosidade são dominantes, e as forças de inércia são desprezíveis, o comportamento físico dos fluidos apresenta características não intuitivas: não há movimento inercial e as equações mecânicas do fluido não dependem do tempo. São nestas condições que os micro-organismos vivem, e com estas propriedades que precisam lidar para se locomoverem. Neste trabalho, utilizamos o método de regularização de Stokeslets para a simulação de um simples nadador microscópico.

Método de regularização de Stokeslets

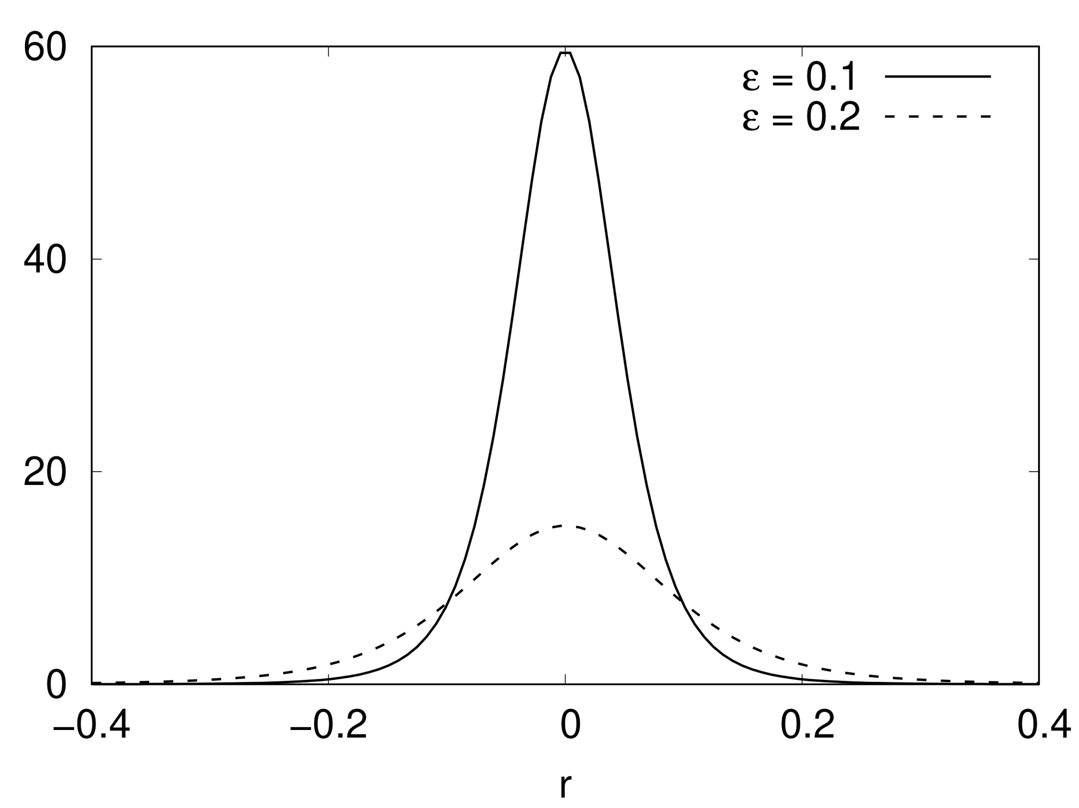
A equação de Navier-Stokes para fluidos newtonianos e incompressíveis pode ser simplificada pela eliminação dos termos inerciais e dependentes do tempo.

$$\rho\cancelto{0}{\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla\boldsymbol{u}} = -\nabla p + \mu\nabla^2\boldsymbol{u}+\boldsymbol{F}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0$$

A equação então passa a ser linear. O método de regularização de Stokeslets consiste na busca por soluções de Green regularizadas, e no cálculo do escoamento do fluido pela superposição destas soluções. Usamos funções do tipo $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{f}_0\phi_\epsilon(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0)$. A função ϕ_ϵ é radialmente simétrica e normalizada. Por exemplo:

$$\phi_\epsilon=\frac{15\epsilon^4}{8\pi(r^2+\epsilon^2)^{7/2}}$$



Soluções

A solução para a velocidade, para uma certa escolha de ϕ_ϵ fica:

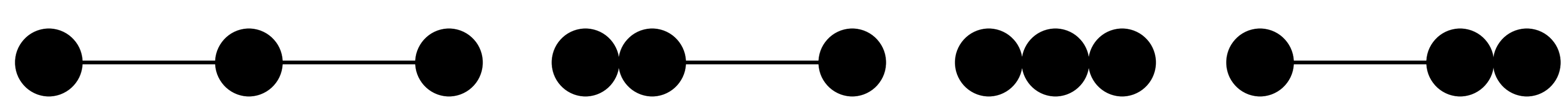
$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})=\sum_{k=1}^{N}\boldsymbol{f}_k\ F1(\boldsymbol{r}_k,\epsilon)+[\boldsymbol{f}_k\cdot(\boldsymbol{r}_k)](\boldsymbol{r}_k)\ F2(\boldsymbol{r}_k,\epsilon)$$

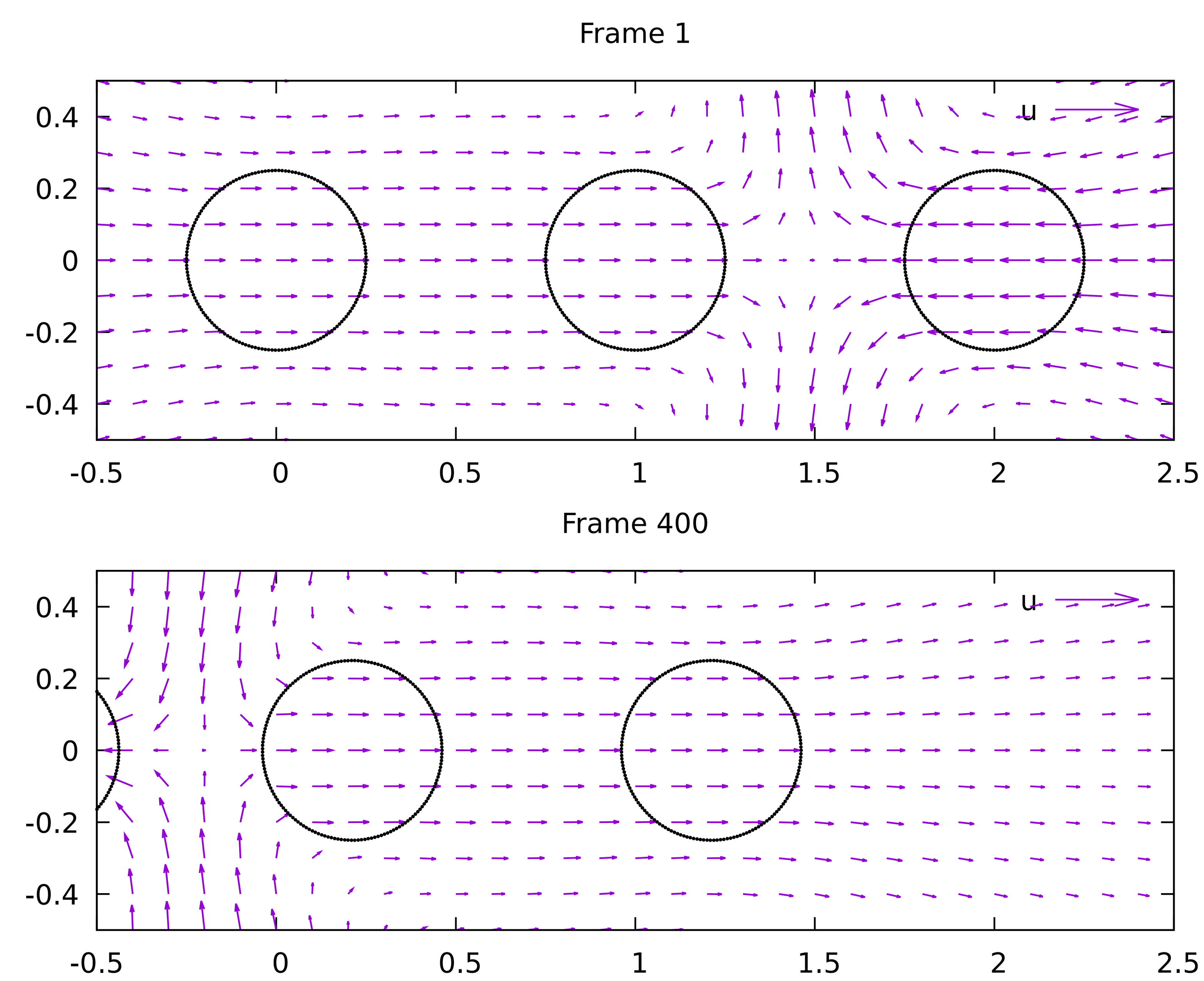
Onde $F1$ e $F2$ são funções conhecidas. Esta solução permite o cálculo direto velocidade do fluido, dadas as forças $\boldsymbol{f}_k$ de interação. Mas sabendo apenas as velocidades, ao aplicarmos a condição de não deslizamento (no slip) em cada ponto podemos obter as forças resolvendo uma equação matricial do tipo:

$$\mathcal{U}=\mathcal{M}\mathcal{F}$$

Conclusão

Aplicamos este método para a simulação de um nadador simples, que consiste em três esferas ligadas, que executam uma sequência de movimentos não simétrica, quebrando a reversibilidade temporal. As simulações permitem uma visualização do escoamento causado pelo nadador e mostram que ele é capaz de se locomover como o esperado.





Referências

E. M. Purcell. *Life at low Reynolds number*. American Journal of Physics, 45 (1977).

R. Cortez. *The Method of Regularized Stokeslets*. SIAM J. Sci. Comput., 23 (2001).