



### APERFEIÇOAMENTO DA TÉCNICA MCMC PARA OBTENÇÃO DE PARÂMETROS ESTRUTURAIS DE POPULAÇÕES ESTELARES

**ROBERTA RAZERA (IF/UFRGS)**

Orientador: Basílio Santiago (IF/UFRGS)

#### 1 Introdução

Na Astronomia, é muito comum termos que lidar com conjuntos incompletos de dados.<sup>1</sup> Isto dificulta processos de ajustes de modelos aos dados por inferência estatística. Neste trabalho, procuramos contornar os efeitos da incompletude de dados em regiões centrais de aglomerados estelares sobre ajustes do perfil de densidade usando a técnica Markov Chain Monte Carlo (MCMC).

#### O QUE É MCMC?

A técnica MCMC é utilizada para encontrar o conjunto de parâmetros para o qual as observações são mais prováveis. Dado um certo modelo descrito por conjuntos de parâmetros e dados, o MCMC retorna a função distribuição posterior de probabilidade sobre o espaço de parâmetros do modelo.<sup>2</sup>

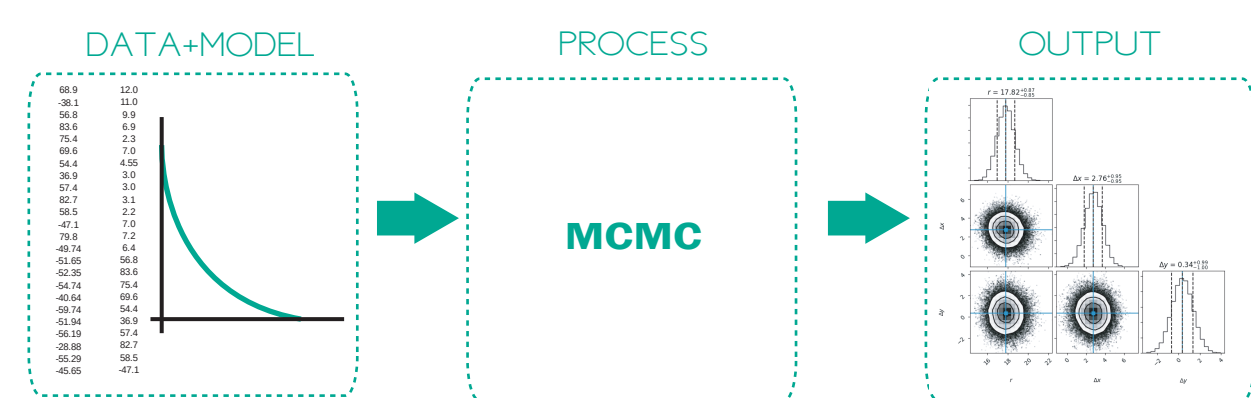


Figura 1 Esquemática do funcionamento do método MCMC.

#### 2 Método

##### genCMD

Nosso estudo iniciou-se fazendo simulações de aglomerados estelares, utilizando o código genCMD.<sup>[1]</sup> Simulamos populações estelares simples (Fig. 2) e reproduzimos o efeito de incompletude de dados (Fig. 3).

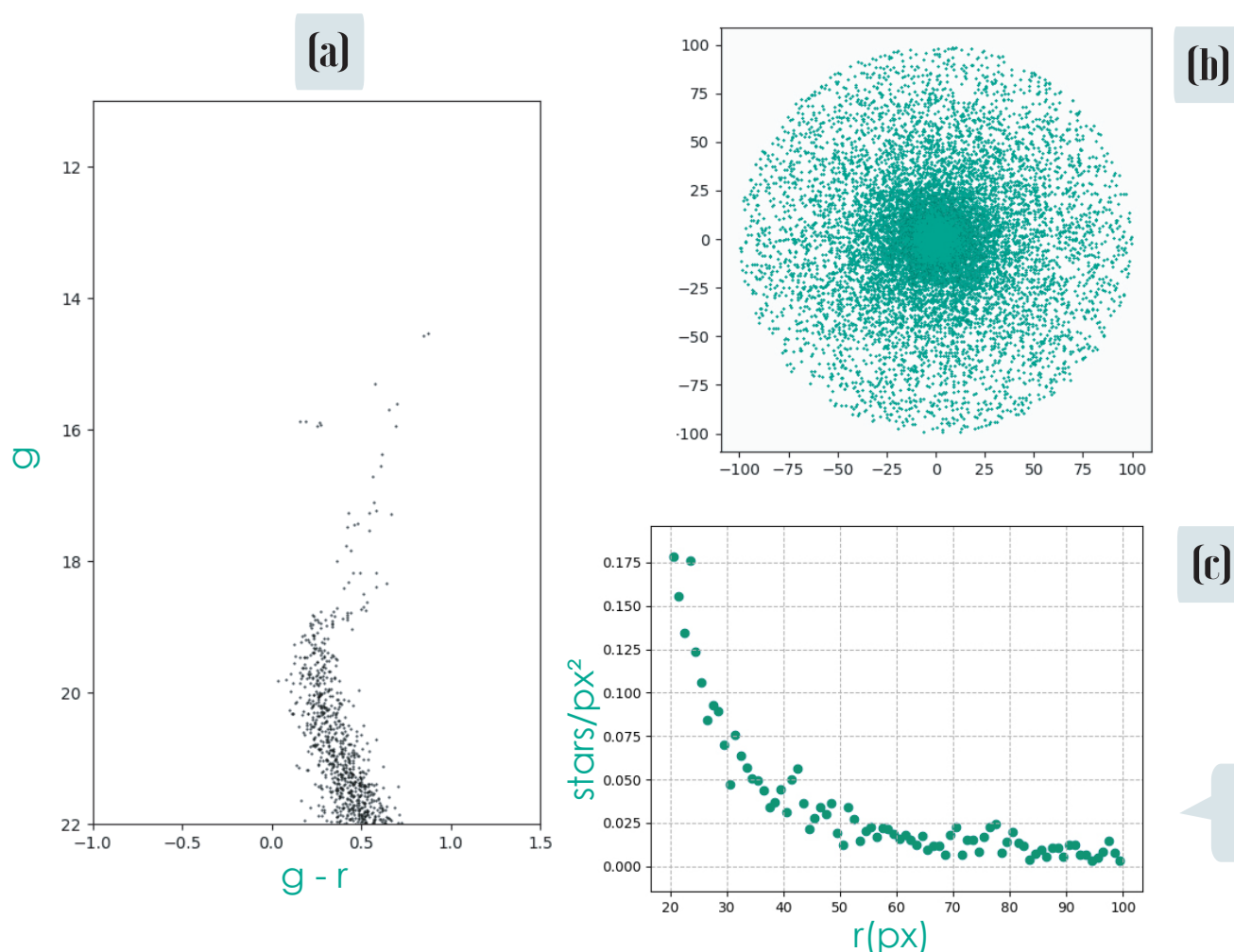


Figura 2 População estelar simples gerada com o genCMD. (a) Diagrama Cor-Magnitude. (b) Distribuição espacial. (c) Perfil de densidade binado.

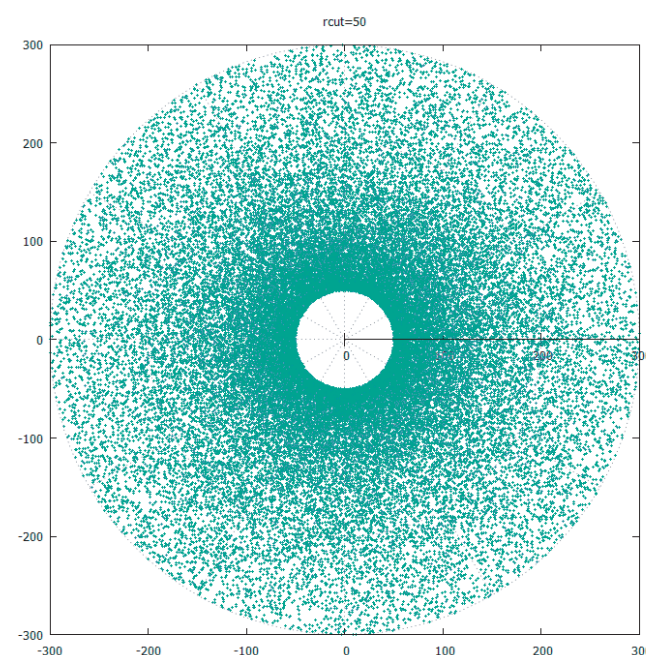


Figura 3

Simulação de um aglomerado com efeito de adensamento estelar.

#### IMPLEMENTAÇÃO NO MCMC

Para encontrar o conjunto de parâmetros  $(p_1, p_2, \dots, p_j)$  para os quais as observações se tornam mais prováveis, temos que maximizar a função likelihood,  $\mathcal{L}$ , que é dada por:

$$\mathcal{L}(p_1, p_2, \dots, p_j) = \prod_i \mathcal{L}_i(p_1, p_2, \dots, p_j) \quad (1)$$

onde  $\mathcal{L}_i(p_1, p_2, \dots, p_j)$  é a probabilidade de encontrar o dado  $i$ , e acaba sendo o próprio perfil.

Neste trabalho, simulamos efeito de adensamento em aglomerados com simetria circular, seguindo o perfil de Hubble Modificado.<sup>3</sup> Aplicando o produto, a implementação feita na região sem dados ( $r < r_{cut}$  (raio de corte)) é:

$$P = \prod_{i=1}^M \frac{s_0}{1+(r/rc)^2} = M \ln(s_0) - \sum_{i=1}^{N \text{ bins}} N_j \ln\left(\frac{s_0}{1+(r_j/rc)^2}\right) \quad (2)$$

M: número de estrelas previsto por cada modelo no intervalo onde não há dados ( $r < r_{cut}$ ).

$N_j^*$ : número esperado de estrelas dentro do bin espacial  $j$ .

#### 3 Resultados

$r_{cut}$	$r_c$ ajustado
5	1.75
10	19.48
15	29.86
20	29.97
30	29.99
40	29.99
50	29.99
60	29.99
70	29.99

Tabela 1

Resultados obtidos utilizando a implementação da Eq. 2 na likelihood. O objeto em questão possui  $r_c = 10$  e raio de truncagem = 100. A partir de  $r_{cut} = 10 = r_c$ , o valor converge para o limite superior do espaço do parâmetro do raio de core ( $10 < r_c < 30$ ).

A Tab. 1 mostra que a implementação realizada não recuperou os parâmetros conforme se esperava. Também fizemos testes empíricos, onde ao invés de (2) usamos o número esperado de estrelas que contribuem para a incompletude (em  $r < r_{cut}$ ). Isto funciona melhor apenas em situações de incompletude severa ( $r_{cut} \geq 4r_c$ ), conforme mostra a Figura 4.

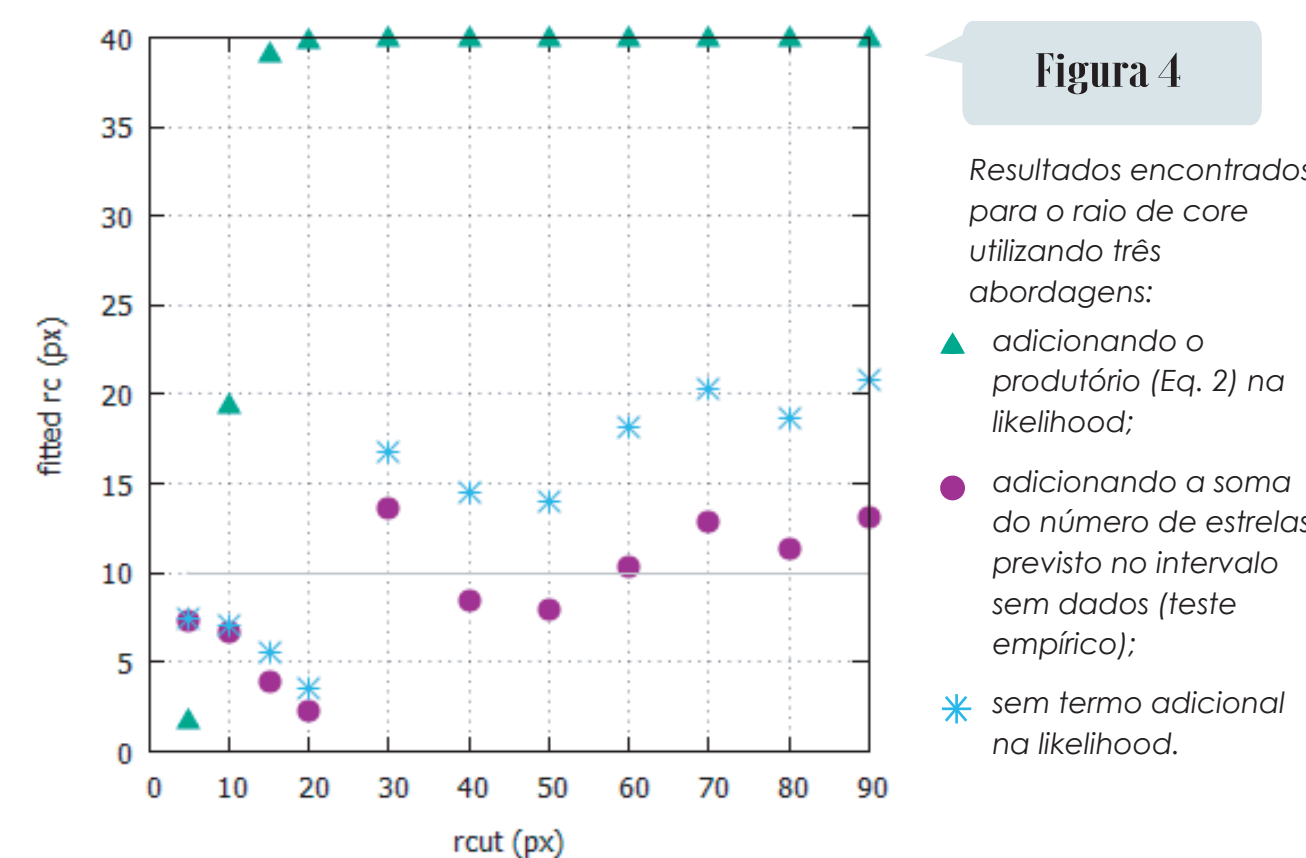


Figura 4

Resultados encontrados para o raio de core utilizando três abordagens:   
▲ adicionando o produto (Eq. 2) na likelihood;   
● adicionando a soma do número de estrelas previsto no intervalo sem dados (teste empírico);   
\* sem termo adicional na likelihood.

#### 4 Conclusão

Em nosso segundo ano de IC, aprendemos a simular populações estelares com o genCMD e tentamos implementar no MCMC uma rotina que permita-nos utilizar o método em casos onde há incompletude de dados.

Tiramos algumas conclusões importantes deste trabalho. Vemos que a incompletude dos dados dificulta muito a obtenção dos parâmetros estruturais de aglomerados, mesmo em um modelo simples como o Hubble modificado com simetria circular. A melhor alternativa até então, mesmo sendo um resultado puramente empírico, foi a inclusão na likelihood de um termo igual ao número esperado de estrelas que contribuem para a incompletude (em  $r < r_{cut}$ , ver Figura 4).

#### 5 Referências

[1] Eduardo Balbinot, 2014. Disponível em <https://github.com/balbinot/gencmd>

1 Por exemplo, aglomerados ricos e densos, em que pode ocorrer o efeito de crowding, levando à incompletude dos dados na região central do objeto.

2 A mediana desta distribuição constitui uma estimativa dos valores mais prováveis dos parâmetros do modelo e cuja largura informa as incertezas nos mesmos.

3 O perfil de Hubble Modificado é dado por  $n(r) = \frac{s_0}{1+(r/rc)^2}$   $\left\{ \begin{array}{l} s_0: \text{a densidade central} \\ rc: \text{raio de core} \end{array} \right.$