

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

**JOÃO RICARDO RODRIGUES MOREIRA**

**ESTIMATIVAS PARA A TAXA NATURAL DE JUROS NO BRASIL APÓS A  
ADOÇÃO DO REGIME DE METAS DE INFLAÇÃO**

**Porto Alegre**

**2018**

**JOÃO RICARDO RODRIGUES MOREIRA**

**ESTIMATIVAS PARA A TAXA NATURAL DE JUROS NO BRASIL APÓS A  
ADOÇÃO DO REGIME DE METAS DE INFLAÇÃO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Savino Portugal

**Porto Alegre**

**2018**

Moreira, João Ricardo Rodrigues  
Estimativas para a taxa natural de juros no Brasil  
após a adoção do regime de metas de inflação / João  
Ricardo Rodrigues Moreira. -- 2019.  
60 f.  
Orientador: Marcelo Savino Portugal.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul, Faculdade de Ciências Econômicas,  
Programa de Pós-Graduação em Economia, Porto Alegre,  
BR-RS, 2019.

1. Taxa natural de juros. 2. Hiato dos juros. 3.  
Política monetária. 4. Filtro de Kalman. I. Portugal,  
Marcelo Savino, orient. II. Título.

**JOÃO RICARDO RODRIGUES MOREIRA**

**ESTIMATIVAS PARA A TAXA NATURAL DE JUROS NO BRASIL APÓS A  
ADOÇÃO DO REGIME DE METAS DE INFLAÇÃO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Aprovada em: Porto Alegre, 22 de Fevereiro de 2019.

BANCA EXAMINADORA:

---

Prof. Dra. Andreza Aparecida Palma  
UFSCAR

---

Prof. Dr. João Fróis Caldeira  
UFRGS

---

Prof. Dr. Ronald Otto Hillbrecht  
UFRGS

## AGRADECIMENTOS

Seja por educação ou por hábito, o fato é que a gente vive dizendo obrigado na vida. Escrever isso aqui, contudo, é uma outra história. Esse obrigado vai ficar documentado e a gente não sabe se terá novas oportunidades como essa. Diante dessa reflexão, eu acho que nossos agradecimentos se tornam muito mais verdadeiros. Pelo menos comigo foi assim.

Eu gostaria de agradecer ao meu professor e orientador, Marcelo Portugal, com quem aprendi muito durante o mestrado e a orientação. Poder trabalhar com ele foi uma das experiências mais legais que o curso me proporcionou; à todos os meus amigos do PPGE, desde meus colegas de sala até os parceiros de pelada. Porto Alegre teria sido uma missão impossível sem isso; ao pessoal da UEE da Fiergs, pela convivência agradável e pelas discussões sobre economia; aos professores membros da banca examinadora, pelos comentários e sugestões enriquecedoras e; aos demais professores e funcionários do PPGE.

A minha mais sincera gratidão à minha mãe, Clara, por ser o alicerce fundamental em minha vida e ao meu pai, Jonatas, por ser quem eu ainda quero ser quando crescer. Devo tudo ao ambiente zeloso em que meus pais me criaram e ao apoio incondicional que recebo até hoje. O amor dos dois é inesgotável e sou muito feliz por isso.

Estendo os meus agradecimentos à toda a minha família e, em particular, aos meus irmãos Aninha, Daniel e Dudu, pela alegria de tê-los em minha vida. Não poderia deixar de agradecer à minha sobrinha Julinha, esse presente que nossa família ganhou em 2013 e que eu morro de saudades quando estou longe.

Um muito obrigado também aos meus amigos de longa data, que são como irmãos para mim.

Agradeço, por fim, à minha namorada e companheira, Berta, por todo carinho e atenção ao longo da nossa caminhada. Tenho muita sorte de tê-la ao meu lado.

Valeu

## RESUMO

Este trabalho estima a taxa natural de juros no Brasil para o período que vai do terceiro trimestre de 1999 até o primeiro trimestre de 2018. Para isso, utiliza-se o modelo seminal de Laubach e Williams (2003) sob a reespecificação proposta em Holston, Laubach e Williams (2017). Os resultados apontaram para uma taxa natural com tendência descendente, que atingiu seus mínimos históricos durante a recessão de 2015-2016. Na última observação da amostra, a taxa natural foi de 1,4% a.a. para a *ex-ante* e 0,4% a.a. para a *ex-post*. Além disso, através da diferença entre a taxa real de juros e a taxa natural, identificaram-se três períodos na condução da política monetária no Brasil. O primeiro, que vai de 1999 até 2007, é chamado de fase de adaptação, caracterizado por uma política contracionista após a adoção do regime de metas. O segundo, que começa em 2007 e vai até 2014, transitou de uma política neutra para uma expansionista. Já o terceiro se iniciou em 2014 e foi marcado por estímulos contracionistas em um ambiente econômico recessivo. Como exercício de comparação, se estimou a taxa natural a partir de duas metodologias alternativas. A primeira, cujos resultados corroboraram as estimativas do modelo de Holston, Laubach e Williams (2017), calcula a taxa natural através dos spreads na curva de juros e de variáveis macroeconômicas. A segunda metodologia alternativa, contudo, por utilizar fundamentos econômicos de longo prazo, estimou uma taxa natural diferente durante a recessão, influenciada pela concomitante deterioração fiscal.

**Palavras-chave:** Taxa natural de juros. Hiato dos juros. Política monetária. Filtro de Kalman.

## ABSTRACT

This dissertation estimates the natural rate of interest (NRI) for Brazil between the third quarter of 1999 and the first quarter of 2018. The seminal model proposed by Laubach and Williams (2003) and re-specified by Holston, Laubach and Williams (2017) is used. Results indicate an NRI with a downward trend, with the lowest values during the 2015-2016 recession. In the last observation of the sample, the NRI was 1.4% per annum (p.a.) for the ex-ante and 0.4% p.a. for the ex-post rate. By analyzing the difference between the real interest rate (RIR) and the NRI, three periods were identified in the conduct of monetary policy in Brazil. The first one, from 1999 to 2007, is called adaptation phase and is characterized by a contractionary policy after the adoption of the inflation-targeting regime. The average RIR was 12.2% for the period compared to an average NRI of 6.9%. The second period, from 2007 to 2014, went from a neutral policy to an expansionary one, with an average RIR of 5.1% compared to an NRI of 7.1%. The third period began in 2014 and was characterized by a contractionary impulse in a recessive economic environment. In that period, the average RIR was 6.7% against an NRI of 3.8%. For the sake of comparison, the NRI was estimated using two alternative methods. The first method, based on Basdevant, Björkstén and Karagedikli (2004), produced similar results to the ones mentioned above. The second alternative method, based on Bicalho and Goldfajn (2011), used long-term economic fundamentals and did not capture the decrease in the NRI during the recession, as pointed out by the other methods. This occurred because of the inclusion of variables associated with public debt, which went up dramatically during the Brazilian recession.

**Keywords:** Natural rate of interest. Interest rate gap. Monetary policy. Kalman Filter.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>8</b>
<b>2</b>	<b>TAXA NATURAL DE JUROS: CONCEITO E ESTIMATIVAS.....</b>	<b>11</b>
2.1	O CONCEITO DE TAXA NATURAL DE JUROS .....	11
2.2	ESTRATÉGIAS DE ESTIMAÇÃO .....	15
2.3	APLICAÇÕES AO BRASIL.....	16
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>20</b>
3.1	O MODELO DE LAUBACH E WILLIAMS .....	20
3.2	EM FORMATO DE ESTADO-ESPAÇO .....	24
<b>4</b>	<b>ESTIMAÇÃO.....</b>	<b>27</b>
4.1	DADOS.....	27
4.2	ALGUMAS CONSIDERAÇÕES ANTES DOS RESULTADOS.....	29
4.3	RESULTADOS .....	31
<b>5</b>	<b>MODELOS ALTERNATIVOS E COMPARAÇÕES .....</b>	<b>38</b>
5.1	MODELO DE SPREAD DE CURVA DE CURVA DE JUROS COM COMPONENTES ESTRUTURAIS .....	38
5.2	MODELO COM FUNDAMENTOS ECONÔMICOS DE LONGO PRAZO E FATORES EXTERNOS.....	42
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>46</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>48</b>
	<b>ANEXO A - SÉRIE HISTÓRICA DE VARIAÇÃO ANUAL DO PIB .....</b>	<b>54</b>
	<b>ANEXO B - EXTENSÃO DA SÉRIE HISTÓRICA DAS EXPECTATIVAS S UAVIZADAS DO BOLETIM FOCUS.....</b>	<b>55</b>



<b>ANEXO C - REPLICAÇÃO DOS RESULTADOS DE HOLSTON, LAUBACH E WILLIAMS (2017).....</b>	<b>56</b>
<b>ANEXO D - SÉRIES UTILIZADAS NA ESTIMAÇÃO DO MODELO DE HOLSTON, LAUBACH E WILLIAMS.....</b>	<b>57</b>
<b>ANEXO E - COMPARAÇÃO ENTRE TNJ EX-ANTE E EX-POST PELO OBTIDAS PELO MODELO DE HOLSTON, LAUBACH E WILLIAMS (2017) .....</b>	<b>58</b>
<b>ANEXO F - GRÁFICO DE COMPARAÇÃO DO HLW ALISADO E FILTRADO .....</b>	<b>59</b>
<b>ANEXO G - RESULTADO DO MODELO COM FUNDAMENTOS DE LONGO PRAZO E VARIÁVEIS EXTERNAS .....</b>	<b>60</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Em sentido amplo, a taxa natural de juros (TNJ a partir de agora) pode ser definida como a taxa de juros real consistente com produto crescendo em nível potencial e estabilidade de preços. A TNJ é uma variável não observável, e sua relevância decorre de sua importância como *benchmark* para a política monetária. Como bem argumentado por Bomfim (2001), a informação contida na taxa de juros de uma economia diz muito pouco sobre o estado da política monetária em termos de incentivo ou desincentivo à atividade econômica. É necessária, portanto, uma referência de equilíbrio.

Nesse sentido, diz-se que a política monetária é expansionista quando a taxa real de juros se encontra abaixo da TNJ e contracionista caso contrário. Sob esta lógica, se a taxa real está abaixo da taxa natural, estimula-se a atividade econômica e, conseqüentemente, o recrudescimento de pressões inflacionárias. Da mesma forma, quando a taxa real está acima da TNJ, a demanda agregada desacelera e a inflação se reduz<sup>1</sup>.

Desde sua introdução por Wicksell no século XIX, a TNJ alternou entre períodos de maior e menor prestígio na literatura. Mais recentemente, contudo, motivada pela adoção do regime de metas de inflação por uma parte significativa dos bancos centrais ao redor do mundo, a TNJ recebeu atenção especial. A ideia de uma taxa de juros que estabilizasse a inflação ganhou ainda mais apelo com a adoção de um objetivo operacional por parte dos bancos centrais.

No Brasil, isso não foi diferente. O regime de metas foi adotado em 1999 e desde então o interesse pela TNJ é cada vez maior<sup>2</sup>. Atualmente, já existe um conjunto considerável de trabalhos que estimam a taxa natural para o Brasil<sup>3</sup>. Nesse sentido, o objetivo desta dissertação é contribuir com tal literatura, estimando a taxa para o período que vai da implantação do regime de metas de inflação (terceiro trimestre de 1999) até o primeiro trimestre 2018. Com isso, é possível observar os estados da política monetária durante os quase vinte anos de vigência do regime. Além disso, também se permite analisar o comportamento da TNJ durante a grande recessão vivida pela economia brasileira nos últimos anos. Segundo dados do IBGE, no biênio 2015-2016, o Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro

---

<sup>1</sup> A diferença entre a taxa de juros real e a TNJ é também chamada de hiato dos juros. Quando o hiato é positivo, por exemplo, o estímulo monetário é considerado contracionista e, se o hiato for nulo, a política monetária é considerada neutra.

<sup>2</sup> A melhor medida desse movimento são os comunicados recentes do Comitê de Política Monetária do Banco Central do Brasil, que vêm citando constantemente a taxa de juros estrutural (conceito equivalente à TNJ) como um referencial em suas decisões.

<sup>3</sup> Por exemplo, Barcelos Neto e Portugal (2009) e Gottlieb (2013).

encolheu 7,0%, se configurando na maior recessão, nesta base de comparação, desde o início da série histórica, iniciada em 1901<sup>4</sup>.

A metodologia escolhida para a estimação é o modelo de Holston, Laubach e Williams (2017), que estima a TNJ em conjunto com o produto potencial<sup>5</sup>. Trata-se de uma reespecificação do modelo de Laubach e Williams (2003), amplamente reconhecido pela literatura. Cabe observar que, em função da existência de múltiplos máximos locais na função de verossimilhança, executou-se uma ligeira modificação em sua forma de aplicação, com o objetivo de tornar as estimativas mais estáveis.

Os resultados indicaram uma TNJ com tendência decrescente, principalmente durante a crise atual, atingindo 1,4% a.a. no primeiro trimestre de 2018, o mínimo da série histórica estimada. A média da TNJ durante o período foi de 6,4% ao ano. Além disso, evidenciaram-se três momentos distintos na condução da política monetária ao longo da amostra. No primeiro, que vai de 1999 até meados de 2007, prevaleceram os estímulos contracionistas, numa espécie de período de adaptação após a adoção do regime de metas de inflação. O segundo momento, que vai de 2007 até 2014, transita de uma relativa neutralidade para uma etapa de forte expansionismo marcadamente após 2011. Também se identificou um terceiro período a partir de 2014, quando a política foi contracionista mesmo em cenário fortemente recessivo.

Como exercício de comparação, foram utilizados dois modelos alternativos. O primeiro parte de Basdevant, Bjorksten e Karagedkli (2004) para estimar a TNJ através de spreads na curva de juros e variáveis macroeconômicas. Contudo, diferentemente do modelo original, o presente trabalho permite que o prêmio de risco estimado varie no tempo. O Brasil é um país emergente, de modo que a existência de um prêmio constante parece um pressuposto demasiadamente forte.

O segundo modelo alternativo mistura fundamentos econômicos de longo prazo com variáveis do mercado externo, em uma abordagem semelhante à de Bicalho e Goldfajn (2011). A diferença em relação a proposta dos autores é a inclusão de variáveis externas, sob a hipótese de que o Brasil é uma pequena economia aberta e sujeita, portanto, às influências dos mercados maiores.

O primeiro modelo alternativo corroborou os resultados da estimação do modelo de Holston, Laubach e Williams (2017), tanto em termos de tendência da taxa quanto em relação

---

<sup>4</sup> Em anexo, gráfico com a série do IBGE.

<sup>5</sup> O Produto Interno Bruto (PIB) potencial costuma ser entendido como a capacidade de oferta de uma economia. Ou como a capacidade produtiva instalada da economia. Também pode ser definido como a capacidade de crescimento da economia sem causar pressões inflacionárias - se a economia crescer além do PIB potencial, surgem pressões inflacionárias.

aos estados da política monetária. O segundo, contudo, por calcular a TNJ a partir de um universo totalmente distinto, apresentou divergências na ponta da amostra, provavelmente captando o atual cenário fiscal deteriorado<sup>6</sup>.

Esse trabalho está dividido em seis seções, incluindo essa introdução. Na segunda seção, é feita uma breve revisão da literatura, trazendo os principais pontos relacionados ao conceito da TNJ, os métodos de estimação e os trabalhos aplicados ao Brasil. Na seção seguinte, a metodologia principal utilizada pelo trabalho é exposta em detalhes. Na quarta parte, mostram-se os resultados da condução do estudo empírico. Na quinta seção, estimam-se, como exercício, os dois modelos alternativos, comparando os resultados com as estimativas obtidas pelo modelo de Holston, Laubach e Williams (2017). Por último, são feitas as considerações finais do trabalho, destacando os pontos mais relevantes.

---

<sup>6</sup> A Secretaria de Política Econômica do Ministério da Fazenda (SPE (2018)) mostrou que apesar dos resultados primários negativos do Setor Público Consolidado terem se iniciado somente em 2014, o resultado fiscal estrutural, que expurga fatores cíclicos e não recorrentes do resultado convencional, tem piorado sucessivamente desde 2010.

## 2 TAXA NATURAL DE JUROS: CONCEITO E ESTIMATIVAS

O objetivo deste capítulo é fazer uma análise da literatura sobre a TNJ. Primeiro, apresenta-se o conceito de taxa natural e depois as metodologias mais comuns de estimação. Por último, revisita-se a literatura aplicada ao caso brasileiro.

É importante observar que alguns autores utilizam os termos taxa neutra ou taxa real de equilíbrio para descrever basicamente o mesmo conceito da TNJ. Hamilton et al (2015) e Ferguson (2004) criticaram a multiplicidade desses conceitos, enfatizando a dificuldade que isso impõe ao entendimento do tema. O presente trabalho considera essas definições como equivalentes<sup>7</sup>.

### 2.1 O CONCEITO DE TAXA NATURAL DE JUROS

A introdução do conceito de taxa natural de juros na literatura econômica se deve ao trabalho de Knut Wicksell (1898). Nas palavras do autor, existe um nível de taxa de juros que é neutro aos preços, isto é, que não exerce nenhum tipo de pressão, qualquer que fosse a direção, sobre a inflação: *"There is a certain rate of interest on loans which is neutral in respect to commodity prices, and tends neither to raise nor to lower them. [...] It comes to much the same thing to describe it as the current value of the natural rate of interest on capital"*. (WICKSELL, 1936, p. 102)

Nesse sentido, a estabilidade dos preços dependeria de se manter a taxa de juros da economia em patamar equivalente ao seu nível natural.

Segundo Woodford (2003), Wicksell definiu a taxa neutra de juros em pelo menos três dimensões:

- a) a taxa real de juros que iguala poupança e investimento;
- b) a taxa equivalente à produtividade marginal do capital; e
- c) a taxa de juros condizente com a estabilidade dos preços.

De acordo com Amato (2005), mesmo que Wicksell não tenha estabelecido relações diretas entre estas definições, é possível inferir que são mutuamente consistentes.

Amato (2005) também elencou outras três propriedades que podem ser encontradas no trabalho de Wicksell (1898, 1936):

---

<sup>7</sup> Sabe-se, contudo, que existem artigos, como Pescatori e Turunen (2015), que enfatizam as diferenças entre as definições.

- a) a noção de que a taxa natural é consistente com o equilíbrio;
- b) a percepção de que a TNJ é uma característica da economia no longo prazo;
- c) a taxa não é fixa em determinado valor, mas flutua de acordo com as mudanças na produtividade do capital.

Wicksell era um defensor da *Teoria Quantitativa da Moeda* (TQM), o principal paradigma econômico da sua época. O economista acreditava que o aumento no nível geral de preços era causado por uma expansão da base monetária em maior proporção do que o crescimento do produto. A introdução do conceito da TNJ foi uma tentativa de iluminar o mecanismo de transmissão por trás da TQM, relacionando demanda agregada, base monetária, taxas de crédito e inflação. A lógica do seu raciocínio era simples. Se a taxa de juros estivesse abaixo do seu nível natural (do nível do retorno do capital), os empreendedores tomariam empréstimos para expandir seu capital físico. Esse aumento na demanda por máquinas, equipamentos e insumos, em geral, faria com que os preços de todos os recursos da economia fossem pressionados para cima, gerando inflação. O mesmo pensamento se aplicaria no caminho contrário (ANDERSON, 2005).

Ao longo do século XX, contudo, os bancos centrais perceberam que não exerciam grande controle sobre os agregados monetários, mas sim sobre a taxa de juros e, assim, passaram a utilizá-la como seu principal instrumento de política monetária. Com isso, a TQM foi aos poucos sendo relegada pelos economistas (LARA RESENDE, 2017)<sup>8</sup>.

É importante perceber que, mesmo com o abandono da TQM, o raciocínio por trás da TNJ não perdeu sentido. No entanto, a taxa permaneceu em certo ostracismo<sup>9</sup> até ser resgatada pelo *mainstream* da teoria econômica na década de 1990, provavelmente impulsionada pela disseminação dos regimes de metas de inflação. Dado seu caráter de *benchmark* para a política monetária, o interesse pela TNJ foi imediato. A possibilidade de se obter uma taxa de juros que estabilizasse a inflação parecia combinar perfeitamente com a

---

<sup>8</sup> Na verdade, como explica Lara Resende (2017), a taxa de juros sempre foi utilizada pela política monetária, mas com o intuito de controlar a base monetária. Aos poucos, percebeu-se que a autoridade monetária não tinha qualquer controle sobre os agregados monetários, mas apenas sobre as taxas de juros. Consequentemente, o objetivo passou a ser a taxa de juros em vez da quantidade de moeda.

<sup>9</sup> Durante a maior parte do século XX, a teoria wickselliana não teve grande destaque entre os economistas. Existem, entretanto, algumas exceções notáveis como os trabalhos de Lindahl e Myrdal da Escola de Estocolmo, que trabalharam desenvolvendo as ideias de Wicksell durante a década de 1930. Ressalta-se que existem autores que argumentam que Keynes teria utilizado algumas das ideias presentes no trabalho de Wicksell (LEIJONHUFVUD, 1989). Além disso, é importante observar que o conceito da TNJ foi determinante na construção das teorias de Friedman (1968) e Phelps (1968) à respeito da existência de uma NAIRU (*non-accelerating inflation rate of unemployment*). Apesar disso, esta dissertação considera que a TNJ só ganhou prestígio de fato a partir da década de 1990, em função do maior volume de trabalhos que surgiram após a disseminação do regime de metas de inflação em comparação ao que havia sido produzido anteriormente.

existência de um objetivo operacional a ser perseguido pelos banqueiros centrais. Como bem argumentado por Bomfim (2001), a informação contida na taxa de juros de uma economia diz muito pouco sobre o estado da política monetária em termos de incentivo ou desincentivo à atividade econômica. Dessa forma, faz-se necessário um parâmetro de equilíbrio para auxiliar na condução da política monetária.

A partir dali a literatura sobre a TNJ se ampliou rapidamente, e as principais análises contemporâneas relacionadas à taxa são brevemente apresentadas abaixo.

Taylor (1993) percebeu que a condução da política monetária norte-americana durante os anos 1980 poderia ser descrita por uma regra simples, que relacionava a taxa nominal de juros de curto prazo ao seu valor de equilíbrio e o desvio entre a meta de inflação e a inflação observada. Essa relação passou a ser conhecida como a *Regra de Taylor*. Em poucas palavras, a regra proposta por Taylor (1993) demanda que a autoridade monetária, em momentos de inflação acima da meta, eleve mais do que proporcionalmente a taxa de juros, fazendo com que a inflação convirja para a meta. Interpreta-se o intercepto presente na equação de Taylor como a TNJ.

Neiss e Nelson (2003), por sua vez, abstiveram-se da ideia de uma taxa de equilíbrio constante e estimaram, através de um modelo DSGE<sup>10</sup> calibrado para a economia britânica, uma taxa natural variante no tempo para o período 1980-2000. Os autores definiram a taxa natural como o nível de equilíbrio da taxa de juros real. De acordo com seus resultados, a TNJ exhibe um comportamento bem menos volátil do que a taxa real de mercado. Conseqüentemente, o hiato entre as taxas pode ser estimado com mais precisão, sendo um indicador apropriado para o estado da política monetária. Os autores observaram uma elevada correlação entre o hiato dos juros observado e a inflação futura, indicando um efeito causal, porém defasado, entre o estado da política monetária e a inflação.

Já Woodford (2003) estimou um modelo micro fundamentado para analisar, entre outras coisas, os determinantes da taxa natural. Entre as variáveis utilizadas, estavam as preferências dos indivíduos, a taxa de crescimento da produtividade e alguns choques de demanda como, por exemplo, um aumento nos gastos do governo. O modelo de Woodford (2003) é também chamado de *neo-wickselliano*, pois se trata de um modelo moderno que descreve o mesmo mecanismo de impacto da política monetária sobre a economia descrito por Wicksell no início do século. Existe, entretanto, uma diferença. Enquanto o trabalho de Woodford é orientado para entender a natureza das flutuações durante os ciclos econômicos,

---

<sup>10</sup> DSGE vem do inglês *Dynamic stochastic general equilibrium model*. Trata-se de um modelo de equilíbrio geral dinâmico estocástico. Se quiser saber mais, ver, por exemplo, Woodford (2003).

Wicksell objetivava compreender basicamente o comportamento da inflação. A conclusão de Woodford (2003) é a de que os bancos centrais deveriam acompanhar de perto o comportamento da taxa natural com o intuito de estabilizar a economia.

Posteriormente, Laubach e Williams (2003) estimaram a TNJ sob uma perspectiva mais relacionada à análise de séries temporais. Utilizando o *Filtro de Kalman*, os autores obtiveram uma série para a TNJ, que foi definida com a taxa de médio prazo consistente com hiato do produto nulo e inflação estável. Laubach e Williams (2003) concluem que a TNJ é positivamente correlacionada com o crescimento da produtividade, mas tende a ter uma alta variabilidade em função do ciclo econômico<sup>11</sup>.

Bomfim (2001) também ofereceu uma abordagem interessante a respeito da taxa de juros de equilíbrio. O autor desenvolveu um método de obtenção de uma taxa de equilíbrio implícita nas taxas dos títulos públicos norte-americanos indexados à inflação. Segundo ele, a taxa calculada a partir de seu modelo não é útil para a condução da política monetária, mas indica o nível de equilíbrio depois que todas as perturbações temporárias tenham se dissipado. O autor obteve uma estimativa altamente correlacionada com os ciclos econômicos, cujo canal de transmissão seria a expectativa dos agentes com respeito ao crescimento futuro da economia.

Mais recentemente, Brzoza-brzezina e Kotlowski (2014) e Imakubo et al. (2017) extrapolaram o conceito da TNJ para o de uma curva natural de juros (*Natural Yield Curve*). Os autores propuseram uma forma de calcular taxas de juros de equilíbrio generalizadas para todas as maturidades. A definição dos autores é análoga à utilizada por Laubach e Williams (2003). O estado da política monetária seria dado pela área entre a curva de juros observada e a curva natural, e o hiato do produto seria determinado pelo hiato na curva de juros. Os autores apresentaram alguns argumentos em favor desse novo conceito. O primeiro se deve à necessidade de avaliar a política monetária não-convencional conduzida pelos bancos centrais americano e europeu durante a crise do *sub-prime*. O *quantitative easing* visou afetar as taxas mais longas e, portanto, necessitava de uma taxa de equilíbrio que fosse capaz de avaliar esse tipo de política monetária. A segunda justificativa, segundo eles, nasce da controvérsia em relação à maturidade na qual a taxa natural deve ser aplicada.

Como pode ser observado, a literatura sobre a TNJ se ampliou consideravelmente desde sua introdução. Embora não haja uma definição formal acerca da TNJ, há um consenso de que se trata de uma taxa de equilíbrio obtida em termos reais e sujeita a flutuações de curto

---

<sup>11</sup> Uma ideia muito próxima é postulada por Blinder (1998).



e longo prazos (BERNHANDSEN; GERDRUP, 2007). A definição utilizada nesta dissertação segue o trabalho de Laubach e Williams (2003), em que a TNJ é entendida como sendo a taxa real compatível com produto em nível potencial e inflação estável.

## 2.2 ESTRATÉGIAS DE ESTIMAÇÃO

Em função do seu caráter não observável, existe uma grande variedade de estudos (sob as mais variadas metodologias) que buscam estimar taxa natural de juros. Uma leitura cuidadosa sobre a literatura revela a existência de quatro abordagens principais para a estimação da taxa.

Alguns trabalhos adotam abordagens do mercado financeiro. Costuma-se adotar os *spreads* entre as taxas curtas e as longas como uma maneira de se obter uma estimativa do estado da política monetária. Segundo Bernanke e Blinder (1992), uma possível interpretação teórica desta taxa é dada pela noção de que as taxas longas seriam uma projeção do que os agentes esperam para a taxa de juros no futuro. Isto é, além do prêmio de risco embutido nas taxas futuras, haveria um componente relacionado a um equilíbrio não observável. Assim, se a curva de juros ficasse mais inclinada, a taxa curta seria vista como abaixo de seu nível de equilíbrio, gerando um efeito expansionista sobre a economia. O raciocínio se aplica na direção oposta. Apesar de seu apelo em função de sua simplicidade, essa metodologia tem uma limitação evidente. Quando as taxas curtas se movem, as taxas mais longas tendem a se mover também, o que sugere que mais informação seria necessária para se definir o estado da política monetária.

Outros trabalhos, como Blinder (1998), Woodford (2003) e Neiss e Nelson (2003), utilizam modelos DSGE para estimar a TNJ. A grande vantagem desta abordagem é que, ao utilizar um modelo de economia geral, permitem-se interpretações estruturais mais interessantes do que em metodologias puramente estatísticas. No entanto, como a calibragem envolve diversas arbitrariedades necessárias à identificação do modelo, o uso para política monetária não parece indicado. Além disso, como observam Messonnier e Renne (2007), essa interpretação assume que a TNJ é obtida período-a-período, sujeita a choques de alta frequência. Isso faz com que as estimativas obtidas sejam mais voláteis do que as próprias taxa reais, dificultando o seu uso na condução da política monetária.

Uma terceira abordagem parte de modelos macroeconômicos simplificados. Encaixam-se nesta linha os trabalhos que estimam a taxa de equilíbrio através de uma curva IS como Miranda e Muinhos (2003), de uma *Regra de Taylor* (dinâmica ou não) como é o

caso de Horvath (2007), além de outros que misturam modelos macro simplificados com técnicas econométricas mais sofisticadas, como no trabalho de Laubach e Williams (2003), que parte de uma equação de Phillips e uma IS para estimar a TNJ usando o Filtro de Kalman. A complexidade de modelos em larga escala, como os DSGE, motivou o desenvolvimento de modelos nessa linha. Seus resultados costumam ser satisfatórios e de fácil interpretação para a condução da política monetária. No caso específico do modelo de Laubach e Williams (2003), a TNJ obtida é uma taxa de estabilização da economia no médio prazo, sendo, portanto, equivalente ao intercepto de uma *Regra de Taylor* dinâmica.

Por fim, existem métodos de estimação puramente estatísticos. A complexidade dos modelos teóricos mais formais levou ao uso desse tipo de abordagem. Os métodos vão desde as médias históricas, sob a hipótese de que a taxa real flutua em torno da taxa de equilíbrio e de que, portanto, uma média seria capaz de captar a taxa natural, até os filtros estatísticos como o *Hodrick-Prescott* e o *Band-Pass*<sup>12</sup>. A grande vantagem destas metodologias é a obtenção de uma estimativa sem a necessidade de criação de um modelo formal. Ressalta-se, no entanto, que estas estimativas costumam ser bastante enganosas<sup>13</sup>, além de não serem respaldadas por qualquer fundamento econômico teórico. Dessa forma, a sua aplicação não costuma ser recomendada.

Concluindo, todas as técnicas citadas aqui apresentam virtudes e defeitos. Enquanto algumas são mais diretas na estimação da TNJ, outras procuram ser mais formais em termos de teoria econômica. A metodologia escolhida por este trabalho é o modelo seminal desenvolvido por Laubach e Williams (2003). Trata-se um método com respaldo teórico e já consagrado pela literatura, que permite analisar a TNJ sob a luz dos ciclos econômicos sem a necessidade de um modelo de maior dimensão. Além disso, a TNJ obtida pelo modelo de Laubach e Williams (2003) é robusta aos choques de curto prazo (ou não permanentes), o que torna o seu uso indicado pelos formuladores de política monetária.

### 2.3 APLICAÇÕES AO BRASIL

A revisão dos estudos que estimaram a TNJ brasileira indicou uma literatura relativamente recente, que tem crescido rapidamente nos últimos anos. Nem todos os

---

<sup>12</sup> Para entender melhor esses dois tipos de filtro ver Toledo (2004). Ressalta-se que a implantação matemática de tais filtros não é trivial. Todavia, o avanço computacional tornou fácil a sua aplicação, pois estão presentes na grande maioria dos pacotes econométricos. Isso disseminou o uso dessas técnicas para o cálculo da TNJ. Além disso, esses filtros não demandam nenhuma formalização teórica, razão pela qual são chamados aqui de métodos mais simples.

<sup>13</sup> Para entender por que costumam ser enganosas ver Hamilton (2017).

trabalhos encontrados são citados nessa subseção, mas a Tabela 1, no fim da revisão, contém todos os artigos que passaram pela revisão.

Miranda e Muinhos (2003) produziram um dos primeiros trabalhos aplicados ao caso brasileiro. Os autores utilizaram diversas metodologias para obter a taxa de equilíbrio para o Brasil. Destaca-se a estimação da curva IS consistente com hiato do produto nulo para o período pós ancora cambial (1999-2002). Para a extração do hiato, os autores utilizaram o *Filtro Hodrick-Presscott*. A taxa de equilíbrio encontrada ficou entre 4,5% e 5%.

Bicalho e Goldfajn (2011) também utilizaram uma curva IS para estimar a TNJ para o período de 2002 a 2009. Em sua especificação, se os gastos do governo superam o equilíbrio, o produto ultrapassa o potencial, fazendo com que a taxa de juros real precise ser ajustada para cima para conter os avanços da inflação. Observa-se que, neste modelo, o crédito direcionado, a taxa de câmbio real e o PIB mundial têm impactos na mesma direção do gasto do governo.

Bicalho e Goldfajn (2011) acharam uma TNJ com tendência descendente e relativa volatilidade no período pós Crise de 2008. Os autores concluíram que a adoção de uma política fiscal mais conservadora, especialmente via redução permanente da taxa de crescimento dos gastos correntes, contribuiria para a redução da TNJ tanto no curto prazo quanto no longo prazo. Neste modelo, a redução do crescimento dos gastos, tudo mais constante, aumenta a poupança da economia, reduzindo o juro de equilíbrio.

Borges e Silva (2006), por sua vez, estimaram a TNJ para o período entre 2000 e 2003 utilizando um VAR (modelo de Vetor Auto regressivo) estrutural, nos moldes de Brzoza-brzezina (2003), e então compararam com a taxa de juros real da economia no período. O veredicto dos autores é de que a política monetária foi conservadora durante a maior parte do intervalo analisado. Além disso, a TNJ obtida se mostrou mais volátil do que a taxa real.

Já Barcellos Neto e Portugal (2009) estimaram a taxa natural entre 1999 e 2005 utilizando as séries de taxas de juros real *ex-ante* e *ex-post*. Como metodologia, os autores utilizaram o *Filtro HP*, um *Filtro Band-Pass*, uma *Regra de Taylor* dinâmica e um modelo macroeconômico em estado-espaco, nos moldes de Laubach e Williams (2003). Até onde apurado por esta dissertação, esse foi o primeiro trabalho brasileiro a utilizar um modelo estrutural para obter taxas de equilíbrio.

Os autores observaram que as médias das taxas *ex-ante* e *ex-post* estimadas diferiram apenas marginalmente, sugerindo que a política monetária foi condizente com as expectativas do mercado. Para o *Filtro Band-Pass*, a TNJ média ficou em 7,3%, enquanto que para o *Filtro HP*, a média foi de 9,4%. A TNJ média do período 1999-2005 obtida a partir da *Regra de*

*Taylor* dinâmica foi similar à do *Filtro Bond-Pass*, mas muito menos volátil. A aplicação do modelo de Laubach e Williams (2003), por sua vez, resultou em uma taxa média de 9,4%, muito próxima das obtidas pelas outras metodologias. Por fim, os autores comentaram sobre a alta correlação entre as peculiaridades macroeconômicas do período e as flutuações da TNJ.

Umezu (2011) também utilizou o modelo de Laubach e Williams (2003). No entanto, ao invés de usar o *Filtro de Kalman*, o autor optou por estimar as distribuições dos parâmetros através de procedimentos bayesianos. Considerando uma amostra que vai de dezembro de 2001 até janeiro de 2010, Umezu (2011) observou uma tendência descendente na TNJ, com redução na sua inclinação a partir de dezembro de 2009. O autor notou também que o hiato dos juros<sup>14</sup> foi positivo na maior parte do período, revelando certo conservadorismo da política monetária.

Mais recentemente, Palma (2016) aplicou o modelo *AR-trend-bound* proposto por Chan, Koop e Potter (2013) para estimar a taxa natural no período de 2001 a 2015. Neste modelo a TNJ é interpretada como sendo a tendência da taxa real de juros. Outro ponto interessante nesta metodologia é a limitação imposta na variação da taxa natural ao se truncar arbitrariamente a distribuição do termo de erro. Segundo a autora, o modelo é uma mistura entre os filtros estatísticos e os modelos de componentes não observáveis. Por fim, Palma (2016) obteve 5,4% como taxa natural média durante o período 2001-2015

Candido e Ronchi Neto (2017), por sua vez, aplicaram um Filtro de Kalman multivariado para estimar a taxa neutra de 2002 até 2016, em um procedimento desenvolvido por eles que permite estimar quatro variáveis latentes conjuntamente: a TNJ, o produto potencial, a NAIRU e a NAICU<sup>15</sup>. Os autores argumentam em favor do menor desvio-padrão do seu modelo em relação ao Filtro HP tradicional. Quanto aos estados da política monetária, eles observaram um intervalo predominantemente expansionista, que vai de 2006 até 2014, com os demais intervalos sendo majoritariamente contracionistas. Segundo eles, a crise de 2014-2016 exerceu impacto significativo sobre a TNJ estimada, reduzindo-a para 1,3% a.a. em 2016.

Duas conclusões podem ser tiradas a partir desta revisão da literatura. A principal é que a TNJ tem se reduzido sucessivamente nos últimos anos. De uma forma geral, os modelos mostram que quanto mais recente é o período analisado, menor é a média da TNJ. A segunda conclusão, ainda que menos evidente, é a de que a política monetária foi contracionista na

---

<sup>14</sup> Define-se o hiato dos juros como a diferença entre a taxa real observada e a taxa natural estimada.

<sup>15</sup> *Non-accelerating inflation rate of capacity utilization*. A taxa de utilização da capacidade instalada que não acelera a inflação.

maior parte dos períodos em questão, ou seja, a taxa real se situou, na média, acima da taxa natural.

**Tabela 1** - Revisão da literatura aplicada ao Brasil

<b>Autores</b>	<b>Metodologia</b>	<b>Período analisado</b>
Miranda e Muinhos (2003)	Estimação da IS com hiato nulo	1999-2002
Muinhos e Nakane (2006)	Estimação da IS com hiato nulo	1998-2002
Borges e Silva (2006)	VAR estrutural	2000-2003
Barcellos Neto e Portugal (2009)	Filtro HP; Filtro Bond-Pass; Regra de Taylor Dinâmica; Modelo de LW (2003)	2000-2005
Rodrigues (2009)	Modelo LW (2003)	2002-2009
Duarte (2010)	Filtros e Regra de Taylor dinâmica	2000-2009
Bicalho e Goldfajn (2011)	Estimação da IS com hiato nulo e fundamentos econômicos	2002-2009
Santos (2011)	Estimação de uma IS dinâmica; modelo estrutural	1999-2010
Umezu (2011)	Modelo LW (2003)	2002-2010
Magud e Tsona (2012)	Regra de Taylor dinâmica; tendência estocástica comum implícita; paridade da taxa de juros; Filtro HP; modelo estrutural	2000-2012
Palma (2012)	DSGE	2000-2011
Araújo e Silva (2013)	Filtros; modelo estrutural	2001-2009
Ferreira e Mori (2013)	Filtro; VAR estrutural; Modelo LW (2003)	2001-2012
Gottlieb (2013)	Estimação da IS com hiato nulo; fundamentos econômicos e modelo LW (2003)	2005-2012
Ribeiro e Telles (2013)	Modelo LW (2003)	2001-2010
Perrelí e Roache (2014)	Filtros estatísticos (média de HP, RU e CF); Curva de juros; modelo em estado-espço	2003-2013
Barbosa, Camelo e João (2016)	Modelo de pequena economia aberta com filtro HP	2003-2015
Palma (2016)	AR-trend-bound	2001-2015
Candido e Ronchi Neto (2017)	Combinação de Filtro HP com modelos macroeconômicos	2002-2016
Palma e Portugal (2017)	Modelo DSGE	2000-2011

Fonte: respectivos autores. Elaboração própria

### 3 METODOLOGIA

O objetivo desta seção é apresentar a principal metodologia do trabalho. Para tanto, mostra-se, primeiramente, o modelo de Laubach e Williams (2003), suas hipóteses e fundamentações teóricas e, em seguida, monta-se o modelo especificado como em Holston, Laubach e Williams (2017) em formato de estado-espço, sob a notação de Hamilton (1989)<sup>16</sup>.

#### 3.1 O MODELO DE LAUBACH E WILLIAMS

O desenvolvimento do modelo de Laubach e Williams (2003) parte da definição de taxa natural de juros exposta em Bomfim (1997): “*the real short-term interest rate consistent with output converging to potential, where potential is the level of output consistent with stable inflation*” (BOMFIM, 1997<sup>17</sup> *apud* LAUBACH; WILLIAMS, 2001, página 1). Sob esse entendimento, a TNJ representa uma âncora para a taxa real de médio-prazo, e corresponde ao intercepto das funções de reação para a política monetária, tais como a *Regra de Taylor* (1993).

Ou seja, o foco dos autores recai sobre um conceito de estabilidade de preços de médio prazo, quando todos os choques e flutuações tenham se dissipado. Essa noção é diferente, por exemplo, da utilizada por Woodford (2003), que assume a TNJ como sendo a taxa que equilibra os preços período-a-período. Em outras palavras, enquanto a TNJ advogada por Woodford (2003) é uma taxa de equilíbrio sujeita a flutuações de alta frequência, a taxa de Laubach e Williams (2003) visa captar mudanças nos componentes de baixa frequência da TNJ. Diante desse contexto, é interessante notar que a taxa de Woodford (2003) não corresponde ao intercepto de uma regra ótima para a política monetária e, portanto, não serviria ao propósito de ser um benchmark para a política monetária, ao contrário da TNJ extraída do modelo de Laubach e Williams (2003).

Como Laubach e Williams (2003) assumem a relação teórica entre a TNJ e o produto potencial, a sua estimação requer necessariamente a estimação do produto potencial, por definição, também uma variável não observável. Existem duas suposições básicas por trás da metodologia proposta. Primeiro, o hiato do produto converge para zero sempre que o hiato de

<sup>16</sup> Não será apresentado a metodologia do *Filtro de Kalman* neste trabalho. Hamilton (1989) expõe detalhadamente o funcionamento da técnica.

<sup>17</sup> Bomfim, A. “The Equilibrium Fed Funds Rate and the Indicator Properties of Term-Structure Spreads,” *Economic Inquiry*, October 1997, 35 (4), 830–46. Não consultado diretamente.

juros for zero. Em outras palavras, quando a taxa de juros real for igual a taxa natural, o produto convergirá para o seu nível potencial. Em segundo lugar, variações na inflação convergem para zero se o hiato do produto for nulo.

No trabalho de Laubach e Williams (2003), a TNJ varia de acordo com mudanças nas preferências dos indivíduos, na produtividade e na tecnologia. Tal relação deriva dos modelos de crescimento tradicionais, em que a condição de otimização para a taxa de poupança de crescimento equilibrado relaciona a taxa real de juros com parâmetros de tecnologia e preferências. Por exemplo:

$$r = \frac{1}{\sigma} q + n + \theta \quad (1)$$

onde  $\sigma$  denota a elasticidade de substituição intertemporal no consumo,  $n$  é a taxa de crescimento populacional,  $q$  é a taxa de crescimento da tecnologia do trabalho e  $\theta$  é a taxa de preferência no tempo<sup>18</sup>. Essa associação entre taxa real de juros, taxa de crescimento tendencial e preferências dos indivíduos pode ser observada em uma grande variedade de modelos. Por exemplo, no modelo clássico de Solow (1956), quando se assume que a taxa de poupança é constante, então a taxa de juros real será positivamente correlacionada com o crescimento do produto e negativamente com a taxa de poupança (LAUBACH; WILLIAMS, 2001). Também podem ser encontradas evidências dessa relação em Oliner e Sichel (2000) e Roberts (2001).

Baseado nessa relação, Laubach e Williams (2003) assumem que a *lei de movimento da taxa natural de juros* é dada por:

$$r^* = c g_t + z_t \quad (2)$$

em que  $r^*$  é a taxa natural de juros,  $g_c$  é a tendência de crescimento da taxa natural do produto, ou a taxa de crescimento da produtividade da economia,  $c$  é uma constante e  $z_t$  é um termo estocástico que captura os outros fatores que influenciam a TNJ, tais como os apresentados acima. Como Laubach e Williams (2003) encontraram um coeficiente de  $c$

---

<sup>18</sup> Assume-se, nesse exemplo, uma função de utilidade CRRA (aversão ao risco constante) (LAUBACH e WILLIAMS, 2001).

muito próximo da unidade<sup>19</sup>, optou-se, assim como Holston, Laubach e Williams (2017), por impor  $c = 1$  no exercício empírico conduzido por esta dissertação.

Dado que os determinantes da TNJ são não observáveis, os autores utilizam o *Filtro de Kalman* para estimar o modelo, pois essa técnica permite que se extraiam os estados não observados. Todos os parâmetros são estimados por máxima verossimilhança.

Para que  $r^*$  seja identificável, estabelece-se um modelo macroeconômico simplificado, que captura a dinâmica de curto prazo entre inflação, produto e taxa real de juros. Do lado da demanda, uma curva IS relaciona o hiato do produto<sup>20</sup> com suas defasagens, uma média móvel do hiato dos juros<sup>21</sup> e uma variável de erro, que se assume serialmente não correlacionada:

$$h_t = a_{y1}h_{t-1} + a_{y2}h_{t-2} + \sum_{j=1}^2 \frac{a_r}{2} (r_{t-j} - r_{t-j}^*) + \epsilon_{1t} \quad (3)$$

onde  $h_t = 100 * (y_t - y_t^*)$  (hiato do produto),  $y_t$  e  $y_t^*$  são os logaritmos neperianos do PIB real e do PIB potencial, respectivamente,  $r_t$  é a taxa de juros real e  $r_t^*$  é a taxa natural de juros. As defasagens do hiato do produto e o erro serialmente não correlacionado controlam para os choques transitórios e para a dinâmica de curto prazo, enquanto que os movimentos persistentes na relação entre o hiato do produto e a taxa real de juros são assinalados pelas flutuações em  $r^*$ .

A distinção entre os dois tipos de choques reflete a interpretação da TNJ como sendo o intercepto de uma regra de política monetária. Choques transitórios manteriam o intercepto inalterado, pois a resposta da autoridade monetária seria orientada pelos hiatos no produto e na inflação. Apenas choques permanentes, tais como no produto potencial ou nas preferências dos indivíduos, moveriam o intercepto.

Do lado da oferta, os autores propõem uma *Curva de Phillips*. Assume-se que a inflação é determinada por seus valores defasados, pelo hiato do produto e por um termo de erro:

$$\pi_t = b_\pi \pi_{t-1} + (1 - b_\pi) \pi_{t-2,4} + b_y h_{t-1} + \epsilon_{2t} \quad (4)$$

<sup>19</sup> Na verdade, em Laubach e Williams (2003) os autores encontram que  $\sigma$  é próximo de 1. Como  $c = \frac{1}{\sigma}$ , isso implica que  $c$  seria próximo da unidade. A hipótese por trás dessa estratégia é que a função de utilidade do agente representativo seria logarítmica.

<sup>20</sup> O hiato do produto aqui é o desvio percentual do produto real em relação ao produto potencial.

<sup>21</sup> A diferença entre o juro real e a taxa natural de juros.



onde  $\pi_t$  é a inflação de preços ao consumidor e  $\pi_{t-2,4}$  é a média da inflação observada do segundo ao quarto *lag*. É importante notar que a IS e a Curva de Phillips estimadas nesta dissertação - (3) e (4) - são equivalentes a reespecificação do modelo original feita pelos próprios autores em Holston, Laubach e Williams (2017). A diferença em relação ao trabalho de Laubach e Williams (2003) é a não inclusão dos termos de preços relativos das importações e de petróleo bruto.

Supõe-se que o *log* do produto potencial segue um passeio aleatório com *drift*  $g$ , que, por sua vez, também segue um passeio aleatório, mas sem *drift*:

$$y_t^* = y_{t-1}^* + g_{t-1} + \epsilon_{y^*t} \quad (5)$$

$$g_t = g_{t-1} + \epsilon_{gt} \quad (6)$$

Por último, define-se a variável  $z_t$  como um passeio aleatório,

$$z_t = z_{t-1} + \epsilon_{zt} \quad (7)$$

Também se assume que  $\epsilon_{y^*t}$ ,  $\epsilon_{gt}$  e  $\epsilon_{zt}$  são normalmente distribuídos e serialmente não correlacionados com seus desvios-padrão  $\sigma_{y^*}$ ,  $\sigma_g$ , e  $\sigma_z$ , respectivamente. Os mesmos são serialmente e contemporaneamente não correlacionados. As equações (5)-(7) constituem as equações de transição do modelo em estado-espço que será apresentado em detalhes mais à frente. Já (3) e (4) são as equações de medida.

É importante notar que aplicar simplesmente o *Filtro de Kalman* neste modelo levaria as estimativas dos desvios-padrão de  $z$  e  $g$  a serem viesadas à zero. Isso implicaria que  $r^*$  seria muito mais estável do que se gostaria, respondendo apenas a choques altamente persistentes. Esse problema costuma ser chamado de *pile-up problema*, e é discutido em Watson (1994). A solução proposta por Laubach e Williams (2003) é utilizar o estimador de Stock e Watson (1998) para obter estimativas das razões  $\lambda_g = \frac{\sigma_g}{\sigma_{y^*}}$  e  $\lambda_z = a_r \frac{\sigma_z}{\sigma_h}$ . Quando se impõem estas razões ao estimar os parâmetros do modelo (incluindo  $\sigma_h$  e  $\sigma_{y^*}$ ) corrige-se o problema.

O processo de estimação segue três estágios. No primeiro, aplica-se o *Filtro de Kalman* para estimar o hiato do produto, omitindo o termo relacionado ao hiato dos juros na equação da IS e assumindo que  $g$  é constante ao longo do tempo. Em posse das estimativas, calcula-se a estatística de Wald Exponencial de Andrews e Ploberger (1994) para o teste de

quebra estrutural em data desconhecida para a estimativa preliminar do produto potencial, obtendo assim  $\lambda_g$ .

No segundo passo, aplica-se o *Filtro de Kalman* impondo o  $\lambda_g$  obtido no primeiro estágio e incluindo o hiato dos juros na equação da IS sob a hipótese de que  $z$  é constante. Executa-se então o mesmo teste de quebra estrutural do estágio 1 na estimativa de produto potencial obtida, para que se obtenha  $\lambda_z$ .

No terceiro estágio, impõe-se  $\lambda_g$  e  $\lambda_z$  obtidos nos estágios anteriores na aplicação do *Filtro de Kalman* para estimar os parâmetros do modelo. Para facilitar a convergência numérica, também se supõe que o coeficiente de inclinação da curva IS  $a_r$  seja negativo e que o parâmetro relacionado ao hiato do produto seja positivo<sup>22</sup>. Para o cálculo dos intervalos de confiança, os autores propõem a utilização do método de Monte Carlo de Hamilton (1986).

### 3.2 EM FORMATO DE ESTADO-ESPAÇO

Para estimar o modelo de Holston, Laubach e Williams (2017), é necessário colocá-lo em formato de estado-espço. Todo modelo em estado-espço pode ser posto na forma<sup>23</sup>:

$$Y_t = A'X_t + H'\varepsilon_t + v_t \quad (8)$$

$$\varepsilon_t = F\varepsilon_{t-1} + \epsilon_t \quad (9)$$

Aqui,  $y_t$  é um vetor de variáveis endógenas e  $x_t$  é um vetor de variáveis exógenas contemporâneas e defasadas. O termo  $\varepsilon_t$  é o vetor de estados. Os vetores de perturbações estocásticas  $v_t$  e  $\epsilon_t$  têm distribuição normal e são não correlacionados, com média zero e matrizes de covariância  $R$  e  $Q$ , respectivamente. Assume-se que a matriz de covariância  $R$  é diagonal. Usualmente, a equação (8) é chamada de equação de medida (ou de observação) e (9) é conhecida como equação de estados (ou estado-transição).

Para que o modelo a ser estimado seja compatível com a notação acima, é necessário que se façam algumas manipulações algébricas. Primeiro, substitui-se a equação (2) em (3), obtendo-se

$$h_t = a_{y1}h_{t-1} + a_{y2}h_{t-2} + \frac{a_r}{2}[(r_{t-1} - g_{t-1} - z_{t-1}) + (r_{t-2} - g_{t-2} - z_{t-2})] + \epsilon_{1t} \quad (10)$$

<sup>22</sup> No processo de otimização numérica, Holston, Laubach e Williams (2017) também estabelecem limites inferior e superior para os parâmetros  $b_y$  e  $a_r$ , respectivamente, e que a soma  $a_{y1}$  e  $a_{y2}$  deve ser menor do que 1.

<sup>23</sup> A notação escolhida por este trabalho segue Hamilton (1994).

Em seguida, reescreve-se (10) e (4) da seguinte maneira:

$$y_t = y_t^* + a_{y1}(y_{t-1} - y_{t-1}^*) + a_{y2}(y_{t-2} - y_{t-2}^*) + \frac{a_r}{2} [(r_{t-1} - g_{t-1} - z_{t-1}) + (r_{t-2} - g_{t-2} - z_{t-2})] + \epsilon_{1t} \quad (11)$$

$$\pi_t = b_\pi \pi_{t-1} + (1 - b_\pi) \pi_{t-2,4} + b_y (y_{t-1} - y_{t-1}^*) + \epsilon_{2t} \quad (12)$$

Agora, resta colocar as equações (11) e (12) em (8), e as sentenças (5), (6) e (7) no formato da equação de estado (9). Fazendo isso para o primeiro estágio da estimação, obtém-se o seguinte conjunto de matrizes:

$$Y_t = \begin{bmatrix} y_t \\ \pi_t \end{bmatrix}; X_t = \begin{bmatrix} y_{t-2} \\ y_{t-2} \\ \pi_{t-1} \\ p_{t-2,4} \end{bmatrix}; \xi_t = \begin{bmatrix} y_t^* \\ y_{t-1}^* \\ y_{t-2}^* \end{bmatrix}; H' = \begin{bmatrix} 1 & -a_{y1} & -a_{y2} \\ 0 & -b_y & 0 \end{bmatrix};$$

$$A' = \begin{bmatrix} a_{y1} & a_{y2} & 0 & 0 \\ b_y & 0 & b_\pi & 1 - b_\pi \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; Q = \begin{bmatrix} \sigma_{y^*}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

Observa-se que o hiato dos juros foi excluído da equação da IS, e que  $g$  é constante ao longo do tempo.

Já o segundo estágio tem seu formato em estado-espço representado pelas seguintes matrizes:

$$Y_t = \begin{bmatrix} y_t \\ \pi_t \end{bmatrix}; X_t = [y_{t-2} \quad y_{t-2} \quad r_{t-1} \quad r_{t-2} \quad \pi_{t-1} \quad \pi_{t-2,4} \quad 1]'; \xi_t = \begin{bmatrix} y_t^* \\ y_{t-1}^* \\ y_{t-2}^* \\ g_{t-1} \end{bmatrix};$$

$$H' = \begin{bmatrix} 1 & -a_{y1} & -a_{y2} & a_g \\ 0 & -b_y & 0 & 0 \end{bmatrix}; A' = \begin{bmatrix} a_{y1} & a_{y2} & a_r/2 & a_r/2 & 0 & 0 & 0 \\ b_y & 0 & 0 & 0 & b_\pi & 1 - b_\pi & 0 \end{bmatrix};$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; Q = \begin{bmatrix} \sigma_{y^*}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\lambda_g \sigma_{y^*})^2 \end{bmatrix};$$

Em que se impõe  $\lambda_g$  obtido no primeiro estágio. Nesse estágio,  $z_t$  é considerado constante.

Por fim, as matrizes do terceiro e último estágio podem ser escritas sob a forma:

$$\begin{aligned}
Y_t &= \begin{bmatrix} y_t \\ \pi_t \end{bmatrix}; X_t = \begin{bmatrix} y_{t-2} & y_{t-2} & r_{t-1} & r_{t-2} & \pi_{t-1} & \pi_{t-2,4} \end{bmatrix}'; \\
\xi_t &= \begin{bmatrix} y_t^* & y_{t-1}^* & y_{t-2}^* & g_{t-1} & g_{t-2} & z_{t-1} & z_{t-2} \end{bmatrix}' \\
H' &= \begin{bmatrix} 1 & -a_{y1} & -a_{y2} & -a_r/2 & -a_r/2 & -a_r/2 & -a_r/2 \\ 0 & -b_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\
F &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; Q = \begin{bmatrix} (1 + \lambda_g^2)\sigma_{y^*}^2 & 0 & 0 & \lambda_g\sigma_{y^*} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (\lambda_g\sigma_{y^*})^2 & 0 & 0 & (\lambda_g\sigma_{y^*})^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (\lambda_z\sigma_h/a_r)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};
\end{aligned}$$

Onde todos os parâmetros restantes são estimados por máxima-verossimilhança. Holston, Laubach e Williams (2017) impõem  $b_y > 0,025$ ,  $a_r \leq -0,0025$  e  $a_{y1} + a_{y2} < 1$ . Nota-se que no terceiro estágio é estimado o modelo completo, impondo o  $\lambda_g$  e  $\lambda_z$  obtidos nas etapas anteriores. Portanto, no primeiro estágio o vetor de estados não observados inclui três defasagens do produto potencial; no segundo estágio inclui-se mais uma defasagem de  $g$ ; e no terceiro estágio uma segunda defasagem de  $g$  e duas defasagens de  $z$ . Para os estados iniciais, os autores propõem aplicar um Filtro HP (com  $\lambda = 36000$ ) sobre o log do produto potencial, começando quatro trimestres antes do início da amostra e pegando os três valores anteriores ao início da amostra do componente de tendência para as defasagens do produto potencial. Para as defasagens de  $g$ , os autores propõem a primeira diferença do filtro HP e para  $z$  sugerem iniciar em 0. Os autores calculam a covariância dos estados iniciais a partir dos gradientes da função de verossimilhança.

## 4 ESTIMAÇÃO

Neste capítulo, é conduzida a estimação da TNJ. Primeiro, são apresentados os dados utilizados bem como as suas respectivas fontes. Na subseção seguinte, são feitas algumas considerações antes da exposição dos resultados, justificando as alterações feitas na forma de aplicação do modelo. Por fim, na terceira subseção expõem-se os resultados da aplicação do modelo de Holston, Laubach e Williams (2017), discutindo também as principais questões ligadas ao modelo, tais como a elevada sensibilidade dos resultados aos parâmetros.

### 4.1 DADOS

Existem duas categorias de taxas de juros reais, as *ex-ante* e as *ex-post*. Para se calcular a taxa *ex-post*, subtrai-se a inflação observada da taxa de juros nominal. A taxa *ex-ante*, por sua vez, é obtida ao se deflacionar os juros nominais pela inflação esperada<sup>1</sup>. Existe uma longa discussão a respeito de qual seria a taxa real mais relevante na economia. O Banco Central do Brasil, por exemplo, argumenta que a taxa *ex-ante* é a mais pertinente, pois é a taxa utilizada na tomada de decisões dos agentes econômicos<sup>2</sup>. Por outro lado, a taxa *ex-post* também tem papel fundamental na demanda agregada. Variações na mesma têm efeito, por exemplo, sobre a dívida pós-fixada das empresas e das famílias. Levando essa discussão em consideração, esta dissertação se propõe estimar a taxa natural das duas formas, mas priorizando a taxa *ex-ante* no exercício de comparação dos modelos.

Para estimar a TNJ como Holston, Laubach e Williams (2017), é preciso coletar dados de inflação, expectativas de inflação, taxa de juros nominal e PIB com frequência trimestral<sup>3</sup>. A variável de produto escolhida foi o PIB dessazonalizado, divulgado pelas Contas Nacionais Trimestrais do IBGE. Como medida de inflação, utilizou-se a inflação acumulada em quatro trimestres medida pelo Índice de Preços ao Consumidor do IBGE. Holston, Laubach e Williams (2017), por sua vez, utilizaram como medida de inflação a variação do núcleo do índice preços ao consumidor dessazonalizado acumulado no trimestre e anualizado. Nesta dissertação, contudo, optou-se por utilizar o Índice de Preços ao Consumidor (IPCA) sem qualquer exclusão. Essa escolha é bastante natural na medida que a meta de inflação, definida

<sup>1</sup> A fórmula de transformação da taxa real de juros é dada por  $r_t = \frac{1+i_t}{1+\pi_t} - 1$ , em que  $r_t$  é a taxa real,  $i_t$  é a taxa nominal e  $\pi_t$  é a taxa de inflação.

<sup>2</sup> Ver Relatório de Inflação Trimestral de março de 2017, do Banco Central do Brasil (2017).

<sup>3</sup> Vale observar que no artigo original de Laubach e Williams (2003), os autores utilizam também dados de preços relativos do petróleo bruto e das importações. Todavia, esta dissertação estima a TNJ sob a reespecificação proposta por Holston, Laubach e Williams (2017), que desconsidera estes fatores.

pelo Banco Central do Brasil, se refere ao IPCA cheio. Além disso, ao invés de acumular a inflação no trimestre e expressá-la em uma taxa anual, optou-se por acumular a inflação em quatro trimestres, dispensando assim a necessidade de um ajuste sazonal<sup>4</sup> e conferindo menor volatilidade aos dados<sup>5</sup>.

Para inflação esperada utilizou-se a série de expectativas de inflação para os próximos doze meses suavizada, divulgada pela pesquisa FOCUS do Banco Central do Brasil. Duas considerações devem ser feitas aqui. Primeiro, a série da pesquisa é diária e, portanto, teve que ser colocada em frequência trimestral. Para transformá-la, utilizou-se a média das expectativas dos três meses que compõem o trimestre. Além disso, a série da pesquisa do Banco Central se inicia somente em dezembro de 2001, enquanto que a proposta desta dissertação é estimar a TNJ para todo o período após a adoção do Regime de Metas de Inflação. Por isso, foi necessário estender a série de expectativas até 1999. Para tanto, desenvolveu-se um ARIMA multivariado simples, em que a variável endógena é a inflação esperada para os próximos doze meses e a variável exógena é a inflação observada nos últimos doze meses<sup>6</sup>. Utilizaram-se os dados estimados pelo modelo no período do terceiro trimestre de 1999 até o mesmo trimestre de 2001<sup>7</sup>.

Como taxa nominal de juros, utilizou-se a média da meta da taxa Selic nos três meses que compõem o trimestre em termos anuais<sup>8</sup>. Em posse dessas séries, estimou-se o modelo de Holston, Laubach e Williams (2017) para o período que vai do terceiro trimestre de 1999 até o primeiro trimestre de 2018, obtendo um total de 75 observações trimestrais para a TNJ.

**Tabela 2** -Variáveis utilizadas na estimação

Medida	Variável	Fonte
Taxa de Juros Nominal	Média da meta da taxa Selic no trimestre	BCB
Inflação	IPCA acumulado nos últimos quatro trimestres	IBGE
Expectativa de Inflação	Média trimestral da expectativa de Inflação para os próximos 12 meses suavizada*	BCB
PIB	Logarítimo neperiano do PIB trimestral dessazonalizado	IBGE

\*de 1999T3 até 2001T3 foram utilizados os dados estimados para trás pelo modelo citado.

<sup>4</sup> Poderia ter sido utilizado o IPCA dessazonalizado do IBGE.

<sup>5</sup> Observa-se que os resultados, para efeito da TNJ estimada, mudam muito pouco quando se utiliza a inflação trimestral anualizada ao invés da taxa acumulada nos últimos quatro trimestres.

<sup>6</sup> A equação do modelo de extensão pode ser escrita da seguinte forma:  $exppec.focus_t = c + ipca_t + \epsilon_t$ . O resultado da estimação se encontra em anexo.

<sup>7</sup> Holston, Laubach e Williams (2017) utilizam como medida de expectativa a inflação observada nos últimos quatro trimestres. Portanto, a taxa real que os autores trabalham nada mais é do que uma taxa *ex-post*.

<sup>8</sup> O modelo também foi estimado com a taxa Selic observada acumulada no trimestre anualizada, mas, dado o comportamento quase idêntico das duas séries, os resultados pouco se modificaram.

## 4.2 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES ANTES DOS RESULTADOS

Antes de apresentar propriamente os resultados, é preciso fazer algumas considerações iniciais. Estimar o modelo de Holston, Laubach e Williams (2017) para o caso brasileiro se mostrou um processo bastante desafiador. A utilização das mesmas premissas quanto ao intervalo de variação dos parâmetros e aos valores iniciais na otimização da função de verossimilhança levou a resultados instáveis e inconsistentes do ponto de vista da literatura. Aparentemente, a existência de múltiplos máximos locais na função de verossimilhança gerou uma grande instabilidade para o algoritmo de estimação. Ferreira (2013) estimou um modelo com especificação ligeiramente distinta, mas demonstrou inquietação parecida em seu exercício empírico. Tendo isso em vista, cabe aqui relatar aqui algumas das dificuldades encontradas na estimação.

Em seu modelo, Holston, Laubach e Williams (2017) impõem  $b_y \geq 0,025$ , isto é, que a inclinação da *Curva de Phillips* seja positiva e maior do que tal magnitude. Contudo, impor a mesma restrição para os dados brasileiros no período analisado levou a uma inconsistência no primeiro estágio. O parâmetro  $b_y$  estimado tendia a zero, ou seja, não atribuía efeito para o hiato do produto sobre a inflação, o que é contra intuitivo do ponto de vista teórico<sup>9</sup>. Como resultado, o crescimento do produto potencial ( $g_t$ ) se tornou muito estável, justamente porque os desvios do produto observado em relação a sua tendência não tinham qualquer impacto sobre a inflação. A consequência natural foi a tendência de  $\lambda_g$  a zero<sup>10</sup>, gerando assim exatamente o problema que se queria evitar com a utilização do estimador não viesado de Stock e Watson (1998), que era o viés de  $\sigma_{y^*}$  a zero. Com isso, o hiato do produto se tornou muito volátil, já que o modelo não permitia ajustes no crescimento do produto potencial. A título de exemplo, o modelo estimou um hiato do produto de mais de 15% no primeiro trimestre de 2017. Não parece razoável supor que, dada a magnitude da crise econômica pela qual o Brasil passou nos últimos anos, o produto potencial não tenha se

---

<sup>9</sup> Poder-se-ia argumentar que movimento decorre da utilização do IPCA cheio como medida de inflação, pois sabe-se que essa talvez não seja a medida de inflação mais correlacionada com o ciclo econômico. Todavia, mesmo rodando o modelo com medidas de núcleo de inflação, os resultados foram bastante similares. Além disso, o modelo em tela parte da ideia teórica de que o Banco Central segue uma Regra de Taylor com a intenção de convergir a inflação para o centro da meta de inflação, que é definido em termos do IPCA sem qualquer exclusão. Portanto, não caberia aqui utilizar outra medida de inflação que não fosse o índice oficial do regime de metas brasileiro.

<sup>10</sup> Com  $y_t^*$  muito estável, a estatística de Wald exponencial gerada para o teste de quebra estrutural para data desconhecida de Andrews e Ploberger (1994) foi muito baixa, de modo que não era possível obter um estimador não viesado pela tabela 3 de Stock e Watson (1998), utilizada por Holston, Laubach e Williams (2017) para corrigir o *Pile-up Problem*.

alterado durante o período. Por isso, é necessário que o modelo permita variações mais intensas em  $g_t$ .

A solução encontrada foi impor um limite inferior mais elevado do que o de Holston, Laubach e Williams (2017), para que, dessa forma, a otimização pudesse encontrar um novo máximo – mais elevado – para a função de verossimilhança, obtendo assim um coeficiente significativo<sup>11</sup>. Isso conferiu um  $\lambda_g$  diferente de zero e uma maior variabilidade do produto potencial no terceiro estágio. É importante ressaltar que a solução encontrada para a otimização de  $b_y$  não foi de canto.

Problema parecido ocorreu quando se estimou o segundo estágio do modelo, onde se inclui o termo do hiato dos juros na equação da IS, considerando  $z_t$  constante. Holston, Laubach e Williams (2017) impõem  $a_r \leq -0,0025$ . Ou seja, os autores forçam para que o impacto do hiato dos juros sobre o produto seja negativo e maior (em módulo) do que tal magnitude. No entanto, impor a mesma restrição aos dados utilizados nesta dissertação fez com que o parâmetro tendesse a zero. Mesmo quando se tentou reduzir o limite superior, a solução era sempre de canto, e a consequência foi uma elevada volatilidade de  $z_t$  no terceiro estágio. Da mesma forma que no primeiro estágio, optou-se por forçar a otimização a encontrar um novo ponto de máximo, que resultasse em um impacto significativo do hiato dos juros sobre o produto. No entanto, diferentemente do que aconteceu com  $a_y$ , o processo de otimização não obteve solução que não fosse de canto para  $b_y$ .

Como outros autores já estimaram este mesmo modelo<sup>12</sup> para períodos diferentes (anteriores à crise de 2014-2016), suspeitou-se que essa questão pudesse estar ligada a extensão da amostra sobre a crise econômica recente. Sendo assim, o caminho natural foi estimar o modelo com as mesmas premissas iniciais de Holston, Laubach e Williams (2017), mas restringindo a amostra, para que se pudesse investigar a partir daí o comportamento das variáveis modelo. Os resultados foram inegavelmente mais estáveis, e podem ser vistos na Tabela 3 da próxima seção<sup>13</sup>.

---

<sup>11</sup> A nova restrição foi  $b_y \geq 0,25$ .

<sup>12</sup> Com especificações ligeiramente distintas, é verdade. Para saber mais, ver seção que resenha a literatura aplicada ao caso brasileiro.

<sup>13</sup> Essa análise mostrou que o modelo fica muito instável quando aplicado a toda a amostra porque tende a identificar um baixo efeito do hiato do produto sobre a inflação (o que, conseqüentemente, gera um hiato do produto com muita amplitude) e do hiato dos juros sobre a atividade econômica (o que, conseqüentemente, gera um hiato dos juros muito volátil). Não é a intenção dessa dissertação investigar quais as razões por trás dessa anormalidade, mas suspeita-se que este problema tenha sido gerado por duas razões. No primeiro caso, por causa da alta volatilidade da inflação brasileira durante o período 2002-2004. Diante da crise de expectativas dadas as incertezas em relação a política econômica do presidente Lula, a inflação subiu bastante contaminada pelo pass-through da taxa de câmbio, mas com pouca relação com movimentos no hiato do produto. Giambiagi (2005) explica, de forma sucinta, a crise de incerteza da economia brasileira em 2002 e



Como a intenção dessa dissertação era estimar a TNJ para todo o período do regime de metas de inflação, foi preciso encontrar uma solução para o desafio posto. A alternativa escolhida foi impor  $b_y \geq 0,25$  nos dois primeiros estágios, para que se pudesse obter  $\lambda_g$  e  $\lambda_z$  diferentes de zero<sup>14</sup>. Com isso, as soluções encontradas para  $a_r$  e  $b_y$  no terceiro estágio não foram de canto. O ônus dessa estratégia foi que o hiato do produto estimado pelo filtro apresentou baixa amplitude por causa do maior coeficiente de inclinação da *Curva de Phillips*.

### 4.3 RESULTADOS

A Tabela 3 resume os resultados da estimação. Começando pelos parâmetros estimados, os valores de  $\lambda_g$  e  $\lambda_z$  mostram que houve variação substancial na tendência de crescimento do produto potencial e da TNJ ao longo dos quase vinte anos da amostra. No que tange os coeficientes de inclinação, chama a atenção o elevado valor de  $b_y$  estimado, causado pela imposição  $b_y \geq 0,25$  nos dois primeiros estágios como solução para a dificuldade discutida na subseção anterior. Impor  $b_y \geq 0,025$ , assim como fizeram Holston, Laubach e Williams (2017), levou a uma elevada volatilidade da TNJ estimada. Quando se impôs a mesma restrição que os autores, a solução encontrada pelo algoritmo de estimação no terceiro estágio foi sempre de canto, indicando a maior probabilidade de que  $b_y$  e  $a_r$  estejam

---

2003, que contaminou a inflação e as expectativas no período. No segundo caso, um fator que pode ter contribuído para tal instabilidade é a drástica mudança na condução da política econômica a partir de 2011, e o aumento no volume de crédito subsidiado via BNDES, cujo indexador costuma ser a Taxa de Juros de Longo Prazo ao invés da taxa Selic, principal instrumento do Banco Central do Brasil para responder aos ciclos econômicos. Existe uma literatura recente que tenta quantificar os impactos dessa política sobre a economia brasileira. Rosa (2015), por exemplo, construiu um DSGE para analisar os impactos do aumento do balanço do BNDES durante esse período, concluindo que a política monetária perde eficácia com a presença do BNDES na economia. Esse autor chama a atenção para a amplificação dos choques de produtividade causada pelo BNDES, movimento relacionado com a perda de eficácia da política monetária na suavização dos ciclos. A análise do impacto do aumento no volume de crédito do BNDES está relacionada com a literatura que trata das ineficiências causadas por má alocação de recursos na economia (resources misallocation). Nessa linha, Kuwer (2016), por exemplo, enfatiza a queda na produtividade total dos fatores causada pelo excesso de crédito direcionado subsidiado na economia brasileira. Concluindo, parece que as instabilidades do modelo decorrem do próprio funcionamento da economia brasileira, visto que em dois períodos da amostra houve um forte movimento nas variáveis observadas (inflação de 2001 a 2003 e PIB de 2014 a 2017) que não estiveram associadas as variáveis do modelo em tela. Essa percepção é corroborada, por exemplo, pela estimação do modelo durante o período 2004-2014, que se encontra na tabela 3 da próxima subseção. Rodar o modelo durante esse período gerou resultados estáveis e consistentes, sem necessidade de se impor novos limites na otimização dos parâmetros em relação aqueles propostos por Holston, Laubach e Williams (2017).

<sup>14</sup> Outras hipóteses acerca do vetor de estados iniciais também tiveram que ser feitas. A principal foi impor  $z$  começando em 2,2 em vez de 0. Isso também contribuiu para estabilizar o  $r^*$  filtrado.

próximos de zero<sup>15</sup>. Os baixos coeficientes do hiato do produto sobre a inflação e do hiato dos juros sobre o produto fazem com que tanto o hiato do produto quanto o hiato dos juros sejam muito voláteis. Contudo, ao impor  $b_y \geq 0,25$  nos dois primeiros estágios, a otimização retornou um novo ótimo para os parâmetros, estabilizando assim a TNJ filtrada no terceiro estágio<sup>16</sup>.

**Tabela 3-** Resultados da estimação do modelo de Holston, Laubach e Williams (2017)

	Taxa ex-ante 1999.3 - 2018.1	Taxa ex-post 1999.3 - 2018.1	Taxa ex-ante 2004.4 - 2014.4
$\lambda_g$	0.148	0.148	0.116
$\lambda_z$	0.054	0.051	0.124
$\Sigma a_y$	0.396	0.423	0.546
$a_r$	-0.011 (1.334)	-0.010 (1.094)	-0.050 (1.144)
$b_y$	2.336 (1.997)	2.325 (1.991)	0.785 (1.447)
$\sigma_h$	0.279	0.280	0.378
$\sigma_\pi$	0.818	0.811	0.339
$\sigma_{y^*}$	0.982	0.982	1.045
$\sigma_g$	0.145	0.145	0.121
$\sigma_z$	1.396	1.403	0.942
$\sigma_{r^*}$	1.403	1.410	0.950
Desvio-padrão (média da amostra)			
$r^*$	6.829	7.201	4.334
$g$	1.108	1.107	1.112
$y^*$	0.371	0.380	0.620
Média (amostra total)			
$r^*$	6.442	5.713	6.043
$g$	2.691	2.682	3.785
Média (2014.2 - 2018.1)			
$r^*$	3.896	3.066	-
Observação final			
$r^*$	1.445	0.436	4.388
Restrições			
$a_r$	$\leq -0.0025$	$\leq -0.0025$	$\leq -0.0025$
$b_y$	$\geq 0.25$	$\geq 0.25$	$\geq 0.025$

Fonte: cálculos do autor. Estatísticas t entre parênteses.

O ônus da estratégia, já comentado anteriormente, também fica evidente ao analisar a Tabela 3. O somatório dos coeficientes que relacionam as defasagens na IS mostrou que o hiato do produto estimado foi bem menos persistente do que o esperado e do que o encontrado

<sup>15</sup> O fato de a maior massa de probabilidade nas distribuições de  $a_r$  e  $b_y$  estar localizada próxima a zero também se reflete durante o cálculo do desvio-padrão pelo percentual de *draws* excluídos porque violam  $a_r \leq 0,0025$ ,  $b_y \geq 0,25$  e  $a_{y1} + a_{y2} < 1$ . Enquanto Holston, Laubach e Williams (2017) encontram 2% para os EUA, 15% para o reino Unido e 25% para o Canadá, para o Brasil encontra-se em mais de 30%.

<sup>16</sup> Poder-se-ia argumentar de que essa restrição é muito severa, uma vez que Holston, Laubach e Williams (2017) encontraram os coeficientes de 0,079, 0,044, 0,065 e 0,490 para EUA, Canadá, Zona do Euro e Reino Unido, respectivamente.

por Holston, Laubach e Williams (2017) para outras economias. Ao mesmo tempo, a inflação se tornou bem mais sensível às variações no hiato do produto. Com isso, o hiato filtrado teve menor amplitude, justamente porque seu efeito sobre a inflação foi forçado a ser mais elevado pela mudança na restrição<sup>17</sup>.

O coeficiente  $\alpha_r$  foi menor do que o obtido por Holston, Laubach e Williams (2017) para Canadá, EUA e Zona do Euro, porém maior do que o reportado para o Reino Unido. Nesse ponto, é importante reforçar que as estimativas para as variáveis não observáveis ( $y^*$ ,  $g$  e  $r^*$ ) são bastante imprecisas, o que pode ser observado pelo elevado desvio-padrão médio dessas variáveis. Como argumentam Holston, Laubach e Williams (2017), no caso de  $r^*$ , essa imprecisão tende a ser maior conforme  $\alpha_r$  se aproxima de zero. Essa tendência ficou evidente quando se aplicou o modelo para o Brasil com amostragem mais restrita. Quando se analisam os resultados da estimação de 2004 até 2014, por exemplo, período em que a economia brasileira funcionou com relativa normalidade, nota-se que a incerteza com relação a  $r^*$ , medida pelo desvio-padrão médio, diminuiu muito por causa do maior impacto de  $\alpha_r$ .

Passando para as estimativas, nos gráficos 1 e 2 são apresentadas as TNJ *ex-ante* e *ex-post* filtradas<sup>18</sup> para todo o período (1999.3 – 2018.1). Os instantes em que a taxa real foi expansionista são indicados pela taxa real abaixo da TNJ. Nota-se uma tendência bastante parecida para as duas taxas com a TNJ *ex-ante* mostrando um menor desvio-padrão. Também se observa uma predominância dos estímulos contracionistas em relação aos expansionistas em ambas as estimativas.

---

<sup>17</sup> Nota-se que a imposição da nova restrição teve sucesso na estabilização dos estados não observáveis. Todavia, no caso específico do hiato do produto, perdeu-se amplitude em demasia. Será mostrado mais à frente, por outro lado, que mesmo assim, a medida ainda continuou refletindo a tendência dos hiatos do produto estimados por outras metodologias.

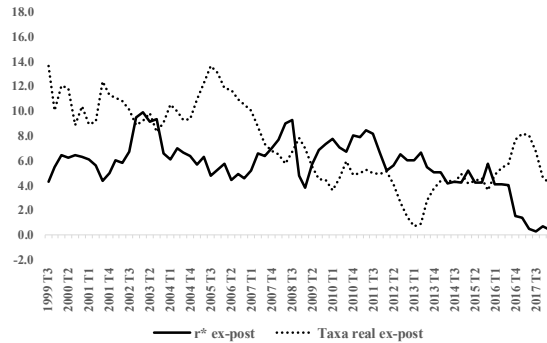
<sup>18</sup> Ou *one-sided*. Dado que o filtro só considera as informações disponíveis até o tempo  $t$ , estimativas filtradas são as que mais correspondem às “em tempo real”. As estimativas alisadas (ou *two-sided*), em que o filtro leva em consideração todas as observações da amostra, estão em anexo.

**Gráfico 1 - Taxa natural de juros e taxa real**  
(*ex-ante*)



Fonte: BCB. Cálculos do autor

**Gráfico 2 - Taxa natural de juros e taxa real**  
(*ex-post*)

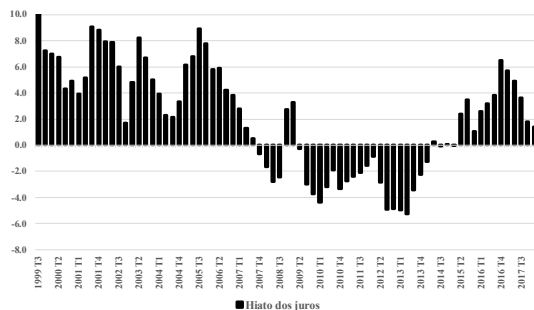


Fonte: BCB. Cálculos do autor.

Outro ponto que deve ser enfatizado é o fato de a TNJ ter se aproximado de zero a partir do segundo trimestre de 2016. Houve uma expressiva queda da taxa neutra, refletindo provavelmente os efeitos da crise econômica. No caso específico da taxa *ex-post*, ela ficou abaixo de 1,0% a.a. nos últimos quatro trimestres. É preciso observar que esse movimento da TNJ estimada para o Brasil em direção a zero encontra paralelo em estimativas para outras nações. Holston, Laubach e Williams (2017) mostraram que, após a crise do *sub-prime*, as taxas neutras se aproximaram de zero em algumas economias desenvolvidas<sup>19</sup>. No caso da Zona do Euro, por exemplo, a TNJ teve média de -0,2% a.a. do quarto trimestre de 2013 até o segundo trimestre de 2017.

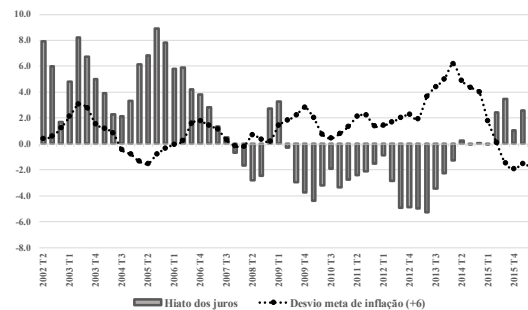
O Gráfico 3 apresenta a medida de hiato de juros obtida a partir da subtração da taxa de juros real *ex-ante* pela TNJ filtrada.

**Gráfico 3- Hiato dos juros**  
(*ex-ante*)



Fonte: BCB. Cálculos do autor.

**Gráfico 4 -Hiato dos juros e desvios da inflação**  
em relação a meta seis trimestres à frente



Fonte: BCB, IBGE. Cálculos do autor.

<sup>19</sup> Também se verifica esse movimento em economias emergentes, como, por exemplo, a Turquia. Se quiser saber mais, ver Us (2018).

Neste desenho, fica mais fácil observar como os estímulos monetários foram predominantemente contracionistas durante o período. Notam-se claramente três momentos distintos na condução da política monetária brasileira desde a adoção do regime de metas. No primeiro, que vai de 1999 até meados de 2007, prevaleceram os estímulos contracionistas, numa espécie de adaptação ao novo regime. Em função do longo histórico inflacionário da economia brasileira, foi necessário um período de hiato dos juros mais elevado. Entende-se também que alguns eventos exigiram que esse período fosse ainda mais extenso. Houve, por exemplo, o estouro da bolha especulativa das empresas de tecnologia da informação na bolsa dos Estados Unidos no início dos anos 2000, na crise que ficou conhecida como “a bolha das ponto com”. Em seguida, houve a crise de incerteza frente a eleição do Presidente Lula, levando a uma elevada desvalorização cambial que contaminou a inflação e as expectativas. A preços de março de 2018, a taxa de câmbio chegou a impressionantes R\$ 9,56 em outubro de 2002, e o efeito *pass-through* puxou a inflação para 17,2% a.a. em abril de 2003. Em resposta, o Banco Central a executou um forte aperto monetário. Mais à frente, em 2005, a crise política decorrente do episódio que ficou conhecido como o “escândalo do mensalão”, também obrigou a autoridade monetária a novos aumentos nos juros.

Passadas as turbulências do período de adaptação, a política monetária entrou em um segundo momento, que vai de 2007 até 2014. Nesse período, a política monetária transitou de uma neutralidade inicial para uma etapa de forte expansionismo após 2011. À época, a política expansionista foi bastante controversa, pois se deu em um ambiente de inflação acima da meta. Além disso, utilizaram-se artifícios não convencionais para manter a inflação artificialmente controlada, o que não foi bem recebido pelos agentes de mercado. Em 2012 foi editada a Medida Provisória 579, que renovou antecipadamente as concessões de empresas geradoras e transmissoras que venceriam em 2015, desde que elas aceitassem ter os preços definidos pela Aneel. A lei ainda reduziu alguns encargos e previu aportes do Tesouro para compensar essa redução e as tarifas mais baixas que seriam aplicadas no biênio 2013–2014 e para indenizar os investimentos das concessionárias conforme previsto nos contratos. Dessa forma, a MP controlou artificialmente a inflação. Ao mesmo tempo, também se reduziu a alíquota da CIDE sobre combustíveis e, em 2013, em função das manifestações populares, congelaram-se os reajustes nos ônibus urbanos e intermunicipais e nos pedágios<sup>20</sup>.

O terceiro período, que se inicia em 2014, foi marcado por uma política contracionista mesmo em um cenário fortemente recessivo. Isso porque, com a liberação dos preços

---

<sup>20</sup> Se quiser saber mais sobre os artifícios de controle de preços utilizados durante o período ver Barrionuevo (2015).

represados, a inflação acelerou ultrapassando os dois dígitos no fim de 2015 (10,5% ao ano), obrigando a autoridade monetária a elevar os juros e reforçar o compromisso com a inflação na meta. De certa forma, o aperto monetário foi uma consequência da utilização de instrumentos artificiais de controle da inflação nos anos anteriores.

Com o deflagrar da crise e a desaceleração da inflação, o Banco Central iniciou os cortes nos juros. Ao mesmo tempo, a TNJ também se reduziu consideravelmente no período, chegando a mínimos históricos, impulsionada pela queda vertiginosa do crescimento potencial. Diante disso observa-se que, mesmo o BCB tendo reduzido sucessivamente os juros nominais desde outubro de 2016 até alcançar o seu menor nível histórico em março de 2018, muito provavelmente a velocidade de queda não foi suficiente para que a taxa real da economia pudesse ser classificada como expansionista. Talvez, o BCB tenha agido de maneira excessivamente lenta do ponto de vista da flexibilização monetária, o que configuraria um *overkill* da política monetária. Nesse sentido, deve ser considerado que a própria gradualidade dos cortes nos juros pode ter contribuído para a redução das expectativas e da inflação, em uma espécie de choque de credibilidade. Isso permitiria cortes mais acentuados na taxa de juros.

O Gráfico 4, por sua vez, relaciona o hiato dos juros encontrado pelo modelo no período 2002.2 até 2016.2 com os desvios da inflação observada em relação a meta seis trimestres à frente (de 2004.1 até 2018.1). A escolha dessa defasagem se deve a Neiss e Nelson (2003), que encontraram alta correlação entre as variáveis nesse *lag*.

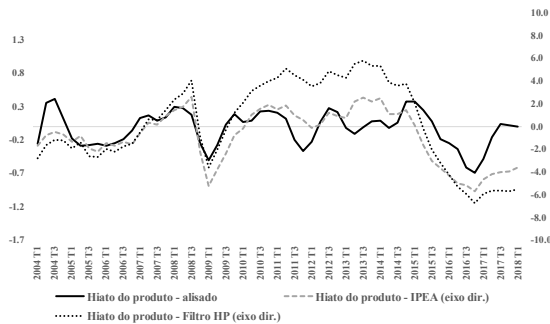
Ainda no Gráfico 4, é possível observar que a taxa de inflação se manteve acima da meta por quase todo período e talvez por isso a autoridade monetária tenha respondido com estímulos contracionistas na maior parte do tempo. Além disso, nota-se uma clara correlação negativa entre o hiato dos juros e a inflação futura (-0,42), com efeito similar ao encontrado por Neiss e Nelson (2003). Por opção, o período considerado no Gráfico 4 não contempla o choque de expectativas em relação à posse do ex-presidente Lula.

Também é interessante apresentar o hiato do produto estimado. O gráfico 5 mostra a estimativa alisada (*two-sided*) a partir do primeiro trimestre de 2004, juntamente com hiatos do produto estimados por outras metodologias (eixo da direita): também são apresentadas, a título de comparação, uma estimativa de hiato obtida a partir de um filtro HP com  $\lambda = 36000$  e a estimativa de hiato do Instituto de Pesquisa Econômica Brasileira (IPEA)<sup>21</sup>.

---

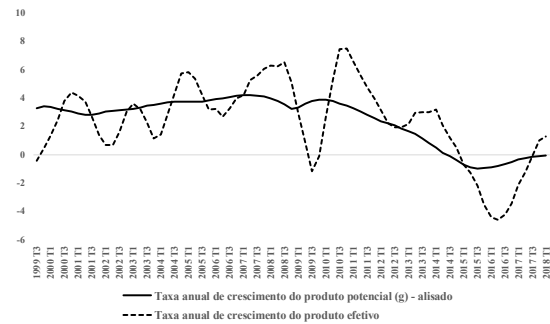
<sup>21</sup> O produto potencial do IPEA é estimado com base na metodologia da função de produção descrita em Caetano e Souza-Júnior (2013) e Souza-Júnior (2015).

**Gráfico 5 - Hiato do produto estimado versus hiato outras metodologias**



Fonte: BCB e cálculos do autor.

**Gráfico 6 - Crescimento do PIB potencial e crescimento do PIB efetivo**



Fonte: IBGE e cálculos do autor.

Conforme explicado anteriormente, a estratégia utilizada para estimar o modelo reduziu a amplitude do hiato. Todavia, nota-se, pelo gráfico 5, que a estimativa se mostra correlacionada com as demais.

Por último, o Gráfico 6 apresenta o crescimento do PIB potencial anualizado estimado pelo modelo contra o PIB efetivo. Observa-se que, a partir do final de 2010, o modelo capta uma redução gradual do crescimento potencial da economia brasileira, passando de 3,2% a.a. no primeiro trimestre de 2011 para -0,9% a.a. no primeiro trimestre de 2016. O modelo estimou que a taxa de crescimento do produto potencial estaria próxima de 0,0% ao ano na última observação da amostra. Esse movimento de queda do crescimento do produto potencial foi determinante para a trajetória recente de redução da TNJ captada pelo modelo.

## 5 MODELOS ALTERNATIVOS E COMPARAÇÕES

Dada sua natureza não observável, existem diversas formas de estimar a TNJ. O objetivo desta seção é estimá-la a partir de duas metodologias diferentes para, em seguida, fazer comparações com as estimativas obtidas pelo modelo de Holston, Laubach e Williams (2017).

O primeiro modelo alternativo estimado foi desenvolvido a partir de dois modelos propostos em Basdevant, Bjorksten e Karagedkli (2004). Por essa metodologia, objetiva-se estimar a TNJ para a economia brasileira utilizando informações financeiras e macroeconômicas. Uma vantagem interessante é que ela permite modelar tanto a TNJ quanto o prêmio de risco presente nos ativos de longo prazo. Até onde apurado, os mesmos ainda não foram aplicados ao caso brasileiro<sup>1</sup>.

A segunda metodologia alternativa tenta de captar movimentos de longo prazo na TNJ. Para isso, estima-se um modelo com variáveis estruturais internas e externas, com metodologia semelhante a proposta por Bicalho e Goldfajn (2011) e Gottlieb (2013).

É importante enfatizar que o interesse por trás da estimação dos modelos alternativos está apenas em comparar as estimativas com os resultados da metodologia principal, trazendo assim novos pontos de vista. Como ressaltado na segunda seção, não se pode conferir o mesmo nível de relevância que é dada ao modelo de Holston, Laubach e Williams (2017) aos modelos alternativos, principalmente porque modelos como estes não são práticos ao uso para política monetária em tempo real.

### 5.1 MODELO DE SPREAD DE CURVA DE CURVA DE JUROS COM COMPONENTES ESTRUTURAIS

Nesta subseção, estima-se a TNJ através de modelo inspirado no trabalho de Basdevant, Bjorksten e Karagedkli (2004), do Banco Central da Nova Zelândia. Em seu artigo, os autores propõem dois modelos interessantes para se estimar a TNJ: um predominantemente financeiro, que utiliza os spreads na curva de juros, e outro ligeiramente mais estrutural. O primeiro parte da ideia de que é possível interpretar as oscilações simultâneas nas taxas de juros curta e longa – depois que todas as flutuações cíclicas tiverem

---

<sup>1</sup> Modelo similar foi estimado por Perrelli e Roache (2014).



se dissipado – como mudanças na TNJ. Supõe-se, portanto, que há uma tendência estocástica comum entre as duas taxas.

O modelo é composto pelas seguintes equações de medida:

$$r_t = r_t^* + \pi_t^e + \epsilon_{1t} \quad (13)$$

$$R_t = r_t^* + \alpha_t + \pi_t^e + \epsilon_{2t} \quad (14)$$

onde as equações de estado são dadas por:

$$r_t^* = r_{t-1}^* + \epsilon_{3t} \quad (15)$$

$$\alpha_t = \delta_0 + \delta_1 \alpha_{t-1} + \epsilon_{2t} \quad (16)$$

em que  $r_t$  e  $R_t$  são, respectivamente, as taxas de juros nominais de 90 dias e de 10 anos. A variável  $r_t^*$  é a TNJ,  $\pi_t^e$  é a expectativa de inflação para o próximo período e  $\alpha_t$  é o prêmio de risco ou o spread da curva de juros. Pressupõe-se que a expectativa de inflação é estável entre as duas maturidades. Dessa forma, a taxa real de longo prazo seria a taxa real de curto prazo mais um prêmio de risco.

Em um segundo modelo, Basdevant, Bjorksten e Karagedkli (2004) propõem uma abordagem ligeiramente mais estrutural para modelar a TNJ. Parte-se de uma regra de Taylor e de uma equação de não arbitragem da taxa de juros entre ativos de curto prazo e de longo prazo. Da mesma forma que o primeiro, estima-se usando o *Filtro de Kalman*. As equações de medida são:

$$r_t = r_t^* + \pi_t^e + \beta(\pi_t - \pi^*) + \phi h_t + \epsilon_{1t} \quad (17)$$

$$R_t = r_t^* + \alpha + \pi_t^e + \epsilon_{2t} \quad (18)$$

Em que equação (17) é uma Regra de Taylor onde  $r_t^*$  é a TNJ,  $r_t$  é a taxa de juros nominal objetivo do Banco Central,  $\pi_t^e$  é a expectativa de inflação,  $\pi_t$  é a inflação observada,  $\pi^*$  é a meta de inflação para o exercício e  $h_t$  é o hiato do produto. A equação (18) é uma relação de não arbitragem entre ativos financeiros de curto prazo e de longo prazo, que basicamente determina que a taxa nominal de juros de longo prazo é igual a taxa de curto prazo somada a um prêmio de risco  $\alpha$ .

Nota-se que os autores sugerem modelar inicialmente o prêmio de risco como constante ao longo do tempo. Além disso, outro ponto importante é que o produto potencial é uma variável observável neste modelo.

A taxa natural de juros ( $r_t$ ) é um passeio aleatório:

$$r_t^* = r_{t-1}^* + g_{t-1} \quad (19)$$

em que

$$g_t = g_{t-1} + \epsilon_{3t} \quad (20)$$

onde  $g_t$  é taxa de crescimento anual do produto potencial. O sistema formado pelas equações (17)-(20) é um modelo em estado-espço, em que as duas primeiras são as equações de medida e a terceira é a equação de estados, que define a lei de movimento da TNJ.

Juntando estes dois modelos, constrói-se um terceiro incluindo a equação de estado (16) no segundo. Assim, permite-se modelar o prêmio de risco como um estado não observável. A justificativa para isso é a de que o Brasil é uma economia emergente, de modo que considerar o prêmio de risco como constante ao longo do tempo parece uma hipótese demasiadamente forte.

A versão completa do modelo a ser estimado é composta, portanto, pelas equações de medida – (17) e (18) – e pelas equações de estado – (16) e (19). Da mesma forma que em Basdevant, Bjorksten e Karagedkli (2004), aplica-se o *Filtro de Kalman*.

Como medida de hiato do produto, optou-se por utilizar o PIB potencial calculado trimestralmente pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA)<sup>2</sup>. A variável  $g_t$  é a taxa de crescimento anualizada do produto potencial do IPEA. A inflação observada é o IPCA acumulado em 12 meses, calculado pelo IBGE, enquanto que  $\pi_t^e$  é a expectativa de inflação para os próximos 12 meses suavizada coletada pelo Boletim Focus do BCB<sup>3</sup>. Como medida da taxa curta ( $r_t$ ), utilizou-se a média trimestral da taxa dos contratos DI negociados na BM&F Bovespa para os próximos 90 dias enquanto que para a taxa longa ( $R_t$ ) utilizou-se a média da taxa dos mesmos contratos com maturidade de 5 anos<sup>4</sup> (1800 dias). Devido à restrição de dados, o horizonte da amostra foi menor do que o da seção anterior. A amostra

<sup>2</sup> O produto potencial do IPEA é estimado com base na metodologia da função de produção descrita em Souza-Júnior e Caetano (2013) e Souza-Júnior (2015).

<sup>3</sup> Também se estimou o modelo com expectativas racionais (previsão perfeita), mas os resultados foram muito parecidos, de modo que se optou por não os reportar.

<sup>4</sup> No artigo original, os autores utilizam a taxa de anos. Todavia, entende-se neste trabalho que, por se tratar do Brasil, um país emergente, a taxa de 5 anos pode ser considerada de longo prazo.

compreende o período do segundo trimestre de 2002 até o primeiro trimestre de 2018, totalizando 64 observações.

Na Tabela 4 são apresentados os resultados da estimação. É possível ver que todos os parâmetros foram significativos a 5%. Desvios da inflação em relação à meta foram positivamente correlacionados com hiato dos juros. Por outro lado, o hiato do produto se mostrou negativamente correlacionado com o hiato dos juros. Ou seja, quanto maior é a diferença da taxa de juros real em relação a taxa neutra, menor é o hiato do produto.

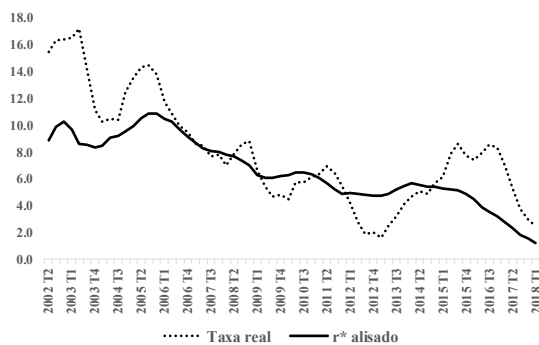
**Tabela 4** - Resultado do modelo de spread de curva de juros com componentes estruturais

	Coefficiente	Desvio-padrão	t
$\beta$	0.472	0.098	4.829
$\phi$	-0.544	0.198	-2.752
$\delta_0$	3.464	0.324	10.691
$\delta_1$	0.766	0.063	12.259
Log-likelihood	-977.4019	AIC	1968.804
	Média $r^*$		
2002-2008	9.110	2014-2018	3.344
2008-2014	5.597	Obs. Final	1.258

Fonte: cálculos do autor

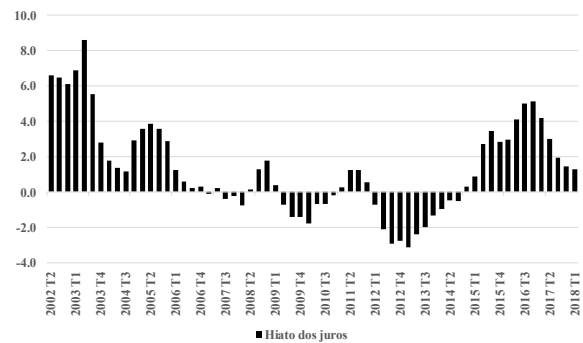
No gráfico 7 mostram-se a taxa real *ex-ante* e a taxa natural estimada. Analisando a TNJ, nota-se uma tendência de queda bastante evidente, especialmente após a deflagração da crise econômica em 2014. A curva sai de 8,9% a.a. no segundo trimestre de 2002 para 5,4% a.a. no quarto trimestre de 2014. No primeiro trimestre de 2018, a estimação aponta para uma TNJ de 1,3% a.a., o menor nível até então.

**Gráfico 7** - Taxa natural de juros<sup>5</sup> e taxa real



Fonte: BCB, BM&F Bovespa e cálculos do autor

**Gráfico 8** - Hiato dos juros



Fonte: BCB e cálculos do autor

<sup>5</sup> Nota-se que se optou por utilizar a TNJ alisada em vez da filtrada. A justificativa é que, como argumentado na revisão da literatura, modelos como esse não servem ao propósito de utilização “em tempo real” pela autoridade monetária. Logo, não faria sentido utilização da estimativa filtrada.

Calculando a diferença entre a taxa de juros real e a taxa natural de juros (hiato dos juros) é possível analisar os estados da política monetária. Quando o hiato é negativo, diz-se que a taxa real é expansionista (ou estimulativa) e contracionista caso contrário. Observando o Gráfico 7 nota-se que os estímulos monetários parecem ter sido majoritariamente contracionistas durante o período, com destaque para o intervalo que vai do início da série até 2007. A partir dali, inicia-se uma política razoavelmente neutra que vai até o início de 2011, quando se inaugura um processo expansionista, revertido em 2014 para uma política contracionista. Portanto, o modelo corrobora em grande medida as estimativas da quarta seção, tanto em termos de tendência da TNJ quanto em relação aos estados da política monetária.

A Tabela 5 traz um resumo das estimativas obtidas pelo modelo alternativo em comparação às calculadas pelo modelo de Holston, Laubach e Williams (2017). Em geral, os resultados do modelo alternativo foram convergentes com a metodologia principal deste trabalho. Nas últimas observações da amostra também se observam estimativas bem baixas para a TNJ, o que reforça a convicção nos resultados deste trabalho.

**Tabela 5:** Comparação das estimativas – taxas naturais médias para períodos selecionados

Metodologia	1999.3-2018.1*	2002.2-2005.4	2007.2-2009.4	2011.1-2013.4	2014.2-2016.4	2017.1-2018.1	2018.1
Modelo de Holston, Laubach e Williams (2017)	6.4	7.8	7.7	7.2	4.9	1.7	1.4
Modelo de spread da curva de juros com componentes estruturais*	6.6	9.5	7.1	5.1	4.7	1.9	1.3
Taxa real ex-ante	8.6	13.3	6.9	4.0	7.0	5.2	2.8

\*de 2002.2 até 2018.1 para o modelo de spread da curva de juros com componentes estruturais. Fonte: cálculos do autor.

## 5.2 MODELO COM FUNDAMENTOS ECONÔMICOS DE LONGO PRAZO E FATORES EXTERNOS

O segundo modelo alternativo parte de duas hipóteses principais: (i) existe uma taxa neutra de longo prazo determinada por fatores internos (tais como o mercado de crédito e o risco de insolvência do setor público)<sup>6</sup> e; (ii) trata-se de uma pequena economia aberta, onde componentes externos influenciam o nível de equilíbrio interno<sup>7</sup>. Assume-se, portanto, que a taxa de equilíbrio é determinada pela estrutura interna, mas estaria sujeita às influências do

<sup>6</sup> Bernhardsen e Gerdrup (2007) expõe com mais detalhes essa noção.

<sup>7</sup> Barbosa, Camelo e João (2016) estimaram um modelo de pequena economia aberta para o Brasil.

mercado externo. A intenção é que esse modelo sirva de contraponto aos demais na medida que a TNJ é determinada a partir de um universo totalmente distinto.

Vale notar que modelo semelhante foi aplicado ao Brasil por Bicalho e Goldfajn (2011) e Gottlieb (2013). Contudo, a inovação com relação a esses dois trabalhos é a inclusão de componentes externos na equação estimada.

De acordo com Favero (2001), pode-se decompor a taxa de juros real em dois componentes: (i) o seu valor defasado, com o objetivo de captar a tendência de bancos centrais de suavizar a trajetória dos juros e; (ii) a sua taxa neutra de longo prazo, mais um termo de erro:

$$r_t = \alpha_1 r_{t-1} + (1 - \alpha_1) r_t^* + v_t \quad (21)$$

Sob as hipóteses iniciais, a TNJ ( $r_t^*$ ) combina variáveis estruturais internas com fatores externos:

$$r_t^* = \beta_1 embi_t + \beta_2 cred_t + \beta_3 dbgg_t + \beta_4 vol_t + \beta_5 g_t + r_t^{ext} + g_t^{ext} \quad (21)$$

Onde  $emb_i_t$  é o EMBI+Brasil, um índice baseado no spread entre a taxa de retorno dos títulos de países emergentes (nesse caso o Brasil) e a oferecida por títulos emitidos pelo Tesouro americano, calculado pelo Banco JP Morgan. O índice também pode ser interpretado como uma medida do risco Brasil<sup>8</sup>.  $cred_t$  é o volume de crédito privado em poder do público e  $dbgg_t$  é a Dívida Bruta do Governo Geral<sup>9</sup>, ambos calculados pelo Banco Central do Brasil e medidos em percentual do PIB. A variável  $vol_t$  dá a volatilidade do IPCA medida pelo desvio-padrão dos últimos quatro trimestres.  $g_t$  é a taxa de crescimento do produto potencial calculada pelo IPEA,  $r_t^{ext}$  é a taxa dos FED funds e  $g_t^{ext}$  é a taxa de crescimento do PIB per capita dos Estados Unidos, calculada pelo FED. Combinando as equações (20) e (21), chega-se a

$$r_t = \alpha_1 r_{t-1} + (1 - \alpha_1) [\beta_1 embi_t + \beta_2 cred_t + \beta_3 dbgg_t + \beta_4 vol_t + \beta_5 g_t + r_t^{ext} + g_t^{ext}] + v_t \quad (22)$$

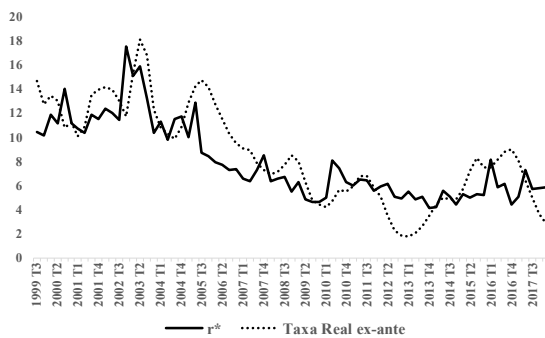
<sup>8</sup> Para reduzir a volatilidade do índice, o EMBI foi filtrado pelo método de Hodrick-Prescott.

<sup>9</sup> Sob o critério do FMI, que considera como dívida todos os títulos emitidos pelo Tesouro na carteira do Banco Central, e não somente as operações compromissadas como é o caso da nova metodologia do BCB, em vigor desde 2007.

É possível obter a TNJ através dos parâmetros resultantes da estimação da equação (22). Diante da possibilidade de endogeneidade, estima-se (22) utilizando o Método Generalizado dos Momentos (GMM), que permite tratar o problema através da utilização de variáveis instrumentais<sup>10</sup>. Tais variáveis devem ser correlacionadas com as variáveis endógenas, porém não correlacionadas com o termo de erro. Como recomendado pela literatura, optou-se por usar como instrumentos os próprios regressores defasados<sup>11</sup>. Os resultados da estimação bem como os instrumentos utilizados se encontram em anexo.

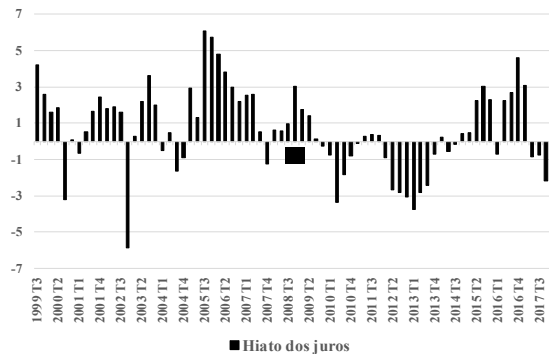
Os gráficos 9 e 10, abaixo, mostram, respectivamente, a estimativa de TNJ obtida pelo modelo versus a taxa real *ex-ante* e o hiato dos juros estimado. Nota-se uma TNJ com tendência descendente até o início de 2010. A partir dali a taxa permaneceu relativamente estável, encerrando o primeiro trimestre de 2018 em 5,8% ao ano. A taxa média captada pelo modelo de 7,9% a.a. foi relativamente mais elevada do que a do modelo de Holston, Laubach e Williams (2017), puxada pelos altos valores durante a crise de incerteza em função da posse do Presidente Lula. A alta volatilidade do IPCA durante o período impactou decisivamente a estimativa da TNJ.

**Gráfico 9** - TNJ estimada pelo modelo de componentes de longo prazo e fatores externos



Fonte: BCB e cálculos do autor.

**Gráfico 10** - Hiato dos juros pelo modelo de componentes de longo prazo e fatores externos



Fonte: Cálculos do autor.

Além disso, outro ponto que merece destaque é o fato de, diferentemente das estimativas do modelo de Holston, Laubach e Williams (2017), o modelo não captar nenhuma redução da TNJ durante a crise de 2014-2016. É provável que isso tenha acontecido em função da inclusão da variável relacionada à dívida pública. A marcada deterioração fiscal

<sup>10</sup> Para uma explicação detalhada do GMM, ver Greene (2008).

<sup>11</sup> O teste J de sobre identificação reforçou a confiança na escolha. Nota-se um p-valor razoavelmente elevado.

desde 2010<sup>12</sup> e a concomitante desaceleração do PIB levaram a uma rápida aceleração da DBGG a partir de 2014, impactando decisivamente os resultados. De certa maneira, é como se os efeitos da recessão sobre a taxa neutra tivessem sido anulados pelo risco fiscal, mantendo-se, assim, a taxa estrutural estável.

Quanto a padrão de política monetária, o modelo é semelhante aos anteriores: viés contracionista até a crise do sub-prime seguido de viés expansionista até a recessão. Isso pode ser visto na Tabela 6. A divergência parece estar mesmo nas estimativas na margem, com este modelo indicando, diferentemente dos outros, hiato de juros negativo ao final da crise econômica brasileira.

Os resultados obtidos pelo modelo são interessantes, pois parecem captar as incertezas ligadas a crise fiscal. Enquanto o modelo de Holston, Laubach e Williams (2017) aponta para uma taxa próxima de 1,0% a.a. no pós-crise, este modelo é bem mais conservador, contrabalançando as estimativas. Por definição, esse modelo alternativo tem um viés de longo prazo e, portanto, suas estimativas tendem a responder menos a movimentos de médio e curto prazos.

**Tabela 6** - Comparação das estimativas – taxas naturais médias para períodos selecionados

Metodologia	1999.3-2018.1	2002.2-2005.4	2007.2-2009.4	2011.1-2013.4	2014.2-2016.4	2017.1-2018.1	2018.1
Modelo de Holston, Laubach e Williams (2017)	6.4	7.8	7.7	7.2	4.9	1.7	1.4
Modelo com fundamentos econômicos e variáveis externas	8.0	12.0	6.1	5.5	5.5	5.9	5.8
Taxa real ex-ante	8.6	13.3	6.9	4.0	7.0	5.2	2.8

Fonte: cálculos do autor.

<sup>12</sup> O Ministério da Fazenda, em publicação recente, mostrou que apesar dos resultados primários negativos do Setor Público Consolidado terem se iniciado somente em 2014, o resultado fiscal estrutural, que expurga fatores cíclicos e não recorrentes do resultado convencional, tem piorado sucessivamente desde 2010.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho estimou a taxa natural de juros para o período após a adoção do regime de metas de inflação no Brasil (1999-2018). Como metodologia principal, utilizou-se o modelo seminal de Laubach e Williams (2003), segundo a reespecificação proposta por Holston, Laubach e Williams (2017), mas com uma ligeira modificação da forma de aplicação em função de instabilidades no modelo.

As estimativas obtidas indicaram uma TNJ com tendência descendente ao longo da amostra, puxada nos últimos anos pela aguda crise de 2014-2016 e a consequente queda da taxa de crescimento do produto potencial. Na última observação (primeiro trimestre de 2018), o modelo apontou para uma TNJ de 1,4% a.a., o segundo menor valor para toda a série histórica estimada. A estimativa obtida pela taxa real *ex-post*, por sua vez, indicou um movimento da TNJ em direção a zero, com taxa de 0,4% a.a. estimada para o primeiro trimestre de 2018<sup>13</sup>.

A análise do hiato dos juros revelou três momentos distintos na condução da política monetária no espaço da amostra. O primeiro vai de 1999 até 2007 e é interpretado como um período de adaptação após a adoção do regime de metas de inflação. A extensão desse ajustamento foi talvez mais longa do que deveria, influenciada pela memória da inflação crônica no Brasil e por alguns eventos que geraram grande incerteza durante o período. Ressaltam-se no texto o “estouro da bolha das .com”, a eleição do presidente Lula e o “escândalo do mensalão”, que exigiram taxas de juros acima do seu nível natural. A partir de 2007, inaugurou-se um período de inicial neutralidade seguida de uma política monetária fortemente expansionista de 2011 até 2014. Já o terceiro período da política monetária foi de 2014 até o fim da amostra, e se caracterizou pelo contracionismo. O fim do represamento dos preços que marcou o governo Dilma elevou a inflação para cima dos dois dígitos, obrigando o Banco Central a elevar os juros mesmo em um cenário recessivo. Quando a inflação arrefeceu e a autoridade monetária iniciou os cortes nos juros, a TNJ já vinha caindo vertiginosamente por causa da recessão, de modo que o hiato dos juros não chegou a ser negativo durante esse período.

Em função das incertezas com relação a estimação de variáveis não observáveis, estimaram-se dois modelos alternativos. Embora estes modelos não sirvam ao uso da política

---

<sup>13</sup> O movimento das taxas neutras em direção a zero encontra paralelo em outras economias. Ver, por exemplo, Holston, Laubach e Williams (2017) para o caso das economias desenvolvidas e ver Us (2018) para o caso das emergentes.



monetária, possibilitaram um exercício de comparação interessante. A primeira metodologia alternativa partiu do modelo de Basdevant, Bjorksten e Karagedkli (2004), que estima a TNJ através de componentes financeiros e macroeconômicos. A inovação em relação a estes autores foi permitir que o prêmio de risco variasse no tempo. As estimativas foram bem próximas às obtidas pelo modelo de Holston, Laubach e Williams (2017), corroborando os estados da política monetária e a queda vertiginosa da TNJ durante a crise de 2014-2016.

A segunda metodologia alternativa, contudo, estimou a TNJ a partir de fundamentos de longo prazo, em uma metodologia semelhante à de Goldfajn e Bicalho (2011), mas com a inclusão de variáveis externas. Os resultados no final da amostra não captaram a substancial redução da TNJ durante a recessão, divergindo das estimativas da TNJ do modelo de Holston, Laubach e Williams (2017). A inclusão de variáveis fiscais neste modelo fez com que o efeito baixista do menor crescimento potencial sobre a TNJ fosse anulado pela deterioração do quadro fiscal.

Em resumo, as estimativas obtidas através do modelo de Holston, Laubach e Williams (2017) indicaram um viés predominantemente contracionista na política monetária no Brasil que foi corroborado pelos modelos alternativos. Essa relação parece estar associada a inflação persistentemente acima da meta. Além disso, a TNJ apresentou uma tendência descendente bastante evidente. Ambos os resultados encontram paralelo em trabalhos anteriores aplicados ao Brasil.

Acredita-se que a caracterização da política monetária desde a adoção do regime de metas de inflação até o presente momento trouxe contribuições interessantes. Ademais, a extensão da estimação por sobre a recente crise econômica mostrou que a TNJ se encontra em níveis historicamente baixos.

## REFERÊNCIAS

- AMATO, J. *The role of natural rate of interest in monetary policy*. Basel: Bank for International Settlements (BIS), 2005. (Technical Report, 171). Disponível em: <https://www.bis.org/publ/work171.pdf>. Acesso em: 19 jul. 2018. Modelo para Working paper
- ANDERSON, R. *Wicksell's Natural Rate*. St. Louis: Federal Bank of St. Louis, 2005. (Economic Synopses, número 6). Disponível em: <https://files.stlouisfed.org/files/htdocs/publications/es/05/ES0506.pdf>. Acesso em: 12 jun. 2018.
- ANDREWS, D.; PLOEBERGER, W. Optimal Tests When a Nuisance Parameter is Present Only Under the Alternative. *Econometrica*, Orebro, v. 62, p. 1383-1414, 1994. Modelo para artigo de periódico
- ARAÚJO, R.; SILVA, C. The neutral interest rate and the stance of monetary policy in Brazil. In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 41., 2014, Natal. *Anais [...]*. Cidade: Natal ANPEC, 2014. Modelo para evento
- BANCO CENTRAL do BRASIL. *Relatório Trimestral de Inflação*. Brasília: Banco Central, 2017. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/content/publicacoes/ri/201703/RELINF201703-ri201703P.pdf>. Acesso em 10 jun. de 2018.
- BARBOSA, F. H.; CAMÊLO, F.; JOÃO, I. A taxa de juros natural e a regra de Taylor no Brasil: 2003/2015. *Revista Brasileira de Economia, Rio de Janeiro*, v. 70, p. 399-417, 2016.
- BARCELLOS NETO, P.; PORTUGAL, M. S. The natural rate of interest in Brazil between 1999 and 2005. *Revista Brasileira de Economia*, Rio de Janeiro, v. 63, p. 103-118, 2009.
- BARRIONUEVO, A. A formação distorcida de preços administrados na experiência brasileira recente. *Revista de Economia Política*, online, v. 35, p. 475-491, 2015.
- BASDEVANT, O.; BJÖRKSTEN, N.; KARAGEDKLI, Ö. *Estimating a time varying neutral real interest rate for New Zealand*. Wellington: Reserve Bank of New Zealand, 2004. (Discussion Paper Series, no 2004/01). Disponível em: <https://www.rbnz.govt.nz/-/media/ReserveBank/Files/Publications/Discussion%20papers/2004/dp04-01.pdf>. Acesso em: 23 jun 2018.
- BERNHARDSEN, T.; GERDRUP, K.. *The neutral real interest rate*. Oslo: Norges Bank, 2007. (Economic Bulletin, 2). Disponível em: <https://www.norges-bank.no/en/Published/Papers/Economic-Bulletin/Economic-Bulletin-22007/The-neutral-real-interest-rate/>. Acesso em 03 jun. 2018.
- BICALHO, A.; GOLDFAJN, I. *A longa travessia para a normalidade: Os juros reais no Brasil*. Departamento de Pesquisa Macroeconômica – Itaú Unibanco, 2011. (Texto para Discussão N.02). Disponível em:

[https://www.itau.com.br/\\_arquivosstaticos/itauBBA/contents/common/docs/Itau\\_texto\\_para\\_discussao\\_3.pdf](https://www.itau.com.br/_arquivosstaticos/itauBBA/contents/common/docs/Itau_texto_para_discussao_3.pdf). Acesso em 07 jul. 2018.

BLINDER, A. *Central Banking In Theory and Practice*, MIT Press, Cambridge, 1998. 109 páginas.

BORGES, B. L.; SILVA, M. B. Estimando a Taxa de Juros Natural para o Brasil: Uma Aplicação da Metodologia VAR Estrutural. *Estudos Econômicos*, São Paulo, v. 36, p. 87-144, 2006.

BOMFIM, A. N. The Equilibrium Fed Funds Rate and the Indicator Properties of Term-Structure Spreads. *Economic Inquiry*, v. 35, p. 830–846, 1997.

BOMFIM, A. N. *Measuring Equilibrium Real Interest Rates: What can We Learn from Yields on Indexed Bonds?*. Washington: Federal Reserve Board of Governors, 2001. (Finance and Economics Discussion Series, n. 53). Disponível em: [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=293888](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=293888). Acesso em 06 jun. 2018.

BRZOZA-BRZEZINA, M. *Estimating the natural rate of interest: a SVAR approach*. Warsaw: National Bank of Poland, 2003. (Materialy I Studia, n. 27). Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/23747275\\_Estimating\\_the\\_Natural\\_Rate\\_of\\_Interest\\_A\\_SVAR\\_Approach](https://www.researchgate.net/publication/23747275_Estimating_the_Natural_Rate_of_Interest_A_SVAR_Approach). Acesso em 07 fev. 2018.

BRZOZA-BRZEZINA, M.; KOTLOWSKI, J. Measuring the natural yield curve. *Journal Applied Economics*, Warszawa, v. 46, p. 2052–2065, 2014.

CAETANO, S. M.; SOUZA-JÚNIOR, J. R. C. Produto potencial como ferramenta de análise da política monetária e da capacidade de crescimento da economia brasileira. *Revista EconomiA*, Niterói, v. 14, p. 671–702, 2013.

CANDIDO, O.; RONCHI NETO, A. Measuring the neutral real interest rate in Brazil: a joint estimation with potential output, NAIRU e NAICU. In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 45., 2017 Natal. *Anais [...]*. Natal: ANPEC, 2017.

GIAMBIAGI, F. In: *Economia brasileira contemporânea 1945-2010. Rompendo com a ruptura: o governo Lula, 2005. V. 1, p. 197-237.*

CHAN, J. C.; KOOP, G., POTTER, S. M.. A new model of trend inflation. *Journal of Business & Economic Statistics*, v. 31, p. 94-106, 2013.

COMITÊ DE DATAÇÃO DE CICLOS ECONÔMICOS BRASILEIROS. *Comunicado da Datação de Ciclos Mensais*. Rio de Janeiro, 2017. Disponível em [https://portalibre.fgv.br/data/files/F3/C1/F8/E8/A18F66108DDC4E66CA18B7A8/Comite%20de%20Data\\_o%20de%20Ciclos%20Econ\\_micos%20-%20Comunicado%20de%2030\\_10\\_2017%20\\_1\\_.pdf](https://portalibre.fgv.br/data/files/F3/C1/F8/E8/A18F66108DDC4E66CA18B7A8/Comite%20de%20Data_o%20de%20Ciclos%20Econ_micos%20-%20Comunicado%20de%2030_10_2017%20_1_.pdf)

DUARTE, J. *Measuring the natural interest rate in Brazil*. Washington: Institute of Brazilian Business and Public Management Issues, 2010. (Minerva Program, 2010). Disponível em: <https://www2.gwu.edu/~ibi/minerva/Spring2010/Janete.pdf>. Acesso em 8 jan. 2018.

- FERGUSON JUNIOR, R. *Equilibrium Real Interest Rate: Theory and Application*. Connecticut: BIS Review, 2004. Disponível em: <https://www.bis.org/review/r041108c.pdf>. Acesso em: 23 jan. 2018.
- FERREIRA, F. H. Estimativas para a Taxa de Juros Neutra no Brasil. 2013. Dissertação (Mestrado) - Escola de Economia de São Paulo, Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2013.
- FERREIRA, F. H.; MORI, R. *Estimativas para a taxa de juros neutra no brasil*. São Paulo: ANPEC, 2014. (Technical report). Disponível em: [https://www.anpec.org.br/encontro/2013/files\\_I/i4-7db25a1f2b5222345ac212a5cd66ddb3.pdf](https://www.anpec.org.br/encontro/2013/files_I/i4-7db25a1f2b5222345ac212a5cd66ddb3.pdf). Acesso em: 20 dez. 2017.
- FRIEDMAN, M. The role of monetary policy. *The American economic review*, Washington, v. 58, p.1-17, 1968.
- GIAMMARIOLI, N. e VALLA, N. The Natural Real Interest Rate and Monetary Policy: A Review. *Journal of Policy Modeling*, v. 26, p. 641-660, 2004
- GOTTLIEB, J. W. F. Estimativas e determinantes da taxa de juros real neutra no Brasil. 2013. Dissertação (Mestrado) - PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2013.
- GREENE, W. H. *Econometric Analysis*. 6th ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2008.
- HAMILTON, J. D. *Time Series Analysis*. Princeton: Princeton University Press, 1995.
- HAMILTON, J. D. *Why you should never use de the Hodrick-Prescott Filter*. National Bureau of Economic Research. 2017. (Working Paper 23429). Disponível em: [https://www.mitpressjournals.org/doi/abs/10.1162/rest\\_a\\_00706](https://www.mitpressjournals.org/doi/abs/10.1162/rest_a_00706). Acesso em: 03 mar. 2018.
- HAMILTON, J. D.; HARRIS, E.; HATZIUS, J.; WEST, K. D. The Equilibrium Real Funds Rate: Past, Present and Future. Cambridge: *National Bureau of Economic Research*. 2015. (Working Paper No. 21476). Disponível em: <https://www.nber.org/papers/w21476.pdf>. Acesso em: 09 fev. 2018.
- HOLSTON, K.; LAUBACH, T. e WILLIAMS, J. C. Measuring the natural rate of interest: International trends and determinants. *Journal of International Economics*. v. 108, p.59-75, 2017.
- HORVATH, R. *The time-varying policy neutral rate in real time: A Predictor for Future Inflation?*. Praga: Czech National Bank, 2007. (Working Paper Series 4). Disponível em: [https://www.cnb.cz/en/research/research\\_publications/cnb\\_wp/2007/cnbwp\\_2007\\_04.html](https://www.cnb.cz/en/research/research_publications/cnb_wp/2007/cnbwp_2007_04.html). Acesso em 25 jan. 2019.
- IMAKUBO, K.; KOJIMA, H. e NAKAJIMA, J. The natural yield curve: its concept and measurement. *Empirical Economics*, Vienna, v. 55, p. 551-572, 2017.
- KUWER, F. Earmarked Credit and Misallocation: Evidence from Brazil, 2016. Dissertação (Mestrado) - Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2016.

LARA RESENDE, A. *Juros moeda e ortodoxia*. São Paulo: Companhia das Letras, 2017.

LAUBACH, T.; WILLIAMS, J. Measuring the natural rate of interest. *The Review of Economics and Statistics, Cambridge*, v. 83, p. 218–231, 2003.

LAUBACH, T.; WILLIAMS, J. *Measuring the natural rate of interest redux*. São Francisco: Federal Bank of San Francisco (Finance and Economics Discussion Series 2016-11,). Disponível em: <https://www.frbsf.org/economic-research/files/wp2015-16.pdf>. Acesso em 04 fev. 2018.

LEIJONHUFVUD, A. *Natural Rate and Market Rate*. New York: The new Palgrave Money, Macmillan, 1989. v.1, p. 268-272.

MAGUD, N.; TSOUNTA, E. *To cut or not to cut? That is the (central bank's) question in search of the neutral interest rate in latin America*. International Monetary Fund, 2012. (Working Paper 12/243). Disponível em: <https://www.imf.org/en/Publications/WP/Issues/2016/12/31/To-Cut-or-Not-to-Cut-That-is-the-Central-Banks-Question-In-Search-of-the-Neutral-Interest-40042>. Acesso em: 15 jan. 2018.

MÉSONNIER, J. e RENNE, J. *A time-varying natural rate for the euro area*. Paris: Banque de France, 2004. (Notes d'Études et de Recherche N. 115). Disponível em: [https://www.banque-france.fr/sites/default/files/medias/documents/document-de-travail\\_115\\_2004.pdf](https://www.banque-france.fr/sites/default/files/medias/documents/document-de-travail_115_2004.pdf). Acesso em: 04 fev. 2018.

MIRANDA, P.; MUINHOS, M. *A taxa de juros de equilíbrio: uma abordagem múltipla*. Brasília: Banco Central do Brasil, 2006. (Technical Report 66). Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pec/wps/ingl/wps101.pdf>. Acesso em: 24 jan. 2018.

MUINHOS, M. K.; NAKANE, M. I. *Comparing equilibrium real interest rates: different approaches to measure Brazilian rates*. São Paulo: Escola Brasileira de Economia e Finanças (Working Paper N.101). Disponível em: <https://epge.fgv.br/files/2053.pdf>. Acesso em: 04 mar. 2018.

NEISS, K. e NELSON E. *The real-interest-rate gap as an inflation indicator*. London: Bank of England, 2003. (Macroeconomic Dynamics v.7.) Disponível em: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.203.8&rep=rep1&type=pdf>. Acesso em: 24 jan. 2018.

OLINER, S. D.; SICHEL, D. E. The Resurgence of Growth in the Late 1990s: Is Information Technology the Story?. *Journal of Economic Perspectives*, v. 14:4, p. 3-22, 2000.

PALMA, A. A. Natural interest rate in Brazil: further evidence from an ar-trend-bound model. *Economics Bulletin, [online]*, v. 36, n. 3, p.1306-1314, 2016.

PALMA, A.; PORTUGAL, M. Time-Varying Neutral Interest Rate in Brazil: Further Evidence from A Simple New Keynesian Model. *The Empirical Economic Letters*, v. 16, p. 633-646, 2017.

PERRELLI, R.; ROACHE, S.K. *Time-varying neutral interest rate: The case of Brazil*. International Monetary Fund, 2014. (Working Paper n. 14/84). Disponível em: [http://hkimr.org/uploads/seminars/498/paper\\_shاون-roache.pdf](http://hkimr.org/uploads/seminars/498/paper_shاون-roache.pdf). Acesso em: 13 mar. 2018.

PESCATORI, A.; TURUNEN, J. *Lower for Longer: Neutral Rates in the United States*. [online]: International Monetary Fund, 2015. (Working Paper N. 15/135). Disponível em: <https://www.imf.org/external/pubs/ft/wp/2015/wp15135.pdf>. Acesso em: 23 jan. 2018.

PHELPS, E. S. Money-wage dynamics and labor-market equilibrium. *Journal of political economy*, v. 76, p.678-711, 1968.

RIBEIRO, A.; TELES, V.K. Taxa natural de juros no Brasil. *Economia*, São Paulo, v.14, p.733–750, 2013.

ROBERTS, J. M. Estimates of the Productivity Trend Using Time-Varying Parameter Techniques. *Contributions to Macroeconomics, Berlin*, v.1, p. 1–27, 2001.

RODRIGUES, A. A. B. *Uma estimação da taxa natural de juros no Brasil*. 2009. Dissertação (Mestrado) - IBMEC, São Paulo, 2009.

ROSA, R. M. *Implicações macroeconômicas do BNDES*. 2015. Dissertação (Mestrado) - Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2015.

SANTOS, F. Potential output and equilibrium interest rate in Brazil. In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 39, 2011, Foz do Iguaçu. *Anais [...]. Foz do Iguaçu, 2011*.

SOLOW, R. M. A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, Cambridge, v.70, p. 65-94, 1956.

SOUZA-JÚNIOR, J. R. C. Impacto da nova metodologia do Sistema de contas nacionais sobre as estimativas de produtividade e do produto potencial. *Carta de Conjuntura do IPEA*, Rio de Janeiro, v. 27, p. 125–134, 2015.

SPE. *Boletim Resultado Fiscal Estrutural – 2017*. Brasília: Secretaria de Política Econômica do Ministério da Fazenda, 2018.

STOCK, J.; WATSON, M. Median unbiased estimation of coefficient variance in a time-varying parameter model. *Journal of The American Statistical Association*, Cambridge, v.93, p.349–358, 1998.

TAYLOR, J. *Discretion versus policy rules in practice*. Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, Palo Alto, v. 39, p. 195-214, 1993.

TOLEDO, C. *Ciclos do produto brasileiro: Decomposição e análise em “Tempo Real”*. São Paulo: Tese de Doutorado, FEA-USP, 2004.

UMEZU, F. Estimando a taxa natural de juros para o Brasil. *Temas de economia aplicada*, São Paulo, n. 65 p. 18-24, 2011.

US, V. Measuring the Natural Interest Rate for the Turkish Economy. *International Journal of Central Banking*, Ankara, v. 14, p. 259-316, 2018.

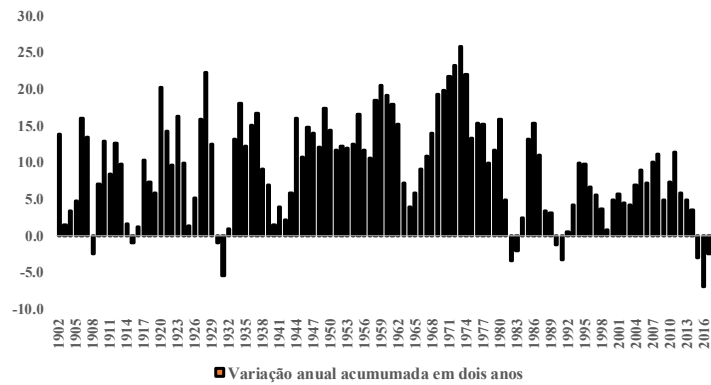
WICKSELL, K. *Interest and Prices*,, 1898 translation R.F.Kahn, MacMillan. Ed: 1936.

WOODFORD, M. *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*. Princeton: Princeton University Press, 2003.

## ANEXO A - SÉRIE HISTÓRICA DE VARIAÇÃO ANUAL DO PIB

O Gráfico A1 mostra a variação anual do PIB acumulada em dois anos. A intenção é mostrar a proporção histórica da recente recessão econômica, a mais severa nesta base de comparação desde o início da série.

**Gráfico A1: Variação anual do PIB acumulada em dois anos**



Fonte: IBGE. Cálculos do autor.



## ANEXO B - EXTENSÃO DA SÉRIE HISTÓRICA DAS EXPECTATIVAS SUAVIZADAS DO BOLETIM FOCUS

O modelo utilizado para projetar as expectativas de inflação durante o período em que não existem observações disponíveis do Boletim Focus é dado por:

$$expec. focus_t = c + ipca_t + \epsilon_t$$

Onde  $expec. focus_t$  é a expectativa de inflação para os próximos doze meses suavizada e  $ipca_t$  é o IPCA acumulado em 12 meses. Utilizou-se o modelo para estimar as expectativas do FOCUS do terceiro trimestre de 1999 até o terceiro trimestre de 2001. Os resultados da estimação encontram-se para baixo.

**Tabela B1:** Resultado do modelo utilizado

para a projeção para trás das expectativas do FOCUS

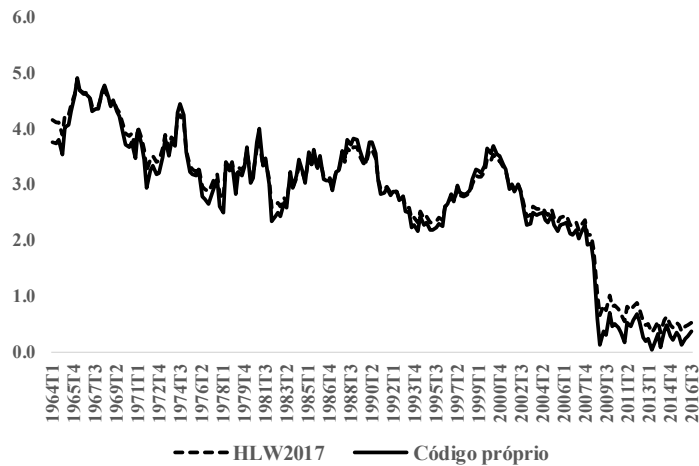
Variável	Coeficiente	Desvio-padrão	estatística-t
const	2.982	0.211	14.101
ipca	0.363	0.029	12.366
R-quadrado	0.708	SQR	28.175
R-quadrado ajustado	0.704	Log likelihood	-65.063

Fonte: cálculos do autor.

## ANEXO C - REPLICAÇÃO DOS RESULTADOS DE HOLSTON, LAUBACH E WILLIAMS (2017)

Com o intuito de validar o código utilizado para estimar o modelo de Holston, Laubach e Williams (2017), estimou-se a TNJ para os Estados Unidos. No gráfico abaixo está uma comparação das estimativas obtidas pelo código próprio e as divulgadas pelo artigo original. O código replica quase que perfeitamente a TNJ dos autores. As diferenças provavelmente decorrem de divergências quanto a transformação das variáveis.

**Gráfico C1:** Replicação dos resultados de Holston, Laubach e Williams (2017)

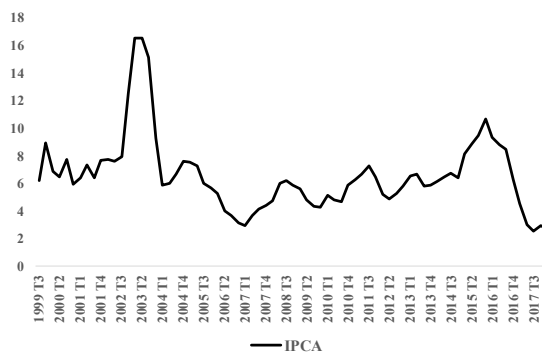


Fonte: Holston, Laubach e Williams (2017) e cálculos do autor.

## ANEXO D - SÉRIES UTILIZADAS NA ESTIMAÇÃO DO MODELO DE HOLSTON, LAUBACH E WILLIAMS

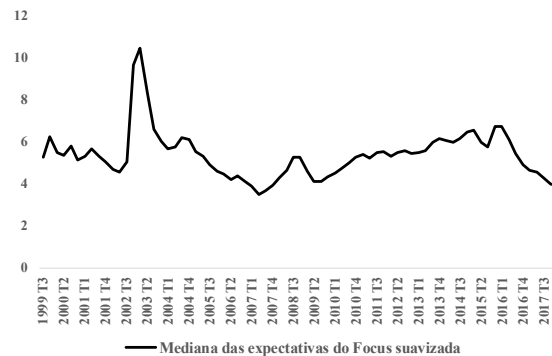
Apresentam-se aqui as séries utilizadas na estimação do modelo.

**Gráfico D1:** IPCA acumulado em 12 meses



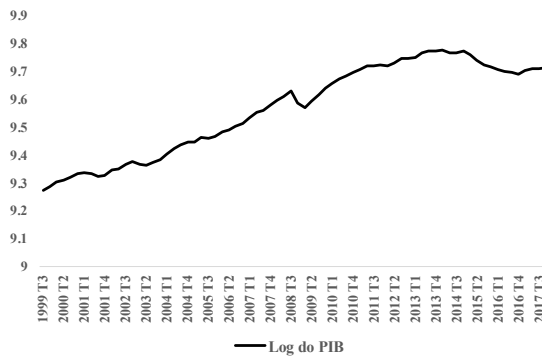
Fonte: IBGE

**Gráfico D2:** Mediana das expectativas para o IPCA  
12 meses à frente suavizada



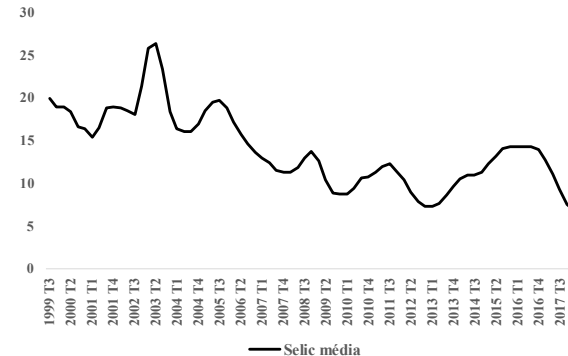
Fonte: BCB.

**Gráfico D3:** Logaritmo neperiano do PIB  
dessaonalizado



Fonte: IBGE

**Gráfico D4:** Taxa Selic em termos anuais – média  
observada no trimestre

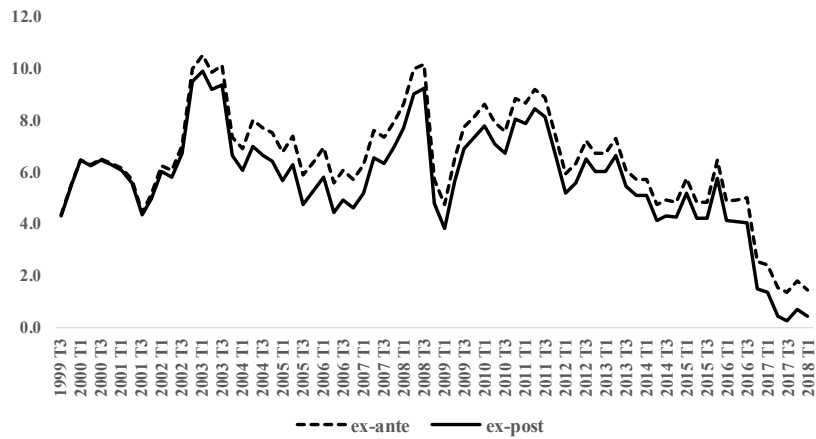


Fonte: BCB.

## ANEXO E - COMPARAÇÃO ENTRE TNJ EX-ANTE E EX-POST PELO OBTIDAS PELO MODELO DE HOLSTON, LAUBACH E WILLIAMS (2017)

Objetivo desse anexo é comparar graficamente as estimativas da TNJ *ex-ante* e *ex-post* obtidas pelo modelo. No gráfico abaixo estão as duas estimativas. Como era de se esperar, até 2002 as estimativas são muito parecidas em função do método de extensão das expectativas. No geral, as duas curvas exibem o mesmo comportamento, sugerindo que a política monetária foi condizente com as expectativas de inflação.

**Gráfico E1:** Resultado do modelo utilizado para a projeção para trás das expectativas do FOCUS

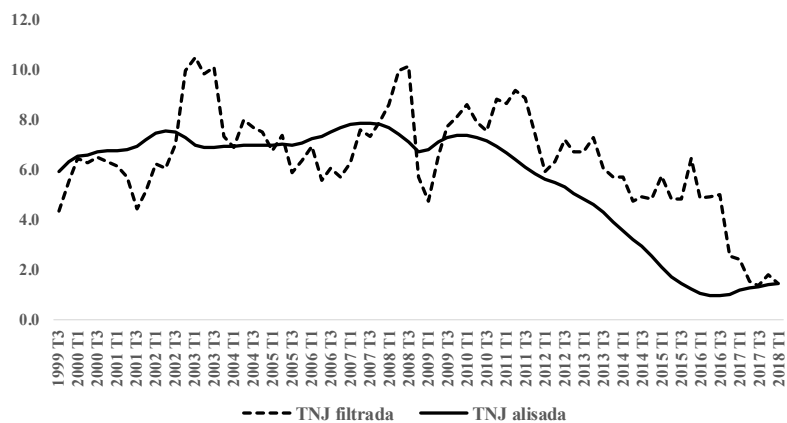


Fonte: cálculos do autor.

## ANEXO F - GRÁFICO DE COMPARAÇÃO DO HLW ALISADO E FILTRADO

No gráfico abaixo estão as estimativas da TNJ filtradas (*one-sided*) e alisadas (*two-sided*), resultantes do modelo de Holston, Laubach e Williams (2017).

**Gráfico F1:** Estimativas filtradas versus alisadas



Fonte: cálculos do autor.

## ANEXO G - RESULTADO DO MODELO COM FUNDAMENTOS DE LONGO PRAZO E VARIÁVEIS EXTERNAS

Na tabela abaixo estão os resultados da estimação pelo Método Generalizado dos momentos do modelo com fundamentos de longo prazo e variáveis externas.

**Gráfico G1:** Resultado do modelo de fundamentos delongo prazo com variáveis externas

<b>Variável dependente: SELIC_REAL</b>			
Método Generalizado dos Momentos			
Amostra: 1999t3 2018t1			
Instrumentos: EMBI(-1) EMBI(-3) EMBI(-4) EMBI(-5) EMBI(-6)			
SALDO_CRED_PRIV(-1) SALDO_CRED_PRIV(-2)			
SALDO_CRED_PRIV(-3) SALDO_CRED_PRIV(-4)			
SALDO_CRED_PRIV(-6) VOL_IPCA2(-1) VOL_IPCA2(-2)			
VOL_IPCA2(-3) VOL_IPCA2(-4) VOL_IPCA2(-5) VOL_IPCA2(-6)			
DBGG(-1) DBGG(-2) DBGG(-4) FED(-1) FED(-2) FED(-3) FED(-4)			
FED(-5) FED(-6) G_T_BR(-1) G_T_BR(-2) G_T_BR(-3) G_T_BR(-4) G_T_BR(-5) CONST			
Variável	Coefficiente	Erro padrão	t-Statistic
SELIC_REAL(-1)	0.667	0.042	15.708
EMBI_HP	0.002	0.001	2.255
SALDO_CRED_PRIV	-0.044	0.039	-1.116
DBGG	0.023	0.016	1.485
VOL_IPCA2	2.766	0.970	2.852
G_T_BR	0.210	0.098	2.135
FED	-0.012	0.065	-0.182
G_GDP_PC_USA	0.065	0.067	0.965
R-squared	0.890	Adjusted R-squared	0.878
S.E. of regression	1.396	J-statistic	16.062
Instrument rank	31	Prob(J-statistic)	0.853

Fonte: cálculos do autor.