

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

LUÍS FELIPE BOEFF

**CONTROLE LINEAR E NÃO
LINEAR DE CONVERSORES BOOST**

Porto Alegre
2019

LUÍS FELIPE BOEFF

**CONTROLE LINEAR E NÃO
LINEAR DE CONVERSORES BOOST**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Área de concentração: Controle e Automação

ORIENTADOR: Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Jr.

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores

Porto Alegre
2019

LUÍS FELIPE BOEFF

**CONTROLE LINEAR E NÃO
LINEAR DE CONVERSORES BOOST**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____

Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Jr., UFRGS

Doutor pela Université Paul Sabatier – Toulouse, França

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Aurelio Tergolina Salton, PPGEE – UFRGS

Doutor pela Universidade de Newcastle – Newcastle, Austrália

Prof. Dr. César Cataldo Scharlau, PPGES – UFSC

Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Luís Fernando Alves Pereira, PPGEE – UFRGS

Doutor pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica – São José dos Campos, Brasil

Coordenador do PPGEE: _____

Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Jr.

Porto Alegre, maio de 2019.

DEDICATÓRIA

Dedico todo o esforço depositado neste trabalho a minha Família, aos meus Amigos e a todos meus Professores.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos aqueles que contribuíram para o sucesso do meu trabalho e que me apoiaram durante esta etapa tão cheia de mudanças na minha vida. Em especial, a Deus, por ter estado sempre comigo e por todas as grandes oportunidades que tenho recebido nesta longa jornada.

Sou eternamente grato a minha Família, por todo o apoio, confiança, força e compreensão depositados em mim durante todos esses anos, principalmente durante os momentos mais difíceis. Em especial, aos meus pais, Maria Nelci Boeff e José Flávio Boeff, a minha irmã Daiana Daniele Boeff e aos meus avós Meno Boeff, Teonilla Maria Boeff, Maria Valesca Dapper (in memoriam) e Evaldo Dapper (in memoriam).

Agradeço muito a todos os Professores, Colegas e Amigos que me deram suporte e confiança por tanto tempo, lembranças que levarei para a minha vida inteira. Aproveito para agradecer muito ao meu orientador, Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Jr., e ao meu Co-orientador, Prof. Jeferson Vieira Flores, por todas nossas reuniões, trocas de ideias e todo o suporte recebido até a conclusão deste trabalho.

Um muito obrigado a todos!

RESUMO

Este trabalho apresenta o projeto de leis de controle robusto e não linear por realimentação de estados para conversores de potência CC-CC do tipo Boost, tendo como objetivo regular a tensão de saída frente a variações nos valores de tensão de entrada e de carga. Para tanto, o circuito equivalente do conversor é modelado e uma representação não linear (bilinear) em espaço de estados é obtida. Em uma primeira abordagem, lineariza-se o modelo em torno de um ponto de equilíbrio para que leis lineares de controle robusto possam ser aplicadas. Adiciona-se ao modelo a ação integral, de forma que perturbações do tipo degrau possam ser rejeitadas em malha fechada. Além disso, restrições de saturação sobre o sinal de controle são impostas, a fim de que as trajetórias do sistema sejam mantidas em uma região em que a aproximação pelo modelo linear é válida. Para se alcançar os requisitos de desempenho, considera-se o projeto de um controlador que minimize um critério H_∞ com alocação de polos, a partir de desigualdades matriciais lineares. Além disso, dada a presença do integrador, projeta-se um compensador estático de modo que possíveis efeitos de *wind-up* sejam atenuados. Em uma segunda abordagem, foram consideradas técnicas não lineares de controle aplicadas diretamente ao modelo médio do conversor Boost, novamente adicionado de uma ação integral. Considera-se o projeto de um controlador do tipo realimentação de estados não linear, cujo objetivo é garantir um certo desempenho relativo à norma H_∞ (neste caso, à norma \mathcal{L}_2 -induzida) e assegurar a estabilidade localmente. Para tanto, resolve-se um problema de otimização convexo com restrições na forma de desigualdades matriciais lineares e determinam-se os ganhos do controlador. As duas abordagens propostas são validadas em co-simulação entre os softwares MATLAB/Simulink e PSIM, em que efeitos de chaveamento de alta frequência e outras características negligenciadas nos modelos teóricos se fazem presentes.

Palavras-chave: Controle linear, controle não linear, conversor Boost, regulação, saturação.

ABSTRACT

This work presents the design of linear and nonlinear robust state-feedback control laws for Boost power converters with the objective of regulating its output voltage against variations in the input voltage and in the output load. To do so, an equivalent circuit of the Boost converter is presented and a nonlinear (bilinear) state-space representation is obtained. In a first approach, the model is linearized around an equilibrium point, such that linear robust control techniques can be applied. An integral action is added to the linearized system, so step-like disturbances can be rejected in closed-loop. In addition, a saturation restriction on the control signal is imposed to limit the operation of the system in a region where the linear model approximation is valid. In order to achieve closed-loop performance requirements, an H_∞ control design with pole placement restrictions based on linear matrix inequalities is considered. Moreover, a static anti-windup compensator is designed to reduce possible integral windup effects imposed by the saturation. In a second approach, nonlinear control techniques are applied directly to the average model of the Boost converter with integral action. It is considered the design of a nonlinear state feedback controller, with the objective of guaranteeing a certain H_∞ performance (i.e., a \mathcal{L}_2 -induced performance) to ensure input-to-state stability locally and also output voltage regulation against step-like variations in the output load. To determine the controller gains, a convex optimization problem with linear matrix inequalities constraints is solved. The resulting control systems are validated by PSIM software simulation, integrated with MATLAB/Simulink, where high frequency switching and other unmodeled effects neglected in the modeling stage are considered.

Keywords: Boost converter, linear control, nonlinear control, regulation, saturation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Circuito elétrico referente ao conversor Boost. | 25 |
| Figura 2 – Circuito da Figura 1 quando S conduz corrente elétrica. . . . | 26 |
| Figura 3 – Circuito da Figura 1 quando S não conduz corrente elétrica. . | 27 |
| Figura 4 – Diagrama Simulink para simular o sistema em MA com o PSIM. 32 | |
| Figura 5 – Diagrama PSIM construído para simular o conversor Boost. . . | 33 |
| Figura 6 – Aplicação de um degrau de +1 % sobre o valor da razão cíclica média d_{ce} para o sistema em MA. | 34 |
| Figura 7 – Aplicação de um degrau de +5 V sobre o valor da tensão de entrada média v_{pe} para o sistema em MA. | 34 |
| Figura 8 – Variação de carga de 400 W para 200 W para o sistema em MA. 35 | |
| Figura 9 – Diagrama de blocos referente ao sistema de controle do con- versor Boost por realimentação de estados com ação integral. | 38 |
| Figura 10 – Diagrama de blocos referente ao sistema de controle da Figura 9 com a adição do compensador <i>anti-windup</i> estático. | 40 |
| Figura 11 – Região $\mathcal{D}_{\sigma\rho}$ denotada para se realizar a alocação de polos do sistema (22). | 41 |
| Figura 12 – Comparação das respostas em frequência de $\tilde{v}_p(j\omega)$ para $\tilde{v}_o(j\omega)$ e de $\tilde{i}_p(j\omega)$ para $\tilde{v}_o(j\omega)$ em MA e MF. | 43 |
| Figura 13 – Diagrama Simulink para simular o sistema em MF com o PSIM. 44 | |
| Figura 14 – Aplicação de um degrau de -7 V sobre o valor da tensão de entrada média v_{pe} para o sistema em MF quando a carga de saída é de 600 W. | 45 |
| Figura 15 – Variação de carga de 600 W para 200 W com o sistema em MF quando a tensão de entrada média é de 86 V. | 46 |
| Figura 16 – Diagrama Simulink para simular o sistema bilinear em MF com o PSIM. | 57 |
| Figura 17 – Bloco $K(x)$ do diagrama Simulink da Figura 16. | 57 |
| Figura 18 – Variações de carga entre 600 W e 200 W com o sistema em MF. 58 | |
| Figura 19 – Comparação entre o desempenho do sistema de controle do modelo bilinear com o do sistema de controle do modelo lineari- zando do Capítulo 3 para uma mesma variação de carga. | 59 |
| Figura 20 – Comparação entre o sistema de controle não linear desenvolvido neste trabalho e o que foi apresentado em (OLALLA et al., 2011) para uma mesma variação de carga. | 61 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1 – Especificações do Conversor Boost | 31 |
| Tabela 2 – Incertezas Paramétricas | 31 |
| Tabela 3 – Especificações do Conversor Boost de (OLALLA et al., 2011) . | 60 |

LISTA DE ABREVIATURAS

| | |
|--------|---|
| AW | <i>Anti-Windup</i> |
| CC | Corrente Contínua |
| LASCAR | Laboratório de Sistemas de Controle, Automação e Robótica |
| LMI | Desigualdade Matricial Linear (<i>Linear Matrix Inequality</i>) |
| MA | Malha Aberta |
| MCC | Modo de Condução Contínua |
| MF | Malha Fechada |
| PMI | Princípio do Modelo Interno |
| PWM | <i>Pulse-Width Modulation</i> |
| UFRGS | Universidade Federal do Rio Grande do Sul |

SUMÁRIO

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introdução | 21 |
| 1.1 | Organização | 23 |
| 2 | O Conversor Boost | 25 |
| 2.1 | Modelagem | 25 |
| 2.2 | Modelo Médio | 27 |
| 2.3 | Modelo Médio Linearizado | 28 |
| 2.4 | Incertezas Paramétricas | 29 |
| 2.5 | Preliminares e Validação | 30 |
| 2.6 | Comentários Finais | 35 |
| 3 | Controle Linear com Saturação | 37 |
| 3.1 | Adição da Ação Integral | 37 |
| 3.2 | Modelagem com Saturação | 39 |
| 3.2.1 | Compensador Anti-Windup | 39 |
| 3.3 | Projeto do Controlador Linear | 40 |
| 3.3.1 | Desempenho sem Saturação | 40 |
| 3.3.2 | Desempenho com Saturação | 41 |
| 3.3.3 | Procedimento de Cálculo | 42 |
| 3.4 | Resultados de Simulação | 42 |
| 3.5 | Comentários Finais | 46 |
| 4 | Controle Não Linear | 47 |
| 4.1 | Modelo Bilinear com Ação Integral | 47 |
| 4.2 | Pontos de Equilíbrio | 49 |
| 4.3 | Síntese da Lei de Controle | 50 |
| 4.3.1 | Estrutura da Lei de Controle | 50 |
| 4.3.2 | Abordagem por Teoria de Lyapunov | 50 |
| 4.3.3 | Condições para Síntese | 51 |
| 4.3.4 | Procedimento de Cálculo | 54 |
| 4.4 | Resultados de Simulação | 55 |
| 4.4.1 | Comparação com (OLALLA et al., 2011) | 60 |
| 4.5 | Comentários Finais | 62 |
| 5 | Conclusões | 63 |
| | Referências | 65 |

1 INTRODUÇÃO

O principal interesse na utilização de conversores estáticos de potência está na adequação dos sinais elétricos que são fornecidos por uma fonte de corrente contínua (CC) a uma carga também CC. Neste contexto, um conversor amplamente utilizado é o conversor Boost, capaz de fornecer um sinal de tensão CC com amplitude superior a de seu sinal de entrada. Seu princípio de funcionamento está relacionado ao chaveamento contínuo de um elemento de comutação, o qual, com base nos princípios de armazenamento e transferência de energia elétrica, faz com que a tensão média de saída seja mantida em uma determinada amplitude acima daquela de sua alimentação. Dado o chaveamento realizado pelo elemento de comutação, o modelo físico-matemático derivado para conversores de potência CC-CC são geralmente de características não lineares (HART, 2011).

A tensão média fornecida à carga deve ser devidamente regulada pelo conversor, de modo que variações no circuito elétrico não degradem o seu desempenho. Geralmente, tais variações estão relacionadas a flutuações na tensão de entrada e no valor da própria carga. De fato, em aplicações fotovoltaicas (MEKSARIK et al., 2004; HASANEEN; MOHAMMED, 2008), variações significativas nas condições de operação podem ocorrer devido a mudanças de temperatura, irradiação e de carga ao longo do tempo. Já em veículos elétricos (BELLUR; KAZIMIERCZUK, 2007; ANWAR et al., 2016), a tensão de entrada dos conversores depende da energia fornecida por baterias elétricas e mudanças de carga podem ocorrer ao se ligar ou desligar o rádio, o sistema de ar condicionado, o motor e assim por diante.

Assim, de modo a garantir a regulação da tensão de saída, um sistema de controle pode ser projetado. Nesse contexto, muitos trabalhos propuseram soluções a partir de técnicas de linearização, utilizando modelos lineares aproximados e aplicando técnicas de controle linear para pequenas variações em torno de um ponto de equilíbrio (RAFIEI et al., 2003; MACCARI et al., 2012; NAIM; WEISS; BEN-YAAKOV, 1997; SHAW; VEERACHARY, 2017; MONTAGNER; PERES, 2003). No entanto, poucos garantiram formalmente a manutenção do modelo dentro da região aproximada de comportamento linear, limitando-se, para tanto, o sinal de controle e as trajetórias dos estados em torno de tal ponto de operação. Uma possível maneira de fazer isso consiste em introduzir uma saturação artificial sobre o sinal de controle do sistema, de forma a mantê-lo limitado (FARD; ALDEEN, 2016; OLALLA et al., 2009). Por outro lado, devido à ação integral frequentemente considerada para se obter erro nulo na rejeição de perturbações do tipo degrau em regime permanente, a saturação do sinal de controle pode provocar efeitos de *windup* (TARBOURIECH et al., 2011), o que pode tanto levar o sistema à instabilidade, quanto degradar o seu desempenho.

Outros trabalhos propuseram a aplicação de técnicas não lineares de controle

(OLALLA et al., 2011; COUTINHO; SOUZA, 2012; AMATO et al., 2009), nos quais os termos bilineares, dados pela multiplicação cruzada entre os estados do sistema e o sinal de controle, não são negligenciados pela aproximação de pequenos sinais em torno de um ponto de equilíbrio. Tem-se, assim, que o modelo teórico adotado é mais fiel ao circuito chaveado do conversor de potência, reduzindo parte do conservadorismo dado pela linearização.

Portanto, neste trabalho, assumindo-se que o conversor Boost opera em Modo de Condução Contínua (MCC) e considerando o seu circuito elétrico simplificado, aplica-se a técnica do modelo médio, obtendo-se um modelo não linear (bilinear) na forma de espaço de estados. Neste modelo, desvios nos valores de tensão de entrada e de carga podem ser vistos, respectivamente, como perturbações de entrada e de saída, além de alterarem a dinâmica do sistema na forma de incertezas paramétricas.

Na primeira abordagem do trabalho, de forma a contornar as não-linearidades inerentes ao modelo médio, o sistema é linearizado em torno de um ponto de equilíbrio e uma saturação artificial de controle é imposta de forma a assegurar que as trajetórias dos estados sejam confinadas a uma região no entorno do ponto de equilíbrio. O sistema de controle proposto é projetado a partir de uma realimentação de estados com ação integral, que, pelo Princípio do Modelo Interno (PMI), garante tanto o seguimento de referências quanto a rejeição de perturbações do tipo degrau com erro nulo em regime permanente. Assumindo um modelo politópico para descrever os parâmetros incertos do circuito, resolve-se um problema de otimização com restrições em forma de desigualdades matriciais lineares (LMI) visando a determinação de um ganho de realimentação de estados que minimize um critério \mathcal{L}_2 entre as perturbações e a saída do sistema (um problema de controle H_∞ robusto), com restrições adicionais na alocação de polos. Em seguida, de forma a reduzir os possíveis efeitos de *windup* da ação integral, um compensador *anti-windup* estático (SILVA; TARBOURIECH, 2005) é projetado para melhorar o desempenho transitório do sistema realimentado. Cabe ressaltar que, diferentemente de (OLALLA et al., 2010), em que a realimentação de estados é projetada para garantir estabilidade regional na presença de saturação, projeta-se a lei de controle em duas etapas. Primeiramente, desconsiderando-se a presença de saturação, o ganho do controlador é determinado visando garantir um certo desempenho. Então, em um segundo passo, o compensador *anti-windup* estático é calculado para se garantir estabilidade global e aliviar efeitos de degradação sobre o desempenho do sistema na presença de saturação. Em geral, essa abordagem promove um melhor desempenho transitório se comparada à síntese simultânea de (OLALLA et al., 2010).

Já a segunda abordagem do trabalho considera a aplicação das técnicas de controle não linear desenvolvidas em (COUTINHO; SOUZA, 2012). De fato, problemas com garantias de uma região de estabilidade para sistemas bilineares têm sido bastante estudados na última década (OLALLA et al., 2011; TARBOURIECH et al., 2009; AMATO et al., 2009). No entanto, tais propostas consideram que o sinal de controle seja estritamente linear, o que pode levar a resultados conservadores. Além disso, a estabilização de sistemas bilineares frente a perturbações é um ponto ainda pouco explorado na literatura corrente. Optou-se, portanto, por utilizar as técnicas de (COUTINHO; SOUZA, 2012) neste trabalho, as quais possibilitam o projeto de controladores não lineares para sistemas bilineares sujeitos a perturbações de energia limitada. Considerando-se então o modelo bilinear do conversor Boost, encontra-se sua representação equivalente na forma apresentada por (COUTINHO; SOUZA,

2012). Considera-se que as trajetórias do sistema pertençam a um dado polítopo, o qual deve conter a origem e também o conjunto de valores que o ponto de equilíbrio do sistema pode assumir frente a variações de carga. Sendo assim, resolve-se um problema de otimização a partir de LMIs para se determinar um controlador não linear que garanta a estabilidade local do sistema em malha fechada com um certo desempenho, relacionado a minimização do ganho \mathcal{L}_2 entre a perturbação de carga e a tensão de saída.

As propostas deste trabalho são validadas em co-simulação entre os softwares MATLAB/Simulink e PSIM, em que efeitos de chaveamento de alta frequência e demais características não lineares, negligenciadas por simplicidade na construção dos modelos, são então considerados.

1.1 Organização

Este trabalho é definido em 5 capítulos. O primeiro se refere a uma introdução geral do assunto e da definição dos objetivos. O Capítulo 2 apresenta o conversor Boost e sua modelagem físico-matemática, em que se define os modelos linear e bilinear, as perturbações e as incertezas a serem considerados nos capítulos seguintes. Realiza-se a validação do modelo teórico em simulação e apresentam-se resultados obtidos com o sistema não controlado.

Os Capítulos 3 e 4 detalham os métodos aplicados no projeto dos controladores por realimentação de estados para o conversor Boost, seguidos de seus resultados. São estudadas duas propostas: uma em que o modelo linearizado é considerado com restrições de saturação, para o qual se calculam os ganhos estáticos da realimentação de estados e do compensador *anti-windup*; e outra em que o modelo bilinear do conversor Boost é considerado, apresentando-se as técnicas de controle não linear a serem aplicadas. Assim, dada a escolha dos parâmetros do circuito elétrico, aplicam-se os métodos dos Capítulos 3 e 4 e determinam-se os ganhos de realimentação de estados, bem como do compensador *anti-windup* para o sistema de controle linear. Os sistemas de controle são validados analisando-se a regulação da tensão de saída frente aos tipos de perturbação considerados.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões a respeito desta pesquisa, bem como ideias e perspectivas de trabalhos futuros.

2 O CONVERSOR BOOST

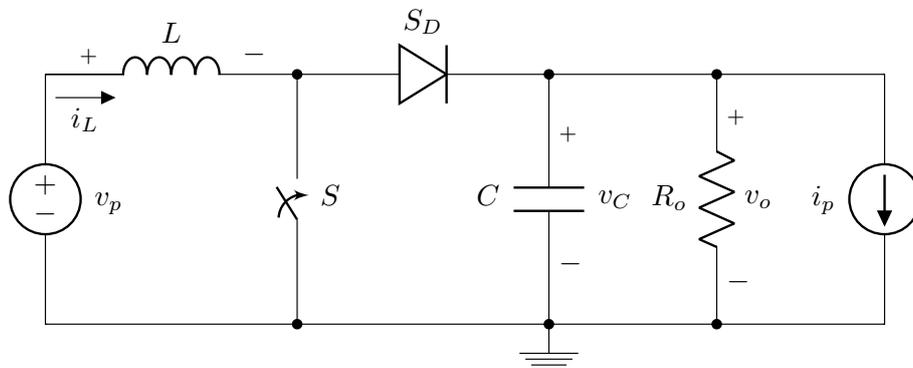
Um projeto de controle por realimentação de estados exige que se tenha um modelo matemático do sistema em questão. Tal modelo deve representar o comportamento dinâmico do sistema ao longo do tempo, o que irá depender tanto dos valores dos seus parâmetros quanto de suas condições iniciais.

Assim, neste capítulo, será apresentado o circuito elétrico referente ao conversor Boost e derivado o seu modelo matemático. Representações na forma de espaço de estados serão obtidas e tanto um modelo não linear quanto um modelo linearizado no entorno de um ponto de operação serão apresentados. Concentra-se no modelo com incertezas, referentes, de certa forma, às perturbações do sistema, as quais podem pôr em risco a regulação da saída e a estabilidade do conversor. Por fim, definidos os parâmetros do circuito do conversor Boost, valida-se o modelo em simulação.

2.1 Modelagem

Neste trabalho, será considerado o circuito elétrico da Figura 1, tal como adotado por (MACCARI et al., 2012). Esse circuito possui um indutor (L), um capacitor (C), uma resistência elétrica de saída (R_o) - referente à carga do sistema, uma fonte de corrente elétrica (i_p) - adicionada para modelar os efeitos de possíveis variações de carga no transitório, um diodo (S_D) e uma chave eletrônica (S), alimentados por uma fonte de tensão elétrica de corrente contínua (v_p). A alimentação de conversores de potência é realizada por painéis solares, baterias ou outras fontes de tensão CC.

Figura 1 – Circuito elétrico referente ao conversor Boost.



Do autor.

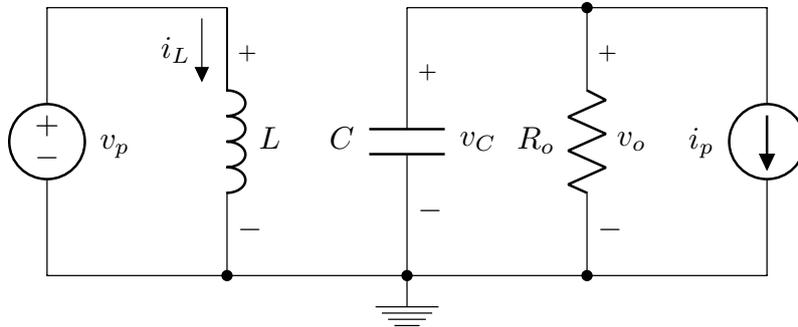
O objetivo do circuito é de promover a regulação da tensão elétrica de saída (v_o) em um determinado valor, atuando-se sobre a razão cíclica (a abertura e fechamento)

da chave eletrônica (S). Considera-se que S é controlada através de um sinal modulado por largura de pulso (*Pulse-Width Modulation* ou PWM) com frequência de chaveamento f_S (ou período de chaveamento $T_S = 1/f_S$).

Para um certo intervalo de tempo $d_c T_S$, assume-se que a chave S conduz corrente elétrica ($S=\text{on}$). Dessa forma, o diodo se encontra inversamente polarizado e interrompe a passagem de corrente elétrica entre a entrada e a saída do circuito. Isso fará com que parte da carga armazenada no capacitor C se transfira para a resistência R_o . Por outro lado, durante o restante deste ciclo de chaveamento, cuja duração se equivale a $(1 - d_c)T_S$, assume-se que a chave S se encontra aberta ($S=\text{off}$) e não conduz corrente elétrica. Assim, o diodo estará diretamente polarizado e fará com que ocorra passagem de corrente entre a entrada e a saída do circuito, fazendo com que o capacitor seja parcialmente recarregado. A variável d_c é correspondente à razão cíclica de chaveamento e está restrita ao intervalo $0 < d_c < 1$.

Sendo assim, supondo que o conversor Boost opera em Modo de Condução Contínua (MCC), isto é, que a corrente i_L que circula pelo indutor é sempre superior a 0 A em regime permanente (HART, 2011), o comportamento do circuito da Figura 1 pode ser descrito em duas etapas, definidas pelo estado da chave eletrônica S . O circuito elétrico equivalente ao instante em que a chave eletrônica se encontra fechada ($S=\text{on}$) é apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Circuito da Figura 1 quando S conduz corrente elétrica.



Do autor.

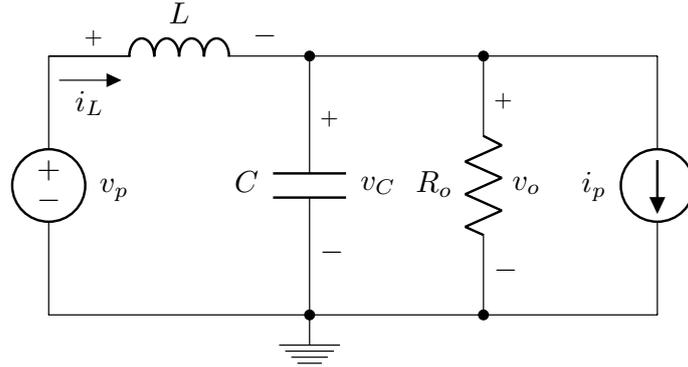
Com a aplicação das Leis de Kirchhoff, pode-se obter as equações diferenciais que descrevem as dinâmicas desse circuito. O conjunto de equações pode ser então representado em um único sistema na forma de espaço de estados, tal como:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_v v_p(t) + B_i i_p(t) \\ v_o(t) = Cx(t) + D_v v_p(t) + D_i i_p(t) \end{cases} \quad (1)$$

em que $x \in \mathbb{R}^2$ representa o vetor de estados, composto pela corrente no indutor e a tensão no capacitor, respectivamente ($x = [i_L \quad v_C]^T$), $v_p \in \mathbb{R}$ e $i_p \in \mathbb{R}$ são respectivamente as fontes de tensão e corrente da Figura 1, as quais podem ser vistas como sinais externos ou perturbações, $v_o \in \mathbb{R}$ é o sinal de saída e A , B_v , B_i , C , D_v e D_i são matrizes de dimensão apropriada, conforme as variáveis mencionadas. Por brevidade, a notação temporal é omitida. Sendo assim, tem-se, para o circuito da Figura 2, as seguintes matrizes de estado apresentadas em (2).

$$\begin{aligned}
A_{on} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{CR_o} \end{bmatrix} & B_{von} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} & B_{ion} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C} \end{bmatrix} \\
C_{on} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} & D_{von} &= 0 & D_{ion} &= 0
\end{aligned} \tag{2}$$

Figura 3 – Circuito da Figura 1 quando S não conduz corrente elétrica.



Do autor.

Já a Figura 3 ilustra o circuito equivalente do conversor Boost durante o intervalo de tempo em que a chave eletrônica não conduz corrente elétrica ($S=off$). Aplicando-se também as Leis de Kirchhoff ao circuito e reescrevendo suas equações na forma do sistema (1), encontram-se as matrizes de espaço de estados de (3).

$$\begin{aligned}
A_{off} &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR_o} \end{bmatrix} & B_{voff} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} & B_{ioff} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \\
C_{off} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} & D_{voff} &= 0 & D_{ioff} &= 0
\end{aligned} \tag{3}$$

Observa-se que as únicas matrizes dependentes do estado de chaveamento de S são A_{on} e A_{off} . As demais matrizes são equivalentes, independentes e constantes.

2.2 Modelo Médio

A técnica do Modelo Médio (ERICKSON; ČUK; MIDDLEBROOK, 1982) promove a ponderação das matrizes de estados de acordo com o intervalo de tempo que são válidas durante um período de chaveamento (T_S), de forma a se obter um único modelo descrevendo o comportamento médio do sistema. Tal técnica pode ser então aplicada para se determinar a evolução dos valores médios dos sinais do circuito do conversor Boost ao longo do tempo. Para tanto, deve-se considerar que a frequência de chaveamento de S é muito maior que a frequência fundamental dos demais sinais do circuito.

Neste caso, sabe-se que a representação referente a (2) é válida periodicamente para $S=on$, cuja duração é de $d_c T_S$, e que (3) é válida periodicamente para $S=off$, cuja duração é então de $(1 - d_c) T_S$. Além disso, como a razão cíclica pode variar ao longo do funcionamento de um conversor de potência, o parâmetro d_c é uma função

do tempo $d_c(t)$. De fato, $d_c(t)$ pode ser considerado como o sinal de controle do sistema, responsável por ponderar, a partir da comutação de S , por quanto tempo as dinâmicas do sistema serão dadas por A_{on} ou por A_{off} . Sendo assim, aplicando-se a ponderação a essas matrizes, tem-se o resultado dado por (4).

$$\begin{aligned}\bar{A}(t) &= \frac{d_c(t)T_S A_{on} + (1 - d_c(t))T_S A_{off}}{T_S} \\ &= A_{off} + (A_{on} - A_{off})d_c(t)\end{aligned}\quad (4)$$

A partir então da técnica do Modelo Médio, obtém-se uma única representação para o sistema do conversor Boost:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}(t)\bar{x}(t) + B_v v_p(t) + B_i i_p(t) \\ \bar{v}_o(t) = C\bar{x}(t) \end{cases}\quad (5)$$

com $A(t)$ dado por (4), $B_v = B_{von} = B_{voff}$, $B_i = B_{ion} = B_{ioff}$, $C = C_{on} = C_{off}$ e \bar{x} e \bar{v}_o representando, respectivamente, a evolução média do vetor de estados e do sinal de saída ao longo de um ciclo de chaveamento. Visto que as matrizes D_v e D_i são nulas, as mesmas são omitidas por simplicidade.

É importante observar que o modelo (5) é não-linear, dado o produto cruzado entre os sinais $d_c(t)$ e $\bar{x}(t)$ após a substituição de $A(t)$ neste sistema. Ainda, como $d_c(t)$ é o sinal de controle do sistema, tal modelo é denominado de “sistema bilinear” (OLALLA et al., 2011). No entanto, para que técnicas lineares de controle robusto possam ser futuramente aplicadas ao sistema (5), pode-se linearizá-lo em torno de um ponto de operação de interesse.

2.3 Modelo Médio Linearizado

Primeiramente, define-se que o ponto de equilíbrio do sistema se equivale ao ponto de operação em que o mesmo se encontra quando acomodado, o que equivale a dizer que as variáveis do vetor de estados $\bar{x}(t)$ terão um valor constante. Sendo assim, o ponto de equilíbrio pode ser representado como:

$$x_e = [i_{Le} \quad v_{Ce}]^T \quad (6)$$

em que i_{Le} e v_{Ce} são, respectivamente, o valor de equilíbrio da corrente elétrica do indutor L e da tensão elétrica sobre o capacitor C . De fato, em aplicações de eletrônica de potência, deseja-se que o conversor Boost opere em torno de um determinado ponto de equilíbrio de forma que a tensão elétrica entregue a carga seja mantida em um valor previamente determinado.

Dada essa convenção, assume-se que, quando em equilíbrio, o circuito do conversor Boost se encontra com $\dot{\bar{x}}(t) = 0$, $v_p(t) = v_{pe}$, $d_c(t) = d_{ce}$ e $i_p(t) = i_{pe} = 0$, visto que a fonte de corrente $i_p(t)$ é utilizada exclusivamente para modelar fenômenos transitórios, gerados por variações no ponto de equilíbrio. Substituindo tais parâmetros no sistema médio (5), pode-se determinar o respectivo valor das variáveis de estado e da saída do sistema, cujo resultado é dado em (7).

$$\begin{aligned}x_e &= -[A_{off} + (A_{on} - A_{off})d_{ce}]^{-1} B_v v_{pe} \\ v_{oe} &= Cx_e\end{aligned}\quad (7)$$

Definindo-se agora a seguinte transformação de variáveis, a qual considera que cada sinal possui pequenas variações em torno do seu valor médio ou de equilíbrio:

$$\begin{aligned}\tilde{x}(t) &\equiv \bar{x}(t) - x_e & \tilde{v}_p(t) &\equiv v_p(t) - v_{pe} \\ \tilde{v}_o(t) &\equiv \bar{v}_o(t) - v_{oe} & \tilde{i}_p(t) &\equiv i_p(t) - i_{pe} = i_p(t) \\ \tilde{d}_c(t) &\equiv d_c(t) - d_{ce}\end{aligned}\quad (8)$$

e assumindo que a multiplicação cruzada entre $\tilde{x}(t)$ e $\tilde{d}_c(t)$ seja suficientemente pequena para que o termo $\tilde{x}(t)\tilde{d}_c(t)$ seja desprezado, as dinâmicas do sistema em torno do valor de equilíbrio podem ser aproximadas pelo modelo linear (9).

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = \mathcal{A}\tilde{x}(t) + \mathcal{B}_d\tilde{d}_c(t) + \mathcal{B}_v\tilde{v}_p(t) + \mathcal{B}_i\tilde{i}_p(t) \\ \tilde{v}_o(t) = \mathcal{C}\tilde{x}(t) \end{cases}\quad (9)$$

em que:

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &\equiv A_{off} + (A_{on} - A_{off})d_{ce} \\ \mathcal{B}_d &\equiv (A_{on} - A_{off})x_e \\ \mathcal{B}_v &\equiv B_v \\ \mathcal{B}_i &\equiv B_i \\ \mathcal{C} &\equiv C\end{aligned}\quad (10)$$

Observação 1. *Nota-se, de (2) e (3), que alterar a carga de saída R_o impacta diretamente nas dinâmicas do sistema linear (9), vistas as mudanças nos valores das matrizes A_{on} e A_{off} . Além disto, a fonte de corrente i_p foi considerada no circuito do conversor Boost de modo que efeitos na resposta transitória, assim causados por variações no valor da carga de saída quando o sistema se encontra em equilíbrio, sejam também levados em conta no modelo adotado (OLALLA et al., 2009). Além disso, sabe-se que, para uma dada tensão regulada, diferentes valores de carga irão exigir diferentes valores de corrente elétrica de saída, a qual está diretamente relacionada à corrente de entrada do circuito (i_L). Esta, por sinal, é uma das variáveis do vetor de estados considerado, cujo valor de equilíbrio pode ser obtido por (7). Portanto, pode-se afirmar que alterar o valor de R_o irá afetar tanto o valor de equilíbrio do sistema quanto a sua dinâmica de transição entre um ponto de operação e outro.*

Observação 2. *De (7) e (9), conclusões semelhantes podem ser feitas a respeito da razão cíclica média (d_{ce}) e da tensão média de entrada (v_{pe}). Nota-se, de (7), que estes valores alteram a dinâmica de (9), visto que as matrizes \mathcal{A} e \mathcal{B}_d dependem desses parâmetros. Além disso, sabe-se, da teoria de eletrônica de potência, que mudanças no valor da tensão de entrada irão alterar o valor da tensão de saída, o que, por sua vez, irá alterar também o valor da segunda variável de estado (v_C).*

2.4 Incertezas Paramétricas

Como discutido na seção anterior, é importante observar que, caso a carga R_o , a tensão média de entrada v_{pe} e/ou a razão cíclica média d_{ce} variem, o ponto de

equilíbrio do sistema linear (9) e sua dinâmica serão alterados, dadas as mudanças provocadas em x_e e em \mathcal{A} . Neste caso, é necessário encontrar uma maneira de garantir a estabilidade do sistema com um certo grau de desempenho, admitindo-se uma certa faixa limite de variação para tais parâmetros.

Portanto, de forma similar ao que foi considerado em (MACCARI et al., 2012), definem-se os seguintes limites operacionais para os três parâmetros incertos:

$$\begin{aligned} R_o &\in [R_o^{min}, R_o^{max}] \\ v_p &\in [v_p^{min}, v_p^{max}] \\ d_c &\in [d_c^{min}, d_c^{max}] \end{aligned} \quad (11)$$

As incertezas paramétricas em (11) podem ser incluídas no sistema linear (9) considerando-se um modelo politópico. Para tanto, define-se o vetor de parâmetros incertos como $\alpha = [R_o \ v_p \ d_c]^T$. Sendo assim, para um politopo \mathcal{P} como em (12), tem-se o conjunto de vértices $\mathcal{V}(\mathcal{P})$ dado por (13), com $N = 2^3 = 8$.

$$\mathcal{P} = [R_o^{min}, R_o^{max}] \times [v_p^{min}, v_p^{max}] \times [d_c^{min}, d_c^{max}] \quad (12)$$

$$\mathcal{V}(\mathcal{P}) = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N\} \quad (13)$$

Assim, para cada $\alpha \in \mathcal{P}$, o sistema linear (9) pode ser representado como¹:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \mathcal{A}(\alpha)\tilde{x} + \mathcal{B}_d(\alpha)\tilde{d}_c + \mathcal{B}_v\tilde{v}_p + \mathcal{B}_i\tilde{i}_p \\ \tilde{v}_o = \mathcal{C}\tilde{x} \end{cases} \quad (14)$$

em que:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\alpha) &= \sum_{i=1}^N \lambda_i \mathcal{A}(\alpha_i) \\ \mathcal{B}_d(\alpha) &= \sum_{i=1}^N \lambda_i \mathcal{B}_d(\alpha_i) \\ \sum_{i=1}^N \lambda_i &= 1, \quad 0 \leq \lambda_i \leq 1 \end{aligned} \quad (15)$$

2.5 Preliminares e Validação

O projeto dos controladores será realizado com base nas especificações de parâmetros da Tabela 1. Tais características se referem ao protótipo do conversor Boost construído por colaboradores do Laboratório de Sistemas de Controle, Automação e Robótica (LASCAR) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). O mesmo é projetado com o objetivo de fornecer uma tensão elétrica média de saída de $220\sqrt{2}$ V a partir de um conjunto de 8 baterias com aproximadamente 12 V cada.

Substituindo-se os parâmetros da Tabela 1 em (7), encontram-se os respectivos valores de equilíbrio das variáveis i_{Le} e v_{Ce} para tal especificação, em que se verifica que o valor médio da tensão sobre o capacitor C se equivale à tensão média de saída.

$$x_e = [i_{Le} \ v_{Ce}]^T = [4,30 \ 311]^T \quad (16)$$

¹A notação de tempo é omitida por simplicidade, bem como no restante do trabalho.

Tabela 1 – Especificações do Conversor Boost

| Parâmetro | Símbolo | Valor | Unidade |
|---------------------------|----------|-------|---------------|
| Tensão de saída média | v_{oe} | 311 | V |
| Tensão de entrada média | v_{pe} | 93 | V |
| Potência de saída | P_o | 400 | W |
| Carga de saída | R_o | 241,8 | Ω |
| Indutor de entrada | L | 2,15 | mH |
| Capacitor de saída | C | 2,20 | μF |
| Razão cíclica média | d_{ce} | 70 | % |
| Frequência de chaveamento | f_S | 50 | kHz |

Substituindo-se os parâmetros da Tabela 1 no modelo linear (9), pode-se determinar as funções de transferência entre a variação do sinal de controle \tilde{d}_c , a variação de tensão \tilde{v}_p e a variação de corrente \tilde{i}_p com respeito à variação da tensão de saída \tilde{v}_o . Para tanto, pode-se aplicar a expressão (17) (OGATA, 2010).

$$H(s) = \mathcal{C}(sI_2 - \mathcal{A})^{-1}\mathcal{B}_u \quad (17)$$

em que s é a frequência complexa de Laplace, I_2 é uma matriz identidade de dimensão 2 e \mathcal{B}_u representa a matriz \mathcal{B} relacionada ao sinal para o qual está sendo determinada a função de transferência. Os resultados são apresentados em (18), para os quais se identificou que os polos se localizam em $s = -940 \pm j4256$ e que $H_{\tilde{d}_c}(s)$ possui um zero em $s = 10000$ no semi-plano direito do plano complexo.

$$\begin{aligned} H_{\tilde{d}_c}(s) &= \mathcal{C}(sI_2 - \mathcal{A})^{-1}\mathcal{B}_d = \frac{-1,9 \times 10^6 s + 1,9 \times 10^{10}}{s^2 + 1880s + 1,9 \times 10^7} \\ H_{\tilde{v}_p}(s) &= \mathcal{C}(sI_2 - \mathcal{A})^{-1}\mathcal{B}_v = \frac{6,3 \times 10^7}{s^2 + 1880s + 1,9 \times 10^7} \\ H_{\tilde{i}_p}(s) &= \mathcal{C}(sI_2 - \mathcal{A})^{-1}\mathcal{B}_i = \frac{-4,5 \times 10^5 s - 4,5 \times 10^{-7}}{s^2 + 1880s + 1,9 \times 10^7} \end{aligned} \quad (18)$$

Com respeito às incertezas e os limites de saturação descritos em (11), serão considerados os valores da Tabela 2, com a faixa de variação de carga sendo calculada pela expressão $R_o = v_{oe}^2/P_o$ para $P_o \in [200, 600]$ W, variações da tensão de entrada de $v_{pe} \pm 7$ V e variações da razão cíclica de $\pm 5\%$. Sendo assim, considera-se que a região de comportamento linear aproximado é tal que a razão cíclica varie, no máximo, $\pm 5\%$ com relação ao seu valor nominal.

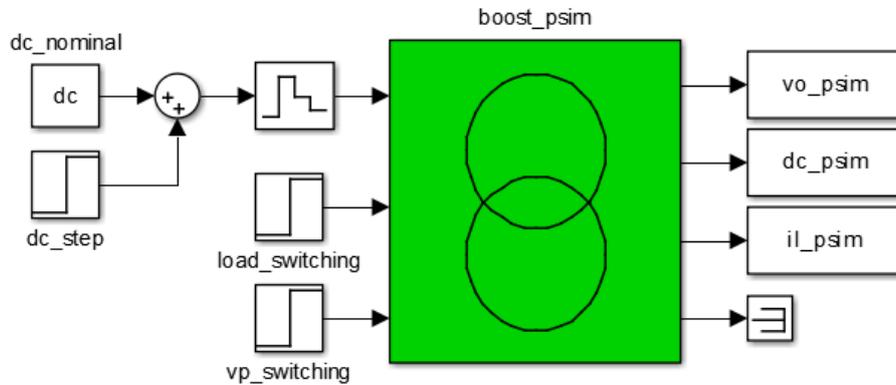
Tabela 2 – Incertezas Paramétricas

| Parâmetro | Símbolo | Faixa de Variação | Unidade |
|-------------------------|----------|-------------------|----------|
| Tensão de entrada média | v_{pe} | [86, 100] | V |
| Carga de saída | R_o | [161, 483] | Ω |
| Razão cíclica média | d_{ce} | [65, 75] | % |

Pode-se então avaliar o desempenho do sistema em malha aberta (MA) quando variações como as da Tabela 2 ocorrem no sistema. Assim, pode-se ter uma ideia do

quanto a regulação da tensão de saída estará comprometida caso não seja projetado um sistema de controle. Desta forma, simula-se o modelo politópico (14) e compara-se os resultados obtidos com os dados gerados pela simulação do circuito no software PSIM. Para tanto, será considerado o circuito elétrico da Figura 5, construído no PSIM para o conversor Boost, e o diagrama Simulink da Figura 4. De fato, diferentemente do circuito elétrico equivalente da Figura 1, o modelo criado no PSIM apresenta diversas características desconsideradas na etapa de modelagem, tais como a resistência elétrica série do indutor L e do capacitor C , efeitos indutivos e capacitivos no diodo S_D e na chave eletrônica S , geração da razão cíclica do chaveamento de S a partir de um comparador com onda triangular, além de filtros utilizados na medição dos sinais de corrente e tensão. A integração entre as plataformas de simulação é realizada pelo bloco *SimCoupler* do Simulink, destacado em verde na Figura 4.

Figura 4 – Diagrama Simulink para simular o sistema em MA com o PSIM.



Do autor.

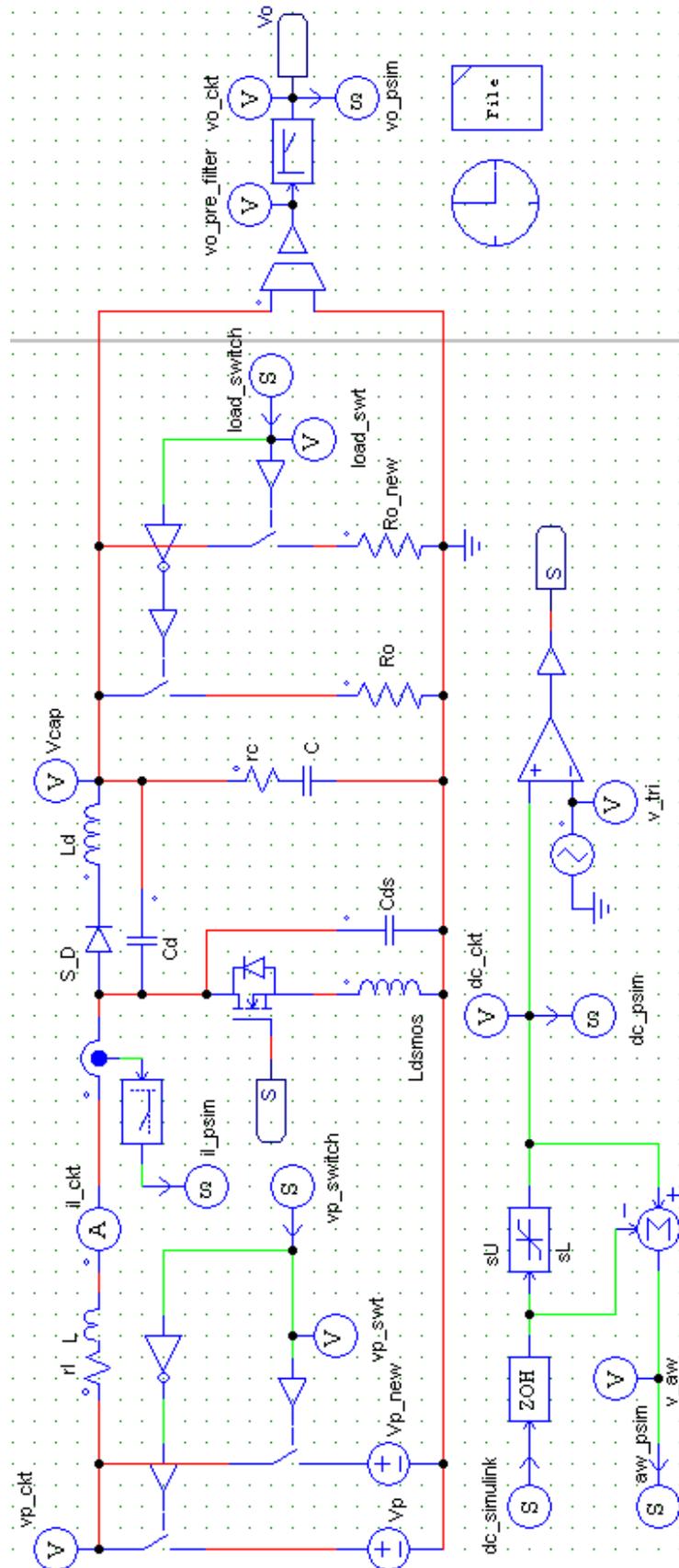
O primeiro teste se baseia na aplicação de um degrau ao sinal de controle do conversor Boost: considera-se que o circuito se encontra em operação normal e, em $t = 20$ ms, ocorre uma variação de $+1\%$ sobre o valor da razão cíclica média d_{ce} . O resultado de simulação é ilustrado na Figura 6. Além de uma resposta transitória um tanto oscilante, observa-se na Figura 6 que a regulação da tensão de saída fica comprometida para o sistema não controlado, visto que, dada a pequena variação $+1\%$ sobre d_{ce} , a tensão de saída varia e se acomoda em 320 V. Nota-se também o comportamento inverso da resposta transitória, observado no intervalo 20 ms \sim 20.2 ms, em virtude do zero de fase não mínima.

Um comportamento similar pode ser verificado no caso em que se aplica um degrau sobre o valor da tensão de entrada média v_{pe} para o sistema em MA. A Fig 7 apresenta o resultado quando ocorre uma variação de $+5$ V em seu valor médio.

Por fim, a Figura 8 apresenta o resultado obtido para uma variação de carga, dada em termos da variação da potência de saída. Neste caso, percebe-se que variações de carga parecem não ter influência no valor da tensão regulada na saída, a qual se estabiliza no mesmo valor anterior ao degrau, ao contrário do que acontece com a corrente de entrada i_L . No entanto, nota-se que a resposta transitória é significativamente afetada por variações deste tipo.

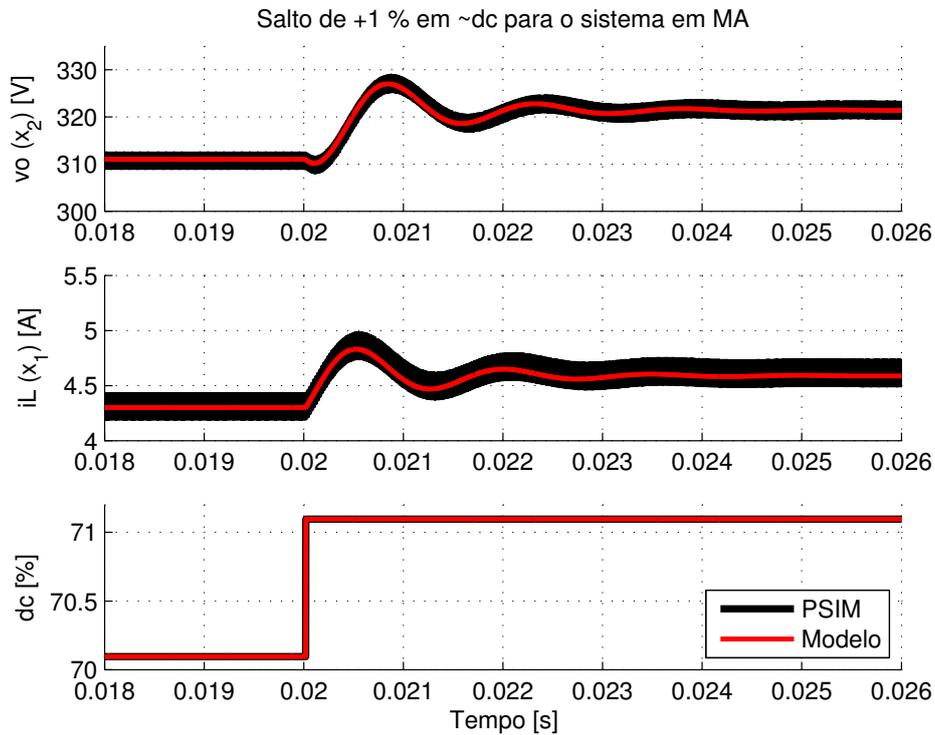
A partir dos resultados de simulação, pode-se validar o modelo teórico utilizado para o conversor Boost, visto que os resultados obtidos são semelhantes aos da simulação do circuito no software PSIM. É importante salientar que a saída do circuito elétrico simulado no PSIM apresenta oscilações de alta frequência causadas pelo chaveamento de S , o que é desconsiderado no modelo médio.

Figura 5 – Diagrama PSIM construído para simular o conversor Boost.



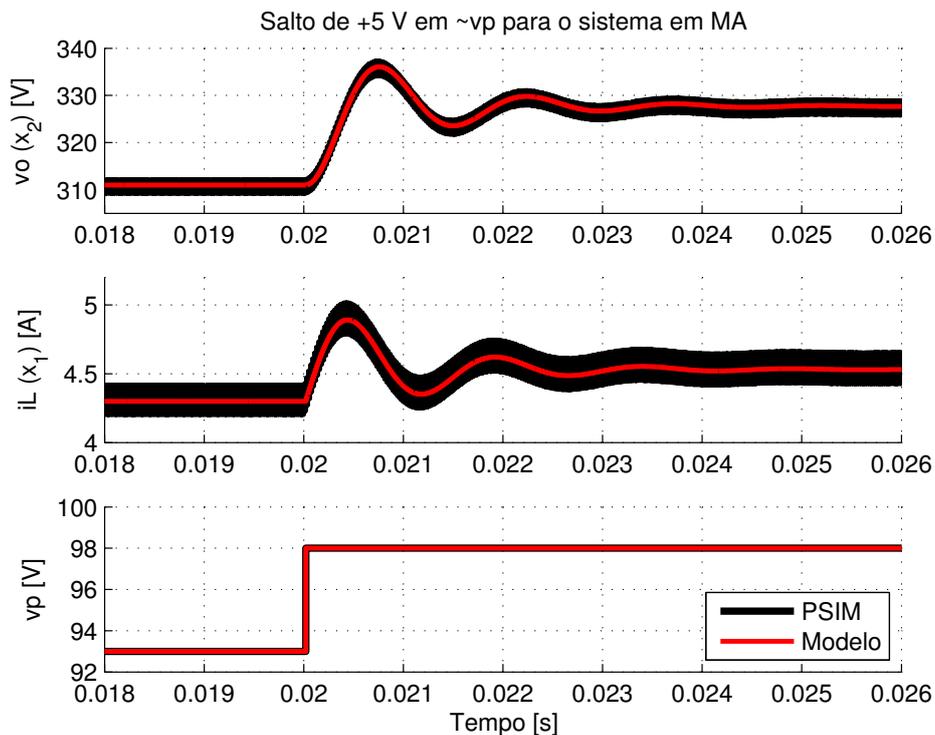
Do autor.

Figura 6 – Aplicação de um degrau de +1 % sobre o valor da razão cíclica média d_{ce} para o sistema em MA.



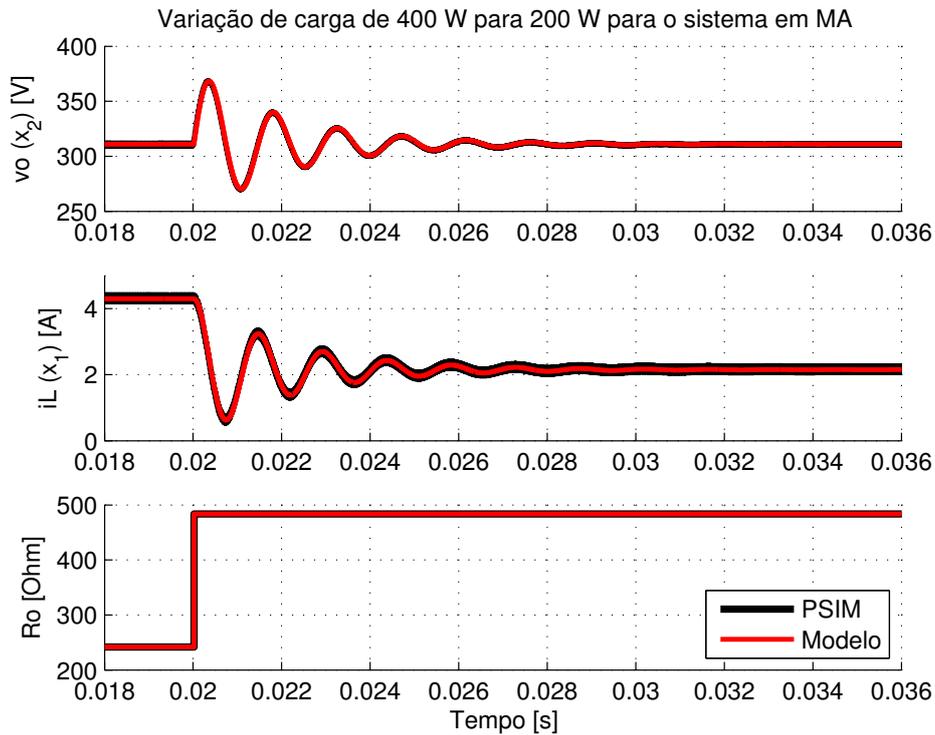
Do autor.

Figura 7 – Aplicação de um degrau de +5 V sobre o valor da tensão de entrada média v_{pe} para o sistema em MA.



Do autor.

Figura 8 – Variação de carga de 400 W para 200 W para o sistema em MA.



Do autor.

2.6 Comentários Finais

Na sequência deste trabalho, o modelo linear incerto do conversor Boost (14) será considerado no projeto de um sistema linear de controle robusto com saturação. Já para o projeto de um sistema de controle não linear, será adotado o modelo bilinear apresentado em (5).

As metodologias aplicadas à modelagem do conversor Boost também podem e são comumente aplicadas a outras topologias de conversores de potência CC-CC. Assim sendo, ressalta-se que a contribuição fundamental deste trabalho está, na verdade, na aplicação das técnicas de controle dos capítulos seguintes, as quais serão aplicadas especificamente ao conversor Boost, mas que podem ser facilmente estendidas a outras topologias.

3 CONTROLE LINEAR COM SATURAÇÃO

Neste capítulo, será apresentada a metodologia proposta para um sistema linear de controle robusto com saturação para o conversor Boost, de modo a se garantir a regulação da tensão de saída frente às variações sobre a amplitude da tensão de entrada e sobre o valor da carga.

Primeiramente, apresenta-se a etapa de inclusão da ação integral ao modelo linear do conversor, adicionada de modo a garantir erro nulo em regime permanente frente a perturbações constantes provocadas pela variação do ponto de equilíbrio, decorrente de variações sobre a tensão de entrada ou sobre a carga de saída. Em seguida, aborda-se a inclusão da saturação artificial sobre a excursão do sinal de controle, importante para se garantir que as trajetórias do sistema linearizado fiquem próximas do ponto de operação considerado. É apresentado então o modelo do compensador *anti-windup* estático, adicionado ao sistema para amenizar possíveis efeitos de *windup* no integrador quando ocorre a saturação.

Na sequência, apresentam-se os métodos de cálculo para se garantir tanto desempenho quanto estabilidade frente às perturbações consideradas. Por fim, os métodos são aplicados ao modelo linearizado do conversor Boost, obtendo-se os ganhos relacionados. Os resultados são então validados em simulação, em que se consideram as perturbações e incertezas definidas na Seção 2.5.

3.1 Adição da Ação Integral

O controlador do conversor Boost será projetado a partir da técnica de realimentação de estados. Para que seja possível rejeitar perturbações do tipo degrau sobre a tensão de entrada e que o sinal de controle se adapte para gerar um novo ponto de equilíbrio ao regular a tensão de saída frente a variações de carga, será adicionado ao modelo do sistema um estado adicional correspondente à integral do sinal de erro entre a referência e a tensão de saída. Para tanto, considera-se:

$$\dot{x}_i = r - v_o \quad (19)$$

em que $x_i \in \mathbb{R}$ representa a variável de estado do integrador e $r \in \mathbb{R}$ é um sinal de referência para a tensão de saída v_o . Portanto, sendo o sistema em malha fechada estável, um estado de equilíbrio x_{ie} será alcançado quando $v_{oe} = r$. Similarmente à transformação de variáveis adotada em (8), considerando-se que $\tilde{x}_i = x_i - x_{ie}$ e $\tilde{v}_o = v_o - v_{oe}$, obtém-se que:

$$\dot{\tilde{x}}_i = -\tilde{v}_o = -\mathcal{C}\tilde{x} \quad (20)$$

A nova variável de estado \tilde{x}_i pode ser então agrupada ao vetor de estados \tilde{x} , o que fará com que seja obtido um modelo aumentado para o sistema linear (14).

Considerando-se, assim, o vetor de estados aumentado:

$$\tilde{x}_a = [\tilde{x} \quad \tilde{x}_i]^T \in \mathbb{R}^3 \quad (21)$$

a representação do sistema linear aumentado será da forma:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_a = \mathcal{A}_a(\alpha)\tilde{x}_a + \mathcal{B}_{da}(\alpha)\tilde{d}_c + \mathcal{B}_{va}\tilde{v}_p + \mathcal{B}_{ia}\tilde{i}_p \\ \tilde{v}_o = \mathcal{C}_a\tilde{x}_a \end{cases} \quad (22)$$

em que, segundo as notações adotadas em (5), (10) e (15).

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_a(\alpha) &\equiv \begin{bmatrix} \mathcal{A}(\alpha) & \mathbf{0} \\ -\mathcal{C} & 0 \end{bmatrix} \\ \mathcal{B}_{da}(\alpha) &\equiv \begin{bmatrix} \mathcal{B}_d(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathcal{B}_{va} &\equiv \begin{bmatrix} \mathcal{B}_v \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathcal{B}_{ia} &\equiv \begin{bmatrix} \mathcal{B}_i \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathcal{C}_a &\equiv [\mathcal{C} \quad 0] \end{aligned} \quad (23)$$

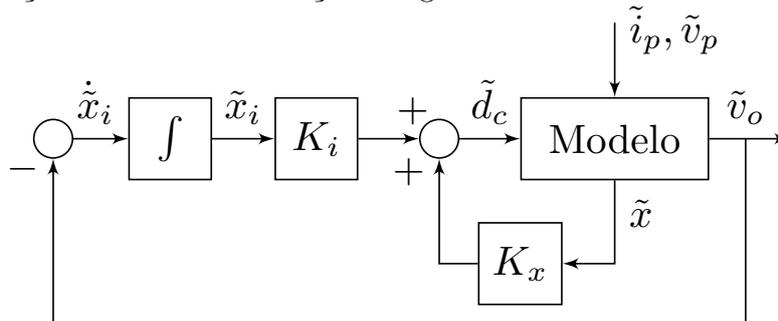
Sendo assim, visto que o sistema (22) é controlável (OGATA, 2010), a seguinte lei de controle por realimentação de estados pode ser considerada para a geração do sinal de entrada \tilde{d}_c :

$$\tilde{d}_c = K_a\tilde{x}_a = K_x\tilde{x} + K_i\tilde{x}_i \quad (24)$$

com $K_x \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ sendo o ganho de realimentação para o vetor de estados \tilde{x} e $K_i \in \mathbb{R}$ o ganho de realimentação para o estado \tilde{x}_i referente à ação integral.

O diagrama de blocos da Figura 9 ilustra a aplicação dessa realimentação de estados ao modelo linearizado (14). Os sinais aplicados diretamente ao modelo, \tilde{v}_p e \tilde{i}_p , são considerados como perturbações sobre a regulação da tensão de saída do conversor Boost.

Figura 9 – Diagrama de blocos referente ao sistema de controle do conversor Boost por realimentação de estados com ação integral.



Do autor.

3.2 Modelagem com Saturação

Como definido na Seção 2.3, o sistema linearizado (14) é válido apenas para pequenas variações em torno do seu ponto de equilíbrio. Desta forma, pode-se impor restrições ao seu sinal de controle de modo a garantir que as trajetórias do sistema irão se manter dentro de uma região em que o modelo linear possa ser eficientemente usado para aproximar o comportamento bilinear do sistema (5). Isso pode ser feito impondo-se uma saturação artificial ao sinal de controle \tilde{d}_c (FARD; ALDEEN, 2016; OLALLA et al., 2009). Fazendo-se isso, obtém-se o modelo (25):

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \mathcal{A}(\alpha)\tilde{x} + \mathcal{B}_d(\alpha) \text{sat}(\tilde{d}_c) + \mathcal{B}_v\tilde{v}_p + \mathcal{B}_i\tilde{i}_p \\ \tilde{v}_o = \mathcal{C}\tilde{x} \end{cases} \quad (25)$$

para o qual:

$$\text{sat}(\tilde{d}_c) = \begin{cases} (d_c^{max} - d_{ce}), & \text{se } \tilde{d}_c \geq (d_c^{max} - d_{ce}) \\ \tilde{d}_c, & \text{se } (d_c^{min} - d_{ce}) < \tilde{d}_c < (d_c^{max} - d_{ce}) \\ (d_c^{min} - d_{ce}), & \text{se } \tilde{d}_c \leq (d_c^{min} - d_{ce}) \end{cases} \quad (26)$$

Os limites de saturação d_c^{min} e d_c^{max} devem ser suficientes para que o sinal d_c consiga controlar o sistema frente às variações de R_o e de v_p dadas em (11). Na bibliografia clássica de conversores do tipo Boost, geralmente se considera a aproximação (27) para o cálculo de d_{ce} com respeito aos limites de v_{pe} :

$$d_{ce} = \frac{v_{oe} - v_{pe}}{v_{oe}} \quad (27)$$

a qual pode ser obtida examinando-se a corrente e a tensão sobre o indutor L do circuito da Figura 1 para a chave S aberta e fechada, assumindo-se que o conversor opera em Modo de Condução Contínua (MCC) (HART, 2011). No entanto, observa-se que a expressão desconsidera os efeitos causados pela variação de R_o na tensão v_{oe} e, portanto, deve ser usada apenas como um auxílio.

3.2.1 Compensador Anti-Windup

Dada a restrição de saturação sobre o sinal de controle e a presença da ação integral no sistema, efeitos indesejados de *windup* (TARBOURIECH et al., 2011) podem ocorrer. De modo a atenuar esses possíveis efeitos e a melhorar o desempenho do sistema em malha fechada, será considerada a adição da seguinte compensação *anti-windup* estática:

$$\dot{\tilde{x}}_i = -\tilde{v}_o - E_{aw}\psi(\tilde{d}_c) \quad (28)$$

com $E_{aw} \in \mathbb{R}$ sendo o ganho de *anti-windup* e $\psi(\tilde{d}_c) \equiv \tilde{d}_c - \text{sat}(\tilde{d}_c)$ representando uma função zona-morta descentralizada.

Adicionando-se, portanto, (28) ao modelo (25), o mesmo pode ser reescrito em termos de $\psi(\tilde{d}_c)$ da seguinte forma:

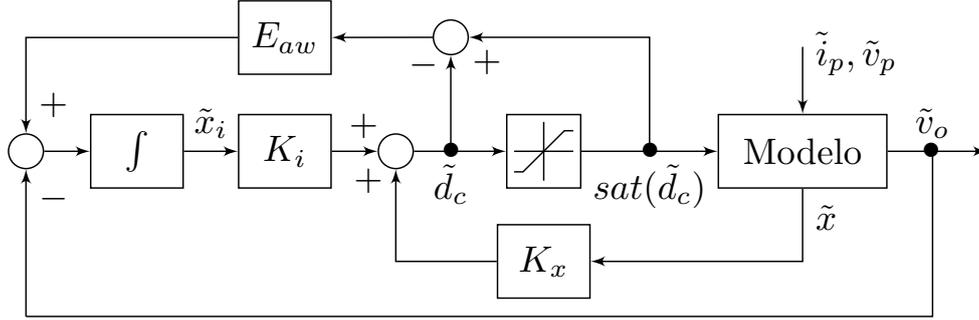
$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_a = \mathcal{A}_{cl}(\alpha)\tilde{x}_a - (\mathcal{B}_{da}(\alpha) + \mathcal{R}E_{aw})\psi(\tilde{d}_c) + \mathcal{B}_{va}\tilde{v}_p + \mathcal{B}_{ia}\tilde{i}_p \\ \tilde{v}_o = \mathcal{C}_a\tilde{x}_a \end{cases} \quad (29)$$

em que:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{cl}(\alpha) &= \mathcal{A}_a(\alpha) + \mathcal{B}_{da}(\alpha)K_a \\ \mathcal{R} &= [0 \quad 0 \quad 1]^T\end{aligned}\tag{30}$$

ou seja, $\mathcal{A}_{cl}(\alpha)$ é a matriz do sistema (25) em malha fechada. A estrutura do sistema de controle com o compensador *anti-windup* estático é ilustrada na Figura 10.

Figura 10 – Diagrama de blocos referente ao sistema de controle da Figura 9 com a adição do compensador *anti-windup* estático.



Do autor.

3.3 Projeto do Controlador Linear

Os efeitos das perturbações \tilde{i}_p e \tilde{v}_p na resposta transitória do sistema podem ser atenuados por meio da minimização do ganho \mathcal{L}_2 entre $\tilde{\omega} = [\tilde{i}_p \quad \tilde{v}_p]^T$ e \tilde{v}_o , ou seja, resolvendo-se um problema de controle H_∞ robusto.

Do ponto de vista do modelo incerto e com saturação adotado para o conversor Boost, como apresentado em (29), pode-se separar o problema em duas partes: primeiro, determinando-se o controlador cujos ganhos irão garantir a estabilidade do sistema sem saturação com um certo desempenho; e segundo, determinando-se o ganho do compensador de *anti-windup* que irá garantir a estabilidade do sistema quando houver saturação e atenuará os efeitos provocados pelo fenômeno de *windup*.

3.3.1 Desempenho sem Saturação

Para esse propósito, considerando-se o modelo politópico apresentado em (22) e desconsiderando-se, por enquanto, a saturação do sinal de controle, o seguinte teorema (GAHINET; APKARIAN, 1994) pode ser aplicado para se resolver o problema de controle H_∞ robusto:

Teorema 1. *Se existe uma matriz simétrica definida positiva $W \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ e uma matriz $Y \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ tal que, para $\delta > 0$, a LMI:*

$$\begin{bmatrix} \Gamma(\alpha) + \Gamma(\alpha)^T & [\mathcal{B}_{va} \quad \mathcal{B}_{ia}] & W\mathcal{C}_a^T \\ [\mathcal{B}_{va} \quad \mathcal{B}_{ia}]^T & -\delta I_2 & 0_{2 \times 1} \\ \mathcal{C}_a W & 0_{1 \times 2} & -\delta \end{bmatrix} < 0\tag{31}$$

$$\Gamma(\alpha) = \mathcal{A}_a(\alpha)W + \mathcal{B}_{da}(\alpha)Y$$

apresenta solução para todo $\alpha \in \mathcal{V}(\mathcal{P}) = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_8\}$, então, o sistema em malha fechada (22), com ganho de realimentação de estados $K_a = YW^{-1}$, é assintoticamente estável e o ganho \mathcal{L}_2 entre o vetor de perturbações $\tilde{\omega}$ e a saída \tilde{v}_o é menor que δ .

Requisitos de desempenho transitório para o sistema em malha fechada podem ser considerados com a adição de restrições na alocação de seus polos durante a síntese dos ganhos de realimentação. Uma condição para se garantir a alocação de polos do sistema incerto e sem saturação (22) em uma dada região $\mathcal{D}_{\sigma\rho}$ do plano complexo pode ser obtida a partir da aplicação dos resultados apresentados em (CHILALI; GAHINET, 1996), os quais levam ao seguinte teorema:

Teorema 2. *Se existe uma matriz simétrica definida positiva $W \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ e uma matriz $Y \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$, para $\sigma > 0$ e $\rho > 0$, tal que as LMIs:*

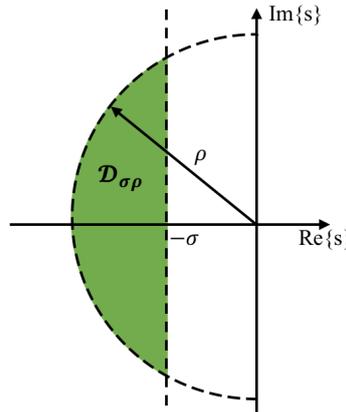
$$2\sigma W + \Gamma(\alpha) + \Gamma(\alpha)^T < 0$$

$$\begin{bmatrix} -\rho W & \Gamma(\alpha) \\ \Gamma(\alpha)^T & -\rho W \end{bmatrix} < 0 \quad (32)$$

$$\Gamma(\alpha) = \mathcal{A}_a(\alpha)W + \mathcal{B}_{da}(\alpha)Y$$

apresentem solução para todo $\alpha \in \mathcal{V}(\mathcal{P}) = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_8\}$, então, o ganho de realimentação de estados $K_a = YW^{-1}$ será tal que os polos de $(\mathcal{A}_a(\alpha) + \mathcal{B}_{da}(\alpha)K_a)$ estejam dentro da região denotada por $\mathcal{D}_{\sigma\rho}$, $\forall \alpha \in \mathcal{V}(\mathcal{P})$, como ilustrado na Figura 11. A região corresponde à interseção do semi-plano $\text{Re}\{s\} < -\sigma$, utilizado para se garantir uma mínima taxa de decaimento exponencial σ , com o disco centrado na origem $|s| < \rho$, considerado para se limitar a frequência natural da resposta transitória a ρ .

Figura 11 – Região $\mathcal{D}_{\sigma\rho}$ denotada para se realizar a alocação de polos do sistema (22).



Do autor.

3.3.2 Desempenho com Saturação

As condições apresentadas nos Teoremas 1 e 2 garantem que o sistema (22) atinja um determinado desempenho desde que não ocorra saturação no sinal de controle. Na sequência, será então considerado o sistema com saturação (29), de modo que as trajetórias do modelo linearizado sejam mantidas na região linear aproximada.

Sendo assim, a atenuação dos possíveis efeitos de *windup* e a garantia da estabilidade assintótica global da origem do sistema em malha fechada podem ser garantidas

a partir do seguinte teorema, adaptado de (SILVA; TARBOURIECH, 2005) para o cálculo do ganho E_{aw} do compensador *anti-windup*:

Teorema 3. *Se existe uma matriz simétrica definida positiva $X \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, uma matriz positiva definida $T \in \mathbb{R}$ e uma matriz $Z \in \mathbb{R}$ satisfazendo a LMI:*

$$\begin{bmatrix} X\mathcal{A}_{cl}(\alpha)^T + \mathcal{A}_{cl}(\alpha)X & \Phi(\alpha) \\ \Phi(\alpha)^T & -2T \end{bmatrix} < 0 \quad (33)$$

$$\Phi(\alpha) = \mathcal{B}_{da}(\alpha)T + RZ - XK_a^T$$

$$\mathcal{A}_{cl}(\alpha) = \mathcal{A}_a(\alpha) + \mathcal{B}_{da}(\alpha)K_a$$

então, para $E_{aw} = ZT^{-1}$, a origem do sistema (29) será globalmente assintoticamente estável.

O compensador *anti-windup* estático não afetará o sistema enquanto os limites de saturação não forem alcançados pelo sinal de controle \tilde{d}_c . A condição do Teorema 3 demonstra que o ganho E_{aw} é determinado a partir do ganho de realimentação de estados K_a , previamente calculado pelos Teoremas 1 e 2. Caso ocorra a saturação do sinal de controle, o laço de *anti-windup* da Figura 10 entrará em ação, de modo que as trajetórias do sistema sejam trazidas de volta para a região de comportamento linear aproximado a ser considerada, na tentativa de se realçar o desempenho desejado com a realimentação de estados feita por K_a .

3.3.3 Procedimento de Cálculo

O projeto de um sistema de controle linear robusto para o conversor Boost com compensador *anti-windup* pode ser então realizado seguindo-se os passos abaixo:

1. Considerando-se que $\sigma > 0$ e $\rho > 0$ descrevam a região $\mathcal{D}_{\sigma\rho}$ da Figura 11, resolve-se o seguinte problema:

$$\begin{aligned} & \min \delta \\ & \text{s.a. LMIs (31) e (32)} \end{aligned} \quad (34)$$

Assim, da solução de (34), calcula-se $K_a = YW^{-1}$.

2. Com K_a calculado no passo anterior, encontra-se solução para (33) e determina-se o ganho $E_{aw} = ZT^{-1}$ do compensador *anti-windup* estático.

3.4 Resultados de Simulação

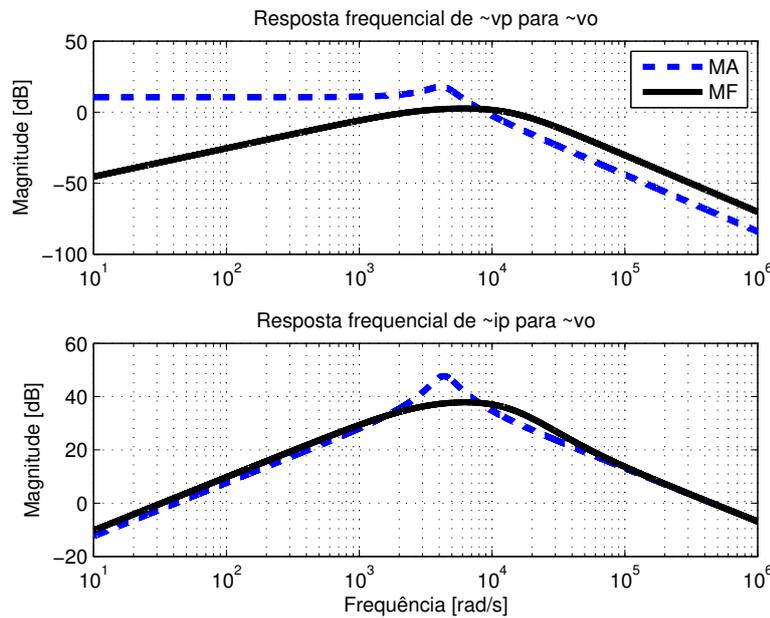
Nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos com o projeto de um sistema de controle linear robusto com compensador *anti-windup* estático. Primeiramente, a partir dos parâmetros da Tabela 1 e das incertezas da Tabela 2, é obtida a representação do conversor Boost no espaço de estados conforme descrito no modelo politópico (22). Então, aplica-se o primeiro passo descrito na Seção 3.3.3, em que se resolve o problema LMI para uma mínima taxa de decaimento $\sigma = 2000$, de modo a se ter o sistema controlado aproximadamente duas vezes mais rápido que o sistema em MA, e um limitante superior da frequência natural $\rho = 35000$. Como resultado, encontra-se o ganho de realimentação de estados (24), que garante um limitante da

norma \mathcal{L}_2 de $\delta = 185$ para o sistema (22) em MF e que posiciona os seus polos em $s = -3072$ e $s = -11570 \pm j7440$.

$$K_a = [K_x \quad K_i] = [-0,27 \quad -7,7 \times 10^{-3} \quad 29,6] \quad (35)$$

A melhora de desempenho em termos da atenuação \mathcal{L}_2 alcançada com o ganho de realimentação de estados (35) pode ser verificada analisando-se a magnitude da resposta em frequência entre as perturbações do sistema e o sinal de saída, para o modelo nominal sem saturação. A Figura 12 ilustra a comparação dos resultados de malha aberta e malha fechada associados às perturbações \tilde{v}_p e \tilde{i}_p .

Figura 12 – Comparação das respostas em frequência de $\tilde{v}_p(j\omega)$ para $\tilde{v}_o(j\omega)$ e de $\tilde{i}_p(j\omega)$ para $\tilde{v}_o(j\omega)$ em MA e MF.



Do autor.

Devido à introdução da ação integral ao modelo, observa-se que o sistema de controle projetado permite a rejeição de perturbações do tipo degrau em \tilde{v}_p com erro nulo em regime permanente, o que não era possível em malha aberta, como observado na Figura 7. Sendo assim, mesmo que variações na tensão de entrada possam alterar o ponto de equilíbrio do conversor Boost, como se verifica em (7), a regulação da tensão elétrica de saída é garantida. Além disso, como esperado da teoria de controle H_∞ , o pico de frequência é atenuado em malha fechada, o que faz com que a resposta do sistema frente a variações de \tilde{v}_p seja menos oscilatória. Considerando-se a variação de carga, modelada por \tilde{i}_p , pode-se observar uma atenuação de aproximadamente 10 dB na frequência de pico, o que faz com que a resposta transitória do sistema em MF seja bem mais atenuada que em MA, como visto na Figura 8.

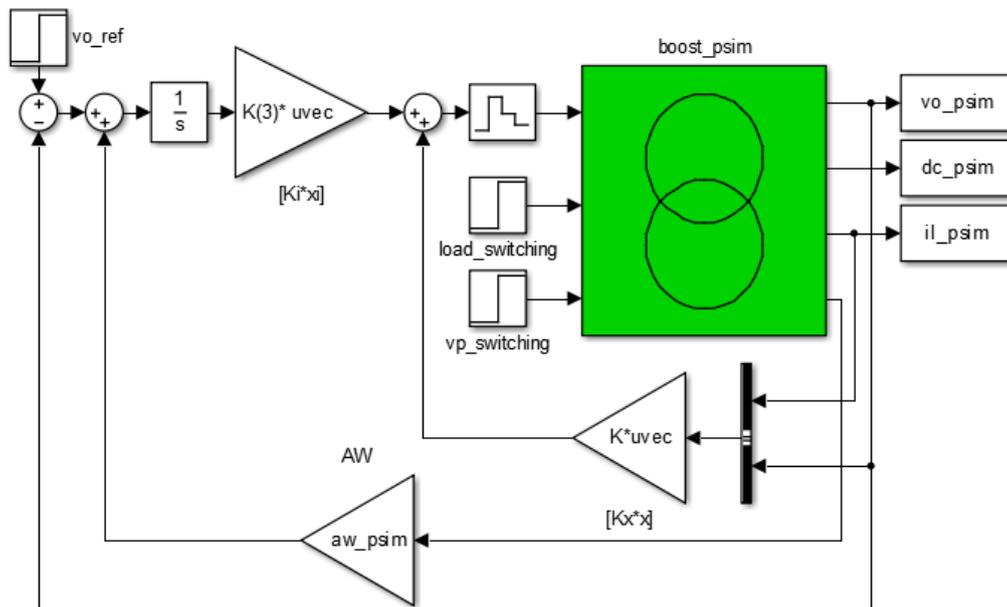
Por fim, para se garantir a estabilidade do sistema e melhorar seu desempenho caso ocorra saturação do sinal de controle, o ganho do compensador *anti-windup* é calculado pelo segundo passo da Seção 3.3.3, considerando-se, para tanto, o ganho de realimentação de estados K_a dado em (35). Como resultado, tem-se (36).

$$E_{aw} = 2650 \quad (36)$$

Considerando os ganhos K_a e E_{aw} calculados, o sistema de controle linear do conversor Boost é então simulado para uma perturbação do tipo degrau sobre o

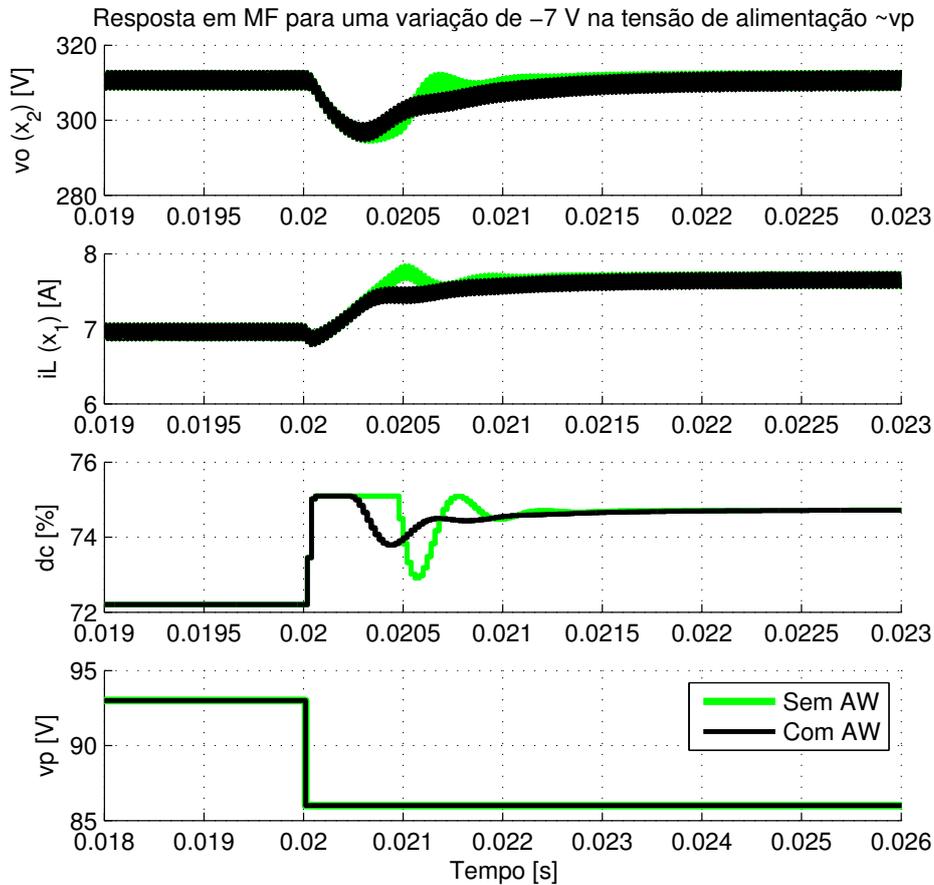
valor da tensão de entrada média. Para tanto, utiliza-se o diagrama Simulink da Figura 13, atualizado com a lei de realimentação de estados e laço de *anti-windup*. O resultado é ilustrado na Figura 14, quando a carga de saída é de 600 W ($R_o = 161 \Omega$) e a tensão de entrada é alterada de 93 V para 86 V.

Figura 13 – Diagrama Simulink para simular o sistema em MF com o PSIM.



Do autor.

Figura 14 – Aplicação de um degrau de -7 V sobre o valor da tensão de entrada média v_{pe} para o sistema em MF quando a carga de saída é de 600 W .



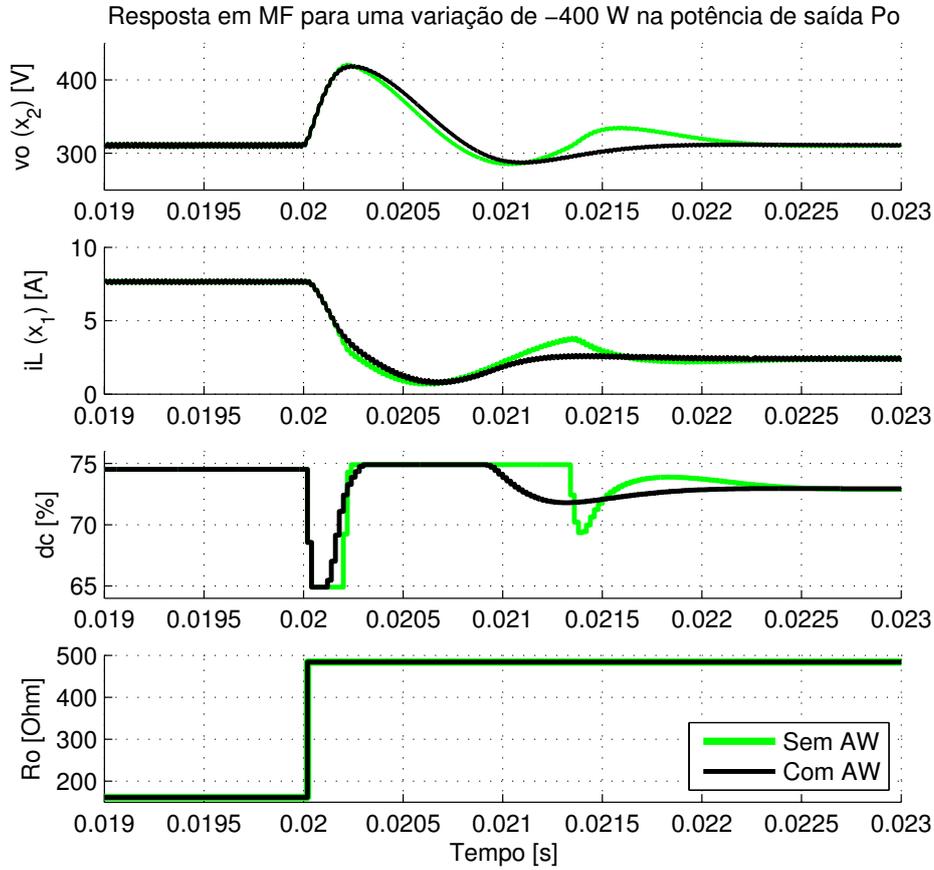
Do autor.

Pela Figura 14, observa-se que antes de 20 ms a tensão média de saída é regulada em 311 V , como desejado pela especificação da Tabela 1. Isso requer que a razão cíclica esteja em torno dos 72% para uma carga de saída de 600 W . Então, aos 20 ms , quando a tensão de entrada é alterada de 93 V para 86 V , o limite superior de saturação é atingido pelo sinal de controle, o que faz com que o compensador *anti-windup* seja ativado. Com essa solução, o tempo em que ocorre saturação do sinal de controle é reduzido em aproximadamente 50% ou 0.25 ms . A melhoria trazida pelo compensador também pode ser observada na resposta transitória da tensão de saída e da corrente de entrada, com picos de amplitude reduzida e, conseqüentemente, um comportamento mais suave até que os efeitos da perturbação sejam efetivamente rejeitados.

O outro cenário de simulação consiste na aplicação de uma perturbação do tipo degrau no valor da carga de saída. Nesse caso, para uma tensão de entrada de 86 V , faz-se com que a carga de saída varie de 600 W ($R_o = 161\ \Omega$) para 200 W ($R_o = 483\ \Omega$). O resultado é apresentado na Figura 15.

Similarmente ao caso de simulação anterior, antes de 20 ms , se observa que a tensão média de saída é regulada como desejado pelas especificações, o que requer agora que a razão cíclica seja ligeiramente inferior a 75% . Aos 20 ms , quando a carga de saída varia de 600 W para 200 W , os limites inferior e superior de saturação

Figura 15 – Variação de carga de 600 W para 200 W com o sistema em MF quando a tensão de entrada média é de 86 V.



Do autor.

são alcançados pelo sinal de controle, o que faz novamente com que o compensador *anti-windup* seja ativado. Desta vez, o tempo em que ocorre saturação é reduzido em cerca de 45 %, que nesse caso representa 0.5 ms. Além disso, novamente, as respostas transitórias da tensão de saída e da corrente de entrada possuem oscilações de amplitude reduzida, visto que os efeitos de *windup* sobre o integrador são atenuados pelo compensador.

3.5 Comentários Finais

É importante notar que, para o primeiro passo da Seção 3.3.3, o ganho de realimentação de estados K_a é tal que o ganho \mathcal{L}_2 entre as perturbações e a saída do sistema (22) seja minimizado, com os polos do sistema realimentado sendo alocados dentro da região descrita por $\mathcal{D}_{\sigma\rho}$. Isso irá garantir, portanto, um certo desempenho caso não ocorra a saturação do sinal de controle. Considerando-se o segundo passo descrito, calcula-se o ganho do compensador *anti-windup* que irá tentar minimizar a degradação de tal desempenho e garantir a estabilidade do sistema caso ocorra a saturação. Restrições adicionais para a melhoria do desempenho nessa condição poderiam ser consideradas, tal como a minimização do ganho \mathcal{L}_2 para o sistema com saturação, mas não se mostraram necessárias neste trabalho. Informações detalhadas sobre o assunto podem ser encontradas em (TARBOURIECH et al., 2011).

4 CONTROLE NÃO LINEAR

Neste capítulo, será apresentado o projeto de um sistema de controle considerando o modelo não linear (bilinear) do conversor Boost, de modo a se garantir a regulação da tensão de saída frente a variações de carga. Para tanto, será considerada a proposta desenvolvida em (COUTINHO; SOUZA, 2012), adaptada ao caso em estudo. Primeiramente, apresenta-se a etapa de inclusão da ação integral ao modelo médio e bilinear do conversor Boost, de modo a aumentar a robustez do sistema frente a variações de carga do tipo degrau. Em seguida, encontra-se uma nova representação para o modelo do conversor, em que as matrizes são definidas como funções afim do estado do sistema. Na sequência, apresenta-se o método de controle por realimentação de estados não linear e as desigualdades matriciais lineares (LMIs) a serem resolvidas, de modo a determinar os valores dos ganhos que irão garantir a estabilidade do sistema e um certo desempenho. Os resultados são validados em simulação, considerando-se variações de carga tal como na Seção 3.3.3. Por fim, comparam-se os resultados obtidos neste trabalho com os da proposta desenvolvida em (OLALLA et al., 2011), considerando-se suas especificações para o circuito do conversor Boost.

4.1 Modelo Bilinear com Ação Integral

Na Seção 2.2, foi apresentado o modelo médio não linear do conversor Boost, derivado de seu circuito elétrico equivalente e da aplicação da técnica do Modelo Médio. Obteve-se, assim, uma representação única para o sistema do conversor, tal como apresentado em (5). Em seguida, aplicou-se a transformação de variáveis (8), considerando-se que cada sinal fosse decomposto em uma parcela constante, equivalente ao seu valor médio de equilíbrio, mais uma parcela variante no tempo. Na abordagem não linear, serão consideradas apenas as variações de carga (isto é, a tensão de alimentação é estritamente constante e, assim, $\tilde{v}_p(t) \equiv 0$) e que o termo bilinear $\tilde{x}(t)\tilde{d}_c(t)$ não é desprezível. Sendo assim, dada a transformação de variáveis e as premissas mencionadas, tem-se neste caso o sistema bilinear (37), em que \mathcal{A} , \mathcal{B}_d , \mathcal{B}_i e \mathcal{C} são como em (9) e \mathcal{B}_n é dado por (38).

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = \mathcal{A}\tilde{x}(t) + \mathcal{B}_d\tilde{d}_c(t) + \mathcal{B}_n\tilde{x}(t)\tilde{d}_c(t) + \mathcal{B}_i\tilde{i}_p(t) \\ \tilde{v}_o(t) = \mathcal{C}\tilde{x}(t) \end{cases} \quad (37)$$

$$\mathcal{B}_n \equiv (A_{on} - A_{off}) \quad (38)$$

Na Seção 3.1, foi apresentada a inclusão da ação integral ao modelo linearizado e incerto do conversor Boost, o que pode ser feito de maneira semelhante para o modelo bilinear (37). Assim, considerando-se a ação integral como em (20), o vetor de estados aumentado $\tilde{x}_a = [\tilde{x} \ \tilde{x}_i]^T \in \mathbb{R}^3$ e o parâmetro incerto $\alpha = R_o$, a representação do sistema bilinear estendido é descrita pela equação:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_a = \mathcal{A}_a(\alpha)\tilde{x}_a + \mathcal{B}_{da}(\alpha)\tilde{d}_c + \mathcal{B}_{na}\tilde{x}_a\tilde{d}_c + \mathcal{B}_{ia}\tilde{i}_p \\ \tilde{v}_o = \mathcal{C}_a\tilde{x}_a \end{cases} \quad (39)$$

em que, segundo as notações adotadas em (5), (7), (10), (15) e (38):

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_a(\alpha) &\equiv \begin{bmatrix} \mathcal{A}(\alpha) & \mathbf{0} \\ -\mathcal{C} & 0 \end{bmatrix} & \mathcal{B}_{da}(\alpha) &\equiv \begin{bmatrix} \mathcal{B}_d(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathcal{B}_{na} &\equiv \begin{bmatrix} \mathcal{B}_n \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} & \mathcal{B}_{ia} &\equiv \begin{bmatrix} \mathcal{B}_i \\ 0 \end{bmatrix} & \mathcal{C}_a &\equiv \begin{bmatrix} \mathcal{C} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (40)$$

Fazendo-se as devidas substituições nas matrizes (40), obtêm-se as seguintes descrições em função dos parâmetros do circuito do conversor Boost, nas quais $\hat{d}_{ce} \equiv (1 - d_{ce})$ com d_{ce} calculado a partir da expressão (27). Como definido em (7) e (10), a matriz $\mathcal{B}_d(\alpha) \equiv (A_{on} - A_{off})x_e$ depende do ponto de equilíbrio em que o sistema se encontra, o qual será analisado com mais detalhes na próxima seção.

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_a(\alpha) &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\hat{d}_{ce}}{L} & 0 \\ \frac{\hat{d}_{ce}}{C} & -\frac{1}{R_o C} & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} & \mathcal{B}_{da}(\alpha) &= \begin{bmatrix} \frac{v_{pe}}{\hat{d}_{ce}L} \\ -\frac{\hat{d}_{ce}^2 R_o C}{0} \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathcal{B}_{na} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ -\frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathcal{B}_{ia} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C} \\ 0 \end{bmatrix} & \mathcal{C}_a &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (41)$$

O sistema (39) pode ser então re-escrito na forma proposta por (COUTINHO; SOUZA, 2012), na qual se verifica que a matriz $B(\tilde{x}_a, \alpha)$ apresenta uma dependência afim com relação ao estado do sistema:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_a = A_0(\alpha)\tilde{x}_a + B(\tilde{x}_a, \alpha)\tilde{d}_c + E_0\tilde{i}_p \\ \tilde{v}_o = C_0\tilde{x}_a \end{cases} \quad (42)$$

em que $\tilde{x}_a \in \mathbb{R}^3$ é o vetor de estados, $\tilde{d}_c \in \mathbb{R}$ é o sinal de controle, $\tilde{i}_p \in \mathbb{R}$ é a entrada de perturbação referente às variações de carga e $\tilde{v}_o \in \mathbb{R}$ é o sinal de saída. As matrizes $A_0(\alpha) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $B(\tilde{x}_a, \alpha) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$, $E_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ e $C_0 \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ são descritas em (43), conforme (41). Observa-se que B_1 , B_2 , B_3 , E_0 e C_0 são matrizes constantes e que $A_0(\alpha)$ e $B_0(\alpha)$ são matrizes incertas com relação ao parâmetro α .

$$\begin{aligned} A_0(\alpha) &\equiv \mathcal{A}_a(\alpha) \\ B(\tilde{x}_a, \alpha) &\equiv B_0(\alpha) + \tilde{x}_{a1}B_1 + \tilde{x}_{a2}B_2 + \tilde{x}_{a3}B_3 \equiv \mathcal{B}_{da}(\alpha) + \mathcal{B}_{na}\tilde{x}_a \\ E_0 &\equiv \mathcal{B}_{ia} \\ C_0 &\equiv \mathcal{C}_a \end{aligned} \quad (43)$$

4.2 Pontos de Equilíbrio

Na Seção 2.3, verificou-se que o ponto de equilíbrio do sistema médio e bilinear (5) pode ser determinado a partir de (7). Visto que o sistema (42) nada mais é do que o sistema (5) aumentado da ação integral e re-escrito de outra forma, os valores de equilíbrio i_{Le} e v_{Ce} podem ser calculados da mesma expressão. Sendo assim, fazendo-se a substituição das matrizes de (5) em (7), é possível determinar as respectivas expressões matemáticas das duas primeiras componentes do ponto de equilíbrio em função dos parâmetros do conversor Boost:

$$\begin{aligned} x_{ae1}(\alpha) &\equiv i_{Le} = \frac{v_{pe}}{(1-d_{ce})^2 R_o} \\ x_{ae2}(\alpha) &\equiv v_{Ce} = \frac{v_{pe}}{(1-d_{ce})} \end{aligned} \quad (44)$$

Como v_{Ce} equivale ao valor desejado para a tensão de saída (v_{oe}), seu valor é conhecido à priori. Assim, de sua expressão em (44) ou, equivalentemente, de (27), pode-se determinar o correspondente valor de d_{ce} para uma tensão de entrada v_{pe} conhecida. Desta forma, pode-se então calcular o valor de i_{Le} .

Já o valor da terceira componente do ponto de equilíbrio, referente ao estado \tilde{x}_i da ação integral, não pode ser determinado à priori: seu valor é consequência dos ganhos da lei de realimentação de estados. Como exemplo, para a lei de controle de (24), do tipo $\tilde{d}_c = K_x \tilde{x} + K_i \tilde{x}_i$, o valor de x_{ie} corresponde ao cálculo de:

$$x_{ie} = \frac{d_{ce} - K_x x_e}{K_i} \quad (45)$$

Dadas estas considerações, o ponto de equilíbrio do sistema bilinear (42) pode ser representado por (46), com i_{Le} e v_{Ce} como em (44) e x_{ie} podendo ser efetivamente calculado se conhecidos os ganhos de realimentação:

$$x_{ae}(\alpha) = [x_{ae1}(\alpha) \quad x_{ae2}(\alpha) \quad x_{ae3}(\alpha)]^T \equiv [i_{Le} \quad v_{Ce} \quad x_{ie}]^T \quad (46)$$

Portanto, mudanças sobre o valor da carga de saída proporcionam variações sobre o ponto de equilíbrio, o que faz com que o conversor atinja uma nova condição de operação. Além disso, para um novo valor de carga, tem-se também uma nova dinâmica para o sistema, visto que a variação de R_o faz com que as matrizes $A_0(\alpha)$ e $B(\tilde{x}_a, \alpha)$ mudem de valor.

A variação entre pontos de equilíbrio irá, assim, representar uma nova condição inicial para as trajetórias do sistema: supondo-se que para uma dada carga o sistema esteja operando em torno do ponto de equilíbrio definido por $x_{ae}(R_{o1})$; supondo-se, então, que vá ocorrer uma mudança de carga, de forma que o novo ponto de operação seja definido por $x_{ae}(R_{o2})$; a diferença entre o ponto de equilíbrio anterior ($x_{ae}(R_{o1})$) e o novo ($x_{ae}(R_{o2})$), dada por $\Delta x_{ae}^{1,2} = x_{ae}(R_{o1}) - x_{ae}(R_{o2})$, pode ser vista como sendo uma condição inicial $\tilde{x}_a(0)$ para o sistema (42) na mudança de carga.

Portanto, considerando-se que o sistema esteja acomodado, o efeito da variação de carga fará com que um novo estado de equilíbrio (isto é, uma nova condição de operação para o conversor Boost) seja atingido. Variações sobre o ponto de equilíbrio irão alterar a dinâmica do sistema e serão vistas como novas condições iniciais entre os pontos de operação para o sistema bilinear.

4.3 Síntese da Lei de Controle

O sistema bilinear descrito em (42) será então considerado no projeto de um sistema de controle não linear. O objetivo é de garantir a estabilidade e a regulação da tensão de saída com um certo desempenho.

4.3.1 Estrutura da Lei de Controle

O projeto de controle será realizado a partir de uma lei de realimentação de estados quadrática da forma $\tilde{d}_c = K(\tilde{x}_a)\tilde{x}_a$. Assumindo-se que o par $(A_0(\alpha), B_0(\alpha))$ de (42) seja estabilizável (OGATA, 2010) $\forall \alpha \in \mathcal{P}$ e que:

$$K(\tilde{x}_a) = K_0 + \sum_{i=1}^3 \tilde{x}_{ai} K_i \quad (47)$$

com $K(\tilde{x}_a) \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$, o sinal de controle será dado por:

$$\tilde{d}_c = (K_0 + \tilde{x}_{a1} K_1 + \tilde{x}_{a2} K_2 + \tilde{x}_{a3} K_3) \tilde{x}_a \quad (48)$$

Assim, obtém-se a seguinte representação para o sistema (42) em malha fechada:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_a = [A_0(\alpha) + (B_0(\alpha) + \tilde{x}_{a1} B_1 + \tilde{x}_{a2} B_2 + \tilde{x}_{a3} B_3) \dots \\ \quad \times (K_0 + \tilde{x}_{a1} K_1 + \tilde{x}_{a2} K_2 + \tilde{x}_{a3} K_3)] \tilde{x}_a + E_0 \tilde{v}_p \\ \tilde{v}_o = C_0 \tilde{x}_a \end{cases} \quad (49)$$

Nota-se, portanto, que o sistema realimentado (49) possui termos quadráticos com relação ao vetor de estados \tilde{x}_a , os quais envolvem os ganhos a serem ainda determinados para o controlador. Para se resolver este problema de controle não linear, pode-se considerar uma abordagem por Teoria de Lyapunov.

4.3.2 Abordagem por Teoria de Lyapunov

Deseja-se garantir que o sistema bilinear (42) seja estável em malha fechada. Da teoria de Lyapunov (KHALIL, 2002), isso pode ser alcançado se existe uma função $V(\tilde{x}_a) \geq 0$ tal que $\dot{V}(\tilde{x}_a) < 0$ para todo \tilde{x}_a pertencente a uma região \mathcal{X} . Isso implica que toda superfície de nível de $V(\tilde{x}_a)$, denotada por:

$$\mathcal{D}(c) := \{\tilde{x}_a \in \mathbb{R}^3 : V(\tilde{x}_a) \leq c, c > 0\} \quad (50)$$

e contida em \mathcal{X} , seja um domínio positivamente invariante e contrativo. Em outras palavras, existe um conjunto de condições iniciais em \mathcal{X} para as quais $\tilde{x}_a(t) \in \mathcal{D}(c) \forall t \geq 0$, sendo que $\tilde{x}_a(t) \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Pode-se recapitular então um importante resultado sobre a estabilidade de Lyapunov:

Lema 1. *Considere um sistema não linear $\dot{x} = f(x)$, $x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$, em que $f(x)$ satisfaça as condições para existência e unicidade de solução, com $f(0) = 0$. Suponha que existe uma função continuamente diferenciável $V : \mathcal{X} \mapsto \mathbb{R}$ e escalares positivos ϵ_1, ϵ_2 e ϵ_3 que satisfaçam:*

$$\epsilon_1 x^T x \leq V(x) \leq \epsilon_2 x^T x, \quad \dot{V}(x) + \epsilon_3 x^T x \leq 0, \quad \forall x \in \mathcal{X} \quad (51)$$

Então, o ponto de equilíbrio $x = 0$ é localmente exponencialmente estável e $V(x)$ é uma função de Lyapunov em \mathcal{X} . Além disso, o conjunto $\mathcal{D}(c) := \{x \in \mathbb{R}^n : V(x) \leq c\}$, com $c > 0$ tal que $\mathcal{D}(c) \subset \mathcal{X}$, é um domínio positivamente invariante, isto é, $x(t) \in \mathcal{D}(c) \forall t \geq 0$, para qualquer $x(0) \in \mathcal{D}(c)$, e $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$. \square

Quer-se, assim, garantir que todas as condições iniciais admissíveis, correspondentes a todas possíveis variações do ponto de equilíbrio dadas as variações de carga, estejam dentro do domínio $\mathcal{D}(c)$, tal que o sistema em malha fechada seja exponencialmente estável. Além disso, deseja-se garantir um certo desempenho para a resposta transitória do sistema. Como visto na Seção 3.3.1, para modelos lineares, o problema pode ser formulado em termos da sua norma H_∞ . Já no caso de sistemas não lineares, visto que a norma H_∞ equivale à norma \mathcal{L}_2 -induzida, o problema pode ser definido em termos do ganho \mathcal{L}_2 entre a saída e a perturbação (SCHAFT, 1992).

Sendo assim, tal como considerado no circuito da Figura 1 e nos capítulos anteriores, pode-se modelar o impacto da variação de carga no transitório como sendo uma perturbação \mathcal{L}_2 “virtual” sobre o valor da corrente de saída, a qual se denotou de $\tilde{i}_p(t)$. Supondo-se, então, que o sistema bilinear seja estável em malha fechada, busca-se determinar o controlador que faça com que o ganho \mathcal{L}_2 entre \tilde{i}_p e \tilde{v}_o , denotado por $\|G_{iv}\|_\infty$, seja inferior a um certo escalar γ , com $\gamma > 0$ sendo o índice de desempenho. De fato, sabe-se que $\|G_{iv}\|_\infty < \gamma$ se existe uma função de Lyapunov $V(\tilde{x}_a)$ tal que sua derivada temporal ao longo das trajetórias do sistema satisfaça a seguinte inequação (KHALIL, 2002):

$$\dot{V}(\tilde{x}_a) + \gamma^{-2} \tilde{v}_o^T \tilde{v}_o - \tilde{i}_p^T \tilde{i}_p < 0 \quad (52)$$

4.3.3 Condições para Síntese

Dadas as considerações do Lema 1 para um domínio de estabilidade positivamente invariante $\mathcal{D}(c)$ e a relação de desempenho da inequação (52), para este trabalho, será considerada a seguinte função de Lyapunov:

$$V(\tilde{x}_a) = \tilde{x}_a^T P \tilde{x}_a \quad (53)$$

com $P = P^T > 0$. Assim, tem-se $V(\tilde{x}_a)$ como função quadrática de \tilde{x}_a . Consequentemente, considera-se que as curvas de nível do domínio positivamente invariante de (50) serão elipsoides da forma:

$$\mathcal{D} := \{\tilde{x}_a \in \mathbb{R}^3 : \tilde{x}_a^T P \tilde{x}_a \leq 1\} \quad (54)$$

Assumindo-se, então, que $\mathcal{D} \subset \mathcal{X}$, a região do espaço de estados \mathcal{X} terá o papel de delimitar o tamanho máximo do domínio de estabilidade \mathcal{D} do sistema controlado, o qual se deseja ter como maior possível. Para tanto, será considerado que \mathcal{X} é uma região politópica da forma:

$$\mathcal{X} := \{\tilde{x}_a \in \mathbb{R}^3 : |\tilde{x}_{ai}| \leq \mu_i, \quad i = 1, \dots, 3\} \quad (55)$$

em que μ_i são escalares positivos que definem o tamanho de \mathcal{X} no espaço tridimensional. Essa condição também pode ser expressa em função da interseção de $N = 2 \times 3 = 6$ hiperplanos, tal como:

$$\mathcal{X} = \{\tilde{x}_a \in \mathbb{R}^3 : |\mu_i^{-1} h_i^T \tilde{x}_a| \leq 1, \quad i = 1, \dots, 3\} \quad (56)$$

com $h_i \in \mathbb{R}^3$ sendo a i -ésima coluna da matriz identidade de ordem 3 (I_3). Alternativamente, \mathcal{X} pode ser descrito pelo conjunto convexo de seus vértices $w_j \in \mathbb{R}^3$, com $j = 1, \dots, 8$, ou seja:

$$\mathcal{X} = Co\{w_1, w_2, \dots, w_8\} \quad (57)$$

sendo que os vértices w_j estão relacionados a μ_1 , μ_2 e μ_3 por:

$$w_j = H_j \mu, \quad \mu = [\mu_1 \ \mu_2 \ \mu_3]^T \quad (58)$$

em que $H_j \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ são matrizes diagonais cujas colunas são formadas pelas combinações possíveis entre $+h_i$ e $-h_i$. Portanto, o tamanho da região denotada pelo domínio de estabilidade \mathcal{D} está diretamente relacionado aos valores dos escalares μ_1 , μ_2 e μ_3 a serem escolhidos.

Deseja-se então aplicar tais condições à inequação (52), de modo a se determinar o ganho $K(\tilde{x}_a)$ que irá garantir a estabilidade e um certo desempenho da forma $\|G_{iv}\|_\infty < \gamma$ para o sistema bilinear (42) em malha fechada. As condições para tanto foram desenvolvidas por (COUTINHO; SOUZA, 2012) e serão apresentadas na forma do seguinte teorema, adaptado para o modelo bilinear do conversor Boost.

Teorema 4. *Para o sistema bilinear aumentado do conversor Boost descrito em (42), considere os escalares positivos μ_1 , μ_2 e μ_3 definindo a região politópica \mathcal{X} de (55). Suponha, então, que para um dado $\gamma > 0$, existam matrizes $Q = Q^T \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $F \in \mathbb{R}^{14 \times 15}$ e $Y_0, Y_1, Y_2, Y_3 \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ satisfazendo as seguintes LMIs, para $i = 1, \dots, 3$ e $j = 1, \dots, 8$:*

$$Q > 0 \quad (59)$$

$$\begin{bmatrix} \mu_i & h_i^T Q \\ Q h_i & \mu_i Q \end{bmatrix} \geq 0 \quad (60)$$

$$\Phi_h(w_j, \gamma) + He\{F \Omega_h(w_j)\} < 0 \quad (61)$$

com w_j sendo os vértices do politopo \mathcal{X} , como em (57), e

$$\begin{aligned} \Phi_h(w_j, \gamma) &= \begin{bmatrix} \Phi_x(w_j) & \hat{E} & \hat{C}^T \\ \hat{E}^T & -\gamma & 0 \\ \hat{C} & 0 & -\gamma \end{bmatrix} \\ \Phi_x(w_j) &= \begin{bmatrix} He\{A_0(\alpha)Q + B_0(\alpha)Y(w_j)\} & (\tilde{B}Y(w_j))^T \\ \hat{B}Y(w_j) & 0_{9 \times 9} \end{bmatrix} \\ Y(w_j) &= Y_0 + w_{j1}Y_1 + w_{j2}Y_2 + w_{j3}Y_3 \\ \Omega_h(w_j) &= \begin{bmatrix} \Omega_a(w_j) & 0_{15 \times 1} & 0_{15 \times 1} \end{bmatrix} \\ \Omega_a(w_j) &= \begin{bmatrix} \Pi(w_j) & -I_9 \\ 0_{6 \times 3} & \mathcal{N}(w_j) \end{bmatrix} \\ \Pi(w_j) &= \begin{bmatrix} w_{j1}I_3 & w_{j2}I_3 & w_{j3}I_3 \end{bmatrix}^T \\ \mathcal{N}(w_j) &= \begin{bmatrix} w_{j2}I_3 & -w_{j1}I_3 & 0_3 \\ 0_3 & w_{j3}I_3 & -w_{j2}I_3 \end{bmatrix} \\ \hat{B} &= \begin{bmatrix} B_1^T & B_2^T & B_3^T \end{bmatrix}^T \\ \hat{E} &= \begin{bmatrix} E_0^T & 0_{1 \times 9} \end{bmatrix}^T \\ \hat{C} &= C_0 Q \begin{bmatrix} I_3 & 0_{3 \times 9} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Então, a realimentação de estados $\tilde{d}_c = (Y(\tilde{x}_a)Q^{-1})\tilde{x}_a$, com $Y(\tilde{x}_a) = Y_0 + \tilde{x}_{a1}Y_1 + \tilde{x}_{a2}Y_2 + \tilde{x}_{a3}Y_3$ e $Q = P^{-1}$, irá garantir que o sistema (42) em malha fechada seja localmente exponencialmente estável e que $\forall \tilde{x}_a(0) \in \mathcal{D}$, $\tilde{x}_a(t) \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, $\forall \alpha \in \mathcal{P}$. Além disso, o ganho \mathcal{L}_2 entre a saída e a perturbação do sistema satisfaz $\|G_{iv}\|_\infty < \gamma$.

Prova. A restrição (59) se refere a uma das condições de existência de uma função de Lyapunov quadrática do tipo $V(\tilde{x}_a) = \tilde{x}_a^T Q^{-1} \tilde{x}_a$, tal como definido em (53). Assim, garante-se que $V(\tilde{x}_a) \geq 0$, $\forall \tilde{x}_a \in \mathcal{X}$.

A condição associada a (60) garante que o domínio de estabilidade \mathcal{D} esteja contido em \mathcal{X} . Pré e pós multiplicando (60) pela seguinte matriz diagonal e sua transposta, respectivamente:

$$\begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (62)$$

a mesma pode ser re-escrita como a condição:

$$\begin{bmatrix} P & h_i \\ h_i^T & \mu_i^2 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (63)$$

Então, aplicando-se o complemento de Schur a (63) e em seguida pré e pós multiplicando o resultado por \tilde{x}_a^T e \tilde{x}_a , respectivamente, considerando-se (54), obtém-se:

$$\mu_i^{-2}(\tilde{x}_a^T h_i)(h_i^T \tilde{x}_a) \leq \tilde{x}_a^T P \tilde{x}_a \leq 1 \quad (64)$$

da qual se verifica que:

$$\begin{aligned} |\tilde{x}_{ai}| &\leq \mu_i \\ \tilde{x}_a^T P \tilde{x}_a &\in \mathcal{X} \end{aligned} \quad (65)$$

Por fim, como (61) é verificada em todos os vértices de \mathcal{X} , isto é, $\forall w_j, j = 1, \dots, 8$, pode-se concluir que:

$$\Phi_h(\tilde{x}_a, \gamma) + He\{F \Omega_h(\tilde{x}_a)\} < 0, \quad \forall \tilde{x}_a \in \mathcal{X} \quad (66)$$

Particionando-se F de acordo com $\Phi_h(\cdot)$, isto é, $F = [F_1^T \ F_2^T \ F_3^T]^T$, a inequação (66) pode ser re-escrita como:

$$\begin{bmatrix} \Phi_x(\tilde{x}_a) + He\{F_1 \Omega_a(\tilde{x}_a)\} & * & * \\ \hat{E}^T + F_2 \Omega_a(\tilde{x}_a) & -1 & * \\ \hat{C} + F_3 \Omega_a(\tilde{x}_a) & 0 & -\gamma^2 \end{bmatrix} < 0, \quad \forall \tilde{x}_a \in \mathcal{X} \quad (67)$$

Aplicando-se, então, o complemento de Schur a (67), tem-se que:

$$\begin{bmatrix} \Phi_x(\tilde{x}_a) + He\{F_1 \Omega_a(\tilde{x}_a)\} + \gamma^{-2} M(\tilde{x}_a) & * \\ \hat{E}^T + F_2 \Omega_a(\tilde{x}_a) & -1 \end{bmatrix} < 0, \quad \forall \tilde{x}_a \in \mathcal{X} \quad (68)$$

com $M(\tilde{x}_a) \equiv [\hat{C}^T \hat{C} + He\{\hat{C}^T F_3 \Omega_a(\tilde{x}_a)\} + \Omega_a(\tilde{x}_a)^T F_3^T F_3 \Omega_a(\tilde{x}_a)]$. Pode-se considerar, então, a variável $\zeta = [(\Psi(\tilde{x}_a)Q^{-1}\tilde{x}_a)^T \ i_p^T]^T$, com:

$$\Psi(\tilde{x}_a) = \begin{bmatrix} I_3 \\ \Pi(\tilde{x}_a) \end{bmatrix}, \quad \Pi(\tilde{x}_a) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{a1}I_3 \\ \tilde{x}_{a2}I_3 \\ \tilde{x}_{a3}I_3 \end{bmatrix} \quad (69)$$

de modo que $\Omega_a(\tilde{x}_a)\Psi(\tilde{x}_a) = 0$. Assim, pré e pós multiplicando a inequação (68) por ζ^T e ζ , respectivamente, tendo-se em vista que as condições de (COUTINHO; SOUZA, 2012) utilizam o fato de que

$$\dot{V}(\tilde{x}_a) = \xi^T \Psi(\tilde{x}_a)^T \Phi_x(\tilde{x}_a) \Psi(\tilde{x}_a) \xi, \quad \xi = Q^{-1} \tilde{x}_a \quad (70)$$

obtém-se a condição de desempenho:

$$\dot{V}(\tilde{x}_a) + \gamma^{-2} \tilde{v}_o^T \tilde{v}_o - \tilde{i}_p^T \tilde{i}_p < 0, \quad \forall \tilde{x}_a \in \mathcal{X} \quad (71)$$

o que irá garantir, para $\tilde{d}_c = (Y(\tilde{x}_a)Q^{-1})\tilde{x}_a$ e $V(\tilde{x}_a) = \tilde{x}_a^T Q^{-1} \tilde{x}_a$, que o ganho \mathcal{L}_2 entre \tilde{v}_o e \tilde{i}_p satisfaça $\|G_{iv}\|_\infty < \gamma$. Além disto, considerando-se $\tilde{i}_p = 0$, (71) implica que $\dot{V}(\tilde{x}_a) < 0, \forall \tilde{x}_a \in \mathcal{X}$. As condições do Lema 1 são então satisfeitas, garantindo-se a estabilidade exponencial da origem (equivalente ao ponto de equilíbrio atual) do sistema transladado e que $\forall \tilde{x}_a(0) \in \mathcal{D}, \tilde{x}_a(t) \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty, \forall \alpha \in \mathcal{P}$. \square

4.3.4 Procedimento de Cálculo

O projeto de um sistema de controle não linear robusto para o conversor Boost com desempenho $\|G_{iv}\|_\infty < \gamma$ pode ser realizado seguindo-se os passos abaixo:

1. Conhecidos os parâmetros do circuito elétrico do conversor Boost, calcula-se o valor do seu ponto de equilíbrio x_{ae} para condições normais de operação. Então, determinam-se suas possíveis variações segundo as incertezas, obtendo-se o conjunto admissível de condições iniciais $\mathcal{X}_0 = \{\Delta x_{ae}^{1,2}, \Delta x_{ae}^{2,3}, \dots, \Delta x_{ae}^{q,q+1}\} = \{\tilde{x}_{a1}(0), \tilde{x}_{a2}(0), \dots, \tilde{x}_{aq}(0)\}$, com q sendo o número total de possíveis mudanças do ponto de equilíbrio (carga) a serem consideradas. A variação de x_{ie} , desconhecida à priori, pode ser escolhida como uma estimativa grande o suficiente apenas para não restringir o volume de \mathcal{X} na direção de \tilde{x}_{a3} (OLALLA et al., 2011).
2. Conhecidas as variações do ponto de equilíbrio, definem-se os valores dos parâmetros μ_1, μ_2 e μ_3 de forma que o conjunto de condições iniciais admissíveis \mathcal{X}_0 satisfaça $\mathcal{X}_0 \in \mathcal{D} \subset \mathcal{X}, \forall \alpha = R_{ol}, l = 1, 2, \dots, (q+1)$.
3. Então, resolve-se o seguinte problema:

$$\begin{aligned} & \min \gamma \\ & \text{s.a. LMIs (59), (60), (61) e} \\ & \begin{bmatrix} 1 & \tilde{x}_{al}(0)^T \\ \tilde{x}_{al}(0) & Q \end{bmatrix} > 0, \quad l = 1, 2, \dots, q \end{aligned} \quad (72)$$

Da solução de (72), calcula-se $K_b = Y_b Q^{-1}$, para $b = 0, \dots, 3$. Assim, tem-se a lei de controle não linear da forma $\tilde{d}_c = (K_0 + \tilde{x}_{a1}K_1 + \tilde{x}_{a2}K_2 + \tilde{x}_{a3}K_3)\tilde{x}_a$.

Observação 3. A LMI relacionada a $\tilde{x}_{al}(0)$ em (72) é utilizada para que todas as variações admissíveis do ponto de equilíbrio estejam incluídas no interior do domínio de estabilidade \mathcal{D} . Aplicando-se o complemento de Schur, pode-se re-escrevê-la como $\tilde{x}_{al}(0)^T Q^{-1} \tilde{x}_{al}(0) < 1$, que, tal como em (54), deverá ser garantida para todo $\tilde{x}_{al}(0) \in \mathcal{X}, \forall \alpha \in \mathcal{P}$.

Observação 4. O trabalho desenvolvido por (OLALLA et al., 2011) aborda a aplicação de um processo iterativo para a determinação das possíveis condições iniciais $\tilde{x}_{al}(0)$, $l = 1, 2, \dots, q$, que modelam as possíveis variações de carga, e μ :

1. Inicialmente, considera-se μ grande o suficiente para que o elipsoide \mathcal{D} possa conter os pontos $\tilde{x}_{al}(0)$, mas pequeno o suficiente de modo que as restrições de desempenho possam ser satisfeitas.
2. Resolve-se o problema de otimização (72) e determinam-se os valores de γ , Q e Y_b , $b = 0, \dots, 3$.
3. Com Q e Y_b fixas, calculam-se μ_1 , μ_2 e μ_3 a partir de:

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^3 \mu_i \\ \text{s.a. LMI (60)} \end{aligned} \quad (73)$$

4. Retorna-se ao item 1 até que a redução de γ deixe de ser significativa. Assim que o menor γ for encontrado, utilizam-se os valores de Q e Y_b , $b = 0, \dots, 3$ para se determinar a lei de controle ótima $\tilde{d}_c = (Y(\tilde{x}_a)Q^{-1})\tilde{x}_a$.

4.4 Resultados de Simulação

Nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos com o projeto de um sistema de controle não linear robusto para o conversor Boost. Para tanto, será considerado que as incertezas paramétricas estão apenas sobre a variação de carga, ou seja:

$$\alpha = [R_o], \quad \alpha \in \mathcal{P} = [R_o^{\min}, R_o^{\max}] \quad (74)$$

com $q = 2$ possíveis variações sobre o ponto de equilíbrio, dadas pelas mudanças máximas de carga: de R_o^{\min} para R_o^{\max} ou de R_o^{\max} para R_o^{\min} , sendo que variações de carga intermediárias estão implicitamente incluídas.

Assim, a partir dos parâmetros apresentados na Tabela 1 e da incerteza de R_o da Tabela 2, calculam-se as matrizes da representação de estados para o modelo bilinear, conforme (43) e (42). Em seguida, aplica-se o primeiro passo da Seção 4.3.4, em que é determinado o ponto de equilíbrio do sistema na condição nominal. Portanto, calculando-se x_{ae} a partir de (44), lembrando que x_{ie} é indeterminado enquanto os ganhos de realimentação não são conhecidos, tem-se:

$$x_{ae} = [4,30 \quad 311 \quad x_{ie}]^T \quad (75)$$

As variações admissíveis de x_{ae} em função da variação de carga também podem ser determinadas com a aplicação de (44): primeiramente, verifica-se que x_{ae2} não depende de R_o e, portanto, $\Delta x_{ae2} = 0$. Já a variação de x_{ae1} pode ser calculada aplicando-se (44) para os valores limites de carga:

$$\begin{aligned} x_{ae1}^{R_o^{\max}} &= \frac{v_{pe}}{(1-d_{ce})^2 R_o^{\max}} = \frac{93}{(1-0,7)^2 483} = 2,15\text{A} \\ x_{ae1}^{R_o^{\min}} &= \frac{v_{pe}}{(1-d_{ce})^2 R_o^{\min}} = \frac{93}{(1-0,7)^2 161} = 6,45\text{A} \end{aligned} \quad (76)$$

e, então, determinando-se sua diferença:

$$|\Delta x_{ae1}| = |x_{ae1}^{R_o^{min}} - x_{ae1}^{R_o^{max}}| = 4,30A \quad (77)$$

No entanto, visto que as máximas variações de carga admissíveis podem se dar tanto de R_o^{min} para R_o^{max} quanto de R_o^{max} para R_o^{min} , tem-se, na verdade, que a variação de x_{ae1} de uma condição de operação a outra pode ser positiva ou negativa, conforme a diferença de valores computada em (77). Portanto, será considerado que $\Delta x_{ae1} = \pm 4,30A$, isto é, existem dois possíveis valores para a variação máxima admissível da primeira componente do ponto de equilíbrio.

Dado que o valor de equilíbrio de x_{ie} não pode ser determinado à priori, o mesmo é válido para suas variações admissíveis com respeito à mudança de carga. Deste modo, pode-se ou utilizar o processo iterativo descrito na Observação 4, ou assumir uma estimativa grande o suficiente para Δx_{ae3} de forma que o volume de \mathcal{X} não seja restringido na direção de \tilde{x}_{a3} . Por simplificação nos cálculos, optou-se pela atribuição de um valor grande o suficiente. Após alguns testes com diferentes valores atribuídos, decidiu-se trabalhar com $\Delta x_{ae3} = \pm 20 \times 10^{-3}$.

Desta forma, segundo as incertezas de carga da Tabela 2, serão consideradas as seguintes variações máximas para o ponto de equilíbrio do sistema bilinear (42) referente à operação entre R_o^{min} e R_o^{max} :

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{a1}(0) &= \Delta x_{ae}^{1,2} \equiv \Delta x_{ae}^{min \rightarrow max} = + \begin{bmatrix} 4,30 & 0 & 20 \times 10^{-3} \end{bmatrix}^T \\ \tilde{x}_{a2}(0) &= \Delta x_{ae}^{2,3} \equiv \Delta x_{ae}^{max \rightarrow min} = - \begin{bmatrix} 4,30 & 0 & 20 \times 10^{-3} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (78)$$

Assim, visto que $\tilde{x}_{a1}(0) = \Delta x_{ae}^{1,2}$ e $\tilde{x}_{a2}(0) = \Delta x_{ae}^{2,3}$ são simétricos, pode-se considerar apenas um deles no problema de otimização (72). O segundo passo da Seção 4.3.4 se refere à determinação dos escalares μ_1 , μ_2 e μ_3 , limitantes da região denotada pelo politopo \mathcal{X} . De modo a garantir que $\tilde{x}_{a1}(0)$ e $\tilde{x}_{a2}(0)$ estejam no interior do domínio de estabilidade \mathcal{D} a ser determinado e para que $\mathcal{D} \subset \mathcal{X}$, realizou-se a seguinte escolha de parâmetros:

$$\mu = \begin{bmatrix} 15 & 15 & 25 \times 10^{-3} \end{bmatrix}^T \quad (79)$$

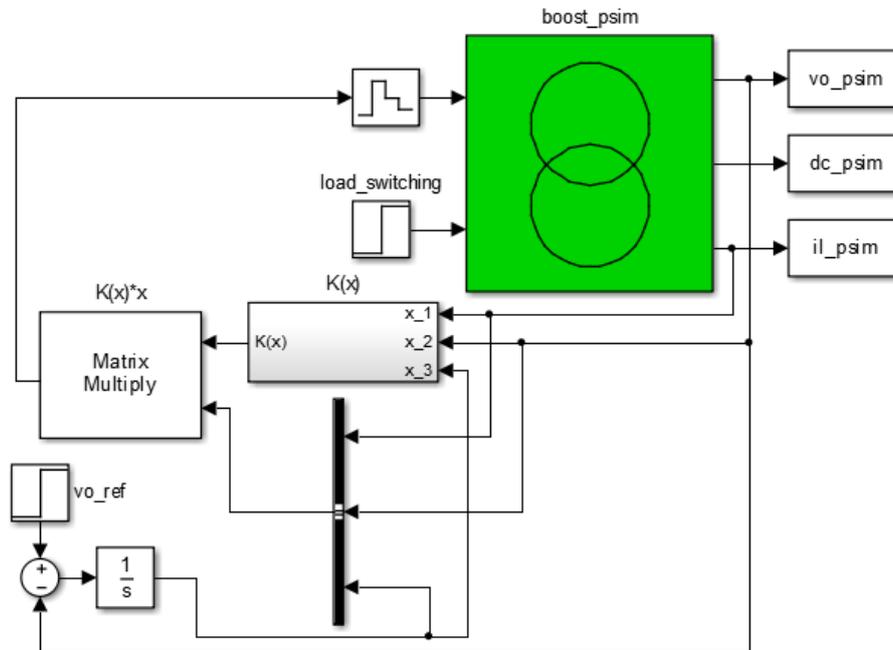
Por fim, resolvendo-se o problema de otimização (72) descrito no terceiro e último passo da Seção 4.3.4, os ganhos da lei de controle não linear por realimentação de estados foram determinados, considerando-se os parâmetros de (78) e (79). O resultado obtido é apresentado em (80), com o qual se obteve $\gamma = 245$ e do qual se observa que a solução gerou um ganho K_3 nulo, visto que $B_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$.

$$\begin{aligned} K_0 &= \begin{bmatrix} -0,111 & -86,5 \times 10^{-3} & 27,91 \end{bmatrix} \\ K_1 &= \begin{bmatrix} 8,06 \times 10^{-4} & 6,36 \times 10^{-4} & -0,203 \end{bmatrix} \\ K_2 &= \begin{bmatrix} 2,12 \times 10^{-4} & 1,68 \times 10^{-4} & -0,051 \end{bmatrix} \\ K_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (80)$$

O sistema de controle não linear do conversor Boost é então simulado para uma perturbação do tipo degrau sobre o valor da carga de saída. Para tanto, utilizou-se

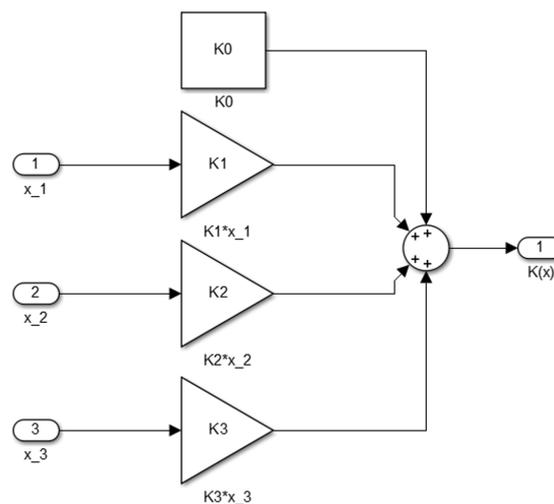
o diagrama Simulink da Figura 16, com o bloco do ganho de realimentação $K(x)$ sendo detalhado na Figura 17. Os resultados são então apresentados na Figura 18, quando a carga de saída é alterada entre 600 W ($R_o = 161 \Omega$) e 200 W ($R_o = 483 \Omega$).

Figura 16 – Diagrama Simulink para simular o sistema bilinear em MF com o PSIM.



Do autor.

Figura 17 – Bloco $K(x)$ do diagrama Simulink da Figura 16.

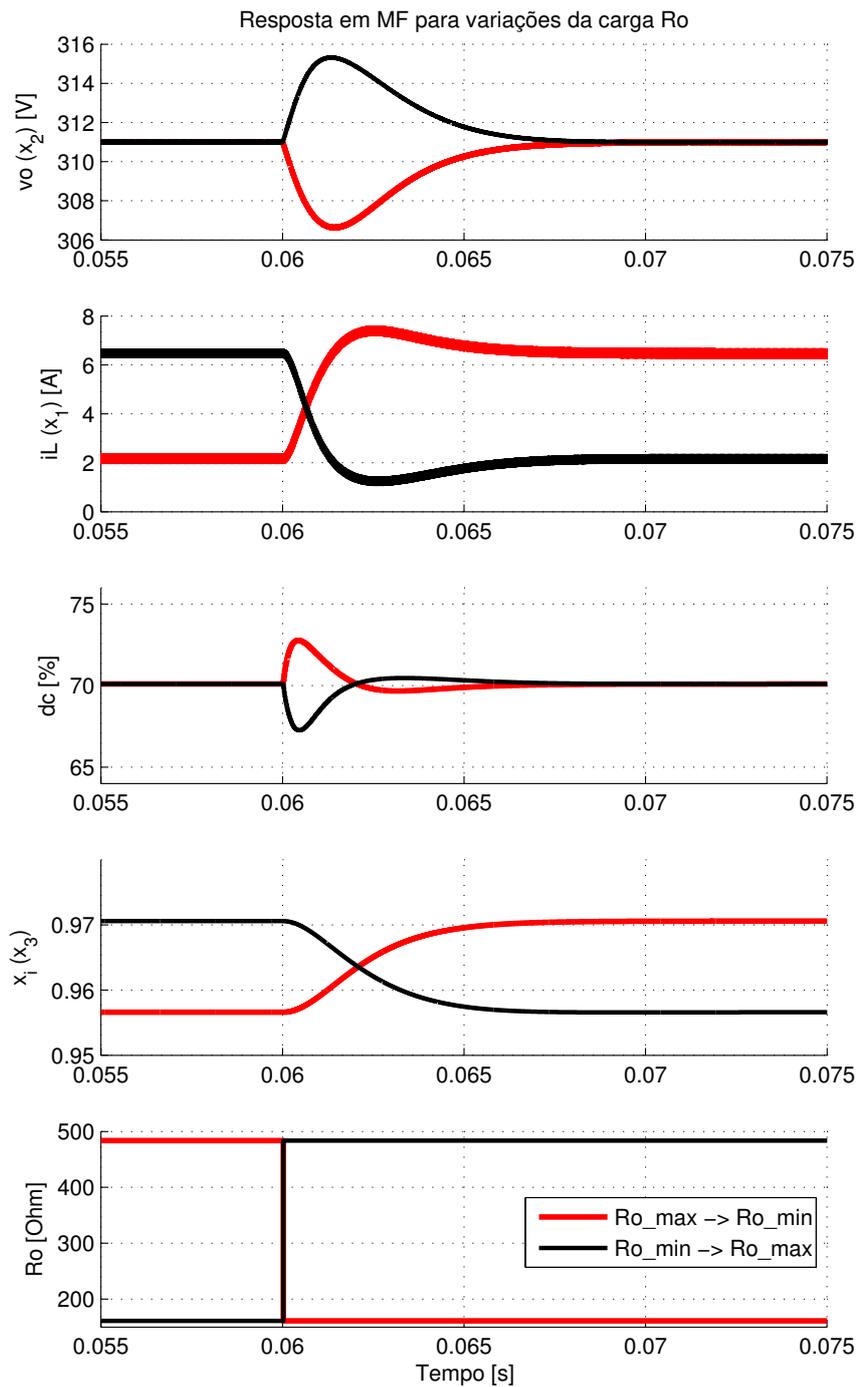


Do autor.

Para ambos os casos de simulação da Figura 18, observa-se que antes de 20 ms a tensão média de saída se encontra regulada em 311 V, como desejado pelas especificações da Tabela 1. Então, no instante $t = 20$ ms ocorre uma variação de carga entre 161 Ω e 483 Ω , o que altera o ponto de equilíbrio e aciona o sistema de controle. Com efeito, verifica-se que as variações decorrentes sobre os valores de equilíbrio estão de acordo com a escolha feita em (78), visto que a variação final sobre a tensão de saída

é de 0 V, a variação sobre a corrente do indutor é de aproximadamente $\pm 4,3$ A e a variação do valor de equilíbrio do integrador está em torno de 15×10^{-3} . Como resultado, um novo ponto de equilíbrio é atingido após a variação de carga, no qual o valor de referência da tensão de saída é recuperado. Observa-se também que o comportamento do sistema é simétrico para aplicações contrárias da perturbação, isto é, para $R_o^{min} \rightarrow R_o^{max}$ e $R_o^{max} \rightarrow R_o^{min}$.

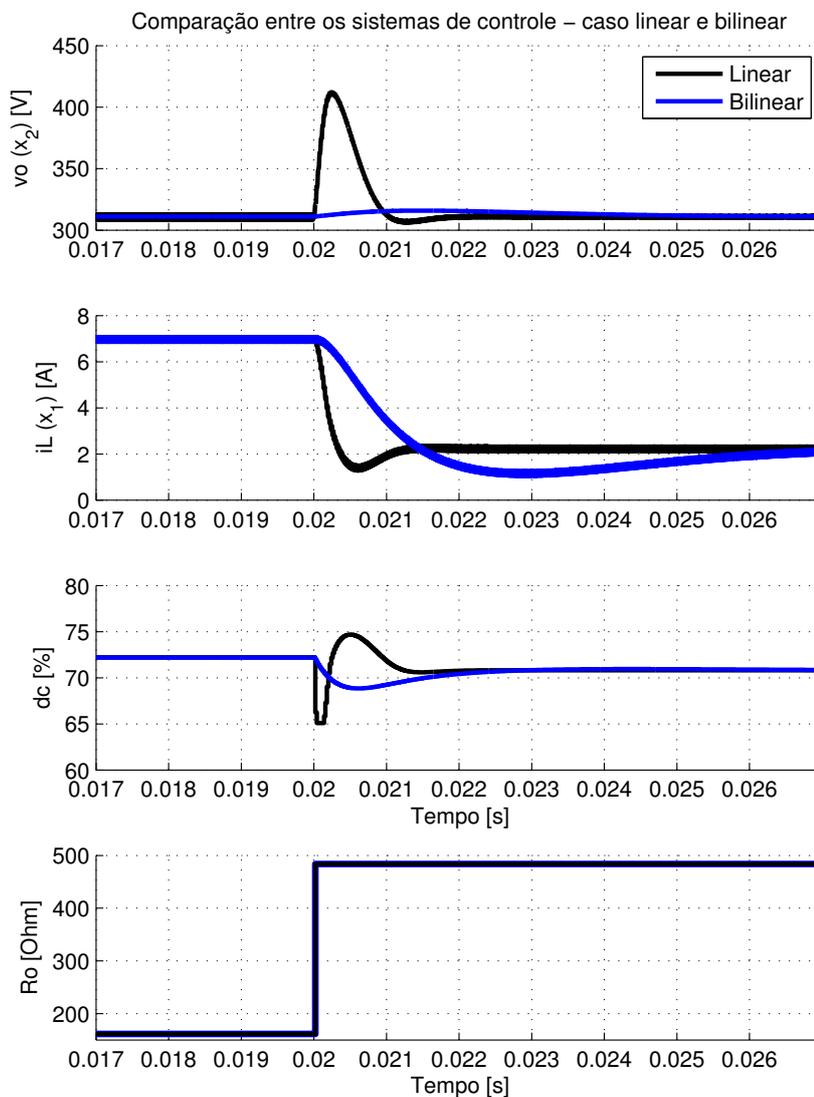
Figura 18 – Variações de carga entre 600 W e 200 W com o sistema em MF.



Do autor.

O mesmo cenário de simulação foi considerado para se comparar o desempenho obtido com o sistema de controle do modelo bilinear, com aquele obtido com o sistema de controle do modelo linearizado do Capítulo 3, com controle saturante e compensador *anti-windup*. O resultado é apresentado na Figura 19, na qual se observa que a resposta transitória alcançada com o sistema de controle do modelo bilinear é consideravelmente mais amortecida do que aquela obtida para o modelo linearizado, comparando-se as curvas da tensão de saída. No entanto, o sinal de corrente elétrica tem resposta um pouco mais lenta no caso bilinear. Nota-se ainda que o sinal de controle satura no limite inferior para o caso linear, logo após a troca de carga $R_o^{min} \rightarrow R_o^{max}$.

Figura 19 – Comparação entre o desempenho do sistema de controle do modelo bilinear com o do sistema de controle do modelo linearizado do Capítulo 3 para uma mesma variação de carga.



Do autor.

4.4.1 Comparação com (OLALLA et al., 2011)

Nesta seção, comparam-se os resultados obtidos pela proposta de controle não linear desenvolvida neste trabalho com os resultados do método proposto por (OLALLA et al., 2011). Neste outro método, foi determinada uma lei de realimentação de estados da forma $\tilde{d}_c = K_{ol}\tilde{x}_a$, com K_{ol} constante, tendo-se como objetivo garantir a estabilidade do sistema frente a variações de carga do tipo degrau, com um certo desempenho H_∞ e alocação de polos. A proposta por eles desenvolvida é semelhante a de (COUTINHO; SOUZA, 2012), em que também é necessário determinar valores para certos parâmetros e, então, resolver um problema de otimização. Para tanto, foram considerados os parâmetros do conversor Boost da Tabela 3 e as incertezas de carga descritas em (81).

$$R_o \in [R_o^{min}, R_o^{max}] = [10\Omega, 50\Omega] \quad (81)$$

Tabela 3 – Especificações do Conversor Boost de (OLALLA et al., 2011)

| Parâmetro | Símbolo | Valor | Unidade |
|---------------------------|----------|-------|---------------|
| Tensão de saída média | v_{oe} | 24 | V |
| Tensão de entrada média | v_{pe} | 12 | V |
| Carga de saída | R_o | 10 | Ω |
| Indutor de entrada | L | 100 | μH |
| Capacitor de saída | C | 200 | μF |
| Razão cíclica média | d_{ce} | 50 | % |
| Frequência de chaveamento | f_S | 200 | kHz |

Dadas as especificações da Tabela 3, o sistema de controle desenvolvido em (OLALLA et al., 2011) considerou a escolha de parâmetros $\tilde{x}_{a1}(0)$, $\tilde{x}_{a2}(0)$ e μ dada em (82), computados a partir do processo iterativo descrito na Observação 4 da Seção 4.3.4.

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{a1}(0) &= \Delta x_{ae}^{1,2} \equiv \Delta x_{ae}^{min \rightarrow max} = + \begin{bmatrix} 3,84 & 0 & 0,72 \times 10^{-3} \end{bmatrix}^T \\ \tilde{x}_{a2}(0) &= \Delta x_{ae}^{2,3} \equiv \Delta x_{ae}^{max \rightarrow min} = - \begin{bmatrix} 3,84 & 0 & 0,72 \times 10^{-3} \end{bmatrix}^T \\ \mu &= \begin{bmatrix} 6,75 & 2,48 & 1 \times 10^{-3} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (82)$$

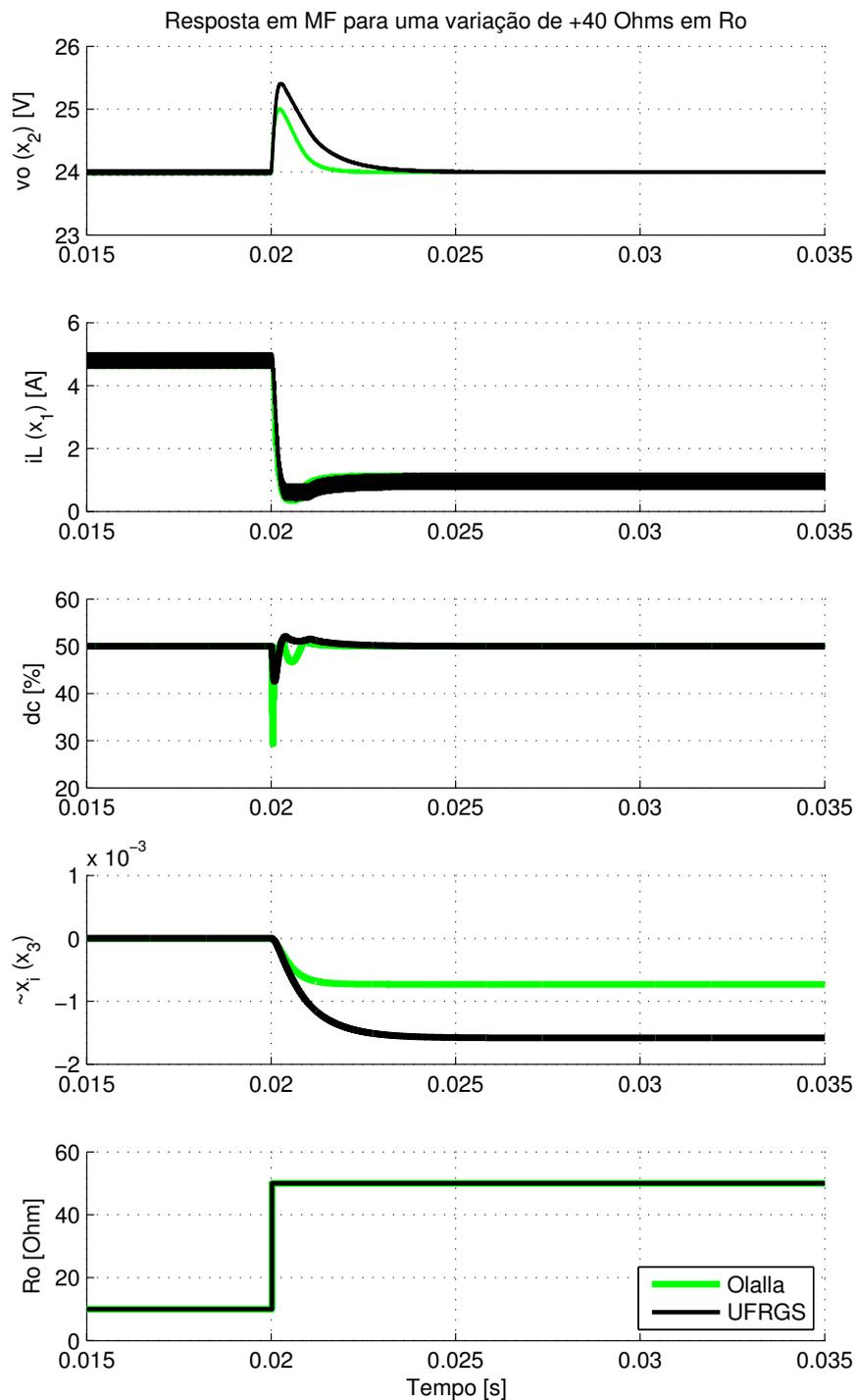
Deste modo, foi obtido o ganho de realimentação de estados K_{ol} de (83).

$$K_{ol} = \begin{bmatrix} -0,36 & -1,07 & 1922,87 \end{bmatrix} \quad (83)$$

Decidiu-se, então, considerar também a escolha de parâmetros (82) para se resolver o problema de otimização do Teorema 4. Para tanto, as variáveis LMI denotadas por Y_1 , Y_2 e Y_3 foram consideradas nulas, de modo que fosse possível determinar uma lei de controle simples do tipo $\tilde{d}_c = K_0\tilde{x}_a$ e, então, comparar os resultados obtidos pelas diferentes propostas. Sendo assim, resolvendo-se o problema de otimização (72), obteve-se o ganho de realimentação (84). Os resultados de simulação com os ganhos de realimentação (83) e (84) são ilustrados na Figura (20) para comparação.

$$K_0 = \begin{bmatrix} -0,081 & -0,181 & 197,93 \end{bmatrix} \quad (84)$$

Figura 20 – Comparação entre o sistema de controle não linear desenvolvido neste trabalho e o que foi apresentado em (OLALLA et al., 2011) para uma mesma variação de carga.



Do autor.

Para ambos os casos da Figura 20, verifica-se que a tensão média de saída se encontra regulada em 24 V até antes do instante da variação de carga, como desejado pelas especificações da Tabela 3. Em seguida, quando $t = 20$ ms, ocorre a variação de 10Ω a 50Ω em R_o , acionando ambos os sistemas de controle. Observa-se, então, que

os efeitos da perturbação de carga são menos intensos sobre o sistema de controle de (OLALLA et al., 2011), já que o pico de amplitude na resposta transitória é menor. No entanto, como pode ser visto, isso exige um maior esforço de controle, o qual alcança um pico de amplitude aproximadamente 3 vezes maior que com a proposta deste trabalho. Isso pode estar relacionado à utilização de restrições na alocação dos polos de malha fechada, que podem proporcionar uma atuação mais rápida sobre a perturbação com o custo de se ter um maior esforço de controle, mas que não foram consideradas na proposta de um sistema de controle não linear para este trabalho.

4.5 Comentários Finais

A abordagem desenvolvida por (COUTINHO; SOUZA, 2012) se demonstrou eficaz na aplicação ao modelo bilinear do conversor Boost, conseguindo-se garantir a estabilidade do sistema e a regulação da tensão de saída frente às variações de carga admissíveis. É importante salientar que diferentes escolhas de valores para os parâmetros dos passos da Seção 4.3.4 irão proporcionar diferentes ganhos de realimentação de estados, e, portanto, desempenhos distintos às mudanças de carga. O desempenho do sistema de controle não linear poderia ainda ser aprimorado com a adição de outras restrições de desempenho, tal como na abordagem feita por (OLALLA et al., 2011), mas não se mostrou necessário para que resultados satisfatórios fossem alcançados. Além disso, foi verificado que o Teorema 4 pode ser aplicado para se determinar diferentes leis de controle por realimentação de estados, tais como $\tilde{d}_c = (K_0 + \tilde{x}_{a1}K_1 + \tilde{x}_{a2}K_2 + \tilde{x}_{a3})K_3\tilde{x}_a$ ou até mesmo uma lei linear da forma $\tilde{d}_c = K_0\tilde{x}_a$, bastando, para isso, considerar nulas ou não as variáveis LMI denotadas por Y_1 , Y_2 e Y_3 .

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram apresentadas duas estratégias de controle robusto para conversores de potência CC-CC do tipo Boost, de modo a garantir a regulação da tensão de saída frente a variações sobre a tensão de entrada ou sobre a carga. Em ambas abordagens, as incertezas foram modeladas através de uma abordagem politópica e a ação integral foi considerada de modo que os efeitos provenientes de perturbações do tipo degrau pudessem ser atenuados em regime permanente.

A primeira estratégia envolveu o projeto de uma lei de controle linear por realimentação de estados. Nisso, o sinal de controle foi restringido por uma saturação artificial, a fim de se manter as trajetórias do sistema dentro de uma região onde a aproximação pelo modelo linear fosse válida. Ao considerar um procedimento de duas etapas, os parâmetros do controlador foram obtidos primeiro, resolvendo-se desigualdades matriciais lineares a partir da minimização do ganho \mathcal{L}_2 entre as perturbações e a saída do sistema (um problema de controle H_∞ robusto), incluídas de restrições de alocação de polos. Em um segundo passo, considerando-se o ganho do controlador calculado anteriormente, determinou-se o ganho do compensador *anti-windup* estático. Resultados de simulação mostraram então que um melhor desempenho pode ser alcançado com a solução *anti-windup* quando ocorre saturação no sinal de controle, garantido-se que o modelo seja mantido dentro da região aproximada de comportamento linear e reduzindo a amplitude dos picos da resposta transitória. Além disso, verificou-se que a ação integral permite a completa rejeição de perturbações do tipo degrau quando em regime permanente, garantido-se a regulação robusta da tensão de saída como desejado.

A segunda abordagem envolveu o projeto de um sistema de controle não linear para o conversor Boost, em que o termo bilinear do modelo médio não foi desprezado como na abordagem linear. Considerou-se que as matrizes e o ganho de realimentação de estados fossem afins no estado do sistema e resolveram-se desigualdades matriciais lineares com o objetivo de minimizar os efeitos causados pela variação de carga sobre o sinal da tensão de saída. Como resultado, a abordagem se demonstrou eficaz quando aplicada ao modelo bilinear do conversor Boost, conseguindo-se garantir a estabilidade do sistema frente às variações consideradas. Verificou-se, ainda, que o desempenho do sistema de controle não linear poderia ser aprimorado com a inclusão de restrições adicionais de desempenho transitório e que as condições consideradas na solução do problema de otimização podem proporcionar diferentes leis de controle por realimentação de estados, com base na utilização ou não de certas variáveis LMI.

Para trabalhos futuros, propõe-se:

- Aplicar experimentalmente os resultados obtidos neste trabalho, utilizando-se o protótipo do conversor Boost desenvolvido pelo LASCAR - UFRGS.
- Incluir a variação da tensão elétrica de entrada (e, conseqüentemente, a variação da razão cíclica) na modelagem bilinear e considerar critérios adicionais de desempenho, de modo que a resposta transitória do sistema, dadas as perturbações, seja mais rápida e suave.
- Aplicar as técnicas de controle abordadas neste trabalho a outros tipos de conversores de potência chaveados, tanto para a abordagem linear com saturação e compensador *anti-windup*, quanto para a abordagem bilinear.

REFERÊNCIAS

- AMATO, F. *et al.* Stabilization of bilinear systems via linear state-feedback control. **IEEE Transactions on Circuits and Systems II**, [S.l.], v.56, n.1, p.76–80, Jan 2009.
- ANWAR, S. *et al.* Integrated DC-DC converter design for electric vehicle powertrains. *In: APPLIED POWER ELECTRONICS CONFERENCE AND EXPOSITION (APEC), 2016, Long Beach. Proceedings [...]*. Piscataway: IEEE, 2016. p.424–431.
- BELLUR, D. M.; KAZIMIERCZUK, M. K. DC-DC converters for electric vehicle applications. *In: ELECTRICAL INSULATION CONFERENCE AND ELECTRICAL MANUFACTURING EXPO, 2007, Nashville. Proceedings [...]*. Piscataway: IEEE, 2007. p.286–293.
- CHILALI, M.; GAHINET, P. H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, [S.l.], v.41, n.3, p.358–367, Mar 1996.
- COUTINHO, D.; SOUZA, C. E. Nonlinear state feedback design with a guaranteed stability domain for locally stabilizable unstable quadratic systems. **IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers**, [S.l.], v.59, n.2, p.360–370, Fev 2012.
- ERICKSON, R.; ČUK, S.; MIDDLEBROOK, R. D. Large-signal modelling and analysis of switching regulators. **IEEE Power Electronics Specialists Conference**, [S.l.], p.240–250, Jun 1982.
- FARD, M.; ALDEEN, M. Robust control design for a boost converter in a photovoltaic system. *In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON POWER ELECTRONICS FOR DISTRIBUTED GENERATION SYSTEMS (PEDG), 7., 2016, Vancouver. Proceedings [...]*. Piscataway: IEEE, 2016. p.1–9.

GAHINET, P.; APKARIAN, P. A linear matrix inequality approach to H_∞ control. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, [S.l.], v.4, p.421–448, Jul 1994.

HART, D. **Power electronics**. [S.l.]: McGraw-Hill, 2011. p.196–240.

HASANEEN, B. M.; MOHAMMED, A. A. E. Design and simulation of DC/DC boost converter. *In*: INTERNATIONAL MIDDLE-EAST POWER SYSTEM CONFERENCE (MEPCON), 12., 2008, Aswan. **Proceedings [...]**. Piscataway: IEEE, 2008. p.335–340.

KHALIL, H. K. **Nonlinear systems**. 3rd ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002.

MACCARI, L. A. *et al.* Robust H_2 control applied to boost converters: design, experimental validation and performance analysis. **IET Control Theory & Applications**, [S.l.], v.6, n.12, p.1881–1888, Ago 2012.

MEKSARIK, V. *et al.* Development of high efficiency boost converter for photovoltaic application. *In*: NATIONAL POWER AND ENERGY CONFERENCE, 2004, Kuala Lumpur. **Proceedings [...]**. Piscataway: IEEE, 2005. p.153–157.

MONTAGNER, V. F.; PERES, L. D. H_∞ control with pole location for a DC-DC converter with a switched load. *In*: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, 2003, Rio de Janeiro. **Proceedings [...]**. Piscataway: IEEE, 2003. p.550–555.

NAIM, R.; WEISS, G.; BEN-YAAKOV, S. H_∞ control applied to boost power converters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, [S.l.], v.12, n.4, p.677–683, Jul 1997.

OGATA, K. **Modern Control Engineering**. 5th ed. New Jersey: Prentice Hall, 2010.

OLALLA, C. *et al.* H_∞ control of DC-DC converters with saturated inputs. *In*: ANNUAL CONFERENCE OF IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS, 35., 2009, Porto. **Proceedings [...]**. Piscataway: IEEE, 2010. p.548–553.

OLALLA, C. *et al.* LMI robust control design for boost PWM converters. **IET Power Electronics**, [S.l.], v.3, n.1, p.75–85, Jan 2010.

OLALLA, C. *et al.* Robust optimal control of bilinear DC–DC converters. **Control Engineering Practice**, [S.l.], v.19, n.7, p.688–699, Jul 2011.

RAFIEI, S. M. R. *et al.* Robust control of DC/DC PWM converters: a comparison of H_∞ , μ , and fuzzy logic based approaches. *In*: CONFERENCE ON

CONTROL APPLICATIONS, 2003, Istanbul. **Proceedings** [...]. Piscataway: IEEE, 2003. p.603–608.

SCHAFT, A. L_2 -gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state feedback H_∞ control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, [S.l.], v.37, p.770–784, Jun 1992.

SHAW, P.; VEERACHARY, M. Mixed-sensitivity based robust H_∞ controller design for high-gain boost converter. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER, COMMUNICATIONS AND ELECTRONICS (COMPTELIX), 2017, Jaipur. **Proceedings** [...]. Piscataway: IEEE, 2017. p.612–617.

SILVA, J. M. G. da; TARBOURIECH, S. Antiwindup design with guaranteed regions of stability: an LMI-based approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, [S.l.], v.50, n.1, p.106–111, Jan 2005.

TARBOURIECH, S. *et al.* Control design for bilinear systems with a guaranteed region of stability: an LMI-based approach. *In*: MEDITERRANEAN CONFERENCE ON CONTROL AND AUTOMATION, 17., 2009, Thessaloniki. **Proceedings** [...]. Piscataway: IEEE, 2009. p.809–814.

TARBOURIECH, S. *et al.* **Stability and stabilization of linear systems with saturating actuators**. [S.l.]: Springer, 2011. p.51–121.