UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

NEGOCIAÇÕES DE SENTIDOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE JOVENS E ADULTOS: A ESCUTA DE UMA SALA DE AULA

MARLUCE ALBRING COUTINHO

Porto Alegre
Março de 2019

MARLUCE ALBRING COUTINHO

NEGOCIAÇÕES DE SENTIDOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE JOVENS E ADULTOS: A ESCUTA DE UMA SALA DE AULA

Dissertação apresentada junto ao Curso de Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientação: Profa. Dra. Elisabete Zardo Búrigo

Porto Alegre

Março de 2019

CIP - Catalogação na Publicação

Coutinho, Marluce Albring
NEGOCIAÇÕES DE SENTIDOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE JOVENS E ADULTOS: A ESCUTA DE UMA SALA DE AULA / Marluce Albring Coutinho. -- 2019.
190 f.
Orientadora: Elisabete Zardo Búrigo.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Matemática e Estatística, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Porto Alegre, BR-RS, 2019.

1. Educação de Jovens e Adultos. 2. Negociações na sala de aula. 3. Educação Matemática. 4. Interações verbais. 5. Operações aritméticas básicas. I. Búrigo, Elisabete Zardo, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

MARLUCE ALBRING COUTINHO

NEGOCIAÇÕES DE SENTIDOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE JOVENS E ADULTOS: A ESCUTA DE UMA SALA DE AULA

Dissertação apresentada junto ao Curso de Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientação: Profa. Dra. Elisabete Zardo Búrigo

COMISSÃO EXAMINADORA:

____

Prof. Dr. Francisco Egger Moellwald
Faculdade de Educação – UFRGS

____

Profa. Dra. Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca
Faculdade de Educação – UFMG

____

Prof. Dr. Samuel Edmundo Lopez Bello
Faculdade de Educação – UFRGS

____

Profa. Dra. Elisabete Zardo Búrigo
Orientadora – Instituto de Matemática e Estatística – UFRGS

Ao meu filho Fredy Augusto,
por navegar comigo nessa jornada,
ser meu norte e meu porto seguro.

AGRADEÇO...

Por ter a quem agradecer... Por ter pessoas especiais que caminharam comigo nesses anos de estudo e que foram voz e ouvidos. Pessoas que interagiram comigo, cada um do seu jeito, com o seu modo de se relacionar comigo e que deram sabor e cor a essa trajetória.

À Bete, por me dar a oportunidade de aprender com ela, pela carinhosa e exigente orientação e lapidação da pesquisa, por ouvir atentamente todas as minhas dúvidas, perguntas e inquietações, por me mostrar os caminhos e as possibilidades de escolhas e por ser uma professora inspiradora;

Ao Samuel, pelos ensinamentos em sala de aula, pelas conversas, leitura e contribuições para o andamento e reflexão sobre a pesquisa;

Ao Chico, pelos ensinamentos em sala de aula, por instigar a olhar e interpretar afirmações e dúvidas de forma cautelosa e pela leitura e contribuições à pesquisa;

À Ção, pelo acolhimento e receptividade às perguntas sobre seus textos e sobre a EJA, e pela avaliação e contribuições para a pesquisa;

À minha mãe, empregada doméstica, por me ensinar a ter coragem, e que, sozinha, me educou e ensinou valores essenciais para a vida;

Ao meu pai, agricultor, pelo "gene da matemática" e que, mesmo distante, me ensinou a valorizar os (poucos) momentos juntos;

Aos meus irmãos, Márcio, por ser meu exemplo e meu contraexemplo e Eduardo, pelo bom humor e apoio durante a caminhada;

Ao meu filho Fredy Augusto, pela compreensão aos momentos de lazer negociados e abdicados, por ser minha fonte de energia e de motivação;

Ao meu esposo André Luiz, por estar e permanecer ao meu lado desde o primeiro dia de graduação e por apoiar as decisões tomadas;

À família do coração, meus sogros e cunhado, pela motivação e apoio;

Às "moças de boas famílias": Natali, pela amizade criada, pelas longas conversas, pela parceria em trabalhos, cafés e eventos e pela companhia em momentos difíceis e importantes; Fernanda, Sara e Graciela, pela divertida companhia e pelos momentos de lazer compartilhados dentro e fora da universidade;

Aos colegas e amigos das turmas dos mestrados profissional e acadêmico, pelas conversas e convivências;

Aos amigos da EPTC, Rafael Doval, Deivid Vissotto e Maurício Sibemberg, pela flexibilidade de horários, compreensão e estímulo à continuidade da formação acadêmica;

Aos professores do PPGEMAT, Marcus Basso, Rodrigo Dalla Vecchia e Débora Soares pelas conversas e ensinamentos que contribuíram para minha formação e para a pesquisa. Ao professor Evandro Alves, pela receptividade nas conversas sobre a EJA;

À direção da escola pela receptividade e possibilidade de realização da pesquisa; à professora “Maria” pela disponibilização da sua sala de aula como objeto de investigação e aos alunos da turma T2 pela colaboração e aceite em participar do trabalho;

Aos demais amigos e amigas que ouviram, às vezes sem entender, minhas angústias e desabafos;

A todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a concretização desse trabalho. Agradeço, pois levo mais que aprendizado: levo lições, emoções, modos de enxergar e modos de ouvir, e momentos que serão sempre lembrados com carinho.

RESUMO

Esta dissertação apresenta uma investigação sobre negociações de sentidos e de significados matemáticos envolvidas no estudo das operações aritméticas básicas da matemática - adição, subtração, multiplicação e divisão - na Educação de Jovens e Adultos. A pesquisa foi desenvolvida por meio da observação participante em uma turma de Totalidades Iniciais em uma escola da rede estadual de ensino de Porto Alegre, com foco nas interações verbais entre os sujeitos da sala de aula, a professora e os estudantes. Baseamo-nos em Bakhtin (1992; 1997) para compreender as enunciações produzidas na sala de aula, em Bishop e Goffree (1986) para abordar as ideias de negociações de significados matemáticos e em estudos no campo da Educação de Jovens e Adultos. O material empírico produzido foi organizado em episódios, sendo cada episódio identificado como uma sequência de interações entre a professora e os alunos ou entre os alunos em torno da realização de uma atividade própria da sala de aula de matemática, como a resolução de um problema aritmético, a correção de cálculos ou a explicação de um conteúdo. A narração de cada episódio inclui transcrições dos diálogos orais entre os sujeitos. Para a interpretação do material, analisamos o papel e as possíveis intenções dos interlocutores nas negociações, e o modo como a linguagem é mobilizada por eles para negociar e compartilhar sentidos e significados. A investigação revela que os sujeitos, professora e alunos, negociam a realização de atividades nas aulas de matemática ou a organização da dinâmica das aulas, por meio da linguagem oral ou escrita ou de olhares e silêncios. Eles modulam seus discursos, manifestam expectativas, questionam as proposições escolares e tematizam permissões. As posições dos interlocutores podem se alternar: a professora negocia as dinâmicas da sala de aula, o uso de diferentes materiais e a mobilização de elementos da linguagem não escolar, mas impõe o uso de determinados procedimentos e de elementos da linguagem da matemática escolar; os alunos questionam o sentido das tarefas escolares, contestam enunciados e procedimentos, apresentam e justificam soluções alternativas para as atividades, solicitam novas explicações da professora, negociando outras dinâmicas de estudo e modos de se relacionar com a matemática escolar. As negociações de significados matemáticos ocorrem eventualmente. As negociações sobre a dinâmica da aula e a realização das atividades visam acordos que, mesmo parcial ou provisoriamente, sejam aceitos pelos sujeitos, mas dentro dos limites estabelecidos pela professora, que visa a apropriação, pelos alunos, de determinados procedimentos e elementos de linguagem da matemática escolar.

Palavras-chave: Educação de Jovens e Adultos; Negociações na sala de aula; Educação Matemática; Interações verbais; Operações aritméticas básicas.

ABSTRACT

This dissertation presents an investigation about negotiation of mathematical meaning and senses involved in the study of the basic arithmetic operations of mathematics - addition, subtraction, multiplication and division - in the Youth and Adult Education. The research was developed through participant observation in a group of Initial Totalities in a school of the state education network of Porto Alegre, focusing on the verbal interactions between the subjects of the classroom, the teacher and the students. We base ourselves on Bakhtin (1992, 1997) to understand the class-based statements, in Bishop and Goffree (1986) to address the ideas of mathematical meanings negotiations and in studies in the field of Youth and Adult Education. The empirical material produced was organized in episodes, each episode being identified as a sequence of interactions between the teacher and the students or among the students around the performance of an activity of the math classroom, such as solving an arithmetic problem, the correction of calculations or the explanation of a content. The narration of each episode includes transcriptions of the oral dialogues between the subjects. For the interpretation of the material, we analyze the role and possible intentions of the interlocutors in the negotiations, and the way in which the language is mobilized by them to negotiate and share meanings and senses. The research reveals that the subjects, teacher and students, negotiate the accomplishment of activities in the classes of mathematics or the organization of the dynamics of the classes, through oral or written language or of looks and silences. They modulate their speeches, express expectations, question school propositions, and subject them to permissions. The positions of the interlocutors may alternate: the teacher negotiates the dynamics of the classroom, the use of different materials and the mobilization of elements of non-school language, but imposes the use of certain procedures and elements of the language of school mathematics; the students question the sense of the school tasks, contest statements and procedures, present and justify alternative solutions to the activities, request new explanations from the teacher, negotiate other study dynamics and ways of relating to school mathematics. Negotiations of mathematical meanings occur eventually. Negotiations on the dynamics of the lesson and the realization of activities aim at agreements that, even partially or tentatively, are accepted by the subjects, but within the limits established by the teacher, which aims at the students' appropriation of certain procedures and language elements of the school mathematics.

Keywords: Youth and Adult Education; Negotiations in the classroom; Mathematical Education; Verbal Interactions; Basic arithmetic operations.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A sala de aula é um ambiente de interação, de conversas, perguntas, explicações e argumentações, onde professores e alunos convivem e compartilham saberes. Nos contatos que tive com as salas de aula da modalidade da Educação de Jovens e Adultos, EJA, observei que os alunos possuíam conhecimentos sobre as operações aritméticas básicas da matemática. A partir da escuta das interações, foi possível perceber que eles mobilizavam saberes sobre as operações construídos em situações externas ao ambiente escolar. Ao efetuar cálculos em sala de aula, os alunos costumavam explicar as estratégias adotadas utilizando exemplos de situações e contextos de realidades vividas. Para observar essas conexões, percebi que um caminho possível seria olhar para a comunicação entre os sujeitos, para as falas e os diálogos estabelecidos em sala de aula. Iniciamos um estudo sobre a comunicação em sala de aula e nos deparamos com autores que estudam negociações de significados matemáticos. Com base nessa perspectiva, iniciamos a construção de um olhar, ou melhor, de uma escuta para as negociações em sala de aula, para as interações entre professores e alunos.

Mas, o que é negociar? Ou, o que se negocia em sala de aula?

Nossa trajetória investigativa permite entendermos que a negociação acontece porque a interação possui pontos de partida diferentes. Professores e estudantes negociam a organização da sala de aula, as execuções das atividades e também negociam sentidos e significados matemáticos.

Nas leituras sobre a Educação de Jovens e Adultos (EJA), no Brasil, encontramos poucas pesquisas que abordassem as ideias de negociações nessas salas de aula e consideramos que essa seria uma abordagem interessante para uma investigação a ser desenvolvida. Será que os jovens e adultos da EJA negociam com os professores e com os colegas? Ou, o que e como negociam? Essa pergunta nos instigou a pensar sobre como interpretar as interações que acontecem em uma sala de aula da EJA, mais precisamente, em uma aula de matemática. Propusemo-nos a observar essas interações, os diálogos que compõem a sala de aula de matemática, por meio de uma escuta atenta, a fim de entender um pouco sobre o que acontece nesse ambiente complexo e singular que é uma sala de aula.

Entendemos que pesquisar sobre as interações que compõem a sala de aula da EJA envolve entender o lugar, os sujeitos dessas interações e como elas integram o estudo da matemática. Envolve entender que os sujeitos têm histórias diferentes e diferentes concepções sobre a sala de aula, sobre estar nela e sobre a matemática. A partir dessas diferenças, os sujeitos negociam tarefas, procedimentos, rotinas, ideias, saberes.

Neste trabalho apresentamos uma discussão sobre a pesquisa realizada no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRGS, ao nível de mestrado acadêmico, na qual nos propusemos a investigar a dinâmica de uma sala de aula da modalidade EJA, noturno, nas Totalidades Iniciais do Ensino Fundamental, focando as interações verbais em aulas de Matemática. Escolhemos olhar e ouvir uma sala de aula específica, da EJA, nas Totalidades Iniciais, em que a pesquisadora não era a professora da turma, com o intuito de observar as interações desenvolvidas, mais precisamente as negociações de sentidos e de significados matemáticos que são travadas naquele ambiente.

A partir das concepções de Bishop e Goffree (1986), buscamos observar as negociações de sentidos e de significados matemáticos que ocorrem durante o estudo das operações aritméticas básicas da matemática - adição, subtração, multiplicação e divisão - e a observação participante foi a principal fonte para a produção do material empírico. Focamos nas interações verbais desenvolvidas na sala de aula, entre os sujeitos, professora-aluno, alunos-alunos, para entender os processos de negociações que acontecem, buscando identificar as negociações desenvolvidas e compreender como elas ocorrem nessa turma. Assim, tomamos a seguinte questão norteadora: “Como ocorrem as negociações de sentidos relacionados ao estudo das operações aritméticas e as negociações de significados matemáticos em uma sala de aula de EJA?” No decorrer do texto, desenvolvemos nossos motivos, questionamentos e delimitamos nosso caminho para o desenvolvimento da pesquisa.

Antes de prosseguirmos, consideramos importantes alguns esclarecimentos. O texto contará com frases construídas em primeira pessoa do singular e, a maioria, na primeira pessoa do plural. Tomo, como opção, a escrita em primeira pessoa do plural em quase todo o texto, pois esse texto traz ressonâncias de outras vozes, outras falas e outras pessoas que compuseram a argumentação aqui desenvolvida. Contudo, em alguns momentos o “eu” assume a posição nas escritas, tendo em vista aquelas situações que foram vivenciadas apenas pela pesquisadora. São os casos de trajetória acadêmica e dos relatos de observações. Ainda, em alguns momentos a escrita será composta por frases ou palavras limitadas por aspas e italicizadas. Optamos por esse recurso para indicar que elas foram proferidas pelos sujeitos pesquisados.

Outra observação refere-se à nomenclatura adotada para identificar a turma pesquisada. Os cursos da Educação de Jovens e Adultos, nas escolas estaduais do Rio Grande do Sul, são organizados segundo o princípio das Totalidades do Conhecimento. Na escola que foi campo de estudo, os cursos de EJA são denominados Totalidades e os cursos de Ensino Fundamental - Anos Iniciais são denominados Totalidade 1 e Totalidade 2, sendo a Totalidade 1 correspondente à alfabetização. Por outro lado, ao nos referirmos à T2, estamos tratando de uma turma que recebe essa nomenclatura na escola pesquisada, mas, de fato, corresponde ao nível das Totalidades Iniciais, abrangendo as Totalidades 1 e 2.

Apresentamos, no decorrer do texto, o nosso olhar para uma sala de aula específica, da EJA, noturno, fazendo uma leitura do cotidiano dessa turma e interpretando as negociações percebidas. Entendemos que esse olhar pode nos dar indícios do que acontece em outras turmas, na modalidade EJA ou no estudo das operações básicas da aritmética, de como os alunos mobilizam estratégias para a apropriação desse conhecimento escolar e como as negociações integram os processos de ensino e aprendizagem da matemática.

1.1 As curiosidades envolvidas

O interesse em pesquisar o estudo das quatro operações básicas iniciou durante minha formação acadêmica no curso de Licenciatura em Matemática. Nos conteúdos desenvolvidos nas práticas em sala de aula durante a graduação, o ensino das quatro operações constituiu-se como um desafio, pois considerava um assunto fácil de ser abordado tendo em vista a minha familiaridade com as operações. Como professora, observei que alunos dos diferentes níveis da educação básica apresentavam dificuldades para realizar essas operações quando estavam envolvidas em etapas de resoluções de outros conteúdos. A partir disso, passei a buscar na literatura e em estudos sobre o assunto subsídios para entender os processos de ensino e aprendizagem dessas operações.

O contato com a modalidade EJA iniciou durante as práticas da disciplina de estágio, ainda durante a graduação, quando realizei estágios de docência em turmas da modalidade de Educação de Jovens e Adultos, no turno da noite. Percebi, nessas experiências, algumas diferenças nas rotinas das aulas, das escolas e a variedade de alunos que compunham aquelas turmas. Estudante do ensino noturno desde o meu Ensino Médio, a passagem pela EJA no ensino noturno despertou a curiosidade de investigar mais sobre esse turno, sobre essa modalidade e sobre essas salas de aula. Aliei a isso o meu interesse em entender os processos de ensino e aprendizagem das operações básicas da matemática, o que me levou a realizar o trabalho de conclusão de curso em uma turma de Totalidades Iniciais de uma escola estadual de Porto Alegre, no ano de 2016.

Mesmo não atuando como professora em escolas públicas nem na EJA, na construção do projeto de pesquisa para o mestrado, optei pela continuidade da investigação em torno dessa modalidade. As temáticas que envolvem as pesquisas em educação matemática sobre a EJA (formação de professores, propostas pedagógicas, discussões sobre currículo, dentre outros temas) sempre me instigaram a continuar os estudos focando a modalidade, tendo em vista as diferentes abordagens possíveis nessas salas de aula. Diante dos possíveis caminhos de estudo, optei pela investigação do estudo das operações básicas, para buscar entender como ele acontece em uma sala de aula de jovens e adultos. Escolhemos olhar para as Totalidades Iniciais tendo em vista que é nesses níveis que os conceitos envolvendo as operações básicas são ensinados e formalizados. É nessas etapas que os alunos têm contato com a matemática escolar das operações básicas e, para compreender como acontece esse estudo, consideramos importante acompanhar o processo desde o início da construção dessas ideias.

1.2 Apresentação da estrutura do texto

Este trabalho é composto por seis capítulos, além da introdução. No Capítulo 2 apresentamos as ideias de alguns autores que pesquisam a Educação de Jovens e Adultos, a comunicação verbal e as negociações em sala de aula. Alguns textos relacionados aos assuntos foram selecionados para fazer parte dessa discussão e situar nossas opções diante das possibilidades de investigação. Com base nesses apontamentos, explicitamos, ao final do capítulo, nossa pergunta norteadora e os objetivos da pesquisa, considerando que foram construídos a partir das concepções apresentadas pelos textos e autores elencados.

No Capítulo 3, explicitamos a metodologia escolhida para o desenvolvimento deste estudo, com a caracterização do tipo de pesquisa, as abordagens escolhidas, as formas de coleta de dados e os procedimentos adotados para a produção do material empírico da pesquisa. A contextualização da turma e a apresentação dos sujeitos que compõem a turma investigada estão contempladas no Capítulo 4, no qual fazemos uma síntese das informações sobre cada aluno e sobre a professora e um panorama da composição da turma.

No Capítulo 5, elencamos o material empírico produzido, com a transcrição dos episódios selecionados e o relato das aulas. Antes de apresentar os episódios, explicitamos o primeiro olhar dado ao material, a fim de auxiliar o leitor a observar o que caracterizamos como dimensões de negociações, identificadas a partir da transcrição e do relato dos episódios. Os episódios estão organizados em seções e cada um envolve um contexto/tema específico, mostrando a variedade de situações que compõem essa sala de aula da EJA.

No capítulo 6, apresentamos a interpretação do material empírico produzido, buscando entrelaçar a discussão desse material com considerações de autores que discutem os temas abordados.

Nossas considerações finais estão no Capítulo 7, onde retomamos a pesquisa desenvolvida e apresentamos algumas conclusões que emergiram a partir da interpretação do material. Respondemos nossa pergunta diretriz, contudo, percebemos que outras perguntas se apresentaram durante o processo de pesquisa e de análise, criando novos questionamentos e novas possibilidades de olhares que, até o momento, estão em aberto.

2 SUBSÍDIOS TEÓRICOS

Neste capítulo apresentamos algumas leituras que orientaram e sustentaram a construção da questão e a formulação dos objetivos da pesquisa. Elencamos alguns dos textos referentes à Educação de Jovens e Adultos, à comunicação verbal e à negociação de sentidos e de significados matemáticos em sala de aula. No final do capítulo, expomos a questão investigativa e os objetivos da pesquisa.

2.1 Trabalhos relacionados

Para iniciar a construção da fundamentação teórica, buscamos trabalhos que abordassem a comunicação oral em sala de aula. Consultamos o banco de teses e dissertações da Capes, utilizando como critérios de busca as palavras-chave "comunicação", "comunicação matemática" ou "diálogos" combinados com "EJA", o que nos resultou um número grande de produções[1]. Diante disso, optamos por buscar trabalhos que abordassem o tema da comunicação em sala de aula nas produções dos Programas de Pós-Graduação nacionais, periódicos e livros na área de Educação Matemática. No texto que segue, comentaremos alguns textos selecionados e, a partir deles, expomos a opção que fizemos após essas leituras.

Alro e Skovsmose (2010) apresentam o Modelo de Cooperação Investigativa, abordando a qualidade da comunicação em sala de aula como influenciadoras das qualidades da aprendizagem matemática. Encontramos em Ponte (2014), Ponte, Guerreiro e outros (2007), Ponte e Serrazina (2000) a abordagem da comunicação como uma interação social, com o foco no papel do professor, o que nos levou a Bishop e Goffree (1986), que desenvolvem a perspectiva de negociação de significados na sala de aula. Nessa mesma vertente, encontramos Menezes e outros (2014) e Guerreiro e outros (2015), que mobilizam essa abordagem em suas pesquisas.

No campo da Educação de Jovens e Adultos, encontramos trabalhos que apresentam quadros das produções em determinados períodos. Em um trabalho encomendado pela Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPEd), Haddad (2000) faz uma análise das produções sobre EJA oriundas de pesquisas realizadas nos Programas de Pós-Graduação em Educação no período 1986 a 1998, classificando-as em cinco temas. Em Soares, Silva e Ferreira (2011), as produções do Grupo de Trabalho "Educação de Pessoas Jovens e

[1] O resultado dessa busca contemplou um número grande de dissertações e teses que abordavam o uso das TIC.

Adultas" da ANPEd nos dez primeiros anos (entre 1998 e 2008) são classificadas em sete categorias distintas para a análise. Essa classificação considerou a temática na qual cada trabalho foi apresentado nos encontros do GT. Baú e outros (2016) apresentam um quadro das teses e dissertações em Educação Matemática de Jovens e Adultos publicadas no período entre 1985 a 2015, fazendo uma análise quantitativa temporal, geográfica e institucional da distribuição das produções e indicando possíveis fatores que explicariam esses números.

Além desses quadros de trabalhos, encontramos trabalhos individuais envolvendo a Educação Matemática e que estudam a comunicação oral em salas de aula da EJA. Fonseca (2001a) apresenta a análise de alguns momentos de interação entre alunos participantes de um Projeto de Ensino Fundamental de Jovens e Adultos da UFMG, de escolaridade equivalente à quinta série do Ensino Fundamental. Nesse artigo, a autora focaliza as enunciações dos alunos envolvendo suas lembranças da matemática escolar como um componente para a sua constituição como sujeitos do processo de escolarização e da aprendizagem matemática. As situações de ensino e aprendizagem que emergem das reminiscências são tomadas como fenômeno social, de interação verbal e as enunciações são assumidas como interações entre discursos e sujeitos, a partir das concepções de Bakhtin sobre enunciação (BAKHTIN, 1992; 1997).

Gomes (2012) realizou sua pesquisa de doutorado com alunos das turmas da EJA de uma escola pública estadual de Louveira, São Paulo, nas quais era professora. A autora compartilha da concepção da comunicação como interação social, inspirando-se, principalmente, nas ideias de Bakhtin para a análise da comunicação desenvolvida nas aulas durante a realização das atividades propostas para a pesquisa. Santos (2008), na sua dissertação de mestrado, direciona seu olhar para as relações de inclusão-exclusão presentes nos discursos dos sujeitos que circulam nos espaços de escolas da EJA da rede municipal de Porto Alegre. A autora baseia-se nas concepções pós-estruturalistas de relação poder-saber de Michael Foucault.

A partir dessas leituras, construímos nosso caminho de investigação e o olhar para a sala de aula de EJA, na qual foi desenvolvida a pesquisa de campo.

2.2 Os Jovens e Adultos da EJA

O artigo 37 da Lei nº 9.394/96, Lei de Diretrizes e Bases da Educação (BRASIL, 1996), caracteriza a Educação de Jovens e Adultos como uma modalidade de ensino destinada àqueles que não tiveram acesso ou não concluíram os ensinos fundamental e médio na idade apropriada. Arroyo (2005) argumenta que o texto dessa normativa aborda a modalidade de forma diferente do ensino de crianças e adolescentes[2], reconhecendo os estudantes como educandos e não apenas como aprendizes de uma determinada etapa de ensino:

> A nova LDB fala apropriadamente em educação de jovens e adultos. Quando se refere à idade da infância, da adolescência e da juventude não fala em educação da infância e da adolescência, mas de ensino fundamental. Não fala em educação da juventude, mas de ensino médio; não usa, lamentavelmente, o conceito educação, mas ensino; não nomeia os sujeitos educandos, mas a etapa, o nível de ensino. Entretanto, quando se refere a jovens e adultos, nomeia-os não como aprendizes de uma etapa de ensino, mas como educandos, ou seja, como sujeitos sociais e culturais, jovens e adultos. Essas diferenças sugerem que a EJA é uma modalidade que construiu sua própria especificidade como educação, com um olhar sobre os educandos (ARROYO, 2005, p. 224)

Segundo Arroyo (2005), o desenvolvimento da EJA como uma modalidade de ensino específica para jovens e adultos possui uma origem histórica: ela carrega a herança dos movimentos de educação popular, que contemplavam grupos sociais excluídos (sem-terra, desempregados, moradores das periferias das cidades, etc.). O autor enfatiza que esse legado

> continua tão atual quanto nas origens de sua história, nas décadas de cinquenta e sessenta, porque a condição social e humana dos jovens e adultos que inspiraram essas experiências e concepções continua atual (ARROYO, 2005, p. 223).

O autor advoga que a liberdade pedagógica e a visão do jovem e adulto como ser humano devem continuar compondo as concepções de pesquisas e práticas na EJA.

Fonseca (2012), inspirada nos estudos de Marta Kohl de Oliveira (1999), observa que a designação "Educação de Jovens e Adultos" remete a caracterizar a modalidade pela faixa etária que compõe seu público. Mas, segundo a autora, "o grande traço definidor da EJA é a caracterização sociocultural de seu público" (*Ibid.*, p. 15). Os traços socioculturais desses sujeitos são fundamentais para as formulações e concepções de práticas pedagógicas a serem refletidas e avaliadas para as salas de aula da EJA.

Haddad (2011) enfatiza que a maior parte da demanda de vagas na EJA é de pessoas oriundas dos setores mais pobres da sociedade, de grupos excluídos de direitos sociais básicos. Essa característica se reflete nas pesquisas da área, que enfocam mais os aspectos socioculturais do público do que os etários. Contudo, não podemos ignorar a faixa etária da composição das turmas. Diferentemente do ensino para crianças e adolescentes no qual, geralmente, as turmas apresentam uma homogeneidade quanto à faixa etária, na EJA os alunos podem ser caracterizados como *não-crianças*, adolescentes, jovens e adultos com idades muito variadas.

Fonseca (2012), ao caracterizar esse público, afirma que os alunos frequentadores da EJA constituem-se, em sua maioria, de adultos trabalhadores que buscam qualificar-se para uma

[2] Adotamos, durante todo o texto, a escrita ensino de crianças e adolescentes ao invés de ensino regular.

sociedade em constante transformação e apoderar-se de conhecimentos que lhes forneçam subsídios para enfrentar as demandas do dia-a-dia. Mas, observando as escolas da EJA, percebemos uma migração de adolescentes para as salas da modalidade. Leão (2007) salienta que "o 'rejuvenescimento' da EJA é um fenômeno social que deve ser investigado, procurando-se compreender as rupturas, as alternativas e os novos desafios que provoca" (*Ibid.,* p. 69).

Para Arroyo (2007), a modalidade continua sendo vista como uma "política de continuidade na escolarização" (p. 23), na qual os jovens e adultos têm uma segunda oportunidade e são vistos sob a ótica das carências escolares. O autor traz a necessidade de reformular essa visão para além das carências e olhar para o jovem e o adulto reconhecendo-os como "jovens e adultos em tempos e percursos de jovens e adultos" (*Ibid.*, p. 23). Os sujeitos da EJA, homens e mulheres trabalhadores, donas de casa, adolescentes, moradores de periferias, constituem-se como tais a partir das relações sociais e culturais em que estão inseridos além dos muros escolares.

> As trajetórias sociais e escolares truncadas não significam sua paralisação nos tensos processos de sua formação mental, ética, identitária, cultural, social e política. Quando voltam à escola, carregam esse acúmulo de formação e aprendizagem (ARROYO, 2007, p. 25).

O autor lembra que essas trajetórias enriquecem as diversidades culturais que compõem as salas de aula.

Fonseca (2012) argumenta que essa bagagem cultural, a diversidade das origens dos jovens e adultos e das relações interpessoais, compõem os diferentes modos como os sujeitos se relacionam com o mundo escolar. A autora aponta uma carência de estudos, principalmente na área da Psicologia, sobre os modos como os adultos aprendem, que são diferentes dos modos de aprender das crianças. Ao abordar os aspectos cognitivos dos processos de aprendizagem, ela nos faz atentar para os indícios de que fatores de natureza diversa, como experiência profissional e condições de saúde, são provavelmente mais relevantes para a constituição da competência cognitiva do que a idade do indivíduo, o que embasa reflexões para além da condição etária dos sujeitos.

Dentre os textos consultados sobre a Educação Matemática de Jovens e Adultos, encontramos em Carvalho (1995; 1997) exemplos de pesquisas que buscam identificar maneiras e métodos de relacionar os conhecimentos dos alunos construídos em espaços escolares e não escolares com os conhecimentos matemáticos da sala de aula, buscando estratégias para elaborar atividades e elaborar diálogos investigativos que propiciem esse relacionamento.

Dias e outros (2011) investigaram os artigos por eles classificados na categoria "Sujeitos da EJA" do GT-18 da ANPEd no período compreendido entre 1998 e 2008. Segundo os autores, as pesquisas empíricas "dão voz aos sujeitos", enquanto as teóricas os caracterizam de forma vaga. Contudo, os autores concluem que os trabalhos focando os sujeitos e suas identidades ainda são poucos e acanhados e não contemplam toda a diversidade que compõe a sala de aula, como gênero, diversidade sexual, religião e raça, por exemplo: "Cabe destacar que os sujeitos aos quais se destina o fazer pedagógico da EJA têm outras especificidades que ultrapassam a condição de não-criança, baixa escolaridade e integrante de camadas populares." (DIAS *et al*, 2011, p. 50). Segundo os autores, tomá-los apenas por essas características não contribui para, de fato, conhecer os sujeitos e seus pontos de vista em relação à posição escolar que ocupam.

Fonseca (2007) analisa os aspectos discursivos das interações entre os sujeitos refletindo sobre a significação[3] da matemática que se aprende, considerando a dimensão histórica da enunciação. Com isso, a autora considera que os enunciados são proferidos em uma situação discursiva específica, de ensino-aprendizagem, e que possuem ecos de outros enunciados.

A escuta das enunciações dos sujeitos na sala de aula pode nos dar indícios sobre seus interesses na escola, suas concepções sobre a modalidade e sobre as relações que estabelecem entre os seus conhecimentos e a matemática escolar. Os estudos de Gomes (2012), Santos (2008) e Carvalho (2001) abordam a comunicação em aulas de matemática na EJA. Esses textos adotam a perspectiva de que a comunicação é constituída nas relações humanas, ou seja, é uma prática social, que depende do lugar onde se constitui. As enunciações constituídas na sala de aula da EJA estão impregnadas de um modo de relacionar-se coletivamente nesse ambiente. Elas são marcadas pelo contexto escolar em que são proferidas, e fazem emergir os traços culturais dos sujeitos que as enunciam, dando indícios das relações estabelecidas entre os sujeitos e a instituição social (escola).

2.3 Concepções bakhtinianas sobre a comunicação verbal

A sala de aula constitui-se por sujeitos, alunos e professores que, fora dela e do ambiente escolar, interagem e comunicam-se com outras pessoas. Segundo Ponte e outros (2007), as interações sociais, sejam elas em locais de lazer, no trabalho, atividades rotineiras ou grupos de amigos, são compostas de conversas entre os sujeitos participantes da interação. Para Bakhtin (1997), "todas as esferas da atividade humana (...) estão sempre relacionadas com a utilização

[3] Da leitura de Guimarães (1995), tomado como referência por Fonseca (2007), depreendemos que "significação", nos escritos da autora, pode ser tomada como atribuição ou produção de sentido.

da língua” (BAKHTIN, 1997, p. 280). Bakhtin utiliza os conceitos de signos para abordar as relações entre linguagem e sociedade, explorando as implicações que as relações sociais têm sobre o uso/estudo da língua. O universo dos signos constitui a linguagem e esses estão relacionados com a situação social que emanam. Segundo o autor, “a verdadeira substância da língua (...) [é constituída] pelo fenômeno social da interação verbal, realizada através da enunciação ou das enunciações” (BAKHTIN, 1997, p. 123).

Ao abordar essa perspectiva, o autor atribui centralidade à comunicação verbal e toma o enunciado como o conceito-chave da comunicação verbal, como a sua unidade real. A coletividade linguística que constitui o enunciado considera os locutores participantes, a alternância entre eles e a ligação entre outros enunciados (BAKHTIN, 1997). O autor define que “a enunciação é o produto da interação de dois indivíduos socialmente organizados” (BAKHTIN, 1992, p. 112), e a enunciação, na sua totalidade, é socialmente dirigida. Ela é determinada pelos participantes do ato da fala, em uma situação concreta, em um contexto específico e com uma ligação precisa. Segundo o autor, é a situação que dá forma à enunciação e a sua estrutura é estabelecida pelas pressões sociais a que o locutor está submetido (*Ibid*, 1992, p. 114).

Para Bakhtin (1992), a comunicação verbal, entendida como uma cadeia de enunciados concretizados em uma esfera da comunicação, constitui-se de enunciados proferidos por um sujeito a outro. A expressividade de um enunciado é provocada pelo contato da língua com uma realidade concreta; o meio social, a época são alguns dos fatores que “dão o tom” ao enunciado.

Em uma sala de aula, as interações verbais entre os sujeitos – conversas, exposições, questionamentos, argumentações e negociações – são realizadas constantemente, sobre conteúdos matemáticos ou sobre assuntos diversos.

Na perspectiva da comunicação como processo de interação social, o conhecimento matemático emerge de práticas constitutivas de processos coletivos de comunicação e de interação. Olhar para a comunicação sob essa perspectiva compreende entender a Matemática como uma construção cultural partilhada pelos interlocutores, em que professores e alunos influenciam-se reciprocamente num processo de interação social de múltiplos contextos (PONTE *et al*, 2007, p. 4) e a ênfase do processo de ensino e aprendizagem da matemática está nas interações sociais que se constituem na sala de aula.

Segundo Menezes e outros (2014),

> A valorização desta perspectiva pressupõe uma educação matemática caracterizada pelas relações dos sujeitos com o mundo, com os outros e consigo próprios, em processos de interação social. Os estudos em educação matemática têm focado as interações entre o professor e os alunos na sala de aula, o conhecimento matemático

> socialmente construído e a capacidade de alunos e professores entenderem, refletirem e negociarem significados e estabelecerem conexões matemáticas (MENEZES *et al*, 2014, p. 139).

Menezes e outros (2014) consideram que não há uma ruptura entre o ensino da matemática e as relações que os sujeitos estabelecem com o mundo e com outras pessoas nos processos de interação social. Na escola, alunos e professores não se desconectam da vida; não deixam de ser sujeitos pertencentes a uma sociedade. Suas experiências adquiridas fora do ambiente escolar constituem-se como componentes das interações que ocorrem na sala de aula.

Encontramos em Bakhtin (1992, 1997) alguns conceitos que nos subsidiaram para uma análise que contemplasse a dimensão social das enunciações constituídas na sala de aula de matemática da EJA. As formas de interação verbal estão ligadas com as condições concretas que se realizam. Elas dependem do tipo de relação social estabelecida entre os locutores e constituem-se de acordo com o lugar e o contexto em que são efetivadas; o lugar estabelece a(s) forma(s) de interação. Para o autor, "a comunicação verbal não poderá jamais ser compreendida e explicada fora desse vínculo com a situação concreta" (BAKHTIN, 1992, p. 124).

Bakhtin (1997) relaciona as esferas das atividades humanas com esferas de comunicação verbal. Uma esfera de comunicação caracteriza-se pelos modos como a língua é utilizada pelos integrantes, por meio de enunciados. Cada esfera da comunicação possui enunciados específicos, marcados pelo conteúdo, finalidade e construção composicional de suas especificidades. O autor considera que é possível identificar os gêneros do discurso como "tipos relativamente estáveis de enunciados" (1997, p. 279), estabelecidos pelas especificidades das esferas da comunicação verbal.

A relação do locutor com os demais parceiros da comunicação verbal constitui uma das particularidades do enunciado, o que, segundo o autor, nos remete a observar que um enunciado possui intenção, tem um intuito-discursivo, um querer-dizer. O intuito considera a esfera e os outros participantes da comunicação verbal. Um enunciado toma forma de acordo com o meio em que é proferido, com o estilo que assume a partir da esfera de comunicação a que pertence, e considerando os outros locutores e outros enunciados proferidos. É um fenômeno complexo que, sendo elo na cadeia da comunicação verbal, deve ser analisado na sua relação com o autor e com outros enunciados.

O autor caracteriza que

> O intuito, o elemento *subjetivo* do enunciado, entra em combinação com o objeto do sentido - *objetivo* - para formar uma unidade indissolúvel, que ele limita, vincula à situação concreta (única) da comunicação verbal, marcada pelas circunstâncias individuais, pelos parceiros individualizados e suas intervenções anteriores: seus enunciados (BAKHTIN, 1992, p. 300).

Assim, segundo Bakhtin, o “querer-dizer” do locutor molda-se conforme a situação concreta em que o enunciado é proferido, considerando a especificidade de uma esfera de comunicação.

Para Gomes (2012), na sala de aula os alunos são ouvintes e leitores dos enunciados produzidos pelos professores. Mas, ao mesmo tempo, os alunos são produtores de enunciações a partir de suas realidades, do contexto em que formam suas opiniões e crenças sobre determinado assunto. A comunicação verbal desenvolvida nessa situação específica, a sala de aula de matemática da EJA, reflete a relação das interações verbais com as relações sociais dos sujeitos daquela sala de aula.

Bishop e Goffree (1986) abordam as ideias de negociações de significados matemáticos nas salas de aula. Para os autores, professores e alunos negociam e as interações verbais são formas de explicitar e de perceber essas negociações. Eles salientam a maneira singular e pessoal como cada um se relaciona com as ideias matemáticas desenvolvidas em sala de aula, a partir das suas experiências prévias. A partir das ideias discutidas por eles, direcionamos nosso olhar para as negociações que ocorrem na sala de aula.

2.4 Negociações na sala de aula

Bishop e Goffree (1986) apresentam a comunicação como conceito-chave para a construção de um conjunto compartilhado de significados matemáticos. Os autores salientam que, ao olhar para a sala de aula, é fundamental entender que ela é constituída por pessoas e que elas possuem características individuais singulares naquele grupo. Cada indivíduo possui suas próprias experiências, suas próprias interações e concepções sobre os outros, construindo suas metas e objetivos a partir do que acontece na sala de aula, inclusive sobre os conteúdos matemáticos. Para os autores, a ênfase da interação na sala de aula deve estar na ideia de significado matemático e é importante perceber a maneira pessoal como esses significados são construídos pelos alunos. Segundo os autores, os alunos estabelecem conexões entre uma nova ideia matemática, os seus conhecimentos prévios sobre matemática ou outras áreas e conhecimentos sobre situações do mundo real. Os conjuntos de conexões e significados, portanto, variam de aluno para aluno (*Ibid.,* p. 314-315). Professores e alunos, contudo, podem negociar um conjunto compartilhado de significados (*Ibid.,* p. 345).

Bishop e Goffree (1986) discutem a negociação na sala de aula tendo em vista a formação de professores, e consideram-na o componente mais difícil de descrever na interação e na dinâmica das aulas de matemática. A negociação é geralmente concebida como uma interação guiada por um objetivo (*Ibid.*, p. 344); na sala de aula, pode estar relacionada com conceitos matemáticos ou com a organização e dinâmica das atividades. Regras de convivência, método de resolução de uma tarefa, acordos sobre maneiras de responder às questões, são alguns exemplos de negociações que podem ocorrer nas salas de aula. Os autores enfatizam o caráter pessoal e singular das estratégias que os alunos desenvolvem para *sobreviver* à sala de aula nos contextos de interações efetivadas entre eles. Para Bishop e Goffree (1986),

> é claro que os alunos podem e negociam em sala de aula. Eles certamente estão dispostos e aptos a entrar na interação interpessoal dirigida por objetivos que é o aprendizado em sala de aula. Eles não parecem naturalmente querer ser apáticos, nem são "barris" vazios à espera de serem preenchidos com conhecimento. Essencialmente, seus objetivos são os de sobrevivência e de lidar com as tensões e pressões da sala de aula, mas outro objetivo, como o controle sobre o nível de trabalho matemático, também se desenvolve. Menos negativos, talvez, são os objetivos de serem bem sucedidos matematicamente e de entender as ideias matemáticas às quais o professor os está introduzindo (*Ibid.*, p. 345).[4]

Para os autores, a dinâmica da sala de aula está em constante negociação e o professor desempenha papel importante nesse processo, à medida que pode dosar o seu controle, oportunizando ou limitando as interações que possibilitam o desenvolvimento de estratégias de negociações.

Segundo Bishop e Goffree (1986), o significado que é produzido para um conceito matemático pelo professor pode ser diferente do significado produzido pelo aluno. Nesse sentido, a negociação de significados matemáticos pode estabelecer relações entre os conceitos que o professor enuncia, a partir do conjunto de conhecimentos matemáticos que ele possui, e os conhecimentos matemáticos dos alunos, advindos de experiências anteriores, escolares ou não. Conforme abordado pelos autores,

> Uma nova ideia é significativa na medida em que os indivíduos podem conectá-la ao conhecimento existente. Ideias matemáticas irão se conectar de alguma forma com outras ideias matemáticas, mas também com outros aspectos do conhecimento pessoal. Em particular, o professor tem um conjunto de significados e conexões, enquanto os alunos terão os seus - de novo, singulares a cada indivíduo (BISHOP; GOFFREE, 1986, p. 346)[5].

---

[4] Em inglês: "it is clear that pupils can and do negotiate in class. They are certainly willing and able to enter into the goal-directed interpersonal interaction that is classroom learning. They do not naturally appear to wish to be apathetic, nor are they empty 'barrels' waiting to be filled knowledge. Essentially, their goals are those of survival, and of coping with the stresses and pressures of the classroom, but other goal such as control over the level of mathematical working also develop. Less negative, perhaps, are the goals of succeeding mathematically, and of understanding the mathematical ideas which the teacher is introducing them to" (BISHOP; GOFFREE, 1986, p. 345).

[5] Em inglês: "A new idea is meaningful to the extent to which individuals can connect it with their existing knowledge. Mathematical ideas will connect in some way with other mathematical ideas but also with other aspects of personal knowledge. In particular, the teacher has one set of meanings and connections while the learners will have theirs - again, unique to each individual." (BISHOP; GOFFREE, 1986, p. 346)

E, segundo os autores, para estabelecer conexões com os conhecimentos existentes é importante que os alunos explicitem suas estratégias, revelem seus modos de pensar e de compreender conceitos.

Bishop e Goffree (1986) referem-se a significado como algo variável, mutável e pessoal, que depende de cada indivíduo e das conexões que estes realizam com conhecimentos prévios e com a ideia matemática abordada. No texto, não há distinção entre sentido e significado. Entretanto, durante a leitura de outros textos (CARVALHO, 2001; FONSECA, 2002), identificamos reflexões considerando as negociações de sentidos e de significados na sala de aula da EJA, que consideram essa distinção.

Com isso, entendemos ser importante e necessário discutir as noções de sentido e significado. A partir da leitura de Bakhtin (1992, 1997) e considerando a abordagem proposta pelo autor sobre o estudo da língua, apoiamo-nos em Vygotsky (1996), que aborda as relações entre o pensamento e a formação da linguagem do ponto de vista da Psicologia, tomando a palavra como signo e o significado dela como unidade do pensamento verbal. Para Vygotsky (1996), o sentido caracteriza-se pela soma de todos os eventos psicológicos que a palavra desperta na consciência; é algo “complexo, fluido e dinâmico”, com zonas de estabilidade desigual. O sentido relaciona-se com o contexto em que surge, portanto, se o contexto muda, o sentido muda também. O significado caracteriza-se como uma zona do sentido, aquela mais estável e precisa e permanece estável mesmo com as alterações de sentido. Na Psicologia, o significado de cada palavra é uma generalização ou conceito; é um fenômeno do pensamento verbal (VYGOTSKY, 1996, p. 151).

Encontramos em Gomes (2007) uma aproximação das concepções de Vygotsky e Bakhtin. A autora reflete sobre a busca de sentido das práticas pedagógicas em uma turma da EJA, e sobre negociações de significados. Gomes (2007) caracteriza que

> Negociar significados é experienciar relações; é trabalhar com o poder da palavra, com o jogo intelectual do sentido da palavra; é permitir que a palavra nos transforme e concebê-la como plural e heterogênica; é entender a relação da linguagem com as palavras; é constituir, construir e aceitar formas de pensar e/ou raciocinar diferentes (GOMES, 2007, p. 58).

Para Gomes (2007), o uso da linguagem é a essência da negociação e negociar envolve os indivíduos em um processo de compartilhamento de significados por meio da linguagem. As negociações envolvendo interações verbais são observadas de forma mais clara na sala de aula; contudo, nesse jogo intelectual, ações, olhares e silêncios podem caracterizar outras formas de negociação.

No público adulto, Fonseca (2007) considera que as negociações que acontecem nas salas de aula realizam-se privilegiadamente nas interações verbais, isto é, naquelas situações em que as enunciações se apresentam nas salas de aula. A autora salienta que os processos de ensino e aprendizagem são uma arena para a negociação de significados matemáticos e que a significação, envolvendo processos cognitivos individuais, é forjada na trama das negociações de sentidos entre aprendizes, professores e materiais disponíveis.

Considerando as distinções formuladas a partir da leitura de Vygotsky e assumindo Bishop e Goffree (1986) como ponto de partida para o desenho da pesquisa, optamos pela investigação de negociações na sala de aula, considerando que aquilo que os autores caracterizam como negociações de significados pode ser caracterizado, em geral, como negociações de sentidos e, eventualmente, como negociações de significados matemáticos. As negociações de sentidos giram em torno das práticas escolares, das dinâmicas, dos usos de linguagem e dos sentidos atribuídos à permanência na escola e ao estudo e aprendizagem da matemática escolar. Buscamos identificar, também, negociações de significados matemáticos, especialmente situações em que os significados das operações aritméticas fossem o objeto das interações entre professora e alunos.

2.5 Apresentação da questão de pesquisa

Como já foi comentado anteriormente, a sala de aula de matemática se constitui como um ambiente social, de interação entre os sujeitos, onde os conhecimentos da matemática escolar são significados. Os alunos são portadores de histórias, vivências e experiências. Eles interagem diariamente com outras pessoas, em ambientes diversos, por meio da comunicação verbal. Nas salas de aula de turmas da EJA essas características ficam mais visíveis, pois os alunos "são pessoas que trazem saberes próprios construídos a partir de suas relações vividas" (GOMES, 2012). Esses alunos possuem uma bagagem-cultural diferente das crianças e dos adolescentes e muitos (dependendo do tempo de afastamento da escola) possuem reminiscências da época em que frequentavam a escola. Alunos da EJA são jovens, adultos, trabalhadores, pais e mães de família ou pessoas integrantes de uma comunidade cultural, participantes de interações sociais variadas que contribuem para a constituição das experiências de vida dessas pessoas.

Segundo Fonseca (2012), alunos dessa modalidade vivenciaram uma escolarização básica incompleta ou não iniciada, pois, por algum motivo particular ou social foram excluídos do ambiente escolar. Além disso, jovens e adultos são trabalhadores, consumidores, interlocutores de discursos produzidos durante a realização de atividades do seu cotidiano. Esses jovens e adultos possuem uma familiaridade com algumas das operações básicas da matemática, como a adição e a subtração. Demandas do dia-a-dia exigem a habilidade de manejo dessas operações, mesmo que sem o conhecimento formal (ou escolar) desses conceitos (por exemplo, algoritmos, nome dos termos das operações e nome das operações). A mobilização dessas ideias, muitas vezes, ocorre no exercício das demandas da sociedade sem que os sujeitos reflitam sobre o procedimento que estão utilizando.

Carvalho (1997) classifica os conhecimentos prévios dos alunos em dois tipos: “práticos”, advindos de situações vividas fora da sala de aula, e o “escolar”, adquirido por meio de experiências anteriores em sala de aula (CARVALHO, 1997). Esse segundo tipo também é discutido por Fonseca (2001b) ao relacionar as memórias e as reminiscências presentes nos discursos e as enunciações produzidos pelos alunos.

Algumas peculiaridades em relação ao manejo das operações básicas podem ser percebidas no público adulto, segundo Carvalho (1995) e Gomes (2012). Do mesmo modo, durante algumas experiências anteriores com turmas da EJA, foi possível notar que os alunos realizavam as atividades utilizando estratégias como o cálculo mental das operações e utilizavam justificações verbais para relacionar seus métodos com atividades do cotidiano. Os alunos buscavam estabelecer conexões entre seus saberes extraescolares e os saberes abordados e estudados em sala de aula, que compõem a matemática escolar.

Ao falar da matemática escolar, estamos nos referindo àquela praticada na escola, composta por um conjunto de conhecimentos, de atividades, de procedimentos e padrões de apresentação e resoluções relativos ao ensino da matemática. Moreira (2004) caracteriza que “matemática escolar referir-se-á ao conjunto dos saberes ‘validados’, associados especificamente ao desenvolvimento do processo de educação escolar básica em matemática” (MOREIRA, 2004, p. 18 *apud* VILELA, 2007, p. 68). Aquilo que é aceito ou validado como matemática escolar não é fixo – varia segundo os níveis de escolaridade, pela circulação de ideias e usos nos documentos oficiais, livros didáticos, revistas pedagógicas e práticas formativas, e pelas mudanças, ao longo do tempo, das práticas usuais em cada região ou instituição escolar. A despeito dessas variações, é possível identificar permanências e recorrências, especialmente no que se refere aos algoritmos usuais das operações aritméticas, suas formas de escrita, estruturação e procedimentos de resolução, e às atividades consideradas pertinentes para a aprendizagem dessas operações. Entendemos que a matemática escolar engloba aqueles procedimentos considerados válidos pelos professores em um determinado ambiente escolar.

A partir das ideias de negociações na sala de aula apresentadas por Bishop e Goffree (1986), propomos olhar para a sala de aula da EJA, procurando identificar as negociações que acontecem nesse ambiente e que de algum modo se relacionam com o estudo das operações aritméticas. Nessa investigação, não pretendíamos analisar os aspectos linguísticos ou psicológicos dos discursos dos sujeitos, mas as interações entre eles, privilegiando as enunciações produzidas oralmente, ou seja, as falas dos sujeitos, os diálogos entre eles e as manifestações de suas experiências por meio da oralidade. Buscamos enfocar as negociações que dizem respeito à mobilização dos saberes dos alunos em sala de aula e aos modos como professor e alunos lidam com a matemática escolar. Essas interações não se limitam aos diálogos em que as operações aritméticas e outros saberes matemáticos são explicitamente abordados, mas envolvem outros tipos de negociações que ocorrem nas turmas e que dizem respeito ao estudo e à aprendizagem no ambiente escolar.

O trabalho apresenta um estudo dessas negociações em uma turma da primeira etapa do Ensino Fundamental da EJA, com o olhar voltado para o estudo das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Procuramos investigar as enunciações que permeiam essa sala de aula de matemática, e como essas falas relacionam as noções, a linguagem e as regras da matemática escolar com aquelas construídas por eles nas práticas do cotidiano.

Optamos por observar uma sala de aula em que as aulas ministradas não foram planejadas pela pesquisadora ou em conjunto com a pesquisadora.[6] O projeto não foi desenvolvido na escola com a cooperação da professora titular da turma, mas pela observação das aulas e das práticas desenvolvidas rotineiramente na escola pela professora. Um dos motivos para esta escolha foi manter o papel da pesquisadora no ambiente, sem se envolver com a preparação e execução das atividades e podendo observar as negociações com mais detalhes. Também, optamos pesquisar o *noite-a-noite*[7] do modo como ele acontece, isto é, como a escola, os professores e professoras, os alunos e alunas integram e constituem essa sala de aula, sem que houvesse um planejamento prévio das aulas, organizado e estruturado pela professora-pesquisadora para o estudo das operações. Reconhecemos, ao mesmo tempo, que a presença da pesquisadora na sala de aula é um componente da dinâmica e das interações, pois os sujeitos têm consciência de sua presença e de que seu olhar é marcado por sua formação como professora. Portanto, o *noite-a-noite* investigado é aquele em que a pesquisadora está presente, embora a dinâmica das interações seja construída também em muitos outros momentos.

[6] A pesquisadora não era professora dessa escola, tampouco da turma pesquisada.
[7] Adotamos a expressão *noite-a-noite* com base na literatura de Maria da Conceição Fonseca (FONSECA, 2002).

O interesse pelo estudo das operações aritméticas limitou-nos a poucas instituições que oferecem turmas referentes aos anos iniciais do Ensino Fundamental. No Rio Grande do Sul, a EJA está organizada por Totalidades de Conhecimento, e as Totalidades 1 e 2 caracterizam-se pela oferta de ensino equivalente aos anos iniciais do Ensino Fundamental, do primeiro ao quinto ano. A turma escolhida para a observação é uma das poucas desse nível no município. A direção da escola e a professora aceitaram participar da pesquisa, estando cientes dos objetivos e metodologias desenvolvidas, mas não participaram da construção da pesquisa.

Em nossa abordagem inicial, buscamos observar a negociação de significados matemáticos nessa sala de aula. Durante o andamento da pesquisa, percebemos diferentes tipos de negociações, envolvendo situações e contextos variados, relativos ao papel da professora e dos alunos, aos modos de realizar as atividades e de estudar a matemática escolar e às rotinas da sala de aula e da escola. Ampliamos nosso olhar para a investigação das negociações desenvolvidas nessa sala de aula, focalizando as negociações de sentidos sobre o estudo da matemática ou da escolarização, considerando, ainda, as negociações de significados matemáticos.

Entendemos que pesquisar sobre as negociações de sentido que ocorrem em uma sala de aula da EJA envolve entender o local, os sujeitos dessas interações e como as enunciações orais integram o processo de estudo da matemática escolar. Compreende entender quais sentidos e significados permeiam essas salas de aula, como os sujeitos os negociam dentro do contexto de uma aula de matemática e como as experiências não-escolares dos alunos participam dessas interações.

Assim, tomamos como questão norteadora desta pesquisa: "Como ocorrem as negociações de sentidos relacionados ao estudo das operações aritméticas e as negociações de significados matemáticos em uma sala de aula de EJA?" Em especial, buscamos identificar como os saberes constituídos pelos alunos em atividades extraescolares participam dos processos de negociações de sentidos do estudo da matemática escolar.

A pesquisa foi planejada tendo em vista os objetivos de identificação e análise das negociações, de sentidos e de significados matemáticos que ocorrem na turma pesquisada.

2.6 Retomando

Neste capítulo, comentamos alguns estudos sobre Educação de Jovens e Adultos e sobre as peculiaridades e singularidades que constituem essa modalidade e seu público. Comentamos concepções de Bakhtin (1992, 1997) sobre a comunicação verbal, a discussão proposta por

Bishop e Gofree (1986) sobre negociações na sala de aula e estudos que tratam de negociações em salas de aula da EJA. Essas leituras subsidiaram e embasaram a continuidade da investigação e nos levaram à construção da questão investigativa e dos objetivos de pesquisa. A partir disso, expomos no final do capítulo o desenho da pesquisa, as justificativas, os questionamentos sobre o assunto, e delimitamos nossa questão norteadora. No próximo capítulo, apresentamos a metodologia adotada para o desenvolvimento da pesquisa.

3 METODOLOGIA E A PESQUISA DE CAMPO

Abordamos, neste capítulo, a metodologia adotada para a realização da pesquisa e o contexto em que foi desenvolvida a pesquisa de campo.

3.1 Metodologia de pesquisa

Delinear uma pesquisa em educação matemática envolve buscar respostas ou explicações a uma interrogação, a uma curiosidade do pesquisador, a fim de fornecer subsídios para compreender o modo como a matemática e seus significados são concebidos no contexto pesquisado (BICUDO, 1993).

Conforme Bicudo (1993), "Pesquisar configura-se como buscar compreensões significativas do ponto de vista da interrogação formulada" *(Ibid.,* p. 18). O pesquisador é mobilizado por uma dúvida, por uma inquietação e, por meio da pesquisa, ele anda em torno da pergunta, circula, descreve os detalhes que o podem auxiliar no entendimento do seu questionamento.

Bogdan e Biklen (1994) definem as investigações qualitativas considerando que os dados são qualitativos, "ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas" (p. 16) e que as questões a investigar "são formuladas com o objetivo de investigar os fenômenos em toda a sua complexidade e em contexto natural" (*Ibid.,* p. 16). Borba e Araújo (2013) complementam as caracterizações de pesquisa qualitativa em educação matemática salientando que pesquisas nessa área buscam entender *como* ocorre algum fenômeno, investigando minunciosamente os fatores que influenciam o processo que está sendo investigado. Nessa abordagem, o objetivo do pesquisador é compreender detalhadamente como os sujeitos desenvolvem os processos que são objetos de pesquisa e isso implica destinar um tempo para observar os sujeitos nos seus ambientes naturais.

Nosso trabalho buscou pesquisar uma sala de aula de matemática da Educação de Jovens e Adultos e investigar as interações entre os sujeitos nesse ambiente escolar. Caracterizamos nossa pesquisa como qualitativa, considerando que o local em que foi desenvolvida é o próprio ambiente escolar: a escola, seus espaços coletivos e, sobretudo, a sala de aula da turma pesquisada. O material empírico produzido compõe-se da descrição detalhada das situações observadas e dos sujeitos pesquisados, com o objetivo de entender como acontecem as negociações, observando e escutando as interações entre os sujeitos na sala de aula investigada.

Para entender as relações entre os sujeitos e as enunciações que são produzidas por eles, fez-se necessário o “mergulho” no ambiente em que essas interações são constituídas, em que as enunciações são proferidas, e buscar entender os sentidos dessas interações.

A pesquisa tem elementos de abordagens etnográficas. Mercer (1998) apresenta as ideias da perspectiva etnográfica em pesquisas sobre os discursos em sala de aula. Carvalho (2001) sintetiza as ideias de Mercer (1998) como uma abordagem que “estuda a influência da cultura na natureza e na qualidade da fala que ocorre entre professores e alunos” (CARVALHO, 2001, p. 48). Ademais, conforme caracterizado por Fonseca (2015), a pesquisa no âmbito da sala de aula da EJA deve contemplar esse grupo como um *grupo social*, como sujeitos ocupando posições dentro daquela instituição. A permanência do investigador no contexto estudado, recolhendo pessoalmente as informações necessárias por meio de entrevistas e observação participante; o interesse por todos os traços e pormenores do quotidiano investigado; o interesse pelos comportamentos, atitudes, interpretações desses comportamentos e pelos processos e conteúdos de simbolização do real, são alguns dos elementos metodológicos que decorrem das abordagens etnográficas para pesquisas sobre a sala de aula (SARMENTO, 2011).

Essas concepções nos auxiliaram no desenvolvimento da pesquisa, à medida que nos propomos entender as enunciações produzidas pelos sujeitos no ambiente específico da sala de aula.

3.2 A pesquisa de campo

A pesquisa de campo foi realizada em uma turma das Totalidades Iniciais, 1 e 2, em uma escola de Ensino Fundamental integrante da rede estadual de ensino do Rio Grande do Sul, localizada na região central de Porto Alegre. Nessa escola, as etapas do Ensino Fundamental são denominadas Totalidades. As etapas do Ensino Fundamental – Anos Iniciais são denominadas Totalidades Iniciais, 1 e 2 e as etapas do Ensino Fundamental – Anos Finais, são denominadas Totalidades Finais, 3, 4 e 5[8]. Essa nomenclatura tem origem na rede municipal de Porto Alegre (conforme Caderno Pedagógico nº 8, SMED, 1997). O documento “Concepções e potencialidades da Educação de Jovens e Adultos na rede estadual de ensino do RS” faz referência ao Seminário Estadual de Educação de Jovens e Adultos de 2011, e explica que

> A estrutura curricular por Totalidades do Conhecimento relaciona as partes (componentes curriculares) ao todo, na busca da compreensão aprofundada dos

[8] Em Abril de 2018 foi aprovado pelo Conselho Estadual de Educação do Rio Grande do Sul a Resolução 343, que consolida normas de oferta da EJA no RS. Disponível em < http://www.ceed.rs.gov.br/conteudo/21415/resolucao-n%C2%BA-0343-2018>

> fenômenos sociais, culturais e naturais que são experienciados pela humanidade. Assim, propicia a ruptura com a fragmentação e hierarquização arbitrárias dos conhecimentos escolares (RIO GRANDE DO SUL, 2012, p. 15).

Nessa escola há apenas uma turma, denominada T2, que abrange alunos das duas Totalidades de Conhecimento e contempla a etapa de escolarização correspondente ao primeiro, segundo, terceiro, quarto e quinto anos do ensino de crianças e adolescentes.

Com o objetivo principal de identificar e analisar as negociações, acordos, trocas de informações que são realizadas através da linguagem oral e escrita, por meio das interações que são desenvolvidas entre os sujeitos na sala de aula, a nossa fonte para a coleta de dados foi o ambiente natural da pesquisa, a sala de aula. Adotamos a observação participante como a principal forma de conhecer a turma e os sujeitos e produzir o material empírico da pesquisa.

Lüdke e André (1986) caracterizam que a metodologia da observação implica a organização e o planejamento sobre o quê observar, e "possibilita um contato pessoal e estreito do pesquisador com o fenômeno pesquisado" (*Ibid*, pg. 26). Na observação participante, o pesquisador tem a possibilidade de participar das interações, envolvendo-se gradualmente na situação estudada de acordo com os seus objetivos de pesquisa; ele frequenta o ambiente a ser pesquisado tentando entender o comportamento dos sujeitos no ambiente real que frequentam.

A observação foi realizada frequentando o ambiente estudado, assistindo as aulas mediante consentimento da professora e dos alunos, buscando entender o contexto da escola, da turma, conhecer os sujeitos que a compõem, seus hábitos, rotinas e observar e registrar, por meio de gravações em áudio, as enunciações orais produzidas.

Iniciamos a pesquisa de campo no final do segundo semestre de 2017. Optamos por uma inserção gradual na escola e na turma, com um período de adaptação, período em que evitei conversar com os alunos em sala de aula e me manifestar sobre as atividades, buscando um panorama do local e aguardando a aceitação dos sujeitos que seriam pesquisados. Durante esse período, assistia as aulas sem fazer comentários, apenas respondendo às perguntas da professora e dos alunos e sem fazer anotações no caderno de campo. Aos poucos, comecei a fazer os registros no caderno de campo, complementando a observação. Conforme caracterizam Bogdan e Biklen (1994), na investigação qualitativa "o investigador introduz-se no mundo das pessoas que pretende estudar, tenta conhecê-las, dar-se a conhecer e ganhar a sua confiança, elaborando um registo escrito e sistemático de tudo aquilo que ouve e observa" (*Ibid.*, 1994, p. 16).

Tendo optado por uma inserção gradual na escola, no início do ano de 2018 retomei as observações. Um novo semestre se iniciava e a turma da T2 tinha uma nova composição, agregando alunos que ingressaram na escola nesse ano e outros que continuavam na turma.

Devido à greve dos professores ocorrida em 2017, houve alteração no calendário escolar e o ano letivo iniciou-se no meio do mês de março.

Cabe salientar que todos os sujeitos investigados foram informados dos objetivos e dos materiais que seriam coletados, caso aceitassem participar da pesquisa. Esse esclarecimento e a adesão à pesquisa aconteceram nas primeiras semanas de observação, nos meses de março e abril. Apresentei-me para a turma como professora de matemática e pesquisadora, que buscava observar as interações deles na escola e no estudo das operações aritméticas. Como alguns alunos começaram a frequentar a turma após transcorridas algumas semanas de aula, realizei essa apresentação a cada um individualmente. Segue anexo ao presente texto, o modelo do Termo de Consentimento Informado utilizado para a autorização de coleta de dados (Apêndice B).

Considerando importante observar não apenas as enunciações relativas a conhecimentos da matemática, mas também as negociações, diálogos, acordos sobre as rotinas da sala de aula e dos sujeitos, nas primeiras semanas observei, inclusive, aquelas aulas que não contemplavam conteúdos de Matemática, realizando registros no caderno de campo. Posteriormente, dediquei-me às noites em que a Matemática estava em pauta; costumeiramente, três das quatro noites em que a turma tinha aula a cada semana. Nas aulas de matemática, comecei a inserção gradual do gravador para o registro dos diálogos entre os sujeitos, após o aceite e consentimento de todos os alunos da turma. Durante o mês de maio diminuí essa frequência, tendo em vista que uma estagiária do curso de Licenciatura em Pedagogia realizou sua prática pedagógica nessa turma. Optamos por não observar e coletar dados nessas aulas planejadas e desenvolvidas pela estagiária segundo um projeto específico para aquela turma, no período da sua prática. Contudo, continuamos realizando visitas semanais com o objetivo de manter o vínculo e a inserção naquela sala de aula. No Quadro 1, apresentamos as datas das aulas observadas e as operações aritméticas estudadas.

Quadro 1 – Observações realizadas durante o semestre de pesquisa.

	Data observada	**Operação estudada**
1	26/03/2018	
2	02/04/2018	Adição
3	04/04/2018	Ordens de grandeza Adição e Subtração
4	09/04/2018	Adição e Subtração
5	11/04/2018	Adição e Subtração
6	16/04/2018	Multiplicação
7	17/04/2018	Multiplicação Ordens de grandeza

	Data observada	Operação estudada
8	18/04/2018	Adição
9	23/04/2018	Multiplicação
10	24/04/2018	Multiplicação
11	25/04/2018	Adição, Subtração e Multiplicação
12	02/05/2018	Adição e Subtração
13	08/05/2018	Aula ministrada pela estagiária
14	09/05/2018	Aula ministrada pela estagiária
15	15/05/2018	Aula ministrada pela estagiária
16	22/05/2018	Aula ministrada pela estagiária
17	29/05/2018	Aula ministrada pela estagiária
18	05/06/2018	Aula ministrada pela estagiária
19	11/06/2018	Multiplicação e Divisão
20	12/06/2018	Divisão
21	13/06/2018	Divisão
22	18/06/2018	Subtração e Divisão
23	19/06/2018	Divisão
24	20/06/2018	Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão
25	26/06/2018	Avaliações
26	27/06/2018	Avaliações

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

Para a constituição do material empírico da pesquisa, recorremos aos registros em caderno de observações, às notas de campo contendo os relatos das observações realizadas, à gravação de áudios das aulas e conversações para obter um registro tão fiel quanto possível das interações verbais entre os sujeitos, e registros fotográficos do quadro branco, cadernos, materiais e de escritas dos sujeitos, mediante consentimento[9]. Esse processo foi gradual, iniciando com os registros no caderno de campo após algumas aulas observadas. A gravação de áudios iniciou em algumas situações nas primeiras semanas e posteriormente, aconteceu durante a maior parte das aulas. Os registros fotográficos ocorreram apenas em alguns momentos, como os registros escritos dos alunos no material ou resoluções no quadro branco[10]. Com o decorrer da pesquisa, os alunos acostumaram-se com o gravador e com os registros fotográficos.

As notas de campo produzidas foram úteis para entender o ambiente estudado, descrever a sala de aula e registrar as situações pessoais que compõem momentos de interações reproduzidas. As fotografias auxiliaram o registro de informações, modos de resoluções,

[9] Salientamos que, no caso de registros fotográficos dos cadernos e materiais dos alunos, sempre foi solicitada a autorização deles para a captura do registro.
[10] A sala de aula contava com um quadro branco, visível por todos. Durante a escrita, vamos utilizar somente a palavra “quadro” para nos referirmos ao recurso, evitando repetições.

estratégias e recursos que são difíceis de serem descritos apenas com palavras, trazendo uma exemplificação de situações narradas.

A maioria dos dados são descritivos, com relatos de alguns dos episódios observados e com a transcrição de diálogos que os compõem. No texto que segue, não apresentamos a transcrição de todas as situações observadas, optamos por selecionar episódios de interações que exemplifiquem a dinâmica desenvolvida na turma e nos auxiliem no processo de interpretação das negociações. Os alunos foram identificados por meio de nomes fictícios, a fim de manter o sigilo de suas identidades.

Na posição de pesquisadora, procurei manter uma presença cautelosa no noite-a-noite da turma, buscando, primeiramente a aceitação dos sujeitos quanto à participação naquele grupo. Com o passar das noites, as interações com os alunos foram se tornando habituais, com conversas sobre assuntos da sala de aula, assuntos externos e, em alguns momentos, auxílio relativo aos conteúdos e atividades abordados. Essas interações contribuíram para a aceitação da presença da pesquisadora por parte da turma; contudo, busquei manter um posicionamento que possibilitasse enxergar a sala de aula como uma pessoa externa a ela, mantendo alguma distância para a produção e interpretação dos dados. Sem a necessidade de condução das aulas, foi possível enxergar situações/elementos além da rotina escolar; situações que não são previsíveis durante a aula e que, talvez, pudessem passar despercebidas se estivesse nesse papel. Compreendemos, também, que os sujeitos pesquisados interagiram sabendo da presença da pesquisadora, da sua formação de professora e do seu interesse na pesquisa. Os relatos mostram que houve, também, muitos momentos de interação dos sujeitos com a pesquisadora.

Após cada aula observada, realizamos um relato detalhado. Os registros em áudio foram ouvidos e transcritos. A partir desses relatos e transcrições, foi possível identificar momentos de negociações que compunham a rotina dessa sala de aula. Percebemos que as negociações ocorriam em situações variadas, mas foi possível identificar frases/elementos que se repetiam. Assim, buscamos mapear aqueles momentos de negociações recorrentes, observando o contexto da negociação, os enunciados e as ações dos sujeitos. Além das recorrências, observamos momentos de negociação inesperados ou que destoavam da rotina.

Optamos por organizar o material empírico por episódios. A narração de cada episódio inclui a transcrição das interações verbais que o compõem, entremeada por outros elementos necessários para a compreensão do contexto. No capítulo 5 apresentamos o material produzido e os episódios selecionados.

As observações proporcionaram uma aproximação, um conhecimento inicial da turma e dos sujeitos e nos deram subsídios para uma interpretação dos enunciados dos alunos. Contudo, consideramos relevante, para conhecer melhor a professora e os alunos, realizar entrevistas individuais. Fonseca (2015) salienta que

> as pesquisas em Educação de Pessoas Jovens e Adultas (...) não podem se furtar à consideração de seus públicos como grupos socioculturais com modos próprios de estar no mundo e de se relacionar com os outros, com as instituições, com o conhecimento (FONSECA, 2015, p. 531-532).

Estruturamos um roteiro de perguntas que entendemos serem importantes para o entendimento dos alunos como sujeitos que ocupam posições naquele contexto e trazem expectativas e interpelações quanto aos saberes escolares. Também, com as entrevistas, pretendemos observar a perspectiva dos alunos em relação à EJA, à escola e ao conhecimento matemático, sobre como os alunos enxergam essa modalidade e como eles se veem dentro dessas turmas. Apresentamos no Apêndice C um modelo do roteiro utilizado para orientar as entrevistas, com o intuito de contemplar nossos objetivos, mas possibilitando ao sujeito expor livremente suas visões e posicionamentos, sem a limitação de respostas fechadas. Nosso intuito não foi reproduzir integralmente todas as entrevistas, mas recorremos a elas para compor a discussão sobre os sujeitos que será desenvolvida no próximo capítulo.

3.3 Retomando

Apresentamos, neste capítulo, a metodologia adotada para a pesquisa, nossos métodos e estratégias para coleta de dados e os procedimentos adotados para a produção, organização e seleção do material empírico. Também apresentamos os procedimentos para a realização da investigação. No próximo capítulo, apresentamos os sujeitos envolvidos na pesquisa.

4 DE QUEM ESTAMOS FALANDO?

Quando falamos em Educação de Jovens e Adultos somos, geralmente, levados a pensar na modalidade como um programa destinado à escolarização de adultos trabalhadores. Pesquisas na área nos mostram que, por muitos anos, as salas de aulas da EJA eram compostas majoritariamente de alunos adultos (HADDAD, 2000; SOARES, 2011). Ao olhar para as salas de aula hoje percebemos outras composições, conforme apontado por Leão (2007), ao mencionar o "rejuvenescimento" da EJA. Se, nas primeiras turmas dessa modalidade, o professor costumava encontrar alunos que pouco (ou nunca) frequentaram a escola, que pouco contato tiveram com o ambiente escolar, ou para quem o tempo já apagou os traços dessa escolarização iniciada, a juventude advinda das turmas de crianças e adolescentes possui um contato prévio (e, talvez, recente) com a escola.

A caracterização desse público como sendo de não-crianças reflete uma das peculiaridades dessas salas de aula. São adultos trabalhadores, jovens poucos escolarizados e adolescentes excluídos do sistema regular, compondo uma turma repleta de histórias de vida, expectativas diferentes e motivações variadas para permanecer nesse local. Eles possuem algum interesse ao retornarem para as salas de aula, têm uma expectativa pessoal e singular, com a escola, o conhecimento e a rotina desenvolvida. Entender a EJA implica entender os sujeitos e as suas diferenças. Entendemos que sujeitos não são apenas os alunos, mas o professor e a professora que praticam seu fazer pedagógico nessas turmas.

O sistema público de ensino em todo o Estado do Rio Grande do Sul passa por momentos de tensão no que se refere à manutenção de escolas e turmas, seja no ensino de crianças e adolescentes ou na EJA. Em Porto Alegre, no início do ano de 2018, algumas turmas e seis escolas estaduais de ensino fundamental foram fechadas pelo poder público, sob a alegação do remanejamento de profissionais e de readequação de turmas (RIO GRANDE DO SUL, 2018). Algumas escolas que ofertavam a EJA no turno da noite no ano de 2017, em 2018 não tinham mais turmas disponíveis. Essa restrição fica mais acentuada quando olhamos para os anos iniciais do Ensino Fundamental: a oferta é pequena e concentra-se em poucas regiões. Diante disso, e da intenção de pesquisar as Totalidades Iniciais e a modalidade EJA, nos deparamos com poucas opções de instituições, mesmo em uma cidade com quase 1,5 milhão de habitantes, dos quais mais de 26 mil pessoas maiores de 15 anos não sabem ler e escrever, conforme dados do Censo 2010 do IBGE.

A escola na qual foi realizada a pesquisa está situada na região central de Porto Alegre e é um dos poucos estabelecimentos de ensino que ainda oferece turmas para as Totalidades

Iniciais do Ensino Fundamental no município. A realidade dessa escola não é diferente das outras da rede pública, com a comunidade escolar lutando pela manutenção das turmas e da escola. Manifestos de professores, pais e alunos buscam resistir à ameaça de fechamento da escola que impôs, no ano de 2018, a extinção de uma turma de primeiro ano do Ensino Fundamental do diurno.

Com apenas uma turma de Totalidades Iniciais, chamada T2, abrangendo as Totalidades 1 e 2, a escola atende alunos que estão em processo de alfabetização, ou que frequentaram o ensino de crianças a adolescentes até o quinto ano. A equipe diretiva e pedagógica costuma ser solícita com estudantes universitários para as realizações de estágios ou pesquisas em educação. Esse foi um dos fatores que contribuíram para a escolha dessa escola para a pesquisa proposta. Além disso, eu tinha familiaridade com os professores e professoras da escola, por ter realizado algumas práticas docentes na instituição.

Assim como muitas turmas da EJA, em 2018 a T2 contava com alunos de diferentes trajetórias prévias de escolarização. Na lista de chamada havia 20 alunos matriculados, mas, destes, apenas 10 deles chegaram a participar das aulas, havendo ingressos e desistências durante o período da pesquisa. Em cada aula observada, havia em torno de seis alunos presentes. Nossos sujeitos serão identificados por nomes fictícios, a fim de manter seu anonimato: Antônio, Alana, Clara, Eduardo, Gustavo, Ivete, Janete, Rosângela, Patrícia e Daniela.

Os alunos da T2 compõem uma turma repleta de experiências diversas. Para descrever a heterogeneidade desse grupo em relação à faixa etária, experiências anteriores e condições sociais, sobre a rotina da sala de aula e da convivência entre eles, apresentaremos cada um dos sujeitos, mencionando aspectos da sua vida extraescolar e da sua participação na sala de aula, identificados a partir das observações e das entrevistas. Nessa apresentação, buscamos manter um certo distanciamento, embora assumindo que os traços identificados dependem de quem observa e escuta.

4.1 Os sujeitos da nossa T2

Antônio era um adulto de 42 anos de idade, no semestre em que as aulas foram observadas. Ele trabalhava na construção civil, mas no momento da coleta de dados estava desempregado. Ele falava pouco, era assíduo e tinha pouca interação com os colegas da turma. Possuía mais afinidade com o aluno Eduardo, mas, com a desistência deste, ficou isolado do restante da turma, composta predominantemente por mulheres. Ele conversava pouco, mantinha o olhar sério e concentrado durante as aulas, não falava muito sobre suas atividades externas, exceto quando interpelado pela professora. Para o desenvolvimento das atividades, Antônio registrava todos os cálculos efetuados, utilizando rascunhos auxiliares e escrevendo as respostas por extenso ao término das resoluções. Ele fazia perguntas para a professora sobre situações em que tinha dúvidas, referentes a métodos de resolução, operação envolvida, interpretação do exercício ou resultado dos cálculos efetuados. Nas interações observadas, ele dava indícios de gostar das atividades de matemática, manifestando sua preferência por essas aulas àquelas envolvendo gramática ou outras matérias. Antônio não hesitava em expor suas estratégias, responder às perguntas e resolver exercícios no quadro quando a professora solicitava. O semestre observado foi mais uma de suas tentativas de retorno à escola. Frequentou essa mesma escola em anos anteriores, há aproximadamente uns 10 anos, além de ter tentado prosseguir nos estudos em outras escolas há mais tempo. Segundo Antônio, além de considerar importante a conclusão dos estudos para ter mais oportunidades de emprego, o retorno à sala de aula é uma forma de ocupar-se durante o turno da noite e ter compromissos com as atividades desenvolvidas. Ao final do semestre, Antônio foi aprovado para a Totalidade 3.

Alana era uma adolescente de 16 anos, oriunda do quinto ano do Ensino Fundamental da mesma escola, do turno da tarde. Na entrevista, Alana disse que ficou alguns anos sem frequentar a escola, pois não havia vaga na escola próxima a sua residência. Aos 13 anos, ingressou nessa escola no quinto ano, frequentando a turma da noite, pois não gostava de estudar com as crianças, que "*faziam muita bagunça*" na aula. Assim que completou 15 anos, idade mínima para frequentar a EJA, optou pelo turno da noite. Aliado a esses fatores, Alana trabalhava em um supermercado durante o dia, o que inviabilizava que continuasse estudando no ensino diurno. Na época da coleta de dados, ela não estava trabalhando formalmente, pois precisava auxiliar nos cuidados da casa. No primeiro mês de observação, ela não mantinha uma frequência regular às aulas, justificando ser difícil se deslocar sozinha no turno da noite e, algumas vezes, não ter condições de pagar as passagens do transporte público. A partir do segundo mês, ela se tornou mais assídua; a aluna Rosângela ofereceu companhia para os deslocamentos e Alana obteve benefício de isenção das passagens de ônibus. Alana conversava bastante e, às vezes, iniciava conversas sobre assuntos externos à sala de aula e ao assunto discutido no momento, trazendo situações particulares de sua vida. Ela costumava caminhar pela sala durante as atividades e as explicações da professora, e ausentava-se com frequência. Alana aprendeu a ler com nove anos de idade. Ela dizia gostar dessa escola, das aulas e dos colegas. Considerava importante concluir sua escolarização para "*ter um bom emprego*". Sobre as aulas de matemática, Alana dizia que o mais importante era aprender a operação de divisão. Ao final do semestre, Alana não realizou as atividades avaliativas e manteve-se na turma T2.

Clara tinha 21 anos, era uma aluna de inclusão com Síndrome de Down. Ela sorria bastante durante as aulas, participava com perguntas e respostas sobre as atividades ou comentários relacionados com a rotina das aulas. Costumava observar os detalhes das explicações e as atitudes dos colegas e, às vezes, fazia comentários e perguntas sobre situações particulares deles. Ela manifestava gostar de estar na escola e com os colegas, conversava bastante com a professora da turma, com os demais professores da escola e com os estagiários. Clara estava presente em quase todas as aulas e era dedicada à realização das atividades propostas. Gostava de trabalhar com recortes, materiais concretos, desenhos e figuras coloridas. Ela reescrevia os enunciados do quadro no seu caderno, redigia pequenos textos sem o auxílio das professoras e realizava a leitura dos textos apresentados nas atividades, tendo dificuldades para ler palavras longas ou desconhecidas por ela. A observação aconteceu durante seu segundo semestre nessa escola, nessa Totalidade, e a equipe de orientação educacional acompanhava o seu desenvolvimento em sala de aula. Anteriormente, frequentava uma escola em turno integral, mas ficou afastada da escola por cinco anos. Em conversa com ela, Clara verbalizava sua expectativa em avançar para a turma da T3 para "*conhecer mais professores*" e aprender coisas novas, mas ela permaneceu na turma T2 ao término do semestre.

Eduardo tinha 24 anos. Ele tinha o hábito de fazer comentários sobre as falas da professora durante as explicações, abordava assuntos variados, como hábitos das pessoas e notícias do dia-a-dia. Ele manifestava gostar das aulas de matemática, de fazer contas e de resolver "*probleminhas*".[11] Eduardo participava das atividades propostas em sala de aula, realizava os exercícios de matemática por meio de cálculos mentais, sem o hábito de escrita e registro das suas tarefas. Quando solicitado, explicava verbalmente suas estratégias de desenvolvimento. Ele costumava chegar atrasado para as aulas, trabalhava durante o dia em um bairro afastado da escola e dependia de transporte público para se deslocar. Eduardo não concluiu todo o semestre na turma, frequentou os dois primeiros meses e não esteve presente nas últimas aulas observadas, não tendo sido possível entrevistá-lo.

Gustavo era um jovem de aproximadamente 20 anos[12]. Costumava caminhar pela sala durante as atividades, entrava e saía da sala com frequência e conversava bastante com a professora e os colegas. Muitas vezes auxiliava os colegas na resolução das atividades. Morava sozinho, na cidade de Viamão, na região metropolitana de Porto Alegre. Em algumas conversas com a professora e colegas, comentou que trabalhava em locais variados e em turnos

[11] A professora e os alunos utilizavam a palavra "*probleminhas*" para referir-se aos exercícios de matemática que envolviam a leitura e a interpretação de enunciados para a resolução.
[12] Durante o período da pesquisa não conseguimos saber qual a idade exata dele.

esporádicos, noite ou dia, dependendo do dia da semana, e que, por isso, estava cansado em algumas aulas. Gustavo participava bastante das interações da turma, aparentava ter facilidade e agilidade para o desenvolvimento dos exercícios e dos cálculos, contudo, poucas vezes verbalizava suas resoluções. Seus registros escritos eram poucos, limitados à reescrita dos exercícios e das atividades do quadro e suas respostas, não registrando cálculos ou etapas de desenvolvimento. Quando registrava, utilizava o registro escrito como se fosse apenas um suporte para sua memória e não utilizava os algoritmos escolares escritos para os cálculos. Gustavo também não concluiu o semestre, desistindo no terceiro mês de aula e não foi entrevistado.

A aluna Ivete tinha 38 anos. Nas primeiras aulas estava reticente com comentários e respostas, mas, depois de algumas semanas de aula, começou a participar com mais frequência das interações. Ivete começou a frequentar a turma no segundo mês de aula e era classificada como “aluna da alfabetização”. Ivete reescrevia palavras e enunciados do quadro escritos em letra de forma, não reconhecia todas as letras do alfabeto nem todos os algarismos, precisava de auxílio para a escrita para reconhecer e relacionar as letras e algarismos com a composição das palavras e números. Ela costumava ter um material impresso para usar como referência, porém, às vezes não trazia o material para a aula. Ivete foi catadora de papel nas ruas de Porto Alegre por alguns anos e criou os filhos “*empurrando o carrinho de papeleiro*”. Ivete não possuía emprego formal, trabalhava esporadicamente e dedicava as horas do seu dia com cuidados para sua família. Ocasionalmente, auxiliava um familiar em um estabelecimento comercial do qual é proprietário. Ela tem seis filhos e uma das suas filhas, de 18 anos, frequentava a escola em outra turma. Ivete decidiu ingressar na escola para acompanhar a sua filha. Essa foi sua segunda tentativa de escolarização, não frequentou a escola quando criança mas tentou frequentar uma escola há muitos anos atrás, contudo desistiu pois “*não aprendeu nada*”. Na entrevista, Ivete falou que considerava importante aprender “*essas coisas*” para as demandas do dia-a-dia e, nas suas palavras, para “*um dia saber ler*”. Ivete comentou na entrevista que o fato de não saber ler dificultava sua busca por emprego e também se sentia desconfortável em algumas situações. Relatou que aprendeu a fazer “*contas de mais*” observando as transações de compra e venda de papel e sucatas na comunidade em que residia. Fazia isso com o intuito de verificar os pagamentos recebidos, para evitar possíveis enganações na venda. Sua expectativa na escola era aprender o alfabeto e a ler e escrever, para conseguir, pelo menos, redigir uma carta para seus familiares distantes. Ivete realizou as avaliações finais e permaneceu na Totalidade 1.

A aluna Janete tinha 41 anos e frequentava essa escola desde o semestre anterior. Ela era moradora de uma casa de repouso das proximidades, não tinha contato com familiares e a escola era um momento de interação com outras pessoas, além da clínica. Ela possuía uma saúde debilitada, necessitando de alguns cuidados durante as aulas como auxílio para a escrita, em alguns momentos, e para se deslocar. Ela era assídua, sorridente e conversava pouco com os colegas, contudo, com as professoras (a observadora, a titular e a estagiária) conversava bastante. Janete realizava as atividades propostas, mas quando não conseguia desenvolver os exercícios aparentava um pouco de nervosismo, apresentando a mão trêmula e a respiração ofegante. Janete chegou a frequentar a escola quando era criança, mas a abandonou na quarta série para cuidar de seus irmãos mais novos. Depois disso, não havia frequentado outra escola, sendo essa a sua primeira oportunidade de retornar, enquanto adulta. Além de um espaço de convivência com outras pessoas, Janete retornou para escola para aprender "*coisas que não sabe*". Ela gostava de estar na escola, conversar com os colegas e dizia sentir falta nas noites que não tinha aula. Janete costumava escrever pequenas cartas para os colegas, professores e equipe da escola (ao final da pesquisa, Janete me entregou uma carta com agradecimentos pelo semestre de convivência). Na entrevista, Janete comentou que tinha a intenção de concluir sua escolarização e "*talvez virar professora também*". Ela não realizou as avaliações finais.

A aluna Rosângela era líder comunitária, representante dos moradores dos bairros que compõem a Região Centro, sendo uma das conselheiras do Orçamento Participativo de Porto Alegre[13]. Ela justificava suas ausências em algumas aulas pela necessidade de acompanhamento das reuniões com o poder público municipal, junto com seu esposo que também é conselheiro. Em algumas conversas informais, deixava transparecer seu ponto de vista sobre essa participação, falando da importância em ter pessoas da comunidade conversando com os representantes do poder público, reivindicando melhorias e manutenção dos serviços públicos gratuitos para a comunidade, como creches e escolas, e a cobrança por investimentos financeiros e estruturais em serviços e infraestrutura para a população. Em sala de aula, Rosângela realizava as atividades propostas e fazia muitas perguntas, expondo suas dúvidas e incertezas sobre os conteúdos abordados. Manifestava preocupação com a sua escrita, buscando sempre uma grafia e gramática corretas, além de esforçar-se para interpretar corretamente os enunciados e textos propostos nas atividades. Ela já havia tentado concluir os estudos em outras

[13] O Orçamento Participativo de Porto Alegre foi implantado no ano de 1989 e é um processo no qual a população tem a oportunidade de votar para decidir sobre a aplicação dos recursos financeiros em obras e serviços. A área urbana é dividida em regiões administrativas e a população de cada região elege representantes que participarão da discussão e priorização das demandas junto com os representantes do poder público municipal. Fonte: http://www2.portoalegre.rs.gov.br/op/default.php.

oportunidades. Estava afastada da escola há aproximadamente cinco anos. Na entrevista, comentou que um dos motivos de ter retornado aos estudos é porque precisava de mais conhecimento para "*não passar vergonha*" nas reuniões de representação da comunidade. Ela tinha 40 anos, era comunicativa e um dos seus filhos também era aluno da escola, em outra turma. Ela tinha o hábito de estimular os colegas adolescentes a frequentarem as aulas e organizava grupos de alunos para se deslocarem para a escola. Em conversa com a pesquisadora, comentou que era melhor que os adolescentes caminhassem em grupos, principalmente na saída da escola, por questões de segurança na rua. Rosângela realizou as avaliações finais e avançou para a Totalidade 2.

Patrícia começou a frequentar as aulas a partir do segundo mês de aula. Ela tinha 27 anos de idade, é mãe de três filhos e trabalhava em uma empresa terceirizada do poder público de Porto Alegre, realizando limpeza de ruas. Ela era do "nível alfabetização", conhecia as letras do alfabeto mas não realizava a leitura e a escrita sem o auxílio de outras pessoas. Assim como a aluna Ivete, ela realizava algumas atividades separadas do restante da turma, a fim de desenvolver as habilidades de leitura e escrita. Nas aulas de matemática, participava de quase todas as atividades propostas, exceto aquelas que envolviam problemas aritméticos, pois não realizava a leitura dos enunciados. Ela interagia bastante com os colegas da turma, principalmente com a Alana e a Ivete. Patrícia frequentou a escola enquanto criança, mas como sua família alternava com frequência a residência, não conseguiu progredir nas séries do Ensino Fundamental, tendo evadido da escola na primeira série aos quinze anos. Retornou à sala de aula somente naquele semestre, incentivada pelo esposo e com a companhia da cunhada, que estuda em outra turma da escola. Na entrevista, comentou que um dos seus objetivos na escola era aprender a ler, principalmente para realizar a leitura dos letreiros dos ônibus, para facilitar seus deslocamentos pela cidade. Ela manifestava a intenção de concluir todas as etapas da escolarização, para "*aprender tudo*". Priscila realizou as avaliações finais e avançou para a Totalidade 2.

A aluna Daniela tinha 20 anos e começou a frequentar as aulas a partir do segundo mês de aula. Contudo, ela não manteve a frequência, estando presente em apenas algumas aulas. Nas aulas que participou, comentou que não ia à escola há "*alguns anos*". Nas noites em que esteve presente, suas interações foram concentradas em lembrar os procedimentos dos cálculos, operações e rotinas da sala de aula.

Além dos alunos, apresentamos a professora titular da turma. A professora Maria fez sua formação pedagógica inicial em curso de Magistério[14], trabalhava nessa escola desde o ano 2000 e atuava na EJA há 10 anos. É professora concursada pelo Estado e atuava em turmas com alunos crianças, no turno da tarde, até ter sido convidada pela direção escolar para lecionar no turno da noite. Ela diz ter hesitado nos primeiros momentos, mas nas suas primeiras turmas acabou gostando da sala de aula da EJA, composta por alunos adultos. No início, atuava apenas com alunos da T1, pois a escola possuía turmas separadas para as Totalidades 1 e 2. Posteriormente, com a evasão dos alunos, a escola optou pela manutenção de uma única turma contemplando as duas Totalidades. Para a professora essa mudança "*complicou um pouco*" a dinâmica da sala de aula, principalmente para os alunos que estão no processo de alfabetização.

Ao falar da sua experiência em salas de aula da EJA, a professora Maria salientou o comprometimento dos alunos com a realização das atividades. Ao recordar suas primeiras turmas nessa modalidade, observou que elas eram compostas basicamente por alunos adultos, trabalhadores e atualmente há uma "*gurizada*", alunos oriundos do ensino de crianças e adolescentes, moradores de abrigos ou pessoas com deficiência. Para ela, essa modificação no perfil dos alunos traz para a sala de aula outras realidades, outros "*problemas*".

A professora se dedicava a conhecer todos os alunos e demonstrava uma preocupação com as situações particulares deles, questionando sobre cuidados com familiares, estimulando a procura por vagas de empregos e informando sobre serviços e auxílios do poder público, como transporte público gratuito e descontos para estudantes da rede pública. Para ela, a afetividade é um dos aspectos que a auxiliava na compreensão e respeito às diferenças de cada um, e escutá-los é uma forma de estabelecer um vínculo entre eles. Ela identifica, por outro lado, a necessidade de mais formação para os professores trabalharem no ensino de pessoas com Síndrome de Down, por exemplo, e sente falta do amparo do poder público por meio de programas sociais realizados em conjunto com a escola.

Nas aulas, a professora utilizava diversas estratégias e recursos pedagógicos, dando indícios do seu comprometimento e preocupação em relação à compreensão dos alunos sobre os conteúdos abordados. Além da sua formação inicial, Maria realizou um curso de alfabetização para Jovens e Adultos no GEEMPA - Grupo de Estudos Sobre Educação, Metodologia da Pesquisa e Ação –, coordenado pela educadora Esther Grossi. Alguns dos materiais utilizados nas suas aulas são oriundos desse curso. Além disso, a professora atuou por alguns anos em um programa da Prefeitura Municipal para atender crianças moradoras dos

---

[14] O curso de magistério era uma formação profissionalizante em nível de segundo grau, na vigência da Lei 5.692/71.

bairros de periferia, no turno inverso da escola, e gestantes. Dessa experiência, também trouxe materiais e ideias para as suas aulas na T2.

Para a professora, o importante para os alunos nessa etapa é o aprendizado da leitura, escrita, as quatro operações básicas da aritmética e a organização e regras dessas operações. Na entrevista, comentou que "o *que eu me preocupo mais é fazer eles entenderem esse básico, pensar nos problemas, no como resolver as situações*". Como critério de avaliação, além das provas escritas que, para ela, não são tão relevantes, ela observava a evolução dos alunos durante o semestre, a participação em sala e a realização das atividades. Além disso, as interações na escola, com os outros sujeitos, são consideradas para a progressão.

A partir dessa apresentação dos nossos sujeitos, elaboramos um quadro para organizar e sintetizar algumas especificidades de cada um e assim podermos visualizar a composição do todo da turma pesquisada[15]. Abaixo, o Quadro 2 contendo algumas informações dos sujeitos.

Quadro 2 – Síntese de informações sobre os sujeitos da turma.

Nome fictício	**Idade**	**Sexo**	**Ocupação profissional***	**Totalidade matriculado/a**	
Antônio	42	Homem	Construção Civil	Totalidade 2	Concluiu o semestre letivo, tendo avançado para a Totalidade 3
Alana	16	Mulher	Estudante	Totalidade 2	Não realizou as avaliações finais
Clara	21	Mulher	Estudante	Totalidade 2	Concluiu o semestre letivo
Eduardo	24	Homem	Serviços diversos	Totalidade 2	Não frequentou todo o semestre letivo
Gustavo	≅ 20	Homem	Serviços diversos	Totalidade 2	Não frequentou todo o semestre letivo
Ivete	38	Mulher	Autônoma	Totalidade 1	Concluiu o semestre letivo
Janete	41	Mulher	Estudante	Totalidade 2	Concluiu o semestre letivo
Rosângela	40	Mulher	Líder comunitária	Totalidade 1	Concluiu o semestre letivo
Patrícia	27	Mulher	Serviços diversos	Totalidade 1	Concluiu o semestre letivo
Daniela	20	Mulher		Totalidade 2	Frequentou poucas aulas
Professora Maria		Mulher	Professora		
** Nessa coluna contemplamos as palavras dos próprios alunos para descrever suas ocupações profissionais.*					

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

[15] No quadro, informamos apenas o avanço do aluno Antônio, para a turma T3, contudo, alguns alunos matriculados na turma T1 avançaram, passando da totalidade 1 para a totalidade 2, mas no semestre seguinte continuarão na turma T2, pois abrange as duas totalidades.

4.2 A turma como um todo

Com esses alunos singulares, pertencentes a grupos etários distintos, com experiências extraescolares variadas, olhamos para a nossa T2 como uma possível amostra do que encontramos em outras escolas dessa modalidade: adolescentes, jovens e adultos trabalhadores, homens e mulheres, oriundos do ensino de crianças e adolescentes, e alunos com necessidades especiais. Um grupo pequeno, de estudantes que retornam à sala de aula mobilizados por algum objetivo ou expectativa pessoal. Cada um carrega suas histórias, singularidades e compartilha suas noites com outros sujeitos, com outras singularidades, tendo em comum o interesse de estar e permanecer na escola.

A turma reúne alunos adultos e jovens. Mas, independentemente da idade, os alunos conheciam uns aos outros e se auxiliavam nas tarefas das aulas ou demandas externas, com dicas e orientações sobre empregos e serviços, por exemplo. Havia um vínculo entre eles, tornando a sala de aula um ambiente de interação, na qual pude perceber uma preocupação, um cuidado recíproco e um sentimento de pertencimento a um grupo.

4.3 Retomando

Neste capítulo focamos na caracterização dos alunos e da professora da turma T2, por entender que esse olhar se faz necessário para compreender o lugar de onde as enunciações partem: a voz de cada sujeito. No próximo capítulo, apresentamos a seleção do material empírico produzido na pesquisa, com episódios e relatos das situações observadas.

5 A ESCUTA DAS INTERAÇÕES: A COMPOSIÇÃO DO MATERIAL

Os dados que constituem o material empírico da pesquisa compõem-se, basicamente, de diálogos, conversas entre alunos, explicações e interrogações que permearam as aulas de matemática observadas. A partir dos primeiros relatos e das transcrições, foi possível identificar vários momentos de negociações presentes nessa sala de aula no estudo das operações da aritmética.

Apresentamos, neste capítulo, o nosso primeiro olhar para o material empírico, as transcrições de episódios, relatos de situações que os compõem e comentários sobre as interações.

5.1 O primeiro olhar: a identificação dos episódios e as negociações

Ao organizar os dados, ouvindo os áudios das aulas e transcrevendo as interações, identificamos momentos de negociações que aconteceram nessa turma envolvendo diferentes temas e dinâmicas.

Escolhemos falar de episódios, considerando um episódio como um evento de negociação, em torno de um ou mais temas, do qual se pode identificar um começo e um fim. Para isso, não relataremos toda a aula em que o episódio ocorreu. Consideramos apenas aquelas situações e interações que compuseram o episódio e foram relevantes para a sua compreensão.

Ao organizar o material, percebemos que um episódio girava em torno de uma atividade de uma aula de matemática, como a explicação de um procedimento, a correção de um exercício, a resolução de um problema.

Acompanhando a narração de um episódio, o leitor tem a chance de acompanhar uma negociação inteira, entendendo o que provocou alunos e professora a negociarem, do que eles estão falando, e qual foi o “resultado” da negociação. Claro, um resultado provisório, porque a negociação continua!

Com um total de 26 noites observadas, elencamos para o texto 16 dos episódios identificados. Para essa escolha, optamos por apresentar aqueles que: envolvem maior interação entre os sujeitos; contemplam uma escuta da professora às verbalizações dos alunos; envolvem o uso de diferentes linguagens; apresentam algumas situações que destoam do corriqueiro dessa turma, incluindo mudanças de papeis; exemplificam situações recorrentes na sala de aula; incluem a expressão de reivindicações e posicionamentos dos alunos.

Identificamos algumas dimensões das negociações presentes em variados episódios. Essas dimensões foram consideradas na análise desses episódios. Em alguns deles, foi possível observar a predominância de uma ou mais dimensões. Entretanto é preciso observar que essa distinção só faz sentido para o exercício de análise do material, pois as ações dos sujeitos, em geral, não são planejadas, e diferentes dimensões se articulam ou estão presentes em um único excerto ou mesmo em um único enunciado.

1 – Manifestação de expectativas: Em determinados momentos das interações, foi possível observar que os sujeitos manifestavam suas expectativas em relação ao exercício, ao enunciado, à explicação da professora ou aos alunos-colegas. Em alguns momentos pode-se identificar a verbalização e a exteriorização do "que eles esperam" uns dos outros e da própria aula: o que a professora "espera" dos alunos na realização dos exercícios e o que os alunos "esperam" da professora, dos enunciados dos exercícios e dos exercícios propostos. Houve também situações em que as expectativas não foram verbalizadas, mas puderam ser percebidas por meio de outros indícios.

2 – Modulação dos discursos: Percebemos as manifestações de esforços que os sujeitos realizavam em busca de uma linguagem compartilhada, entendida por todos os interlocutores, professora e alunos, alunos e professora. Identificamos momentos em que a professora utilizava termos, palavras ou expressões que considerava familiares aos alunos, "abrindo mão" da linguagem formal do ambiente escolar. Também percebemos esforços dos alunos de utilizarem termos ou palavras próprios da matemática escolar, como uma tentativa de se apropriar dessa linguagem ou de usar a linguagem da professora. Identificamos estratégias, por parte da professora, de utilização de materiais como recursos auxiliares para a exposição ou explicação das noções abordadas ou para a resolução dos exercícios.

3 – Tematização das permissões: Identificamos momentos em que os interlocutores expressavam, interrogavam ou reconheciam permissões "do que pode" ou daquilo que "não pode" ser realizado na aula de matemática. As permissões abrangem aquilo que pode ser efetuado ou deduzido durante um cálculo ou no desenvolvimento de um exercício envolvendo as operações matemáticas. Também se referem à rotina da sala de aula, aos comportamentos e procedimentos que são autorizados explicita ou tacitamente pela professora.

4 – Explicitação de sentidos atribuídos: Identificamos momentos em que a professora expunha ou os alunos verbalizavam sua compreensão sobre o que é adição, subtração, multiplicação e divisão ou relacionavam conteúdos matemáticos com situações externas à sala de aula, na busca de estabelecimento de conexões com outros saberes.

5 – Questionamentos das proposições escolares: Identificamos momentos em que os alunos, principalmente, questionavam os enunciados dos problemas, os textos trabalhados, as explicações da professora ou, até mesmo, as situações narradas que se caracterizavam como uma tentativa de contextualização do exercício, por parte da professora.

Salientamos que os episódios não foram classificados/categorizados segundo essas dimensões. Elas foram identificadas a partir da transcrição e leitura dos episódios, na interpretação das negociações envolvidas em cada episódio e consideradas para a observação do posicionamento dos interlocutores nas negociações. Cada seção apresenta a narrativa de um episódio, decomposto em pequenos excertos, entremeados pelos nossos comentários sobre as interações transcritas e o contexto em que o episódio ocorreu em sala de aula. No Apêndice A apresentamos a transcrição integral de todos os episódios.

5.2 Os episódios selecionados

Durante todo o semestre letivo, alunos e professora estiveram envolvidos com o estudo das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. As atividades de matemática observadas eram basicamente de dois tipos: exercícios para a aplicação do algoritmo escolar de uma das operações estudadas e resoluções de problemas aritméticos. Para iniciar uma nova atividade, a professora alternava entre escrever no quadro ou entregar uma folha impressa para os alunos.

Ao utilizar a expressão algoritmo escolar, estamos nos referindo aos algoritmos usualmente ensinados nas escolas de Porto Alegre e da região. No caso da adição, o algoritmo consiste em escrever as parcelas uma abaixo da outra, alinhando-as à direita, pela casa das unidades, e somar usando o procedimento de conversão, em que dez unidades são convertidas em uma dezena e assim por diante, mencionado pela professora como “vai um” ou como “transporte”, referindo-se ao gesto de copiar o algarismo das dezenas acima dos algarismos das dezenas das parcelas. O algoritmo da subtração é similar, com a escrita dos números alinhados à direita e iniciando a subtração pela casa das unidades. No caso da subtração, quando se faz necessário, o “empréstimo” caracteriza-se pelo procedimento de converter uma dezena em dez unidades, por exemplo, subtraindo uma unidade do algarismo da ordem das dezenas, e acrescentando dez unidades ao algarismo das unidades. O “empréstimo” é registrado com um risco no algarismo da ordem das dezenas, por exemplo, subtraindo um desse algarismo e “emprestando” para a ordem das unidades, compondo um novo número.

No algoritmo da multiplicação, os fatores são escritos um abaixo do outro, alinhados à direita. O primeiro resultado parcial é obtido realizando-se a multiplicação do algarismo das unidades do segundo fator pelo primeiro fator, utilizando o procedimento denominado pela professora como “transporte”, caso necessário. Por exemplo, se o resultado da primeira multiplicação contém uma ou mais dezenas, o algarismo das dezenas é copiado acima do algarismo das dezenas do primeiro fator, e então é somado ao resultado do próximo produto (resultado da multiplicação desse algarismo pelo algarismo das unidades do segundo fator). Após a obtenção desse resultado parcial, o mesmo procedimento é feito com o algarismo das dezenas do segundo fator, escrevendo-se o resultado em uma linha abaixo do primeiro, mas deslocando uma casa para a esquerda e acrescentando um zero na casa das unidades. Esse processo se repete até a ordem de grandeza do segundo fator e, por fim, somam-se todos os produtos efetuados para obter o resultado final.

O algoritmo da divisão consiste em realizar sucessivas divisões, pelas quais se obtém cada um dos algarismos do resultado. Inicialmente escreve-se o dividendo à esquerda e o divisor à direita, em uma “caixinha”. Toma-se um ou mais algarismos do dividendo, conforme for necessário, e divide-se esse número pelo divisor, obtendo o primeiro algarismo do resultado e um resto que deve ser menor do que o divisor. A seguir, obtém-se o resto dessa divisão que é composto com uma cópia do algarismo seguinte do dividendo. Toma-se esse novo número como dividendo, e efetua-se nova divisão, obtendo novo algarismo do resultado, novo resto, e assim por diante. Segue-se esse processo até que sejam usados todos os algarismos do dividendo.

Os exercícios envolviam a aplicação desses algoritmos. Os problemas envolviam a leitura e a interpretação de enunciados, a identificação das operações a serem efetuadas, a resolução por meio da realização dessas operações e a apresentação da resposta, geralmente como resposta a uma pergunta.

As ideias sobre as operações de adição e subtração permearam a maioria das aulas observadas. As noções sobre a operação de multiplicação começaram a ser abordadas a partir do segundo mês de aula e, sobre a divisão, somente no último mês (conforme Quadro 1 no Capítulo 3).

Apresentamos os episódios em ordem cronológica, respeitando as datas das aulas observadas. Há noites para as quais apresentamos mais de um episódio e, em outros casos, compomos um episódio com momentos que ocorreram em noites diferentes (episódio “O algoritmo da multiplicação e o transporte de valores”). Para cada uma das operações aritméticas, contemplamos pelo menos um episódio envolvendo um exercício de aplicação do algoritmo. Para a contextualização dos episódios envolvendo as operações de multiplicação e divisão, narramos a introdução desses conteúdos, pela professora, para a turma. Durante a leitura, em ordem cronológica, é possível acompanhar o decorrer do semestre letivo e como a turma T2 vivenciou o semestre de estudo das operações. Apresentamos a transcrição e a narrativa do modo como ocorreu na sala de aula; alguns erros matemáticos e de cálculos, que ocorrem durante as resoluções ou nos diálogos, foram percebidos durante a pesquisa, mas não foram objetos de investigação e, por isso, são apenas brevemente comentados.

5.2.1 Homens e mulheres em uma festa

Na aula do dia 4 de abril, seis alunos estavam presentes: Antônio, Alana, Clara, Gustavo, Ivete e Rosângela. A aula iniciou com uma atividade sobre as centenas, dezenas e unidades, na qual os alunos deveriam identificar a composição e a ordem de cada algarismo dos números fornecidos. Após a correção dessa atividade, a professora entregou aos alunos uma folha impressa. O primeiro problema era numerado como 3 (Figura 1), e tinha o seguinte enunciado: "*João trabalha como segurança de um clube. Na última festa ele teve de informar quantas pessoas compareceram. Ao final, ele chegou aos seguintes resultados*:". Após esse enunciado, havia uma tabela com o número de pessoas distribuídas por faixa de horário, seguida de seis perguntas. Logo após receberem a folha, os alunos verbalizaram suas primeiras perguntas relativas a esse exercício.

Figura 1 - Exercício envolvendo interpretação dos dados disponíveis.

3. JOÃO TRABALHA COMO SEGURANÇA DE UM CLUBE. NA ÚLTIMA FESTA ELE TEVE DE INFORMAR QUANTAS PESSOAS COMPARECERAM. AO FINAL CHEGOU A ESTES RESULTADOS:

HORÁRIOS DA FESTA	NÚMERO DE PESSOAS:
DAS 20h ÀS 21h	50 PESSOAS, DAS QUAIS 25 SÃO HOMENS
DAS 21h ÀS 22h	67 PESSOAS, DAS QUAIS 34 SÃO HOMENS
DAS 22h ÀS 23h	48 PESSOAS, DAS QUAIS 16 SÃO HOMENS
DAS 23h ÀS 24h	22 PESSOAS, DAS QUAIS 10 SÃO HOMENS

A) EM QUE HORÁRIO CHEGARAM MAIS PESSOAS?

____

B) QUANTAS PESSOAS CHEGARAM ATÉ AS 23h?

____

C) QUANTOS HOMENS FORAM À FESTA?

____

D) QUANTAS MULHERES FORAM À FESTA?

____

E) EM QUE HORÁRIO CHEGARAM MAIS MULHERES?

____

F) QUANTAS PESSOAS, AO TOTAL, FORAM À FESTA?

____

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Excerto 1

Gustavo: Essa festa não teve mulher? Que festa é essa?
Professora: Pensem um pouco.
Antônio: Pessoas quer dizer mulher também?
Rosângela: Já está no plural: pessoas, então quer dizer homens e mulheres.
[A professora confirma que “pessoas” refere-se aos dois sexos.]

Gustavo manifesta seu estranhamento sobre as informações apresentadas na atividade: “*Essa festa não teve mulher? Que festa é essa*?” Os alunos manifestam sua expectativa em relação à atividade: como proceder diante do enunciado? A professora diz “*Pensem um pouco*”, manifestando sua expectativa de que os alunos identifiquem as informações dos enunciados e estabeleçam conexões com o que está sendo informado para, então, resolverem o problema. Já os alunos entendem que em uma festa "*deve*" ter homens e mulheres. A dúvida surge a partir da informação do número de homens na tabela, logo após o total de pessoas: talvez se o enunciado informasse apenas o número de pessoas, ficaria implícita a participação de homens e mulheres. Gustavo fala de festas do mundo real: "*que festa é essa?*", trazendo uma ideia de padrão de festas com homens e mulheres. Quando Antônio pergunta "*Pessoas quer dizer mulher também?*", ele não está falando de uma dúvida sobre a palavra "pessoas", mas sobre o significado dessa palavra no enunciado do problema escolar – número de pessoas como soma dos números de homens e de mulheres. Uma pergunta pode ser o fator gerador de uma discussão, como acontece no Excerto 1. Gustavo, Rosângela e Antônio buscam identificar a informação referente ao número de mulheres da festa. Nessa situação, cada um expõe suas ideias para chegar a uma conclusão para o questionamento.

Os alunos resolvem os exercícios utilizando estratégias diferentes. Gustavo realiza alguns cálculos, muitos deles são desenvolvidos mentalmente e na folha de atividade são registrados apenas os resultados finais. Gustavo e Alana estão próximos e, à medida que Gustavo realiza a atividade, ele auxilia Alana, explicando como ela deve desenvolver os cálculos. Antônio escreve todos os cálculos no caderno, utilizando os algoritmos escolares das operações de adição e subtração, e transcreve para a folha de exercícios apenas as respostas, escritas por extenso conforme a expectativa da professora. Por exemplo, para a pergunta do item C, "*quantos homens foram à festa?*", responde: "85 homens foram na festa".

A professora tem o hábito de corrigir os exercícios no quadro, realizando todos os cálculos utilizando os algoritmos escolares e verbalizando os resultados das operações. Em praticamente todas as correções, ela solicita que os alunos explicitem suas respostas e suas resoluções. Algumas palavras são enfatizadas durante a leitura dos enunciados, dando pistas acerca do que deve ser observado para a resolução. No trecho seguinte, observamos momentos de interação entre a professora e alunos durante a correção dos exercícios.

Excerto 2

Professora: Quantos homens foram na festa [item C da atividade]?
Gustavo: Oitenta e cinco pessoas... oitenta e cinco homens.
Professora: Então vamos ver. Das cinquenta, vinte e cinco eram homens; das sessenta e sete, trinta e quatro eram homens; das quarenta e oito, trinta e seis[16]; e das vinte e

[16] Nesse excerto, a professora equivoca-se na fala, mas escreve corretamente 16, conforme a tabela apresentada no exercício.

duas, dez. [A professora refere-se aos números apresentados por faixa de horário na atividade. No quadro, ela escreve os números que está falando durante a explicação].
Professora: Cinco e quatro, nove [5 + 4 = 9, realizando a soma]. Nove e seis dá quinze, vai um [9 + 6 = 15 e referindo-se ao algarismo da dezena, que será somado com os outros algarismos das dezenas]. Três, quatro, cinco, seis, sete, oito. [Contando do número 3 até o 8 para realizar a soma 3 + 5 = 8] Oitenta e cinco homens [25 + 34 + 16 + 10 = 85]. Muito bem.

A professora enfatiza a palavra "homens" ao reler o enunciado, expressando uma expectativa quanto ao padrão de resposta, e Gustavo corrige sua resposta de "*oitenta e cinco pessoas*" para "*oitenta e cinco homens*". O cálculo do número de homens que foram à festa é realizado pela professora, no quadro, utilizando o algoritmo escolar da adição com quatro parcelas.

Excerto 3

Professora: Letra D: "Quantas mulheres foram à festa?" Descobriu quantas mulheres foram? [Olha para Antônio ao fazer a pergunta]
Antônio: Eu botei que deu cento e duas mulheres.
Professora: Cento e duas? Vamos ver... Tu também achou cento e dois? [Olhando para Gustavo]
Gustavo: Sim [conferindo a sua resposta na folha de atividades].
Professora: Cento e dois o quê?
Gustavo: Mulheres.

A expectativa quanto ao padrão de resposta se confirma no final do Excerto 3, quando a professora pergunta "*Cento e dois o quê?*" buscando o complemento da resposta numérica. Ao mesmo tempo, ela parece investigar se os alunos (nesse caso, o aluno Gustavo) sabem relacionar o valor obtido à informação do enunciado ou, ainda, se estão acompanhando a correção do problema. A professora já sabe a resposta e busca a confirmação do aluno. A pergunta parece orientar o aluno a responder a atividade de um determinado modo, com um padrão de resposta: "*Cento e duas mulheres*." Quando Antônio fala "*eu botei que deu cento e dois*", percebemos que ele não fala que "*a resposta é cento e dois*" e sim que *ele* respondeu que é 102, ele pode afirmar que a resposta é 102, como se a resposta dele pudesse ser diferente de outras ou enfatizando a obtenção do resultado. Isto é, a resposta resulta do modo como ele resolveu o exercício. Antônio traz a autoria para si, "*eu botei 102",* assumindo-se e posicionando-se dentro da interação discursiva. Esses posicionamentos podem ser considerados efeitos do modo como a professora apresenta as perguntas, direcionadas para cada aluno: ela solicita que todos os alunos enunciem suas respostas, observando os diferentes resultados que possam surgir.

Além das perguntas quanto aos resultados obtidos, a professora incentiva os alunos a verbalizarem suas formas de resolução. Na continuação da correção do item D ("Quantas mulheres foram à festa?”), Antônio explica a estratégia que adotou para encontrar o número de mulheres que participaram da festa.

Excerto 4

Professora: Hum... como é que fizeram?
Antônio: Eu dividi aqui os... os homens com a quantidade de pessoas.
Professora: Sim, das cinquenta pessoas tu tirou vinte e cinco. [Referindo-se à primeira faixa de horários, para a qual o enunciado informa “50 pessoas, das quais 25 são homens”]
Antônio: Sim.
Professora: Então do primeiro tu tirou vinte e cinco e sobrou...? Vinte e cinco né?
Antônio: Vinte e cinco, isso.

Antônio explicita sua estratégia e utiliza a palavra “*dividi*” para indicar que realizou uma separação entre número de homens e número de mulheres. Nesse momento ele não se refere à operação de divisão e sim à ação de separar, do total de pessoas, o número de homens informado no enunciado. A professora valida a estratégia adotada e utiliza a palavra “*tirou*” para indicar a operação de subtração que ele realizou. Essa situação exemplifica o que contemplamos nas negociações envolvendo modulações de discursos, ou seja, aquelas situações em que os alunos se esforçam para utilizar palavras do ambiente escolar e em que a professora utiliza palavras coloquiais, usuais aos alunos, para explicar os procedimentos e significados matemáticos. “*Tirar*” está sempre associado à operação de subtração e “*sobrar*” com o resultado dessa operação, indicando um dos significados da operação de subtração.

Antônio continua sua explicação sobre a forma de resolução do item D (“Quantas mulheres foram à festa?”).

Excerto 5

Professora: E depois?
Antônio: Sessenta e sete menos trinta e quatro. [Referindo-se aos valores da segunda faixa de horários, 67 pessoas e 34 homens]
Professora: Sessenta e sete menos trinta e quatro... [Repete os números enquanto escreve no quadro 67 – 34 no formato do algoritmo escolar]
Antônio: Que deu...
Professora: Sete tira quatro, fica cinco[17]. [7 – 4 = 5]
Antônio: Trinta e três.
Professora: Trinta e cinco né?
Antônio: Trinta e cinco? [Questiona o valor encontrado mas sem muita convicção] Eu acho que está erra... [não conclui a palavra]. Acho que é trinta e três né professora?
Professora: Sete menos quatro...
Antônio: Sete menos quatro é três.

---

[17] Há um erro de cálculo ou um engano nesse momento.

Professora: Isso, dá trinta e três. Essa hora a minha cabeça já está cansada. [Corrige no quadro o valor obtido como resposta].

Enquanto a professora realiza os cálculos das operações para a correção, ela solicita que os alunos acompanhem os procedimentos, observando as etapas de “vai um”, empréstimo[18] e posições das casas decimais. Em alguns momentos, ela comete erros nos cálculos ou de estratégias de resolução. No trecho acima, Antônio percebe o erro de cálculo da professora, mas usa uma linguagem cautelosa para informá-la. Ele começa a frase informando que o cálculo está errado mas não conclui a palavra e retifica sua fala, formulando um questionamento sobre o resultado da subtração. Novamente, ele não afirma o resultado e sim sua perspectiva: “*Acho que é trinta e três né professora*?” e isso leva a professora a rever seu cálculo e corrigir o resultado.

As atividades de matemática geralmente são concentradas no início da noite. Nas primeiras aulas observadas, a professora fala que prefere realizar as atividades de matemática quando a “*cabeça ainda está fresca*”. Nesse trecho, ela se refere ao horário como uma explicação para o erro de cálculo: “*Essa hora a minha cabeça já está cansada*”. Há uma negociação de rotina referente ao horário em que as atividades de matemática comporão as aulas da turma.

As correções dos exercícios são feitas detalhadamente, com o registro no quadro de todos os cálculos necessários para obter o resultado e das respostas por extenso, quando solicitado. Antônio escreve no caderno os algoritmos de todos os exercícios, diferentemente do aluno Gustavo. Durante as correções, Gustavo acompanha os passos que a professora usa para as resoluções mas, em algumas situações, parece não entender a resolução da professora. O trecho a seguir mostra um momento em que o aluno Gustavo questiona o resultado encontrado. Ele havia acertado o exercício, como pode ser visto no Excerto 3, mas, ele observa que no quadro estavam escritos os cálculos 50 – 25 = 25 e 67 – 34 = 33, referentes às duas primeiras faixas de horários, sem perceber que faltam informações para obter o resultado final.

Excerto 6

Gustavo: Não, não deu cento e dois.
Professora: Hum?
Gustavo: Não deu cento e duas pessoas.
Antônio: Não, o total das pessoas não... [não conclui a frase, Gustavo interrompe]
Gustavo: Não. Das mulheres! Não deu cento e duas mulheres.
Antônio: Acho que deu, pera aí...

---

[18] Conforme mencionado no início da seção 5.2 .

Gustavo: Deu sessenta e três mulheres[19].

Gustavo argumenta que, a partir daqueles valores escritos no quadro, o resultado não será 102, que era o que estava sendo cogitado como resposta correta, inclusive por ele. Parece não reconhecer a estratégia adotada pela professora de calcular a quantidade de mulheres em cada faixa de horário para depois somar essas quantidades; não percebe que faltam, no quadro, os cálculos da quantidade de mulheres em algumas faixas de horários. A partir da argumentação de Gustavo, a professora busca entender o cálculo que ele realizou.

Excerto 7

Professora: Como vocês fizeram para dar cento e dois?
Gustavo: Eu não tinha feito isso aí. Essa eu fiquei pensando e consegui achar.
[Professora olha séria para ele]
Gustavo: É sério "sora". Deu sessenta e três mulheres.
Professora: Tem que fazer Gustavo! Te organiza, isso aqui é importante. Tem que organizar teu pensamento. Ó: na festa foram quarenta e oito pessoas no total e dezesseis eram homens. Eu tenho que pegar o total e tirar os homens para dar as mulheres. Isso que a gente tem que ir organizando a cabeça. Né?

Diante da dúvida, a professora pergunta novamente como eles realizaram o cálculo do exercício. Gustavo não consegue explicar sua estratégia, e a professora parece desconfiar que o aluno não tenha realizado a atividade proposta. Aparentemente, ela espera que ele consiga explicar de que maneira resolveu, para confirmar que o exercício foi resolvido.

Percebemos que a professora dá ênfase ao registro escrito, ao cálculo pelo algoritmo escolar, e à organização das etapas de resolução e aplicação do algoritmo. Nos primeiros contatos com as atividades de matemática, a professora solicitava que eles registrassem o cálculo no caderno, pois, para ela, "*a continha é o pensamento de vocês*". Para alguns alunos, Eduardo e Gustavo, essa exigência parece ser algo incômodo, causando alguns momentos de desentendimentos entre eles, como pode ser observado na fala "*Tem que fazer Gustavo! Te organiza, isso aqui é importante*", dita de forma mais enfática pela professora.

Mesmo com o foco nas enunciações verbais dos sujeitos, percebemos que alguns momentos de negociações acontecem e são percebidos sem verbalizações. São os silêncios e os olhares que indicam momentos em que os sujeitos aguardam verbalizações (ou ações) dos outros. No Excerto 7, Gustavo se justifica. A professora aguardava a explicitação da estratégia de resolução e como ele não explica, ela manifesta com o olhar uma certa desconfiança quanto à realização da tarefa.

---

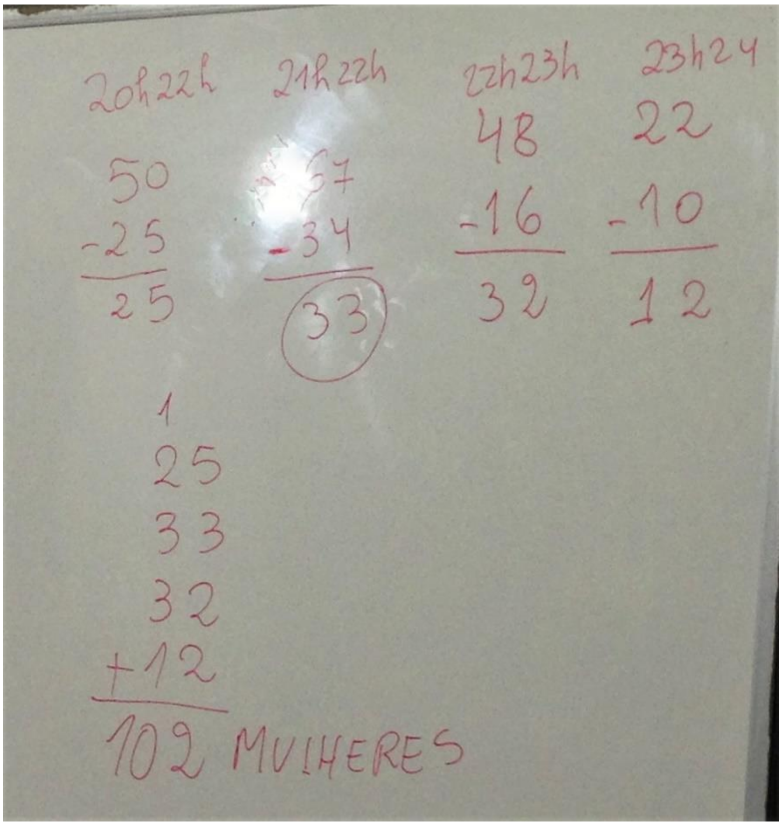
[19] Gustavo realiza uma adição de dois números escritos no quadro – aparentemente, soma os resultados parciais 25 e 33, correspondentes aos dois horários iniciais-, obtendo o resultado 63, mas seu cálculo está errado.

Excerto 8

[Continuam a resolução do item D, para obter o número de mulheres que foram à festa]
Professora: Oito tira seis dá dois; quatro tira um dá três [Retorna para a correção no quadro, realizando o cálculo de 48 – 16, outra faixa de horário informado]
Professora: Agora do último horário: vinte e duas pessoas, dez homens. Dois menos um, um.
Antônio: Doze.
Professora: Então, tudo isso aqui é mulher né? [Referindo-se aos resultados obtidos em cada cálculo de subtração]
Rosângela: Aí a gente tem que pegar, somar tudo aquilo ali de baixo? [Indicando os resultados dos cálculos].
Professora: Isso. Aí tem que pegar e somar tudo de baixo. Vinte e cinco mais trinta e três... Ele não perguntou horário né? Perguntou quantas mulheres foram. Trinta e dois mais doze. [No quadro estão registradas as subtrações correspondentes as faixas de horários, com os resultados 25, 33, 32 e 12. A professora escreve uma única adição com esses valores.]
Professora: Cento e dois. Estava certo o Antônio.
Antônio: Que bom [sorrindo].
Professora: Vocês tem que organizar o pensamento, viu?

Na fala "*eu tenho que pegar o total e tirar os homens para dar as mulheres*" do Excerto 7, a professora explicita a ideia de todo e a operação envolvida, utilizado a palavra "*tirar*" para referir-se à subtração, explicitando o significado da operação nesse contexto. A expressão "*organizar o pensamento*" aparece em outros momentos, outros diálogos e expressa uma expectativa de mobilização de estratégias de resoluções. Também refere-se ao registro escrito como uma forma de auxílio para a organização das estratégias de resolução. A Figura 2 mostra a organização da escrita no quadro e a forma de realização dos cálculos adotada pela professora para responder esse exercício.

Figura 2 – Organização e forma de resolução adotada pela professora.



Fonte: Acervo da pesquisadora.

As perguntas “*como resolveram*?”, ou “*qual resultado acharam?*”, por exemplo, se repetem na prática da professora, provocando as respostas por parte dos alunos. Mas, as perguntas também surgem dos alunos, como no Excerto 8, quando Rosângela pergunta para a professora sobre o procedimento a ser adotado para obter o total de mulheres participantes da festa, “*somar tudo ali de baixo*”. Ela percebe que os resultados das operações fazem referência à quantidade de mulheres em cada horário, e então deve realizar a soma desses valores. Quando fala “*ali de baixo”* refere-se aos valores finais das subtrações realizadas em cada faixa de horário, utilizando uma linguagem figurada para referir-se à diferença. Uma característica que se faz presente nesse excerto é quanto ao termo “*pegar*”: a professora o utiliza com frequência para referir-se aos valores, como se eles fossem algo concreto, manipulável. Como ela utiliza objetos manipuláveis durante as aulas (material dourado, ábaco, lápis de cor, etc.), talvez esteja fazendo relações com esses objetos. Os alunos reproduzem esse termo, como observado na fala da aluna Rosângela ao perguntar se “*tem que pegar, somar tudo aquilo ali de baixo*”. Na mesma fala, Rosângela utiliza a palavra “somar” (e não “juntar”) para referir-se à operação de adição a ser realizada, demonstrando uma tentativa de aproximação aos termos matemáticos usados.

Algumas palavras são usadas recorrentemente para representar as operações de adição e subtração. Carvalho (1997) apresenta indícios dessas “convenções” ao analisar episódios em uma sala de aula de adultos. A autora fala da palavra “juntar” utilizada naquela turma para referirem-se à adição. Nas nossas observações, também percebemos o uso frequente dessa palavra, enunciada pela professora no que parece ser uma tentativa de associação entre a noção matemática escolar e uma linguagem familiar aos alunos. Palavras semelhantes também são enunciadas pelos alunos durante suas explicações e perguntas. No Excerto 8, contudo, percebemos um caminho inverso: Rosângela informa que deve *somar* os valores obtidos para encontrar a resposta correta. Percebemos que há um esforço na sua fala para usar uma palavra específica da matemática escolar para se referir à operação. Ao explicar para a aluna que “*tem que pegar e somar tudo de baixo*”, a professora orienta a operação a ser realizada, mesclando as palavras *pegar* e *somar* para indicar a adição envolvida no problema.

Nessa frase, “*tem que pegar e somar tudo de baixo*”, a professora também está salientando o que está permitido somar nesse exercício: os resultados parciais, obtidos anteriormente referentes ao número de mulheres em cada horário. O total de mulheres que entraram na festa será o resultado da soma desses resultados parciais. O mesmo ocorre na justificativa de efetuar a soma de todos os horários informados na tabela: “*Ele não perguntou horário né? Perguntou quantas mulheres foram*”. Os alunos podem inferir que o enunciado não estabeleceu restrições, pode-se somar todos os valores, e isso é permitido afirmar diante das informações expostas. Isso também mostra a ideia de término, conclusão do exercício: é a última etapa necessária para a obtenção do valor a ser respondido.

Na rotina das aulas, há uma orientação da professora quanto à organização e à apresentação dos resultados e cálculos, além do registro escrito. A professora tem o hábito de olhar o caderno dos alunos e auxiliá-los nas escritas dos sinais e cálculos, conforme o algoritmo escolar de cada operação. Gustavo tem o hábito de escrever à caneta, então, não apaga os valores quando comete erro em algum exercício. A professora insiste que Gustavo deve escrever todas as informações utilizadas na resolução e apresentar os cálculos no formato do algoritmo escolar. Mas, os registros dele são poucos e organizados de modo diferente do algoritmo ensinado. Gustavo tem dificuldades de explicar verbalmente como desenvolve os cálculos, principalmente aqueles que realiza apenas mentalmente, e talvez por isso não os consiga escrever no caderno, ou acha desnecessário. Enquanto a professora circula pela sala olhando o caderno dos alunos, ela faz recomendações, como no caso registrado no Excerto 9.

Excerto 9

Professora: Entenderam? Entendeu? [para Gustavo]
Professora: Vamos ser mais organizadinhos, sem riscalhada, nós já tínhamos combinado... [professora orienta enquanto olha as respostas no caderno de Gustavo]
Gustavo: Mas eu fiz mesmo, 'sora'.
Professora: Faz uma letra que eu possa entender, não sou adivinha.
Gustavo: Mas meu garrancho, dá pra entender...
Professora: É... [um pouco contrariada]
Gustavo: Tem que ver que as pessoas vão... (*sic*)
Professora: Mas não apareceu nenhuma conta... não achei.

Nessa sala de aula, uma prática escolar recorrente é o hábito do registro escrito, dos algoritmos e das estratégias de solução. No Excerto 9, a professora orienta que Gustavo mantenha o caderno organizado e que apresente os cálculos. Mesmo quando as respostas dele estão corretas, ela enfatiza que a maneira como ele resolveu o exercício deve estar registrada, as informações devem estar organizadas e de forma que possam ser lidas e interpretadas por outras pessoas, buscando uma padronização nas formas de apresentação dos cálculos e respostas. Ela lembra que eles "*já tinham combinado*" sobre a organização dos cálculos no caderno, dando a entender uma negociação anterior quanto a esse procedimento, que Gustavo não está cumprindo.

Na resolução do item D ("Quantas mulheres foram à festa?"), a professora escreveu no quadro os cálculos separados por faixa de horários (Figura 2). Essa organização auxilia a responder os outros itens do exercício, como o caso do item E, que pergunta qual foi o horário em que mais mulheres chegaram à festa. O enunciado informa o horário no formato 24 horas, referindo-se ao turno da noite.

Excerto 10

Professora: Então, qual dos horários tem mais mulheres aqui?
Antônio: É vinte e uma horas e... [Confunde-se com a fala das horas]
Rosângela: Eu acho que das vinte e uma às vinte e duas.
Antônio: Vinte e uma... vinte e uma e vinte e duas... É das nove às dez.
Professora: Aqui né. [A professora aponta para um dos quatro cálculos realizados na correção do item anterior] Agora vamos ver quem é. Das vinte e uma às vinte e duas. Esse aqui.
Rosângela: É.
[Antônio sorri por ter acertado a resposta]
Professora: Ele fica faceiro...
[Antônio e Rosângela riem]
Professora: Êee, muito bem!

Nos cálculos efetuados, os alunos encontraram os números 25, 33, 32 e 12 para indicar o número de mulheres nas faixas de horários das 20h às 21h, 21h às 22h, 22h às 23h e 23h às 24h, respectivamente. Ao responder a pergunta, Antônio inicia falando o horário "21h às 22h", como o enunciado informa, mas em seguida modifica sua fala dizendo que o horário "*É das nove às dez*", e responde esses valores com convicção. É comum ouvirmos as expressões "*9 da noite*" ou "*9 da manhã*" e talvez essa forma de expressão seja mais usual para ele também. Contudo, percebe-se que ele se esforça para mobilizar uma linguagem semelhante à dos enunciados.

Excerto 11

Professora: É atenção, organização, pensar. Vocês pensaram em olhar na tabelinha das continhas das mulheres? Pensaram em olhar lá?
Rosângela: Sim... pior que eu acho que as mulheres chegam mais tarde né. Não pensei que elas fossem chegar cedo. É bem menos provável.
Professora: Mas aí tu achou né?
Rosângela: Sim, achei.
Professora: Tu não foi na matemática.
Rosângela: É...
Professora: E na matemática a gente não acha, é tudo exato.
Rosângela: Tudo tem que fazer a conta.
Professora: É.

A aluna Rosângela traz para a discussão a intuição de que "*as mulheres chegam mais tarde*", pois "*É bem menos provável*", fazendo uma relação com situações externas à sala de aula. A resposta encontrada na correção contraria essa intuição. O comentário também sugere que ela acreditou que o problema poderia ser respondido sem cálculos, inclusive sem observar os cálculos efetuados anteriormente, do número de entrada de mulheres em cada faixa de horário. A professora argumenta que "*na matemática a gente não acha*", expressando o que não é permitido fazer; não é permitido usar informações ou suposições que não são dadas no enunciado. Os alunos têm de observar apenas as informações dos enunciados, pois elas fornecerão os dados para obter a resposta. Quando Rosângela fala que "*Tudo tem que fazer a conta*" e a professora confirma, há uma negociação em que Rosângela explicita seu entendimento da matemática escolar – fazer "contas".

As conexões entre o conhecimento matemático escolar mobilizado para a resolução do exercício e as ideias dos enunciados são expostas por meio da linguagem oral. No Excerto 10 observamos que há um esforço de Antônio de realizar conexões entre as ideias dos enunciados e suas concepções sobre o horário informado. No Excerto 11, há um esforço da professora em aproximar-se das linguagens dos alunos, mencionando a "*tabelinha das continhas das mulheres*" para referir-se aos cálculos realizados em uma etapa anterior.

Em outros momentos, a comunicação se apresenta como uma forma de controle, em que a professora faz uso do seu poder de autoridade para organizar a dinâmica de suas aulas. Bishop e Goffree (1986) salientam que o poder do professor em sala de aula assume um papel decisivo na comunicação, oportunizando (ou não) momentos de negociações e explicitações e estratégias. No Excerto 11, a professora questiona a dedução que Rosângela fez referente a resposta do exercício, relacionando o horário de chegada das mulheres com o que ela "*acha*" que acontece em situações externas. A professora salienta que "*na matemática a gente não acha, é tudo exato*". Nessa frase, ela explicita a concepção da matemática escolar que deve ser adotada: existe uma (única) resposta correta que será o resultado de um cálculo envolvendo uma operação matemática. Quando Rosângela concorda, "*Tudo tem que fazer a conta*", ela verbaliza seu ponto de vista quanto aos procedimentos matemáticos que devem ser adotados, o que ela compreende sobre a matemática na sala de aula.

5.2.2 As flores na jarra e os lápis na caixa

A aula do dia 11 de abril inicia com a correção de exercícios da aula anterior. São dois problemas envolvendo adição e subtração. A professora usa vários recursos em suas tentativas de explicação de todas as etapas e maneiras de resolução dos exercícios; além de palavras para indicar as operações matemáticas e analogias, utiliza desenhos ilustrativos e objetos como ábaco, material dourado, lápis e canetas, etc. Os desenhos buscam ilustrar as quantidades somadas e subtraídas nos exercícios e são desenhos de bolinhas, palitos, caixas, flores, etc. Para Clara, aluna com Síndrome de Down, a professora costuma disponibilizar objetos manipuláveis de modo que ela realize os cálculos contando-os.

O excerto abaixo refere-se ao problema: "*Dona Carmem colocou na jarra 48 cravos e 23 margaridas. No dia seguinte retirou da jarra as flores murchas. Na jarra ficaram ainda 51 flores. Quantas flores murcharam?*"

Excerto 12

[A professora desenha uma jarra com flores, algumas delas caídas]

Professora: Tem quarenta e oito cravos e vinte e três margaridas. Então elas estão todas aqui no vaso, né? [Escreve o cálculo de 48 + 23 quadro utilizando o algoritmo escolar]. Oito, nove, dez, onze [conta de 8 até 11 para referir-se à soma 8 + 3 = 11]. Vai um [registra a conversão de dez unidades em 1 dezena]. Quatro, cinco, seis, sete [contanto, 4 + 2 + 1 = 7]. Tinham setenta e uma flores no vaso, tá. Aí ela foi lá e algumas tinham murchado. E a gente não sabe quais são.

Clara: Que desenho mais bonito!

Professora: Hum?

Clara: Desenho bonito!

Professora: Aah... [risos]. Faz de conta que aqui é as murchas, tá? [Indicando os desenhos de flores caídas].

Professora: "No dia seguinte tirou do vaso as murchas" [lendo o enunciado]. Ficaram ainda cinquenta e um. Como é que a gente faz? (...) Como é que tu fez?
Antônio: Eu? Eu fiz de menos. Setenta e um menos cinquenta e um.
Professora: O total que tinha menos as que ficou de tantas que murcharam [escrevendo o cálculo 71 - 51 no quadro] Deu zero [1 -1], sete menos cinco, dois. Então, a resposta é quantas murcharam?
Antônio: Vinte.
Professora: Então, vinte flores. As vinte que murcharam. [Apontando para o resultado do cálculo]. Muito bem, a Janete acertou. Essas aqui [indicando o resultado do cálculo] murcharam. Aí tu bota o sinalzinho aqui de menos, tá? [Informando Janete sobre a correção a ser realizada no caderno].

Clara elogia o desenho da professora no quadro, com um vaso de flores, sendo algumas caídas, ilustrando a situação narrada pelo problema. Os desenhos fazem parte das negociações sobre as linguagens utilizadas para expressar maneiras de resolução. A professora utiliza o caderno da aluna Janete para ler os enunciados durante a correção, então vê a solução dela, avisa que ela acertou o cálculo e precisa inserir o "*sinalzinho de menos*", indicando a necessidade de escrever o sinal para identificar qual operação está envolvida.

O problema seguinte envolvia quantidades de lápis pretos e coloridos em uma caixa: "*Numa caixa havia alguns lápis pretos. Dona Mariana colocou 58 lápis de cor na mesma caixa. Depois, retirou daí 36 para a turma usar em uma atividade, sobrando na caixa 35. Quantos lápis pretos havia?*" A professora corrige esse problema de dois modos diferentes: primeiro com desenhos de caixas e lápis e escrevendo uma sentença matemática ("?" + 58 – 36 = 35) para organizar as informações do enunciado. Para escrever a sentença, interpreta as informações do enunciado: "?" indica a quantidade inicial de lápis pretos, desconhecida, "+ 58" os lápis de cor adicionados, " – 36" indica o número de lápis retirados para usar na atividade e "= 35" indica o número de lápis que sobraram na caixa. Para resolver, ela efetua o cálculo 58 – 36 = 22 e depois 35 – 22 = 13 para obter o número correspondente ao sinal de "?" escrito na sentença.

Depois, utiliza uma caixa de sapatos contendo lápis e giz de cera, demonstrando os cálculos que havia realizado no quadro com a manipulação dos objetos. Eduardo chegou atrasado a essa aula e observa apenas a segunda explicação, com a caixa de lápis.

Excerto 13

[Já havia sido realizado o cálculo 58 – 36 = 22]
Professora: Daí sobrou vinte e dois. Vinte e dois foi o que sobrou dos cinquenta e oito que ela botou dentro da caixa, né? Como é que eu vou saber quantos lápis têm aqui dentro? [Mostrando a caixa com lápis] Se eu sei que o total é... quantos tem?
Eduardo: Vinte e oito...
Professora: Ele disse que o total que tem aqui é...?
Gustavo: Cinquenta e oito...
[Silêncio]

Antônio: O total?
Professora: É...
Eduardo: O total é quanto tinha antes de dar para as crianças, né? [a quantidade inicial + 58 colocados por Dona Mariana]
Professora: Não! Tirando os trinta e seis que ela deu para as crianças... [a quantidade inicial + 22 que resultaram de 58 - 36]
Eduardo: Vinte e dois.

Eduardo havia acabado de entrar na sala, estava sem o caderno e em pé na sala. Durante as perguntas da professora para orientar a resolução do problema, ele responde alguns números como "tentativa" de acertar a pergunta. Para confirmar a interpretação, ele pergunta o que significa o "total" que está sendo discutido: "*O total é quanto tinha antes de dar para as crianças, né?*". Gustavo responde o maior número informado, talvez pela ênfase dada pela professora na leitura da palavra "total". Até que algum aluno responda o valor correto, a professora dá pistas do que está esperando como respostas, como pode ser observado nas falas "*Se eu sei que o total é... quantos tem?*" e "*Ele disse que o total que tem aqui é...?*".

O Excerto 13 apresenta um momento de exposição da professora, explicitando o modo esperado de resolver o problema. Ao perguntar "*Como é que eu vou saber quantos lápis têm aqui dentro?*", percebemos que a professora indica "um caminho" para a resolução do problema e incentiva que os alunos explicitem suas formas de resolução.

Excerto 14

Antônio: Tinha trinta e cinco [o número total de lápis após a retirada, conforme o enunciado].
Professora: Trinta e cinco! O total, lembra que é sempre o que vem depois do igual [referindo-se à sentença escrita no quadro: "?" + 58 – 36 = 35]. "Ele tirou trinta e seis para fazer uma atividade, sobrando na caixa trinta e cinco" [lendo o enunciado]. O que ficou dentro da caixa foi igual a trinta e cinco. Só que ainda dentro dessa caixa tem esses aqui pretos, que eu não sei quanto que é.
Eduardo: Aaaah, se fosse vinte e cinco teria dez [10 + 25 = 35]. São treze [10 + 3 + 25 – 3 = 35]. É por causa que aí, contando os vinte e dois que sobrou, é pra formar os trinta e cinco que tinha na caixa, fica treze [isto é, 13 + 22 = 35]. Né? Daí fecha todas: vinte e dois mais trinta e seis. [22 + 36 = 58].
Patrícia: Tá, e tu sabe montar isso no caderno? [Referindo-se aos cálculos efetuados para a resolução]
Eduardo: Sei professora, acho que já tá montado.
Patrícia: Então de cinquenta e oito...
Eduardo: Tinha treze lápis pretos.

Antônio responde o valor correto para a pergunta do total de lápis restantes na caixa, e a professora continua a explicação da resolução do problema. Após saber que o total de lápis na caixa após a retirada era 35, o aluno Eduardo respondeu o total de lápis pretos, mesmo sem olhar para a resolução que estava escrita no quadro. Ele explica a sua maneira de resolver o problema, concluindo que "*Daí fecha todas: vinte e dois mais trinta e seis*." para enfatizar que sua estratégia está correta, pois 58 é o número de lápis acrescentado ao número inicial de lápis pretos. A professora percebe que ele fez a operação correta mas não confirma, e pergunta se ele consegue registrar essa operação, "*tu sabe montar isso no caderno?*". A explicação oral de Eduardo não é acompanhada de um registro escrito, e não é considerada pela professora como uma resposta suficiente para o problema. A professora retoma sua solução, que envolve a escrita da sentença matemática com o sinal de interrogação, sem considerar a explicação de Eduardo; explica várias vezes as etapas e a maneira como desenvolveu os cálculos para obter o valor dos lápis pretos. Na última exposição, narra todos os passos e traz a ideia das operações inversas.

As respostas dos alunos, às vezes, são "tentativas" de responder corretamente as perguntas da professora. Eles informam valores até obter a confirmação, como pode ser observado nos Excerto 13 e Excerto 14. Os alunos falam valores que estão informados no enunciado do problema até o momento em que a professora confirma um deles. Bishop e Goffree (1986) argumentam que a dinâmica da sala de aula inclui interações nas quais os alunos "tentam sobreviver" e responder corretamente, ou responder o que o professor aceita como resposta. Segundo os autores, essa é uma das primeiras estratégias adotadas pelos alunos na dinâmica da sala de aula.

Excerto 15

Professora: Tu achou os vinte e dois que foi somando os lápis que tinha, os pretos mais os coloridos, mais o que tirou para a turma, sobrou os vinte e dois [indica no quadro o cálculo 58 – 36 = 22]. Só que daí, tu não sabe, tu só tem o total e tu não sabe quantos eram os lápis pretos. Então tu fez essa conta aqui, cinquenta e oito menos trinta e seis [indicando no quadro o cálculo] e aí sobrou aqui [indicando o resultado 22 da subtração]. Aí tu tem que ir pensando: "o que tu não sabe" com mais o vinte e dois tem que dá os trinta e cinco. [A sentença matemática escrita no quadro utilizava o sinal de interrogação para indicar os lápis pretos: "?" + 22 = 35] Essa construção que eu queria que vocês começassem a pensar. Então tu vai fazer aquela conta inversa, quando é mais a gente faz de menos. Tá aqui, trinta e cinco menos vinte e dois [indicando o cálculo efetuado no quadro].

Enquanto ela explica, aponta no quadro os cálculos que foram efetuados, narrando um passo-a-passo das etapas e salienta que a construção dessas etapas é necessária para a resolução dos problemas. Nessa explicação, a "*conta inversa*" é usada para resolver o exercício, pois a solução foi obtida a partir da escrita de uma adição envolvendo o uso do sinal de interrogação representando o termo desconhecido, "*o que tu não sabe*". Em outras situações, a ideia das operações inversas é usada como "prova real" para verificar se o cálculo está correto, tanto pelos alunos quanto pela professora.

Durante as explicações, a professora buscava formas de mostrar aos alunos a estratégia esperada por ela para a resolução de cada exercício proposto. No Excerto 13 e no Excerto 14, contemplamos um trecho de uma explicação da professora sobre um dos problemas: essa era a segunda abordagem, dessa vez utilizando lápis e uma caixa de sapatos para obter o número correspondente à quantidade dos lápis pretos. Ela busca uma outra forma de resolver o problema, reproduzindo a situação narrada no problema com objetos concretos. Ao mesmo tempo, desconsidera a explicação de Eduardo, que segue outro caminho e não está registrada por escrito. No Excerto 15 observamos a explicação da professora de todas as etapas de resolução do problema, conforme a expectativa dela.

Esse episódio, envolvendo a correção de dois problemas, evidencia as estratégias de resolução orientadas pela professora e a utilização de materiais concretos e desenhos ilustrativos para exemplificar as situações narradas, como tentativa de auxiliar na interpretação e desenvolvimento dos problemas.

5.2.3 Os livros de poesia: o jeito de pensar do Eduardo

Esse episódio ocorreu na sequência das atividades do dia 11 de abril. O episódio gira em torno da resolução de um problema aritmético escolar, envolvendo a interpretação e a mobilização de ideias sobre adição e subtração. O enunciado era o seguinte: "*Dona Maria encontrou no lixo 363 livros e revistas e doou para a biblioteca do bairro. Haviam 38 romances, 75 livros didáticos, 15 livros de culinária, 150 revistas e o resto eram livros de poesia. Quantos livros de poesia ela doou*?"

Eu tinha o hábito de observar a maneira como os alunos resolviam os exercícios, buscando identificar as estratégias adotadas por eles para a realização das atividades. Ao observar a resolução de Eduardo para o problema, percebi que ele utilizava a ideia de completamento para realizar as somas. Ele me explica que, primeiro, somou todos os livros e revistas que estavam listados no enunciado e percebeu que o resultado era diferente do número total, 363. Percebeu que faltavam alguns livros para completar esse total, e concluiu que deveriam ser os livros de poesia. O resultado da soma dos livros informados (38 + 75 + 15 + 150) foi 278. Então, realizou o cálculo de quanto faltava para o número 300, obteve 22, e depois somou com 63, para ter o total 363. Chegou à conclusão de que eram 85 livros de poesia.

No intervalo dessa noite, conversando com a professora, ela comentou a respeito "*dos jeitos diferentes*" como Eduardo e Gustavo resolviam os exercícios e parecia estar preocupada com o fato de não registrarem seus cálculos ou, quando registravam, não fazerem isso usando os procedimentos escolares convencionais. Comentei que muitos dos cálculos deles estavam corretos, o que talvez tenha influenciado a decisão de convidá-los a exporem suas estratégias. Ao retornar para a sala de aula, a professora convidou o aluno Eduardo para explicar sua solução para o problema.

Excerto 16

Professora: Tem várias pessoas aqui que a gente está vendo que têm bastante conhecimento. Até tem uma, como eu digo, assim... Sabe resolver os problemas, né, de uma forma, até de uma maneira diferente da outra. Mas, tudo na vida, eu acho, que a gente tem certas regras. A gente tem as leis, por isso que existe, para a gente viver em comunidade. A gente tem que aprender a se expressar de uma maneira matemática... assim, com as regras da matemática. Que nem quando a gente vai fazer alguma prova, vai fazer um concurso, ou que seja essa de cruzinha que vocês têm que marcar, mas vocês têm que desenvolver o pensamento. (...) Por isso que existem certas convenções, os sinais de mais de menos, de dividir, vezes, igual... [ao fundo, Gustavo fala o nome dos sinais das operações matemáticas] Para a gente poder expressar o nosso pensamento. Por isso que muitas vezes, o Gustavo vai lá e faz um problema de cabeça mas fica tudo avoado, o Eduardo da mesma forma... Vamos ver como o Eduardo pensou e resolveu o probleminha dele. Vem Eduardo.

Nessa fala, a professora insiste, como em outras aulas, que uma escrita padronizada é importante para outras situações, inclusive fora do ambiente escolar. Segundo ela, as convenções, sinais das operações, são formas de "*expressar o nosso pensamento*", de maneira que possa ser interpretado por outras pessoas.

Na resolução do problema, Eduardo "toma conta" do quadro e da explicação, narrando passo-a-passo as suas estratégias e os motivos para a realização dos cálculos, fazendo comentários sobre a situação descrita no problema.

Excerto 17

[Eduardo dirige-se sorridente ao quadro]

Professora: Ás vezes tu explica melhor que eu. Vamos prestar atenção no Eduardo, sempre é conhecimento. Lê ali: "Dona Maria..."

Eduardo: "Dona Maria comprou trezentos e sessenta e três livros e revistas e doou para a biblioteca do bairro."

Professora: "Do bairro", ponto. Respira... [orientando a leitura do problema]

Eduardo: "Havia trinta e oito romances", trinta e oito romances... livros de romances. "Setenta e cinco livros didáticos", ponto. Que é pra dar conhecimento [explicando o que ele entende por livro didático]. "Quinze livros de culinária", que é pra fazer lá, pro cara se aperfeiçoar, "e cento e cinquenta revistas e o resto eram livros de poesia. Quantos livros de poesias eram ao todo?" Eu entendi assim dessa forma professora: [interrompe a explicação para comentar o resultado do jogo]

Professora: Tu ainda está ouvindo o jogo?

Eduardo: Tô... tô... aaah, vou perder...

Professora: Hoje eu deixo.

Eduardo: Eu pensei assim...

Professora: Agora no meio do problema se o Inter fizer um gol tu vais gritar gol?
Eduardo: Não, professora, eu vou continuar fazendo o exercício.
[Risos externos]

Eduardo entremeia a releitura do enunciado com comentários sobre cada tipo de livros e suas finalidades. Quando a professora fala "*Do bairro, ponto. Respira...*", ela orienta a leitura do enunciado, observando que ele deve fazer uma pausa quando há um ponto na escrita. Na noite dessa aula estava acontecendo um jogo de futebol do time Internacional. Eduardo usa fone de ouvido durante a sua exposição no quadro. A professora questiona, mas consente no uso do fone, "*Hoje eu deixo*", referindo-se ao fato de em outros momentos não ser permitido o uso de fones de ouvido em sala de aula[20].

No Excerto 17, observamos uma situação em que Eduardo realiza uma exposição, explicitando suas estratégias de resolução do exercício e assumindo, nesse caso, o protagonismo da interação. A professora o convida para expor sua estratégia, contudo, ela intervém durante a exposição para corrigir e orientar o modo como a solução deveria ser apresentada.

Excerto 18

Eduardo: Pensei assim professora: [escreve no quadro a soma com as parcelas em forma de sentença: 38 + 75 + 25 + 110]
Eduardo: Era trezentos. Trezentos no total. Tá, trezentos. Ponto. Esquece os trezentos. [Referia-se ao total de livros, 363, que não será usado na primeira parte da resolução] Daí tem mais aqui ó, são trinta e oito mais...
Professora: Bota embaixo que fica melhor de ver, tu vai somar [orientando a escrita das parcelas, uma abaixo da outra]
Eduardo: Tá...
[Reorganiza o cálculo no quadro escrevendo conforme o algoritmo escolar.]
Eduardo: Ahn... mais setenta e cinco. Tá. Daí eu fiz essa primeira conta [38 + 75]. Aí, daqui dá cem. Tá. Oito com mais cinco dá treze, então dá cento e treze, dá cento e treze a primeira... primeira conta [referindo-se a 38 + 75 = 113]. A segunda, set... [de setenta] hãn, quinze, essa daqui é quinze... mais cento e cinquenta, tá. Ponto. Daí eu somei esses aqui junto, dá um total de cento e setenta e cinco [referindo-se a 15 + 150 = 165, ele fala 175 porém escreve 165]. Ponto. E essa que tá aqui dá o total que estava mostrando aqui [somou 113 + 165 = 278]. Mas aqui, que nem a senhora falou, ela encontrou trezentos e setenta e três livros, né? Só que aqui ó, nessas contas, nessas quatro contas, no total foi junto, ó foi junto aqui ó, dá duzentos, duzentos e setenta e oito [soma os dois resultados]. Tá. Aí tem um ponto [risos externos]. Eu fiz as contas. Aqui, né professora é o que ela encontrou [Referindo-se ao 278, resultado da soma de todos os tipos de livros informados]. Ela tinha tanto aqui, mais tanto aqui, quatro vezes [quatro parcelas]. Só que aí, eu fiquei pensando: tá, mas eu fiz as contas e deu isso [278] o meu resultado, mas tá faltando, tá faltando pra mim completar os trezentos, os trezentos e sessenta... Daí o que o que fiz: quanto

[20] O jogo ao qual professora e aluno se referiam era uma partida de futebol válida pela Copa do Brasil, entre os times Internacional e Vitória, e o resultado dessa partida foi a vitória da equipe do Internacional pelo placar de 2 x 1, com um gol aos 45 minutos do segundo tempo da equipe do Internacional.

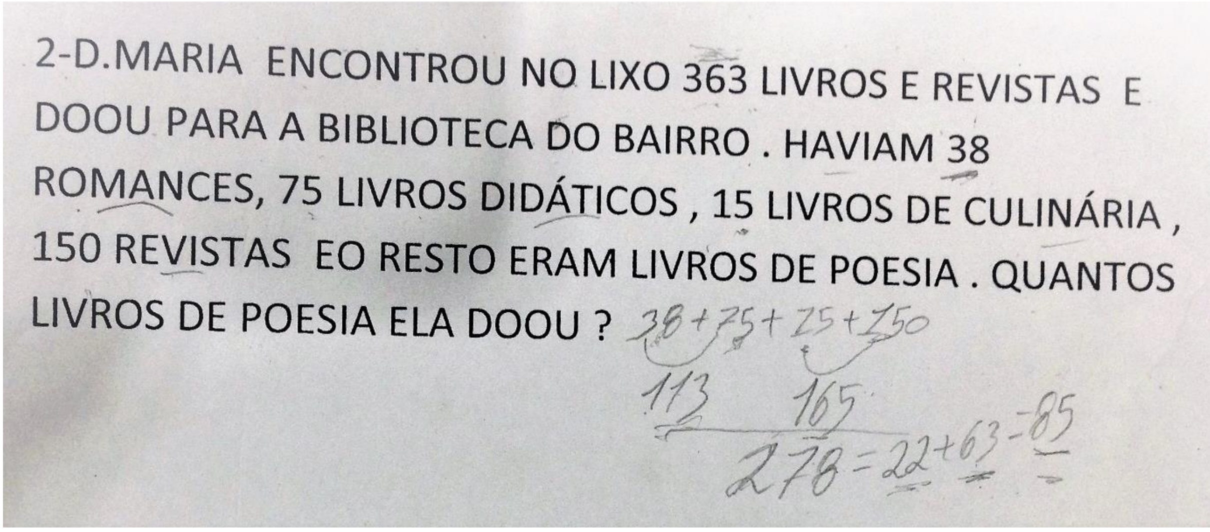
que tá faltando para mim chegar nesses tanto? Que nem eu falei pra ela, [referindo-se a explicação para a pesquisadora] se eu tivesse duzentos e setenta faltaria trinta, trinta para mim chegar no trezentos [270 + 30 = 300]. Mas daí aqui, para mim chegar no trezentos ficou vinte e... vinte e dois [278 + 22 = 300]. Aí cheguei a trezentos. Mais setenta... setenta e três [300 + 73 = 373].

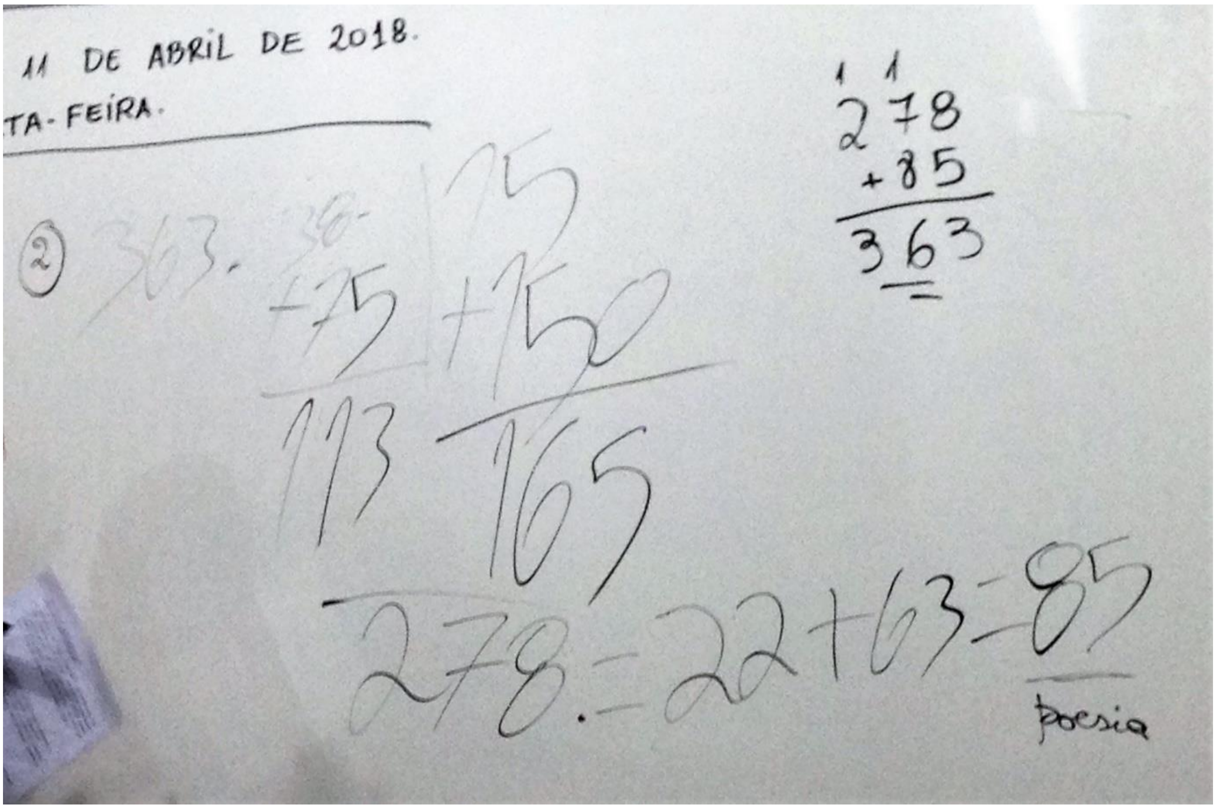
Professora: Sessenta [professora corrige a fala dele].

Eduardo: Sessenta e três. Tá. Aqui, daí eu faço aqui ó, subo aqui dá... oito, dá oitenta... subo aqui dá cinco, tira ainda o total [escreve no quadro o cálculo 363 – 278]. É o que eu pensei, entendeu? Que aí isso aqui é o que tá se relacionando aos livros que ela estava falando aqui de... poesia, entendeu? Que é o restante que faltaria para chegar, para chegar até esse número aqui [363, total de livros que ela encontrou] que é o que ela tem. Ela não tem nem mais nem menos, ela tem isso aqui. Isso aqui tem que fazer essa relação para chegar nesse resultado. É assim que eu entendi.

Nessa situação, o primeiro elemento de negociação está implícito. Na folha de resolução da atividade, como mostrado na parte de cima da Figura 3, Eduardo escreve os cálculos em uma mesma linha (38 + 75 + 15 + 150 =) e faz somas parciais (38 + 75 e 15 + 150), que depois soma para obter o resultado final 278. Quando ele inicia a resolução no quadro, a professora orienta que escreva “embaixo que fica melhor de ver”. Ele acata a orientação e modifica a escrita utilizando o formato do algoritmo escolar de soma de várias parcelas, uma abaixo da outra, conforme a parte de baixo da Figura 3. Nessa solicitação, a professora enfatiza que ele utilize uma escrita padronizada, relacionando-a com a operação que está sendo desenvolvida, “*tu vai somar*”, e com o algoritmo escolar padrão para essa operação.

Figura 3 - Os diferentes registros de Eduardo na folha de atividades e no quadro.





Fonte: Acervo da pesquisadora.

Ao resolver o problema no quadro, Eduardo reproduz a solução que havia me explicado. Ele soma os números de livros que constam no enunciado e comenta que essa soma é menor que o total de livros que a Dona Maria, personagem do problema, encontrou, e argumenta: "*ela não tem nem mais nem menos, ela tem isso aqui*", ou seja, o número de livros tem que ser exatamente 363. Para obter a quantidade que está faltando, utiliza a estratégia de completar os valores até obter o número 363, sem fazer a operação de subtração, da mesma forma como fez na folha de atividades. Durante a exposição, Eduardo fala o número 70, mas, na verdade, quer se referir ao número 60, e a professora o corrige. Na explicação das etapas de resolução, Eduardo enfatiza as ocorrências de ponto, falando "*aí tem um ponto*", o que causa risos da turma. A professora havia orientado a leitura do enunciado e o aluno enfatiza aqueles momentos em que há de ser observada a pontuação.

Eduardo deixa explícito seu entendimento sobre o problema proposto e sobre as conexões que estabeleceu com seus conhecimentos, ao descrever cada um dos tipos de livros que o problema enunciava. Quando ele fala que "*eu fiz as contas (...) mas tá faltando pra mim completar os trezentos...*", Eduardo está avaliando as próprias etapas de resolução desenvolvidas, fazendo conjecturas e avaliando as soluções possíveis para o problema. Ele explica minuciosamente seus passos de resolução do exercício e finaliza: "*É assim que eu entendi*". Assim ele assume uma posição dentro daquela interação, explicitando o seu modo de interpretar e resolver o problema proposto.

Ao pensar sobre e como pensam, ao enunciar suas estratégias e pontos de vistas, os alunos explicitam seus entendimentos e pedidos de explicações sobre o conteúdo abordado. Gomes (2012) observa que "quando as pessoas jovens e adultas buscam compreender, interpretar e comunicar, elas estão conhecendo o mundo e as práticas nas quais estão imersas; mas, ao mesmo tempo que elas conhecem, também se dão a conhecer" (GOMES, 2012, p. 70). E é a partir dessa atitude de "*dar-se*" a conhecer que as interações entre os sujeitos oportunizam a negociação de sentidos e de significados, com a explicitação das diferentes formas e modos de pensar.

Na exposição dos seus pontos de vista, Eduardo utiliza palavras e expressões coloquiais para informar as relações estabelecidas com os conhecimentos matemáticos mobilizados. Ele explicita os procedimentos que utilizou para a resolução do exercício, e a professora pode identificar as etapas do seu raciocínio. Ela confirma a validade das estratégias adotadas, afirmando que "*está bem certinho a conta dele*", conforme observado no Excerto 19.

Excerto 19

Professora: Tá, tá bom, tá ótimo.
Professora: Vamos ver se tá certo... não apaga. [Eduardo ameaça apagar os cálculos que realizou no quadro] hãm... então duzentos e setenta e oito com setenta e cinco tem que dá os trezentos e...
Eduardo: Isso!
[Professora murmura os cálculos e efetua 278 + 75 = 363]
Professora: Tá bem certinha a conta dele.
Eduardo: Entendeu professora, é assim que eu penso, do meu modo. A senhora falou pra pensar, pensar, eu vou é pensar...

Professora: Tá ok. Viu? Há muitas maneiras de pensar. Mas, ele foi fazendo, ó, ...
[Ela aponta para o quadro, risos dos alunos]
Professora: Assim né [gesticulando com as mãos, dando a entender a desorganização dos cálculos]. Se, às vezes for um número um pouco mais complicado ou um número alto, tu pode te complicar um pouquinho, talvez. Então por isso que a gente precisa seguir certas regrinhas matemáticas tá? Porque nem tudo tu vai conseguir esse jeito de fazer.

Esse episódio inicia com a exposição da professora sobre a importância do registro escrito dos cálculos e das etapas de resolução. No início do Excerto 16, a professora enfatiza que "*A gente tem que aprender a se expressar de uma maneira matemática... assim, com as regras da matemática*". A matemática escolar tem uma linguagem escrita convencional expressa por signos, sinais, que expressam significados. Durante as aulas, a professora enfatiza e orienta o registro escrito e padronizado das etapas realizadas na resolução dos exercícios e utiliza os cálculos de Eduardo para exemplificar uma escrita não adequada para a sala de aula.

Ao término da explicação do Eduardo, a professora corrige os cálculos realizados para confirmar o resultado obtido por ele. Ela realiza o cálculo 278 + 85 = 363 para confirmar a resposta e comenta a apresentação dos cálculos dele. Parece usar isso como uma estratégia didática para salientar a importância que ela atribui ao padrão de apresentação dos registros matemáticos. No discurso da professora, é importante que os alunos saibam fazer registros de forma organizada e seguindo um padrão matemático para não "*se perder*" nas etapas de resolução, e para que outros alunos e professores consigam compreender a estratégia utilizada para a resolução do problema. Após isso, ela continua a correção, resolvendo novamente o exercício com o uso do algoritmo da soma.

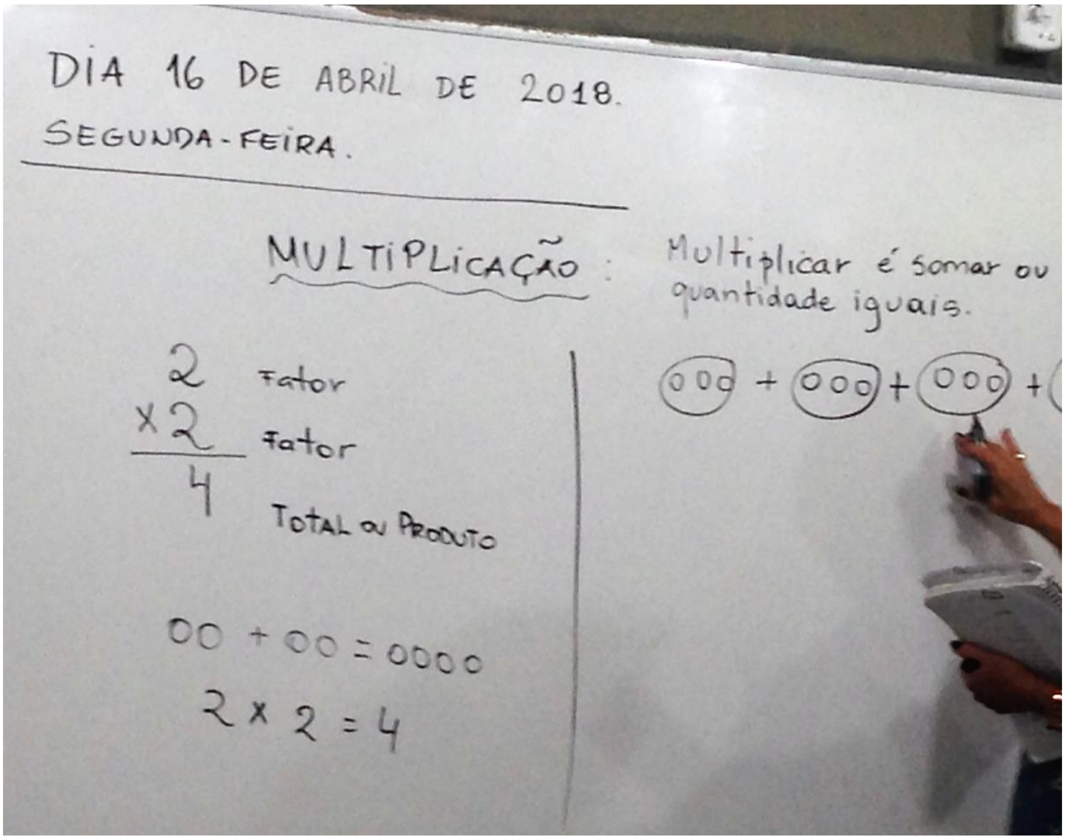
No Excerto 1, mencionado no início da seção, observamos a orientação da professora: "*Pensem um pouco*". Frases como essa aparecem em outras situações durante a aula. Após a explicação do seu cálculo, Eduardo salienta: "*é assim que eu penso, do meu modo. A senhora falou pra pensar, pensar, eu vou é pensar*", frisando que adotou estratégias próprias para resolver o exercício.

5.2.4 As ideias iniciais da multiplicação: as somas sucessivas e a tabuada

A partir do dia 16 de abril, a professora começou a abordar as ideias envolvendo a operação de multiplicação. Nessa noite, seis alunos estavam presentes: Antônio, Ivete, Patrícia, Janete, Clara, Rosângela. A aula inicia com exercícios envolvendo a operação de multiplicação. A professora informa que "*vão ver a multiplicação hoje*". Ivete e Patrícia recebem uma folha de atividades envolvendo operações de adição e subtração e, ao entregar a folha de atividades para Patrícia, a professora pergunta: "*Tu já fez alguma continha para mim? Ou tu já quer olhar a multiplicação? Acho que tu já consegue*." Ela entrega a folha de atividades diferente para Patrícia, mas orienta que acompanhe a explicação da operação de multiplicação.

O título "multiplicação" é escrito no quadro e, logo abaixo, o cálculo 2×2 no formato do algoritmo da multiplicação, informando que cada número 2 é chamado de "fator" e o resultado 4 é chamado de "total ou produto". Para iniciar a explicação, a professora faz desenhos de dois grupos de bolinhas com o sinal da adição entre eles e o sinal de igualdade após o segundo. O resultado é um grupo com quatro bolinhas (Figura 4).

Figura 4 - Exemplos dos desenhos utilizados para introduzir a ideia de multiplicação.



Fonte: Acervo da pesquisadora.

A multiplicação é caracterizada como soma de parcelas iguais. Nas suas exposições, a professora utiliza os desenhos de grupos de bolinhas para conceituar a multiplicação como o resultado de somas sucessivas de parcelas iguais, "*multiplicar é somar ou repetir quantidades iguais*", frase repetida por ela durante suas falas. Os desenhos são uma forma de representar graficamente que multiplicar 2×2 equivale a somar dois grupos, cada um com dois elementos, e ela desenha, após o sinal de igualdade, um grupo com quatro bolinhas. Ao informar que "a *multiplicação é a soma de várias parcelas*”, a professora salienta que o “*sinal muda*”, para identificar que estão iniciando o estudo de outra operação.

O segundo exemplo apresentado pela professora é 3×3. Nesse caso, a multiplicação equivale à soma $3 + 3 + 3$, mas Rosângela fala em somar $3 + 3$. Ela parece não entender que o primeiro fator indica o número de parcelas a serem somadas, ou supõe que sempre serão somadas duas parcelas iguais, ou trata a multiplicação como adição, generalizando o que ocorre no primeiro exemplo: se $2 \times 2 = 2 + 2$, poder-se-ia supor que $3 \times 3 = 3 + 3$. Para “corrigir” esse modo de pensar, a professora desenha no quadro quatro grupos, cada um com três bolinhas, separando-os com o sinal de adição.

Excerto 20

[Professora conta os valores em voz alta enquanto desenha conjuntos de bolinhas para representar a soma de parcelas iguais, no caso, 3 + 3 + 3 + 3]
Professora: Como é que eu transformo isso aqui na multiplicação?
[Os alunos não respondem]
Professora: Como é que nós vamos fazer a continha?
Rosângela: Três vezes o três...
Professora: Hum?
Rosângela: Teria que botar o três ali...
Professora: Então, ó, tem três quantas vezes?
Rosângela: Três... [contando os números no quadro]. São quatro vezes?
Professora: Quatro vezes... E aí que número?
[Aguarda resposta enquanto escreve no quadro 4 × 3]
Professora: O número três. Vai dar?
Ivete: Doze.
[Enquanto a professora explicava, Ivete respondia os números que eram resultados da multiplicação]
Professora: Doze. Tá lembrando, Ivete? [Ela responde afirmativamente]

Nessa exposição, a professora tenta estabelecer uma relação entre os desenhos utilizados e a escrita matemática que representa a operação de multiplicação. Nesse caso, primeiro faz os desenhos e depois solicita a escrita em sentença matemática, utilizando a operação de multiplicação: $4 \times 3 = 12$.

Ivete acompanha a explicação da professora e responde os resultados das multiplicações que são pedidos pela professora. Ela fala baixinho, mas em alguns momentos, quando nenhum outro aluno responde, ela responde em tom mais alto, para ser ouvida pela professora.

Após essa explicação inicial, a professora apresenta a tabuada para os alunos. Ela caracteriza a tabuada como sendo uma tabela que contém o resultado das multiplicações dos números de 0 a 9. Por exemplo, a tabuada do 2 contém os resultados da multiplicação do número 2 por cada um dos números de 0 a 9, e assim para os demais números.

Primeiramente a professora apresenta a tabuada como uma tabela única, em que o produto a ser escrito em cada célula é a multiplicação do número da correspondente linha pelo número da correspondente coluna. Ela escreve a tabela no canto do quadro, numerando a primeira linha e a primeira coluna de 0 a 9, conforme mostrado na Figura 5.

Ela orienta que os alunos "*não precisam copiar*", indicando que eles deveriam acompanhar a construção e a explicação para completar os valores resultantes de cada multiplicação. A professora pergunta se eles "*conhecem essa*", buscando informações das lembranças dos alunos, como algo que já teria sido visto por eles em outras etapas. Rosângela responde que "*essa aí eu não conheço*", manifestando seu desconhecimento da tabuada nesse formato.

Figura 5 – Exemplo de tabela desenhada no quadro.

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0										
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										

Fonte: Adaptação criada pela pesquisadora para ilustrar a situação narrada.

Excerto 21

[Professora efetua as multiplicações linha × coluna e insere os valores nos respectivos quadrados]
Professora: Zero vezes zero, zero. Zero vezes um, zero. [Completa os espaços da primeira linha com zeros]
Rosângela: Tudo fica zero?
Professora: Tudo que é multiplicado por zero é zero.
[Continua completando a tabela]
Professora: Na [linha] do um, vai dar sempre ele mesmo né, porque eu estou multiplicando uma vez só.

Para completar a tabela, fala em voz alta cada fator da multiplicação que está efetuando. Para obter os resultados, orienta que "*faz daqui pra lá ou de lá pra cá*", referindo-se à ordem: linha por coluna ou coluna por linha. Novamente, enquanto a professora pergunta os resultados das multiplicações, Ivete responde os valores.

Ao iniciar o preenchimento da tabela, a professora faz as multiplicações de cada um dos números por zero e enfatiza que "*Tudo que é multiplicado por zero é zero*". Essa informação é repetida outras vezes, como algo a ser "decorado" pelos alunos, para lembrarem do resultado da multiplicação. Ao preencher os outros resultados da multiplicação, a professora confunde-se com a multiplicação linha × coluna ou coluna × linha, mas depois diz que "*vai dar a mesma coisa*", referindo-se ao resultado da multiplicação. Ao hesitar na resposta da multiplicação de 1 × 0, Rosângela tenta falar sua interpretação, porém a professora interrompe e de forma enfática conclui: "*Não! Todo número multiplicado por zero é zero*". A professora dá ênfase a essa informação, a repete várias vezes durante a aula e parece ter isso como um enunciado definitivo para o resultado da multiplicação por zero.

Ela não conclui o preenchimento de toda a tabela, mas orienta que "*assim vai indo*" para indicar como terminar o preenchimento. Os alunos parecem não acompanhar ou não compreender o que está sendo realizado pela professora e ela mostra algumas folhas impressas que contêm a tabuada dos números 1 a 9, conforme exemplo abaixo.

Figura 6 – Exemplos das tabuadas dos números 1 e 2 que constavam nas folhas distribuídas.

1 × 1 = 1	1 × 2 = 2
2 × 1 = 2	2 × 2 = 4
3 × 1 = 3	3 × 2 = 6
4 × 1 = 4	4 × 2 = 8
5 × 1 = 5	5 × 2 = 10
6 × 1 = 6	6 × 2 = 12
7 × 1 = 7	7 × 2 = 14
8 × 1 = 8	8 × 2 = 16
9 × 1 = 9	9 × 2 = 18
10 × 1 = 10	10 × 2 = 20

Fonte: Adaptação criada pela pesquisadora para ilustrar a situação narrada.

A professora distribui as tabelas para os alunos e orienta que eles as guardem, "*colem na primeira folha do caderno*", pois utilizarão para os outros cálculos.

Mais ao final da aula, a professora entrega uma folha com uma tabela semelhante àquela que foi exemplificada no quadro no início da aula (Figura 5). Os alunos foram orientados a completá-la com os resultados das operações. Antônio adota a estratégia de somar cada parcela ao resultado anterior, utilizando os dedos para auxiliar na contagem. Patrícia completa a tabela desenhando risquinhos em uma folha separada e contando o total de risquinhos desenhados, agrupando-os da mesma forma como a professora realizou no primeiro exemplo. Nesses casos, ela sempre conta todos os risquinhos desenhados, não percebendo que pode continuar a partir do resultado anterior obtido. Com valores menores, Patrícia faz grupos com os lápis e canetas que possui, contando o resultado final.

Rosângela obtém os resultados desenhando grupos de bolinhas e contando a quantidade final de bolinhas. Na sala de aula, há um relógio de parede analógico. Comento com Rosângela que para a tabuada do número 5 ela poderia usar o relógio como apoio, pois se o ponteiro maior está em cima de um dos números, os minutos são o resultado da multiplicação do 5 pelo número que o ponteiro está indicando. Mais tarde ela sugere para a professora que utilize essa estratégia para construir a tabuada.

Excerto 22

Rosângela: Eu fiz que nem a professora disse [referindo-se a mim]: conta no relógio os números dos minutos, dez, quinze, vinte e cinco.
Professora: Aaah isso é uma boa ideia.
Rosângela: Eu contei mas aí chegou na hora e me atrapalhei.
Professora: Porque né, o que tu tá fazendo: tá sempre contando mais cinco.
Rosângela: É tipo quinze minutos, dois minutos, cinco minutos...
Professora: É cinco, dez, quinze, vinte, vinte e cinco... né?

Rosângela explica que obteve os números usando as marcações do relógio. Quando a professora fala que "*tá sempre contando mais cinco*", a professora sugere que pode somar parcelas de 5, sempre somando 5 ao resultado anterior, não necessitando recomeçar a contagem a partir do número 1. Essa estratégia não é explorada posteriormente, nem pela professora nem pelos alunos.

Observamos que a professora não constrói a tabuada do número 10 e orienta que "*a do dez é só a gente acrescentar o zero*". Em uma atividade posterior, quando foi solicitado que eles escrevessem no caderno a tabuada do número 2 ao número 5, a professora não informa o resultado de 2×10. No quadro, ela escreve apenas os resultados das multiplicações por zero até as multiplicações por 9, retomando a ideia de que basta realizar a operação de 2×1 e acrescentar um zero para obter o resultado. Rosângela lembra que "*duas vezes zero, é zero*", parecendo não entender o motivo de o resultado ser 20 nesse caso, mas a professora apenas confirma a informação de que o resultado é zero.

5.2.5 Os quadradinhos

Esse episódio aconteceu na sequência da aula do dia 16 de abril, dando continuidade à ideia de multiplicação. A professora inicia uma atividade utilizando o papel quadriculado para a realização da multiplicação. Ela distribui para cada um dos alunos uma folha de papel quadriculado e orienta que devem desenhar as multiplicações no papel fornecido, para "*enxergar o que é fazer dois vezes dois*", por exemplo.

Excerto 23

Professora: Eu trouxe umas folhinhas quadriculadas para a gente ver esse raciocínio. Vou dar uma folha para cada um e vai dar para a gente ir trabalhando bastante. A folha ela é toda quadradinha, tá? [Mostrando a folha quadriculada] Então a gente quer construir as continhas ali. Então, por exemplo, eu vou dar umas continhas e vocês vão montar aqui. Tipo assim, vamos pegar essa pequenininha, duas vezes duas. Então, o que significa? Aqui é tudo quadradinho né. [Desenha no quadro uma representação da malha quadriculada] Mas o que significa que eu tenho duas vezes duas? Eu pego, que nem nas caixinhas de ovo, duas na vertical [hachurando os quadrados] vezes duas [hachura na horizontal]. Então deu quatro. Tá? Vamos ver se a gente consegue montar aqui.

Rosângela: Mas daí tem que fazer bolinha ou só botar os números? [Lembrando dos primeiros exemplos com o desenho de bolinhas]

Professora: Não, tem que pintar os quadradinhos. Assim que nem eu fiz ali. Pintar, com lápis de cor. Eu fiz com a caneta, mas pode pegar um lápis de cor e pintar.

Rosângela: É que depois embaixo vai os números?

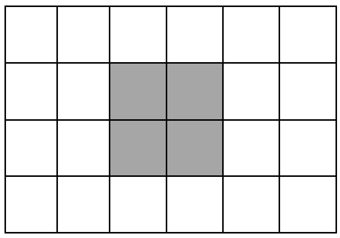
Professora: Aí bota no lado. Eu vou dar as continhas.

Clara: É grande a folha.

Professora: É, não é pra gastar tudo hoje, é pra guardar que nós vamos ir trabalhando.

Para exemplificar a atividade a ser realizada com o papel quadriculado, ela desenha no quadro uma malha quadriculada e faz o exemplo da multiplicação 2×2: hachura dois quadrados na vertical e dois quadrados na horizontal, e depois completa o retângulo (neste caso, um quadrado) de duas linhas e duas colunas, nesse caso, resultado da multiplicação de 2×2 (ver exemplo na Figura 7). Ela ainda escreve os valores respectivos nas linhas e colunas, no intuito de indicar que devem contar duas linhas e duas colunas. O resultado da multiplicação será o número total de quadrados hachurados na malha quadriculada.

Figura 7 – Exemplo da multiplicação 2×2 na malha quadriculada.

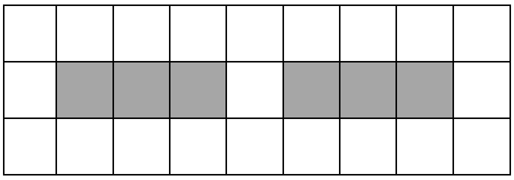


Fonte: Adaptação criada pela pesquisadora para ilustrar a situação narrada.

Rosângela confunde-se com o exemplo das "*bolinhas*" utilizado no início da aula. A professora orienta que "*tem que pintar os quadradinhos*", indicando outra forma de obter o resultado da multiplicação: será a soma dos números de quadradinhos que foram pintados na vertical e na horizontal, de acordo com os números informados no cálculo.

Quando a professora informa que "*eu vou dar as continhas*", refere-se a outros cálculos que serão utilizados para trabalhar com a malha. Ela escreve no quadro os seguintes cálculos: 2 × 3, 2 × 5, 3 × 3 e 4 × 2. Ao terminar, informa que "*vou começar com umas continhas bem baixinhas só para ir gravando*", e solicita que resolvam no papel quadriculado. Rosângela pergunta se "*tem que fazer as bolinhas ou o x?*", talvez confundindo-se com os primeiros exemplos, para os quais foram desenhadas bolinhas. Alana pergunta se é para resolver na folha ou no caderno, e a professora escreve no quadro, antes dos cálculos informados, "*na folha*". Patrícia escreve as operações na folha quadriculada, sem pintar os quadradinhos. Antônio hachura duas vezes três quadradinhos mas na mesma linha, não relacionando com a coluna, mas parece não ter certeza (ver exemplo na Figura 8). Antônio me pergunta se está correto no mesmo momento em que a professora explica no quadro esse cálculo, então ele percebe que "*tem que ir para baixo*". Ele desenha os outros segundo essa orientação, mas parece não ter certeza se precisa pintar o primeiro ou o segundo número de quadradinhos informados na vertical.

Figura 8 – Exemplo da representação da multiplicação 3 × 2 feita pelo Antônio.



Fonte: Adaptação criada pela pesquisadora para ilustrar a situação narrada.

Excerto 24

Professora: Duas vezes três. Ó, duas vezes o três. O um vezes o três tu conta assim ó: um, dois, três. [hachura três quadradinhos na mesma linha]
Rosângela: Aaaahh
Professora: Aí no dois...
Rosângela: Mais três do lado.
Professora: Não, já conta aquele né. É duas vezes o número três. Como se aqui tivesse o três, mais três, mais três...
Rosângela: É igual aquele ali né, do doze. Três quadradinhos é igual aquele ali com as bolinhas dentro né? [Referindo-se ao exemplo com conjuntos de bolinhas]
[Professora responde afirmativamente]
Professora: A folha tá toda quadriculada né. Aí vocês tem que pegar um lápis para colorir.
Rosângela: Fazer que nem um xadrez né?
Professora: É, que nem um xadrez. Mas vocês vão ter que deixar espaço para fazer cada operação, não vão emendar uma na outra.

Rosângela relaciona a ação de pintar os quadradinhos com o exemplo anterior das bolinhas, em que era necessário fazer quatro grupos de três bolinhas. Nesse momento, deve-se pintar uma coluna de três quadradinhos e repetir isso tantas vezes quantas for o número multiplicado pelo número três.

A professora orienta que os alunos utilizem lápis de cor para pintar. Ela auxilia Clara com o primeiro cálculo, pintando no papel quadriculado com um lápis de cor. Rosângela compara pintar os quadrados com "*um xadrez*", talvez por alguns quadradinhos serem pintados e outros não. Há uma orientação de "como fazer" a atividade: deixar espaço, hachurar a quantidade de linhas e colunas de acordo com as parcelas envolvidas. O recurso do lápis colorido parece uma maneira de auxiliar Clara na visualização do resultado final. Antônio informa que pintou de lápis (de escrever) "*que é pra não errar*". Ele não tem certeza do procedimento, então, caso necessite corrigir sua atividade, pode refazê-la apagando os quadradinhos pintados.

A professora mantém um padrão durante suas explicações: 2×3 é "*pegar o três duas vezes*", 4×2 é repetir o dois quatro vezes. No início do Excerto 24, percebemos que ela explica cada um dos resultados da multiplicação pelo número três. Para obter o resultado final é necessário "*fechar o quadradinho*", ou seja, construir um retângulo com o número de colunas e linhas referente a cada uma das parcelas da multiplicação abordada e contar os quadradinhos que estão compreendidos nesse retângulo.

Excerto 25

Professora: No quatro vezes dois eu estou repetindo o número dois quatro vezes. É dois, mais dois, mais dois e mais dois. Quatro vezes o número... Eu estou dizendo que o número dois aparece quatro vezes.
Rosângela: Aaah tá.
Professora: Então é dois, mais dois, mais dois, mais dois. Quatro dois. [Referindo-se à quantidade de vezes que o dois está sendo somado]
Professora: Entendeu?
[Rosângela responde afirmativamente]
Professora: Então o que é: quatro vezes o número dois.
[Faz os desenhos dos quadradinhos no quadro e conta para obter o resultado]
Rosângela: Agora eu entendi. Tem que fazer os quadrados sempre na vertical né?
Professora: Não... tu tem que entender o que tá dito. Quatro vezes o número três [utiliza outro exemplo] é o número três que repete quatro vezes.
Rosângela: E os quadradinhos representam o número que tá ali. Dá pra fazer um círculo em volta com os quadradinhos ali dentro.
Professora: Sim... então tu conta...
Rosângela: Eu botei os números para eu não me perder aqui [informando que escreveu abaixo da linha hachurada o número correspondente]. Tá certo, né?
Professora: Ó, tu vai precisar de um, dois, três, quatro [contando na horizontal]. Quatro vezes o três. Um, dois, três [contando quadrados na vertical]. Entendeu?
Rosângela: Aí conta ali, um, dois, três, quatro... até o final que dá doze. É isso?

Professora: Aham.
Rosângela: Aaahh tá. Acho que agora aprendi.
Professora: É, as vezes a gente custa pra... para engatar, né?
Rosângela: Matemática eu sou bem ruim nessas contas ai.

Rosângela indaga sobre a maneira como deve ser feita a atividade e como obterá o resultado final da multiplicação. Os exemplos anteriores envolviam grupos com quantidades iguais somados repetidas vezes. Nessa atividade, o resultado será a soma dos quadradinhos hachurados na malha, formando um retângulo com o número esperado de linhas e colunas, o que modifica a forma de obtenção do resultado. A professora enfatiza que devem "*entender o que tá dito*", o significado do cálculo solicitado e o significado da multiplicação. Há uma expectativa dela em relação à leitura e à interpretação da escrita dos cálculos. Ela orienta o modo de fazer: o número dois aparece quatro vezes, então cada aluno deverá hachurar quatro colunas com dois quadrados.

Rosângela insiste na confirmação do procedimento, perguntando várias vezes sobre a maneira como deve ser realizada a atividade, lembrando do exemplo inicial, que envolvia os grupos com valores iguais. Essa atividade não é uma repetição da atividade anterior; é uma outra forma de identificar a multiplicação, utilizando o recurso da malha quadriculada.

Essas atividades, narradas nos episódios "As ideias iniciais da multiplicação: as somas sucessivas e a tabuada" e "Os quadradinhos", são os modos como a operação de multiplicação começa a ser abordada em sala de aula. Ao término dessa aula, foram realizados cálculos de multiplicação, alguns com números de apenas um algarismo, como 3×4, e outros com números de dois algarismos. Com números de dois algarismos, foi utilizado o algoritmo escolar da multiplicação, e a professora explicou as etapas e procedimentos como forma de obter o resultado nesses cálculos. No Excerto 26, observamos a maneira como ela expõe aos alunos.

Excerto 26

Professora: As [multiplicações] com unidade aqui ainda é simples. A gente multiplica a unidade e multiplica a dezena. Agora eu vou dar os dois [números com] dezenas: vinte e quatro vezes trinta e dois. Olha como na multiplicação não precisa ser o número maior em cima. Pode ser tanto embaixo quanto em cima que vai dar a mesma coisa.
Professora: Então, o que eu vou fazer: vou multiplicar as unidades e depois as dezenas. Duas vezes quatro, oito; duas vezes duas, quatro. Deixo um espaço aqui, que eu já multipliquei a unidade, vou multiplicar a dezena. Três vezes quatro.... doze. Aí já começa aqui: e vai um que não pode ir na dezena, vai um lá na centena. Três vezes duas, seis, mais um vai dar sete. Aí soma as parcelas. Então deu oito; quatro cinco seis; e sete. [Obtendo o resultado 768] Já deu centena, setecentos e sessenta e oito.

Nesse excerto, percebemos que uma nova regra é ensinada para o algoritmo: ao realizar a multiplicação com números compostos de dois algarismos, existe uma sequência de passos mais complexa a ser seguida. Inicialmente, deve ser realizada a multiplicação do algarismo das unidades do segundo fator pelo primeiro, depois a multiplicação envolvendo o algarismo das dezenas, mas a professora orienta que "*deixo um espaço aqui*", na posição das unidades, e posteriormente somam-se os resultados parciais obtidos. Nessa exposição, ela salienta que se mantém a regra adotada na adição, "*vai um*", quando o resultado da multiplicação for composto de dois algarismos, devendo-se registrar o algarismo das dezenas acima dos demais algarismos dessa mesma ordem, para indicar a composição do número com a ordem de grandeza das dezenas.

Nessa primeira aula abordando a operação da multiplicação, observo que a comutatividade não é enunciada. A professora salienta que "*não precisa ser o número maior em cima*", como é necessário na operação de subtração. A ordem das parcelas não importa no resultado, pois "*vai dar a mesma coisa*", fala da professora repetida em algumas exposições. Essa comutatividade não é explicitada pela professora, apenas orienta a forma de organização do cálculo escolar.

Ao explicar o passo-a-passo do algoritmo, a professora enfatiza a posição decimal dos números e as etapas a serem seguidas. Mais ao final da aula, na correção de outros exercícios, ela salienta que "*aí vai aplicando tudo que a gente já viu*", referindo-se aos procedimentos usados no algoritmo da adição, que também são aplicados na soma dos resultados parciais da multiplicação, para a obtenção do produto.

5.2.6 O exemplo dos queijos: quanto cabe em cada caixa?

Na aula do dia seguinte, dia 17 de abril, a professora solicita que eles resolvam problemas envolvendo a interpretação dos enunciados para a mobilização da operação de multiplicação. O primeiro problema era o seguinte.

1. Meus primos compraram três caixas de queijo. Ao abri-las contamos 24 queijos no total. Quantos queijos há em cada caixa? Complete a tabela.

Caixas	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quantos queijos?	8	16	24	32					

Ao explicar o exercício, a professora fala que os alunos devem olhar para as informações da tabela que acompanha o exercício.

Excerto 27

Professora: Eu estou dando o dado.
Rosângela: Como assim "dado"?
Professora: Dei a tabela preenchida, como vocês vão completar o resto?
Rosângela: Ah... [Mas parece não entender]

Rosângela entende que deve fazer a multiplicação conforme a tabela da aula anterior, multiplicando os números da primeira linha por algum outro número, mas não identifica qual. Ela consulta a folha de tabuada que tem colada no caderno, mas não observa o "padrão" que os resultados da tabela do exercício seguem. Rosângela não leva em consideração o número 8, quantidade de queijos em uma caixa. Ela intui que o exercício envolve a operação de multiplicação e opta por fazer as bolinhas, "*mas eu vou fazer as bolinhas*", como haviam feito na aula anterior, contudo, não sabe quantos grupos e nem quantas bolinhas deve desenhar em cada grupo. Juntamente com esse problema, alguns cálculos no formato do algoritmo são escritos no quadro, e Antônio opta por resolvê-los primeiro, justificando que o problema "*é mais difícil, vou deixar para depois*".

Diante das manifestações de incompreensão do problema, a professora decide apresentar a interpretação do problema e o que deve ser identificado no enunciado para resolvê-lo.

Excerto 28

Professora: Olha a dica: "Meus primos compraram três caixas de queijo. Ao abri-las contamos 24 queijos no total. Quantos queijos há em cada caixa?" Se em três caixas tem vinte e quatro que é o que diz aqui, em duas tem dezesseis e em uma tem oito. Eu te dei essas dicas, né? [mostrando os valores que estão informados na tabela] Quantos vai ter em cinco caixas?
Antônio: Aah daí dá... eu fui completando o resto. [No momento da explicação, Antônio havia realizado a atividade]
Clara: Quarenta e cinco.
Professora: Se em uma tem oito, em cinco... vai ser oito mais oito mais oito... ou oito vezes cinco.
[Silêncio]
Professora: O que vocês não tinham entendido?
Rosângela: Agora eu entendi, professora. Eu pensei que tinha que pegar uma vezes o dois, duas vezes o cinco... que nem aquela tabela que a gente fazia.
Professora: Mas daí como é que tu está multiplicando? [Rosângela não responde]

Ao iniciar a explicação, a professora salienta que devem olhar a dica, referindo-se à tabela que acompanha o enunciado. No momento dessa exposição, Antônio já havia completado o exercício, e percebeu que os valores seguem um padrão e, para obter os resultados foi "*completando o resto*". Ele explica que os valores estão "*aumentando certinho*", logo, para obter os resultados somou o número 8 a cada um dos valores anteriores.

Observo que, para a professora, esse problema deveria ser fácil de ser interpretado e resolvido pelos alunos. Várias vezes fala que o enunciado contém todas as informações necessárias para a resolução. Após a explicação, ela pergunta: "*o que vocês não tinham entendido?"*, talvez numa tentativa de mostrar a eles que não há necessidade de efetuar cálculos para completar a tabela. Percebemos que no enunciado desse problema não há informação de que cada caixa contém a mesma quantidade de queijos, essa interpretação está implícita e só pode ser percebida com o auxílio da tabela. A expectativa da professora é que os alunos relacionem a tabela com as informações do enunciado, percebendo o padrão de crescimento dos números. Ao perceber que os alunos não relacionam os números a serem completados com a operação de multiplicação, utiliza desenhos para ilustrar.

Excerto 29

Antônio: Numa caixa cabe oito.
Professora: Ó, pelo enunciado: se três caixas têm vinte e quatro queijos, aqui ó, caixas e quantos queijos [mostrando as correspondências na tabela]. Ele achou que em três caixas tinha vinte e quatro.
Antônio: Cada caixa tem que ter uma quantia né?
Professora: Em duas caixas quantos tem?
Antônio: Dezesseis.
Professora: Em uma?
Antônio: Oito.
Professora: Oito. Então em uma caixa tem oito queijinhos. [Faz um desenho de uma caixa com oito círculos dentro para representar os queijos]. Em duas caixas tem dezesseis porque tem o dobro. Mais oito dá vinte e quatro, mais oito dá trinta e dois. Como se tu tivesse fazendo a tabuada.

Antônio percebe que deve haver uma quantidade fixa em cada uma das caixas. Isso não está escrito no enunciado, mas é sugerido pela tabela. Ele afirma que "*em uma caixa cabe oito*", então esse número deve ser considerado para o total de queijos de acordo com a quantidade de caixas informadas. Antônio mostra que está habituado à matemática escolar e aos seus enunciados implícitos, como a ideia de que todos os queijos devem ter o mesmo peso ou de que a divisão deve ser feita em partes iguais.

A professora retoma a ideia da multiplicação como soma sucessiva de quantidades iguais utilizando o desenho da caixa com 8 unidades e associa com a construção da tabuada, somando 8 ao número da coluna anterior. O problema também pode ser resolvido por meio da operação de divisão, mas essas ideias ainda não haviam sido abordadas em aula. Mas, olhando apenas para a tabela é possível completá-la e, para isso, a professora sugere que eles utilizem a ideia da multiplicação.

Excerto 30

Professora: Se em uma caixa tem oito, cada caixa tem oito queijos, então em cinco caixas vão ter oito vezes cinco, em seis caixas vai ter oito vezes seis. Porquê? São quantos queijos que tem? É sempre o oito, como se estivesse fazendo a tabuada do oito.

Posteriormente, outros problemas envolvendo quantidades fixas em caixas ou em grupos são trabalhados com os alunos. A professora enfatiza a necessidade da interpretação do enunciado para identificar a quantidade de itens por caixa e a quantidade de caixas, orientando que a operação de multiplicação está envolvida nesses casos.

5.2.7 O algoritmo da multiplicação e o transporte de valores

Ainda no dia 17 de abril, após o episódio "O exemplo dos queijos: quanto cabe em cada caixa?", a professora solicita que eles realizem alguns exercícios de multiplicação. Para obter os resultados das multiplicações, Rosângela continua utilizando desenhos de bolinhas e somando as quantidades desenhadas. Patrícia também utiliza desenhos, mas de riscos e, nesta aula, ela marca aqueles que já contou. A professora orienta a não usarem esta estratégia e a consultarem os resultados diretamente na tabuada que ela forneceu, mas os alunos não acatam de imediato essa orientação. Alana obtém os resultados utilizando somas sucessivas: em uma folha separada no caderno, um rascunho, escreve o algoritmo da adição iniciando com duas parcelas e depois somando mais uma parcela a cada resultado obtido, até ter a quantidade de parcelas equivalente ao número do outro fator da multiplicação. No caderno, ela escreve apenas o resultado encontrado e não utiliza o algoritmo da multiplicação explicado pela professora.

Um dos exercícios solicitados foi 42 × 3 e Rosângela questiona se "*dá pra fazer quarenta e dois vezes três?*". Até o momento, apenas um exercício de multiplicação com números de dois algarismos havia sido abordado, para a explicação do algoritmo (Excerto 26), e o número 42 causa estranheza a Rosângela. A professora explica o cálculo mostrando a separação das casas decimais em dezenas e unidades, informando que o resultado "*pula*" para a próxima casa, das centenas, no caso.

Excerto 31

Professora: Mesma situação: unidade e dezena [fazendo riscos para separar as casas]. Três vezes duas, seis [3 × 2 = 6]; três vezes quatro, doze [3 × 4 = 12]. Ó, já deu lá na casa da centena.

Rosângela: Aah, tem que pedir o um.
Professora: Pode ir até o milhar, ou milhão...
Rosângela: Mas quando for número alto tem que pedir para centena, dezena?
Professora: Não. Aqui tu não tem que pedir nada emprestado. Não tem que pedir, nós só estamos multiplicando. Três vezes dois deu seis, não foi nada para lá [referindo-se à conversão de unidades em dezenas] porque seis é a unidade. Agora três vezes quatro dá doze, que é duas unidades e uma dezena. Só que aqui deu na casa das dezenas, então ele fica o dois aqui [dezena] e o um vira cem, vai pra casa da centena.
Rosângela: Então essas de vezes não tem nada pra pedir emprestado para ninguém.
Professora: Não, pedir emprestado não.
Rosângela: Só de mais e de menos?
Professora: Só tem que quando tiver... se por acaso aqui...
[Começa a explicação do outro exemplo, 132 × 4]

Rosângela considera o número de dois algarismos "*um número alto*", e talvez nesse caso "*tem que pedir para centena ou dezena*". Ao falar que "*aqui tu não tem que pedir nada emprestado*", a professora explicita o que não deve ser feito no algoritmo da multiplicação: não precisa pedir emprestado. A palavra "*aqui*" na frase da professora, traz a ideia de que nesse cálculo, utilizando o algoritmo da multiplicação, não ocorre a etapa de empréstimo, talvez enfatizando que a palavra "empréstimo" caracteriza um procedimento do algoritmo de outra operação, não a multiplicação. A professora não aborda a diferença entre o procedimento usado na multiplicação e o "empréstimo", e Rosângela afirma que "*essas de vezes não tem nada pra pedir emprestado para ninguém*", numa tentativa de confirmar o procedimento a ser adotado.

Um outro exemplo é utilizado pela professora no intuito de explicitar o procedimento de conversão de valores entre diferentes ordens de grandeza, explicitando todas as etapas do algoritmo: 132 × 4. O resultado 528 parece não ficar claro para Rosângela, ela faz uma expressão facial de dúvida. Na multiplicação 3 × 4, ela murmura que "*três vezes quatro é doze*" mas a professora escreve no resultado final apenas o algarismo 2. Essa confusão se mantém em um exercício posterior: para Rosângela, o resultado de 24 × 4 é 816.

Para esclarecer que nesse algoritmo não há "empréstimo", a professora salienta a etapa que denomina de "transporte" de valores, conforme excerto abaixo.

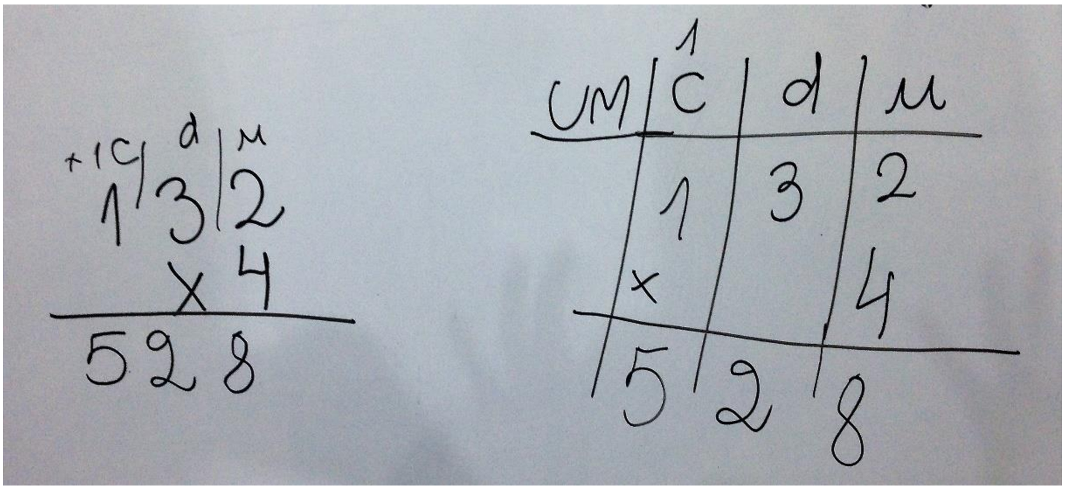
Excerto 32

Professora: É por isso que é bom pegar bem assim primeiro [referindo-se aos cálculos com um algarismo] mas sempre lembrando da unidade, dezena e milhar. Aí quando tem [referindo-se ao número 1 escrito acima do algarismo 1 do cálculo 132 × 4] é o transporte que a gente fala. Multiplicação por... tu vai transportar o um daqui pra casa da centena e somar com a outra centena que já tem lá.
Rosângela: Pedir emprestado para o um.
Professora: Não é emprestar, agora é de transportar. [Ênfase na palavra transportar]
Rosângela: Aahh, transportar.

> Professora: Emprestar é só no de menos, que eu tenho quatro e tenho que tirar seis e aqui tenho dois e um [escrevendo no quadro o cálculo 24 – 16]. De quatro eu não consigo tirar seis, daí eu tenho que pedir emprestado o um pra cá, e aqui vai diminuir um e vai ficar quatorze menos seis [14 – 6]. Aí é um empréstimo.
> Professora: Na verdade aqui é um retorno, ele volta pra cá. [Indicando que uma dezena passa a compor 16 unidades]
> Rosângela: Se tu pede ele volta né?
> Professora: É...

Rosângela pergunta várias vezes se é necessário “*pedir emprestado*”, e a professora enfatiza na sua fala que “*não é emprestar, agora é de transportar*”. Nessa operação, não há a etapa de “*pedir emprestado*”, mas ocorre o “transporte”[21]; as posições decimais se mantêm e devem ser observadas pelos alunos na aplicação do algoritmo. Na Figura 9, observamos um exemplo da aplicação do algoritmo com a explicitação da separação das ordens de grandezas dos algarismos e o “transporte” de uma dezena acima dos algarismos das centenas.

Figura 9 - Exemplo do algoritmo da multiplicação.



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Em uma atividade posterior, Alana e Rosângela analisam as suas etapas e procedimentos ao efetuarem o cálculo pelo algoritmo. O problema era o seguinte: “*Uma caixa tem vinte e quatro lápis coloridos. Quatro caixas iguais a esta, quantos lápis têm*?”

Antes de resolver, Alana pergunta se “*é de vezes também né?*”. A professora não responde, fala que “*é de mais, menos, vezes ou dividir*”, numa tentativa de que a aluna identifique a operação que deve ser mobilizada para responder o problema. Durante a correção, o erro com a aplicação do algoritmo fica visível.

[21] Expressão utilizada para indicar a conversão de unidades em dezenas e assim por diante, no algoritmo da adição ou da multiplicação, como comentado no início da seção 5.2 .

Excerto 33

Alana: Professora, deu oitocentos e dezesseis lápis.
Professora: [Lê o enunciado] Vinte e quatro tem em uma caixa, então em quatro vai ter multiplicado por quatro. [Efetua o cálculo]
Rosângela: O meu deu oitocentos e dezesseis.
Alana: O meu também.
Professora: Oitocentos? Vinte e quatro vezes quatro?
Rosângela: Eu fiz quatro vezes quatro, depois eu fiz duas vezes quatro.
Professora: Tá, por que que deu isso? Porque vocês não estão respeitando o quadrado, a casinha de cada um [desenhando linhas de separação entre unidade e dezena]. Tu botou tudo aqui. Como tu fez? [Questiona Rosângela]
Rosângela: Eu fiz aqui quatro vezes quatro deu dezesseis e depois duas vezes quatro dá oito. Mas eu esqueci de fazer isso aí.

Para esse problema, Rosângela e Alana encontram o número 816 como resposta. A professora resolveu o problema no quadro utilizando o algoritmo e obteve o número 96 como resultado. Para a aplicação do algoritmo, a professora havia orientado que eles poderiam consultar a tabuada que foi fornecida na aula anterior. As alunas copiaram os números que resultaram da tabuada: $4 \times 4 = 16$ e $2 \times 4 = 8$. Alana também fala que "*encontrou 816*" e, para encontrar o erro, a professora busca identificar o que elas fizeram. A professora parece ter identificado que ambas esqueceram do "transporte" da dezena, isto é, não somaram 8 + 1 dezenas como esperado, mas explica que elas "*não estão respeitando o quadrado, a casinha de cada um*", referindo-se à ordem de grandeza dos algarismos. Rosângela argumenta que efetuou a multiplicação, "*Eu fiz aqui quatro vezes quatro deu dezesseis e depois duas vezes quatro dá oito*". Ela escreveu o resultado dos dois produtos, alinhados, sem considerar que deveria somar 8 + 1, sendo ambos dezenas. Ao falar "*eu esqueci de fazer isso aí*", Rosângela explicita que esqueceu de uma etapa do procedimento.

Excerto 34

Professora: Aah, pois é, o dela deu oitocentos e dezesseis. Porquê? Ela não respeitou as casinhas.
Alana: Aah tinha que subir. Eu tava pensando se tinha que fazer isso. "Será que eu subo?" Mas a profe não falou que precisava subir né.
Rosângela: A minha foi errada professora?
Professora: Que tu acha: noventa e seis para oitocentos e dezesseis, tem diferença?
Rosângela: Tem.
Professora: Totalmente né.

A professora enfatiza que as posições decimais devem ser respeitadas para a aplicação do algoritmo. Ao refazer o cálculo no quadro, a professora escreve o algarismo 1 acima do algarismo 2 das dezenas e Alana percebe que "*tinha que subir*", mas não tinha certeza do procedimento porque, para ela, a professora não havia deixado explícito que "*precisava subir*". Alana utiliza uma nova palavra para caracterizar o "transporte": *subir*.

Mesmo depois da correção, Rosângela pergunta se "*a dela estava errada*" e a professora orienta que ela observe a diferença entre os números: 96 e 816. Os alunos têm o hábito de avaliar que números próximos ao resultado correto são "quase" certo, como algo que "está perto do resultado correto". Como a diferença entre os resultados é expressiva, de 96 para 816, ou talvez porque resulta de um erro na aplicação do algoritmo, a professora salienta que é "*totalmente*" diferente.

A professora pergunta ao aluno Antônio qual foi a resposta dele, talvez buscando verificar se ele ficou com a mesma dúvida que as alunas quanto ao procedimento de "transporte".

Excerto 35

Professora: Conseguiu? Deu quanto? [Para Antônio]
Antônio: A minha deu noventa e seis.
Professora: Tá. Não pensem assim, "aah tu deu retorno", "não deu retorno"... Deu transporte, "a professora não deu transporte" ou "não falou". Vocês têm que lembrar disso aqui que é importante, da unidade, dezena. Por quê? Têm que lembrar que dezesseis é feito de seis unidades e uma dezena e a casinha das dezenas tá aqui, ela não pode vir direto pra cá. Ela tem que ir para a casinha dela aqui. [Indica no quadro os locais correspondentes à unidade, dezena e centena]
Rosângela: Mas mesmo se eu pegar pela tabuada ela vai sair errado igual, professora?
Professora: Pode pegar...
Rosângela: Mas ela vai sair... Eu fiz essa pela tabuada. Eu esqueci dessa parte.
Professora: Porque daí tu está falando de centena, nós não estamos falando de centena ainda. Altera o número total.
Rosângela: É porque saiu três números né?
Professora: Tu tem que botar a dezena na casa da dezena e agora sim tu soma. Tu fez a tabuada certa mas tu não respeitou o quadrado de cada uma. Então, tem que lembrar se o dezesseis é formado de unidade e dezena, ele não pode ficar tudo na casa da unidade. Ele tem que subir. E aí quando ele sobe, eu não vou multiplicar quatro vezes dois vezes um [$4 \times 2 \times 1$]. É quatro vezes dois mais um. Isso aqui a gente vai entender bem quando a gente fizer na divisão, quando resta a gente soma. Tá, então o que tem que sempre lembrar: o quadro de valores.

Quando Antônio informa o resultado encontrado por ele, a professora salienta que eles não devem esperar que ela explique todas as etapas do procedimento, repetindo a fala da Alana, "*a professora não deu transporte*". Alana não "*subiu o um*" porque, na visão dela, a professora não havia falado que "*precisa subir*". Há uma expectativa dela quanto à explicação da professora, que indique a etapa de transporte neste algoritmo. Já a professora manifesta que espera que os alunos realizem o procedimento levando em consideração as ordens de grandeza dos algarismos e suas posições na composição dos números.

Seguindo a orientação da professora, Rosângela utiliza a folha com a tabuada, copiando os valores do resultado da multiplicação, $4 \times 4 = 16$, mas utiliza os dois algarismos do resultado na composição do valor final, sem considerar que era necessário "transportar" uma dezena. Quando ela pergunta "*Mas mesmo se eu pegar pela tabuada ela vai sair errado igual professora?*", busca a confirmação do procedimento adotado: olhar o resultado da multiplicação na tabuada. Contudo, se fizer isso, "*ela vai sair errada*", pois Rosângela chegou ao resultado considerado incorreto, mesmo tendo usado a tabuada, pois não lembrou da composição nas ordens de grandeza.

Nesse exercício, as alunas Rosângela e Alana apresentam certa insegurança com a orientação da professora em "*olhar a tabuada*" para obter o resultado. Essas falas e a insegurança demonstrada em outras atividades em que fizeram uso da tabuada nos dão indícios de que a tabuada fornecida não era compreendida pelos alunos, ou pelo menos para alguns deles. Na tabuada de cada um dos números, em cada linha aparece uma multiplicação desse número, por um outro número que varia de 1 até o 10, e o resultado, conforme exemplo na Figura 6. As atividades mesclavam as informações e as perguntas: ora era pedido o resultado de 8×2, ora era preciso saber qual número multiplicado por 2 resulta 16 (caso das caixas de queijos). Mesmo com o estímulo e a orientação para o uso da "*cola*" da tabuada, os alunos continuavam realizando as operações através de somas sucessivas, utilizando desenhos.

Na aula do dia 23 de abril, na resolução de um problema envolvendo a operação de multiplicação, Gustavo efetua os cálculos por meio de somas sucessivas. Nas correções dos exercícios, Gustavo apresenta os resultados das multiplicações corretamente, embora parecendo ter decorado alguns dos resultados. Mas na maioria das atividades em que registra seus procedimentos de resolução, ele utiliza a soma de parcelas iguais. Ao observar a manutenção do procedimento, pergunto a Gustavo o motivo de sua opção. Primeiramente, responde que "*não sou muito bom nas contas de vezes*", mas depois acrescenta: "*Eu odeio fazer conta de vezes!*", dando ênfase à sua fala. Ele apresenta resistência em utilizar o algoritmo e explica a opção adotada como "*Eu prefiro morrer somando do que fazer de vezes*", mas, informa que utilizará a multiplicação quando for menos trabalhosa que a adição.

Os cálculos de multiplicação utilizando o algoritmo exigem o conhecimento dos resultados da tabuada, além das etapas do algoritmo. Realizando a multiplicação por meio de somas sucessivas, conforme foi caracterizado pela professora, não há essa necessidade. Parece ser mais "confortável" para os alunos utilizar a operação de adição do que a multiplicação, talvez pela familiaridade que têm com a adição e suas estratégias de resolução.

5.2.8 A quantidade de centenas em um milhar

Na aula do dia 17 de abril, foram abordados problemas envolvendo a operação de multiplicação. Contudo, dadas as dificuldades apresentadas pelos alunos quanto aos procedimentos e etapas de realização dos cálculos utilizando o algoritmo escolar da multiplicação, a professora opta por fazer uma pausa nesse conteúdo e retomar a adição, a subtração e as ideias de composição dos números em unidades, dezenas e centenas.

Esse episódio envolve a realização de um exercício de completamento de lacunas com o estabelecimento de relações multiplicativas entre unidade, dezena e centena. As interações são em torno da correção desse exercício. Para a professora, os alunos precisam ter a clareza das posições decimais e das ordens de grandeza para efetuarem os cálculos usando o algoritmo escolar. Abaixo, o exercício escrito no quadro.

1 dezena = __________ unidades
1 centena = __________ dezenas = _________ unidades
1 milhar = __________ centenas = __________ dezenas = __________ unidades.

Para a correção do exercício, a professora solicita que o aluno Antônio complete as lacunas, corrigindo o exercício no quadro. Quando ele preenche a última linha, a aluna Rosângela pergunta sobre o valor que precede a palavra "centenas" (1 milhar = ____ centenas), causando uma discussão entre eles quanto aos valores corretos.

Excerto 36

[Antônio havia completado corretamente a terceira linha com 10 centenas, 100 dezenas e 1000 unidades]
Rosângela: A centena eu acho que tá trocado, é cem. *Cennn* [enfatiza o final da palavra, referindo-se ao 100]
Antônio: É que aqui é dezena... milhar.
Rosângela: Milhar é mil.
(...)
Rosângela: Tá certo a de centena? [Referindo-se a 1 milhar = 10 centenas]
Antônio: Não... eu acho que a centena tá errado, é... cem unidades.
Rosângela: É cem...
Antônio: É cem...
Rosângela: É, faltou dez aí...
Professora: Mas aí tu tá no milhar.
Alana: Cem unidades?
Rosângela: Unidades? Eu acho que é uma só...
Antônio: É, mas aqui são cem unidades... [referindo-se à segunda linha que foi completada com 100 unidades para indicar a centena]. São mil unidades [fala os números mas sem confiança na sua resposta]
Rosângela: Unidade é uma, né?

Antônio: É um. Tem aqui cem unidades [olhando para a segunda linha completada, 1 centena = 100 unidades].
Rosângela: Eu não sei, eu botei um. [Ela preencheu com o número 1 a lacuna das unidades de 1 milhar] Foi o que a professora ensinou pra nós. Que uma dezena é dez e unidade é um. A centena é cem...

O exercício envolve o estabelecimento de relações entre diferentes ordens de grandeza, e não pode ser respondido apenas consultando a tabela dada pela professora. É preciso calcular quantas centenas ou dezenas correspondem a um milhar.

Percebemos que os alunos Antônio e Rosângela não conseguem se entender acerca do exercício. Antônio completou corretamente as lacunas, mas hesitou quando Rosângela perguntou sobre os números escritos na lacuna da expressão "1 milhar = ____ centenas". Rosângela relaciona centena e dezena apenas com a quantidade de unidades que as compõem, como "*a professora ensinou*", não percebendo que pode ser possível relacionar milhar com dezenas e centenas, como o exercício pede. Ela relaciona a palavra unidade com a quantidade unitária, como sendo "*um só*". Antônio parece não compreender o que a Rosângela está argumentando sobre a resposta.

Excerto 37

Antônio: Uma centena é cem... [murmurando os valores]
Rosângela: O milhar é mil.
Antônio: Nas centenas...
[Eles continuam argumentando quanto à quantidade de unidades em um milhar e Alana sugere]
Alana: A "sora" tá bem atrás de vocês, é só perguntar! [Referindo-se a mim, que estava numa classe atrás da Rosângela observando a discussão deles]
Pesquisadora: Eu estou só observando... [risos]
Antônio: São mil unidades né? [Perguntando para mim]
Rosângela: Nós temos a folhinha aquela, a professora deu pra nós.
Antônio: É cem mil unidades, né?
Pesquisadora: Por que tu acha que é cem mil? Ou cem?
[Ele não consegue explicar e a professora intervém]
Professora: Eu vou pegar "o dourado" lá para a gente não se embananar.
Antônio: É só esse aqui professora, o resto eu fiz mas esse eu não sei se está certo.

Vendo a discussão dos dois, Alana intervém, inserindo a pesquisadora na interação, buscando uma solução à dúvida dos alunos. Enquanto Antônio discutia sobre os números com a Rosângela, ele olhava para mim como se buscasse uma confirmação (ou negação) do seu raciocínio. Nessa situação, respondi a pergunta de Antônio com outra pergunta, evitando intervir, pois estava curiosa quanto ao desfecho da discussão sobre a composição do número. Ao olhar para a pesquisadora, Antônio, em silêncio, negocia a validação (ou negação) das hipóteses que ele estava cogitando como respostas.

No final do excerto, Antônio sugere outro valor, 100 mil unidades, talvez relacionando as 1000 unidades que contém o milhar com as 100 dezenas que o compõem, respondido no item anterior, ou tentando compreender o que o exercício está pedindo. Diante das dúvidas sobre as respostas, Rosângela recorre a um material de uma aula anterior: uma folha impressa com o número de unidades correspondente a cada uma das grandezas. A professora opta por intervir e utilizar o material dourado, como um recurso para representar as relações entre as diferentes ordens de grandeza.

Excerto 38

Professora: E um milhar? É dez centenas. Então, centenas é cem, vezes dez, que vai dar, multiplica um por um [algarismos 1]. Um, dois, três. Um com três zeros é mil. [referindo-se a escrita do número mil]

Rosângela: Mas ali é dezenas.

Professora: No milhar é dez centenas... no milhar... Vamos pensar: dez vezes cem vai dar mil.

Professora: Dez centenas dá mil. Cem dezenas...

Rosângela: Não é cem, professora? Cem dezenas é cem.

Antônio: Porque as dez dezenas é cem...

Rosângela: É... Têm os quadradinhos ali. [Referindo-se as unidades do material dourado]

[Silêncio]

Professora: Gente! Dez dezenas é cem?

Rosângela: Eu tenho aqui os quadradinhos que a senhora ensinou a gente a fazer.

Professora: Quantas centenas têm em um milhar? Se um milhar é mil, quantas vezes o cem cabe ali? [Mostrando o bloco de milhar do material dourado]

Professora: São... são dez né? Que a gente viu aqui [no material dourado]

(...)

Professora: Então, tem dez quadradinhos desse [mostrando a placa da centena] para fazer o quadradão aquele [mostrando o bloco de milhar do material dourado]. Né? Tá certo.

Durante a explicação com o material dourado, a professora manuseia as placas de centena e os blocos de milhar[22]. Segura 10 placas de centena para mostrar que o tamanho fica igual ao do bloco do milhar. Faz o mesmo com as barras de dezena, para compor uma centena. Os termos "*quadradinho*" e "*quadradão*" são formas de fazer referência a esses materiais. Mesmo observando os objetos, a aluna Rosângela insiste no seu entendimento da quantidade da centena: "*Cem dezenas é cem*". Ela considera somente o número 100 das centenas e recorre a uma atividade anterior como forma de validar seu argumento. Antônio argumenta "*Porque as dez dezenas é cem*", para explicar o que ele entendeu do exercício.

---

[22] Mais informações sobre o material dourado podem ser obtidas em: http://www.edupp.com.br/2015/05/aplicacao-do-material-dourado-montessoriano-em-sala-de-aula/

Para a explicação, a professora relaciona 10 unidades a 1 dezena, 10 dezenas a uma centena e 10 centenas a um milhar, compondo os números na ordem crescente da ordem de grandeza, diferentemente do modo como o exercício estava proposto.

No Excerto 36, no Excerto 37 e no Excerto 38 observamos um momento de desentendimento relacionado com as diferentes leituras e compreensões do exercício. Antônio e Rosângela divergem sobre o número que deve ser preenchido na lacuna “quantas unidades tem em um milhar”, o que propicia uma discussão entre eles sobre a resposta correta. Nesse episódio, diversas noções são mencionadas pelos alunos, no intuito de chegarem à resposta correta. Rosângela questiona os números que Antônio responde, ele não tem confiança nos números que informa e parece não saber como argumentar com Rosângela. Ele busca, nas alternativas anteriores, informações que confirmem sua forma de raciocínio. Antônio não convence Rosângela e no Excerto 38 a professora começa a compor a discussão, ocasionando uma mudança na interação: ela expõe os conceitos e algumas formas de obter o resultado exato e Rosângela questiona alguns números, no intuito de confirmar as associações que ela estabeleceu entre os valores das centenas, dezenas e unidades. A intervenção da professora põe fim à discussão dos alunos; a explicação é definitiva e finaliza a atividade, informando que “*Tá certo*” os números preenchidos por Antônio.

5.2.9 Transporte dos números: o algoritmo da adição

Além da resolução de problemas envolvendo a leitura e interpretação dos enunciados, a professora propõe exercícios de cálculo, escritos já no formato do algoritmo escolar (um termo acima do outro, ambos alinhados pela direita, isto é, pelos algarismos das unidades) para que os alunos efetuem as operações.

A aula do dia 18 de abril foi composta por exercícios de aplicação direta dos algoritmos escolares, observando as regras desses algoritmos para as operações de adição e subtração. A professora enfatiza as ordens de grandeza dos algarismos durante a resolução dos exercícios, orientando os alunos a observarem a posição de cada algarismo na casa das unidades, das dezenas ou das centenas para a realização dos cálculos.

A professora escreve no quadro o título “Adição com transporte”[23] e alguns exercícios envolvendo essa ideia. Durante a realização dos exercícios, os alunos se atrapalham com

---

[23] O transporte é caracterizado pela conversão de 10 unidades em 1 dezena, por exemplo, e pela escrita do algarismo resultante na coluna das dezenas. A professora refere-se ao “transporte” como etapa da adição e da multiplicação, conforme explicado no início da seção 5.2.

cálculos que exigem o transporte de valores, da unidade para a dezena, por exemplo, assim como na escrita dos números no formato do algoritmo escolar, que demanda a posição correta dos algarismos nas casas decimais (algarismo das unidades abaixo de outro algarismo das unidades, etc.). O primeiro cálculo, 145 + 56, é resolvido pela professora como um exemplo a ser seguido nos exercícios posteriores.

Excerto 39

[Explicando o primeiro exercício: 145 + 56]
Professora: Não é de emprestar, porque é a soma. Quem empresta é a de menos.
Rosângela: Transporte… Adição com transporte é só tu… pular? [risos]
Professora: É. Por exemplo: cinco e seis vai dar onze. Então o um fica aqui [unidades] o outro um vem pra cá [referindo-se à posição acima do 4, na casa das dezenas].
Rosângela: Então vai dar quatorze.
Professora: Aqui vai dez né. [1 + 4 + 5 = 10 dezenas. Ela parece não ouvir o 14 que a Rosângela pergunta] E esse um vem pra cá e vai dar cento e um.
[A professora erra esse cálculo, esqueceu de somar 1 na centena, mas não percebe de imediato]
Professora: Isso é transportar.

Em outra aula, os alunos observaram que “*não precisa emprestar pois é de mais*”. No início desse excerto, a professora salienta que “*Quem empresta é a de menos*”. Nesse momento uma nova palavra é utilizada para referir-se a um procedimento do algoritmo: o “transporte”. Em aula anterior, o “transporte” havia aparecido como um procedimento da multiplicação. Rosângela indaga o que representa a expressão “com transporte” escrita no quadro, e durante a explicação da professora, pergunta o que quer dizer transportar: “*é só... pular?*”.

Depois da explicação, Janete pergunta sobre o resultado do primeiro cálculo. A professora percebe que o resultado está errado e argumenta:

Professora: Vocês têm que me corrigir!
Rosângela: Eu apaguei. Pensei: a professora que está certa.

Rosângela não cogita questionar o resultado da professora, retifica o resultado na sua folha de atividades. Quando Janete questiona, a professora observa que errou o cálculo. Em outros momentos, os alunos questionam os resultados obtidos na realização dos cálculos pela professora. Nessas situações, a professora sempre verifica seus cálculos em conjunto com os alunos para obter o resultado correto.

Algumas atividades e exercícios são direcionados somente para as alunas do nível “alfabetização”, outros são atribuídas a todos. Nas aulas de matemática, às vezes, essa diferença entre as tarefas atribuídas e o desempenho esperado dos alunos não fica tão evidente. Para Patrícia e Ivete, as atividades consistem em problemas de contagem, adição e subtração com números até 100, e sem envolver problemas de interpretação. Nessa aula, a professora não havia preparado uma atividade específica para essas duas alunas. Enquanto escreve os cálculos no quadro, pergunta para a aluna Patrícia:

> Professora: Tu acha que consegue fazer esses números [cálculos] aí? [Para Patrícia]
> Patrícia: Eu posso tentar, professora. Não custa tentar.
> Professora: São grandes, têm números depois do cem.

Patrícia já havia realizado vários exercícios que envolviam cálculos de adição. Pelas suas participações, percebe-se que ela tem dificuldade na leitura de enunciados, principalmente na leitura da escrita cursiva e na escrita de textos. Os cálculos escritos no quadro já estavam dispostos no formato do algoritmo escolar e não envolviam a leitura e interpretação de enunciados. Nas aulas de matemática, Patrícia acompanhava as discussões, mesmo não registrando todos os enunciados. A professora se preocupa com os números que estão envolvidos nos cálculos porque, nessa turma, Patrícia ainda não havia realizado alguma atividade envolvendo a escrita dos números maiores que 100. Patrícia realiza as somas por meio de risquinhos no caderno, contando-os, ou utilizando os lápis do estojo. Contudo, a aluna demonstra interesse em participar dessa "parte" da aula.

Assim como nas correções dos problemas, os exercícios envolvendo o cálculo com aplicação do algoritmo são todos corrigidos no quadro. A professora explica todas as etapas do algoritmo, fazendo passo-a-passo. Depois, explica novamente, como no Excerto 40 e no Excerto 41, que explicitam as etapas da adição com transporte e a correção utilizando o material dourado para representar as ordens de grandezas dos algarismos.

Excerto 40

> Professora: Passo-a-passo. O um passa pra casa de cá, não é passar direto para o outro lado. Tem que passar para o vizinho de cá [dezena] e depois passar para o vizinho de cá [centena], se for o caso. Não passa assim "a lá loca", tanto faz para qual lado. Tem que sempre ir subindo as casas, olhando o lugar que ocupa: unidade, dezena e centena, depois o milhar. É sempre para o vizinho do lado.

Observa-se a forma como a professora explica o transporte e o que representa a escrita do número na "*outra casa*". Nesse excerto, ela enfatiza a necessidade de respeitar a posição dos algarismos, observando qual é a ordem de grandeza do algarismo vizinho. Há uma explicitação do que é permitido fazer nos transportes: "*Não passa assim 'a lá loca', tanto faz para qual lado*", existe uma ordem entre as posições dos algarismos nas casas decimais que deve ser respeitada para que o cálculo resulte no valor correto.

No próximo excerto, observamos que a professora busca outro caminho para explicar o "transporte". Dessa vez, ela utiliza o material dourado para exemplificar a composição dos números.

Excerto 41

[Cálculo: 145 + 56]

Professora: Cinco mais seis. Então, eu tenho cinco pedrinhas [pega 5 unidades do material dourado]. Eu vou botar aqui tá, vocês estão enxergando? Um, dois, três, quatro, cinco. Mais seis pedrinhas: um, dois, três, quatro, cinco, seis. [Contando as unidades do material dourado]. Aí tem que juntar na soma né? Que vai dar: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez. Quando chega no dez o que que a gente fazia? [Referindo-se às primeiras aulas da turma] A gente trocava as unidades por uma barrinha, né? Lembram? A gente trocava. Então o número onze ele é uma dezena mais uma unidade. Quando eu estou fazendo aqui [referindo-se ao algoritmo escrito no quadro] eu boto uma unidade aqui [na casa das unidades do resultado] e a outra dezena vai para casa dela [escrevendo o 1 acima do algarismo 4 das dezenas]. Tá, e agora nós estamos falando em dezena né? Como se fosse quarenta mais cinquenta. Então, são quatro dezenas mais cinco dezenas [conta o material]. Vai dar dez dezenas. Dez dezenas formam a centena. Formou a centena, viu? [Juntando as barras da dezena para indicar a placa da centena] As dez dezenas formaram a centena. Então, o quê que acontece: esse passa [referindo-se ao algarismo 1], fica o zero e passa a centena para cá. Agora nós estamos somando uma centena mais uma centena que dá duas centenas. Entenderam a moral disso aqui? Isso aqui a gente tem que lembrar. Por isso que eu digo: cem unidades é uma centena. E a gente pode contar centenas desmanchando as pedrinhas.

Para representar o "transporte", a professora utiliza o material dourado, transformando unidades em dezenas, dezenas em centenas. Clara realiza os cálculos utilizando o material, contando as unidades correspondentes. No momento da explicação, a professora coloca o material na classe de Clara, mas explica para toda turma, contando e juntando as unidades. Ela intercala o uso do material e a resolução pelo algoritmo no quadro, estabelecendo relações entre as duas representações. Percebo que a estratégia de contar as unidades uma a uma estava direcionada para as alunas Clara e Patrícia, contudo, a professora aproveita a utilização do material para explicitar a composição das centenas e dezenas, assim como o significado do "transporte" de valores no algoritmo como sendo a transformação das unidades em outras ordens de grandeza. A professora busca utilizar diferentes linguagens e formas de explicar o procedimento, inclusive utilizando objetos manipuláveis.

Na correção do exercício 746 + 280, a discussão concentra-se no cálculo com o número zero. Nas noites anteriores haviam sido abordadas noções de multiplicação, e nessa aula parece haver confusão entre os cálculos de adição e multiplicação por zero, como pode ser observado no Excerto 42.

Excerto 42

[Correção do cálculo 746 + 280]
Rosângela: Professora, esse meu aí eu não sei se está certo ou está errado...
Professora: Esse?
Rosângela: É...
Professora: Quanto deu pra ti?
Rosângela: O meu deu novecentos e vinte.
Professora: Seis mais zero?
Antônio: Seis.
Professora: Oito mais quatro, doze [8 + 4 = 12]
Antônio: Doze.
Professora: Sete mais dois... [7 + 2 + 1 centena do transporte] sete, oito, nove, dez. [Obtém a resposta 1026]
Rosângela: O meu tá errado... mas ali no seis abaixo o zero não é zero, professora? Ou é seis? Daí é mais...
Professora: Se tu tem seis e tu não vai ganhar mais nada, tu vai continuar com seis ou tu vai ter zero?
Rosângela: Eu vou ficar com seis...
Professora: Então, com seis. Ele só fica zero no vezes.
Rosângela: Então não é esse aqui. [Referindo-se ao sinal da adição]
Professora: É como se eu tivesse seis quadradinhos e eu não ganho mais nenhum, eu vou continuar com meus seis quadradinhos.
Rosângela: E quando é menos?
Professora: Quando é menos... [não responde a pergunta] Tu tem que lembrar que o zero ocupa espaço [referindo-se à aula anterior de multiplicação]. Aí é outro departamento, nós vamos chegar lá. Guarda bem aqui, o zero ele está só guardando lugar.

Mesmo nesses exercícios de aplicação direta do algoritmo, a professora pergunta os resultados de cada aluno. Ela explica e corrige todas as etapas de desenvolvimento das operações. Rosângela questiona seu próprio resultado, os procedimentos e confunde-se com as operações: adição, subtração e multiplicação. Quando o zero aparece em cada uma dessas operações, uma nova regra deve ser analisada. Ela preocupa-se com a possibilidade de seu cálculo estar errado e busca encontrar exatamente em qual etapa está o erro. Nesse momento ela questiona apenas o algarismo zero; o algarismo 9 de 920 também está errado, porque ela não realizou o transporte, mas ela não percebe ou não se importa com esse erro. A discussão mantém-se na relação com o zero e não com o restante do cálculo.

A fim de exemplificar a diferença sobre o papel do número zero nas operações de adição e multiplicação, para a adição a professora utiliza uma analogia "*Se tu tem seis e tu não vai ganhar mais nada, tu vai continuar com seis ou tu vai ter zero?*", mas, nenhuma analogia é feita na operação de multiplicação, "*ele só fica zero no vezes*".

Nesse excerto, o diálogo entre a professora e Rosângela retoma as outras operações discutidas até o momento, a multiplicação e a subtração. Rosângela deixa explícita sua dúvida quanto ao resultado da soma com o algarismo zero. Em cada operação estudada, o procedimento a ser adotado com o zero é diferente.

5.2.10 Os botões das camisas: "É muita imaginação!"

Na aula do dia 24 de abril, a professora utiliza outro tipo de atividade para abordar a multiplicação. Ela escreve alguns problemas no quadro para que os alunos efetuem os cálculos. Os problemas relacionam três quantidades - o número de objetos, o número de elementos em cada objeto e o total de elementos -, como no seguinte enunciado: "*d) 6 camisas, 6 botões em cada camisa. Quantos botões ao todo?*". Ao meu ver, com esse problema a professora tinha o objetivo de que os alunos identificassem a multiplicação ao invés de realizarem somas sucessivas.

A professora faz alguns desenhos no quadro, para ilustrar as situações descritas nos problemas. Na correção, ela solicita que os alunos leiam o enunciado em voz alta para toda a turma. Ela fazia isso com frequência nas aulas observadas, talvez como uma forma de avaliar ou exercitar a leitura. Na correção desse item, Clara responde que o total de botões é 7 e a professora intervém, apelando para a "coerência" da resposta dela.

Excerto 43

Professora: Pensa Clara, imagina. São seis camisas... Seis. Tu tem que ter imaginação. Imagina, um, dois, três, quatro, cinco, seis. É bastante, né. Como é que tu vai ter só sete botões?

[Professora desenha camisas no quadro].

Professora: Clara... [oferece a caneta do quadro para a Clara, como um convite para ela se deslocar até o quadro] Deixa a Clara fazer agora [solicitando que os outros fiquem em silêncio e Clara vá até o quadro].

Professora: É de abotoar as camisas. Tem quantos botões?

Clara: Um.

Professora: Não, o que tá escrito... a camisa do teu pai só tem um botão? Vai ficar com a barriga aberta aqui? Ou tem um monte de botão?

[Clara ri da fala da professora]

Professora: Quantos botões tá dizendo que tem cada camisa lá?

[Clara desenha os botões na primeira camisa desenhada pela professora, mas distribui aleatoriamente no desenho]

Professora: Seis botões... é muita imaginação! Geralmente os botões são tudo amontados.

[Professora desenha os botões na segunda camisa, alinhados]

Professora: Agora continua. Na outra camisa quantos botões têm?

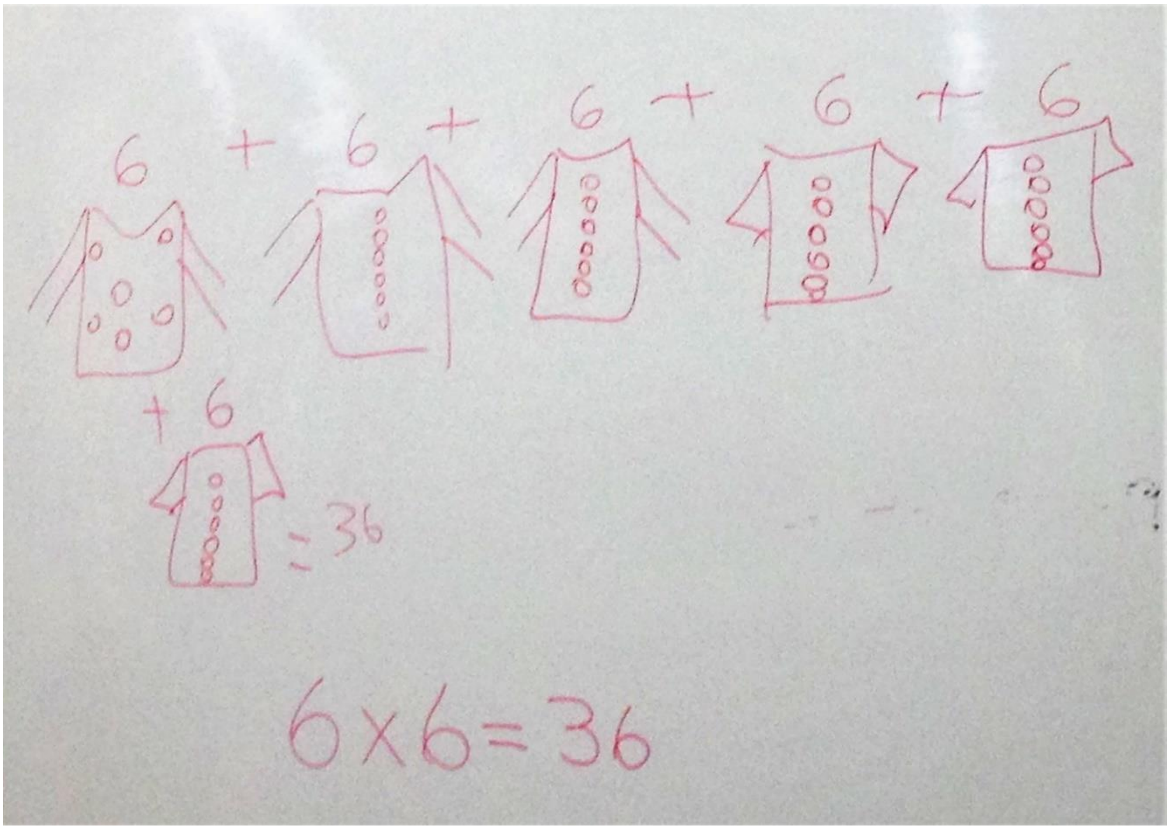
[Clara desenha na terceira camisa os botões como a professora fez no segundo desenho.]

Após a resposta de 7 botões, a professora questiona a razoabilidade da resposta, verbalizando que aquele número não condiz com a resposta correta: "*Como é que tu vai ter só sete botões?*". O resultado desse exercício deve ser maior que 6, considerando que são 6 camisas e cada uma possui 6 botões. Implicitamente, a professora orienta que isso deve ser observado.

Os desenhos utilizados expressam graficamente a situação narrada. Quando a professora fala que Clara "*tem que ter imaginação*", parece estar indicando que ela deve lembrar como é uma camisa e como é a disposição dos botões. E, nesse caso, a camisa não é uma qualquer, é "*de abotoar*", o que, para a professora, remete à ideia da disposição dos botões alinhados, do início ao fim.

Na Figura 10 observamos, no primeiro desenho, a disposição dos botões que foram desenhadas pela Clara na camisa. Quando ela conclui o desenho dos botões, a professora salienta que "*é muita imaginação!*", referindo-se ao modo como ela desenhou, não estão alinhados. A professora desenha os botões da segunda camisa, numa forma de orientar "como fazer", e Clara desenha as demais camisas seguindo o modelo feito pela professora.

Figura 10 – Desenho relacionado ao exemplo dos botões das camisas.



Fonte: Acervo da pesquisadora.

A correção na disposição dos botões desenhados parece indicar a maneira como deve ser “imaginada” a camisa, à qual o enunciado está se referindo. A professora espera que Clara tenha “*imaginação*” para pensar na camisa com botões, mas uma imaginação dirigida para um certo padrão de camisa. Deve haver uma associação com uma camisa real, um modelo específico em que os botões estão alinhados na vertical. Há uma tentativa de exemplificar o enunciado do problema com uma situação externa à sala de aula.

Todos os desenhos utilizados pela professora para exemplificar a multiplicação são feitos obedecendo uma regularidade na distribuição: as bolinhas são desenhadas enfileiradas no grupo, os quadrados da malha quadriculada são pintados ordenadamente, com o mesmo número de linhas em cada coluna. No momento em que Clara foge desse padrão, é orientada a retomar um padrão nas ilustrações. Matematicamente, não há diferença no resultado, independente da forma como estão desenhados os botões, contudo, a professora insiste para que uma organização e padronização sejam consideradas, até mesmo nos desenhos.

Excerto 44

Professora: Então, se cada camisa tem seis botões, quantos botões tem ao todo, Clara?
Clara: Ao todo?
Professora: É. O que é ao todo?
[Clara começa a contar todos os botões desenhados nas camisas]
Clara: Trinta e seis.
Professora: Tá, bota aí, trinta e seis. Então, na matemática eles inventaram... tu ficou cansada de tanto contar botão, né? Imagina se fosse mil e um botões para contar? Então a matemática nos arrumou uma coisa para facilitar. Se eu sei que uma camisa tem seis, seis, seis, seis, seis, e seis [escreve o número 6 acima do desenho de cada uma das camisas] eu posso somar [ênfase na fala]. Mas aí eu tenho que saber o que eu estou somando, que aí vai dar igual aos trinta e seis. Ou posso facilitar: o seis aparece quantas vezes aqui no quadro?
Clara: Seis vezes.
Professora: Seis vezes. Então, seis vezes seis é igual a trinta e seis. Isso é continha de vezes.

Clara contou todos os botões que foram desenhados no quadro, chegando ao número 36. Esse processo foi feito lentamente, contando cada um dos botões desenhados em cada camisa. A professora usa isso para salientar que esse processo pode ser demorado, associando essa demora com a soma sucessiva de parcelas iguais. Quando ela fala que “*a matemática nos arrumou uma coisa para facilitar*”, parece buscar uma forma de convencê-los de que saber o resultado de 6×6, consultando a tabuada ou decorando o produto, é um processo “mais rápido” de obter o resultado.

5.2.11 Quantos quilos de arroz uma família consome?

Os problemas envolvendo multiplicação demandam dos alunos a interpretação dos enunciados e que eles identifiquem os números a serem multiplicados. Segundo a professora, os alunos "*devem pensar*" para resolver os problemas, mobilizando conteúdos de aula e, em alguns momentos, relacionando com situações externas à sala de aula. Nesse episódio, da aula do dia 24 de abril, a professora solicita a resolução de um problema que parece servir de orientação para os problemas de matemática trabalhados na turma.

Ao iniciar a escrita do problema, a professora informa: "*vou passar um para vocês pensar*". O problema era o seguinte:

> a) Um pacote tem 5 quilos de arroz. Uma família comprou 8 pacotes e já consumiu 28 quilos. Quantos quilos de arroz ainda restam?
>
> Primeiro, responda as perguntas:
>
> - Quantos quilos de arroz o pacote têm?
>
> - Quantos pacotes a família comprou?
>
> - Quantos quilos já consumiu?
>
> - O que queremos descobrir nesse problema?

A professora informa que a redação do problema auxilia os alunos a organizarem as informações, por isso devem responder as perguntas elencadas nos itens, antes de resolver a pergunta principal: "*Quantos quilos ainda restam*". Clara lê o enunciado e a professora lê as perguntas elencadas no problema, como um roteiro para a resolução. Ivete e Patrícia participam dessa correção.

Excerto 45

Professora: Então para finalizar eu queria focar nesse exemplo aqui. Só para ver como é que a gente resolve os problemas. Porque isso é importante: a gente saber o que está resolvendo.

[Clara se dispõe a ler o exercício]

Professora: Tá, então agora eu vou fazer as perguntas e vocês vão me responder. "Quantos quilos de arroz o pacote tem?"

Clara: [inaudível, fala algum valor qualquer e ri]

Professora: Clara tu tem que olhar aqui ó, não coisa que vem da tua cabeça. Esse aqui é um pacote de cinco quilos [desenha um retângulo para representar um pacote de arroz]. "Quantos pacotes a família comprou?"

Patrícia: Cinco... Oito. [Parece que estava testando os números informados no enunciado]

Professora: Ela comprou oito pacotes. Quantos quilos ela já consumiu? Já comeu?

Ivete: [fala baixinho] Uns quatro...

Antônio: Vinte e oito quilos.
Professora: Consumiu... está tudo aqui no problema. Consumiu vinte e oito quilos. (...)

Nessa correção, todos os alunos foram convidados a participar e o foco da professora estava em "*como resolver os problemas*". Segundo ela, "*é importante a gente saber o que está resolvendo*". Nesse episódio a professora chama a atenção de Clara, dizendo que ela não pode responder "*coisa que vem da tua cabeça*", deve retirar as informações do enunciado fornecido. Patrícia responde com alguns dos números que compõem o enunciado, numa tentativa de que algum deles seja a resposta correta. Só depois que o número correto (8) é verbalizado, a professora continua a correção.

Para facilitar a interpretação e auxiliar nas respostas, a professora troca algumas palavras do enunciado. Ao trocar "*consumiu*" por "*comeu*", ela faz uso de uma palavra diferente buscando auxiliar na interpretação do problema, uma maneira de facilitar a leitura do que está escrito.

Ivete acompanha a resolução e responde algumas perguntas. Diferente de Patrícia, que utiliza os números do enunciado, Ivete estima os valores para responder: "*uns quatro*" quilos de arroz foram consumidos. A professora pergunta quanto ela acha que sobrou de arroz. Ivete estima que "*uns 6 quilos*". Patrícia fala da família dela, que é grande e "*vai bastante arroz*". Segundo a aluna, "*deveria ter pacote de 10 kg*".

Excerto 46

Professora: Agora, pergunta para todos: o que queremos descobrir nesse problema?
Alguém: Como assim?
Professora: O que queremos descobrir nesse problema? Tá, vou ler de novo. [lê o enunciado novamente]
[Clara fala alguns números e ri]
Antônio: Doze quilos.
Professora: O que queremos descobrir? O que nós queremos descobrir no problema?
Antônio: Essa é difícil...
Professora: Hã?
Janete: Querem descobrir quanto eles já consumiram.
Professora: Quanto eles consumiram já nos responderam aqui, né? [referindo-se à terceira pergunta] "Quantos quilos já consumiu? Vinte e oito". Não é o quanto ele consumiu...
[Silêncio]
Professora: O que queremos descobrir nesse problema? Qual é a pergunta?
[Alana responde baixinho e a professora pede para falar mais alto]
Alana: Doze!
Professora: Tá, mas quantos quilos o quê?
[Clara continua falando números quaisquer ao fundo e rindo]
Ivete: Mas professora, a senhora botou arroz, mas depende da família né? Família grande, família pequena.

Professora: É... uns comem mais, outros comem menos. Não. Mas eles estão dizendo que comeram vinte e oito quilos.
Ivete: [Inaudível, mas não concorda com o 28].

A discussão do último item, "*O que queremos descobrir nesse problema?*", causa um pouco de estranhamento entre os alunos. Não é necessário responder com um valor numérico, apenas informar o que deve ser calculado, mas sem a necessidade de calcular. Antônio "reclama": "*essa pegou heim*?". Ele havia respondido o resultado da pergunta, 12, mas a professora não aceita essa resposta e repete a pergunta aos alunos. A professora descarta a resposta de Janete e Alana também tenta responder com o valor numérico da resposta. Ivete intervém salientando que, por se tratar de arroz, "*depende da família*" para saber o quanto foi consumido. Ela enfatiza que por ter "*botado arroz*" no enunciado, não será possível saber o valor exato. Foi especificado no problema o que está sendo calculado, a quantidade de arroz, e talvez, para ela, para fazer esse cálculo outros fatores devem ser considerados, como a família. Mesmo concordando com a aluna, a professora retoma a solução do problema e salienta que as informações estão no enunciado: "*eles estão dizendo que comeram vinte e oito quilos*".

Essa última pergunta deveria ser respondida com "o que fazer" no problema. É o foco do problema, o resultado ao qual se quer chegar; seguindo as etapas corretas para a resolução, o aluno deve chegar à resposta para essa pergunta, indicando o término da resolução: no momento em que ela for respondida, o exercício finaliza.

As palavras "*ficaram*" e "*restou*" (e suas derivações) são usadas pela professora para referir-se ao resultado da subtração. Para responder à pergunta "*Quantos quilos de arroz ainda restam?*", é necessário realizar a subtração, e a professora enfatiza que responder essa pergunta é o que deve ser feito para resolver o problema: "*eu quero saber quantos quilos ficaram, quantos restaram*".

Ao lidar com problemas escolares, os alunos mobilizam estratégias para identificar, analisar e responder às perguntas formuladas nos enunciados. As informações do enunciado fornecerão subsídios para responder a pergunta e o aluno tem que saber qual é a informação esperada, ou seja, deve saber identificar "*o que querem descobrir*" em cada problema.

Excerto 47

Professora: Esses passos aqui a gente tem que ir em todos os problemas, saber o que que eu tenho de dados e o que que eu quero descobrir. Por isso ele é um problema, a gente tem que achar a questão. Quando a gente tem um problema na vida não tem que resolver? Então, é a mesma coisa, só que é um problema de... arroz, né. Então, tem que descobrir.
Professora: Então, o *resolver o problema* são os cálculos que a gente vai fazer.

Antônio: A resposta desse último item... a resposta é quantos quilos restaram, aí vai ser o cálculo.

Professora: A resposta é “quantos quilos restaram” [A professora havia escrito no quadro a frase].

Antônio: Mas no caso, para responder eu teria que botar aquele ali que a senhora respondeu? “Quantos quilos restaram” ou eu teria que fazer o cálculo direto?

Professora: Não, o que ele tá perguntando? Tem que responder o que ele tá perguntando.

Antônio: Uhum...

Professora: O que queremos descobrir nesse problema? Não é “quantos quilos restaram”?

Antônio: Sim, tá certo.

Professora: é isso que tu tem que responder.

Antônio: Tá...

Professora: Depois vem o desenvolvimento para descobrir quantos quilos que restaram.

[Antônio relê em voz baixa o item e a resposta informada, parece não compreender o que está sendo solicitado]

Professora: Tá, agora tu deu a resposta final.

Antônio: É a mesma que essa... [referindo-se à pergunta do problema: “Quantos quilos restaram?”]

Professora: Não, não é a mesma que aqui. Aqui ele tá perguntando “o que queremos descobrir nesse problema?”

Antônio: Aí a resposta seria “quantos quilos restaram”. Aí a gente tem que colocar aqui.

Professora: Tá? Isso tudo é o raciocínio que a gente tá fazendo para chegar na resposta. A gente tem que fazer todo esse caminho em qualquer problema...

A discussão envolvendo a resposta para o último item envolve uma divergência de interpretação/compreensão do que está sendo falado. Diferente dos outros problemas, a resposta é uma frase interrogativa: “quantos quilos restaram?”. Nesse diálogo, a resposta confunde-se com uma pergunta da professora ao aluno.

A “*resposta final*” é a resposta do problema, o número de quilos de arroz (12 quilos), que será obtido efetuando-se alguns cálculos. A resposta à última pergunta escrita no problema será uma frase que explique o que deve ser calculado para obter a resposta final.

Antônio encontrou o número que responde a pergunta inicial, 12 quilos, mas parece não entender que a resposta ao último item está contida nessa mesma pergunta, não percebendo a diferença entre a frase e o número. Percebe-se que a professora está se referindo ao significado da resposta e Antônio ao número, resultado dos cálculos. Passado um tempo, Antônio aceita que a resposta é uma frase por extenso e concorda que, para resolver os problemas, deve saber o que responder em cada caso. O estranhamento dele pode ser atribuído à novidade no tipo de pergunta e no formato de resposta esperada. Mesmo quando a resposta é escrita por extenso, por exemplo: “*restaram 12 quilos de arroz*”, a frase contém um número, resultado de cálculos anteriores.

Na correção, cada número informado no enunciado é “*alguma coisa*” do problema. Para a professora, “*cada um tem o seu significado* e *isso vocês tem que saber o que é*”. Identificá-los é parte integrante da tarefa, assim como observar que algumas palavras indicam uma operação matemática.

Depois da correção, uma conversa descontraída gira em torno do contexto do problema.

Excerto 48

Professora: Vocês acham que eles comeram bastante arroz?
Ivete: Faltou o feijão, faltou carne...
Professora: Será que era uma família? Ou será que era uma...
Janete: [ao fundo] Um arroz com ovinho frito... Meu Deus!
Ivete: Faltou uma cebolinha...
Professora: Tá, e será que... É uma família grande ou é uma família pequena?
Patrícia: É uma família grande, “sora”. Essa família pode ser do tamanho da minha. Minha mãe teve onze filhos.
Professora: Meu Deus! [rindo] Então a gente sempre tem que ir imaginando. O pacote de cinco quilos de arroz no super é aquele pacote grandão, não é aquele outro pacotinho que vem dois. Eu vou ter o de dois e o de cinco [professora desenha dois pacotes no quadro, um maior e outro menor e informa os números 5 e 2 kg]. Não tem de dez né, eu acho. Senão eu não ia nem conseguir carregar.
Patrícia: Aah eu falei que tinha que ter um de dez. [referindo-se a um comentário anterior]
Professora: É.. aí compra?? Se tu quisesse dez o que tu ia fazer?
Patrícia: Comprar dois.
Professora: Comprar dois sacos de cinco, né.

Nesse excerto observamos que os alunos inserem alguns elementos externos ao problema narrado: “*Faltou o feijão, faltou carne*” e “*uma cebolinha*”. Para a alimentação de uma família não basta apenas ter uma quantidade de arroz, outras coisas devem compor uma refeição, como lembrado por Ivete e Janete. A professora busca relacionar a quantidade de arroz com o tamanho da família, como foi mencionado por Ivete no início do episódio, “*depende da família*”. O comentário sobre o tamanho dos pacotes de arroz leva a professora a propor outra pergunta: como comprar dez quilos de arroz, que é facilmente respondido pela Patrícia. Existe espaço para comentários sobre situações externas à sala de aula; entretanto, durante a solução dos problemas aritméticos, a professora descarta ou desconsidera aqueles comentários que não correspondem ou não contribuem para a solução esperada do problema, como é o caso do comentário inicial de Ivete sobre o tamanho da família, como um dado necessário para se calcular o consumo do arroz.

Ao término dessa aula, a professora elogia os alunos: “*Eu acho que vocês se saíram muito bem hoje*”.

5.2.12 *"Sempre tem um vizinho que ajuda": o algoritmo da subtração*

Na aula do dia 2 de maio, são retomados os cálculos com as operações de adição e subtração. A professora observa a necessidade de fazer uma "*revisão*" dessas operações, contudo, lamenta a ausência de alguns alunos: "*Pena que a Rosângela não veio, ela tem dificuldade. Por isso, às vezes não dá certo*". Após introduzidas as ideias da multiplicação para a turma, a professora retoma os exercícios de aplicação dos algoritmos, talvez devido à frequência dos alunos e à variação do grupo de alunos presentes em cada aula. Nessa noite, uma nova aluna participa da aula: uma adolescente, Daniela, que está matriculada há alguns dias, mas que frequenta a aula pela primeira vez.

Com a mesma ideia da aula do dia 18 de abril (Episódio "Transporte dos números: o algoritmo da adição"), a professora escreve no quadro alguns exercícios de aplicação dos algoritmos; os cálculos de adição em um lado do quadro e os cálculos de subtração em outro. A professora orienta: "*prestem atenção no sinal*", indicando que precisam atentar que deverão resolver cálculos de duas operações diferentes. Clara conversa bastante durante as aulas e, quando a professora fala sobre os exercícios de subtração, ela lamenta: "*é difícil para mim fazer de menos, eu não acostumei na outra escola*". Com isso, a professora pergunta se ela (principalmente, mas, a pergunta foi direcionada para toda a turma) quer objetos para auxiliar nos cálculos. Patrícia responde que não precisa, pois utiliza os seus lápis para realizar todas as operações. Nessa aula, Patrícia novamente realiza as atividades propostas para a turma toda, pelo menos em parte da aula.

Nesse episódio, as interações concentram-se na correção de exercícios de subtração, efetuadas com o uso do algoritmo escolar.

Excerto 49

Professora: Agora na subtração, que é o que eu vou tirar. Eu tenho uma certa quantidade que eu vou tirar. Quando é maior em cima, tudo bem. Eu tenho nove vou tirar três é tranquilo né??

[Corrige alguns cálculos]

Professora: Tranquilo a de tirar, Patrícia?

[Patrícia responde positivamente]

Professora: Agora aqui começa a problematizar um pouquinho [referindo-se ao cálculo 63 – 19]. Eu tenho três e não posso tirar nove. E não posso mexer na conta. Que que eu vou fazer?

Gustavo: Pede emprestado para o seis.

Professora: Lembrar dos vizinhos que ajudam.

Gustavo: O meu não. [risos]

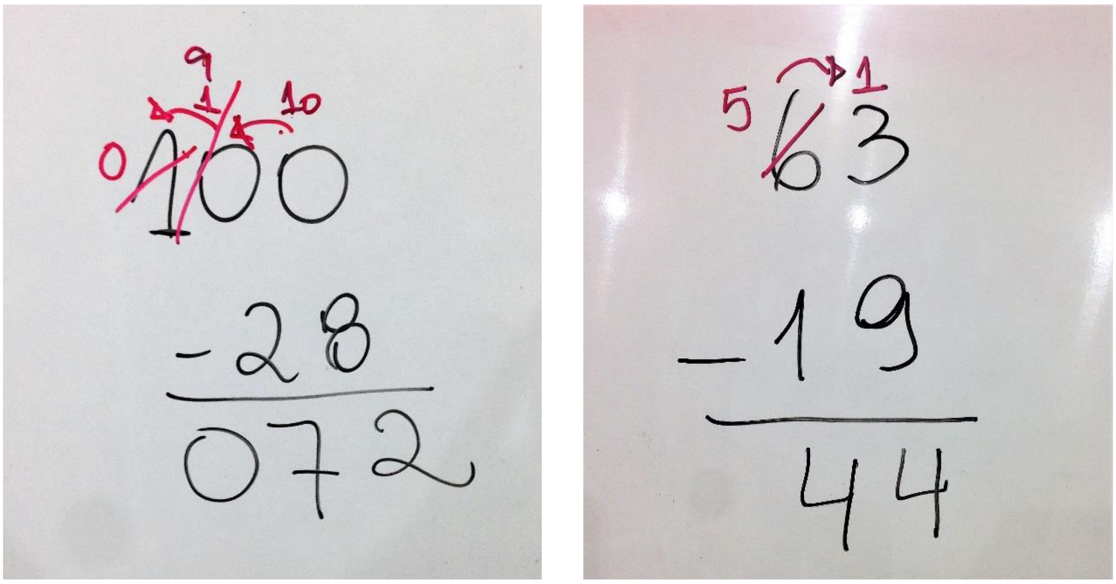
Professora: Tá, normalmente tem um vizinho que ajuda. Se não for naquele, vai no outro.

Professora: Então tu pede emprestado o um pra cá [de modo a ter 13 unidades] e aqui diminui um né, porque ele emprestou [das 6 dezenas, ficam 5]
Gustavo: Fica cinco.
Professora: Vai ficar cinco.

A operação de subtração está relacionada a "*tirar*" um valor de outro. Para identificar se Patrícia está acompanhando o que está sendo desenvolvido, a professora pergunta se "*está tranquilo a de tirar*", referindo-se aos cálculos envolvendo a subtração e ao entendimento dela quanto aos procedimentos. A linguagem adotada nesse excerto busca uma aproximação entre as noções matemáticas envolvidas com palavras conhecidas dos alunos. "*Pedir emprestado para o vizinho*" parece uma estratégia para explicar o procedimento de "empréstimo" que deve ser adotado no algoritmo da subtração: *vizinho* representa o algarismo que está próximo, do lado. Gustavo ironiza a analogia da professora, "*Lembrar dos vizinhos que ajudam*", trazendo uma situação externa à sala de aula: "*O meu não*". No contexto em que a professora faz a analogia, o cálculo de subtração pelo algoritmo, "*normalmente tem um vizinho que ajuda*". Ao orientar que "*Se não for naquele, vai no outro*", ela indica que o procedimento de empréstimo deve continuar para as outras casas decimais, caso não seja possível com o algarismo mais próximo.

A professora explica o procedimento de empréstimo informando todas as etapas adotadas no algoritmo e utilizando canetas de outra cor para registrar os números, enfatizando os números resultantes do empréstimo, como pode ser observado na Figura 11.

Figura 11 – Etapas de "empréstimo" nos cálculos de subtração (registros da professora).



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na imagem esquerda da Figura 11, observamos o que a professora caracteriza como "*ir no outro vizinho*": é preciso recorrer ao algarismo das centenas para realizar a subtração das unidades, 0 – 8. No Excerto 50, observamos a explicação da professora para esse procedimento.

Excerto 50

[Continuação da correção de 63 – 19]
Professora: Então, aqui o que ficou? [Falando das unidades]
Gustavo: Ficou treze.
Professora: Aqui eu desmanchei em unidades, ficaram treze unidades. Por isso que tá assim [referindo-se ao 13 escrito na casa das unidades]. Olha as casas separadinhas assim. Ao invés de eu contar uma dezena e três unidades eu desmanchei tudo em unidades. Por isso que eu estou tirando aqui [indicando as dezenas]. Então treze tira nove... [aguarda resposta]
Professora: Quanto?
Gustavo: Quatro? [sussurra]
Professora: (...)
Gustavo: É para mim falar, professora?
Professora: Qualquer um! [Referindo-se à participação dos alunos nas respostas às perguntas dela]
Professora: Treze tira nove?
Alana e Gustavo: Quatro.
Professora: Fica quatro. E aqui ficou cinco. Então, cinco menos um deu quatro [realizando a subtração das dezenas]. Então sempre vai ser assim, mesmo nas contas de números maiores.
Professora: Está te lembrando assim? [Para Daniela, indicando o cálculo de subtração]

Ao final da correção, a professora questiona Daniela sobre o quanto ela "*lembra*" dos cálculos efetuados, buscando resgatar os procedimentos dos algoritmos escolares de um contato escolar anterior com essas operações. Os alunos estavam acanhados nessa aula, talvez pela presença da nova colega, e participam pouco. Mesmo Gustavo que costuma conversar bastante, nessa aula estava quieto. Na correção, a professora enfatiza que quer que "*qualquer um*" responda, buscando uma maior interação dos alunos. A professora estimula que os alunos respondam às suas perguntas, autorizando que eles falem e estimulando a participação dos alunos na atividade de correção dos exercícios.

A expressão "*pedir emprestado*" explicita a conversão de uma dezena em dez unidades. As dezenas são transformadas em unidades, retomando as noções da composição dos números em diferentes ordens de grandeza. Uma dezena pode ser "desmanchada" em 10 unidades para possibilitar o cálculo da subtração, o que não se pode fazer é realizar a subtração 3 – 9, e não se pode *mexer* na conta, alterar os valores. Diferente do que acontece na adição, a subtração não pode ser efetuada independentemente da ordem dos termos. Existe uma ordem para a efetivação dessa operação. A professora orienta que os alunos “*lembrem dos vizinhos*” para realizar uma etapa que é permitida dentro desse algoritmo, o “empréstimo”.

No uso dos algoritmos de cada uma das operações, existem procedimentos, etapas e regras específicas a serem seguidas. No Excerto 49 e no Excerto 50, a professora busca regular as ações dos alunos na resolução dos exercícios. Ela enfatiza o que não é permitido realizar na operação de subtração, “*não pode tirar 9 [de 3]”* mas há uma opção “*pedir emprestado*”. Também existe uma restrição relativa ao que pode ser feito ao efetuar cada algoritmo. Na subtração “*não pode inverter, não é a mesma coisa que somar*”.

Na correção do cálculo 73 – 47, Daniela inverte os algarismos para efetuar a subtração, o que altera o resultado final. Nos algarismos das unidades ela realiza a subtração 7 – 3 ao invés de 3 – 7. No excerto a seguir, a professora deixa claro que “*não pode mexer na conta*” e isso fica mais explícito quando a professora analisa o erro de Daniela.

Excerto 51

Professora: Aqui também [inicia a correção do cálculo 73 – 47]. De três eu não posso tirar sete. Então, eu vou pedir um e aqui vai diminuir um [7 – 1 dezenas], tem que lembrar disso. Eu gosto sempre de anotar porque depois a gente esquece [ela risca o 7 e escreve 6]. Então ficou treze tira sete, sobrou...? Quanto sobrou de treze tira sete?
Daniela: Ficou... quatro
Professora: Aqui ficou quatro?
Daniela: É.
Professora: Treze tira sete...
Daniela: O meu ficou quatro.
Antônio: [baixinho ao fundo] Treze tira sete... ficou seis. [Fala alto para a professora]: Pra mim deu vinte e seis essa conta.
Professora: Eu tenho um, dois, três... [desenha 13 risquinhos no quadro]. Eu vou tirar sete: um, dois, três... [“cortando” os risquinhos enquanto conta]. Vai sobrar...
Gustavo: Seis.
Professora: Um, dois... [contando os risquinhos que não foram “cortados”]. Sobram seis.

Observamos que Daniela não responde à pergunta da professora, sobre 13 - 7, e sim responde o número que está escrito como resposta no seu caderno, diferente de Antônio, que realiza a subtração e depois responde o resultado final do seu cálculo. Para exemplificar o cálculo, mais um recurso é inserido na explicação: a professora faz risquinhos verticais no quadro e “corta” eles com um traço horizontal para indicar que está “tirando” valores. O resultado da subtração será o número de risquinhos que sobram sem cortes. Esse recurso é bastante utilizado pelas alunas Ivete, Patrícia e Clara para efetuarem as subtrações, quando não utilizam material manipulável.

Excerto 52

Daniela: Aaaah, eu não pedi emprestado dessa vez, só nos outros.
Professora: Porque tu não pediu? Para dar o quatro o que tu fez aqui? Deixa eu entender... [olhando para os valores do cálculo] Tu fez sete mais três..
Daniela: É... eu botei errado.
Professora: Aaaah, isso aí os alunos adoram fazer! Mas não pode.
Daniela: Como é que nos meus outros eu pedi emprestado e deu [referindo-se ao fato de ter acertado os outros cálculos].
Professora: Quando é menor em cima não pode passar o de baixo para cima. Tem que pedir emprestado.
Daniela: Tá, mas meus outros deu tudo certo.
Professora: Então, deu seis, seis tira quatro... [continuando o cálculo]
Gustavo: Dois.
Professora: Dois. Não pode inverter. Não é a mesma coisa que somar: tu pode somar de baixo para cima, de cima pra baixo, vai dar a mesma coisa. Não altera aqui o.. produto[24]. Tanto faz seis mais quatro ou quatro mais seis vai dar a mesma coisa.

Quando a professora percebe o procedimento da Daniela de inverter os algarismos, enfatiza que isso não pode ser feito, mesmo sabendo que "*os alunos adoram fazer*", e dando assim indícios de que esse erro não é novidade para ela. Na adição, essa alteração na ordem dos termos não modifica o resultado final, contudo, a subtração é outra operação, com outras regras, e inverter a ordem dos termos é um procedimento que não é permitido nessas situações; a ordem "*de cima para baixo*" deve ser seguida.

Alguns problemas são propostos pela professora com o intuito de provocar os alunos a identificarem qual operação será realizada para resolvê-los. Nessa aula ela solicita a realização do problema: "*Julia está lendo um livro. Já leu 37 páginas, faltam apenas 14 páginas para acabar a leitura. Quantas páginas tem o livro?*". Na correção, ela pergunta qual operação está envolvida, utilizando as palavras *juntar* e *diminuir* para fazer referência a elas.

Excerto 53

Professora: Então, eu vou juntar ou diminuir?
Gustavo: Vai juntar.
Professora: Vou juntar né, com as quatorze que faltam.
[Realiza o cálculo 37 + 14]
Antônio: É uma conta de adição né, professora?
Professora: Sim, adição.

A diferença entre as operações de adição e subtração é representada nos diálogos como a diferença entre "*juntar*" e "*tirar*", respectivamente. Antônio busca a confirmação do nome correto, perguntando se é "*uma conta de adição*". Há um esforço em usar uma linguagem compartilhada: a professora refere-se às operações de adição e subtração como as ações de

---

[24] Professora fala "produto" mas estava se referindo à soma.

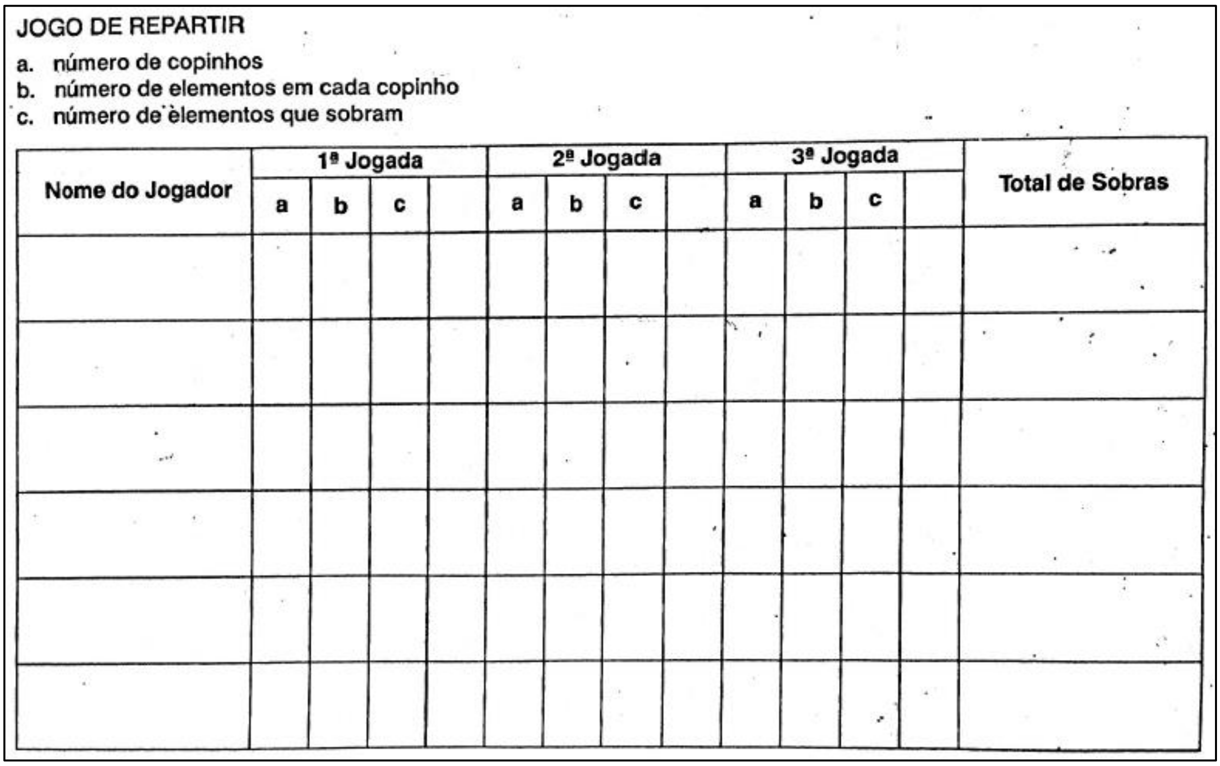
juntar ou diminuir, e, por outro lado, Antônio pergunta se é uma "*conta de adição*", mobilizando palavras pertencentes à matemática escolar, numa tentativa de apropriação dessa linguagem.

5.2.13 A divisão dos feijões e o "descer, descer, descer" do algoritmo

No dia 11 de junho, a primeira aula após o encerramento das aulas ministradas pela estagiária, a professora inicia as atividades envolvendo a operação de divisão. O título "Divisão" é escrito no quadro, o que gera alguns comentários dos alunos: Rosângela fala "*ai ai, divisão*" como se estivesse com receio desse assunto. Alana pergunta se a professora sabe qual é aquela conta que "*vai descendo até o zero*", pois para ela, "*aquela lá é difícil*". Professora confirma que "*essa vai descendo*".

No armário da sala estão guardados alguns copos descartáveis e um saco com feijões. A professora solicita que os alunos peguem, cada um, o número de copos que quiserem e um punhado de feijões. Enquanto pegam o material, perguntam quantos copos devem pegar e quanto de feijão. Clara pergunta se "*não vai estragar*" o feijão, mas a professora responde que "*esse já está velho*". Uma folha é distribuída para todos os alunos, conforme exemplo na Figura 12.

Figura 12 – Ilustração da folha de atividades dos feijões.


JOGO DE REPARTIR

a. número de copinhos
b. número de elementos em cada copinho
c. número de elementos que sobram

Nome do Jogador	1ª Jogada				2ª Jogada				3ª Jogada				Total de Sobras
	a	b	c		a	b	c		a	b	c		

Fonte: Acervo da pesquisadora.

A professora reproduz no quadro a tabela desenhada na folha para preencher durante a atividade e orientar os alunos. A atividade consiste em informar quantos feijões serão colocados em cada copo e quantos sobrarão, realizando a divisão em partes iguais. Na folha, a letra *a* indica o número de copos, a letra *b* indica o número de elementos em cada copo, no caso, é o número de feijões em cada copo, e a letra *c* é o número de feijões que sobra. Ao orientar o preenchimento, a professora desenha os copos e os feijões em cada uma das letras.

Cada aluno pegou um punhado de feijões, sem saber quantos grãos tinha ao todo. Eles deveriam realizar a distribuição de um número igual de feijões em cada copo. A professora não orienta como deve ser realizada essa divisão, "*cada um pensa como quer fazer*", apenas devem cuidar para que haja uma quantidade igual em cada um dos copos. Ivete pergunta se "*é pra contar os grãos*", para, então, fazer a divisão. Ela separa os grãos como se estivesse "escolhendo feijão". Antônio separa por partes "*Eu fiz dez, dez, dez, dez. Dez para cada um [eram 4 copos]. Aí sobrou uns feijãozinhos e eu separei um para cada um nos quatro copos. Deu onze e sobrou dois*"

Na primeira resolução, Rosângela não faz a divisão igualitária entre os copos.

Excerto 54

Rosângela: Professora, um tem vinte e nove e o outro tem vinte e seis.
Alana: Não tem como dividir né?
Professora: Tá, isso é uma boa lembrança dela [referindo-se a fala da Alana]. Vocês estão fazendo uma divisão. A gente fala em dividir igualmente para que não dê briga, tem que ter a mesma quantidade de elementos em cada copinho.
Rosângela: Eu contei dois e dois.
Professora: Se o teu deu vinte e nove aqui, e vinte e seis aqui, como é que tu vai fazer para tornar eles iguais?
Rosângela: Eu peguei dois copos...
Professora: Vamos igualar pelo de menos. Deixa os dois de vinte e seis e vamos ver quanto que sobra.
Rosângela: Deixar os dois de vinte e seis?
Professora: É.
Rosângela: Eu tiro então?
Professora: Tem que ser igual. Não pode um ganhar vinte e nove e o outro vinte e seis.

Para orientar a distribuição dos feijões, a professora informa que deve ser igual, "*para que não dê briga*". Propõe que Rosângela iguale as quantidades nos copos, usando como referência o copo que tem menor quantidade.

Como primeiro exemplo, a professora utiliza os valores de Antônio. No campo da letra *a*, está informado o número de copos (4), na letra *b*, o número de feijões em cada copo (11) e na letra *c*, quantos feijões sobraram (2). Como eles não haviam contado quantos feijões cada um pegou inicialmente, professora pergunta se "*consegue descobrir quantos feijões tem no* *total?*". Antônio multiplica 4 × 10 (40), soma com 4 × 1 (4) e com os dois feijões que restaram fora dos copos, totalizando 40 + 4 + 2 = 46. Ao perguntar os valores para os outros alunos, Alana informa que em um copo colocou 38 e no outro 41. Ivete informa que em um copo tem 137 feijões e que "*dá pra fazer ter*" a mesma quantidade nos outros copos. A professora lembra que o combinado para a atividade é ter um número igual de feijões em cada copo, e "*se sobrar, sobrou*".

Para todos os alunos, a professora pergunta se sabem calcular a quantidade de feijões que têm ao todo. Os alunos somam as quantidades em cada copo mais o que sobrou fora dos copos, sem escrever os cálculos no caderno.

Com o exemplo 26 ÷ 2, a professora apresenta o algoritmo da divisão e sua escrita. Informa os nomes de cada termo: dividendo, divisor, quociente e resto. Relaciona os termos com os objetos que estão sendo utilizados: 26 (feijões) é o dividendo, 2 (copos) é o divisor, o resultado é o quociente (quantos feijões em cada copo) e o número de feijões que ficaram fora do copo é o resto. Ao explicar o resto, fala que a divisão tem que ser "*exatamente a mesma coisa para cada um, então pode sobrar se não der para dividir mais*".

A professora efetua a divisão, 26 ÷ 2, utilizando o algoritmo, e Rosângela intervém sobre o procedimento.

Excerto 55

Rosângela: Sempre vai descendo aquele zerinho ali ou quando for maior as contas vai...? [Referindo-se aos resultados das subtrações, 2 – 2 e 6 – 6]
Professora: Quanto maior o número mais pra baixo ele vai.
Rosângela: E se for assim... Oitenta e oito, aí vai descendo o oito, vai descendo o oito e aquele zerinho também?[25]
Professora: Agora eu vou chegar nessa parte, primeiro nós vamos ver o resultado do jogo. Mas eu vou explicar melhor daqui a pouco.

Rosângela pergunta sobre o procedimento adotado na divisão pelo algoritmo, "*sempre vai descendo aquele zerinho ali*", identificando uma nova regra envolvendo o algarismo zero a ser observada nessa operação. No exemplo, 26 ÷ 2, o resultado de cada uma das subtrações é zero, e Rosângela parece supor que o zero é copiado, "*vai descendo*". A professora orienta que vai "*explicar melhor daqui a pouco*", para tranquilizar Rosângela quanto ao procedimento.

No quadro, a professora calcula o total de feijões de cada aluno, multiplicando o total de feijões em cada copo pelo número de copos e somando com a quantidade de feijões que sobraram. Depois disso, ela explica o algoritmo da divisão utilizando os números da atividade:

[25] Rosângela cria um exemplo com o número 88 para explicar a sua pergunta sobre o algoritmo.

realiza a divisão do número total de feijões pela quantidade de copos que cada aluno tinha. Com isso, o quociente refere-se à quantidade de feijão em cada copo, e o resto, no algoritmo, à quantidade de feijões que sobraram fora dos copos. Usa essas informações para “confirmar” o resultado das divisões. Durante a explicação, a professora utiliza exemplos de objetos para serem distribuídos entre pessoas, conforme excerto abaixo.

Excerto 56

Professora: Dois dá pra dividir por três?
Rosângela: Dois... dá!
Professora: Eu tenho duas balas pra distribuir pra três crianças...
Rosângela: Não, não dá.
Professora: Não vai dar né, vai dar briga.
Ivete: A não ser se cortar no meio.
[Risos da turma]
Rosângela: Daí é metade já.
Professora: É, daí não dá. Como eu tenho que fazer exato eu tenho que pegar os dois números.
[Continua a explicação, 24 ÷ 3].

Ao utilizar a analogia de dividir balas entre crianças, a professora utiliza a analogia de que não dá para dividir duas balas entre três crianças, “*vai dar briga*”, relacionando a impossibilidade da divisão com uma possível briga entre crianças. Ivete apresenta uma possibilidade de divisão, “*a não ser se cortar no meio*”, como uma solução para a possível “*briga*” entre as crianças. Em algumas situações cotidianas é possível realizar essa divisão por meio da partição dos elementos, conforme salientado pela Ivete. Associar a impossibilidade de efetuar a divisão exata do número dois pelo três com uma situação envolvendo crianças, parece ser uma forma de fixar o procedimento a ser seguido durante a operacionalização do algoritmo: se o primeiro algarismo a ser dividido é menor que o divisor, deve-se considerar o número formado pelos dois primeiros algarismos.

Excerto 57

Professora: Agora vai ser vinte e quatro dividido por três.
Antônio: Dá oito.
Professora: Aí assim, a gente pensa: quantas vezes cabe o número três aqui [referindo-se ao vinte e quatro].
Rosângela: Duas vezes cabe o número três aí, professora?
Professora: Quantas vezes cabe o três aqui?
Antônio: Oito.
Professora: Oito. Porque oito vezes três é igual... [escreve 24 abaixo do 24 que estava sendo dividido e realiza a subtração]. Então sempre tem que procurar o número igual ou menor daquele.
Rosângela: Bah, vai ser uma confusão!
Ivete: É... um quebra cabeça.

Rosângela: [comenta algo inaudível]
Professora: Não é confuso... Porque é só o inverso da multiplicação.
Rosângela: Quando eu estava aprendendo essas contas aí eu tive que sair do colégio, professora. Eu estava a recém começando a aprender isso aí.
Professora: Mas... não faça isso. Não é pelas contas que tu foi embora.
Rosângela: Não, não foi. É que quando eu estava começando a aprender eu não fui mais na aula.
Professora: Aah, tá.
Rosângela: Quando eu era mais jovem né. Agora isso aí faz falta.

A professora orienta a pensarem "*quantas vezes cabe o número três no vinte e quatro*". Para isso, eles devem sempre "*procurar um número menor ou igual a aquele*". Nesse exemplo eles observam três operações diferentes: o número 24 deve ser dividido por três; o resultado oito deve ser multiplicado por três; o resultado 24 deve ser subtraído do primeiro número dado inicialmente e o resto deve ser analisado, para identificar se o cálculo deve ser continuado ou se foi concluído. Rosângela reclama, "*vai ser uma confusão*" realizar a divisão, observando essas diferentes etapas e procedimentos que devem ser seguidos ordenadamente para que o algoritmo resulte no valor correto. Ao responder que a divisão "*é só o inverso da multiplicação*" a professora tenta diminuir a preocupação de Rosângela, como sendo algo simples. Rosângela comenta que parou de frequentar a escola quando essa operação estava sendo ensinada, como se tentasse justificar a "*confusão*" enunciada por ela e que "*agora faz falta*". No início do episódio, Rosângela comenta "*ai ai, divisão"* e, ao final do Excerto 57, ela parece retomar seu receio de estudar essa operação, como se estivesse avisando a professora da sua insegurança.

A professora resolve alguns exemplos de exercícios de divisão orientando todas as etapas: "*baixa o próximo número*", "*faz a multiplicação*", "*subtrai o resultado*", "*divide pelo três de novo"* informando todas as etapas necessárias para efetuar a divisão pelo algoritmo escolar. A cada número que ela "*baixava*", fazia um risco no quadro, indicando a posição em que ele ficaria no algoritmo. Por ela estar utilizando os números obtidos na atividade dos feijões, os resultados encontrados são os mesmos informados na tabela preenchida. Essa igualdade leva Antônio a perguntar se "*isso é a prova real*". Ele verbaliza suas expectativas de obter o resultado correto nos exercícios e a prova real é uma estratégia adotada para essa confirmação. Rosângela pergunta o que fazer "*se der errado*", provavelmente por estar conferindo os números com aqueles que já tinha na tabela. Ela pergunta: "*Para a pessoa saber se está certo mesmo tem que ter o número igual?*", e a professora retoma as operações inversas de cada uma das quatro operações.

Rosângela intervém buscando uma forma diferente de realizar a divisão.

Excerto 58

Rosângela: Mas não precisa botar todos esses números ali embaixo. Se tu faz o resultado ali, deu né? Tipo esse ali: vinte e seis dividido por dois deu treze, não precisa fazer todos aqueles risquinhos ali. [Cada algarismo do número que era copiado novamente, a professora fazia um risco no quadro indicando onde seria posicionado o algarismo]
Professora: Aah mas daí o número é menor.
Rosângela: É... É melhor fazer isso do que fazer descer, descer, descer... [fala rápido a sequência de "descer" e todos riem da maneira como ela fala]
Professora: Mas se o número for maior aí a gente vai ter que fazer descer, descer, descer... [repete o modo de falar da Rosângela] até chegar no zero.
Rosângela: [rindo] Até chegar na lomba...

O algoritmo parece confuso para Rosângela, que busca uma maneira de "*ir direto*". A etapa de copiar os algarismos do dividendo, "*descer"* os números, parece ser interminável no algoritmo, pois os exemplos utilizados tinham números da ordem das centenas. A professora concorda com Rosângela sobre o exemplo citado com número menor, mas ratifica que com número maior, "*vai ter que fazer descer, descer, descer...*", orientando que esse procedimento deve ser seguido para os cálculos com o algoritmo.

A professora solicita que eles resolvam alguns exercícios, com a aplicação direta do algoritmo. Assim como na multiplicação, a professora orienta o uso da tabuada, contudo, nesse caso, eles deveriam identificar o produto para conseguirem realizar a correspondência. Rosângela e Alana não acatam a orientação, e a professora insiste:

Profe: Vê lá na tabuada... Mas o que vocês tem contra pegar a tabuada e olhar?
Rosângela: É que a gente se confunde, "sora".

Na divisão de 17 por 3, Rosângela observa que na tabuada do 3, o número "*mais perto*" é o 18, mas a professora a corrige, informando que deve ser um número menor, "*não o que passou*". A orientação de obter o número mais perto no resultado da tabuada não é suficiente: deve ser um número próximo, contudo deve ser um número menor. Nesse exercício, 18 é o resultado mais próximo, contudo, a divisão era 17 por 3, e isso descarta a possibilidade de usar o 18 na divisão. Assim como no algoritmo da multiplicação, "*olhar a tabuada*" parece não ser confiável para Rosângela, pois mesmo encontrando o número "*mais perto*" ele não é o correto, ela ainda deve avaliar se o número é menor que o dividendo.

Na aplicação do algoritmo, Rosângela e Alana ficam incomodadas com o número de etapas que deve ser observado. Rosângela repete várias vezes a expressão "*baixa o zero*", para todos os cálculos realizados, como forma de indicar o resultado da subtração realizada em uma das etapas do algoritmo. Parece ter decorado que essa etapa é importante. Ela pergunta quando precisa "*parar de dividir*", por que vai "*descendo, descendo, descendo*", referindo-se à necessidade de ter "*que descer*" os algarismos do dividendo para efetuar o cálculo. As alunas estão trabalhando com alguns exercícios de aplicação direta do algoritmo e quando a professora pergunta se "*estão conseguindo*", Rosângela responde que "*está quebrando a cabeça até não poder mais*", como uma forma de demonstrar sua dificuldade e, também, seu esforço em trabalhar com o algoritmo. "*Por isso eu estou confusa. Uma hora é vezes, uma hora é menos, outra hora é de mais... bahhhh*". Ela faz desenhos de copos e bolinhas para realizar as divisões, buscando reproduzir a ideia dos feijões nos copos.

Após o término da correção dos exercícios, a professora salienta que o procedimento é sempre o mesmo, numa tentativa de acalmar as alunas.

Excerto 59

Professora: O mesmo pensamento tu tem que ter para as outras. Tu sabe fazer uma, tu sabe fazer todas.
Alana: Mas eu esqueço.
Rosângela: Mas dá uma confusão. Aí vai vezes, vai dividir, vai tirar...
Professora: Aah bom, isso aí tá... O que tu tem que saber: o vai e volta.
Rosângela: Se fosse só de vezes aí já tava bom.

A professora explica que os números "*vão e voltam*" para indicar as posições no algoritmo. Rosângela reclama, como um desabafo pela sequência de operações a serem realizadas "*Aí vai vezes, vai dividir, vai tirar*". Percebemos, nesses excertos, que a aluna verbaliza sua incompreensão e insatisfação com o procedimento. Rosângela lembra que essa é a primeira vez que estuda essa operação e a "*confusão"* das operações misturadas no algoritmo é mencionada como o motivo da demora na apropriação do manejo do algoritmo escolar.

5.2.14 Os baldes de água: o número de viagens "depende da lonjura" da casa

Na aula do dia 12 de junho de 2018, uma folha impressa é entregue aos alunos. Um dos problemas consistia no cálculo da quantidade de viagens que uma pessoa deveria fazer para carregar 16 baldes de água. Os alunos concluem que são oito viagens. Os exercícios da folha são realizados sem o uso de algoritmos ou procedimentos de contagem (risquinhos, bolinhas). Com isso, a professora chama a atenção que "*vocês sabem fazer a divisão, todo mundo acertou*", mas questiona "*na hora de armar, porque fazem confusão?*".

A partir disso, inicia a correção dos exercícios por meio do algoritmo, indicando o que cada número representa no algoritmo e enfatizando o valor do resto, que não precisa ser zero.

Rosângela pergunta se "*o que sobra é sempre o que resta*", referindo-se ao resultado de cada subtração e ao número que aparece ao final do cálculo.

Excerto 60

Professora: Quantas viagens o menino fez do poço até a casa para trazer dezesseis baldes de água?
Rosângela: Fez oito viagens.
Professora: Que dados eu tenho para descobrir que é oito?
Rosângela: Essa é de vezes, professora...
Professora: Não pensa ainda se é de vezes, mais ou menos ou dividir... Pensa no que tu está lendo. "Quantas viagens o menino fez do poço até a casa para trazer dezesseis baldes?" É isso que o problema diz.
Ivete: Depende da lonjura da casa, né "sora".
Professora: Será???
Ivete: É que... depende da lonjura da casa cansa mais as viagens também.
Professora: Mas as viagens depende da lonjura da casa?
Rosângela: Ele fez duas viagens, professora.
Ivete: Sim... duas viagens ele fez né. Mas aí, olha, conforme a lonjura da casa...
Rosângela: Mas é tão pertinho a casa... [referindo-se ao desenho ilustrativo]
Professora: Ele pode demorar mais tempo ou menos tempo, mas tá perguntando quanto tempo ele leva?
Ivete: Aahhh, daí eu já não sei [rindo ao final].

Para realizar a correção do exercício utilizando o algoritmo, é necessário identificar quais são os valores correspondentes ao divisor e ao dividendo. Rosângela responde corretamente, "*Fez oito viagens*", mas sem a confirmação da resposta, ela fala outro número: "*Ele fez duas viagens*". Ela tenta identificar qual a operação envolvida, dizendo que "*essa é de vezes*", mas a professora orienta a não pensar na operação envolvida e sim "*no que tu está lendo*".

Ivete analisa que para responder a quantidade de viagens há o fator distância que deve ser considerado. Dependendo da distância, as viagens se tornam mais cansativas e isso pode aumentar (ou diminuir) a quantidade de viagens a serem realizadas. A professora tenta descartar essa variável como algo desnecessário para responder o problema. Rosângela recorre ao desenho impresso, "*é tão pertinho*", para auxiliar na refutação da análise dessa distância.

Excerto 61

Professora: Olha a pergunta: "Quantas viagens o menino fez do poço até a casa?"
Ivete: Oito viagens...
Professora: Oito viagens!! A resposta está certa mas eu quero ver como vocês pensaram isso, entendeu?
Rosângela: Eu acho que o problema pede de vezes...
(...)
Professora: Eu não sei por que na matemática todo mundo fica achando alguma coisa [risos]. Não tem que achar...
Rosângela: [rindo] Não é pra gente adivinhar né "sora"...

Professora: A matemática é muito.... matemática! O que está ali é o que está ali, não é para inventar e procurar nas paredes. O que ele te dá de dados é a interpretação do probleminha. Como quando vocês visualizam, todo mundo acertou. Mas se eu vou dar escrito, de repente vai ficar "achando" o que é e o que não é...

Nesse excerto observamos que os alunos respondem o valor correto, mas não conseguem justificar e explicitar o procedimento adotado. Rosângela tenta responder com uma das operações abordadas até o momento, "*Eu acho que o problema pede de vezes*" e a professora relembra que na matemática "*não tem que achar*". Como no Episódio "Homens e mulheres em uma festa" (Excerto 11), Rosângela "*acha*" algo a partir do enunciado e a professora enfatiza que isso não pode ser considerado. Ela recorre à exatidão da matemática para salientar que os alunos devem utilizar apenas as informações do enunciado, dando a entender que a operação a ser realizada pode ser inferida diretamente a partir do enunciado.

Excerto 62

Rosângela: Eu olhei aqui... Eu acho que cada viagem que ele fez, foram seis viagens.
Professora: Já mudou? [rindo] De oito tu já achou que é seis... [Rosângela ri ao fundo] Por quê?
Rosângela: Porque eu estou vendo aqui, ele pegou dois baldes... [ri e não explica o resto do raciocínio]
Professora: Mas eu disse que a resposta certa é oito e que vocês acertaram.
Rosângela: Oito viagens ele fez.
Professora: É. Isso tá certo, eu não disse que estava errado.
Rosângela: Dezesseis baldes que ele levou, né?
Ivete: Eu acho que é que nem... dezesseis baldes... deu dezesseis viagens, porque ele pega os baldes, né?
Antônio: É que daí sobra um, né? Sobra um balde...
Rosângela: Não, sobram dois eu acho.
[Professora tem uma reação de surpresa das respostas dos alunos e eles começam a rir]
Rosângela: [rindo] A professora vai ficar loca com a gente...
Professora: [contendo o riso] Ele é uma pessoa, imagina vocês, que só pode carregar dois baldes. A não ser que fosse lá na Bahia que eles levam um na cabeça. [Risos dos alunos] Mas aqui ele não está levando nenhum na cabeça e nem em nenhum outro lugar. Ele tem duas mãos, ele leva dois baldes. Tá no desenho. Então são os dados reais que a gente tem: tem dezesseis baldes e cada vez ele leva dois. (...) Como é que a gente arma essa conta?
Rosângela: Eu acho que é de dividir, né?
Professora: Isso aí, muito bem!

Rosângela troca a sua opção de resposta, arriscando um novo valor, o que causa surpresa na professora. Ela lembra os alunos de que "*a resposta certa é oito*" e que eles haviam respondido corretamente, mas durante a interação, a falta de explicação para o modo como encontraram o número oito para a resposta causa dúvidas nos alunos, que começam a reavaliar o problema e a resposta.

Antônio passa a compor a interação, informando que "*sobra um balde*" e Rosângela argumenta que "*sobram dois*". Não fica claro o motivo dessas argumentações dos alunos, e a professora se surpreende com essas falas. Ela explica o problema fazendo um comparativo com uma pessoa carregando baldes, levará um em cada mão. Ela salienta que são "*dados reais que a gente tem*" e pergunta "*como arma essa conta?*", solicitando que eles respondam qual cálculo deve ser efetuado. Rosângela responde que "*acho que é de dividir*" e a resposta é confirmada pela professora.

Rosângela não muda sua forma de responder, novamente diz que "*acha*" algo, contudo, como a resposta está correta, a professora não corrige a fala dela. Esse modo de responder da aluna manifesta-se como uma estratégia para mostrar que não tem certeza da sua resposta. Como em situações anteriores, os alunos tentam responder corretamente às perguntas da professora e, se a resposta não é confirmada pela professora, eles testam outras respostas. Há uma expectativa deles quanto à confirmação da professora, quanto à validação de suas respostas.

A professora continua a explicação do problema, relacionando as informações do problema com os termos da divisão. Ao explicar a resolução, ela salienta que os alunos devem associar as informações do enunciado com as operações, e não "*ficar achando*". Devem interpretar qual a pergunta do problema e tentar respondê-la sem buscar informações "*a mais*", restringindo as hipóteses levantadas por eles durante as discussões.

Ao final, a professora informa que "*gosta desse tipo de atividade*", porque eles sabem resolver mesmo sem efetuar o cálculo pelo algoritmo.

5.2.15 O resultado está certo, mas "a conta está errada"

Efetuar a divisão pelo algoritmo escolar causa desconforto a alguns alunos, como vimos nos excertos anteriores. Contudo, saber aplicar o algoritmo parece ser um objetivo do processo de escolarização dos alunos. Antônio é um dos alunos que busca realizar as suas atividades e registrar os seus cálculos utilizando os algoritmos. Neste episódio, do dia 12 de junho, Antônio avalia as etapas do algoritmo a fim de identificar o seu erro durante as etapas realizadas. O problema era o seguinte: "*Numa escola estão separando lixo reciclável do orgânico. Conseguiram juntar 428 tampinhas de garrafas pet e distribuíram em quatro turmas* *quantidades iguais para usarem em um projeto de artes. Quantas tampinhas cada turma recebeu?*"

O resultado obtido por ele está correto, 107, mas quando me explica sua maneira de resolução, se atrapalha e conclui que não aplicou de forma correta o algoritmo.

Excerto 63

Antônio: Aí a resposta é "Quantas tampinhas cada turma recebeu?" Cada turma recebeu cento e sete. Aí eu fiz essa conta aqui, "sora". [Indica o algoritmo no caderno]
Pesquisadora: De dividir?
Antônio: De dividir. Aqui eu fiz assim... como é... quatro... não, quatro não. É... uma vez né? Aqui é um. [Apontando para o quociente]
Pesquisadora: Uhum.
Antônio: Aí... multipliquei... Aí, aqui no dois... que que é? (...) Como o dois não... O que que eu fiz? Eu fiz alguma coisa errada aqui né, professora?
[Olho para a resolução dele para tentar interpretar]
Pesquisadora: Não sei... [não enxerguei nenhum erro matemático] Está certo o teu resultado.

Antes de me explicar os cálculos, Antônio salienta o que tem que responder, "*Quantas tampinhas cada turma recebeu?*". Para isso, efetuou a divisão 428 ÷ 4 utilizando o algoritmo, registrado no caderno. Para dizer sua forma de aplicação do algoritmo, começa a explicar cada uma das etapas, da mesma forma como a professora realiza as correções no quadro. Ao fazer a primeira etapa, dividir o número 4 das centenas pelo 4 do divisor, observa que no seu caderno está escrito algo diferente do que ele estava narrando. Ele não identifica "o erro", mas sabe que algo está diferente do que a professora orienta. Ele me pergunta "*Eu fiz alguma coisa errada aqui, né?*", numa tentativa de confirmar que o procedimento estava errado. A partir da pergunta dele, avalio o cálculo, buscando algum erro matemático que indicasse o porquê da desconfiança dele. Porém, o resultado está correto e não identifico o que ele está considerando como "*errado*".

Excerto 64

Antônio: Aah, não. É que eu fiz direto aqui. Eu pensei assim ó "sora". Ahhh não, mas não pode fazer direto. Tem que ser uma coisa de cada vez né, professora?
Pesquisadora: É... [Sem entender o que ele quis dizer com "fazer direto"]
Antônio: Pior... aqui nessa armação..
Pesquisadora: Tu fez como "direto"? Fez o quarenta e dois? É isso? [Abaixo do número 42 está escrito 40, na subtração]
Antônio: Quatrocentos e vinte e oito... Isso! Eu fiz com o quarenta e dois. Mas a gente começa pelo um se dá né? O certo é um só, né?
Pesquisadora: É... o normal é sempre tu começar pelo primeiro. Quatro dá pra dividir?
Antônio: Dá.
Pesquisadora: Se dá pra dividir, tu faz só ele. Se não dá, se é um número menor, aí tu pega o outro.

Antônio: Tá.

Antônio realizou a divisão de 42 por 4, obtendo 10 como resultado. Ao perceber isso, ele explica que "*não pode fazer direto*", e busca minha confirmação de que isso está em desacordo com o procedimento explicado pela professora, "*tem que ser uma coisa de cada vez*". Diante da afirmação dele e da indagação sobre o que é "*o certo*", eu explico o procedimento da mesma forma como a professora explica, "*começar pelo primeiro*", pois, ao meu ver, era essa a confirmação que ele estava esperando.

Excerto 65

Antônio: Aí no caso... acho que tem alguma coisa errada. Eu fiz isso aqui e deu zero. Aí esse dois baixa pra cá?
Pesquisadora: Isso.
Antônio: Que esse quarenta aqui não tem nada a ver né, "sora"? Eu que fiz quarenta... Eu fiz dez vezes.
Pesquisadora: Por isso que tem dez aqui? [Indicando o quociente]
Antônio: Eu fiz alguma coisa errada. Agora eu vou fazer certo. Aí baixa o dois né?
Pesquisadora: Uhum.
Antônio: Aí como é que eu faço quando o dois não dá? Aí eu tenho que botar o zero aqui?
Pesquisadora: Isso.
Antônio: Eu botei o zero. Então eu acho que eu errei aí. Eu botei o zero... aí passa pra outra situação que é o oito, aí o oito baixa direto. Aí eu fiz com a soma. Vinte e oito, quantas vezes cabe o vinte e oito... quantas vezes o quatro cabe dentro do vinte e oito.
(...)
Antônio: Quantas vezes o quatro cabe dentro do vinte e oito. Aí eu fiz pela tabuada, é sete vezes né. Sete vezes...

Antônio narra as etapas realizadas por ele e refuta uma delas: o 40, resultado do produto 10×4, "*não tem nada a ver*" com as etapas a serem realizadas na aplicação do algoritmo. Para corrigir, ele inicia o cálculo novamente, ao lado do realizado anteriormente, a fim de seguir todas as etapas de forma ordenada. Ao refazer, ele percebe que o número zero surgiu da impossibilidade de dividir 2 por 4, nesse caso, e caracteriza que "*errou aí*", nessa etapa. Ele continua a aplicação do algoritmo e finaliza obtendo 107 como resposta. Após avaliar os dois cálculos escritos no caderno, ambos com o mesmo resultado, 107, Antônio reflete sobre o procedimento que adotou no primeiro caso e busca o meu aval para o seu "*erro*".

Excerto 66

Antônio: Mas a senhora vê que eu fiz errado né, que eu errei, entendeu? Aqui eu puxei esses dois.
Pesquisadora: Tu fez o quarenta e dois?
Antônio: Isso aqui tá errado né?

Pesquisadora: É... [reticente na afirmação] O normal é sempre fazer um só. Mas se tu botar o resultado certo, aqui vai dar na mesma, entendeu? Porque o que tu fez: fez dez vezes quatro né? E deu...
Antônio: Quarenta. Isso e baixou o dois aqui [referindo ao resultado da subtração]
Pesquisadora: Deu o mesmo resultado.
Antônio: Aaahhh entendi. Mas a senhora entendeu do jeito que eu pretendi fazer?
Pesquisadora: Sim, entendi.
Antônio: Mas, e... Não é... É correto assim? É correto assim, professora?
Pesquisadora: É uma outra forma de fazer.
Antônio: Aah, é uma forma de fazer. E se eu fizer assim quer dizer que vai dar certo também?
Pesquisadora: O resultado vai dar certo.
Antônio: O resultado sim... mas a conta aqui está errada, né? Essa forma de fazer.
Pesquisadora: Se tu quiser fazer exatamente pelo algoritmo, aí tu faz etapa por etapa.
Antônio: Aham.
Pesquisadora: Mas tem várias maneiras de fazer a divisão. Tu pode decompor esse número aqui como quatrocentos mais vinte e oito. Tu pode fazer isso também.
Antônio: Aham. Pra dividir né. Mas eu fiz uma coisa que não é certo né, é errado.
Pesquisadora: [hesito em responder]
Antônio: É errado porque ele puxa aqui dos quarenta...
Pesquisadora: Mas tá certo. A não ser que tu pense em sempre fazer pelo algoritmo, etapa por etapa, mas dá o resultado certo.
Antônio: Hum.. dá o resultado certo?
Pesquisadora: Sim, dá. Sempre vai dar.
Antônio: Eu vou começar a treinar bastante né, "sora". Porque aqui, a senhora já viu que eu me atrapalhei. E é importante a gente levar a sério também essas descidinha aqui né. As que desce pra gente não se perder.
Pesquisadora: [rindo] As descidinhas...
Antônio: Foi bom a senhora vir porque viu que eu fiz uma coisa errada. Obrigado.

Nesse episódio Antônio busca o seu "*erro*", identificando qual etapa pulou. Mesmo com a minha confirmação de que o resultado está correto, ele busca entender o que fez de errado e o que deve refazer para não repeti-lo. Para ele, é importante ter certeza de como aplicar o algoritmo, e respeitar todas as etapas da resolução. Ele pergunta várias vezes se "*isso tá errado*?", numa expectativa de confirmar o que ele identificou como "erro". Mesmo com a minha tentativa de explicar para ele que o modo como efetuou está correto e tem o mesmo valor para o resultado, ele enfatiza que "*O resultado sim... mas a conta aqui está errada*". Para ele, não basta responder corretamente, é necessário que "*a conta*" esteja certa. A professora enfatiza as etapas a serem seguidas na aplicação do algoritmo, e, ao perceber que não seguiu uma delas, Antônio busca confirmar seu "*erro*". Ele realiza a divisão corretamente, mas seu procedimento é diferente do ensinado pela professora. Há uma intenção do aluno em dominar esse modo de fazer, em apropriar-se dessa forma de resolução. Nas suas falas, ele verbaliza essa intenção, deixando explicito seu objetivo.

Ao corrigir este exercício, a professora percebe que "*essa dificuldade ela não explicou ainda*", referindo-se à etapa de dividir 2 por 4. Solicita que os alunos "*deixem essa*", que isso será explicado posteriormente.

Nesse episódio observamos uma manifestação do aluno em busca do procedimento correto a ser seguido: ele investiga aquilo que, possivelmente, a professora indicaria como uma etapa que não pode ser feita. Para isso, ele solicita o meu aval, pois sabe que o modo como realizou a divisão não é o modo esperado pela professora. Antônio me coloca na posição de professora, que deve confirmar para ele o mesmo modo de fazer explicado pela professora Maria, afinal, também sou professora. Há um conflito no meu papel de pesquisadora nesse momento, pois, mesmo sabendo que a forma adotada está correta, não avalio outras possibilidades de mostrar isso para ele, apenas auxilio a identificar a etapa que ele esqueceu. Ao final, ele agradece a minha ajuda.

5.2.16 O Veritek e os desenhos-surpresa

Na aula do dia 19 de junho, a professora retoma a divisão com o uso dos feijões e dos copos. O objetivo dela é que eles observem o "*vai e vem*" do algoritmo, a que cada número corresponde no algoritmo. A primeira atividade dessa noite era uma folha impressa contendo desenhos de copos e feijões, lembrando a primeira atividade de divisão realizada (Episódio "A divisão dos feijões e o "descer, descer, descer" do algoritmo"). A folha era separada em retângulos que tinham desenhos de uma quantidade de copos e de feijões. Os alunos deveriam realizar a divisão dos feijões igualitariamente nos copos e informar a sobra. Eles deveriam cuidar para não sobrarem copos vazios, ou seja, não poderiam colocar todos os feijões em um único copo e não poderia haver quantidades diferentes de feijões nos copos. Com isso, restariam alguns feijões (em algumas situações). Para verificar se a distribuição estava correta, a professora orientou os alunos a realizarem a operação inversa: multiplicar o número de feijões em cada copo pelo número de copos e somar o número correspondente aos feijões que sobrariam.

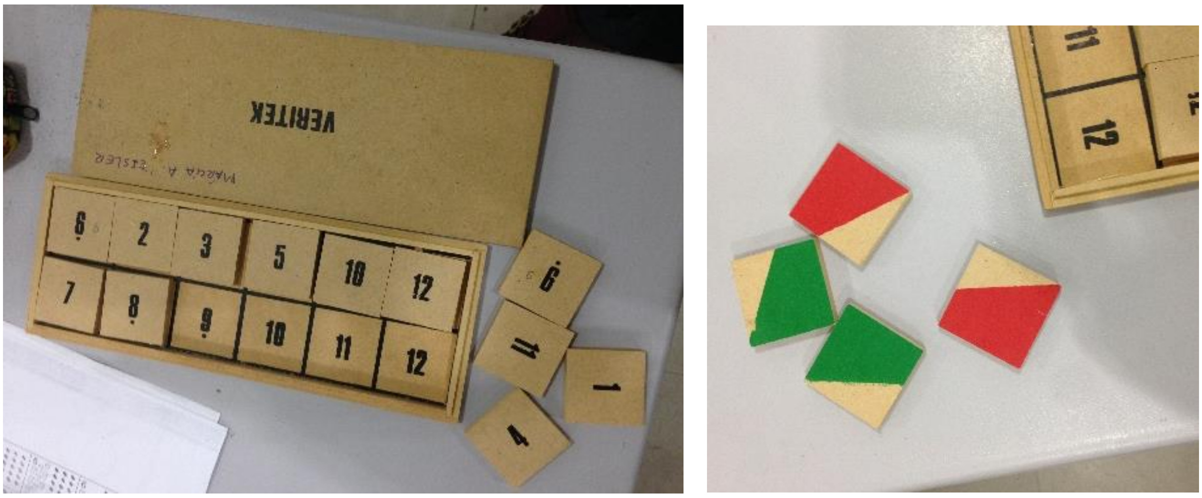
Para obter o número de feijões em cada copo, a professora explica utilizando o algoritmo da divisão. Por exemplo: para dividir 21 feijões em 12 copos, cada copo conterá 1 feijão e sobrarão 9 feijões. Para "*ver se a conta está certa*", os alunos deveriam efetuar $12 \times 1 + 9 = 21$. A professora solicita que eles façam esse procedimento em todos os retângulos desenhados na folha e que registrem seus cálculos. Inicialmente, Patrícia diz que não saberia fazer, pois não realizou a atividade dos feijões à que a professora se referia.

A folha impressa não continha números, apenas desenhos. Os alunos deveriam contar o total de feijões desenhados e o total de copos. Como os alunos realizaram corretamente a divisão, informando o resto em cada caso, a professora fala que eles "*sabem dividir*, *só têm que entender o vai e vem dos números*". Ivete e Patrícia realizam a atividade, mas sem escrever o algoritmo, apenas informam os números de feijões em cada copo e o resto, provavelmente efetuando a multiplicação.

Após isso, a professora propõe um "*jogo de divisão*", que utiliza as mesmas informações da primeira atividade. Ela possui 4 jogos e são 6 alunos presentes: Clara, Ivete, Janete, Patrícia, Antônio e Alana. Ela solicita que os alunos formem duplas para fazer o jogo. "*É bom vocês quebrarem a cabeça um pouco*".

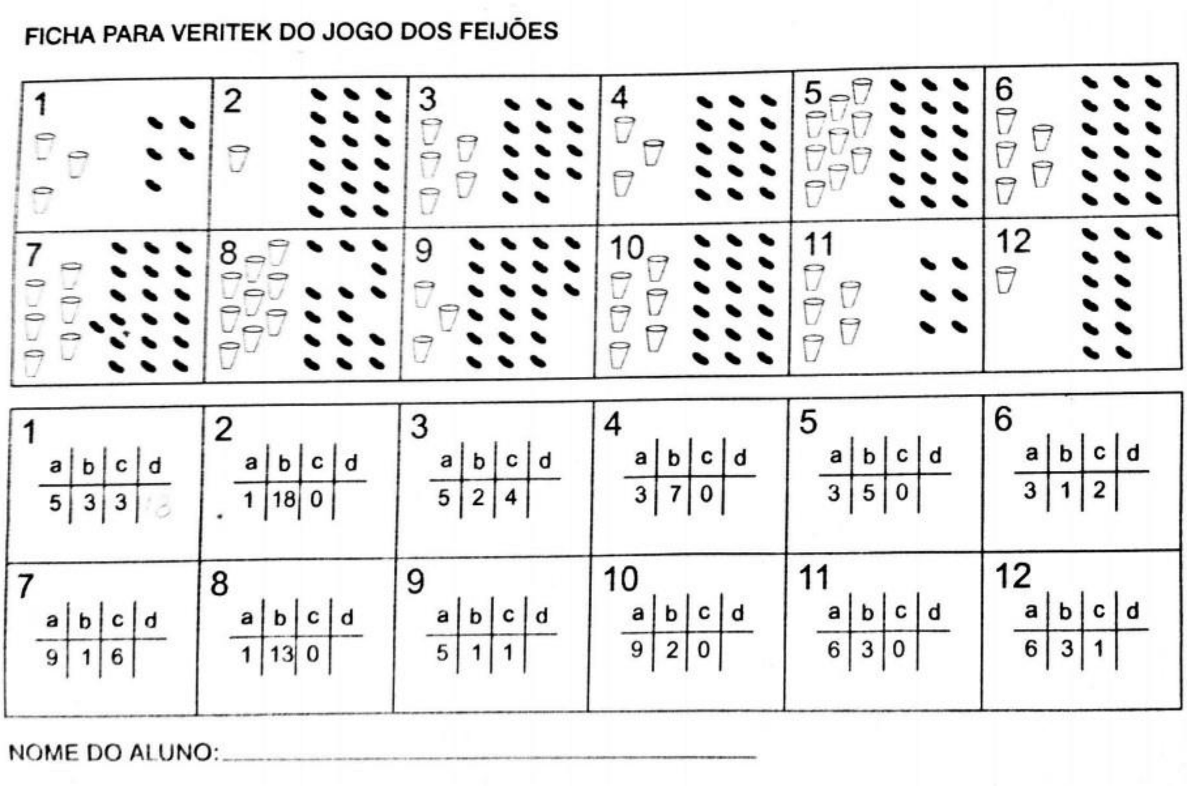
O Veritek é formado por um tabuleiro com o desenho de quadrados numerados de 1 a 12, 12 peças quadradas, cada uma delas com uma das faces numeradas e a outra face com uma parte colorida e uma "tampa", conforme mostrado na Figura 13. Uma ficha de atividades acompanha o tabuleiro (Figura 14) e, para esse dia, a professora escolheu as fichas que envolviam a operação de divisão (outras fichas envolvem operações de adição, subtração e multiplicação).

Figura 13 – Tabuleiro e peças do Veritek.



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Figura 14 – Exemplo de uma das fichas do Veritek.



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Na ficha, o primeiro retângulo contém 12 quadrados com desenhos de copos e feijões em cada um deles. No segundo retângulo, há 12 quadrados e cada um contém uma tabela com as letras *a*, *b*, *c*, e *d*, e os números correspondentes a cada uma das letras. Esses números seguem a atividade de divisão realizada com os copos de feijão, onde *a* representa o número de copos, *b* o número de feijões em cada copo, *c* o número de feijões que sobraram e *d* o número total de feijões.

A atividade consiste em realizar a correspondência entre cada um dos quadrados numerados no primeiro retângulo (que contém os desenhos de feijões e copos) com algum quadrado do segundo retângulo (que contém uma tabela com números). Essa correspondência deve ser refeita no tabuleiro e nas peças. Por exemplo: na folha da atividade, o quadrado 1 do primeiro retângulo corresponde ao quadrado de número 6 do segundo retângulo, pois há 3 copos (representados pela letra *a* na tabela), cada copo terá 1 feijão, representado pela letra *b* na tabela) e sobrarão 2 feijões fora dos copos (representados pela letra *c* na tabela). No tabuleiro, no quadrado com o número 1 deve ser colocada a peça com o número 6, com a face numerada para cima, e assim sucessivamente. Depois de completado o tabuleiro com todas as peças, a tampa serve de apoio para virar o tabuleiro de "ponta-cabeça". Como uma das faces de cada peça é colorida, ao virá-las se formará um desenho com as partes coloridas. Se for feita a correspondência exata dos retângulos da ficha e reproduzida corretamente no tabuleiro, ao virar as peças elas formarão uma figura geométrica colorida.

Os alunos têm dificuldade de interpretar o que deve ser feito. As letras *a*, *b* e *c* confundem a correspondência com o desenho de copos e feijões, mesmo os alunos já tendo realizado outras atividades com essas informações, como visto no episódio “A divisão dos feijões e o ‘descer, descer, descer’ do algoritmo”. Eu auxilio os alunos na interpretação das informações. Ao explicar para Antônio e Alana, Antônio lembra da atividade da aula anterior, que consistia na “construção” do número de feijões a partir das informações fornecidas “*tem que fazer uma conta né? Aquela continha*”. Com isso, eles realizam os cálculos para cada quadrado do segundo retângulo da ficha para obter o total de feijões e, aí, associar com um dos quadrados que contêm os desenhos.

A dupla Ivete e Janete não realiza as operações, fazem a correspondência direta entre os quadrados avaliando a quantidade de feijões e copos. Oriento para elas contarem o total de feijões e fazerem a distribuição nos copos desenhados e observarem o quanto sobra. Depois, buscar essas informações no segundo retângulo para então fazer a correspondência no tabuleiro. Essa estratégia é aceita por elas para a atividade, ambas realizam corretamente a divisão dos feijões entre os copos. Ivete reclama que “*Essas letras são muito pequeninhas*” e Janete repete os números de cada quadrado para ela. Elas calculam aleatoriamente, sem seguir a ordem numérica dos quadrados, mas Ivete orienta Janete, “*Bota um pinguinho aqui pra não esquecer que a gente já fez*”.

Patrícia e Clara realizam as atividades individualmente, Clara é auxiliada pela professora. Em um primeiro momento, Patrícia apenas completa o tabuleiro com as peças de acordo com o número das faces, “*Como eu fiz o cinco, achei que era para botar o cinco ali no cinco*”. Ela também não efetua os cálculos, apenas escreve no segundo retângulo uma legenda para orientar seu trabalho, informando o que significam as letras *a*, *b* e *c* na tabela.

O quadrado de número 2 do primeiro retângulo contém o desenho de um copo e 18 feijões. Ivete estranha esse quadrado, “*Mas aqui tem um copinho só*”, indicando que não irá “distribuir” os feijões. Patrícia também estranha esses quadrados:

Excerto 67

Patrícia: Tem treze [feijões]... mas se tem um copinho vai caber tanto feijão?
[Referia-se ao quadrado de número 12, depois observa que o desenho 2 também tem apenas um copo]
Patrícia: Mas agora também, mas um copinho vai caber dezoito e treze feijões?
Pesquisadora: Depende o tamanho do copo. Vai que é um copo grande.

Patrícia: Hum... daí sobra zero? Vamos ver...
Pesquisadora: Se eu colocar todos sobra zero, né?
Patrícia: Mas é que só tem um copinho, não tem outro.
[Percebe que tem dois quadrados que informam um copo e resto zero, diferenciando apenas o número de feijões]
Pesquisadora: Tem que contar os feijões.
Patrícia: Então tem que botar dezoito... mas tem que ver qual dos dois é.
Pesquisadora: Qual letra representa o número de feijões?
Patrícia: É o bê. Então é esse. [Apontando para o quadrado de número 2]

Patrícia conta o número de feijões em cada um dos quadrados, efetua a divisão e anota o resto em cada caso. A partir disso, ela realiza as correspondências entre os quadrados e refaz isso com o tabuleiro e as peças.

Antônio "*se perde*" em seus cálculos. Ele efetua as divisões do número de feijões pelo número de copos mas se detém no quociente obtido, informação que não está sendo utilizada na atividade. Alana, que está realizando a atividade junto com ele, insiste que não há necessidade de refazer os cálculos que já fizeram.

Excerto 68

[sobre o quadrado 8 do primeiro retângulo]
Antônio: Tem nove copos. Nove dividido por quinze. É quinze dividido por nove. É quinze dividido por nove?? [Com ênfase na pergunta]
Pesquisadora: [silêncio]
Antônio: Esse aqui, o oito. São nove copos... [conta os feijões] São quinze feijões divididos por nove. Vou fazer essa aqui...
Alana: Mas tu já não fez?
Antônio: Será que tá certa essa aqui? ["acha" a conta no caderno e me questiona]
Alana: Tá certo.
Antônio: Essa aqui nós fizemos certinho? [Para mim]
Pesquisadora: Sim [o cálculo está correto]
[Alana ri..]
Antônio: Será que tá certa a conta... deixa eu ver.
Alana: Ele é todo atrapalhado [rindo]
[Antônio murmura as etapas do algoritmo]
Antônio: A gente botou o dez... eu estou fazendo aqui.
Alana: Não, tu tá corrigindo. [Ela insiste que eles já fizeram esse cálculo]
Antônio: Isso, eu quero ver se tá certo. Quinze dividido por nove dá uma vez...
(...)
Pesquisadora: Dá uma vez, e sobra quanto?
Alana: Mas tá certo.
Antônio: Não, eu fiz errado aqui, pera aí. [Refaz uma etapa do seu cálculo]
Alana: Tá certo...
Antônio: Sobra seis.
Alana: É... não tá certo.

Antônio: E agora é nove vezes o um que dá nove. Aqui, é essa aqui, aqui. [referindo-se a um dos seus cálculos no caderno]. Agora eu achei, quer ver? É nove mais seis que dá... quinze! É quinze.
Pesquisadora: Agora tá certo?
Antônio: Agora tá certo!
Pesquisadora: Agora quais os valores tu tem que achar aí?
Antônio: Peraí, eu tenho que achar... o cê...
Alana: O seis, o quinze...
Antônio: O *a* é os copinhos né?
Pesquisadora: Isso, o *a* é os copinhos.
Antônio: Quinze são os copinhos, então tenho que achar os quinze copinhos.
Pesquisadora: São quinze copinhos?
Antônio: São... [pensa um pouco] são quinze feijões. São... são nove copinhos.
Pesquisadora: Nove copinhos, isso aí.
Antônio: Esse aqui... nove copinhos. [Avalia o quadrado 10 do segundo retângulo, com dúvida]
Pesquisadora: Esse é o único que diz nove copinhos?
Alana: Não...
Antônio: É esse aqui ó. [apontando para o quadrado 7 do retângulo inferior] O sete.
Alana: Aaahh
Antônio: Cruz credo! Que bom o joguinho né? [Feliz e rindo]
Pesquisadora: Legal, né?
Antônio: Viu, não deu o cálculo... alguma coisa estava errada.

Nesse excerto, percebemos que Antônio busca rever todas as etapas dos seus cálculos e confirmar a correspondência que eles haviam estabelecido, do quadrado superior 8 com o inferior 10. Alana insiste dizendo que eles já efetuaram esses cálculos e já encontraram a correspondência correta. Ela não avalia as etapas juntamente com o Antônio, apenas informa que ele "*já fez*", "*tá certo*". Antônio manifesta a intenção de confirmar sua resposta, revisando e refazendo todo o procedimento, enquanto Alana considera que, como já fizeram aqueles cálculos, está certo.

A primeira dúvida de Antônio está nos termos da divisão: se a divisão é de nove por quinze ou de quinze por nove. Contudo, ele tem certeza de que deve realizar alguma divisão, basta identificar qual. Ao identificar, observa os seus cálculos e me pergunta se está correto, novamente buscando a minha confirmação quanto à aplicação do algoritmo. Ele coloca seus próprios cálculos em dúvida, "*será que tá certo?*", "*Essa aqui nós fizemos certinho?*", não confiando na resposta obtida. Mesmo com a minha confirmação, ele refaz todo o cálculo. Ao terminar, ele faz a correspondência dos números dos termos da divisão com as letras *a*, *b* e *c*. Ao fazer essa relação, avalia a tabela do quadrado 7, que era a correspondência que tinham estabelecido. Para confirmar a correspondência, ele olha para o resto da divisão, o número 6, e percebe que no quadrado 10 a letra *c* (que representa quantos feijões sobraram) tem o número

0. Quando encontra os valores iguais aos seus, no quadrado 7, fala a resposta com convicção, entusiasmado com a resposta.

A dupla Janete e Ivete não realizou todas as correspondências. Janete justifica que "*É um quebra-cabeça isso aqui*". Elas desistem e começam a fazer alguns desenhos com as peças coloridas.

Antônio termina a atividade e fica curioso: "*Será que vai formar algum desenho?*" Na primeira vez em que os alunos completam o tabuleiro, ao virá-lo as peças não formam nenhuma figura. A professora explica que talvez eles tenham confundido a peça que deve ser colocada em cima de cada número. Eles começam a reavaliar suas respostas e a fazer tentativas de trocar as correspondências e girar as peças para obter o desenho. Mas a professora confirma que "*vai dar algum desenho*", não é a primeira vez que ela trabalha com o Veritek. Eu e ela reavaliamos as correspondências mas está tudo correto, e a partir disso os alunos se envolvem na tarefa de identificar o que o está sendo feito de errado.

Patrícia percebe que as peças ficaram "*de cabeça pra baixo*". Como tentativa, ela inverte todas as suas peças, rotacionando cada uma 180º. Ao virar, obtém o desenho correto, mas ela disse que "*ficou de cabeça para baixo as letras*".

Excerto 69

Patrícia: Olha "sora", eu consegui.
Professora: Ó, o dela deu certo.
Patrícia: Mas só que fica de cabeça pra baixo as letras [rindo]... Né?
Pesquisadora: Pois é... [Tentando identificar o porquê]
Patrícia: Eu fiz de um jeito e saiu de cabeça pra baixo.
Professora: Vira de novo, vamos ver. [Para enxergar qual a ordem dos números no tabuleiro]
Patrícia: Ó, pra ti ver: sai direitinho. Mas aí depois tu vai virar ele e vai ver que tem umas letras de cabeça pra baixo.
Eu: Tá, vira ele.
Patrícia: Aí ele fica assim, umas letras de cabeça para baixo [os números estão rotacionados, nem todos estão na posição correta de leitura]
Professora: Não, mas dá certo gente! Dá certo!
[Alguns alunos começam a rir]
Patrícia: Não vai dar, sora. Eu tentei fazer lá na minha mesa, quer ver?
Professora: Dá sim, dá! Porque eu já fazia e agora eu estou sem prática.
Patrícia: Eu vou fazer assim...

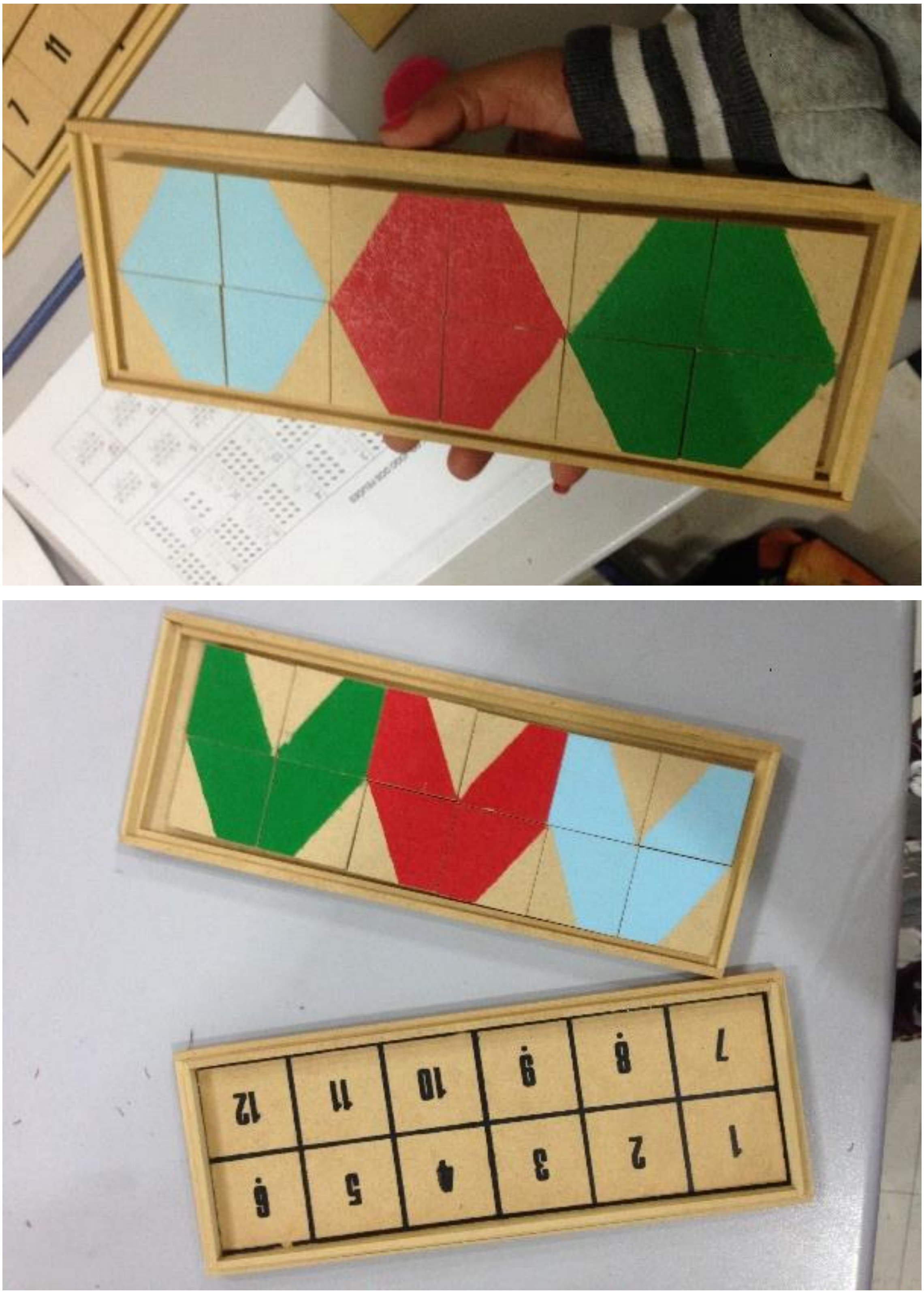
Professora novamente explica como deve ser feita a relação entre os retângulos. Patrícia pergunta se "*estão certas as contas que eu fiz aí*", porque ela manteve a correspondência mas rotacionou as peças no tabuleiro. Patrícia sugere fazer "*do outro jeito*", mas diz que não deu certo. Eu e Patrícia testamos inverter a correspondência entre os retângulos: no tabuleiro estávamos posicionando, acima de cada número do tabuleiro, a peça com o número correspondente ao segundo retângulo da folha; invertemos posicionando a peça com o número relativo ao quadrado do primeiro retângulo da folha de atividade. Ao finalizar a atividade e virar o jogo, formou-se um desenho, sem a necessidade de rotacionar as peças. Patrícia anuncia para a turma o resultado:

Excerto 70

Patrícia: Ó sora, deu direitinho.
Professora: Deu agora?
Patrícia: Invertido..
Professora: Aahhh, que maravilha! [aliviada]
Patrícia: Foi de outro jeito que a “sora” fez. [referindo-se a mim]
Professora: Tá, então me diz como é que é... é o de baixo...
Patrícia: É o de baixo, tem que começar com o debaixo [referindo-se ao segundo retângulo da ficha de atividades]. Tem que fazer debaixo pra cima.
Pesquisadora: Esse aqui é o tabuleiro [indicando que o segundo retângulo da ficha equivale ao tabuleiro]
Professora: Aaah, eu vou anotar!
Antônio: Como é que tem que fazer?
Pesquisadora: É esse aqui que é o tabuleiro, tem que pegar o valor correspondente de cima e colocar aqui.
Professora: E eu falei ao contrário [risos]
Patrícia: Olha “sora”, deu certinho.

Patrícia fica empolgada com a “solução do problema”. Ela repete que “*eu e a ‘sora’ conseguimos fazer juntas*” e auxilia as colegas a fazer a atividade. Cada ficha de atividades resulta em um desenho diferente. Antônio desfaz todo o seu tabuleiro e refaz para encontrar o seu “*desenho surpresa*”. Na Figura 15 observamos dois dos desenhos obtidos pelos alunos.

Figura 15 – Alguns desenhos formados com o Veritek.



Fonte: Acervo da pesquisadora.

Nesse episódio observamos a interação entre os alunos para construir o desenho surpresa. Ao finalizar a atividade e não encontrar um desenho “coerente”, eles se envolvem em um novo desafio: descobrir como fazer a correspondência correta. A ideia apresentada pela Patrícia, de rotacionar os números, nos leva a testar uma nova maneira de relacionar os números dos quadrados, tendo em vista que os cálculos efetuados estavam todos corretos.

Quando a professora pergunta "*então me diz como é que é*" ela enaltece a ideia apresentada pela Patrícia, que explica como deve ser feita a correspondência. Patrícia fica feliz com a solução e com isso começa a auxiliar os outros colegas. No final, todas as duplas conseguem obter desenhos. Antônio aprova o jogo "*dá pra fazer um monte de conta e é bom que se enterte*". O aluno comenta que "*é um bom jogo pra um dia de chuva, pra jogar junto com a família*".

5.3 Retomando

Buscamos, neste capítulo, relatar e apresentar os episódios envolvendo o estudo das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Apresentamos nosso primeiro olhar sobre os episódios, caracterizando algumas dimensões das negociações que emergiram durante a interpretação do material. Nos 16 episódios selecionados, cada um envolvendo um tema/assunto de discussão e negociação, é possível perceber a rotina da turma, a forma como as operações são abordadas e como os alunos lidam com o estudo delas nas diferentes formas de apresentação. Também, observamos a forma como a professora trabalha com os alunos dessa turma, suas singularidades, dúvidas e incompreensões, e como a pesquisadora pode ser "colocada em xeque" pelos sujeitos pesquisados. A pluralidade do material e a singularidade de algumas situações nos permite apresentar no próximo capítulo uma interpretação das negociações e enunciações que compõem o estudo das quatro operações básicas da aritmética nessa turma.

6 INTERPRETAÇÃO DO MATERIAL EMPÍRICO

A partir dos episódios selecionados, elencamos dimensões de negociações envolvidas em cada interação discursiva. As negociações que acontecem nessa sala de aula envolvem temas como dinâmica da sala de aula, organização das atividades, ideias e procedimentos matemáticos; os sujeitos, professora e alunos, negociam sentidos da prática e da matemática escolar e significados matemáticos. Salientamos que nosso foco está nas negociações desenvolvidas nessa turma e na matemática escolar; não foi objetivo da pesquisa avaliar a prática pedagógica da professora, nem a organização curricular dessa escola da EJA ou a aprendizagem de cada um dos alunos. Os erros matemáticos observados, de cálculo e de conceitos, também não serão analisados.

Conforme mencionado no capítulo 2, consideramos que a sala de aula constitui-se como um ambiente social, composta por sujeitos, professora e alunos, que interagem constantemente. É um local de atividade humana em que a língua é mobilizada para as interações. A partir da perspectiva bakhtiniana, percebemos que a sala de aula pode ser caracterizada como uma esfera da comunicação verbal, em que os enunciados proferidos pelos sujeitos são compreendidos pelos seus interlocutores naquele contexto escolar de comunicação. A matemática escolar possui tipos estáveis de enunciados, caracterizando um gênero dos discursos que permeiam essa esfera: são modos de falar, de expressar e escrever as ideias matemáticas estudadas nesse contexto.

Bakhtin (1992) salienta que a comunicação verbal não pode ser compreendida e interpretada fora do seu contexto de origem, o que nos remete a interpretar as enunciações produzidas na T2 como uma comunicação que ocorre naquele "terreno de produção" e entrelaça-se com enunciados e palavras que só fazem sentido nesse ambiente, com esses interlocutores.

Ao identificar que as negociações ocorrem de muitas maneiras nesse ambiente e envolvem temas variados, observamos momentos de negociações recorrentes, mas também colocamos uma lupa diante daquelas situações que parecem destoar desses padrões, daquelas que enxergamos para além da previsibilidade do noite-a-noite da sala de aula. Nossa linha de conexão entre as enunciações e as negociações buscou focar a linguagem mobilizada pelos interlocutores nas interações, identificando os posicionamentos de cada um nos diálogos e nas negociações envolvidas. Buscamos, ainda, interpretar o que as enunciações revelam sobre os alunos, o que elas nos mostram sobre a perspectiva dos alunos acerca do estudo da matemática enquanto sujeitos daquela sala de aula. Para isso, retomaremos algumas ideias abordadas no capítulo 2, confrontando com os episódios e excertos narrados no capítulo 5.

Os episódios contêm interações entre professora-alunos, alunos-alunos e pesquisadora-alunos. O modo como a professora expõe os procedimentos e as tarefas considera as singularidades desse grupo de alunos, jovens e adultos. Como em outros contextos, os enunciados possuem intenção, são proferidos por alguém e dirigidos a alguém.

Observamos que os episódios são recheados de momentos em que a intenção dos enunciados fica explícita. No episódio "O algoritmo da multiplicação e o transporte de valores", no Excerto 35, a professora pergunta a Antônio qual a sua resposta. A pergunta foi dirigida a ele que, até o momento, não havia interagido na correção. Percebemos que, nessa pergunta, a professora vai além da resposta do resultado correto: ela quer observar se o aluno realizou o cálculo mesmo sem ela ter explicado a etapa de "transporte" do algoritmo. Alana havia reclamado que não realizou o procedimento porque "*a professora não explicou*" e, após isso, a professora busca apoio em um dos alunos para argumentar que eles podem intuir que esse procedimento se mantém no algoritmo da multiplicação. No mesmo episódio, é possível perceber que a intenção pode estar implícita: ao reclamar da falta de exposição do procedimento, Alana deixa claro que considera que a professora deve explicar o procedimento, para validar aquele que ela estava cogitando.

Os enunciados são proferidos por alguém e têm relações, ecos, palavras de outras pessoas e de outros enunciados. No acompanhamento do semestre de estudo da T2 observamos a recorrência de orientações e procedimentos e, em alguns casos, a evocação de algo que já foi enunciado e deve ser considerado. No episódio "Homens e mulheres em uma festa", no Excerto 9, na conversa com Gustavo, a professora retoma uma orientação dada anteriormente, "*nós já tínhamos combinado*", enfatizando que sua orientação sobre a organização dos registros escritos deve ser seguida. No Excerto 41, ela retoma a explicação da composição dos números em ordens de grandezas. Essa composição, particularmente, é considerada durante todo o semestre para as explicações e interpretações dos procedimentos de "vai um", "empréstimo" e "transporte".

Nas diferentes situações ocorridas na sala de aula, observamos que os alunos estão envolvidos em um processo de escolarização, entendido como imersão em uma cultura escolar que se caracteriza por etapas, procedimentos, rotinas, acordos e usos de linguagem peculiares a esse ambiente. A turma é composta por sujeitos que tiveram pouco contato com a escola ou estão há alguns anos fora dela. Participar do cotidiano escolar envolve participar de práticas e estar sujeito a regras que não são familiares aos sujeitos. As repetições e as ênfases sobre os procedimentos, por parte da professora, e as interrogações dos alunos são indícios de que esse processo de escolarização não é simples, envolvendo orientações, acordos, repetições, aceitações e resistências, e negociações.

A ênfase da professora para o aprendizado das representações escritas padronizadas de cálculos, algoritmos, sinais de operações e respostas aos problemas pode ser percebida em vários episódios, como, por exemplo, no Excerto 14, ao questionar se "*sabe montar isso no caderno*"; no Excerto 12, ao orientar a escrita "*do sinalzinho de menos*" e no Excerto 9, quando argumenta que "*não apareceu nenhuma conta*" no caderno de Gustavo.

A matemática escolar tem uma linguagem escrita convencional expressa por signos, sinais, que expressam significados. Toledo (1997) afirma que "o registro gráfico e numérico é uma conquista do ambiente escolar" (*Ibid.,* p. 38). Carvalho (2001) aborda situações em que o registro escrito é negociado entre professor e alunos, e destaca as diferenças entre o registro escrito e a enunciação produzida para explicar as estratégias adotadas. O registro escrito confirma-se como uma prática escolar, dotada de regras e procedimentos capazes de serem "lidos" por outras pessoas escolarizadas matematicamente. Carvalho (1997) observa que raramente o registro escrito se faz necessário nas práticas externas à sala de aula.

Observamos que a professora da T2 verbaliza e orienta os alunos a usar o registro escrito e padronizado das etapas de resolução dos exercícios, reproduzindo e ratificando que isso é uma característica de ambiente escolar, deve ser seguido pelos alunos. Identificamos a preferência pelo uso dos algoritmos escolares como forma de resolução. A ênfase nesses procedimentos é justificada pela professora como uma preparação para outras etapas da vida escolar. Eventualmente, os alunos apresentam soluções oralmente, ou por escrito, que não correspondem aos algoritmos esperados pela professora. As negociações oportunizam esses enunciados, mas eles não são tomados pela professora como soluções satisfatórias ou soluções finais, devendo ser necessariamente complementados com as soluções padronizadas segundo os algoritmos.

No episódio "Os livros de poesia: o jeito de pensar do Eduardo", Eduardo utiliza um registro diferente daquele utilizado nas exposições da professora. Ele registra no quadro os cálculos na forma como os resolveu, agrupando valores. A professora orienta a forma como ele deve escrever, e posteriormente, utiliza os registros dele para exemplificar para os outros alunos a necessidade em seguir o padrão de escrita orientado. O aluno consegue registrar e expressar sua estratégia usando os símbolos da matemática, mas, não é a linguagem usual da matemática escolar, aquela "aceita" pela professora. Mesmo com a orientação da professora de "como escrever", Eduardo finaliza a correção utilizando a sua estratégia, justificando "*foi assim que* *eu pensei*". Ao explicitar seu modo de resolução, ele mostra que está correto, e busca negociar com a professora o reconhecimento de que a sua estratégia também é válida.

No episódio "As flores na jarra e os lápis na caixa", Eduardo apresenta e justifica oralmente sua resposta para o problema, mas a professora opta por prosseguir e repetir sua solução, que envolve a escrita de uma sentença matemática com uma incógnita. Esse é também um exemplo de tarefa que a professora propõe, aparentemente, com o objetivo de apresentar uma nova estratégia de resolução; para a professora, o mais importante não é a resolução daquele problema, mas tomar o problema como ponto de partida para exemplificar um determinado procedimento a ser ensinado.

No episódio "O algoritmo da multiplicação e o transporte de valores", Regina e Alana buscam a validação da estratégia adotada ao explicitarem que "*pegaram na tabuada*". Esse procedimento foi orientado pela professora, contudo, no cálculo efetuado pelas alunas, o resultado foi diferente. Ao explicitar isso, elas questionam a validade do procedimento, pois "*saiu errado*".

Bishop e Goffree (1986) salientam que

> Somente quando ocorre comunicação em que os parceiros querem ouvir e se identificar com o(s) outro(s), esses significados ocultos podem ser explicitados. A comunicação compreendida dessa maneira tem muitas formas - pensar em uma idéia, participar de uma discussão, desempenhar papéis na resolução de problemas, explicar para um colega, defender seu argumento, convencer outros sobre uma afirmação, rejeitar propostas falsas, entrevistar especialistas, fazer perguntas, relatórios, distribuição de tarefas etc. (BISHOP; GOFFREE, 1986, p. 330)[26]

As perguntas podem ser geradoras de discussões, além de proporcionar aos alunos explicitar seus entendimentos, incompreensões e modos de fazer. Percebemos, em alguns episódios, que a interação se inicia a partir de uma pergunta da professora. Ela oportuniza que eles verbalizem conceitos, ideias, e estratégias e procedimentos adotados para a resolução. Ao ouvi-los, a professora tem a possibilidade de identificar aquilo que os alunos sabem (ou dizem que sabem) sobre o conteúdo, e corrigir aquelas suposições ou procedimentos de resolução que não são aceitas naquele ambiente escolar.

Observamos algumas repetições e reiterações nos episódios: as explicitações das respostas de cada aluno (Excerto 4, Excerto 33), o cotejamento entre os resultados encontrados por cada um (Excerto 3, Excerto 35), a ênfase nas palavras dos enunciados que indiquem modos

---

[26] Em inglês: "Only when communication occurs in which the partners want to listen to and to identify with the other(s), can these hidden meanings be made explicit. Communication understood in this way has many guises - brainstorming an idea, participating in a discussion, playing roles in problem solving, explaining to a peer, defending your argument, convincing others about a statement, rejecting false proposals, interviewing experts, asking questions, giving reports, distributing tasks etc." (BISHOP; GOFFREE, 1986, p. 330)

ou operações que devam ser mobilizados (Excerto 32), as perguntas sobre o que representa o número encontrado como resposta (Excerto 3) e a parabenização pelos acertos dos alunos (Excerto 10, Excerto 19).

Alunos e professora fazem uso de algumas palavras para indicar procedimentos ou operações e, em algumas enunciações, há uma entonação nessas palavras. A adição está associada a palavras como "*juntar*" e "*pegar*"; a subtração com as palavras "*tirar*" e "*restar*", o resultado de uma operação com a palavra "*total*", ou o maior número informado; a multiplicação com "*fazer vezes*"; a divisão com "*distribuir*". O uso dos algoritmos é indicado em expressões como "*fazer a conta*" e "*armar a conta*". Há, porém, momentos em que os alunos denotam esforço para falar palavras da matemática escolar, como no Excerto 39 e no Excerto 53, em que Rosângela e Antônio utilizam a palavra "adição".

O uso de palavras da linguagem corrente como "*pegar*", "*juntar*" e "*tirar*" pode estar relacionado com outro recurso de linguagem estabelecido na sala de aula: imagens e objetos utilizados para a explicação das noções matemáticas e exposição de formas de resolução. No episódio "As flores na jarra e os lápis pretos", a professora utiliza desenhos no quadro, representando as flores narradas no problema; isso ocorre também no início da apresentação das ideias da operação de multiplicação, em que ela desenha grupos de objetos (bolinhas) para representar somas sucessivas. Lápis coloridos e uma caixa de sapatos são utilizados para representar a situação narrada no episódio "As flores na jarra e os lápis pretos", e observamos no Excerto 41 uma exposição da professora utilizando o material dourado. Esses episódios mostram que estão "*pegando*", "*juntando*" e "*tirando*" um certo número de *coisas*, e essas ações caracterizam as operações envolvidas.

As negociações envolvem compartilhar, por meio da linguagem, o significado das palavras enunciadas na matemática escolar. Os desenhos e os materiais concretos são recursos auxiliares utilizados para a negociação.

No episódio "Homens e mulheres em uma festa", no Excerto 11, Rosângela fala sobre a matemática, sua opinião: "*tudo tem que fazer a conta*". No episódio "Transporte dos números: o algoritmo da adição", percebemos os alunos falando da matemática, dos procedimentos adotados e das regras que devem ser seguidas. Os diálogos produzidos pelos sujeitos para falar *sobre* a matemática e falar *da* matemática são recheados de palavras, enunciações advindas do dia-a-dia dos alunos, das experiências que compõem a bagagem cultural que trazem consigo, de palavras reminiscentes da experiência escolar anterior e de expressões matemáticas que pertencem originalmente ao ambiente escolar, criando uma linguagem própria da sala de aula de matemática. Entendemos que, ao falar *sobre* a matemática, os sujeitos posicionam-se como externos à ela, tomando-a como algo dado, emitindo julgamentos e opiniões. Ao falar *da* matemática, os sujeitos falam de procedimentos, conceitos, atividades e estratégias para confirmar (ou refutar) o seu fazer matemático (FONSECA, 2012).

Os gêneros do discurso da sala de aula mesclam elementos da linguagem corrente nos ambientes frequentados pelos alunos com a linguagem da matemática escolar. De acordo com Bakhtin (1992), "cada esfera de utilização da língua elabora seus *tipos relativamente estáveis de enunciados"* (p. 279).

No episódio "O algoritmo da multiplicação e o transporte de valores", a professora corrige algumas palavras utilizada por Rosângela para referir-se aos procedimentos adotados no algoritmo da multiplicação, "*Não é emprestar, agora é de transportar*". Em outros momentos, Excertos 11 e 61, a professora corrige as falas de Rosângela sobre "*achar o que fazer*". Nas falas que Rosângela responde que "acha" algo, mas a resposta está errada, a professora a corrige; porém, a mesma palavra "achar" é usada quando a resposta está correta e não é refutada pela professora.

Bishop e Goffree (1986) abordam o conceito de explicação (*explaining*): "explicar é um processo interminável de representar as conexões, os relacionamentos, entre a ideia que se está explicando e outras ideias"[27] (*Ibid.,* p. 331). Contemplamos, nos episódios selecionados, excertos que explicitam as tentativas da professora de explicar formas de resolução (Excerto 12), estratégias de cálculo (Excerto 13), introdução de ideias matemáticas (Excerto 20). As explicações e interpretações dos problemas são orientadas pela professora. Mas, no episódio "Os livros de poesia: o jeito de pensar do Eduardo", Eduardo cria uma narrativa, um gênero próprio para sua enunciação, em que o contexto do problema é explicado de acordo com o seu modo de enxergá-lo. Nesse episódio, o aluno expõe a maneira como resolveu o problema dado, utilizando estratégias próprias de resolução, indicando que "*foi assim que eu pensei*", numa resposta a orientações anteriores da professora sobre "*pensar*" para resolver os problemas.

Segundo Bishop e Goffree (1986),

> Exemplos e contraexemplos podem ser trocados para que se possa ir além das palavras do outro e abordar os referentes. As analogias e metáforas usadas por cada um podem ser examinadas e comparadas e as diferenças expostas para que suas fontes possam ser rastreadas. Por tais trocas, cada um aprende mais sobre os referentes do outro, exemplos, analogias e conexões com o conhecimento existente. Na medida em que duas pessoas concordam com a validade dos referentes, os exemplos, as analogias e

[27] Em inglês: "explaining is a never-ending process of representing the connections, the relationships, between the idea one is explaining and other ideas" (BISHOP; GOFFREE, 1986, p. 331)

> as conexões, podemos dizer que elas compartilham o significado daquele conhecimento (BISHOP; GOFFREE, 1986, p. 347).[28]

Enquanto negociam, professora e alunos experimentam novas argumentações. Ambos expõem seus argumentos, que são validados ou refutados pelo outro. A negociação é dirigida, há uma intenção de atingir o outro, convencê-lo dos seus argumentos (ou de parte deles).

As dimensões das negociações identificadas no capítulo 5 envolvem expectativas, modulações dos discursos, permissões, explicitações dos sentidos e interrogações sobre as proposições escolares. As modulações dos discursos nos momentos de negociações caracterizam-se pelo uso alternado de palavras, termos e expressões que são (ou não) próprias dessa esfera de comunicação. A linguagem da matemática escolar possui formas típicas de uso e não se limita à linguagem verbal; os desenhos ilustrativos e os materiais concretos são recursos de linguagem usados para negociar os sentidos abordados.

As manifestações das expectativas nos mostram que nem sempre tudo fica claro, explícito em uma negociação. Há uma espera por "algo mais", algo a ser dito, enunciado, escrito, lido, interpretado ou explicado. Mas também mostra que a negociação envolve "não dizer", esperar pela conclusão/entendimento do outro. Ao negociar "permissões" está se negociando o que fazer, como fazer, de que modo fazer e, se é possível, fazer algo na sala de aula e nas operações matemáticas.

Percebemos que tanto professora quanto alunos estão negociando constantemente. Contudo, há momentos em que a negociação termina, emperra ou é encerrada pela professora. No episódio "O exemplo dos queijos: quanto cabe em cada caixa?", por exemplo, a professora insiste em que eles devem extrair as informações dos enunciados. O problema contém uma tabela com as informações sobre a quantidade de queijo. A negociação é interrompida, pois, para a professora, basta olhar o enunciado.

No episódio "A quantidade de centenas em um milhar", por exemplo, também a negociação é encerrada, apesar da manifestação de incompreensão dos alunos. A professora resolve a discussão entre Antônio e Rosângela utilizando a multiplicação por 10 e por 100 para a obtenção do número de unidades.

Mesmo com o foco nas interações verbais dos sujeitos, percebemos que alguns momentos de negociações de sentidos acontecem e são percebidos sem verbalizações. São os silêncios e

---

[28] Em inglês: "Examples and counter examples can be exchanged, in order that one can go beyond the words of the other, and can approach the referrents. The analogies and metaphors used by each can be examined and compared, and differences exposed so that their sources can be traced. By such exchanges each learns more about the other's referrents, examples, analogies and connections with existing knowledge. To the extent that two people agree on the validity of the referrents, the examples, the analogies and the connections we can say that they share the meaning of that knowledge." (BISHOP; GOFFREE, 1986, p. 347)

os olhares que indicam momentos em que os sujeitos aguardam verbalizações (ou ações) dos outros. No Excerto 7, a professora aguardava a explicitação da estratégia de resolução de Gustavo e, como ele não explica, ela manifesta com o olhar uma certa desconfiança quanto à execução da tarefa. No Excerto 37, Antônio olha para a pesquisadora enquanto resolve as atividades no quadro, aguardando a confirmação (ou negação) das hipóteses que ele estava cogitando como respostas na discussão com Rosângela sobre a quantidade de unidades que compõem o milhar.

Quando analisamos as enunciações que são produzidas na sala de aula da EJA, é importante, segundo Fonseca (2007), observar o caráter social e pessoal das situações explicitadas. Segundo a autora, os sujeitos têm suas posições nas interações, "não falam por falar" (FONSECA, 2007), eles ocupam posições de sujeitos naquele acontecimento enunciativo. Ao assumirem posições dentro das interações, os sujeitos participam de situações de ensino-aprendizagem que abrangem mais do que os conceitos matemáticos trabalhados. Para ela, quando o adulto fala sobre o que pensa e como pensa, desenvolve uma ação social, "é a conquista da perspectiva coletiva de um fazer antes solitário e que quer tornar-se comunitário nessa oportunidade – talvez única provavelmente rara – de conhecimento solidário que a escola lhe pode proporcionar" (FONSECA, 2012, p. 25).

Rosângela é uma aluna que reivindica explicações e esclarecimentos. Nas suas enunciações, é possível perceber que a aluna quer entender o procedimento ou as ideias envolvidas no exercício. Ela expõe suas ideias, argumenta e as refuta, em alguns momentos. Na discussão com Antônio, no episódio "A quantidade de centenas em um milhar", ela enfatiza o que entende por centenas, dezenas e unidades, salientando a definição exposta anteriormente pela professora "*Foi o que a professora ensinou pra nós. Que uma dezena é dez e unidade é um. A centena é cem*". A afirmação dela está correta, mas a proposta do exercício era a decomposição do número 1000 em centenas, dezenas e unidades, e a incompreensão de Rosângela sobre "o que fazer" no exercício desencadeia uma discussão com o colega. Antônio completa a tabela corretamente, mas as afirmações de Rosângela o levam a rever suas respostas.

No episódio "A divisão dos feijões e o "descer, descer, descer" do algoritmo", Rosângela explicita sua "*confusão*" com a operação de divisão. Ela considera que é muita coisa para aprender, "*Aí vai vezes, vai dividir, vai tirar*", são vários procedimentos a serem seguidos ordenadamente para que o algoritmo da divisão resulte no número correto. Rosângela recorre à sua experiência escolar anterior, explicando que "*Quando eu estava aprendendo essas contas aí eu tive que sair do colégio*". Esse "desabafo" parece ser uma forma de mostrar para a professora que é a primeira vez que estuda essa operação, numa tentativa de explicar o porquê das suas perguntas sobre procedimentos e noções matemáticas. Mas, ao mesmo tempo, ela demonstra disposição em aprendê-los. Ela não refuta a importância dos assuntos abordados, dá indícios de querer apropriar-se dessa prática escolar. Nos estudos de Fonseca (2002), ela observa que alunos da EJA não consideravam a matemática dispensável; poderiam adjetivá-la como "*chata*" ou "*difícil*" mas não questionavam sua importância. Rosângela, contudo, no estudo da operação de divisão parece questionar o ensinamento, "*Se fosse só de vezes, aí já tava bom*."

A disposição para se apropriar das práticas escolares é perceptível no episódio "O resultado está certo, mas 'a conta está errada'". Antônio concorda que o resultado do seu cálculo estava correto, porém, ele investiga, incansavelmente, em qual etapa do algoritmo cometeu erro, entendendo que na matemática escolar os procedimentos devem ser seguidos fielmente. O episódio "Veritek e os desenhos-surpresa" mostra mais um momento de investigação do aluno sobre seus erros, conferindo seus cálculos e a aplicação do algoritmo. Esses episódios nos indicam que Antônio busca aprender a operacionalização da divisão no ambiente escolar, com o uso do algoritmo. Ele sabe efetuar a divisão, mas sua intenção foca o aprendizado do algoritmo tal como é ensinado pela professora.

Observamos situações em que a professora buscava levar os alunos a recordarem algo que supunha já terem estudado. No episódio "'Sempre tem um vizinho que ajuda': o algoritmo da subtração" a professora pergunta para Daniela se "*Está te lembrando assim?*", referindo-se ao procedimento de empréstimo que deve ser observado na aplicação do algoritmo. Algo similar ocorre no episódio "As ideias iniciais da multiplicação: as somas sucessivas e a tabuada"; ao perguntar os resultados da multiplicação, Ivete responde e responde corretamente. Todos os alunos têm experiências de escolarização anteriores. Provavelmente a professora mobiliza essa estratégia de acordo com a imagem que ela construiu em relação a eles: são alunos não-crianças, que possivelmente já tiveram contato com a matemática escolar e os seus procedimentos. Esse tipo de enunciação é específico de uma sala de aula da EJA, onde os sujeitos mobilizam as reminiscências em uma interação que se faz coletiva naquele contexto (FONSECA, 2001b). Ao perguntar aos alunos sobre suas lembranças, a professora utiliza esse recurso buscando auxiliá-los na aprendizagem dos assuntos abordados ou, talvez, como estratégia para saber mais sobre sua escolarização prévia. Rosângela, no episódio "A divisão dos feijões e o "descer, descer, descer" do algoritmo", verbaliza sua falta de lembranças sobre as etapas do algoritmo da divisão, explicitando que não estudou essa operação em outra oportunidade de escolarização.

Os jovens e adultos da T2 são sujeitos que, além das lembranças, possuem uma bagagem cultural, fruto de vivências e experiências extraescolares, que em alguns momentos fica explícita durante os episódios. São os casos em que as situações extraescolares auxiliam a entender ou a criticar as atividades trabalhadas. No episódio “Os homens e mulheres em uma festa”, por exemplo, Gustavo questiona “*que festa é essa?*” manifestando estranheza ao enunciado do problema. Já nos episódios “Os baldes de água: o número de viagens “depende da lonjura” da casa” e “Quantos quilos de arroz uma família consome?”, Ivete insere elementos da vida real para a interpretação dos problemas. Para carregar os baldes de água é necessário saber a distância pela qual eles serão carregados para, então, se responder quantas viagens serão realizadas. Algo semelhante acontece no cálculo dos quilos de arroz: o problema envolve comida, algo que não pode ser mensurado desconsiderando-se o número de pessoas da família. Nesses dois episódios, Ivete questiona a verossimilhança das situações narradas; faltam informações e elementos para que tais situações façam sentido fora do ambiente escolar. Simões (2010) salienta que o conhecimento escolar tem pouca (ou nenhuma) relação com os saberes elaborados em outras práticas sociais. Na sala de aula, para a realização dos cálculos, não há necessidade de considerar elementos externos, como a distância percorrida ou a quantidade de pessoas em uma família. As situações narradas nos problemas estudados em aula podem e, na dinâmica estabelecida pela professora, devem ser interpretadas apenas com as informações fornecidas, sem a inserção de experiências externas à sala de aula.

Ao introduzir as ideias da multiplicação, a professora utiliza três formas diferentes de representá-la: primeiro com desenhos de grupos de objetos; depois com uma tabela e posteriormente com o papel quadriculado. Essas três abordagens são realizadas na mesma noite e utilizam linguagens diferentes de representação e compreensão. Ainda, os exemplos utilizados, tanto no início da exposição quanto durante as explicações, repetem os fatores: 2×2, 3×3 (Episódio “As ideias iniciais da multiplicação: as somas sucessivas e a tabuada”) e 6×6 (Episódio “Os botões das camisas: “É muita imaginação!””). Talvez essas diferentes abordagens tenham causado confusão aos alunos na compreensão das ideias da multiplicação, como Rosângela manifesta no Excerto 20. No episódio “As ideias iniciais da multiplicação: as somas sucessivas e a tabuada” observamos a tentativa da professora de explicar as ideias da multiplicação utilizando formas diferentes de representação. Contudo, após a explicação de três formas de representar a multiplicação, ela solicita que eles realizem exercícios de aplicação do algoritmo. Não há uma conexão entre as atividades anteriores com a aplicação do algoritmo, o que nos conduz a pensar se isso se caracteriza como algo que se efetive apenas na sala da EJA, ou talvez naquela sala de EJA: da explanação das ideias matemáticas parte-se para a resolução de exercícios.

A maioria dos enunciados dos problemas segue um formato típico de atividade escolar. Há uma situação descrita por meio de alguns números com os quais deve-se operar para obter outros números. Há vários momentos em que os alunos questionam a verossimilhança dos enunciados, por não corresponderem a situações da vida real. Há também enunciados de exercícios que não são compreendidos pela maioria dos alunos. Nos episódios “Os quadradinhos”, “A quantidade de centenas em um milhar”, e “O exemplo dos queijos: quanto cabe em cada caixa”, por exemplo, identificamos uma dificuldade de interpretação quanto à tarefa, ao “que fazer” no exercício. Nesses casos, as tentativas de explicações sobre a tarefa, às vezes repetidas, ocupam o lugar da discussão sobre as ideias matemáticas.

6.1 Retomando

Diante dos muitos olhares possíveis para as situações apresentadas, destacamos interações, frases e contextos que compõem um cotidiano de uma sala de aula. Noções matemáticas, como a posição dos algarismos na escrita decimal e as relações entre as ordens de grandeza, envolvidas nas operações aritméticas básicas, emergiram durante as observações. Algumas estratégias usadas pela professora, como o recurso a diferentes materiais, e as discussões sobre as soluções dos problemas, mostram a preocupação com que os alunos compreendam essas ideias. Por outro lado, estratégias que não correspondem aos algoritmos escolares, evocadas pelos alunos, não são valorizadas ou não são aceitas como respostas satisfatórias para as tarefas propostas. Ao olharmos essa turma, percebemos a ênfase da professora no registro escrito, em seguir o algoritmo, das respostas corretas para as perguntas e na organização dos registros escritos. Essa insistência é justificada com referência ao futuro, e à necessidade de que a escrita dos alunos possa ser interpretada por outras pessoas. Essa seria uma das finalidades da escolarização, na perspectiva da professora. Para os alunos dessa sala de aula, o processo de escolarização envolve a aceitação e aplicação de regras, procedimentos e tarefas que, sob a perspectiva dos alunos, se revelam bastante complexas.

Ao olhar para além das repetições, contemplamos momentos que escapam da dinâmica estabelecida. Os episódios giram em torno de uma atividade escolar, contudo, quando um outro elemento é inserido nas interações (uma pergunta, dúvida, discussão), essa situação foge do esperado em sala de aula. Mesmo com a ênfase nas regras escolares, há a oportunidade de os alunos exporem seus questionamentos, suas dúvidas, suas formas de resolução e, com isso, negociar sentidos atribuídos às tarefas, aos procedimentos, ao estudo das operações aritméticas. Eventualmente, há também momentos em que ocorrem negociação de significados matemáticos: por exemplo, quando os alunos insistem em recorrer à adição repetida, ao invés de consultar a tabuada da multiplicação, apoiando-se em um significado da multiplicação partilhado em sala de aula, nas primeiras abordagens do tema.

As linguagens mobilizadas pelos sujeitos caracterizam-se como um esforço de atingir uma comunicação partilhada por todos. A professora, principalmente, mostra o intuito de atingir todos os alunos, utilizando uma diversidade de recursos de linguagem como metáforas, explicações esmiuçadas, palavras que indiquem operações ou procedimentos e enfatizando-as. Da mesma forma, pudemos observar um caminho inverso dos alunos na busca de mobilizar palavras para referir-se às operações. Entendemos que os objetos manipuláveis adotados como recursos pedagógicos buscam alcançar todos os alunos, utilizando estratégias diferentes para cada momento de interação, tendo em vista os diferentes graus de desenvoltura dos sujeitos que compõem a turma. Essas diferentes composições, de diferentes trajetórias de escolarização e de conhecimento escolar, nos mostram a diligência da professora em trabalhar com a turma e lidar diariamente com a complexidade que compõe uma sala de aula da EJA, considerando essas diferenças e organizando atividades diversificadas e estratégias de explicações para os alunos. Contudo, também observamos que muitas explicações são simplificadas, ou reduzidas ao enunciado de regras, como se a compreensão dos procedimentos ou dos problemas não fosse priorizada, ou como uma solução encontrada para lidar com a diversidade dos sujeitos.

Na sala de aula a professora fala em nome da escola, usa o poder que a instituição e a cultura escolar lhe atribuem, como alguém que tem a responsabilidade de conduzir as aulas e de avaliar os alunos. Mesmo estimulando a verbalização das estratégias e procedimentos dos alunos, respeitando seus conhecimentos e suas formas de resoluções, esses a identificam como uma autoridade na sala, pois, como foi falado por Antônio, a "*palavra final é dela*". Ao surgirem dúvidas relativas às etapas ou resultados das operações, os alunos hesitam em questionar a veracidade das informações que ela expõe, e, quando o fazem, questionam de forma cautelosa.

Buscávamos, inicialmente, observar as relações que os sujeitos poderiam realizar com as noções matemáticas envolvidas nas operações aritméticas básicas e as situações externas à sala de aula. Ou seja, com base em experiências anteriores, considerávamos que os alunos estabeleceriam conexões entre as suas atividades do dia-a-dia com os conteúdos abordados em sala de aula. Mas, foram poucas as situações em que identificamos essas relações. Talvez aquela sala de aula não seja um lugar que possibilite, legitime ou favoreça a discussão e explicitação de tais relações. Nos momentos em que identificamos relações com situações externas à sala de aula, elas limitavam-se à interpretação e à crítica dos enunciados dos exercícios, como no episódio "Homens e mulheres em uma festa". Soluções produzidas pelos alunos, diferentes dos algoritmos escolares, foram enunciadas em alguns momentos e eventualmente aceitas pela professora, mas não foram valorizadas ou discutidas. A dinâmica dessa sala de aula dificultou identificarmos a forma como os alunos produzem sentidos e significados para a matemática, e como mobilizam seus conhecimentos extraescolares em sala de aula.

Observamos que o processo de escolarização envolve muitas negociações, o que nos conduz a concluir que há diferenças de concepções, pontos de vista e objetivos nessa sala de aula. O uso da língua está relacionado com o apropriar-se de práticas daquele contexto, e as negociações de sentidos, presentes a todo o momento, envolvem diferentes modos de se apropriar do conhecimento escolar. Os desafios não são apenas de ordem técnica; há modos específicos de usar a linguagem, formas de se apropriar do conhecimento matemático escolar. Não há uma imposição total da professora quanto à dinâmica estabelecida na sala e uma adesão total (ou rejeição) pelos alunos. As repetições nos mostram que o aluno jovem ou adulto nem sempre está pronto ou disposto a se “adequar” ao padrão, à rotina da sala de aula, que abrange um conjunto de rituais e restrições. Essa resistência, quando enunciada, possibilita negociações sobre a sala de aula e sobre a matemática desenvolvida nesse local. Existem muitas regras, operações diferentes, cada uma com procedimentos e etapas específicas, e tudo isso compõe um conjunto complexo de “coisas a aprender” sobre estar na escola, sobre fazer e aprender a matemática escolar.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS: REFLETINDO SOBRE O PERCURSO

Observando uma turma das Totalidades Iniciais da EJA, buscamos compreender como negociações de sentidos ocorrem no estudo das operações aritméticas básicas nessa turma. Para isso, direcionamos nosso olhar para as interações verbais que ocorreram na turma pesquisada e olhamos para episódios que envolveram momentos de negociações em torno do estudo das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Percebemos que as aulas de matemática dessa turma são compostas por situações em que ocorrem negociações envolvendo expectativas, permissões, modulações dos discursos e sentidos atribuídos ao estudo da matemática escolar e à realização das atividades ou tarefas escolares. Os contextos das negociações são variados: ora envolvem noções matemáticas ou a realização de tarefas da aula de matemática, ora a dinâmica da sala de aula. As negociações realizam-se privilegiadamente pelas interações verbais, mas também há momentos em que olhares, expressões e silêncios são modos dos sujeitos mobilizarem estratégias para negociar sentidos para o estudo das operações aritméticas. Concluímos que negociar em sala de aula envolve explicitar, entender, aceitar ou questionar o que é permitido nesse lugar e no estudo das operações aritméticas, os papeis de professora e alunos na dinâmica da sala de aula e na realização de atividades escolares. Para isso, professora e alunos modulam seus discursos, verbalizam suas expectativas e expõem suas formas de interpretar o conhecimento escolar. As posições dos interlocutores se alternam, dependendo das suas intenções a cada momento. Observamos que eles buscam chegar a um acordo, um "meio termo", algo que seja aceito por todos, mesmo que parcial e provisoriamente. A professora negocia com os alunos visando o estudo da matemática escolar e a apropriação de práticas escolares, envolvendo modos e métodos específicos de efetivação. Ela negocia a dinâmica da sala de aula e alguns elementos de linguagem, ouve as exposições e questionamentos dos alunos, repete e modifica explicações, usando diferentes recursos, mas impõe o uso de determinados procedimentos, modos de fazer e linguagens próprios da matemática escolar, considerados por ela adequados àquele nível de escolarização, àquela turma e à modalidade EJA. Os alunos, por sua vez, explicitam suas estratégias e mostram que existem outros modos de fazer, diferentes do modo escolar, que se efetivam fora do padrão orientado pela professora. Há a intenção da apropriação da linguagem escolar, mas também há resistência e questionamentos sobre a cultura escolar. Eles negociam a validade de suas estratégias, questionam a necessidade de aprendizado dos modos específicos e testam os limites da dinâmica da sala de aula e da matemática escolar.

Percebemos que existem diferenças entre a matemática escolar e a matemática aprendida/construída em outros espaços. Essas diferenças não foram objeto de estudo nessa pesquisa, mas as negociações nessa sala de aula nos indicam que o estudo da matemática escolar privilegia a escrita e modos escriturais de realizar e de aprender as operações. Na escola, os significados de somar, subtrair, multiplicar e dividir estão relacionados com o uso de algoritmos e regras específicas, procedimentos que não são necessários para somar, subtrair, multiplicar e dividir fora desse contexto. Os sujeitos da nossa pesquisa nos mostraram que a escola é um lugar de apropriar-se de práticas diferentes das práticas extraescolares, é um lugar que tem regras próprias, e que, mesmo em um ambiente em que há diálogo sobre vários temas, as hipóteses e conjecturas relacionadas a situações externas podem ser consideradas, pelos professores, irrelevantes para o estudo das operações no ambiente escolar.

Ao escolhermos investigar as negociações, nossa primeira inquietação foi sobre a existência delas em sala de aula. Ao interpretar as interações entre os sujeitos, percebemos que acontecem constantemente e, considerando-as um componente difícil de descrever na dinâmica da sala de aula, as negociações nos mostraram como alunos e professores interagem de forma criativa. No estudo das operações aritméticas, olhar para as negociações nos proporcionou entender a complexidade que envolve o processo de ensino e aprendizagem das operações, o quanto alunos e professores negociam sentidos para a apropriação desses conceitos e procedimentos. Isso revela que esse processo não é simples: mesmo sabendo efetuar as operações, na matemática escolar elas são expostas de outra forma, em outros contextos, usando outros modos e procedimentos de realização. Nessa sala de aula, os sujeitos da EJA negociam além da matemática: negociam estar na escola e negociam a cultura que compõe essa atividade social.

Agora, percebemos que há situações recorrentes nesse ambiente da sala de aula, que fazem parte da rotina de professores e alunos. Mas há também momentos imprevisíveis, que fogem do padrão ou da rotina escolar, momentos em que as negociações se tornam mais explícitas. Com isso, entendemos que em outras salas de aula, de crianças, adolescentes, jovens ou adultos, da modalidade EJA ou de outras modalidades, no estudo das operações matemáticas ou outros assuntos, ocorrem negociações e situações que, ao serem percebidas e exploradas, podem enriquecer o estudo dos sentidos das práticas escolares, da matemática e dos significados matemáticos.

Olhar para essa turma nos possibilitou entender que a escola é mais do que um local de escolarização e de apropriação de práticas e linguagens escolares. Mostrou-nos que a sala de aula da EJA é um local de interação, socialização, de conquistas, de reivindicação e de questionamentos. Na escuta dos alunos, percebemos que a busca pelo conhecimento escolar pode ser uma motivação, mas também é uma consequência de estar e frequentar essa sala de aula. Os motivos que os levaram a retornar para escola são variados: um aluno busca uma atividade para ocupar o turno da noite, outra aluna busca um local de socialização e outros alunos acompanham familiares até a escola e aproveitam para dar continuidade à sua escolarização. Essa constatação desconstruiu a ideia prévia de que alunos da EJA frequentam a escola somente para continuar a escolarização. Há muitos motivos, muitos porquês, diferentes para cada aluno observado, que os levam a frequentar e a permanecer na escola.

Delineamos um olhar, escolhemos uma perspectiva para interpretar a dinâmica da sala de aula e as interações entre os sujeitos. Buscamos olhar para as negociações, especificamente como elas ocorrem. Nessa investigação, ouvimos diversas vozes: autores, pesquisadores e, essencialmente, ouvimos nossos sujeitos de pesquisa. Com isso, novos questionamentos se apresentaram, novas possibilidades de olhares e de investigações. Qual a matemática que se aprende durante as negociações? Há modos diferentes de relacionar-se com o conhecimento, especificamente o conhecimento matemático. Há formas diferentes de relacionar-se com a escola, e suspeitamos que na EJA essas diferentes formas ficam mais evidentes. Refletimos, ainda, sobre o professor e a professora que lecionam nessa modalidade, quais olhares têm sobre as turmas e sobre a matemática ensinada. Essas inquietações possibilitam novos olhares, novas conversas e escutas, novas negociações. São questionamentos amplos mas que emergiram durante o percurso traçado para a pesquisa e que podem nos levar a outros caminhos, outras investigações.

REFERÊNCIAS

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

ARROYO, M. A educação de jovens e adultos em tempos de exclusão**.** In: DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS/SECAD E REDE DE APOIO À AÇÃO ALFABETIZADORA DO BRASIL (Orgs.) **Construção coletiva**: contribuições à educação de jovens e adultos. Brasília: Unesco/RAAB., 2005. p. 221-230.

ARROYO, M. G. Educação de jovens-adultos: um campo de direitos e de responsabilidade pública. In: SOARES, L.; GIOVANETTI, M. A. G. C. (Orgs.); GOMES, N. L. (Org.). **Diálogos na Educação de Jovens e Adultos**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. p. 19-50. [Primeira edição publicada em 2005]

BAKHTIN, M. M. **Marxismo e filosofia da linguagem**. São Paulo: Hucitec, 1992.

BAKHTIN, M. M.. **Estética da criação verbal**. São Paulo: Martins Fontes, 1997.

BAÚ, F. S.; SILVA, M. M.; RIBEIRO, E. S.; LEITE, E. A. P. Panorama da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática de Jovens e Adultos (1985 - 2015). In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEM**,** 2016. p. 1-12.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa em educação matemática. **Pro-posições**, v. 4, n. 1(10), p. 18-23, 1993.

BISHOP, A. J.; GOFFREE, F. Classroom organization and dynamics. In: CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A.; OTTE, M. (Eds.). **Perspectives on Mathematics Education**. Dordrecht: D. Reidel, 1986. p. 309-365.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 5 ed. 144p. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Senado Federal, Subsecretaria de Edições Técnicas, 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/ LEIS/l9394.htm >. Acesso em: 10 mai 2018.

CARVALHO, D. L. A Educação Matemática de jovens e adultos nas séries iniciais do Ensino Básico. **Alfabetização e Cidadania**, São Paulo, n. 6, p. 11-24, dez. 1997.

CARVALHO, D. L. **A interação entre o conhecimento matemático da prática e o escolar**. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, São Paulo, 1995.

CARVALHO, D. L. Diálogo Cultural, Negociação de Sentidos e Produção de Significados Matemáticos por Jovens e Adultos. **Zetetiké**, v. 9, n. 15-16, p. 43-76, 2001.

DIAS, F. V.; CARMO, H. C.; OLIVEIRA, H. S.; SILVA, J. A.; CRUZ, N. C.; GONZAGA, Y. M. Sujeitos de mudanças e mudanças de sujeitos: as especificidades do público da

Educação de Jovens e Adultos. In: SOARES, L. **Educação de Jovens e Adultos:** o que revelam as pesquisas**.** Belo Horizonte: Autêntica, 2011. p. 49-82.

FONSECA, M. C. F. R. Lembranças da matemática escolar: a constituição dos alunos da EJA como sujeitos da aprendizagem. **Educação e Pesquisa**, São Paulo. v. 27, n. 2, p. 339-354, 2001a.

FONSECA, M. C. F. R. **Discurso, memória e inclusão:** reminiscências da matemática escolar de alunos adultos do ensino fundamental. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001b.

FONSECA, Maria Conceição Ferreira Reis. Aproximações da questão da significação no ensino-aprendizagem da Matemática na EJA. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO– ANPED, 25., 2002, Caxambu, MG: Educação: manifestos, lutas e utopias. Educação de Pessoas Jovens e Adultas – GT 18. **CD-ROM da 25a. reunião anual da ANPED**. Rio de Janeiro: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPED), 2002. p. 1-15. Disponível em: <www.anped.org.br/reunioes/25/mariaconceicaofonsecat18.rtf>. Acesso em: 11 mar. 2018.

FONSECA, M. C. F. R. Educação Matemática de Jovens e Adultos: discurso, significação e constituição de sujeitos nas situações de ensino-aprendizagem escolares. In: SOARES, L.; GIOVANETTI, M. A. G. C. (Orgs.); GOMES, N. L. (Org.). **Diálogos na Educação de Jovens e Adultos**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. p. 225-240. [Primeira edição publicada em 2005]

FONSECA, M. C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos**: especificidades, desafios e contribuições. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012. [Primeira edição publicada em 2002]

FONSECA, M. C. F. R. Parâmetros balizadores da pesquisa em Educação Matemática e Diversidade: EJA e Inclusão. **Educação Matemática Pesquisa** (Online), v. 17, p. 530-540, 2015.

GOMES, Adriana Aparecida Molina. **Aulas investigativas na Educação de Jovens e Adultos (EJA):** o movimento de mobilizar-se e apropriar-se de saber(es) matemático(s) e profissional(is). 183p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2007.

GOMES, A. A. M. **Aprender Matemática na Educação de Jovens e Adultos**: a arte de sentir e dos sentidos. 354p. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2012.

GUERREIRO, A.; FERREIRA, R. A. T.; MENEZES, L.; MARTINHO, M. H. Comunicação na sala de aula: A perspectiva do ensino exploratório da matemática. **Zetetiké**, v. 23, n. 4, p. 279-295, 2015.

GUIMARÃES, E. **Os limites do sentido**: um estudo histórico e enunciativo da linguagem. Campinas: Pontes, 1995.

HADDAD, S. **O estado da arte das pesquisas em educação de jovens e adultos**: a produção discente da pós-graduação em educação no período de 1986-1998: relatório técnico de pesquisa. Ação Educativa Assessoria Pesquisa e Informação, 2000. Disponível em <http://hdl.handle.net/123456789/2428 > Acesso em: 21 mar. 2018.

HADDAD, S. Prefácio. In: SOARES, L. (Org.) **Educação de Jovens e Adultos**: o que revelam as pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. p. 7-13.

LEÃO, G. M. P. Políticas de Juventude e Educação de Jovens e Adultos: tecendo diálogos a partir dos sujeitos. In: SOARES, L.; GIOVANETTI, M. A. G. C. (Orgs.); GOMES, N. L. (Org.). **Diálogos na Educação de Jovens e Adultos**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. p. 69-86. [Primeira edição publicada em 2005]

LUDKE, M.; ANDRÉ, Marli E.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MENEZES, L.; FERREIRA, R. T.; MARTINHO, M. H.; GUERREIRO, A. Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In: PONTE, J. P. da. **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Encontros de educação. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 135-161

MERCER, N. As perspectivas socioculturais e o estudo do discurso em sala de aula. In: COLL, C.; EDWARDS, D. (Orgs.) **Ensino, aprendizagem e discurso em sala de aula:** aproximações ao estudo do discurso educacional. Trad. Beatriz A. Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998. p. 13-28.

OLIVEIRA, M. K. Jovens e adultos como sujeitos de conhecimento e aprendizagem. **Revista Brasileira de Educação**, n.12, p. 59-73, 1999.

PONTE, J. P. da (org.) **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Encontros de educação. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. 2014. Disponível em <http://www.ie.ulisboa.pt/publicacoes/ebooks/praticas-profissionais-dos-professores-de-matematica>. Acesso em: 27 jun. 2018.

PONTE, J. P. da; GUERREIRO, A.; CUNHA, H.; DUARTE, J.; MARTINHO, H.; MARTINS, C.; MENEZES, L.; MENINO, H.; PINTO, H.; SANTOS, L.; VARANDAS, J. M.; VEIA, L.; VISEU, F. A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. **Revista Portuguesa de Educação**, p. 39-74, 2007.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, L. **Comunicação e Negociação**. (Extracto do Capítulo 6 do livro: Didáctica da Matemática para o 1.º ciclo do ensino básico. Lisboa: Universidade Aberta. 2000.) Disponível em: <http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/COORDENADORES/Materiais%20 Coordenad /Textos/Ponte-Serrazina_%20(Comunica%C3%A7%C3%A3o)%202000.pdf>. Acesso em: 18 out. 2017.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria da Educação. **Concepções e Potencialidades da Educação de Jovens e Adultos na Rede Estadual de Ensino do RS.** Porto Alegre: 2012. Disponível em: <http://servicos.educacao.rs.gov.br/dados/dp_cga_eja.pdf >. Acesso em: 20 fev. 2018.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria da Educação. **Governo do Estado reorganiza número de escolas em função da diminuição na procura de vagas**. 22 de janeiro de 2018. Disponível em: <http://www.educacao.rs.gov.br/governo-do-estado-reorganiza-numero-de-escolas-em-funcao-da-diminuicao-na-procura-de-vagas>. Acesso em: 05 jan. 2019.

SANTOS, C. I. C. **Inclusão-exclusão nas práticas pedagógicas dos professores que ensinam matemática na educação de jovens e adultos.** Dissertação (Mestrado em

Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

SARMENTO, M. J. O Estudo de Caso Etnográfico em Educação. In: ZAGO, N.; CARVALHO, M. P.; VILELA, R. A. T. (Orgs.) **Itinerários de Pesquisa -** Perspectivas Qualitativas em Sociologia da Educação. 2 ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2011. p. 137-179.

SIMÕES, F. M. **Apropriação de práticas de letramento (e de numeramento) escolares por estudantes da EJA**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

SOARES, L. (Org.) **Educação de Jovens e Adultos**: o que revelam as pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

SOARES, L.; SILVA, F. R.; FERREIRA, L. O. F. A pesquisa em Educação de Jovens e Adultos: um olhar retrospectivo sobre a produção do período de 1998 a 2008. In: SOARES, L. **Educação de Jovens e Adultos:** o que revelam as pesquisas**.** Belo Horizonte: Autêntica, 2011, p. 23-48.

TOLEDO, M. E. R. de O. Os registros matemáticos dos adultos. **Alfabetização e Cidadania**, São Paulo, n. 6, p. 35-42, dez. 1997.

VILELA, D. S. **Matemáticas nos usos e jogos de linguagem**: Ampliando concepções na Educação Matemática. Tese (Doutorado) Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas, SP, 2007.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1996.

APÊNDICE A - Transcrição Completa dos Episódios

Episódio 1: Homens e mulheres em uma festa

Gustavo: Essa festa não teve mulher? Que festa é essa?
Professora: Pensem um pouco.
Antônio: Pessoas quer dizer mulher também?
Rosângela: Já está no plural: pessoas, então quer dizer homens e mulheres.
[A professora confirma que "pessoas" refere-se aos dois sexos.]

Professora: Quantos homens foram na festa [item C da atividade]?
Gustavo: Oitenta e cinco pessoas... oitenta e cinco homens.
Professora: Então vamos ver. Das cinquenta, vinte e cinco eram homens; das sessenta e sete, trinta e quatro eram homens; das quarenta e oito, trinta e seis ; e das vinte e duas, dez. [A professora refere-se aos números apresentados por faixa de horário na atividade. No quadro, ela escreve os números que está falando durante a explicação].
Professora: Cinco e quatro, nove [5 + 4 = 9, realizando a soma]. Nove e seis dá quinze, vai um [9 + 6 = 15 e referindo-se ao algarismo da dezena, que será somado com os outros algarismos das dezenas]. Três, quatro, cinco, seis, sete, oito. [Contando do número 3 até o 8 para realizar a soma 3 + 5 = 8] Oitenta e cinco homens [25 + 34 + 16 + 10 = 85]. Muito bem.

Professora: Letra D: "Quantas mulheres foram à festa?" Descobriu quantas mulheres foram? [Olha para Antônio ao fazer a pergunta]
Antônio: Eu botei que deu cento e duas mulheres.
Professora: Cento e duas? Vamos ver... Tu também achou cento e dois? [Olhando para Gustavo]
Gustavo: Sim [conferindo a sua resposta na folha de atividades].
Professora: Cento e dois o quê?
Gustavo: Mulheres.

Professora: Hum... como é que fizeram?
Antônio: Eu dividi aqui os... os homens com a quantidade de pessoas.
Professora: Sim, das cinquenta pessoas tu tirou vinte e cinco. [Referindo-se à primeira faixa de horários, para a qual o enunciado informa "50 pessoas, das quais 25 são homens"]
Antônio: Sim.
Professora: Então do primeiro tu tirou vinte e cinco e sobrou...? Vinte e cinco né?
Antônio: Vinte e cinco, isso.

Professora: E depois?
Antônio: Sessenta e sete menos trinta e quatro. [Referindo-se aos valores da segunda faixa de horários, 67 pessoas e 34 homens]
Professora: Sessenta e sete menos trinta e quatro... [Repete os números enquanto escreve no quadro 67 – 34 no formato do algoritmo escolar]
Antônio: Que deu...
Professora: Sete tira quatro, fica cinco . [7 – 4 = 5]
Antônio: Trinta e três.

Professora: Trinta e cinco né?
Antônio: Trinta e cinco? [Questiona o valor encontrado mas sem muita convicção] Eu acho que está erra... [não conclui a palavra]. Acho que é trinta e três né professora?
Professora: Sete menos quatro...
Antônio: Sete menos quatro é três.
Professora: Isso, dá trinta e três. Essa hora a minha cabeça já está cansada. [Corrige no quadro o valor obtido como resposta].

Gustavo: Não, não deu cento e dois.
Professora: Hum?
Gustavo: Não deu cento e duas pessoas.
Antônio: Não, o total das pessoas não... [não conclui a frase, Gustavo interrompe]
Gustavo: Não. Das mulheres! Não deu cento e duas mulheres.
Antônio: Acho que deu, pera aí...
Gustavo: Deu sessenta e três mulheres.

Professora: Como vocês fizeram para dar cento e dois?
Gustavo: Eu não tinha feito isso aí. Essa eu fiquei pensando e consegui achar.
[Professora olha séria para ele]
Gustavo: É sério “sora”. Deu sessenta e três mulheres.
Professora: Tem que fazer Gustavo! Te organiza, isso aqui é importante. Tem que organizar teu pensamento. Ó: na festa foram quarenta e oito pessoas no total e dezesseis eram homens. Eu tenho que pegar o total e tirar os homens para dar as mulheres. Isso que a gente tem que ir organizando a cabeça. Né?

[Continuam a resolução do item D, para obter o número de mulheres que foram à festa]
Professora: Oito tira seis dá dois; quatro tira um dá três [Retorna para a correção no quadro, realizando o cálculo de 48 – 16, outra faixa de horário informado]
Professora: Agora do último horário: vinte e duas pessoas, dez homens. Dois menos um, um.
Antônio: Doze.
Professora: Então, tudo isso aqui é mulher né? [Referindo-se aos resultados obtidos em cada cálculo de subtração]
Rosângela: Aí a gente tem que pegar, somar tudo aquilo ali de baixo? [Indicando os resultados dos cálculos].
Professora: Isso. Aí tem que pegar e somar tudo de baixo. Vinte e cinco mais trinta e três... Ele não perguntou horário né? Perguntou quantas mulheres foram. Trinta e dois mais doze. [No quadro estão registradas as subtrações correspondentes as faixas de horários, com os resultados 25, 33, 32 e 12. A professora escreve uma única adição com esses valores.]
Professora: Cento e dois. Estava certo o Antônio.
Antônio: Que bom [sorrindo].
Professora: Vocês tem que organizar o pensamento, viu?

Professora: Entenderam? Entendeu? [para Gustavo]
Professora: Vamos ser mais organizadinhos, sem riscalhada, nós já tínhamos combinado... [professora orienta enquanto olha as respostas no caderno de Gustavo]
Gustavo: Mas eu fiz mesmo, ‘sora’.
Professora: Faz uma letra que eu possa entender, não sou adivinha.
Gustavo: Mas meu garrancho, dá pra entender...

Professora: É... [um pouco contrariada]
Gustavo: Tem que ver que as pessoas vão... (*sic*)
Professora: Mas não apareceu nenhuma conta... não achei.

Professora: Então, qual dos horários tem mais mulheres aqui?
Antônio: É vinte e uma horas e... [Confunde-se com a fala das horas]
Rosângela: Eu acho que das vinte e uma às vinte e duas.
Antônio: Vinte e uma... vinte e uma e vinte e duas... É das nove às dez.
Professora: Aqui né. [A professora aponta para um dos quatro cálculos realizados na correção do item anterior] Agora vamos ver quem é. Das vinte e uma às vinte e duas. Esse aqui.
Rosângela: É.
[Antônio sorri por ter acertado a resposta]
Professora: Ele fica faceiro...
[Antônio e Rosângela riem]
Professora: Êee, muito bem!

Professora: É atenção, organização, pensar. Vocês pensaram em olhar na tabelinha das continhas das mulheres? Pensaram em olhar lá?
Rosângela: Sim... pior que eu acho que as mulheres chegam mais tarde né. Não pensei que elas fossem chegar cedo. É bem menos provável.
Professora: Mas aí tu achou né?
Rosângela: Sim, achei.
Professora: Tu não foi na matemática.
Rosângela: É...
Professora: E na matemática a gente não acha, é tudo exato.
Rosângela: Tudo tem que fazer a conta.
Professora: É.

Episódio 2: As flores na jarra e os lápis na caixa

[A professora desenha uma jarra com flores, algumas delas caídas]
Professora: Tem quarenta e oito cravos e vinte e três margaridas. Então elas estão todas aqui no vaso, né? [Escreve o cálculo de 48 + 23 quadro utilizando o algoritmo escolar]. Oito, nove, dez, onze [conta de 8 até 11 para referir-se à soma 8 + 3 = 11]. Vai um [registra a conversão de dez unidades em 1 dezena]. Quatro, cinco, seis, sete [contanto, 4 + 2 + 1 = 7]. Tinham setenta e uma flores no vaso, tá. Aí ela foi lá e algumas tinham murchado. E a gente não sabe quais são.
Clara: Que desenho mais bonito!
Professora: Hum?
Clara: Desenho bonito!
Professora: Aah... [risos]. Faz de conta que aqui é as murchas, tá? [Indicando os desenhos de flores caídas].
Professora: “No dia seguinte tirou do vaso as murchas” [lendo o enunciado]. Ficaram ainda cinquenta e um. Como é que a gente faz? (...) Como é que tu fez?
Antônio: Eu? Eu fiz de menos. Setenta e um menos cinquenta e um.

Professora: O total que tinha menos as que ficou de tantas que murcharam [escrevendo o cálculo 71 - 51 no quadro] Deu zero [1 -1], sete menos cinco, dois. Então, a resposta é quantas murcharam?
Antônio: Vinte.
Professora: Então, vinte flores. As vinte que murcharam. [Apontando para o resultado do cálculo]. Muito bem, a Janete acertou. Essas aqui [indicando o resultado do cálculo] murcharam. Aí tu bota o sinalzinho aqui de menos, tá? [Informando Janete sobre a correção a ser realizada no caderno].

[Já havia sido realizado o cálculo 58 – 36 = 22]
Professora: Daí sobrou vinte e dois. Vinte e dois foi o que sobrou dos cinquenta e oito que ela botou dentro da caixa, né? Como é que eu vou saber quantos lápis têm aqui dentro? [Mostrando a caixa com lápis] Se eu sei que o total é... quantos tem?
Eduardo: Vinte e oito...
Professora: Ele disse que o total que tem aqui é...?
Gustavo: Cinquenta e oito...
[Silêncio]
Antônio: O total?
Professora: É...
Eduardo: O total é quanto tinha antes de dar para as crianças, né? [a quantidade inicial + 58 colocados por Dona Mariana]
Professora: Não! Tirando os trinta e seis que ela deu para as crianças... [a quantidade inicial + 22 que resultaram de 58 - 36]
Eduardo: Vinte e dois.

Antônio: Tinha trinta e cinco [o número total de lápis após a retirada, conforme o enunciado].
Professora: Trinta e cinco! O total, lembra que é sempre o que vem depois do igual [referindo-se à sentença escrita no quadro: "?" + 58 – 36 = 35]. "Ele tirou trinta e seis para fazer uma atividade, sobrando na caixa trinta e cinco" [lendo o enunciado]. O que ficou dentro da caixa foi igual a trinta e cinco. Só que ainda dentro dessa caixa tem esses aqui pretos, que eu não sei quanto que é.
Eduardo: Aaaah, se fosse vinte e cinco teria dez [10 + 25 = 35]. São treze [10 + 3 + 25 – 3 = 35]. É por causa que aí, contando os vinte e dois que sobrou, é pra formar os trinta e cinco que tinha na caixa, fica treze [isto é, 13 + 22 = 35]. Né? Daí fecha todas: vinte e dois mais trinta e seis. [22 + 36 = 58].
Patrícia: Tá, e tu sabe montar isso no caderno? [Referindo-se aos cálculos efetuados para a resolução]
Eduardo: Sei professora, acho que já tá montado.
Patrícia: Então de cinquenta e oito...
Eduardo: Tinha treze lápis pretos.

Professora: Tu achou os vinte e dois que foi somando os lápis que tinha, os pretos mais os coloridos, mais o que tirou para a turma, sobrou os vinte e dois [indica no quadro o cálculo 58 – 36 = 22]. Só que daí, tu não sabe, tu só tem o total e tu não sabe quantos eram os lápis pretos. Então tu fez essa conta aqui, cinquenta e oito menos trinta e seis [indicando no quadro o cálculo] e aí sobrou aqui [indicando o resultado 22 da subtração]. Aí tu tem que ir pensando: "o que tu não sabe" com mais o vinte e dois tem que dá os trinta e cinco. [A sentença matemática escrita no quadro utilizava o sinal de interrogação para indicar os lápis pretos: "?" + 22 = 35] Essa construção que eu queria que vocês começassem a pensar. Então tu vai fazer aquela conta inversa, quando é mais a gente faz de menos. Tá aqui, trinta e cinco menos vinte e dois [indicando o cálculo efetuado no quadro].

Episódio 3: Os livros de poesia: o jeito de pensar do Eduardo

Professora: Tem várias pessoas aqui que a gente está vendo que têm bastante conhecimento. Até tem uma, como eu digo, assim... Sabe resolver os problemas, né, de uma forma, até de uma maneira diferente da outra. Mas, tudo na vida, eu acho, que a gente tem certas regras. A gente tem as leis, por isso que existe, para a gente viver em comunidade. A gente tem que aprender a se expressar de uma maneira matemática... assim, com as regras da matemática. Que nem quando a gente vai fazer alguma prova, vai fazer um concurso, ou que seja essa de cruzinha que vocês têm que marcar, mas vocês têm que desenvolver o pensamento. (...) Por isso que existem certas convenções, os sinais de mais de menos, de dividir, vezes, igual... [ao fundo, Gustavo fala o nome dos sinais das operações matemáticas] Para a gente poder expressar o nosso pensamento. Por isso que muitas vezes, o Gustavo vai lá e faz um problema de cabeça mas fica tudo avoado, o Eduardo da mesma forma... Vamos ver como o Eduardo pensou e resolveu o probleminha dele. Vem Eduardo.

[Eduardo dirige-se sorridente ao quadro]
Professora: Ás vezes tu explica melhor que eu. Vamos prestar atenção no Eduardo, sempre é conhecimento. Lê ali: “Dona Maria...”
Eduardo: “Dona Maria comprou trezentos e sessenta e três livros e revistas e doou para a biblioteca do bairro.”
Professora: “Do bairro”, ponto. Respira... [orientando a leitura do problema]
Eduardo: “Havia trinta e oito romances”, trinta e oito romances... livros de romances. “Setenta e cinco livros didáticos”, ponto. Que é pra dar conhecimento [explicando o que ele entende por livro didático]. “Quinze livros de culinária”, que é pra fazer lá, pro cara se aperfeiçoar, “e cento e cinquenta revistas e o resto eram livros de poesia. Quantos livros de poesias eram ao todo?” Eu entendi assim dessa forma professora: [interrompe a explicação para comentar o resultado do jogo]
Professora: Tu ainda está ouvindo o jogo?
Eduardo: Tô... tô... aaah, vou perder...
Professora: Hoje eu deixo.
Eduardo: Eu pensei assim...
Professora: Agora no meio do problema se o Inter fizer um gol tu vais gritar gol?
Eduardo: Não, professora, eu vou continuar fazendo o exercício.
[Risos externos]

Eduardo: Pensei assim professora: [escreve no quadro a soma com as parcelas em forma de sentença: 38 + 75 + 25 + 110]
Eduardo: Era trezentos. Trezentos no total. Tá, trezentos. Ponto. Esquece os trezentos. [Referia-se ao total de livros, 363, que não será usado na primeira parte da resolução] Daí tem mais aqui ó, são trinta e oito mais...
Professora: Bota embaixo que fica melhor de ver, tu vai somar [orientando a escrita das parcelas, uma abaixo da outra]
Eduardo: Tá...

[Reorganiza o cálculo no quadro escrevendo conforme o algoritmo escolar.]

Eduardo: Ahn... mais setenta e cinco. Tá. Daí eu fiz essa primeira conta [38 + 75]. Aí, daqui dá cem. Tá. Oito com mais cinco dá treze, então dá cento e treze, dá cento e treze a primeira... primeira conta [referindo-se a 38 + 75 = 113]. A segunda, set... [de setenta] hãn, quinze, essa daqui é quinze... mais cento e cinquenta, tá. Ponto. Daí eu somei esses aqui junto, dá um total de cento e setenta e cinco [referindo-se a 15 + 150 = 165, ele fala 175 porém escreve 165]. Ponto. E essa que tá aqui dá o total que estava mostrando aqui [somou 113 + 165 = 278]. Mas aqui, que nem a senhora falou, ela encontrou trezentos e setenta e três livros, né? Só que aqui ó, nessas contas, nessas quatro contas, no total foi junto, ó foi junto aqui ó, dá duzentos, duzentos e setenta e oito [soma os dois resultados]. Tá. Aí tem um ponto [risos externos]. Eu fiz as contas. Aqui, né professora é o que ela encontrou [Referindo-se ao 278, resultado da soma de todos os tipos de livros informados]. Ela tinha tanto aqui, mais tanto aqui, quatro vezes [quatro parcelas]. Só que aí, eu fiquei pensando: tá, mas eu fiz as contas e deu isso [278] o meu resultado, mas tá faltando, tá faltando pra mim completar os trezentos, os trezentos e sessenta... Daí o que o que fiz: quanto que tá faltando para mim chegar nesses tanto? Que nem eu falei pra ela, [referindo-se a explicação para a pesquisadora] se eu tivesse duzentos e setenta faltaria trinta, trinta para mim chegar no trezentos [270 + 30 = 300]. Mas daí aqui, para mim chegar no trezentos ficou vinte e... vinte e dois [278 + 22 = 300]. Aí cheguei a trezentos. Mais setenta... setenta e três [300 + 73 = 373].

Professora: Sessenta [professora corrige a fala dele].

Eduardo: Sessenta e três. Tá. Aqui, daí eu faço aqui ó, subo aqui dá... oito, dá oitenta... subo aqui dá cinco, tira ainda o total [escreve no quadro o cálculo 363 – 278]. É o que eu pensei, entendeu? Que aí isso aqui é o que tá se relacionando aos livros que ela estava falando aqui de... poesia, entendeu? Que é o restante que faltaria para chegar, para chegar até esse número aqui [363, total de livros que ela encontrou] que é o que ela tem. Ela não tem nem mais nem menos, ela tem isso aqui. Isso aqui tem que fazer essa relação para chegar nesse resultado. É assim que eu entendi.

Professora: Tá, tá bom, tá ótimo.

Professora: Vamos ver se tá certo... não apaga. [Eduardo ameaça apagar os cálculos que realizou no quadro] hãm... então duzentos e setenta e oito com setenta e cinco tem que dá os trezentos e...

Eduardo: Isso!

[Professora murmura os cálculos e efetua 278 + 75 = 363]

Professora: Tá bem certinha a conta dele.

Eduardo: Entendeu professora, é assim que eu penso, do meu modo. A senhora falou pra pensar, pensar, eu vou é pensar...

Professora: Tá ok. Viu? Há muitas maneiras de pensar. Mas, ele foi fazendo, ó, ...

[Ela aponta para o quadro, risos dos alunos]

Professora: Assim né [gesticulando com as mãos, dando a entender a desorganização dos cálculos]. Se, às vezes for um número um pouco mais complicado ou um número alto, tu pode te complicar um pouquinho, talvez. Então por isso que a gente precisa seguir certas regrinhas matemáticas tá? Porque nem tudo tu vai conseguir esse jeito de fazer.

Episódio 4: As ideias iniciais da multiplicação: as somas sucessivas e a tabuada

[Professora conta os valores em voz alta enquanto desenha conjuntos de bolinhas para representar a soma de parcelas iguais, no caso, 3 + 3 + 3 + 3]
Professora: Como é que eu transformo isso aqui na multiplicação?
[Os alunos não respondem]
Professora: Como é que nós vamos fazer a continha?
Rosângela: Três vezes o três...
Professora: Hum?
Rosângela: Teria que botar o três ali...
Professora: Então, ó, tem três quantas vezes?
Rosângela: Três... [contando os números no quadro]. São quatro vezes?
Professora: Quatro vezes... E aí que número?
[Aguarda resposta enquanto escreve no quadro 4×3]
Professora: O número três. Vai dar?
Ivete: Doze.
[Enquanto a professora explicava, Ivete respondia os números que eram resultados da multiplicação]
Professora: Doze. Tá lembrando, Ivete? [Ela responde afirmativamente]

[Professora efetua as multiplicações linha × coluna e insere os valores nos respectivos quadrados]
Professora: Zero vezes zero, zero. Zero vezes um, zero. [Completa os espaços da primeira linha com zeros]
Rosângela: Tudo fica zero?
Professora: Tudo que é multiplicado por zero é zero.
[Continua completando a tabela]
Professora: Na [linha] do um, vai dar sempre ele mesmo né, porque eu estou multiplicando uma vez só.

Rosângela: Eu fiz que nem a professora disse [referindo-se a mim]: conta no relógio os números dos minutos, dez, quinze, vinte e cinco.
Professora: Aaah isso é uma boa ideia.
Rosângela: Eu contei mas aí chegou na hora e me atrapalhei.
Professora: Porque né, o que tu tá fazendo: tá sempre contando mais cinco.
Rosângela: É tipo quinze minutos, dois minutos, cinco minutos...
Professora: É cinco, dez, quinze, vinte, vinte e cinco... né?

Episódio 5: Os quadradinhos

Professora: Eu trouxe umas folhinhas quadriculadas para a gente ver esse raciocínio. Vou dar uma folha para cada um e vai dar para a gente ir trabalhando bastante. A folha ela é toda quadradinha, tá? [Mostrando a folha quadriculada] Então a gente quer construir as continhas ali. Então, por exemplo, eu vou dar umas continhas e vocês vão montar aqui. Tipo assim, vamos pegar essa pequenininha, duas vezes duas. Então, o que significa? Aqui é tudo quadradinho né. [Desenha no quadro uma representação da malha quadriculada] Mas o que significa que eu tenho duas vezes duas? Eu pego, que nem nas caixinhas de ovo, duas na vertical [hachurando os quadrados] vezes duas [hachura na horizontal]. Então deu quatro. Tá? Vamos ver se a gente consegue montar aqui.

Rosângela: Mas daí tem que fazer bolinha ou só botar os números? [Lembrando dos primeiros exemplos com o desenho de bolinhas]

Professora: Não, tem que pintar os quadradinhos. Assim que nem eu fiz ali. Pintar, com lápis de cor. Eu fiz com a caneta, mas pode pegar um lápis de cor e pintar.

Rosângela: É que depois embaixo vai os números?

Professora: Aí bota no lado. Eu vou dar as continhas.

Clara: É grande a folha.

Professora: É, não é pra gastar tudo hoje, é pra guardar que nós vamos ir trabalhando.

Professora: Duas vezes três. Ó, duas vezes o três. O um vezes o três tu conta assim ó: um, dois, três. [hachura três quadradinhos na mesma linha]

Rosângela: Aaaahh

Professora: Aí no dois...

Rosângela: Mais três do lado.

Professora: Não, já conta aquele né. É duas vezes o número três. Como se aqui tivesse o três, mais três, mais três...

Rosângela: É igual aquele ali né, do doze. Três quadradinhos é igual aquele ali com as bolinhas dentro né? [Referindo-se ao exemplo com conjuntos de bolinhas]

[Professora responde afirmativamente]

Professora: A folha tá toda quadriculada né. Aí vocês tem que pegar um lápis para colorir.

Rosângela: Fazer que nem um xadrez né?

Professora: É, que nem um xadrez. Mas vocês vão ter que deixar espaço para fazer cada operação, não vão emendar uma na outra.

Professora: No quatro vezes dois eu estou repetindo o número dois quatro vezes. É dois, mais dois, mais dois e mais dois. Quatro vezes o número... Eu estou dizendo que o número dois aparece quatro vezes.

Rosângela: Aaah tá.

Professora: Então é dois, mais dois, mais dois, mais dois. Quatro dois. [Referindo-se à quantidade de vezes que o dois está sendo somado]

Professora: Entendeu?

[Rosângela responde afirmativamente]

Professora: Então o que é: quatro vezes o número dois.

[Faz os desenhos dos quadradinhos no quadro e conta para obter o resultado]

Rosângela: Agora eu entendi. Tem que fazer os quadrados sempre na vertical né?

Professora: Não... tu tem que entender o que tá dito. Quatro vezes o número três [utiliza outro exemplo] é o número três que repete quatro vezes.

Rosângela: E os quadradinhos representam o número que tá ali. Dá pra fazer um círculo em volta com os quadradinhos ali dentro.

Professora: Sim... então tu conta...

Rosângela: Eu botei os números para eu não me perder aqui [informando que escreveu abaixo da linha hachurada o número correspondente]. Tá certo, né?

Professora: Ó, tu vai precisar de um, dois, três, quatro [contando na horizontal]. Quatro vezes o três. Um, dois, três [contando quadrados na vertical]. Entendeu?

Rosângela: Aí conta ali, um, dois, três, quatro... até o final que dá doze. É isso?

Professora: Aham.

Rosângela: Aaahh tá. Acho que agora aprendi.
Professora: É, as vezes a gente custa pra... para engatar, né?
Rosângela: Matemática eu sou bem ruim nessas contas ai.

Professora: As [multiplicações] com unidade aqui ainda é simples. A gente multiplica a unidade e multiplica a dezena. Agora eu vou dar os dois [números com] dezenas: vinte e quatro vezes trinta e dois. Olha como na multiplicação não precisa ser o número maior em cima. Pode ser tanto embaixo quanto em cima que vai dar a mesma coisa.
Professora: Então, o que eu vou fazer: vou multiplicar as unidades e depois as dezenas. Duas vezes quatro, oito; duas vezes duas, quatro. Deixo um espaço aqui, que eu já multipliquei a unidade, vou multiplicar a dezena. Três vezes quatro.... doze. Aí já começa aqui: e vai um que não pode ir na dezena, vai um lá na centena. Três vezes duas, seis, mais um vai dar sete. Aí soma as parcelas. Então deu oito; quatro cinco seis; e sete. [Obtendo o resultado 768] Já deu centena, setecentos e sessenta e oito.

Episódio 6: O exemplo dos queijos: quanto cabe em cada caixa?

Professora: Eu estou dando o dado.
Rosângela: Como assim “dado”?
Professora: Dei a tabela preenchida, como vocês vão completar o resto?
Rosângela: Ah... [Mas parece não entender]

Professora: Olha a dica: “Meus primos compraram três caixas de queijo. Ao abri-las contamos 24 queijos no total. Quantos queijos há em cada caixa?” Se em três caixas tem vinte e quatro que é o que diz aqui, em duas tem dezesseis e em uma tem oito. Eu te dei essas dicas, né? [mostrando os valores que estão informados na tabela] Quantos vai ter em cinco caixas?
Antônio: Aah daí dá... eu fui completando o resto. [No momento da explicação, Antônio havia realizado a atividade]
Clara: Quarenta e cinco.
Professora: Se em uma tem oito, em cinco... vai ser oito mais oito mais oito... ou oito vezes cinco.
[Silêncio]
Professora: O que vocês não tinham entendido?
Rosângela: Agora eu entendi, professora. Eu pensei que tinha que pegar uma vezes o dois, duas vezes o cinco... que nem aquela tabela que a gente fazia.
Professora: Mas daí como é que tu está multiplicando? [Rosângela não responde]

Antônio: Numa caixa cabe oito.
Professora: Ó, pelo enunciado: se três caixas têm vinte e quatro queijos, aqui ó, caixas e quantos queijos [mostrando as correspondências na tabela]. Ele achou que em três caixas tinha vinte e quatro.
Antônio: Cada caixa tem que ter uma quantia né?
Professora: Em duas caixas quantos tem?
Antônio: Dezesseis.
Professora: Em uma?
Antônio: Oito.

Professora: Oito. Então em uma caixa tem oito queijinhos. [Faz um desenho de uma caixa com oito círculos dentro para representar os queijos]. Em duas caixas tem dezesseis porque tem o dobro. Mais oito dá vinte e quatro, mais oito dá trinta e dois. Como se tu tivesse fazendo a tabuada.

Professora: Se em uma caixa tem oito, cada caixa tem oito queijos, então em cinco caixas vão ter oito vezes cinco, em seis caixas vai ter oito vezes seis. Porquê? São quantos queijos que tem? É sempre o oito, como se estivesse fazendo a tabuada do oito.

Episódio 7: O algoritmo da multiplicação e o transporte de valores

Professora: Mesma situação: unidade e dezena [fazendo riscos para separar as casas]. Três vezes duas, seis [$3 \times 2 = 6$]; três vezes quatro, doze [$3 \times 4 = 12$]. Ó, já deu lá na casa da centena.
Rosângela: Aah, tem que pedir o um.
Professora: Pode ir até o milhar, ou milhão...
Rosângela: Mas quando for número alto tem que pedir para centena, dezena?
Professora: Não. Aqui tu não tem que pedir nada emprestado. Não tem que pedir, nós só estamos multiplicando. Três vezes dois deu seis, não foi nada para lá [referindo-se à conversão de unidades em dezenas] porque seis é a unidade. Agora três vezes quatro dá doze, que é duas unidades e uma dezena. Só que aqui deu na casa das dezenas, então ele fica o dois aqui [dezena] e o um vira cem, vai pra casa da centena.
Rosângela: Então essas de vezes não tem nada pra pedir emprestado para ninguém.
Professora: Não, pedir emprestado não.
Rosângela: Só de mais e de menos?
Professora: Só tem que quando tiver... se por acaso aqui...
[Começa a explicação do outro exemplo, 132×4]

Professora: É por isso que é bom pegar bem assim primeiro [referindo-se aos cálculos com um algarismo] mas sempre lembrando da unidade, dezena e milhar. Aí quando tem [referindo-se ao número 1 escrito acima do algarismo 1 do cálculo 132×4] é o transporte que a gente fala. Multiplicação por... tu vai transportar o um daqui pra casa da centena e somar com a outra centena que já tem lá.
Rosângela: Pedir emprestado para o um.
Professora: Não é emprestar, agora é de transportar. [Ênfase na palavra transportar]
Rosângela: Aahh, transportar.
Professora: Emprestar é só no de menos, que eu tenho quatro e tenho que tirar seis e aqui tenho dois e um [escrevendo no quadro o cálculo $24 - 16$]. De quatro eu não consigo tirar seis, daí eu tenho que pedir emprestado o um pra cá, e aqui vai diminuir um e vai ficar quatorze menos seis [$14 - 6$]. Aí é um empréstimo.
Professora: Na verdade aqui é um retorno, ele volta pra cá. [Indicando que uma dezena passa a compor 16 unidades]
Rosângela: Se tu pede ele volta né?
Professora: É...

Alana: Professora, deu oitocentos e dezesseis lápis.

Professora: [Lê o enunciado] Vinte e quatro tem em uma caixa, então em quatro vai ter multiplicado por quatro. [Efetua o cálculo]
Rosângela: O meu deu oitocentos e dezesseis.
Alana: O meu também.
Professora: Oitocentos? Vinte e quatro vezes quatro?
Rosângela: Eu fiz quatro vezes quatro, depois eu fiz duas vezes quatro.
Professora: Tá, por que que deu isso? Porque vocês não estão respeitando o quadrado, a casinha de cada um [desenhando linhas de separação entre unidade e dezena]. Tu botou tudo aqui. Como tu fez? [Questiona Rosângela]
Rosângela: Eu fiz aqui quatro vezes quatro deu dezesseis e depois duas vezes quatro dá oito. Mas eu esqueci de fazer isso aí.

Professora: Aah, pois é, o dela deu oitocentos e dezesseis. Porquê? Ela não respeitou as casinhas.
Alana: Aah tinha que subir. Eu tava pensando se tinha que fazer isso. “Será que eu subo?” Mas a profe não falou que precisava subir né.
Rosângela: A minha foi errada professora?
Professora: Que tu acha: noventa e seis para oitocentos e dezesseis, tem diferença?
Rosângela: Tem.
Professora: Totalmente né.

Professora: Conseguiu? Deu quanto? [Para Antônio]
Antônio: A minha deu noventa e seis.
Professora: Tá. Não pensem assim, “aah tu deu retorno”, “não deu retorno”... Deu transporte, “a professora não deu transporte” ou “não falou”. Vocês têm que lembrar disso aqui que é importante, da unidade, dezena. Por quê? Têm que lembrar que dezesseis é feito de seis unidades e uma dezena e a casinha das dezenas tá aqui, ela não pode vir direto pra cá. Ela tem que ir para a casinha dela aqui. [Indica no quadro os locais correspondentes à unidade, dezena e centena]
Rosângela: Mas mesmo se eu pegar pela tabuada ela vai sair errado igual, professora?
Professora: Pode pegar...
Rosângela: Mas ela vai sair... Eu fiz essa pela tabuada. Eu esqueci dessa parte.
Professora: Porque daí tu está falando de centena, nós não estamos falando de centena ainda. Altera o número total.
Rosângela: É porque saiu três números né?
Professora: Tu tem que botar a dezena na casa da dezena e agora sim tu soma. Tu fez a tabuada certa mas tu não respeitou o quadrado de cada uma. Então, tem que lembrar se o dezesseis é formado de unidade e dezena, ele não pode ficar tudo na casa da unidade. Ele tem que subir. E aí quando ele sobe, eu não vou multiplicar quatro vezes dois vezes um [$4 \times 2 \times 1$]. É quatro vezes dois mais um. Isso aqui a gente vai entender bem quando a gente fizer na divisão, quando resta a gente soma. Tá, então o que tem que sempre lembrar: o quadro de valores.

Episódio 8: A quantidade de centenas em um milhar

[Antônio havia completado corretamente a terceira linha com 10 centenas, 100 dezenas e 1000 unidades]

Rosângela: A centena eu acho que tá trocado, é cem. *Cennn* [enfatiza o final da palavra, referindo-se ao 100]
Antônio: É que aqui é dezena... milhar.
Rosângela: Milhar é mil.
(...)
Rosângela: Tá certo a de centena? [Referindo-se a 1 milhar = 10 centenas]
Antônio: Não... eu acho que a centena tá errado, é... cem unidades.
Rosângela: É cem...
Antônio: É cem...
Rosângela: É, faltou dez aí...
Professora: Mas aí tu tá no milhar.
Alana: Cem unidades?
Rosângela: Unidades? Eu acho que é uma só...
Antônio: É, mas aqui são cem unidades... [referindo-se à segunda linha que foi completada com 100 unidades para indicar a centena]. São mil unidades [fala os números mas sem confiança na sua resposta]
Rosângela: Unidade é uma, né?
Antônio: É um. Tem aqui cem unidades [olhando para a segunda linha completada, 1 centena = 100 unidades].
Rosângela: Eu não sei, eu botei um. [Ela preencheu com o número 1 a lacuna das unidades de 1 milhar] Foi o que a professora ensinou pra nós. Que uma dezena é dez e unidade é um. A centena é cem...

Antônio: Uma centena é cem... [murmurando os valores]
Rosângela: O milhar é mil.
Antônio: Nas centenas...
[Eles continuam argumentando quanto à quantidade de unidades em um milhar e Alana sugere]
Alana: A “sora” tá bem atrás de vocês, é só perguntar! [Referindo-se a mim, que estava numa classe atrás da Rosângela observando a discussão deles]
Pesquisadora: Eu estou só observando... [risos]
Antônio: São mil unidades né? [Perguntando para mim]
Rosângela: Nós temos a folhinha aquela, a professora deu pra nós.
Antônio: É cem mil unidades, né?
Pesquisadora: Por que tu acha que é cem mil? Ou cem?
[Ele não consegue explicar e a professora intervém]
Professora: Eu vou pegar “o dourado” lá para a gente não se embananar.
Antônio: É só esse aqui professora, o resto eu fiz mas esse eu não sei se está certo.

Professora: E um milhar? É dez centenas. Então, centenas é cem, vezes dez, que vai dar, multiplica um por um [algarismos 1]. Um, dois, três. Um com três zeros é mil. [referindo-se a escrita do número mil]
Rosângela: Mas ali é dezenas.
Professora: No milhar é dez centenas... no milhar... Vamos pensar: dez vezes cem vai dar mil.
Professora: Dez centenas dá mil. Cem dezenas...
Rosângela: Não é cem, professora? Cem dezenas é cem.
Antônio: Porque as dez dezenas é cem...
Rosângela: É... Têm os quadradinhos ali. [Referindo-se as unidades do material dourado]

[Silêncio]
Professora: Gente! Dez dezenas é cem?
Rosângela: Eu tenho aqui os quadradinhos que a senhora ensinou a gente a fazer.
Professora: Quantas centenas têm em um milhar? Se um milhar é mil, quantas vezes o cem cabe ali? [Mostrando o bloco de milhar do material dourado]
Professora: São... são dez né? Que a gente viu aqui [no material dourado]
(...)
Professora: Então, tem dez quadradinhos desse [mostrando a placa da centena] para fazer o quadradão aquele [mostrando o bloco de milhar do material dourado]. Né? Tá certo.

Episódio 9: Transporte dos números: o algoritmo da adição

[Explicando o primeiro exercício: 145 + 56]
Professora: Não é de emprestar, porque é a soma. Quem empresta é a de menos.
Rosângela: Transporte… Adição com transporte é só tu… pular? [risos]
Professora: É. Por exemplo: cinco e seis vai dar onze. Então o um fica aqui [unidades] o outro um vem pra cá [referindo-se à posição acima do 4, na casa das dezenas].
Rosângela: Então vai dar quatorze.
Professora: Aqui vai dez né. [1 + 4 + 5 = 10 dezenas. Ela parece não ouvir o 14 que a Rosângela pergunta] E esse um vem pra cá e vai dar cento e um.
[A professora erra esse cálculo, esqueceu de somar 1 na centena, mas não percebe de imediato]
Professora: Isso é transportar.

Professora: Vocês têm que me corrigir!
Rosângela: Eu apaguei. Pensei: a professora que está certa.

Professora: Tu acha que consegue fazer esses números [cálculos] aí? [Para Patrícia]
Patrícia: Eu posso tentar, professora. Não custa tentar.
Professora: São grandes, têm números depois do cem.

Professora: Passo-a-passo. O um passa pra casa de cá, não é passar direto para o outro lado. Tem que passar para o vizinho de cá [dezena] e depois passar para o vizinho de cá [centena], se for o caso. Não passa assim “a lá loca”, tanto faz para qual lado. Tem que sempre ir subindo as casas, olhando o lugar que ocupa: unidade, dezena e centena, depois o milhar. É sempre para o vizinho do lado.

[Cálculo: 145 + 56]
Professora: Cinco mais seis. Então, eu tenho cinco pedrinhas [pega 5 unidades do material dourado]. Eu vou botar aqui tá, vocês estão enxergando? Um, dois, três, quatro, cinco. Mais seis pedrinhas: um, dois, três, quatro, cinco, seis. [Contando as unidades do material dourado]. Aí tem que juntar na soma né? Que vai dar: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez. Quando chega no dez o que que a gente fazia? [Referindo-se às primeiras aulas da turma] A gente trocava as unidades por uma barrinha, né? Lembram? A gente trocava. Então o número onze ele é uma dezena mais uma unidade. Quando eu estou fazendo aqui [referindo-se ao algoritmo escrito no quadro] eu boto uma unidade aqui [na casa das unidades do resultado] e

a outra dezena vai para casa dela [escrevendo o 1 acima do algarismo 4 das dezenas]. Tá, e agora nós estamos falando em dezena né? Como se fosse quarenta mais cinquenta. Então, são quatro dezenas mais cinco dezenas [conta o material]. Vai dar dez dezenas. Dez dezenas formam a centena. Formou a centena, viu? [Juntando as barras da dezena para indicar a placa da centena] As dez dezenas formaram a centena. Então, o quê que acontece: esse passa [referindo-se ao algarismo 1], fica o zero e passa a centena para cá. Agora nós estamos somando uma centena mais uma centena que dá duas centenas. Entenderam a moral disso aqui? Isso aqui a gente tem que lembrar. Por isso que eu digo: cem unidades é uma centena. E a gente pode contar centenas desmanchando as pedrinhas.

[Correção do cálculo 746 + 280]
Rosângela: Professora, esse meu aí eu não sei se está certo ou está errado...
Professora: Esse?
Rosângela: É...
Professora: Quanto deu pra ti?
Rosângela: O meu deu novecentos e vinte.
Professora: Seis mais zero?
Antônio: Seis.
Professora: Oito mais quatro, doze [8 + 4 = 12]
Antônio: Doze.
Professora: Sete mais dois... [7 + 2 + 1 centena do transporte] sete, oito, nove, dez. [Obtém a resposta 1026]
Rosângela: O meu tá errado... mas ali no seis abaixo o zero não é zero, professora? Ou é seis? Daí é mais...
Professora: Se tu tem seis e tu não vai ganhar mais nada, tu vai continuar com seis ou tu vai ter zero?
Rosângela: Eu vou ficar com seis...
Professora: Então, com seis. Ele só fica zero no vezes.
Rosângela: Então não é esse aqui. [Referindo-se ao sinal da adição]
Professora: É como se eu tivesse seis quadradinhos e eu não ganho mais nenhum, eu vou continuar com meus seis quadradinhos.
Rosângela: E quando é menos?
Professora: Quando é menos... [não responde a pergunta] Tu tem que lembrar que o zero ocupa espaço [referindo-se à aula anterior de multiplicação]. Aí é outro departamento, nós vamos chegar lá. Guarda bem aqui, o zero ele está só guardando lugar.

Episódio 10: Os botões das camisas: "É muita imaginação!"

Professora: Pensa Clara, imagina. São seis camisas... Seis. Tu tem que ter imaginação. Imagina, um, dois, três, quatro, cinco, seis. É bastante, né. Como é que tu vai ter só sete botões?
[Professora desenha camisas no quadro].
Professora: Clara... [oferece a caneta do quadro para a Clara, como um convite para ela se deslocar até o quadro] Deixa a Clara fazer agora [solicitando que os outros fiquem em silêncio e Clara vá até o quadro].
Professora: É de abotoar as camisas. Tem quantos botões?

Clara: Um.
Professora: Não, o que tá escrito... a camisa do teu pai só tem um botão? Vai ficar com a barriga aberta aqui? Ou tem um monte de botão?
[Clara ri da fala da professora]
Professora: Quantos botões tá dizendo que tem cada camisa lá?
[Clara desenha os botões na primeira camisa desenhada pela professora, mas distribui aleatoriamente no desenho]
Professora: Seis botões... é muita imaginação! Geralmente os botões são tudo amontados.
[Professora desenha os botões na segunda camisa, alinhados]
Professora: Agora continua. Na outra camisa quantos botões têm?
[Clara desenha na terceira camisa os botões como a professora fez no segundo desenho.]

Professora: Então, se cada camisa tem seis botões, quantos botões tem ao todo, Clara?
Clara: Ao todo?
Professora: É. O que é ao todo?
[Clara começa a contar todos os botões desenhados nas camisas]
Clara: Trinta e seis.
Professora: Tá, bota aí, trinta e seis. Então, na matemática eles inventaram... tu ficou cansada de tanto contar botão, né? Imagina se fosse mil e um botões para contar? Então a matemática nos arrumou uma coisa para facilitar. Se eu sei que uma camisa tem seis, seis, seis, seis, seis, e seis [escreve o número 6 acima do desenho de cada uma das camisas] eu posso somar [ênfase na fala]. Mas aí eu tenho que saber o que eu estou somando, que aí vai dar igual aos trinta e seis. Ou posso facilitar: o seis aparece quantas vezes aqui no quadro?
Clara: Seis vezes.
Professora: Seis vezes. Então, seis vezes seis é igual a trinta e seis. Isso é continha de vezes.

Episódio 11: Quantos quilos de arroz uma família consome?

Professora: Então para finalizar eu queria focar nesse exemplo aqui. Só para ver como é que a gente resolve os problemas. Porque isso é importante: a gente saber o que está resolvendo.
[Clara se dispõe a ler o exercício]
Professora: Tá, então agora eu vou fazer as perguntas e vocês vão me responder. “Quantos quilos de arroz o pacote tem?”
Clara: [inaudível, fala algum valor qualquer e ri]
Professora: Clara tu tem que olhar aqui ó, não coisa que vem da tua cabeça. Esse aqui é um pacote de cinco quilos [desenha um retângulo para representar um pacote de arroz]. “Quantos pacotes a família comprou?”
Patrícia: Cinco... Oito. [Parece que estava testando os números informados no enunciado]
Professora: Ela comprou oito pacotes. Quantos quilos ela já consumiu? Já comeu?
Ivete: [fala baixinho] Uns quatro...
Antônio: Vinte e oito quilos.
Professora: Consumiu... está tudo aqui no problema. Consumiu vinte e oito quilos. (...)

Professora: Agora, pergunta para todos: o que queremos descobrir nesse problema?
Alguém: Como assim?
Professora: O que queremos descobrir nesse problema? Tá, vou ler de novo. [lê o enunciado novamente]
[Clara fala alguns números e ri]
Antônio: Doze quilos.
Professora: O que queremos descobrir? O que nós queremos descobrir no problema?
Antônio: Essa é difícil...
Professora: Hã?
Janete: Querem descobrir quanto eles já consumiram.
Professora: Quanto eles consumiram já nos responderam aqui, né? [referindo-se à terceira pergunta] "Quantos quilos já consumiu? Vinte e oito". Não é o quanto ele consumiu...
[Silêncio]
Professora: O que queremos descobrir nesse problema? Qual é a pergunta?
[Alana responde baixinho e a professora pede para falar mais alto]
Alana: Doze!
Professora: Tá, mas quantos quilos o quê?
[Clara continua falando números quaisquer ao fundo e rindo]
Ivete: Mas professora, a senhora botou arroz, mas depende da família né? Família grande, família pequena.
Professora: É... uns comem mais, outros comem menos. Não. Mas eles estão dizendo que comeram vinte e oito quilos.
Ivete: [Inaudível, mas não concorda com o 28].

Professora: Esses passos aqui a gente tem que ir em todos os problemas, saber o que que eu tenho de dados e o que que eu quero descobrir. Por isso ele é um problema, a gente tem que achar a questão. Quando a gente tem um problema na vida não tem que resolver? Então, é a mesma coisa, só que é um problema de... arroz, né. Então, tem que descobrir.
Professora: Então, o *resolver o problema* são os cálculos que a gente vai fazer.
Antônio: A resposta desse último item... a resposta é quantos quilos restaram, aí vai ser o cálculo.
Professora: A resposta é "quantos quilos restaram" [A professora havia escrito no quadro a frase].
Antônio: Mas no caso, para responder eu teria que botar aquele ali que a senhora respondeu? "Quantos quilos restaram" ou eu teria que fazer o cálculo direto?
Professora: Não, o que ele tá perguntando? Tem que responder o que ele tá perguntando.
Antônio: Uhum...
Professora: O que queremos descobrir nesse problema? Não é "quantos quilos restaram"?
Antônio: Sim, tá certo.
Professora: é isso que tu tem que responder.
Antônio: Tá...
Professora: Depois vem o desenvolvimento para descobrir quantos quilos que restaram.
[Antônio relê em voz baixa o item e a resposta informada, parece não compreender o que está sendo solicitado]
Professora: Tá, agora tu deu a resposta final.

Antônio: É a mesma que essa... [referindo-se à pergunta do problema: “Quantos quilos restaram?”]
Professora: Não, não é a mesma que aqui. Aqui ele tá perguntando “o que queremos descobrir nesse problema?”
Antônio: Aí a resposta seria “quantos quilos restaram”. Aí a gente tem que colocar aqui.
Professora: Tá? Isso tudo é o raciocínio que a gente tá fazendo para chegar na resposta. A gente tem que fazer todo esse caminho em qualquer problema...

Professora: Vocês acham que eles comeram bastante arroz?
Ivete: Faltou o feijão, faltou carne...
Professora: Será que era uma família? Ou será que era uma...
Janete: [ao fundo] Um arroz com ovinho frito... Meu Deus!
Ivete: Faltou uma cebolinha...
Professora: Tá, e será que... É uma família grande ou é uma família pequena?
Patrícia: É uma família grande, “sora”. Essa família pode ser do tamanho da minha. Minha mãe teve onze filhos.
Professora: Meu Deus! [rindo] Então a gente sempre tem que ir imaginando. O pacote de cinco quilos de arroz no super é aquele pacote grandão, não é aquele outro pacotinho que vem dois. Eu vou ter o de dois e o de cinco [professora desenha dois pacotes no quadro, um maior e outro menor e informa os números 5 e 2 kg]. Não tem de dez né, eu acho. Senão eu não ia nem conseguir carregar.
Patrícia: Aah eu falei que tinha que ter um de dez. [referindo-se a um comentário anterior]
Professora: É.. aí compra?? Se tu quisesse dez o que tu ia fazer?
Patrícia: Comprar dois.
Professora: Comprar dois sacos de cinco, né.

Episódio 12:“Sempre tem um vizinho que ajuda”: o algoritmo da subtração

Professora: Agora na subtração, que é o que eu vou tirar. Eu tenho uma certa quantidade que eu vou tirar. Quando é maior em cima, tudo bem. Eu tenho nove vou tirar três é tranquilo né??
[Corrige alguns cálculos]
Professora: Tranquilo a de tirar, Patrícia?
[Patrícia responde positivamente]
Professora: Agora aqui começa a problematizar um pouquinho [referindo-se ao cálculo 63 – 19]. Eu tenho três e não posso tirar nove. E não posso mexer na conta. Que que eu vou fazer?
Gustavo: Pede emprestado para o seis.
Professora: Lembrar dos vizinhos que ajudam.
Gustavo: O meu não. [risos]
Professora: Tá, normalmente tem um vizinho que ajuda. Se não for naquele, vai no outro.
Professora: Então tu pede emprestado o um pra cá [de modo a ter 13 unidades] e aqui diminui um né, porque ele emprestou [das 6 dezenas, ficam 5]
Gustavo: Fica cinco.
Professora: Vai ficar cinco.

[Continuação da correção de 63 – 19]
Professora: Então, aqui o que ficou? [Falando das unidades]
Gustavo: Ficou treze.
Professora: Aqui eu desmanchei em unidades, ficaram treze unidades. Por isso que tá assim [referindo-se ao 13 escrito na casa das unidades]. Olha as casas separadinhas assim. Ao invés de eu contar uma dezena e três unidades eu desmanchei tudo em unidades. Por isso que eu estou tirando aqui [indicando as dezenas]. Então treze tira nove... [aguarda resposta]
Professora: Quanto?
Gustavo: Quatro? [sussurra]
Professora: (...)
Gustavo: É para mim falar, professora?
Professora: Qualquer um! [Referindo-se à participação dos alunos nas respostas às perguntas dela]
Professora: Treze tira nove?
Alana e Gustavo: Quatro.
Professora: Fica quatro. E aqui ficou cinco. Então, cinco menos um deu quatro [realizando a subtração das dezenas]. Então sempre vai ser assim, mesmo nas contas de números maiores.
Professora: Está te lembrando assim? [Para Daniela, indicando o cálculo de subtração]

Professora: Aqui também [inicia a correção do cálculo 73 – 47]. De três eu não posso tirar sete. Então, eu vou pedir um e aqui vai diminuir um [7 – 1 dezenas], tem que lembrar disso. Eu gosto sempre de anotar porque depois a gente esquece [ela risca o 7 e escreve 6]. Então ficou treze tira sete, sobrou...? Quanto sobrou de treze tira sete?
Daniela: Ficou... quatro
Professora: Aqui ficou quatro?
Daniela: É.
Professora: Treze tira sete...
Daniela: O meu ficou quatro.
Antônio: [baixinho ao fundo] Treze tira sete... ficou seis. [Fala alto para a professora]: Pra mim deu vinte e seis essa conta.
Professora: Eu tenho um, dois, três... [desenha 13 risquinhos no quadro]. Eu vou tirar sete: um, dois, três... [“cortando” os risquinhos enquanto conta]. Vai sobrar...
Gustavo: Seis.
Professora: Um, dois... [contando os risquinhos que não foram “cortados”]. Sobram seis.

Daniela: Aaaah, eu não pedi emprestado dessa vez, só nos outros.
Professora: Porque tu não pediu? Para dar o quatro o que tu fez aqui? Deixa eu entender... [olhando para os valores do cálculo] Tu fez sete mais três..
Daniela: É... eu botei errado.
Professora: Aaaah, isso aí os alunos adoram fazer! Mas não pode.
Daniela: Como é que nos meus outros eu pedi emprestado e deu [referindo-se ao fato de ter acertado os outros cálculos].
Professora: Quando é menor em cima não pode passar o de baixo para cima. Tem que pedir emprestado.
Daniela: Tá, mas meus outros deu tudo certo.
Professora: Então, deu seis, seis tira quatro... [continuando o cálculo]
Gustavo: Dois.

Professora: Dois. Não pode inverter. Não é a mesma coisa que somar: tu pode somar de baixo para cima, de cima pra baixo, vai dar a mesma coisa. Não altera aqui o.. produto. Tanto faz seis mais quatro ou quatro mais seis vai dar a mesma coisa.

Professora: Então, eu vou juntar ou diminuir?
Gustavo: Vai juntar.
Professora: Vou juntar né, com as quatorze que faltam.
[Realiza o cálculo 37 + 14]
Antônio: É uma conta de adição né, professora?
Professora: Sim, adição.

Episódio 13: A divisão dos feijões e o "descer, descer, descer" do algoritmo

Rosângela: Professora, um tem vinte e nove e o outro tem vinte e seis.
Alana: Não tem como dividir né?
Professora: Tá, isso é uma boa lembrança dela [referindo-se a fala da Alana]. Vocês estão fazendo uma divisão. A gente fala em dividir igualmente para que não dê briga, tem que ter a mesma quantidade de elementos em cada copinho.
Rosângela: Eu contei dois e dois.
Professora: Se o teu deu vinte e nove aqui, e vinte e seis aqui, como é que tu vai fazer para tornar eles iguais?
Rosângela: Eu peguei dois copos...
Professora: Vamos igualar pelo de menos. Deixa os dois de vinte e seis e vamos ver quanto que sobra.
Rosângela: Deixar os dois de vinte e seis?
Professora: É.
Rosângela: Eu tiro então?
Professora: Tem que ser igual. Não pode um ganhar vinte e nove e o outro vinte e seis.

Rosângela: Sempre vai descendo aquele zerinho ali ou quando for maior as contas vai...? [Referindo-se aos resultados das subtrações, 2 – 2 e 6 – 6]
Professora: Quanto maior o número mais pra baixo ele vai.
Rosângela: E se for assim... Oitenta e oito, aí vai descendo o oito, vai descendo o oito e aquele zerinho também?
Professora: Agora eu vou chegar nessa parte, primeiro nós vamos ver o resultado do jogo. Mas eu vou explicar melhor daqui a pouco.

Professora: Dois dá pra dividir por três?
Rosângela: Dois... dá!
Professora: Eu tenho duas balas pra distribuir pra três crianças...
Rosângela: Não, não dá.
Professora: Não vai dar né, vai dar briga.
Ivete: A não ser se cortar no meio.
[Risos da turma]
Rosângela: Daí é metade já.
Professora: É, daí não dá. Como eu tenho que fazer exato eu tenho que pegar os dois números.
[Continua a explicação, 24 ÷ 3].

Professora: Agora vai ser vinte e quatro dividido por três.
Antônio: Dá oito.
Professora: Aí assim, a gente pensa: quantas vezes cabe o número três aqui [referindo-se ao vinte e quatro].
Rosângela: Duas vezes cabe o número três aí, professora?
Professora: Quantas vezes cabe o três aqui?
Antônio: Oito.
Professora: Oito. Porque oito vezes três é igual... [escreve 24 abaixo do 24 que estava sendo dividido e realiza a subtração]. Então sempre tem que procurar o número igual ou menor daquele.
Rosângela: Bah, vai ser uma confusão!
Ivete: É... um quebra cabeça.
Rosângela: [comenta algo inaudível]
Professora: Não é confuso... Porque é só o inverso da multiplicação.
Rosângela: Quando eu estava aprendendo essas contas aí eu tive que sair do colégio, professora. Eu estava a recém começando a aprender isso aí.
Professora: Mas... não faça isso. Não é pelas contas que tu foi embora.
Rosângela: Não, não foi. É que quando eu estava começando a aprender eu não fui mais na aula.
Professora: Aah, tá.
Rosângela: Quando eu era mais jovem né. Agora isso aí faz falta.

Rosângela: Mas não precisa botar todos esses números ali embaixo. Se tu faz o resultado ali, deu né? Tipo esse ali: vinte e seis dividido por dois deu treze, não precisa fazer todos aqueles risquinhos ali. [Cada algarismo do número que era copiado novamente, a professora fazia um risco no quadro indicando onde seria posicionado o algarismo]
Professora: Aah mas daí o número é menor.
Rosângela: É... É melhor fazer isso do que fazer descer, descer, descer... [fala rápido a sequência de “descer” e todos riem da maneira como ela fala]
Professora: Mas se o número for maior aí a gente vai ter que fazer descer, descer, descer... [repete o modo de falar da Rosângela] até chegar no zero.
Rosângela: [rindo] Até chegar na lomba...

Profe: Vê lá na tabuada... Mas o que vocês tem contra pegar a tabuada e olhar?
Rosângela: É que a gente se confunde, “sora”.

Professora: O mesmo pensamento tu tem que ter para as outras. Tu sabe fazer uma, tu sabe fazer todas.
Alana: Mas eu esqueço.
Rosângela: Mas dá uma confusão. Aí vai vezes, vai dividir, vai tirar...
Professora: Aah bom, isso aí tá... O que tu tem que saber: o vai e volta.
Rosângela: Se fosse só de vezes aí já tava bom.

Episódio 14: Os baldes de água: o número de viagens "depende da lonjura" da casa

Professora: Quantas viagens o menino fez do poço até a casa para trazer dezesseis baldes de água?
Rosângela: Fez oito viagens.
Professora: Que dados eu tenho para descobrir que é oito?
Rosângela: Essa é de vezes, professora...
Professora: Não pensa ainda se é de vezes, mais ou menos ou dividir... Pensa no que tu está lendo. "Quantas viagens o menino fez do poço até a casa para trazer dezesseis baldes?" É isso que o problema diz.
Ivete: Depende da lonjura da casa, né "sora".
Professora: Será???
Ivete: É que... depende da lonjura da casa cansa mais as viagens também.
Professora: Mas as viagens depende da lonjura da casa?
Rosângela: Ele fez duas viagens, professora.
Ivete: Sim... duas viagens ele fez né. Mas aí, olha, conforme a lonjura da casa...
Rosângela: Mas é tão pertinho a casa... [referindo-se ao desenho ilustrativo]
Professora: Ele pode demorar mais tempo ou menos tempo, mas tá perguntando quanto tempo ele leva?
Ivete: Aahhh, daí eu já não sei [rindo ao final].

Professora: Olha a pergunta: "Quantas viagens o menino fez do poço até a casa?"
Ivete: Oito viagens...
Professora: Oito viagens!! A resposta está certa mas eu quero ver como vocês pensaram isso, entendeu?
Rosângela: Eu acho que o problema pede de vezes...
(...)
Professora: Eu não sei por que na matemática todo mundo fica achando alguma coisa [risos]. Não tem que achar...
Rosângela: [rindo] Não é pra gente adivinhar né "sora"...
Professora: A matemática é muito.... matemática! O que está ali é o que está ali, não é para inventar e procurar nas paredes. O que ele te dá de dados é a interpretação do probleminha. Como quando vocês visualizam, todo mundo acertou. Mas se eu vou dar escrito, de repente vai ficar "achando" o que é e o que não é...

Rosângela: Eu olhei aqui... Eu acho que cada viagem que ele fez, foram seis viagens.
Professora: Já mudou? [rindo] De oito tu já achou que é seis... [Rosângela ri ao fundo] Por quê?
Rosângela: Porque eu estou vendo aqui, ele pegou dois baldes... [ri e não explica o resto do raciocínio]
Professora: Mas eu disse que a resposta certa é oito e que vocês acertaram.
Rosângela: Oito viagens ele fez.
Professora: É. Isso tá certo, eu não disse que estava errado.
Rosângela: Dezesseis baldes que ele levou, né?
Ivete: Eu acho que é que nem... dezesseis baldes... deu dezesseis viagens, porque ele pega os baldes, né?
Antônio: É que daí sobra um, né? Sobra um balde...
Rosângela: Não, sobram dois eu acho.

[Professora tem uma reação de surpresa das respostas dos alunos e eles começam a rir]

Rosângela: [rindo] A professora vai ficar loca com a gente...

Professora: [contendo o riso] Ele é uma pessoa, imagina vocês, que só pode carregar dois baldes. A não ser que fosse lá na Bahia que eles levam um na cabeça. [Risos dos alunos] Mas aqui ele não está levando nenhum na cabeça e nem em nenhum outro lugar. Ele tem duas mãos, ele leva dois baldes. Tá no desenho. Então são os dados reais que a gente tem: tem dezesseis baldes e cada vez ele leva dois. (...) Como é que a gente arma essa conta?

Rosângela: Eu acho que é de dividir, né?

Professora: Isso aí, muito bem!

Episódio 15: O resultado está certo, mas "a conta está errada"

Antônio: Aí a resposta é "Quantas tampinhas cada turma recebeu?" Cada turma recebeu cento e sete. Aí eu fiz essa conta aqui, "sora". [Indica o algoritmo no caderno]

Pesquisadora: De dividir?

Antônio: De dividir. Aqui eu fiz assim... como é... quatro... não, quatro não. É... uma vez né? Aqui é um. [Apontando para o quociente]

Pesquisadora: Uhum.

Antônio: Aí... multipliquei... Aí, aqui no dois... que que é? (...) Como o dois não... O que que eu fiz? Eu fiz alguma coisa errada aqui né, professora?

[Olho para a resolução dele para tentar interpretar]

Pesquisadora: Não sei... [não enxerguei nenhum erro matemático] Está certo o teu resultado.

Antônio: Aah, não. É que eu fiz direto aqui. Eu pensei assim ó "sora". Ahhh não, mas não pode fazer direto. Tem que ser uma coisa de cada vez né, professora?

Pesquisadora: É... [Sem entender o que ele quis dizer com "fazer direto"]

Antônio: Pior... aqui nessa armação..

Pesquisadora: Tu fez como "direto"? Fez o quarenta e dois? É isso? [Abaixo do número 42 está escrito 40, na subtração]

Antônio: Quatrocentos e vinte e oito... Isso! Eu fiz com o quarenta e dois. Mas a gente começa pelo um se dá né? O certo é um só, né?

Pesquisadora: É... o normal é sempre tu começar pelo primeiro. Quatro dá pra dividir?

Antônio: Dá.

Pesquisadora: Se dá pra dividir, tu faz só ele. Se não dá, se é um número menor, aí tu pega o outro.

Antônio: Tá.

Antônio: Aí no caso... acho que tem alguma coisa errada. Eu fiz isso aqui e deu zero. Aí esse dois baixa pra cá?

Pesquisadora: Isso.

Antônio: Que esse quarenta aqui não tem nada a ver né, "sora"? Eu que fiz quarenta... Eu fiz dez vezes.

Pesquisadora: Por isso que tem dez aqui? [Indicando o quociente]

Antônio: Eu fiz alguma coisa errada. Agora eu vou fazer certo. Aí baixa o dois né?

Pesquisadora: Uhum.

Antônio: Aí como é que eu faço quando o dois não dá? Aí eu tenho que botar o zero aqui?
Pesquisadora: Isso.
Antônio: Eu botei o zero. Então eu acho que eu errei aí. Eu botei o zero... aí passa pra outra situação que é o oito, aí o oito baixa direto. Aí eu fiz com a soma. Vinte e oito, quantas vezes cabe o vinte e oito... quantas vezes o quatro cabe dentro do vinte e oito.
(...)
Antônio: Quantas vezes o quatro cabe dentro do vinte e oito. Aí eu fiz pela tabuada, é sete vezes né. Sete vezes...

Antônio: Mas a senhora vê que eu fiz errado né, que eu errei, entendeu? Aqui eu puxei esses dois.
Pesquisadora: Tu fez o quarenta e dois?
Antônio: Isso aqui tá errado né?
Pesquisadora: É... [reticente na afirmação] O normal é sempre fazer um só. Mas se tu botar o resultado certo, aqui vai dar na mesma, entendeu? Porque o que tu fez: fez dez vezes quatro né? E deu...
Antônio: Quarenta. Isso e baixou o dois aqui [referindo ao resultado da subtração]
Pesquisadora: Deu o mesmo resultado.
Antônio: Aaahhh entendi. Mas a senhora entendeu do jeito que eu pretendi fazer?
Pesquisadora: Sim, entendi.
Antônio: Mas, e... Não é... É correto assim? É correto assim, professora?
Pesquisadora: É uma outra forma de fazer.
Antônio: Aah, é uma forma de fazer. E se eu fizer assim quer dizer que vai dar certo também?
Pesquisadora: O resultado vai dar certo.
Antônio: O resultado sim... mas a conta aqui está errada, né? Essa forma de fazer.
Pesquisadora: Se tu quiser fazer exatamente pelo algoritmo, aí tu faz etapa por etapa.
Antônio: Aham.
Pesquisadora: Mas tem várias maneiras de fazer a divisão. Tu pode decompor esse número aqui como quatrocentos mais vinte e oito. Tu pode fazer isso também.
Antônio: Aham. Pra dividir né. Mas eu fiz uma coisa que não é certo né, é errado.
Pesquisadora: [hesito em responder]
Antônio: É errado porque ele puxa aqui dos quarenta...
Pesquisadora: Mas tá certo. A não ser que tu pense em sempre fazer pelo algoritmo, etapa por etapa, mas dá o resultado certo.
Antônio: Hum.. dá o resultado certo?
Pesquisadora: Sim, dá. Sempre vai dar.
Antônio: Eu vou começar a treinar bastante né, “sora”. Porque aqui, a senhora já viu que eu me atrapalhei. E é importante a gente levar a sério também essas descidinha aqui né. As que desce pra gente não se perder.
Pesquisadora: [rindo] As descidinhas...
Antônio: Foi bom a senhora vir porque viu que eu fiz uma coisa errada. Obrigado.

Episódio 16: O Veritek e os desenhos-surpresa

Patrícia: Tem treze [feijões]... mas se tem um copinho vai caber tanto feijão?

[Referia-se ao quadrado de número 12, depois observa que o desenho 2 também tem apenas um copo]
Patrícia: Mas agora também, mas um copinho vai caber dezoito e treze feijões?
Pesquisadora: Depende o tamanho do copo. Vai que é um copo grande.
Patrícia: Hum... daí sobra zero? Vamos ver...
Pesquisadora: Se eu colocar todos sobra zero, né?
Patrícia: Mas é que só tem um copinho, não tem outro.
[Percebe que tem dois quadrados que informam um copo e resto zero, diferenciando apenas o número de feijões]
Pesquisadora: Tem que contar os feijões.
Patrícia: Então tem que botar dezoito... mas tem que ver qual dos dois é.
Pesquisadora: Qual letra representa o número de feijões?
Patrícia: É o bê. Então é esse. [Apontando para o quadrado de número 2]

[sobre o quadrado 8 do primeiro retângulo]
Antônio: Tem nove copos. Nove dividido por quinze. É quinze dividido por nove. É quinze dividido por nove?? [Com ênfase na pergunta]
Pesquisadora: [silêncio]
Antônio: Esse aqui, o oito. São nove copos... [conta os feijões] São quinze feijões divididos por nove. Vou fazer essa aqui...
Alana: Mas tu já não fez?
Antônio: Será que tá certa essa aqui? [“acha” a conta no caderno e me questiona]
Alana: Tá certo.
Antônio: Essa aqui nós fizemos certinho? [Para mim]
Pesquisadora: Sim [o cálculo está correto]
[Alana ri..]
Antônio: Será que tá certa a conta... deixa eu ver.
Alana: Ele é todo atrapalhado [rindo]
[Antônio murmura as etapas do algoritmo]
Antônio: A gente botou o dez... eu estou fazendo aqui.
Alana: Não, tu tá corrigindo. [Ela insiste que eles já fizeram esse cálculo]
Antônio: Isso, eu quero ver se tá certo. Quinze dividido por nove dá uma vez...
(...)
Pesquisadora: Dá uma vez, e sobra quanto?
Alana: Mas tá certo.
Antônio: Não, eu fiz errado aqui, pera aí. [Refaz uma etapa do seu cálculo]
Alana: Tá certo...
Antônio: Sobra seis.
Alana: É... não tá certo.
Antônio: E agora é nove vezes o um que dá nove. Aqui, é essa aqui, aqui. [referindo-se a um dos seus cálculos no caderno]. Agora eu achei, quer ver? É nove mais seis que dá... quinze! É quinze.
Pesquisadora: Agora tá certo?
Antônio: Agora tá certo!
Pesquisadora: Agora quais os valores tu tem que achar aí?
Antônio: Peraí, eu tenho que achar... o cê...
Alana: O seis, o quinze...
Antônio: O *a* é os copinhos né?
Pesquisadora: Isso, o *a* é os copinhos.
Antônio: Quinze são os copinhos, então tenho que achar os quinze copinhos.

Pesquisadora: São quinze copinhos?
Antônio: São... [pensa um pouco] são quinze feijões. São... são nove copinhos.
Pesquisadora: Nove copinhos, isso aí.
Antônio: Esse aqui... nove copinhos. [Avalia o quadrado 10 do segundo retângulo, com dúvida]
Pesquisadora: Esse é o único que diz nove copinhos?
Alana: Não...
Antônio: É esse aqui ó. [apontando para o quadrado 7 do retângulo inferior] O sete.
Alana: Aaahh
Antônio: Cruz credo! Que bom o joguinho né? [Feliz e rindo]
Pesquisadora: Legal, né?
Antônio: Viu, não deu o cálculo... alguma coisa estava errada.

Patrícia: Olha “sora”, eu consegui.
Professora: Ó, o dela deu certo.
Patrícia: Mas só que fica de cabeça pra baixo as letras [rindo]... Né?
Pesquisadora: Pois é... [Tentando identificar o porquê]
Patrícia: Eu fiz de um jeito e saiu de cabeça pra baixo.
Professora: Vira de novo, vamos ver. [Para enxergar qual a ordem dos números no tabuleiro]
Patrícia: Ó, pra ti ver: sai direitinho. Mas aí depois tu vai virar ele e vai ver que tem umas letras de cabeça pra baixo.
Eu: Tá, vira ele.
Patrícia: Aí ele fica assim, umas letras de cabeça para baixo [os números estão rotacionados, nem todos estão na posição correta de leitura]
Professora: Não, mas dá certo gente! Dá certo!
[Alguns alunos começam a rir]
Patrícia: Não vai dar, sora. Eu tentei fazer lá na minha mesa, quer ver?
Professora: Dá sim, dá! Porque eu já fazia e agora eu estou sem prática.
Patrícia: Eu vou fazer assim...

Patrícia: Ó sora, deu direitinho.
Professora: Deu agora?
Patrícia: Invertido..
Professora: Aahhh, que maravilha! [aliviada]
Patrícia: Foi de outro jeito que a “sora” fez. [referindo-se a mim]
Professora: Tá, então me diz como é que é... é o de baixo...
Patrícia: É o de baixo, tem que começar com o debaixo [referindo-se ao segundo retângulo da ficha de atividades]. Tem que fazer debaixo pra cima.
Pesquisadora: Esse aqui é o tabuleiro [indicando que o segundo retângulo da ficha equivale ao tabuleiro]
Professora: Aaah, eu vou anotar!
Antônio: Como é que tem que fazer?
Pesquisadora: É esse aqui que é o tabuleiro, tem que pegar o valor correspondente de cima e colocar aqui.
Professora: E eu falei ao contrário [risos]
Patrícia: Olha “sora”, deu certinho.

APÊNDICE B – Modelo Termo de Consentimento Informado

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. ________________, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada "O Ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos a partir da Perspectiva de Negociações de Significados", desenvolvida pela pesquisadora Profª Marluce Albring Coutinho. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é orientada pela Profª Dra. Elisabete Zardo Búrigo, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do e-mail 00009949@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a minha participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Analisar a comunicação oral entre os sujeitos da sala de aula;
- Investigar as negociações de significados que se manifestam nas interações entre os sujeitos;
- Investigar o ensino e a aprendizagem das operações básicas da matemática na Educação de Jovens e Adultos;

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações que ofereci serão apenas em situações acadêmicas, sendo identificadas apenas pela inicial de meu nome e pela idade.

Minha participação se fará por meio de entrevista/questionário oral, interações com os colegas e professores, bem como a participação em atividades da sala de aula. Os encontros serão registrados por meio de áudio e/ou vídeo e estes registros serão visualizados somente pela pesquisadora e sua orientadora, exclusivamente para coleta de dados. No caso de fotos e diálogos obtidos durante minha participação, autorizo que sejam utilizados em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração com a pesquisa se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável pelo telefone (xx) xxxx-xxxx e pelo e-mail marluce.coutinho@gmail.com .

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av.Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e email etica@propesq.ufrgs.br

Fui ainda informado(a) de que posso me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de ________________ de _______.

Assinatura do participante:

Assinatura da pesquisadora:

Assinatura da Orientadora da pesquisa:

APÊNDICE C – Roteiro de Entrevistas

Roteiro para entrevista dos alunos:

1. Nome.
2. Idade.
3. Atualmente, está trabalhando? Sim, em qual ramo profissional? Quais experiências trabalhistas possui?
4. Mora próximo à escola?
5. Porque escolheu estudar nessa escola?
6. Tem amigos/familiares/vizinhos que estudam no mesmo turno?
7. Até qual série estudou no ensino regular?
8. Quanto tempo estava afastado das salas de aula? (se estava)
9. O que fez (ou porque) retomar os estudos? (caso tenha parado)
10. Porque está na EJA, noturno?
11. O que faz com que permaneça estudando?
12. A sala de aula da Turma T2 tem semelhanças com a sala de aula que frequentava anteriormente?
13. Sobre as aulas de matemática, o que considera importante aprender?

Roteiro para entrevista da professora:

1. Nome:
2. Idade:
3. Como decidiu ser professora?
4. Como decidiu/chegou na EJA?
5. É diferente dar aula para EJA do que para crianças? O que muda?
6. Que diferenças percebe nas turmas de um semestre para o outro? Isso muda o jeito/forma de lecionar?
7. Qual sua formação? (curso, faculdade...) Alguma formação para a EJA?
8. Leciona há quantos anos? E quanto tempo na EJA noturno?
9. A T2 observada nesse semestre é variada, tem alunos de inclusão, adultos, adolescentes, alunos alfabetizados e alunos em processo de alfabetização, como é dar aula para tantas diferenças na mesma sala? Tem um planejamento pré-estabelecido?

10. Trabalha com diversos recursos: folha de exercícios, materiais concretos, desenhos. Os materiais que compõem as aulas vem de onde? De onde se inspira para produzir ou reproduzir?

11. Percebi que se preocupa com os alunos, informa oportunidade de empregos, maneiras de obter auxílios financeiros para frequentar as aulas, liga quando eles faltam às aulas, mesmo sendo alunos jovens/adultos. Porquê? Qual a intenção com esses "cuidados" com eles?

12. O que considera importante que os alunos aprendam/dominem nesse nível de ensino?

13. Além da avaliação escrita, as provas finais, faz uso de outros critérios de avaliação?

14. Que tipo de apoio a escola oferece para os professores da EJA: conversas, reuniões para conhecer a turma, etc.?

APÊNDICE D – Modelo de Carta de Apresentação

CARTA DE APRESENTAÇÃO

Senhor(a) Diretor (a)

Apresentando nossos respeitos, vimos por meio desta manifestar o interesse deste Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul na pesquisa "Negociações De Significados Na Educação Matemática De Jovens E Adultos: um olhar para uma sala de aula" a ser desenvolvida pela mestranda Marluce Albring Coutinho. Acreditamos que tal pesquisa poderá contribuir para a compreensão dos processos de aprendizagens de Matemática pelos estudantes da EJA e para as reflexões acerca dos currículos e da formação de professores para essa modalidade.

Assumimos o compromisso de preservar o anonimato dos participantes da pesquisa, ressalvados os casos em que couber o registro de autoria, e de que os dados serão utilizados exclusivamente para fins acadêmicos, sem qualquer prejuízo ou dano à instituição ou às pessoas envolvidas.

Para tanto, respeitosamente solicitamos a V. S.ª autorização para realização da pesquisa na Escola Estadual de Ensino Fundamental XXXXXXXX, junto às turmas das Totalidades Iniciais, e colocamo-nos à disposição para quaisquer esclarecimentos ou encaminhamentos que se façam necessários.

Porto Alegre, 01 de novembro de 2017

____

Elisabete Zardo Búrigo
elisabete.burigo@ufrgs.br

À Ilma Sra. XXXXX
Vice-Diretora da Escola Estadual de Ensino Fundamental XXX
Porto Alegre
Rio Grande do Sul