

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Simulação numérica de vigas alveolares mistas de aço e concreto:  
modelo parametrizado de elementos finitos**

**Matheus Erpen Benincá**

Porto Alegre  
2019

MATHEUS ERPEN BENINCÁ

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE VIGAS ALVEOLARES  
MISTAS DE AÇO E CONCRETO: MODELO  
PARAMETRIZADO DE ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,  
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em  
Engenharia.

**Orientador: Inácio Benvegnu Morsch**

Porto Alegre  
2019

MATHEUS ERPEN BENINCÁ

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE VIGAS ALVEOLARES  
MISTAS DE AÇO E CONCRETO: MODELO  
PARAMETRIZADO DE ELEMENTOS FINITOS**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Concentração Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 10 de maio de 2019

Prof. Inácio Benvegnu Morsch  
Dr. pelo PPGEC/UFRGS  
Orientador

Prof. Nilo Cesar Consoli  
Coordenador do PPGEC/UFRGS

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Américo Campos Filho**  
(UFRGS)

Dr. pela Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo

**Prof. Enio Carlos Mesacasa Júnior**  
(UFRGS)

Dr. pela Escola de Engenharia de São Carlos  
da Universidade de São Paulo

**Prof. Felipe Schaedler de Almeida**  
(UFRGS)

Dr. pela Universidade Federal  
do Rio Grande do Sul

**Prof. Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco**  
(UERJ)

Dr. pelo Imperial College of Science, Technology  
and Medicine, London

*Dedico este trabalho:  
à minha mãe, Juliana, pela luta e resistência,  
à minha avó, Zaida, pelo amor e compreensão,  
ao meu pai, Hermes, pelo apoio e incentivo,  
ao meu avô, Décio, pelo exemplo e amizade.  
Amo vocês!*



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao professor Inácio Benvegnu Morsch pela orientação deste trabalho, bem como pela amizade, apoio e incentivo durante toda a minha trajetória no mestrado, especialmente nos momentos mais difíceis. Obrigado por acreditar em mim e por me fazer acreditar, também.

Agradeço a todos os professores do PPGE/UFGRS pelos ensinamentos ao longo do curso, sem os quais este trabalho não teria sido realizado. Em especial, agradeço ao professor Armando Miguel Awruch, pelas aulas de Elementos Finitos (e pelas conversas sobre futebol latino-americano, não menos importantes); ao professor Samir Maghous, pelas aulas de Mecânica do Contínuo; ao professor Américo Campos Filho, pelas aulas de Estruturas de Concreto Armado; e ao professor Eduardo Bittencourt, pelas aulas de Plasticidade.

Agradeço a todos os demais professores e professoras que, ao longo da minha vida, me incentivaram a continuar estudando e a perseguir os meus sonhos. O presente trabalho contém um pouco de cada um de vocês dentro dele. Em especial, agradeço aos professores Gilson Tietbohl e Ramiro Maciel, do ensino médio; e João Masuero e Paulo Zingano, da graduação.

Agradeço à minha família pelo apoio e compreensão durante o mestrado, bem como por sempre terem me proporcionado todas as condições para estudar e evoluir. Em especial, agradeço ao meu pai, Hermes Benincá, pelo apoio na decisão de cursar o mestrado com dedicação exclusiva; à minha mãe, Juliana Erpen, pelo amor, luta e dedicação; ao meu avô, Décio Erpen, pelo exemplo de estudo, determinação e alegria em viver; à minha avó, Zaida Erpen, pelo amor e apoio incondicionais; e aos meus padrinhos, Jaqueline e Jackson, pelo carinho e incentivo.

Agradeço à minha namorada, Paola Del Vecchio, pela compreensão e companheirismo nos momentos de nervosismo e inquietudes com o desenvolvimento da dissertação. Obrigado por me ensinar a ver a vida de uma forma mais leve e mais bonita.

Agradeço a todos amigos e amigas do mestrado, o companheirismo de vocês foi essencial nesta trajetória. Em especial, agradeço a Camila Westphalen, Luísa Rossini, e aos meus nordestinos favoritos, Marcelo Ferreira e Mariana Varela, pelos grupos de estudos e amigos secretos; a Marina Franco, pelo incentivo a ingressar no mestrado e pela ajuda nas disciplinas; e a Felipe Quevedo, Rebeca Schmitz e Luiz Carlos Mittelstadt, pela ajuda com a programação no ANSYS.

Por fim, agradeço à CAPES e ao CNPq pelo financiamento desta pesquisa, bem como à UFGRS e ao CEMACOM pela infraestrutura para a realização deste trabalho.

*From the fool's gold mouthpiece, the hollow horn  
plays wasted words, proves to warn  
that he not busy being born is busy dying*

*Bob Dylan*

## RESUMO

BENINCÁ, M. E. **Simulação numérica de vigas alveolares mistas de aço e concreto:** modelo parametrizado de elementos finitos. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

A utilização de vigas mistas de aço e concreto permite que sejam exploradas as melhores características mecânicas dos materiais constituintes, possibilitando o vencimento de maiores vãos e a obtenção de soluções estruturais mais econômicas. As vigas alveolares de aço, por sua vez, proporcionam uma maior racionalização no aproveitamento deste material, já que, com praticamente a mesma quantidade de aço, são produzidos perfis expandidos com maior momento de inércia e, conseqüentemente, maior resistência à flexão e melhor desempenho aos estados limites de serviço. Através da união destes sistemas estruturais obtêm-se as vigas alveolares mistas, nas quais são potencializadas as vantagens e mitigadas as desvantagens dos dois sistemas, sendo possível reduzir o consumo de materiais, e, conseqüentemente, os impactos ambientais gerados. Tendo em vista que as normas brasileiras e internacionais não especificam critérios para o cálculo de vigas alveolares mistas, estudos numéricos e experimentais têm sido realizados a nível acadêmico com o objetivo de aprofundar a compreensão sobre o comportamento destas estruturas, cuja complexidade envolve a ocorrência de diferentes modos de colapso. No presente trabalho buscou-se contribuir para os avanços no campo da análise numérica de vigas alveolares mistas, através da construção de um modelo de elementos finitos parametrizado, com o *software* Ansys, versão 19.2, no qual o perfil de aço foi modelado por elementos de casca, a laje de concreto por elementos sólidos hexaédricos, os conectores por elementos de mola não linear, a chapa *steel-deck* por elementos de casca e as barras de aço da laje por elementos de armadura incorporada. Com o objetivo de captar os efeitos de instabilidade locais, trabalhou-se com a adição de imperfeições geométricas iniciais ao perfil através da combinação de modos de flambagem. Para a simulação do comportamento do concreto foram utilizados dois modelos, um deles disponibilizado recentemente pelo Ansys, denominado *DP-Concrete*, e o outro customizado através da interface *usermat*. Os resultados obtidos para as vigas analisadas apresentaram boa correlação com resultados experimentais e com resultados numéricos de trabalhos anteriores, e o modelo numérico desenvolvido mostrou-se capaz de captar diferentes modos de colapso de vigas alveolares e vigas alveolares mistas.

**Palavras-chave:** *vigas mistas de aço e concreto; vigas alveolares; vigas casteladas; vigas celulares; modelagem numérica; método dos elementos finitos; Ansys*

## ABSTRACT

BENINCÁ, M. E. **Numerical simulation of steel-concrete composite alveolar beams:** parametric finite element model. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

The use of steel-concrete composite beams allows the best properties of these materials to be explored, enabling the design of larger spans and the achievement of more economical structural solutions. The alveolar steel beams, in turn, provide a greater rationalization in the use of this material, since, with almost the same amount of steel, expanded profiles are produced with greater moment of inertia and, consequently, greater flexural strength and better performance under serviceability limit states. Through the union of these structural systems the composite alveolar beams are obtained, in which the advantages of the two systems are enhanced, and their disadvantages are mitigated. Thus, it is possible to reduce materials consumption and, consequently, the generation of environmental impacts. Considering that the Brazilian and the international standards do not specify criteria for analysis and design of composite alveolar beams, numerical and experimental studies have been carried out at the academic level in order to deepen the understanding about the behavior of these structures, whose complexity involves the occurrence of different modes of collapse. The present work aims to contribute to the advances in the field of numerical analysis of composite alveolar beams by constructing a parametric finite element model with Ansys software, version 19.2, in which the steel profile is modeled by shell elements, the concrete slab by hexahedral solid elements, the connectors by non-linear spring elements, the steel deck sheet by shell elements and the slab reinforcement bars by embedded elements. In order to capture the effects of local instabilities, initial geometric imperfections were added to the profile through the combination of buckling modes. For the simulation of concrete behavior, two models have been used: the first, denominated *DP-Concrete*, is a native Ansys model, available in the more recent versions of this software; and the second, denominated *usermat*, is a customizable model based on Ottosen criterion. The obtained results for the analyzed beams presented a good correlation with the experimental results and with numerical results from previous works, and the developed numerical model showed to be able to capture different modes of collapse of alveolar steel beams and composite alveolar beams.

**Keywords:** *steel-concrete composite beams; alveolar beams; castellated beams; cellular beams; numerical modeling; finite element method; Ansys*

## **LISTA DE SIGLAS**

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS

AISC – AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION

APDL – ANSYS PARAMETRIC DESIGN LANGUAGE

ASCE – AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS

BSI – BRITISH STANDARDS INSTITUTION

CEMACOM – CENTRO DE MECÂNICA APLICADA E COMPUTACIONAL

CEB - COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON

CEN – EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION

FIB – FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON

UFRGS – UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

UPF – USER PROGRAMMABLE FEATURES

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a_0$  = largura do alvéolo

$A_i$  = amplitude para o modo de flambagem  $i$

$b_i$  = projeção horizontal do lado inclinado do hexágono

$b_{fi}$  = largura da mesa inferior do perfil

$b_{fs}$  = largura da mesa superior do perfil

$b_w$  = menor largura do montante da alma

$b_{we}$  = distância entre o fim do último alvéolo e o fim da viga

$d$  = altura do perfil de alma cheia

$D_0$  = diâmetro do alvéolo

$d_g$  = altura do perfil expandido

$E$  = módulo de elasticidade

$E_{c1}$  = módulo de elasticidade secante do concreto

$E_{ci}$  = módulo de elasticidade tangente inicial do concreto

$E_h$  = módulo de elasticidade tangente à curva de endurecimento do aço

$f_{c2m}$  = resistência média à compressão biaxial do concreto

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto

$f_{cm}$  = resistência média à compressão uniaxial do concreto

$f_{ctm}$  = resistência média à tração do concreto

$f_u$  = tensão última do aço

$f_y$  = tensão de escoamento do aço

$h_0$  = altura do alvéolo

$h_s$  = altura total da área da alma do perfil expandido no modelo numérico

$I_1$  = primeiro invariante do tensor de tensões

$J_2$  = segundo invariante do tensor desviador de tensões

$J_3$  = terceiro invariante do tensor desviador de tensões

$k = E_{ci}/E_{c1}$  – número plástico

$\mathbf{K}$  = matriz de rigidez da estrutura

$m, n$  = parâmetros de ajuste da curva dos conectores

$p$  = passo, ou seja, distância entre os inícios de dois alvéolos consecutivos

$Q$  = força cortante atuante no conector

$Q_{máx}$  = força cortante máxima resistida pelo conector

$r_e$  = razão de expansão do perfil alveolar

$s$  = deslizamento relativo na interface aço-concreto

$\mathbf{S}$  = matriz *stress stiffness*;

$t_{fi}$  = espessura da mesa inferior do perfil

$t_{fs}$  = espessura da mesa superior do perfil

$t_w$  = espessura da alma do perfil

$w_i$  = fator de ponderação associado ao modo de flambagem  $i$

$\alpha, k$  = parâmetros do material no modelo Drucker-Prager

$\alpha, \beta, c_1, c_2$  = parâmetros do material no modelo de Ottosen

$\varepsilon$  = deformação

$\varepsilon_1$  = deformação limite antes da fissura no concreto tracionado

$\varepsilon_c$  = deformação de compressão

$\varepsilon_{c1}$  = deformação do concreto na máxima tensão de compressão

$\varepsilon_{c,lim}$  = deformação última de compressão do concreto

$\varepsilon_{ctu}$  = deformação limite em tração para contribuição do concreto entre fissuras

$\varepsilon_h$  = deformação no início do endurecimento do aço no modelo de Gattesco

$\varepsilon_u$  = deformação do aço quando é atingida a tensão última

$\varepsilon_y$  = deformação de escoamento do aço

$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$  – parâmetro relacionado à deformação do concreto em compressão

$\theta$  = ângulo de similaridade

$\kappa_{cm}$  = deformação plástica na tensão máxima em compressão no modelo HSD linear

$\kappa_{cr}$  = deformação plástica última em compressão no modelo HSD linear

$\kappa_{tr}$  = deformação plástica na tensão residual em tração no modelo HSD linear

$\lambda$  = autovalor

$\sigma$  = tensão

$\sigma_{ef}$  = tensão efetiva

$\sigma_{mn}$  = tensão atuante na direção  $m$ , no plano normal a  $n$

$\sigma_t$  = resistência à tração do material no modelo de Rankine

$\Delta\vec{\varphi}$  = vetor de imperfeições

$\vec{\psi}$  = autovetor

$\Omega_{ci}$  = tensão relativa no início da plastificação em compressão no modelo HSD linear

$\Omega_{cr}$  = tensão relativa residual em compressão no modelo HSD linear

$\Omega_{tr}$  = tensão relativa residual em tração no modelo HSD linear

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
1.1 OBJETIVOS .....	23
1.1.1 Objetivo principal .....	23
1.1.2 Objetivos secundários .....	24
1.2 JUSTIFICATIVA .....	24
1.3 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA .....	25
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	26
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>27</b>
2.1 PADRÕES GEOMÉTRICOS .....	28
2.1.1 Vigas casteladas.....	28
2.1.2 Vigas celulares.....	31
2.1.3 Casos especiais .....	32
2.2 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL.....	33
2.2.1 Modos de falha de vigas alveolares .....	33
2.2.1.1 Formação de mecanismo Vierendeel.....	34
2.2.1.2 Formação de rótula plástica .....	35
2.2.1.3 Ruptura na região da solda.....	35
2.2.1.4 Flambagem do montante da alma por cisalhamento.....	36
2.2.1.5 Flambagem do montante da alma por compressão .....	37
2.2.1.6 Flambagem lateral com torção .....	37
2.2.2 Vigas alveolares mistas .....	38
2.2.2.1 Largura efetiva .....	39
2.2.2.2 Interação entre aço e concreto.....	39
2.2.2.3 Efeito da ação mista nos modos de falha .....	41
2.3 NORMATIZAÇÕES .....	44
2.4 ANÁLISE NUMÉRICA.....	46
2.4.1 Vigas mistas.....	47
2.4.2 Vigas alveolares.....	50



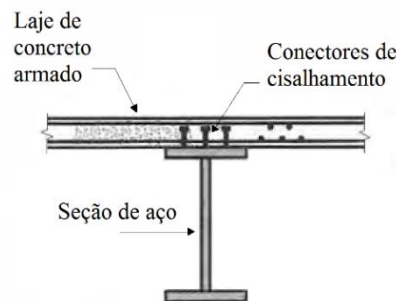
2.4.3 Vigas alveolares mistas .....	54
<b>3 METODOLOGIA.....</b>	<b>58</b>
3.1 O MODELO NUMÉRICO .....	58
3.1.1 Tipos de elementos .....	59
3.1.1.1 Laje de concreto – solid186.....	59
3.1.1.2 Perfil de aço – shell181 .....	60
3.1.1.3 Conectores – combin39.....	62
3.1.1.4 Chapa Steel-Deck – shell281.....	63
3.1.1.5 Armadura incorporada – mesh200 + reinf264 .....	65
3.1.2 Modelos de materiais.....	66
3.1.2.1 Concreto.....	67
3.1.2.1.1 Modelo customizado via usermat .....	68
3.1.2.1.2 Modelo DP-Concrete.....	74
3.1.2.2 Aço do perfil .....	82
3.1.2.3 Conectores.....	86
3.1.2.4 Aço da chapa steel-deck .....	87
3.1.2.5 Aço da armadura.....	87
3.1.3 Geometria e malha.....	88
3.1.4 Condições de contorno .....	93
3.1.4.1 Vínculos.....	93
3.1.4.2 Cargas aplicadas ou deslocamentos impostos .....	95
3.1.5 Etapas e métodos de solução .....	96
3.1.5.1 Análise Eigen-Buckling .....	97
3.1.5.2 Adição de imperfeições geométricas .....	99
3.1.5.3 Análise não linear.....	102
3.2 ORGANIZAÇÃO DO SCRIPT .....	105
3.2.1 Dados de entrada .....	105
3.2.2 Pré-processador .....	106
3.2.3 Solução .....	107
3.2.4 Pós-processador.....	107
<b>4 VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO .....</b>	<b>108</b>
4.1 VIGAS ALVEOLARES.....	108
4.1.1 Viga A-1 – Hosain e Speirs .....	108

4.1.2 Viga G-1 – Hosain e Speirs .....	116
4.1.3 Viga 1A – Warren.....	121
4.1.4 Viga A1 – Vieira .....	124
4.1.5 Viga C2 – Vieira.....	131
4.2 VIGAS ALVEOLARES MISTAS .....	134
4.2.1 Viga A1 – Nadjai <i>et al.</i> .....	135
4.2.2 Viga B1 – Nadjai <i>et al.</i> .....	142
4.2.3 Viga M5 – Megharief .....	149
4.2.4 Vigas 1A e 1B – Müller <i>et al.</i> .....	159
4.2.5 Viga 3 – Müller <i>et al.</i> .....	168
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>176</b>
5.1 CONCLUSÕES .....	176
5.2 SUGESTÕES DE PESQUISA .....	178
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>179</b>
<b>APÊNDICE A – O MODELO DP-CONCRETE.....</b>	<b>188</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A utilização de estruturas mistas permite que sejam exploradas as melhores características mecânicas dos materiais envolvidos. Em particular, atualmente é bastante difundido o uso de *vigas mistas de aço e concreto*, nas quais um perfil metálico é conectado a uma laje de concreto através de conectores mecânicos, que garantem o trabalho conjunto dos materiais, conforme ilustrado na figura 1.1.

Figura 1.1 – Seção típica de uma viga mista de aço e concreto



Fonte: Pfeil e Pfeil (2013)

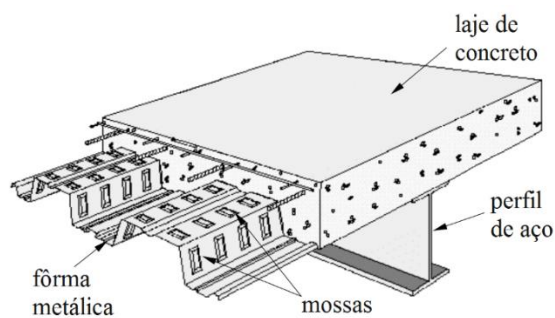
Esta configuração possibilita o uso mais racional destes materiais, especialmente em vigas biapoiadas, onde o diagrama de momentos é sempre positivo, e, por esta razão, o concreto trabalha basicamente à compressão e o perfil metálico basicamente à tração. Resultado dessa racionalização é um aumento na capacidade resistente da viga mista, se comparada aos materiais trabalhando separadamente, permitindo assim o vencimento de maiores vãos e/ou a obtenção de soluções estruturais mais econômicas.

Quando as vigas mistas são aplicadas a edificações, usualmente é utilizado o sistema de fôrma incorporada, conforme ilustrado na figura 1.2. Este sistema possibilita uma racionalização do processo construtivo, de forma a aumentar a rapidez de execução e minimizar a geração de resíduos, uma vez que as chapas de aço corrugadas, que inicialmente são utilizadas como fôrmas, passam a ser parte integrante da estrutura após a concretagem. Segundo Pfeil e Pfeil (2013), a aderência entre a chapa e o concreto, que ocorre em função das identações e mossas existentes na chapa, permite que ela atue como armadura da laje, resultando em um sistema estrutural bastante eficiente.

Além das vantagens já elencadas no uso de vigas mistas de aço e concreto, pode-se citar também o aumento da precisão do processo construtivo, se comparado aos sistemas tradicionais em

concreto armado, uma vez que os perfis metálicos são pré-fabricados e oferecem maior padronização e confiabilidade dimensional do que vigas de concreto moldadas *in loco*. Na comparação com os sistemas construtivos em aço, a laje de concreto existente no sistema misto apresenta a vantagem de aumentar a proteção contra a propagação de incêndios. Porém, ressalta-se que, na comparação com sistemas construtivos em concreto armado, o sistema misto apresenta menor resistência ao fogo, em função da alta condutividade térmica dos perfis metálicos, os quais devem receber proteção adequada.

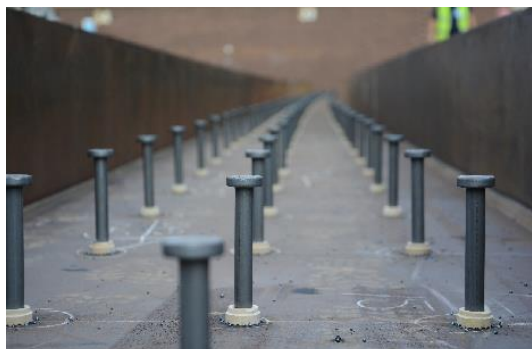
Figura 1.2 – Viga mista com sistema de fôrma metálica incorporada



Fonte: adaptado de Campos (2001)

Kotinda (2006) chama a atenção para a importância dos conectores mecânicos nas vigas mistas, também denominados conectores de cisalhamento, os quais buscam restringir o deslizamento longitudinal e a separação vertical entre os elementos de aço e de concreto, garantindo assim a interação entre eles. Segundo Pfeil e Pfeil (2013), dependendo da quantidade e da resistência ao cisalhamento dos conectores essa interação pode ser total, quando não há deslizamento relativo na interface aço-concreto; ou parcial, quando ocorre este deslizamento. Existem inúmeros tipos de conectores disponíveis, sendo os mais comumente utilizados do tipo pino com cabeça (*studs*), ilustrados na figura 1.3.

Figura 1.3 – Conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça



Fonte: Swuk (2018)

Outra solução possível para vencer grandes vãos e racionalizar a construção é o uso de *vigas alveolares de aço*, que consistem em perfis metálicos com aberturas sequenciais na alma. A grande vantagem deste tipo de viga ocorre em consequência do seu processo de fabricação: o perfil de aço original, de alma cheia, é cortado longitudinalmente em determinado padrão, de modo que as duas metades resultantes possam ser reposicionadas e então soldadas entre si, em nova configuração, na qual as mesas estão mais afastadas, conforme ilustrado na figura 1.4. Ou seja, com praticamente o mesmo peso e volume de aço é fabricado um novo perfil com maior altura, e, conseqüentemente, com maior momento de inércia e resistência à flexão.

Figura 1.4 – Processo de fabricação de vigas alveolares



Fonte: Gemperle<sup>1</sup> (2007, apud Gonçalves, 2015)

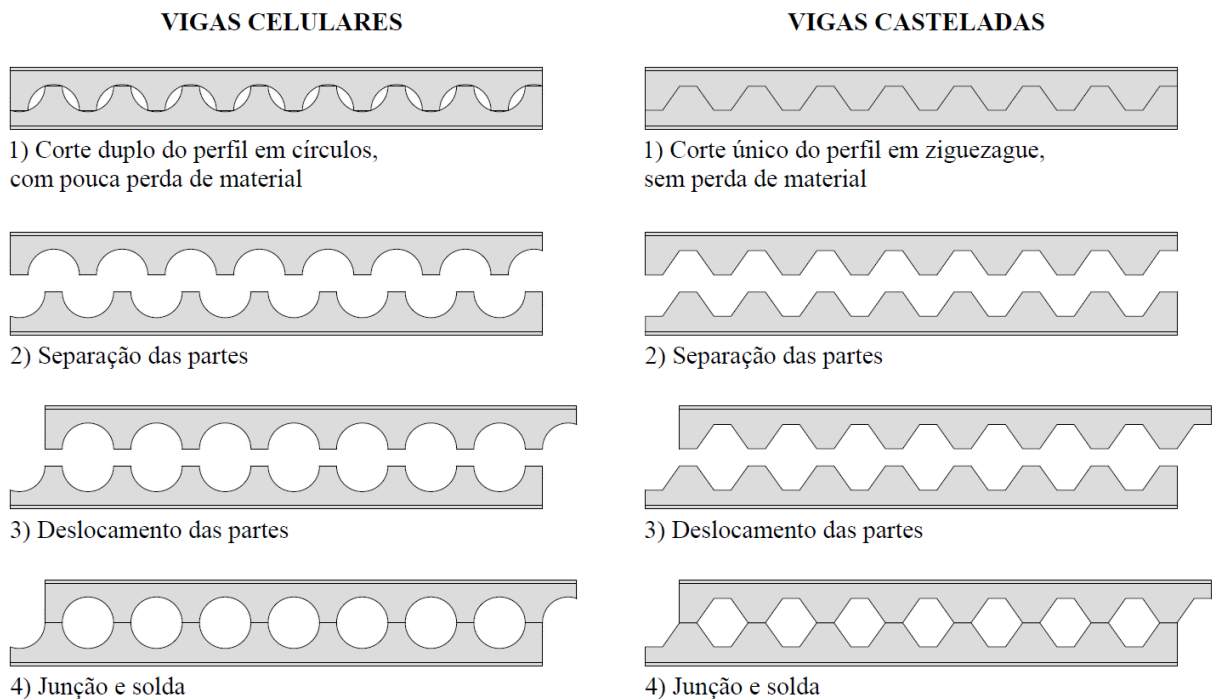
Segundo Brinkhus (2015), o surgimento das vigas alveolares ocorreu durante a primeira metade do século XX, na Europa, em função da necessidade de utilização de perfis com alturas superiores às dos perfis I fabricados pela indústria da época. Porém, em virtude da necessidade de mão de obra qualificada e especializada, este tipo de viga acabou tendo seu uso restringido por um longo período. Mais recentemente, contudo, em função dos avanços tecnológicos na área de automação, que possibilitaram menores custos nos processos de corte e soldagem, as vigas alveolares voltaram a ser uma alternativa competitiva para a construção civil.

De acordo com o formato dos furos, denominados genericamente como alvéolos, a nomenclatura dessas vigas pode variar. Badke-Neto, Calenzani e Ferreira (2015) explicam que as vigas alveolares podem ser denominadas *vigas casteladas*, quando os seus furos apresentam formato hexagonal; ou *vigas celulares*, quando estes apresentam formato circular. Cabe ressaltar que a fabricação de vigas casteladas praticamente não gera perda de material, pois reutiliza integralmente a alma da viga original, e necessita a realização de apenas um corte durante o processo; ao contrário da fabricação das vigas celulares, que gera uma pequena quantidade de perda de material em razão do formato dos cortes, e necessita a realização de

<sup>1</sup> GEMPERLE, C. Vereinfachte Vordimensionierung von Wabenträgern. *Stahlbau*, v. 76, p.530-536; 2007.

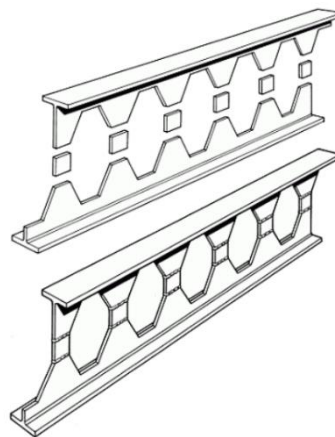
dois cortes, aumentando o tempo e o custo de produção, como pode ser observado na figura 1.5. Todavia, segundo Ferrari (2013), apesar destas aparentes desvantagens na comparação com as vigas casteladas, a utilização de vigas celulares tem sido cada vez mais difundida em razão do seu maior apelo estético. A altura das vigas pode ser aumentada ainda mais através da utilização de chapas expansoras, as quais são peças retangulares soldadas entre as duas metades da viga alveolar durante o seu processo de fabricação, conforme ilustrado na figura 1.6.

Figura 1.5 –Fabricação de vigas celulares e de vigas casteladas



Fonte: adaptado de Pinho (2009)

Figura 1.6 – Chapas expansoras



Fonte: Grünbauer BV (2018)

Em virtude de suas características geométricas, podem apresentar atrativos econômicos, funcionais e estéticos, pois, conforme destacado na lista a seguir, as vigas alveolares:

- a) apresentam-se como solução bastante econômica para determinados tipos de carregamento, se comparadas às vigas de alma cheia. Segundo Badke-Neto, Calenzani e Ferreira (2015), em função da maior capacidade resistente das vigas alveolares ao momento fletor, devida ao aumento da altura e conseqüentemente do módulo de resistência à flexão da seção, é possível vencer maiores vãos e assim reduzir a quantidade de pilares, diminuindo consideravelmente o custo e aumentando a velocidade da construção. As operações de fabricação, que envolvem corte e soldagem, apresentam custo relativamente baixo, sendo compensado pelo aumento da capacidade resistente;
- b) contêm furos sequenciais que permitem a passagem de dutos e instalações, conforme ilustrado na figura 1.7. Possibilitam, assim, uma maior racionalização na compatibilização de projetos complementares, pois evitam a realização de furos não planejados em vigas e viabilizam a otimização da altura do pé-direito em edificações;
- c) proporcionam um aspecto arquitetônico interessante e diferenciado do ponto de vista estético, como pode ser observado na figura 1.8, que mostra o projeto do escritório Foster + Partners para o centro de distribuição da Renault, em Swindon, na Inglaterra; e na figura 1.9, que mostra o projeto dos escritórios [baragaño] e Impulso para o centro de investigação e desenvolvimento global da ArcelorMittal, em Avilés, na Espanha. Seu processo de fabricação permite, através da inclusão ou modificação de etapas, sem grande custo adicional, a montagem de vigas inclinadas e/ou curvas, conforme a figura 1.10, ofertando maior versatilidade em sua utilização;
- d) apresentam melhor desempenho, se comparadas com vigas de alma cheia, aos Estados Limites de Serviço (ELS) de deslocamentos excessivos, em função do aumento significativo do momento de inércia no plano principal de flexão (GONÇALVES, 2015); e de vibrações excessivas, em função do aumento de rigidez com manutenção do mesmo peso linear (BRINKHUS, 2015). Em particular, a melhoria no desempenho ao ELS de deslocamentos excessivos proporciona soluções consideravelmente mais econômicas em vigas com grandes vãos submetidas a cargas distribuídas de baixa magnitude, onde este



ELS geralmente é o preponderante. Cimadevila, Gutiérrez e Rodriguez (2000) explicam que, nestes casos, as vigas trabalham a tensões relativamente baixas e o melhor aproveitamento do material está condicionado à otimização do momento de inércia da seção, visando a minimização das flechas.

Figura 1.7 – Passagem de dutos



Fonte: ArcelorMittal (2018)

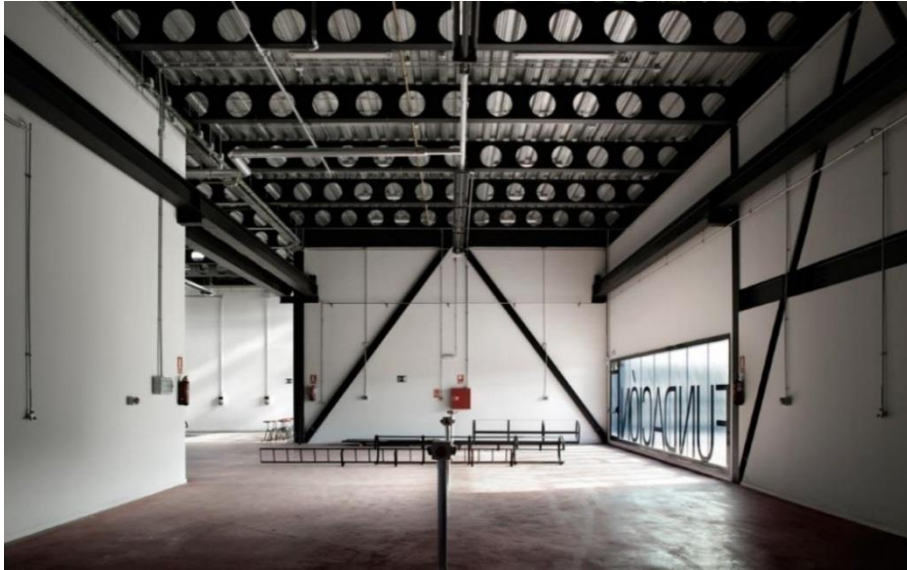
Figura 1.8 – Centro de distribuição da Renault



Fonte: AJ Buildings Library (2018)



Figura 1.9 – Centro de investigação e desenvolvimento global da ArcelorMittal



Fonte: Constructalia (2011)

Figura 1.10 – Vigas alveolares curvas – centro de esportes de Limassol



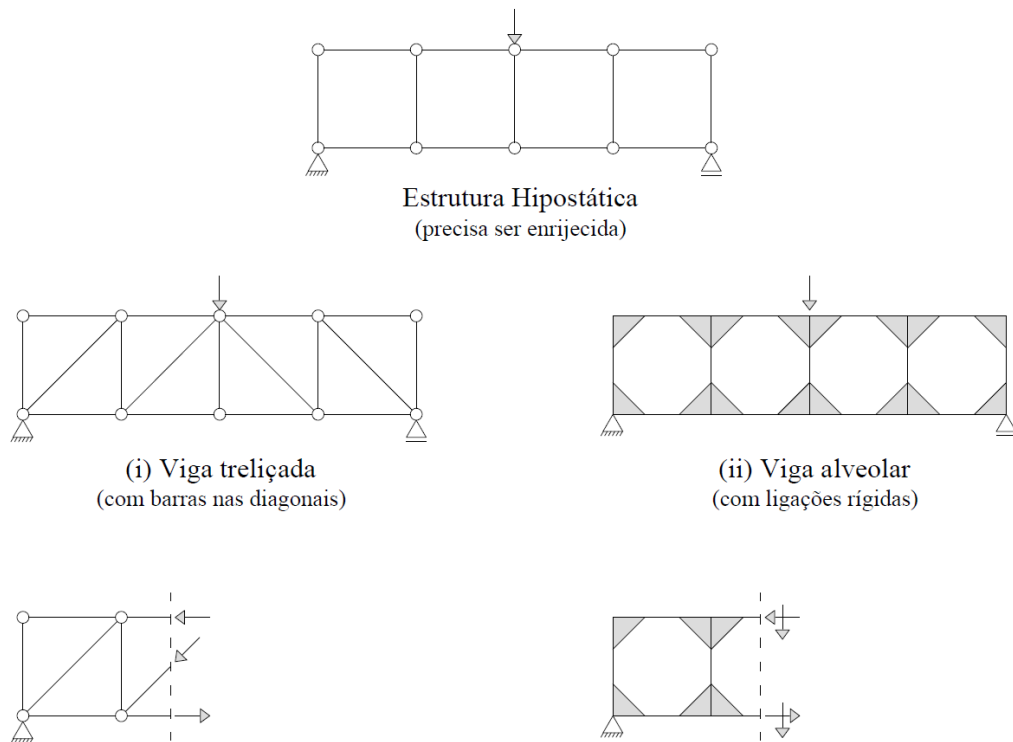
Fonte: Theo David Architects (2007)

Por outro lado, conforme destacado por Brinkhus (2015) e por Badke-Neto, Calenzani e Ferreira (2015), as vigas alveolares apresentam redução na capacidade resistente ao esforço cortante, se comparadas às vigas de alma cheia. Conseqüentemente, são pouco eficientes na resistência aos esforços decorrentes de cargas concentradas, muitas vezes demandando reforços na alma, e assim elevando o seu custo.

Conceitualmente, esta redução de capacidade resistente ao esforço cortante pode ser compreendida a partir do esquema da figura 1.11. Dada uma viga hipostática, composta por

quadros retangulares sucessivos conectados por rótulas, há duas formas básicas de enrijecê-la, possibilitando sua utilização como elemento estrutural: (i) adicionar barras de travamento nas diagonais dos quadros, formando uma viga treliçada; ou (ii) transformar as rótulas em ligações rígidas, formando uma estrutura análoga às vigas alveolares. Nota-se que, em vigas treliçadas (i), onde todas as barras estão sob regime de compressão ou tração simples, as barras diagonais são as responsáveis pela resistência ao esforço cortante da viga como um todo, por possuírem componentes de força vertical. Já na estrutura (ii), correspondente a uma viga alveolar, estas barras diagonais não existem, justificando a menor resistência ao esforço cortante. Neste caso, o comportamento estrutural é diferente: as barras deixam de estar sob o regime de compressão ou tração simples, e o mecanismo de resistência ao esforço cortante passa a ser constituído por tensões tangenciais, as quais, na região dos furos, possuem área reduzida de atuação.

Figura 1.11 – Estudo conceitual de vigas treliçadas e alveolares



Fonte: elaborado pelo autor

Em razão da peculiaridade de sua geometria e conseqüentemente do seu comportamento estrutural, as vigas alveolares apresentam modos de falha específicos, que devem ser devidamente compreendidos, visando a sua correta utilização, e serão abordados em maior detalhe na seqüência deste trabalho. Diversos autores estudaram estes modos de falha, com destaque para o trabalho de Kerdal e Nethercot (1984).

Em observância às características estruturais citadas, Brinkhus (2015) destaca que uma aplicabilidade ideal para as vigas alveolares ocorre em situações onde é necessário vencer grandes vãos sob a solicitação de cargas distribuídas com magnitude média ou baixa, como por exemplo em edifícios garagem, edifícios de escritórios, galpões industriais, coberturas de grandes lojas, de ginásios ou de auditórios, entre outros.

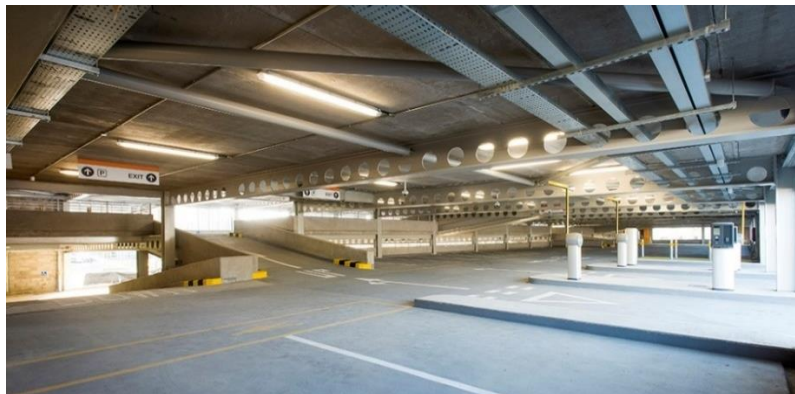
Com o intuito de potencializar vantagens, mitigar desvantagens e racionalizar ainda mais o uso dos materiais envolvidos, é possível unir os dois sistemas estruturais abordados até aqui através da utilização de vigas mistas de perfis de aço alveolares e concreto, denominadas *vigas alveolares mistas*. Esta união vem sendo alvo de pesquisa nas últimas décadas e tem sido cada vez mais difundida e utilizada na construção civil. A figura 1.12 ilustra perfis de aço alveolares com conectores de cisalhamento, à espera da concretagem da laje, no centro de aço ArcelorMittal, em Flémalle, na Bélgica; e a figura 1.13 mostra o edifício garagem do hospital Altnagelvin, em Londonderry, na Irlanda do Norte.

Figura 1.12 – Centro de aço da ArcelorMittal



Fonte: Constructalia (2008)

Figura 1.13 – Edifício garagem do hospital Altnagelvin



Fonte: McLaughlin & Harvey (2017)

Segundo Badke-Neto, Calenzani e Ferreira (2015), em função do aumento de rigidez da viga alveolar em relação à viga de alma cheia, as vigas alveolares mistas são capazes de vencer vãos ainda maiores do que as vigas mistas tradicionais. Da mesma forma, a contribuição de rigidez da laje de concreto possibilita que elas vençam maiores vãos e resistam a maiores cargas do que as vigas alveolares trabalhando isoladamente.

Contudo, de acordo com Gonçalves (2015), a presença da laje de concreto influencia os modos de falha da viga alveolar, modificando-os e inclusive criando a possibilidade de novos modos. É fundamental que este comportamento diferenciado seja devidamente estudado e compreendido, a fim de ser considerado de forma adequada no cálculo estrutural.

Redwood (2000) estudou os efeitos da ação composta do concreto na viga alveolar, e concluiu que tanto a resistência à flexão quanto a resistência ao esforço cortante são aumentadas se comparadas com as resistências da viga alveolar atuando isoladamente. Todavia, fez a ressalva de que este aumento de resistência ao esforço cortante pode ser consideravelmente limitado por determinados modos de falha, como por exemplo a flambagem dos montantes da alma.

As normas brasileiras e internacionais abordam estruturas mistas de aço e concreto, mas não especificam critérios para o cálculo de vigas alveolares mistas. Alguns trabalhos, como por exemplo o de Brinkhus (2015), Badke-Neto, Calenzani e Ferreira (2015) e Gonçalves (2015), propuseram formulações para o seu dimensionamento.

Neste contexto, diversas pesquisas acadêmicas, através da realização de modelagens numéricas e experimentais, vêm sendo realizadas com o intuito de contribuir para uma melhor compreensão do comportamento estrutural destas vigas. O presente trabalho versa sobre a modelagem numérica de vigas alveolares mistas, visando dar sequência aos estudos já realizados e contribuir para o desenvolvimento e divulgação do conhecimento sobre o tema.

## 1.1 OBJETIVOS

Os objetivos da pesquisa estão classificados em principal e secundários e são descritos a seguir.

### 1.1.1 Objetivo principal

O objetivo principal deste trabalho é a elaboração e validação de um modelo numérico para a análise de vigas alveolares mistas de aço e concreto biapoiadas, utilizando o método dos elementos finitos. Este modelo deve ser capaz de detectar os modos de falha deste tipo de viga, inclusive os associados às instabilidades locais do perfil alveolar.

Será utilizado o *software* Ansys Mechanical APDL, objetivando a programação de um *script*, o qual, a partir dos parâmetros de entrada definidos pelo usuário, deverá gerar automaticamente a geometria e a malha de elementos finitos, realizar as análises não lineares e disponibilizar os resultados de interesse. O desenvolvimento deste *script* visa a contribuição para futuras pesquisas, que poderão utilizá-lo para estudos mais específicos.

O modelo numérico desenvolvido será validado através da comparação dos seus resultados com resultados experimentais e numéricos disponíveis na literatura.

### 1.1.2 Objetivos secundários

Os objetivos secundários deste trabalho são:

- a) realização de revisão bibliográfica sobre vigas alveolares mistas e estratégias de modelagem numérica;
- b) pesquisa e desenvolvimento de estratégias para a modelagem do comportamento não linear do concreto no Ansys;
- c) avaliação da importância da adição de imperfeições geométricas iniciais para a análise de efeitos de instabilidade localizados do perfil alveolar.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Conforme destacado, sob determinados condicionantes de projeto, a utilização de vigas alveolares mistas é uma excelente opção para aproveitar as melhores características dos materiais envolvidos, diminuindo significativamente o seu consumo e, conseqüentemente, reduzindo os custos e os impactos ambientais relativos à sua produção.

A união dos dois sistemas – vigas mistas e vigas alveolares – permite que as vantagens de cada um deles sejam potencializadas, possibilitando, em especial, o projeto de vãos livres ainda maiores e, conseqüentemente, a redução do número de pilares, o que também acarreta na diminuição de consumo dos materiais, bem como na aceleração e racionalização da construção.

Todavia, para que o uso das vigas alveolares mistas seja mais explorado, de forma correta, confiável e com o aproveitamento de todos os seus benefícios, é necessário dar seqüência aos estudos sobre o tema, especialmente através da realização de modelagens numéricas e experimentais, visando aprimorar a compreensão do comportamento estrutural destas vigas. Uma vez que as normas brasileiras e internacionais atuais não contemplam este tipo de viga, o desenvolvimento de modelos numéricos e experimentais também é essencial para a validação

e aperfeiçoamento das formulações propostas na literatura, as quais futuramente poderão vir a ser normatizadas.

Neste contexto, o presente trabalho se justifica pela contribuição ao desenvolvimento de estratégias de modelagem numérica de vigas alveolares mistas.

### 1.3 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA

O presente trabalho se insere dentro da linha de pesquisa de análise de estruturas de concreto e de estruturas metálicas do PPGEC/UFRGS, especificamente dando sequência aos trabalhos sobre vigas mistas, e, em particular, complementando a pesquisa de Brinkhus (2015), que estudou o comportamento e propôs uma formulação analítica para o dimensionamento de vigas alveolares e de vigas alveolares mistas. Apesar de a autora também ter realizado algumas simulações numéricas de vigas alveolares, este não foi o principal enfoque de seu trabalho, que não detalhou estas simulações e tampouco abordou a simulação numérica de vigas alveolares mistas. Neste contexto, uma sequência natural de sua pesquisa consiste em desenvolver um modelo numérico para a análise de vigas alveolares mistas, como o presente trabalho se propõe.

No que diz respeito ao histórico de pesquisas sobre vigas mistas no PPGEC/UFRGS, cabe ressaltar o trabalho inicial de Tamayo (2011), que desenvolveu um *software* em linguagem Fortran para a análise estrutural de vigas mistas via elementos finitos, no qual modelou as lajes por elementos de casca plana degenerada, o perfil metálico por elementos de casca plana com efeito de membrana e os conectores de cisalhamento por elementos de barra. Em sua formulação, considerou a não linearidade física dos materiais, adotando modelos elastoplásticos com endurecimento e utilizando o critério de Drucker-Prager modificado para o concreto, e de von Mises para o perfil de aço. Os conectores foram modelados através de dados experimentais de curvas de força cortante *versus* deslizamento relativo. O aprimoramento deste *software* foi alvo de outras pesquisas dentro deste PPGEC. Dias (2013) implementou o comportamento viscoso do concreto, possibilitando a análise de efeitos de longa duração, Wayar (2016) trabalhou com a protensão externa da viga mista e Moreno (2016) trabalhou com a protensão interna na laje de concreto.

Paralelamente aos estudos envolvendo o *software* desenvolvido por Tamayo (2011), foram realizadas outras pesquisas no PPGEC/UFRGS sobre vigas mistas, com outros enfoques. Além do trabalho de Brinkhus (2015), já citado, cabe destacar os trabalhos de Linhares (2015), Schmitz (2017) e Mittelstadt Júnior (2017). Linhares (2015) estudou a análise e o projeto de

pontes mistas e propôs um estudo de caso que foi desenvolvido com o auxílio do *software* Strap. Schmitz (2017) estudou a análise numérica de vigas mistas aplicadas a pontes através do *software* Ansys. A autora desenvolveu um modelo viscoelástico para o concreto através da interface *usermat* disponibilizada pelo *software*, que permite ao usuário a customização do comportamento de um material através de programação em linguagem Fortran, além de também utilizar e aprimorar o modelo elastoplástico, com base no critério de Ottosen (1977), inicialmente desenvolvido por Lazzari (2015) e Lazzari (2016) através desta mesma interface. Mittelstadt Júnior (2017) considerou a não linearidade geométrica do perfil de aço na modelagem numérica de vigas mistas, tendo estudado, também, a importância da incorporação de imperfeições geométricas iniciais ao perfil, utilizando principalmente o *software* Ansys, no qual também aplicou os modelos customizados do concreto desenvolvidos por Lazzari (2015), Lazzari (2016) e Schmitz (2017).

#### 1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho está dividido em cinco capítulos. O capítulo 1 introduz os temas abordados, apresenta os objetivos do trabalho e contextualiza a pesquisa. O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre vigas alveolares e vigas alveolares mistas, dando especial enfoque às estratégias de modelagem numérica. O capítulo 3 descreve em maiores detalhes como o modelo numérico foi construído, além de apresentar aspectos teóricos sobre os tipos de elementos finitos utilizados, modelos de materiais adotados e etapas e métodos de solução do problema não linear. O capítulo 4 apresenta exemplos da aplicação do modelo numérico na simulação de vigas que foram ensaiadas experimentalmente por autores pesquisados na literatura. Os resultados obtidos são analisados e discutidos, além de ser realizada a comparação com os resultados experimentais, bem como com outros resultados numéricos de trabalhos anteriores. Por fim, no capítulo 5 são apresentadas as conclusões do trabalho e as sugestões para futuras pesquisas sobre os temas abordados.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As vigas alveolares de aço são alvo de pesquisas científicas desde meados do século XX. Dentre os trabalhos pioneiros, é possível destacar o estudo de Gibson e Jenkins (1957), que propuseram uma formulação analítica simplificada para estimar o carregamento último na formação de mecanismo Vierendeel em vigas casteladas; e de Toprac e Cooke (1959), que realizaram ensaios experimentais de vigas casteladas com o objetivo de analisar seus modos de falha e o seu comportamento nos regimes elástico e plástico. No campo numérico, o primeiro estudo utilizando o método dos elementos finitos para a análise de vigas casteladas foi realizado por Humphrey e Sunley (1968). Nas décadas seguintes, diversos autores deram continuidade às pesquisas sobre o tema: por exemplo, Delesques (1968) estudou a estabilidade dos montantes da alma; Hosain e Speirs (1973) realizaram ensaios experimentais com o objetivo de estudar o efeito da geometria das vigas casteladas nos seus modos de falha; Galambos, Hosain e Speirs (1975) estudaram o efeito da razão de expansão na capacidade resistente; Kerdal e Nethercot (1984) estudaram os modos de falha de vigas casteladas a partir da análise de resultados experimentais; e Cimadevila, Gutiérrez e Rodriguez (2000) realizaram um estudo teórico no qual propuseram equações e ábacos para o dimensionamento de vigas alveolares.

Os estudos sobre vigas mistas com grandes aberturas na alma do perfil metálico, por sua vez, passaram a ser publicados com maior frequência a partir do final da década de 80, e com eles iniciaram-se as pesquisas sobre vigas alveolares mistas. Neste período, cabe destacar os trabalhos de Lawson (1987), Darwin (1990) e Redwood e Cho (1993), que realizaram estudos analíticos sobre vigas mistas com aberturas na alma; e de Ward (1990), que propôs uma formulação para o projeto de vigas celulares isoladas e mistas.

Mais recentemente, o número de trabalhos sobre vigas alveolares e vigas alveolares mistas tem se multiplicado, tanto a nível nacional quanto mundial, não sendo conveniente, considerando o escopo deste trabalho, uma listagem completa de todos eles. No entanto, é possível citar, sem menosprezar a importância dos demais, os trabalhos de Redwood (2000), que estudou os modos de falha de vigas alveolares mistas; de Lawson e Hicks (2011), que propuseram uma formulação para o dimensionamento de vigas mistas com grandes aberturas na alma do perfil de aço em concordância com os *Eurocodes* 3 e 4; de Lawson e Saverirajan (2011), que desenvolveram um método simplificado para a análise elastoplástica de vigas celulares mistas; e de Brinkhus (2015), Badke-Neto, Calenzani e Ferreira (2015) e Gonçalves (2015), que propuseram formulações analíticas para determinar a resistência de vigas alveolares mistas aos seus modos



de falha. No campo experimental, Megharief (1997) e Megharief e Redwood (1998) ensaiaram vigas casteladas mistas, a fim de estudar a contribuição da laje de concreto na resistência aos modos de falha e traçar curvas de resistência considerando a interação entre esforço cortante e momento fletor; Nadjai *et al.* (2007) ensaiaram vigas celulares mistas sob temperatura ambiente e sob elevadas temperaturas; e Müller *et al.* (2006) compilaram diversos estudos sobre vigas mistas com aberturas na alma, incluindo ensaios experimentais de vigas celulares mistas realizados na Universidade de Kaiserslautern, na Alemanha. Já no campo numérico, Bake (2010) realizou a modelagem e a análise, via elementos finitos, de vigas celulares e de vigas celulares mistas, à temperatura ambiente e a elevadas temperaturas; Gizejowski e Salah (2008) analisaram vigas celulares mistas hiperestáticas e propuseram modelos de elementos finitos mais simples; Ferrari (2013) validou um modelo de elementos finitos para vigas alveolares mistas através da comparação com resultados experimentais; e Gonçalves (2015) deu sequência aos estudos de Ferrari (2013).

No presente capítulo, ao invés de detalhar individualmente todas as obras citadas, optou-se por abordar, nos itens 2.1 a 2.3, alguns conceitos estudados durante a revisão bibliográfica que servirão de fundamentação teórica para este trabalho. Ao final do capítulo, no item 2.4, os trabalhos referentes a análise numérica serão explorados em maior detalhe.

## 2.1 PADRÕES GEOMÉTRICOS

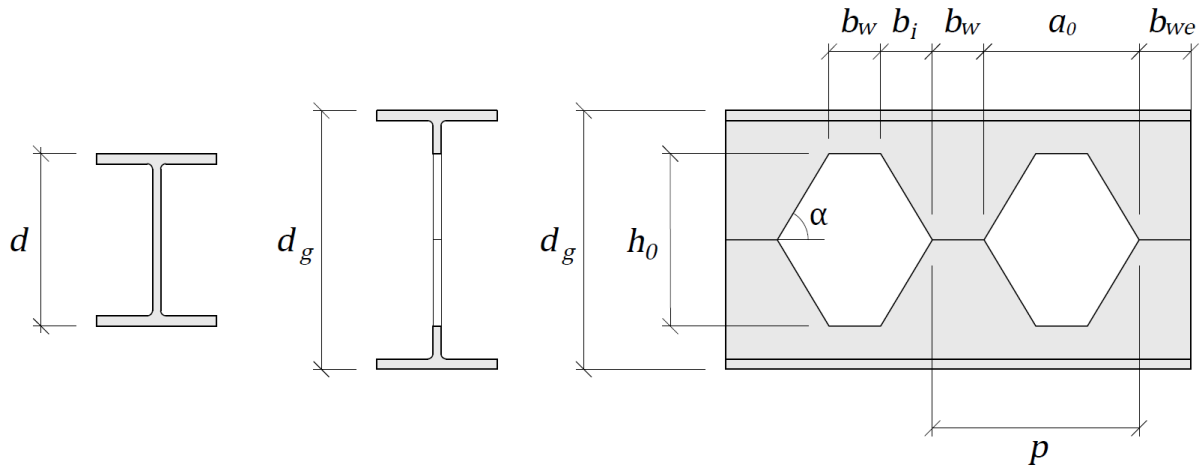
Neste item serão abordados os padrões geométricos de corte mais comumente utilizados.

### 2.1.1 Vigas casteladas

As vigas casteladas apresentam alvéolos em formato hexagonal (quando não há chapa expansora) ou octagonal (quando há chapa expansora). Na figura 2.1 é ilustrada uma viga castelada genérica, sem chapa expansora, e indicada a nomenclatura adotada neste trabalho para os seus parâmetros geométricos, seguindo o padrão utilizado por Brinkhus (2015).

Atualmente estas dimensões podem ser customizadas, de acordo com o projeto, durante a fabricação. Contudo, segundo Badke Neto (2015), tradicionalmente as vigas casteladas seguem padrões pré-estabelecidos em função das antigas limitações dos métodos de produção. Deste modo, cabe destacar os padrões mais utilizados, que segundo Silveira (2011), são as vigas Litzka, Peiner e Anglo-Saxão. A tabela 2.1 mostra as relações entre as dimensões para cada padrão de viga, e a figura 2.2 ilustra a geometria de cada um deles.

Figura 2.1 – Parâmetros geométricos de vigas casteladas



Fonte: adaptado de Brinkhus (2015)

Sendo:

$d$  = altura do perfil de alma cheia;

$d_g$  = altura do perfil expandido;

$h_0$  = altura do alvéolo;

$a_0$  = largura do alvéolo;

$p$  = passo, ou seja, distância entre os inícios de dois alvéolos consecutivos;

$b_i$  = projeção horizontal do lado inclinado do hexágono;

$b_w$  = comprimento do lado da base do hexágono; menor largura do montante da alma;

$b_{we}$  = distância entre o fim do último alvéolo e o fim da viga;

$\alpha$  = ângulo entre a linha horizontal central e o lado inclinado do hexágono.

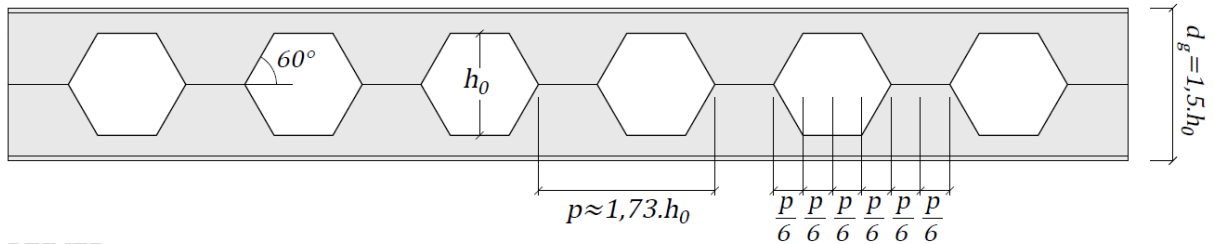
Tabela 2.1 – Relações geométricas dos padrões mais comuns

	Padrão geométrico		
	Litzka	Peiner	Anglo-Saxão
$d_g$	$1,5 \cdot d$	$1,5 \cdot d$	$1,5 \cdot d$
$h_0$	$d$	$d$	$d$
$p$	$\sqrt{3} \cdot h_0$	$1,5 \cdot h_0$	$1,08 \cdot h_0$
$a_0$	$2 \cdot p/3$	$h_0$	$0,8287 \cdot h_0$
$b_i$	$p/6$	$0,25 \cdot h_0$	$0,2887 \cdot h_0$
$b_w$	$p/3$	$0,5 \cdot h_0$	$0,2513 \cdot h_0$
$\alpha$	$60^\circ$	$63,43^\circ$	$60^\circ$

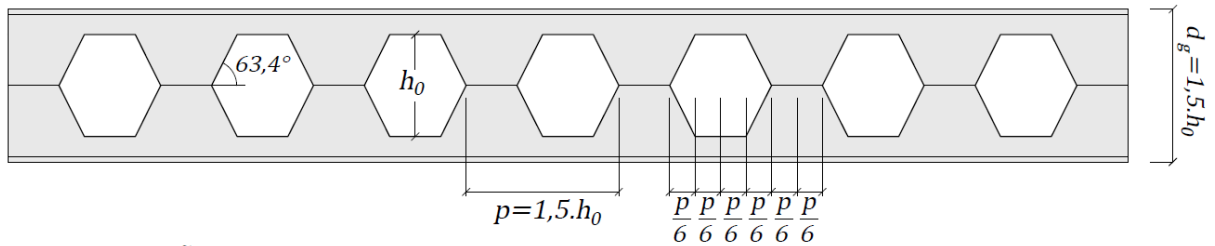
Fonte: elaborado pelo autor com base em Silveira (2011)

Figura 2.2 – Padrões geométricos mais comuns de vigas casteladas

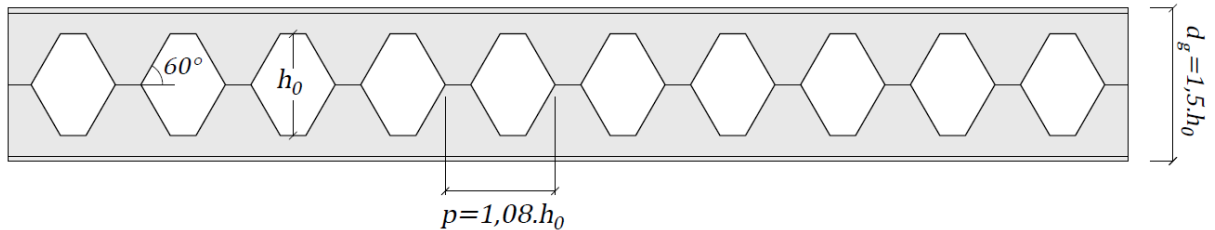
LITZKA:



PEINER:



ANGLO-SAXÃO:



Fonte: elaborado pelo autor

O padrão Litzka se caracteriza por apresentar alvéolos com o formato de hexágonos regulares. Já o padrão Peiner possui largura do alvéolo igual à altura do mesmo. Em ambos, os montantes e os alvéolos possuem relações geométricas de forma que o passo pode ser dividido em seis partes iguais, conforme ilustrado na figura 2.2. Segundo Silveira (2011), essa característica em comum faz com que as equações analíticas para resistência dos dois padrões, a partir de equacionamento de equilíbrio de momentos, sejam as mesmas.

O padrão Anglo-Saxão, por sua vez, parte da razão de 1,08 entre o passo e a altura do alvéolo ( $p = 1,08.h_0$ ), descrita por Dougherty (1993) como razão ótima para evitar o rompimento por cisalhamento na região soldada e a formação de mecanismo Vierendeel. O lado inclinado do alvéolo apresenta ângulo de  $60^\circ$ , tal qual o padrão Litzka, mas neste caso sem formar um hexágono regular. A norma BS 5950-1 (BSI, 2001), do Reino Unido, faz especificações sobre vigas casteladas no padrão Anglo-Saxão.

Nos três padrões citados, admite-se a razão de expansão ( $r_e$ ) igual a 1,5 ( $d_g = 1,5.d$ ), descrita como valor ótimo por Toprac e Cooke (1959) a partir de resultados experimentais. Em um caso geral para vigas casteladas, a equação (2.1) relaciona a altura do perfil original ( $d$ ) com a altura

do alvéolo ( $h_0$ ). Como pode-se perceber, a adoção de razão de expansão igual a 1,5 resulta na igualdade entre estas alturas ( $h_0 = d$ ).

$$h_0 = 2 \cdot d \cdot (r_e - 1) \quad (2.1)$$

### 2.1.2 Vigas celulares

As vigas celulares apresentam alvéolos com formato circular. Segundo Brinkhus (2015), o modelo original, patenteado por Peter Walker em 1990, possuía as seguintes relações geométricas:

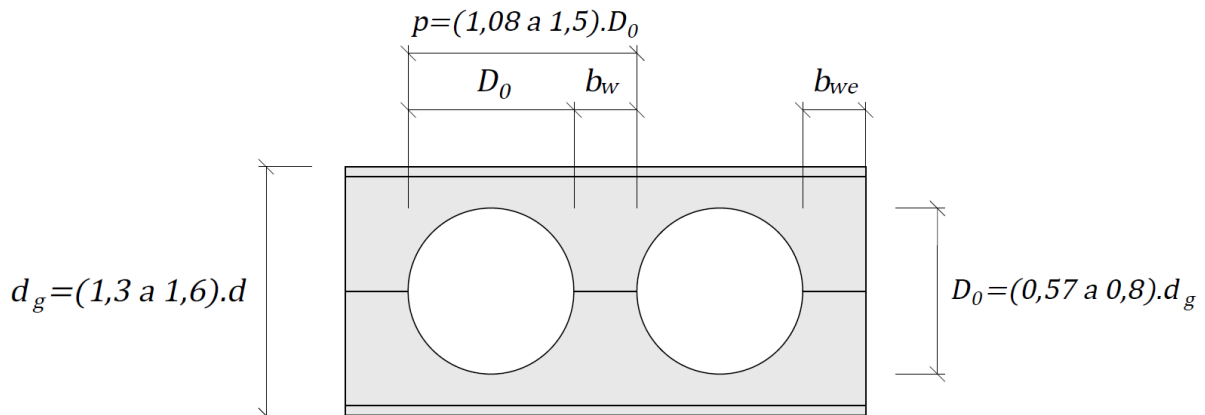
- razão entre o diâmetro do alvéolo e a altura da viga expandida de 0,67;
- razão entre o passo e o diâmetro do alvéolo de 1,25.

Contudo, hoje a patente de Walker encontra-se expirada, e existem diferentes dimensões possíveis para o passo e para o diâmetro do alvéolo, em função do desenho de corte adotado durante a fabricação. Cabe ressaltar, todavia, que o ganho estrutural e a quantidade de perda de material durante a produção são influenciados pelas dimensões adotadas. Neste contexto, segundo Abreu, Fakury e Castro e Silva (2010), é recomendável que sejam respeitados os seguintes limites:

- razão entre o diâmetro do alvéolo e a altura da viga expandida entre 0,57 e 0,8;
- razão entre o passo e o diâmetro do alvéolo entre 1,08 e 1,5.

A figura 2.3 ilustra estas relações.

Figura 2.3 – Geometria de vigas celulares



Fonte: elaborado pelo autor

Sendo:

$d$  = altura do perfil original de alma cheia;

$d_g$  = altura do perfil expandido;

$D_0$  = diâmetro do alvéolo;

$p$  = passo, ou seja, distância entre os inícios de dois alvéolos consecutivos;

$b_w$  = largura do montante da alma;

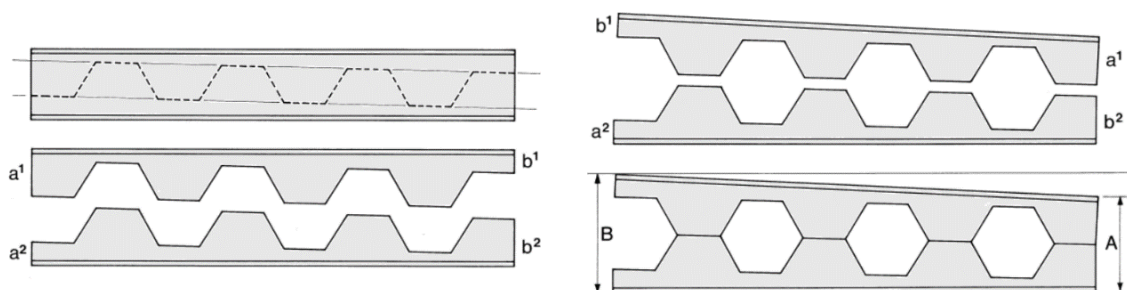
$b_{we}$  = distância entre o fim do último alvéolo e o fim da viga.

Oliveira (2012) faz a importante ressalva de que, para cada tipo de aplicação, existe um desempenho estrutural específico requerido, o que influencia diretamente na escolha do tamanho dos alvéolos. Por exemplo, quando aplicadas a sistemas de cobertura, as vigas celulares podem ser projetadas com alvéolos maiores e pouco espaçados, já que nestes casos geralmente a sobrecarga é pequena e o vão é grande, de modo que a deformação se torna a principal condicionante de projeto. O mesmo pode não ocorrer, todavia, em vigas de pavimentos, onde outros modos de falha podem assumir maior importância no dimensionamento, e por esta razão o espaçamento entre alvéolos pode ter que ser aumentado, bem como o diâmetro diminuído. Maiores detalhes sobre as dimensões sugeridas para diferentes tipos de aplicação podem ser encontrados em Oliveira (2012) ou Brinkhus (2015). Cabe ressaltar que a razão de expansão para vigas celulares não é fixa, geralmente variando entre 1,3 e 1,6, dependendo do tipo de aplicação e geometria desejada.

### 2.1.3 Casos especiais

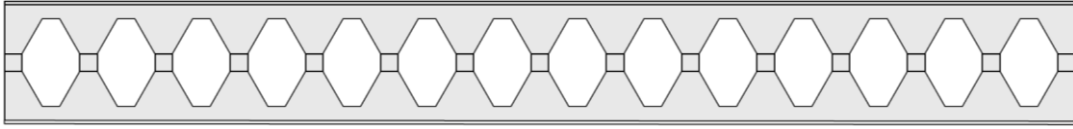
As vigas alveolares podem apresentar características geométricas especiais através de pequenas alterações no processo produtivo, como por exemplo inclinações (figura 2.4), chapas expansoras (figura 2.5), alvéolos sinusoidais (figura 2.6) ou curvaturas (figura 2.7).

Figura 2.4 – Produção de viga castelada inclinada



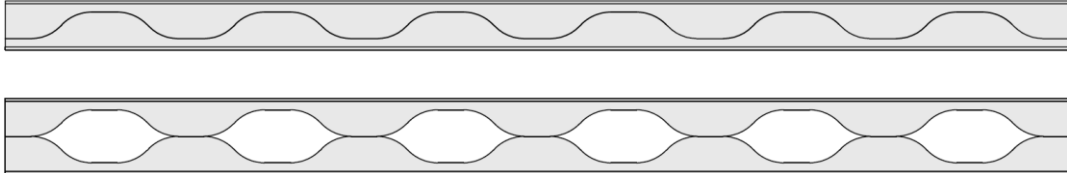
Fonte: adaptado de Grünbauer BV (2018)

Figura 2.5 – Viga castelada com chapa expansora



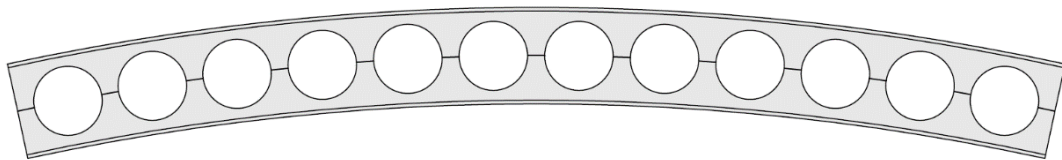
Fonte: elaborado pelo autor

Figura 2.6 – Viga alveolar com aberturas sinusoidais



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 2.7 – Viga celular com curvatura



Fonte: elaborado pelo autor

## 2.2 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL

Neste item serão abordados conceitos relativos ao comportamento estrutural de vigas alveolares e de vigas alveolares mistas, como por exemplo modos de falha, influência da ação mista e formas de interação entre os materiais.

### 2.2.1 Modos de falha de vigas alveolares

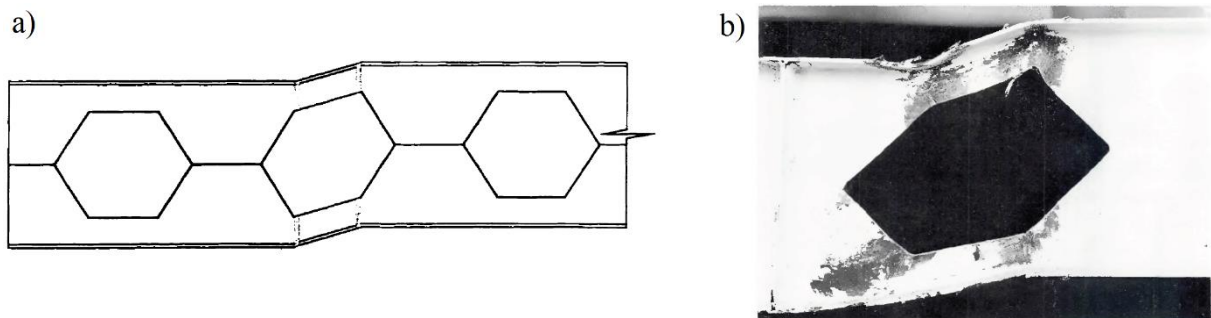
A compreensão dos modos de falha em vigas alveolares isoladas é fundamental para o estudo do comportamento de vigas alveolares mistas.

Segundo Kerdal e Nethercot (1984), a presença de alvéolos e a esbelteza dos montantes da alma faz com que, além dos modos de falha tradicionalmente estudados em vigas de alma cheia, surjam outros modos específicos, os quais são listados nos itens a seguir.

### 2.2.1.1 Formação de mecanismo Vierendeel

Segundo Demirdjian (1999), este modo de falha está relacionado, primordialmente, à magnitude do esforço cortante, mas também, em menor grau, à interação deste esforço com o momento fletor. Consiste na formação de rótulas plásticas nos cantos do alvéolo, resultando em uma deformada com características geométricas de um paralelogramo, conforme ilustrado na figura 2.8. A este mecanismo plástico se dá o nome de mecanismo Vierendeel.

Figura 2.8 – (a) Mecanismo Vierendeel; (b) Observação experimental



Fonte: Demirdjian (1999) e Hosain e Speirs (1973)

Demirdjian (1999) explica que, quando uma viga alveolar está sujeita ao esforço cortante, as seções T acima e abaixo do alvéolo devem resistir às tensões tangenciais geradas por este esforço, mas também às tensões normais devidas ao momento primário (momento fletor), e ao momento secundário (resultante da ação do esforço cortante, nas seções T, ao longo da largura do alvéolo). A soma destas tensões pode vir a formar as rótulas plásticas mencionadas. Geralmente este modo de falha se localiza no alvéolo sujeito ao maior valor de esforço cortante, ou, no caso de vários alvéolos sujeitos ao mesmo valor de esforço cortante, no que estiver sujeito ao maior valor de momento fletor.

A partir da análise da geometria das vigas que apresentaram este modo de colapso em ensaios experimentais, Kerdal e Nethercot (1984) concluíram que ele possui maior propensão de ocorrer em vigas com a seguinte combinação de características: pequenos vãos entre apoios, seções T com pequenas alturas acima e abaixo dos alvéolos, e montantes com grande largura, ou seja, grande distância entre alvéolos e longos filetes de solda (o que, em vigas casteladas, implica também em aberturas com grande largura, pois a medida do lado superior do hexágono,  $b_w$ , é igual à medida da separação entre alvéolos).

Isso ocorre pois, em pequenos vãos, o esforço cortante geralmente é o predominante; seções T com pequenas alturas apresentam baixa resistência aos momentos secundários gerados pelo

esforço cortante na região dos alvéolos; e os montantes com grande largura e com longos filetes de solda evitam a ocorrência dos outros modos de falha ligados ao esforço cortante, que serão descritos na sequência deste trabalho. Além disso, alvéolos com grande largura aumentam a magnitude do momento secundário gerado pelo esforço cortante.

#### 2.2.1.2 Formação de rótula plástica

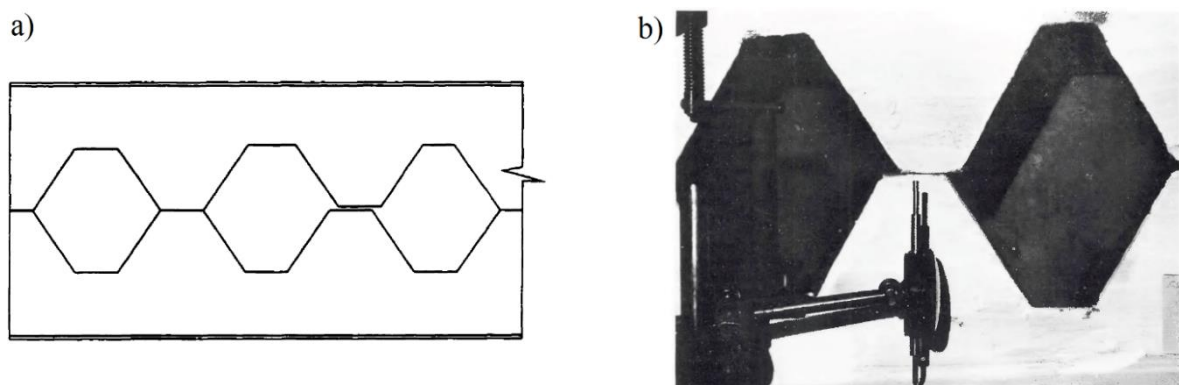
Segundo Toprac e Cooke (1959), em uma viga alveolar sujeita predominantemente à ação do momento fletor, as seções T acima e abaixo dos alvéolos podem vir a escoar por tração e compressão, de maneira similar ao que ocorre em vigas de alma cheia, desde que desconsiderando, por óbvio, as tensões na região da abertura. Com o aumento da sollicitação e consequente evolução do escoamento do material, as seções T se plastificam inteiramente e então é formada uma rótula plástica na região central do alvéolo.

De acordo com Demirdjian (1999), teoricamente este modo de falha sempre ocorrerá em perfis compactos sujeitos unicamente ao momento fletor, onde as seções T irão escoar completamente por tração e compressão antes que outros modos de falha possam ocorrer. O momento resistente a este modo de colapso é dado por  $M_p = Z \cdot f_y$ , onde  $Z$  é o módulo plástico da seção, tomada na linha vertical do centro do alvéolo, e  $f_y$  é a tensão de escoamento do material.

#### 2.2.1.3 Ruptura na região da solda

De acordo com Brinkhus (2015), este modo de falha ocorre quando a tensão horizontal de cisalhamento na região da solda excede a capacidade resistente da mesma, conforme ilustrado na figura 2.9. Alternativamente, Gonçalves (2015) denomina este modo de falha como “plastificação do montante da alma por cisalhamento”, associando-o à plastificação do montante da alma na região soldada devida à força horizontal cisalhante.

Figura 2.9 – (a) Ruptura na região da solda; (b) Observação experimental



Fonte: Demirdjian (1999) e Hosain e Speirs (1973)



Demirdjian (1999) explica que este modo de falha está mais propenso a ocorrer quando a distância entre alvéolos, e, conseqüentemente, o comprimento do filete de solda, são pequenos. Neste caso, a propensão de ocorrência do modo de falha por formação de mecanismo Vierendeel é pequena, ou seja: um modo de falha tem maior propensão de ocorrer quando os montantes da alma são estreitos, e outro quando são largos. Dougherty (1993) fez um estudo para encontrar características geométricas que equilibrassem a propensão de ocorrência destes dois modos de falha, sugerindo, para tanto, que  $b_w = h_0/4$  e  $b_i = 0,5 \cdot h_0/\sqrt{3}$ . Uma vez que o passo é calculado por  $p = 2 \cdot (b_i + b_w)$ , substituindo os valores anteriores chega-se a  $p = 1,08 \cdot h_0$ , que é o valor de passo adotado para vigas casteladas no padrão Anglo-Saxão.

De acordo com os estudos experimentais de Hosain e Speirs<sup>2</sup> (1971, apud Kerdal e Nethercot, 1984), o modo de falha por ruptura na região da solda não é comum em vigas com razão entre largura do montante e passo ( $b_w/p$ ) relativamente alta, como por exemplo em vigas Anglo-Saxão ( $b_w/p = 0,232$ ) ou Peiner ( $b_w/p = 0,333$ ). As vigas ensaiadas pelos autores nas quais ocorreu este modo de falha apresentavam esta razão igual a 0,174 e 0,204.

#### 2.2.1.4 Flambagem do montante da alma por cisalhamento

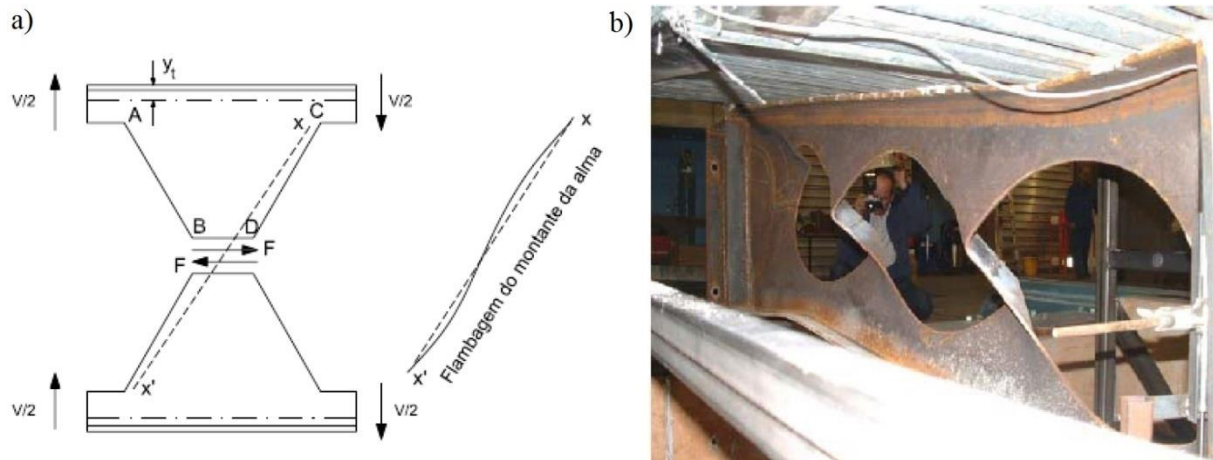
Conforme explicado por Kerdal e Nethercot (1984) e ilustrado na figura 2.10, a força cisalhante horizontal  $F$  que atua na solda solicita o montante da alma à flexão, gerando esforços de tração na região AB e de compressão na região CD, onde pode ocorrer flambagem se for atingida a tensão de compressão crítica. Desta maneira, e elaborando raciocínio análogo para a porção inferior do montante da alma, percebe-se que ao longo da linha diagonal tracejada  $xx'$ , onde aparecem esforços de compressão, podem ocorrer deslocamentos laterais em função da flambagem, com um ponto de inflexão no centro, conforme mostrado na figura 2.10.

Segundo Zaarour e Redwood (1996), a flambagem do montante da alma por cisalhamento é influenciada, principalmente, pela razão entre altura da abertura e a menor largura do montante da alma ( $h_0/b_w$ ), razão entre altura da abertura e espessura da chapa ( $h_0/t_w$ ) e razão entre a menor largura do montante da alma e espessura da chapa ( $b_w/t_w$ ). A utilização de chapa expansora também exerce influência significativa na propensão de ocorrência deste modo de falha, através da razão entre a altura da chapa intermediária e a altura da abertura ( $h_p/h_0$ ) e da razão entre a altura da chapa intermediária e a espessura da mesma ( $h_p/t_w$ ). A propensão de ocorrência deste modo de falha é tão maior quanto mais esbelto for o montante da alma.

---

2 HOSAIN, M. U.; SPEIRS, W. G. Failure of castellated beams due to rupture of welded joints. **Acier-Stahl-Steel**, v. 36, n. 1, p.34-40, jan. 1971.

Figura 2.10 – (a) Esquema ilustrativo da flambagem do montante da alma por cisalhamento; (b) Observação experimental em viga celular mista

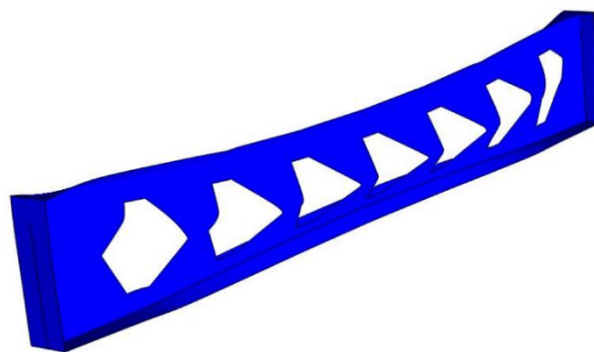


Fonte: Kerdal e Nethercot (1984) e Bake (2010)

### 2.2.1.5 Flambagem do montante da alma por compressão

Este modo de falha ocorre devido a uma força concentrada aplicada diretamente sobre o montante da alma. Demirdjian (1999) explica que, diferentemente da flambagem do montante da alma por cisalhamento, neste modo de falha a deformada lateral devida à flambagem não apresenta ponto de inflexão no centro, e o deslocamento lateral máximo ocorre na região central do montante. Dougherty (1993) sugere que sejam usadas equações padrões de flambagem de colunas para a determinação da resistência local do montante a este modo de colapso.

Figura 2.11 – Flambagem do montante da alma por compressão obtida numericamente



Fonte: Vieira (2011)

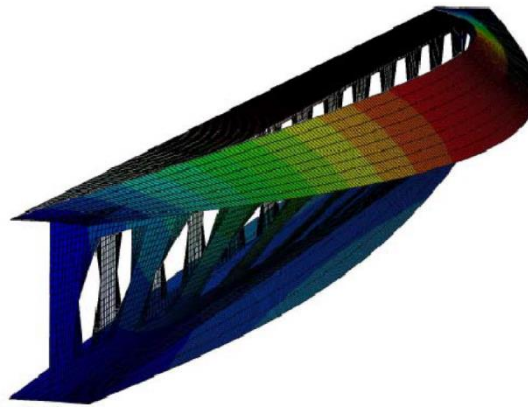
### 2.2.1.6 Flambagem lateral com torção

Assim como em vigas de alma cheia, este modo de falha também pode ocorrer em vigas alveolares, por conta de grandes comprimentos destravados lateralmente. Segundo Bezerra (2011), a flambagem lateral com torção (FLT) é um estado limite último causado pelo momento

fletor, no qual a porção da viga sujeita a esforços de compressão pode tornar-se instável devido à flambagem, e assim tender a apresentar deslocamentos laterais. Contudo, neste caso a porção tracionada exerce efeito estabilizador, restringindo parcialmente este deslocamento lateral e, com isso, provocando o giro da seção transversal. O autor complementa, ainda, dizendo que este modo de falha pode vir acompanhado de distorção da alma, se ocorrer juntamente com a flambagem local da mesma.

A figura 2.12 mostra o modo de flambagem associado à flambagem lateral com torção obtido através de simulação numérica por elementos finitos realizada por Bezerra (2011), em uma análise de autovalores e autovetores.

Figura 2.12 – Modo de flambagem relativo à FLT, obtido numericamente



Fonte: Bezerra (2011)

De acordo com Kerdal e Nethercot (1984), as vigas alveolares se comportam de maneira semelhante às vigas de alma cheia na flambagem lateral com torção. Todavia, para o cálculo do momento resistente, deve-se considerar as propriedades geométricas de uma seção transversal no centro do alvéolo.

Cabe ressaltar, desde já, que em vigas alveolares mistas este modo de falha só pode ocorrer quando o momento fletor solicitante for negativo, ou seja, quando a porção inferior da viga estiver comprimida, uma vez que a laje de concreto serve como travamento para a porção superior, restringindo seu deslocamento lateral.

### 2.2.2 Vigas alveolares mistas

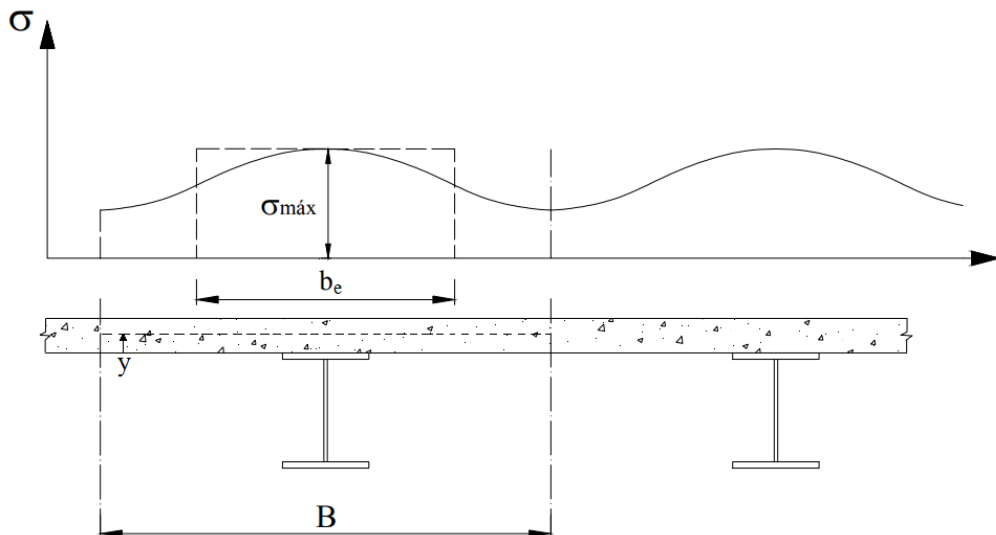
O comportamento estrutural de vigas alveolares mistas apresenta peculiaridades, em função da influência da laje de concreto no comportamento da viga alveolar e nos seus modos de falha, destacados no item anterior. Nos itens a seguir serão abordados alguns conceitos gerais relativos

às vigas mistas, bem como conceitos particulares relativos à interação entre a laje de concreto e o perfil alveolar de aço.

### 2.2.2.1 Largura efetiva

Segundo Pfeil e Pfeil (2013), a largura efetiva da laje é uma largura fictícia, utilizada nos cálculos simplificados de resistência. Em uma viga T com mesa larga, a real distribuição de tensões normais devidas à flexão diminui do centro para as laterais da mesa, em função das deformações causadas pelo cisalhamento (efeito *shear lag*). Para simplificar esta distribuição, define-se uma largura efetiva ( $b_e$ ), tal que o esforço normal total possa ser calculado considerando uma tensão constante ao longo desta largura, para uma determinada altura da mesa, sendo igual à tensão real máxima nesta mesma altura. A figura 2.13 ilustra esta simplificação. A rigor, a largura efetiva depende de uma série de fatores, incluindo condições de apoio, tipo de carregamento, geometria, entre outros. Todavia, as normas para cálculo de estruturas mistas costumam determinar valores genéricos e conservadores para a largura efetiva, que dependem apenas de características geométricas simples, como comprimento do vão ou distância entre vigas consecutivas. Para maiores detalhes sobre este assunto recomenda-se a leitura da dissertação de mestrado de Reginato (2017).

Figura 2.13 – Largura efetiva e distribuição real de tensões normais na altura  $y$



Fonte: adaptado de Alva e Malite (2005)

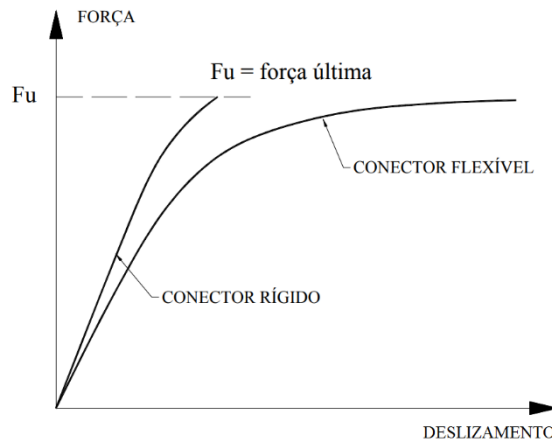
### 2.2.2.2 Interação entre aço e concreto

Segundo Queiroz, Vellasco e Nethercot (2007), o nível de ligação e de interação entre o perfil de aço e a laje de concreto é uma questão fundamental no comportamento estrutural e no projeto

de vigas mistas. O termo *ligação total ao cisalhamento* se refere ao caso em que os conectores são capazes de resistir completamente às tensões tangenciais aplicadas a eles, ou seja, quando o aumento do número de conectores não aumenta a capacidade resistente da viga mista; enquanto que o termo *ligação parcial ao cisalhamento* se refere ao caso em que os conectores podem vir a falhar por cisalhamento antes que os outros componentes atinjam seus próprios modos de colapso. Por outro lado, diz-se que uma viga mista apresenta *interação total* quando os conectores são considerados infinitamente rígidos, de modo que não haja deslizamento relativo entre o perfil de aço e a laje de concreto junto às conexões; e que apresenta *interação parcial* quando os conectores se deformam, permitindo a ocorrência deste deslizamento relativo e aumentando a deformação por cisalhamento da viga como um todo. Em realidade, todas as vigas mistas apresentam interação parcial, em menor ou maior grau, todavia é comum assumir a hipótese de interação total no caso de projetos com ligação total.

De acordo com Pfeil e Pfeil (2013), o comportamento de um conector pode ser representado por uma curva de deslizamento *versus* força cortante ( $\delta \times Q$ ), a qual pode ser obtida, juntamente com a resistência última ao cisalhamento ( $Q_u$ ), através de ensaio padronizado (conhecido como ensaio *push-out*). A norma EN 1994-1-1:2004 (CEN, 2004b), no seu anexo B, faz especificações sobre este ensaio.

A figura 2.14 mostra duas curvas de deslizamento *versus* força cortante, para dois conectores com comportamentos distintos. Segundo David (2007), um conector flexível é aquele que possui grande ductilidade e pequena rigidez inicial, permitindo, deste modo, maiores deslizamentos relativos. O conector rígido, por outro lado, possui grande rigidez inicial, porém baixa ductilidade. De acordo com Veríssimo (2007), as características do conector rígido são desejáveis em condições de serviço, por conta do pequeno deslizamento relativo, enquanto que as características do conector flexível são desejáveis no estado limite último, pois sua ductilidade evita que ocorra um modo de ruptura frágil. Além disso, segundo David (2007), um conector dúctil sob carregamento crescente, no regime último, pode continuar a deformar-se mesmo com solicitações próximas a sua ruptura, permitindo que os outros conectores absorvam uma maior parcela da força cisalhante e também atinjam sua resistência de projeto. Esta redistribuição de esforços permite que os conectores sejam espaçados uniformemente, o que otimiza a execução da viga mista. Veríssimo (2007) faz a ressalva de que, se os conectores são rígidos, a redistribuição de esforços cisalhantes mencionada não acontece em sua plenitude e a disposição dos conectores deve ser realizada de acordo com a distribuição do fluxo cisalhante.

Figura 2.14 – Curvas força *versus* deslizamento

Fonte: Alva e Malite (2005)

Cabe ressaltar que, segundo Veríssimo (2007), os conectores do tipo pino com cabeça (*studs*) são flexíveis e, portanto, apresentam boa ductilidade, mas permitem deslizamentos relativos significativos. O autor também diz que os conectores flexíveis estão mais propensos à fadiga, e que um conector ideal deveria apresentar grande rigidez inicial juntamente com uma boa ductilidade. A norma EN 1994-1-1:2004 (CEN, 2004b) classifica um conector como dúctil quando este apresenta deslizamento característico superior a 6 mm em ensaios *push-out*.

De acordo com Ferrari (2013), usualmente a aderência e o atrito não são considerados no cálculo da ligação entre o perfil de aço e a laje de concreto, por apresentarem comportamento pouco previsível. Johnson<sup>3</sup> (1994, apud Veríssimo, 2007), diz que outro efeito geralmente desconsiderado no cálculo de vigas mistas é o efeito conhecido como *uplift*, que consiste na tendência de separação vertical entre a laje de concreto e o perfil metálico, em razão de forças transversais ao eixo da viga que solicitam os conectores. Segundo o autor, estas forças são bem menores do que as forças de cisalhamento, e na prática usual não são calculadas. Não obstante, os conectores geralmente apresentam dispositivos visando a garantia de resistência ao *uplift*, e as normatizações costumam prescrever limites para este efeito.

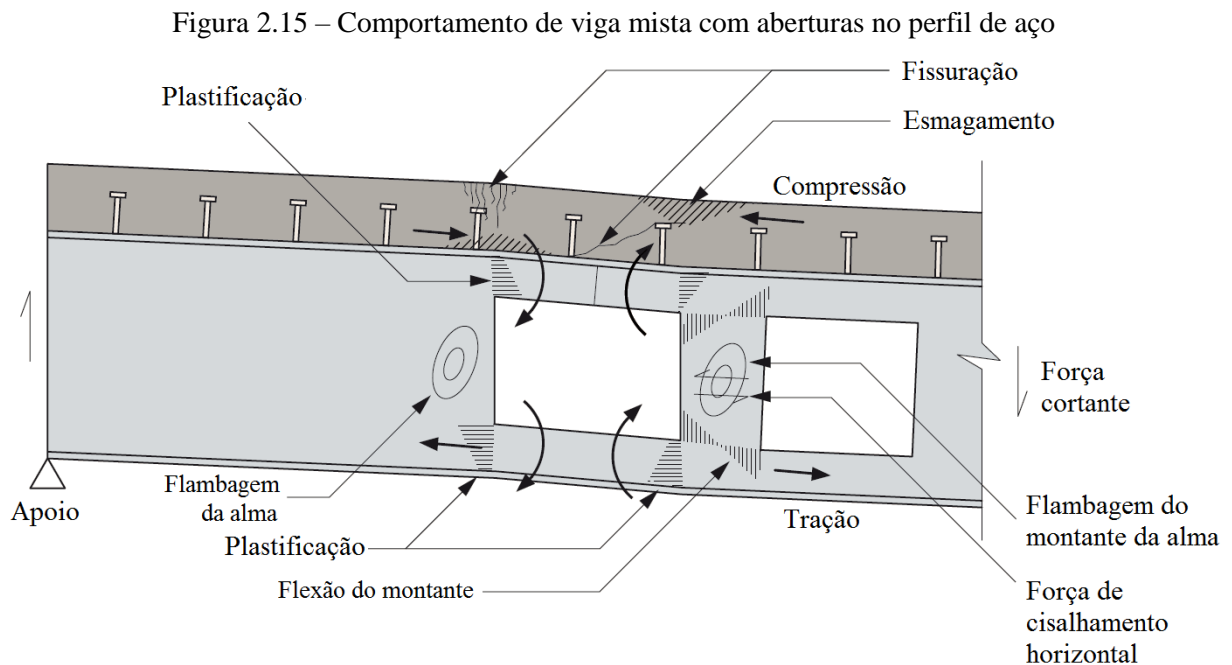
### 2.2.2.3 Efeito da ação mista nos modos de falha

Segundo Brinkhus (2015), as vigas alveolares mistas são suscetíveis tanto aos modos de falha das vigas alveolares isoladas quanto a outros modos relacionados com o comportamento do concreto, como por exemplo esmagamento ou fissuração excessiva. Contudo, Gonçalves (2015)

<sup>3</sup> JOHNSON, R. P. **Composite Structures of Steel and Concrete – Beams, Slabs, Columns, and Frames for Buildings**. Vol. 1, 2 ed. Oxford (UK): Blackwell Science Ltd., 1994.

ressalta que a presença da laje de concreto pode alterar os modos de falha convencionais do perfil alveolar, sendo necessário estudar e compreender este comportamento diferenciado.

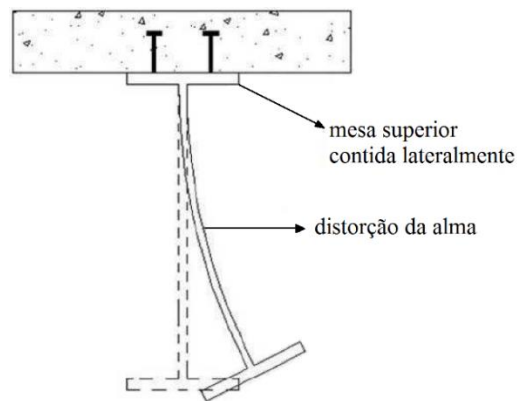
Lawson e Hicks (2011) publicaram um estudo sobre vigas mistas com grandes aberturas na alma do perfil de aço, e afirmaram que o seu comportamento pode ser bastante complexo – alguns modos de falha passíveis de ocorrência estão ilustrados na figura 2.15. Segundo estes autores, em vigas mistas a resistência à formação de mecanismo Vierendeel é aumentada significativamente por conta da ação local conjunta entre a laje de concreto e a seção T superior do perfil de aço, o que possibilita que sejam projetadas maiores aberturas do que em perfis de aço isolados.



Fonte: adaptado de Lawson e Hicks (2011)

De acordo com Redwood (2000), a flambagem lateral com torção não costuma ser um modo de falha crítico em vigas alveolares mistas, exceto durante a fase de construção, pois a laje oferece travamento lateral da porção superior da viga. Contudo, se sujeita a momentos fletores negativos, que geram esforços de compressão na porção inferior do perfil, o que ocorre geralmente nas regiões junto aos apoios, a viga alveolar mista pode apresentar flambagem lateral com torção acompanhada de distorção da alma, conforme ilustrado na figura 2.16. O autor também diz que a flambagem do montante da alma por compressão apresenta menor propensão de ocorrer em vigas alveolares mistas, uma vez que o efeito localizado de cargas concentradas é menos severo em razão da dispersão de esforços na laje de concreto.

Figura 2.16 – FLT acompanhada de distorção da alma



Fonte: Zirakian e Showkati<sup>4</sup> (2006, apud Gonçalves, 2015)

Megharief (1997) e Megharief e Redwood (1998) realizaram ensaios de vigas casteladas mistas com vãos longos e curtos, a fim de observar os modos de falha relacionados ao momento fletor e ao esforço cortante, respectivamente. Nas vigas com vãos maiores, o modo de falha observado iniciou-se através da plastificação das seções T inferiores do perfil junto aos alvéolos centrais, com posterior falha dos conectores ao cisalhamento. Verificaram, também, que o momento de plastificação é maior em vigas alveolares mistas do que em vigas alveolares isoladas, mas que este aumento pode ser afetado pela presença de ligação parcial ao cisalhamento. Nas vigas com vãos menores, por outro lado, foi observada flambagem do montante da alma por cisalhamento em todos os ensaios realizados.

Uma vez que as resistências ao momento fletor e à formação de mecanismo Vierendeel aumentam com a ação mista, bem como que as propensões de ocorrência de flambagem lateral com torção e de flambagem do montante da alma por compressão são menores, Redwood (2000) diz que em vigas alveolares mistas existe uma maior probabilidade de ocorrência dos modos de falha associados ao esforço cortante horizontal, ou seja, ruptura na região da solda e, principalmente, flambagem do montante da alma por cisalhamento, a qual foi observada em diversos estudos experimentais, como por exemplo em Megharief (1997) e em Nadjai *et al.* (2007). Desta forma, o autor afirma que, por mais que a ação da laje aumente a resistência da viga ao esforço cortante, este aumento pode ser limitado se não for levada em consideração a capacidade resistente pós-flambagem local dos montantes, a qual usualmente é negligenciada.

Uma questão importante a ser estudada é a razão ótima entre o passo e a altura do alvéolo em *vigas alveolares mistas*. O valor de 1,08, sugerido por Dougherty (1993), considera o equilíbrio

<sup>4</sup> ZIRAKIAN, T.; SHOWKATI H. Distortional buckling of castellated beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 62, p.863-871, 2006.



entre a probabilidade de ocorrência de formação de mecanismo Vierendeel e de ruptura na região da solda para *vigas casteladas isoladas*, conforme destacado anteriormente. Entretanto, como a capacidade resistente à formação de mecanismo Vierendeel aumenta com a ação mista, esta razão ótima deve ser diferente em vigas alveolares mistas, provavelmente sendo conveniente aumentar a largura dos montantes da alma, o que também aumentaria a resistência à flambagem dos montantes da alma por cisalhamento. Todavia, não foram encontrados trabalhos na literatura que tenham chegado a conclusões definitivas a este respeito.

### 2.3 NORMATIZAÇÕES

A norma brasileira NBR 8800 – Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios (ABNT, 2008) especifica critérios de projeto para vigas de aço e para vigas mistas. No seu Anexo I, esta norma trata brevemente de aberturas em almas de vigas, determinando que (ABNT, 2008, p. 141):

- a) Devem ser levados em conta no dimensionamento de vigas de aço e de vigas mistas de aço e concreto os efeitos das aberturas na alma dos perfis;
- b) No dimensionamento, devem ser verificados os estados-limites últimos e de serviço aplicáveis, considerando a influência das aberturas nas almas das vigas e de eventuais reforços dessas aberturas. Deve ser usado um método que se baseie em princípios reconhecidos da engenharia de estruturas.

Após estas determinações iniciais genéricas, a NBR 8800 (ABNT, 2008) determina sob quais condições não é necessário realizar cálculos específicos para considerar os efeitos das aberturas, condições estas que não são atendidas por vigas alveolares, em razão do tamanho e espaçamento de suas aberturas. Ao final do anexo I, são indicados os trabalhos de Darwin (1990), Lawson (1987) e Veríssimo, Fakury e Ribeiro (2006) para o estudo de vigas com grandes aberturas. Em outras palavras, a norma não trata diretamente sobre vigas alveolares, mas exige que sejam considerados, em seu dimensionamento, os efeitos de suas aberturas.

As normas europeias EN 1993 – *Eurocode 3: Design of Steel Structures* (CEN, 2005) e EN 1994 – *Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures* (CEN, 2004b) especificam critérios para o projeto de vigas de aço e de vigas mistas de aço e concreto, mas, assim como na norma brasileira, não tratam diretamente de vigas alveolares, nem de vigas com grandes aberturas na alma. Segundo Lawson e Hicks (2011), em 1998 foi iniciada a elaboração da emenda A2 para o anexo N da norma anterior ENV 1993-1-1:1992, tratando sobre o projeto

de vigas de aço com grandes aberturas na alma, porém esta emenda não foi publicada, nem tampouco incorporada ao *Eurocode 3*.

A norma britânica BS 5950-1 (BSI, 2001), que trata sobre estruturas de aço, faz especificações sobre vigas casteladas no padrão anglo-saxão. Contudo, esta norma não se encontra em vigor pois foi substituída pelo *Eurocode 3* (CEN, 2005). Já a norma britânica que trata sobre vigas mistas, BS 5950-3 (BSI, 1990), não aborda aberturas na alma do perfil de aço, além de também não estar mais em vigor, pois foi substituída pelo *Eurocode 4* (CEN, 2004b).

A norma estadunidense ANSI/AISC 360-16 – *Specification for Structural Steel Buildings* (AISC, 2016), que versa sobre projeto de estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto, determina que o dimensionamento de vigas com aberturas na alma deve considerar tanto os estados limites últimos de resistência, como por exemplo a plastificação ou flambagem das seções T adjuntas às aberturas, a flambagem local da alma, a interação entre o momento fletor e o esforço cortante, entre outros; quanto estados limites de serviço. Ressalta que o tamanho, a posição e o número de aberturas são questões importantes a serem consideradas, mas não faz especificações concretas sobre o projeto deste tipo de viga. Por outro lado, indica a obra *Specification for Structural Steel Beams with Web Openings* (ASCE, 1999), a qual é baseada no trabalho de Darwin (1990). Cabe ressaltar, contudo, que apesar da obra indicada abordar tanto perfis isolados quanto vigas mistas, ela não é aplicável de forma direta a vigas com aberturas próximas e sequenciais, como é o caso de vigas alveolares, pois o seu escopo é limitado a vigas com distância mínima entre aberturas igual à altura das mesmas, a fim de evitar a ocorrência dos modos de falha relacionados aos montante da alma, como plastificação e flambagem, os quais não são abordados na formulação apresentada. Portanto, a obra indicada nesta norma só pode ser aplicada ao dimensionamento de vigas alveolares e de vigas alveolares mistas se forem realizadas adaptações e adições em sua formulação.

Verifica-se, assim, uma ponderosa lacuna nas normatizações, tanto nacionais quanto internacionais, no que diz respeito a vigas alveolares, e, principalmente, a vigas alveolares mistas. Neste contexto, Lawson e Hicks (2011) publicaram um relevante trabalho onde propuseram formulações, em concordância com as normas europeias, para o dimensionamento de vigas mistas com grandes aberturas na alma do perfil de aço. Diferentemente da obra da ASCE (1999), o trabalho de Lawson e Hicks (2011) considera o caso de aberturas próximas entre si e, portanto, apresenta fórmulas para o cálculo da resistência ao modo de falha por flambagem do montante da alma devido ao cisalhamento. Entretanto, o estudo destes autores é direcionado principalmente a um número pequeno de aberturas com formato circular e/ou

retangular, de modo que, visando a sua aplicação sistemática a vigas alveolares, são necessárias pequenas adaptações em sua formulação. Estudos neste sentido foram realizados recentemente, a nível nacional, por Brinkhus (2015) e por Badke-Neto, Calenzani e Ferreira (2015). Neste último trabalho foi efetuada, também, a adaptação de uma segunda formulação, proposta originalmente por Ward (1990). Na mesma linha de pesquisa, mas utilizando-se de outras fontes, Gonçalves (2015) também propôs um modelo analítico para o dimensionamento de vigas alveolares mistas. Em todos estes trabalhos, são realizadas verificações tanto aos estados limites últimos quanto aos estados limites de serviço, como por exemplo a verificação a deslocamentos excessivos, que geralmente se torna preponderante em vigas com grandes vãos.

## 2.4 ANÁLISE NUMÉRICA

Bathe (2014) afirma que o método dos elementos finitos apresenta grande importância, sendo muitas vezes indispensável, em análises de problemas de Engenharia. Segundo Queiroz, Vellasco e Nethercot (2007) e Abdollahi (1996), a realização de análises numéricas através de um modelo de elementos finitos permite uma considerável redução do número de experimentos físicos, os quais demandam tempo e apresentam custos elevados. Todavia, estudos experimentais são importantes para o ajuste de equações teóricas e obtenção de informações empíricas visando a construção de modelos numéricos mais refinados e confiáveis. Deste modo, Nethercot (2002) afirma que análises numéricas e experimentais são complementares entre si no processo de investigação de problemas estruturais. O desenvolvimento de modelos numéricos, portanto, não visa substituir as análises experimentais, mas sim possibilitar uma maior eficiência em um processo conjunto de investigação científica.

Neste contexto, muitos estudos numéricos sobre estruturas mistas e vigas alveolares mistas, utilizando o método dos elementos finitos, têm sido realizados nas últimas décadas. Kotinda (2006) observou que estes trabalhos tendem a seguir duas linhas principais: (i) desenvolvimento de programas e de elementos finitos especiais, capazes de simular, por exemplo, o deslizamento relativo entre o perfil de aço e a laje de concreto; e (ii) desenvolvimento de modelos de vigas mistas a partir da composição de elementos finitos disponibilizados em *softwares* comerciais, como Ansys ou Abaqus. Seguindo a linha (i), pode-se destacar, por exemplo, os trabalhos de Gattesco (1999) e de Tamayo (2011). Contudo, tendo em vista que os objetivos deste trabalho, neste item serão abordados os trabalhos que seguiram a linha (ii).

Segundo Vellasco *et al.* (2014), uma ideia elementar, porém eficiente, que deve ser utilizada na concepção de um modelo numérico consistente baseia-se em aumentar gradualmente a sua

complexidade, partindo-se de estratégias mais simples. Através do entendimento de um modelo inicial simplificado, porém representativo do problema estudado, o refinamento da modelagem pode ocorrer de forma mais confiável, evitando incongruências, calibrações indevidas, ou mesmo perda de foco ou controle do processo.

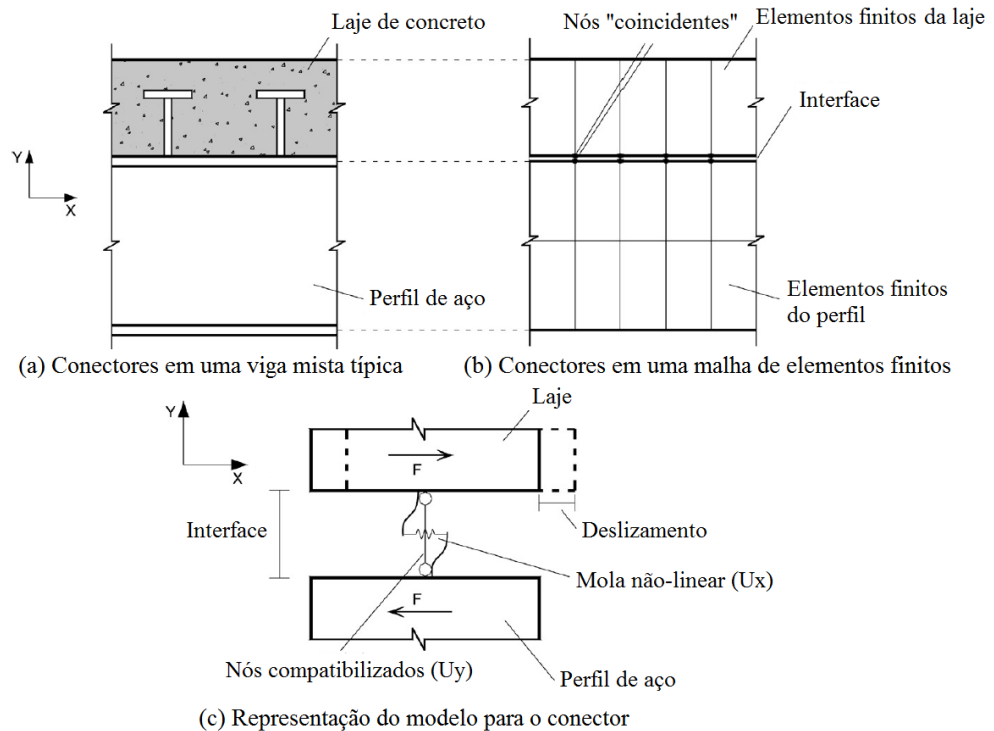
Justifica-se, portanto, uma revisão bibliográfica específica acerca do desenvolvimento de modelos numéricos para vigas alveolares mistas, através de diferentes abordagens – desde as mais simples até as mais complexas – visando a sua compreensão e a implementação das técnicas que forem pertinentes.

Tendo em vista que o número de trabalhos específicos sobre análise numérica de vigas alveolares mistas ainda é insuficiente, nos itens 2.4.1 e 2.4.2, a seguir, serão abordados, respectivamente, trabalhos sobre vigas mistas e sobre vigas alveolares, os quais apresentam estratégias interessantes de modelagem. Por fim, no item 2.4.3, serão abordados os trabalhos sobre vigas alveolares mistas propriamente ditas.

#### 2.4.1 Vigas mistas

Queiroz, Vellasco e Nethercot (2007) realizaram a análise numérica de vigas mistas de aço e concreto, e ressaltaram a importância da modelagem do comportamento não linear dos seus componentes e da interface entre eles. No trabalho destes autores, realizado através do *software* Ansys, foram utilizados elementos de casca SHELL43 para a modelagem do perfil de aço; elementos hexaédricos SOLID65, com armadura distribuída em camadas, para a modelagem da laje de concreto; e elementos de mola não lineares COMBIN39 para a modelagem dos conectores, com relação força-deslizamento no eixo longitudinal da viga definida através de curva do ensaio *push-out*. O aço foi modelado através do critério de escoamento de von Mises, com endurecimento isotrópico e com o modelo constitutivo proposto por Gattesco (1999). O concreto foi modelado através do módulo *Concrete* do Ansys, baseado no modelo de ruptura de Willam e Warnke (1974), em conjunto com o critério von Mises para plastificação em compressão, e com endurecimento isotrópico. Para evitar problemas de convergência, o esmagamento do concreto foi desabilitado. A figura 2.17 ilustra o modelo proposto pelos autores e detalha os elementos de mola dos conectores, cujos nós inicial e final pertencem ao perfil de aço e à laje de concreto, respectivamente. Por estarem muito próximos, estes nós podem ser admitidos como coincidentes. Os resultados obtidos pelos autores apresentaram boa correlação com dados experimentais.

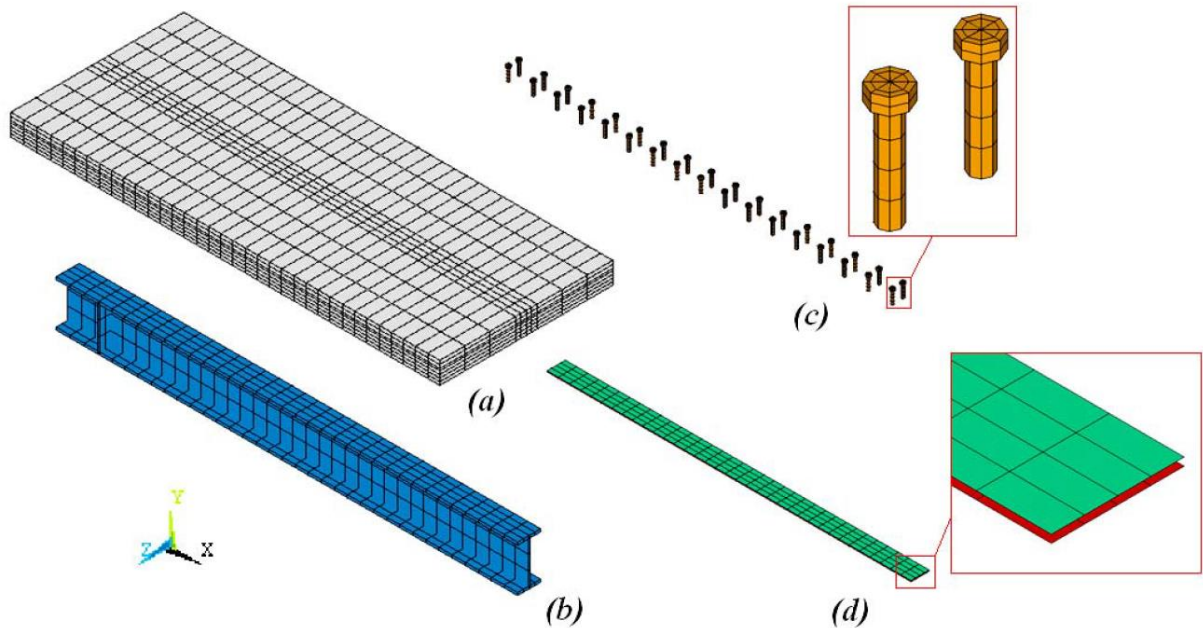
Figura 2.17 – Modelo de Queiroz, Vellasco e Nethercot (2007)



Fonte: adaptado de Queiroz, Vellasco e Nethercot (2007)

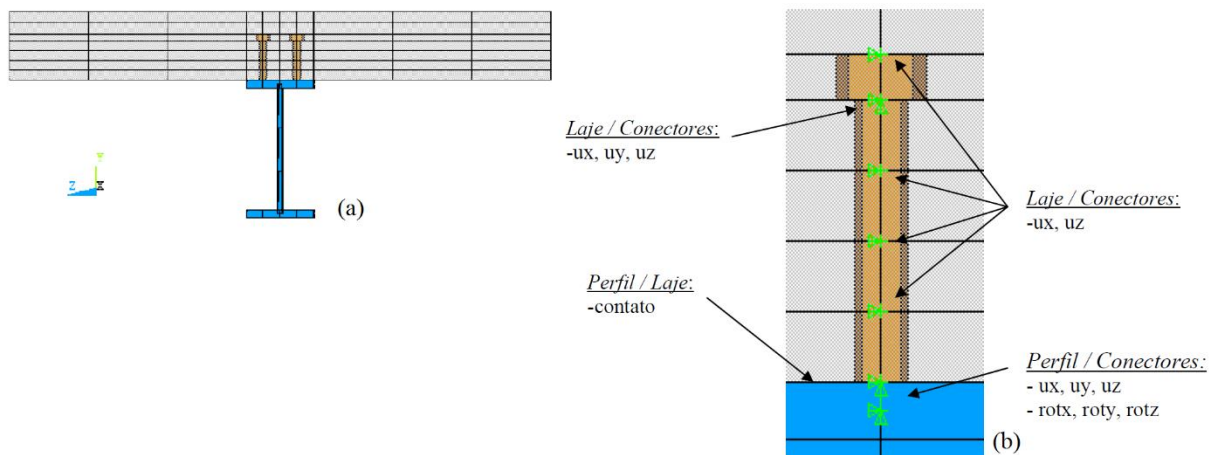
Kotinda (2006) e Marconcin (2008), que também realizaram análises numéricas de vigas mistas através do Ansys, construíram modelos semelhantes ao de Queiroz, Vellasco e Nethercot (2007), mas dando outra abordagem, bem diferente, na modelagem da interface aço-concreto. No lugar de elementos de mola com informações do ensaio *push-out*, as autoras utilizaram elementos de barra BEAM189 na modelagem dos conectores, com modelo constitutivo bilinear, critério de escoamento de von Mises e endurecimento isotrópico, além de elementos de contato CONTA173 e TARGE170 na interface. A figura 2.18 ilustra o modelo de Kotinda (2006), com os diferentes elementos finitos utilizados; e a figura 2.19a mostra um corte da seção transversal da viga deste modelo, onde são detalhados os conectores e a discretização da malha. Cabe ressaltar que os conectores foram modelados através de nós exclusivos, coincidentes com os nós do perfil ou da laje, com posterior acoplamento entre eles: na base dos conectores, foram compatibilizadas todas as translações e rotações dos nós coincidentes do perfil e dos conectores; e ao longo da altura da laje foram compatibilizadas as translações horizontais, em  $x$  e  $z$ , dos nós coincidentes da laje e dos conectores, com exceção do nó da base da cabeça do conector, onde, além destas, também foi compatibilizada a translação vertical, em  $y$ . Esta abordagem exige uma maior discretização da malha ao redor dos conectores, mas, ao mesmo tempo, oferece uma maior precisão na modelagem dos efeitos locais. A figura 2.19b ilustra estes acoplamentos.

Figura 2.18 – Grupo de elementos finitos: (a) laje de concreto, *solid65*; (b) perfil de aço, *shell43*; (c) conectores, *beam189*; (d) par de contato, *conta173* e *target170*



Fonte: Kotinda (2006)

Figura 2.19 – (a) Seção transversal; (b) Acoplamentos



Fonte: Kotinda (2006)

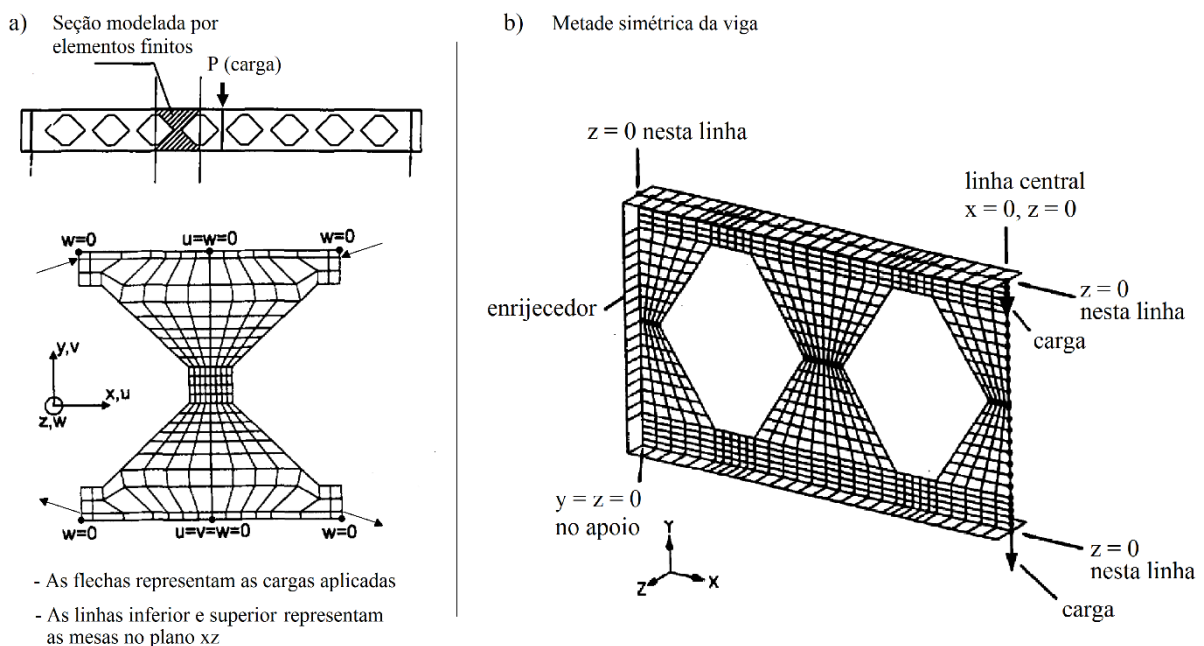
Mais recentemente, Schmitz (2017) também realizou a análise numérica de vigas mistas no Ansys. Contudo, a autora utilizou o elemento de casca SHELL181 para modelar o perfil de aço e o elemento hexaédrico SOLID186 para modelar a laje de concreto, juntamente com o elemento REINF264 como armadura incorporada. Estes elementos são classificados pelo Ansys como *current-technology elements*, e são mais modernos e avançados do que os utilizados por Kotinda (2006) e por Queiroz, Vellasco e Nethercot (2007), os quais atualmente são classificados pelo programa como *legacy elements* (ANSYS, 2018). Para a modelagem do

concreto, a autora programou um modelo de material customizado, através da interface *usermat*, tendo se baseado no trabalho de Lazzari (2015) e Lazzari (2016) para a programação do modelo elastoplástico, que segue o critério de ruptura de Ottosen (1977), e no trabalho de Dias (2013) para a programação do modelo viscoelástico. Na modelagem da interface, a autora testou a utilização das duas abordagens distintas apresentadas por Kotinda (2006) e por Queiroz, Vellasco e Nethercot (2007). Todavia, não obteve convergência na primeira abordagem, com elementos de contato, e por isso deu prosseguimento ao trabalho através da segunda abordagem, utilizando elementos de mola COMBIN39 para a modelagem dos conectores. Na validação do modelo, obteve resultados próximos aos resultados experimentais e aos resultados numéricos de Kotinda (2006) e de Queiroz, Vellasco e Nethercot (2007).

## 2.4.2 Vigas alveolares

Zaarour (1995) realizou a análise por elementos finitos de seções de vigas casteladas com almas delgadas, através do *software* Nastran, a fim de obter a carga crítica de flambagem do montante da alma por cisalhamento. Obteve bons resultados em comparação com os seus ensaios experimentais. Demirdjian (1999) fez um estudo analítico e numérico sobre os modos de falha de vigas casteladas, dando maior enfoque à flambagem do montante da alma. Também utilizou o *software* Nastran nas análises por elementos finitos, mas construiu um modelo mais completo do que o de Zaarour (1995). A figura 2.20 ilustra os modelos destes dois autores.

Figura 2.20 – Modelos de (a) Zaarour (1995); e (b) Demirdjian (1999)

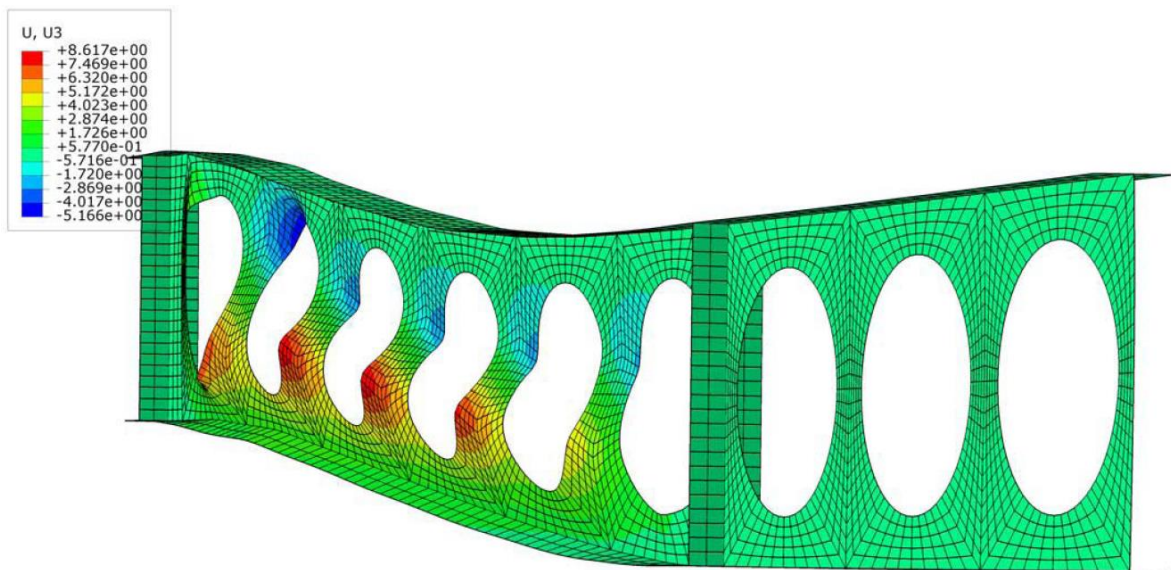


Fonte: adaptado de Zaarour (1995) e Demirdjian (1999)



Bake (2010) realizou a simulação numérica de vigas celulares, sob temperatura ambiente e sob altas temperaturas, através dos *softwares* Abaqus e Ansys, e comparou os resultados numéricos obtidos com resultados experimentais disponíveis na literatura. O autor adicionou imperfeições geométricas iniciais em ambos os modelos, a fim de captar os efeitos de instabilidade locais, além de simular as irregularidades que existem em razão do processo de fabricação das vigas. Para tanto, introduziu na geometria inicial da viga uma superposição linear de modos locais e globais de flambagem, tendo descrito esta metodologia em seu trabalho (BAKE, 2010, p.72-73). Quando utilizou o Ansys, adotou o elemento de casca SHELL93 e modelos constitutivos bilineares na modelagem dos aços da alma e das mesas do perfil de aço. O autor também realizou estudos de estratégias para geração de malha estruturada e de sensibilidade de malha, bem como da influência nos resultados das condições de contorno aplicadas e dos métodos de solução numérica adotados.

Figura 2.21 – Simulação numérica de Bake (2010): flambagem dos montantes da alma

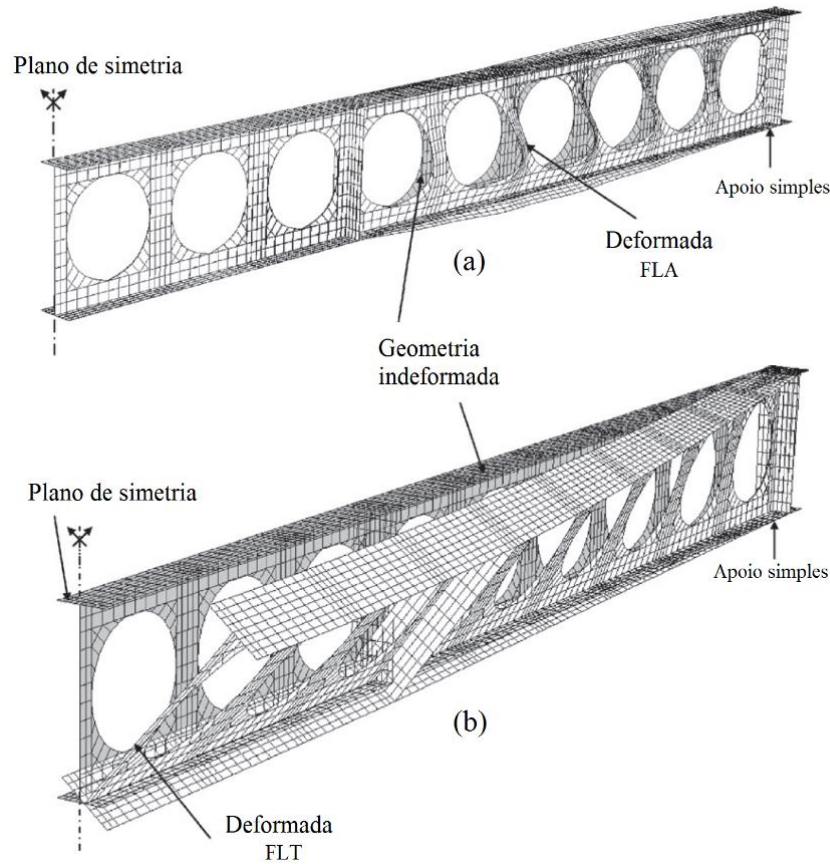


Fonte: Bake (2010)

No que diz respeito às imperfeições geométricas iniciais, cabe destacar também o trabalho de Ellobody (2012), que simulou numericamente, no Abaqus, vigas celulares sujeitas a imperfeições geométricas e a tensões residuais iniciais. A adição das imperfeições geométricas foi realizada através de análise numérica preliminar por autovalores e autovetores, disponível no *software* utilizado. A figura 2.22 ilustra dois modos de flambagem obtidos nesta análise preliminar: (a) relacionado à flambagem dos montantes da alma por cisalhamento (FLA); e (b) relacionado à flambagem lateral com torção (FLT).



Figura 2.22 – Modos de flambagem: (a) FLA; (b) FLT



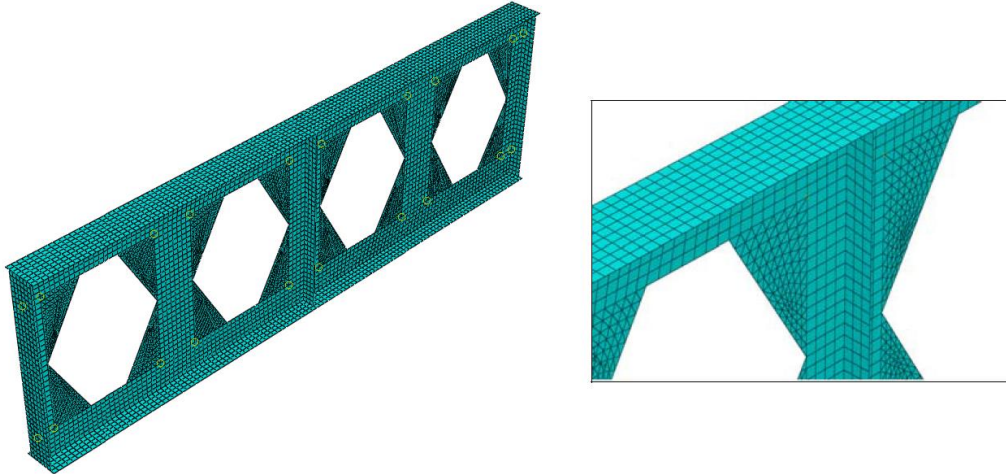
Fonte: Ellobody (2012)

Vieira (2011 e 2015) analisou numericamente vigas casteladas através do *software* Abaqus e validou o modelo com resultados experimentais. A figura 2.23 mostra a discretização da malha de elementos finitos de casca fina utilizados, composta por elementos quadriláteros e triangulares. Para gerar esta malha, foram feitas subdivisões prévias na geometria, conforme ilustrado na figura 2.24. O autor adicionou ao modelo imperfeições geométricas iniciais, tensões residuais e não linearidades físicas do aço, admitido como elastoplástico perfeito e seguindo o critério de escoamento de von Mises. A solução numérica não linear foi realizada através do método de Riks modificado, disponível no Abaqus, que permite simular o comportamento pós-flambagem da estrutura. Os resultados obtidos pelo autor apresentaram excelentes correlações com dados experimentais.

Bezerra (2011) estudou a flambagem lateral com torção em vigas casteladas, tendo realizado análises numéricas por elementos finitos no *software* Abaqus. Adicionou imperfeições geométricas iniciais através do modo de flambagem associado a este modo de falha, aplicou tensões residuais apenas nas mesas e adotou uma relação constitutiva multilinear para o aço,

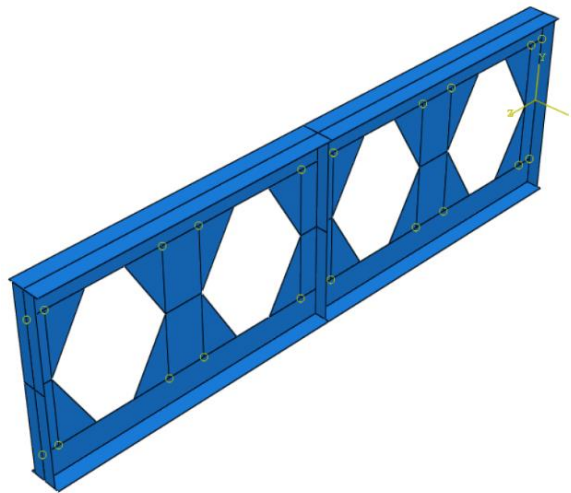
com endurecimento isotrópico e critério de escoamento de von Mises. A partir dos resultados numéricos obtidos, propôs curvas de momento resistente *versus* comprimento destravado lateralmente, tanto para cargas concentradas quanto uniformemente distribuídas.

Figura 2.23 – Malha utilizada por Vieira (2011 e 2015)



Fonte: Vieira (2011)

Figura 2.24 – Subdivisões na geometria para geração da malha



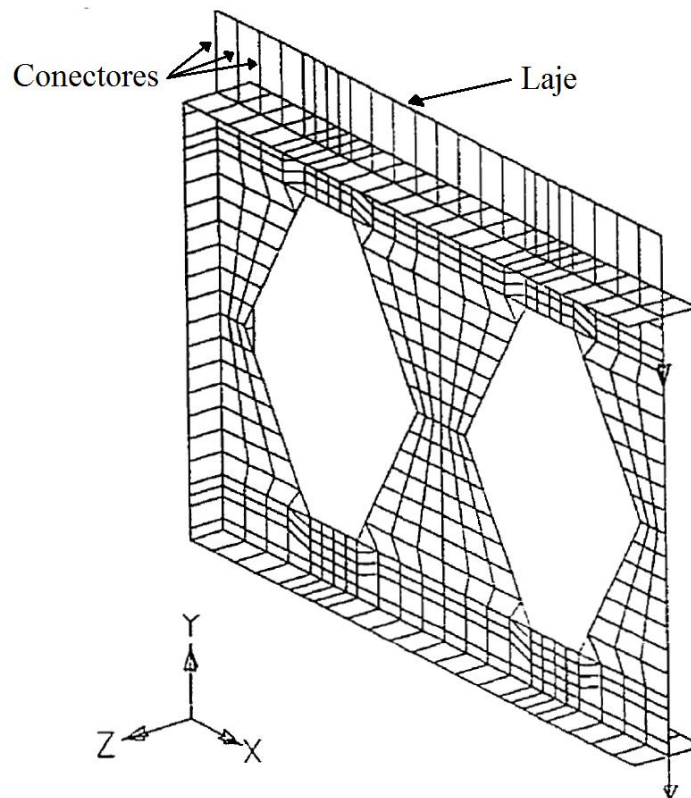
Fonte: Vieira (2011)

Wang *et al.* (2016) realizaram um estudo numérico e analítico sobre a flambagem do montante da alma por cisalhamento em vigas casteladas. Verificaram, através de análises por elementos finitos com o *software* Abaqus, quais parâmetros geométricos influenciam o coeficiente de flambagem, presente em algumas formulações disponíveis na literatura. Propuseram, então, um método analítico simplificado para o cálculo deste coeficiente, em concordância com os resultados numéricos obtidos.

### 2.4.3 Vigas alveolares mistas

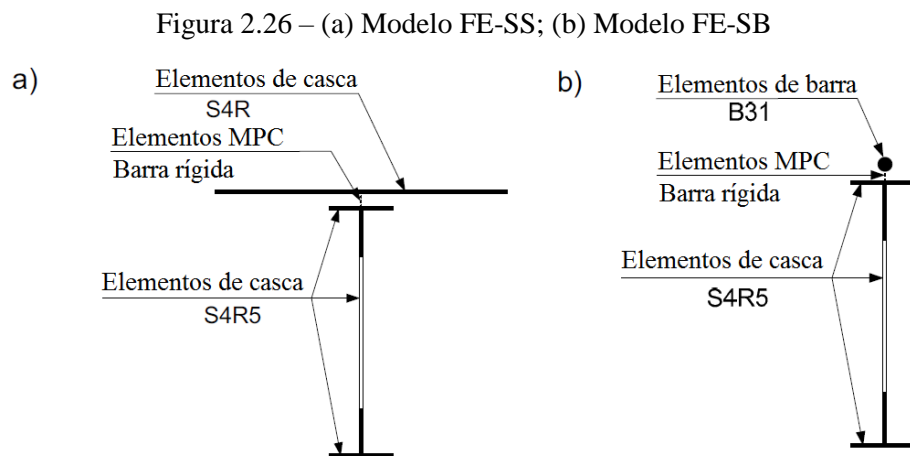
Megharief (1997) fez um estudo numérico e experimental de vigas casteladas mistas. As vigas ensaiadas experimentalmente foram modeladas por elementos finitos, através do *software* Nastran, e boas correlações entre os resultados foram obtidas. Assim como em Zaarour (1995), Megharief (1997) modelou apenas uma seção da viga. Todavia, a fim de simular o efeito da ligação parcial, esta seção englobava duas aberturas ao invés de uma única como no trabalho anterior. A laje de concreto foi modelada com elementos de barra, e duas curvas constitutivas bilineares foram consideradas, uma para tração e outra para compressão. Os conectores foram modelados através de elementos de barra, mas com distribuição diferente da realidade: o autor calculou, contudo, rigidezes equivalentes para estas barras, de modo que elas simulassem de forma aproximada o número e a distribuição original de conectores, os quais apresentavam o comportamento observado nos ensaios *push-out*. A figura 2.25 ilustra o modelo do autor. Tanto os resultados experimentais quanto os numéricos indicaram que as resistências à flexão e ao esforço cortante são aumentadas com a ação da laje, e que o modo de falha preponderante é a flambagem do montante da alma por cisalhamento.

Figura 2.25 – Modelo de Megharief (1997)



Fonte: adaptado de Megharief (1997)

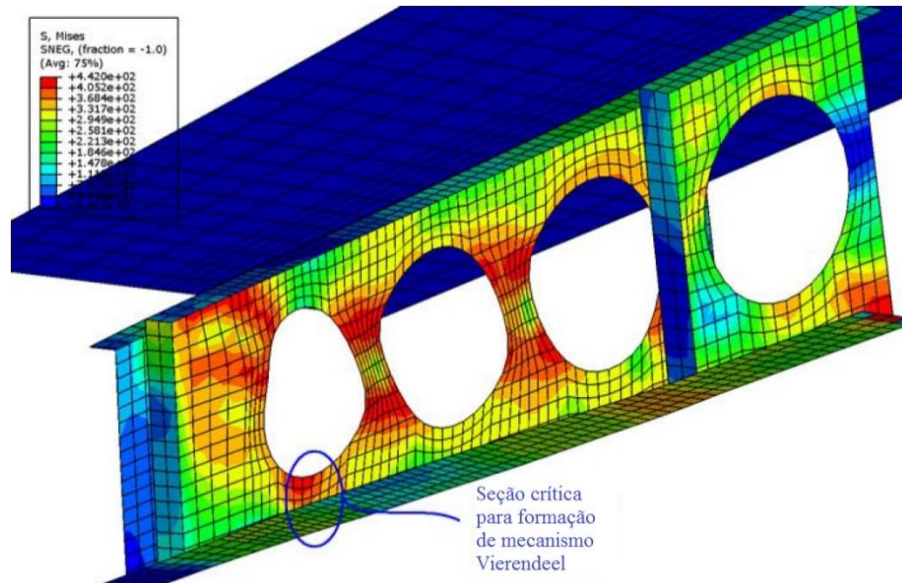
Gizejowski e Salah (2008) realizaram estudos numéricos de vigas celulares mistas. Utilizaram o *software* Abaqus e construíram dois modelos diferentes, ilustrados na figura 2.26: (a) FE-SS, no qual o perfil de aço foi modelado por elementos de casca fina e a laje de concreto por elementos de casca espessa; e (b) FE-SB, no qual o perfil de aço foi modelado da mesma forma mas a laje de concreto foi modelada por elementos de barra. Em ambos, foi assumida a hipótese de interação total na interface, através da adição de elementos de barra infinitamente rígidos, simulando os conectores. No modelo FE-SS foi utilizada uma relação constitutiva mais complexa para a modelagem do concreto, e o modelo de fissuras distribuídas para simular a fissuração. Já no modelo FE-SB, mais simplificado, foi utilizado o modelo Cast-Iron para o concreto, no qual foram adicionadas relações constitutivas elastoplásticas perfeitas, com uma curva para compressão e outra para tração. Os resultados obtidos na etapa de validação apresentaram boa correlação com resultados experimentais de uma viga isostática biapoiada. Posteriormente, os autores realizaram estudos paramétricos com os modelos numéricos desenvolvidos para analisar o comportamento de vigas hiperestáticas.



Fonte: adaptado de Gizejowski e Salah (2008)

Bake (2010) também realizou a simulação numérica de vigas celulares mistas, sob temperatura ambiente e sob altas temperaturas, através do *software* Abaqus. Os resultados obtidos para temperatura ambiente foram validados com os resultados experimentais de Nadjai *et al.* (2007) e Müller *et al.* (2006). O autor modelou a laje de concreto através de elementos de casca compostos por várias camadas, e utilizou o modelo de fissuras distribuídas (*semeared cracking*), disponível no Abaqus, para considerar a fissuração do concreto. O perfil de aço foi modelado de forma análoga ao realizado para vigas celulares isoladas. Os conectores foram modelados com a hipótese de interação total ao cisalhamento. A figura 2.27 mostra as tensões equivalentes de von Mises em uma das vigas analisadas.

Figura 2.27 – Tensões equivalentes de von Mises no modelo de Bake (2010)



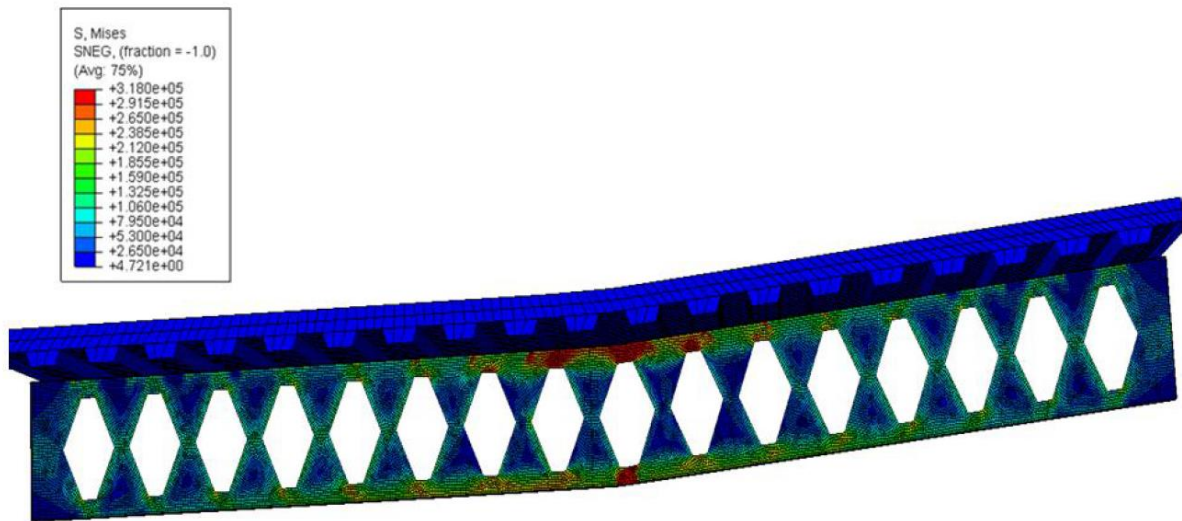
Fonte: adaptado de Bake (2010)

Ferrari (2013) estudou a simulação numérica de vigas alveolares mistas pelo método dos elementos finitos através do *software* Abaqus. O perfil de aço foi modelado por elementos de casca fina, com malha livre, de forma que foram utilizados elementos quadriláteros e triangulares, contendo 4 nós e 3 nós, respectivamente, com 6 graus de liberdade por nó. A laje de concreto foi modelada por elementos sólidos hexaédricos com funções de interpolação lineares, contendo 8 nós, com 3 graus de liberdade por nó. Foi utilizado o modelo de dano contínuo com plasticidade, disponível no Abaqus, para a modelagem do concreto, com relação constitutiva uniaxial de acordo com o *Eurocode 2 – EN 1992:1:1* (CEN, 2004a) para o trecho em compressão, e seguindo uma curva trilinear no trecho em tração, de forma a considerar o efeito da resistência do concreto entre fissuras (*tension stiffening*). Já o aço do perfil foi modelado como material elastoplástico perfeito, sem endurecimento, seguindo o critério de escoamento de von Mises. A interface foi modelada de duas formas: tanto considerando a interação total, através do comando *tie* do Abaqus, que compatibiliza os deslocamentos dos nós coincidentes entre perfil e laje; quanto considerando interação parcial, através da utilização de elementos de conexão nos quais foram informadas as curvas de força *versus* deslizamento dos ensaios *push-out*, a fim de simular o comportamento dos conectores. Foram adicionadas imperfeições iniciais com valor máximo igual a  $d_g/1000$  e com formato correspondente ao modo de flambagem de interesse, calculado por análise prévia de autovalores e autovetores, disponível no Abaqus. A validação do modelo foi feita através da comparação de resultados com ensaios experimentais disponíveis na literatura. O modelo numérico obteve bons



resultados na previsão das cargas últimas, mas subestimou, em alguns casos, as rigidezes iniciais, apresentando maiores deslocamentos do que os experimentais desde o regime elástico, especialmente nas vigas ensaiadas por Megharief (1997). Estas diferenças, contudo, podem ser resultantes de imprecisões de dados dos materiais e/ou de medições nos ensaios. A figura 2.28 mostra o modo de falha de formação de rótula plástica por flexão, simulado numericamente pela autora.

Figura 2.28 – Formação de rótula plástica por flexão em simulação numérica



Fonte: Ferrari (2013)

Gonçalves (2015) utilizou o modelo de Ferrari (2013) com algumas modificações. Por exemplo, adicionou endurecimento na relação constitutiva do aço do perfil, alterou algumas condições de contorno e trabalhou na interface aço-concreto para evitar problemas de penetração entre os materiais, adicionando elementos extras de conexão, com rigidezes desprezíveis na direção longitudinal. A diferença na validação dos resultados foi pequena, mas em um dos casos experimentais analisados foi obtida uma melhor previsão da carga última. Por fim, o autor utilizou seu modelo numérico para avaliar a formulação analítica proposta no mesmo trabalho.

### 3 METODOLOGIA

O presente trabalho foi realizado através do desenvolvimento de um *script* que automatiza o processo de modelagem e análise numérica de vigas alveolares e vigas alveolares mistas pelo método dos elementos finitos, através da linguagem APDL (*Ansys Parametric Design Language*), do *software* Ansys, versão 19.2, o qual encontra-se disponível no CEMACOM (Centro de Mecânica Aplicada e Computacional) da UFRGS.

O *script* mencionado trata-se de um arquivo de texto no qual são escritos, ordenadamente, os dados de entrada e a sequência de comandos que serão informadas ao programa para as etapas de pré-processamento, solução e pós-processamento. A ideia fundamental reside em definir, inicialmente, parâmetros de entrada que possam ser facilmente alterados pelo usuário, seguidos de uma sequência de comandos automatizados que utilizam estes parâmetros. Deste modo, alterando-se apenas alguns valores de entrada, é possível realizar a análise numérica de diferentes tipos de vigas alveolares e de vigas alveolares mistas, com variação de geometria, formato de alvéolos, dados dos materiais, entre outros, com rapidez, praticidade e confiabilidade.

No item 3.1, a seguir, o modelo numérico proposto é apresentado em maiores detalhes. Já o item 3.2 trata mais especificamente da estruturação do *script* na linguagem APDL.

#### 3.1 O MODELO NUMÉRICO

O modelo desenvolvido tem como base a estratégia proposta por Queiroz, Vellasco e Nethercot (2007) para a modelagem de vigas mistas, a qual foi descrita no capítulo anterior, e que também foi utilizada por trabalhos anteriores do CEMACOM, como por exemplo por Schmitz (2017) e Mittelstadt Júnior (2017). Em resumo, a ideia fundamental destes modelos consiste em modelar o perfil de aço com elementos de casca, a laje de concreto com elementos sólidos hexaédricos e os conectores por elementos de mola não lineares. No presente trabalho foram acrescentadas algumas peculiaridades ao modelo, como, por exemplo, a modelagem dos alvéolos no perfil de aço, da chapa *steel-deck* na laje de concreto e da armadura incorporada através do recurso de malha independente, disponível nas versões mais recentes do Ansys; a incorporação de um novo modelo para o concreto, baseado na composição de duas superfícies de plastificação distintas para o comportamento em tração e compressão, também disponibilizado pelo Ansys recentemente; a inclusão de estratégias para geração de malha mapeada no perfil, a despeito da geometria mais complexa devido aos alvéolos, e de estratégias para a etapa de solução

numérica, a fim de captar as flambagens locais e o comportamento pós-flambagem. Todos estes tópicos serão abordados em maiores detalhes nos itens a seguir.

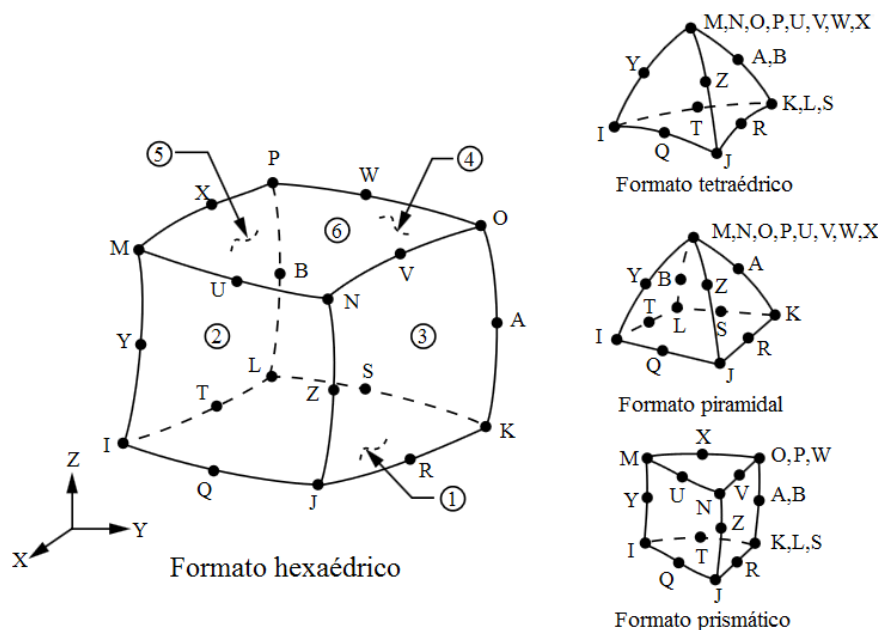
### 3.1.1 Tipos de elementos

Neste item são descritos os tipos de elementos finitos utilizados no modelo.

#### 3.1.1.1 Laje de concreto – *solid186*

Para a laje de concreto foram utilizados elementos hexaédricos SOLID186, com vinte nós, três graus de liberdade por nó (translações em x, y e z) e funções de interpolação quadráticas. Este elemento pode ser utilizado na forma homogênea ou estruturado por camadas, sendo adotada neste trabalho a primeira opção. Permite também a escolha entre integração completa ou reduzida, sendo adotada neste trabalho a completa. Sua formulação é baseada em Zienkiewicz (1977), e suporta plasticidade, fluência e grandes deslocamentos. A figura 3.1 ilustra este elemento, em seus quatro formatos possíveis.

Figura 3.1 – Elemento SOLID186



Fonte: adaptado de Ansys (2018)

Cabe ressaltar que o elemento SOLID186 é classificado no manual do Ansys (2018) como um elemento de tecnologia atual (*current-technology element*), sendo assim compatível tanto com os modelos de materiais mais recentes disponibilizados pelo *software*, como, por exemplo, o modelo *DP-Concrete*, utilizado neste trabalho, quanto com materiais customizados pelo usuário através da interface *usermat*. Por outro lado, o modelo *concrete*, utilizado em alguns trabalhos

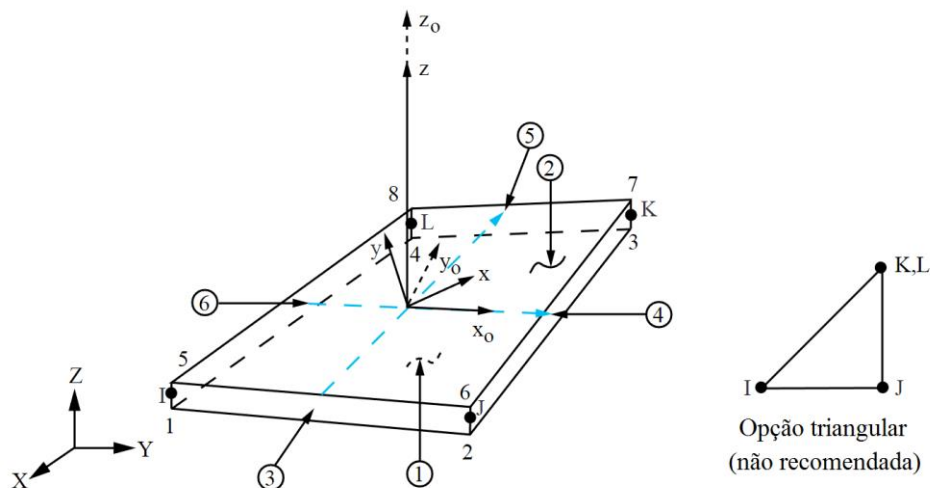


anteriores sobre vigas mistas, como, por exemplo, por Kotinda (2006) e por Queiroz, Vellasco e Nethercot (2007), só é compatível com o elemento SOLID65, o qual, por sua vez, é classificado como um elemento desatualizado (*legacy element*) pelo manual do Ansys (2018). Desta forma, apesar de o Ansys ainda ler e interpretar *scripts* que contenham o SOLID65, a sua utilização não é mais recomendada atualmente, em razão de sua incompatibilidade com novas funcionalidades disponibilizadas pelo *software*. Outra desvantagem do elemento SOLID65 é a impossibilidade da utilização de armadura incorporada no mesmo. Por estas razões, optou-se, neste trabalho, por utilizar o elemento SOLID186, assim como em Schmitz (2017).

### 3.1.1.2 Perfil de aço – *shell181*

Para o perfil de aço, foram utilizados elementos de casca SHELL181, os quais, de acordo com o manual do Ansys (2018), são adequados para a análise de estruturas de casca finas a moderadamente espessas. Estes elementos possuem quatro nós e seis graus de liberdade por nó (três translações e três rotações), se consideradas as rigidezes de membrana e de flexão, como foi feito neste trabalho. A figura 3.2 ilustra o elemento SHELL181.

Figura 3.2 – Elemento SHELL181



Fonte: adaptado de Ansys (2018)

Apesar de o elemento ser disponibilizado nos formatos triangular e quadrilátero, os elementos triangulares devem ser utilizados apenas como elementos de preenchimento na geração de malha em geometrias complexas (ANSYS, 2018). Sendo assim, a utilização de elementos triangulares como regra não é recomendada, devendo-se sempre dar preferência à utilização de elementos quadriláteros, como foi feito neste trabalho.

A formulação do elemento é baseada no trabalho de diversos autores, entre eles Bathe e Dvorkin (1986) e MacNeal e Harder (1988), e utiliza a teoria de deformação por corte de primeira ordem de Mindlin-Reissner, ou seja, considera as deformações devido às tensões tangenciais, mas admite que estas têm uma distribuição constante ao longo da seção. É aplicável a problemas lineares e não lineares, inclusive com grandes deformações e rotações. Por este motivo, a formulação utiliza tensões e deformações verdadeiras, no lugar das tensões e deformações nominais de engenharia. Weimer (2017, p. 95-96) explica em maiores detalhes esta diferença e deduz as equações (3.1) e (3.2), que relacionam estas grandezas. Em resumo, as tensões e deformações nominais de engenharia consideram as dimensões iniciais nos seus cálculos, enquanto que as verdadeiras consideram as dimensões atualizadas. Para pequenas deformações, a diferença entre os valores nominais e verdadeiros é irrisória.

$$\varepsilon^T = \ln(1 + \varepsilon) \quad (3.1)$$

$$\sigma^T = \sigma \cdot (1 + \varepsilon) \quad (3.2)$$

Sendo

$\sigma^T, \varepsilon^T$  = tensão e deformação verdadeiras;

$\sigma, \varepsilon$  = tensão e deformação nominais de engenharia.

A integração pode ser do tipo completa ou reduzida com controle do efeito *hourglass*, sendo esta última opção a padrão do *software*. A integração completa pode ser utilizada em todos os casos em que o elemento é aplicável, sem restrições. Contudo, na maioria das aplicações pode haver ganho de desempenho na etapa de solução utilizando-se a integração reduzida (ANSYS, 2018). Neste trabalho foi utilizada a integração completa.

O elemento também pode conter várias camadas, cabendo ao usuário definir a espessura, a orientação, o tipo de material, a posição (*mid, top, bottom* ou *user*) e o número de pontos de integração ao longo da espessura de cada camada, através dos comandos *sectype, secdata* e *secoffset*. Neste trabalho, assim como em Schmitz (2017), foi utilizada uma única camada com posição *mid* (plano de referência passa pelo centro da camada) e com cinco pontos de integração ao longo de sua espessura. Em razão da escolha da posição *mid*, posteriormente, na etapa de geração da geometria, deixou-se um espaçamento igual à metade da espessura da mesa entre o plano de referência da mesa superior do perfil e a face inferior da laje de concreto.

### 3.1.1.3 Conectores – *combin39*

Os conectores têm a função de garantir o trabalho conjunto da laje de concreto e do perfil de aço. Para simular numericamente este comportamento, caso admita-se *interação parcial*, são utilizados elementos de mola não lineares COMBIN39, os quais são posicionados entre os nós da mesa superior do perfil e da face inferior da laje, nas respectivas posições dos conectores, da mesma forma que no modelo de Queiroz, Vellasco e Nethercot (2007), o qual foi esquematizado na figura 2.17. Estes elementos atuam na direção longitudinal da viga, de forma que o deslizamento relativo dos nós do perfil e da laje nesta direção ( $u_x$ ) são governados pela curva força *versus* deslizamento do elemento, cujos dados são obtidos de ensaios *push-out* e fornecidos ao *software* pelo usuário como constantes reais através do *script*. A fim de simplificar a entrada de dados, foi utilizada uma curva padronizada dependente de apenas três parâmetros, a qual será detalhada no item 3.1.2.3, na sequência deste capítulo.

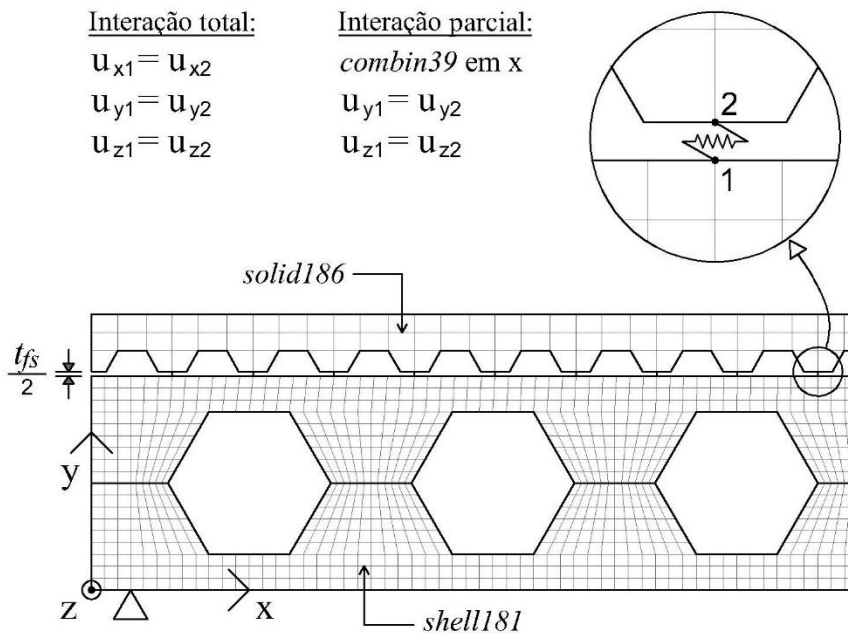
Quando atua em um único grau de liberdade por nó, o elemento COMBIN39 deve ser aplicado, preferencialmente, a nós coincidentes (ANSYS, 2018). Contudo, verifica-se que, neste trabalho, assim como nos demais trabalhos que utilizaram esta estratégia de modelagem, estes elementos foram aplicados a nós afastados pela metade da espessura da mesa superior, em função da geometria do modelo e do posicionamento centralizado da seção transversal dos elementos de casca do perfil. Porém, como essa distância é muito pequena, Schmitz (2017) diz que não são gerados erros significativos na análise, e que, por esta razão, os avisos emitidos pelo *software* a este respeito, antes de iniciar a solução, podem ser desconsiderados.

Nas direções transversal e vertical, é realizada a compatibilização perfeita dos deslocamentos  $u_y$  e  $u_z$  destes mesmos nós, através do comando *cpintf*, que insere equações de compatibilidade (*MPC – multipoint constraints*) no sistema de equações, ou seja, a atuação do elemento COMBIN39 se dá apenas na direção longitudinal da viga, e as equações de compatibilidade são responsáveis por simular o comportamento dos conectores nas demais direções.

Por outro lado, caso admita-se *interação total*, ou seja, se for assumida a hipótese de que os deslizamentos relativos em x são tão pequenos que possam ser desprezados, ao invés de adicionar elementos de mola COMBIN39, é realizada diretamente a compatibilização perfeita dos deslocamentos nas três direções ( $u_x$ ,  $u_y$  e  $u_z$ ) dos pares de nós localizados nas posições onde há conectores. Neste caso, as equações de compatibilidade são responsáveis por simular o comportamento dos conectores em todas as direções. Como já comentado, a hipótese de *interação total* é irreal, todavia pode servir de boa aproximação, especialmente em casos de

vigas mistas com *ligação total*. Além disso, é uma opção interessante de modelagem preliminar para uma primeira estimativa de resultados, uma vez que não insere não linearidades ao sistema, como é realizado pelos elementos de mola. Também serve como um limitador superior dos resultados: uma viga com *interação total* sempre será mais rígida do que com *interação parcial*. As alternativas de modelagem citadas são ilustradas e esquematizadas na figura 3.3.

Figura 3.3 – Modelagem dos conectores



Fonte: elaborado pelo autor

A possibilidade de modelar os conectores de diferentes maneiras garante maior confiabilidade ao modelo, uma vez que permite a comparação de resultados e um incremento sucessivo de precisão da solução.

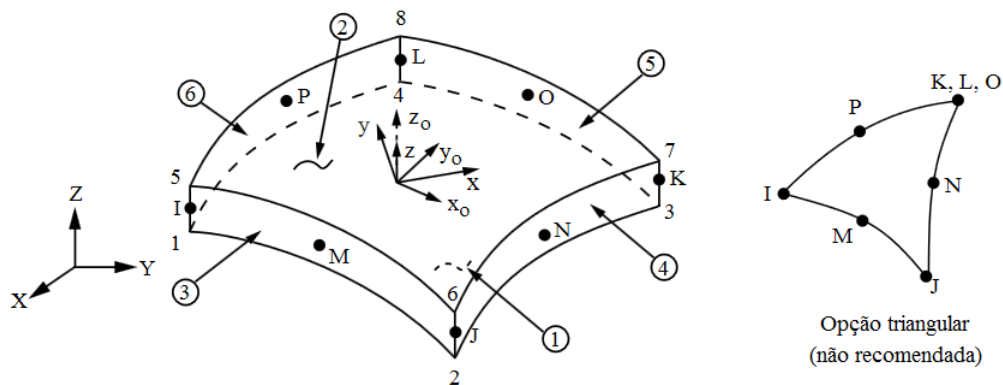
#### 3.1.1.4 Chapa Steel-Deck – *shell281*

A chapa *steel-deck* foi modelada por elementos de casca, admitindo-se interação perfeita com a laje de concreto. Para tanto, foram selecionadas as faces inferiores da laje para a geração da malha, utilizando-se os mesmos nós dos elementos SOLID186, os quais possuem oito nós em cada face (totalizando, assim, vinte nós em cada elemento). Por razões de compatibilidade de forma, optou-se por utilizar o elemento de casca SHELL281, que também possui oito nós, no lugar do elemento SHELL181, com quatro nós, que fora utilizado no perfil de aço.

O elemento SHELL281 possui características semelhantes ao elemento SHELL181: é adequado para a análise de estruturas de casca finas a moderadamente espessas, sendo aplicável a análises

lineares e não lineares, inclusive com grandes deformações e rotações, motivo pelo qual também trabalha com tensões e deformações verdadeiras. O manual do Ansys (2018) referencia os mesmos trabalhos já citados como embasamento teórico para os dois elementos, e ambos utilizam a teoria de deformação por corte de primeira ordem de Mindlin-Reissner. A principal diferença entre estes elementos está no número de nós de cada um deles e, conseqüentemente, na formulação de suas funções de interpolação. O elemento SHELL281 possui oito nós, com seis graus de liberdade por nó (três translações e três rotações), se consideradas as rigidezes à flexão e de membrana, como foi feito neste trabalho. A figura 3.4 ilustra o elemento.

Figura 3.4 – Elemento SHELL281



Fonte: adaptado de Ansys (2018)

Este elemento também pode ser utilizado com várias camadas, cabendo ao usuário fornecer ao *software* as respectivas informações de espessura, orientação, material, posicionamento e número de pontos de integração. Neste trabalho foi utilizada uma única camada, com posicionamento *top* (plano de referência do elemento está na face superior da seção, considerando-se seus eixos locais), a fim de que a chapa não fosse sobreposta ao perfil de aço. Contudo, cabe ressaltar que esta consideração não possui grande relevância já que a chapa costuma ser muito fina (em torno de 1 mm). Foram utilizados cinco pontos de integração ao longo da espessura do elemento, que é o número mínimo estabelecido pelo Ansys para elementos com uma única camada.

Optou-se por utilizar formulação simplificada para os efeitos da curvatura da chapa, uma vez que não é buscado grande refinamento para os resultados locais da mesma. Segundo o manual do Ansys (2018), a utilização desta formulação simplificada no lugar da formulação avançada de curvatura geralmente conduz a soluções mais robustas e com melhor convergência em problemas não lineares.

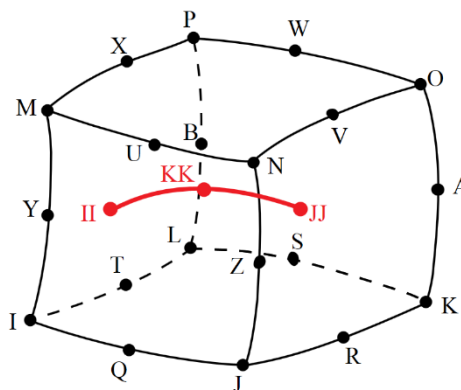
### 3.1.1.5 Armadura incorporada – *mesh200 + reinf264*

A utilização de armadura incorporada é uma forma conveniente de modelar as barras de aço do concreto armado, uma vez que o elemento de reforço utiliza os mesmos nós do elemento base de concreto, ainda que sua posição geométrica não coincida com eles. Segundo Lazzari (2016, p. 156), a barra de reforço pode ser locada em qualquer posição dentro do elemento de concreto, e então os seus deslocamentos são expressos em função dos deslocamentos nodais deste elemento. Com isso, obtém-se uma matriz de rigidez para a barra com as mesmas dimensões da matriz de rigidez do elemento de concreto, e a soma destas matrizes resulta na matriz de rigidez do concreto armado. Em outras palavras, o tamanho da matriz de rigidez do elemento de concreto não é alterado com a presença da armadura incorporada, mas apenas as rigidezes do concreto e do reforço que são somadas entre si.

Na utilização de elementos de reforço é importante atentar-se para as hipóteses e restrições de sua formulação, contidas no manual do Ansys (2018): (i) a área da seção transversal do elemento de reforço deve ser pequena se comparada com o seu comprimento; (ii) as rigidezes à flexão, à torção e ao cortante (todas essas presentes em elementos de barra comuns) são ignorados nos elementos de reforço, utilizando-se apenas a sua rigidez axial; (iii) é admitida uma aderência perfeita entre o elemento de reforço e o elemento base de concreto, não havendo, assim, movimento relativo entre estes.

Para a modelagem de elementos de reforço discretos tridimensionais, o elemento a ser utilizado é o REINF264, ilustrado em vermelho na figura 3.5.

Figura 3.5 – Elemento REINF264 inserido em um elemento base SOLID186



Fonte: Ansys (2018)

Para geração da armadura incorporada nos elementos da laje de concreto, foi utilizada uma nova funcionalidade, disponibilizada nas versões mais recentes do Ansys, a qual é denominada como

método da malha independente (*mesh-independent method*). Este método utiliza elementos MESH200, os quais na realidade se tratam apenas de elementos guia (*mesh-only elements*), que não contribuem diretamente para solução, mas determinam a posição onde os elementos de reforço serão criados. No caso de trabalhar com elementos de reforço discretos, como foi feito neste trabalho, o procedimento para utilizar este método é o seguinte (ANSYS, 2018):

- 1) *Criação de elementos base*: o primeiro passo é a criação dos elementos da laje (neste caso SOLID186), que servirão de base para o reforço;
- 2) *Criação de elementos MESH200*: para criação dos elementos guia, inicialmente devem ser desenhadas linhas nas respectivas posições das barras de aço. Sobre estas linhas devem ser geradas malhas com elementos MESH200, juntamente com as respectivas seções transversais e materiais das barras;
- 3) *Seleção dos elementos*: visando a criação do reforço, devem ser selecionados tanto os elementos base quanto os elementos MESH200;
- 4) *Geração do reforço*: através do comando *ereinf*, são criados os elementos de reforço. O Ansys determina automaticamente onde os elementos MESH200 estão cruzando os elementos base, e cria elementos REINF264 nestas posições.
- 5) *Inspeção dos elementos criados*: por último, é importante verificar se os elementos foram criados conforme o esperado.

O método da malha independente se mostrou bastante útil para os objetivos deste trabalho, uma vez que através dele é possível automatizar, com relativa facilidade, a criação das barras de reforço para diferentes disposições de armadura e de malha dos elementos base. O método convencional para geração de reforço, empregado em diversos trabalhos, como por exemplo em Lazzari (2016) e Schmitz (2017), utiliza coordenadas relativas dos elementos base, sendo assim dependente da disposição da malha destes elementos, o que dificulta imensamente o processo de automatização.

### 3.1.2 Modelos de materiais

O *script* foi desenvolvido de forma a permitir a utilização de diferentes modelos de materiais, de acordo com a preferência do usuário, que escolhe qual modelo utilizar através da definição de parâmetros de entrada.

Para o concreto, são disponibilizadas as opções de material elástico ou elastoplástico, neste caso podendo ser utilizados os modelos *DP-Concrete* ou o modelo customizado via *usermat*. Para o

perfil de aço, são disponibilizadas as opções de material elástico, elastoplástico perfeito, elastoplástico bilinear ou elastoplástico multilinear com patamar de escoamento, todas estas com endurecimento isotrópico e respeitando o critério de plastificação de von Mises. Para os conectores, são disponibilizadas as opções de *interação parcial*, através de uma curva exponencial para modelagem do diagrama força *versus* deslizamento relativo, ou de *interação total*, através de equações de compatibilidade. Para os aços da chapa *steel-deck* e da armadura incorporada, são disponibilizadas as opções de material elástico ou elastoplástico perfeito.

Esta flexibilidade nas formas de modelagem dos materiais é importante dentro da lógica de refinamento gradual da complexidade do problema, o que possibilita a comparação de resultados e a obtenção de um modelo mais confiável.

Nos itens 3.1.2.1 a 3.1.2.5, a seguir, são descritos cada um dos modelos citados. Na apresentação das equações das superfícies de ruptura e de plastificação dos materiais, são utilizados invariantes de tensões, definidos pelas equações a seguir (CHEN, 1982, p. 192-193):

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \quad (3.3)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} \cdot [(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2] + \sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2 \quad (3.4)$$

$$J_3 = \det \begin{pmatrix} \sigma_{xx} - \frac{I_1}{3} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} - \frac{I_1}{3} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} - \frac{I_1}{3} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Em que  $I_1$  é o primeiro invariante do tensor de tensões,  $J_2$  é o segundo invariante do tensor desviador de tensões,  $J_3$  é o terceiro invariante do tensor desviador de tensões, e  $\sigma_{mn}$  é a tensão atuante na direção m, no plano normal a n.

### 3.1.2.1 Concreto

No *script*, em função do valor atribuído ao parâmetro *conc\_opt*, define-se como o concreto deve ser modelado. A tabela 3.1 mostra as possibilidades disponibilizadas. A opção 0, de material elástico, é importante para estudos preliminares. As opções 1 e 2, apesar de considerarem o material como elastoplástico, não são representativas do comportamento do concreto, uma vez



que utilizam apenas o trecho em compressão nas suas equações constitutivas, e, portanto, não consideram a menor resistência do concreto à tração nem tampouco os efeitos de fissuração.

Tabela 3.1 – Modelos constitutivos para o concreto da laje

Valor de <i>conc_opt</i>	Modelo constitutivo
0	Elástico Linear
1	Elastoplástico perfeito (trecho em compressão)
2	Multilinear (trecho em compressão)
3	<i>Usermat</i>
4 ou 5	<i>DP-Concrete</i> (DP-DP ou DP-Rankine)

Fonte: elaborado pelo autor

As opções 3, 4 e 5 por outro lado, levam em consideração a diferença de comportamento do concreto atuando sob tração e sob compressão, além de simularem os efeitos de plastificação, esmagamento e fissuração. Estes modelos são descritos nos itens a seguir.

#### 3.1.2.1.1 Modelo customizado via *usermat*

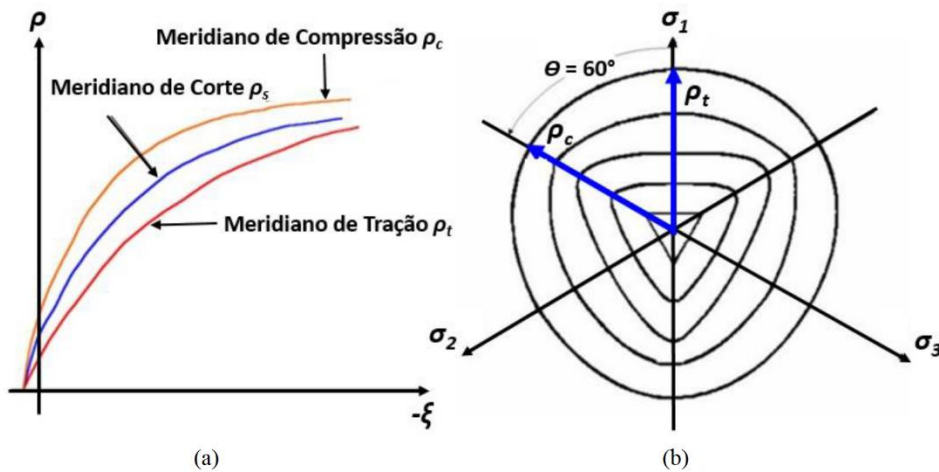
O Ansys permite a customização de alguns aspectos do modelo de elementos finitos, entre eles o comportamento de materiais. Quevedo (2017, p. 111-115) explica em maiores detalhes este processo. Em resumo, os recursos programáveis (*User Programmable Features* – UPF) permitem a criação de um novo elemento finito, a modificação de elementos existentes, a customização de comportamento de materiais, de carregamentos e de elementos de contato. Estes recursos utilizam sub-rotinas que podem ser programadas pelo usuário em linguagem Fortran 77. No caso da customização da lei de comportamento de um material, a sub-rotina utilizada é a *usermat*, que é lida pelo Ansys durante o processo de solução, porém necessita ser compilada preliminarmente por um compilador compatível com a versão do Ansys utilizada. Nos trabalhos de Lazzari (2016, p. 277-282) e de Quevedo (2017, p. 175-177) são dadas as instruções de como configurar e compilar uma *usermat*. Foi desenvolvida no CEMACOM uma sub-rotina para a modelagem do comportamento elastoplástico do concreto, baseado no critério de ruptura de Ottosen (1977). Proposta inicialmente por Lazzari (2015), esta *usermat* foi aprimorada por Lazzari (2016) e por Schmitz (2017).

A superfície de ruptura de quatro parâmetros proposta por Ottosen (1977), definida pela equação (3.6), é recomendada pelo código modelo *fib2010* (FIB, 2012) para a modelagem do concreto. Esta superfície tridimensional pode ser melhor visualizada no espaço tridimensional

de tensões principais através de suas intersecções com planos meridianos (figura 3.6a) e com planos desviadores, perpendiculares ao eixo hidrostático (figura 3.6b).

De acordo com Ottosen (1977), quando o valor de  $f$  da equação (3.6) é menor do que zero, o estado de tensões está no interior do volume delimitado pela superfície de ruptura. O autor também ressalta que as seções transversais desta superfície, obtidas das intersecções com os planos desviadores, tendem a um formato quase triangular para tensões hidrostáticas próximas de zero, e a um formato quase circular para altas tensões hidrostáticas de compressão. Esta característica pode ser visualizada na figura 3.6b.

Figura 3.6 – Intersecção da superfície de Ottosen  
(a) com planos meridianos; e (b) com planos desviadores



Fonte: Lazzari (2016), adaptado de Chen e Han (1988)

$$f(I_1, J_2, \cos(3\theta)) = \alpha \cdot \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \cdot \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + \beta \cdot \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 = 0 \quad (3.6)$$

$$\lambda = \begin{cases} c_1 \cdot \cos\left(\frac{1}{3} \arccos(c_2 \cdot \cos(3\theta))\right) & \text{para } \cos(3\theta) \geq 0 \\ c_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos(-c_2 \cdot \cos(3\theta))\right) & \text{para } \cos(3\theta) \leq 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

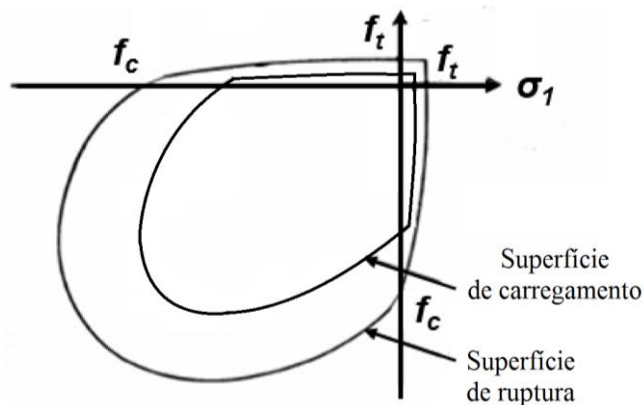
$$\cos(3\theta) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{\sqrt{J_2^3}} \quad (3.8)$$

Sendo  $f_{cm}$  a resistência média à compressão do concreto;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $c_1$  e  $c_2$  parâmetros do material; e  $\theta$  o ângulo de similaridade.

Segundo o código modelo *fib2010* (FIB, 2012), os quatro parâmetros do material que aparecem na equação (3.6) são calculados a partir da resistência média uniaxial à compressão do concreto ( $f_{cm}$ ), da resistência média uniaxial à tração do concreto ( $f_{ctm}$ ), da resistência biaxial à compressão do concreto ( $f_{c2cm}$ ), e de um ponto contido na superfície de ruptura no meridiano de compressão, descrito por  $\sigma_{com}$  e  $\tau_{com}$ . A rigor, todos estes valores deveriam ser obtidos de resultados de ensaios experimentais, contudo sabe-se que na maioria das vezes estes resultados não estão disponíveis. Desta forma, o código modelo *fib2010* (FIB, 2012, p. 122-123) fornece um formulário para estimar estes valores a partir das resistências uniaxiais do concreto à compressão e à tração, e, posteriormente, calcular os parâmetros da equação (3.6). Esse formulário pode ser encontrado diretamente no código modelo citado, bem como nos trabalhos de Lazzari (2015), Lazzari (2016) e Schmitz (2017).

No que diz respeito à plastificação do concreto comprimido, segundo Lazzari (2016, p. 96), admite-se na *usermat* que o concreto possui endurecimento isotrópico e que as superfícies de plastificação (superfícies de carregamento) têm o mesmo formato da superfície de ruptura, sendo o domínio plástico admitido para tensões efetivas ( $\sigma_{ef}$ ) dentro do intervalo  $0 \leq \sigma_{ef} \leq f_{cm}$ , conforme ilustrado na figura 3.7. Cada superfície de carregamento está associada a um valor de tensão efetiva, cuja expressão é obtida substituindo-se  $f_{cm}$  por  $\sigma_{ef}$  na equação (3.6) e isolando-se  $\sigma_{ef}$ . Por definição, tem-se que na superfície de ruptura  $\sigma_{ef} = f_{cm}$ .

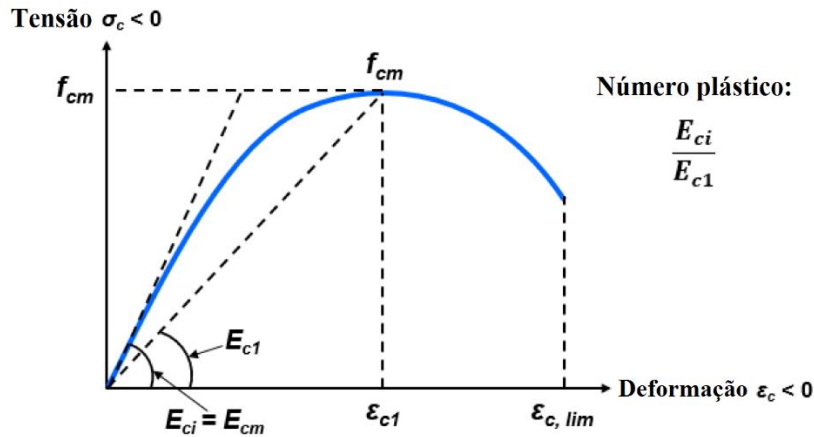
Figura 3.7 – Superfícies de carregamento e de ruptura no plano  $\sigma_1\sigma_2$



Fonte: Lazzari (2016)

Na *usermat* desenvolvida foi utilizado o diagrama tensão-deformação do concreto comprimido sugerido pelo código modelo *fib2010* (FIB, 2012), dado pela equação (3.9) e ilustrado na figura 3.8.

Figura 3.8 – Diagrama tensão-deformação do concreto comprimido



Fonte: Lazzari (2016), adaptado de FIB (2012)

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = - \left( \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \right) \quad \text{para } |\epsilon_c| \leq |\epsilon_{c,lim}| \quad (3.9)$$

Sendo:

$$\eta = \epsilon_c / \epsilon_{c1};$$

$$k = E_{ci} / E_{c1} - \text{número plástico};$$

$\epsilon_c$  = deformação de compressão;

$\epsilon_{c1}$  = deformação na máxima tensão de compressão;

$\epsilon_{c,lim}$  = deformação última de compressão;

$E_{ci}$  = módulo de elasticidade tangente inicial do concreto;

$E_{c1}$  = módulo de elasticidade secante do concreto;

Os valores típicos para os parâmetros apresentados acima, em função da classe do concreto utilizado, podem ser obtidos no código modelo *fib2010* (FIB, 2012). Com algumas manipulações algébricas, é possível utilizar a equação (3.9) para relacionar diretamente a tensão com a deformação plástica, como mostra Lazzari (2016, p. 99) em maiores detalhes. Desta forma, a lei de endurecimento dada em (3.9) pode ser generalizada para um estado multiaxial de tensões, admitindo-se  $\sigma_c = \sigma_{ef}$ .

Para o cálculo dos incrementos de deformação plástica, foi admitida plasticidade associada, ou seja, dentro do domínio plástico o vetor de fluxo plástico é sempre normal à superfície de plastificação. Deste modo, suas componentes podem ser obtidas por derivação, conforme detalhado em Lazzari (2016, p. 99-100).

É importante perceber que a ruptura por esmagamento não ocorre imediatamente quando o estado de tensões atinge a superfície de ruptura, uma vez que a lei constitutiva dada na figura 3.8 propõe um trecho de amolecimento após ser atingida a deformação  $\varepsilon_{c1}$ , no qual a superfície de carregamento passa a retroceder para dentro do domínio plástico. As autoras citadas trabalharam com duas abordagens diferentes para ruptura por esmagamento: Lazzari (2015) e Lazzari (2016) admitiram que a ruptura da peça ocorre quando o problema não atinge mais a convergência em razão de o Ansys não conseguir encontrar o equilíbrio entre forças internas e externas atuantes. Por outro lado, Schmitz (2017) adicionou um critério que zera abruptamente as tensões do ponto de integração do elemento no momento em que a deformação última  $\varepsilon_{c,lim}$  é atingida, admitindo este ponto como esmagado e com contribuição nula em tensões, o que acelera o processo de não convergência.

No que diz respeito ao comportamento do concreto tracionado, admite-se na *usermat* que o material apresenta comportamento elástico linear até que seja atingida a superfície de ruptura da equação (3.6), quando então é dado início ao processo de fissuração. Para tanto, é utilizado o modelo de fissuras distribuídas, o qual, após a ocorrência da fissura, apenas atualiza a relação tensão-deformação nas tensões do elemento, sem alterar a topologia da malha de elementos finitos. Segundo Lazzari (2015), no ponto fissurado, o concreto deixa de ser um material isotrópico, tornando-se ortotrópico através da redução da rigidez do elemento na direção normal à fissura, a qual é calculada a partir de um problema de autovetores.

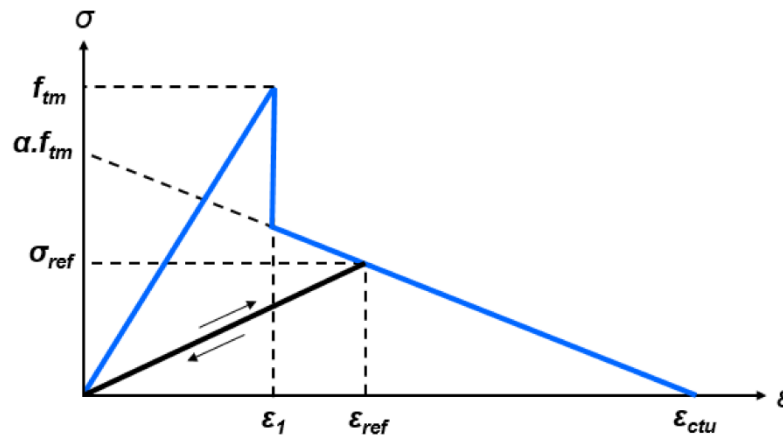
De acordo com Chen (1982, p. 83), o modelo de fissuras distribuídas é utilizado na maioria das aplicações de engenharia, e é a melhor opção se o interesse da análise estiver focado no comportamento global da peça, ao invés de em padrões locais de fissuração mais detalhados. Caso contrário, é recomendada a utilização de modelos discretos de fissuração ou ainda de modelos mais refinados baseados na mecânica da fratura.

Para distinguir se o ponto de integração do elemento atingiu a superfície de ruptura em razão das tensões de compressão (iniciando o processo de esmagamento) ou em razão das tensões de tração (iniciando o processo de fissuração), Lazzari (2015) adotou o critério proposto pelo boletim nº 156 do CEB (1983), que determina que se a tensão principal atuante no ponto de integração que atingiu a superfície de ruptura é maior ou igual à metade da resistência à tração do concreto, então o ponto de integração fissurou.

De acordo com Hinton (1988), admitia-se, nos primeiros estudos de análise numérica, que o concreto sob tração era um material elástico-frágil, e, portanto, as tensões normais à fissura

eram zeradas após a ocorrência da mesma. Posteriormente verificou-se que a aderência do concreto entre fissuras com as barras da armadura fazia com que o material ainda suportasse um certo nível de tensão. Este fenômeno é comumente conhecido como *tension stiffening*, e foi introduzido por Lazzari (2015) na *usermat* através de um ramo descendente na curva tensão-deformação do concreto tracionado, após ser atingida a tensão máxima de tração, conforme ilustrado figura 3.9 e expresso na equação (3.10), proposta por Martineli (2003).

Figura 3.9 – Diagrama tensão-deformação do concreto tracionado



Fonte: Lazzari (2016), adaptado de Hinton (1988)

$$\sigma = \alpha \cdot f_{ctm} \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ctu}}\right) \quad \text{para } \varepsilon > \varepsilon_1 \quad (3.10)$$

Sendo:

$f_{ctm}$  = resistência média uniaxial à tração do concreto;

$\sigma$  = tensão no concreto tracionado;

$\varepsilon$  = deformação no concreto tracionado;

$\varepsilon_1 = f_{ctm}/E_{ci}$  – deformação limite antes da fissura;

$\alpha$  = parâmetro geométrico, adotado igual a 0,6;

$\varepsilon_{ctu}$  = deformação limite para contribuição do concreto entre fissuras, adotado igual a 0,001.

O modelo considera, ainda, a redução na transferência das tensões de corte na fissura, levando em consideração os mecanismos de engrenamento dos agregados e efeito de pino da armadura. No modelo de fissuras distribuídas estes mecanismos foram introduzidos pelas equações aproximadas propostas por Hinton (1988), para redução do módulo de elasticidade transversal, conforme detalhado em Lazzari (2015, p. 104-105).

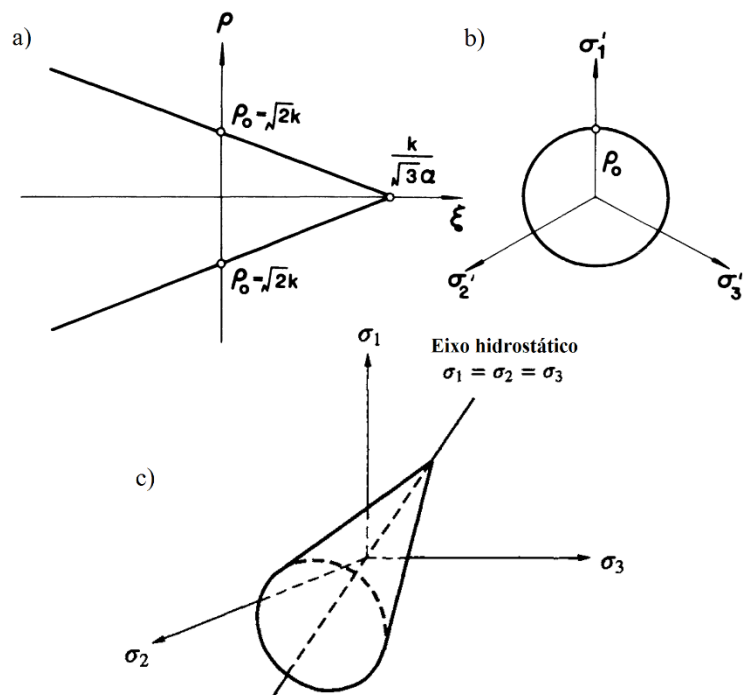
Cabe ressaltar que a *usermat* aprimorada por Schmitz (2017) também permite a análise do comportamento diferido do concreto, levando em consideração os efeitos de fluência e retração. Mais detalhes a este respeito podem ser encontrados em Schmitz (2017, p.47-64).

No *script*, caso seja utilizada a versão da *usermat* de Schmitz (2017) para a análise instantânea do concreto, devem ser informados, através do comando TBDATA, nesta ordem, os valores do módulo de elasticidade do concreto (em kN/cm<sup>2</sup>), do coeficiente de Poisson, da resistência característica à compressão do concreto (em kN/cm<sup>2</sup>), do tipo de cimento (1 para endurecimento lento, 2 para endurecimento normal a rápido e 3 para endurecimento rápido e alta resistência), do tipo de agregado (1 para basalto, 2 para granito, 3 para calcário e 4 para arenito), e do tipo e número de análises (2.001 para uma única análise instantânea). Para maiores detalhes, ver Schmitz (2017, p. 83-84).

### 3.1.2.1.2 Modelo DP-Concrete

O modelo *Drucker-Prager Concrete*, disponibilizado pelo Ansys nas suas versões mais recentes, trabalha com duas superfícies distintas: uma superfície de ruptura para o comportamento em tração e em tração-compressão (que pode ser uma superfície de Rankine ou uma superfície de Drucker-Prager), e uma superfície de plastificação para o comportamento em compressão (que é uma superfície de Drucker-Prager distinta da anterior).

Figura 3.10 – Superfície de Drucker-Prager. (a) Plano meridiano; (b) plano desviador; (c) espaço tridimensional de tensões principais



Fonte: adaptado de Chen e Han (1988) e Ottosen e Ristinmaa (2005)

A superfície de plastificação originalmente proposta por Drucker e Prager (1952) é definida pela equação (3.11). No espaço tridimensional de tensões principais, esta superfície apresenta o formato de um cone circular, como pode ser visualizado na figura 3.10c. Portanto, as intersecções com planos desviadores formam círculos (figura 3.10b) e as intersecções com os planos meridianos formam retas inclinadas (figura 3.10a).

$$f(I_1, J_2) = \alpha \cdot I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (3.11)$$

Em que  $\alpha$  e  $k$  são parâmetros do material.

Segundo Chen (1982, p. 201-203), a partir da análise de dados experimentais é possível determinar algumas características gerais da superfície de ruptura do concreto. Por exemplo, no que diz respeito à sua intersecção com os planos meridianos, o autor salienta que devem ser formadas curvas suaves e convexas; e que, no que diz respeito a sua intersecção com os planos desviadores, as seções transversais, também suaves e convexas (ao menos na região de compressão), devem apresentar formatos quase triangulares para baixas tensões hidrostáticas ( $I_1 \cong 0$ ) e formatos quase circulares para altas tensões hidrostáticas de compressão ( $I_1 \ll 0$ ).

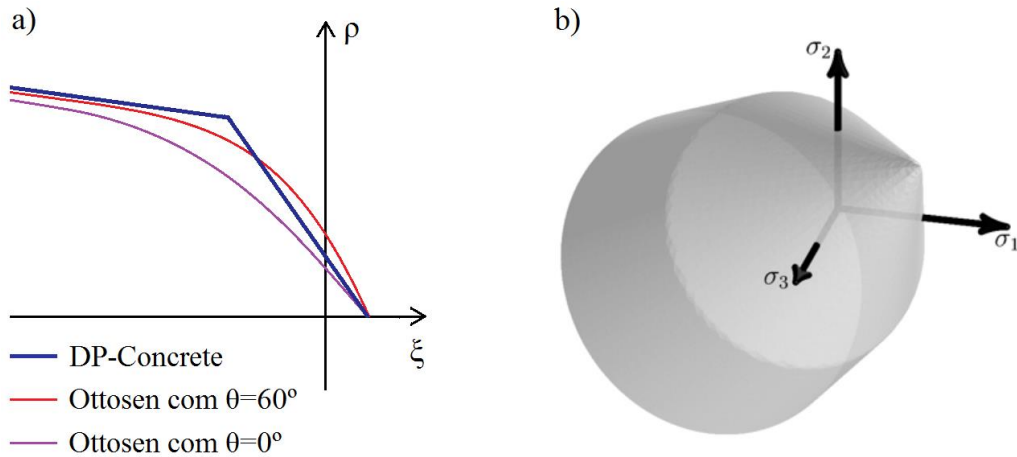
Como já mencionado no item anterior, a superfície de Ottosen (1977), por exemplo, é bastante representativa destas características. Por outro lado, a superfície de Drucker-Prager, ilustrada na figura 3.10, falha na representação deste comportamento tanto nos planos meridianos, onde são geradas retas ao invés de curvas (o que impossibilita a representação adequada da grande diferença de comportamento do concreto sob tração e sob compressão), quanto nos planos desviadores, onde são geradas apenas seções com formatos circulares.

Todavia, apesar desta incapacidade em representar a superfície de ruptura ideal do concreto em sua totalidade, a superfície de Drucker-Prager é bastante representativa na região de altas tensões de compressão, onde, na superfície ideal, as curvaturas das curvas meridianas se estabilizam e as seções transversais no plano desviador tendem a um formato circular.

Neste contexto, o modelo *DP-Concrete* do Ansys propõe a utilização desta superfície para a modelagem do concreto sob compressão, onde ela é bastante representativa, e introduz uma segunda superfície para a modelagem do comportamento sob tração e tração-compressão, que pode ser uma outra superfície de Drucker-Prager, cujas retas meridianas possuem maior inclinação, conforme ilustrado na figura 3.11, ou pode ser uma superfície de Rankine.



Figura 3.11 – Modelo com duas superfícies de Drucker-Prager  
 (a) Plano meridiano; (b) Espaço tridimensional de tensões principais



Fonte: (a) elaborado pelo autor; (b) Ansys (2018)

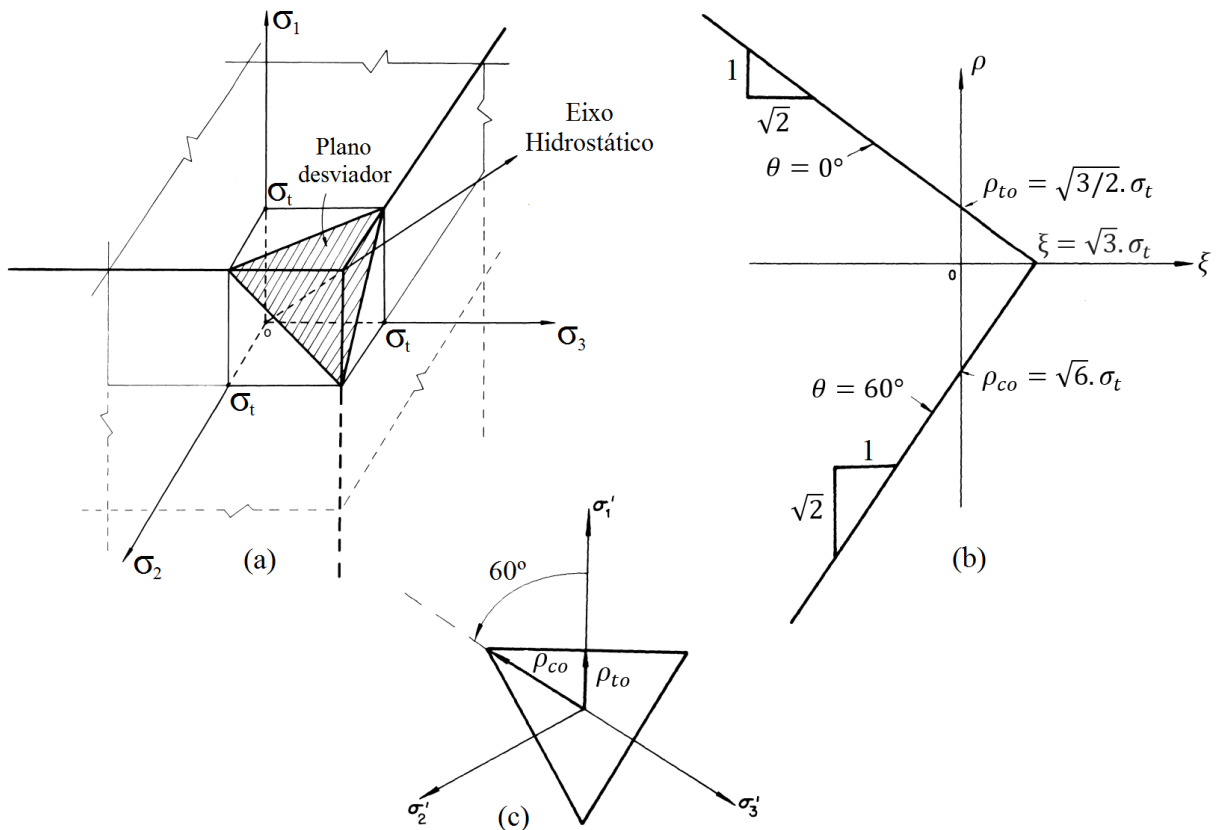
A superfície de Rankine, também conhecida como critério da máxima tensão de tração, é um critério extremamente simples que adota como único parâmetro a resistência à tração do material. Segundo Chen (1982), neste critério admite-se que a ruptura frágil do concreto ocorre quando a tensão principal de um ponto atinge o valor da resistência à tração. Desta forma, no espaço tridimensional de tensões principais, esta superfície é composta por três planos perpendiculares aos eixos, conforme ilustrado na figura 3.12a. A intersecção desta superfície com um plano desviador forma um triângulo equilátero (figura 3.12c); e com um plano meridiano forma retas (3.12b). Chen (1982, p. 204) apresenta a equação (3.12) para descrever esta superfície no domínio  $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ .

$$f(I_1, J_2, \theta) = 2 \cdot \sqrt{3 \cdot J_2} \cdot \cos(\theta) + I_1 - 3 \cdot \sigma_t = 0 \quad (3.12)$$

Sendo  $\theta$  o ângulo de similaridade ( $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ ), e  $\sigma_t$  a resistência à tração do material.

Em função de sua simplicidade, a superfície de ruptura de Rankine costuma ser utilizada como um limitante do comportamento de um material sob tensões de tração, podendo ser aplicada a diferentes superfícies de ruptura, modificando-as. Por exemplo, Ottosen e Ristinmaa (2005) apresentam o critério de Coulomb modificado, onde a superfície de Rankine é conjugada com a superfície de Coulomb. Segundo Chen (1982), em razão de sua utilização com esta finalidade, a superfície de Rankine também é conhecida como *fracture-cutoff surface*, *tension-failure-cutoff* ou simplesmente *tension-cutoff*.

Figura 3.12 – Superfície de ruptura de Rankine  
 (a) Espaço tridimensional de tensões principais; (b) Plano meridiano; (c) Plano desviador



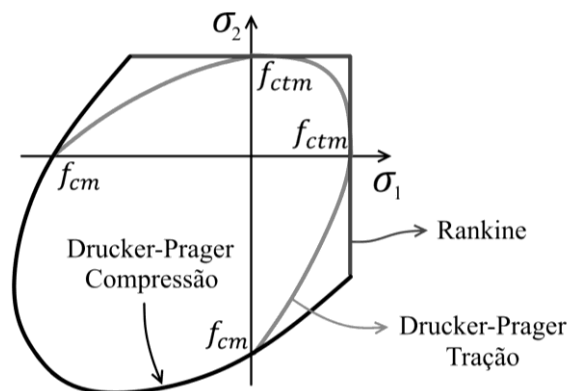
Fonte: adaptado de Chen e Han (1988)

Além de sua simplicidade, outra vantagem de utilizar a superfície de Rankine para caracterizar o comportamento do concreto sob tração no modelo *DP-Concrete*, no lugar de uma segunda superfície de Drucker-Prager, é que, conforme ilustrado na figura 3.12c, suas seções transversais nos planos desviadores apresentam formato triangular, indo de acordo com as características da superfície ideal do concreto para baixas tensões hidrostáticas, conforme sugerido por Chen (1982).

Por outro lado, as seções transversais da superfície de Rankine não são curvas suaves, em função das arestas do cubo. De acordo com o manual do Ansys (2018), para contornar este problema, o *software* utiliza uma aproximação suave desta superfície como superfície potencial plástico, resultando em fluxo não associado. Desta forma, podem surgir dificuldades adicionais no processo de convergência, especialmente quando o estado de tensões de um elemento atinge a superfície de Rankine nas regiões próximas às arestas do cubo. A plasticidade não associada pode deixar o problema numérico mais complexo, inclusive adicionando assimetrias na matriz de rigidez tangente. Nestes casos, a taxa de convergência pode ser aumentada utilizando-se um *solver* não simétrico.

Portanto, se por um lado a composição de superfícies Drucker-Prager e Rankine se apresenta mais adequada do ponto de vista teórico, por outro, subentende-se, *a priori*, que a composição de duas superfícies Drucker-Prager seja mais adequada do ponto de vista numérico. A figura 3.13 ilustra estas duas composições no plano de tensões principais  $\sigma_1\sigma_2$ . Na sequência deste trabalho, com o objetivo de simplificar a leitura, estas composições de superfícies serão denominadas DP-Rankine e DP-DP, respectivamente.

Figura 3.13 – Composições DP-Rankine e DP-DP no plano  $\sigma_1\sigma_2$



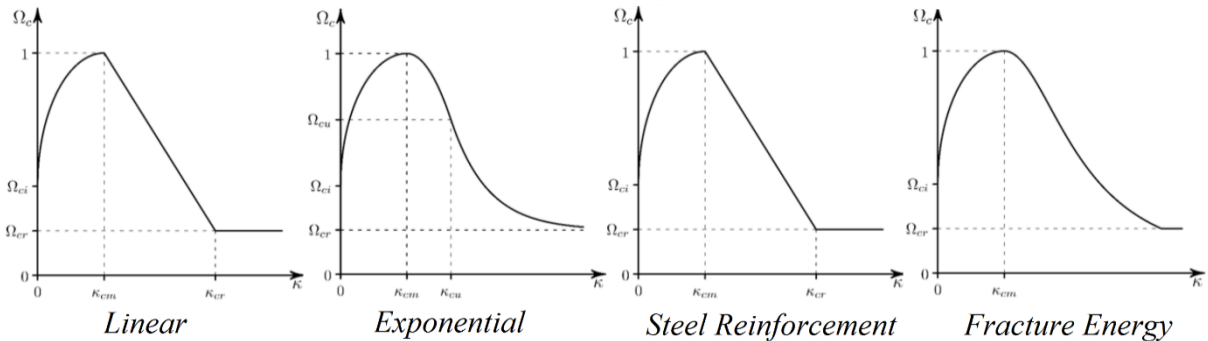
Fonte: adaptado de Ansys (2018)

Diferentemente do modelo da *usermat*, no qual não foi definida uma superfície de plastificação inicial explícita para o concreto sob compressão, e a lei de endurecimento é utilizada em todo o domínio plástico  $0 \leq \sigma_{ef} \leq f_{cm}$ , no modelo *DP-Concrete* a superfície inicial de plastificação determina quando a lei de endurecimento passa a ser utilizada. Até então, admite-se o material como elástico linear. Em outras palavras, enquanto o estado de tensões de um ponto resultar em valores negativos da função  $f$ , dada na equação (3.11), admite-se o concreto no regime elástico neste ponto. No momento em que  $f = 0$ , inicia-se a sua plastificação.

Após a superfície de plastificação inicial ser atingida ( $f = 0$ ), passa a valer a lei de endurecimento, que determina como a superfície de plastificação se movimenta, expandindo-se (endurecimento), ou retraindo-se (amolecimento). Esta lei de endurecimento é aplicada à relação tensão efetiva por deformação plástica efetiva, e pode assumir diferentes formas, dependendo do modelo HSD (*hardening, softening, dilatation*) utilizado. O Ansys (2018) disponibiliza quatro tipos de modelos HSD: *exponential, steel reinforcement, fracture energy* e *linear*. Cada um desses modelos dispõe de leis distintas de endurecimento e de amolecimento para o comportamento sob compressão e sob tração, após atingida a respectiva superfície de plastificação ou de ruptura. Caso opte-se por não adotar nenhum destes modelos, o Ansys assume que o comportamento é elastoplástico perfeito, ou seja, que a tensão efetiva no ponto

plastificado permanece constante com o incremento de deformação plástica, e que a superfície de plastificação permanece imóvel. A figura 3.14 ilustra as leis de endurecimento para a superfície de compressão, em cada um destes modelos. As equações de cada uma dessas leis são apresentadas em detalhe no Apêndice A, juntamente com um guia dos seus parâmetros customizáveis, com os quais é possível ajustá-las a uma determinada curva desejada.

Figura 3.14 – Leis de endurecimento do concreto comprimido nos modelos HSD

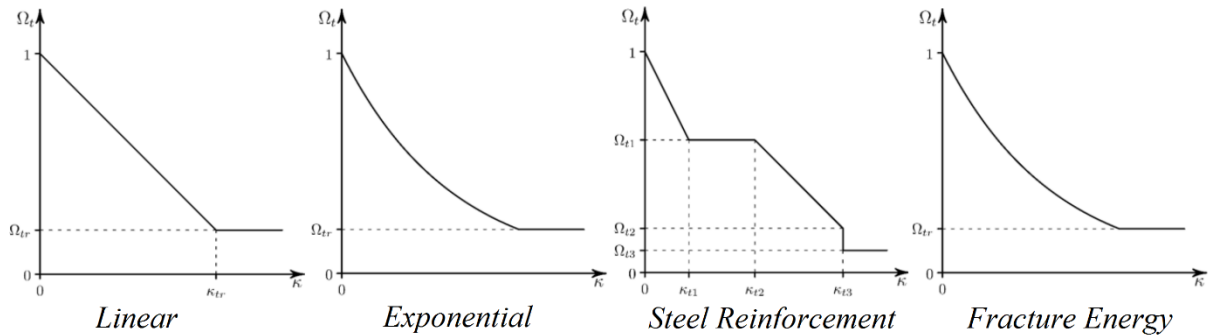


Fonte: adaptado de Ansys (2018)

No modelo *DP-Concrete* não existe um critério explícito de esmagamento, estando este fenômeno associado com a não convergência da solução. Em função dos trechos de amolecimento das leis ilustradas na figura 3.14, a tensão efetiva em um ponto com altos níveis de deformação passa a ser cada vez menor, e, portanto, sua capacidade resistente diminui. Por este motivo, no momento em que um número suficiente de elementos finitos estiver sob níveis elevados de deformação, o incremento do passo de carga externo não será acompanhado de um incremento equivalente de forças internas, e a solução não irá atingir a convergência. Contudo, cabe ressaltar que nestes casos deve-se sempre verificar o nível de tensão e de deformação dos elementos comprimidos na etapa de pós-processamento, a fim de certificar-se que a não convergência da solução ocorreu, de fato, devido ao esmagamento.

No que diz respeito ao comportamento do concreto tracionado, admite-se que o material possui comportamento elástico linear até que seja atingida a superfície de ruptura adotada (Drucker-Prager ou Rankine), quando ocorre, então, a fissuração. Este fenômeno é introduzido através da lei de amolecimento em tração, que também depende do modelo HSD adotado, conforme ilustrado na figura 3.15. Após o estado de tensões de um ponto atingir a superfície de ruptura, esta superfície passa a se movimentar de acordo com a lei adotada, a qual é aplicada à relação tensão efetiva por deformação plástica efetiva. Desta forma, é possível simular o efeito *tension stiffening*. As equações das leis de amolecimento em tração de cada um dos modelos HSD, juntamente com um guia dos seus parâmetros customizáveis, são apresentados no Apêndice A.

Figura 3.15 – Leis de amolecimento do concreto fissurado nos modelos HSD



Fonte: adaptado de Ansys (2018)

No *script* desenvolvido neste trabalho é possível escolher, através do parâmetro *hsd\_opt*, qual modelo HSD será utilizado na análise, conforme mostra a tabela 3.2. Dos modelos disponíveis, apenas o modelo *fracture energy* não foi utilizado.

Tabela 3.2 – Escolha do modelo HSD a ser utilizado

Valor de <i>hsd_opt</i>	Modelo HSD utilizado
0	Nenhum (elastoplástico perfeito)
1	<i>Linear</i>
2	<i>Exponential</i>
3	<i>Steel-Reinforcement</i>

Fonte: elaborado pelo autor

O modelo *DP-Concrete* possibilita, ainda, a inclusão de parâmetros de dilatância, a fim de alterar a superfície de potencial plástico, introduzindo plasticidade não associada. Contudo, neste trabalho os parâmetros de dilatância foram sempre iguais a 1, de modo que as superfícies de potencial plástico foram mantidas com o mesmo formato das superfícies de plastificação, trabalhando-se, via de regra, com plasticidade associada (com exceção de situações particulares, como nas regiões junto às arestas da superfície de Rankine).

O manual do Ansys (2018) apresenta as equações (3.11) e (3.12) das superfícies Drucker-Prager e Rankine com algumas manipulações algébricas, explicitando a forma como os seus parâmetros são ajustados em função das características do concreto utilizado. Além disso, fornece as equações das leis de endurecimento e amolecimento. Todas essas equações e informações são reproduzidas no Apêndice A, juntamente com um guia de todos os dados de entrada que devem ser fornecidos ao modelo.

No *script*, muitos destes dados de entrada estão automatizados em função de parâmetros mais usuais do concreto. Contudo, nada impede que o usuário altere tais dados da forma que achar mais conveniente. Por exemplo, admite-se *a priori* que a resistência do concreto à tração e a resistência biaxial do concreto à compressão são dadas pelas equações (3.13) e (3.14), respectivamente, conforme sugerido pela NBR6118 (ABNT, 2014) e pelo *fib2010* (FIB, 2012), com as devidas adaptações de unidades. Ou seja, ao informar a resistência à compressão do concreto o usuário estará, automaticamente, informando a resistência à tração e a resistência biaxial à compressão do mesmo. Todavia, caso haja algum dado de ensaios experimentais, pode-se inserir diretamente este valor no lugar da fórmula previamente programada.

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0,03 \cdot (10 \cdot f_{ck})^{2/3} & \text{para } f_{ck} \leq 5 \text{ kN/cm}^2 \\ 0,212 \cdot \ln(1 + 1,1 \cdot f_{ck}) & \text{para } f_{ck} > 5 \text{ kN/cm}^2 \end{cases} \quad (3.13)$$

$$f_{c2m} = \left(1,2 - \frac{f_{cm}}{100}\right) \cdot f_{cm}; \text{ com } f_{cm} = f_{ck} + 0,8 \text{ kN/cm}^2 \quad (3.14)$$

Sendo  $f_{ck}$  a resistência característica à compressão do concreto,  $f_{cm}$  a resistência média à compressão do concreto,  $f_{ctm}$  a resistência média à tração do concreto e  $f_{c2m}$  a resistência média à compressão biaxial do concreto, todas estas em  $\text{kN/cm}^2$ .

Considerando as automatizações citadas, caso opte-se por utilizar o modelo *DP-Concrete*, deve-se, obrigatoriamente, fornecer os valores da resistência média uniaxial à compressão do concreto (em  $\text{kN/cm}^2$ ), do módulo de elasticidade (em  $\text{kN/cm}^2$ ), do coeficiente de Poisson, do tipo de combinação de superfícies (DP-DP ou DP-Rankine, através do parâmetro *conc\_opt*) e do tipo de modelo HSD (através do parâmetro *hsd\_opt*). Opcionalmente, os demais parâmetros utilizados pelo modelo podem ser alterados ao longo do *script*.

Antes de utilizar este modelo para a análise de vigas alveolares mistas, foram realizados alguns testes preliminares de peças de concreto sob tração/compressão simples e sob flexão. Estes estudos também estão disponibilizados no Apêndice A.

De um modo geral, o modelo *DP-Concrete* aparenta ser mais simplificado do que o modelo da *usermat*, uma vez que o manual do Ansys (2018) não faz menção sobre algumas questões específicas como, por exemplo, os mecanismos de transferência das tensões de corte nas fissuras. Além disso, as composições de superfícies de plastificação e ruptura utilizadas são aproximações – sabe-se que a superfície de Ottosen (1977) é mais representativa do

comportamento real do concreto. Contudo, a importância deste modelo no presente trabalho se dá por três principais razões:

(i) Confiabilidade: a comparação de resultados entre os dois modelos (*usermat* e *DP-Concrete*) garante maior confiabilidade a ambos. Além disso, sabe-se que existe uma dificuldade extra em encontrar eventuais erros de programação na *usermat*, pois, como é uma sub-rotina do próprio Ansys, não há como realizar processos de depuração no compilador. Desta forma, a utilização de um segundo modelo traz mais segurança aos resultados obtidos.

(ii) Flexibilidade: o modelo *DP-Concrete* é flexível no sentido de que permite a utilização de diferentes modelos HSD customizáveis, ou mesmo a hipótese de material elastoplástico perfeito, com parâmetros que podem ser alterados diretamente dentro do *script*. Assim, é um modelo que pode facilmente ser utilizado dentro da lógica de refinamento gradual de resultados. A *usermat*, por outro lado, é um modelo “fechado”, ou seja, a maioria dos parâmetros utilizados só são passíveis de alteração dentro do código em Fortran (que deve então ser compilado novamente), e não diretamente através do *script*. Assim, por mais que, sob certo ponto de vista, a *usermat* possa ser considerada até mais flexível, uma vez que todo seu processo é programável, esta sua flexibilidade é mais difícil e burocrática para fins práticos.

(iii) Facilidade de uso e divulgação: Conforme mencionado, para utilizar a *usermat* é necessário compilar o código programado. Este procedimento traz dificuldades extras, como por exemplo a necessidade de instalação de um compilador compatível com a versão do Ansys utilizada. O modelo *DP-Concrete*, por outro lado, é um modelo nativo do Ansys, e, portanto, sua utilização é imediata. Considerando que o desenvolvimento do modelo numérico deste trabalho visa, também, a contribuição para futuras atividades de pesquisa, é pertinente buscar estratégias de modelagem que proporcionem maior facilidade e praticidade de uso.

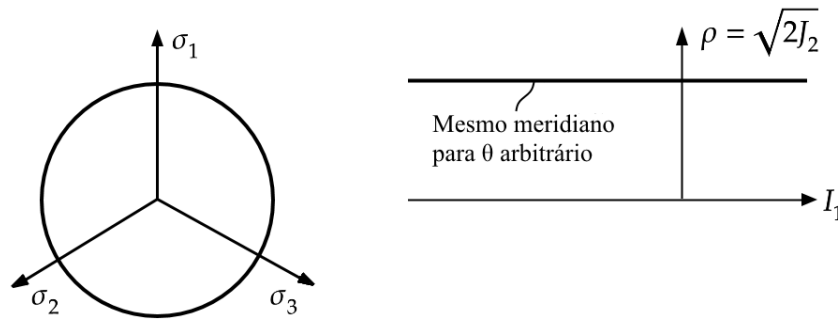
### 3.1.2.2 Aço do perfil

Para a modelagem dos aços das mesas e da alma do perfil, foi utilizado o critério de plastificação de von Mises (1913) com endurecimento isotrópico. Essa superfície pode ser expressa pela equação (3.15). No espaço tridimensional de tensões principais, ela apresenta o formato de um cilindro – as suas intersecções com o plano desviador são círculos (figura 3.16a), e com os planos meridianos são retas horizontais (figura 3.16b). Este critério não depende do primeiro invariante de tensões  $I_1$  nem tampouco do ângulo de similaridade  $\theta$ , estando relacionado apenas com as tensões desviadoras. Segundo Ottosen e Ristinmaa (2005, p. 179), o critério de von Mises se ajusta com bastante precisão a dados experimentais do aço e de metais diversos.

$$f(J_2) = \sqrt{3J_2} - \sigma_y = 0 \quad (3.15)$$

Em que  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento do material.

Figura 3.16 – Superfície de von Mises. (a) Plano desviador; (b) Plano meridiano



Fonte: adaptado de Ottosen e Ristinmaa (2005)

Antes que o estado de tensões de um ponto atinja a superfície dada em (3.15), ou seja, enquanto  $f < 0$ , admite-se que o aço possui comportamento elástico linear. No momento em que esta superfície é atingida ( $f = 0$ ), inicia-se a plastificação deste ponto, e então passa a valer a lei de endurecimento. Admite-se plasticidade associada, ou seja, o incremento de deformação plástica ocorre na direção perpendicular à superfície de plastificação. Dentro do *script* desenvolvido, são disponibilizados três tipos de lei de endurecimento para o aço do perfil, além da opção elástica, a partir da definição do valor numérico para o parâmetro  $ap_{opt}$ . A tabela 3.3 apresenta estas opções, que são esquematizadas na figura 3.17. No caso da opção de material elástico ( $ap_{opt}=0$ ), admite-se que o material permanece no regime elástico para qualquer incremento de tensão, sem plastificação. As demais opções (1, 2 e 3) consideram a plastificação conforme descrito neste parágrafo e diferem na complexidade de suas formulações.

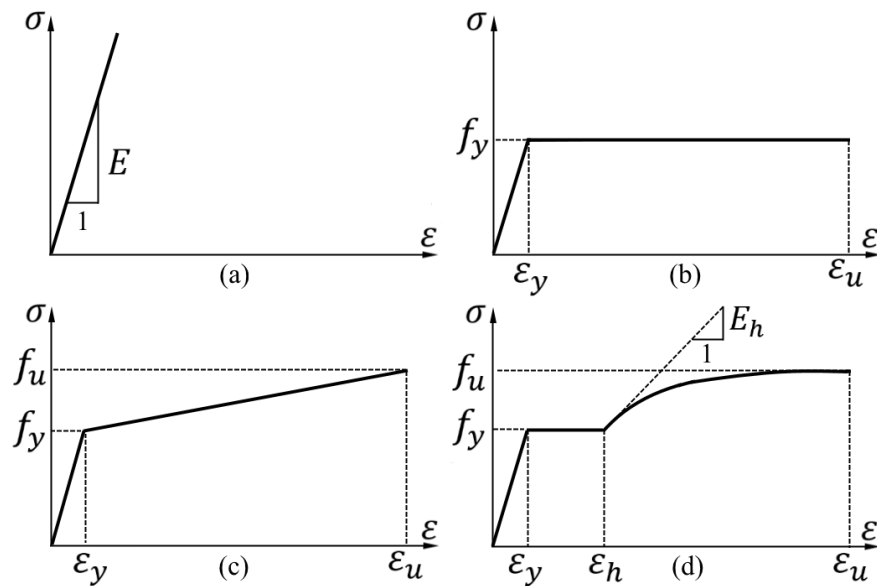
Tabela 3.3 – Opções de modelos constitutivos para o aço do perfil

Valor de $ap_{opt}$	Modelo constitutivo
0	Elástico Linear
1	Elastoplástico perfeito
2	Bilinear
3	Multilinear - Gattesco (1999)

Fonte: elaborado pelo autor



Figura 3.17 – Modelos constitutivos para o aço do perfil. (a) Elástico Linear; (b) Elastoplástico perfeito; (c) Bilinear; (d) Multilinear – Gattesco (1999)



Fonte: (a), (b), (c) Elaborado pelo autor; (d) Adaptado de Gattesco (1999)

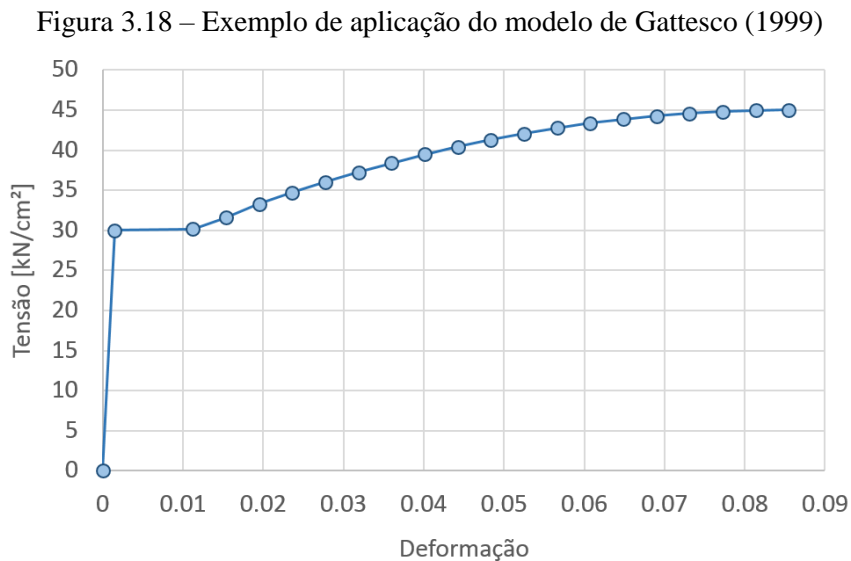
Sendo  $f_y$  a tensão de escoamento do aço;  $f_u$  a tensão última do aço;  $\varepsilon_y$  a deformação de escoamento do aço;  $\varepsilon_u$  a deformação quando é atingida a tensão última;  $\varepsilon_h$  a deformação no início do endurecimento no modelo de Gattesco (1999);  $E$  o módulo de elasticidade do aço na zona elástica; e  $E_h$  o módulo de elasticidade tangente à curva de endurecimento no modelo de Gattesco (1999).

O modelo utilizado por Gattesco (1999), ilustrado na figura 3.17d, admite um patamar de escoamento antes do início do endurecimento. No presente trabalho foi fornecida uma pequena inclinação a este patamar, com o objetivo de prevenir problemas numéricos. O trecho do endurecimento é modelado por uma parábola cujo vértice coincide com o ponto  $(\varepsilon_u, \sigma_u)$ . Este modelo constitutivo é expresso na equação (3.16).

$$\sigma = \begin{cases} \varepsilon \cdot E & \text{para } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_y \\ f_y + \frac{(\varepsilon - \varepsilon_y)}{(\varepsilon_h - \varepsilon_y)} \cdot \frac{(f_u - f_y)}{100} & \text{para } \varepsilon_y < \varepsilon \leq \varepsilon_h \\ \left( \sigma(\varepsilon_h) + E_h \cdot (\varepsilon - \varepsilon_h) \cdot \left( 1 - \frac{E_h \cdot (\varepsilon - \varepsilon_h)}{4 \cdot (f_u - \sigma(\varepsilon_h))} \right) \right) & \text{para } \varepsilon_h < \varepsilon \leq \varepsilon_u \end{cases} \quad (3.16)$$

Com  $\sigma(\varepsilon_h) = f_y + \frac{(f_u - f_y)}{100} \cong f_y$

A função contínua definida por partes em (3.16) é inserida no *software* via pontos discretos, com interpolações lineares nos seus intervalos. O manual do Ansys (2018) denomina este modelo como *multilinear*. A figura 3.18 ilustra um exemplo hipotético com valores típicos  $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E_h = 400 \text{ kN/cm}^2$ ;  $f_y = 30 \text{ kN/cm}^2$ ;  $f_u = 45 \text{ kN/cm}^2$  e  $\varepsilon_h/\varepsilon_y = 7,5$ . Em razão da entrada de dados ser feita desta forma, o valor de  $\sigma(\varepsilon_h)$  pode ser aproximado para  $f_y$  na equação do trecho parabólico sem que seja gerada uma descontinuidade na função.



Fonte: Elaborado pelo autor

Na prática, muitas vezes só estão disponíveis os dados das tensões de escoamento e última do aço, além de seu módulo de elasticidade inicial. Nestes casos, os demais valores dos modelos devem ser calculados e/ou arbitrados. Sadowski *et al.* (2015) fizeram um estudo estatístico com um conjunto de dados de diagramas tensão-deformação acumulados entre 2010 e 2013, no *Karlsruhe Institute of Technology*, na Alemanha: para aços do tipo S355, encontraram um valor médio para a razão  $\varepsilon_h/\varepsilon_y$  igual a 8,3, e para a razão  $E_h/E$  igual a 2,41%, com desvios padrão de 1,94 e 0,15%, respectivamente. Gattesco (1999) utilizou valores para a razão  $E_h/E$  variando entre 1,2% a 1,7%; e para a razão  $\varepsilon_h/\varepsilon_y$  variando entre 1 e 15,7. No presente trabalho, na ausência de maiores informações, optou-se por utilizar  $\varepsilon_h/\varepsilon_y$  entre 6,5 a 8,5 e  $E_h/E$  entre 1,5% a 2,0% (resultando em  $E_h$  entre 300 kN/cm² e 400 kN/cm² para  $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$ ).

No caso da adoção de um modelo bilinear, conforme ilustrado na figura 3.17c, o *Eurocode 3 – Part 1-5* (CEN, 2006) permite que a análise seja feita utilizando-se uma inclinação para o trecho de endurecimento igual a  $E/100$  (resultando em 200 kN/cm² para  $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$ ).

O modelo elastoplástico perfeito, ilustrado na figura 3.17b, não é muito representativo do comportamento do aço pois desconsidera o endurecimento do material. Contudo, é um modelo mais simples do que os demais e pode servir como boa aproximação inicial. A este modelo também foi fornecida uma pequena inclinação no patamar plástico, igual a 0,1 kN/cm<sup>2</sup>, com o objetivo de prevenir problemas numéricos. O *Eurocode 3 – Part 1-5* (CEN, 2006) determina que, neste caso, a inclinação do patamar deve ser menor ou igual a  $E/10000$ .

Cabe ressaltar que o modelo constitutivo de Gattesco (1999) também foi utilizado por Kotinda (2006), Queiroz, Vellasco e Nethercot (2007), Schmitz (2017) e Mittelstadt Júnior (2017). Apesar de ser um modelo mais complexo, e, portanto, dependente de mais valores, ele é o único, dentre os utilizados, capaz de captar um patamar de escoamento com posterior endurecimento, se aproximando mais realisticamente dos diagramas tensão-deformação dos aços estruturais.

No *script* desenvolvido, é possível adicionar diferentes valores para os aços de cada mesa e da alma do perfil. Devem ser informados o módulo de elasticidade (kN/cm<sup>2</sup>), a tensão de escoamento (kN/cm<sup>2</sup>), a tensão última (kN/cm<sup>2</sup>), o coeficiente de Poisson, o módulo de elasticidade tangente  $E_h$  (kN/cm<sup>2</sup>) e a razão  $\varepsilon_h/\varepsilon_y$ . No caso de serem utilizados os modelos elastoplástico perfeito ou bilinear, estes dois últimos valores não são utilizados diretamente, mas entram no cálculo da deformação  $\varepsilon_u$ , associada à tensão última (alternativamente, existe a opção dentro do código de inserir diretamente o valor de  $\varepsilon_u$ ).

### 3.1.2.3 Conectores

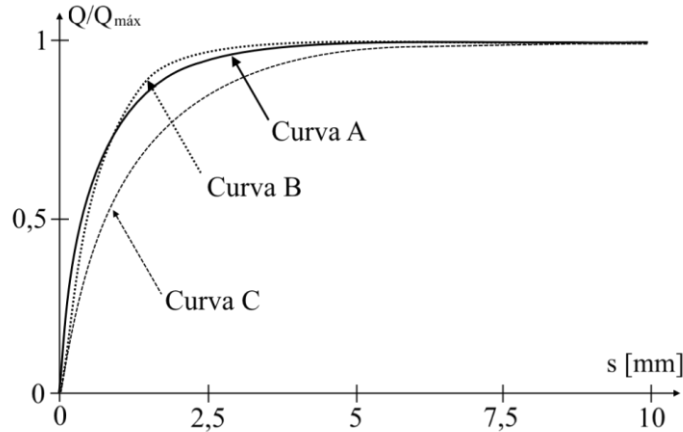
Diferentemente dos demais materiais, as propriedades do aço dos conectores não são inseridas via modelos de materiais propriamente ditos, mas sim diretamente através de constantes reais do elemento de mola *combin39*. Nestas constantes reais são fornecidos pontos da curva força cortante *versus* deslizamento relativo, obtida via ensaio *push-out*. A fim de padronizar o modelo adotou-se a curva teórica dada pela equação (3.17), proposta por Ollgaard, Slutter e Fisher (1971) para conectores do tipo pino com cabeça (*studs*).

$$Q = Q_{m\acute{a}x} \cdot (1 - e^{-ms})^n \quad (3.17)$$

Sendo  $Q$  a força cortante atuante no conector, em  $kN$ ;  $Q_{m\acute{a}x}$  a força cortante máxima resistida pelo conector, em  $kN$ ;  $s$  o deslizamento relativo, em  $cm$  ou  $mm$ ;  $e \cong 2,718$  – número de Euler; e  $m, n$  parâmetros de ajuste da curva, em  $cm^{-1}$  ou  $mm^{-1}$ , e adimensional, respectivamente.

Em Fabbrocino, Manfredi e Cosenza (1999) são apresentados alguns valores típicos para os parâmetros de ajuste: curva A,  $m = 1 \text{ mm}^{-1}$  e  $n = 0,558$ ; curva B,  $m = 1,535 \text{ mm}^{-1}$  e  $n = 0,989$ ; curva C,  $m = 0,7 \text{ mm}^{-1}$  e  $n = 0,8$ . Estas curvas são ilustradas na figura 3.19.

Figura 3.19 – Curvas típicas do modelo adotado para os conectores



Fonte: adaptado de Fabbrocino, Manfredi e Cosenza (1999)

Cabe ressaltar que Tamayo (2011), Schmitz (2017) e Mittelstadt Júnior (2017) utilizaram esta mesma equação para a modelagem dos conectores, porém particularizada para o caso  $n = 1$ .

No *script* desenvolvido, os pontos a serem inseridos nas constantes reais estão automatizados com base na equação (3.17), cabendo ao usuário informar apenas os valores de  $Q_{\text{máx}}$ ,  $m$  e  $n$ . Todavia, caso existam resultados de um ensaio *push-out* real, se for de seu interesse, o usuário pode inserir manualmente os pontos exatos desta curva no lugar dos pontos do modelo teórico.

#### 3.1.2.4 Aço da chapa *steel-deck*

Para a modelagem do aço da chapa *steel-deck*, foi adotado o critério de plastificação de von Mises, dado pela equação (3.15), admitindo-se, *a priori*, o material como elastoplástico perfeito ( $asd_{opt} = 1$ ). No *script*, devem ser informados o módulo de elasticidade do aço da chapa ( $\text{kN/cm}^2$ ), a tensão de escoamento do aço da chapa ( $\text{kN/cm}^2$ ) e o coeficiente de Poisson.

#### 3.1.2.5 Aço da armadura

Para a modelagem do aço da armadura incorporada, é necessário fornecer apenas uma lei constitutiva unidimensional, uma vez que apenas a rigidez axial das barras é considerada. Neste trabalho foi adotada uma relação elastoplástica perfeita ( $aa_{opt} = 1$ ). No *script*, devem ser informados as seguintes propriedades do aço da armadura: módulo de elasticidade ( $\text{kN/cm}^2$ ), tensão de escoamento ( $\text{kN/cm}^2$ ) e o coeficiente de Poisson. Por simplificação, foi admitido que

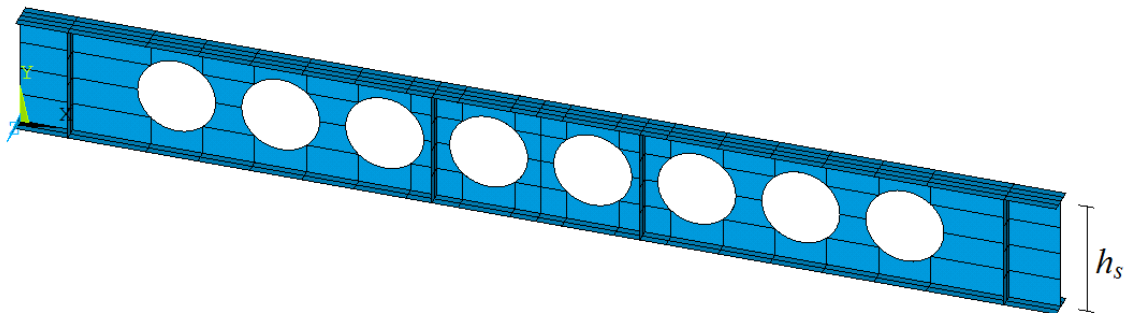
todas as barras da armadura possuem o mesmo material, contudo é possível alterar essa condição através de simples alterações no corpo do código.

### 3.1.3 Geometria e malha

O processo de geração da geometria e da malha é totalmente automatizado dentro do *script*, em função dos parâmetros de entrada definidos pelo usuário, possibilitando assim a rápida modelagem de diferentes tipos de vigas alveolares e vigas alveolares mistas. Neste item são descritas as etapas deste processo, dando-se maior enfoque à lógica construtiva do modelo, mas também citando os comandos chave do Ansys APDL que foram utilizados em cada uma delas.

A geração da geometria do perfil é iniciada através do desenho das áreas da alma e dos alvéolos, com suas posteriores subtrações através do comando ASBA. Desenharam-se, então, as áreas das mesas e dos enrijecedores. O perfil é subdividido em áreas simples, através do comando ASBW, que faz uma seção no plano *xy* local, o qual é transladado e rotacionado através dos comandos WPOFF e WPROT. Estas subdivisões são feitas com o objetivo de posteriormente gerar uma malha mapeada, e com isso, utilizar apenas elementos *shell181* quadriláteros. Concluídos os processos anteriores, foi utilizado o comando AGLUE para colar as áreas adjacentes, fazendo com que o *software* compreenda que estas fazem parte do mesmo corpo. A figura 3.20 ilustra um perfil celular desenhado conforme o procedimento descrito, antes de ser gerada a malha.

Figura 3.20 – Subdivisões em um perfil celular antes da geração da malha



Fonte: elaborado pelo autor

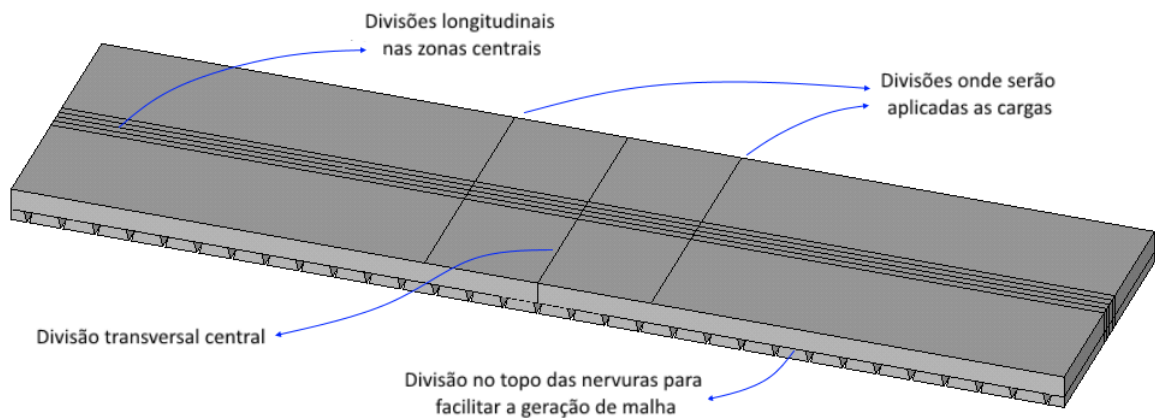
Cabe ressaltar que as áreas são desenhadas nos planos médios dos elementos do perfil, em função do posicionamento tipo *mid* das seções transversais do elemento *shell181*. Por esta razão, a altura total da área da alma é dada pela equação (3.18).

$$h_s = d_g - \frac{t_{fs}}{2} - \frac{t_{fi}}{2} \quad (3.18)$$

Em que  $h_s$  é a altura total da área da alma do perfil expandido;  $d_g$  é a altura total do perfil expandido; e  $t_{fs}$ ,  $t_{fi}$  são as espessuras das mesas superior e inferior, respectivamente.

A geração da geometria da laje é realizada através do desenho de um paralelepípedo cuja face inferior está distanciada da área da mesa do perfil superior em um valor igual à metade da espessura desta mesa, pelo mesmo motivo exposto acima. Caso a laje contenha nervuras em função do perfil *steel-deck*, estas nervuras são desenhadas como prismas e subtraídas do paralelepípedo através do comando VSBV. Pode-se definir através de parâmetros de entrada se a laje vai ter nervuras ( $nerv=1$ ) ou não ( $nerv=0$ ), bem como se vai ter chapa *steel-deck* ( $chapa\_sd=1$ ) ou não ( $chapa\_sd=0$ ). Assim como no perfil, são realizadas na laje algumas subdivisões para facilitar a posterior geração da malha de elementos *solid186*. Os volumes e áreas subdivididos são colados através dos comandos VGLUE e AGLUE. A figura 3.21 mostra uma laje com nervuras desenhada conforme o procedimento descrito, antes de ser gerada a sua malha. As áreas inferiores deste volume também são utilizadas, posteriormente, para a geração dos elementos de casca *shell281* da chapa *steel-deck*, admitindo-se, assim, interação perfeita destes elementos com os elementos sólidos da laje.

Figura 3.21 – Subdivisões em uma laje com nervuras antes da geração da malha



Fonte: elaborado pelo autor

Após desenhadas as áreas do perfil e o volume da laje, deve ser realizada a geração da malha. Contudo, para tanto foi preciso atentar-se primeiramente a um ponto fundamental: o posicionamento dos conectores. É necessário que exista um par de nós na posição em x de cada conector. Em cada um destes pares, um nó deve pertencer à face inferior da laje, e outro à área da mesa superior do perfil. Em outras palavras, as malhas devem ser compatibilizadas entre si nas posições dos conectores. Nos trabalhos anteriores que versavam sobre vigas mistas esta não

era uma questão relevante, uma vez que a malha do perfil de alma cheia podia adequar-se ao padrão de distribuição dos conectores sem maiores problemas. Contudo, ao trabalhar-se com vigas mistas alveolares, a malha do perfil já deve adequar-se à distribuição dos alvéolos, e, portanto, pode haver dificuldade na sua adequação aos dois padrões, que não necessariamente combinam entre si. Para resolver essa questão, foram pensadas em três alternativas:

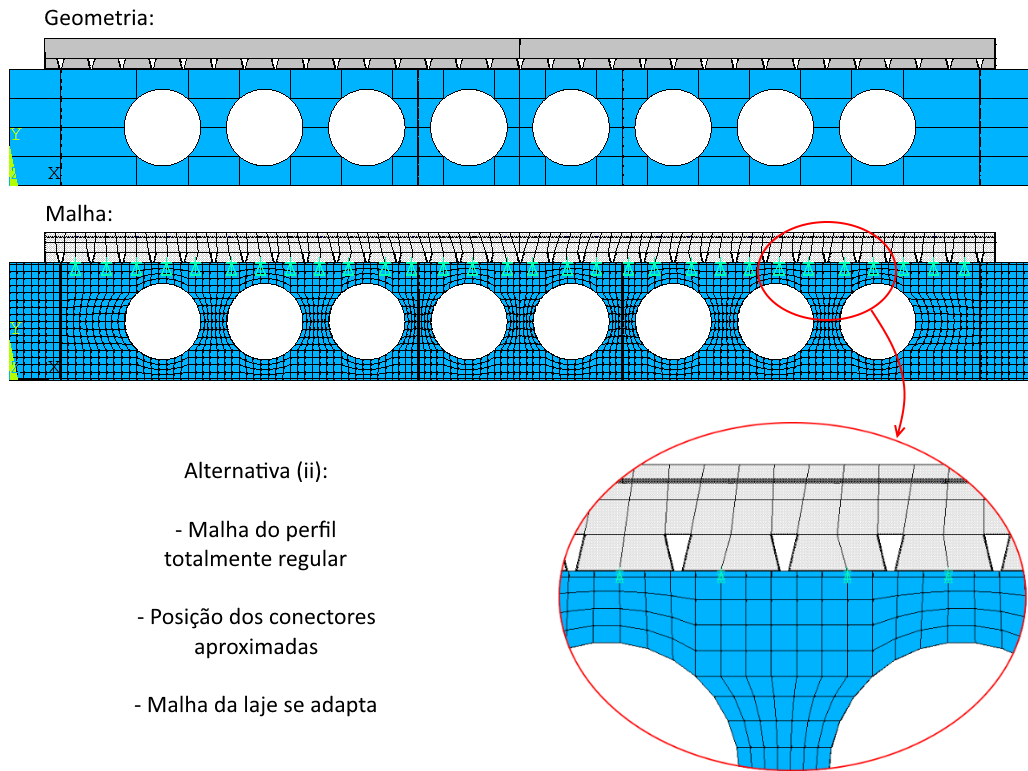
(i) Usar malha livre na alma do perfil, de forma que esta compatibilização seja feita automaticamente pelo *software*. Esta é a alternativa mais fácil para o programador, contudo exige um refinamento excessivo da malha para que não seja gerado um número muito grande de elementos triangulares, os quais não são recomendados pelo manual do Ansys (2018). Além disso, nos testes de malha realizados desta maneira foram gerados muitos elementos com excessiva distorção de geometria, o que pode vir a prejudicar a qualidade da malha.

(ii) Gerar a malha mapeada do perfil em um primeiro momento, e então programar um algoritmo para salvar as posições em x dos nós existentes que estão mais próximas da posição real de cada conector. Em cada uma dessas posições é realizada uma subdivisão na face inferior da laje para que, na geração de sua malha, seja ali criado o outro nó do par. Nesta alternativa é a malha da laje que se adapta à malha do perfil, e a posição dos conectores é aproximada.

(iii) Subdividir a mesa superior do perfil e a face inferior da laje nas posições reais dos conectores, forçando que sejam gerados nós nestas posições. As áreas da alma entre o topo dos alvéolos e a mesa superior são as responsáveis, então, por compatibilizar os dois padrões, através de elementos quadriláteros com formato levemente irregular. Para tanto, é necessário que estas áreas não sejam subdividas de acordo com os alvéolos (esta subdivisão é feita apenas nas áreas inferiores a elas). Além disso, é necessário concatenar as suas linhas de contorno através do comando LCCAT para que sejam reconhecidas como áreas regulares pelo Ansys – só assim ele permite a geração de malha mapeada. Nesta alternativa é a malha do perfil que se adapta à malha da laje, e a posição dos conectores é exata.

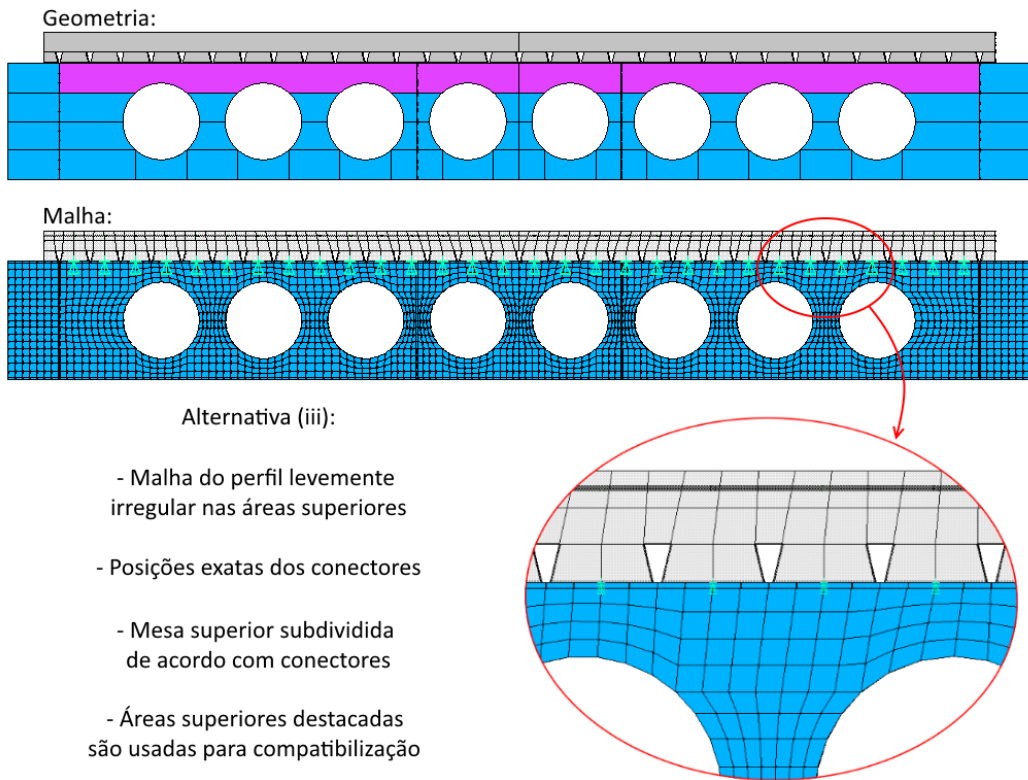
As alternativas (ii) e (iii) são esquematizadas nas figuras 3.22 e 3.23. Pode-se escolher dentro do *script* qual estratégia utilizar: malha mapeada ( $malhamap=1$ ) ou malha livre ( $malhamap=0$ ). Recomenda-se a utilização de malha mapeada. Neste caso, pode-se escolher entre a alternativa ii ( $malha\_opt=0$ ) ou iii ( $malha\_opt=1$ ) para a geração da malha. De um modo geral, a alternativa (iii) é preferível por utilizar as posições reais dos conectores; contudo, em alguns casos muito específicos ela pode acabar distorcendo demasiadamente a geometria de alguns elementos do perfil. Nestes casos particulares, bem como para a análise vigas alveolares simples (sem laje), a alternativa (ii) pode ser mais recomendável.

Figura 3.22 – Alternativa (ii) para compatibilização das malhas nos conectores



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 3.23 – Alternativa (iii) para compatibilização das malhas nos conectores



Fonte: elaborado pelo autor

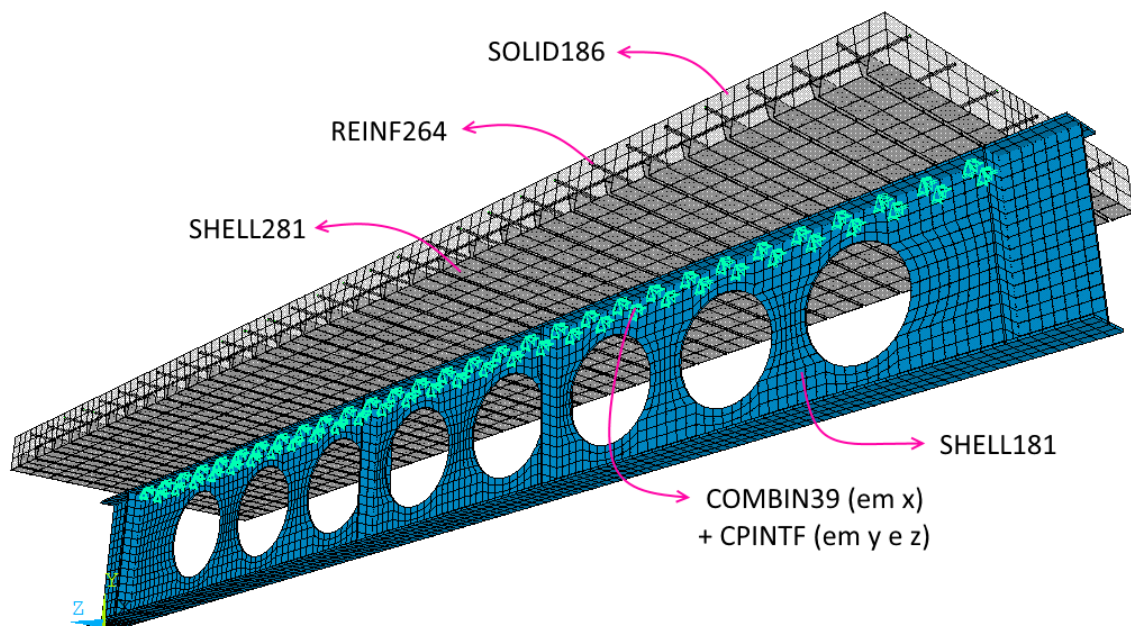


Pode-se definir o grau de refinamento das malhas. O tamanho máximo dos elementos da malha do perfil é informado através do parâmetro de entrada *sizeshell*. O refinamento da malha da laje, por sua vez, é determinado através de números de subdivisões de suas linhas através de parâmetros específicos detalhados no *script* (*divx*, *divy*, entre outros).

Os atributos de cada entidade (tipo de elemento, modelo de material, seção transversal, constantes reais) são fornecidos selecionando-se os respectivos volumes e/ou áreas e utilizando os comandos AATT e VATT. A malha de elementos *shell181* do perfil é gerada pelo comando AMESH, enquanto que a malha de elementos *solid186* da laje é gerada pelo comando VSWEEP. Se for considerada interação parcial (*cone\_opt=1*), os elementos *combin39* são gerados selecionando-se os respectivos pares de nós e utilizando o comando E. As compatibilizações de deslocamentos em y e em z (e em x, se for considerada interação total, através do parâmetro *cone\_opt=0*) são realizadas pelo comando CPINTF.

A malha de elementos *shell281* da chapa *steel-deck* é gerada pelo comando AMESH, após selecionadas as áreas inferiores do volume da laje, cujas linhas já estão subdivididas em função da prévia geração da malha dos elementos sólidos. Para a geração da armadura incorporada, são primeiramente desenhadas as linhas nas posições das barras, e então é utilizado o método da malha independente, descrito anteriormente, para gerar os elementos guia *mesh200*, e, posteriormente, os elementos *reinf264*. Uma ilustração esquemática de um modelo completo é apresentada na figura 3.24.

Figura 3.24 – Modelo de elementos finitos após gerações das malhas



Fonte: elaborado pelo autor

Por fim, caso haja simetria, pode-se optar por realizar a análise de metade da viga ( $simmm=1$ ). Nesse caso, os elementos da segunda metade são deletados e então é realizada a renumeração dos nós através do comando NUMCMP.

### 3.1.4 Condições de contorno

Neste item são abordados os tópicos referentes a vinculações e carregamentos.

#### 3.1.4.1 Vínculos

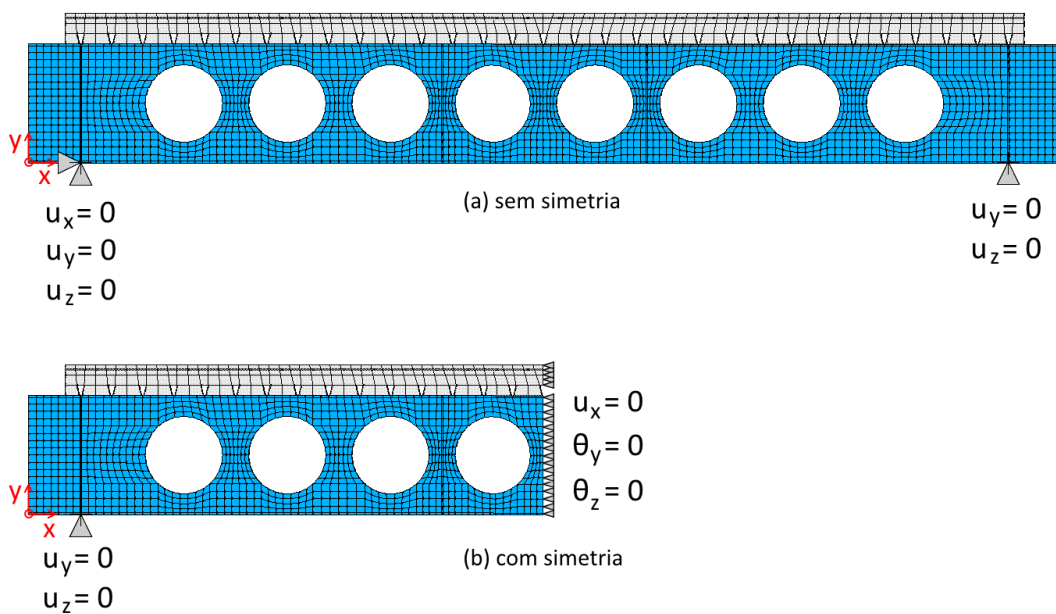
O *script* está automatizado para admitir a viga como bi-apoiada, introduzindo nela um apoio duplo e um apoio simples. A posição exata destes apoios é definida através dos parâmetros  $L_0$  (vão entre apoios),  $L_1$  (distância entre o primeiro apoio e a extremidade inicial do perfil) e  $L_2$  (distância entre o segundo apoio e a extremidade final do perfil). Também pode-se definir se devem ser adicionados enrijecedores no perfil, nas posições dos apoios, através do parâmetro *stiff\_ap*. A fim de adicionar o apoio duplo, são restringidos os deslocamentos em  $x$ ,  $y$  e  $z$  dos nós da mesa inferior cuja posição em  $x$  coincide com a posição do primeiro apoio; e para adicionar o apoio simples são restringidos ou deslocamentos em  $y$  e  $z$  dos nós da mesa inferior cuja posição em  $x$  coincide com a posição do segundo apoio, conforme esquematizado na figura 3.25a. Por outro lado, caso opte-se por utilizar simetria na modelagem ( $simmm=1$ ), são introduzidos um apoio simples no primeiro apoio (restringindo os deslocamentos em  $y$  e em  $z$  dos nós da mesa inferior ali posicionados) e uma condição de simetria no centro do vão (restringindo o deslocamento em  $x$  e as rotações em  $y$  e em  $z$  de todos os nós posicionados no centro da viga, tanto do perfil como da laje), conforme esquematizado na figura 3.25b

Em função da maneira como foi modelada a interface aço-concreto – utilizando elementos *combin39* e/ou equações de compatibilidade nos conectores, mas sem trabalhar com elementos de contato – a laje apresenta uma tendência a girar em torno do eixo  $x$ , especialmente se for utilizada apenas uma única linha de conectores. Por esta razão, neste trabalho optou-se por utilizar sempre duas ou mais linhas de conectores, mesmo quando existe apenas uma linha na viga real. A fim de equivaler os comportamentos, a rigidez de cada conector (curva *push-out*) é adaptada, sendo multiplicada pela razão entre o número de filas de conectores real e o número de filas de conectores do modelo numérico.

De uma forma geral, esta adaptação é suficiente para que o giro da laje seja controlado e minimizado. Contudo, se as linhas de conectores estiverem muito próximas entre si, ou se a forma das imperfeições iniciais adicionadas à viga introduzir também um giro inicial, este

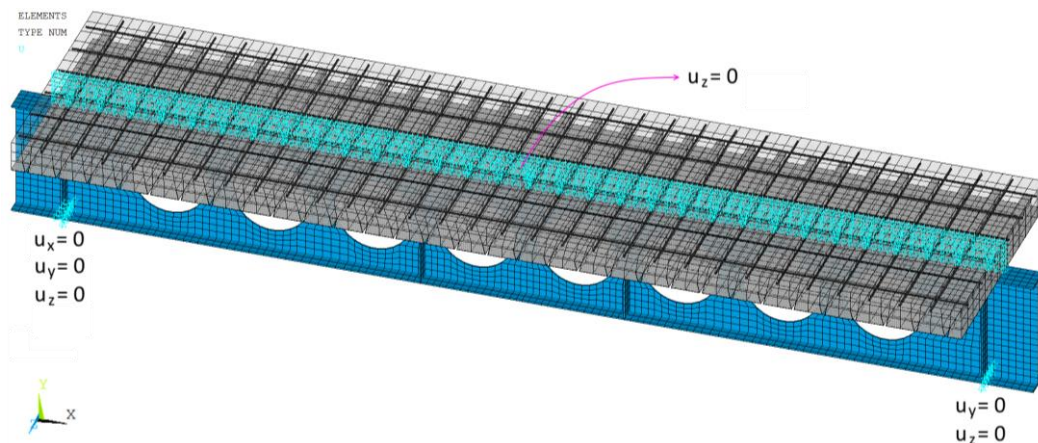
problema pode persistir, ainda que em menor magnitude. Nestes casos, uma opção disponibilizada no *script* é a adição de uma condição de contorno extra, que se trata do travamento lateral da laje. Esta condição é imposta restringindo-se os deslocamentos em  $z$  de todos os nós da laje contidos na sua seção longitudinal central, conforme ilustrado na figura 3.26, na qual os vínculos estão destacados em azul claro. Foram efetuados testes e verificou-se que as reações nestes vínculos acabam sendo muito pequenas, bem como que os resultados de deslocamentos em  $y$  e de tensões com ou sem esta vinculação extra são praticamente iguais, ou seja, aparentemente eles não afetam o comportamento global da viga de forma significativa, mas são suficientes para evitar um giro que, na realidade, não acontece.

Figura 3.25 – Condições de contorno: (a) sem utilizar simetria; (b) utilizando simetria



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 3.26 – Opção de restrição lateral da laje

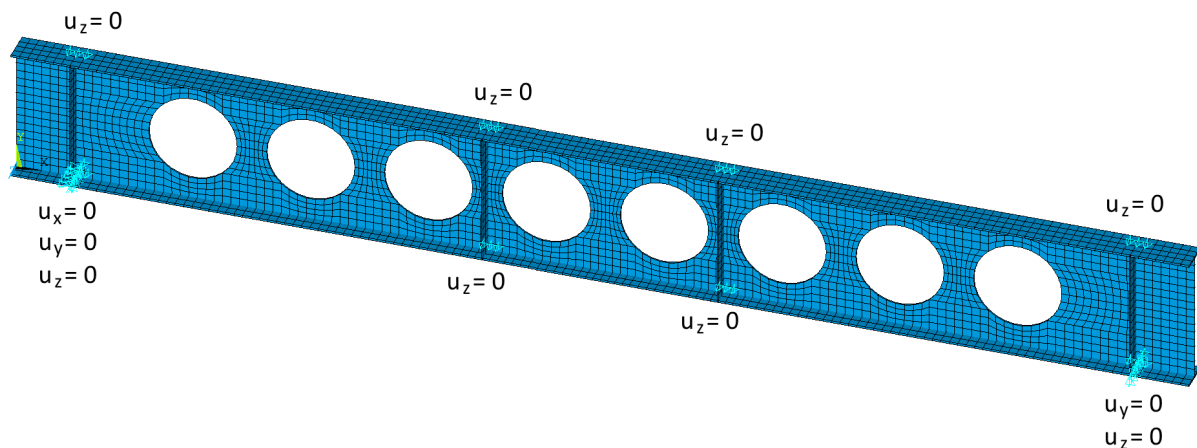


Fonte: elaborado pelo autor

Cabe ressaltar que, por mais que a motivação para adicionar estes vínculos extras tenha sido para resolver um problema aparentemente numérico, eles reproduzem, de certa forma, uma condição que existe na realidade: o travamento lateral da laje que ocorre em função de sua continuidade. Em edificações ou em pontes, por exemplo, muito dificilmente existirá apenas um perfil alveolar abaixo da laje, mas sim uma fila de dois ou mais perfis, os quais, trabalhando em conjunto entre si e com o restante da estrutura – inclusive com a própria laje – evitam que ela se mova lateralmente ou gire livremente. Em ensaios experimentais, por outro lado, é comum a introdução de restrições laterais na viga mista testada para evitar instabilidades no experimento, o que também vai ao encontro desta vinculação.

Por fim, no caso da modelagem de vigas alveolares simples, é possível adicionar restrições laterais extras em pontos específicos. Estes pontos são especificados no vetor  $ls\_posx$ , junto com a largura dessas restrições, no vetor  $tolx\_ls$ , a qual, segundo Bake (2010), pode ser bastante significativa no comportamento da viga. Estas vinculações são aplicadas nas mesas superior e inferior do perfil, nas posições em  $x$  definidas pelo usuário, através da restrição dos deslocamentos em  $z$  dos nós centrais das mesas, conforme ilustrado na figura 3.27. Estas vinculações têm como objetivo simular restrições laterais reais, tanto no caso de construções (vigas transversais, por exemplo), como no caso de ensaios experimentais de vigas alveolares, nos quais é comum a adição de vínculos laterais.

Figura 3.27 – Restrições laterais de perfis alveolares simples



Fonte: elaborado pelo autor

#### 3.1.4.2 Cargas aplicadas ou deslocamentos impostos

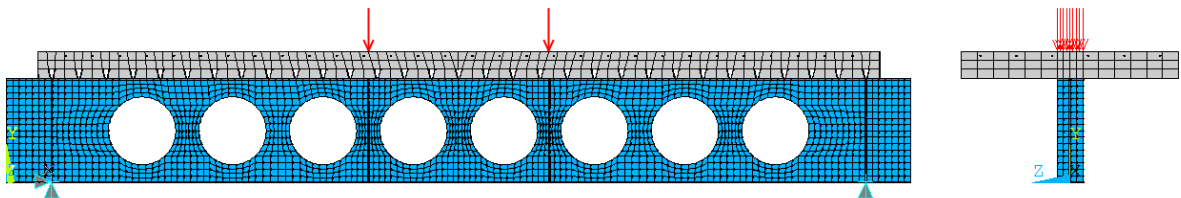
As cargas são aplicadas em nós pertencentes à face superior da laje, se for analisada uma viga alveolar mista; ou pertencentes à mesa superior do perfil, se for analisada uma viga alveolar

simples. Deve-se definir se estas cargas serão uniformemente distribuídas ao longo do vão ou concentradas em pontos específicos, devendo-se, neste último caso, definir também as suas respectivas posições em  $x$ . Por padrão, as cargas são aplicadas ao longo de uma largura em  $z$  igual à largura da mesa superior. O valor da carga total informada pelo usuário é automaticamente dividido entre o número de nós selecionados para a aplicação, sendo distribuída uniformemente entre eles.

No caso de trabalhar-se com uma única carga concentrada (ou com duas cargas concentradas simétricas), é possível aplicar, nos respectivos nós, deslocamentos impostos ao invés de cargas propriamente ditas. Esta alternativa é interessante do ponto de vista numérico, pois acelera e facilita o processo de convergência. Neste caso, o controle da força aplicada em cada subpasso é realizado pela soma das reações verticais nos apoios.

A figura 3.28 ilustra um caso de cargas concentradas (destacadas em vermelho) aplicadas na face superior da laje, nas posições em  $x$  onde há enrijecedores no perfil. Neste caso, como as cargas são simétricas (e a viga também), alternativamente poderiam ser impostos deslocamentos verticais nestes mesmos nós.

Figura 3.28 – Exemplo de aplicação de cargas concentradas



Fonte: elaborado pelo autor

### 3.1.5 Etapas e métodos de solução

Seguindo o procedimento utilizado por Mittelstadt Júnior (2017), a solução do problema numérico acontece em quatro etapas, visando a capacidade do modelo em simular de efeitos de instabilidade locais na análise não linear:

- (i) Solução estática base, através da aplicação de uma carga unitária;
- (ii) Solução de uma análise *Eigen-Buckling*, através da resolução de problema de autovetores e autovalores, para determinação dos modos de flambagem e dos fatores de carga associados à análise estática base;

(iii) Adição de imperfeições geométricas no perfil através da atualização da geometria do modelo, com base nas deformadas dos modos de flambagem obtidos, multiplicadas por fatores de redução;

(iv) Análise não linear final, através da aplicação da carga definida pelo usuário, dividida em subpassos<sup>5</sup> (*substeps*).

Nos tópicos a seguir estas etapas serão descritas em maiores detalhes.

### 3.1.5.1 Análise *Eigen-Buckling*

A análise *Eigen-Buckling* disponibilizada pelo Ansys é capaz de captar os modos de flambagem elástica e seus respectivos fatores de carga, através da solução de um problema de autovetores e autovalores. Segundo Bathe (2014, p. 90), problemas de autovalores podem aparecer tanto em análises dinâmicas quanto em análises estáticas. Neste último caso, eles geralmente surgem ao ser formulada a seguinte questão: *assumindo-se que a solução estática do sistema é conhecida, existe outra solução possível à qual este sistema poderia bifurcar se ele fosse levemente perturbado de sua posição de equilíbrio?* Segundo o autor citado, a resposta para esta questão depende tanto do sistema considerado quanto das cargas a ele aplicadas. Em outras palavras, a análise de autovalores em problemas estáticos estuda a bifurcação da condição de equilíbrio (flambagem) para um sistema sujeito a determinado carregamento. Matematicamente, estes problemas podem ser escritos na forma da equação (3.19).

$$\mathbf{K} \cdot \vec{\psi}_i = \lambda_i \cdot \mathbf{S} \cdot \vec{\psi}_i \quad (3.19)$$

Sendo:

$\mathbf{K}$  = matriz de rigidez da estrutura;

$\mathbf{S}$  = matriz *stress stiffness*, dependente das tensões devidas à carga aplicada;

$\vec{\psi}_i$  = autovetor  $i$ , que representa a forma da deformada da estrutura (modo de flambagem  $i$ );

$\lambda_i$  = autovalor  $i$ , associado ao autovetor  $i$  (fator de carga que gera o modo de flambagem  $i$ ).

Para efetuar tal análise, segundo o manual do Ansys (2018), é necessário realizar uma análise estática preliminar denominada análise base, com a opção PSTRES ligada, a fim de que a matriz

---

<sup>5</sup> O termo *substep* utilizado pelo Ansys se refere, na realidade, ao que é denominado na literatura científica como passo de carga, e representa um incremento de força (ou de deslocamento) na análise não linear. Todavia, para não gerar confusão com o termo *loadstep*, o qual também empregado pelo *software*, neste caso para denominar etapas do carregamento que são definidas pelo usuário, optou-se por utilizar, no presente trabalho, a tradução literal de *substep*, ou seja, subpasso de carga. No Ansys, cada *loadstep* é dividido em um número especificado de *substeps*.

*stress stiffness* seja calculada. Posteriormente, deve ser realizada a análise *Eigen-Buckling* propriamente dita, que calcula os modos de flambagem elástica e os fatores de carga a eles associados. Para obter as cargas de flambagem de cada modo, os respectivos fatores de carga devem ser multiplicados pela carga aplicada na análise base – motivo pelo qual geralmente são utilizadas cargas unitárias nesta análise preliminar. Cabe ressaltar que os modos de flambagem, por sua vez, definem apenas o formato da deformada, e não a sua magnitude: por padrão, o Ansys normaliza estes modos, de forma que o seu deslocamento máximo tenha valor unitário (no caso deste trabalho, igual a 1 cm).

No presente trabalho, optou-se por aplicar a carga unitária da análise base distribuída nos mesmos nós em que serão aplicadas as cargas da análise não linear final. Ou seja, as mesmas posições informadas pelo usuário para aplicação da carga final são utilizadas pelo *script* para aplicação da carga unitária da análise estática base.

O Ansys disponibiliza dois métodos numéricos para a solução do problema de autovalores e autovetores: o método *Block Lanczos* ou o método de *iteração de subespaços*, tendo sido adotada a primeira opção neste trabalho. O método escolhido é uma variação do algoritmo clássico de Lanczos (1950), e sua formulação é baseada no trabalho de Grimes, Lewis e Simon (1994). Segundo o manual do Ansys (2018), este método é recomendado para modelos com grande número de graus de liberdade, equações de compatibilidade e elementos tridimensionais. Os fatores de carga calculados podem ser positivos ou negativos: neste último caso, as cargas de flambagem possuem direção contrária à carga unitária aplicada na análise base. Uma vez que no problema analisado este resultado não teria sentido físico, optou-se por escolher apenas fatores de carga positivos, definindo-se um intervalo de interesse genérico entre 0 e 100000, o qual pode ser refinado para valores mais próximos dos fatores de carga de cada problema específico. Dentro deste intervalo, é possível escolher o número de modos a serem calculados, o qual deve ser maior do que o número de modos de interesse, com o objetivo de obter uma solução mais precisa. Neste trabalho, definiu-se por padrão o cálculo dos dez primeiros modos, associados aos dez menores autovalores positivos.

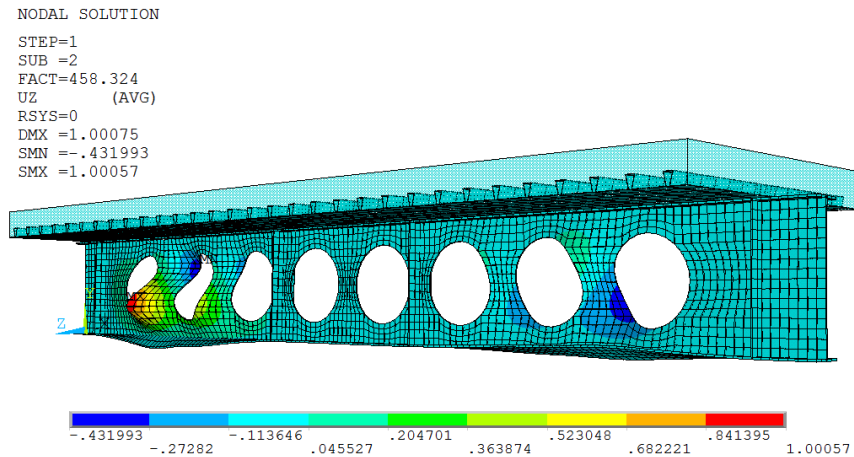
Cabe ressaltar que a análise *Eigen-Buckling* é utilizada neste trabalho com o objetivo principal de adicionar imperfeições geométricas ao perfil, conforme será detalhado no próximo item. Portanto, o interesse prático reside mais na forma dos modos de flambagem (autovetores) do que nos fatores de carga associados (autovalores), os quais não são utilizados diretamente pelo *script*. Contudo, estes fatores podem vir a ser utilizados como ferramenta auxiliar na



compreensão conceitual do comportamento da viga analisada, através da comparação entre os seus resultados e os resultados obtidos na análise não linear final.

A figura 3.29 ilustra um modo de flambagem de uma viga alveolar mista, associado à flambagem dos montantes da alma por cisalhamento, obtido com uma análise *Eigen-Buckling*.

Figura 3.29 – Modo de flambagem obtido com análise *Eigen-Buckling*



Fonte: elaborado pelo autor

### 3.1.5.2 Adição de imperfeições geométricas

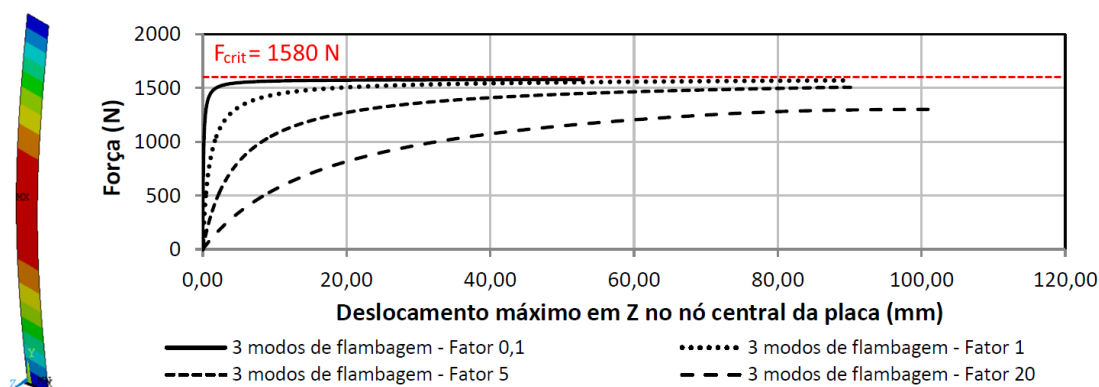
Segundo Mittelstadt Júnior (2017), irregularidades em um perfil de aço devidas aos processos de fabricação e transporte são ocorrências comuns, e podem ser significativas em seu dimensionamento. Bake (2010) salienta que estas imperfeições podem ser ainda maiores em um perfil alveolar, em função dos processos de corte e soldagem de sua alma. Estas irregularidades podem influenciar os efeitos de instabilidade locais, acelerando sua ocorrência, motivo pelo qual Chodraui (2006) indica que é essencial adicioná-las ao perfil em uma análise numérica não linear, a fim de que sejam encontrados resultados mais próximos da realidade.

Mittelstadt Júnior (2017, p. 53-60) realizou, através do Ansys, uma análise não linear de uma chapa fina de aço submetida à compressão. Notou-se que, na ausência da adição de imperfeições geométricas iniciais, a chapa é esmagada sem a ocorrência de deslocamentos laterais significativos, mesmo quando atingida a carga crítica de flambagem de Euler. Já quando imperfeições geométricas iniciais são adicionadas, a chapa apresenta grandes deslocamentos laterais antes que a carga crítica de flambagem seja atingida. A figura 3.30 ilustra parte deste estudo: em vermelho está destacada a carga crítica de flambagem, e as demais curvas mostram a evolução do deslocamento lateral no centro da chapa para diferentes configurações de imperfeições geométricas iniciais, adicionadas através da combinação de diferentes modos de



flambagem. Com isso, o autor concluiu que o Ansys só é capaz de captar a flambagem na análise não linear se forem adicionadas imperfeições geométricas iniciais à peça analisada; e que a forma e magnitude destas imperfeições exercem forte influência no seu comportamento. Essa situação é similar ao que ocorre com a alma do perfil de aço de uma viga mista.

Figura 3.30 – Estudo sobre adição de imperfeições geométricas iniciais



Fonte: adaptado de Mittelstadt Júnior (2017)

No presente trabalho, os efeitos de instabilidade apresentam grande importância, pois muitos dos modos de falha de perfis alveolares envolvem flambagens locais e globais. Portanto, além de ser recomendável a introdução de imperfeições geométricas com o objetivo de simular as irregularidades reais do perfil, esta consideração também é essencial do ponto de vista numérico, para que o modelo seja capaz de captar tais modos de falha.

Há diferentes maneiras de serem introduzidas imperfeições no perfil. Bake (2010), ao analisar vigas celulares, utilizou duas abordagens distintas: (i) aplicação de *trigger loads*, cuja tradução remete a *cargas de gatilho*, ou seja, cargas laterais com pequena magnitude, mas que são suficientes para introduzir imperfeições locais no formato esperado e assim desencadear instabilidades locais na análise não linear; ou (ii) combinação de  $n$  modos de flambagem obtidos de uma análise preliminar de autovalores e autovetores, através da equação (3.20).

$$\vec{\Delta\varphi} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \vec{\psi}_i \quad (3.20)$$

Sendo:

$\vec{\Delta\varphi}$  = vetor de imperfeições a ser adicionado à estrutura analisada;

$\vec{\psi}_i$  =  $i$ -ésimo autovetor (modo de flambagem  $i$ );

$w_i$  = fator de ponderação associado ao modo de flambagem  $i$ .

No presente trabalho adotou-se a segunda estratégia mencionada por Bake (2010), que também foi utilizada por Mittelstadt Júnior (2017), Vieira (2011), Ferrari (2013) e Gonçalves (2015). Contudo, os três últimos autores citados adicionaram como imperfeição apenas um único modo de flambagem, ponderado por um fator  $w_1$ , ao invés de efetuarem a combinação de mais modos.

No que diz respeito à amplitude da imperfeição geométrica inicial, há uma divergência nos valores utilizados por diferentes autores. O *Eurocode 3 – Part 1-5* (CEN, 2006) indica, para painéis retangulares de perfis de alma cheia, que a amplitude da imperfeição deve ser igual a  $A/200$ , onde  $A$  é a menor dimensão do painel. Também determina que no caso de combinações de imperfeições, as secundárias devem ter seus valores reduzidos para 70%. Contudo, a norma citada não faz referência para o caso de montantes da alma de perfis alveolares, os quais não são painéis propriamente ditos. De fato, Bake (2010) salientou que não existia normativa consolidada a respeito da adição de imperfeições iniciais geométricas de vigas alveolares, e utilizou o como amplitude o fator  $d_g/600$ , onde  $d_g$  é a altura total do perfil expandido. Vieira (2011) utilizou o valor de  $d_g/2000$ . Por outro lado, em sua tese de doutorado, Vieira (2015) buscou utilizar os valores reais das imperfeições geométricas iniciais medidas nos experimentos. Ferrari (2013), por sua vez, utilizou o valor de  $d_g/1000$ , assim como Gonçalves (2015), que deu sequência ao estudo de seu modelo numérico.

No caso da combinação de  $n$  modos de flambagem, os fatores  $w_i$  da equação (3.20) podem ser determinados a partir de um sistema linear, levando-se em consideração a amplitude admitida para cada modo, conforme detalhado na equação (3.21).

$$\begin{bmatrix} \psi_{11} & \cdots & \psi_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{n1} & \cdots & \psi_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Sendo:

$\psi_{ii} = 1$  cm – valor de deslocamento máximo do modo  $i$  (padrão do Ansys = 1);

$\psi_{ij}$  = valor do deslocamento do modo  $j$ , no ponto de deslocamento máximo do modo  $i$ ;

$w_i$  = fator de ponderação associado ao modo de flambagem  $i$ ;

$A_i$  = amplitude admitida para o modo  $i$ .

No presente trabalho utilizou-se, de um modo geral, o primeiro modo ou a combinação de dois modos, com suas amplitudes variando entre os valores de referência dos autores citados. Os valores exatos utilizados em cada caso serão explicitados na discussão dos exemplos. Dentro do *script*, na etapa de solução, pode ser realizada a escolha do(s) modo(s) a serem utilizados,

bem como determinados os valores de suas amplitudes. As imperfeições geométricas iniciais são então adicionadas automaticamente ao modelo através do comando UPGEOM.

### 3.1.5.3 Análise não linear

Após a adição das irregularidades, é dado início à análise não linear propriamente dita. Para tanto, são aplicadas as cargas (ou os deslocamentos impostos) previamente definidas pelo usuário, as quais, durante a análise, são divididas em subpassos. Com base no trabalho de Schmitz (2017), o método de solução padrão definido no *script* é o de *Newton-Raphson* completo, e o *solver* utilizado é o *Direct Sparse*. Caso seja adotado este método, também são utilizados os recursos *Automatic Load Stepping*, para que o Ansys aumente ou diminua o tamanho do subpasso de carga conforme a evolução da convergência; e *Line Search*, que multiplica os incrementos de deslocamento por um fator menor do que 1 sempre que for prevista uma resposta plástica com endurecimento. Contudo, baseando-se nas recomendações de trabalhos anteriores sobre vigas alveolares, entre eles Bake (2010), Vieira (2011) e Ferrari (2013), o método de solução pode ser modificado através da técnica *Arc-Length*, nos casos em que busca-se analisar o comportamento pós-flambagem, como será discutido adiante.

O número mínimo, máximo e recomendado de subpassos é definido pelo comando NSUBST. A condição de equilíbrio deve ser encontrada a cada subpasso, o que é realizado através de um processo iterativo, sendo que o número máximo de iterações em cada subpasso é definido pelo comando NEQUIT, e o controle dos critérios de convergência, entre eles a tolerância, é realizado através do comando CNVTOL. A solução não converge se, mesmo após atingido o número máximo de iterações, o equilíbrio entre forças internas e forças externas no subpasso analisado não for alcançado, tendo em vista a tolerância adotada. Contudo, através do OUTRES, é possível salvar os resultados de todos os subpassos, de modo que, mesmo que a solução não convirja até a carga estipulada pelo usuário, todos os resultados precedentes ficam registrados. Por esta razão, é importante definir nos parâmetros de entrada do *script* uma carga superior à carga estimada de ruptura.

No caso de dificuldades de convergência, ou seja, quando a solução para de convergir muito antes do esperado, é recomendável aumentar o número de subpassos e de iterações. A tolerância também pode ser alterada, entretanto neste caso é necessário ter cuidado com o valor utilizado, pois a precisão da solução e a sensibilidade do modelo podem vir a ser prejudicadas.

No que diz respeito aos métodos de solução disponibilizados no *script*, apesar de o método de *Newton-Raphson* ser o mais correntemente utilizado na solução de problemas não-lineares,

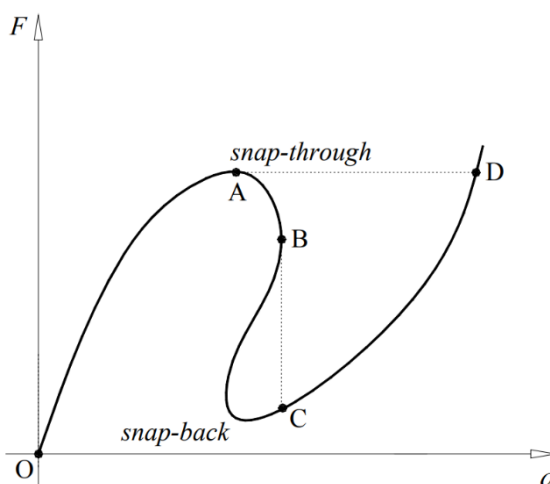
segundo Ferrari (2013), ele não é capaz de obter a solução nos casos em que há uma degradação significativa da rigidez da estrutura, resultado em incrementos de carga negativos, como por exemplo em problemas de instabilidade. Ou seja, no caso de aplicação de forças, este método não é capaz de captar o comportamento pós-flambagem da peça, quando a curva força *versus* deslocamento passa a ser decrescente (trecho posterior ao ponto A, na figura 3.31).

Há basicamente duas formas de contornar este problema:

- (i) Impor deslocamentos ao invés de aplicar forças na viga. Neste caso o método de *Newton-Raphson* é capaz, *a priori*, de captar o comportamento pós flambagem da viga alveolar, uma vez que os incrementos de deslocamentos seguem sendo positivos no domínio analisado, a menos que surja um fenômeno complexo de *snap-back*, conforme ilustrado na figura 3.31. Contudo, caso seja adotada esta alternativa, é necessário ter cuidado, pois o tamanho dos incrementos de deslocamento (magnitude dos subpassos) pode influenciar significativamente a precisão numérica do resultado após ser atingida a carga máxima;
- (ii) Alterar ou adaptar o método de solução, de forma que sejam superadas as dificuldades encontradas por *Newton-Raphson* na solução de problemas que exijam incrementos de carga negativos. Um método que se destaca neste sentido é o *Arc-Length*.

Para alguns casos específicos de carregamentos a alternativa (i) pode ser utilizada. Contudo, a imposição de deslocamentos no lugar de aplicação de forças nem sempre é possível: para a análise de uma viga sujeita a uma carga distribuída ao longo de seu vão, por exemplo, a aplicação de forças é obrigatória, sendo necessário adotar a alternativa (ii).

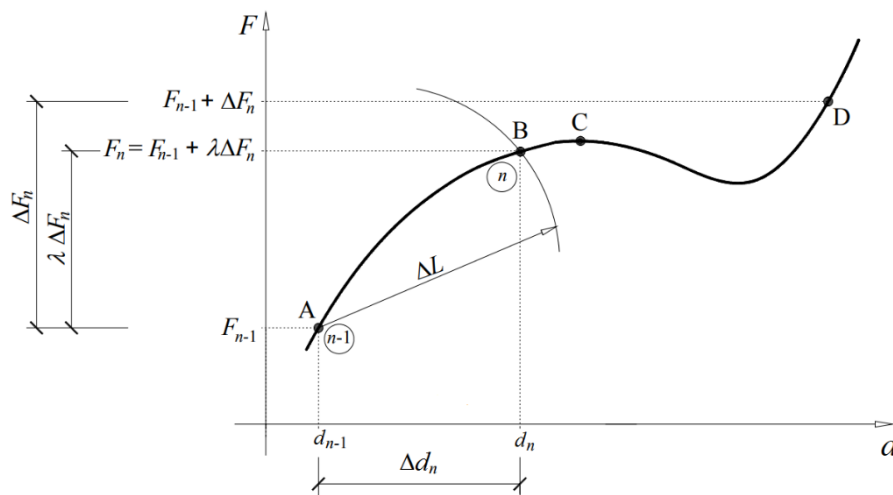
Figura 3.31 – Resposta em força *versus* deslocamento de uma estrutura que apresenta os fenômenos de *snap-through* e *snap-back*



Fonte: Gouveia *et al.* (2006)

Segundo Gouveia *et al.* (2006), nas técnicas iterativas destinadas a vencer as dificuldades apresentadas pelo método *Newton-Raphson*, o nível da carga passa a ser também uma incógnita, de forma que é adicionada uma nova equação ao problema. Esta equação restringe a solução a fim de que seja cumprido determinado critério, e por esta razão estes métodos são denominados métodos com solução restringida (*constrained methods*). No caso do método *Arc-Length*, o incremento de carga é multiplicado por um fator  $\lambda$ , cujo valor é determinado por uma equação de restrição, a qual corresponde à obtenção de uma solução localizada sobre o arco de raio  $\Delta L$ , conforme esquematizado na figura 3.32. Este método foi originalmente proposto por Riks (1970) e Wempner (1971), tendo sido sucessivamente aprimorado por diversos autores, entre eles Crisfield (1981 e 1983) e Bashir-Ahmed e Xiao-zu (2004).

Figura 3.32 – Princípio básico de funcionamento do método *arc-length*



Fonte: Gouveia *et al.* (2006)

De acordo com o manual do Ansys (2018), o método *Arc-Length* é aplicável a soluções estáticas não lineares de problemas que envolvam instabilidade, sendo possível, através dele, traçar curvas complexas de carga *versus* deslocamento nos regimes de flambagem e pós-flambagem de estruturas. Contudo, ele pode apresentar dificuldades em traçar curvas descontínuas ou não suaves que eventualmente podem surgir em alguns tipos de análises elastoplástico perfeitas e/ou com elementos de contato. Matematicamente, este método pode ser visto como o traçado de uma curva de equilíbrio em um espaço gerado pelas variáveis de deslocamentos nodais e pelo fator de carga total  $\lambda$ , os quais são tratados como incógnitas a serem solucionadas. Desta forma, o método pode ser considerado ele próprio como um método de passo de carga automático, e, portanto, o recurso *Automatic Load Stepping* pode ser desabilitado (se não for, o Ansys desabilita-o automaticamente antes de iniciar a solução). Pelo mesmo motivo, os recursos

*Predictor*, *Line Search* e *Stabilize* são desabilitados. Durante a solução não linear, o raio  $\Delta L$  associado a cada subpasso vai sendo automaticamente alterado conforme o grau de não linearidade envolvido. Quando a convergência do subpasso anterior ocorre com certa facilidade, o raio do próximo subpasso é aumentado; e quando a convergência é dificultosa, o raio é diminuído. Esta variação pode ser controlada pelos parâmetros MAXARC e MINARC, dentro do comando ARCLLEN. Para problemas com difícil convergência, recomenda-se que o valor de MAXARC seja definido próximo a 1, a fim de evitar aumentos excessivos nos valores dos raios dos subpassos. O raio do primeiro subpasso é proporcional ao primeiro fator de carga  $\lambda$ , o qual é calculado a partir do número de subpassos definido no comando NSUBST.

## 3.2 ORGANIZAÇÃO DO SCRIPT

O *script* desenvolvido é organizado em quatro seções principais: *dados de entrada*, *pré-processador*, *solução* e *pós-processador*. Dentro de cada uma dessas seções, são organizadas subseções para cada tópico específico. Esta organização está detalhada nos itens 3.2.1 a 3.2.4. O código completo, para uso estritamente acadêmico, pode ser solicitado ao CEMACOM<sup>6</sup> e ao autor do trabalho.

### 3.2.1 Dados de entrada

Na primeira seção do *script* constam os dados de entrada, os quais podem ser alterados a fim de simular diferentes tipos de vigas alveolares e vigas alveolares mistas. A rigor, para a maior parte dos problemas, a ideia é que apenas os valores contidos nesta seção sejam alterados, com todo o restante do código já automatizado. Para casos especiais de geometria, carregamento ou comportamento de materiais que não sejam contemplados pela automatização prevista, é possível alterar o corpo das outras seções, mas neste caso é necessário algum conhecimento de programação, bem como da linguagem APDL.

Uma exceção à ideia descrita acima se dá na definição das amplitudes dos modos de flambagem para adição de irregularidades: como estas amplitudes dependem da análise preliminar de autovalores e autovetores, optou-se por defini-los apenas na seção da solução.

Além dos dados de entrada propriamente ditos, também constam nesta primeira seção do *script* alguns cálculos preliminares, como por exemplo das dimensões exatas dos alvéolos a partir da definição do padrão alveolar. Em resumo, esta seção é organizada da seguinte forma:

---

<sup>6</sup> Av. Osvaldo Aranha, 99 – 3º andar. Escola de Engenharia, UFRGS. Porto Alegre, RS. CEP 90035-190.

Geometria: informam-se os dados geométricos da viga. Define-se se é viga alveolar simples ou alveolar mista, e, se for mista, define-se a geometria da laje. Depois, é definida a geometria do perfil original de alma cheia e do padrão alveolar, juntamente com a razão de expansão e da altura da chapa expansora, se houver. Passa-se então para a definição do comprimento do vão; disposição de conectores e de enrijecedores; dimensões das nervuras da laje, se houver; espessura da chapa *steel-deck*, se houver; e por fim entra-se com os dados da armadura.

Dados de materiais: informam-se todos os dados que são utilizados nos modelos de materiais. Também pode-se escolher quais tipos de modelos de materiais se deseja utilizar.

Vínculos: define-se se será adicionada ou não restrição lateral à laje. No caso de ser analisada uma viga alveolar simples, informam-se os pontos restrições laterais. Os demais vínculos utilizados já estão automatizados e não necessitam, *a priori*, de interferência do usuário.

Opções de malha: define-se o número de divisões das linhas da laje, bem como o tamanho máximo dos elementos do perfil. Define-se também a estratégia de geração de malha no perfil, conforme explicado no item 3.1.3 deste trabalho.

Cargas: define-se como são aplicadas as cargas: forças ou deslocamentos impostos, e informam-se seus respectivos valores e posições. No caso da aplicação de forças, escolhe-se se estas são concentradas ou distribuídas ao longo de todo o vão.

Opções de solução: define-se se são adicionadas imperfeições geométricas iniciais (caso não sejam, a solução inicia diretamente da análise não linear). Determinam-se as tolerâncias da convergência, o número máximo de iterações em cada subpasso e os números mínimo, máximo e recomendado de subpassos. Escolhe-se se o método *Arc-Length* deve ser utilizado ou não.

Opções de simetria: define-se se a viga é modelada com a condição de simetria ou não. Caso a geometria da viga não seja simétrica, esta condição automaticamente não é utilizada.

### 3.2.2 Pré-processador

Nesta seção do *script* são inseridos todos os comandos utilizados na fase de pré-processamento do Ansys. Estes comandos utilizam, de forma automatizada, os parâmetros de entrada definidos pelo usuário na seção anterior.

Inicialmente são definidos os tipos de elementos, as constantes reais, os modelos dos materiais e as seções transversais. É realizado, então, o desenho da geometria, com as respectivas subdivisões, e a geração da malha no perfil e na laje. Nesta etapa são salvas, também, as posições dos conectores em um *array*, em função da estratégia de geração de malha escolhida.

Posteriormente são geradas as malhas da armadura incorporada e da chapa *steel-deck*, e por último são gerados os conectores nas posições salvas anteriormente. Caso seja empregada a condição de simetria, os elementos da segunda metade da viga são apagados e os nós reenumerados. Por fim, são adicionados os vínculos e são definidas as opções de visualização (cores, forma dos elementos, cor do fundo de tela). Caso a opção de análise seja de uma viga alveolar simples, ou ainda uma viga de alma cheia, são realizadas algumas adaptações, de forma automática, no processo descrito.

### 3.2.3 Solução

Conforme já mencionado, a solução é dividida em quatro etapas (análise estática base, análise *Eigen-Buckling*, adição de irregularidades e análise não linear). Estas etapas são organizadas em subseções dentro desta seção do *script*. Caso opte-se por não adicionar irregularidades, a solução inicia diretamente da análise não linear. Caso contrário, recomenda-se que a solução seja realizada em partes: inicialmente é realizada a solução *Eigen-Buckling*, e então devem ser analisados os resultados obtidos para os modos de flambagem, a fim de determinar-se visualmente quais modos são utilizados para adição de irregularidades (normalmente são escolhidos os primeiros modos). Após realizada esta análise, são definidas as amplitudes dos modos. Por fim, após adicionadas as irregularidades, é realizada a análise não linear.

### 3.2.4 Pós-processador

Nesta seção são automatizados os códigos para visualização de resultados e/ou geração de gráficos. Optou-se por automatizar no *script* apenas o gráfico de força *versus* deslocamento. Os demais resultados devem ser verificados via interface gráfica do Ansys. Para gerar o gráfico força *versus* deslocamento, na análise dos resultados de cada subpasso são somadas as reações verticais nos apoios e medido o deslocamento no centro da viga. Este procedimento é automático e é realizado por ser bastante genérico, servindo tanto para a aplicação de cargas quanto para a imposição de deslocamentos.



## 4 VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

A validação do modelo numérico proposto foi realizada através da simulação numérica de ensaios experimentais conduzidos por diferentes autores, com a posterior comparação entre os resultados obtidos numericamente e experimentalmente. Em alguns casos, também foi realizada a comparação com resultados numéricos obtidos por trabalhos anteriores.

### 4.1 VIGAS ALVEOLARES

Neste item são analisadas vigas alveolares ensaiadas por Hosain e Speirs (1973), Warren (2001) e Vieira (2015). Hosain e Speirs (1973) realizaram ensaios experimentais de doze vigas casteladas, das quais foram escolhidas duas (A-1 e G-1), que apresentaram falha por mecanismo plástico e por mecanismo Vierendeel, com posteriores flambagens locais. Optou-se por escolhê-las já que os autores disponibilizaram resultados mais detalhados sobre quatro das vigas analisadas, A-1, G-1, G-2 e G-3, sendo que as vigas G-2 e G-3 apresentaram comportamento semelhante à viga G-1. Warren (2001) realizou ensaios experimentais de oito vigas celulares, dentre as quais a grande maioria falhou por formação de mecanismo Vierendeel. O autor também realizou a análise numérica, via elementos finitos, destas vigas. No presente trabalho optou-se por simular a viga 1A, comparando os resultados obtidos com os resultados experimentais e numéricos disponibilizados em seu trabalho. Vieira (2015) realizou ensaios de três grupos de vigas casteladas: grupo A (padrão Litzka); grupo B (padrão Anglo-Saxão); e grupo C (padrão Litzka e chapa expansora). O autor também realizou a simulação numérica destas vigas. O programa experimental foi planejado com o objetivo de que as vigas falhassem por flambagem do montante da alma por cisalhamento, o que de fato ocorreu com a grande maioria delas, contudo a viga A1 apresentou falha por flambagem lateral com torção, em razão da ausência de restrição lateral central, motivo pelo qual optou-se por analisá-la no presente trabalho. Além desta, a viga C2, por apresentar chapa expansora, também foi escolhida.

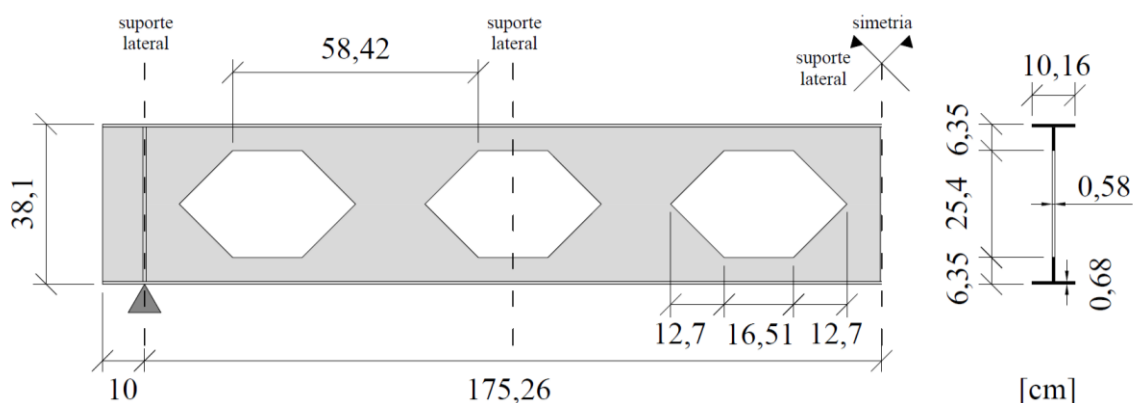
#### 4.1.1 Viga A-1 – Hosain e Speirs

A viga castelada A-1, ensaiada experimentalmente por Hosain e Speirs (1973), apresentou falha por formação de mecanismo Vierendeel, com posterior flambagem local.

Descrição do modelo experimental: A geometria da viga A-1 é ilustrada na figura 4.1, com suas respectivas dimensões, as quais foram convertidas para centímetros. A carga foi aplicada no centro do vão, através de incrementos de 17,79 kN até o final do regime elástico; após o início

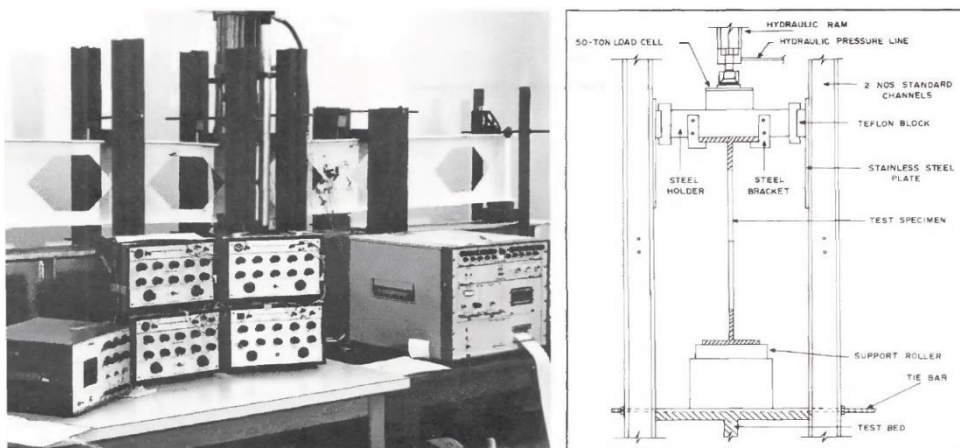
da plastificação, os incrementos passam a ser de 4,45 kN até a carga última ser atingida. Ao invés de ser medido o deslocamento vertical do centro da viga, os autores optaram por medir a rotação da extremidade apoiada. A figura 4.2 apresenta uma fotografia do sistema experimental utilizado, juntamente com um desenho esquemático dos suportes laterais, cujas posições são indicadas na figura 4.1. Os aços utilizados são do tipo CSA-G40.12, com módulo de elasticidade igual a  $20000 \text{ kN/cm}^2$ , e com as propriedades apresentadas na tabela 4.1.

Figura 4.1 – Geometria da viga castelada A-1 de Hosain e Speirs (1973)



Fonte: elaborado pelo autor com base em Hosain e Speirs (1973)

Figura 4.2 – Sistema experimental e desenho esquemático da restrição lateral



Fonte: Hosain e Speirs (1973)

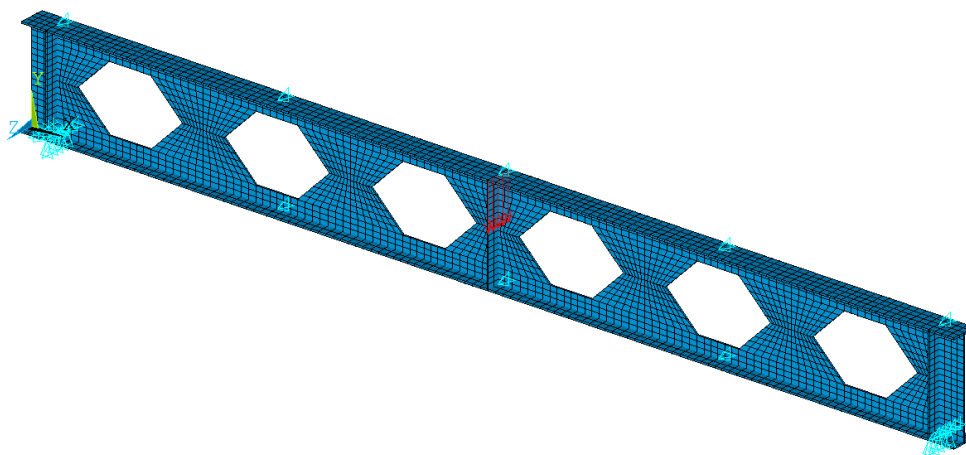
Tabela 4.1 – Propriedades dos aços da viga A-1, em  $\text{kN/cm}^2$

Mesas	Tensão de escoamento ( $f_{yf}$ )	42,92
	Tensão última ( $f_{uf}$ )	55,72
Alma	Tensão de escoamento ( $f_{yw}$ )	44,68
	Tensão última ( $f_{uw}$ )	55,81

Fonte: adaptado de Hosain e Speirs (1973)

Descrição do modelo numérico: O modelo de elementos finitos gerado com o *script* desenvolvido é ilustrado na figura 4.3. A malha foi gerada definindo-se um tamanho máximo para os elementos da alma de 3 cm. As mesas e enrijecedores foram divididos transversalmente em 4 elementos. O modelo resultante contém um total de 3112 elementos *shell181*.

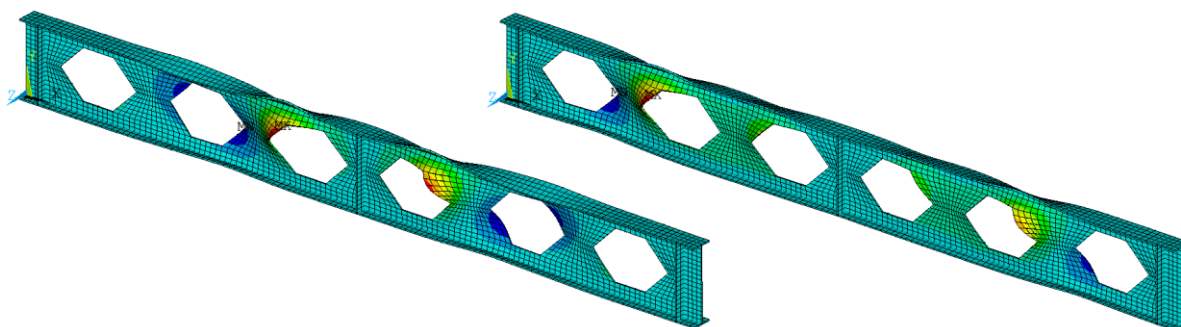
Figura 4.3 – Modelo numérico da viga A-1



Fonte: elaborado pelo autor

Foi utilizado o modelo de Gattesco (1999) para os aços das mesas e da alma, adotando-se os dados experimentais fornecidos e arbitrando-se  $\varepsilon_h/\varepsilon_y = 7,5$  e  $E_h = 400 \text{ kN/cm}^2$ . Foram empregados dois modos de flambagem elástica, ambos associados à flambagem dos montantes da alma, para gerar imperfeições. Para cada modo considerou-se uma amplitude de  $d_g/600$ , também usada por Bake (2010). A partir da definição das amplitudes, os fatores de ponderação foram calculados através da equação (3.21). Na análise não linear foi adotado o método *Arc-Length* com a aplicação de forças concentradas na mesa superior, no centro do vão, as quais estão ilustradas em vermelho na figura 4.3.

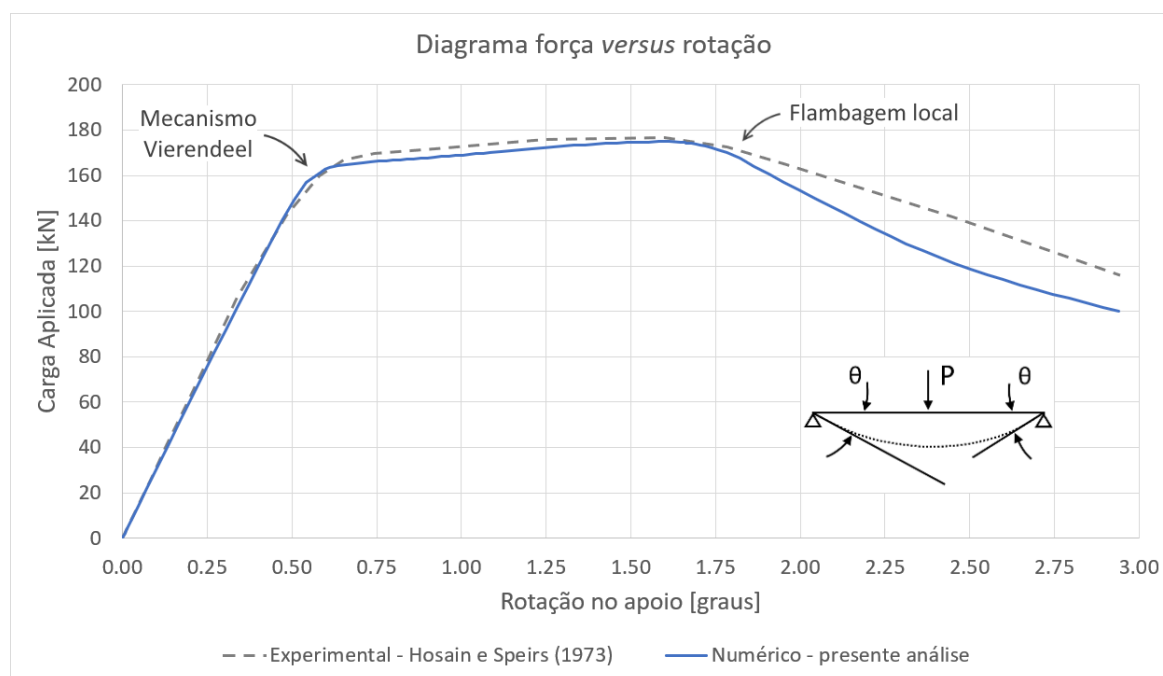
Figura 4.4 – Modos de flambagem adicionados como irregularidades



Fonte: elaborado pelo autor

Resultados: Na figura 4.5 são apresentados os resultados obtidos experimentalmente e numericamente para o diagrama de carga aplicada *versus* rotação no apoio.

Figura 4.5 – Comparação de resultados para a viga A-1 de Hosain e Speirs (1973)



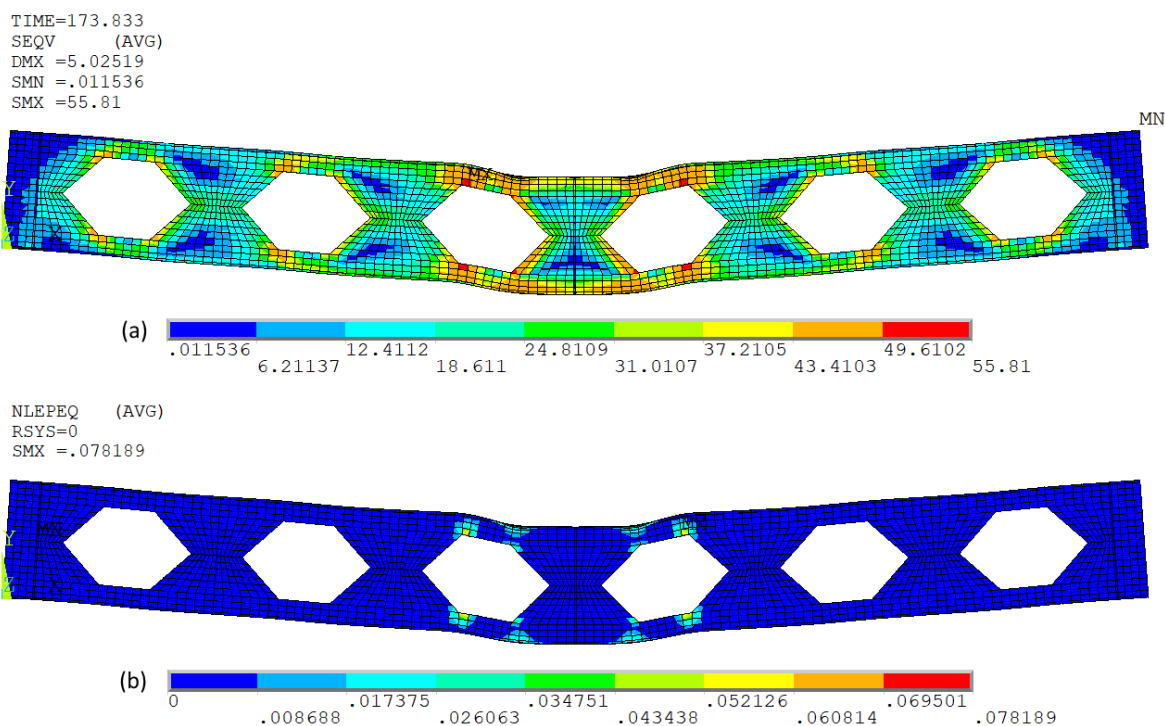
Fonte: elaborado pelo autor

Segundo Hosain e Speirs (1973), no ensaio experimental o início da plastificação ocorreu através da formação de mecanismo Vierendeel, o qual passou a se desenvolver, com o endurecimento do aço, e culminou em flambagem local no entorno de um dos alvéolos centrais. O modelo numérico captou estes dois fenômenos, com a única diferença de que a flambagem local ocorreu em torno dos dois alvéolos centrais, e não apenas em um. Provavelmente por esta razão a curva pós flambagem do modelo numérico tenha apresentado uma maior diferença em relação ao resultado experimental do que nos demais trechos do diagrama, onde os resultados do modelo numérico se ajustaram com grande precisão. Cabe ressaltar que tanto o ponto de início da flambagem quanto a curva pós flambagem são altamente dependentes da forma das irregularidades do perfil, a qual dificilmente poderá ser simulada com exatidão por modelos numéricos, em função da falta de dados reais sobre as imperfeições iniciais da viga analisada. Portanto, é esperado que haja maiores divergências neste trecho da curva.

A figura 4.6 mostra a resposta da viga do modelo numérico durante a formação do mecanismo Vierendeel, para uma carga de 173,83 kN: na figura 4.6a são representadas as tensões equivalentes de von Mises, e na figura 4.6b são representadas as deformações plásticas equivalentes. Nota-se que as tensões são significativamente maiores nos cantos dos alvéolos

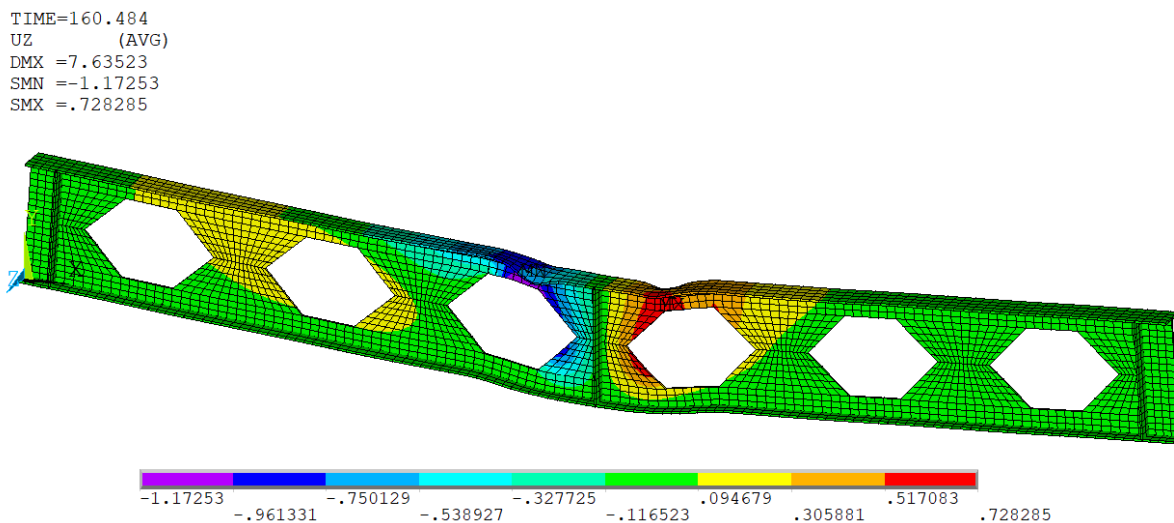
(chegando ao valor da tensão última, de 55,81 kN/cm<sup>2</sup>), onde também há maiores deformações plásticas, como é característico neste modo de falha. Para que a deformada ficasse mais visível, foi utilizado um fator de escala em deslocamentos igual a 3 na geração dos gráficos.

Figura 4.6 – Formação de mecanismo Vierendeel na viga A-1 – P=173,83 kN  
(a) Tensões equivalentes de von Mises; (b) Deformações plásticas equivalentes



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 4.7 – Flambagem local no entorno dos alvéolos centrais – P=160,48 kN



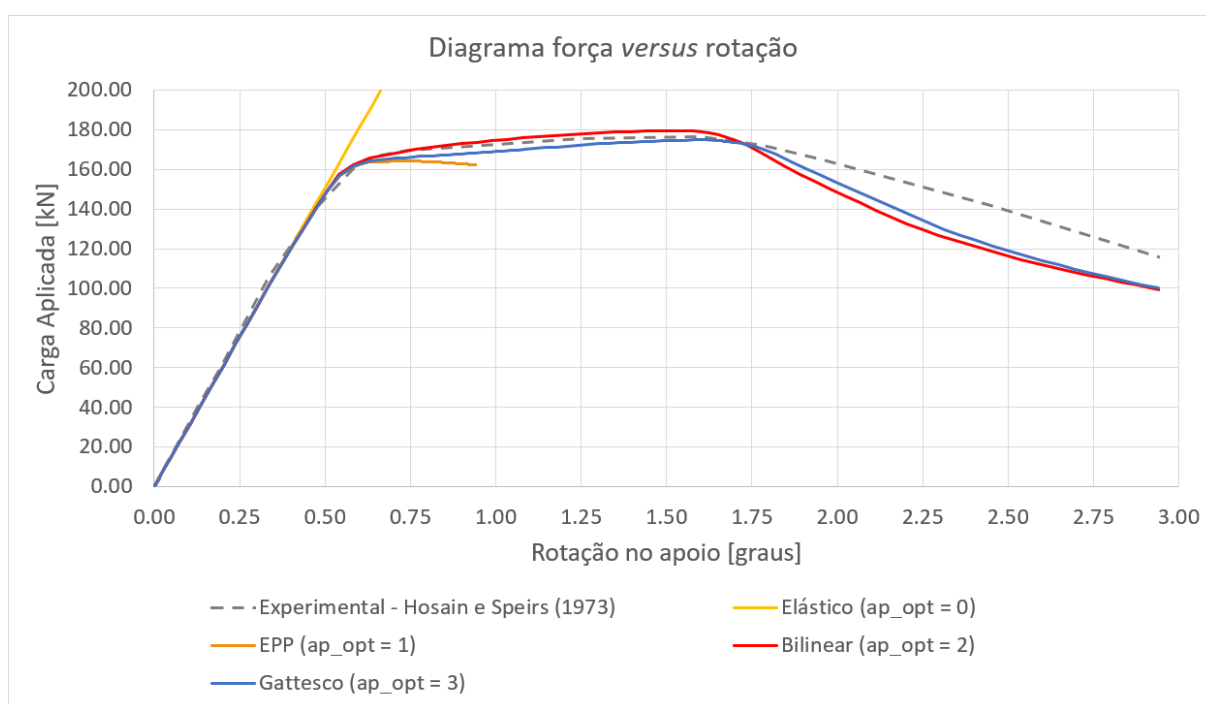
Fonte: elaborado pelo autor

A figura 4.7 representa os deslocamentos em  $z$  correspondentes a uma carga de 160,48 kN, com um fator de escala igual a 2, após a ocorrência de flambagem local nos cantos dos alvéolos centrais e na mesa superior, próximo às regiões onde fora formado o mecanismo Vierendeel, indicando que os fenômenos estão relacionados.

Fez-se um estudo de sensibilidade variando alguns parâmetros de entrada do modelo numérico, conforme apresentado a seguir.

Influência do modelo de material utilizado para o aço: Os diferentes modelos de material para o aço do perfil, que estão disponíveis no *script*, foram testados nesta viga, através da variação do parâmetro  $ap\_opt$ . No caso do modelo bilinear, usou-se  $E/100 = 200 \text{ kN/cm}^2$  como módulo de elasticidade tangente (CEN, 2006). A figura 4.8 apresenta os resultados obtidos.

Figura 4.8 – Resultados com variação de modelos para o aço

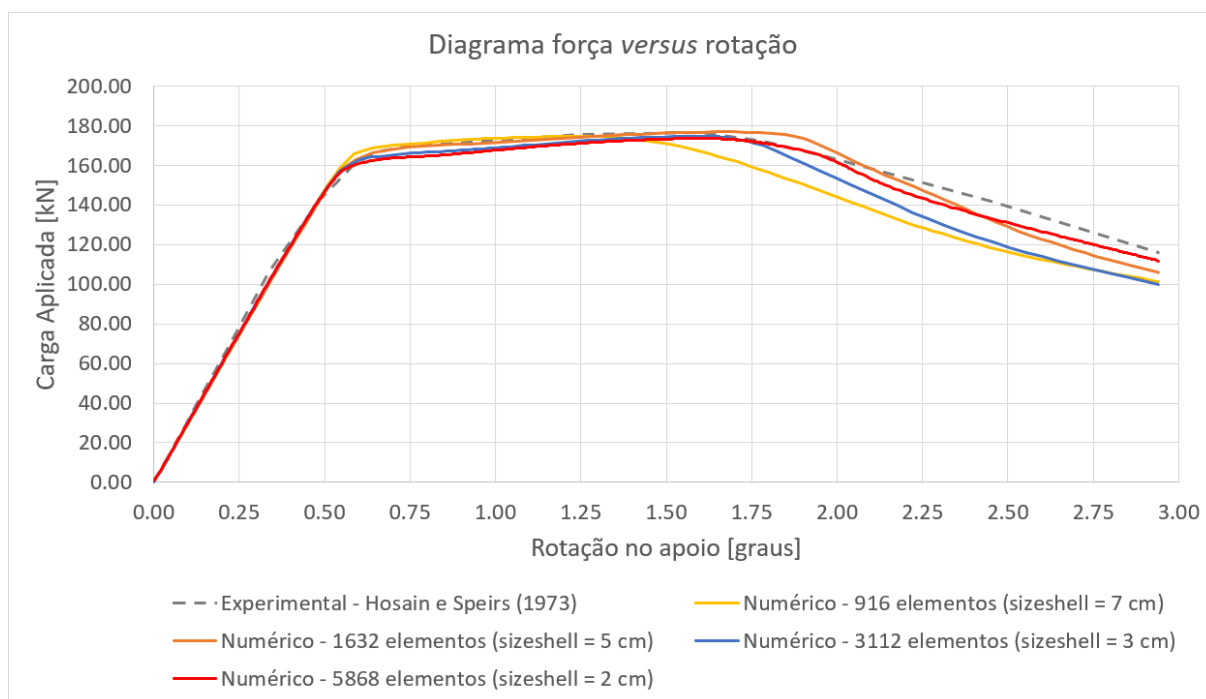


Fonte: elaborado pelo autor

A convergência do modelo elastoplástico perfeito parou precocemente, uma vez que ele não considera o endurecimento do aço. Já os modelos bilinear e de Gattesco (1999) apresentaram resultados relativamente próximos e captaram os fenômenos de plastificação e flambagem.

Influência do refinamento da malha: Foram testados diferentes refinamentos de malha, alterando-se o parâmetro *sizeshell*. A figura 4.9 mostra os resultados obtidos com diferentes malhas.

Figura 4.9 – Resultados com variação de refinamento de malhas



Fonte: elaborado pelo autor

Como pode ser verificado, os resultados dos quatro modelos numéricos são praticamente idênticos durante o regime elástico. Já no regime plástico, durante a formação do mecanismo Vierendeel, os modelos com as malhas mais refinadas (*sizeshell* = 2 e 3 cm) apresentaram resultados quase coincidentes entre si, enquanto que os demais apresentaram erros numéricos um pouco maiores, ainda que relativamente pequenos. No trecho pós flambagem, todas as curvas apresentaram divergências entre si, o que de certa forma já era esperado, uma vez que este trecho é bastante sensível numericamente. A malha com *sizeshell* = 2 cm apresentou melhores resultados neste trecho, indicando que as diferenças não estão associadas apenas com a forma da imperfeição. De uma forma geral, todos os modelos foram capazes de captar os dois fenômenos (formação de mecanismo Vierendeel e flambagem local), com maior ou menor precisão numérica.

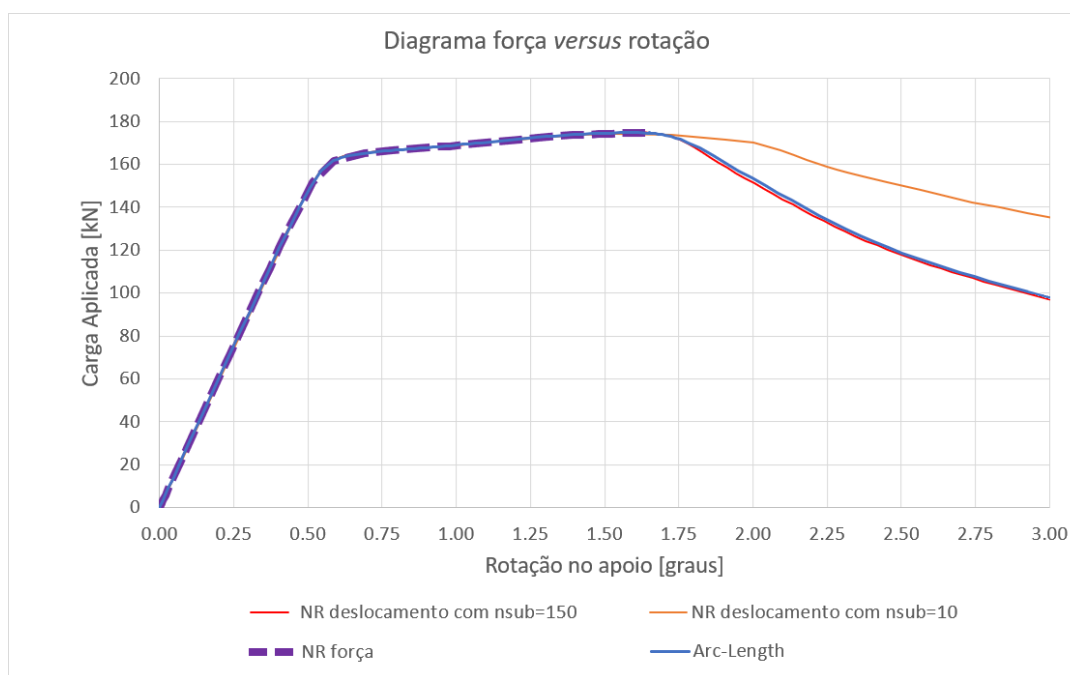
Em relação ao tempo de processamento, a análise com a malha mais refinada (*sizeshell* = 2 cm), durou cerca de 20 minutos, enquanto que com a segunda malha (*sizeshell* = 3 cm) durou cerca de 6 minutos. As análises com as outras duas malhas duraram um pouco menos do que isso, em torno de 2 e 4 minutos. A partir deste estudo concluiu-se que a malha com *sizeshell* = 3 cm aliou boa precisão numérica, especialmente nos regimes elástico e plástico, com tempo de processamento relativamente baixo. Contudo, caso se tenha interesse em capturar com precisão o comportamento pós flambagem, um maior refinamento pode vir a ser necessário.



Cabe ressaltar que, na avaliação da malha de uma viga alveolar, uma questão bastante importante é o número de elementos nos trechos da alma acima, abaixo e entre alvéolos. Portanto, não há como generalizar um valor ideal para o parâmetro *sizeshell*, e a malha de cada viga deve ser analisada em função das particularidades de sua geometria.

Influência do método de solução: Por fim, foram realizados testes alterando-se o método de solução. Utilizou-se o método *Arc-Length* e o método *Newton-Raphson*, sendo que, neste último, trabalhou-se com a aplicação de forças e com a imposição de deslocamentos (neste caso variou-se também o número sugerido de subpassos entre 10 ou 150). Os resultados são apresentados na figura 4.10. Em todos os casos, adotou-se como tolerância o valor de 0,01.

Figura 4.10 – Resultados com variação do método de solução



Fonte: elaborado pelo autor

Conforme esperado, o método de *Newton-Raphson* com a aplicação de forças parou de convergir antes da ocorrência da flambagem. Por outro lado, com a aplicação de deslocamentos verificou-se convergência até o final do intervalo considerado. Contudo, é possível observar que os resultados no trecho pós flambagem são extremamente sensíveis ao número de subpassos utilizado (e, conseqüentemente, ao incremento de deslocamento). Utilizando um número sugerido de subpassos igual a 150, os resultados entre os dois métodos (*Newton-Raphson* e *Arc-Length*) coincidiram. Contudo, utilizando um número sugerido de subpassos igual a 10, a curva apresentou outro formato. Portanto, é possível concluir que, caso seja utilizado o método de *Newton-Raphson* com aplicação de deslocamentos em problemas com flambagem, é necessário



efetuar um controle mais rigoroso do número de subpassos, ou, alternativamente, do incremento de deslocamentos. Este controle pode ser feito através do comando NSUBST, no qual são inseridos, nessa ordem, os números sugerido, máximo e mínimo de subpassos. Teoricamente, como o recurso *Automatic Load Stepping* está ligado, o Ansys calcula os primeiros incrementos de deslocamento com base no número sugerido de subpassos, e depois aumenta ou diminui estes incrementos, em função do grau de não linearidade do sistema, considerando os respectivos limites calculados a partir dos números mínimo e máximo de subpassos. Todavia, nos dois casos analisados considerou-se o número máximo de subpassos igual a 15000, ou seja, o Ansys tinha liberdade para diminuir significativamente o tamanho dos incrementos de deslocamento. No entanto, conforme observado, não foi o que ocorreu: o *software* não foi capaz de perceber automaticamente a necessidade de diminuir estes incrementos no trecho pós flambagem. Portanto, nestes casos não é suficiente aumentar o número máximo de subpassos, sendo necessário aumentar também o número sugerido e o número mínimo.

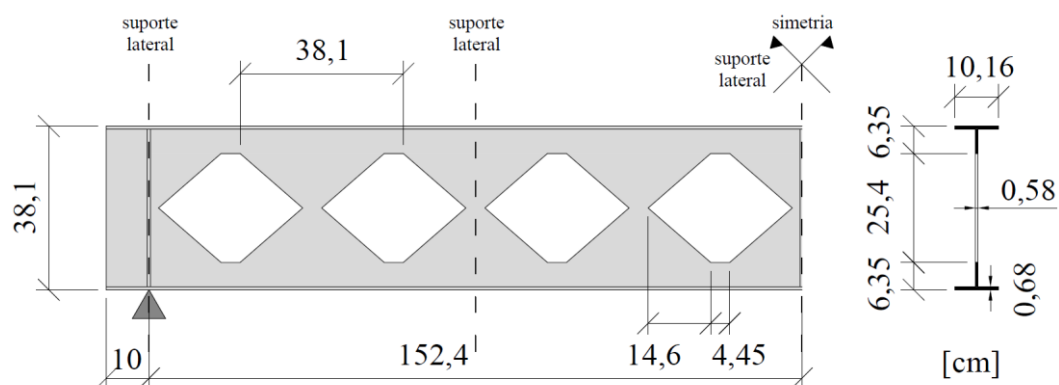
Já para o método *Arc-Length* foram utilizados os valores de MINARC igual a 1/1000 e de MAXARC igual a 10. Conforme mencionado, estes valores definem os limites de redução ou de aumento dos raios dos subpassos em relação ao raio inicial. O número de subpassos sugerido, o qual é usado pelo Ansys para calcular o raio inicial, foi tomado igual a 200. Foram realizados alguns testes variando estes três parâmetros, e concluiu-se que nesta viga estes valores são adequados para uma boa precisão numérica. Deve-se ter cuidado com o valor de MAXARC (não deve ser muito grande, e, para problemas mais complexos, deve ser mantido próximo de 1). Caso o número sugerido de subpassos fosse reduzido, o que acarretaria em um maior raio inicial, os valores de MAXARC e MINARC também deveriam ser reduzidos.

#### 4.1.2 Viga G-1 – Hosain e Speirs

A viga castelada G-1, ensaiada experimentalmente por Hosain e Speirs (1973), apresentou falha por formação de mecanismo plástico, com posterior flambagem do montante da alma.

Descrição do modelo experimental: A geometria da viga G-1 é ilustrada na figura 4.11, com suas respectivas dimensões. As posições das restrições laterais estão indicadas. Foram adicionados enrijecedores nas posições dos apoios e no centro do vão, onde foi aplicada a carga. Os aços utilizados são do tipo CSA-G40.12. Os autores não disponibilizaram os resultados de ensaios de tração para amostras desta viga, mas o fizeram para a viga G-2, na qual foi utilizado o mesmo tipo de aço. Admitiu-se, assim, os mesmos valores de tensões de escoamento e de tensões últimas para ambas (tabela 4.2), e módulo de elasticidade igual a 20000 kN/cm<sup>2</sup>.

Figura 4.11 – Geometria da viga castelada G-1 de Hosain e Speirs (1973)



Fonte: elaborado pelo autor com base em Hosain e Speirs (1973)

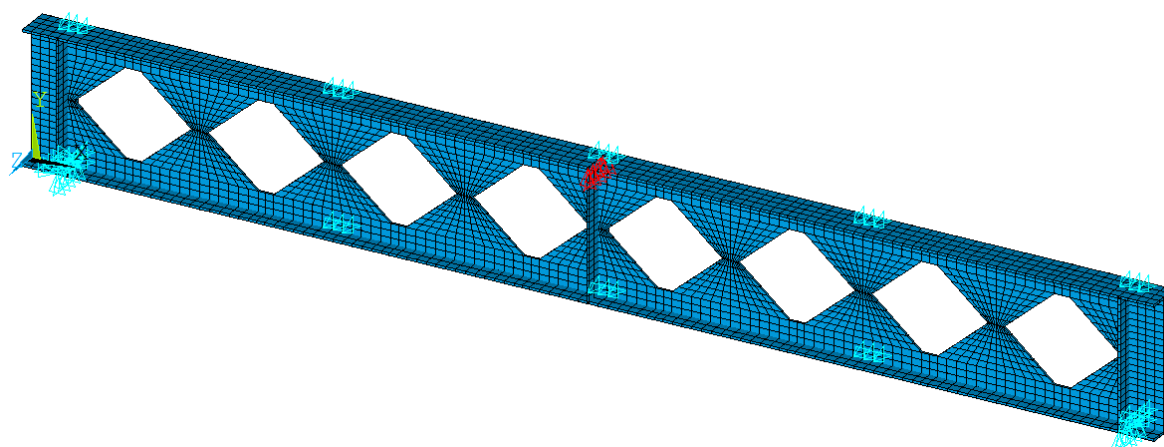
Tabela 4.2 – Propriedades admitidas para os aços da viga G-1, em kN/cm<sup>2</sup>

Mesas	Tensão de escoamento ( $f_{yf}$ )	30,52
	Tensão última ( $f_{uf}$ )	47,13
Alma	Tensão de escoamento ( $f_{yw}$ )	31,96
	Tensão última ( $f_{uw}$ )	47,83

Fonte: adaptado de Hosain e Speirs (1973)

Descrição do modelo numérico: O modelo de elementos finitos desenvolvido é ilustrado na figura 4.12. A malha mapeada foi gerada definindo-se como tamanho máximo para os elementos da alma o valor de 3 cm. As mesas e enrijecedores foram divididos transversalmente em 4 elementos. Desta forma, o modelo contém um total de 3376 elementos *shell181*. Foi utilizado o modelo de Gattesco (1999) para os aços das mesas e da alma, adotando-se os dados experimentais fornecidos, e arbitrando-se  $\varepsilon_h/\varepsilon_y = 7,5$  e  $E_h = 400 \text{ kN/cm}^2$ .

Figura 4.12 – Modelo numérico da viga G-1

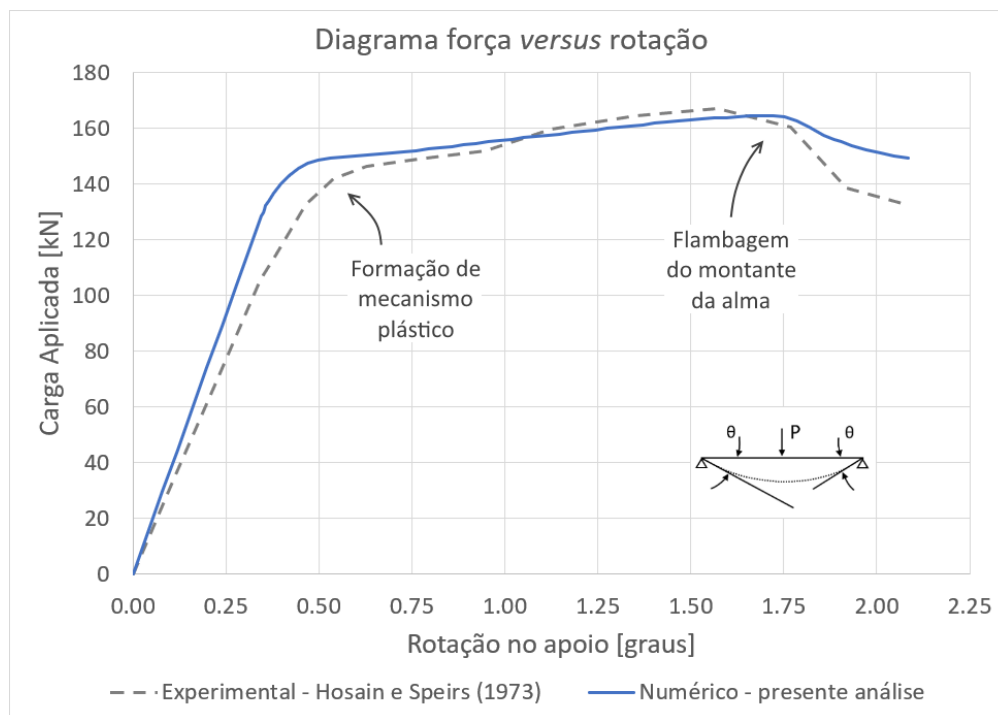


Fonte: elaborado pelo autor

Foram adicionados os dois primeiros modos de flambagem como irregularidades, ambos associados à flambagem dos montantes da alma, cada um com uma amplitude de  $d_g/600$ . Na análise não linear foi utilizado o método de *Newton-Raphson* com controle do número de subpassos e com a imposição de deslocamentos verticais na mesa superior, no centro do vão, os quais estão indicados em vermelho na figura 4.12.

**Resultados:** Na figura 4.13 são apresentados os resultados obtidos experimentalmente e numericamente para o diagrama de carga aplicada *versus* rotação no apoio. No trecho linear verifica-se que o modelo numérico é um pouco mais rígido do que a viga real. Como nesta viga os montantes da alma e as bases dos alvéolos são mais estreitos, os momentos secundários não se desenvolvem de forma significativa nas seções T superiores e inferiores. Deste modo, não ocorre formação de mecanismo Vierendeel, mas sim formação de mecanismo plástico puro, devido ao momento principal, como de fato foi relatado no trabalho de Hosain e Speirs (1973). O modelo numérico captou este modo de colapso, como fica visível na figura 4.14, onde são representadas as deformações plásticas equivalentes para a carga de 164 kN: nota-se que há plastificação de toda região acima e abaixo dos alvéolos centrais, inclusive das mesas.

Figura 4.13 – Comparação de resultados para a viga G-1 de Hosain e Speirs (1973)

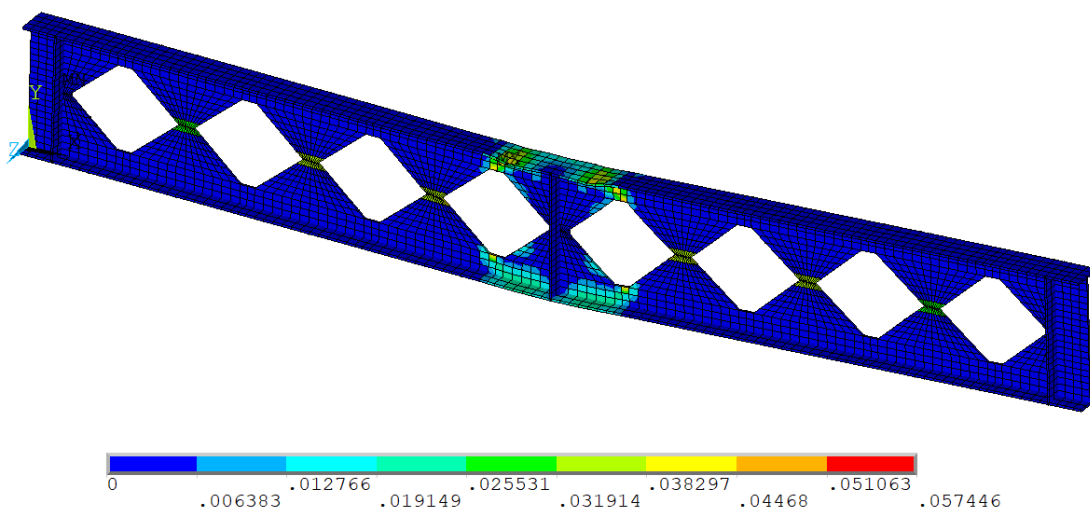


Fonte: elaborado pelo autor

Também é interessante observar na figura 4.14 que, simultaneamente à formação de mecanismo plástico, iniciou-se a plastificação dos centros dos montantes da alma, o que indica que a ruptura

na região da solda poderia estar próxima. De fato, Hosain e Speirs (1973, p. 335) dimensionaram a viga G-1 na intenção de equilibrar as resistências ao mecanismo plástico e à ruptura na solda por cisalhamento, com o objetivo de observarem experimentalmente qual destes modos de falha ocorreria antes. Portanto, o resultado numérico é coerente. Após a plastificação e o conseqüente endurecimento do aço, Hosain e Speirs (1973) relataram a ocorrência de flambagem do montante da alma adjacente a um dos alvéolos centrais. O modelo numérico também captou este fenômeno, conforme ilustrado na figura 4.15, onde são representados os deslocamentos em  $z$ , para a carga de 160 kN, após o início da flambagem.

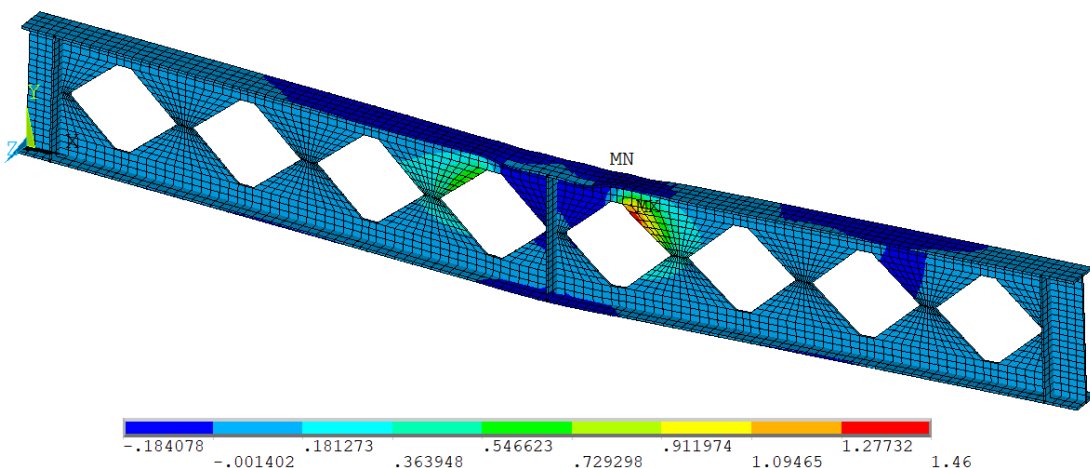
Figura 4.14 – Deformações plásticas equivalentes na viga G-1 – P=164 kN



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 4.15 – Deslocamentos em  $z$  na viga G-1 – P=160 kN

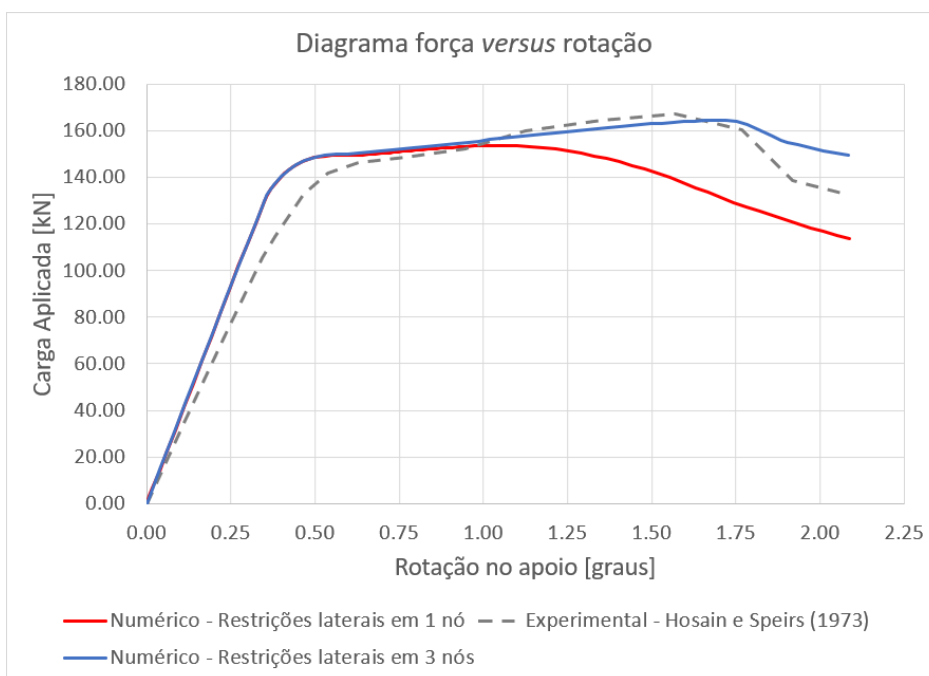
UZ (AVG)  
DMX =6.35467  
SMN =-.184078  
SMX =1.46



Fonte: elaborado pelo autor

Influência da largura das restrições laterais: Uma questão que surgiu na análise deste exemplo foi a largura a ser adotada para as restrições laterais. Bake (2010) já havia salientado que estas larguras podem influenciar a flambagem local de vigas alveolares simples. De fato, utilizando cada restrição lateral em apenas um nó, como fora feito na viga A-1, a flambagem ocorreu precocemente, no meio do trecho de endurecimento do aço, conforme apresentado na figura 4.16. Optou-se, então, por trabalhar com restrições laterais mais largas, aplicadas a três nós, conforme já havia sido mostrado no modelo da figura 4.12. De certa forma, esta consideração simula a largura das restrições laterais utilizadas no ensaio experimental.

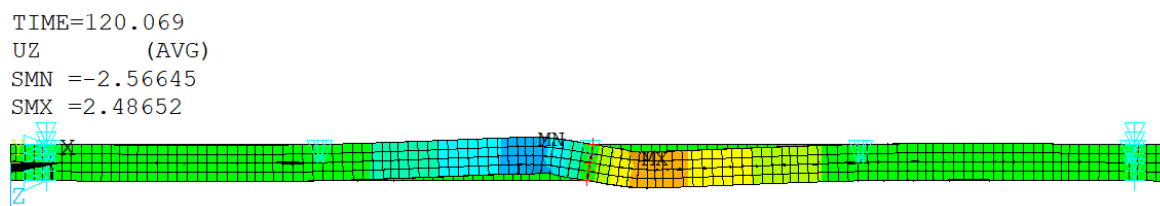
Figura 4.16 – Influência da largura das restrições laterais



Fonte: elaborado pelo autor

Percebe-se que o ponto de início da flambagem foi consideravelmente afetado por essa alteração. Optou-se por realizar o mesmo teste no modelo da viga A-1, mas verificou-se que naquele caso a mudança na curva foi bem menos significativa. Analisando-se a figura 4.17, que representa a vista superior da deformada desta viga, considerando apenas um nó por restrição, tem-se uma possível explicação para esta mudança de comportamento da viga G-1. Nota-se que a viga tende a girar em torno da restrição, o que não ocorre se um número maior de nós for restringido, ou seja, pode-se considerar que os modos de flambagem são distintos para um destes casos. De certo modo, é um comportamento esperado, já que restringir apenas um nó gera um vínculo similar a uma lâmina, ou seja, que permite o giro, o que não corresponde à realidade.

Figura 4.17 – Vista superior da deformada após a flambagem da viga G-1 com restrições laterais aplicadas em apenas um nó



Fonte: elaborado pelo autor

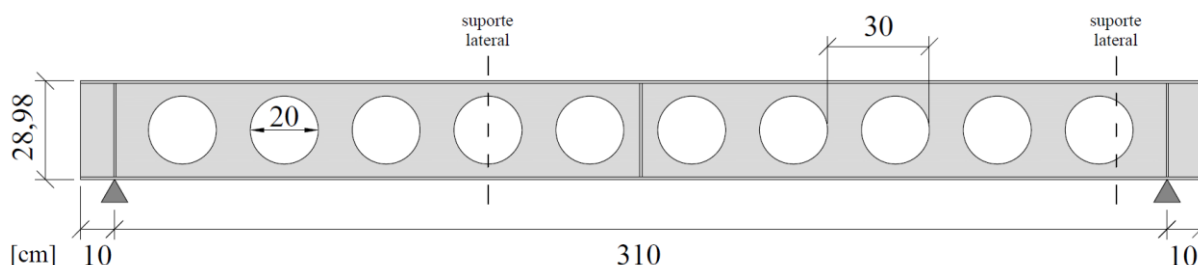
Esta questão comprova como a simulação numérica da flambagem é sensível a pequenos detalhes. Neste trabalho, com o objetivo de ajustar os modelos numéricos aos resultados experimentais, optou-se por utilizar restrições laterais mais largas em alguns exemplos. Estima-se que esta condição esteja mais próxima da realidade, já que uma restrição em um único nó, que permita o giro, é uma idealização pouco provável na prática. Porém, ressalta-se que os autores não forneceram informações mais detalhadas sobre tais restrições nos experimentos.

#### 4.1.3 Viga 1A – Warren

A viga celular 1A, ensaiada experimentalmente por Warren (2001), apresentou falha por formação de mecanismo Vierendeel.

Descrição do modelo experimental: A geometria da viga 1A é ilustrada na figura 4.18, com suas respectivas dimensões em centímetros. Além das dimensões indicadas, tem-se que a espessura da alma é igual a 0,58 cm, das mesas são iguais a 0,78 cm e dos enrijecedores são iguais a 0,8 cm (central) e 0,6 cm (apoios). A largura das mesas é igual a 13,34 cm.

Figura 4.18 – Geometria da viga 1A ensaiada por Warren (2001)



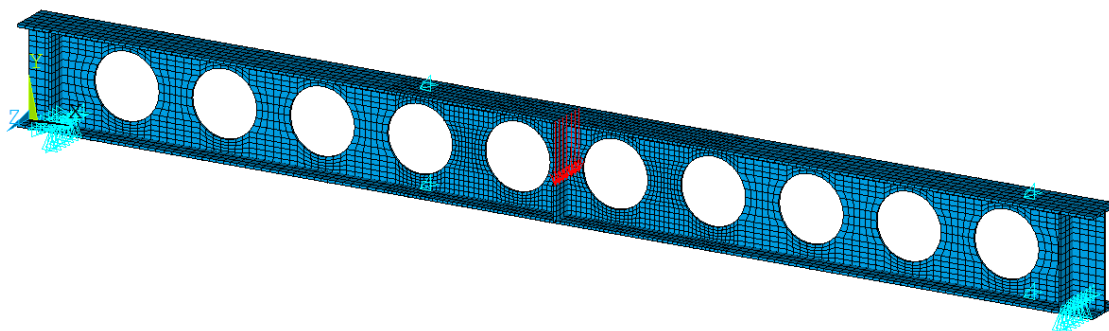
Fonte: elaborado pelo autor com base em Warren (2001)

No ensaio realizado, a carga foi aplicada no centro do vão, e os deslocamentos foram medidos acima de um dos alvéolos centrais. As posições das restrições laterais são assimétricas, conforme mostrado na figura 4.18. Foi utilizado o aço do tipo 300W, sendo as curvas padrão de tensão-deformação disponibilizadas pelo autor. Segundo Warren (2001, p. 71), foram

realizados ensaios de tração em amostras retiradas da viga, obtendo-se  $f_y = 31 \text{ kN/cm}^2$  para o aço das mesas, e  $f_y = 32,8 \text{ kN/cm}^2$  para o aço da alma. Em seu modelo numérico, o autor utilizou dados das curvas padrão para o trecho de endurecimento, juntamente com as tensões de escoamento obtidas dos ensaios.

Descrição do modelo numérico: O modelo numérico desenvolvido é ilustrado na figura 4.19. A malha foi gerada com maior refinamento na região central da viga, com o objetivo de simular com maior precisão os efeitos locais do mecanismo Vierendeel (para o comportamento global, este refinamento não seria necessário). Ao todo, foram gerados 4764 elementos *shell181*.

Figura 4.19 – Modelo numérico da viga 1A



Fonte: elaborado pelo autor

Foi utilizado o modelo constitutivo de Gattesco (1999), com os valores da tabela 4.3, que foram obtidos do ajuste deste modelo às curvas padrão do aço 300W (WARREN, 2001, p. 119). Como tensões de escoamento, utilizou-se diretamente os valores dos ensaios de tração realizados pelo autor, os quais, para a viga 1A, resultaram bastante próximos aos valores destas curvas padrão.

Tabela 4.3 – Propriedades admitidas para os aços da viga 1A

	Alma	Mesas
Módulo de elasticidade $E$ [kN/cm <sup>2</sup> ]	18789	19674
Tensão de escoamento $f_y$ [kN/cm <sup>2</sup> ]	32,8	31,0
Tensão última $f_u$ [kN/cm <sup>2</sup> ]	43,0	43,0
Razão $\varepsilon_h/\varepsilon_y$	8,0	6,5
Inclinação no início do endurecimento $E_h$ [kN/cm <sup>2</sup> ]	120	450

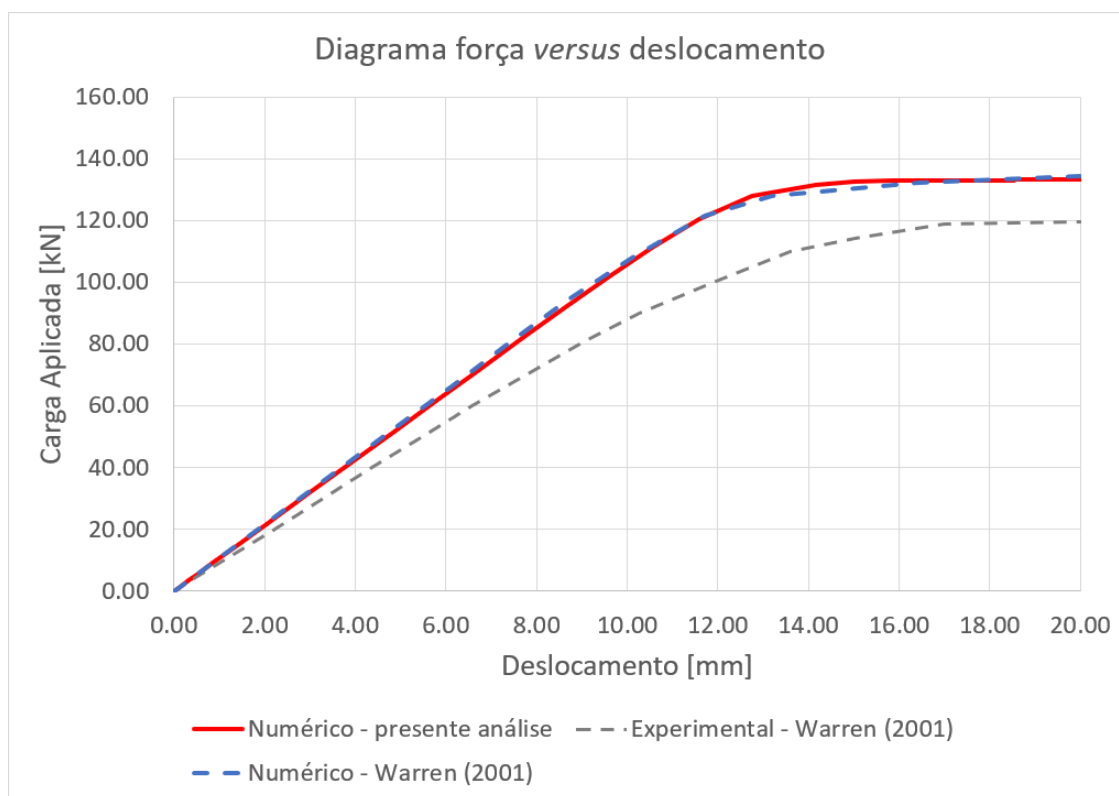
Fonte: elaborado pelo autor com base em Warren (2001, p. 119)

A título de comparação, Warren (2001) utilizou no seu modelo numérico um modelo bilinear com as mesmas tensões de escoamento e com inclinações dos trechos de endurecimento iguais a  $56,18 \text{ kN/cm}^2$  e a  $224,72 \text{ kN/cm}^2$ , para a alma e para as mesas, respectivamente.

Foram adicionados dois modos de flambagem como irregularidades, ambos associados à flambagem dos montantes da alma, um com uma amplitude de  $d_g/200$ , e outro com uma amplitude de  $d_g/600$ . A amplitude de um dos modos foi aumentada neste exemplo, pois os montantes desta viga não apresentaram nenhuma tendência em flambar, então decidiu-se testar um valor maior para ver se essa tendência surgia – o que, mesmo assim, não ocorreu. Na análise não linear foi utilizado o método *Arc-Length* com aplicação de forças.

**Resultados:** Os resultados dos diagramas de força por deslocamento são apresentados na figura 4.20. Como pode-se perceber, os modelos numéricos de Warren (2001) e do presente trabalho apresentaram resultados muito semelhantes, quase coincidentes. Contudo, ambos superestimaram a resistência da viga em relação ao resultado experimental. A título de comparação, a carga última no ensaio experimental foi de 119,5 kN, enquanto que no modelo numérico deste trabalho foi de 133,4 kN, ou seja, 11,6% maior. Uma possível explicação para este resultado pode estar na exatidão dos dados da geometria e dos materiais fornecidos no trabalho de Warren (2001), uma vez que o modelo numérico do próprio autor apresentou esta mesma diferença. Nota-se também uma pequena diferença na rigidez inicial dos modelos numéricos em relação à estrutura real, que apresenta um comportamento menos rígido.

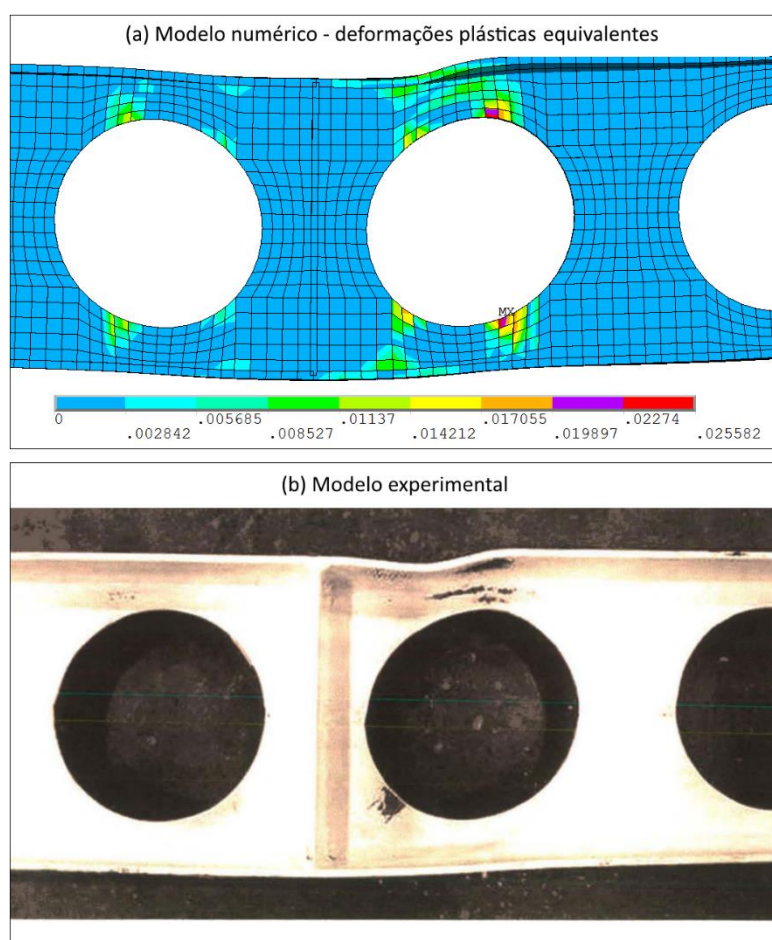
Figura 4.20 – Resultados para a viga 1A de Warren (2001)





De uma forma geral, contudo, o modelo numérico foi capaz de captar o comportamento da viga e o modo de falha por formação de mecanismo Vierendeel. Na figura 4.21 é feita uma comparação dos padrões de plastificação. Como pode-se perceber, através da representação das deformações plásticas equivalentes, os cantos do alvéolo estão totalmente plastificados na carga última. Além disso, observa-se que, acima deste alvéolo, o padrão de flambagem local da mesa foi bastante semelhante no experimento e no modelo numérico.

Figura 4.21 – Padrões de plastificação – modelo numérico (P=133 kN) e experimental

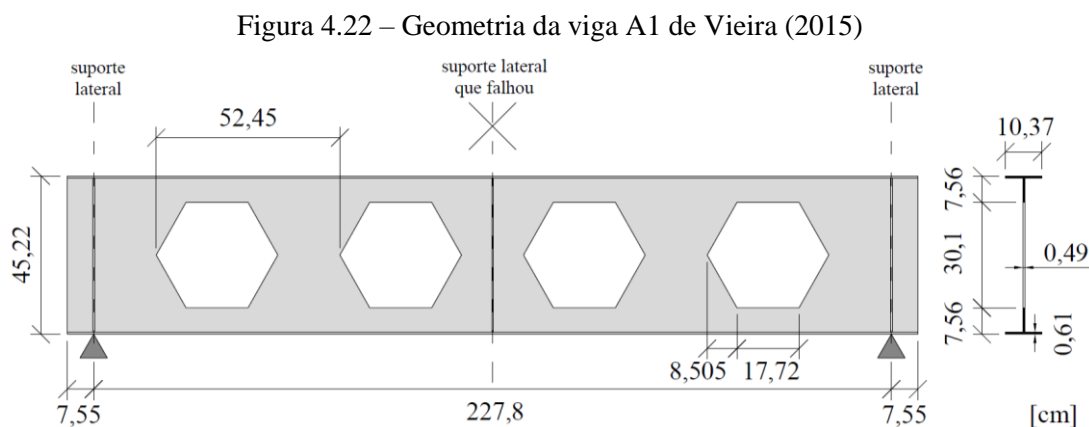


Fonte: (a) elaborado pelo autor; (b) Warren (2001, p. 15)

#### 4.1.4 Viga A1 – Vieira

A viga castelada A1, ensaiada por Vieira (2015), apresentou tendência em falhar por flambagem dos montantes da alma. Porém, durante o ensaio a restrição lateral central apresentou uma falha técnica e deixou de funcionar, de modo que a viga passou a ficar livre lateralmente entre os apoios. Com isso, a falha acabou ocorrendo por flambagem lateral com torção. Optou-se por estudar esta viga com o objetivo de tentar simular este modo de colapso.

Descrição do modelo experimental: A geometria da viga A1, com padrão Litzka, é ilustrada na figura 4.22. Foram consideradas as suas dimensões reais, medidas no ensaio, disponíveis em Vieira (2015, p. 38).



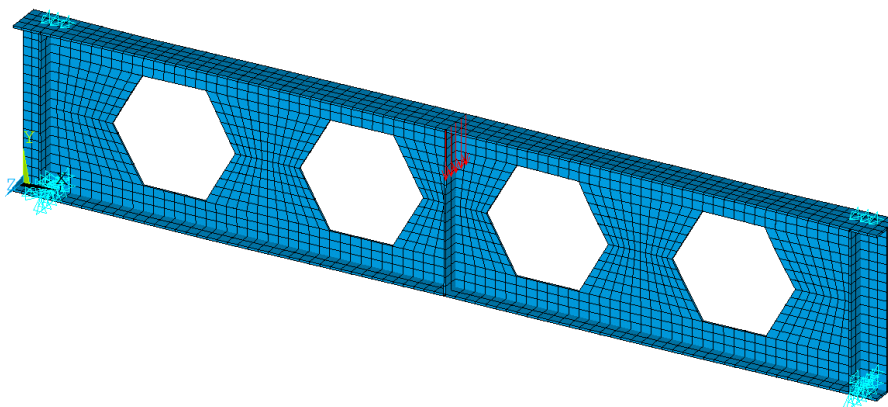
Fonte: elaborado pelo autor com base em Vieira (2015)

A carga foi aplicada no centro do vão, na mesa superior; e os deslocamentos foram medidos a uma distância de 13,6 cm do centro do vão, na mesa inferior. Os suportes laterais foram aplicados nos apoios e no centro do vão, sendo que este último, conforme comentado, apresentou uma falha técnica. O aço do perfil é o ASTM A-572 Grau 50. As tensões de escoamento e última do aço foram caracterizadas através de ensaios de tração de amostras retiradas das mesas da viga (não foram retiradas amostras da alma para os testes), resultando em  $f_y = 34,9 \text{ kN/cm}^2$  e em  $f_u = 41,4 \text{ kN/cm}^2$  (VIEIRA, 2015, p. 35).

Descrição do modelo numérico: O modelo numérico desenvolvido é ilustrado na figura 4.23. Como a restrição lateral central não funcionou no modelo experimental, optou-se por não adicioná-la. A malha foi gerada para um tamanho máximo do elemento igual a 3 cm, de forma que, no total, foram criados 2112 elementos *shell181*. O aço foi representado pelo modelo constitutivo de Gattesco (1999), com as tensões  $f_y$  e  $f_u$  do experimento, módulo de elasticidade de 20000 kN/cm<sup>2</sup>, razão  $\varepsilon_h/\varepsilon_y$  igual a 7,5 e inclinação no início do endurecimento igual a 400 kN/cm<sup>2</sup>. As imperfeições geométricas foram geradas pela combinação do 1º e 3º modos de flambagem, ilustrados na figura 4.24. O 1º modo está associado à flambagem dos montantes da alma, com carga crítica de 191,47 kN; e o 3º modo está associado a uma mescla de flambagem em torno dos alvéolos e flambagem lateral com torção, com carga crítica de 229,19 kN. Inicialmente fez-se uma combinação ponderada destes modos, considerando-se uma amplitude de  $d_g/52$  para o 1º modo, e de  $0,7.d_g/52$  para o 3º modo, com os respectivos fatores de ponderação calculados pela equação (3.21). Estes valores são bastante superiores aos que

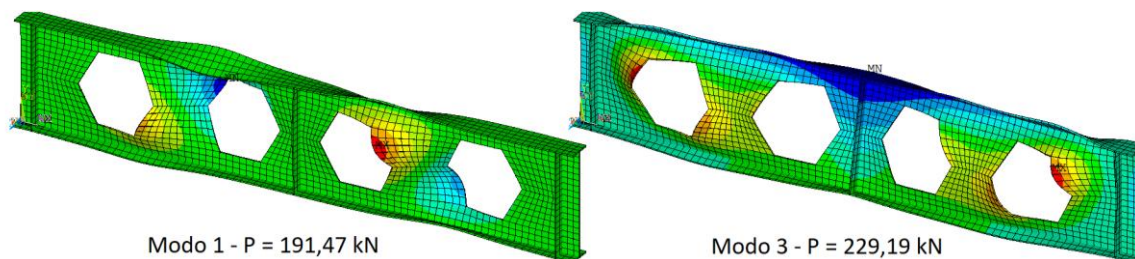
vinham sendo utilizados neste trabalho, em razão de Vieira (2015, p. 39) ter medido a amplitude real das imperfeições nas vigas ensaiadas, e ter encontrado o valor de  $d_g/52$  para a viga A1. Utilizou-se o método *Arc-Length*, com aplicação de forças, para solução da análise não linear.

Figura 4.23 – Modelo numérico da viga A1



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 4.24 – Modos de flambagem utilizados como irregularidades na viga A1

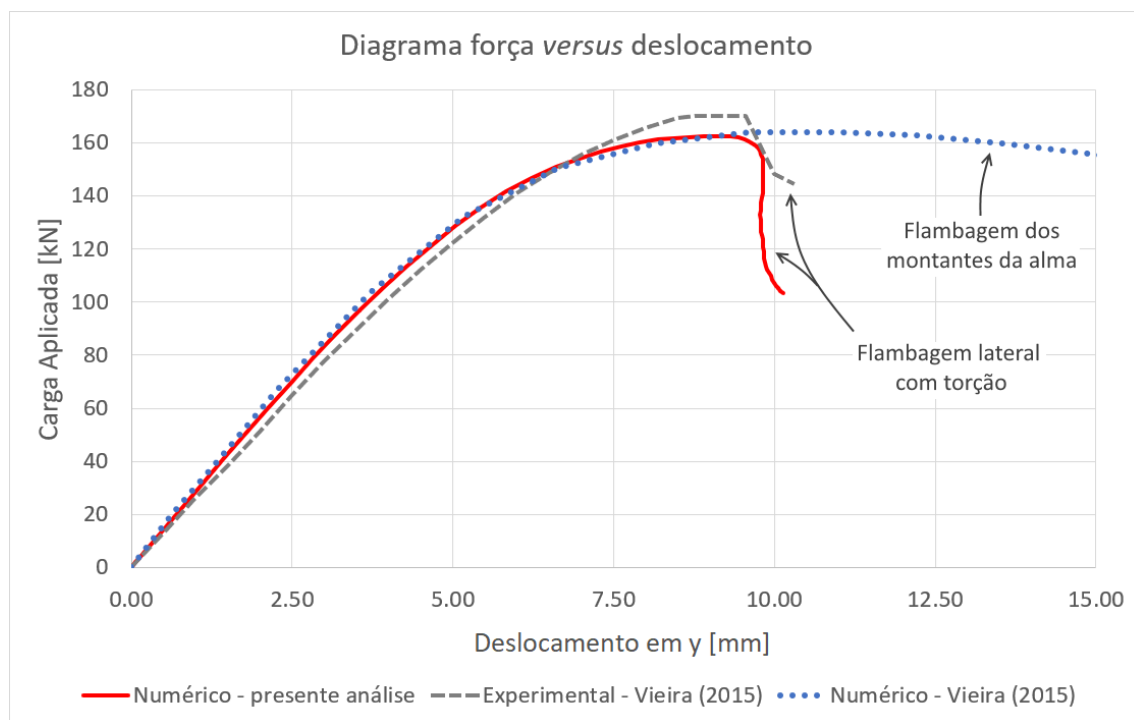


Fonte: elaborado pelo autor

**Resultados:** Na figura 4.25 são apresentados os resultados obtidos para a curva força *versus* deslocamento em  $y$ . Nota-se que os modelos numéricos do presente trabalho e de Vieira (2015) se aproximaram com boa precisão dos resultados experimentais. A grande diferença entre os dois acontece no modo de falha captado por cada um: na presente análise, em função da combinação do 3º modo de flambagem com o 1º, para gerar as imperfeições, a viga falhou por flambagem lateral por torção. Já no modelo numérico de Vieira (2015, p. 130) foi usado apenas o 1º modo de flambagem para gerar as imperfeições, de forma que a viga falhou por flambagem dos montantes da alma. De fato, a forma das irregularidades pode influenciar significativamente o modo de colapso final. Também é interessante observar na figura 4.25 como a flambagem lateral por torção gera uma degradação da rigidez da estrutura de forma súbita, com variação brusca da curva força *versus* deslocamento, enquanto que na flambagem dos montantes da alma esta variação ocorre de forma mais gradual. A figura 4.26 ilustra a flambagem lateral com torção

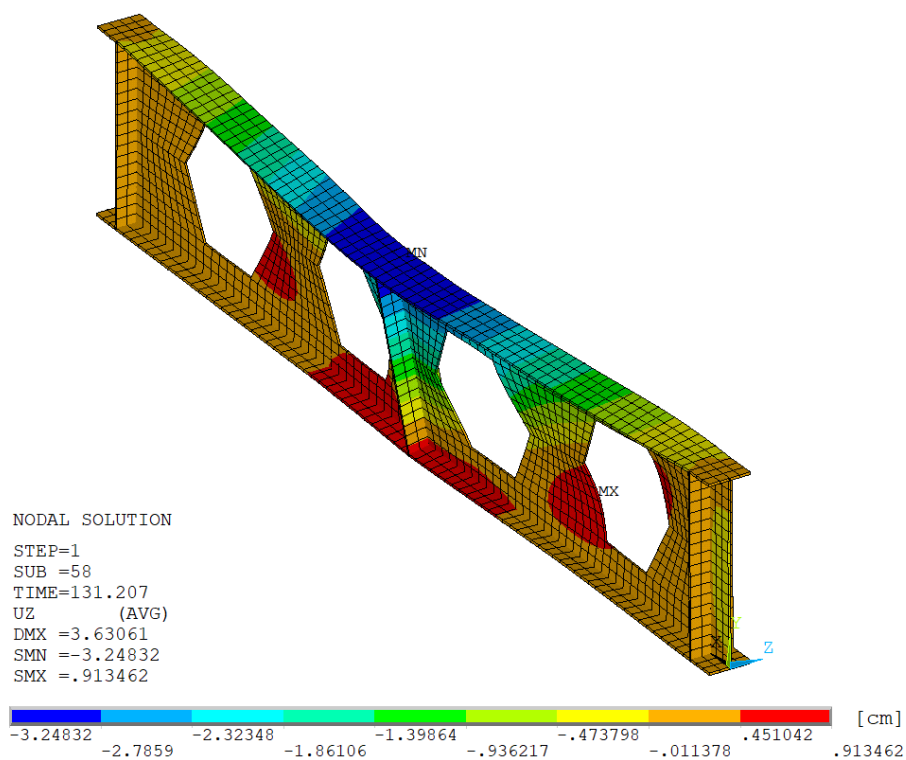
captada pelo modelo numérico deste trabalho na análise não linear, a partir da representação dos deslocamentos em  $z$ , para a carga de 131,21 kN, com fator de escala igual a 2.

Figura 4.25 – Resultados para a viga A1 de Vieira (2015)



Fonte: elaborado pelo autor

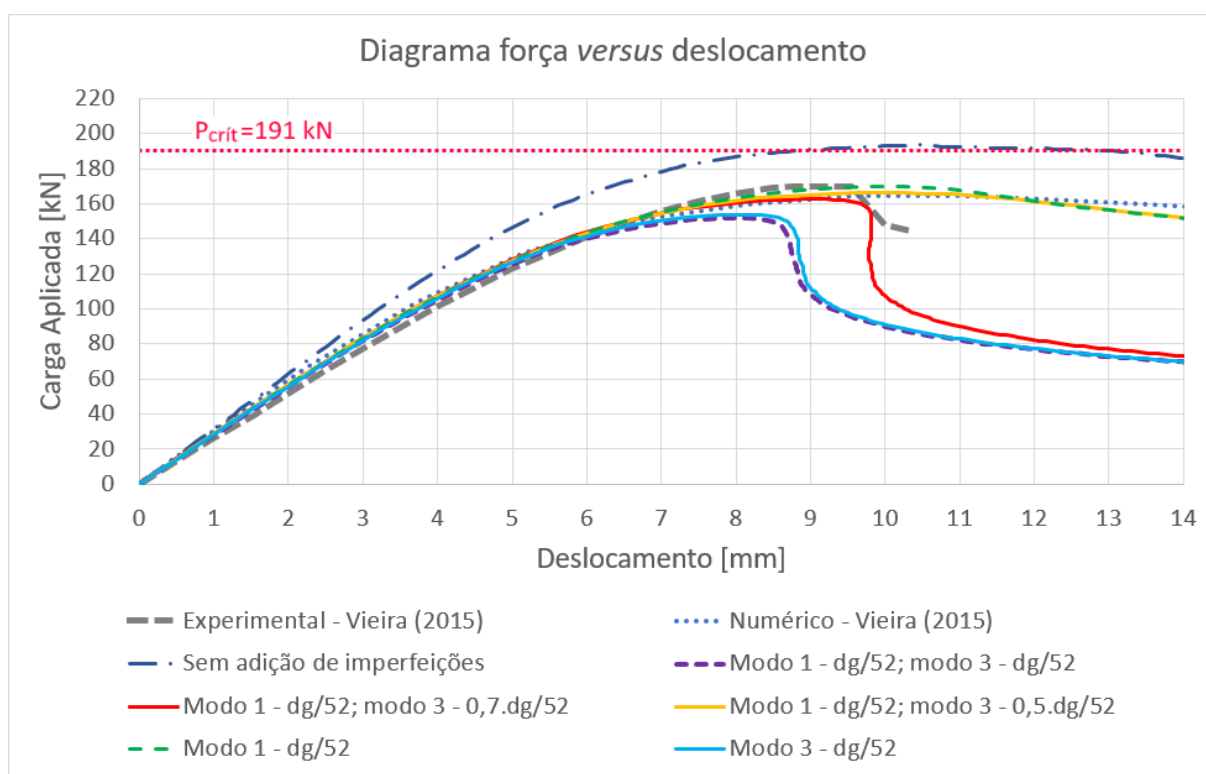
Figura 4.26 – Flambagem lateral com torção captada pelo modelo numérico ( $P = 131$  kN)



Fonte: elaborado pelo autor

Influência da forma e amplitude das irregularidades iniciais: Na sequência foram realizados testes variando-se os modos de flambagem utilizados como imperfeições iniciais, bem como suas amplitudes. Conforme já mencionado, dependendo da forma das irregularidades adicionadas ao perfil, a análise não linear pode vir a captar diferentes modos de colapso, neste caso alternando entre flambagem dos montantes da alma ou flambagem lateral com torção. Optou-se por realizar a análise não linear: (i) sem imperfeições iniciais; (ii) com adição dos modos 1 e 3 como imperfeições, ambos com amplitude  $d_g/52$ ; (iii) modo 1 com amplitude  $d_g/52$  e modo 3 com amplitude  $0,7.d_g/52$ ; (iv) modo 1 com amplitude  $d_g/52$  e modo 3 com amplitude  $0,5.d_g/52$ ; (v) apenas modo 1, com amplitude  $d_g/52$ ; e (vi) apenas modo 3, com amplitude  $d_g/52$ . A figura 4.27 mostra os resultados obtidos. Os modos 2 e 4 não foram empregados por apresentarem formas semelhantes aos modos 1 e 3, respectivamente.

Figura 4.27 – Comparação de resultados variando-se os modos de flambagem adicionados como imperfeições iniciais no perfil



Fonte: elaborado pelo autor

As curvas que apresentaram uma queda súbita na região central, incluindo o resultado experimental, representam flambagem lateral com torção; enquanto que as demais representam flambagem dos montantes da alma. Conforme já era esperado, a adição de modos de flambagem isolados estimula que a viga apresente o respectivo modo de colapso ao final da análise.

Todavia, efetuando-se a combinação de modos este resultado deixa de ser tão previsível: dependendo da amplitude adicionada ao modo 3, quando combinado com o modo 1, o modo de colapso pode variar. É curioso observar que multiplicando-se a amplitude  $d_g/52$  do modo 3 por 0,5 a viga falha por flambagem dos montantes da alma, enquanto que multiplicando esta amplitude por 0,7 a viga falha por flambagem lateral com torção.

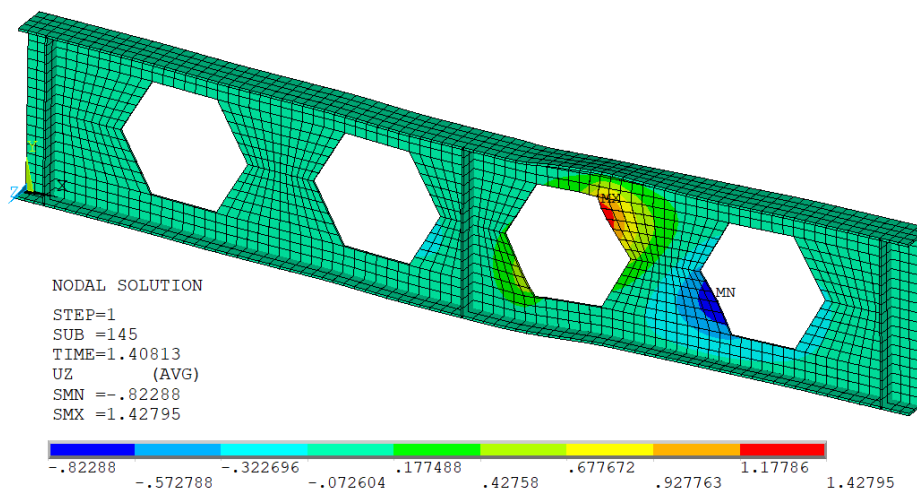
A título de informação, cabe ressaltar que o valor de 0,7 vai parcialmente ao encontro dos preceitos do *Eurocode 3 – Part 1-5* (CEN, 2006), que indica a redução para 70% nas amplitudes dos modos secundários em combinações. Contudo, essa norma indica valores distintos, que variam entre  $L/100$  e  $L/350$ , sendo  $L$  o comprimento da peça, para a amplitude de imperfeições relacionadas à flambagem de toda a peça, como é o caso da flambagem lateral com torção. Além disso, nestes casos a norma citada recomenda a adição de irregularidades no formato de arcos, ao invés de modos de flambagem. Portanto, apesar de utilizar a redução recomendada de 70% no modo secundário, o procedimento adotado no presente trabalho para a análise deste exemplo não segue à risca todas as determinações desta normativa. Neste contexto, estudos futuros que aprofundem a possibilidade de utilizar modos de flambagem como irregularidades iniciais na simulação da flambagem lateral com torção podem ser interessantes.

Também é importante comentar sobre o resultado obtido sem a adição de imperfeições geométricas iniciais. Diferentemente do que era esperado, a viga apresentou flambagem dos montantes da alma logo após ultrapassar a carga crítica de flambagem do 1º modo, a qual está destacada na figura 4.27. Contudo, este resultado só foi obtido utilizando-se o método de solução de *Newton-Raphson* com imposição de deslocamentos no centro da viga, ao invés da aplicação de forças. Tanto o método *Arc-Length*, utilizado nos outros casos, quanto o método *Newton-Raphson* com aplicação de forças pararam de convergir antes de ser atingida a carga crítica no modelo sem imperfeições. A figura 4.28 ilustra a flambagem captada por este modelo, através da representação dos deslocamentos em  $z$ , com fator de escala igual a 2, quando o deslocamento em  $y$  no centro do vão é igual a 1,4 cm.

Cabe ressaltar que, conforme detalhado no item 3.1.5.2, Mittelstadt Júnior (2017) realizou testes em uma placa submetida à compressão simples, e em seu trabalho a análise não linear sem a adição de irregularidades não foi capaz de captar a flambagem, mesmo quando atingida a carga crítica. Por esta razão, o resultado obtido na presente análise é bastante surpreendente. Recomenda-se, assim, que novas investigações sejam realizadas, a fim de compreender em quais casos o Ansys é capaz, ou não, de captar a flambagem sem a adição de irregularidades. No presente trabalho, contudo, não será dada sequência a este estudo por fugir do seu escopo.



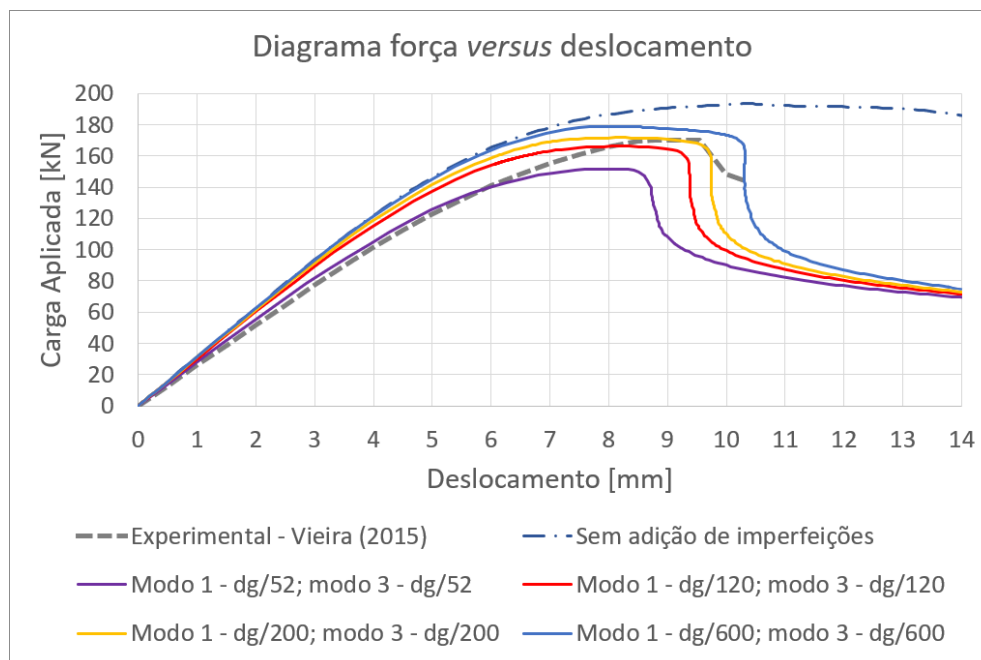
Figura 4.28 – Flambagem dos montantes da alma, captada pelo modelo sem imperfeições geométricas iniciais ( $d = 1,4$  cm)



Fonte: elaborado pelo autor

No que diz respeito às amplitudes dos modos, foram realizados testes combinando-se os modos 1 e 3, ambos com amplitudes  $d_g/X$ , com  $X$  assumindo os valores de 52 (imperfeição real medida no ensaio), 120, 200 e 600. Os resultados são apresentados na figura 4.29.

Figura 4.29 – Comparação de resultados variando-se as amplitudes dos modos



Fonte: elaborado pelo autor

Nota-se que uma maior amplitude nas imperfeições iniciais diminui tanto a rigidez inicial da viga quanto a carga última por ela suportada. Neste exemplo, o fator  $d_g/200$  se mostrou mais adequado para captar a carga última, enquanto que o fator  $d_g/52$  (amplitude real) se mostrou

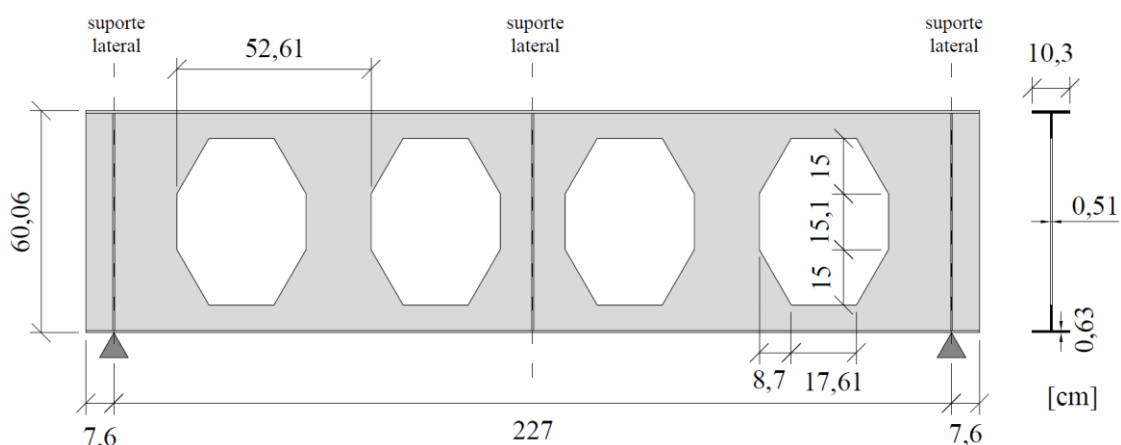
mais adequado para captar a rigidez inicial. Cabe ressaltar, contudo, que este valor de imperfeição medido no experimento é bastante alto e não deve ser tomado como referência para outros casos. O *Eurocode 3 – Part 1-5* (CEN, 2006) sugere que, caso o fabricante da viga forneça um valor de tolerância de fabricação em relação às imperfeições, a amplitude utilizada na simulação numérica deve ser igual a 80% deste valor.

#### 4.1.5 Viga C2 – Vieira

A viga C2 ensaiada por Vieira (2015) falhou por flambagem dos montantes da alma por cisalhamento.

Descrição do modelo experimental: A geometria da viga C2, com padrão Litzka e chapa expansora, é ilustrada na figura 4.30. Foram consideradas as suas dimensões reais, medidas no ensaio, disponíveis em Vieira (2015, p. 38). A carga foi aplicada no centro do vão, na mesa superior; e os deslocamentos foram medidos a uma distância de 15 cm do centro do vão, na mesa inferior. Os suportes laterais foram aplicados nos apoios e no centro do vão. O aço utilizado foi do tipo ASTM A-572 Grau 50. As propriedades dos aços foram caracterizadas através de ensaios de tração de amostras retiradas da viga C1, resultando em  $f_y = 35,7 \text{ kN/cm}^2$  e  $f_u = 45,5 \text{ kN/cm}^2$  para as mesas; e  $f_y = 35,0 \text{ kN/cm}^2$  e  $f_u = 43,7 \text{ kN/cm}^2$  para a alma. O autor admitiu as propriedades dos aços da viga C1 para os da viga C2, em função de suas similaridades (VIEIRA, 2015, p. 36).

Figura 4.30 – Geometria da viga C2 de Vieira (2015)



Fonte: elaborado pelo autor com base em Vieira (2015)

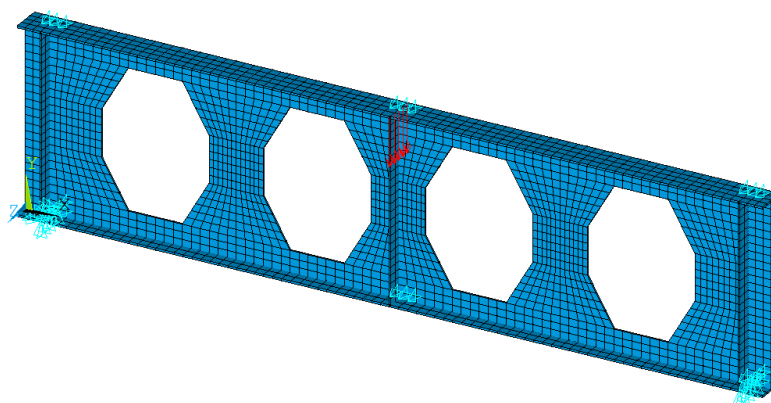
Descrição do modelo numérico: O modelo numérico desenvolvido neste trabalho é ilustrado na figura 4.31. A malha foi gerada para um tamanho máximo do elemento igual a 3 cm, de forma que, no total, foram criados 2544 elementos *shell181*. O aço foi representado pelo modelo



constitutivo de Gattesco (1999), com as tensões de escoamento e últimas do experimento, módulo de elasticidade de 20000 kN/cm<sup>2</sup>, razão  $\varepsilon_h/\varepsilon_y$  igual a 7,5 e inclinação no início do endurecimento igual a 400 kN/cm<sup>2</sup>.

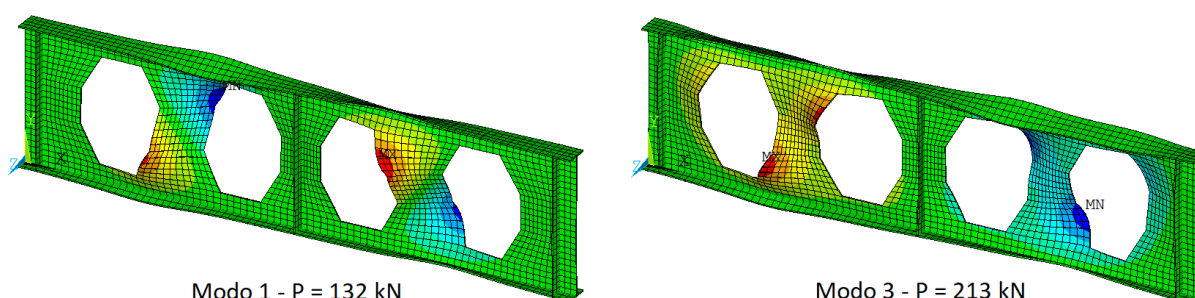
As imperfeições geométricas foram geradas pela combinação do 1º e 3º modos de flambagem, ilustrados na figura 4.32, e associados, respectivamente, à flambagem dos montantes da alma (com carga crítica de 132,35 kN), e a uma mescla de flambagem dos montantes da alma com flambagem dos painéis (com carga crítica de 212,98 kN). Foi adicionada uma combinação ponderada destes modos, considerando-se uma amplitude de  $d_g/22$  para o 1º modo e de  $d_g/200$  para o 3º modo, com os respectivos fatores de ponderação calculados pela equação (3.21). O primeiro valor foi adotado em função de Vieira (2015, p. 39) ter medido a amplitude real das imperfeições nesta viga e ter encontrado o valor de  $d_g/22$ . Já o 3º modo foi adicionado com uma amplitude menor, tendo como único objetivo perturbar o formato do 1º modo, o qual, por apresentar grande amplitude e a forma exata do modo de colapso, poderia estimular a flambagem da viga precocemente na análise não linear. Utilizou-se o método *Arc-Length*, com aplicação de forças, para solução da análise não linear.

Figura 4.31 – Modelo numérico da viga C2



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 4.32 – Modos de flambagem utilizados como imperfeições na viga C2



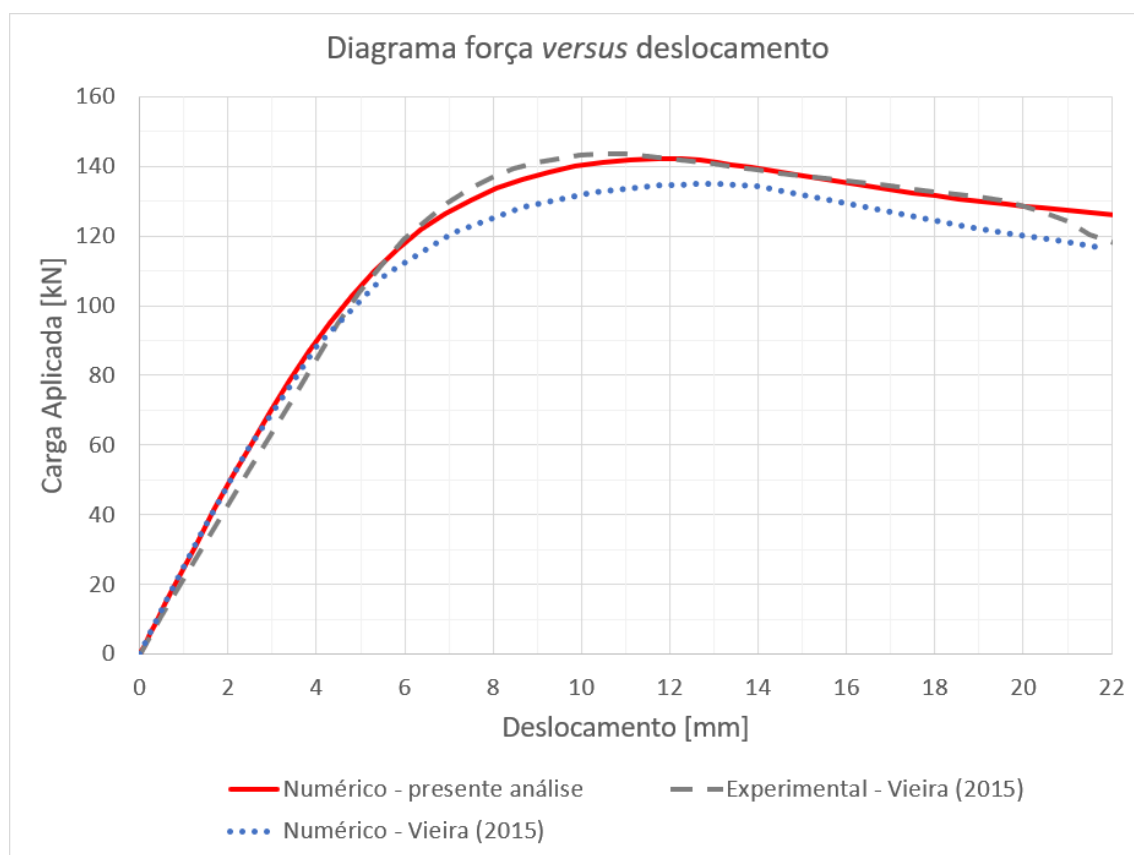
Modo 1 - P = 132 kN

Modo 3 - P = 213 kN

Fonte: elaborado pelo autor

Resultados: Na figura 4.33 são apresentados os resultados obtidos para a curva de força *versus* deslocamento. Como pode ser observado, os modelos numéricos do presente trabalho e de Vieira (2015) se aproximaram com boa precisão dos resultados experimentais, e ambos se mostraram capazes de captar o modo de falha de flambagem dos montantes da alma por cisalhamento.

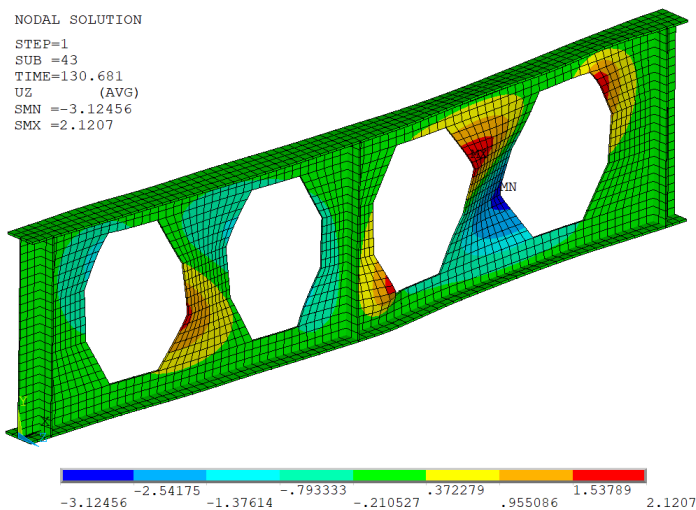
Figura 4.33 – Resultados para a viga C2 de Vieira (2015)



Observa-se que, diferentemente dos outros exemplos analisados, a carga última desta viga, tanto obtida pelo modelo experimental (144 kN) quanto pelo modelo numérico (142 kN), é ligeiramente superior à carga crítica do primeiro modo de flambagem elástica (132 kN). Outra questão interessante a ser abordada é que, como o perfil apresenta grande esbeltez em razão da utilização de chapas expansoras, antes de ser alcançada a carga última a plastificação só ocorre junto às arestas dos alvéolos, em pontos concentrados, mas, de um modo geral, a viga trabalha no regime elástico. A partir desta observação, foi realizado um teste com a utilização de um modelo de material elástico para o aço, e verificou-se que o comportamento global da viga não foi alterado, de forma que a curva força *versus* deslocamento obtida resultou praticamente idêntica à apresentada na figura 4.33. Este tipo de consideração pode ser interessante na

realização de estudos preliminares simplificados, especialmente no caso de vigas mistas alveolares com perfis muito esbeltos, os quais apresentam maior propensão em falhar por flambagem elástica. A figura 4.34 representa os deslocamentos em  $z$  na viga analisada, com um fator de escala igual a 1,5, para uma carga de 130 kN, no trecho da curva pós flambagem.

Figura 4.34 – Modo de colapso da viga C2 obtido pelo modelo numérico (P=130 kN): flambagem dos montantes da alma por cisalhamento



Fonte: elaborado pelo autor

## 4.2 VIGAS ALVEOLARES MISTAS

Neste item são abordadas as simulações numéricas, realizadas com o modelo proposto neste trabalho, de vigas alveolares mistas ensaiadas experimentalmente, conforme apresentado em Megharief (1997), Müller *et al.* (2006) e Nadjai *et al.* (2007). No trabalho de Nadjai *et al.* (2007) foram apresentados quatro ensaios experimentais de vigas celulares, dois deles sob temperatura ambiente e outros dois sob temperaturas elevadas, realizados na Universidade de Ulster (Irlanda do Norte). Optou-se por seleccionar as duas vigas (A1 e B1) ensaiadas sob temperatura ambiente para a análise numérica no presente trabalho. Algumas informações a respeito destes ensaios foram obtidas diretamente do trabalho de Bake (2010), que teve acesso ao relatório original de Nadjai<sup>7</sup> (2005, *apud* Bake, 2010). Megharief (1997) realizou o ensaio experimental de cinco vigas casteladas mistas (M1 a M5), na Universidade McGill (Montreal, Canadá). Elas foram divididas em dois grupos: o 1º contendo as vigas M1, M2 e M3, com vão de 218 cm, com o objetivo de estudar a flambagem dos montantes da alma devido ao cisalhamento; e o 2º

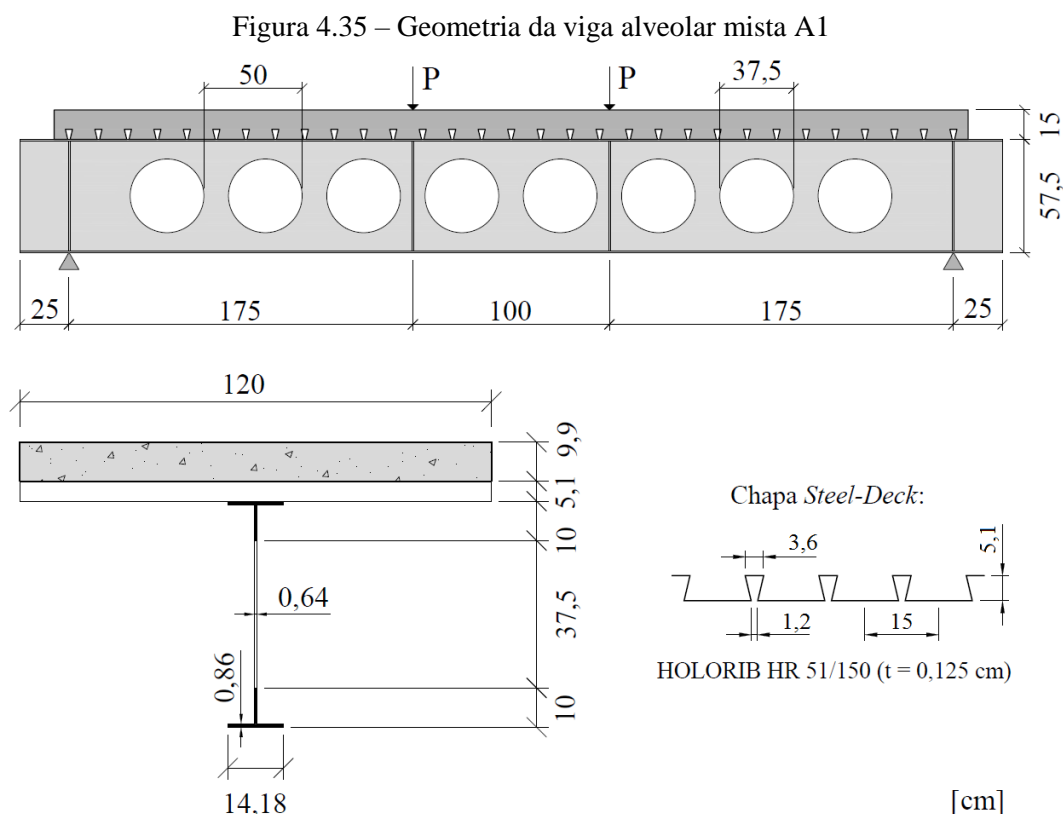
<sup>7</sup> NADJAI, A. **Performance of cellular composite floor beams at ambient temperature**. Belfast: Ulster University, 2005.

contendo as vigas M4 e M5, com vão de 594 cm, com o objetivo de estudar a plastificação devida à flexão. Uma vez que as vigas de Nadjai *et al.* (2007) também apresentaram falha por flambagem dos montantes da alma, optou-se por escolher uma viga representante do 2º grupo, no caso a M5, para a análise numérica neste trabalho, com o objetivo de estudar um modo de falha distinto. Na publicação de Müller *et al.* (2006) foram compilados diferentes estudos sobre vigas mistas com aberturas, incluindo um estudo experimental de vigas celulares mistas realizado pela Universidade RWTH (Aachen, Alemanha), nos laboratórios da Universidade de Kaiserslautern. Foram realizados seis ensaios, denominados 1A, 1B, 2A, 2B, 3 e 4, dentro dos quais os ensaios 1A, 1B e 3 foram selecionados para a análise numérica no presente trabalho. Os ensaios 2A, 2B e 4 fogem do escopo proposto, pois abordam, respectivamente, aberturas alongadas, ação de vigas secundárias e enrijecimento parcial de alvéolos.

#### 4.2.1 Viga A1 – Nadjai *et al.*

A viga A1, apresentada em Nadjai *et al.* (2007), apresentou falha por flambagem dos montantes da alma por cisalhamento.

Descrição do modelo experimental: A geometria da viga A1, com vão livre de 450 cm, é apresentada na figura 4.35.

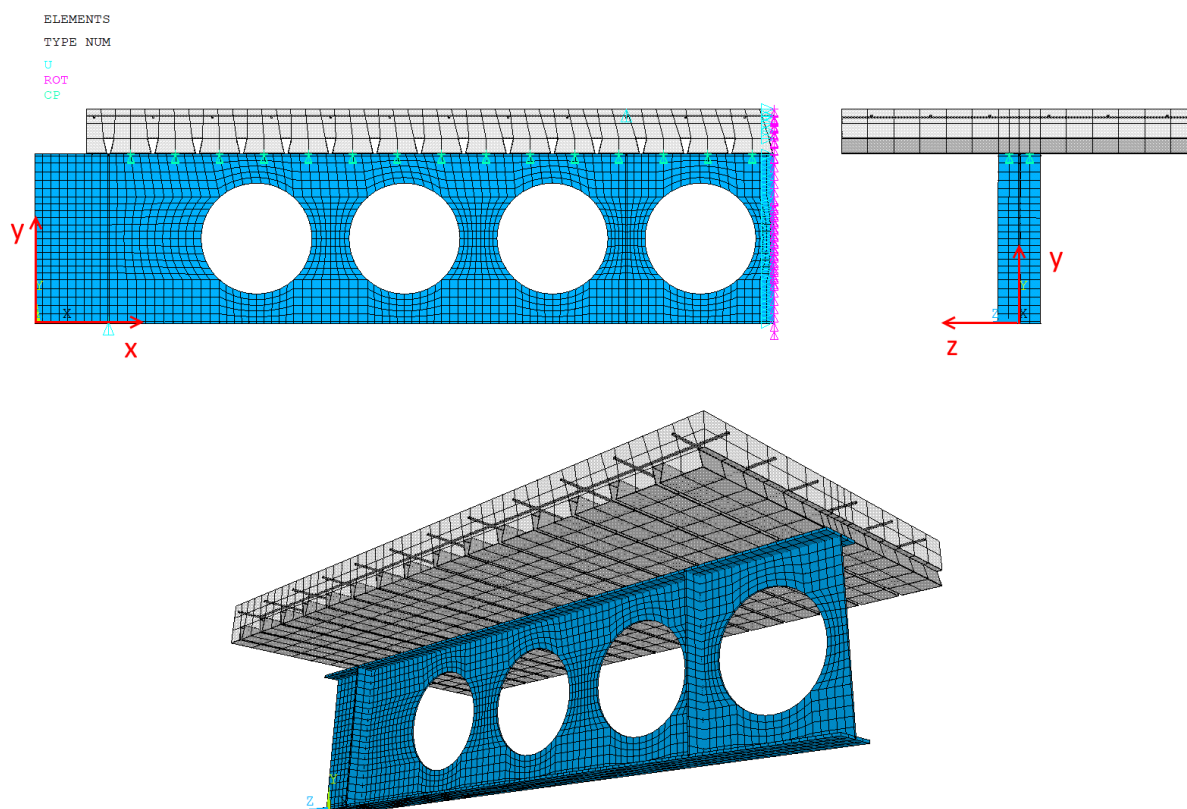


Fonte: elaborado pelo autor com base em Nadjai *et al.* (2007)

A carga aplicada foi dividida em dois pontos simétricos na face superior da laje, conforme esquematizado na figura 4.35. Foram adicionados enrijecedores nas posições de aplicação das cargas e nos apoios. Foi alocado um conector do tipo pino com cabeça (*stud bolt*) por nervura, ou seja, a cada 15 cm, com diâmetro de 19 mm e altura de 120 mm. Não foram fornecidas informações sobre o aço dos conectores. O concreto apresentou resistência média à compressão de 3,5 kN/cm<sup>2</sup>, medida em ensaio. Foi utilizada uma malha de aço soldada, com espaçamento uniforme de 20 cm entre barras com diâmetro de 6 mm (malha A142). As demais informações sobre os aços da chapa *steel-deck*, do perfil e da armadura são apresentadas na tabela 4.4.

Descrição do modelo numérico: A figura 4.36 ilustra o modelo numérico desenvolvido no presente trabalho, no qual foi utilizada a condição de simetria. A malha do perfil foi gerada limitando-se o tamanho dos elementos da alma a 3 cm. Ao total, o modelo contém: 2423 elementos *shell181*, 2000 elementos *solid186*, 1248 elementos *shell281*, 30 elementos *combin39* e 402 elementos *reinf264*.

Figura 4.36 – Modelo numérico da viga alveolar mista A1



Fonte: elaborado pelo autor

Os dados adotados para os materiais são apresentados na tabela 4.4, juntamente com as suas respectivas fontes. Para os casos em que não havia dados disponíveis, optou-se por arbitrar

valores usuais ou utilizar dados de trabalhos anteriores, como foi o caso nos dados da curva força *versus* deslizamento dos conectores. Cabe ressaltar que esta curva foi modificada, posteriormente, uma vez que foram utilizadas duas filas de conectores no modelo numérico, e apenas uma no experimental: desta forma, as forças cortantes foram divididas por dois. Esta modificação foi realizada visando impedir a tendência de giro da laje que ocorre quando há apenas uma fileira de conectores no modelo numérico. O modelo constitutivo adotado para o aço do perfil foi o de Gattesco (1999), enquanto que os aços da armadura e da chapa *steel-deck* foram admitidos como elastoplástico perfeitos.

Tabela 4.4 – Propriedades dos materiais admitidas para a viga A1

Material	Dado	Valor	Unidade	Fonte
Aço Perfil	$E$	20000	kN/cm <sup>2</sup>	Arbitrado, valor usual
	$f_y$	31,2	kN/cm <sup>2</sup>	Nadjai (2005, <i>apud</i> Bake, 2010)
	$f_u$	43,85	kN/cm <sup>2</sup>	
	$\varepsilon_h/\varepsilon_y$	7,5	-	Arbitrados, valores usuais
	$E_h$	400	kN/cm <sup>2</sup>	
Conectores	$Q_{m\acute{a}x}$	110	kN	Arbitrados com base nos valores adotados por Schmitz (2017) para conectores com mesmo diâmetro
	$m$	1,3	1/mm	
	$n$	1	-	
Concreto	$f_{cm}$	3,5	kN/cm <sup>2</sup>	Nadjai <i>et al.</i> (2007)
	$E_{ci}$	3264	kN/cm <sup>2</sup>	Calculados por equações do código modelo FIB (2012)
	$f_{ck}$	2,7	kN/cm <sup>2</sup>	
	$f_{ctm}$	0,27	kN/cm <sup>2</sup>	
	$f_{c2m}$	4,0775	kN/cm <sup>2</sup>	
Aço Chapa <i>Steel-Deck</i>	$E$	21000	kN/cm <sup>2</sup>	Arbitrado, valor usual
	$f_y$	32,7	kN/cm <sup>2</sup>	Nadjai <i>et al.</i> (2007)
Aço Armadura	$E$	21000	kN/cm <sup>2</sup>	Arbitrado, valor usual
	$f_y$	46	kN/cm <sup>2</sup>	Nadjai <i>et al.</i> (2007)

Fonte: elaborado pelo autor com base nas fontes citadas

Para a modelagem do concreto foram utilizados ambos os modelos, *usermat* e *DP-Concrete*, sendo que, neste último, foi utilizada a combinação DP-Rankine com parâmetros HSD Linear. Na *usermat*, as curvas dos modelos constitutivos em compressão e em tração são calculadas internamente, com as equações (3.9) e (3.10), a partir dos dados fornecidos ( $E_{ci}$ ,  $f_{ck}$ ). Por outro lado, utilizando-se o modelo *DP-Concrete*, estas curvas são customizáveis dentro do *script*. Para tanto, foram utilizados os dados apresentados na tabela 4.5 – maiores detalhes sobre os

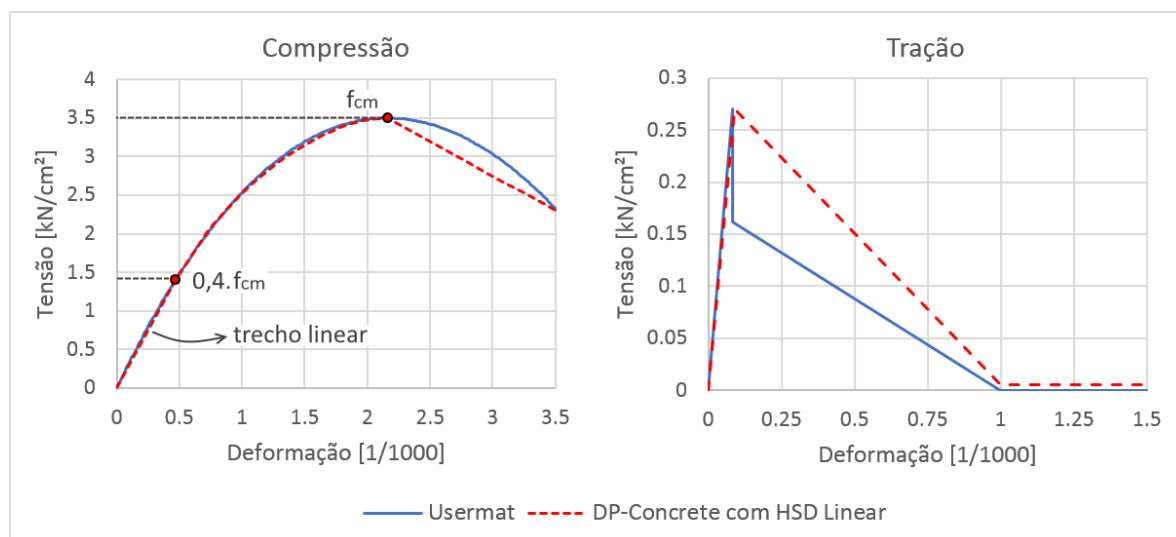
seus significados podem ser obtidos no Apêndice A. Cabe ressaltar que o módulo de elasticidade utilizado neste modelo é um pouco menor do que módulo de elasticidade inicial utilizado na *usermat*, pois admite-se, simplificada, que a curva apresenta comportamento linear até um percentual da tensão máxima, o qual é definido via *script* (neste caso, 40%). Portanto, é utilizado uma espécie de módulo de elasticidade secante, calibrado para que esta reta inicial se intersecte com a curva da *usermat* no percentual de tensão definido. Neste exemplo, foram utilizados os valores de 3264 kN/cm<sup>2</sup> e de 2978 kN/cm<sup>2</sup> para a *usermat* e *DP-Concrete*, respectivamente. As curvas resultantes são apresentadas na figura 4.37.

Tabela 4.5 – Dados para o modelo *DP-Concrete* com HSD Linear

Domínio	Propriedade	Símbolo	Valor
Compressão	Tensão relativa no início da plastificação	$\Omega_{ci}$	40%
	Tensão relativa na deformação última	$\Omega_{cr}$	65%
	Deformação plástica na tensão máxima	$\kappa_{cm}$	$0,0022 - f_{cm}/E_c = 0,001$
	Deformação plástica última	$\kappa_{cu}$	$0,0035 - \Omega_{cr} \cdot f_{cm}/E_c = 0,0027$
Tração	Tensão relativa residual	$\Omega_{tr}$	2%
	Deformação plástica última	$\kappa_{tr}$	0,001

Fonte: elaborado pelo autor

Figura 4.37 – Curvas dos modelos constitutivos adotados para o concreto da viga A1



Fonte: elaborado pelo autor

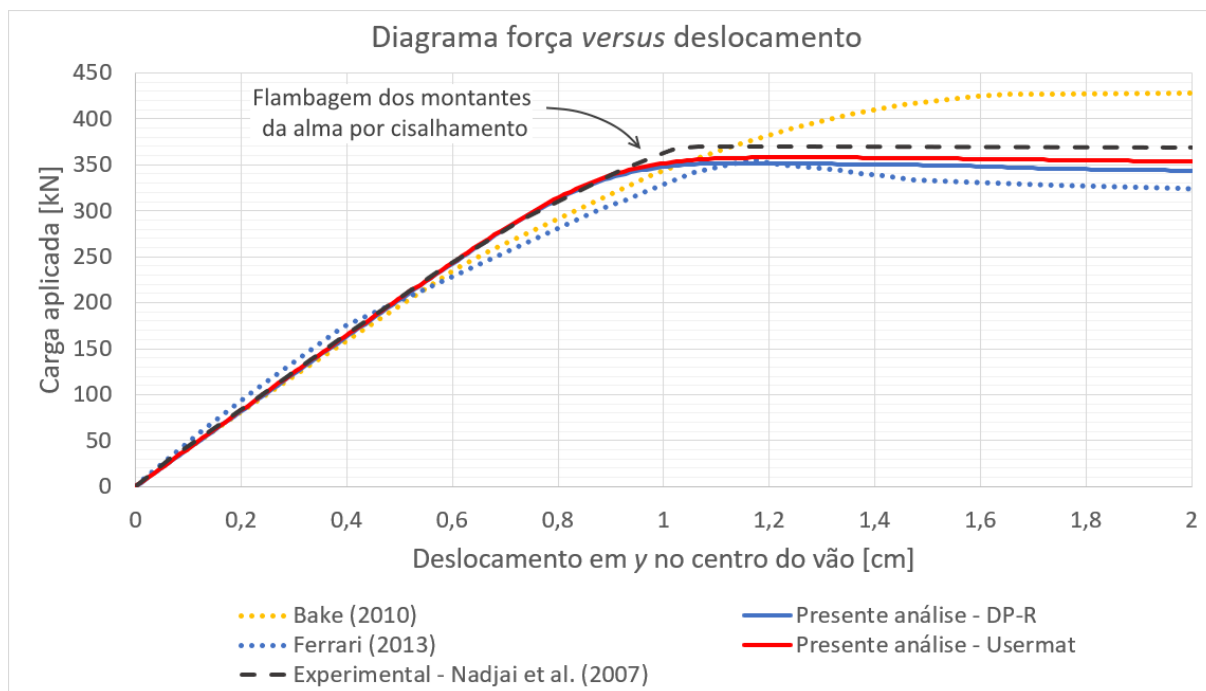
Como imperfeições geométricas iniciais foram adicionados os dois primeiros modos de flambagem da viga alveolar mista, ambos associados com flambagem dos montantes da alma por cisalhamento, cada um com amplitude de  $d_g/600$ . Estes modos apresentaram, respectivamente, as cargas críticas de flambagem elástica de 441 kN e 497 kN.



Foi utilizado o método de solução de *Newton-Raphson*, com a imposição de deslocamentos nas posições em que foram aplicadas as cargas no ensaio experimental. A laje não apresentou tendência de girar em torno do eixo  $x$ , e, portanto, não foi necessário adicionar restrições laterais extras em seus nós centrais.

**Resultados:** Na figura 4.38 são apresentados os resultados do diagrama carga aplicada *versus* deslocamento em  $y$  no centro do vão. Como pode ser observado, o modelo numérico desenvolvido neste trabalho foi capaz de simular o comportamento experimental com boa precisão, tanto com a utilização da *usermat* quanto com a utilização do modelo *DP-Concrete*. Todos os modelos numéricos apresentados, tanto os do presente trabalho quanto os de Bake (2010) e Ferrari (2013), captaram a falha por flambagem dos montantes da alma.

Figura 4.38 – Resultados para a viga A1 de Nadjai *et al.* (2007)



Fonte: elaborado pelo autor

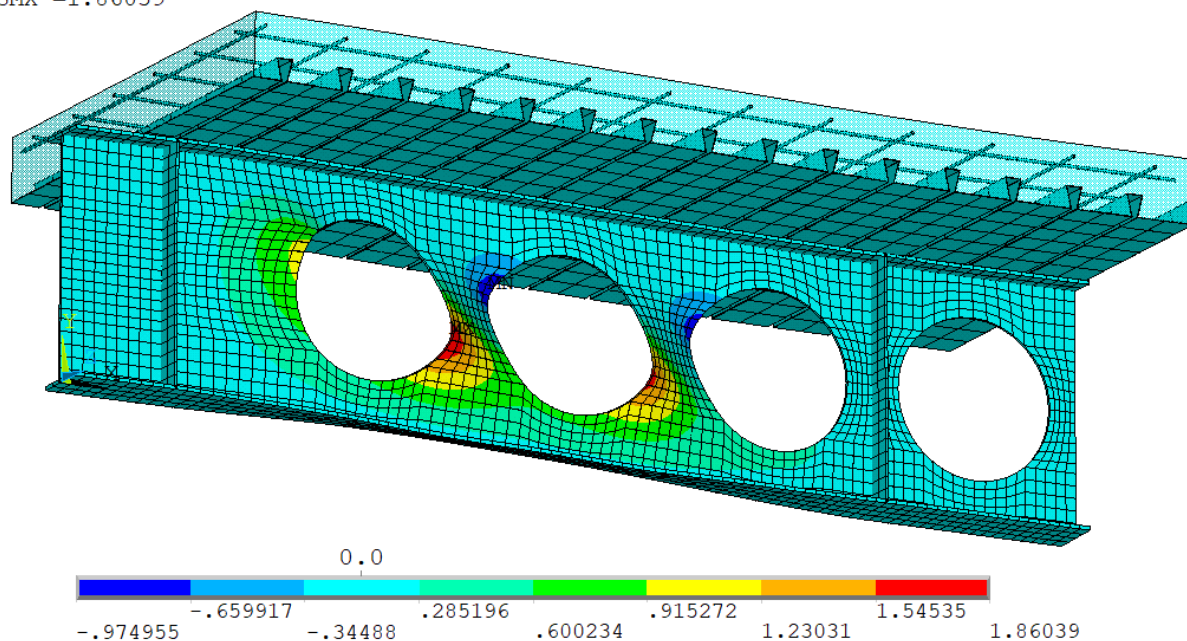
As figuras 4.39, 4.40 e 4.41 apresentam, respectivamente: o modo de falha simulado numericamente, através da representação dos deslocamentos em  $z$  (em  $u_y=1,4$  cm, com fator de escala igual a 4); as tensões principais de compressão no perfil de aço no início da flambagem (em  $u_y = 1$  cm); e uma comparação entre as tensões em  $x$  encontradas na laje pelos modelos *usermat* e *DP-Concrete* (em  $u_y = 1$  cm).



Figura 4.39 – Deslocamentos em  $z$  da viga A1 ( $u_y = 1,4 \text{ cm}$ )

NODAL SOLUTION

STEP=1  
 SUB =139  
 TIME=1.36281  
 UZ (AVG)  
 SMN =-.974955  
 SMX =1.86039



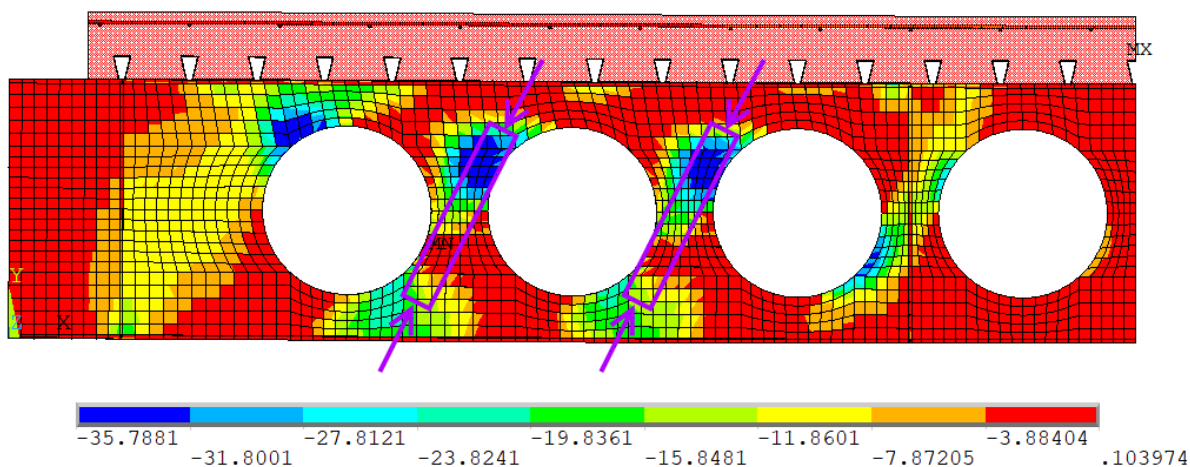
Fonte: elaborado pelo autor

Figura 4.40 – Tensões principais de compressão ( $u_y = 1,0 \text{ cm}$ )

NODAL SOLUTION

STEP=1  
 SUB =101  
 TIME=.982813  
 S3 (AVG)  
 SMN =-35.7881  
 SMX =.103974

Diagonais comprimidas que geram  
 a flambagem dos montantes

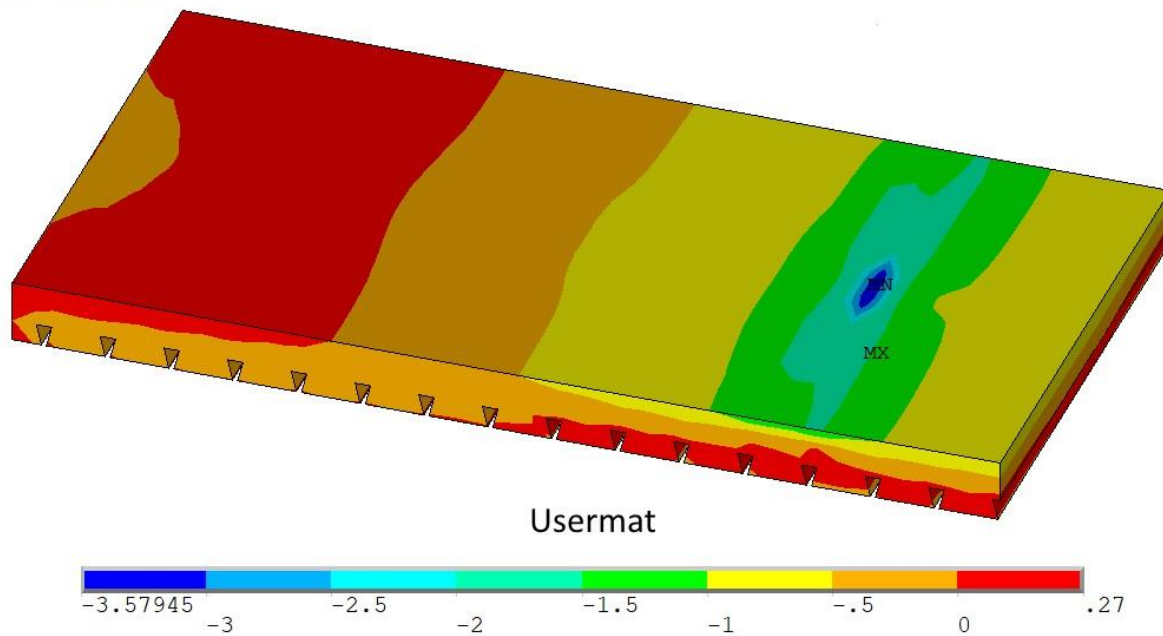


Fonte: elaborado pelo autor

Figura 4.41 – Tensões normais na direção  $x$  na laje ( $u_y = 1,0\text{ cm}$ )

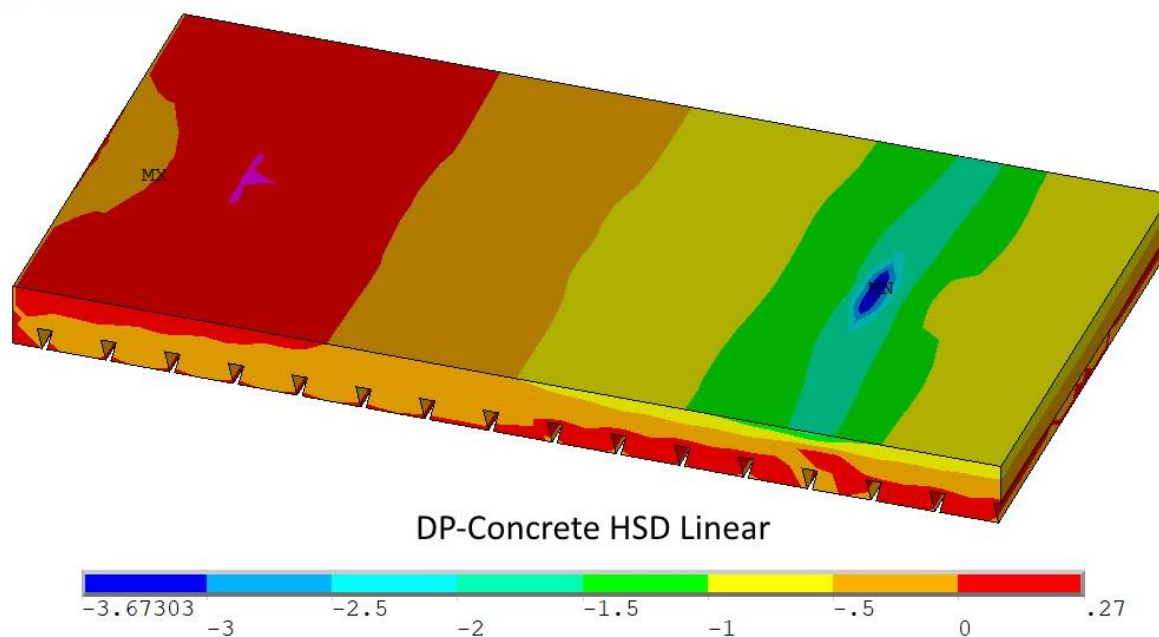
NODAL SOLUTION

STEP=1  
SUB =101  
TIME=.982813  
SX (AVG)  
SMN =-3.57945  
SMX =.261589



NODAL SOLUTION

STEP=1  
SUB =98  
TIME=.98  
SX (AVG)  
SMN =-3.67303  
SMX =.394423



Fonte: elaborado pelo autor

Como pode ser observado na figura 4.41, do ponto de vista global a distribuição de tensões normais na direção  $x$  resultou muito semelhante nos dois modelos. Em alguns pontos concentrados, contudo, pode-se perceber diferenças mais sutis: (i) nos pontos de aplicação da carga, o modelo *DP-Concrete* acaba atingindo tensões um pouco mais elevadas. Todavia, cabe ressaltar que estes pontos representam singularidades, e, a rigor, o resultado de nenhum dos modelos em sua vizinhança pode ser considerado confiável; e (ii) nos pontos coloridos em rosa no modelo *DP-Concrete* as tensões de tração ultrapassaram o valor de  $f_{ctm}=0,27$  kN/cm<sup>2</sup>, fato que não ocorreu no modelo da *usermat* em nenhum ponto. Porém, de uma forma geral, as diferenças ocorrem apenas em regiões muito pequenas e específicas, e, portanto, pode-se concluir que os modelos apresentaram resultados coerentes entre si na análise desta viga mista. Também pode-se notar que, à exceção dos pontos singulares de aplicação das cargas, as tensões normais em  $x$  ainda estão bem abaixo da resistência à compressão do concreto (3,5 kN/cm<sup>2</sup>) nesta etapa da análise, a qual corresponde ao início da flambagem dos montantes da alma. Portanto, no momento em que ocorre a flambagem o esmagamento ainda não iniciou.

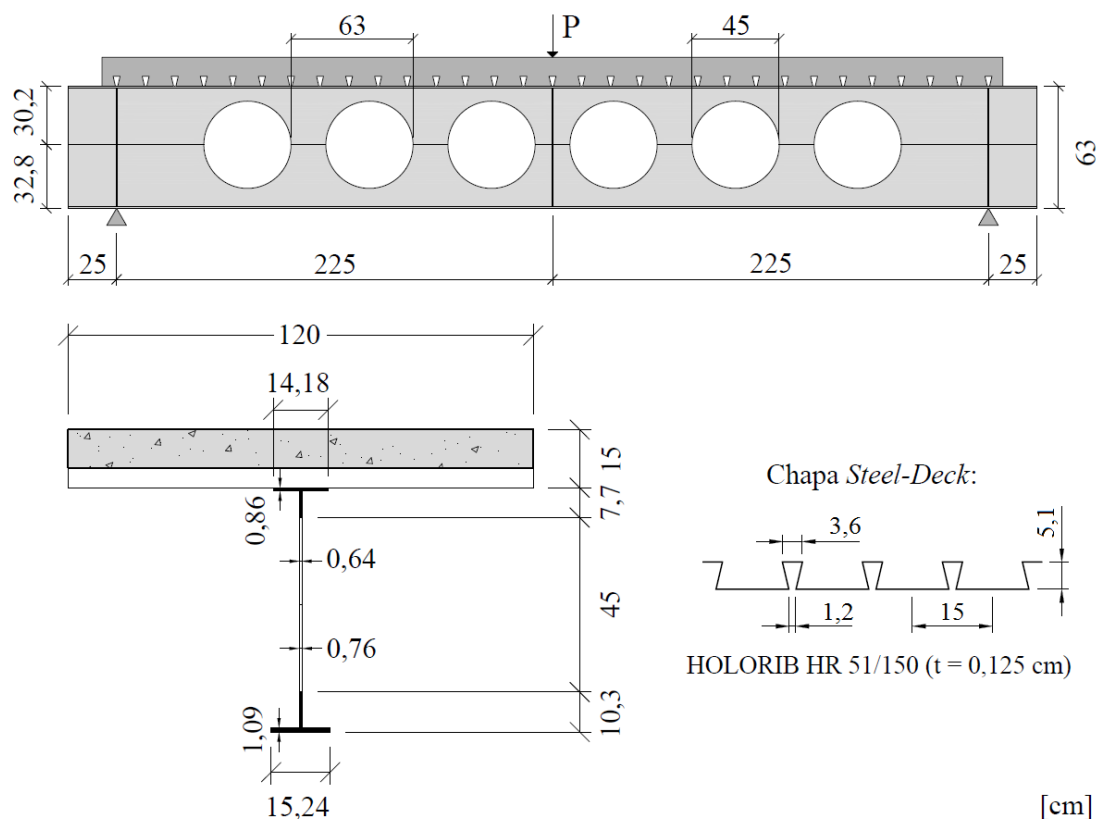
#### 4.2.2 Viga B1 – Nadjai *et al.*

A viga B1, cujo ensaio experimental foi apresentado no trabalho de Nadjai *et al.* (2007), também falhou por flambagem dos montantes da alma por cisalhamento.

Descrição do modelo experimental: A viga B1 é semelhante à viga A1, apresentada no item anterior. Sua principal diferença ocorre no perfil de aço celular, o qual é assimétrico: a parte inferior do perfil expandido foi produzida a partir de um perfil de alma cheia UB 457x152x52, e a parte superior foi produzida a partir de um perfil de alma cheia UB 406x140x39. Além disso, a carga foi aplicada no centro da viga, ao invés de em dois pontos, como na viga anterior – com isso, a posição dos enrijecedores foi alterada. O diâmetro dos alvéolos e o passo também foram alterados. Contudo, os vãos, as geometrias das lajes de concreto, a disposição dos conectores e as lajes *steel-deck* são idênticas nas duas vigas. A geometria da viga B1 é apresentada na figura 4.42.

As propriedades dos materiais são as mesmas da viga anterior, apresentadas na tabela 4.4, com exceção das tensões de escoamento dos aços utilizados no perfil: segundo Nadjai *et al.* (2007), a parte superior do perfil possui  $f_y = 30,3$  kN/cm<sup>2</sup>; e a inferior  $f_y = 31,9$  kN/cm<sup>2</sup>.

Figura 4.42 – Geometria da viga alveolar mista B1

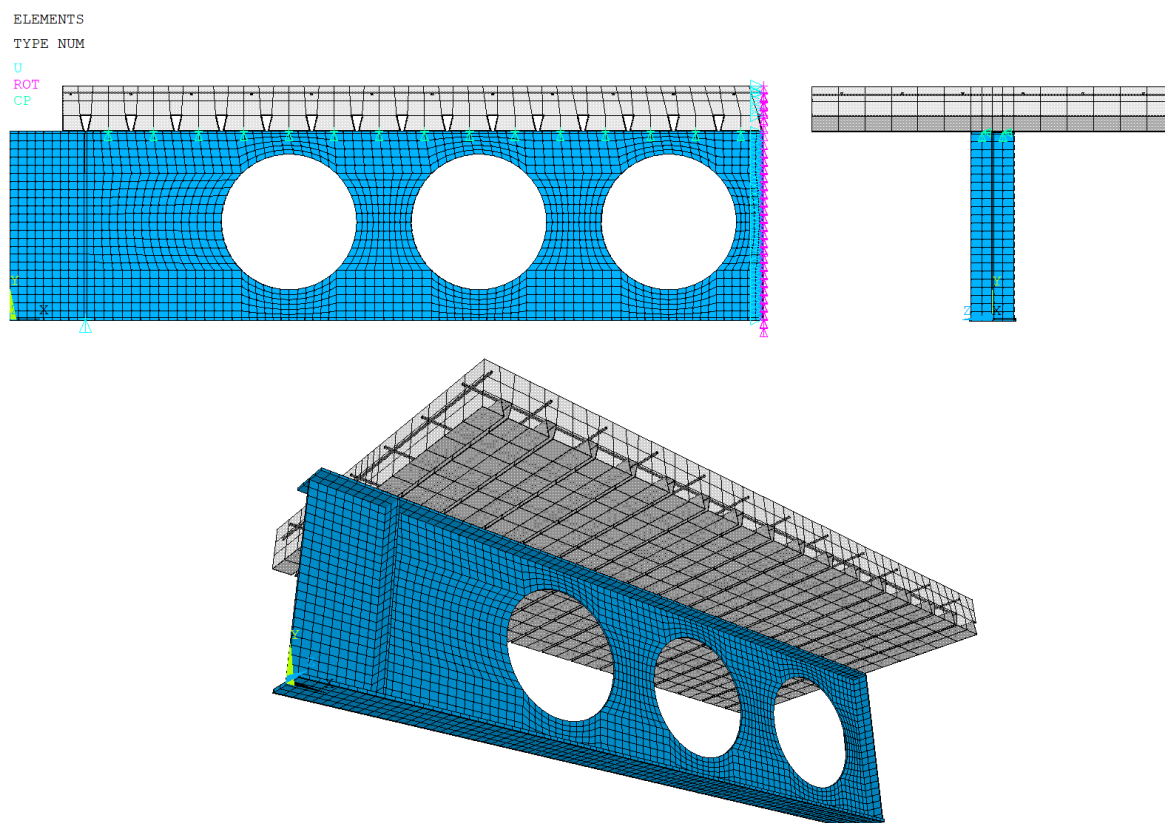


Fonte: elaborado pelo autor com base em Nadjai *et al.* (2007)

Descrição do modelo numérico: A figura 4.43 ilustra o modelo numérico desenvolvido no presente trabalho para a viga B1, que foi modelada com a condição de simetria. A malha do perfil foi gerada limitando-se o tamanho dos elementos da alma a 3 cm. Ao total, o modelo contém: 2629 elementos *shell181*, 2000 elementos *solid186*, 1248 elementos *shell281*, 30 elementos *combin39* e 402 elementos *reinf264*. Em função da assimetria da viga analisada, foi necessário realizar algumas adaptações no *script* desenvolvido, tanto para o posicionamento dos alvéolos fora do eixo central, o que foi feito dentro do corpo do código, quanto para a inserção de dois materiais e duas seções com espessuras diferentes na alma, o que foi feito na última etapa de pré-processamento, preliminarmente à etapa de solução, através do comando EMODIF, com o qual é possível alterar propriedades dos elementos já criados.

Os materiais utilizados apresentam as mesmas propriedades da viga A1 (tabela 4.4), com exceção das tensões de escoamento dos aços do perfil, para as quais foram adotados os valores citados na descrição do modelo experimental, no item anterior. As disposições dos conectores, armaduras e chapa *steel-deck* também são idênticas à viga A1. Para o concreto, utilizou-se novamente tanto o modelo da *usermat* quanto o modelo *DP-Concrete*, com a combinação DP-Rankine e HSD Linear (com os mesmos valores da tabela 4.5).

Figura 4.43 – Modelo numérico da viga alveolar mista B1



Fonte: elaborado pelo autor

Como imperfeições geométricas iniciais, foi adicionado o 2º modo de flambagem ( $P_{crít}=537$  kN) com amplitude de  $d_g/600$ . O 1º modo ( $P_{crít}=490$  kN) não foi adicionado pois gerava uma rotação muito grande da laje em torno do eixo  $x$ . Ambos os modos estão relacionados com a flambagem dos montantes da alma, e, como as suas cargas críticas estão relativamente próximas, a princípio é possível desconsiderar o 1º modo. Foi realizada, também, a título de comparação, uma análise sem adição de irregularidades iniciais. Na solução da análise não linear foi utilizado o método *Newton-Raphson*, com imposição de deslocamentos. Com esta condição de contorno (deslocamentos impostos em  $y$  na face superior da laje, na posição em  $x$  da aplicação da carga, ao longo de uma largura em  $z$  igual à largura da mesa superior) a viga não apresentou tendência em girar. Além disso, a utilização de duas fileiras de conectores ajuda a impedir esta tendência de giro. Por isso, não foi necessário restringi-la lateralmente.

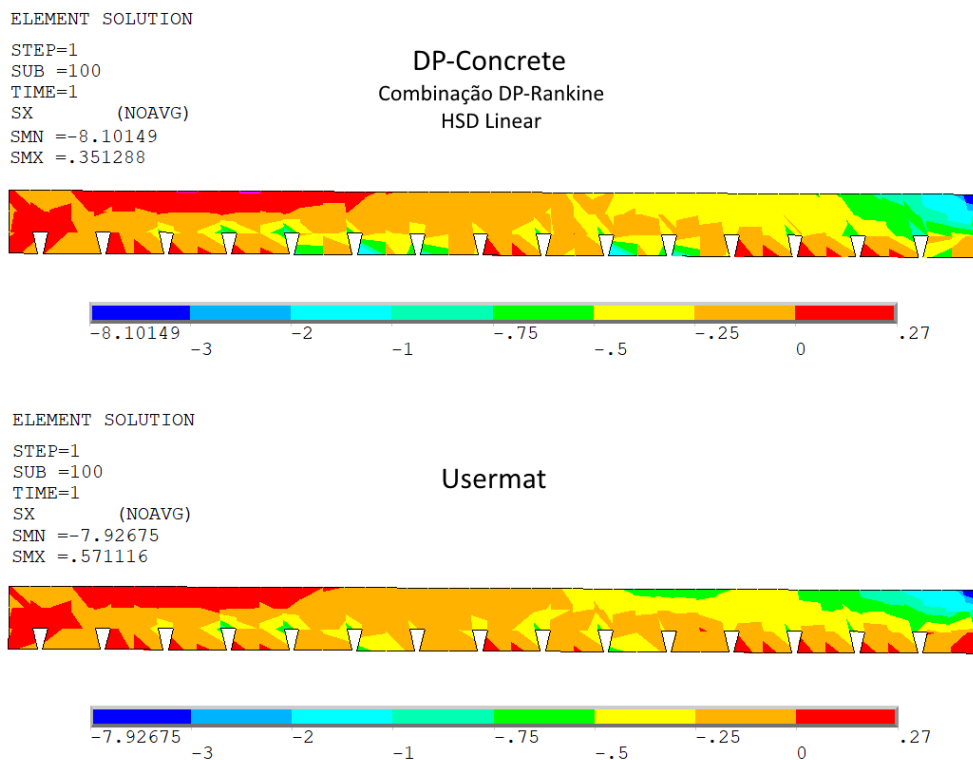
**Resultados:** Na figura 4.44 são apresentados os resultados obtidos para a viga B1 pelos modelos do presente trabalho, bem como os resultados numéricos de Bake (2010) e Ferrari (2013), e o resultado experimental original da Nadjai *et al.* (2007). Os modelos numéricos apresentaram boa correlação com o experimento, e todos eles captaram a flambagem dos montantes da alma. Cabe fazer a ressalva de que o modelo sem adição de imperfeições geométricas também





mais estes gráficos; contudo, verifica-se que a malha utilizada é capaz de diferenciar adequadamente as principais regiões tracionadas e comprimidas.

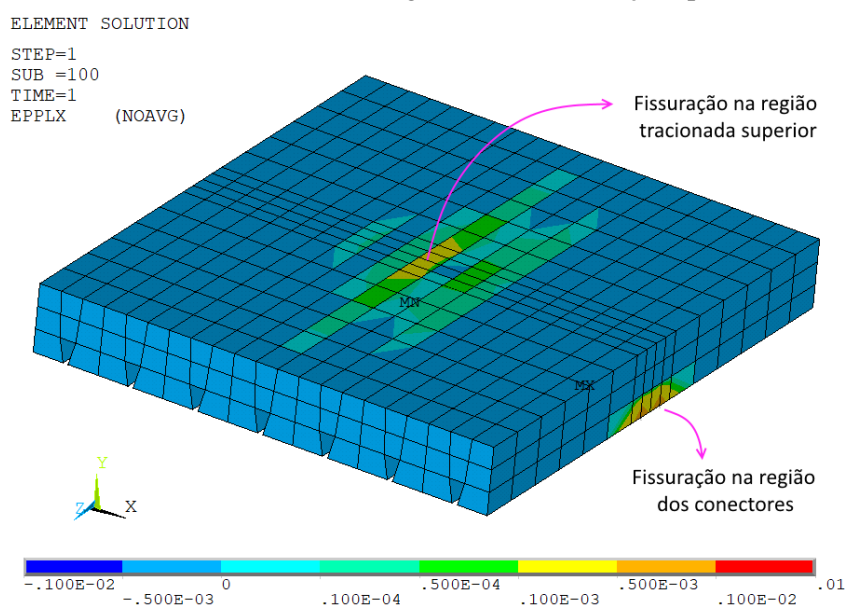
Figura 4.45 – Comparação entre tensões normais em  $x$  na seção longitudinal central



Uma alternativa para verificar qualitativamente o estado de fissuração da laje no modelo *DP-Concrete* é gerar um gráfico de deformação plástica, pois, conforme explicado anteriormente, este modelo simula a fissuração de forma simplificada através de incrementos de deformação plástica, os quais respeitam a curva de amolecimento em tração após o estado de tensões ter atingido a superfície de ruptura de Rankine, ou seja, enquanto não houver deformação plástica, não há fissuração. Para exemplificar esta questão, foi gerado o gráfico de deformação plástica na direção  $x$ , apresentado na figura 4.46. Nesta figura, é ilustrado apenas o primeiro quarto da laje, a fim de focar na região tracionada superior (a qual aparece em vermelho, na figura 4.45). Nota-se que há um início de fissuração nesta região, muito embora a deformação plástica ainda seja pequena ( $0,1/1000$ , sendo que a curva de amolecimento, apresentada na figura 4.37, vai até o valor de  $1/1000$ ). Portanto, o processo de abertura de fissuras ainda está numa fase inicial. Nota-se também que há fissurações na região dos conectores, na região inferior da laje. Todavia, neste caso deve-se ter cautela ao analisar os resultados, pois a forma como os conectores são modelados (elementos *combin39*) pode vir a gerar concentrações de tensões irreais. Se o

objetivo for analisar a distribuição de tensões e deformações nesta região com maior precisão, a estratégia utilizada por Kotinda (2006), de modelar conectores como barras, pode ser mais adequada. Por fim, cabe ressaltar que no modelo utilizado as curvas de amolecimento não são aplicadas diretamente nas tensões normais e deformações plásticas em  $x$ , mas sim nas tensões e deformações efetivas. Todavia, a análise crítica realizada neste parágrafo é válida como uma aproximação, pois, em razão da sollicitação à qual a laje está submetida, as tensões normais em  $x$  tendem a ser as preponderantes no problema.

Figura 4.46 – Análise simplificada de fissurações do primeiro quarto da laje pelo modelo *DP-Concrete*, através do gráfico de deformações plásticas em  $x$



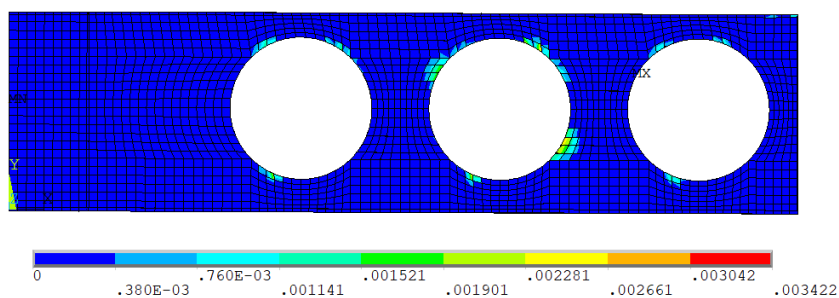
Fonte: elaborado pelo autor

Já com a *usermat*, esta análise gráfica não é possível de ser realizada, em função da forma como a sub-rotina foi programada: se o usuário gerar um gráfico de deformações plásticas do concreto, todas elas estarão zeradas, ou seja, o Ansys computa as deformações totais (plásticas mais elásticas) apenas como deformações elásticas. Por outro lado, foi programada a geração de um arquivo de texto no qual são registrados os números dos subpassos em que ocorrem as formações de fissuras dos respectivos elementos. A fim de comparar resultados, visualizou-se inicialmente que os números dos elementos centrais destacados na figura 4.46 são 6592, 6498, 6310 e 9036. Foram verificados, então, os resultados para estes elementos no arquivo de texto gerado pela *usermat*, nos quais confirmou-se que são formadas fissuras, e que isso acontece no subpasso de número 59, ou seja, quando  $u_y=0,59$  cm. Por fim, verificou-se no modelo *DP-Concrete*, através do surgimento de deformações plásticas, que estas fissuras iniciaram suas formações quando  $u_y=0,62$  cm. Portanto, os resultados são bastante coerentes entre si.



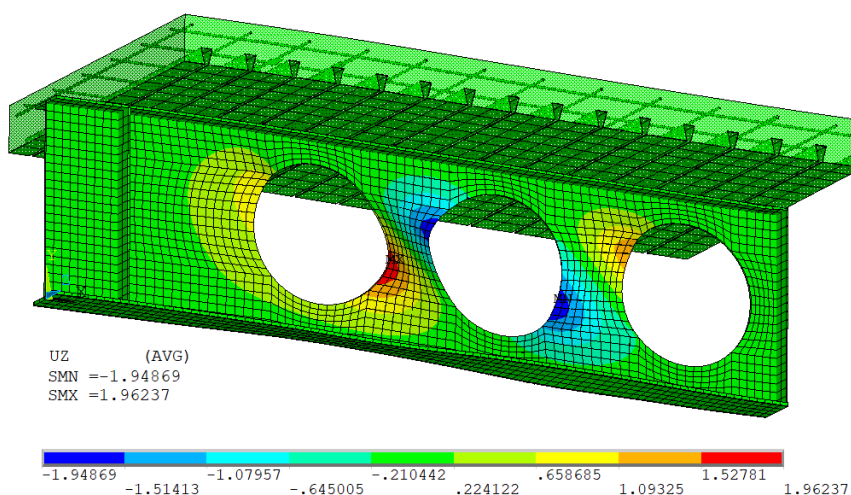
No que diz respeito ao perfil de aço, observou-se que, quando iniciou-se a flambagem dos montantes da alma ( $u_y \cong 1$  cm), a plastificação só havia iniciado em pontos concentrados no entorno dos alvéolos, mas não havia tomado maiores proporções, conforme ilustrado na figura 4.47, que representa as deformações plásticas equivalentes. Portanto, os modos de falha relacionados à plastificação (mecanismo Vierendeel ou formação de mecanismo plástico) ainda não estavam na iminência de ocorrer. A figura 4.48 ilustra a flambagem dos montantes da alma obtida pelos modelos deste trabalho, através da representação dos deslocamentos em  $z$ , com fator de escala igual a 3, no momento em que  $u_y=1,6$  cm. Nota-se que a flambagem do segundo montante apresentou deslocamentos em  $z$  com sentidos opostos aos do primeiro montante. Isso ocorre em razão do modo de flambagem adicionado como irregularidade, que possuía este formato. A título de comparação, na viga A1, como foi mostrado na figura 4.39, os sentidos dos deslocamentos nos dois montantes foram os mesmos. De qualquer forma, deve-se perceber que, nos dois casos, é a mesma diagonal que está comprimida, o que, para fins práticos, é o mais importante.

Figura 4.47 – Deformações plásticas equivalentes no início da flambagem dos montantes



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 4.48 – Flambagem dos montantes da alma captada numericamente ( $u_y=1,6$  cm)



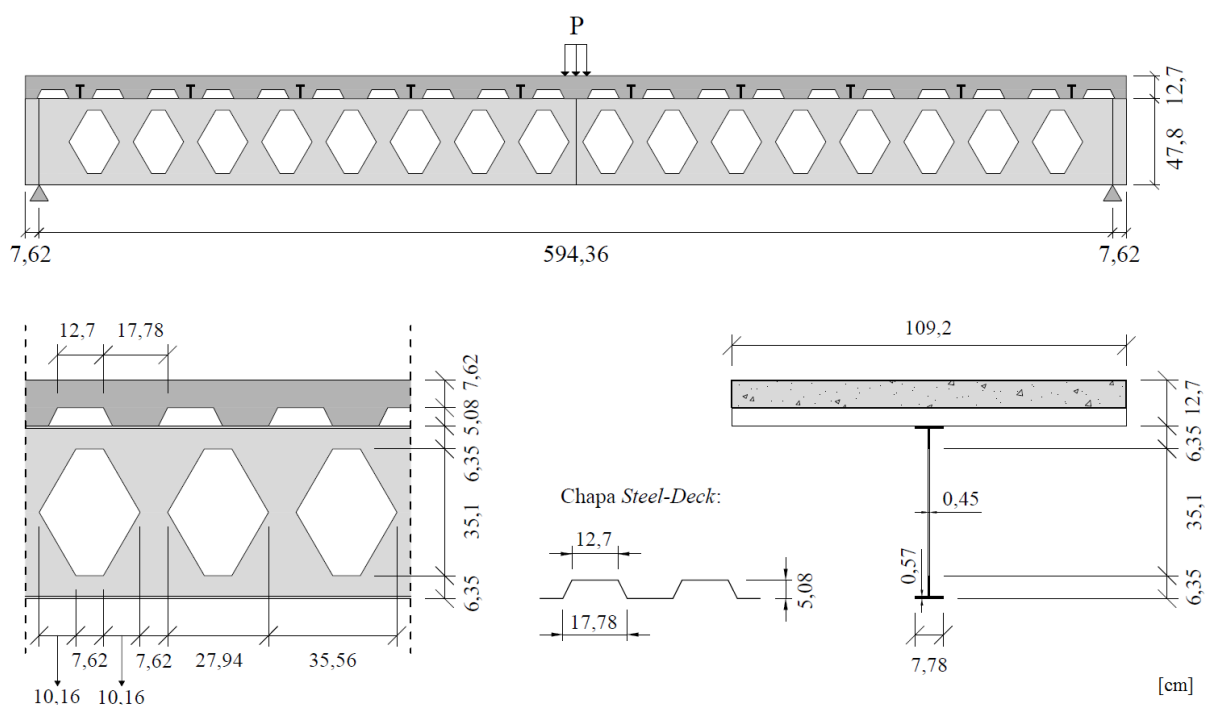
Fonte: elaborado pelo autor

### 4.2.3 Viga M5 – Megharief

A viga M5, ensaiada por Megharief (1997), apresentou falha por plastificação do perfil, com posterior rompimento de conectores. Por último, após a ocorrência destes fenômenos, o perfil, que passou a ficar destravado lateralmente na porção superior, apresentou tendência em flambar lateralmente. O ensaio foi planejado para estudar o comportamento à flexão, portanto a plastificação do perfil era prevista. O posterior rompimento dos conectores também era de certa forma esperado, uma vez que a viga fora dimensionada com ligação parcial.

Descrição do modelo experimental: A geometria da viga castelada mista M5 está ilustrada na figura 4.49. O perfil de aço expandido possui padrão alveolar customizado, se aproximando vagamente da geometria do padrão Anglo-Saxão, ainda que suas dimensões não correspondam de forma exata. Foi produzido a partir de um perfil de alma cheia Bantam B12x11,8.

Figura 4.49 – Geometria da viga alveolar mista M5



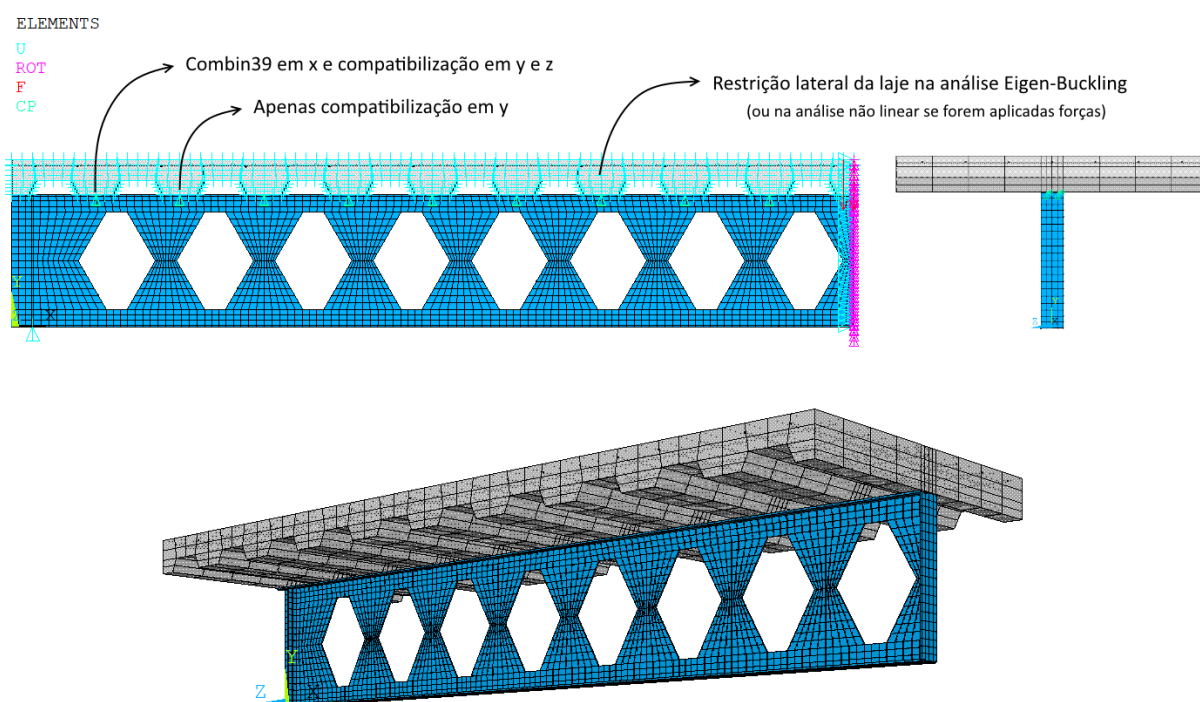
Fonte: elaborado pelo autor com base em Megharief (1997)

A carga foi aplicada no centro do vão, na face superior da laje, ao longo de uma pequena largura, conforme ilustrado na figura 4.49, uma vez que as forças foram aplicadas pelos macacos hidráulicos em uma viga secundária transversal (*spreader beam*), posicionada acima da laje e que tinha por função transmitir estas cargas a ela. Foram adicionados enrijecedores na posição de aplicação das cargas e nos apoios. Os conectores, com diâmetro de 12,7 mm e altura de 79 mm, foram alocados alternadamente nas nervuras (na primeira nervura há um conector, na

segunda não, e assim sucessivamente), de acordo com o dimensionamento da viga à ligação parcial. Foi realizado um ensaio *push-out* destes conectores, o qual é apresentado na figura 4.51. O concreto apresentou resistência média à compressão de 3,84 kN/cm<sup>2</sup>, medida em ensaio. Foi utilizada uma malha de aço soldada, com espaçamento uniforme de 15,2 cm entre barras com diâmetro de 3,4 mm (malha 152x152 MW 9,1x9,1). Não foram fornecidas informações sobre o aço da chapa *steel-deck*, nem tampouco a sua espessura. As informações sobre os aços do perfil são apresentadas na tabela 4.6.

Descrição do modelo numérico: A figura 4.50 ilustra o modelo numérico desenvolvido, no qual foi utilizada a condição de simetria. A malha do perfil foi gerada limitando-se o tamanho dos elementos da alma a 3 cm. Ao total, o modelo contém 2904 elementos *shell181*, 1440 elementos *solid186*, 960 elementos *shell281*, 10 elementos *combin39* e 380 elementos *reinf264*.

Figura 4.50 – Modelo numérico da viga alveolar mista M5

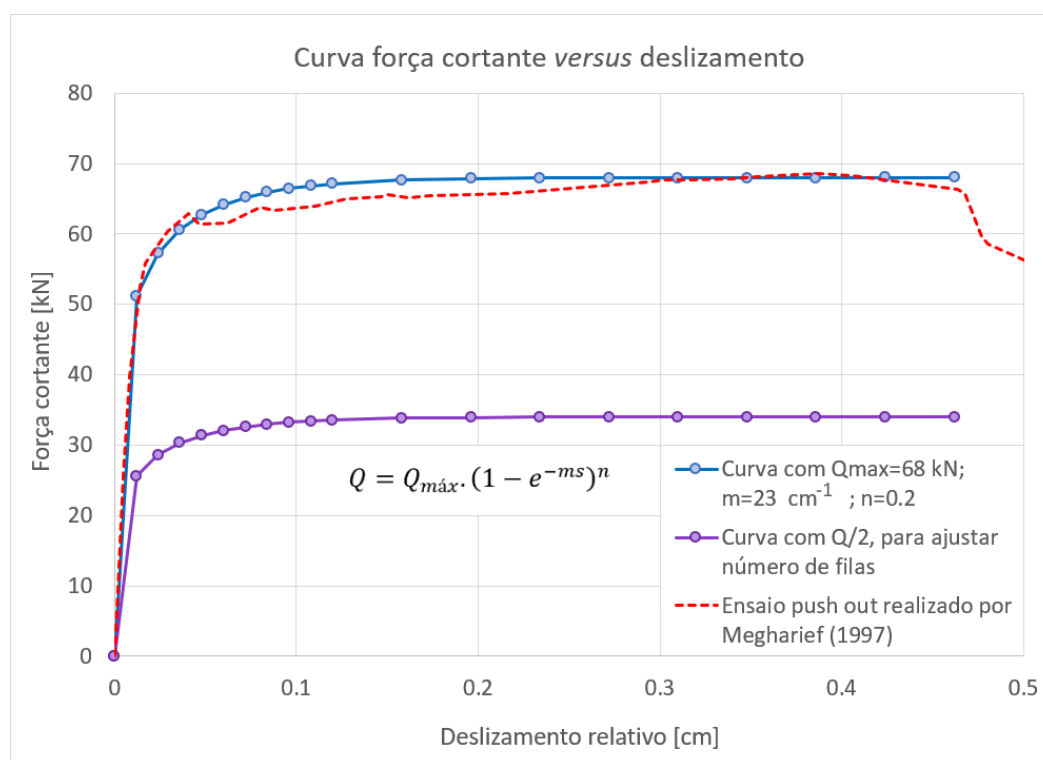


Fonte: elaborado pelo autor

No que diz respeito ao travamento lateral da laje ilustrado na figura 4.50, ele foi utilizado nas análises preliminares *Eigen-Buckling*, para impedir o giro da mesma nos modos de flambagem, bem como nas análises não lineares com aplicação de forças. Nas análises por imposição de deslocamentos, por outro lado, esta restrição foi retirada, uma vez que nestes casos a laje não apresentou tendência em girar. Do ponto de vista global (curva carga-deslocamento), os resultados com e sem esta restrição são praticamente idênticos.

Os conectores foram dispostos longitudinalmente de forma alternada em relação às nervuras, da mesma forma que no experimento. Contudo, a fim de evitar a penetração entre laje e perfil, a compatibilização de deslocamentos em  $y$  também foi realizada nas nervuras sem conectores. Esta condição não seria necessária se fossem utilizados elementos de contato, o que não foi feito na presente análise. Também é importante ressaltar que foram utilizadas duas filas de conectores, ao invés da fila única do ensaio experimental, a fim de minimizar a tendência de giro da laje. Para tanto, os valores da força cortante dos pontos da curva de força por deslizamento de cada conector foram divididos por dois, conforme ilustrado na figura 4.51.

Figura 4.51 – Ajuste da curva dos conectores à curva do ensaio *push-out*



Fonte: elaborado pelo autor

Os dados adotados para os materiais são apresentados na tabela 4.6, juntamente com as suas respectivas fontes. Para os casos em que não havia dados disponíveis, optou-se por arbitrar valores usuais ou utilizar dados de trabalhos ou exemplos anteriores. O modelo constitutivo adotado para os aços do perfil foi o de Gattesco (1999), enquanto que os aços da armadura e da chapa *steel-deck* foram admitidos como elastoplástico perfeitos.

Para a modelagem do concreto foram utilizados ambos os modelos, *usermat* e *DP-Concrete*, sendo que, neste último, foi utilizada a combinação DP-Rankine com parâmetros HSD Linear, com as propriedades da tabela 4.7. Cabe ressaltar que novamente utilizou-se um valor um pouco

menor do que o valor do módulo de elasticidade inicial como módulo de elasticidade do concreto no modelo *DP-Concrete*, neste caso igual a 3030 kN/cm<sup>2</sup>, pelo mesmo motivo apresentado no estudo da viga A1, no item 4.2.1.

Tabela 4.6 – Propriedades dos materiais admitidas para a viga M5

Material	Dado	Valor	Unidade	Fonte
Aços Perfil	$E$	20000	kN/cm <sup>2</sup>	Arbitrado, valor usual
	$f_y$ (mesas)	31,8	kN/cm <sup>2</sup>	Megharief (1997)
	$f_u$ (mesas)	44,5	kN/cm <sup>2</sup>	
	$f_y$ (alma)	31,4	kN/cm <sup>2</sup>	
	$f_u$ (alma)	44,3	kN/cm <sup>2</sup>	
	$\varepsilon_h/\varepsilon_y$	8,5	-	Arbitrados, valores usuais
$E_h$	300	kN/cm <sup>2</sup>		
Conectores	$Q_{m\acute{a}x}$	68	kN	Ajustados com base na curva <i>push-out</i> fornecida por Megharief (1997)
	$m$	2,3	1/mm	
	$n$	0,2	-	
Concreto	$f_{cm}$	3,84	kN/cm <sup>2</sup>	Megharief (1997)
	$E_{ci}$	3367	kN/cm <sup>2</sup>	Calculados por equações do código modelo FIB (2012)
	$f_{ck}$	3,04	kN/cm <sup>2</sup>	
	$f_{ctm}$	0,29	kN/cm <sup>2</sup>	
	$f_{c2m}$	4,46	kN/cm <sup>2</sup>	
Aço Chapa <i>Steel-Deck</i>	$E$	21000	kN/cm <sup>2</sup>	Arbitrado, valor usual
	$f_y$	32,7	kN/cm <sup>2</sup>	Idem exemplo anterior
Aço Armadura	$E$	21000	kN/cm <sup>2</sup>	Arbitrados, valores usuais
	$f_y$	50	kN/cm <sup>2</sup>	

Fonte: elaborado pelo autor com base nas fontes citadas

Tabela 4.7 – Dados para o modelo *DP-Concrete* com HSD Linear – viga M5

Domínio	Propriedade	Símbolo	Valor
Compressão	Tensão relativa no início da plastificação	$\Omega_{ci}$	40%
	Tensão relativa na deformação última	$\Omega_{cr}$	65%
	Deformação plástica na tensão máxima	$\kappa_{cm}$	$0,0023 - f_{cm}/E_c = 0,001$
	Deformação plástica última	$\kappa_{cu}$	$0,0035 - \Omega_{cr} \cdot f_{cm}/E_c = 0,0027$
Tração	Tensão relativa residual	$\Omega_{tr}$	2%
	Deformação plástica última	$\kappa_{tr}$	0,001

Fonte: elaborado pelo autor

Como imperfeições iniciais foram adicionados os dois primeiros modos (relacionados à flambagem dos montantes da alma, e que apresentaram cargas críticas de 180 kN e 188 kN), ponderados de acordo com a equação (3.21) e com amplitudes de  $d_g/600$ . Cabe ressaltar que estes modos foram obtidos com a utilização de restrição lateral da laje. Sem esta restrição, a laje apresentou um giro muito expressivo nos três primeiros modos, e a carga crítica do primeiro foi menor, igual a 98 kN. Estes modos de flambagem são irreais, pois, conforme já comentado, a laje não possui total liberdade para girar e se deslocar lateralmente. Portanto, como não é interessante adicionar giros iniciais à laje, a realização da análise *Eigen-Buckling* com restrição lateral da mesma se mostrou mais adequada.

Megharief (1997) salientou que a consideração do peso próprio é importante na avaliação da capacidade resistente desta viga, uma vez que a sua carga de ruptura foi relativamente baixa. O autor, inclusive, a fim de avaliar a carga última da estrutura, somou a carga máxima aplicada no ensaio com uma carga equivalente ao peso próprio da viga. Por outro lado, o diagrama de carga-deslocamento não considera de forma direta os efeitos do peso próprio, uma vez que o ensaio foi realizado quando a viga já apresentava as deformações instantâneas devidas ao seu peso, ou seja, os deslocamentos medidos foram exclusivamente os devidos à carga aplicada. Porém, é necessário considerar que, quando a carga é aplicada, a viga já se encontra em um estado inicial de tensões devidas ao peso próprio, e, se este peso for relativamente significativo, como é o caso aqui, as curvas resultantes considerando, ou não, este estado inicial de tensões podem ser bem diferentes entre si. O mesmo não ocorre em vigas onde a capacidade resistente é alta: nesses casos, o efeito do peso próprio geralmente pode ser desprezado (como foi feito nos exemplos anteriores analisados).

A fim de adicionar o estado inicial de tensões devido ao peso próprio, a solução não linear foi realizada em duas etapas de carga (denominados pelo Ansys como *loadsteps*): no primeiro *loadstep* foi adicionada a aceleração da gravidade, em y, para que o peso dos elementos fosse adicionado como cargas de volume. Para tanto, foram adotados os seguintes valores: 2400 kg/m<sup>3</sup> para a massa específica do concreto, 7860 kg/m<sup>3</sup> para as massas específicas dos aços e 9,81 m/s<sup>2</sup> para a aceleração da gravidade (na prática, estes valores são adicionados como pesos específicos nas unidades padrão do *script*, resultando em  $2,35 \cdot 10^{-5}$  kN/cm<sup>3</sup> e  $7,71 \cdot 10^{-5}$  kN/cm<sup>3</sup>, respectivamente). Já no segundo *loadstep*, passam a ser aplicadas as forças concentradas no centro do vão, e as cargas de peso próprio são mantidas – os seus efeitos já foram totalmente calculados no primeiro passo de carga, mas, se elas fossem retiradas, o Ansys efetuará o seu descarregamento durante o segundo passo de carga (concomitantemente ao carregamento da

força concentrada), o que na prática não acontece. Por fim, para a obtenção da curva carga-deslocamento, os resultados do primeiro *loadstep* devem ser subtraídos dos resultados finais.

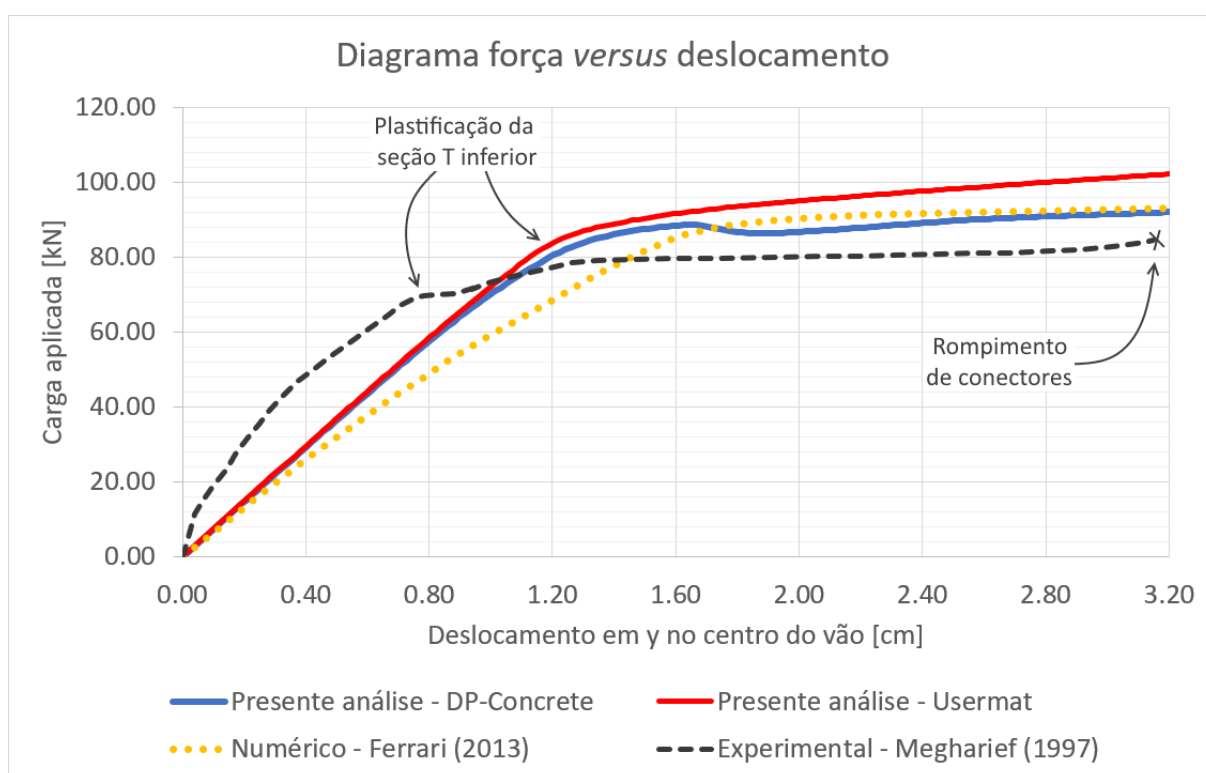
O procedimento descrito acima é de simples compreensão, e correto, se forem aplicadas cargas concentradas na análise não linear. Todavia, se forem impostos deslocamentos, ele pode gerar uma descontinuidade no carregamento: ao efetuar a divisão do deslocamento imposto no segundo *loadstep* em subpassos, o primeiro subpasso pode vir a impor um deslocamento menor do que aquele já resultante do peso próprio. Assim, a viga seria forçada a deformar *para cima* em um primeiro momento. Por exemplo: deseja-se impor um deslocamento vertical de 2 cm no centro da viga, dividido em 200 subpassos. Assim, o deslocamento imposto do primeiro subpasso é de 0,01 cm. No entanto, supondo que a viga já tenha apresentado um deslocamento central de 0,2 cm devido ao peso próprio, impor este deslocamento de 0,01 cm significa aplicar uma força para cima neste primeiro subpasso, o que não condiz com a realidade. Uma maneira de superar esta dificuldade na imposição de deslocamentos é dividir o carregamento em três *loadsteps*: no primeiro, é aplicado o peso próprio, através da aceleração da gravidade; no segundo, é imposto um deslocamento central maior ou igual ao deslocamento central devido ao peso próprio, *em um único subpasso*; e no terceiro, é imposto o deslocamento final desejado. Deste modo, o terceiro *loadstep* divide em subpassos apenas o incremento de deslocamentos, partindo do deslocamento do segundo *loadstep*, sem gerar descontinuidades no carregamento.

Ambos os procedimentos (divisão em dois *loadsteps*, se aplicadas forças; ou em três *loadsteps*, se impostos deslocamentos), foram adotados na análise do presente exemplo, e os resultados obtidos foram praticamente idênticos enquanto houve convergência. Contudo, como é comum, a aplicação de forças dificultou o processo de convergência: com o modelo *DP-Concrete*, foi necessário utilizar o método *Arc-Length*, pois em determinado momento houve um pequeno incremento de deslocamento negativo, caracterizando o fenômeno *snap-through*, o qual foi descrito no item 3.1.5.3. Com o modelo da *usermat* não foi obtida convergência com o método *Arc-Length* através da aplicação de forças; e com o método *Newton-Raphson* a solução convergiu, porém parou precocemente. Por isso, foi importante utilizar a abordagem por deslocamentos, a qual não apresentou problemas de convergência nas análises realizadas.

**Resultados:** Na figura 4.52 são apresentados os resultados obtidos nas análises da viga M5. Todos os modelos numéricos, tanto os do presente trabalho quanto o de Ferrari (2013), conseguiram captar o início do modo de colapso do modelo experimental, que ocorre com a plastificação da seção T inferior do perfil de aço. Porém, os fenômenos que sucedem esta plastificação (rompimento de conectores e consequente flambagem lateral) não são captados

numericamente. Muito embora as forças cortantes nos elementos *combin39* cheguem próximas aos valores da carga última dos conectores (conforme mostrado na figura 4.55), os comportamentos em *y* e *z*, os quais são regidos pelas equações de compatibilidade, permanecem inalterados. Portanto, da maneira como os conectores foram modelados, não existe a possibilidade de o perfil ficar destravado lateralmente e flambar, como aconteceu no experimento, após o rompimento destes. Apesar de esta ser uma limitação do modelo numérico desenvolvido, ela não chega a ser relevante, uma vez que, quando os conectores rompem, a rigidez da viga já é muito pequena devido à plastificação da seção T inferior. Para fins de projeto, captar esta plastificação já é suficiente.

Figura 4.52 – Resultados das análises para a viga M5



Fonte: elaborado pelo autor

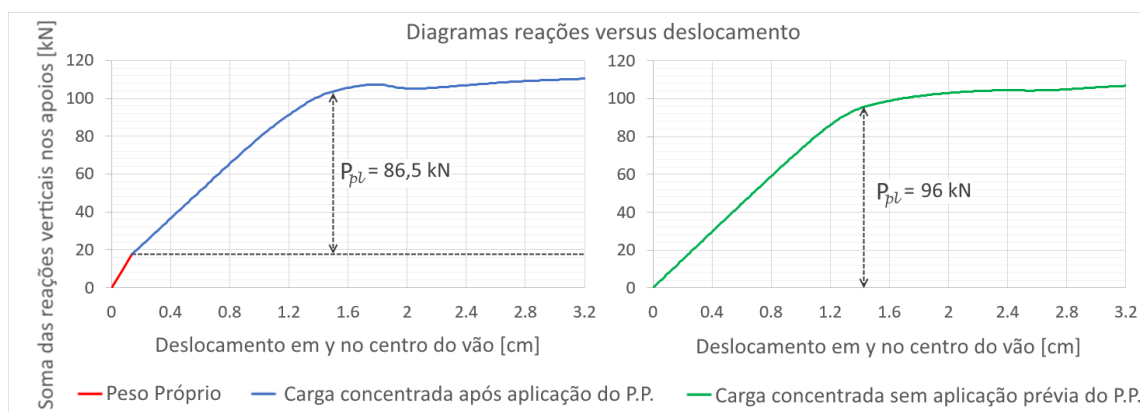
Verifica-se que os modelos numéricos apresentaram diferenças maiores em relação ao resultado experimental, tanto na rigidez inicial quanto na carga última, se comparados com os resultados dos demais exemplos analisados no presente trabalho. Contudo, há indícios de que estas diferenças (especialmente da rigidez inicial) possam estar parcialmente associadas com a precisão dos dados experimentais fornecidos por Megharief (1997), uma vez que Ferrari (2013, p. 59-68) também analisou a viga M2 deste trabalho, e a diferença entre as rigidezes iniciais foi ainda maior. Além disso, o modelo numérico desenvolvido pela autora apresentou bons



resultados nos outros exemplos analisados, à exceção dos de Megharief (1997). Assim, muito embora não seja possível delinear conclusões definitivas a este respeito, os resultados de Ferrari (2013) tendem a apontar possíveis imprecisões nos dados e/ou medições experimentais, e os resultados obtidos pelo presente trabalho corroboram com este questionamento.

No que diz respeito aos métodos e estratégias de solução, os resultados apresentados na figura 4.52 foram obtidos com o método *Newton-Raphson*, com imposição de deslocamentos. Foi adotado o procedimento descrito no item anterior, que consiste na divisão em três *loadsteps*, para considerar o estado de tensões iniciais devido ao peso próprio. As curvas apresentadas partem do início do último *loadstep*, ou seja, o deslocamento da curva é, na verdade, o deslocamento total subtraído do deslocamento devido ao peso próprio. Assim, o peso próprio é considerado de forma indireta: apenas o estado de tensões iniciais devido a este carregamento que influencia a capacidade resistente da viga. Neste sentido, cabe ressaltar que, ignorando este estado inicial de tensões, a carga última dos modelos aumenta em cerca de 10%, ou seja, fica ainda mais distante dos resultados experimentais. Este resultado é bastante coerente, uma vez que, se não precisasse suportar o seu peso próprio, a viga poderia resistir a uma carga concentrada maior. Na figura 4.53a é apresentada a solução completa obtida com o modelo *DP-Concrete*, contendo todos os *loadsteps*, através do diagrama de reações verticais nos apoios *versus* deslocamento em *y* no centro do vão: o trecho em vermelho diz respeito ao peso próprio, e o trecho em azul diz respeito à carga concentrada no meio do vão, aplicada em um segundo momento. Na figura 4.53b, por outro lado, é apresentada a solução ignorando o peso próprio. Por fim, cabe ressaltar que este é um caso atípico, uma vez que, em função do peso da laje de concreto e da relativamente baixa capacidade resistente da viga, o peso próprio da viga mista acaba influenciando de forma significativa a sua capacidade resistente adicional.

Figura 4.53 – Efeito do peso próprio: (a) aplicação da carga concentrada após aplicação do peso o peso próprio; (b) aplicação da carga concentrada sem considerar o peso próprio

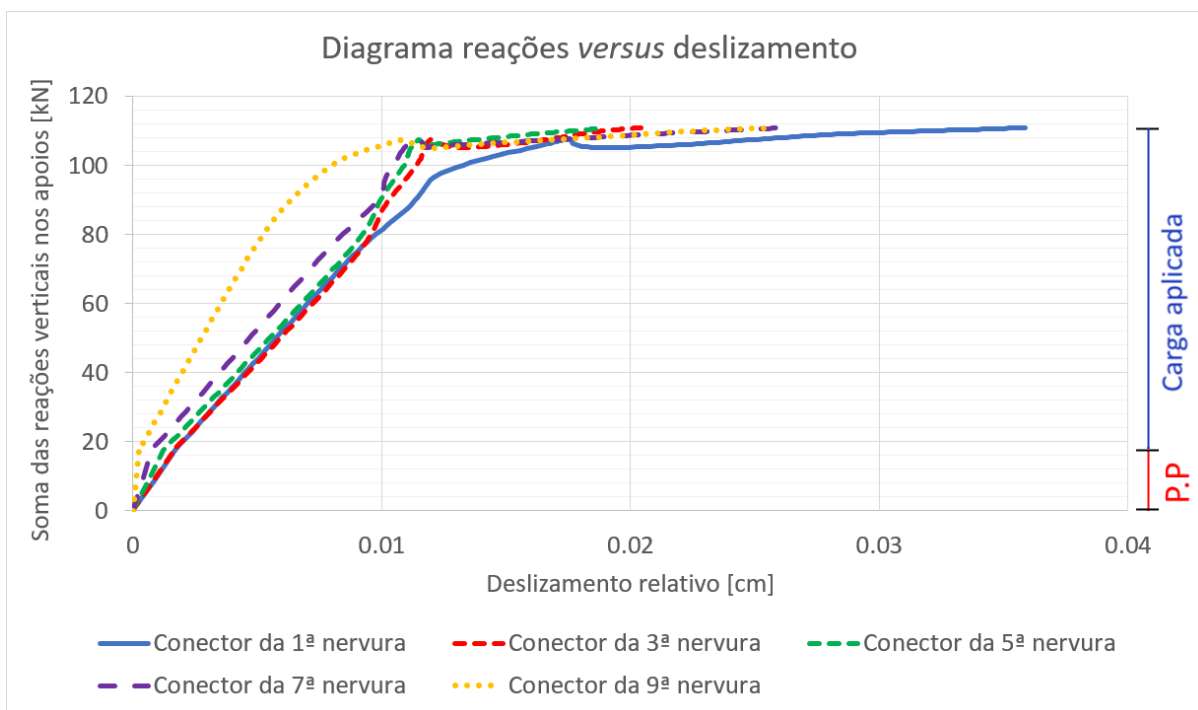


Fonte: elaborado pelo autor

Para fins de comparação de resultados, foi adotado também o método *Arc-Length*, com aplicação de forças: neste caso, o resultado foi praticamente idêntico ao obtido por *Newton-Raphson* com imposição de deslocamentos, quando utilizado o modelo *DP-Concrete*. Porém, a solução com este segundo método parou de convergir muito precocemente, antes mesmo da plastificação do perfil, quando utilizado o modelo da *usermat*. Por fim, foi utilizada a solução de *Newton-Raphson* com aplicação de forças. Neste caso, a convergência parou precocemente no modelo *DP-Concrete*, imediatamente antes do pequeno incremento de carga negativo, em  $u_y=1,60$  cm. Já no modelo da *usermat*, a solução por este método convergiu até  $u_y=2,50$  cm, e até então obteve resultados idênticos aos obtidos com imposição de deslocamentos.

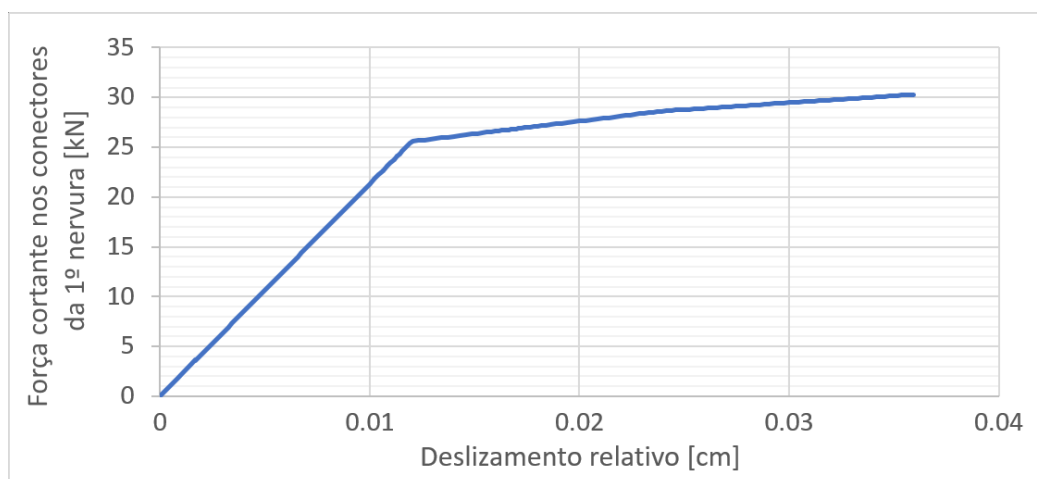
As figuras 4.54 e 4.55, a seguir, mostram os deslizamentos da interface aço-concreto, nos conectores, em função da soma das reações verticais nos apoios; e as curvas força cortante *versus* deslizamento no conector da primeira nervura, obtidos com o modelo numérico com *DP-Concrete*. Cabe ressaltar que, como foi realizada a adaptação da curva do ensaio *push-out*, em função do número de filas ser diferente do ensaio experimental, a carga última de cada conector passa a ser  $Q_{m\acute{a}x}/2 = 34$  kN. Observa-se na figura 4.55 que a força cortante atuante no conector da primeira nervura chega muito próxima a este valor.

Figura 4.54 – Deslizamentos relativos da interface aço concreto, nos conectores



Fonte: elaborado pelo autor

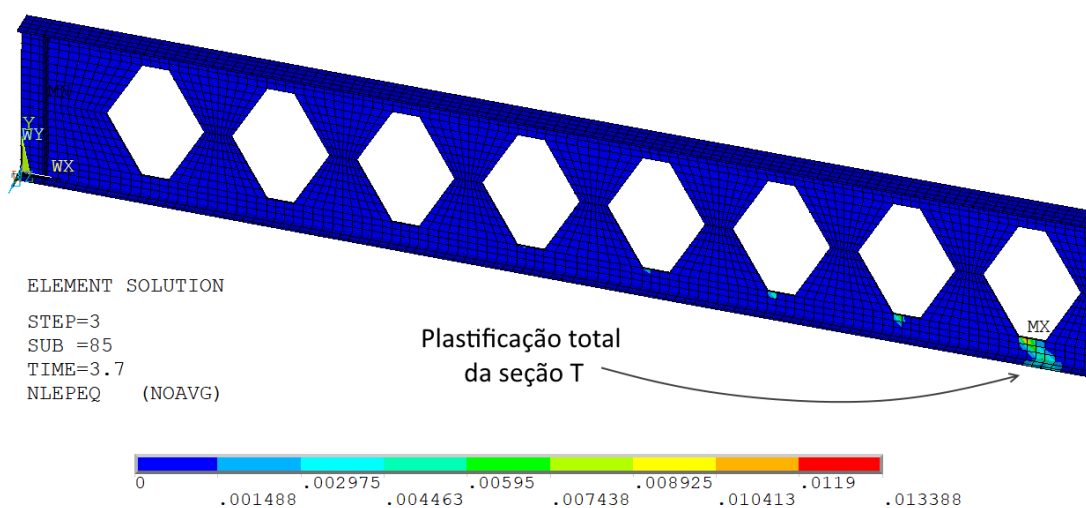
Figura 4.55 – Curva de força cortante *versus* deslizamento nos conectores da 1ª nervura



Fonte: elaborado pelo autor

É possível observar, na figura 4.54, que quando a soma das reações é igual a aproximadamente 107 kN (e, portanto, quando a força vertical aplicada no centro do vão é igual a 89,5 kN), os conectores subitamente passam a apresentar rigidez muito menor ao deslizamento. Já a figura 4.56 mostra que, nesta etapa da análise, a seção T inferior ao alvéolo central encontra-se completamente plastificada, estando assim desde a carga aplicada de 86,9 kN. Logo, no momento em que os conectores apresentaram esta mudança de comportamento, o mecanismo plástico recém havia sido formado, e as deformações plásticas estavam aumentando rapidamente. Portanto, conclui-se que ambos os fenômenos – plastificação e perda de rigidez nos conectores – acontecem quase que simultaneamente, e possivelmente estão relacionados. Ambos contribuem para a perda da rigidez da viga como um todo.

Figura 4.56 – Plastificação da seção T: deformações plásticas equivalentes (P=89,5 kN)



Fonte: elaborado pelo autor

A despeito da adição de irregularidades iniciais, os montantes não apresentaram tendência em flambar em nenhum momento, e o deslocamento máximo em  $z$  na alma foi de 0,1 cm, quando o deslocamento em  $y$  era de 3,20 cm.

Por fim, no que diz respeito às tensões no concreto, verificou-se que, no domínio analisado, as tensões normais em  $x$  não ultrapassaram o valor de 3 kN/cm<sup>2</sup> (com exceção das regiões singulares de aplicação da carga), valor que está abaixo da resistência média do concreto à compressão (3,84 kN/cm<sup>2</sup>). Portanto, concluiu-se que o esmagamento ainda não havia ocorrido quando os conectores estavam se aproximando de sua carga última. Este resultado é coerente com o experimento, uma vez que a viga não apresentou falha por esmagamento do concreto, mas sim falha nos conectores.

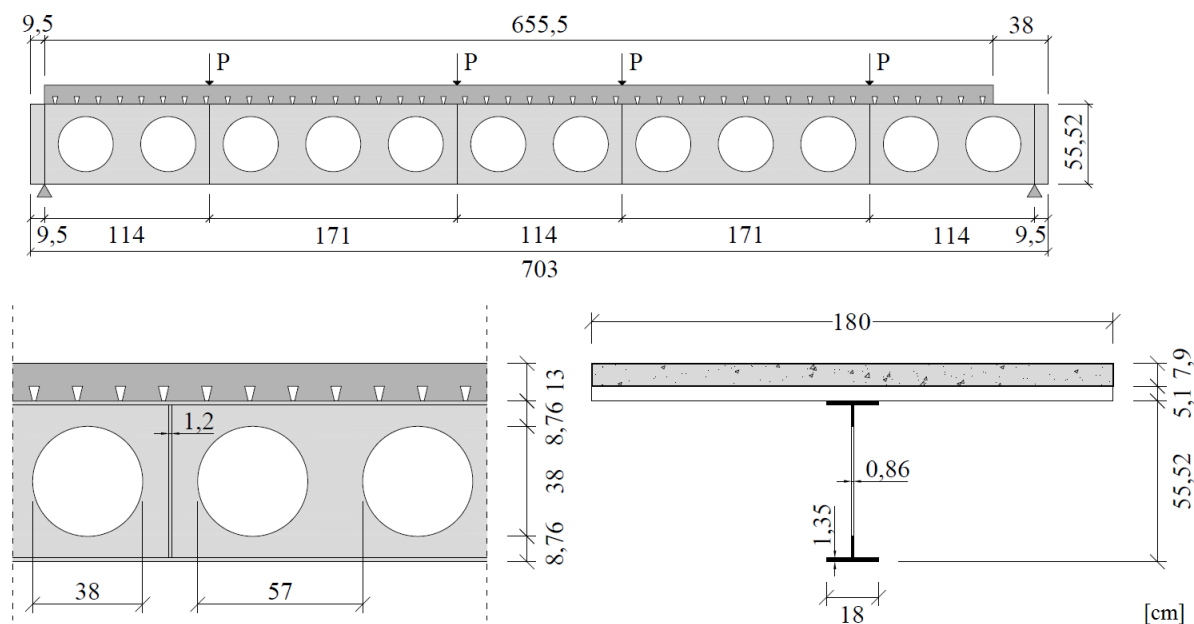
#### 4.2.4 Vigas 1A e 1B – Müller *et al.*

O ensaio da viga 1A, apresentado em Müller *et al.* (2006), faliu por flambagem do último montante da alma, próximo ao segundo apoio. No momento em que esta flambagem iniciou, foi efetuado o descarregamento da viga e a alma foi enrijecida neste local. Realizou-se então um novo ensaio, denominado de 1B, sob a justificativa de serem obtidas mais informações sobre a viga analisada. Neste segundo ensaio a viga novamente apresentou flambagem do montante da alma, mas desta vez no primeiro montante, próximo ao primeiro apoio.

Descrição dos modelos experimentais: A geometria da viga 1A é apresentada na figura 4.57. A carga aplicada foi dividida em quatro pontos, conforme ilustrado, com o objetivo de simular, de forma aproximada, um carregamento uniformemente distribuído. O perfil *steel-deck* utilizado é o HOLORIB 51/150, idêntico ao utilizado no exemplo do item 4.2.1 do presente trabalho, e que foi detalhado na figura 4.35. O perfil expandido originou-se de um perfil de alma cheia IPE 400. Conforme mencionado, o ensaio da viga 1B foi realizado com a mesma viga, com a única diferença de que a alma, na região do montante que flambou no ensaio da viga 1A, foi enrijecida por uma barra diagonal, conforme ilustrado na figura 4.58.

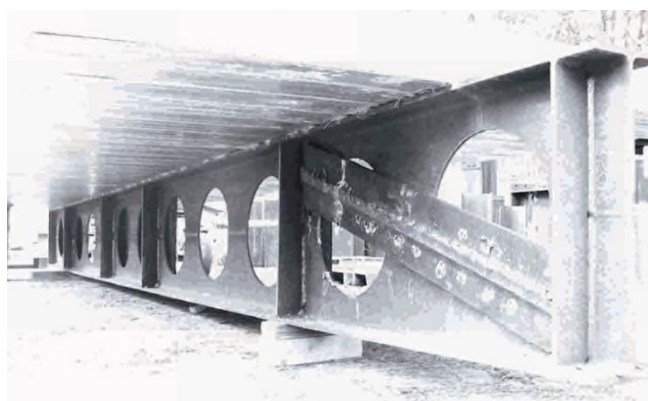
Os conectores, com diâmetro de 19 mm e altura de 100 mm, foram alocados em uma única fila, com espaçamento de 15 cm, ou seja, com um conector a cada nervura. O concreto apresentou resistência média à compressão de 4,20 kN/cm<sup>2</sup>, medida em ensaio. Como armadura foram utilizadas barras de aço transversais e longitudinais, cujas áreas totais são iguais a 0,4% das áreas das seções de concreto nas respectivas direções. As informações sobre os aços do perfil são apresentadas na tabela 4.8.

Figura 4.57 – Geometria da viga 1A



Fonte: elaborado pelo autor com base em Müller *et al.* (2006)

Figura 4.58 – Ensaio 1B: enrijecimento da alma no montante que flambou



Fonte: Müller *et al.* (2006)

Descrição dos modelos numéricos: A figura 4.59 ilustra o modelo numérico desenvolvido para a viga 1A. A malha do perfil foi gerada limitando-se o tamanho dos elementos da alma a 4 cm. Ao total, o modelo contém: 4320 elementos *shell181*, 7040 elementos *solid186*, 4928 elementos *shell281*, 86 elementos *combin39* e 1840 elementos *reinf264*.

No que diz respeito ao travamento lateral da laje, o mesmo foi utilizado apenas nas análises preliminares de *Eigen-Buckling*, para impedir o giro da mesma na obtenção dos modos de flambagem. Nas análises não lineares estas restrições laterais não foram necessárias, uma vez que a laje não apresentou tendência em girar. Assim, esses travamentos foram retirados do modelo após a análise preliminar *Eigen-Buckling*.

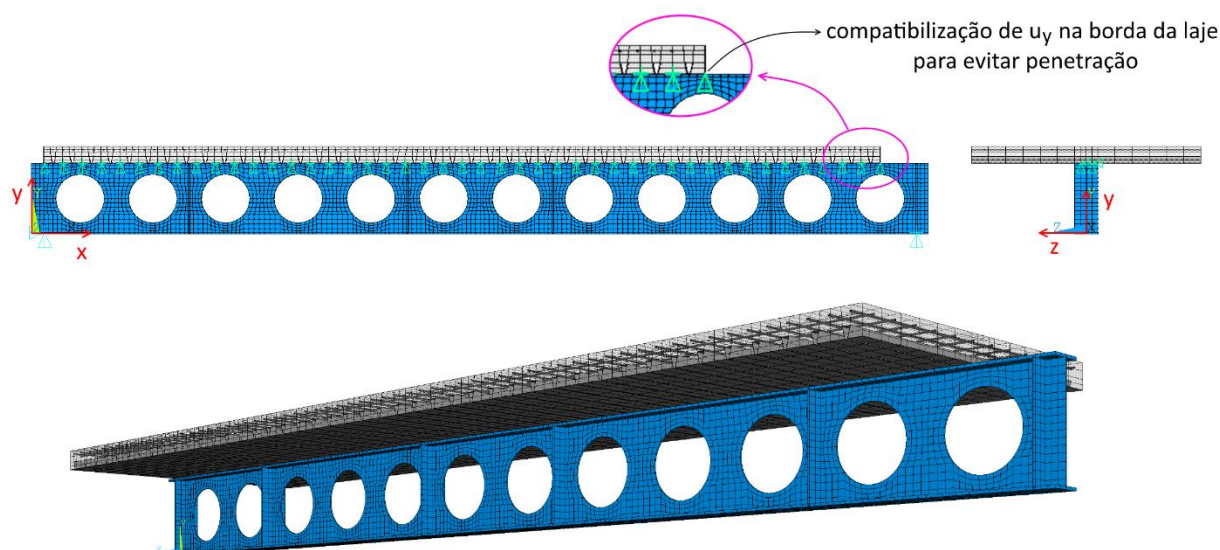
Para que a laje não apresentasse tendência da laje em girar, os conectores foram dispostos em duas filas, diferentemente do modelo experimental, com uma única fila. Por esta razão os valores das forças cortantes da curva de força *versus* deslizamento obtida com os valores da tabela 4.8 foram divididos por dois, a fim de ajustar suas rigidezes.

Os dados adotados para os materiais são apresentados na tabela 4.8, juntamente com as suas respectivas fontes. Para os casos em que não havia dados disponíveis, optou-se por arbitrar valores usuais ou utilizar dados de trabalhos ou exemplos anteriores. O modelo constitutivo adotado para os aços do perfil foi o de Gattesco (1999), enquanto que os aços da armadura e da chapa *steel-deck* foram admitidos como elastoplástico perfeitos.

Para a modelagem do concreto foram utilizados ambos os modelos, *usermat* e *DP-Concrete*, sendo que, neste último, foi utilizada a combinação DP-Rankine com parâmetros HSD Linear, com as propriedades da tabela 4.9. Como módulo de elasticidade do concreto no modelo *DP-Concrete* utilizou-se um valor um pouco menor ( $3122 \text{ kN/cm}^2$ ) do que o valor do módulo de elasticidade inicial ( $3469 \text{ kN/cm}^2$ ), pelo mesmo motivo apresentado no estudo da viga A1, no item 4.2.1. Já para o modelo da *usermat* foi fornecido o valor do módulo de elasticidade inicial.

Nos nós posicionados junto às bordas da laje, na sua face inferior, nas coordenadas em  $z$  das filas de conectores, foram adicionadas compatibilizações de deslocamento em  $y$  com os nós da mesa superior do perfil de aço, através do comando CPINTF. Uma vez que nestes pontos não há conectores, e tendo em vista que não foram usados elementos de contato, verificou-se a necessidade de compatibilizar estes deslocamentos para evitar a penetração da laje no perfil.

Figura 4.59 – Modelo numérico da viga alveolar mista 1A



Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 4.8 – Propriedades dos materiais admitidas para as vigas 1A e 1B

Material	Dado	Valor	Unidade	Fonte
Aços Perfil	$E$	20000	kN/cm <sup>2</sup>	Arbitrado, valor usual
	$f_y$ (mesas)	45,1	kN/cm <sup>2</sup>	Müller <i>et al.</i> (2006)
	$f_u$ (mesas)	54,12	kN/cm <sup>2</sup>	1,2. $f_y$ , sugerido por Bake (2010)
	$f_y$ (alma)	48,9	kN/cm <sup>2</sup>	Müller <i>et al.</i> (2006)
	$f_u$ (alma)	58,68	kN/cm <sup>2</sup>	1,2. $f_y$ , sugerido por Bake (2010)
	$\varepsilon_h/\varepsilon_y$	7,5	-	Arbitrados, valores usuais
	$E_h$	400	kN/cm <sup>2</sup>	
Conectores	$Q_{m\acute{a}x}$	100	kN	Arbitrados dentro da faixa de valores adotados por Schmitz (2017) para conectores com mesmo diâmetro
	$m$	1,9	1/mm	
	$n$	1,0	-	
Concreto	$f_{cm}$	4,20	kN/cm <sup>2</sup>	Müller <i>et al.</i> (2006)
	$E_{ci}$	3469	kN/cm <sup>2</sup>	Calculados por equações do código modelo FIB (2012)
	$f_{ck}$	3,4	kN/cm <sup>2</sup>	
	$f_{ctm}$	0,315	kN/cm <sup>2</sup>	
	$f_{c2m}$	4,86	kN/cm <sup>2</sup>	
Aço Chapa Steel-Deck	$E$	21000	kN/cm <sup>2</sup>	Arbitrado, valor usual
	$f_y$	32,7	kN/cm <sup>2</sup>	Idem exemplo anterior
Aço Armadura	$E$	21000	kN/cm <sup>2</sup>	Arbitrados, valores usuais
	$f_y$	50	kN/cm <sup>2</sup>	

Fonte: elaborado pelo autor com base nas fontes citadas

Tabela 4.9 – Dados para o modelo *DP-Concrete* com HSD Linear – vigas 1A e 1B

Domínio	Propriedade	Símbolo	Valor
Compressão	Tensão relativa no início da plastificação	$\Omega_{ci}$	40%
	Tensão relativa na deformação última	$\Omega_{cr}$	65%
	Deformação plástica na tensão máxima	$\kappa_{cm}$	$0,0023 - f_{cm}/E_c = 0,00095$
	Deformação plástica última	$\kappa_{cu}$	$0,0035 - \Omega_{cr} \cdot f_{cm}/E_c = 0,0026$
Tração	Tensão relativa residual	$\Omega_{tr}$	2%
	Deformação plástica última	$\kappa_{tr}$	0,001

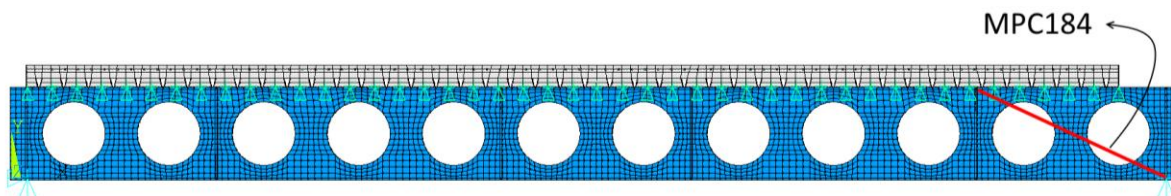
Fonte: elaborado pelo autor

Na viga 1B foi utilizado o mesmo modelo da figura 4.59, mas, a fim de simular a barra diagonal de enrijecimento ilustrada na figura 4.58, foi adicionado um elemento rígido, MPC184, conforme esquematizado na figura 4.60. Este elemento foi utilizado com a opção do método de eliminação direta, ou seja, através da adição de equações de compatibilidade para relacionar os



graus de liberdade dos pontos ligados por ele (no caso, os extremos da diagonal). Foi utilizada também a opção de viga rígida, ou seja, tanto os deslocamentos quanto as rotações destes pontos são compatibilizadas.

Figura 4.60 – Modelo numérico da viga alveolar mista 1B



Fonte: elaborado pelo autor

Como imperfeições foram adicionados os dois primeiros modos de flambagem, com cargas críticas em torno de 1100 kN, relacionados à flambagem dos montantes da alma, ambos com amplitude de  $d_g/600$  e ponderados pela equação (3.21).

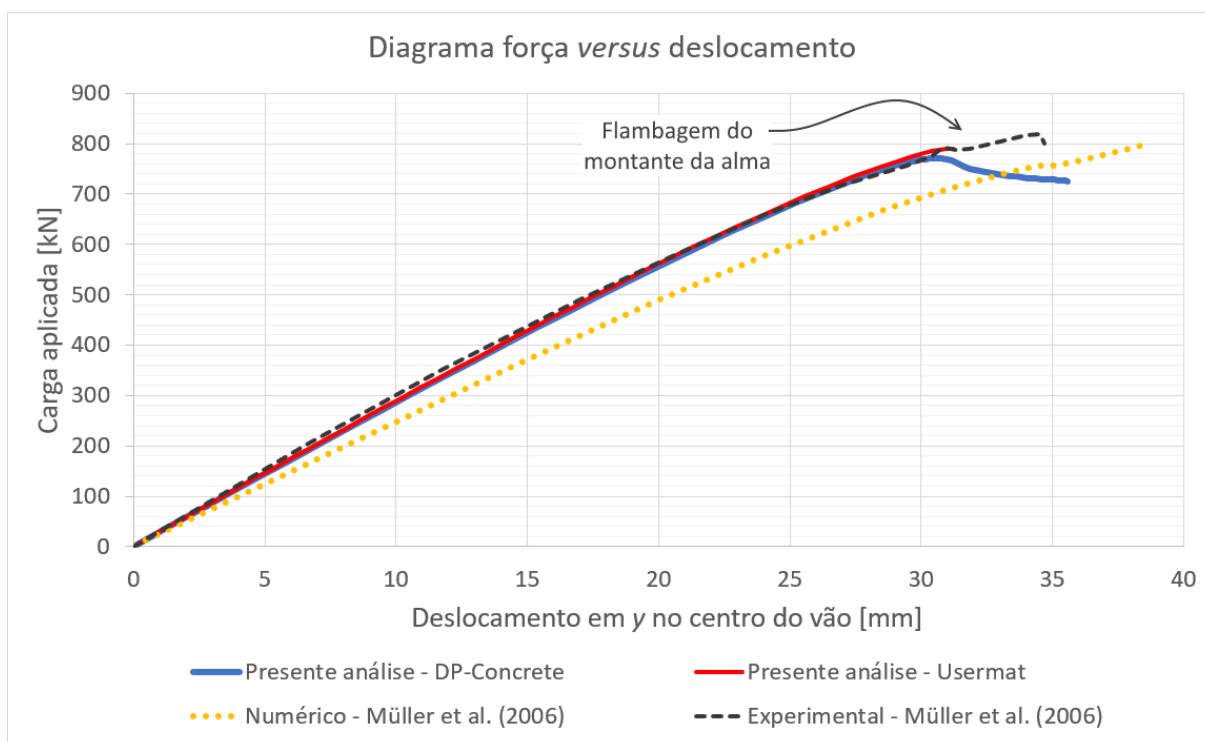
No que diz respeito à estratégia de solução, cabe ressaltar que este é um exemplo típico onde a abordagem por imposição de deslocamentos não é possível de ser realizada, uma vez que a razão entre os deslocamentos dos pontos de aplicação das cargas não é conhecida *a priori*, e, além disso, ela varia durante o processo de solução. Portanto, se fossem aplicados deslocamentos iguais nos quatro pontos de aplicação da carga, a solução obtida seria diferente da solução com aplicação de forças nestes mesmos pontos, a qual condiz com o experimento.

Desta forma, foi utilizada a aplicação de forças na solução não linear. No modelo com *DP-Concrete* foi utilizado o método *Arc-Length*, a fim de captar o comportamento pós-flambagem das vigas. Já no modelo com a *usermat*, que novamente apresentou problemas de convergência quando solucionado com o *Arc-Length*, utilizou-se o método de *Newton-Raphson*. Neste caso, a análise convergiu apenas até o ponto de carga máxima, conforme já era esperado.

**Resultados – Viga 1A:** Na figura 4.61 são mostrados os resultados da curva força *versus* deslocamento obtidos para a viga 1A pelo modelo numérico deste trabalho. Além da comparação com o resultado experimental, também é apresentado o resultado do modelo numérico proposto pelos mesmos autores. Nota-se que os modelos do presente trabalho apresentaram excelente correlação com o ensaio experimental. Os resultados dos modelos com a *usermat* e com *DP-Concrete* foram quase coincidentes entre si até a ocorrência da flambagem. A figura 4.62 mostra a flambagem do último montante da alma, captada numericamente pelo modelo com *DP-Concrete*, na etapa da análise em que a carga aplicada é igual a 725 kN, no trecho após o pico, através da representação dos deslocamentos em  $z$ , com fator de escala 3.

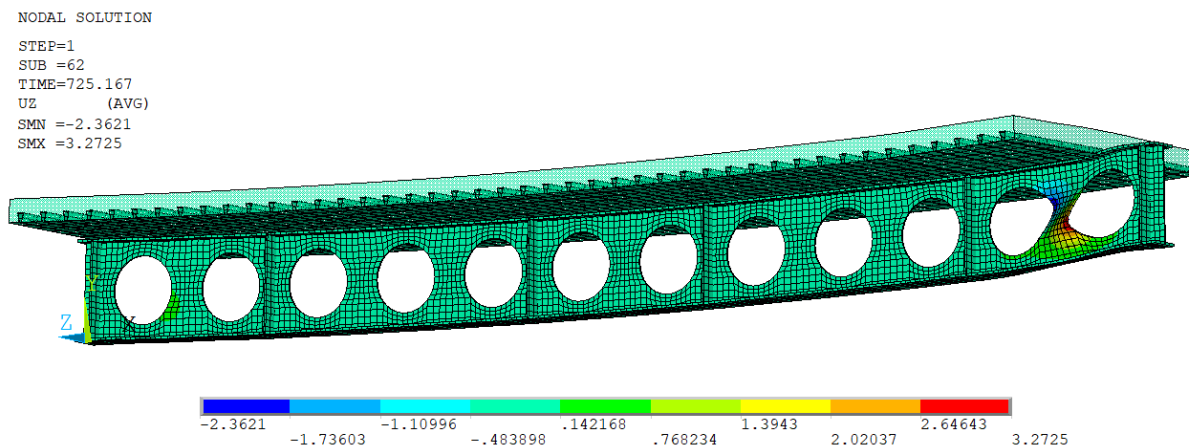


Figura 4.61 – Resultados para a viga 1A



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 4.62 – Flambagem do último montante da alma da viga 1A

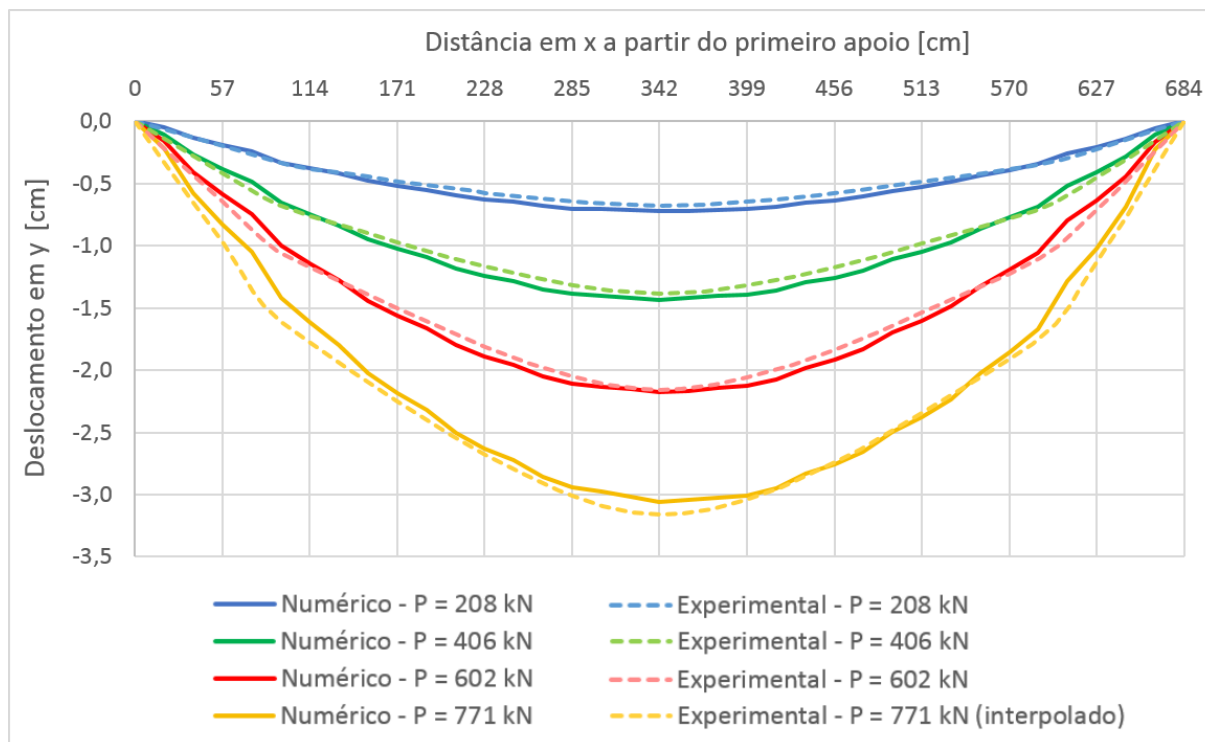


Fonte: elaborado pelo autor

A figura 4.63 mostra a comparação de resultados para a evolução dos deslocamentos verticais ao longo do vão, para diferentes níveis de carregamento, obtidos com o modelo numérico com *DP-Concrete* e com o ensaio experimental. Os diagramas experimentais foram fornecidos em Müller *et al.* (2006), à exceção do correspondente à carga de 771 kN (valor da carga última do modelo numérico): neste caso, o resultado experimental foi obtido através da interpolação linear entre os diagramas fornecidos para os valores de 705 kN e 806 kN. Como pode-se observar, os resultados numéricos se ajustaram adequadamente aos resultados experimentais, e erros um

pouco maiores surgiram apenas no diagrama interpolado de 771 kN, conforme já era esperado, em função da aproximação utilizada na sua obtenção.

Figura 4.63 – Deslocamentos verticais ao longo do vão

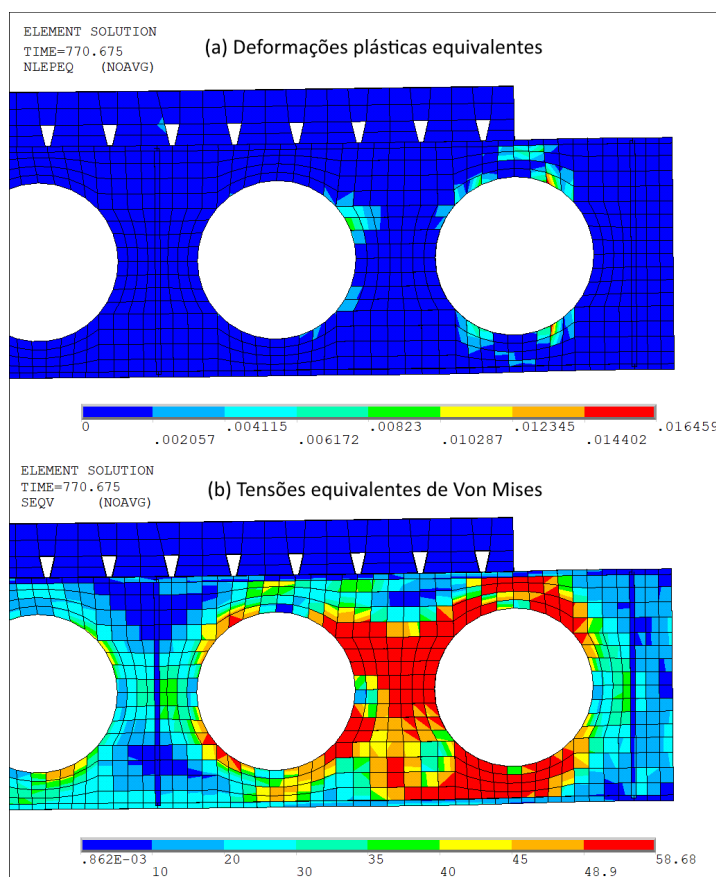


Fonte: elaborado pelo autor

A figura 4.64 ilustra o trecho da final da viga, onde houve a flambagem dos montantes, na carga de 770,6 kN, ou seja, na iminência de ser atingida a carga última. Na figura 4.64a são apresentadas as deformações plásticas equivalentes, e na figura 4.64b são apresentadas as tensões equivalentes de von Mises. Como pode ser observado, o Mecanismo Vierendeel no último alvéolo está próximo de se formar nesta etapa de carregamento. De fato, Muller *et al.* (2006) relataram evidências do início de formação deste mecanismo no ensaio experimental, nesta região, concomitantemente com a flambagem do último montante da alma.

No que diz respeito aos resultados dos modelos numéricos para a laje de concreto, verificou-se que, com exceção dos pontos de singularidade de aplicação das cargas, as tensões normais em  $x$  não ultrapassaram o valor de 2,6 kN/cm<sup>2</sup>, mantendo-se bem abaixo da resistência média à compressão do concreto utilizado, que é igual a 4,2 kN/cm<sup>2</sup>. Portanto, os modelos numéricos indicam que não ocorre o esmagamento do concreto, o que de fato foi verificado no ensaio experimental.

Figura 4.64 – Plastificação do perfil na carga de 770,6 kN



Fonte: elaborado pelo autor

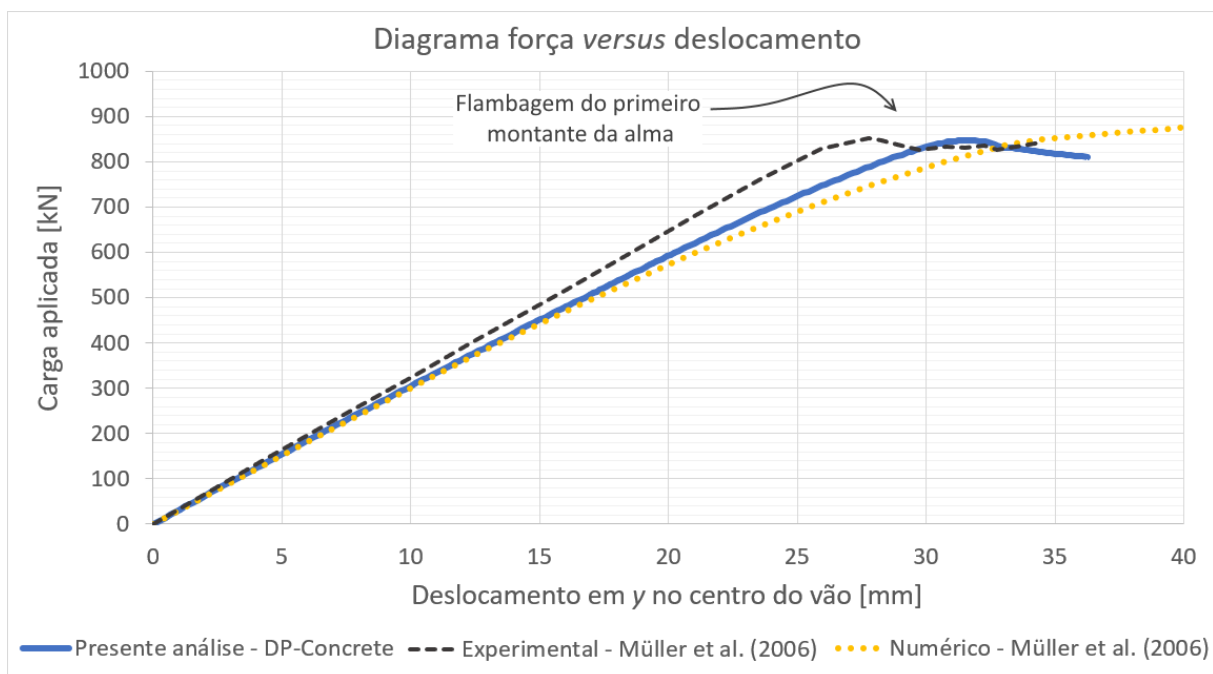
Resultados – Viga 1B: Na figura 4.65 são mostrados os resultados obtidos para a curva força por deslocamento da viga 1B com o modelo deste trabalho, juntamente com os resultados numéricos e experimentais de Müller *et al.* (2006). A análise destes resultados deve ser feita com cautela, uma vez este segundo ensaio foi realizado após o descarregamento do primeiro, ou seja, deformações plásticas permanentes e fissurações do concreto podem ter interferido na resposta final. De todo modo, o modelo do presente trabalho apresentou bons resultados, mesmo partindo de uma configuração inicial que não foi previamente carregada.

Em função do enrijecimento da alma na região do último montante, a flambagem deste ensaio aconteceu no outro extremo da viga, ou seja, no primeiro montante. O modelo numérico foi capaz de captar este novo modo de falha, conforme ilustrado na figura 4.66, na qual são apresentados os deslocamentos em  $z$ , considerando a carga de 811 kN no trecho pós-pico da curva força por deslocamento.

Além disso, diferentemente da viga 1A, onde havia ocorrido a plastificação da alma na região do último montante, neste segundo ensaio isto não ocorreu, por conta do enrijecimento da barra diagonal. A figura 4.67 ilustra as tensões de von Mises nesta região da viga 1B, para a mesma

carga de 770,6 kN. É interessante fazer a comparação com as tensões apresentadas na figura 4.64, para a viga 1A.

Figura 4.65 – Resultados para a viga 1B

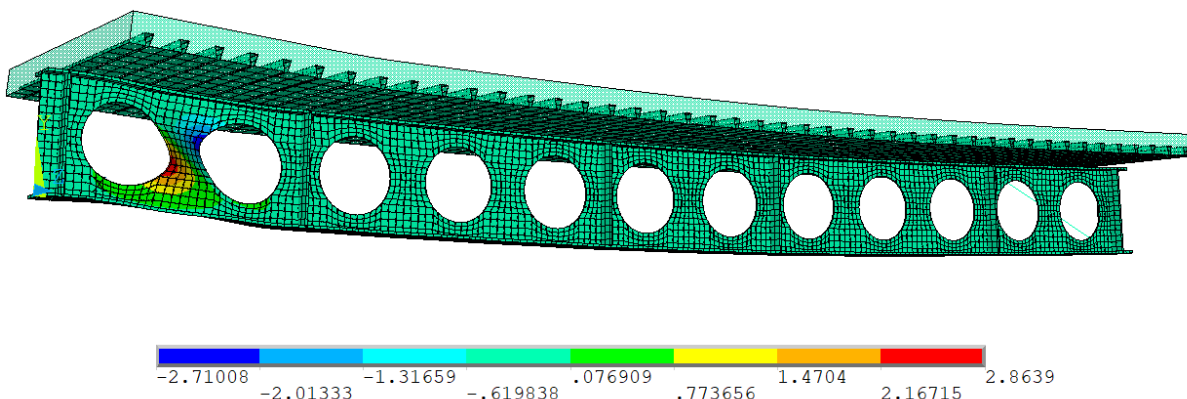


Fonte: elaborado pelo autor

Figura 4.66 – Flambagem do primeiro montante da alma da viga 1B

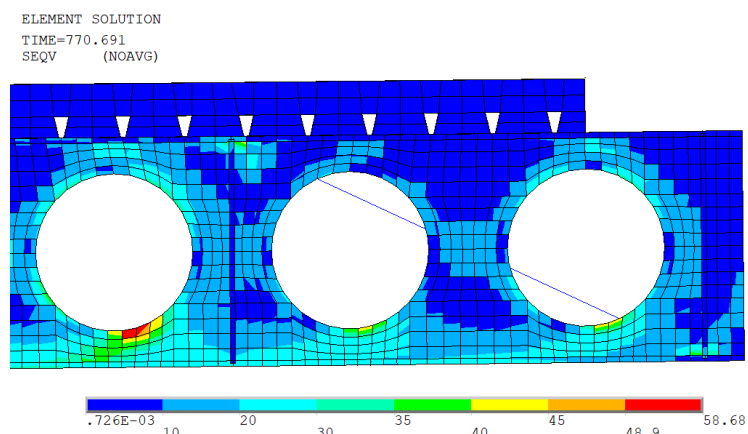
NODAL SOLUTION

STEP=1  
SUB =215  
TIME=811.512  
UZ (AVG)  
SMN =-2.71008  
SMX =2.8639



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 4.67 – Tensões de von Mises na região da alma que foi enrijecida ( $P=770,6\text{kN}$ )



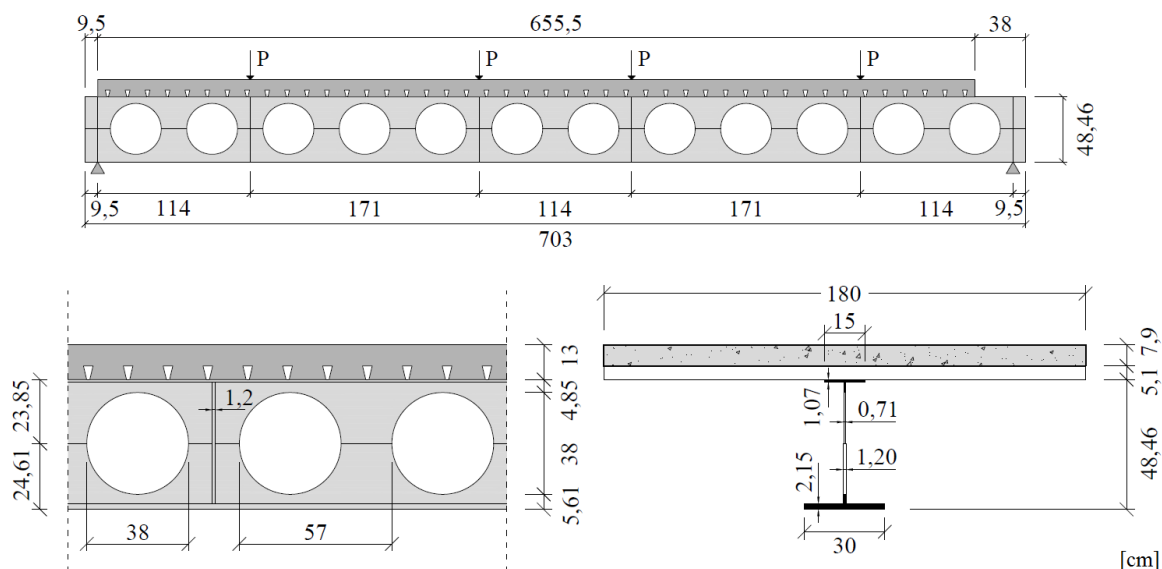
Fonte: elaborado pelo autor

#### 4.2.5 Viga 3 – Müller *et al.*

O ensaio da viga 3, apresentado em Müller *et al.* (2006), falhou por flambagem do último montante da alma, próximo ao segundo apoio, posteriormente ao início da formação de Mecanismo Vierendeel nesta mesma região.

Descrição do modelo experimental: A viga 3 apresenta semelhanças geométricas com a viga 1A, todavia o perfil de aço é totalmente distinto, apresentando grande assimetria nas mesas. Para tanto, o perfil expandido foi fabricado a partir de dois perfis de alma cheia: a parte superior originou-se de um perfil IPE300 e a inferior de um perfil HEB340. A geometria resultante é apresentada na figura 4.68.

Figura 4.68 – Geometria da viga 3

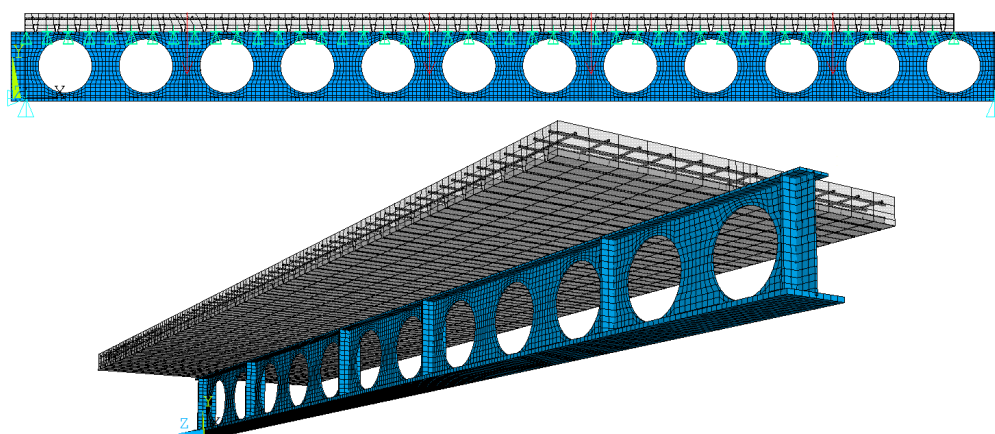


Fonte: elaborado pelo autor com base em Müller *et al.* (2006)

As características geométricas da laje, da armadura e da chapa *steel-deck* e conectores são idênticas às da viga 1A. Todavia, nesta viga o concreto apresentou resistência média à compressão mais baixa, igual a 3,02 kN/cm<sup>2</sup>, medida em ensaio. As demais propriedades dos materiais que foram fornecidas em Müller *et al.* (2006) são apresentadas na tabela 4.10. A carga aplicada novamente foi dividida em quatro pontos, conforme ilustrado na figura 4.68.

Descrição do modelo numérico: A figura 4.69 ilustra o modelo numérico desenvolvido para a viga 3 no presente trabalho. A malha do perfil foi gerada limitando-se o tamanho dos elementos da alma a 3,5 cm. Ao total, o modelo contém: 6072 elementos *shell181*, 7040 elementos *solid186*, 4928 elementos *shell281*, 86 elementos *combin39* e 1840 elementos *reinf264*.

Figura 4.69 – Modelo numérico da viga alveolar mista 3



Fonte: elaborado pelo autor

Os diferentes materiais e seções transversais dos trechos superiores e inferiores da alma foram alterados posteriormente à geração da malha, através do comando EMODIF, como já havia sido realizado no exemplo do item 4.2.2, que também apresentava assimetria.

Os materiais foram modelados da mesma forma que na viga 1A, mas com os dados da tabela 4.10. A disposição de conectores também foi mantida idêntica, bem como a compatibilização de deslocamentos em y das bordas da laje com o perfil, que foi utilizada para evitar a penetração. Para a modelagem do concreto foram utilizados ambos os modelos, *usermat* e *DP-Concrete*, sendo que, neste último, foi utilizada a combinação DP-Rankine com parâmetros HSD Linear, com as propriedades da tabela 4.11. Os módulos de elasticidade utilizados para o concreto foram: 3108 kN/cm<sup>2</sup>, para a *usermat*; e 2797 kN/cm<sup>2</sup>, para o modelo *DP-Concrete*. Esta pequena redução no segundo modelo foi realizada pelo mesmo motivo detalhado nos exemplos anteriores. A restrição lateral na laje foi utilizada apenas para a análise preliminar *Eigen-Buckling*, tendo sido retirada para a análise não linear final.

Tabela 4.10 – Propriedades dos materiais admitidas para a viga 3

Material	Dado	Valor	Unidade	Fonte
Aços Perfil	$E$	20000	kN/cm <sup>2</sup>	Arbitrado, valor usual
	$f_y$ (mesa inf.)	45,3	kN/cm <sup>2</sup>	Müller <i>et al.</i> (2006)
	$f_u$ (mesa inf.)	51,9	kN/cm <sup>2</sup>	Utilizado por Bake (2010)
	$f_y$ (mesa sup.)	40,8	kN/cm <sup>2</sup>	Müller <i>et al.</i> (2006)
	$f_u$ (mesa sup.)	52,45	kN/cm <sup>2</sup>	Utilizado por Bake (2010)
	$f_y$ (alma inf.)	48,8	kN/cm <sup>2</sup>	Müller <i>et al.</i> (2006)
	$f_u$ (alma inf.)	58,15	kN/cm <sup>2</sup>	Utilizado por Bake (2010)
	$f_y$ (alma sup.)	46,7	kN/cm <sup>2</sup>	Müller <i>et al.</i> (2006)
	$f_u$ (alma sup.)	55,8	kN/cm <sup>2</sup>	Utilizado por Bake (2010)
	$\varepsilon_h/\varepsilon_y$	7,5	-	Arbitrados, valores usuais
$E_h$	400	kN/cm <sup>2</sup>		
Conectores	$Q_{m\acute{a}x}$	100	kN	Arbitrados dentro da faixa de valores adotados por Schmitz (2017) para conectores com mesmo diâmetro
	$m$	1,9	1/mm	
	$n$	1,0	-	
Concreto	$f_{cm}$	3,02	kN/cm <sup>2</sup>	Müller <i>et al.</i> (2006)
	$E_{ci}$	3108	kN/cm <sup>2</sup>	Calculados por equações do código modelo FIB (2012)
	$f_{ck}$	2,22	kN/cm <sup>2</sup>	
	$f_{ctm}$	0,237	kN/cm <sup>2</sup>	
	$f_{c2m}$	3,53	kN/cm <sup>2</sup>	
Aço Chapa Steel-Deck	$E$	21000	kN/cm <sup>2</sup>	Arbitrado, valor usual
	$f_y$	32,7	kN/cm <sup>2</sup>	Idem exemplo anterior
Aço Armadura	$E$	21000	kN/cm <sup>2</sup>	Arbitrados, valores usuais
	$f_y$	50	kN/cm <sup>2</sup>	

Fonte: elaborado pelo autor com base nas fontes citadas

Tabela 4.11 – Dados para o modelo *DP-Concrete* com HSD Linear – viga 3

Domínio	Propriedade	Símbolo	Valor
Compressão	Tensão relativa no início da plastificação	$\Omega_{ci}$	40%
	Tensão relativa na deformação última	$\Omega_{cr}$	65%
	Deformação plástica na tensão máxima	$\kappa_{cm}$	$0,0021 - f_{cm}/E_c = 0,001$
	Deformação plástica última	$\kappa_{cu}$	$0,0035 - \Omega_{cr} \cdot f_{cm}/E_c = 0,0028$
Tração	Tensão relativa residual	$\Omega_{tr}$	2%
	Deformação plástica última	$\kappa_{tr}$	0,001

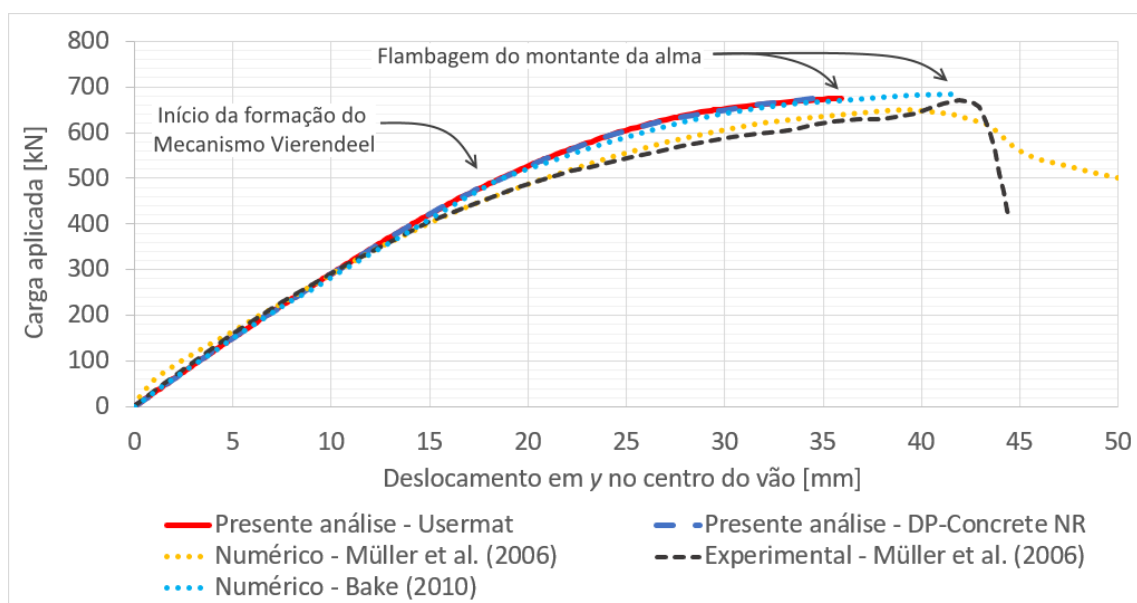
Fonte: elaborado pelo autor



Como imperfeições foram adicionados o segundo e o terceiro primeiros modos de flambagem, com cargas críticas em torno de 1400 kN, relacionados à flambagem dos montantes da alma, ambos com amplitude de  $d_g/600$  e ponderados pela equação (3.21). Na solução da análise não linear foi adotado o método de *Newton-Raphson*, com aplicação forças. Desta forma, a convergência foi obtida até a carga máxima, sem ser possível simular o trecho pós-pico, correspondente ao comportamento pós-flambagem. Esta limitação na simulação desta viga ocorreu porque a configuração de cargas do ensaio impede que seja adotada a abordagem por imposição de deslocamentos. Por outro lado, o método *Arc-Length*, que possibilitaria captar o comportamento pós-flambagem mesmo com a aplicação de forças, apresentou problemas de convergência, tanto no modelo *DP-Concrete* quanto no modelo da *usermat*, conforme será discutido em mais detalhes no item a seguir.

**Resultados:** Na figura 4.70 são mostrados os resultados da curva de força por deslocamento obtidos para a viga 3 pelos modelos numéricos deste trabalho, juntamente com os resultados experimentais e numéricos de Müller *et al.* (2006), e com os resultados numéricos de Bake (2010), que também simulou esta viga. Os dois modelos numéricos propostos, com a *usermat* e *DP-Concrete*, apresentaram resultados praticamente coincidentes entre si, bem como com os resultados numéricos de Bake (2010). Porém, em relação ao ensaio experimental, apresentaram erros relativos de cerca de 8% nos valores das cargas durante o trecho posterior ao início de formação do Mecanismo Vierendeel. Já durante o regime elástico, os erros foram ínfimos. O valor obtido para a carga última também ficou bastante próximo ao valor experimental.

Figura 4.70 – Resultados para a viga alveolar mista 3

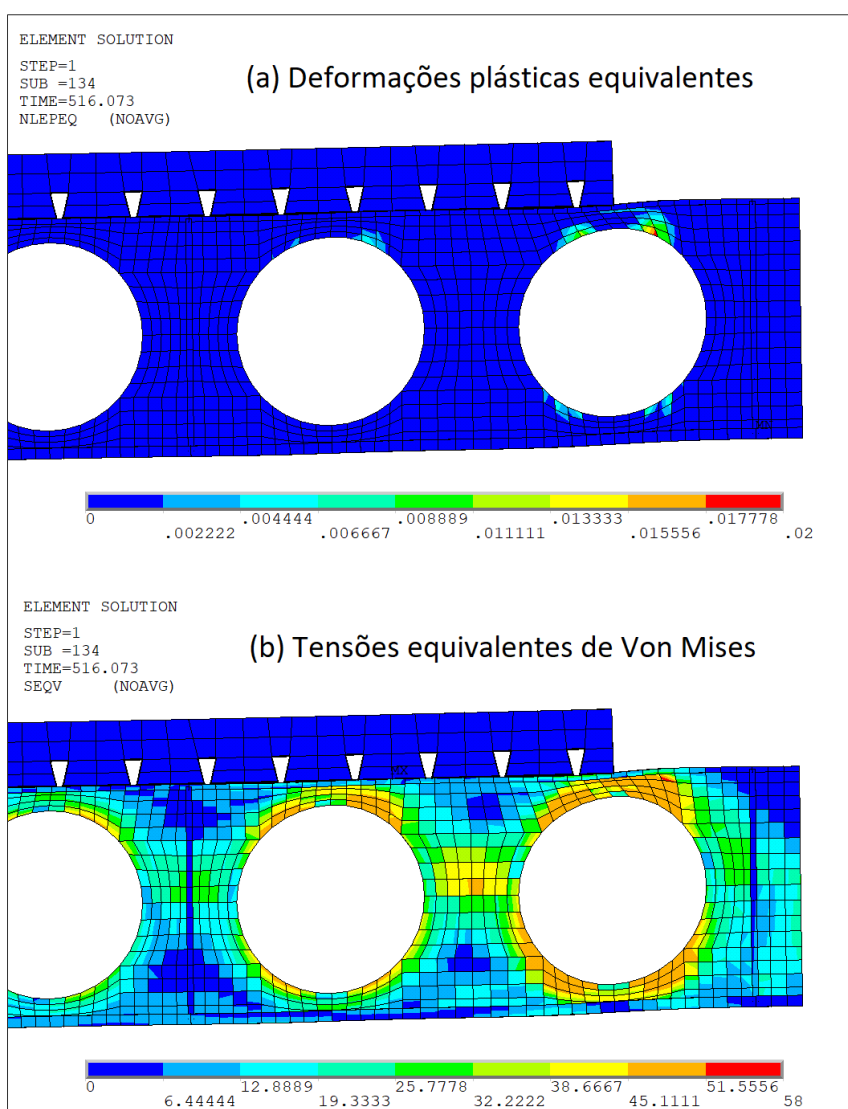


Fonte: elaborado pelo autor



No que diz respeito ao comportamento da viga, os modelos numéricos deste trabalho conseguiram captar tanto o início da formação do Mecanismo Vierendeel, conforme ilustrado através das deformações plásticas equivalentes e das tensões de von Mises, na figura 4.71, para a carga de 516 kN, com fator de escala igual a 3; quanto o início da flambagem do último montante da alma, conforme ilustrado através dos deslocamentos em  $z$ , na figura 4.72, para a carga de 674 kN. Ambas as figuras foram geradas a partir do modelo da *usermat*.

Figura 4.71 – Início da formação do Mecanismo Vierendeel (P=516 kN)

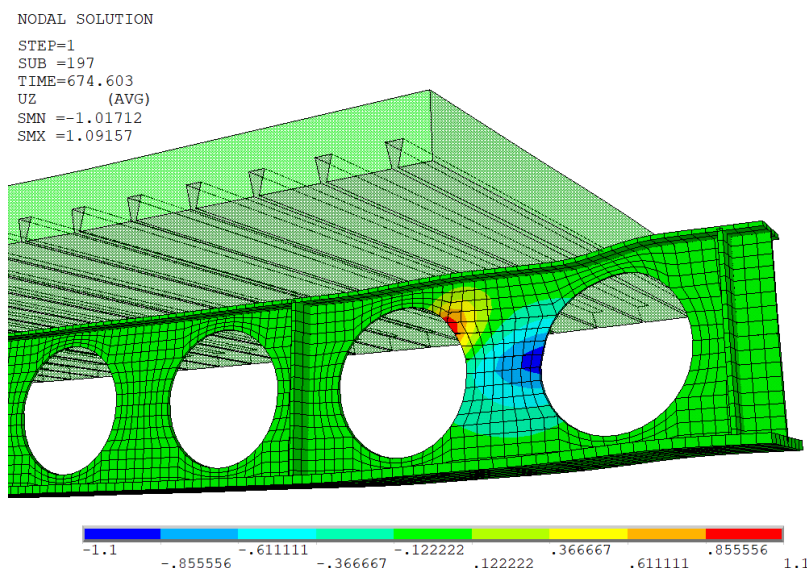


Fonte: elaborado pelo autor

Em relação à formação de Mecanismo Vierendeel, cabe ressaltar que a plastificação ocorreu na porção superior da alma, onde a espessura é menor. Além disso, este fenômeno ocorreu na segunda extremidade da viga, onde a laje apresenta um recuo, ou seja, onde o perfil trabalha isoladamente, e por isso fica mais suscetível a este modo de falha.

Além de influenciar a plastificação, a diferença de espessuras na alma fez com que o formato da flambagem do montante fosse diferente do formato convencional deste modo de colapso. Esta diferença foi relatada por Müller *et al.* (2006) e também pode ser observada numericamente no presente trabalho, conforme ilustrado na figura 4.72.

Figura 4.72 – Flambagem do último montante da alma ( $P = 674$  kN)



Fonte: elaborado pelo autor

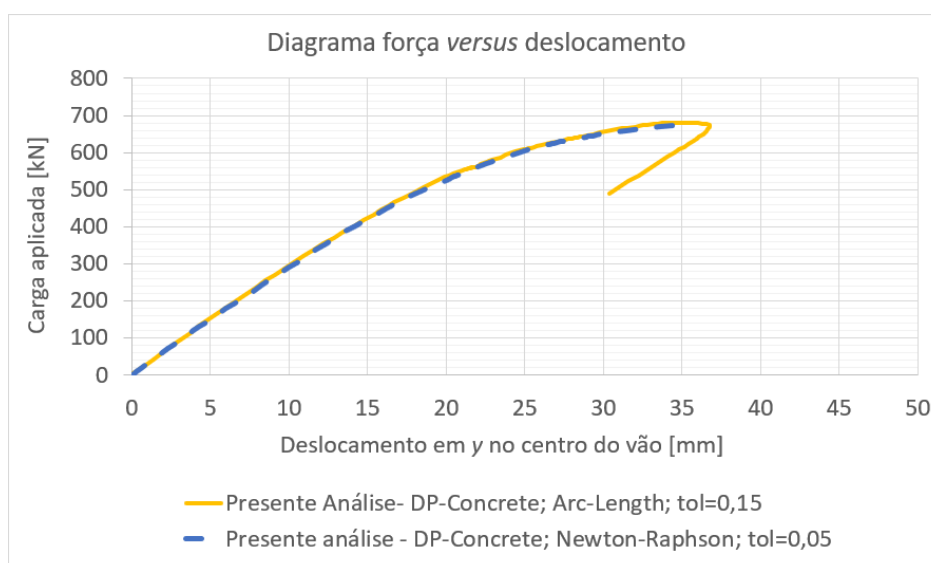
Com exceção dos pontos singulares de aplicação das cargas, as tensões normais em  $x$  no concreto não ultrapassaram o valor de  $2,5$  kN/cm<sup>2</sup> em nenhuma etapa da análise, de modo que não ocorreu o esmagamento da laje, assim como no ensaio experimental.

No momento em que a instabilidade do último montante passou a aumentar de forma significativa, caracterizando a flambagem do mesmo, ocorreu um decremento de carga no resultado experimental, dando início ao trecho pós-flambagem da curva de força por deslocamento. Como a solução do modelo numérico do presente trabalho foi realizada através do método de *Newton-Raphson* com a aplicação de forças, este decremento não foi captado, de forma que a convergência parou ao ser atingida a carga máxima.

Alternativamente, foi testada a solução através do método *Arc-Length*, com o qual, entretanto, foram encontradas dificuldades no processo de convergência. Inicialmente este método foi aplicado com a malha ilustrada na figura 4.69: utilizando-se o modelo *DP-Concrete*, a convergência parou precocemente, na carga de  $489$  kN; já com a *usermat*, a convergência parou ainda antes. Foram testadas então outras configurações de malha, sendo que, com malhas um pouco menos refinadas, a convergência atingiu cargas maiores, mas ainda inferiores à carga

última. Testou-se, também, a variação de parâmetros numéricos do método *Arc-Length*, MAXARC e MINARC, os quais, inicialmente, foram adotados, respectivamente, como 10 e 1/1000, tendo sido diminuídos até 1 e 1/2000, sem grandes efeitos na solução. O raio do primeiro subpasso, que é calculado a partir do número sugerido de subpassos, também foi alterado, variando-se o seu valor entre 20 kN e 2 kN, o que também não acarretou em grandes alterações no ponto de fim da convergência. Por fim, não havendo outra alternativa, optou-se por aumentar os valores de tolerância, os quais, nos demais exemplos deste trabalho, haviam sido mantidos dentro da faixa de 0,01 a 0,05. No modelo com o *DP-Concrete*, com o aumento do valor da tolerância em forças para 0,15, a solução convergiu até a carga última e iniciou a queda no trecho pós-flambagem. Porém, logo após, a solução convergiu para a descarga da viga, com a respectiva diminuição de deslocamentos. Ou seja: a solução rapidamente convergiu para a descarga elástica, sem fornecer informações significativas do trecho pós-flambagem. Este resultado é ilustrado na figura 4.73. Já no modelo com a *usermat*, a convergência parou precocemente, mesmo com a utilização deste valor maior de tolerância.

Figura 4.73 – Comparação dos resultados obtidos com diferentes métodos e tolerâncias



Fonte: elaborado pelo autor

A dificuldade encontrada pelo método *Arc-Length* neste exemplo pode ser justificada parcialmente pela complexidade do modelo, que apresenta um número elevado de elementos, juntamente com a complexidade de comportamento da viga analisada, que envolve plastificação somada à flambagem. Além disso, o perfil alveolar apresenta assimetria nas mesas e diferentes espessuras na alma. É provável que estas particularidades expliquem o fato de este ter sido o único exemplo do presente trabalho no qual não foi possível obter a convergência ao longo do

trecho pós-flambagem com o método *Arc-Length*, mesmo com a utilização do modelo *DP-Concrete*. O modelo da *usermat*, por outro lado, já havia apresentado problemas de convergência com este método de solução em exemplos anteriores.

De todo modo, muito embora este resultado com o método *Arc-Length* não tenha trazido grandes informações a respeito do comportamento no trecho pós-flambagem, ele foi importante para verificar que, de fato, acontece um decremento de carga após ser atingida a carga última obtida com o método *Newton-Raphson*, indicando que este foi o motivo pelo qual este método parou de convergir.

Neste sentido, cabe ressaltar que é sempre importante averiguar se o fim da convergência com o método *Newton-Raphson* ocorre, de fato, devido a uma questão mecânica da peça analisada ou apenas em razão dos parâmetros numéricos adotados. Uma vez que este método, com a aplicação de forças, não suporta decrementos de carga, não é possível observar a queda da curva no trecho pós-flambagem, e, portanto, o fim da convergência pode indicar um *falso positivo*, ou seja, pode não coincidir com a carga última da viga, mascarando a sua real capacidade resistente. Nos exemplos deste trabalho, em que há um comparativo com resultados experimentais, esta questão não fica tão evidente, pois já existe uma previsão do valor carga última; porém, na análise numérica de uma viga cuja carga última real seja desconhecida, é necessário cautela na interpretação dos resultados, que podem levar a conclusões errôneas. Nestes casos, uma estratégia possível a ser adotada para verificar se o fim da convergência está de fato associado com a carga última é variar os parâmetros numéricos do método e verificar as suas influências na solução, bem como no ponto do fim da convergência. No presente trabalho, em todos os exemplos em que foi utilizado o método *Newton-Raphson*, variou-se o valor da tolerância em forças dentro da faixa de 0,01 a 0,05. No que diz respeito ao número de subpassos, adotou-se valores dentro das faixas: 100 a 350, para número sugerido de subpassos; 50 a 350, para número mínimo de subpassos; e 5000 a 50000, para número máximo de subpassos. Em todos os exemplos analisados foi possível atingir as respectivas cargas últimas utilizando-se parâmetros numéricos cujos valores estão contidos nestes intervalos.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo são apresentadas as conclusões do trabalho e as sugestões de pesquisa que podem dar prosseguimento aos estudos sobre os assuntos aqui abordados.

### 5.1 CONCLUSÕES

No presente trabalho foi desenvolvido, através do *software* Ansys, versão 19.2, um modelo numérico de elementos finitos que mostrou-se capaz de simular diferentes modos de falha de vigas alveolares e de vigas alveolares mistas. Os resultados numéricos obtidos apresentaram boa correlação com os resultados experimentais nos exemplos de diferentes autores buscados na literatura.

O modelo foi totalmente parametrizado a partir da definição de dados de entrada, e todos os comandos subsequentes – relativos às etapas de desenho da geometria, definição de modelos de materiais, geração da malha, adição de imperfeições geométricas e solução do problema não linear – foram automatizados através da linguagem APDL do Ansys. Deste modo, é possível utilizá-lo com rapidez e confiabilidade para a análise de diferentes tipos de vigas alveolares e vigas alveolares mistas, possibilitando variações nos padrões de alvéolos, na geometria e nas propriedades dos materiais.

Disponibilizou-se a opção de trabalhar com diferentes modelos de materiais, o que permite que seja realizada a comparação entre os resultados obtidos com cada um deles, proporcionando uma maior confiabilidade ao modelo numérico. Deste modo, também é possível trabalhar dentro da lógica de refinamento gradual dos resultados, partindo-se de modelos mais simples e adicionando, paulatinamente, um número cada vez maior de não linearidades físicas ao problema. Esta lógica de trabalho se mostrou bastante importante, principalmente em testes preliminares durante o desenvolvimento do modelo, uma vez que todos os materiais utilizados – aços do perfil, da armadura e da chapa *steel-deck*, conectores e concreto da laje – apresentam suas próprias não linearidades, e a construção direta de um modelo que contemplasse todas elas, sem a realização de aproximações iniciais e testes preliminares simplificados, não seria recomendável.

No que diz respeito à simulação do comportamento do concreto, os modelos da *usermat* e *DP-Concrete* apresentaram resultados bastante próximos entre si. Cabe ressaltar, contudo, que nas vigas mistas analisadas as falhas ocorreram no perfil alveolar, e, deste modo, o concreto não chegou a atingir níveis elevados de tensões de compressão. Portanto, para uma conclusão mais

definitiva sobre a semelhança entre estes modelos, uma gama maior de situações deve ser analisada. Os resultados obtidos nas vigas de concreto armado do Apêndice A, por exemplo, sugerem que estes modelos apresentam diferenças mais significativas entre si quando o concreto atua sob altas tensões de compressão. De qualquer forma, considerando o escopo deste trabalho, ambos os modelos apresentaram resultados bastante satisfatórios. Por ser nativo do Ansys, o *DP-Concrete* apresentou como principal vantagem a simplicidade em sua utilização, não dependendo de compilação de um código customizado.

No que diz respeito à adição de imperfeições geométricas iniciais, verificou-se que a estratégia utilizada neste trabalho, que consiste na combinação de modos de flambagem elástica obtidos por uma análise de autovalores e autovetores preliminar, é adequada para a simulação dos fenômenos de flambagem, uma vez que todos os modos de falha experimentais que envolveram instabilidades, locais e globais, foram corretamente captados pelo modelo numérico desenvolvido. No estudo da viga A1 de Vieira (2015), verificou-se que, dependendo do formato das irregularidades iniciais adicionadas ao perfil de aço, a solução pode convergir para um modo de falha distinto: a adição de apenas o primeiro modo fez com que a viga falhasse por flambagem dos montantes da alma, enquanto que a adição de uma combinação ponderada entre o primeiro e o terceiro modo resultou em falha por flambagem lateral com torção, indo ao encontro do resultado experimental. Ressalta-se, ainda, que neste exemplo até mesmo o modelo sem imperfeições geométricas foi capaz de captar uma instabilidade, contudo, além de superestimar a carga de flambagem, ele também não foi capaz de captar a flambagem lateral com torção, tendo captado a flambagem dos montantes da alma em seu lugar. Portanto, concluiu-se que a adição de imperfeições geométricas iniciais é fundamental na análise numérica de vigas alveolares e de vigas alveolares mistas, e que a seleção dos modos de flambagem a serem utilizados deve ser realizada com cautela, desenvolvendo-se, sempre que possível, estudos variados, com diferentes combinações de modos, a fim de verificar a influência do formato destas imperfeições no comportamento de cada viga.

Por fim, no que diz respeito aos métodos de solução adotados, verificou-se que, conforme já era esperado, o método *Newton-Raphson* com controle de forças não é capaz de simular o comportamento pós-flambagem de vigas alveolares. Assim, foram abordadas duas estratégias para contornar esta situação: (i) utilização do método *Newton-Raphson* com controle de deslocamentos, o qual mostrou-se bastante eficiente, mas apresenta a limitação de não conseguir simular determinados padrões de carregamento, como por exemplo cargas distribuídas ao longo do vão; e (ii) método *Arc-Length*, que mostrou-se adequado para a análise

de vigas alveolares, mas apresentou algumas dificuldades de convergência na análise de vigas alveolares mistas, especialmente quando utilizado o modelo da *usermat*. De qualquer forma, em todas as vigas alveolares analisadas verificou-se que, do ponto de vista de projeto, não há grande vantagem em simular os seus comportamentos pós-flambagem, já que em nenhum caso houve acréscimo de resistência neste trecho. Deste modo, a utilização do método *Newton-Raphson* com controle de forças, visando a obtenção da carga última, pode vir a ser suficiente do ponto de vista de projeto, muito embora, neste caso, seja necessário um maior cuidado na interpretação dos resultados, uma vez que o fim da convergência pode decorrer dos parâmetros numéricos adotados, sem necessariamente corresponder à carga última da viga.

## 5.2 SUGESTÕES DE PESQUISA

Uma sequência natural de pesquisas sobre o tema abordado consiste na utilização do modelo numérico desenvolvido e validado no presente trabalho para:

- (i) realização de estudos paramétricos, variando-se geometria, padrão de alvéolos, propriedades de materiais, entre outros, e verificando-se as suas influências no comportamento das vigas;
- (ii) validação numérica e aperfeiçoamento de formulações analíticas propostas pelos autores elencados na revisão bibliográfica, tendo em vista a inexistência de normativas oficiais;
- (iii) realização de estudos sobre a influência dos alvéolos na determinação da largura efetiva da laje de concreto em vigas mistas;
- (iv) realização de estudos sobre a influência da ação da laje de concreto nos modos de falha de vigas alveolares, especialmente no que diz respeito à flambagem dos montantes da alma por cisalhamento e à formação de Mecanismo Vierendeel, verificando-se, assim, a importância da ação mista para o acréscimo de resistência ao esforço cortante;
- (v) realização de projetos de vigas alveolares e de vigas de alma cheia, comparando-se as vantagens e desvantagens de cada uma delas sob diferentes condicionantes de projeto, e verificando de forma mais rigorosa em quais situações é vantajoso realizar a expansão do perfil.

Tendo em vista que as vigas alveolares mistas são especialmente eficientes em grandes vãos, onde o ELS de deslocamentos excessivos é preponderante, sugere-se, ainda, que seja realizado o estudo de efeitos de longa duração, englobando a fluência do concreto, a fim de verificar sua importância no cálculo das flechas destas vigas. Por fim, sugere-se que o modelo seja incrementado para a análise de vigas alveolares mistas atuando sob altas temperaturas, com o objetivo de simular os seus comportamentos em situação de incêndio.

## REFERÊNCIAS

ABDOLLAHI, A. Numerical strategies in the application of the FEM to RC structures-I. **Computers & Structures**, [s.l.], v. 58, n. 6, p.1171-1182, mar. 1996.

ABNT. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ABNT. **NBR 8800**: projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

ABREU, L. M. P.; FAKURY, R. H.; CASTRO E SILVA, A. L. R. Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço celulares. In: **IBERO-LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING**, 31., 2010, Buenos Aires. **Mecânica Computacional**. Buenos Aires: AAMC, 2010, v. 29, p. 7255 - 7271.

AISC. **ANSI/AISC 360-16**: Specification for Structural Steel Buildings. Chicago, 2016.

AJ BUILDINGS LIBRARY. **Renault Distribution Centre**: Foster + Partners. Disponível em: <<https://www.ajbuildingslibrary.co.uk/projects/display/id/2158>>. Acesso em: 11 ago. 2018.

ALVA, G. M. S.; MALITE, M. **Comportamento estrutural e dimensionamento de elementos mistos aço-concreto**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2005. Publicação Interna: Cadernos de Engenharia de Estruturas. Vol. 7, n. 25, p. 51- 84.

ANSYS Inc. **ANSYS Help System**. Version 19.2. Canonsburg, 2018.

ARCELORMITTAL. **ACB Vigas alveolares**. 2014. Disponível em: <<http://sections.arcelormittal.com/library/product-catalogues.html>>. Acesso em: 11 ago.2018.

ASCE. **Specification for structural steel beams with web openings**. Reston: ASCE, 1999.

BADKE-NETO, A. **Estudo de metodologias para o dimensionamento de vigas de aço e vigas mistas de aço e concreto com perfis celulares**. 2015. 180 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2015.

BADKE-NETO, A.; CALENZANI, A. F. G.; FERREIRA, W. G. Estudo de metodologias para o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto com perfil celular. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, São Paulo, v. 8, n. 6, p.844-859, nov. 2015. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/riem/v8n6/1983-4195-riem-8-06-00827.pdf>>. Acesso em: 05 mar. 2018.



BAKE, S. **Behaviour of cellular beams and cellular composite floors at ambient and elevated temperatures**. 2010. 261 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – PhD Civil Engineering Programme, University of Manchester, Manchester, 2010.

BASHIR-AHMED, M.; XIAO-ZU, S. Arc-length technique for nonlinear finite element analysis. **Journal of Zhejiang University Science**, Hangzhou, v. 5, n. 5, p.618-628, 2004.

BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. 2. ed. Watertown: KJ Bathe, 2014. 1043 p.

BATHE, K. J.; DVORKIN, E. N. A formulation of general shell elements – the use of mixed interpolation of tensorial components. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, [s.l.], v. 22, p.697-722, 1986.

BEZERRA, E. M. **Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço casteladas**. 2011. 120 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

BRESLER, B.; SCORDELIS, A. C. Shear Strength of Reinforced Concrete Beams. **Journal of the American Concrete Institute**, [s.l.], v. 60, n. 1, p.51-74, jan. 1963.

BRINKHUS, R. N. **Análise de vigas casteladas e vigas casteladas mistas**. 2015. 166 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

BSI. **BS 5950-1**: Structural use of steelwork in building – Part 1: Code of practice for design – Rolled and welded sections. London, 2001.

BSI. **BS 5950-3**: Structural use of steelwork in building – Part 3: Design in composite construction. London, 1990.

CAMPOS, P. C. **Efeito da continuidade no comportamento e na resistência de lajes mistas com fôrma de aço incorporada**. 2001. 157 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

CEB. **Concrete under multiaxial states of stress**: constitutive equations for practical design. State-of-the-art report, Bulletin d'Information n. 156, 1983.

CEN. **EN 1992-1-1**: Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2004a.

CEN. **EN 1993-1-1**: Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2005.

CEN. **EN 1993-1-5**: Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-5: Plated structural elements. Brussels, 2006.

CEN. **EN 1994-1-1**: Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2004b.

CHEN, W F; HAN, D J. **Plasticity for structural engineers**. New York: Springer-Verlag, 1988. 606 p.

CHEN, W. F. **Plasticity in reinforced concrete**. New York: McGraw-Hill, 1982 (reimp. 2007 por J. Ross Publishing).

CHODRAUI, G. M. B. **Análise teórica e experimental de perfis de aço formados a frio submetidos à compressão**. 2006. 294 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

CIMADEVILA, F. J. E.; GUTIÉRREZ, E. M.; RODRÍGUEZ, J. A. V. **Vigas alveoladas**. Madrid: Bellisco, 2000.

CONSTRUCTALIA. **Centro de Acero ArcelorMittal Flémalle**: un ejemplo de construcción sostenible con acero. 2008. Disponível em: <[http://constructalia.arcelormittal.com/es/casos\\_practicos/belgica/centro\\_de\\_acero\\_arcelormittal\\_flemalle](http://constructalia.arcelormittal.com/es/casos_practicos/belgica/centro_de_acero_arcelormittal_flemalle)>. Acesso em: 11 ago. 2018.

CONSTRUCTALIA. **Centro de I+D Global de ArcelorMittal**: un escaparate de productos de la compañía siderúrgica. 2011. Disponível em: <[http://constructalia.arcelormittal.com/es/casos\\_practicos/espana/centro\\_de\\_i\\_d\\_global\\_de\\_arcelormittal](http://constructalia.arcelormittal.com/es/casos_practicos/espana/centro_de_i_d_global_de_arcelormittal)>. Acesso em: 11 ago. 2018.

CRISFIELD, M. A. A fast incremental/iterative solution procedure that handles snap-through. **Computers & Structures**, [s.l.], v. 13, n. 1-3, p.55-62, jun. 1981.

CRISFIELD, M. A. An arc-length method including line searches and accelerations. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, [s.l.], v. 19, n. 9, p.1269-1289, set. 1983.

DARWIN, D. **Steel and composite beams with web openings**. Steel Design Guide Series, Vol. 2. Chicago: AISC, 1990.

DAVID, D. L. **Análise teórica e experimental de conectores de cisalhamento e vigas mistas constituídas por perfis de aço formados a frio e laje de vigotas pré-moldadas**. 2007. 250 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

DELESQUES, R. Stabilité des montants des poutres ajourées. **Construction Métallique**, [s.l.], v. 3, p. 26-33, 1968.

DEMIRDJIAN, S. **Stability of castellated beam webs**. 1999. 140 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, Montreal, Canada, 1999.

DIAS, M. M. **Análise numérica de vigas mistas aço-concreto pelo método dos elementos finitos**: efeitos de longa duração. 2013. 177 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

DOUGHERTY, B. K. Castellated beams: a state of the art report. **Journal of the South African Institution of Civil Engineering**, [s.l.], v. 35, n. 2, p.12-20, 1993.

DRUCKER, D. C.; PRAGER, W. Soil mechanics and plastic analysis or limit design. **Journal of Applied Mathematics**, [s.l.], v. 10, n. 2, p.157-165, 1952.

ELLOBODY, E. Nonlinear analysis of cellular steel beams under combined buckling modes. **Thin-walled Structures**, [s.l.], v. 52, p.66-79, mar. 2012.

FABBROCINO, G.; MANFREDI, G.; COSENZA, E. Non-linear analysis of composite beams under positive bending. **Computers & Structures**, [s.l.], n. 70, p.77-89, ago. 1999.

FERRARI, G. A. **Simulação numérica do comportamento estrutural de vigas alveolares mistas de aço e concreto**. 2013. 125 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2013.

FIB. **Model code 2010**: final draft. Bulletin n. 65. Lausanne, 2012.

GALAMBOS, A. R.; HOSAIN, M. U.; SPEIRS, W. G. Optimum expansion ratio of castellated steel beams. **Engineering Optimization**, [s.l.], v. 1, n. 4, p.213-225, jan. 1975.

GATTESCO, N. Analytical modeling of nonlinear behavior of composite beams with deformable connection. **Journal of Constructional Steel Research**, [s.l.], v. 52, p. 192-218, 1999.

GIBSON, J. E.; JENKINS, W. M. An investigation of the stresses and deflections in castellated beams. **The Structural Engineer**, [s.l.], v. 35, n. 12, p.467-479, 1957.

GIZEJOWSKI, M. A.; SALAH, W. A. Numerical modeling of composite castellated beams. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPOSITE CONSTRUCTION IN STEEL AND CONCRETE, 6., 2008, Colorado, Estados Unidos. **Composite Construction in Steel and Concrete**. Colorado: ASCE, 2011. v. 6, p.554-565.

GONÇALVES, A. B. **Modelo analítico para dimensionamento de vigas alveolares mistas de aço e concreto**. 2015. 185 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2015.

GOUVEIA, V. et al. **Implementação da técnica do arc-length e métodos relacionados no programa de elementos finitos FEMIX**. Relatório 06-DEC/E-20. Viseu: Instituto Politécnico de Viseu, 2006. 50 p.

GRIMES, R. G.; LEWIS, J. G.; SIMON, H. D. A shifted block lanczos algorithm for solving sparse symmetric generalized eigenproblem. **SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications**, [s.l.], v. 15, n. 1, p.1-45, jan. 1994.

GRÜNBAUER BV. **Strong in steel**. Disponível em: <<http://www.grunbauer.nl/>>. Acesso em: 11 ago. 2018.

HINTON, E. **Numerical methods and software for dynamic analysis of plates and shells**. Swansea: Pineridge Press, 1988.

HOSAIN, M. U.; SPEIRS, W. G. Experiments on Castellated Steel Beams. **Welding Research**: Supplement to the Welding Journal, New York, v. 52, n. 8, p.329-342, ago. 1973.

HUMPHREY, A. T.; SUNLEY, V. K. Finite element analysis of an expanded I-section beam and an axi-symmetric flanged cylinder. In: CONFERENCE ON RECENT ADVANCES IN STRESS ANALYSIS, 1968, Londres. **Proceedings...** . Londres: Joint British Committee for Stress Analysis, 1968. v. 3, n. 14.

KERDAL, D.; NETHERCOT, D. A. Failure modes for castellated beams. **Journal of Constructional Steel Research**, [s.l.], v. 4, n. 4, p.295-315, jan. 1984.

KOTINDA, T. I. **Modelagem numérica de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas**: ênfase ao estudo interface laje-viga. 2006. 114 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

LANCZOS, C. An iteration method for the solution of the eigenvalue problem of linear differential and integral operators. **Journal of Research of the National Bureau of Standards**, [s.l.], v. 45, n. 4, p.255-282, out. 1950.

LAWSON, R. M., HICKS, S. J. **Design of composite beams with large web openings**. Ascot: The Steel Construction Institute, 2011. 117 p.

LAWSON, R. M.; SAVERIRAJAN, A. H. A. Simplified elasto-plastic analysis of composite beams and cellular beams to Eurocode 4. **Journal of Constructional Steel Research**, [s.l.], v. 67, n. 10, p.1426-1434, out. 2011.

LAWSON, R.M. **Design for openings in the webs of composite beams**. Ascot: The Steel Construction Institute, 1987. 44 p.

LAZZARI, B. M. **Análise de elementos finitos por peças de concreto armado e protendido sob estados planos de tensão**. 2015. 200 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

LAZZARI, P. M. **Simulação numérica das etapas construtivas de pontes estaiadas através do método dos elementos finitos**. 2016. 301 f. Tese de Doutorado (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2016.

LINHARES, B. T. **Análise de pontes em estrutura mista aço-concreto de seção caixão com protensão externa**. 2015. 200 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

MACNEAL, R. H.; HARDER, R. L. A refined four-noded membrane element with rotational degrees of freedom. **Computers & Structures**. [S.l.], v. 28, n. 1, p. 75-84, 1988.

MARCONCIN, L. R. **Modelagem numérica de vigas mistas aço-concreto**. 2008. 155 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Construção Civil, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

MARTINELI, M. **Modelagem de situações de punção em lajes de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 2003. 149 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

MCLAUGHLIN & HARVEY. **Altnagelvin hospital multi-storey car park**. 2017. Disponível em: <<https://www.mclh.co.uk/projects/altnagelvin-hospital-multi-storey-car-park/>>. Acesso em: 11 ago. 2018.

MEGHARIEF, J. D. **Behavior of composite castellated beams**. 1997. 162 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, Montreal, 1997.

MEGHARIEF, J.; REDWOOD, R. Behaviour of composite castellated beams. **Journal of Constructional Steel Research**, [s.l.], v. 46, p.199-200, 1998.

MITTELSTADT JÚNIOR, L. C. **Estudo sobre a aplicação da não linearidade geométrica na análise de vigas mistas de aço e concreto**. 2017. 201 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

MORENO, J. C. A. **Análise numérica de vigas mistas aço-concreto pelo método dos elementos finitos: modelos para os efeitos de longa duração e protensão interna**. 2016. 181 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

MÜLLER, C.; HECHLER, O.; BUREAU, A.; BITAR, D.; JOYEUX, D.; CAJOT, L. G.; DEMARCO, T.; LAWSON, R. M.; HICKS, S.; DEVINE, P.; LAGERQVIST, O.; HEDMAN-PÉTURSSON, E.; UNOSSON, E.; FELDMANN, M. **Large web opening for service integration in composite floors: final report**. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities, 2006.

NADJAI, A.; VASSART, O.; ALI, F.; TALAMONA, D.; ALLAM, A.; HAWES, M. Performance of cellular composite floor beams at elevated temperatures. **Fire Safety Journal**, [s.l.], v. 42, n. 6-7, p.489-497, set. 2007.

NETHERCOT, D. A. The importance of combining experimental and numerical study in advancing structural engineering understanding. **Journal of Constructional Steel Research**, [s.l.], v. 58, n. 10, p.1283-1296, out. 2002.

OLIVEIRA, L. B. **Procedimentos para definição das características geométricas de vigas alveolares de aço para sistemas de piso e de cobertura**. 2012. 147 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2012.

OLLGAARD, J. G.; SLUTTER, R. G.; FISHER, J. W. Shear strength of stud connectors in lightweight and normal weight concrete. **AISC Engineering Journal**, New York, v. 10, n. 71, p.55-64, abr. 1971.

OTTOSEN, N. S. A failure criterion for concrete. **Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE**, New York, v. 103, p.527-535, 1977.

OTTOSEN, N.; RISTINMAA, M. **The Mechanics of Constitutive Modeling**. Oxford: Elsevier Science, 2005. 700 p.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de aço: dimensionamento prático de acordo com a NBR 8800:2008**. 8.ed. (5 reimpr.). Rio de Janeiro: LTC, 2013.

PINHO F. O. **Vigas casteladas e celulares**. 2009. Disponível em: <<https://www.arcoweb.com.br/finestra/tecnologia/vigas-casteladas-e-celulares-01-12-2009>>. Acesso em: 11 ago. 2018.

QUEIROZ, F. D.; VELLASCO, P. C. G. S.; NETHERCOT, D. A. Finite element modelling of composite beams with full and partial shear connection. **Journal of Constructional Steel Research**, [s.l.], v. 63, n. 4, p.505-521, abr. 2007.

QUEVEDO, F. P. M. **Comportamento a longo prazo de túneis profundos revestidos com concreto: modelo em elementos finitos**. 2017. 209 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

REDWOOD, R. G. Behaviour of composite castellated beams. **Progress in Structural Engineering and Materials**, [s.l.], v. 2, n. 2, p.164-168, 2000.

REDWOOD, R.; CHO, S. H. Design of steel and composite beams with web openings. **Journal of Constructional Steel Research**, [s.l.], v. 25, n. 1-2, p.23-41, jan. 1993.

REGINATO, L. H. **Estudo da largura efetiva de vigas mistas de aço-concreto em carregamento de serviço: método dos elementos finitos versus códigos de projeto**. 2017. 128 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

RIKS, E. **On the numerical solution of snapping problems in the theory of elastic stability**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Department of Aero/astronautics, Stanford University, Stanford, California, 1970.

SADOWSKI, A. J. et al. Statistical analysis of the material properties of selected structural carbon steels. **Structural Safety**, [s.l.], v. 53, p.26-35, mar. 2015.

SCHMITZ, R. J. **Estrutura mista aço-concreto: análise de ponte composta por vigas de alma cheia**. 2017. 212 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

SILVEIRA, E. G. **Avaliação do comportamento de vigas alveolares de aço com ênfase nos modos de colapso por plastificação**. 2011. 165 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2011.

SWUK. **Straight to steel shear stud welding**. Disponível em: <<https://www.swuk.net/straight-to-steel-shear-stud-welding/>>. Acesso em: 11 ago. 2018.

TAMAYO, J. L. P. **Análise numérica de vigas mistas pelo método dos elementos finitos**. 2011. 147 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

THEO DAVID ARCHITECTS. **Sports Arena Spyros Kyprianou**. 2007. Disponível em: <<http://tdanyc.com/projects/sport/limassol-sports-arena-spyros-kyprianou>>. Acesso em: 11 ago. 2018.

TOPRAC, A. A.; COOKE, B. R. An experimental investigation of open-web beams. **Welding Research Council Bulletin**, New York, v. 47, p.1-16, 1959.

VELLASCO, P. C. G. S.; LIMA, L. R. O.; ANDRADE, S. A. L.; VELLASCO, M. M. B. R.; SILVA, L. A. P. S. **Modelagem de estruturas de aço e mistas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

VERÍSSIMO, G. S. **Desenvolvimento de um conector de cisalhamento em chapa dentada para estruturas mistas de aço e concreto e estudo do seu comportamento**. 2007. 316 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia, Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

VERÍSSIMO, G. S.; FAKURY, R. H.; RIBEIRO, J. C. L. Design aids for unreinforced web openings in steel and composite beams with W-shapes. **AISC Engineering Journal**, Chicago, v. 43, p. 163-172, 2006.

VIEIRA, W. B. **Estudo numérico-experimental da flambagem do montante de alma em vigas casteladas de aço**. 2015. 239 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2015.

VIEIRA, W. B. **Simulação numérica do comportamento estrutural de vigas casteladas de aço com ênfase na flambagem do montante de alma**. 2011. 132 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2011.

VON MISES, R. Mechanics of solid bodies in the plastically-deformable state. **Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse**, Berlin, v. 4, p. 582-592, 1913.

WANG, P.; GUO, K.; LIU, M.; ZHANG, L. Shear buckling strengths of web-posts in a castellated steel beam with hexagonal web openings. **Journal of Constructional Steel Research**, [s.l.], v. 121, p.173-184, jun. 2016.

WARD, J. K. **Design of composite and non-composite cellular beams**. Ascot: The Steel Construction Institute, 1990

WARREN, J. **Ultimate load and deflection behaviour of cellular beams**. 2001. 156 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - School of Civil Engineering, Surveying and Construction, University of Natal, Durban, 2001.

WAYAR, A. M. M. **Análise numérica de vigas mistas aço-concreto pelo método dos elementos finitos: protensão externa**. 2016. 124 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

WEIMER, B. F. **Avaliação da influência de furos na capacidade resistente de perfis usados no sistema construtivo *Light Steel Framing***. 2017. 178 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

WEMPNER, G. A. Discrete approximations related to nonlinear theories of solids. **International Journal of Solids and Structures**, [s.l.], v. 7, n. 11, p.1581-1599, nov. 1971.

WILLAM, K. J.; WARNKE, E. P. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete. In: IABSE SEMINAR ON CONCRETE STRUCTURES SUBJECTED TO TRIAXIAL STRESSES, 1974, Bergamo. **Proceedings...** . IABSE, 1975, Report 19, Section III, p. 1-30.

ZAAROUR, W. J. **Web buckling in thin webbed castellated beams**. 1995. 183 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, Montreal, Canada, 1995.

ZAAROUR, W. J.; REDWOOD, R. G. Web buckling in thin webbed castellated beams. **Journal of Structural Engineering**, [s.l.], v. 122, n. 8, p.860-866, 1996.

ZIENKIEWICZ, O. C. **The Finite Element Method**. London: McGraw-Hill Company, 1977.



## APÊNDICE A – O MODELO DP-CONCRETE

Os principais aspectos teóricos do modelo *DP-Concrete* foram abordados no capítulo 3. Este Apêndice A tem por objetivo apresentar informações complementares, entre estas a formulação que consta no manual do Ansys (2018), maiores detalhes sobre os modelos HSD, dados que devem ser inseridos via *script* para a definição do modelo e resultados de testes realizados com o objetivo de validar o modelo em exemplos mais simples.

### A.1 FORMULAÇÃO

Neste item apresenta-se a formulação das superfícies de plastificação e dos modelos HSD tal qual consta no manual Ansys (2018), com suas próprias notações e simbologia, a fim de facilitar a compreensão do pesquisador que tenha interesse em dar sequência aos estudos acerca deste modelo através do mesmo *software*. As equações teóricas do capítulo 3, obtidas da literatura científica, são equivalentes às aqui apresentadas, e diferenciam-se apenas por manipulações algébricas e escolha de simbologia.

#### A.1.1 Superfícies de plastificação

Conforme explicado no capítulo 3, uma única superfície de Drucker-Prager não é capaz de representar as grandes diferenças de comportamento sob tração e sob compressão do concreto. Desta forma, o modelo *DP-Concrete* utiliza uma superfície de plastificação de Drucker-Prager para compressão, e uma segunda superfície, que pode ser de Drucker-Prager ou de Rankine, para o comportamento em tração e tração-compressão.

##### A.1.1.1 Superfície de Drucker-Prager em tração e tração-compressão

A superfície de Drucker-Prager em tração e tração-compressão é definida pela equação (A.1).

$$f_{DPt} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} + \beta_t \cdot \sigma_m - \sigma_{Yt} = 0 \quad (\text{A.1})$$

Sendo:

$\sigma_m = I_1/3$  – tensão hidrostática, tensão média;

$I_1$  = primeiro invariante do tensor de tensões, dado pela equação (3.3);

$\sigma_e = \sqrt{3J_2}$  – tensão equivalente de von Mises;

$J_2$  = segundo invariante do tensor desviador de tensões, dado pela equação (3.4);

$\beta_t, \sigma_{Yt}$  = valores calculados a partir de parâmetros do material e das funções do modelo HSD.

Enquanto o valor de  $f_{DPt}$  é menor do que zero, o comportamento em tração e em tração-compressão é admitido como elástico linear. A partir do momento em que  $f_{DPt}$  se iguala a zero, inicia-se o regime plástico, no qual a fissuração pode ser simulada, de forma aproximada, através de incrementos de deformação plástica. Nesta etapa, os valores de  $\beta_t$  e  $\sigma_{Yt}$ , que eram constantes no regime elástico, podem variar de acordo com as funções  $\Omega_c$  e  $\Omega_t$ , as quais, por sua vez, dependem do modelo HSD adotado. Esta variação determina a forma com que a superfície de plastificação se movimenta no regime plástico. As equações (A.2) e (A.3) definem os valores de  $\beta_t$ ,  $\sigma_{Yt}$ .

$$\beta_t = \frac{\sqrt{3} \cdot (R_c \cdot \Omega_c - R_t \cdot \Omega_t)}{R_c \cdot \Omega_c + R_t \cdot \Omega_t} \quad (\text{A.2})$$

$$\sigma_{Yt} = \frac{2 \cdot R_c \cdot \Omega_c \cdot R_t \cdot \Omega_t}{\sqrt{3} \cdot (R_c \cdot \Omega_c + R_t \cdot \Omega_t)} \quad (\text{A.3})$$

Sendo:

$R_c$  = resistência uniaxial à compressão do concreto, em kN/cm<sup>2</sup>;

$R_t$  = resistência uniaxial à tração do concreto, em kN/cm<sup>2</sup>;

$\Omega_c$  = função em compressão do modelo HSD adotado, adimensional;

$\Omega_t$  = função em tração do modelo HSD adotado, adimensional.

A superfície de potencial plástico é dada pela equação (A.4). Caso o parâmetro de dilatância em tração ( $\delta_t$ ) seja definido pelo usuário como igual a 1, tem-se plasticidade associada.

$$Q_{DPt} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} + \delta_t \cdot \beta_t \cdot \sigma_m \quad (\text{A.4})$$

#### A.1.1.2 Superfície de Rankine em tração e tração-compressão

A superfície de Rankine em tração e em tração-compressão é definida pela equação (A.5).

$$f_R = \sigma_m + \frac{2}{3} \cdot \sigma_e \cdot \cos(\theta) - T \cdot \Omega_t = 0 \quad (\text{A.5})$$

Sendo:

$\theta$  = ângulo de similaridade, calculado pela equação (3.8);

$T$  = resistência uniaxial à tração do concreto;

$\Omega_t$  = função em tração do modelo HSD adotado.

Enquanto o valor de  $f_R$  é menor do que zero, o comportamento em tração e em tração-compressão é admitido como elástico linear. A partir do momento em que  $f_R$  se iguala a zero, inicia-se o regime plástico, no qual a fissuração pode ser simulada, de forma aproximada, através de incrementos de deformação plástica. Nesta etapa, a superfície de Rankine se movimenta de acordo com a função  $\Omega_t$  do modelo HSD adotado.

A superfície de potencial plástico é a própria superfície de Rankine (plasticidade associada) quando apenas uma das tensões principais é positiva. Quando mais de uma tensão principal é positiva, é usada uma aproximação suave como superfície de potencial plástico, de modo que, próximo às arestas do cubo formado pela superfície de Rankine, trabalha-se com plasticidade não-associada.

#### A.1.1.3 Superfície de Drucker-Prager em compressão

A superfície de Drucker-Prager em compressão é definida pela equação (A.6).

$$f_{DPC} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} + \beta_c \cdot \sigma_m - \sigma_{Yc} \cdot \Omega_c = 0 \quad (\text{A.6})$$

Sendo:

$\beta_c, \sigma_{Yc}$  = constantes calculadas a partir de parâmetros do material;

$\Omega_c$  = função em compressão do modelo HSD adotado.

Enquanto o valor de  $f_{DPC}$  é menor do que zero, o comportamento em compressão é admitido como elástico linear. A partir do momento em que  $f_{DPC}$  se iguala a zero, inicia-se o regime plástico: a superfície de Drucker Prager movimenta-se de acordo com a função  $\Omega_c$  do modelo HSD adotado. Via de regra, a menos que o concreto seja admitido como elastoplástico perfeito (sem a adoção de nenhum modelo HSD), todos os modelos HSD disponíveis são divididos em dois trechos no comportamento em compressão: (i) endurecimento, que rege a expansão da superfície, até ser atingida a tensão máxima; e (ii) amolecimento, que rege o encolhimento da superfície, dando início ao processo de esmagamento, após ser atingida a tensão máxima.

Os valores das constantes  $\beta_c$  e  $\sigma_{Yc}$  são calculados com as equações (A.7) e (A.8).

$$\beta_c = \frac{\sqrt{3} \cdot (R_b - R_c)}{2 \cdot R_b - R_c} \quad (\text{A.7})$$

$$\sigma_{Yc} = \frac{R_b \cdot R_c}{\sqrt{3} \cdot (2 \cdot R_b - R_c)} \quad (\text{A.8})$$

Sendo  $R_c$  e  $R_b$  as resistências uniaxial e biaxial à compressão do concreto, em kN/cm<sup>2</sup>.

A superfície de potencial plástico é dada pela equação (A.9). Se o parâmetro de dilatância em compressão ( $\delta_c$ ) for definido pelo usuário como igual a 1, tem-se plasticidade associada.

$$Q_{DPC} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} + \delta_c \cdot \beta_c \cdot \sigma_m \quad (\text{A.9})$$

#### A.1.1.4 Definindo as superfícies do modelo *DP-Concrete* no Ansys APDL

O modelo *DP-Concrete* só pode ser definido através da linguagem APDL, via linha de comando ou via *script* – não é possível defini-lo diretamente na interface gráfica. Para tanto, é necessário efetuar as etapas enumeradas a seguir:

- 1) Definir o comportamento elástico do material (que pode ser isotrópico ou anisotrópico), através do comando MP ou da tabela de dados [TB,ELASTIC];
- 2) Definir as resistências uniaxiais à compressão e à tração, e biaxial à compressão, das superfícies Drucker-Prager ( $R_c$ ,  $R_t$  e  $R_b$ ), através do comando TB,CONCR,,,,DP, seguido do comando TB,DATA;
- 3) *Opcional*: Definir a resistência à tração ( $T$ ) da superfície de Rankine, caso opte-se por utilizá-la, através do comando TB,CONCR,,,,RCUT, seguido do comando TB,DATA. Neste caso, a superfície de Drucker-Prager em tração não é utilizada, e, portanto, não é necessário inserir um valor para  $R_t$  na etapa (2).

Após definidas as superfícies, é possível definir parâmetros de dilatância em compressão e em tração ( $\delta_c$  e  $\delta_t$ ), através do comando TB,CONCR,,,,DILA, seguido do comando TB,DATA. Caso seja utilizada a superfície de Rankine em tração, o parâmetro  $\delta_t$  não é utilizado, mas a definição de um parâmetro  $\delta_c$  é obrigatória. Caso sejam utilizadas duas superfícies Drucker-Prager, esta definição é opcional. Ressalta-se que estes parâmetros devem ser igualados a 1 caso se deseje trabalhar com plasticidade associada.

#### A.1.2 Modelos HSD

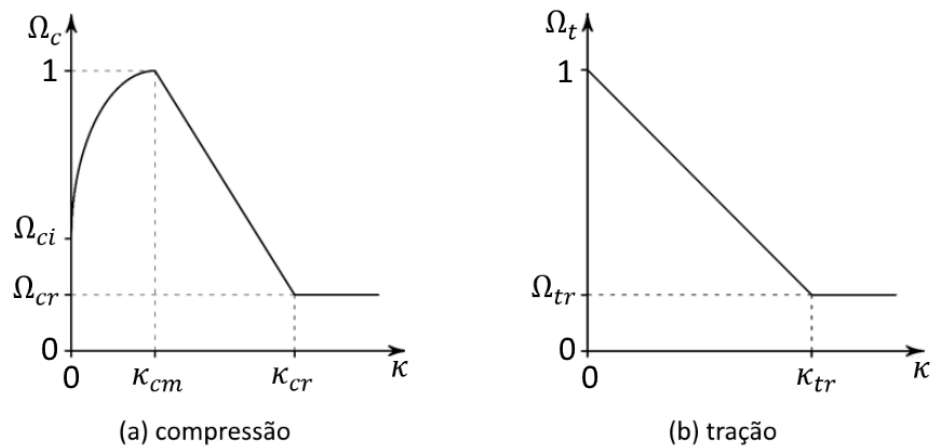
As funções  $\Omega_c$  e  $\Omega_t$ , que apareceram nas equações anteriores, assumem determinado comportamento a partir da escolha de um modelo HSD (*hardening, softening and dilatation*) e da definição de seus parâmetros. Através destes modelos é possível simular de forma aproximada os fenômenos de fissuração, no comportamento em tração; e de esmagamento, no

comportamento em compressão, através de incrementos de deformação plástica ligados a regras de endurecimento e amolecimento. Caso não seja adotado nenhum modelo HSD, o Ansys admite o material como elastoplástico perfeito (EPP). Quatro modelos HSD estão disponíveis na versão 19.2 do Ansys: *Linear*, *Exponential*, *Steel-Reinforcement* e *Fracture Energy*, estando o *Steel-Reinforcement* disponível apenas na combinação DP-DP. Destes, foram testados os três primeiros no presente trabalho, os quais são abordados nos itens a seguir.

#### A.1.2.1 Modelo HSD Linear

O modelo linear é o mais simples dentre os modelos HSD disponíveis, mas, apesar disso, apresentou bons resultados nos testes realizados no presente trabalho. A figura A.1 ilustra os gráficos das funções em compressão e em tração deste modelo, as quais são regidas, respectivamente, pelas equações (A.10) e (A.11).

Figura A.1 – Modelo HSD Linear



Fonte: adaptado de Ansys (2018)

$$\Omega_c = \begin{cases} \Omega_{ci} + (1 - \Omega_{ci}) \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa}{\kappa_{cm}} - \frac{\kappa^2}{\kappa_{cm}^2}} & \text{para } 0 < \kappa \leq \kappa_{cm} \\ 1 - \frac{1 - \Omega_{cr}}{\kappa_{cr} - \kappa_{cm}} \cdot (\kappa - \kappa_{cm}) & \text{para } \kappa_{cm} < \kappa \leq \kappa_{cr} \\ \Omega_{cr} & \text{para } \kappa \geq \kappa_{cr} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Sendo:

$\Omega_c$  = função de plastificação em compressão;

$\kappa$  = deformação plástica efetiva, parâmetro de endurecimento;

$\kappa_{cm}$  = deformação plástica quando é atingida a tensão máxima;

$\kappa_{cr}$  = deformação plástica última em compressão;

$\Omega_{ci}$  = tensão relativa no início da plastificação;

$\Omega_{cr}$  = tensão relativa residual para  $\kappa \geq \kappa_{cr}$ .

$$\Omega_t = \begin{cases} 1 - (1 - \Omega_{tr}) \cdot \frac{\kappa}{\kappa_{tr}} & \text{para } 0 < \kappa < \kappa_{tr} \\ \Omega_{tr} & \text{para } \kappa \geq \kappa_{tr} \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

Sendo:

$\Omega_t$  = função de plastificação em tração;

$\kappa_{tr}$  = deformação plástica quando é atingida a tensão mínima;

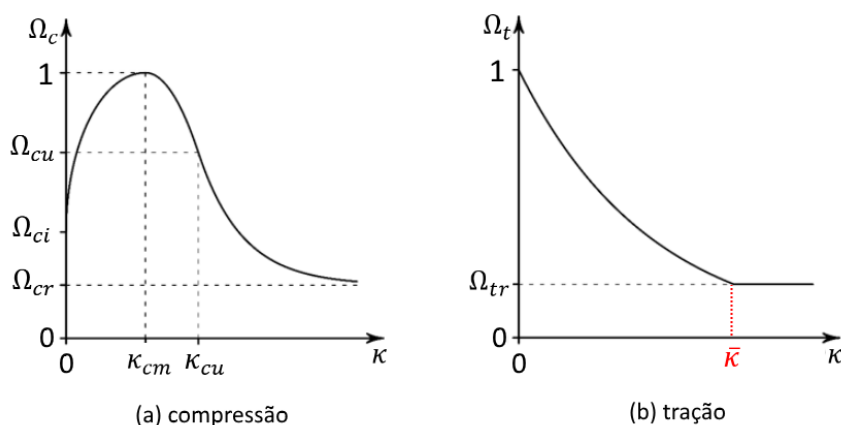
$\Omega_{tr}$  = tensão relativa residual para  $\kappa \geq \kappa_{tr}$ .

Os parâmetros adimensionais  $\kappa_{cm}$ ,  $\kappa_{cr}$ ,  $\Omega_{ci}$ ,  $\Omega_{cr}$ ,  $\kappa_{tr}$ ,  $\Omega_{tr}$  devem ser fornecidos, nesta ordem, através dos comandos TB,CONCR,,,HSD6 e TBDATA. Deve-se atentar para o fato de que as deformações definidas são valores de deformação plástica, ou seja, deve ser descontada a parcela elástica do valor da deformação total. Por exemplo, caso deseje-se inserir o valor de 0,002 para a deformação total do concreto quando a tensão máxima é atingida, o valor de  $\kappa_{cm}$  deve ser igual a  $0,002 - R_c/E_c$ .

#### A.1.2.2 Modelo HSD Exponencial

A figura A.2 ilustra os gráficos das funções em compressão e em tração do modelo exponencial, as quais são regidas, respectivamente, pelas equações (A.12) e (A.13).

Figura A.2 – Modelo HSD Exponencial



Fonte: adaptado de Ansys (2018)

$$\Omega_c = \begin{cases} \Omega_{ci} + (1 - \Omega_{ci}) \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa}{\kappa_{cm}} - \frac{\kappa^2}{\kappa_{cm}^2}} & \text{para } 0 < \kappa \leq \kappa_{cm} \\ 1 - (1 - \Omega_{cu}) \cdot \left( \frac{\kappa - \kappa_{cm}}{\kappa_{cu} - \kappa_{cm}} \right)^2 & \text{para } \kappa_{cm} < \kappa \leq \kappa_{cu} \\ \Omega_{cr} + (\Omega_{cu} - \Omega_{cr}) \cdot \exp\left(2 \cdot \frac{\Omega_{cu} - 1}{\kappa_{cu} - \kappa_{cm}} \cdot \frac{\kappa - \kappa_{cu}}{\Omega_{cu} - \Omega_{cr}}\right) & \text{para } \kappa \geq \kappa_{cu} \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

Sendo:

$\kappa_{cm}$  = deformação plástica quando é atingida a tensão máxima;

$\kappa_{cu}$  = deformação plástica na transição da função quadrática para a função exponencial;

$\Omega_{ci}$  = tensão relativa no início da plastificação;

$\Omega_{cu}$  = tensão relativa em  $\kappa_{cu}$ ;

$\Omega_{cr}$  = tensão relativa residual para  $\kappa \rightarrow \infty$ .

$$\Omega_t = \exp\left(-\frac{\kappa}{a_t}\right) \geq \Omega_{tr} \quad (\text{A.13})$$

Sendo:

$a_t$  = parâmetro adimensional calculado através das equações (A.14) e (A.15);

$\Omega_{tr}$  = tensão relativa residual limitante para a queda exponencial.

$$a_t = \frac{g_{ft}}{R_t} \quad (\text{A.14})$$

$$g_{ft} = \max\left(\frac{G_{ft}}{L_i}, \frac{R_t^2}{E}\right) \quad (\text{A.15})$$

Sendo:

$G_{ft}$  = energia de fratura específica por área, em kN.cm/cm<sup>2</sup>;

$L_i$  = comprimento efetivo do elemento (raiz cúbica do volume do ponto de integração), em cm;

$R_t$  = resistência à tração do concreto, em kN/cm<sup>2</sup>;

$E$  = módulo de elasticidade do concreto, em kN/cm<sup>2</sup>.

O código modelo *fib2010* (FIB, 2012) fornece uma fórmula para calcular o valor da energia de fratura  $G_F$  em função da resistência média à compressão do concreto. Contudo, foram realizados testes utilizando valores calculados por este código para  $G_{ft}$ , e a curva em tração não resultou

na forma esperada: o trecho exponencial ficou muito extenso, com decaimento demasiadamente lento. Assim, optou-se neste trabalho por deduzir a equação (A.16), através de manipulações algébricas com as equações (A.13) a (A.15), para o cálculo de  $G_{ft}$  em função do valor da deformação plástica  $\bar{\kappa}$ , a qual está destacada em vermelho na figura A.2.

$$G_{ft} = -\frac{\bar{\kappa} \cdot R_t \cdot L_i}{\ln(\Omega_{tr})} \quad (\text{A.16})$$

O valor de  $L_i$  é igual à raiz cúbica do volume do ponto de integração do elemento. Em e-mail enviado pelo suporte da ESSH, empresa parceira do Ansys na América Latina, Carvalho<sup>8</sup> informou que, se for utilizada integração reduzida, o volume do ponto de integração é igual ao volume do elemento dividido por oito; porém, se for utilizada integração completa, como é o caso deste trabalho, o Ansys ainda não disponibiliza uma forma de obter diretamente este valor. Contudo, no presente trabalho foram realizados alguns testes utilizando-se o valor de  $L_i = \sqrt[3]{V/8}$ , sendo V o volume do elemento, e os resultados obtidos foram coerentes com a equação (A.16), mesmo quando utilizada integração completa.

A equação (A.16) mostra que, caso se deseje utilizar um valor fixo de  $\bar{\kappa}$  para as curvas em tração de elementos com diferentes volumes, o valor de  $G_{ft}$  deve ser diferente para cada um deles. Esta é a principal desvantagem deste modelo HSD: a curva em tração é dependente da malha adotada, e, desta forma, a sua utilização não é recomendável para malhas muito irregulares. Contudo, se os elementos do modelo apresentarem volume constante, ou aproximadamente constante, este modelo pode ser uma excelente opção, pois, como será mostrado na sequência deste apêndice, foram obtidos bons resultados com sua utilização.

Para definir o modelo HSD exponencial via *script*, devem ser inseridos, nesta ordem, os valores de  $\kappa_{cm}$ ,  $\kappa_{cu}$ ,  $\Omega_{ci}$ ,  $\Omega_{cu}$ ,  $\Omega_{cr}$ ,  $G_{ft}$  e  $\Omega_{tr}$ , através dos comandos TB,CONCR,,,HSD2 e TBDATA. O parâmetro  $G_{ft}$  deve ser inserido em kN.cm/cm<sup>2</sup>, ou em outra unidade na forma [F.L/L<sup>2</sup>], coerente com as unidades de força e comprimento utilizadas no modelo; enquanto que os demais parâmetros são adimensionais.

---

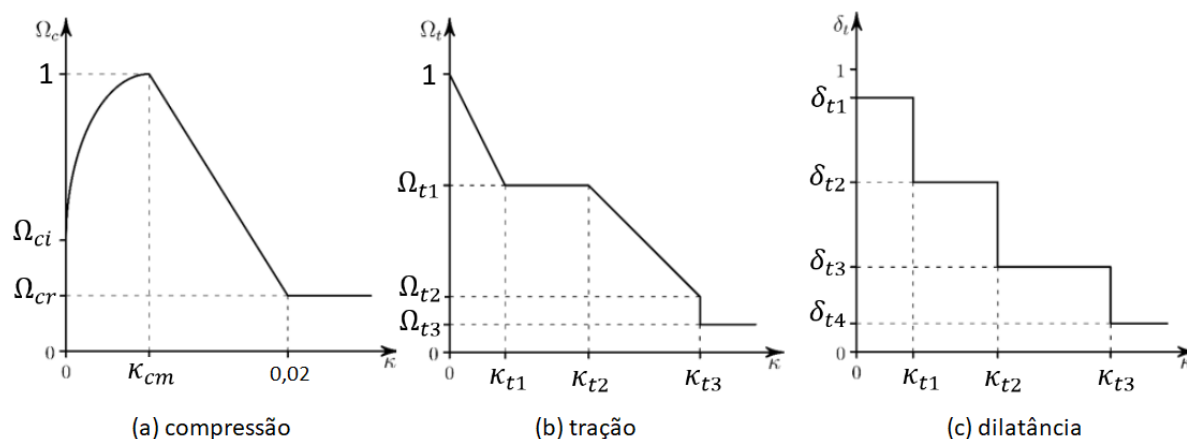
<sup>8</sup> CARVALHO, L. N. (ESSS Customer Service). **DP-Concrete e Solid186**. Mensagem recebida por <morsch@ufrgs.br> em 31 jan. 2019.



### A.1.2.3 Modelo HSD *Steel-Reinforcement*

A figura A.3 ilustra os gráficos das funções em compressão e em tração do modelo *Steel-Reinforcement*, o qual, diferentemente dos demais modelos, só pode ser utilizado com a combinação DP-DP, não estando disponível na combinação DP-Rankine.

Figura A.3 – Modelo HSD *Steel-Reinforcement*



Fonte: adaptado de Ansys (2018)

A função de plastificação em compressão é regida pela mesma equação (A.10) do modelo linear, contudo aqui o valor de  $\kappa_{cr}$  é fixado em 0,02, ao invés de ser um valor de entrada. A adoção deste valor fixo é um ponto negativo do modelo, uma vez que ele é muito alto – muito maior do que valores usuais para a deformação plástica última – e, como  $\Omega_{cr}$  tem que ser maior do que zero, a reta decrescente da função em compressão no trecho de amolecimento acaba apresentando, obrigatoriamente, uma taxa de variação muito pequena, de modo que a tensão permanece quase inalterada após ser atingido o valor de  $\kappa_{cm}$ . Por esta razão, o fenômeno de esmagamento pode vir a não ser adequadamente representado.

A função de plastificação em tração é definida pela composição de retas decrescentes e trechos constantes, conforme ilustrado na figura A.3b.

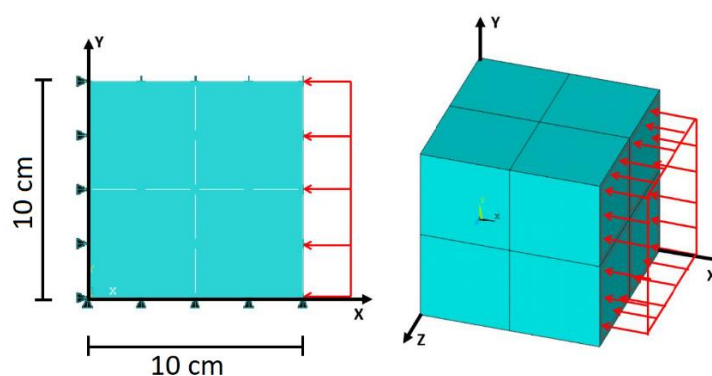
Este modelo também possibilita a inclusão de diferentes valores de parâmetros de dilatância em tração ( $\delta_{t1}$ ,  $\delta_{t2}$ ,  $\delta_{t3}$ ,  $\delta_{t4}$ ), sendo cada um destes valores correspondente a um determinado trecho da função em tração. No presente trabalho, estes valores foram sempre mantidos iguais a 1, a fim de trabalhar-se com plasticidade associada.

Para definir o modelo HSD *Steel-Reinforcement* via *script*, devem ser inseridos, nesta ordem, os valores dos parâmetros adimensionais  $\kappa_{cm}$ ,  $\Omega_{ci}$ ,  $\Omega_{cr}$ ,  $\kappa_{t1}$ ,  $\kappa_{t2}$ ,  $\kappa_{t3}$ ,  $\Omega_{t1}$ ,  $\Omega_{t2}$ ,  $\Omega_{t3}$ ,  $\delta_{t1}$ ,  $\delta_{t2}$ ,  $\delta_{t3}$  e  $\delta_{t4}$  através dos comandos TB,CONCR,,,,HSD4 e TBDATA.

## A.2 CUBO SOB TRAÇÃO E COMPRESSÃO SIMPLES

Inicialmente, com o objetivo de testar as respostas dos modelos, foi programado um *script* para a modelagem e análise de um cubo de concreto solicitado à tração ou compressão simples. A figura A.4 ilustra o cubo em questão, que possui aresta de 10 cm e foi dividido em oito elementos SOLID186, com apoios perpendiculares às faces contidas nos planos xy, xz e yz. O carregamento, esquematizado em vermelho, foi realizado através da imposição de deslocamentos em x na face frontal, com valores positivos ou negativos, dependendo do caso analisado (compressão ou tração). No pós-processamento foram plotadas as tensões em x e deformações em x medidas ao longo dos subpassos, no nó central da face frontal. As figuras A.5 a A.8 ilustram os resultados obtidos para cada modelo. As tabelas A.1 e A.2 mostram os dados utilizados para as propriedades do concreto e para cada modelo HSD. Nos modelos Exponencial e Linear, foram testadas ambas as combinações – DP-DP e DP-Rankine – e os resultados foram idênticos, conforme já era esperado, uma vez que este teste se aproxima de um caso unidimensional, muito embora seja modelado em três dimensões.

Figura A.4 – Cubo modelado para testes de tração e compressão simples



Fonte: adaptado de Lazzari (2016)

Tabela A.1 – Dados do concreto para superfícies de plastificação

Parâmetro FIB	Valor	Unidade	Fórmula FIB	Parâmetro DP
$f_{cm}$	2,8	kN/cm <sup>2</sup>	-	$R_c$
$f_{ck}$	2,0	kN/cm <sup>2</sup>	$f_{cm} - 0,8$	-
$E_{ci}$	3030	kN/cm <sup>2</sup>	$2150 \cdot (f_{cm})^{1/3}$	-
$E_c$	2617	kN/cm <sup>2</sup>	$\alpha_i \cdot E_{ci}$	$E$
$f_{ctm}$	0,22	kN/cm <sup>2</sup>	$0,03 \cdot (10 \cdot f_{ck})^{2/3}$	$R_t$ ou $T$
$f_{c2m}$	3,28	kN/cm <sup>2</sup>	$f_{cm} \cdot (1,2 - f_{cm}/100)$	$R_b$

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela A.2 – Dados para modelos HSD

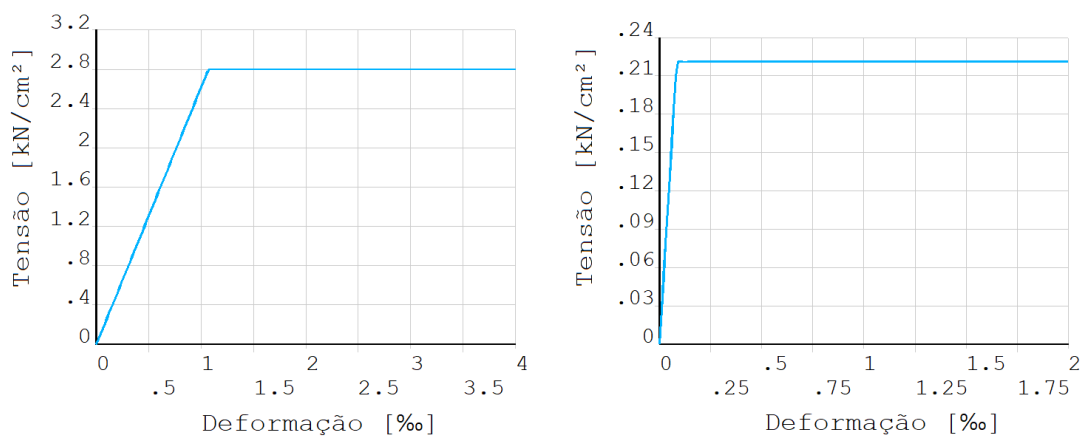
Linear		Exponencial		Steel-Reinforcement	
$\kappa_{cm}$	$0,0021 - f_{cm}/E$	$\kappa_{cm}$	$0,0021 - f_{cm}/E$	$\kappa_{cm}$	$0,0021 - f_{cm}/E$
$\kappa_{cr}$	$0,0035 - \Omega_{cr} \cdot f_{cm}/E$	$\kappa_{cu}$	$0,0035 - \Omega_{cu} \cdot f_{cm}/E$	$\Omega_{ci}$	40%
$\Omega_{ci}$	40%	$\Omega_{ci}$	40%	$\Omega_{cr}$	10%
$\Omega_{cr}$	65%	$\Omega_{cu}$	65%	$\kappa_{t1}$	0,0001
$\kappa_{tr}$	0,001	$\Omega_{cr}$	40%	$\kappa_{t2}$	0,00011
$\Omega_{tr}$	2%	$G_{ft}$	$2,54 \cdot 10^{-4} \text{ kN} \cdot \text{cm}/\text{cm}^2$	$\kappa_{t3}$	0,001
-	-	$\Omega_{tr}$	2%	$\Omega_{t1}$	60%
-	-	$L_i$	$\sqrt[3]{(5^3)/8} = 2,5 \text{ cm}$	$\Omega_{t2}$	2,1%
-	-	$\bar{\kappa}$	0,0018	$\Omega_{t3}$	2%

Fonte: elaborado pelo autor

Figura A.5 – Resultados obtidos para o concreto elastoplástico perfeito

(a) Compressão

(b) Tração

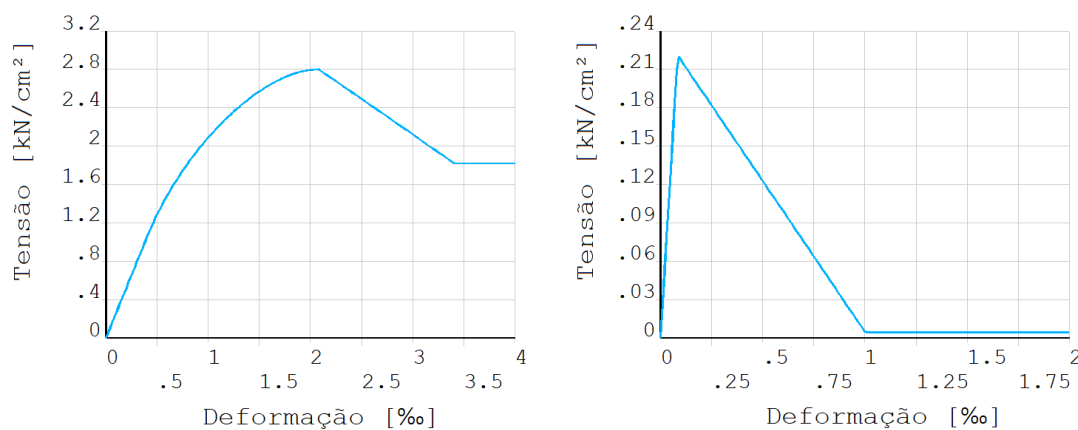


Fonte: elaborado pelo autor

Figura A.6 – Resultados obtidos para o modelo HSD Linear

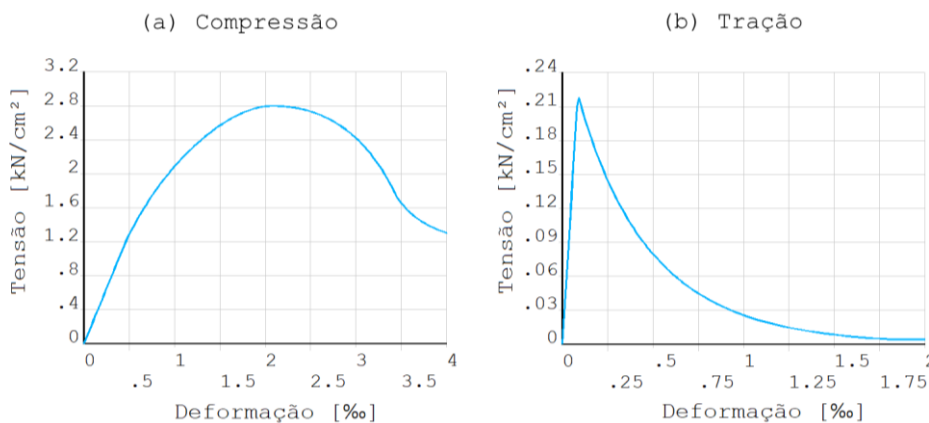
(a) Compressão

(b) Tração

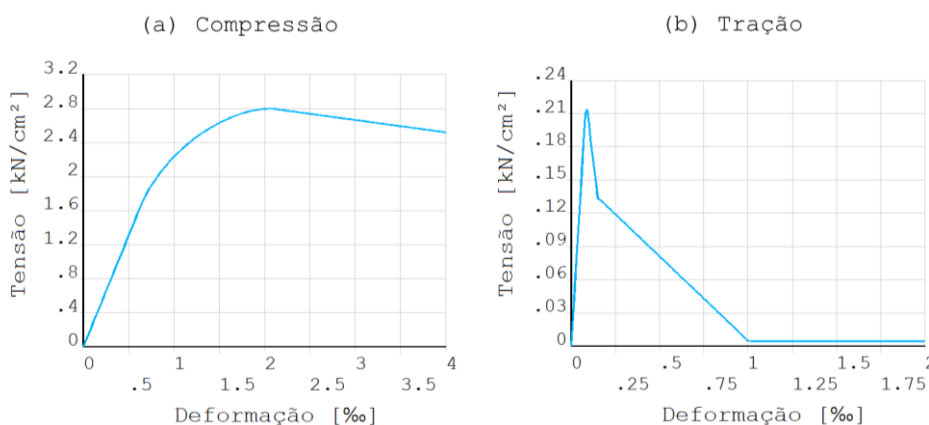


Fonte: elaborado pelo autor

Figura A.7 – Resultados obtidos para o modelo HSD Exponencial



Fonte: elaborado pelo autor

Figura A.8 – Resultados obtidos para o modelo HSD *Steel-Reinforcement*

Fonte: elaborado pelo autor

De uma forma geral, os resultados obtidos ficaram de acordo com o esperado. No que diz respeito ao modelo exponencial, foram realizados testes para cubos com outras dimensões, bem como com um número diferente de subdivisões, a fim de avaliar a influência da malha na resposta. O mesmo resultado da figura A.7b foi obtido nos casos testados em que o valor do comprimento efetivo  $L_i$  foi atualizado para o cálculo de  $G_{ft}$ , e resultados diferentes foram obtidos nos casos em que o valor de  $G_{ft}$  foi mantido igual ao do primeiro teste. Portanto, concluiu-se que de fato a resposta deste modelo é dependente do tamanho dos elementos utilizados, e, por esta razão, o seu uso só é recomendável em malhas compostas por elementos que não apresentem diferenças significativas de volumes entre si. No que diz respeito ao modelo *Steel-Reinforcement*, na figura A.8a fica mais clara a questão mencionada anteriormente sobre a pequena taxa de variação da reta decrescente pós-pico, ocasionada em razão do valor fixado em 20‰ pelo Ansys para a deformação plástica última: as tensões diminuem muito lentamente, e por esse motivo podem surgir dificuldades na simulação do fenômeno de esmagamento.

### A.3 VIGAS A1 E A3 DE BRESLER E SCORDELIS (1963)

As vigas A1 e A3 do trabalho de Bresler e Scordelis (1963) foram modeladas no Ansys, através de elementos hexaédricos SOLID186, reforçados por elementos de armadura incorporada REINF264, criados a partir de elementos guia MESH200, através do método de malha independente, descrito no capítulo 3. As análises com o modelo *DP-Concrete* foram realizadas com os três modelos HSD descritos anteriormente e com as duas combinações de superfícies disponíveis – DP-DP e DP-Rankine – com o objetivo de comparar os resultados entre eles. Além disso, foram realizadas análises com a *usermat*, bem como comparados os resultados com os obtidos por Lazzari (2016), que também simulou numericamente estas vigas.

A tabela A.3 mostra os dados utilizados para o concreto, e indica quais valores foram fornecidos por Bresler e Scordelis (1963), obtidos a partir de ensaios realizados pelos autores; e quais foram calculados por expressões analíticas, como por exemplo o módulo de elasticidade inicial ( $E_{ci}$ ), que foi calculado de acordo com o código modelo *fib2010* (FIB, 2012). Nas análises com a *usermat* utilizou-se este módulo de elasticidade inicial, já nas análises com o *DP-Concrete* utilizou-se um módulo reduzido, tendo em vista o trecho linearizado da curva tensão deformação até que a tensão atinja o valor de  $0,4.f_{cm}$ . Para tanto, simplificadaamente, adotou-se o valor de  $0,9.E_{ci}$ , nas duas vigas analisadas. Outra opção, não adotada aqui, seria utilizar o valor de  $\alpha_i.E_{ci}$ , sendo  $\alpha_i$  um valor preconizado pelo FIB (2012), que varia entre 0,84 a 0,932 para concretos de classe C12 a C50.

A resistência média à tração é calculada internamente pelo modelo da *usermat*, de forma automática, em função de  $f_{ck}$ , a partir de equação do código *fib2010* (FIB, 2012). Já no modelo *DP-Concrete* é possível fornecer o valor desta resistência via *script*. Neste caso, tendo em vista que Bresler e Scordelis (1963) forneceram o valor da resistência à tração na flexão ( $f_{ct,f}$ ) obtida em ensaio, utilizou-se 70% deste valor como resistência média à tração, conforme recomendado pela NBR 6118 (ABNT, 2014). Por este motivo, os valores utilizados para as resistências à tração no modelo *DP-Concrete* foram ligeiramente diferentes dos valores utilizados nos modelos da *usermat* e de Lazzari (2016).

No que diz respeito à resistência à compressão, deve-se atentar para o fato de que, na *usermat*, a resistência característica ( $f_{ck}$ ) é informada via *script*, e, internamente, de forma automática, a subrotina desenvolvida calcula a resistência média ( $f_{cm}$ ) a partir de equação do código *fib2010* (FIB, 2012). No modelo *DP-Concrete*, por outro lado, a resistência média à compressão ( $f_{cm}$ ) é informada diretamente via *script*.

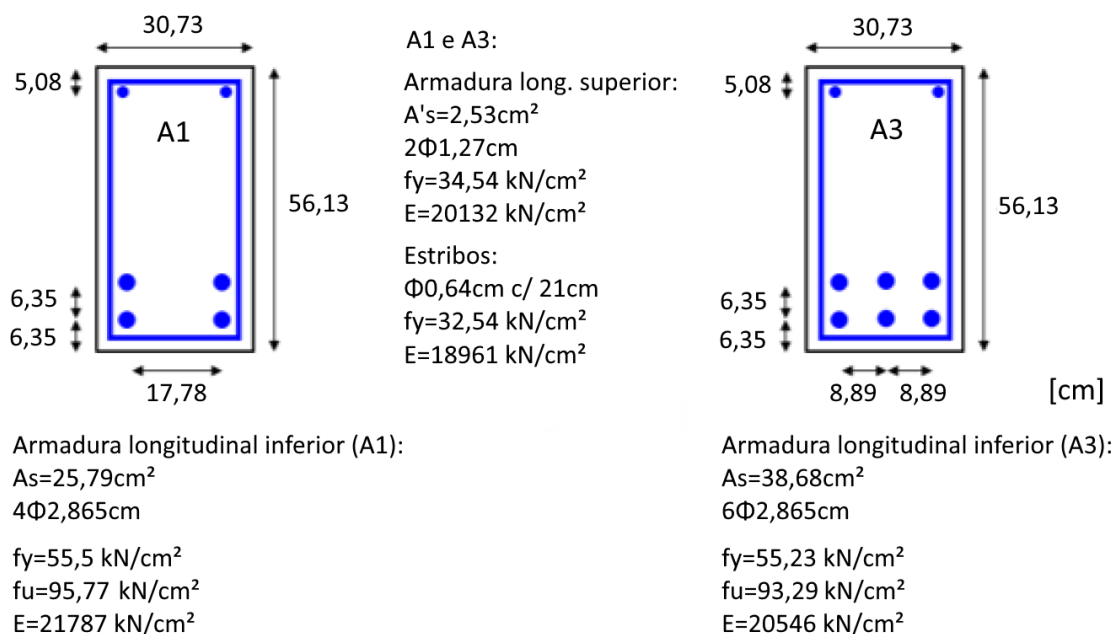
Os dados utilizados para os modelos HSD foram os mesmos da tabela A.2, com exceção dos parâmetros  $G_{ft}$  e  $L_i$  do modelo exponencial, que foram recalculados considerando-se os respectivos volumes dos elementos SOLID186 das vigas A1 e A3. A figura A.9 apresenta a geometria das seções transversais das vigas, as disposições de armaduras e os dados dos aços utilizados. A figura A.10 ilustra esquematicamente os ensaios, que consistiram na aplicação de cargas concentradas no centro do vão.

Tabela A.3 – Dados utilizados para o concreto nas vigas A1 e A3

Parâmetro	Viga		Unidade	Fonte	Parâmetro numérico	
	A1	A3			DP	Usermat
$f_{cm}$	2,41	3,50	kN/cm <sup>2</sup>	Bresler e Scordelis (1963)	$R_c$	$f_{cm}$
$f_{ct,f}$	0,39	0,43	kN/cm <sup>2</sup>	Bresler e Scordelis (1963)	-	-
$f_{ctm}$	0,27	0,30	kN/cm <sup>2</sup>	$0,7 \cdot f_{ct,f}$ (ABNT, 2014)	$R_t$ ou $T$	-
$f_{ck}$	1,61	2,70	kN/cm <sup>2</sup>	$f_{cm} - 0,8$ (FIB, 2012)	-	$f_{ck}$
$f_{ctm}$	0,19	0,27	kN/cm <sup>2</sup>	$0,03 \cdot (10 \cdot f_{ck})^{2/3}$ (FIB, 2012)	-	$f_{ctm}$
$f_{c2m}$	2,83	4,08	kN/cm <sup>2</sup>	$f_{cm} \cdot (1,2 - f_{cm}/100)$ (FIB, 2012)	$R_b$	$f_{c2m}$
$E_{ci}$	2883	3264	kN/cm <sup>2</sup>	$2150 \cdot (f_{cm})^{1/3}$ (FIB, 2012)	-	$E_{ci}$
$E_c$	2595	2938	kN/cm <sup>2</sup>	$0,9 \cdot E_{ci}$	$E_c$	-

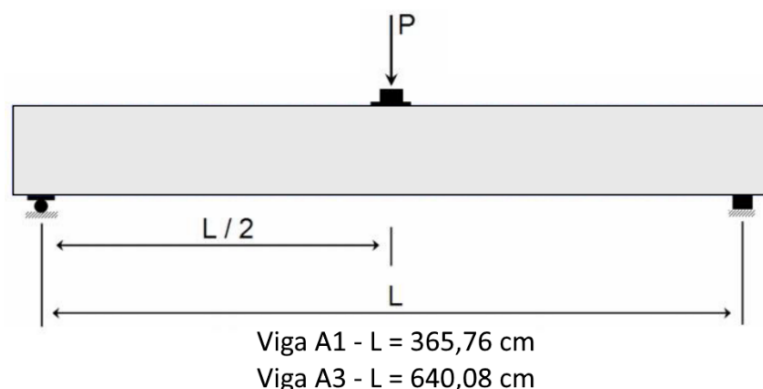
Fonte: elaborado pelo autor

Figura A.9 – Seções transversais das vigas A1 e A3



Fonte: adaptado de Bresler e Scordelis (1963) e Lazzari (2016)

Figura A.10 – Desenho esquemático da configuração dos ensaios



Fonte: adaptado de Bresler e Scordelis (1963) e Lazzari (2016)

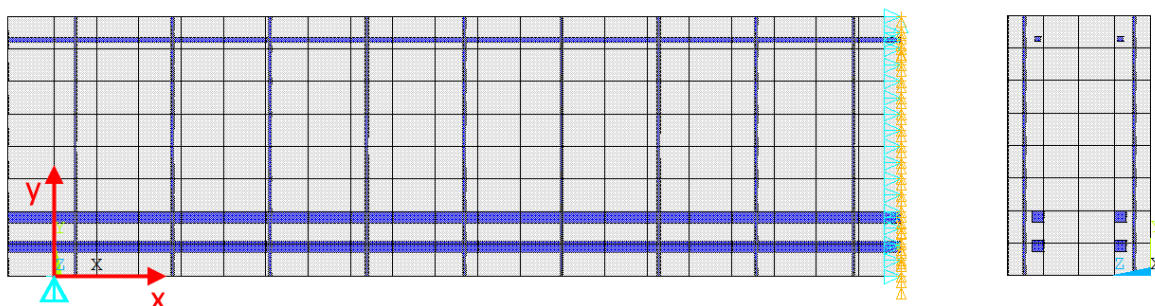
Para a modelagem numérica das armaduras, adotou-se o modelo constitutivo de Gattesco (1999) para os aços das barras longitudinais inferiores, com os valores de  $\varepsilon_h/\varepsilon_y=1,5$  e  $E_h=1000$  kN/cm<sup>2</sup>, ambos ajustados aos resultados de ensaios de tração realizados e disponibilizados por Bresler e Scordelis (1963). Já os aços das barras longitudinais superiores e dos estribos foram admitidos simplifcadamente como elastoplástico perfeitos.

As figuras A.11 e A.12 ilustram os modelos de elementos finitos gerados para as vigas A1 e A3, respectivamente. A viga A1 foi modelada com 672 elementos SOLID186 e 270 elementos REINF264, enquanto que a viga A3 foi modelada com 1056 elementos SOLID186 e 520 elementos REINF264. Para evitar concentrações de tensões irreais, junto aos apoios foram adicionadas chapas fictícias com espessura de 1 mm, formadas por elementos SHELL281, compostas por material elástico isotrópico e com módulo de elasticidade igual ao do concreto. Nos modelos com a *usermat*, os resultados com e sem as chapas ficaram praticamente idênticos; contudo, nos modelos *DP-Concrete* elas evitaram a ocorrência concentrações de tensões que ocasionavam valores irreais de deformações plásticas, o que prejudicava a precisão dos resultados. Ambas as vigas foram modeladas com a condição de simetria. A aplicação da carga foi realizada através da imposição de deslocamentos em y no centro do vão, na face superior da viga. Para a solução da análise não linear foi adotado o método de *Newton-Raphson*.

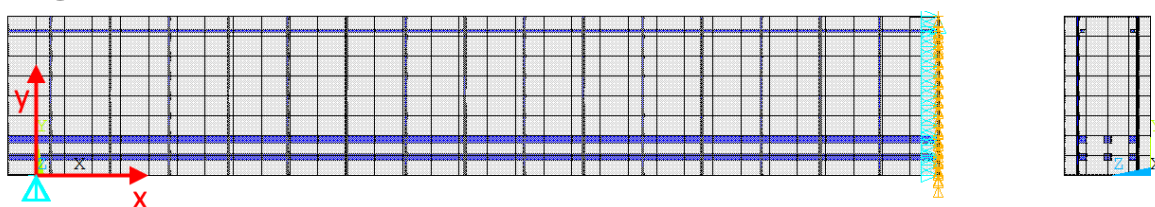
As figuras A.12 e A.13 mostram os resultados obtidos pelo presente trabalho, com os diferentes modelos utilizados, para o diagrama carga por deslocamento, juntamente com os resultados experimentais de Bresler e Scordelis (1963) e numéricos de Lazzari (2016).

Figura A.11 – Modelos numéricos das vigas A1 e A3

Viga A1:

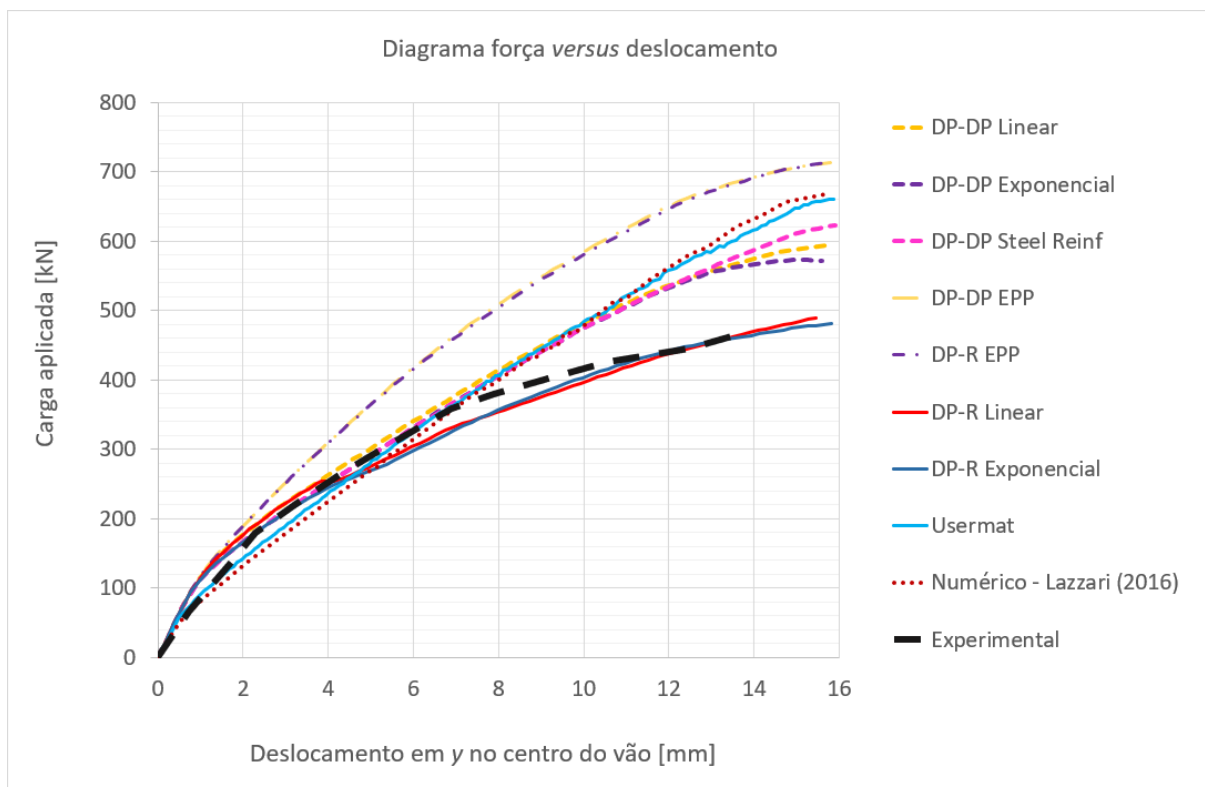


Viga A3:



Fonte: elaborado pelo autor

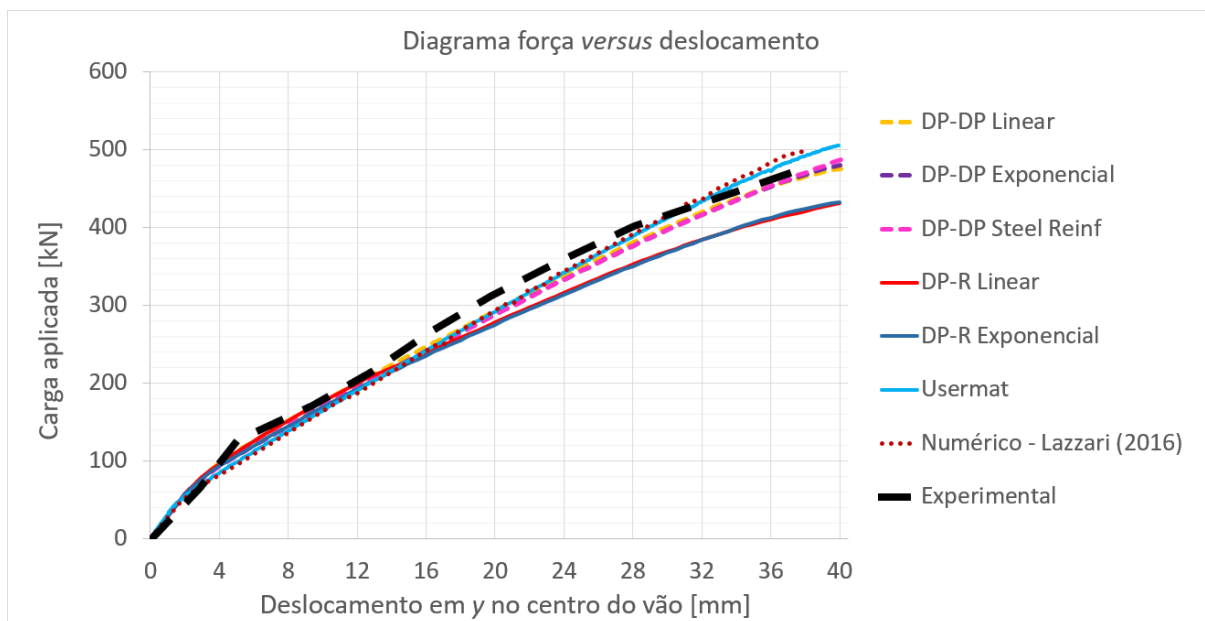
Figura A.12 – Resultados obtidos para a viga A1



Fonte: elaborado pelo autor



Figura A.13 – Resultados obtidos para a viga A3



Fonte: elaborado pelo autor

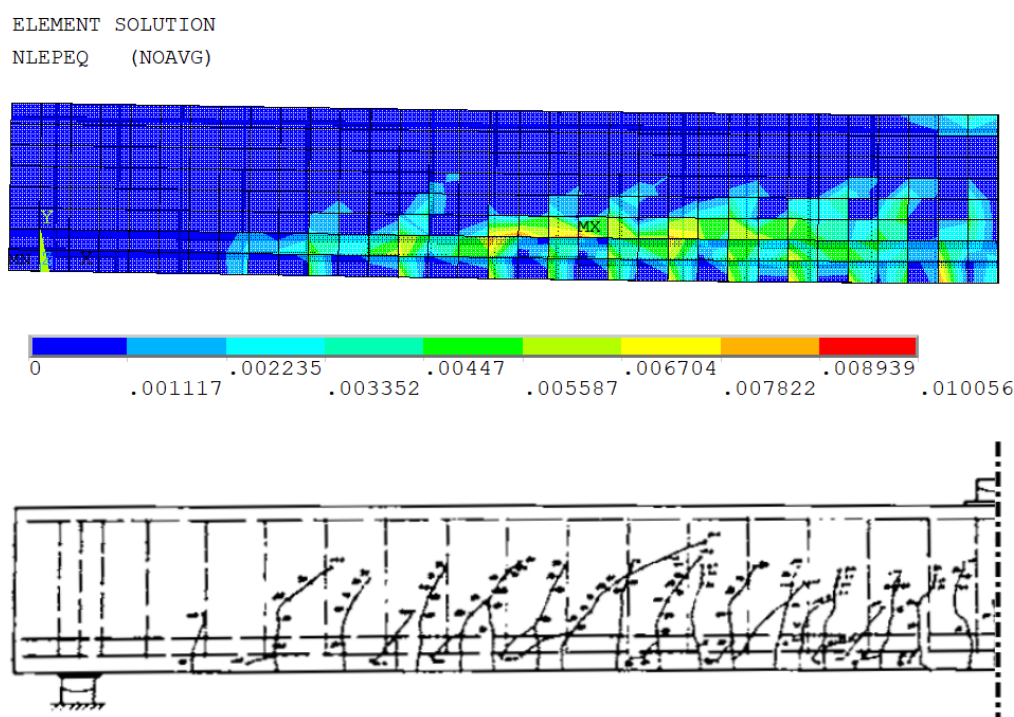
Observa-se que os modelos com a combinação DP-Rankine que utilizaram parâmetros HSD Linear e Exponencial obtiveram os melhores resultados na viga A1. Já na viga A3, estes dois modelos captaram muito bem a resposta no início do início do carregamento, assim como o início das fissurações e a transição para o estágio 2, mas apresentaram diferenças um pouco maiores do que os demais modelos na etapa final do carregamento, ainda que relativamente pequenas. De um modo geral, contudo, analisando os resultados para ambas as vigas, pode-se concluir que, dentre os modelos *DP-Concrete* disponíveis, estas duas opções são boas escolhas. Neste contexto, cabe ressaltar que o modelo HSD Linear possui a vantagem de seus dados de entrada não serem dependentes da malha utilizada, como é o caso do modelo HSD Exponencial. Os modelos elastoplástico perfeitos (EPP), conforme já era esperado, superestimaram a resistência da viga A1, uma vez que eles não utilizam regras de amolecimento em tração e em compressão, e, portanto, não simulam adequadamente a fissuração e o esmagamento. De qualquer forma, estes modelos são interessantes dentro da lógica de refinamento gradual dos resultados, uma vez que servem de limitantes superiores para a resposta da viga, e podem ser bastante úteis em testes e análises preliminares.

No que diz respeito aos resultados da *usermat* e de Lazzari (2016), nota-se que, na etapa final do carregamento, estes modelos apresentaram melhores resultados para a viga A3 do que para a viga A1. Já na etapa inicial do carregamento, em ambas as vigas observa-se uma pequena diferença de resultados, se comparados aos dos modelos *DP-Concrete*, na transição entre os

estádios 1 e 2. Isso ocorre em função das diferentes resistências à tração utilizadas por estes modelos, baseadas, respectivamente, no código *fib2010* (FIB, 2012) e nos resultados experimentais. A partir desta constatação, conclui-se que a implementação da resistência à tração como um dado de entrada na *usermat* pode ser um aprimoramento interessante deste código, especialmente para casos em que a diferença entre o valor experimental e o valor calculado pelo *fib2010* seja mais significativa do que nos casos aqui analisados.

Conforme já comentado, no modelo *DP-Concrete* a fissuração é simulada de forma simplificada por deformações plásticas, as quais estão relacionadas com uma regra de amolecimento em tração. Portanto, uma forma de verificar a evolução da fissuração no concreto é visualizar as deformações plásticas do modelo. A figura A.14 mostra as deformações plásticas equivalentes da viga A3, na carga última, obtidas pelo modelo DP-R com HSD Exponencial, e as fissurações na carga última observadas experimentalmente, conforme apresentado por Bresler e Scordelis (1963). Verifica-se que o modelo numérico é capaz de captar o estado de fissuração de uma forma global, indicando corretamente as regiões em que este fenômeno ocorre, muito embora não seja capaz de captar efeitos localizados com grande precisão, o que já era esperado, uma vez que trabalha dentro da lógica dos modelos de fissuras distribuídas.

Figura A.14 – Viga A3 na carga última: (a) Deformações plásticas equivalentes obtidas pelo modelo DP-R com HSD Exponencial; (b) Padrão de fissuração experimental



Fonte: (a) elaborado pelo autor; (b) Bresler e Scordelis (1963)