



Instituto de
MATEMÁTICA
E ESTATÍSTICA

UFRGS



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**UM ESTUDO SOBRE A PRESENÇA DOS CONCEITOS TOPOLÓGICOS NA
FORMAÇÃO DE PROFESSORES: RESSONÂNCIAS DA MATEMÁTICA
MODERNA**

YASMIN BARBOSA CAVALHEIRO

Porto Alegre
2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**UM ESTUDO SOBRE A PRESENÇA DOS CONCEITOS TOPOLÓGICOS NA
FORMAÇÃO DE PROFESSORES: RESSONÂNCIAS DA MATEMÁTICA
MODERNA**

YASMIN BARBOSA CAVALHEIRO

Porto Alegre
2018

YASMIN BARBOSA CAVALHEIRO

**UM ESTUDO SOBRE A PRESENÇA DOS CONCEITOS TOPOLÓGICOS NA
FORMAÇÃO DE PROFESSORES: RESSONÂNCIAS DA MATEMÁTICA
MODERNA**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido
como requisito parcial para a obtenção do grau
de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Andréia Dalcin

Porto Alegre
2018

Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de matemática

**UM ESTUDO SOBRE A PRESENÇA DOS CONCEITOS TOPOLÓGICOS NA
FORMAÇÃO DE PROFESSORES: RESSONÂNCIAS DA MATEMÁTICA
MODERNA**

Yasmin Barbosa Cavalheiro

Banca examinadora:

Prof^ª. Dr^ª. Andréia Dalcin
(FACED – UFRGS)

Prof^ª. Dr^ª. Helena Dória Lucas de Oliveira
(FACED – UFRGS)

Prof^ª. Dr^ª. Maria Cecília Bueno Fischer
(IME – UFRGS)

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que me orientou e guiou até este momento, sempre me abençoando.

Agradeço a minha mãe, minhas tias e a minha família por me ensinarem a sempre lutar pelos meus sonhos e acreditar que seria possível realizá-los. Obrigada por sempre apoiarem minhas decisões e me incentivarem a seguir na profissão que eu escolhi, sem duvidar jamais da minha capacidade e do meu potencial.

Agradeço ao meu namorado Ian por me apoiar ao longo da minha graduação, me dando forças para não desistir. Obrigada por sempre acreditar no meu potencial, me incentivar a dar o meu melhor e compreender meus dias ruins.

Agradeço as minhas amigas de infância que me acompanharam nesta jornada também, mesmo de longe, sempre se fazendo presentes de uma forma ou outra. Obrigada por compreenderem o quão difícil foi e por me incentivarem.

Agradeço aos amigos que entraram comigo nesta graduação e que me acompanharam até o fim. Cada um de vocês foi importante para que eu chegasse até aqui. Obrigada pelo apoio, conselhos, risadas e por dividirem esta experiência comigo, tornando-a tão especial.

Agradeço a todos os professores que tive na UFRGS pelos ensinamentos, muitas vezes não só matemáticos. Obrigada por dividirem comigo, e com todos os meus colegas, as experiências e as histórias de vocês.

Agradeço a minha orientadora Andréia Dalcin por me orientar ao longo deste trabalho, assim como em minhas experiências na iniciação a docência e na iniciação científica. Obrigada, não só por me orientar, mas também apoiar, aconselhar e acompanhar ao longo desta graduação, sempre acreditando em mim e em meu trabalho.

Agradeço as professoras Maria Cecília e Helena por aceitarem o convite para comporem a banca deste trabalho. Obrigada pela dedicação e disposição para contribuírem com meu trabalho.

Muito obrigada a todos aqueles que acreditaram em mim e de alguma forma fizeram parte da minha jornada como aluna de graduação da UFRGS e contribuíram com este trabalho!

Dedico este trabalho a pessoa mais importante da minha vida! Meu maior exemplo de coragem, persistência, amor e bondade. A pessoa que sempre lutou por mim e me inspirou a seguir meus sonhos, sempre acreditando no meu melhor. Dedico este trabalho a mulher mais forte que eu conheço, àquela que me criou e educou com tanto amor e carinho. Dedico este trabalho a minha mãe Silvana!

*Todas as conquistas começam com o simples ato
de acreditar que elas são possíveis.*

RESUMO

Este trabalho está situado no campo da História da Educação Matemática e trata-se de uma pesquisa sobre os conceitos topológicos e a Matemática Moderna. A questão norteadora que guia o desenvolvimento do trabalho é “*quais e como eram abordados os conceitos topológicos na formação de professores do Instituto de Educação, nos anos de 1980, buscando identificar vestígios do Movimento da Matemática Moderna?*”. Para responder a esta questão, realizei pesquisas em documentos históricos, encontrados no acervo do Laboratório de Matemática do Instituto de Educação General Flores da Cunha, em livros de Jean Piaget e Zoltan Dienes, em trabalhos já escritos sobre os conceitos topológicos e, principalmente, analisei o caderno de uma aluna do curso Magistério, que estudou no Instituto de Educação, na década de 1980, além de uma entrevista de uma entrevista com a mesma. Usei este caderno escolar como fonte de pesquisa histórica e para a entrevista foram feitas perguntas abertas, de modo a complementar a análise do caderno. Com os dados levantados durante a pesquisa, pude constatar que os conceitos topológicos eram abordados com grande frequência no período estudado, sendo considerados de grande importância no período anterior à construção do número e durante o processo da construção do número pela criança, acreditando-se que tais conceitos influenciariam principalmente na escrita dos algarismos.

Palavras-chave: Conceitos Topológicos. Matemática Moderna. Dienes.

ABSTRACT

This work is situated in the field of History of Mathematics Education and it is a research on topological concepts and Modern Mathematics. The guiding question guiding the development of the work is "what and how were the topological concepts in the training of teachers of the Institute of Education in the 1980s sought to identify traces of the Modern Mathematics Movement?" In order to answer this question, I have carried out research on historical documents, found in the collection of the Mathematics Laboratory of the General Education Institute Flores da Cunha, in books by Jean Piaget and Zoltan Dienes, in works already written on the topological concepts and, mainly, the notebook of a student of the Magisterium course, who studied at the Institute of Education in the 1980s, in addition to an interview with her. I used this schoolbook as a source of historical research and for the interview, open-ended questions were asked in order to complement the analysis of the notebook. With the data collected during the research, I could see that the topological concepts were approached with great frequency in the studied period, being considered of great importance in the previous period the construction of the number and during the process of the construction of the number by the child, believing that such concepts would mainly influence the writing of the figures.

Keywords: Topological Concepts. Modern Mathematics. Dienes.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Capa de livro.....	23
Figura 2 – Lista de sugestões de atividades topológicas.....	24
Figura 3 – Curvas AB.....	27
Figura 4 – Curvas ABCD.....	28
Figura 5 – Luciane Cardoso de Freitas.....	36
Figura 6 – Caderno de Didática da Matemática	41
Figura 7 – Jogo dos Mudos.....	42
Figura 8 – Jogo de letras.....	43
Figura 9 – Curva Aberta e Fechada.....	43
Figura 10 – Jogo de letras.....	44
Figura 11 – Folha de atividades.....	45
Figura 12 – Atividade 1 de regiões.....	46
Figura 13 – Atividade 2 de regiões.....	46
Figura 14 – Atividade Direção e Sentido.....	47
Figura 15 – Escrita dos numerais.....	48
Figura 16 – Sentido da escrita dos numerais.....	48
Figura 17 – Jogo do retrato.....	50
Figura 18 – Material de Cuisenaire.....	51
Figura 19 – Atividade com o Material de Cuisenaire.....	51
Figura 20 – Material Multibase 10.....	53
Figura 21 – Caderno de Didática da Educação Física.....	54
Figura 22 – Música “Ai eu entrei na roda”.....	55
Figura 23 – Atividade “Ai eu entrei na roda”.....	55

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	12
2 OS CONCEITOS TOPOLÓGICOS.....	18
2.1 Os conceitos topológicos e o processo da construção do número pela criança em tempos de Matemática Moderna.....	22
2.2 Os conceitos topológicos: Ressonâncias.....	28
3 CADERNOS ESCOLARES COMO FONTES DE PESQUISAS HISTÓRICAS.....	32
3.1 A trajetória da estudante Luciane.....	34
3.2 Um olhar para o caderno de Luciane.....	40
3.2.1 Os conceitos topológicos no caderno de Luciane.....	44
3.2.2 A presença dos “materiais concretos” no caderno de Luciane.....	49
4 ALGUMAS REFLEXÕES DA PESQUISA.....	56
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	59
REFERÊNCIAS.....	61
ANEXOS.....	64
Anexo 1.....	64

1 INTRODUÇÃO

Ingressei no curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, no primeiro semestre de 2013 e já no segundo semestre de 2013 comecei a fazer parte do Programa de Bolsistas de Iniciação a Docência – Subprojeto matemática (PIBID) da UFRGS. Foi nesta experiência, como bolsista do PIBID, que encontrei a motivação para o meu Trabalho de Conclusão de Curso.

No ano de 2014 o Instituto de Educação General Flores da Cunha (IE) passou a ser um dos colégios parceiros do PIBID e, juntamente com um grupo de bolsistas, comecei a desenvolver projetos lá. Ao chegarmos à escola encontramos um Laboratório de Matemática, conhecido como LM, completamente abandonado. O espaço estava apenas sendo utilizado como um depósito de livros didáticos. Mas, descobrimos que o espaço também abrigava diversos materiais concretos, didáticos, usados para o ensino de matemática nos anos de 1950 a 1970, principalmente na época do auge do Movimento da Matemática Moderna (MMM), documentos, registros das normalistas, planos de aula, traduções, livros, dentre outros materiais de grande importância para a História da Educação Matemática.

Alguns destes materiais foram confeccionados pelas próprias alunas do Curso Normal do Instituto de Educação, influenciadas pelas ideias do Movimento da Matemática Moderna que circulavam pela escola por meio de pessoas ligadas ao movimento, outros materiais eram comprados a exemplo dos Blocos Lógicos de Zoltan Dienes. No laboratório também foram encontrados registros de oficinas e cursos de atualização de professores, que ocorreram em suas dependências.

O prédio do colégio está em processo de restauro, desde o ano de 2016. Com isso, todos os materiais e objetos do LM estão sob a guarda das professoras Andreia Dalcin, Elisabete Zardo Búrigo e Maria Cecília Bueno Fischer, que estão desenvolvendo o projeto de pesquisa “Práticas e Saberes Matemáticos na Formação de Professores do Instituto de Educação General Flores da Cunha: Aprender para ensinar (1889-1979)”. Este projeto tem por objetivo investigar e estudar as práticas e saberes matemáticos envolvidos na formação de professores, no Curso Normal, durante o período de 1889 a 1979, do Instituto de Educação General Flores da Cunha de Porto Alegre e integra um projeto mais amplo, com apoio do CNPq, intitulado “Estudar para Ensinar: Práticas e Saberes Matemáticos nas Escolas Normais do Rio Grande do Sul (1889-1970)”. Como algumas das ações deste projeto, estão sendo realizados a higienização e o inventário de livros e documentos, a digitalizações dos mesmos, além de estudos e pesquisas nestes materiais. Também participei deste projeto, como bolsista

de Iniciação Científica no período entre agosto de 2017 a abril de 2018 e outubro de 2018 até março de 2019.

Aproveitando a experiência como bolsista de Iniciação Científica neste projeto, iniciei minhas pesquisas sobre o assunto deste trabalho, estudando documentos e anotações encontrados no acervo do LM, livros como os de Dienes, além de trabalhos já escritos sobre os conceitos topológicos durante o Movimento da Matemática Moderna. Já apresentei trabalhos em eventos, a partir de materiais encontrados neste acervo, relatando também alguns movimentos da pesquisa.

Dentre os materiais e documentos encontrados no LM, os que mais despertaram minha atenção e curiosidade foram os que tratavam sobre os conceitos topológicos. A partir desta curiosidade, e posteriormente da localização de um caderno de uma aluna do curso Magistério do IE, na década de 1980, baseio meu Trabalho de Conclusão de Curso.

A pesquisa que originou este Trabalho de Conclusão de Curso tem como questão norteadora *“quais e como eram abordados os conceitos topológicos na formação de professores do Instituto de Educação, nos anos de 1980, buscando identificar vestígios do Movimento da Matemática Moderna?”*.

A partir desta problemática foram elencados como objetivos: compreender o papel dos conceitos topológicos na construção do número pela criança, considerando as ideias de Dienes, e compreender como os conceitos topológicos eram abordados durante o Movimento da Matemática Moderna, no Instituto de Educação General Flores da Cunha. Além disso, buscou-se identificar se haveria ressonâncias dos conceitos topológicos na perspectiva trabalhada durante o Movimento da Matemática Moderna na formação de professores do Instituto de Educação nos anos de 1980. Para tanto, um dos procedimentos foi analisar o caderno escolar de uma aluna do curso Magistério da década de 1980, buscando vestígios das ideias de Dienes.

Conheci essa ex-aluna do curso Magistério, chamada Luciane Cardoso de Freitas, que apresentarei melhor no capítulo 3, através de um estágio não obrigatório que realizei em uma escola da rede privada de Porto Alegre, onde ela é professora de matemática atualmente. Conversando com ela sobre minha graduação e meu Trabalho de Conclusão de Curso, descobri que ela havia feito o curso Magistério no Instituto de Educação nos anos de 1980. Ela relatou-me então algumas lembranças que tinha do curso, inclusive de estudos e atividades que realizava na época, utilizando os conceitos topológicos. Luciane contou-me também que ainda guardava um caderno de Didática da Matemática e que lembrava-se da presença dos conceitos topológicos em atividades descritas nesse caderno.

Até o momento anterior a essas conversas informais com Luciane, o foco do trabalho seria em estudar os materiais encontrados no acervo LM, buscando compreender quais e como os conceitos topológicos eram abordados pelas normalistas do IE no período do auge do MMM, entretanto, ao longo dos estudos, percebi que a pesquisa se tornaria muito extensa e complexa, dispensando um tempo que eu não dispunha, devido ao período para concluir o Trabalho de Conclusão de Curso.

Então, a partir destas conversas com Luciane, e com minha orientadora, percebi que no caderno de Luciane e em suas memórias teria um rico material de pesquisa, que seria de grande interesse para o meu estudo e para compor o trabalho. Neste momento então, o foco do trabalho mudou, passando a ser buscar vestígios dos conceitos topológicos e de atividades da Matemática Moderna, nos anos de 1980, período em que o auge do MMM já havia passado. Neste sentido, o trabalho centrou-se no processo de análise do caderno de Luciane e de uma entrevista com a mesma, como uma forma de complementar o trabalho.

O trabalho segue uma abordagem qualitativa, e buscou estudar, compreender a presença e os modos como os conceitos topológicos, naquela época, se manifestavam na formação dos professores do Instituto de Educação.

A pesquisa está situada no campo da História da Educação Matemática. Valente (2007) ressalta o sentido dessas pesquisas, que é entender cada vez mais como é feito o processo de escolarização dos saberes, da matemática, a partir do instrumental teórico-metodológico utilizado pelos historiadores.

Segundo Valente (2007), fatos históricos são constituídos por rastros do passado deixados no presente, neste sentido o trabalho do historiador é construir os fatos a partir destes rastros. Sendo assim, “um fato não é outra coisa que o resultado de uma elaboração, de um raciocínio, a partir das marcas do passado, segundo as regras de uma crítica” (VALENTE, 2007, p.31). O historiador deve construir o passado como um “objeto” para auxiliar na sua investigação.

Leme e Valente (2013) defendem ainda que a história não é apenas uma cópia daquilo que ocorreu no passado, na verdade é uma construção do historiador, baseado em resquícios do passado no presente. A história passa a ser uma “produção” e o papel do historiador é produzir fatos históricos e apresentá-los como uma narrativa.

Em sua investigação, o historiador deve elaborar questões a serem respondidas ao longo dela. Segundo Valente (2007), a História da Educação Matemática consiste em buscar respostas para questões como:

Por que hoje colocamos os problemas sobre o ensino de matemática do modo como colocamos? Por que pensamos em reformas sobre esse ensino do modo como são propostas? Por que ensinamos o que ensinamos em Matemática? Por que determinados saberes matemáticos são válidos para o ensino em detrimento de outros? Essas são questões do presente, naturalizadas, não-problematizadas, que a prática da história da educação matemática tem a tarefa de desnaturalizá-las (VALENTE, 2007, p.38).

Este movimento de buscar, pesquisar e revelar as historicidades dos elementos presentes nas práticas pedagógicas do professor de matemática, segundo Valente (2007), nos leva a pensar e refletir sobre o tempo e o modo em que pensamos em mudanças. Neste sentido, o trabalho do historiador se dá no processo de interrogações realizadas aos rastros deixados pelo passado, que consistem em fontes dos fatos históricos elaborados para responder estas interrogações.

Para Valente (2007), o papel do historiador é o de elaborar fatos históricos, para isso ele deve estudar as práticas da educação matemática do passado, investigar e interrogar os rastros deixados por elas. Segundo o autor, a realização deste movimento consiste, por exemplo, em “fazer perguntas para os livros didáticos de matemática utilizados em cotidianos passados” (VALENTE, 2007, p.39). O livro didático representa um dos rastros do passado, mas não o único:

[...] Há uma infinidade de outros materiais que junto com os livros podem permitir compor um quadro da educação matemática de outros tempos. Esses materiais estão reunidos, em boa parte, nos arquivos escolares. Diários de classe, exames, provas, livros de atas, fichas de alunos e toda uma série de documentos estão nas escolas para serem interrogados e permitirem a construção de uma história da educação matemática. Além dos arquivos escolares, há os arquivos pessoais de alunos e professores. Neles é possível encontrar cadernos de classe, cadernos de exercícios, rascunhos, trabalhos escolares e toda uma sorte de documentos ligados aos cursos e aulas. [...] Todo esse conjunto de traços, de documentos sobre o passado, inclui, ainda, dependendo do período histórico a ser estudado, o trato com a história oral, com a pesquisa junto a protagonistas ainda vivos, das práticas pedagógicas do ensino de matemática realizada noutros tempos. (VALENTE, 2007, p.39).

Neste sentido, para o desenvolvimento da pesquisa foram considerados como fontes documentos escritos localizados no acervo do IE, fotografias, livros de Dienes sobre os conceitos topológicos, trabalhos de alunos e principalmente o caderno de uma ex-aluna do curso Magistério, além de uma entrevista com a mesma.

Como a temática central da pesquisa é a presença de conceitos topológicos no processo de formação de professoras que ensinavam matemática nas séries iniciais do ensino

primário¹, inicialmente estudei textos de Dienes nos quais apresenta sua percepção sobre os conceitos topológicos na construção do número pela criança e propõe atividades a serem desenvolvidas em sala de aula.

No livro *“Exploração do espaço e prática da medição”* de autoria de Dienes e Golding² (1969), é definido Topologia como sendo “o estudo das propriedades do espaço não afetadas por deformações contínuas”(DIENES; GOLDING, 1969, p.2). Neste mesmo livro ele sugere diversas atividades envolvendo conceitos topológicos como noções de espaço, dentro e fora, fronteiras, domínios. Segundo Borges (2005) “noções de vizinhança, fora, dentro, interior - exterior, aberto-fechado, longe - perto, separado-unido, contínuo - descontínuo, alto-baixo, são noções topológicas”.

Para Dienes, estas atividades serviam para auxiliar os alunos na compreensão e construção de conceitos básicos, para num segundo momento formalizá-los. Dienes defendia que o estudo da Topologia era importante desde cedo para que as crianças compreendessem a geometria, utilizando noções presentes no seu dia a dia, diferente da geometria euclidiana, que é mais abstrata. Dienes fundamenta-se nas ideias de Piaget (DIENES, 1967 p,13). Piaget e Inhelder (1993) também defendem estas ideias, afirmando que a intuição geométrica da criança é mais topológica do que euclidiana.

Os estudos de Dienes nortearam ações e percepções sobre a formação de professores durante o MMM e os conceitos topológicos são enfatizados por este autor. Neste sentido, nos propomos a investigar como tais conceitos se fizeram presentes na formação de professores do Instituto de Educação e suas ressonâncias, em tempos onde o Movimento da Matemática Moderna já não era tão presente, nos anos de 1980, por meio da análise do caderno de uma aluna do então curso Magistério do Instituto de Educação General Flores da Cunha.

No capítulo dois, apresento brevemente o que foi o Movimento da Matemática Moderna no Brasil, e como chega e se consolida aqui no Estado do Rio Grande do Sul, a partir da formação do GEEMPA (Grupo de Estudo sobre o Ensino de Matemática de Porto Alegre). A frequência com que os conceitos topológicos aparecem em atividades encontradas, do período do MMM, nos dá indícios de que eles eram bastante trabalhados e valorizados durante o movimento. Ênfase a influência do matemático Zoltan Paul Dienes, que ficou

¹ Os “Anos Iniciais” do Ensino Fundamental atual, de nove anos, durante a década de 1980 eram chamados de “1ª a 4ª série do ensino primário”, segundo a Lei nº 5692, de 11 de agosto de 1971. (BRASIL, 1971a)

² Edward Golding nasceu em Northwich, Cheshire, em 1902. Formou-se em Engenharia Elétrica no Manchester College of Technology e logo em seguida fez parte de um grupo de pesquisa do mesmo. Começou a lecionar, em 1926, no Nottingham University College até 1945. Golding teve grande destaque na área da energia elétrica, publicando diversos trabalhos e livros. Há indícios de que sua parceria com Dienes aconteceu somente nos seus anos finais de vida (DALCIN; CUNHA, 2018, p. 753).

conhecido internacionalmente por suas pesquisas sobre o ensino de matemática durante o MMM. Também apresento um estudo sobre os conceitos topológicos durante o período do Movimento da Matemática Moderna, a partir de fontes já escritas, textos e materiais encontrados no acervo do LM. Busco evidenciar também a relação dos conceitos topológicos com a construção do número, destacando a sua importância na formação primária das crianças. Por fim, trago indícios de que os conceitos topológicos ainda são abordados nos dias atuais.

No capítulo três discuto o uso dos cadernos como fontes de pesquisa histórica. Para tanto foram considerados principalmente os estudos de Gvirtz (1977) e Viñao (2008). Com base, na metodologia destes dois autores, analisei o caderno da aluna do curso Magistério, Luciane, buscando identificar atividades que envolviam os conceitos topológicos e vestígios da Matemática Moderna. Segundo Viñao (2008), os cadernos “não são apenas um produto de atividade realizada nas salas de aula e da cultura escolar, mas também uma fonte que fornece informação – por meio, sobretudo, de redações e composições escritas - da realidade material da escola e do que nela se faz” (VIÑAO, 2008, p.16).

Luz e Rios (2017) destacam “o valor e o significado desse objeto escolar (caderno), pois é uma das fontes utilizadas para nos aproximar da escola, das atividades e o cotidiano do aluno ocorridos em um tempo distante.” (LUZ; RIOS 2017 p.9).

Apesar dos privilégios de se utilizar cadernos escolares como fontes históricas, Viñao (2008) destaca que “os cadernos escolares devem ser situados como fonte histórica no contexto das práticas e pautas escolares, sociais e culturais de sua época, seu uso há de completar-se e combinar-se com outras fontes históricas” (VIÑAO, 2008, p.27).

Neste sentido, também foi realizada uma entrevista com Luciane, como o intuito de complementar as informações encontradas na análise do caderno, através das suas memórias. As questões elaboradas para a entrevista com Luciane têm como base a perspectiva de Goldenberg (1997), com perguntas abertas, sem alternativas limitadas. A entrevistada pode falar livremente sobre o tema proposto, com respostas livres. Ressalto que a entrevista não é o foco deste trabalho, apenas uma fonte complementar à análise do caderno escolar.

No capítulo quatro, trago algumas conclusões e reflexões realizadas ao longo da pesquisa, baseadas nas análises e na entrevista realizada, buscando responder a questão norteadora deste trabalho. Por fim, trago as considerações finais, com a importância desta pesquisa em minha formação como professora, sintetizando a importância de se estudar sobre a História da Educação Matemática.

2 OS CONCEITOS TOPOLÓGICOS

O Movimento da Matemática Moderna teve seu início na década de 1950, seu auge no Brasil se deu entre as décadas de 1960 e 1970, quando as discussões começaram a se iniciar de forma mais organizada no país, principalmente nas capitais das regiões sudeste, sul e nordeste (WIELEWSKI, 2008).

Foi durante congressos brasileiros, na década de 1950, que se começou a perceber que a educação matemática precisava passar por uma profunda mudança (PINTO, 2005). Os educadores brasileiros já demonstravam certo estado de preocupação com a renovação curricular das escolas primárias e secundárias e iniciaram as apresentações e discussões de ideias de como renovar o ensino de matemática. No II Congresso Brasileiro do Ensino de Matemática, ocorrido em 1957, em Porto Alegre, foram apresentadas as primeiras experiências vivenciadas em cursos de aperfeiçoamento de professores primários, baseados em Piaget e Gattegno, o que nos faz pensar que ideias modernizadoras já circulavam no IE mesmo antes do auge do Movimento da Matemática Moderna.

O Movimento surgiu no Brasil com o objetivo de “modernizar o ensino de matemática”. Segundo Búrigo:

Na origem, a expressão “matemática moderna” ou “matemáticas modernas” referia-se à evolução interna da própria disciplina, nos últimos 100 anos e em especial a partir do trabalho do grupo Bourbaki. Mas o “moderno” também tinha outras conotações. Uma delas era o sentido de atualizar o ensino adequando-o às pesquisas mais recentes no campo da psicologia e da didática das quais o ensino da matemática deveria nutrir-se. De um modo geral, é possível dizer que “moderno” significava “eficaz”, de “boa qualidade”, opondo-se a “tradicional” em vários momentos (BÚRIGO, 1990, p. 259).

Começam a ser trabalhadas em sala de aula a teoria de conjuntos, as noções de estrutura e grupo, cheias de simbolismos e formalismos, diferente do que era comum até aquele período. Segundo Búrigo (1990, p. 263), “o caminho proposto para a compreensão era, basicamente, o da representação do pensamento, segundo as regras da formalização da matemática, como disciplina acadêmica”.

O movimento é amplamente divulgado aqui no Brasil, pelo GEEM (Grupo de Estudo do Ensino da Matemática), em São Paulo, na década de 1960. Inicialmente o GEEM tinha uma preocupação, assim como outros grupos, com a renovação metodológica da matemática, principalmente na compreensão e no desenvolvimento de conceitos. Segundo Gomes (2012), o grupo “Propunha-se, sobretudo, modificar a Matemática da escola secundária mediante a

busca de proximidade com a Matemática ensinada nas universidades – um elemento central da proposta era a ênfase nas estruturas matemáticas.” (GOMES, 2012, p.42).

Essa ênfase nas estruturas matemáticas, que segundo Alves e Silveira (2017), estavam no centro do MMM, resultado da influência dos estudos de Piaget, que defendia as estruturas matemáticas.

Se o edifício matemático repousa sobre estruturas, que correspondem além do mais às estruturas da inteligência é, então, sobre a organização progressiva dessas estruturas operatórias que é preciso estar baseada a didática matemática (PIAGET et all, 1955, p. 32, apud VALENTE, 2008, p. 585).

De acordo com Lima (1980), Piaget afirmava que era fundamental que uma metodologia para o ensino de matemática contemplasse o desenvolvimento de estruturas mentais, como classificação, seriação e continuidade. Ainda segundo Lima (1980), Piaget acreditava que o estudo das noções de conjunto pelas crianças propiciaria o desenvolvimento de estruturas elementares de classificação, seriação e topologia. Além disso, Piaget afirmava que, junto às noções de conjunto, as crianças deveriam desenvolver as noções topológicas elementares, as quais, segundo ele, derivam as intuições geométricas.

Ao longo do movimento, intensificou-se também a preocupação com a formação e a capacitação de professores. Neste sentido, foram ofertados cursos de formação de professores, voltados principalmente ao uso de materiais concretos. Neste período, destaca-se o matemático Zoltan Paul Dienes, com os blocos lógicos e suas pesquisas sobre o uso de materiais concretos para a construção, pelas crianças, dos conceitos matemáticos.

O Movimento da Matemática Moderna ganha destaque no Estado do Rio Grande do Sul com a formação do GEEMPA (Grupo de Estudos sobre o Ensino de Matemática de Porto Alegre), sob a coordenação da professora Esther Pilar Grossi e a colaboração de professores que lecionavam no ensino primário (WIELEWSKI, 2008). De acordo com Fischer (2006), o grupo era constituído por “profissionais decididos a investir em pesquisas e ações voltadas para a melhoria do ensino de Matemática” (p.103). A inauguração do grupo se deu nas dependências do Laboratório de Matemática do Instituto de Educação General Flores da Cunha, primeiro colégio do estado a ter Curso Normal e formar professores primários, sendo referência no Rio Grande do Sul durante muitos anos.

Muitas personalidades internacionais relacionadas com o MMM contribuíram com o GEEMPA, dentre estas citamos o matemático Zoltan Paul Dienes:

A implantação da MM no Rio Grande do Sul por intermédio do GEEMPA se deu por meio das seguintes ações: formação de professores viabilizada por cursos, encontros, seminários, palestras, reuniões de estudo e experiências com a MM em classes-piloto na cidade de Porto Alegre envolvendo oito séries do 1º grau. A experiência com as classes-piloto teve como referência o estudo sobre aprendizagem desenvolvido por Dienes. (WIELEWSKI, 2008, p. 6).

Suas publicações, materiais e ideias inspiraram o grupo, que se baseou em suas teorias no desenvolvimento de diversas atividades. O matemático chegou a ministrar cursos de formação de professores no GEEMPA, nos anos de 1970. Foram localizados materiais, anotações e livros de Dienes no acervo do Laboratório de Matemática do Instituto de Educação General Flores da Cunha.

Zoltan Paul Dienes era húngaro, nasceu em 1917 e morreu em 2014, aos 97 anos de idade. O matemático pesquisador iniciou seus estudos na França e depois se formou doutor em Matemática e Psicologia no Reino Unido. Em 1930 recebeu seu Ph.D na Universidade de Londres.

Suas ideias sobre a “nova matemática” foram bastantes divulgadas e propagadas no período do Movimento da Matemática Moderna. Sua metodologia de ensino defendia o uso de materiais didáticos para auxiliar na aprendizagem de conceitos matemáticos.

Alguns autores afirmam que Dienes teve a influência dos estudos de Jean Piaget sobre psicologia genética em suas pesquisas relacionadas ao Movimento da Matemática Moderna. Segundo Búrigo (1989), as ideias de Dienes foram relevantes para o movimento, sendo vistas como o “preenchimento de uma lacuna na proposta da Matemática Moderna, enquanto metodologia apoiada em experimentos inspirados na teoria piagetiana” (BURIGO, 1989, p. 172). Nesta perspectiva, Dienes baseava seu trabalho principalmente na importância das experiências concretas para a construção de conceitos novos, contribuindo assim para a organização das estruturas matemáticas.

A primeira visita de Zoltan Paul Dienes ao Brasil foi a São Paulo, a convite do GEEM (Grupo de Estudo do Ensino da Matemática), em 1971. Durante sua visita conheceu alguns membros do GEEMPA (Grupo de Estudos sobre o Ensino de Matemática de Porto Alegre), inclusive a professora Ester Grossi (presidente do GEEMPA, na época), que o convida para retornar ao Brasil em 1972, em Porto Alegre. Nesta visita, em 1972, Dienes coordenou a I Jornada de Estudos sobre a Aprendizagem da Matemática na capital gaúcha. Sua participação no evento teve grande divulgação em Porto Alegre, assim como as suas ideias e pesquisas (DALCIN; SILVA, 2014).

Dienes foi um pesquisador cujas ideias, pesquisas, livros, contribuíram para a formação de professores e estudos da época. Ainda hoje o seu trabalho é referenciado para entender esse período da história da educação matemática.

Segundo Dienes, a aprendizagem matemática se dá em seis etapas, as quais ele explica no livro *“As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática”* (1972). A primeira etapa, denominada pelo autor como “jogo livre”, é a fase em que o aluno se familiariza com o conteúdo a ser aprendido. É uma fase de adaptação ao meio, que conduzirá o aluno em direção à aprendizagem. Na segunda etapa, dos “jogos estruturados”, após o aluno passar pela fase de adaptação, são impostas restrições, regras, ao “jogo”. A terceira etapa, chamada de “jogo de dicionário” ou “jogo de isomorfismo”, o aluno começa a perceber as estruturas comuns dos jogos estruturados, a realizar abstrações. A quarta etapa é a das representações. O aluno ainda não está em condições de utilizar as abstrações, então às estruturas comuns lhes são representadas visualmente ou auditivamente. Na quinta etapa é onde as representações e suas propriedades são estudadas. Nesta fase é criada uma linguagem para a descrição das representações. Por fim, temos a sexta etapa, onde é inventado um sistema formal, com axiomas e “as regras do jogo”, usando as descrições da etapa anterior. A manipulação de um sistema como esse, dito formal, é o objetivo final da aprendizagem matemática de uma estrutura (DIENES, 1972, p.72).

Estas etapas, no entanto, foram sendo reelaboradas ao longo dos estudos de Dienes, que, ao fim de sua vida, já não as defendia mais, segundo uma fala da professora Esther Grossi, “assisti Dienes afirmando em alto e bom som na Itália que os seis passos da aprendizagem em matemática não tinham consistência teórica” (GROSSI, 2014). De acordo com Fischer (2006), na publicação em homenagem aos 35 anos do GEEMPA, Esther ressaltou algumas críticas ao trabalho de Dienes, em especial relacionadas à aprendizagem, dentre elas que as atividades de Dienes eram baseadas em fazer com que o aluno “jogasse”, com o intuito de resolver problemas investigadores, entretanto, segundo Esther, o que na verdade apareciam eram os conteúdos matemáticos e não de fato o processo de aprendizagem dos alunos. Apesar das críticas de Esther, ainda de acordo com Fischer (2006), ela reconhecia a importância e o mérito do trabalho orientado por Dienes.

As seis etapas de Dienes constituem-se em importantes elementos a serem considerados em estudos sobre o ensino e o aprendizado da matemática durante o Movimento da Matemática Moderna, pois nortearam muitas das práticas e atividades que foram desenvolvidas nas aulas de matemática.

Além das seis etapas, Dienes também era muito citado no período do MMM por seus trabalhos relacionados aos Conceitos Topológicos. Segundo ele, as primeiras noções de geometria não tem nada a ver com a medida (DIENES, 1969), sendo muito mais topológicas do que euclidianas.

No acervo do Laboratório de Matemática do Instituto é possível localizar registros de materiais confeccionados pelas normalistas da época, baseados nas ideias de Dienes, além de livros do autor sobre o assunto, como o livro *“Exploração do Espaço e Práticas de Medição”* (1969), onde ele sugere diversas atividades envolvendo os conceitos topológicos como noções de espaço, dentro e fora, fronteiras, domínios.

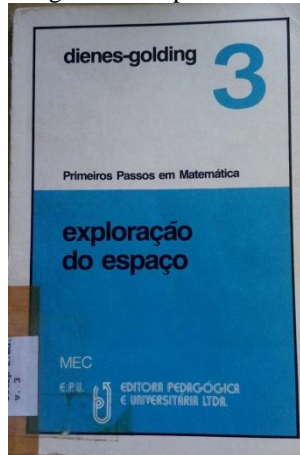
Mesmo antes da criação do GEEMPA, professores do Instituto de Educação já apresentavam algumas ideias do Movimento em suas aulas, inclusive em 1966 ocorreu um curso de formação de professores do ensino primário e secundário voltada à “modernização da matemática” na escola. Segundo Búrigo (1989) o Instituto de Educação era visto como “uma escola com um trabalho já desenvolvido em termos de experiências de renovação do ensino da matemática” (BÚRIGO, 1989, p. 138).

Muitos autores indicam que o Movimento perdeu força ao final da década de 1970, entre eles, Claras e Pinto (2008), que afirmam que “ao final da década de 1970 o movimento já estava em extinção” (CLARAS; PINTO, 2008, p. 4621). Entretanto, neste trabalho mostraremos indícios que nos anos de 1980 ainda é possível identificar elementos de Matemática Moderna nas aulas do curso Magistério, que viria a substituir o Curso Normal, do Instituto de Educação.

2.1 Os conceitos topológicos e o processo da construção do número pela criança em tempos de Matemática Moderna

Dienes e Golding (1969) definem Topologia em seu livro *“Exploração do Espaço e Prática da Medição”* (figura 1) como sendo “o estudo das propriedades do espaço não afetadas por deformações contínuas”. Dentre os documentos e planos de aula encontrados no acervo do LM que trabalham os conceitos topológicos, encontramos nas referências dos mesmos este livro de Dienes, assim como outros materiais dele sobre os conceitos topológicos, o que nos fornece indícios de que seus estudos sobre os conceitos topológicos serviam como referência para as normalistas do IE, durante o período do MMM. O livro também foi encontrado no acervo do LM.

Figura 1 – Capa de livro



Fonte: acervo do LM.

O livro é voltado para o professor, como uma espécie de “manual do professor” que traz orientações de quais recursos podem ser utilizados para introduzir os conceitos matemáticos básicos. Com propostas de jogos e atividades que auxiliam as crianças na construção e no desenvolvimento de conceitos matemáticos, os autores explicam como o professor pode usar esses recursos em suas aulas.

Os autores valorizam o manuseio de materiais concretos, o uso de objetos do dia a dia, a experimentação e a vivência de jogos e atividades lúdicas para ensinar matemática, explorando intuitivamente conceitos como perspectiva, distância, profundidade e localização, em especial, nas relações topológicas.

Dentre as atividades propostas no livro, selecionei uma para exemplificar o tipo de atividade que era realizada, em tempos de Matemática Moderna, envolvendo conceitos topológicos: *Fronteiras e Domínios*.

Essa atividade está sugerida no Apêndice I do livro, nos “Jogos que conduzem a alguma compreensão da Geometria”. Primeiramente é sugerido que este jogo seja realizado no pátio, dividindo a turma em dois grupos - como meninas e meninos, por exemplo. Os meninos ficam com “dois campos”, duas regiões, delimitadas com fronteiras, um pouco distantes uma da outra, mas todos os meninos devem entrar em apenas um deles. As meninas terão apenas um campo e também deverão entrar todas neste mesmo.

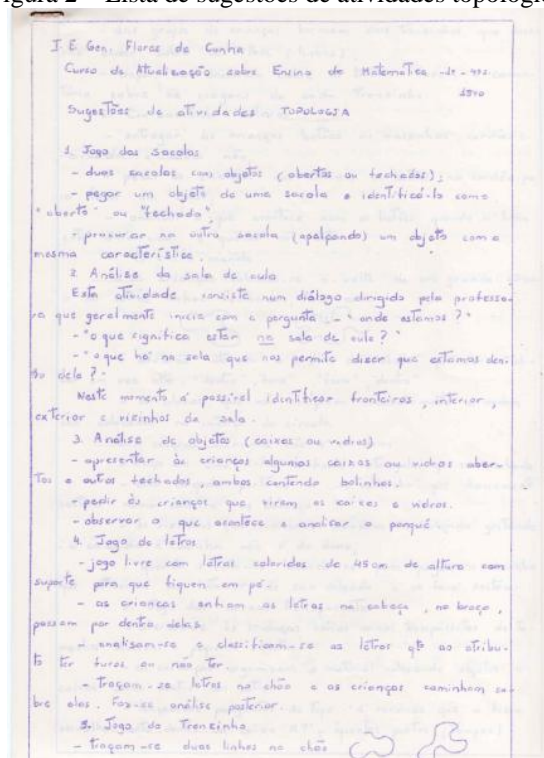
Ao ouvirem um sinal os meninos deverão correr para mudar de campo e o objetivo é que as meninas os peguem antes de conseguirem entrar neste outro campo. Se um menino for capturado antes de atravessar a fronteira do seu campo, ele passa para o campo das meninas, auxiliando-as no jogo a pegarem outros meninos.

As palavras “fronteira”, “domínio ou campo” são constantemente faladas ao longo do jogo, de modo que a criança se acostume com as palavras e comece a construir um significado para elas. Pode ser utilizado para introduzir o conceito do limite de um espaço e até mesmo de uma figura fechada, delimitada.

Nesta atividade, temos presente intuitivamente os conceitos topológicos de fronteira e domínio. Assim como já definido pelos autores, estes espaços delimitados no jogo podem sofrer deformações, serem alongados, diminuídos, mas o mais importante é que “não podem ser romper”, eles são contínuos.

Esta é apenas uma das diversas atividades sugeridas no livro e que inspirou algumas atividades das normalistas do IE. Dentre os documentos e materiais do acervo do LM, encontramos uma lista (figura 2) que traz dez sugestões de atividades de topologia. Essa lista faz parte do Curso de Atualização sobre o Ensino de Matemática – 1ª – 4ª série, 1970, do Instituto de Educação General Flores da Cunha, sob a orientação das professoras Lena Rita Lanzioti e Marlene Leite.

Figura 2 – Lista de sugestões de atividades topológicas



Fonte: Acervo do LM

A lista apresentada é mais um exemplo de atividades realizadas pelas normalistas, no período do MMM, fazendo uso dos conceitos topológicos. Dentre as dez sugestões, destaco uma para novamente exemplificar o tipo de atividade realizada.

A atividade, intitulada “*Análise da sala de aula*”, consiste num diálogo dirigido pela professora que geralmente inicia com as perguntas :

- “onde estamos?”
- “O que significa estar na sala de aula?”
- “O que há na sala que nos permite dizer que estamos dentro dela?”

Neste momento é possível identificar fronteiras, interior, exterior e vizinhos da sala.

Atividades como essa, na perspectiva de Dienes (1969), propiciam também a construção das noções de espaço, ajudam a criança na compreensão do que é interior e exterior e do que limita o conceito de estar dentro ou fora da sala. Como está dito na descrição da própria atividade, o aluno começa a entender e identificar o que são fronteiras.

Tanto nesta atividade, como na exemplificada do livro de Dienes e Golding (1969), observamos fortemente a presença dos conceitos topológicos e o modo como eram abordados, através de atividades “simples” desenvolvidas em salas de aula ou locais da própria escola. A partir dos materiais analisados, há indícios de que atividades como estas eram comuns no período do MMM.

Maria Célia Leme da Silva, em seu trabalho intitulado “O Movimento da Matemática Moderna e a geometria nas séries iniciais” (2011) analisa a geometria das séries iniciais presente em livros didáticos do período do MMM. A autora identifica, na análise destes livros, a presença de conceitos topológicos:

Logo nas primeiras atividades já se reconhece a proposta moderna do ensino de geometria. Temas como curvas abertas e fechadas, interior e exterior são conceitos novos, introduzidos a partir das propostas discutidas no MMM. Trata-se de inserção das estruturas topológicas no ensino de geometria (SILVA, 2011, p. 3).

A autora cita ainda o estudo de Piaget e Inhelder (1947), sobre a representação do espaço na criança. Neste trabalho os autores já chamam a atenção para uma mudança do ensino tradicional da geometria, que iniciava pela geometria euclidiana. Piaget e Inhelder defendem que o desenvolvimento pela criança começa a partir de intuições topológicas e somente depois torna-se euclidiano (PIAGET E INHELDER, 1993, p. 12).

Em seu livro “A Representação do Espaço na Criança” (1993) Piaget e Inhelder defendem essa “mudança” no ensino de geometria, segundo os autores:

Os tratados elementares da geometria são mais ou menos unânimes em nos apresentar as noções espaciais iniciais como repousando em intuições euclidianas [...]. Mas, por outro lado, a análise abstrata das geometrias tende a demonstrar que as noções espaciais fundamentais não são euclidianas: são “topológicas”... [...]. Ora,

nós constataremos precisa e incessantemente que o espaço infantil, cuja natureza essencial é ativa e operatória, começa por intuições topológicas elementares, bem antes de tornar-se simultaneamente projetivo e euclidiano (PIAGET; INHELDER, 1993, p.11 e 12).

Para Piaget (1993), há cinco relações espaciais elementares, dadas a partir da percepção primitiva das crianças, onde se inicia a construção do espaço. Estas relações, segundo ele, seriam uma parte da geometria, denominada “topologia”, que Piaget (1993) defende ser a mais primitiva, anterior a geometria euclidiana.

Segundo Piaget e Inhelder (1993), a relação espacial mais elementar é a de “vizinhança”, sendo a condição mais simples de toda a estrutura perceptiva. Os autores definem vizinhança como a “proximidade dos elementos percebidos num mesmo campo” (PIAGET; INHELDER, 1993, p.21). A segunda relação espacial considerada elementar por Piaget e Inhelder (1993) é a de “separação”. A separação consiste em conseguir distinguir dois elementos vizinhos. A criança olha para o todo e a partir da separação consegue diferenciar os elementos observados.

A terceira relação espacial, considerada por Piaget e Inhelder (1993) é a relação de “ordem”. Segundo ele, essa relação se estabelece entre elementos, “ao mesmo tempo vizinhos e separados, quando distribuídos em sequência” (PIAGET; INHELDER, 1993 p.22). A quarta relação elementar, segundo Piaget e Inhelder (1993) é a de “circunscrição”, de envoltório. Seria a capacidade da criança de perceber um objeto “entre” outros elementos, como por exemplo, um objeto dentro de uma caixa fechada, ou até mesmo o nariz, que é enquadrado, envolto, pelo resto do rosto.

Por fim, após as relações perceptivas de “vizinhança”, “separação”, “ordem” e “circunscrição”, Piaget e Inhelder (1993) trazem a relação de “continuidade”. Para Piaget e Inhelder (1993) o mais importante é que a criança consiga “saber em que sentido o conjunto de um campo perceptivo constitui um campo espacial contínuo” (PIAGET; INHELDER, 1993, p.23).

Ainda, dentre os materiais localizados no acervo, encontrei algumas traduções da professora Zilá Maria Guedes Pain, dos primeiros tópicos do livro “Topology – The Rubber – Sheet Geometry” dos autores Donovan Johnson e Willian Glenn, de 1964. No livro os autores definem topologia como “o estudo das propriedades geométricas que permanecem as mesmas a despeito do alongamento ou não e da curvatura” (JOHSON; GLENN, 1964).

Na tradução da professora Zilá, ela traz algumas questões que podem nos fazer pensar sobre o conceito de topologia:

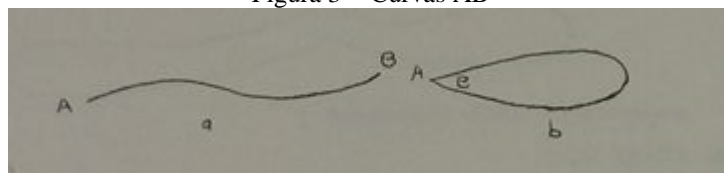
Você nunca ouviu falar de numa folha de papel com um só lado? Porque os matemáticos dizem que uma rosca e um pote de flores são mais parecidos do que uma rosca e uma castanha? Quando um triângulo é o mesmo que um círculo? É possível trocar o lado esquerdo do sapato pelo lado direito, dando uma volta no espaço?(Pain, p.1)

Segundo a tradução da professora Zilá, são essas questões que a Topologia responde, sendo o ramo da matemática que decide o que é possível ou não. Ao invés de perguntas do tipo “que comprimento?”, “que tamanho?”, a pergunta correta seria “entre o que?”, “dentro ou fora?”. E as respostas para essas perguntas para muitos não parecem matemáticas. Mais do que apenas a quantidade, o número em si, a Topologia estuda as características qualitativas da questão.

Ainda segundo os autores do livro, traduzido pela professora Zilá, a Geometria Euclidiana faz o estudo dos objetos que sempre têm o mesmo tamanho, enquanto a topologia estuda os objetos que variam de tamanho e forma quando movidas. Transformações Topológicas são quando distorcemos uma figura, esticamos, torcemos, mudamos o seu tamanho, mas sem “quebrar” sua continuidade, sem formar novas figuras. “Uma transformação topológica é feita sem cortar, rasgar, dobrar ou perfurar” (JOHNSON; GLENN, 1964).

Por exemplo, na figura 3, retirada da tradução da professora Zilá Pain do livro de Johnson e Glenn, temos a linha AB, ao movimentarmos ela, juntando as extremidades A e B formamos uma curva fechada, logo uma nova figura é formada, sendo assim não é uma transformação Topológica.

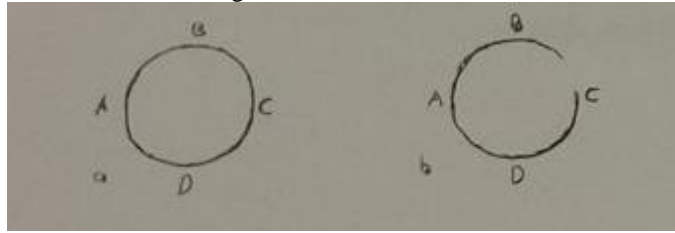
Figura 3 - Curvas AB



Fonte: acervo do LM

Do mesmo modo, na figura 4, também retirada da tradução da professora Zilá, ao cortarmos o círculo, transformamos uma curva fechada em uma linha, formando uma nova figura topológica, o que deixa de ser uma transformação Topológica.

Figura 4 – Curvas ABCD



Fonte: acervo do LM

A Topologia também é conhecida como a “geometria da borracha”, por apoiar-se na ideia de que um objeto pode mudar de forma, tamanho e posição e ainda sim ser o “mesmo objeto”. Segundo Kobayashi (2001) uma das características da topologia refere-se “às formas e às maneiras que as superfícies podem assumir ao serem puxadas, esticadas, amassadas, sofrer múltiplas transformações, de uma aparência para outra, mas com a restrição de que não sejam rompidas suas fronteiras” (KOBAYASHI, 2001, p. 39).

2.2 Os conceitos topológicos: Ressonâncias

Ao decorrer da pesquisa, percebi indícios de que os conceitos topológicos ainda são abordados nos dias de hoje, mesmo após o auge do Movimento da Matemática Moderna. Estes indícios podem ser entendidos como ecos que foram permanecendo e se propagando ao longo do tempo, ou seja, temos ressonâncias de atividades, discursos e enunciados que abordam os conceitos topológicos no ensino de matemática até os dias de hoje. Através de trabalhos de alguns autores atuais, que trarei abaixo, constatei que tais conceitos ainda são discutidos, embora não seja mais falado explicitamente em “conceitos topológicos”, mas, de acordo com a definição de Dienes (1969), as noções discutidas por estes autores são topológicas.

Lorenzato (2009), em seu trabalho “*Que Matemática ensinar no primeiro dos nove anos do Ensino Fundamental*”, sugere que para realizar o desenvolvimento do senso matemático da criança deve-se explorar três campos, segundo ele, “aparentemente independentes”: o espacial, o numérico e o das medidas.

A base do espacial seria o estudo das formas e posições dos objetos presentes no cotidiano das crianças e futuramente serviria de apoio para o estudo da geometria. O numérico baseia-se nas quantidades, contagens e representações, futuramente serviria de apoio para o

estudo da aritmética. Por fim, o campo das medidas baseia-se nos conceitos de medida e serviria para integrar os conhecimentos geométricos e aritméticos.

Ainda segundo Lorenzato (2009), para que os professores obtenham sucesso ao implementar esta proposta com as crianças, deveriam iniciar abordando algumas noções, como: aberto/fechado, maior/menor, em cima/embaixo, direita/esquerda, curto/comprido, dentro/fora, na frente/atrás/ao lado, perto/longe, para a direita/para a esquerda, para cima/para baixo, aumentar/diminuir, dentre outras noções. Noções estas que, segundo a perspectiva de Dienes, são topológicas.

Lorenzato (2009) orienta que estas noções devem ser introduzidas por meio de diferentes situações, fazendo uso de materiais manipuláveis, presentes no cotidiano dos alunos. Segundo ele, os diferentes modos de tratamento de cada uma destas noções facilitarão a percepção e o entendimento do significado de cada uma delas. Estas sugestões se assemelham as ideias que Dienes apresenta em seu livro *“Exploração do Espaço e Prática da Medição”* (1969), como já exemplifiquei nas atividades citadas anteriormente. Dienes sugeria que atividades envolvendo estas noções, conceitos topológicos, fossem realizadas em espaços escolares, comuns aos alunos, utilizando-se de materiais do seu cotidiano e que tais conceitos fossem repetidos diversas vezes durante os movimentos da atividade, para que as crianças compreendessem os seus significados.

Sobre o senso espacial, Lorenzato (2009) destaca que crianças menores que 5 anos não se prendem a características como dimensões, vértice, ângulo, face, características estas da geometria euclidiana. Mas, elas se prendem, e conseguem diferenciar, características como interior/exterior, contínuo/descontínuo, aberto/fechado, fora/dentro (conseguem identificar fronteiras), dentre outras características que são, na perspectiva de Dienes (1969), conceitos topológicos.

Então, para Lorenzato (2009), não faz sentido que as crianças iniciem o estudo do espaço pela visão euclidiana, pois exigiria competências que, segundo ele, elas ainda não possuem. Por isso, diz-se que o senso espacial da criança é topológico (Lorenzato, 2009 p. 8).

O trabalho intitulado *A construção do conceito de número pela criança* (GARCIA; CAMARGO; FRANCA 2012) discute sobre a construção do número pela criança, embasado em autores como Kamii (1986) e Lorenzato (2008). Neste trabalho é defendido que o conhecimento matemático está presente em diversas situações do cotidiano e que é preciso dar mais significado aos conceitos matemáticos na infância, para ter êxito na aprendizagem.

Baseada na teoria de Piaget, Kamii destaca que “o número é construído por cada criança a partir de todos os tipos de relação que ela cria entre os objetos” (KAMII, 1986, p.

13). Neste sentido, a construção do conceito do número não ocorre somente em sala de aula, durante o Ensino Fundamental, mas também no dia a dia da criança, através de atividades cotidianas. Do mesmo modo, o professor, na Educação Infantil, também pode planejar interações que propiciem esta construção pela criança, propondo atividades que explorem os conceitos matemáticos.

Segundo Garcia, Camargo e Franca (2012), a Educação Infantil é muito importante para a formação dos conceitos iniciais pela criança. “A criança mesmo que de forma empírica, utiliza-se de conceitos matemáticos, e ao estabelecer relações, consegue aprofundar esses conceitos e se apropriar da linguagem matemática” (GARCIA; CAMARGO; FRANCA 2012, p. 4). Dienes também defendia a importância destas atividades para a construção dos conceitos pela criança. Em seu livro, já citado anteriormente, “*Exploração do Espaço e Prática da Medição*” (1969), o autor traz uma série de atividades para serem desenvolvidas na Educação Infantil e que propiciam a construção dos conceitos matemáticos pela criança.

Do mesmo modo que os autores deste texto, Dienes (1969) defendia que a partir de atividades do seu cotidiano o aluno perceba a matemática e os conceitos matemáticos presentes nestas atividades e que, com isso, ele compreenda o significado destes conceitos. Com isso, é possível perceber que algumas ideias sobre a construção do número que eram discutidas em tempo de Matemática Moderna ainda são estudadas nos dias de hoje.

Ainda no trabalho de Garcia, Camargo e Franca (2012) é proposto que o professor propicie em sala de aula atividades diversificadas que explorem os seguintes conceitos: classificação, comparação, seriação, ordenação, sequência, correspondência biunívoca, conservação e inclusão de classes. É possível identificar que diversos destes conceitos também eram discutidos em tempos de matemática moderna, mas me ateei a apenas um como exemplo, a “*seriação*”.

A “*seriação*”, considerada no trabalho como uma habilidade “fundamental para a compreensão da linha numérica”, seria a separação de objetos de acordo com alguns critérios, características tais como tamanho, forma, comprimento, aspectos de medição. A atividade de seriar, segundo a perspectiva de Dienes, envolve os conceitos topológicos, no sentido que aborda conceitos como maior e menor. Além disso, a seriação auxilia o aluno a dar significado a termos como primeiro, último, meio, antes, frente, atrás, conceitos estes considerados topológicos por Dienes (1969).

É possível identificar muitas semelhanças nestes conceitos com as ideias de Dienes. Muitos deles são abordados nas atividades sugeridas por Dienes em seu livro “*Exploração do Espaço e Prática da Medição*” (1969). Tanto no trabalho de Garcia, Camargo e Franca

(2012), como nos trabalhos de Dienes, é defendida a ideia de que estes conceitos precisam ser desenvolvidos pela criança, de modo que a formação dos conhecimentos numéricos, do número, aconteça de forma gradativa. Segundo Kamii (1986), “a criança progride na construção do conhecimento lógico matemático pela coordenação das relações simples que anteriormente ela criou entre os objetos” (KAMII, 1986, p. 15).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) dos anos iniciais, o aluno não encontra nos conhecimentos aritméticos elementos suficientes para a abordagem de diversas situações que ele enfrenta no seu dia a dia, como por exemplo, saber se localizar no espaço, movimentar-se e localizar-se nele, além de perceber a forma e o tamanho de objetos, nem a relação disso com seu uso. Neste sentido, ressaltam a necessidade de que, no primeiro ciclo, durante as atividades geométricas, o professor deve

[...] estimular os alunos a progredir na capacidade de estabelecer pontos de referência em seu entorno, a situar-se no espaço, deslocar-se nele, dando e recebendo instruções, compreendendo termos como esquerda, direita, distância, deslocamento, acima, abaixo, ao lado, na frente, atrás, perto, para descrever a posição, construindo itinerários (PCN, 1997, p.49).

Ainda segundo os PCN dos anos iniciais, é a exploração destes conceitos que possibilita ao aluno “a construção de relações para a compreensão do espaço a sua volta” (PCN, 1997, p.49). Então, mesmo sem se falar em conceitos topológicos, vemos a presença e a importância de atividades semelhantes, na perspectiva de Dienes (1969), ainda nos dias de hoje.

3 CADERNOS ESCOLARES COMO FONTES DE PESQUISAS HISTÓRICAS

O “XV Seminário Temático: Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990”, que ocorreu na Universidade Federal de Pelotas em 2017, privilegiou a apresentação de trabalhos que utilizaram como fontes cadernos escolares de alunos e professores, do período de 1890 e 1990 em suas pesquisas. Uma evidência de que, nos últimos anos, o uso de cadernos escolares como fontes de pesquisa históricas tem aumentado, principalmente em pesquisas que analisam práticas escolares.

Segundo Gvirtz e Larrondo (2008), essa constatação está relacionada “ao fato de esses cadernos serem uma fonte privilegiada para a pesquisa educativa”. Ainda para estes autores, os cadernos são “uma pista privilegiada do ensino que nos leva a conhecer tanto o passado como o presente dos sistemas educativos” (GVIRTZ; LARRONDO, 2008, p.35).

Segundo Leme e Valente (2009) “O caderno revela o dia a dia escolar, dimensionado na relação dos dois principais atores da escola: o professor e o aluno” (LEME; VALENTE, 2009, p.9). Podemos encontrar nos cadernos anotações do professor, as formas que ele avaliava os alunos, que corrigia seus trabalhos e até mesmo a relação afetiva que se estabelecia entre professor e aluno.

Luz e Rios (2017), em seu trabalho apresentado no XV Seminário Temático, ressaltam a importância dos cadernos escolares, ao afirmarem que “os cadernos nos permitem uma aproximação e a possibilidade da compreensão de uma realidade do passado” (LUZ; RIOS 2017, p.3). Neste sentido, os cadernos escolares são uma fonte bastante relevante para compreendermos como certos conceitos matemáticos eram estudados em uma determinada época.

Existem diferentes definições para “caderno escolar”. Viñao (2008) define, estritamente, um caderno escolar como “um conjunto de folhas encadernadas ou costuradas de antemão em forma de livro que formam uma unidade ou volume e que são utilizadas em fins escolares” (VIÑAO, 2008, p.19). Além dessa definição estrita, o autor traz uma definição mais ampla, que inclui também “os exercícios ou trabalhos de alunos realizados em folhas soltas e costurados ou encadernados posteriormente” (VIÑAO, 2008, p.19).

A análise dos cadernos escolares como fontes de pesquisas históricas nos auxilia a conhecer a “cultura escolar” de uma época, investigar os acontecimentos e elementos que moviam o dia a dia escolar, buscando dar significado a estes acontecimentos, situando-os historicamente e analisando-os. Diversos autores definem essa cultura escolar, dentre estes trabalharei com a ideia do historiador Dominique Julia (2010), que define cultura escolar

como “um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos” (2001, p.10).

Dentre as pesquisas realizadas sobre o uso de cadernos como fontes de pesquisa, o trabalho de Silvina Gvirtz (1977) aparece como destaque, servindo de referência para diversos trabalhos. Gvirtz (1977) faz a análise de cadernos escolares a partir de três eixos centrais: o tempo, as atividades e o conteúdo disciplinar, num primeiro momento buscando algumas regularidades entre estes eixos e posteriormente observando as descontinuidades dos cadernos. Em minha análise do caderno de Luciane baseei-me na metodologia de Gvirtz.

Segundo Leme e Valente (2009) a análise do caderno, que é considerado pelos autores um “artefato da cultura escolar”, também deverá considerar as suas transformações, dadas pela mudança de seu uso. Esse uso, segundo os autores “está condicionado, dentre outros elementos, ao conjunto dos materiais didático-pedagógicos presentes nas salas de aula de um determinado tempo histórico” (LEME; VALENTE, 2009, p.19). Deste modo, os materiais usados pelo professor possuem uma relação “indissociável” com as práticas pedagógicas que o professor realiza.

Gvirtz (1999) destaca algumas diferenças do caderno em relação às “outras tecnologias de registro escrito”, como por exemplo, fichário, lousa, fichas, computador e folhas soltas. Dentre estas, é relevante para compor a análise do caderno de Luciane o fato que:

[...] ao contrário da ficha ou conjunto de folhas soltas, o caderno apresente uma sucessão espacial na qual cada folha corresponde a uma ordem de aparição que não é aleatória. As folhas de um caderno não são equivalentes entre si, cada uma ocupa um lugar diferente e assim, espaços diferenciados de escrita. Esse particular dispositivo possui um princípio e um fim, não delimitado, mas também imodificável na medida em que não é possível retirar ou acrescentar folhas a um caderno sem alterar sua estrutura (1999, p.31).

Além disso, para Gvirtz e Larrondo (2008), o caderno é considerado um meio onde é possível visualizar alguns conteúdos, é tomado como uma fonte primária neutra que permite observar quais conteúdos eram ensinados e como eram ensinados. Neste sentido, analisei a ordem em que os conteúdos matemáticos aparecem no caderno de Luciane, buscando entender o significado das escolhas do professor e o que estas escolhas implicavam na época.

Viñao (2008) ressalta que os cadernos escolares são “uma fonte a utilizar em combinação com outras” (VIÑAO, 2008, p.27), com isso, realizei também uma entrevista com Luciane, como uma forma de complementar a análise do caderno, com as suas memórias.

Se, conforme foi dito, os cadernos escolares devem ser situados como fonte histórica no contexto das práticas e pautas escolares, sociais e culturais de sua época, seu uso há de completar-se e combinar-se com outras fontes históricas. [...] E, ainda com informações procedentes da história oral (entrevistas a professores e alunos) [...] (VIÑAO, 2008, p.27).

A entrevista tem como base a perspectiva de Goldenberg (1997), e seguem o que a autora chama de “perguntas abertas”, sem limitação de alternativas, a entrevistada poderá falar sobre o tema questionado, de forma “livre”.

Foi elaborado um roteiro de perguntas (anexo 1) e a entrevistada, Luciane, pôde respondê-las, oralmente, sem limitação de alternativas ou de tempo. É do interesse da pesquisa que a entrevistada contasse suas memórias sobre as questões, da forma que ela se lembra e, talvez, suas respostas possam levar ao surgimento de mais questões, que decidirão o rumo das entrevistas.

Leme e Valente (2009), destacam que “outra fonte importante na análise dos cadernos é a das memórias que seu dono guarda consigo” (LEME; VALENTE, 2009). Neste sentido, a fala da entrevistada serve para complementar a análise do seu caderno escolar, a partir das lembranças que ela tem sobre as aulas vivenciadas no período em que foi aluna do curso Magistério do Instituto de Educação.

3.1 A trajetória da estudante Luciane

Fundada em 5 de abril de 1869 em Porto Alegre, nas esquinas das ruas Duque de Caxias e Marechal Floriano, como Escola Normal da Província de São Pedro, temos a primeira escola formadora de professores primários do estado, sendo a única por cerca de 60 anos. Foi nesta escola que a aluna Luciane completou o curso Magistério, durante a década de 1980.

Em março de 1937 a escola foi transferida para a Avenida Osvaldo Aranha, sede onde a aluna estudou e guarda carinhosas lembranças. Devido a sua arquitetura antiga, a escola passa a representar também um marco para a sociedade porto-alegrense, tornando-se um ponto turístico.

Em especial, destacamos a iniciativa da Professora Odila Barros Xavier, que em 1951 iniciou a ideia de um Laboratório de Matemática na escola, a partir de materiais confeccionados pelas suas alunas do Curso Normal. O acervo deste laboratório foi uma das inspirações deste trabalho, contendo diversos materiais sobre os conceitos topológicos.

Inicialmente os materiais, documentos e arquivos recebidos pelas professoras eram armazenados em locais improvisados, como armários, salas de aulas, biblioteca, mas com o crescimento do número de materiais doados e produzidos e a partir de verbas da Superintendência do Ensino Normal, a escola cedeu uma sala adequada para acolher estes materiais. Então, em 1956 a escola passou a ter um laboratório de matemática, localizado na sala nove, compreendido como um ambiente de estudos e reflexões acerca da matemática, seu ensino e aprendizagem (DALCIN, 2016).

A partir de um decreto do Governo do Estado, em 5 de novembro de 1959, a escola passa a se chamar “Instituto de Educação General Flores da Cunha - IE” (como é popularmente conhecido até hoje, e citado neste trabalho, apesar de não ser mais o seu nome oficial). Este nome foi escolhido como uma homenagem póstuma ao General Flores da Cunha, governador do estado na época que a escola foi transferida para a sede da Avenida Osvaldo Aranha. Em 1997 o prédio é tombado pelo município de Porto Alegre e em 2006 é tombado pelo Instituto do Patrimônio Histórico e Artístico do Estado (IPHAE).

Atualmente, sob o nome de “Centro Estadual de Formação de Professores General Flores da Cunha”, a sede principal da escola está localizada temporariamente nas instalações da Escola Estadual Roque Callage, na Rua Cabral, desde o meio do ano de 2016, quando a sua sede na Osvaldo Aranha entrou em processo de restauro. O prédio já estava em péssimas condições.

Toda a comunidade escolar foi realocada nas novas instalações, menores e com menos salas disponíveis, assim a escola acabou ficando sem um espaço adequado para abrigar o seu Laboratório de Matemática. Com isso, durante o processo de restauro, os materiais do acervo deste Laboratório estão sendo guardados pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, na sala B123 do Instituto de Matemática e Estatística, da UFRGS.

Luciane Cardoso de Freitas (Figura 5) iniciou seus estudos no curso Magistério do IE no ano de 1983 e concluiu em 1987. Após concluir o curso Magistério ela cursou Pedagogia na PUCRS e realizou ainda outros cursos de formação. Atualmente, Luciane é professora de matemática do quinto ano das séries iniciais do ensino fundamental, em uma escola da rede privada de Porto Alegre, que segue o método Montessoriano, de Maria Montessori. Além disso, Luciane é a responsável por orientar todas as professoras das séries iniciais até o quinto, a como utilizarem os materiais montessorianos, principalmente no ensino de matemática.

Figura 5 – Luciane Cardoso de Freitas



Fonte: Luciane Cardoso de Freitas

Conheci Luciane ao estagiar nesta mesma escola, e a partir de conversas informais, contando sobre meu estudo dos conceitos topológicos, descobri que ela havia estudado no Instituto de Educação, que ainda se lembrava, com detalhes, da sua época no curso Magistério e que, inclusive, ainda tinha um de seus cadernos de didática da matemática guardado e que nele há anotações e atividades envolvendo os conceitos topológicos, o que despertou meu interesse e curiosidade.

A entrevista com Luciane foi realizada na praça de alimentação de em um shopping de Porto Alegre. Desde o início ela se mostrou muito animada com meu trabalho e disposta a ajudar no que eu precisasse. Tivemos alguns problemas para marcar a entrevista devido aos seus horários de trabalho, mas em novembro de 2018 conseguimos nos encontrar. A entrevista foi gravada através de um aplicativo do meu celular. Como marcamos em uma segunda feira à tarde, a praça de alimentação do shopping estava com pouco movimento, o que permitiu que a entrevista ocorresse sem problemas e que o áudio da gravação ficasse com boa qualidade.

Segundo Luciane, o curso era conhecido na época como “Magistério” e tinha duração de três anos e meio, sendo o último somente para estágio, em que elas realizavam as práticas na escola anexa ao Instituto de Educação. Luciane, que sempre teve o desejo de ser professora, escolheu realizar o curso no Instituto de Educação por ser uma referência na época, além de ser um colégio estadual, estava entre os melhores cursos. Para cursá-lo teve que passar por diversas provas, desde provas sobre conhecimentos gerais, psicotécnico até entrevistas com uma psicóloga. Além das provas serem difíceis, eram muito concorridas. Luciane enfatiza “*Quando eu fiz eram 27 pessoas por vagas para entrar, eram poucas vagas.*”

Na verdade eram várias turmas, mas para a quantidade de pessoas eram poucas vagas, porque era muita gente para fazer as provas” (FREITAS, 2018).

Luciane relatou também que o curso era muito difícil, as avaliações tinham um alto grau de exigência. Com isso, muitas alunas desistiam ao longo do curso, pois não conseguiam acompanhar os conteúdos.

Muitos colegas largaram, era muito mais puxado do que a pedagogia quando eu fiz. Tinha gurias que entravam sem saber se queriam ou não e a gente tinha preparação prática desde o primeiro semestre. Então quando elas entravam na sala de aula e não davam conta, já desistiam na hora. Então cada vez ia diminuindo mais. Eram turmas de 35, quando nos formamos minha turma não era nem 21 alunos, diminuía muito (FREITAS, 2018).

Além das avaliações e dos conteúdos serem “puxados” as professoras também eram bastante exigentes, segundo Luciane. As professoras acompanhavam tudo, principalmente durante as práticas. Luciane relatou que jamais elas poderiam dar alguma aula sem ter feito o planejamento antes, segundo suas professoras, “*os alunos estavam lá esperando*”, então elas precisavam ter uma preparação e não podia ser de qualquer jeito.

Durante o período do estágio de Luciane, segundo ela, houve uma grande greve, não só de escolas estaduais, mas até do transporte público. As professoras do Instituto, para não prejudicar os alunos das suas estagiárias, passavam na casa de cada uma das estudantes e as levavam para dar aula. Tudo para não deixar os alunos desamparados. Luciane relatou que a preocupação das professoras com os alunos era muito grande e estavam sempre preocupadas em fazer um bom trabalho, com muita dedicação. Segundo Luciane, o curso e a preocupação das professoras era algo excepcional, diferente do que ela presenciou na pedagogia e até nos dias de hoje.

Elas tinham muita dedicação, era outra história, porque depois eu fiz pedagogia, e lá era completamente diferente. E mesmo lá no magistério tinha todas as disciplinas, tinha didática geral, didática da matemática, didática da linguagem, didática de ciências, didática de estudos sociais, todas elas contemplavam a prática e a teoria junto. Tinha biologia, tinha psicologia, aulas maravilhosas de psicologia, do desenvolvimento infantil até a adolescência. Então era bem trabalhado, todo o conteúdo bem desenvolvido. Muito diferente dos alunos que saem agora da pedagogia (FREITAS, 2018).

Além do último semestre de estágio, segundo Luciane, em todos os semestres elas tinham pelo menos uma semana de práticas, substituindo professoras que ficavam doentes ou em férias. As práticas e o período de estágio ocorriam no colégio anexo ao Instituto de Educação (Luciane não se recorda do nome exato). As alunas tinham que fazer todo o

planejamento e a professora olhava e corrigia tudo antes delas entrarem em sala. No planejamento, elas precisavam contemplar todas as disciplinas, tendo que fazer então o “centro de interesse”. Na entrevista com Luciane, ela associa o centro de interesse daquela época ao trabalho interdisciplinar que é realizado nos dias de hoje.

Ao ser questionada sobre o Laboratório de Matemática do Instituto, Luciane relatou que elas tinham laboratório em todas as didáticas da matemática, desde a primeira, quando começaram a aprender a “*como ensinar as crianças*”. No Laboratório, elas trabalhavam todos os conteúdos matemáticos, desde a pré-escola. A professora solicitava que cada uma das alunas confeccionasse materiais, de acordo com o conteúdo abordado, orientando-as e dando ideias. E estes materiais ficavam guardados no Laboratório, “*então nós tínhamos vinte, trinta, materiais que foram feitos e poderiam ser explorados com as crianças sobre aquele determinado conteúdo. Então ficou muito rico*” (FREITAS, 2018).

E não só materiais de matemática, segundo Luciane, tinham de todos as disciplinas, como por exemplo, educação física. Na disciplina de didática da matemática, elas aprenderam a fazer materiais para serem trabalhados na educação física, mas que “*no fundo trabalhava matemática também*”, como jogo de xadrez, baralhos com cartas para trabalhar lógica, damas, dentre outros jogos que contemplavam a matemática. Luciane lembra-se que as professoras de didática da matemática e de didática da educação física se reuniam e avisavam as alunas de que determinados materiais seriam avaliados nas duas disciplinas.

Questionei então se esse trabalho se assemelhava ao trabalho interdisciplinar que é falado nas escolas hoje em dia e se esse era um tema comum na época. Luciane relatou que se falava muito nisso na época, mas era chamado de “centro de interesse”. O centro de interesse era baseado no interesse da criança. Como exemplo, então, ela conta sobre uma experiência que vivenciou durante seu estágio, quando as crianças começaram a levar lesmas para a escola.

[...] as crianças começaram a trazer lesmas, lesmas, lesmas, aí em ciências eu trabalhei sobre a lesma, que grupo que ela pertencia, do que se alimentava. Em matemática eu comecei a trabalhar o sistema de medida porque as lesmas elas andavam e deixavam aquela gosma no chão, aí eles diziam “olha aqui, ela andou menos, andou mais”. Aí a gente começou a medir o que cada uma andava, aí eu trabalhei todo o sistema de medidas com as lesmas. A quantidade de lesmas que tinha [...] daí nós fizemos um aquário, onde elas se reproduziram ali. Nós estudamos o tamanho das lesmas, a classificação das lemas conforme o tamanho... Então nós trabalhamos com lesmas “até não querer mais” (FREITAS, 2018).

Luciane relatou que na escola onde trabalha atualmente, eles abordam a topologia até hoje, desde o Jardim A, com as crianças de 5 anos. Eles iniciam o trabalho com as noções de

topologia neste período e vão dando sequência no Jardim B, Primeiro ano, para “fundamentar o que vem adiante”. Luciane reforça que, apesar da maioria das escolas terem retirado o estudo dos conceitos topológicos dos seus currículos, sua escola ainda continua dando sequência a essas atividades e apenas acrescentou conceitos. Ela citou o fato de que a teoria dos conjuntos também já não é mais trabalhada na maioria das escolas, mas na escola em que trabalha atualmente eles ainda mantiveram, principalmente com os alunos pequenos, pois, segundo Luciane, sem esse trabalho dos conjuntos e da topologia, os alunos terão muitas dificuldades com a teoria dos números e futuramente quando chegarem no sexto e sétimo ano.

Dos conceitos topológicos trabalhados na época do curso Magistério, Luciane lembra-se das atividades relatadas em seu caderno de Didática da Matemática e também de algumas atividades que eram trabalhadas em conjunto com a disciplina de Didática da Educação Física. Segundo ela, os conceitos de dentro, fora, limite, eram bastante trabalhados em suas aulas de Didática da Educação Física também. Para as crianças pequenas, além dos exercícios escritos e desenhos, eles elaboravam principalmente exercícios utilizando os movimentos do corpo, que envolviam basicamente os conceitos topológicos.

Luciane relaciona a importância da topologia inclusive para a alfabetização das crianças. Ela orienta as professoras com que trabalha hoje em dia que abordem a topologia nas atividades diárias que realizam com as crianças, desde o momento em que cantarem uma música, até na Educação Física, pois, segundo ela, é um diferencial para os alunos trabalharem isso. Para Luciane, a topologia está presente em todas as disciplinas, então deve ser trabalhada desde em atividades práticas, até em exercícios escritos, tendo muitas possibilidades para ser trabalhada.

Durante a entrevista, Luciane comentou também sobre a dificuldade das crianças pequenas de escreverem os algarismos numéricos. Ela associa essa dificuldade não só a questões de psicomotricidade, mas também à falta do trabalho com conceitos topológicos. Segundo ela, o trabalho com curvas abertas, fechadas, quando se cruzam, a movimentação, tudo isso influencia na escrita dos algarismos numéricos e até na alfabetização deles. Em diversos momentos da entrevista, Luciane ressaltou a importância da topologia para a escrita dos números.

Sobre a abordagem dos conceitos topológicos nos dias de hoje, Luciane falou sobre o fato de ainda terem algumas atividades abordando-os nos livros didáticos, mas cada ano o número de atividades assim vem diminuindo e o nome topologia não aparece mais em nenhum deles. Além disso, chamou atenção para o fato de que boa parte das professoras não sabe por que trabalhar esses conceitos, muitas vezes nem ouviram falar em topologia.

Segundo Luciane, algumas professoras dizem que esses conceitos como, por exemplo, dentro, fora, em cima, embaixo, limites, sentidos, que aparecem nos livros didáticos, as crianças já sabem quando entram na escola e não tem sentido trabalhar ali. Entretanto, Luciane acredita que as crianças entram na escola com alguma “noção” dessas coisas, assim como ocorre com as cores. No dia a dia delas, elas ouvem falar, brincam com isso, mas é preciso sistematizar esses conceitos e é na escola que isso deve ocorrer.

Trabalhando há muitos anos com o método Montessori, Luciane vê muitas semelhanças com as ideias da Matemática Moderna e o que ela aprendeu ao longo do curso Magistério. Segundo Luciane, *“a maneira como foi passada a didática pra mim, tem muito a ver com a teoria dela (Maria Montessori), que é exatamente da matemática bem prática”* (FREITAS, 2018). No princípio de que o professor não ensina somente, mas instiga o aluno a buscar o conhecimento, a transformar suas ideias e criar conceitos em cima do trabalho com os materiais concretos, Luciane vê muitas semelhanças com o método Montessori.

Luciane não tem lembranças de nenhuma professora em especial, mas lembra-se muito das aulas. Segundo ela, isso ocorre porque a maioria das aulas não era somente com a professora falando e explicando, mas sim as alunas trabalhando e discutindo muito ideias entre si. As professoras não eram o centro das aulas, elas apenas organizavam a aula e forneciam orientações, mas colocavam o compromisso nos alunos, de buscar e pesquisar sobre os conteúdos.

Segundo Luciane, a organização das professoras do Instituto, a sua dedicação e o seu grau de exigência era o que fazia o diferencial da escola. Além disso, todas eram muito unidas, o conjunto todo de professoras buscava o mesmo objetivo.

3.2. Um olhar para o caderno de Luciane

O caderno de Luciane (figura 6) é em brochura. Ele tem 146 páginas ocupadas, datadas entre outubro de 1985 e março de 1987, com as bordas já amareladas e manchadas pelo tempo. A capa, confeccionada pela própria Luciane, tem um menina agachada pintando e está envolta por papel plástico, com alguns pedaços já se desprendendo e rasgando. Segundo Luciane, não era uma exigência da professora, mas ela gostava de personalizar todos os seus cadernos, com recortes e colagens. Apesar das marcas do tempo e de uso, o caderno está bem conservado, dando indícios do cuidado e do apreço que Luciane tem por ele.

Figura 6 – Caderno de Didática da Matemática



Fonte: Luciane Cardoso de Freitas

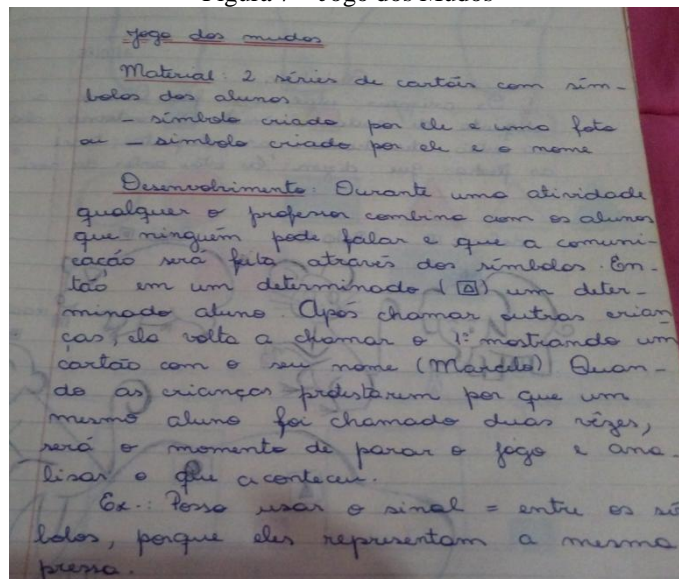
O caderno é composto basicamente de sugestões de atividades para as alunas do curso Magistério realizarem com os alunos, planos de aula, poucas definições e alguns exercícios onde as estudantes devem analisar atividades que podem ser propostas aos alunos. Normalmente nestes exercícios elas deveriam identificar o objetivo da atividade, quais os conceitos abordados por ela e quais outras atividades se relacionam com elas.

Na primeira folha do caderno, no alto da folha, está o título: “Didática da Matemática” e, segundo Luciane, esta era a disciplina abordada no caderno. De acordo com ela, em quase todos os semestres do seu curso havia a disciplina de Didática da Matemática, assim como Didática da Educação Física, Didática da Biologia, entre outras.

Algumas páginas do caderno são manuscritas, com escritos de caneta e lápis e algumas são colagens, de folhas manuscritas ou datilografadas. Nota-se a presença de diversas atividades com desenhos, onde Luciane demonstra capricho, seus desenhos são sem rasuras, coloridos e bem traçados.

A maioria das tarefas, atividades e sequências descritas no caderno são acompanhadas do desenvolvimento, objetivos, materiais necessários, todas as informações são minuciosamente detalhadas, geralmente com um roteiro. Trago como exemplo o “Jogo dos mudos” (Figura 7). Esta atividade está descrita logo após alguns escritos e outras atividades sobre “Simbologia”, conteúdo que também pode ser identificado na atividade.

Figura 7 – Jogo dos Mudos



Fonte: Caderno de Luciane Cardoso de Freitas

Como foi já foi comentado, a atividade é descrita com detalhes, com o objetivo bem claro. Mas não há registros se a atividade foi desenvolvida ou não. A partir da entrevista com Luciane, descobri que a maioria das atividades presentes no caderno eram para serem discutidas em aula, entre as estudantes e a professora, entretanto, algumas acabavam sendo utilizadas, posteriormente, em seus estágios.

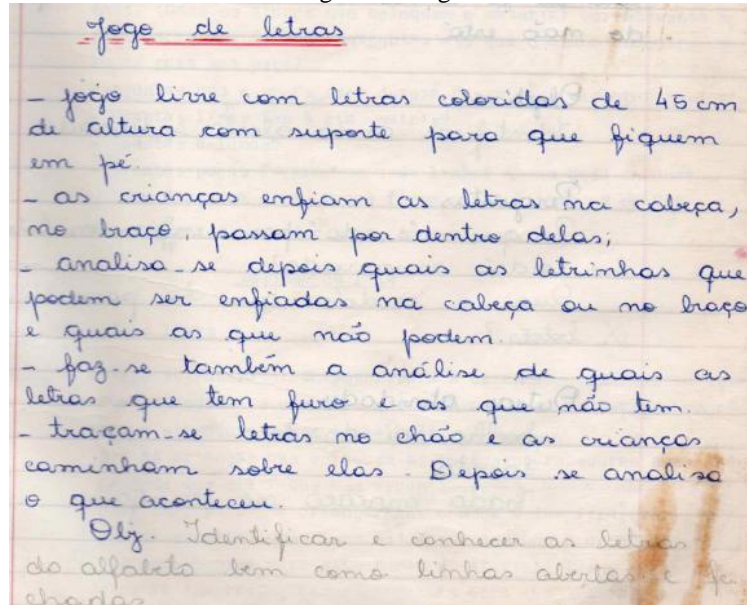
Segundo Luciane, a professora exigia que os cadernos das alunas estivessem impecáveis, com capricho, completos. A professora esperava que as estudantes se espelhassem nela e reproduzissem o aprendido depois, com os seus alunos, cobrando cadernos caprichados e organizados. Além disso, os cadernos não deveriam servir somente nas aulas, mas também posteriormente, quando fossem professoras, de modo que pudessem usar ainda como material de consulta para suas aulas.

Na primeira tarefa escrita no caderno já é possível identificar as exigências. Há um roteiro, sob o título de “Tarefa em Grupo” que as estudantes devem seguir para desenvolver a atividade:

- 1º Copiar a atividade.
- 2º Ler com atenção.
- 3º Identificar e registrar por escrito o objetivo.
- 4º Elaborar perguntas que explorem o conteúdo matemático envolvido na atividade.
- 5º Sugerir duas outras atividades que trabalhem o mesmo conteúdo.

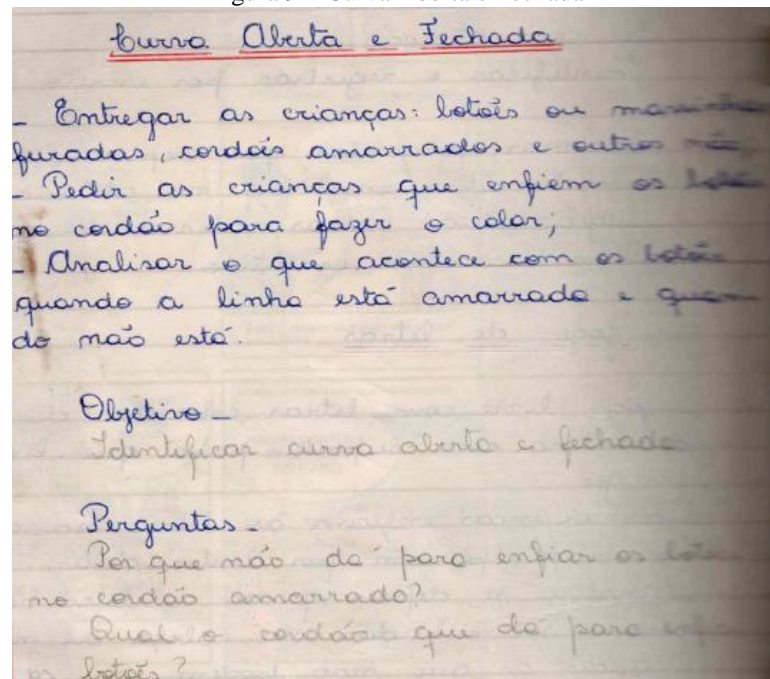
Nesta tarefa há duas atividades (Figuras 8 e 9), em que deveriam seguir os passos descritos acima e já nestas duas primeiras atividades já é possível identificar a presença de conceitos topológicos.

Figura 8 – Jogo de letras



Fonte: Caderno de Luciane Cardoso de Freitas

Figura 9 – Curva Aberta e Fechada



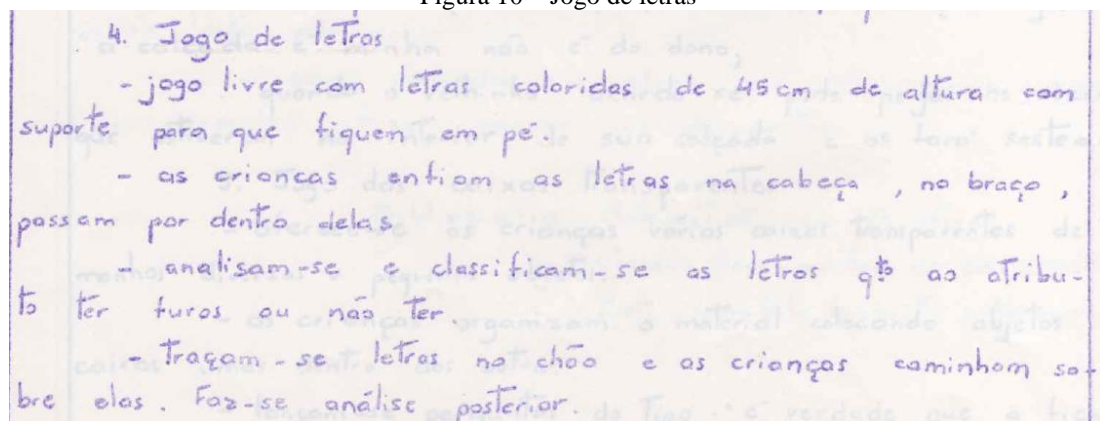
Fonte: Caderno de Luciane Cardoso de Freitas

3.2.1 OS CONCEITOS TOPOLÓGICOS NO CADERNO DE LUCIANE

No “Jogo de letras” (Figura 8) a proposta é que as crianças analisem as formas das letras e quais possuem linhas abertas ou fechadas, noções estas que são topológicas, segundo Dienes. Já a segunda atividade, “Curva aberta e fechada” (Figura 9) o próprio nome já sugere a presença dos conceitos topológicos. As crianças têm a tarefa de analisar a diferença entre uma curva fechada e uma aberta, ressaltando o porquê de não poderem enfiar botões em um cordão amarrado.

Um dos documentos encontrados no acervo do LM contém uma lista de sugestões (Figura 2) de atividades do Curso de Atualização sobre o Ensino de Matemática – 1ª – 4ª série, 1970, do Instituto de Educação General Flores da Cunha, que já foi citado no primeiro capítulo deste trabalho. Dentre as atividades sugeridas temos o “Jogo de letras” (figura 10) que é praticamente igual à atividade encontrada no caderno de Luciane. A diferença é que a atividade do caderno está descrita de forma mais organizada e tem mais objetivos especificados.

Figura 10 – Jogo de letras



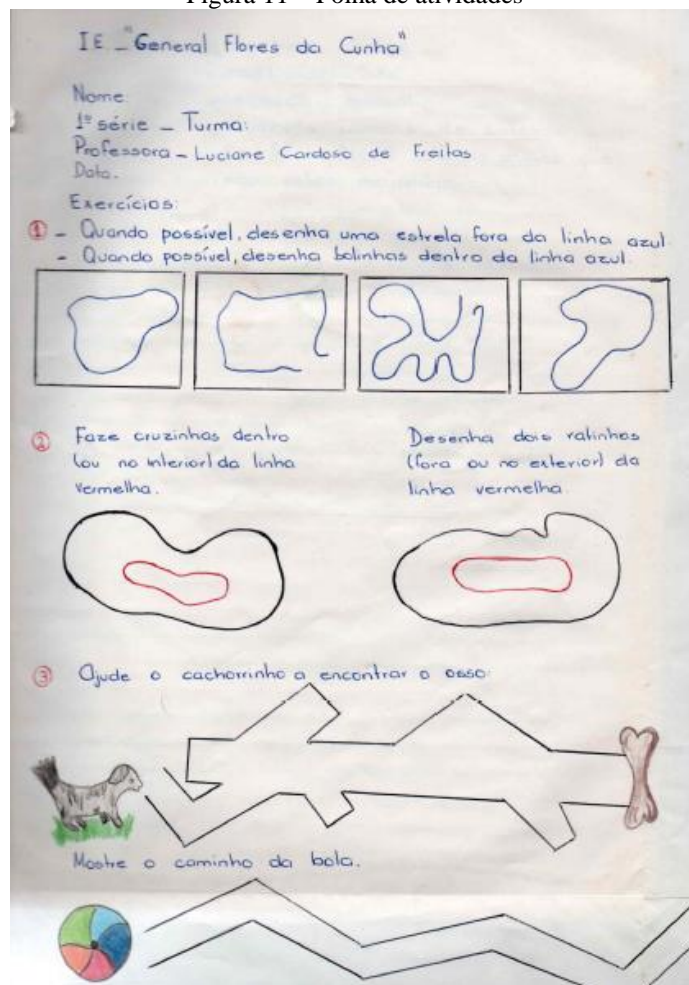
Fonte: Acervo do LM

Logo após estas atividades, há uma atividade datilografada colada às páginas do caderno, com o título de “Atributos e Valores”. É possível identificar a disciplina – Didática, o nome da professora, Iolanda S. Vargas, além de que, em um dos lados da folha está escrito: turma 20 e no outro lado turma 21. No final da segunda folha, está destacado que o trabalho foi elaborado pelo Laboratório de Matemática, tendo como bibliografia “A matemática na primeira série” de Lena Rita Lanzotti e Marlene Leite.

Estas duas professoras foram as organizadoras do Curso de Atualização sobre o Ensino de Matemática – 1ª – 4ª série, ocorrido em 1970, no Instituto de Educação General Flores da Cunha e da lista de sugestões de atividades (Figura 2) citada anteriormente. Em cada lado da folha há atividades, apresentadas em dois momentos: 1º momento – Jogo livre e 2º momento – Jogos estruturados, o que remete as ideias de Dienes, sobre as Seis Etapas de Aprendizagem, utilizadas durante o período da Matemática Moderna.

À frente, no caderno, temos mais uma atividade (Figura 11) onde é possível identificar a presença e abordagem de conceitos topológicos. Esta atividade está em uma folha manuscrita, colada a uma das páginas do caderno. No cabeçalho tem *I.E.* – “*General Flores da Cunha*”, espaço de preenchimento do nome do aluno, turma e data. Já preenchidos temos a série – 1º série e o nome da professora – Luciane Cardoso de Freitas (a dona deste caderno).

Figura 11 – Folha de atividades



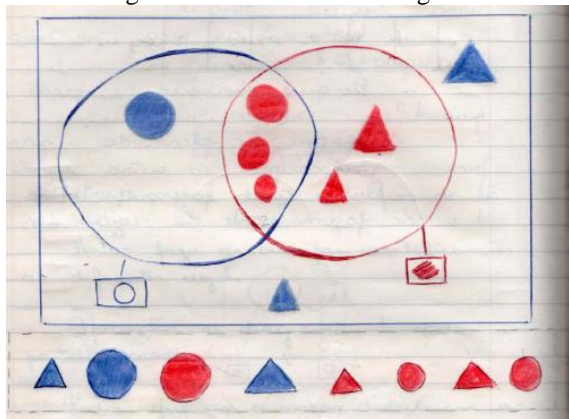
Fonte: Caderno de Luciane Cardoso de Freitas

As atividades consistem em fazer desenhos “dentro (interior) ou fora (exterior)” de linhas, curvas, algumas abertas e outras fechadas. Há também duas atividades onde os alunos

devem traçar caminhos, respeitando as fronteiras e limites do desenho. Atividades, todas, envolvendo noções topológicas, na visão de Dienes. Segundo a entrevista com Luciane, ela relatou que atividades como esta eram muito comuns e que auxiliariam o aluno, futuramente, na escrita dos algarismos, como o oito por exemplo. Atividades como esta serviriam como base para o aluno conseguir escrever o oito como duas curvas fechadas.

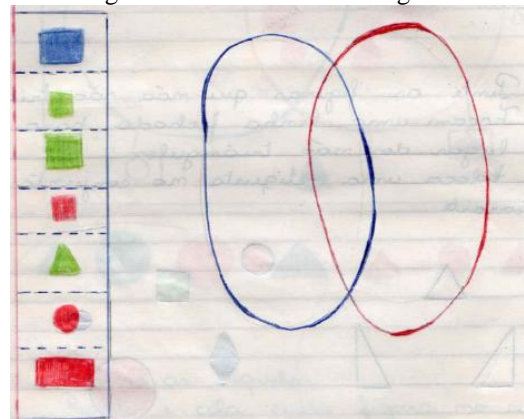
Na sequência do caderno, temos um conjunto de 6 atividades (Figuras 12 e 13), envolvendo as figuras planas e regiões, analisando seus atributos, conectivos de lógica, simbologia, conceitos topológicos, dentre outros conceitos. As atividades são apresentadas de forma estruturada, organizada e detalhada, com ilustrações coloridas, desenhadas por Luciane. Nesta atividade, é possível perceber a presença de diversos elementos da Matemática Moderna, ainda sendo trabalhados na década de 1980 inclusive os conceitos topológicos. Vejamos nesta sequência de exercícios que envolvem, por exemplo, regiões, linha fechada, dentro e fora.

Figura 12 – Atividade 1 de regiões



Fonte: Caderno de Luciane Cardoso de Freitas

Figura 13 – Atividade 2 de regiões

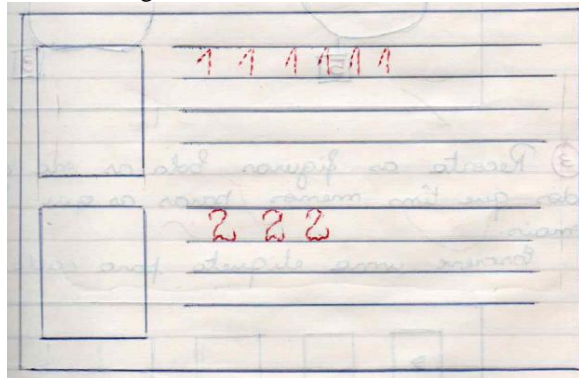


Fonte: Caderno de Luciane Cardoso de Freitas

Dentre as atividades do caderno, também há algumas abordando “Direção e Sentido”. Segundo Luciane apontou, atividades envolvendo direção e sentido eram bastante trabalhadas nas suas aulas. Na perspectiva de Dienes, direção e sentido também são conceitos topológicos. Estes dois conceitos são definidos no caderno como:

Direção: em Matemática, pode ser entendida como a posição de uma reta e de todas as suas paralelas. Duas retas que não tem ponto em comum, são ditas paralelas. O conjunto de todas as paralelas a uma reta chama-se direção.

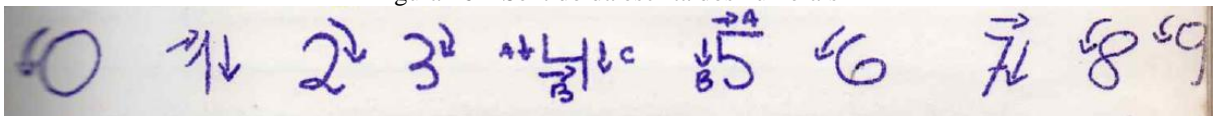
Sentido: é a relação de ordem estabelecida entre os pontos de uma linha. A cada linha podem ser associados dois sentidos da esquerda para a direita ou vice-versa. Ex: Av. Oswaldo Aranha (em frente ao colégio mesma direção sentido centro → bairro ou bairro → centro. (FREITAS, 1985, p.22)

Figura 15 – Escrita dos numerais³

Fonte: Caderno de Luciane Cardoso de Freitas

Mais à frente há uma folha manuscrita, colada a página no caderno, intitulada “Escrita dos numerais”, com o objetivo de “Oferecer condições para o aluno traçar corretamente os números”. Dentre as atividades sugeridas, em uma delas é pedido que os alunos (ou professoras, não está claro) tracem os algarismos de um a nove, bem grandes no chão e que os alunos caminhem sobre eles, no “sentido certo”. Como é possível ver na imagem abaixo (Figura 16), há setas desenhadas ao lado dos algarismos, seguindo o sentido em que são construídos, para indicar o “sentido certo” que o aluno deve caminhar.

Figura 16 – Sentido da escrita dos numerais



Fonte: Caderno de Luciane Cardoso de Freitas

Nesta mesma folha, é sugerido também que os alunos façam no ar o movimento correto do sentido dos algarismos. Há uma instrução de que, inicialmente, a escrita dos algarismos deve ser feita em espaços grandes, que serão diminuídos “gradativamente”, desde o pátio da escola, até a linha do caderno.

Além de ser possível perceber nesta folha de sugestões de atividades a abordagem dos conceitos de direção e sentido, também é possível identificar a abordagem de fronteiras, limites, na instrução dos espaços utilizados para a escrita do algarismo. Tais conceitos, na perspectiva de Dienes, considerados topológicos.

Pela análise do caderno de Luciane, e também pela entrevista realizada com ela, pude constatar que, na época (década de 1980), os conceitos topológicos eram bastante trabalhados no momento anterior à construção do número, servindo os conceitos topológicos como necessários para construção e representação dos algarismos. É possível constatar também que

³ No caderno de Luciane Cardoso de Freitas (1985) os algarismos eram citados como numerais.

tais conceitos, topológicos, ainda eram utilizados durante a aprendizagem do número, principalmente para auxiliar os alunos na escrita dos algarismos. Pela própria organização do caderno, têm-se indícios de que os conceitos topológicos eram trabalhados no período anterior ao processo de construção do número, mas também durante o início deste processo, na escrita do algarismo.

3.2.2 A presença dos “materiais concretos” no caderno de Luciane

A partir da análise do caderno, e da entrevista com a mesma, foi possível identificar que os materiais concretos eram utilizados com grande frequência pelas alunas do Magistério, nas atividades descritas. O uso de materiais concretos para a construção de conceitos pelas crianças é incentivado pelos defensores da matemática moderna. Dienes, inspirado pelas ideias de Piaget, defendia que a criança fizesse uso de materiais concretos, e situações concretas, para construir conceitos matemáticos.

Segundo a fala de Luciane, quase todas as atividades que as alunas desenvolviam eram utilizando-se de materiais concretos estruturados, alguns construídos por elas, outros comprados ou disponibilizados no Laboratório de Matemática. Dentre os materiais utilizados por elas já “prontos” percebemos no caderno a presença dos Blocos Lógicos, Cuisenaire e do Material Multibase 10 como os mais utilizados na época.

Os Blocos Lógicos, material concreto muito divulgado por Dienes, foram bastante utilizados e divulgados durante o período do auge da Matemática Moderna. No Acervo do Laboratório ainda foi possível encontrar algumas caixas deste material. Os blocos lógicos são constituídos por 48 peças, separadas em três cores, quatro formas, dois tamanhos e duas espessuras. Os Blocos Lógicos, nas atividades do caderno, geralmente aparecem em atividades relacionadas a atributos, sendo analisadas suas características: forma, cor, espessura e tamanho.

Com o título principal de “Símbolos dos valores e atributos dos Blocos Lógicos”, temos o “Jogo do retrato” (Figura 17), que é a primeira atividade descrita no caderno que faz uso dos Blocos Lógicos. Primeiro temos uma tabela, com elementos como, triângulo, cubo, um sol amarelo, azul, um coração vermelho, dentre outros, e alguns espaços preenchidos com um “x”. Logo embaixo temos as instruções do jogo, divididas em três momentos.

No primeiro momento a professora mostra aos alunos alguma das peças e eles devem marcar um “x” na tabela, nas características que cada peça possui. No segundo momento, a

professora entrega aos alunos uma tabela, já com características marcadas, e eles devem descobrir quais as peças. Por fim, no último momento da atividade, a professora entrega aos alunos uma tabela, apenas com as peças desenhadas e eles devem assinar as características de cada uma delas

Figura 17 – Jogo do retrato

Símbolos dos valores de atributos dos Blocos

Lógicos

Jogo do retrato

											Desenho do retrato
		X	X		X			X			
X	X					X	X				
X		X		X					X		
	X	X	X			X				X	

Fonte: Caderno de Luciane Cardoso de Freitas

Mais à frente no caderno há um título maior “Recursos Materiais Estruturados” e logo abaixo algumas atividades. A primeira delas intitulada “Negação”, separada em duas partes, faz uso dos blocos lógicos. Na primeira parte do Jogo, a professora deve mostrar aos alunos algumas peças dos blocos lógicos e dizer tudo que a peça não é. Na segunda parte, devem-se formar grupos com as peças com características comuns. Exemplo: fazer um grupo com as peças azuis e perguntar aos alunos como poderiam classificar as outras peças, como por exemplo, não azuis.

Há outras atividades no caderno que não fazem uso dos blocos lógicos, mas seguem a mesma ideia, com desenhos coloridos, de formas e tamanhos diferentes. Estas atividades aparecem geralmente na abordagem de conteúdos de simbolismo, atributos ou conjuntos.

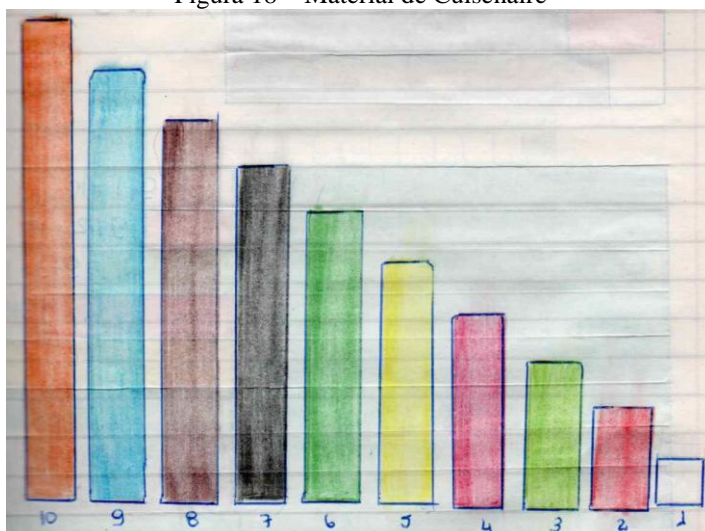
Algumas atividades do caderno também fazem uso do material “Cuisenaire”. O material de Cuisenaire consiste em 45 peças, barras de madeira, todas com tamanhos e cores diferentes. Os tamanhos variam de 1 cm até 10 cm e as cores variam de forma que cada um

dos dez tamanhos possui uma cor. Cada barra pode ser associada a um número natural (de 1 até 10) e este material pode ser utilizado para trabalhar os números naturais e suas operações, dentre outras possibilidades.

O material de Cuisenaire foi criado pelo matemático Émile Georges Cuisenaire e ampliado e divulgado internacionalmente pelo matemático Caleb Gatteno, cerca de 23 anos depois da sua criação. Apesar de ser um material anterior ao Movimento da Matemática Moderna, era muito utilizado na época, servindo como base para várias atividades das alunas.

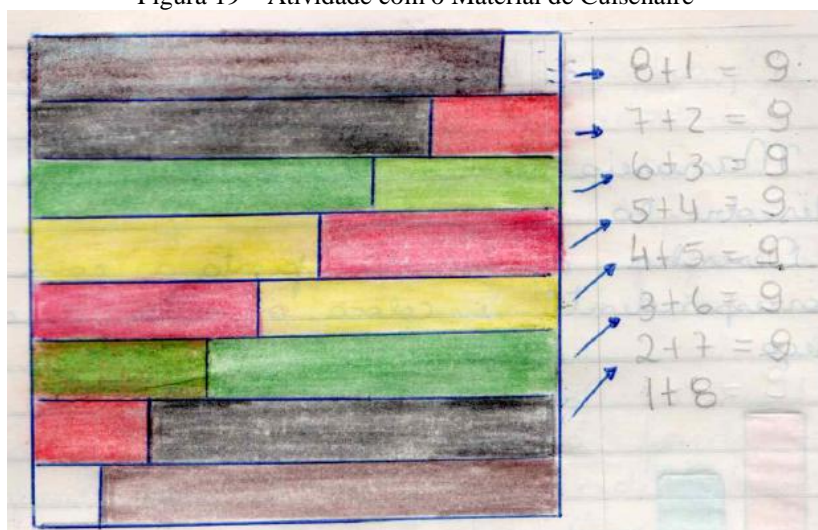
A primeira atividade do caderno fazendo uso do Cuisenaire aparece dentro de uma sequência de atividades sobre “como trabalhar a Adição”. A atividade, representada nas figuras abaixo (Figuras 18 e 19), está dividida em três passos.

Figura 18 – Material de Cuisenaire



Fonte: Caderno de Luciane Cardoso de Freitas

Figura 19 – Atividade com o Material de Cuisenaire



Fonte: Caderno de Luciane Cardoso de Freitas

No primeiro passo deve-se manusear livremente o material, para “descobri-lo”, em seguida, no segundo passo, deve-se desenhar a “escada”, pintando cada barrinha com a cor correspondente e colocando o valor de cada peça, de 1 a 10, de acordo com o tamanho. No último passo, deve-se mostrar a tabuada do nove com o material, mostrando a comutatividade e a associatividade.

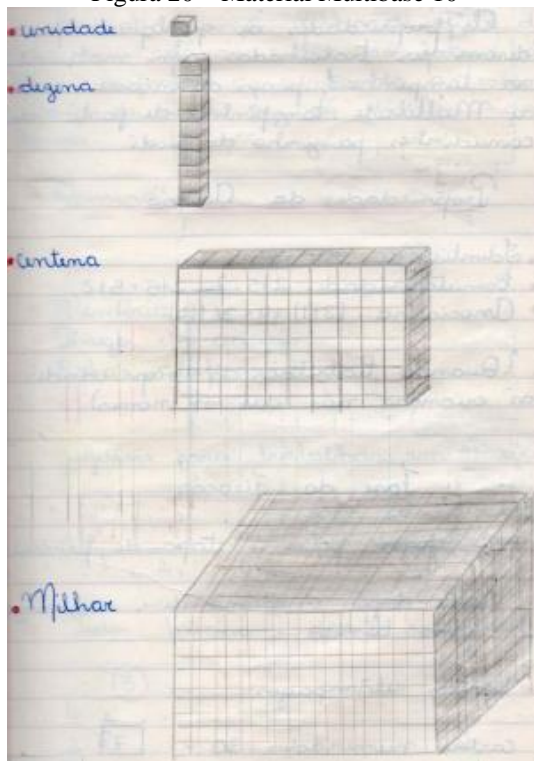
Esta é a única atividade em que aparece a descrição da atividade utilizando o Cuisenaire, entretanto, o material aparece como sugestão e trabalho em outros momentos, como por exemplo, para trabalhar a subtração. Além disso, Luciane relatou que este material era bastante utilizado no trabalho com as operações básicas.

Ao longo do caderno, há também uma atividade utilizando o Material Multibase 10, conhecido também como material dourado, ou até mesmo material Montessori, já que foi elaborado por Maria Montessori. O material é utilizado em atividades que auxiliam o ensino e o aprendizado do sistema de numeração decimal e para efetuar as operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Este material, geralmente de madeira, é composto por cubinhos de madeira, representando uma unidade, barras com 10 cubinhos, representando uma dezena, placas de 100 cubinhos, representando uma centena e cubos grandes, com 1000 cubinhos, representando um milhar. No acervo do Laboratório de Matemática do Instituto de Educação, foram localizadas algumas caixas deste material.

No caderno, estão desenhadas as peças do Material Multibase 10 (figura 20), com o nome da unidade que representa ao lado. Em seguida, há escrito uma orientação, de que este material serve para trabalhar numeração decimal. Há também sugestões de materiais para trabalhar as propriedades de qualquer operação, e o Material Multibase 10 aparece entre as sugestões dadas.

Figura 20 – Material Multibase 10



Fonte: Caderno de Luciane Cardoso de Freitas

Com o caderno de Luciane pude perceber a grande conexão que existia entre as atividades e o uso dos materiais concretos, de modo a que os conceitos topológicos fossem sendo trabalhados de forma cada vez mais complexa, passando pela escrita dos algorismos, noções de quantidade até as operações com os números. Embora não apareçam definições sobre o que seriam os conceitos topológicos ou uma discussão teórica sobre eles, a presença de atividades que trabalhem tais conceitos nos leva a crer que estavam presentes e constituíam-se em “conteúdos” a serem “ensinados” às crianças.

Em diversos momentos da entrevista Luciane citou a relação que havia no curso Magistério entre a Didática da Matemática e principalmente a Didática da Educação Física, chegando a relatar que as duas disciplinas trabalhavam juntas, principalmente em atividades topológicas. Luciane relatou também que ainda possuía guardado o seu caderno de Didática da Educação Física.

Então, como uma forma de enriquecer minha pesquisa, fiz uma breve análise do caderno de Didática da Educação Física (Figura 21) de Luciane, buscando algum exemplo de atividade que envolvesse os conceitos topológicos, para entender como era feita essa conexão entre Educação Física e Matemática no curso Magistério, ao trabalharem com os conceitos topológicos.

Figura 21 - Caderno de Didática da Educação Física



Fonte: Luciane Cardoso de Freitas

O caderno está nomeado como “Jogos de Educação Física para Escola Primária” e também tem a capa personalizada por Luciane. Ainda na primeira folha, embaixo deste título, há três categorias, identificadas por cores: Calmos, Moderados e Ativos. Esta é a divisão dos jogos sugeridos no caderno e são apresentados nesta ordem.

Assim como o caderno de Didática da Matemática, este também é extremamente organizado, com desenhos caprichados e atividades bem descritas. Todas as atividades seguem um roteiro com material, local, objetivo, preparação e desenvolvimento.

Dentre os 56 jogos descritos no caderno, é possível perceber a presença de conceitos topológicos, como dentro, fora, esquerda, direita, aberto, fechado, sentido e direção em diversas atividades. Entretanto, o nome “conceitos topológicos” não aparece em nenhum momento. Apesar de suas atividades serem organizadas e descritas com detalhes, não há formalidades na escrita das descrições dos conteúdos abordados nestas atividades.

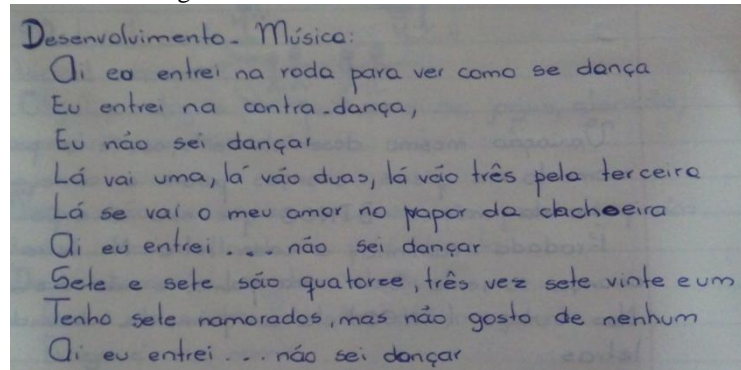
Algumas atividades abordando tais conceitos chamaram-me atenção, como por exemplo, “Carimarucha”, “Aberta fechada, cruzada”, “Corrida dos quatro cantos”, “Corrida chinesa”, “Ai eu entrei na roda” e “Corrida em trio trocando o do meio”. Estas atividades foram as que, segundo minha breve análise, mais envolvem os conceitos topológicos em seu desenvolvimento.

Escolhi a atividade intitulada “Ai eu entrei na roda” para mostrar a presença dos conceitos topológicos. Inicialmente está informado de que não é necessário nenhum material, que é sugerido um local amplo e tem como objetivo: atenção, memória, “alegrar-se por meio de jogos”. Diversas atividades têm como objetivo “alegrar” as crianças.

Na preparação, é pedido que as crianças sejam colocadas em roda, de mãos dadas. Em seguida, o desenvolvimento inicia com uma música (Figura 22). Embaixo da letra da música

seguem mais alguns passos do desenvolvimento, ensinando os movimentos que as crianças devem realizar enquanto cantam.

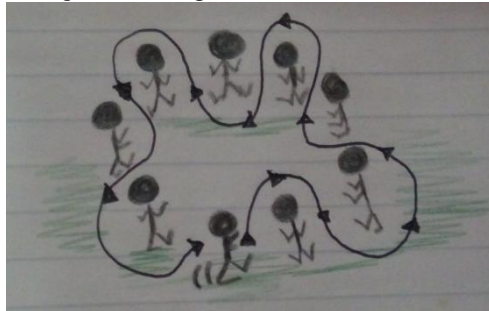
Figura 22 – Música “Ai eu entrei na roda”



Fonte: Caderno de Luciane Cardoso de Freitas

É pedido que, nos três primeiros versos da música as crianças, ainda de mãos dadas, avancem para frente e depois voltem ao lugar. Em seguida, devem soltar as mãos e uma das crianças, escolhida pela professora, deve passar “saltitando” entre as demais crianças, pelo lado esquerdo e direito (Figura 23). Depois, deve-se repetir tudo novamente, mas agora a criança que passará entre os colegas é a que está à direita da que passou anteriormente.

Figura 23 – Jogo “Ai eu entrei na roda”



Fonte: Caderno de Luciane Cardoso de Freitas

Tanto na letra da música, como nos movimentos realizados durante o seu desenvolvimento, é possível identificar conceitos topológicos, como dentro, fora, direita, esquerda, sentido e direção. Esta atividade é só um exemplo de que os conceitos topológicos estavam presentes em diferentes áreas e disciplinas e não só na matemática, sendo conceitos necessários para o desenvolvimento das crianças, na visão de Dienes (1969).

4 ALGUMAS REFLEXÕES DA PESQUISA

Para responder a questão norteadora deste trabalho, “*quais e como eram abordados os conceitos topológicos na formação de professores do Instituto de Educação, nos anos de 1980, buscando identificar vestígios do Movimento da Matemática Moderna?*”, realizei estudos em documentos históricos, a análise de um caderno de Didática a Matemática de uma aluna do curso Magistério do IE na década de 1980, uma entrevista com essa aluna, além de pesquisas em trabalhos recentes sobre os conceitos envolvidos no processo de construção do número.

No percurso da pesquisa, consegui observar a importância que os conceitos topológicos tinham na época do auge do MMM. Sua relevância estava na vinculação que se fazia com o processo de construção do número pela criança, em uma perspectiva piagetina.

Os dados produzidos a partir da entrevista com Luciane e do olhar para seu caderno, os trabalhos que eram realizados no curso Magistério na época nos dão indícios de que os conceitos topológicos permaneceram presentes e eram valorizados também após o auge do período do Movimento da Matemática Moderna. Inclusive, os conceitos topológicos eram trabalhados não só na Matemática, mas também em disciplinas como Educação Física. No entanto, não fica claro o quanto da essência do trabalho com os conceitos topológicos de Piaget e Dienes permanecia durante os anos de 1980.

Estudando trabalhos atuais sobre o início da aprendizagem matemática das crianças, também ainda é possível identificar resquícios dos conceitos topológicos, sendo consideradas as primeiras noções aprendidas pelas crianças, anteriores às euclidianas, como defendiam Piaget (1993) e Dienes (1977). Outro fato constatado no estudo destes trabalhos e até mesmo pela entrevista com Luciane, é que o termo “conceitos topológicos” não aparece mais nos estudos sobre a construção do número pela criança. Ao invés de conceitos topológicos é possível que estejam sendo referidos como “espaço e forma”.

O trabalho com os conceitos topológicos ainda é presente nas salas de aula e nos livros didáticos, assim como nas discussões sobre o ensino e a aprendizagem de matemática, porém, sem a formalidade do seu nome, apenas sua essência, seus ideais ainda permanecem. Segundo Luciane, algumas professoras nem sabem o que são os conceitos topológicos, nem porque devem trabalhar com eles ainda, mas trabalham, pois ainda estão nos livros didáticos.

Analisando os Parâmetros Curriculares Nacionais dos Anos Iniciais (PCNS) também não encontrei nenhuma referência ao nome “conceitos topológicos”, mas ainda sim é possível identificar a presença de tais conceitos em sua essência, na ideia das atividades sugeridas e

dos objetivos propostos. Essa é uma das questões levantadas a partir desta pesquisa, *porque o nome “conceitos topológicos” caiu em desuso? O termo foi realmente substituído por “espaço e forma”?*

O movimento de se guardar e preservar seus cadernos escolares, realizado por Luciane, ressalta a importância de se guardar os materiais escolares, como os cadernos e livros. A partir destes materiais pode-se montar a história de uma época, além de compreender períodos da História da Educação Matemática. Cadernos escolares como fontes de pesquisa históricas têm se tornado cada vez mais utilizados, mostrando as relações vivenciadas na sala de aula, através dos cadernos escolares.

A entrevista por sua vez, levantou alguns pontos a serem discutidos, como por exemplo, as diferentes finalidades dadas ao estudo dos conceitos topológicos. Desde os estudos de Piaget e Dienes no auge da Matemática Moderna, durante o curso Magistério que Luciane estudou, até os resquícios que ela guarda consigo até hoje, pude observar que o estudo dos conceitos topológicos passou a ter diferentes finalidades. Pelo rumo da entrevista e pela fala de Luciane, constatei que para ela o trabalho com os conceitos topológicos tem importância principalmente na escrita dos números, dos algarismos e não tanto na formação e na significação de conceitos, que era o objetivo das atividades de Piaget e Dienes, como já abordei anteriormente neste trabalho.

Pelas memórias de Luciane do curso Magistério, há indícios de que seus professores trabalhavam os conceitos topológicos com finalidades semelhantes as das atividades de Piaget e Dienes, mas não é possível afirmar qual o objetivo deles. Luciane chegou a associar em sua entrevista a importância de algumas atividades para a significação dos conceitos topológicos, entretanto, com pouca frequência. Enquanto que, em diversos momentos, ela associou o estudo dos conceitos topológicos à escrita do número, dos algarismos, chegando a afirmar que as dificuldades que os alunos têm na escrita dos algarismos são, em grande parte, falta do trabalho com a topologia. A frequência e a intensidade com que ela falou sobre isso na entrevista fornecem indícios de que para ela o estudo da topologia nos dias de hoje serviria principalmente para a escrita dos algarismos e até mesmo para a escrita em geral.

Pude constatar que o estudo dos conceitos topológicos era bastante frequente não só no período do auge do MMM, como também nos anos de 1980 e ainda é presente nos dias de hoje, mesmo que com menor intensidade, permanecendo resquícios desta presença em tempos posteriores. No entanto, não foi possível perceber com clareza sobre o porquê da presença destes conceitos ou de sua necessidade para a construção do número pela criança. Do mesmo modo que os professores também não parecem ter clareza sobre o porquê trabalhar estes

conceitos e nem o porquê de estarem nos livros didáticos de matemática. Com isto, surge mais uma questão a partir da pesquisa, *“qual a finalidade real do estudo dos conceitos topológicos nos dias de hoje?”*.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa, situada no campo da História da Educação Matemática, contribuiu para minha formação como futura professora de matemática, mostrando a importância de se estudar conteúdos matemáticos trabalhados em anos anteriores para compreender os conteúdos trabalhados nos dias de hoje. Assim como Valente (2007) sugere, busquei construir um período da História da Educação Matemática, utilizando pesquisas históricas e a análise de um caderno escolar, para auxiliar em minha investigação sobre os conceitos topológicos.

Seguindo as ideias de Valente (2007), que afirma que o sentido das pesquisas históricas é entender cada vez mais como é feito o processo de escolarização dos saberes, da matemática, a partir do instrumental teórico-metodológico utilizado pelos historiadores, a partir deste trabalho, passo a ter um outro olhar para os conteúdos trabalhados nas séries iniciais, entendo melhor sua importância na formação matemática das crianças.

Segundo Piaget e Dienes, é neste período em que elas desenvolvem as noções, de espaço, fronteiras, ordens, e estas noções, consideradas topológicas pelos autores e pela professora Luciane, que dão sustentação a matemática que elas aprendem ao longo da sua vida escolar.

Segundo Viñao (2008), os cadernos “não são apenas um produto de atividade realizada nas salas de aula e da cultura escolar, mas também uma fonte que fornece informação – por meio, sobretudo, de redações e composições escritas - da realidade material da escola e do que nela se faz” (VIÑAO, 2008, p.16). Neste sentido, analisando os cadernos de Luciane pude investigar, conhecer e construir um período da História da Educação Matemática do Instituto de Educação. Assim como sugere Viñao (2008), utilizei a entrevista com Luciane como uma forma de complementar minha análise dos cadernos e suas falas foram muito proveitosas e enriquecedoras para o trabalho e para dar maior significado a análise dos seus cadernos.

Para realizar a análise dos cadernos de Luciane, principalmente o de Didática da Matemática, segui a metodologia de Gvirtz (1977), olhando primeiramente para o tempo em que os cadernos foram constituídos, em seguida para as atividades descritas neles, o modo como eram desenvolvidas, e por fim, olhei para os conteúdos abordados, buscando identificar as conexões com os conceitos topológicos e com a Matemática Moderna.

Com isso, encontrei respostas para minha questão norteadora: *“quais e como eram abordados os conceitos topológicos na formação de professores do Instituto de Educação, nos anos de 1980, buscando identificar vestígios do Movimento da Matemática Moderna?”*. Primeiramente constatei que nos anos de 1980, haviam sim ressonâncias tanto dos conceitos

topológicos como da Matemática Moderna, na formação de professoras do Instituto de Educação General Flores da Cunha. E em seguida, observei que tais conceitos ainda eram trabalhados de forma muito semelhante ao período do auge do MMM no IE, em atividades, materiais e movimentos muito similares aos utilizados pelas normalistas, baseadas nas ideias de Dienes sobre os conceitos topológicos e sobre Matemática Moderna.

É preciso salientar que toda esta pesquisa está baseada na teoria utilizada no período do Movimento da Matemática Moderna, inspirada nas ideias de Piaget e Dienes. Outras teorias já surgiram sobre o ensino do número e os conceitos relacionados ao processo de construção do número. Entretanto, como foi possível identificar no estudo de trabalhos escritos recentemente, na fala da professora Luciane, e nos PCNs os conceitos topológicos, mesmo que com menos frequência e sem serem nomeados assim, continuam presentes nas aulas de matemática.

Esta é uma das questões surgidas ao longo deste trabalho. Porque, mesmo com o surgimento de outras teorias, esta ainda continua sendo utilizada? Será que ainda está presente nos livros didáticos como uma ressonância da Matemática Moderna ou por alguma outra razão em especial? Também surgiu a dúvida de porque os conceitos topológicos deixaram de ser divulgados? Porque o seu nome não aparece mais? O termo “conceitos topológicos” foi substituído por “espaço e forma”?

Pretendo dar continuidade a este trabalho, buscando compreender mais a fundo a relação dos conceitos topológicos com a construção do número, o porquê de tais conceitos não serem mais estudados como eram antigamente e se eles ainda poderiam ser trabalhados em sala de aula como eram durante o período da Matemática Moderna, nos dias de hoje. Além disso, pretendo estudar mais a fundo sobre o processo da construção do número pela criança e dos conceitos matemáticos envolvidos neste processo durante o mestrado que pretendo ingressar futuramente.

REFERÊNCIAS

- ALVES, A. M. M.; SILVEIRA, D. N. **Uma Leitura sobre as Origens do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil**. Revista Tópicos Educacionais, v. 23, p. 76-91, 2017.
- BORGES, C. C. **A topologia: considerações teóricas e implicações para o ensino da matemática**. Caderno de Física da UEFS, 03 (02): 15-35. Feira de Santana, 2005.
- BRASIL. **Lei nº 5.692, de 11 de agosto de 1971**. Fixa diretrizes e bases para o ensino de 1º e 2º graus, e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 12 ago. 1971
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BÚRIGO, E. Z. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60**. Porto Alegre: UFRGS, 1989. Dissertação (Mestrado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1989.
- BÚRIGO, E. Z. **Matemática Moderna: progresso e democracia na visão de educadores brasileiros nos anos 60**. Teoria & Educação, Porto Alegre, v. 2, p. 255- 265, 1990.
- CLARAS, A. F.; PINTO, N. B. **O movimento da matemática moderna e as iniciativas de formação docente**. Disponível em: http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2008/863_662.pdf Acessado em: 20 de outubro de 2018.
- DALCIN, A. Entre documentos memórias e pó: o processo de revitalização de um Laboratório de Matemática. In: COSTELLA, R. Z. et al. (Org.). **Percursos da prática de sala de aula**. São Leopoldo: Oikos, 2016. p. 44-55.
- DALCIN, A; SILVA, S. R. **A presença de Zoltan Dienes em Porto Alegre nos anos de 1970**. In: II ENAPHEM, Encontro Nacional de Pesquisas em História da Educação Matemática. Bauru, 2014, SP. Anais do 2º Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática: fontes, temas, metodologias e teorias: a diversidade na escrita da história da educação matemática no Brasil. Bauru: Faculdade de Ciências, 2014, p. 1.146-1.157, 2014.
- DIENES, Z. P. **A Matemática Moderna no Ensino Primário**. Biblioteca Fundo Universal de Cultura. Rio de Janeiro/São Paulo: Editora Fundo de Cultura, 1967.
- DIENES, Z. P. **As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática**. Tradução de Maria Pio de Macedo Chartier e René François Joseph Chartier. São Paulo, SP: Helder, 1972.
- DIENES, Z. P.; GOLDING, E.W. **Exploração do espaço e prática da mediação**. São Paulo: Herder, Coleção Os primeiros passos em matemática, 1969.
- FISCHER, M. C. B. **A experiência das classes-piloto organizadas pelo GEEMPA, ao tempo da matemática Moderna**. In: Revista Diálogo Educacional. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, v. 6, n. 18 (maio/ago. 2006). Curitiba: Champagnat, p. 101-112

FREITAS, L.C. (1985). **Caderno de Didática da Matemática**. Curso Magistério, RS. Porto Alegre: Não publicado.

FREITAS, L.C. (2018). **Entrevista concedida a Yasmin Barbosa Cavalheiro, em 05 de novembro de 2018 em Porto Alegre**. Porto Alegre: Não publicada.

GARCIA, F. P; CAMARGO, I. G.; FRANCA, T. F. **A construção do conceito de número pela criança**. In: ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., ENCONTRO NACIONAL – PIBID – MATEMÁTICA, 1., 2012, Santa Maria. Anais... Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, 2012. P 1-10.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**. Rio de Janeiro: Record; 1997.

GVIRTZ, S. **Del curriculum prescripto al curriculum enseñado: Una mirada a los cuadernos de clase**. Buenos Aires: Eudeba, 1997.

GVIRTZ, S. **El discurso escolar através de los cuadernos de clase: Argentina 1930-1970**. Buenos Aires: Eudeba, 1999.

GVIRTZ, S.; LARRONDO, M. (2008). **Os cadernos de classe como fonte primária de pesquisa: alcances e limites teóricos e metodológicos para a sua abordagem**. In: Cadernos à vista: escola, memória e cultura escrita (org: Mignot, A.C.V.). Editora da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

JOHNSON, D. A.; GLENN, W. **Topology – The Rubber – Sheet Geometry**. Tradução de Zilá Maria Guedes Paim, a partir do original publicado em Londres, por John Murray, 1964.

KAMII, C. **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a educação junto a escolares de 4 a 6 anos**. 5. ed. Campinas: Papirus, 1986.

KOBAYASHI, M. C. **A construção da geometria pela criança**. Marília: EDUSC, 2001.

LEME DA SILVA, M. C.. **O movimento da matemática moderna e a geometria nas séries iniciais**. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011, Recife. Anais da XIII CIAEM. Recife: Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica - UFPE, 2011.

LEME DA SILVA, M. C.; VALENTE, W. R. **Na oficina do historiador da educação matemática: Cadernos de Alunos como fontes de pesquisa**. Belém: SBHMat, 2009. Coleção História da Matemática para Professores. v. 19.

LIMA, Lauro de Oliveira. **Piaget para principiantes**. São Paulo: SUMMUS Editora, 1980.

LORENZATO, S. (2009). **Que Matemática ensinar no primeiro dos nove anos do Ensino fundamental?** In Congresso de Leitura do Brasil, 17, Campinas. Anais do 17º COLE.

LUZ, L. B.; RIOS, D. F. (no prelo). **Investigando cadernos escolares: os problemas aritméticos presentes em um caderno gaúcho de segundo ano primário (1959)**. Anais do

Seminário Temático: cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990, Pelotas, RS, Brasil, 15.

MIGNOT, A. C. (org). **Cadernos a vista: escola, memória e cultura escrita**. Rio de Janeiro: Eduerj, 2008.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A representação do espaço na criança**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

PINTO, N. B. **Marcas Históricas da Matemática Moderna no Brasil**. Curitiba, PR. In: Revista Diálogo Educacional/PUCPR, v. 5 n. 16, 2005, p. 25-38.

VALENTE, W. R. **História da Educação Matemática: interrogações metodológicas**. Artigo. REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática. v.2, p. 28-49, UFSC, 2007.

VALENTE, W. R. **Livro didático e educação matemática: uma história inseparável**. Zetetike (UNICAMP), v. 16, p. 149-171, 2008.

VALENTE, W. R. **Osvaldo Sangiorgi e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil**. Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 8, n. 25, p. 583-613, set./dez. 2008.

VALENTE, W.R.; LEME DA SILVA, M.C. **Uma breve história do ensinar e aprender matemática nos anos iniciais: uma contribuição para a formação professores**. Revista Educação. Matemática e Pesquisa. São Paulo, v.15, Número Especial, pp.857-871, 2013.

VINÃO FRAGO, A. **Os cadernos escolares como fonte histórica: aspectos metodológicos e historiográficos**. In: MIGNOT, A. C. (org). Cadernos a vista: escola, memória e cultura escrita. Rio de Janeiro: Eduerj, 2008.

WIELEWSKI, G. D. **O movimento da matemática moderna e a formação de grupos de professores de matemática no Brasil**. In: ProfMat2008, 2008, Elvas-Portugal. ProfMat2008 Actas. Lisboa-Portugal: Copyright 2008 Associação de Professores de Matemática, 2008. p. 1-10.

ANEXOS

Anexo I - Roteiro para entrevista:

1. Nome Completo
2. Cidade onde nasceu
3. No que trabalha atualmente
4. Em que anos estudou no IE
5. Porque fazer o Curso Normal
6. Porque estudar no IE
7. Lembranças da escola
8. Conheceu o Laboratório de Matemática
9. Ouviu falar sobre Odila Xavier
10. Lembrança das professoras
11. Lembrança dos conteúdos de matemática
12. Usava materiais concretos? Quais?
13. Lembrança dos livros utilizados
14. Lembranças dos conceitos topológicos
15. Ouviu falar sobre Matemática Moderna
16. Ouviu falar sobre Dienes
17. Lembrança de atividades específicas do caderno (selecionadas)
18. Ainda percebe a presença dos conceitos topológicos nas suas aulas