Universidade Federal do Rio Grande do Sul Escola de Engenharia Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Modelagem em poroelasticidade não linear do ensaio de palheta em rejeitos de mineração

Mateus Forcelini

Porto Alegre 2019

MATEUS FORCELINI

MODELAGEM EM POROELASTICIDADE NÃO LINEAR DO ENSAIO DE PALHETA EM REJEITOS DE MINERAÇÃO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Porto Alegre 2019

MATEUS FORCELINI

MODELAGEM EM POROELASTICIDADE NÃO LINEAR DO ENSAIO DE PALHETA EM REJEITOS DE MINERAÇÃO

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Concentração Geotecnia, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 11 de março de 2019

Prof. Samir Maghous Dr. pela École Nationale des Ponts et Chaussées, França Orientador Prof. Gracieli Dienstmann Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul Co-orientador

> Prof. Nilo Cesar Consoli Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Fernando Schnaid Dr. pela University of Oxford

Prof. Edgar Odebrecht Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Denise Bernaud Maghous

Dr. pela École Nationale des Ponts et Chaussées

A Elza Forcelini.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, ao orientador Prof. Samir Maghous por sua confiança, amizade e todo o conhecimento e inspiração transmitidos a mim durante o desenvolvimento desta dissertação, por todas as oportunidades e pelo contínuo aprendizado. És sem dúvida um exemplo de professor, pesquisador e de caráter.

A co-orientadora, Prof. Gracieli Dienstmann, muito obrigado pela amizade, disposição, colaboração e interesse sempre demonstrados.

Ao Prof. Fernando Schnaid, muito obrigado pelo interesse, disposição e conhecimentos transmitidos. A geotecnia brasileira é honrada por engenheiros como o senhor.

A Patrícia Tomasini do Nascimento, muito obrigado pela compreensão e apoio prestado durante este período. Obrigado por continuar demonstrando este amor incondicional e me proporcionar uma vida muito feliz ao seu lado, fostes e continua sendo muito importante em minha vida.

A minha família, por toda a compreensão, incentivo e suporte sempre prestados. Muito obrigado por estarem ao meu lado durante todos esses anos.

A todo o pessoal do CEMACOM, muito obrigado pelas conversas, conselhos e bons momentos compartilhados, um abraço aos colegas Cássio, Chepel, Eduardo, Luisa, Matheusão, Max, Miguel, Paulo, Quevedo, Rosi e Tonin. Agradeço especialmente ao colega e amigo Augusto Bopsin Borges por toda a amizade, auxílio e discussões durante a realização deste trabalho.

A todos os colegas do PPGEC, os quais não foram citados, mas não por menor importância, e foram fundamentais no meu crescimento tanto como pessoa quanto como pesquisador.

Aos alunos do laboratório de geotecnia da UFSC, muito obrigado pela receptividade durante os dias que eu estive presente. Em especial ao grande amigo Geraldo Caetano de Almeida Neto, por toda a amizade, descontração, conversas e incentivo.

Aos amigos que infelizmente não posso mais compartilhar momentos diários em nome da distância, mas que com certeza fazem muita falta. Em especial ao companheiro de longa data Renato Debastiani, a quem a minha amizade e estima envelhecem como vinho.

A Universidade Federal do Rio Grande do Sul pelas oportunidades e estrutura fornecidas.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico CNPq e a CAPES pelo fomento fornecido que possibilitou a minha total dedicação a este trabalho.

A persistência é o menor caminho do êxito. *Charles Chaplin*

RESUMO

FORCELINI, M. **Modelagem em poroelasticidade não linear do ensaio de palheta em rejeitos de mineração.** 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio grande do Sul, Porto Alegre.

O ensaio de palheta é provavelmente o método de investigação in situ mais utilizado para estimar a resistência não drenada de solos argilosos. Contudo, sua aplicação em solos de permeabilidade intermediária, como siltes e rejeitos de mineração, apresenta incertezas. Caso o ensaio ocorra sob drenagem parcial, a resistência obtida será superior à resistência não drenada S_{μ} , parâmetro fundamental na avaliação geotécnica de empreendimentos. O presente trabalho visa empregar um modelo em poroelasticidade não linear que simula a rotação de um cilindro rígido em um meio poroelástico não linear, uma simulação do ensaio de palheta, de modo a interpretar as condições de drenagem em materiais de permeabilidade intermediária. Inicialmente, uma nova função de distribuição de poropressão inicial é proposta de modo a atender as condições de contorno hidráulicas do problema, complementando o modelo numérico. O modelo é então validado através de resultados para solos de baixa permeabilidade, onde se demonstra que o ferramental numérico é adequado para avaliarem-se os efeitos da taxa de rotação nos resultados obtidos experimentalmente pelo ensaio de palheta. Uma normalização através da velocidade adimensional v/k é proposta para a interpretação dos efeitos da velocidade de rotação nas curvas características de drenagem e torque desenvolvido. A influência da resistência, rigidez e do tamanho da zona de influência do material é avaliada numericamente através de uma análise paramétrica, buscando-se a influência destes parâmetros no grau de drenagem U^* e no torque desenvolvido. Por fim, as predições do modelo são confrontadas com resultados experimentais do ensaio de palheta em rejeitos de mineração de zinco, comparando o torque obtido e obtendo-se as curvas características de drenagem. Demonstra-se que o modelo é capaz de capturar a tendência experimental e que a velocidade padrão do ensaio não é suficiente para atingir condições não drenadas de cisalhamento neste material, superestimando a magnitude de S_u .

Palavras-chave: ensaio de palheta; poroelasticidade não linear; rejeitos de mineração.

ABSTRACT

FORCELINI, M. **Nonlinear poroelastic modeling of vane test in mining tailings.** 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio grande do Sul, Porto Alegre.

The field vane test is probably the most common in situ investigation technique used to estimate the undrained shear strength of clayey soils. However, its application in intermediate permeability soils, such as silts and mining tailings, presents uncertainties. If the test occurs under partial drainage, the measured resistance will be higher than the undrained shear strength S_{μ} , a fundamental parameter in the evaluation of geotechnical projects. The present work aims to employ a nonlinear poroelastic model that simulates the rotation of a rigid cylinder in a nonlinear poroelastic medium, a simplified approach of the vane test, in order to obtain the drainage conditions of shearing in intermediate permeability materials. Firstly, a new initial pore pressure distribution function is proposed in spite of meeting the hydraulic boundary conditions of the problem, complementing the numerical model. The model is then validated through experimental data in low permeability soils, where the results show that the model proposed is adequate to evaluate the rotation rate effects on the results obtained experimentally. Normalization through the dimensionless velocity v/k is proposed for the interpretation of rate effects in the characteristic drainage curves and torque developed. The influence of material strength, stiffness, and size of the influence zone is evaluated numerically through a parametrical analysis, seeking the influence of these parameters on the drainage degree U^* and the soil resistance. Finally, the model predictions are compared with experimental results of field vane tests in zinc mining tailings, comparing the measured torque and presenting the characteristic drainage curves obtained numerically. It is demonstrated that the model is able to capture the experimental trend and that the standard vane velocity is not suitable to reach undrained shear conditions in this material, overestimating the magnitude of S_{u} .

Key-words: vane test; nonlinear poroelasticity; mine tailings.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Principais elementos do ensaio de palheta (adaptado de Chandler, 1988)26
Figura 2 – Equipamento para o ensaio de palheta in situ (ORTIGÃO E COLLET, 1968)27
Figura 3 - Efeito de amolgamento devido à espessura das palhetas (adaptado de La Rochelle
et al.,1973)
Figura 4 – Efeito de amolgamento devido à espessura das palhetas (adaptado de Roy e
Leblanc, 1988)
Figura 5 - Influência do tempo de espera para duas argilas canadenses (adaptado de Roy e
Leblanc, 1988)
Figura 6 – Efeito da taxa de rotação da palheta para duas argilas canadenses (adaptado de Roy
e Leblanc, 1988)
Figura 7 - Curva de drenagem experimental em rejeitos de mineração (adaptado de Blight,
1968)
Figura 8 – Idealização macroscópica do meio poroso. Fonte: Dienstmann (2015)42
Figura 9 - Fluxo de massa fluida atravessando uma superfície de referência46
Figura 10 – Modelo geométrico simplificado. Fonte: Fayolle (2016)
Figura 11 – Representação do comportamento não linear adotando o critério de Tresca. Fonte:
Fayolle (2016)
Figura 12 - Representação do comportamento não linear adotando o critério de Drucker-
Prager. Fonte: Fayolle (2016)58
Figura 13 - Comparativo entre as distribuições iniciais de poropressão
Figura 14 - Validação da nova proposta de distribuição inicial de poropressão - dados
experimentais67
Figura 17 - Perfil de resistência ao cisalhamento não drenada do vane test com a profundidade
para as argilas estudadas por Roy e Leblanc (1988)71
Figura 18 - Resultados experimentais e numéricos do torque normalizado vs. velocidade
normalizada para o sítio de Saint-Alban
Figura 19 - Resultados experimentais e numéricos do torque normalizado vs. velocidade
normalizada para o sítio de Saint-Louis76
Figura 20 - Curva característica de drenagem obtida através do modelo numérico para o sítio
de Saint-Alban

Figura 21 - Curva característica de drenagem obtida através do modelo numérico para o sítio
de Saint-Louis de Bonsecours
Figura 22 - Distribuições radiais de (a) tensão radial e (b) módulo das tensões desviadoras
para os ensaios de Saint Alban79
Figura 23 - Distribuições radiais de (a) módulo das deformações desviadoras e (b)
deformações volumétricas para os ensaios de Saint Alban80
Figura 24 - Distribuição radial de poropressão para os ensaios de Saint Alban80
Figura 25 - Perfis de resistência não drenada obtida através do vane test para uma argila da
Barra da Tijuca
Figura 26 - Resultados experimentais e numéricos do torque normalizado vs. Velocidade
normalizada para a argila de Crespo Neto (2004), profundidade = 8,5 metros
Figura 27 - Resultados experimentais e numéricos de torque normalizado vs. velocidade
normalizada para a argila de Crespo Neto (2004), profundidade = 9,5 metros85
Figura 28 - Curva característica de drenagem obtida através do modelo numérico para a argila
de Crespo Neto (2004), profundidade = 8,5 metros
Figura 29 - Curva característica de drenagem obtida através do modelo numérico para a argila
de Crespo Neto (2004), profundidade = 9,5 metros
Figura 30 - Torques normalizados para diferentes taxas de rotação em função da
condutividade hidráulica91
Figura 31 - Curvas características de drenagem para diferentes taxas de rotação em função da
condutividade hidráulica ($a_p = 5R$)
Figura 32 - Normalização das curvas características de drenagem: normalização v/k
$(a_p = 5R)93$
Figura 33 - Normalização das curvas características de drenagem: normalização V*
$(a_p = 5R)93$
Figura 34 - Curvas de torque normalizado para materiais com diferentes resistências:
normalização v/k ($a_p = 5R$)95
Figura 35 - Curvas características de drenagem para materiais com diferentes resistências:
normalização v/k ($a_p = 5R$)96
Figura 36 - Variação da razão entre os torques drenado e não drenado em função do ângulo de
atrito do material ($a_p = 5R$)

Figura 37 - Curvas características de drenagem para materiais com diferentes resistências:
normalização V* ($a_p = 5R$)
Figura 38 - Curvas de torque normalizado para materiais de diferentes rigidezes iniciais:
normalização v/k ($a_p = 5R$)100
Figura 39 - Curvas características de drenagem para materiais de diferentes rigidezes iniciais:
normalização v/k ($a_p = 5R$)100
Figura 40 - Curvas características de drenagem para materiais de diferentes módulos
cisalhantes iniciais: normalização V* ($a_p = 5R$)
Figura 41 - Curvas de torque normalizado para materiais de diferentes módulos volumétricos:
normalização v/k ($a_p = 5R$)
Figura 42 - Curvas características de drenagem para materiais de diferentes módulos
volumétricos: normalização v/k ($a_p = 5R$)
Figura 43 – Variação da razão entre os torques drenado e não drenado em função do módulo
volumétrico ($a_p = 5R$)
Figura 44 - Curvas características de drenagem para materiais de diferentes módulos
volumétricos: normalização V* ($a_p = 5R$)
Figura 45 - Curvas de torque normalizado para materiais de diferentes tamanhos de raio de
influência: normalização v/k108
Figura 46 - Variação da razão entre os torques drenado e não drenado em função do tamanho
da zona de influência108
Figura 47 - Curvas características de drenagem para materiais de diferentes raios de
influência: normalização v/k109
Figura 48 - Curvas características de drenagem para materiais de diferentes raios de
influência: normalização V*110
Figura 49 – Curvas características de drenagem no espaço $U^* \times \frac{v}{k} I_r$
Figura 50 - Razão entre torques em função de Ir para diferentes ângulos de atrito
Figura 51 - Levantamento planimétrico e localização das estações de ensaios para a Barragem
dos Peixes. Fonte: Hlenka, 2012
Figura 52 – Perfis de (a) pesos específicos e (b) teor de umidade do rejeito de zinco estudado.
Fonte: Hlenka, 2012

Figura 53 - Perfis de (a) tensão efetiva vertical, (b) OCR e (c) índice de vazios do rejeito de
zinco estudado. Fonte: adaptado de Hlenka, 2012
Figura 54 - Resultados de (a) q_t , (b) $u_2 e u_0$, (c) f_s , (d) $B_q e$ (e) V_s do piezocone sísmico
para a estação PZC01. Fonte: Hlenka, 2012119
Figura 55 - Resultados de (a) q_t , (b) $u_2 e u_0$, (c) f_s , (d) $B_q e$ (e) V_s do piezocone sísmico
para a estação PZC02. Fonte: Hlenka, 2012119
Figura 56 - Resultados de (a) q_t , (b) $u_2 e u_0$, (c) f_s , (d) $B_q e$ (e) V_s do piezocone sísmico
para a estação PZC03. Fonte: Hlenka, 2012120
Figura 57 - Curva torque versus rotação do ensaio de palheta da estação PZC02 a 4 metros de
profundidade. Fonte: Hlenka, 2012
Figura 58 - Resultados dos ensaios de palheta para as estações (a) PZC01, (b) PZC02 e (c)
PZC03. Fonte: Hlenka, 2012
Figura 59 - Curva característica de drenagem obtida para os resíduos de zinco. Fonte:
adaptado de Hlenka, 2012
Figura 60 - Perfis de torques numéricos e experimentais para as estações (a) PZC01, (b)
PZC02 e (c) PZC03
Figura 61 - Curvas numéricas de (a) torque normalizado e (b) grau de drenagem em função de
v/k para a estação PZC01
Figura 62 - Curvas numéricas de (a) torque normalizado e (b) grau de drenagem em função de
v/k para a estação PZC02
Figura 63 - Curvas numéricas de (a) torque normalizado e (b) grau de drenagem em função de
v/k para a estação PZC03
Figura 64 - Resultados numéricos do grau de drenagem das simulações propostas para o
rejeito de zinco
Figura 65 - Representação aproximada de Drucker-Prager e Mohr-Coulomb no plano pi.
Fonte: Fayolle (2016)

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades das argilas estudadas por Roy e Leblanc (1988).70
Tabela 2 - Parâmetros adotados para as simulações de Roy e Leblanc (1988)74
Tabela 3 - Propriedades da argila estudada por Crespo Neto (2004) entre as profundidades de
8 e 9 metros
Tabela 4 - Parâmetros adotados nas simulações da argila estudada por Crespo Neto (2004)82
Tabela 5 - Parâmetros utilizados nas análises paramétricas iniciais. 90
Tabela 6 - Parâmetros utilizados nas análises paramétricas de resistência94
Tabela 7 - Parâmetros utilizados nas análises paramétricas de rigidez inicial (G ₀)99
Tabela 8 - Parâmetros utilizados nas análises paramétricas de modulo volumétrico (K) 102
Tabela 9 - Parâmetros utilizados nas análises paramétricas do raio de influência (a_p) 106
Tabela 10 - Resultado das análises granulométricas. Fonte: Hlenka, 2012
Tabela 11 - Parâmetros de adensamento. Fonte: Hlenka, 2012
Tabela 12 - Avaliação do módulo cisalhante inicial do rejeito de mineração de zinco através
do ensaio do piezocone sísmico
Tabela 13 - Parâmetros adotados nas simulações numéricas em rejeitos de mineração 125

SUMÁRIO

1. INT	RODUÇÃO	20
1.1.	RELEVÂNCIA E JUSTIFICATIVA DO TEMA	20
1.2.	OBJETIVOS	22
2. ENS	SAIO DE PALHETA E QUADRO DE ANÁLISE	24
2.1.	ENSAIO DE PALHETA	24
2.1.	1. Equipamentos e procedimentos	25
2.1.	2. Interpretação do ensaio	28
2.1.	3. Fatores controlando o ensaio	30
2	.1.3.1. Espessura das palhetas	30
2	.1.3.2 Tempo de espera entre a inserção e rotação da palheta	32
2	.1.3.3 Velocidade de rotação	34
2.1.	4. Efeitos de drenagem parcial	36
2.2.	CONCEITOS BÁSICOS DA POROMECÂNICA	40
2.2.	1. Deformações do esqueleto sólido	42
2.2.	2. Transporte de massa fluida em um meio poroso	44
2	.2.2.1 Lei de conservação da massa	44
2	.2.2.2. Lei de Darcy	47
2.2.	3. Equações constitutivas da poroelasticidade	48
3. MO	DELO POROELÁSTICO NÃO LINEAR PARA INTEPRETAÇÃO DO ENSAIO) DE
PALH	ETA	50
3.1.	EQUAÇÕES GOVERNANTES	51
3.2.	FORMULAÇÃO POROELÁSTICA NÃO LINEAR: CRITÉRIO DE TRESCA	54
3.3.	FORMULAÇÃO POROELÁSTICA NÃO LINEAR: CRITÉRIO DE DRUCK	KER-
PRA	AGER	56
3.4.	EQUAÇÃO DE DIFUSÃO DA POROPRESSÃO	58
3.5.	DISTRIBUIÇÃO INICIAL DO EXCESSO DE POROPRESSÃO	62
3.6.	FORMULAÇÃO DE UMA NOVA FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO INICIAL	DO
EXC	CESSO DE POROPRESSÃO	65
4. VA	LIDAÇÃO DO MODELO EM POROELASTICIDADE NÃO LINEAR	69
4.1.	APLICAÇÃO DO MODELO A RESULTADOS EXPERIMENTAIS EM SOLOS	5 DE
BA	IXA PERMEABILIDADE	69
4	.1.1. Argilas Siltosas – Roy e Leblanc (1988)	70

4.1.2. Argilas Siltosas – Crespo Neto (2004)	
4.2. CONSIDERAÇÕES GERAIS	
5. ANÁLISE PARAMÉTRICA	
5.1. VELOCIDADE DE ROTAÇÃO E CONDUTIVIDADE	HIDRÁULICA:
NORMALIZAÇÃO V/K	
5.2. ÂNGULO DE ATRITO	94
5.3. RIGIDEZ DO MATERIAL	
5.3.1. Módulo cisalhante inicial G_0	
5.3.2. Módulo volumétrico K	
5.4. RAIO DE INFLUÊNCIA a_p	
5.5. ÍNDICE DE RIGIDEZ I_r .	110
5.6. CONSIDERAÇÕES GERAIS	
6. APLICAÇÃO DO MODELO A ENSAIOS DE PALHETA EM	REJEITOS DE
MINERAÇÃO	
6.1. RESÍDUO DE ZINCO – HLENKA (2012)	
6.1.1. Caracterização do rejeito de mineração de zinco	
6.1.2. Análise através do modelo poroelástico dos ensaios de campo	
6.2. CONSIDERAÇÕES GERAIS	
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	
7.1. CONCLUSÃO	
7.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos romanos:

- a_p Extensão da zona de influência
- *da* Área infinitesimal
- <u>B</u> Tensor de Biot
- *b* Coeficiente de Biot
- C Torque
- C_0 Torque medido em um ensaio com duração de 0,1 minutos
- C_1 Torque medido no ensaio mais lento
- C_{DR} Torque drenado
- C_{ND} Torque não drenado
- C_h Torque horizontal
- C_{ν} Torque vertical
- \underbrace{C}_{\equiv} Tensor constitutivo elástico
- c' Coesão efetiva
- c_f Coeficiente de difusão
- c_h Coeficiente de adensamento horizontal
- c_v Coeficiente de adensamento vertical

- *D* Diâmetro da palheta/cilindro rígido
- *e* Índice de Vazios
- <u>e</u>, Vetor unitário radial
- \underline{e}_{θ} Vetor unitário rotacional
- \underline{e} Tensor de deformações de Green-Lagrange
- e_p Espessura das palhetas
- F(t) Função de integração
- f(r) Função de deslocamento rotacional
- *g* Aceleração da gravidade
- g(r) Função de deslocamento radial
- *G* Módulo cisalhante (Segunda constante de Lamé)
- G_{eq} Módulo cisalhante equivalente
- G_0 Módulo cisalhante inicial
- *H* Altura da palheta
- *h* Limite em tração isotrópica de Drucker Prager
- *IP* Índice de plasticidade
- I_r Índice de rigidez
- J Jacobiano da transformação
- J_f Quantidade de vazão de massa fluída por área infinitesimal
- J_0 Função de Bessel de primeira espécie e ordem 0

- J_1 Função de Bessel de primeira espécie e ordem 1
- *L* Comprimento característico
- *LL* Limite de Liquidez
- *LP* Limite de Plasticidade
- *K* Módulo volumétrico do meio poroso
- *K*_s Módulo volumétrico do grão constituinte
- K_{w} Módulo volumétrico do fluído intersticial
- *k* Condutividade hidráulica do meio isotrópico
- k_{cis} Resistência ao cisalhamento de Tresca
- k_{dp} Parâmetro do material de Drucker Prager
- k_v Condutividade hidráulica vertical
- k_h Condutividade hidráulica horizontal
- \underline{k} Tensor de condutividade hidráulica
- *M* Módulo de Biot
- M_{cs} Inclinação da linha do estado crítico
- dM_0 Massa infinitesimal inicial
- *m* Variação da massa fluída
- *n* Porosidade Euleriana
- <u>*n*</u> Vetor normal à superfície
- OCR Razão de sobre adensamento

- p Poropressão
- *p_a* Pressão atmosférica
- *p* ' Tensão média efetiva
- p_{c0} Tensão média efetiva inicial
- Δp Variação da poropressão
- q Tensão desvio
- *R* Raio da palheta/cilindro rígido
- r Distância radial
- r_0 Massa específica inicial do meio poroso
- S_t Sensitividade do solo
- S_u Resistência não drenada ao cisalhamento
- $S_{u,r}$ Resistência não drenada ao cisalhamento no estado amolgado
- *T* Coeficiente de atrito de Drucker Prager
- *T** Fator tempo
- t Tempo
- t_f Tempo até a ruptura
- U^* Grau de drenagem
- *u* Excesso de poropressão
- u_{max} Excesso de poropressão máximo
- u_t Excesso de poropressão no tempo t

- u_0 Excesso de poropressão inicial
- $u_{0,\text{max}}$ Excesso de poropressão inicial máximo
- *V** Velocidade adimensional
- V_0 Torque medido no ensaio de duração igual a 0,1 minuto
- V_{∞} Torque medido no ensaio com longa duração
- V_t Torque medido no ensaio de duração t
- \underline{V} Vetor velocidade de Darcy
- v Velocidade de rotação da palheta
- v_c Velocidade de cravação do cone
- \underline{x} Vetor de posição
- *w_{nat}* Umidade natural do solo
- \underline{w} Vetor de fluxo
- Y_0 Função de Bessel de segunda espécie e ordem 0
- Y_1 Função de Bessel de segunda espécie e ordem 1
- <u>1</u> Tensor unitário

Símbolos gregos:

- *α* Rotação
- α_{DP} Parâmetro do material de Drucker Prager
- $\alpha_{\rm max}$ Rotação máxima

- α_p Razão de perímetro
- γ_w Peso específico da água
- ε_d Módulo do tensor desviador de deformações
- $\varepsilon_{\rm ref}$ Deformação de referência
- ε_v Deformação volumétrica
- $\underline{\varepsilon}$ Tensor linearizado de deformação
- θ Direção ortoradial
- θ_L Ângulo de Lode
- λ Primeira constante de Lamé
- *v* Coeficiente de Poisson
- ξ_r Deslocamento radial
- ξ_{θ} Deslocamento rotacional
- ξ Tensor de deslocamentos
- ρ^{f} Massa específica do fluído
- ρ^s Massa específica do esqueleto sólido
- ρ_0^f Massa específica inicial do fluído
- ρ_0^s Massa específica inicial do esqueleto sólido
- σ_d Módulo do tensor desviador de tensões
- σ_{rr} Componente de tensão radial

- $\sigma_{r\theta}$ Componente de tensão ortoradial
- $\sigma_{\scriptscriptstyle heta \theta}$ Componente de tensão ortogonal
- σ_v Tensão efetiva vertical
- σ_h Tensão efetiva horizontal
- $\underline{\sigma}$ Tensor de tensões totais
- $\underline{\sigma}$ ' Tensor de tensões efetivas
- $\underline{\sigma}_0$ Tensor de tensões iniciais
- $\Delta \underline{\sigma}$ Tensor de variação de tensões
- au Tensão cisalhante
- φ Ângulo de atrito
- ϕ Porosidade Lagrangiana
- ϕ_0 Porosidade Lagrangiana inicial
- $\Delta \phi$ Variação da porosidade Lagrangiana
- $d\Omega$ Volume infinitesimal do meio poroso
- $d\Omega_0$ Volume infinitesimal inicial do meio poroso
- $d\Omega^{p}$ Volume infinitesimal dos poros conectados
- $d\Omega^t$ Volume infinitesimal do meio poroso no instante t
- ω Velocidade angular

1. INTRODUÇÃO

A presente dissertação tem por objetivo a modelagem de ensaios de palheta realizados em rejeitos de mineração, um material de característica siltosa, o qual pode desenvolver drenagem parcial dependendo da taxa de cisalhamento. A análise será sustentada por um modelo simplificado em poroelasticidade não linear, validado por ensaios experimentais em materiais de baixa permeabilidade, buscando interpretar as condições de drenagem dos ensaios a partir das chamadas curvas características de drenagem.

No presente capítulo, são descritos os aspectos que dão relevância ao trabalho e contextualizam a importância do tema. Inicialmente é apresentada uma breve introdução do ensaio de palheta e do problema de drenagem parcial para, posteriormente, descrever os objetivos desta dissertação.

1.1. RELEVÂNCIA E JUSTIFICATIVA DO TEMA

Dentre as técnicas de investigação geotécnica, o ensaio de palheta (*vane test*) destaca-se na prospecção de depósitos de argilas moles, principalmente devido à sua simplicidade, baixo custo e rápida execução. Dentre as premissas básicas do ensaio, exige-se que o cisalhamento ocorra sem drenagem, de modo que o torque medido pela unidade de leitura seja uma avaliação da resistência "não drenada" ao cisalhamento do solo. Este sendo um parâmetro chave para a avaliação de empreendimentos geotécnicos sobre solos de granulometria fina.

A mecânica dos solos clássica aborda o comportamento geotécnico em duas grandes frentes distintas: comportamento de areias e comportamento de argilas. No primeiro caso, o solo se caracteriza por possuir partículas com diâmetro superior a 0,06 mm e alta permeabilidade (condutividade hidráulica k geralmente acima de 10^{-5} m/s), o que se traduz em um comportamento drenado perante os carregamentos convencionais. Já em solos argilosos, estes se caracterizam por possuírem em sua maior parte partículas inferiores a 0,002 mm e baixa permeabilidade (condutividade hidráulica usualmente k inferior a 10^{-8} m/s), acarretando em um comportamento não drenado em curto prazo para os problemas típicos da engenharia. Neste contexto, a avaliação de parâmetros geotécnicos através de métodos de investigação em campo, estabelece que a taxa de carregamento padrão para os ensaios deva ser tal que, durante a execução do ensaio, obtenha-se uma resposta drenada para solos arenosos e não drenada

para solos argilosos. Assim, a interpretação clássica destes ensaios permite a avaliação direta dos parâmetros constitutivos envolvidos em problemas típicos da engenharia geotécnica.

Solos denominados siltosos, que apresentam granulometria intermediária a estes dois grupos, representam uma importante parcela na mecânica dos solos atual. Esta faixa granulométrica incorpora em grande parte os rejeitos de mineração, material oriundo de processos físicos e químicos do beneficiamento de minérios, setor essencial à economia de um país. Tal material destaca-se pelo comportamento distinto de outros geomateriais e vem sendo estudado nas últimas décadas devido aos riscos ambientais atrelados ao seu processo de disposição convencional em barragens (VICK, 1983).

A execução de ensaios de campo, como palheta e piezocone, em resíduos de mineração é prática que requer atenção. Materiais de granulometria siltosa são conhecidos por apresentarem permeabilidade intermediária $(10^{-5} < k < 10^{-8} m/s)$ e, neste cenário, a aplicação da velocidade padrão do ensaio de palheta (6 deg/min) não garante que a evolução ocorra de forma completamente não drenada, sendo então o seu emprego questionável (e. g. BEDIN, 2006; SCHNAID, 2009; GAUER, 2010; HLENKA, 2012; DIENSTMANN, 2015; GAUER, 2015; FAYOLLE, 2016). A problemática se acentua quando o cisalhamento ocorre sob drenagem parcial, induzindo a uma estimativa errônea da resistência obtida. Caso haja a ocorrência deste fenômeno, ocorrerá um aumento das tensões efetivas no solo, que implicarão em um aumento da rigidez e da resistência do material, em contraponto aos valores obtidos em condições não drenadas.

Portanto, a definição das condições de drenagem durante a execução do ensaio de palheta (*vane test*) em solos não convencionais é de extrema importância para a correta avaliação dos parâmetros a serem determinados. Neste contexto, as chamadas curvas características de drenagem (relação entre uma velocidade normalizada do ensaio e o grau de drenagem) foram desenvolvidas de forma a definir um padrão de comportamento através do qual se possa determinar a velocidade do ensaio para atingir as condições de drenagem desejadas. Esta técnica foi inicialmente abordada por Blight (1968), definindo limites que garantem resistências totalmente drenadas ou não drenadas para siltes e rejeitos de mineração.

Em sua tese, Dienstmann (2015) propõe um modelo numérico que visa reproduzir os campos de deslocamentos e tensões, bem como a poropressão induzida, durante a rotação de um cilindro rígido em um meio poroelástico não linear homogêneo. Este modelo configura uma

abordagem conceitual simplificada do ensaio de palheta, apoiando-se sobre os princípios de fluxo de Biot (1941) e a teoria da poroelasticidade, buscando obter analiticamente as curvas características de drenagem. De modo a incorporar hipóteses desconsideradas no modelo de Dienstmann (2015), Fayolle (2016) em sua dissertação elaborou um complemento ao modelo original que considera tanto os deslocamentos rotacionais produzidos pela rotação do cilindro quanto os deslocamentos radiais gerados pela dissipação da poropressão, aprimorando assim o modelo inicial.

Baseado nos trabalhos supracitados, o presente estudo visa à aplicação do modelo em poroelasticidade não linear a ensaios de palheta executados em rejeitos de mineração. Assim sendo, propõe-se inicialmente uma alteração na função que descreve a distribuição inicial de poropressão, seguida pela validação do modelo, comparando as predições obtidas numericamente a resultados clássicos de ensaios de palheta em materiais de baixa permeabilidade. Posteriormente, é realizada uma avaliação paramétrica dos parâmetros envolvidos no modelo numérico, visando identificar a sensibilidade destes tanto nas curvas características de drenagem quanto na resistência mobilizada durante o cisalhamento. Por fim, as predições do modelo são aplicadas a resultados de ensaios de palheta executados sob diferentes taxas de rotação em uma barragem de rejeitos de zinco.

1.2. OBJETIVOS

O objetivo geral desta pesquisa consiste em aplicar o modelo numérico em poroelasticidade não linear a resultados experimentais do ensaio de palheta, identificando as condições de drenagem e suas curvas características. Como objetivos específicos têm-se:

- Formular uma função que descreva a distribuição radial da poropressão inicial gerada pela cravação do cilindro rígido no solo, compatível com as condições de fluxo na parede do cilindro e na região não afetada pela inserção da sonda. O cilindro é entendido como uma geometria conceitual simplificada que pode auxiliar na interpretação de ensaios de campo como uma palheta, e/ou fundações profundas.
- Confrontar as predições numéricas obtidas através do modelo a resultados experimentais do ensaio de palheta em materiais de baixa permeabilidade presentes na literatura, buscando identificar as condições de drenagem em que os ensaios foram

realizados e comparar os torques obtidos numérica e experimentalmente, de modo a validar e calibrar o modelo poroelástico para materiais de permeabilidade intermediária.

- Realizar uma análise da sensibilidade (variação paramétrica) dos parâmetros envolvidos no modelo numérico, buscando a influência destes no torque desenvolvido e nas curvas características de drenagem.
- Aplicar o modelo a resultados de ensaios de palheta em rejeitos de mineração de zinco, buscando identificar as condições de drenagem em que estes ensaios foram realizados e obter-se a curva característica de drenagem, de modo a identificarem-se limites de velocidade que garantam evoluções completamente drenadas ou não drenadas para estes materiais.

2. ENSAIO DE PALHETA E QUADRO DE ANÁLISE

No presente capítulo apresenta-se uma breve revisão bibliográfica referente ao ensaio de palheta e os conceitos fundamentais da poromecânica utilizados na concepção do modelo numérico. Primeiramente são apresentados os conceitos básicos do *vane test*, como equipamentos e procedimentos do ensaio e sua interpretação clássica na engenharia geotécnica. Em seguida, discutem-se os principais fatores que influenciam os resultados obtidos durante a execução do ensaio de palheta, ressaltando a influência da evolução parcialmente drenada. Por fim, apresentam-se os conceitos fundamentais da poromecânica, como a lei de conservação de massa, a lei de fluxo em um meio poroso e as relações constitutivas que governam um problema em poroelasticidade.

2.1. ENSAIO DE PALHETA

O ensaio de palheta, ou "*Vane Test*" como é conhecido internacionalmente, foi desenvolvido para a determinação *in situ* da resistência não drenada S_u de depósitos argilosos saturados, evitando problemas relacionados à obtenção de amostras indeformadas nestes materiais. Além de que, este ensaio apresenta grandes vantagens quando comparado a outros métodos *in situ*, principalmente devido à sua simplicidade, baixo custo e rapidez de execução.

Dentre as técnicas de investigação geotécnica, o ensaio de palheta é provavelmente o método mais usado para estimar a resistência de argilas moles. O conceito original do ensaio foi desenvolvido na Suécia, em 1919, sendo posteriormente usado como objeto de pesquisa por Cadling e Odenstad (1950), Carlson (1948) e Skempton (1948). Em seu artigo, Flodin e Broms (1981) apresentam um histórico detalhado do seu uso desde 1950.

Segundo Schnaid (2009), o ensaio de palheta também pode ser adotado em outros solos de granulometria fina, como siltes, solos orgânicos, rejeitos de mineração, e outros geomateriais onde se deseje estimar a resistência não drenada ao cisalhamento. Contudo, a premissa básica do ensaio define que a evolução deva ocorrer sem drenagem, sendo, portanto, necessário conhecer a natureza do solo previamente à execução para avaliar sua aplicabilidade e permitir sua correta interpretação.

Ademais, o ensaio possui algumas restrições: (1) este se destina a solos teoricamente uniformes, saturados e coesivos; (2) não é possível a obtenção de amostras, não permitindo uma identificação visual do solo ensaiado, e (3) a superfície de ruptura é imposta no solo (EDEN, 1966).

Em seu trabalho, Eden (1966) apresenta o resultado de ensaios realizados em argilas sensitivas, afirmando que as resistências obtidas apresentam valores maiores e de certa forma mais consistentes com os observados na prática, quando comparado aos obtidos por amostras indeformadas. O autor ainda afirma que esta ferramenta é muito útil em solos moles, apresentando vantagens práticas e econômicas sobre a obtenção de amostras. Contudo, em argilas muito rijas ou quando o solo apresenta tendências expansivas, o emprego do *vane test* é questionável.

2.1.1. Equipamentos e procedimentos

O ensaio consiste em uma palheta de seção cruciforme, possuindo quatro lâminas metálicas fixadas perpendiculares entre si (Figura 1). A largura de duas lâminas corresponde geometricamente ao diâmetro do cilindro que circunscreve à superfície de ruptura D. A palheta é inserida no solo até a profundidade desejada e posteriormente rotacionada a uma velocidade constante, enquanto se registra o torque necessário para produzir esta rotação.

Em relação às dimensões e formatos, a prática padrão adota uma palheta com índice de aspecto – razão entre altura H e diâmetro D - igual a dois (H/D=2). A altura das palhetas normalmente varia de 70 a 200 mm. Palhetas com 65 mm de diâmetro e 130 mm de altura são comumente utilizadas para solos moles, com resistência ao cisalhamento até 50 kPa, enquanto para solos mais rijos, palhetas de 70 a 100 mm de altura são suficientemente grandes para proporcionar uma boa resolução na leitura do torque (SCHNAID, 2009).



Figura 1 – Principais elementos do ensaio de palheta (adaptado de Chandler, 1988).

No Brasil, o ensaio de palheta é normatizado pela Associação Brasileira de Normas Técnicas através da norma ABNT NBR 10905/89. Segundo este documento, a palheta padrão deve ser retangular, com diâmetro de 65 mm, altura de 130 mm e espessura de 1,95 mm. Conforme a norma, o ensaio pode ser realizado com perfuração prévia (tipo B) e subsequente inserção da palheta até a profundidade desejada; ou sem perfuração prévia (tipo A), onde a palheta é cravada estaticamente a partir do nível do terreno, protegida no interior de uma sapata de proteção (Figura 2). Ressalta-se que ensaios executados no interior de uma perfuração prévia (tipo B) são suscetíveis a erros por atrito e translação da palheta, além do alívio de tensões produzido pela perfuração (SCHNAID E ODERBRECHT, 2012).

Uma vez atingida a profundidade desejada inicia-se a rotação da palheta sob uma taxa de 6 deg/min, respeitando um tempo entre a cravação e o inicio da rotação entre 1 e 5 minutos. Para ensaios sem perfuração prévia, a cravação se interrompe 50 cm antes da cota do ensaio e

26

a palheta então é projetada 50 cm abaixo da sapata de proteção, de modo a minimizarem-se efeitos de amolgamento do solo. Posteriormente, executa-se a rotação da mesma.



Figura 2 – Equipamento para o ensaio de palheta in situ (ORTIGÃO E COLLET, 1968).

Durante a rotação, registra-se a evolução do torque produzido em função da rotação imposta. O torque medido é então usado para obter a resistência ao cisalhamento, conforme será visto mais adiante.

Em geral, para solos argilosos e caracterizados por baixa permeabilidade, não há dissipação de poropressão durante a execução do ensaio sob a velocidade padronizada. Porém, ao realizar o ensaio sob esta velocidade (6 deg/min) em solos de permeabilidade maior, uma condição de drenagem parcial significativa pode ocorrer durante o cisalhamento, introduzido erros na avaliação clássica dos resultados, como demonstrado por Blight (1968), Torstensson (1977), Chandler (1988) e Biscontin e Pestana (2001).

2.1.2. Interpretação do ensaio

O torque medido pela unidade de leitura pode ser decomposto em duas partes: horizontal (medido na aresta horizontal da palheta) e vertical (medido na aresta vertical da palheta). De modo a desenvolver-se uma expressão analítica para os torques, algumas premissas são necessárias:

- As tensões de cisalhamento desenvolvidas nas arestas da palheta são retangulares, i. e., a distribuição de tensões é uniforme ao longo das superfícies de ruptura circunscritas na palheta;
- O solo é homogêneo e possui comportamento isotrópico;
- A resposta é não drenada durante a execução do ensaio;
- Não há amolgamento do solo em virtude do processo de cravação;
- São consideradas como superfície de ruptura as superfícies cilíndricas formadas durante a rotação do ensaio;

A parcela C_h do torque, produzida pelas arestas superiores e inferiores do ensaio pode ser obtida através da integração:

$$C_h = 2 \int_0^{D/2} 2\pi R^2 \tau dR$$
 (1.1)

onde *R* é igual ao raio da palheta, *D* o diâmetro e τ é a tensão cisalhante observada na interface do cilindro da superfície de ruptura. Ao se adotar uma distribuição uniforme de tensões, *C*_b resulta em:

$$C_h = \frac{\pi D^3 \tau}{6} \tag{1.2}$$

Já a contribuição do torque devido ao cisalhamento ao longo da superfície lateral (componente vertical), C_v , pode ser calculada a partir de:

$$C_{\nu} = \frac{\pi D^2 H \tau}{2} \tag{1.3}$$

onde H é a altura da palheta. O torque total é obtido, então, pela soma das duas parcelas:

$$C = C_{v} + C_{h} = \frac{\pi D^{2} \tau (D + 3H)}{6}$$
(1.4)

Admitindo-se uma evolução não drenada do cisalhamento, a tensão cisalhante mobilizada τ pode ser considerada igual à resistência não drenada S_u do solo. Tal resistência pode ser então determinada por:

$$S_{u} = \frac{6C}{\pi D^{2}(D+3H)}$$
(1.5)

onde, adotando-se o índice de aspecto padrão H/D=2, se obtêm a expressão convencional da resistência não drenada para o ensaio de palheta:

$$S_u = \frac{6C}{7\pi D^3} \tag{1.6}$$

A norma brasileira ressalta que a interpretação supracitada só possui validade em solos argilosos, saturados, em que se possam admitir condições não drenadas de cisalhamento durante o ensaio, citando limites para materiais com baixa permeabilidade, i. e., inferior a 10^{-7} m/s e coeficiente de adensamento menor que 100 m²/ano, aproximadamente.

O ensaio de palheta também permite uma avaliação da sensitividade da argila através de procedimento normatizado. Depois de atingido o torque máximo, aplicam-se dez revoluções completas à palheta e refaz-se o ensaio para a determinação da resistência amolgada. A sensitividade da argila é então obtida dividindo-se a resistência ao cisalhamento obtida no estado não perturbado pela resistência amolgada.

$$S_t = \frac{S_u}{S_{u,r}} \tag{1.7}$$

onde S_t é a sensitividade da argila, S_u é a resistência ao cisalhamento no estado não perturbado e $S_{u,r}$ é a resistência obtida no estado amolgado, após 10 revoluções completadas da palheta.

2.1.3. Fatores controlando o ensaio

Estudos realizados por Atterberg (1957), Eden e Hamilton (1957), Eden (1966), Flaate (1966), La Rochele et al., (1973), Wiesel (1973), Chandler (1988), Roy e Leblanc (1988), entre outros autores, descrevem fatores que podem influenciar a resistência não drenada obtida através do método convencional de ensaio. Dentre estes, se destacam a espessura das palhetas, o intervalo de tempo entre a inserção e a rotação da palheta, a taxa de rotação e a anisotropia do solo. A seguir serão comentados os principais fatores relacionados à execução do ensaio.

2.1.3.1. Espessura das palhetas

Durante a inserção da palheta no solo, espera-se que haja tanto uma perturbação na orientação das partículas quanto um deslocamento das mesmas. Chandler (1988) apresenta as duas principais consequências deste fenômeno:

- Redução na resistência mobilizada nos arredores da palheta devido a uma destruição local das ligações interpartículas;
- Acréscimo na poropressão ao redor da palheta, devido ao deslocamento local das partículas que, com a subsequente dissipação, resulta em um acréscimo de tensões efetivas.

O autor afirma que ambos os efeitos podem se anular em certo nível, porém a magnitude relativa de cada um é dependente pelo menos em parte da sensitividade da argila, sugerindo que ambos os efeitos são particularmente importantes quando a sensitividade é maior do que quinze ($S_t > 15$).

A perturbação do solo é diretamente proporcional à espessura das palhetas. La Rochelle et al. (1973) investigaram as consequências da inserção do *vane test* para palhetas com altura de 95mm e diâmetro de 47,5 mm com quatro espessuras e_p diferentes, variando de 1,6 mm a 4,7mm. Os resultados de resistência obtidos pelos autores são plotados em função da razão de perímetro (*perimeter ratio*) α_p , dada por:

$$\alpha_p = \frac{4e_p}{\pi D} \tag{1.8}$$

31

Os resultados mostram uma relação clara do aumento da resistência com a diminuição da razão de perímetro (Figura 3). Extrapolando as retas para $\alpha = 0$, obtém-se uma estimativa da resistência não drenada caso a inserção da palheta ocorra sem nenhuma perturbação do solo. Para o solo em questão, este resultado excede o obtido por ensaios convencionais $(e_p = 1,95 \text{ mm})$ em cerca de 35%, sendo esta variação uma função direta da sensitividade da argila.



Figura 3 - Efeito de amolgamento devido à espessura das palhetas (adaptado de La Rochelle et al.,1973).

Roy e Leblanc (1988) realizaram ensaios sob seis espessuras diferentes de palheta em dois sítios localizados na província de Quebec, Canadá. Os resultados podem ser observados na Figura 4, onde a resistência não drenada encontra-se normalizada pela resistência obtida para a espessura padrão (1,95 mm). A figura indica que os valores normalizados variam de acordo com o material estudado e que para ambos os materiais há uma relação direta entre espessura da palheta e resistência mobilizada. Extrapolando estes resultados para a condição teórica de

perturbação nula (espessura igual à zero), a resistência obtida seria 9% e 6,5% maior do que a resistência obtida pelo ensaio padrão (espessura de 1,95 mm) para os dois locais.



Figura 4 – Efeito de amolgamento devido à espessura das palhetas (adaptado de Roy e Leblanc, 1988).

2.1.3.2 Tempo de espera entre a inserção e rotação da palheta

Autores como Flaate (1966), Aas (1967) e Torstensson (1977) relatam um aumento da resistência medida com o aumento do tempo de espera entre a inserção e a rotação da palheta (em comparação com o tempo convencionalmente indicado). Este fato se deve à consolidação causada pelo excesso de pressão gerado no deslocamento das partículas durante a inserção da palheta.

Segundo Chandler (1988), permitir um tempo de espera entre a inserção e a rotação resultará em certa consolidação, e, consequentemente, um aumento na resistência ao cisalhamento. Conforme o autor, em alguns solos, um tempo de espera de uma hora pode causar um aumento de resistência maior do que a redução causada pela perturbação da cravação, logo, recomenda-se que o tempo de espera não ultrapasse cinco minutos, assegurando uma estimativa conservadora da resistência não drenada *in situ*.
Os autores Roy e Leblanc (1988) observaram a influência do tempo de espera para dois locais estudados (Argilas de Saint-Louis de Bonsecours e Saint-Alban), como pode ser observado na Figura 5. Observa-se que com a evolução do tempo, ocorre um aumento significativo na resistência mobilizada, em função da consolidação do solo perturbado pela cravação da palheta. Os ensaios realizados em Saint-Louis de Bonsecours apresentam um aumento de 20% na resistência observada após uma hora de espera entre a inserção e a rotação da palheta, aumentando gradativamente até 21,5% com o passar do tempo. Já os ensaios realizados em Saint-Alban apresentam um crescimento também significativo, porém mais suave (19%), da resistência com o aumento do tempo de espera.



Figura 5 – Influência do tempo de espera para duas argilas canadenses (adaptado de Roy e Leblanc, 1988).

Blight (1968) investigou o efeito do lapso de tempo entre a cravação do *vane* e a aplicação do cisalhamento em rejeitos de gipsita, um material predominantemente siltoso. Seus resultados mostram que um tempo de espera entre 1 e 60 minutos não apresentaram acréscimo substancial no torque medido. Porém, após 24 horas, ouve um aumento de 20% no torque medido. O autor justifica esse fenômeno devido à oxidação da pirita presente no rejeito de ouro, devido ao ar introduzido durante a cravação da palheta. Assim, Blight considera que o lapso entre a inserção e a rotação apresenta pouca influência nos resultados de ensaios de palheta em siltes.

Como pode ser visto, a influência do tempo de espera entre a inserção e a rotação da palheta apresenta um efeito significativo na resistência obtida. Esta variação está ligada ao excesso de

poropressão causado pela inserção da palheta e ao complexo mecanismo de consolidação na argila ao redor do *vane*, que reproduzem um aumento na tensão efetiva do solo e consequentemente um aumento na resistência ao cisalhamento.

2.1.3.3 Velocidade de rotação

De modo a avaliar o efeito da velocidade de rotação no torque medido pelo ensaio de palheta, dois aspectos devem ser levados em consideração. O primeiro diz respeito ao efeito reológico, ou viscoso, onde um aumento da velocidade em condições não drenadas leva a um aumento nas leituras de torque. Já o segundo efeito ocorre quando o coeficiente de consolidação do solo não é suficientemente pequeno, podendo levar a condições de drenagem parcial e consequente consolidação, sendo tanto mais pronunciada quanto menor for a taxa de cisalhamento (CHANDLER, 1988).

Na pesquisa de Roy e Leblanc (1988), os efeitos da velocidade de rotação também foram estudados. A Figura 6 apresenta os resultados obtidos pelos autores para os dois locais de estudo, sendo a resistência não drenada normalizada pela menor resistência obtida. Nota-se que para a taxa de rotação de 0,22 deg/s os autores obtêm a menor resistência, representando a evolução em condições não drenadas. Ao passo que a taxa de rotação diminui, a resistência obtida aumenta devido a efeitos de drenagem parcial durante a rotação. Já para velocidades maiores que 0,22 deg/s, observa-se um leve aumento na resistência medida devido aos efeitos viscosos supracitados.



Figura 6 – Efeito da taxa de rotação da palheta para duas argilas canadenses (adaptado de Roy e Leblanc, 1988).

Torstensson (1977) realizou ensaios de palheta em argilas plásticas da Suécia variando a taxa de rotação da palheta. Os resultados foram obtidos com taxas de rotação variando de 200 a 2.10⁻⁴ deg/min. Cada um dos ensaios foi realizado após 24h de inserção da palheta e as resistências medidas foram normalizadas pelas as resistências obtidas através da velocidade padrão. Por conveniência e falta de conhecimento acerca das taxas de rotação, os resultados foram expressos em função do tempo até a ruptura, onde tempos menores correspondem a maiores velocidades e vice-versa. Diferentemente de outros autores, todos os resultados apresentam uma redução da resistência normalizada com o aumento do tempo até a ruptura. A despeito dessa observação, é provável que nos ensaios mais lentos tenha ocorrido drenagem parcial durante o ensaio. De modo a explicar este comportamento pouco usual, Chandler (1988) supõe que a argila sueca, altamente plástica, apresenta comportamento altamente contrativo e, portanto, em ensaios de baixa velocidade onde a consolidação é esperada, haveria um arqueamento do solo (deformações radiais) ao redor da palheta, resultando em uma redução da resistência medida na interface da palheta com o solo.

A maioria das pesquisas relacionadas ao efeito da velocidade de rotação da palheta data dos anos 80 e avaliam principalmente o efeito de velocidades superiores à velocidade padrão,

demonstrando o efeito reológico que superestima a resistência não drenada das argilas. Como exemplos destas pesquisas, podemos citar Monney (1974), Smith e Richards (1975), Sharifounnasab e Ullrich (1985), Leroueil e Marques (1996), Biscontin e Pestana (2001) entre outros.

Os efeitos da taxa de cisalhamento em outros ensaios de laboratório e campo como ensaios triaixias e ensaios de cone, podem ser encontrados nos trabalhos de Perlow e Richards (1977), Biscontin e Pestana (1999), Randolph e Hope (2004), Bedin (2006), Chung et al. (2006), Kim et al. (2010), Lehane et al. (2009), Klahold (2013), entre outros. De um modo geral observa-se o mesmo comportamento observado em ensaios de palheta: velocidades mais altas levam a um aumento da resistência por efeitos viscosos e velocidades mais baixas que as padrões levam também a um aumento devido a efeitos de drenagem parcial.

A interpretação destes ensaios em velocidades ou materiais não convencionais costuma ser realizada de modo empírico, através da definição de curvas características de drenagem, sendo idealizada por Blight (1968) e posteriormente revisada por Morris e Williams (2000) e Randolph e Hope (2004). Tais métodos de interpretação foram desenvolvidos na tentativa de interpretar resultados de campo e laboratório em solos de condutividade hidráulica intermediária, como siltes e rejeitos de mineração e serão apresentados a seguir.

2.1.4. Efeitos de drenagem parcial

A velocidade padrão do ensaio de palheta busca obter condições não drenadas de cisalhamento em materiais com baixa permeabilidade, em geral argilas, seguindo os conceitos fundamentais do ensaio. Contudo, a interpretação convencional do ensaio em solos de maior permeabilidade é questionável, pois o cisalhamento pode ocorrer sob drenagem parcial, induzindo a uma estimativa errônea da resistência obtida. O mesmo comportamento pode ser esperado ao adotarem-se taxas de rotação menores do que a padronizada em materiais argilosos.

Em seu trabalho, Blight (1968) realizou ensaios de palheta sob diferentes velocidades de rotação e diferentes diâmetros de palhetas em rejeitos de mineração de ouro e gipsita, materiais predominantemente siltosos conforme a distribuição granulométrica apresentada

pelo autor. De modo a apresentar os resultados, o autor define o grau de drenagem U^* em função dos torques registrados, por meio da seguinte equação:

$$U^* = \frac{C - C_0}{C_1 - C_0} \tag{1.9}$$

onde C_1 corresponde ao torque medido no ensaio mais lento (considerado completamente drenado); C_0 é o torque medido em um ensaio com duração de 0,1 minuto (considerado não drenado) e C o torque medido no ensaio em questão.

Para os casos em que há medida da pressão nos poros, Morris e Williams (2000) reescrevem o grau de drenagem em função dos valores de poropressão, de acordo com a expressão:

$$U^* = 1 - \frac{u_t}{u_0} \tag{1.10}$$

onde u_t é o excesso de poropressão em um tempo t e u_0 o excesso de poropressão para t = 0. Dentro desta dimensão, segundo Morris e Williams (2000) um valor de $U^*>95\%$ corresponde a um cisalhamento drenada, enquanto $5\% < U^* < 95\%$ representa evolução parcialmente drenada e $U^* < 5\%$ caracteriza comportamento não drenado durante o cisalhamento.

Uma palheta com diâmetro maior claramente mobiliza um volume maior de solo e, portanto, um tempo maior é necessário para que a drenagem ocorra. De modo a eliminar a influência do diâmetro das palhetas no tempo de drenagem, Blight (1968) plota o grau de drenagem em função de um fator tempo adimensional T^* , definido por:

$$T^* = \frac{c_v t_f}{D^2} \tag{1.11}$$

onde c_v é o coeficiente de consolidação vertical do solo; t_f é o tempo de duração do ensaio de palheta, ou seja, o tempo até a ruptura, e D é o diâmetro da palheta utilizada.

A Figura 7 apresenta os resultados obtidos pelo autor em rejeitos de ouro e gipsita no espaço supracitado (T^* versus U^*). Conforme estes resultados, o aumento do torque com o aumento do tempo até a ruptura é nítido, evidenciando que em taxas de rotação mais lentas ocorre a consolidação do solo nas periferias da palheta.



Figura 7 – Curva de drenagem experimental em rejeitos de mineração (adaptado de Blight, 1968).

Blight (1968) apresenta um modelo teórico para o problema de drenagem durante o ensaio de palheta, de modo a orientar a duração dos ensaios para garantir a condição não drenada. Contudo, a solução das equações diferenciais propostas não é trivial, e, devido à complexidade do fenômeno, o autor propõe algumas hipóteses de simplificação para o problema:

- Todo o excesso de poropressão causado durante a inserção já se dissipou antes da rotação da palheta. Esta hipótese aparenta se justificar pelos dados do autor, mas este ressalta que pode não ser verdade em solos menos permeáveis;
- Ao passo que ocorre a rotação das palhetas, um excesso de poropressão é gerado no solo dentro de uma esfera de influência. Sendo este excesso proporcional ao torque desenvolvido e consequentemente às tensões cisalhantes na superfície de ruptura. A poropressão é considerada uniforme nesta esfera de influência;
- O torque aumenta uniformemente com o tempo até a ruptura, onde a poropressão atinge seu valor máximo, e depois começa a diminuir;
- A esfera de influência é considerada uma superfície de drenagem, ou seja, a poropressão no limite da superfície permanece igual à pressão hidrostática para todos os tempos.

No entanto, baseado em dados experimentais e analíticos mais recentes, Morris e Williams (2000) propõem uma revisão no modelo teórico apresentado por Blight (1968), tendo em vista que este apresenta inconsistências com medidas diretas de poropressão e a variação da resistência em função do lapso de tempo entre a inserção e a rotação da palheta.

Segundo os autores, as hipóteses propostas por Blight (1968) contrariam os dados experimentais apresentados por Kimura e Saitoh (1983) e Wood e Drummond (1986). Estes autores mostraram, através do monitoramento direto da poropressão em argilas e siltes, que o excesso de poropressão inicial gerado pela penetração do *vane* (mesmo sob velocidades pequenas) permanece por diversas horas após a cravação, o que viola uma das premissas básicas do modelo original. Desta forma, as hipóteses simplificadas propostas por Morris e Williams (2000) são:

- Ao passo que o vane é inserido no solo, um excesso de poropressão se desenvolve dentro de uma zona de influência esférica ou cilíndrica. Este excesso atinge seu valor máximo ao final da inserção e declina lentamente após isto.
- A poropressão além da zona de influência é igual à hidrostática, existente antes da inserção, para todos os tempos. Ou seja, a zona de influência também é uma superfície de drenagem.
- A poropressão (média) gerada pela rotação é desprezível perto da gerada pela inserção do vane. Esta hipótese é sustentada pelos dados fornecidos por Matsui e Abe (1981)

A formulação do parâmetro T*, segundo Blight (1968), é representada pela equação (1.11). Sendo o grau de drenagem U* revisado teoricamente por Morris e Williams (2000) através de:

$$U^* = \frac{V_t - V_0}{V_\infty - V_0}$$
(1.12)

onde V_t , V_0 e V_{∞} correspondem, respectivamente, aos torques medidos para ensaios de palheta com tempos até a ruptura t, t=0 e $t=\infty$. Contudo, nos modelos teórico de Blight (1968) e Morris e Williams (2000), o excesso de poropressão gerado não é determinado da mesma forma. No trabalho de Morris e Williams (2000), o excesso de poropressão se caracteriza resolvendo a equação governante do problema de fluxo, mas levando em consideração uma condição inicial de excesso de poropressão inicial devido à inserção da palheta no solo. O autor finaliza seu trabalho comparando as curvas de drenagem obtidas pelo seu modelo com diversos dados presentes na literatura.

Randolph e Hope (2004) em seu trabalho avaliaram a influência da velocidade de cravação em ensaios de piezocone para argilas normalmente adensadas, utilizando velocidades distintas entre 0,005 e 3,0 mm/s. Os autores introduziram uma velocidade adimensional V^* , semelhante ao fator tempo T^* apresentado por Blight (1968), dado por:

$$V^* = \frac{v_c D}{c_v} \tag{1.13}$$

onde c_v é o coeficiente de adensamento vertical, v_c é a velocidade de cravação do cone e D é o diâmetro do cone. Esta velocidade normalizada possui uma relação direta com o tempo t_f do fator tempo T^* , pois, em ensaios de palheta, a velocidade $v = R\omega$ é definida como uma velocidade tangencial da palheta da palheta em função do raio R e a velocidade angular ω (rad/s). Ou seja, as curvas de drenagem $U^* \times V^*$ são equivalentes a $U^* \times T^*$.

Em alguns trabalhos, como o de Randolph e Hope (2004) e Dienstmann et. al., (2018a), a velocidade adimensional V* é expressa em função do coeficiente de adensamento horizontal c_h , tendo em vista que este pode ser determinado diretamente por ensaios de dissipação do piezocone. Para um mesmo solo, o coeficiente de adensamento horizontal se relaciona diretamente com o vertical através de: (SCHNAID, 2012).

$$c_h = \frac{k_v}{k_h} c_v \tag{1.14}$$

onde k_v e k_h correspondem respectivamente às permeabilidades verticais e horizontais do solo.

2.2. CONCEITOS BÁSICOS DA POROMECÂNICA

Segundo Coussy (2004), define-se um meio poroso como um meio contínuo, heterogêneo, composto por uma matriz sólida (ou esqueleto) e um conjunto de poros preenchidos por um fluído, que podem ser interconectados ou inclusos. Os poros interconectados são o espaço

onde o fluído pode escoar, de modo que esta fase permaneça contínua. Já a matriz é composta tanto de sólidos quanto de possíveis poros oclusos dentro das partículas sólidas, onde o escoamento não é possível. O termo "porosidade" refere-se à razão entre o volume de poros interconectados e o volume total do meio.

Um fluído é uma substância amorfa onde as moléculas podem-se mover livremente perante as outras. Ou seja, um fluído em repouso é incapaz de suportar tensões cisalhantes, escoando irreversivelmente sobre este tipo de ação. Como resultado, as leis que governam o comportamento mecânico dos fluídos dependem exclusivamente de sua configuração atual, sendo assim, sua descrição é Euleriana. Em contraste, um sólido é uma substância onde as moléculas permanecem cercadas pelas mesmas moléculas, de forma estruturada. Ao contrário de um fluído, um sólido responde ao cisalhamento deformando-se. Desta forma, as equações de estado que governam o comportamento mecânico de um sólido sempre envolvem sua configuração inicial de referência, ou seja, a descrição é Lagrangiana (COUSSY, 2010).

Como a descrição Lagrangiana não é relevante para formular as equações de estado de um fluído, nem a descrição Euleriana é relevante para formular as equações de um sólido, a poromecânica surge como uma solução para este problema. Neste contexto, destaca-se a contribuição dos trabalhos de Maurice Biot (1905-1985) nos quais o conceito básico do comportamento de um sólido poroso é definido: o sólido poroso pode ser visto como um sistema aberto deformável trocando massa fluída com a sua vizinhança. O sistema termodinâmico associado é uma mistura sólido-fluída onde as condições de fronteira materiais são às delimitadas pelo sólido poroso. Como estas fronteiras sempre permanecem as mesmas, uma descrição Lagrangiana é adequada para encontrar as equações de estado de um sólido poroso (COUSSY, 2010).

Considerando-se uma escala macroscópica, de problemas típicos de engenharia, o meio poroso é tratado pela mecânica do contínuo como a superposição de duas fases, uma sólida e outra fluída, ambas contínuas. Ou seja, para qualquer instante de tempo, cada partícula sólida corresponde geometricamente a uma partícula de fluído intersticial.



Figura 8 – Idealização macroscópica do meio poroso. Fonte: Dienstmann (2015).

Portanto, estudar o comportamento poromecânico de um meio poroso consiste em descrever tanto as deformações do esqueleto sólido quanto a cinética do fluído presente nos poros interconectados. Na teoria poroelástica, a matriz sólida possui um comportamento descrito pelos princípios da elasticidade e o fluído é tratado como um material viscoso, que escoa segundo uma lei de fluxo: a Lei de Darcy.

As primeiras noções de poroelasticidade como o princípio que rege a interação entre esqueleto sólido e fluido intersticial foi abordada por Terzaghi (1936) em seu trabalho sobre a teoria do adensamento. Porém, uma descrição mais completa e o cunhamento do termo "meio poroelástico" coube ao trabalho de Biot (1941).

Neste capítulo, serão descritos brevemente os princípios básicos da poroelasticidade, abordando as deformações do meio sólido, bem como a hipótese de pequenas perturbações, os princípios de conservação de massa e a lei de fluxo, os quais são necessários para a caracterização do comportamento poroelástico do meio poroso.

2.2.1. Deformações do esqueleto sólido

As deformações do meio poroso implicam em uma variação volumétrica, que deve ser transcrita em função da porosidade. Como definido anteriormente, a porosidade é definida como a razão entre o volume infinitesimal de poros interconectados $d\Omega^p$ e o volume infinitesimal do meio poroso $d\Omega$. A porosidade Lagrangiana ϕ pode então ser expressa por:

$$\phi = \frac{d\Omega^p}{d\Omega} \tag{1.15}$$

Em contraste, a porosidade também pode ser escrita em uma configuração Euleriana, se referindo ao volume na configuração atual $d\Omega_t$. A porosidade Euleriana *n* relaciona-se com a descrição Lagrangiana através de:

$$\phi = Jn \tag{1.16}$$

onde *J* é o jacobiano da transformação. Na descrição local da transformação, o jacobiano relaciona o volume infinitesimal inicial do meio poroso $d\Omega_0$ com o volume infinitesimal do estado atual $d\Omega_t$ pela seguinte expressão:

$$d\Omega_t = Jd\Omega_0 \tag{1.17}$$

Como na elasticidade convencional, a abordagem poroelástica pode adotar os critérios de pequenas perturbações ou de grandes deformações. Para que o meio poroso seja descrito como um meio poroelástico linear, as deformações do esqueleto devem satisfazer a hipótese das pequenas perturbações (HPP). Isto implica que as deformações da fase sólida devem ser suficientemente pequenas. Deste modo, as seguintes condições devem ser atendidas:

- 1. $\|\nabla \underline{\xi}\| \ll 1$: As transformações do meio permanecem infinitesimais, ou seja, $J \approx 1$;
- 2. $\left\|\frac{\underline{\xi}}{L}\right\| << 1$: Os deslocamentos são muito pequenos em relação às dimensões características da estrutura, ou seja, do esqueleto sólido;

3.
$$\left|\frac{\phi - \phi_0}{\phi_0}\right| << 1$$
: A porosidade sofre apenas pequenas variações;

4.
$$\left|\frac{\rho^f - \rho_0^f}{\rho_0^f}\right| \ll 1$$
: A massa específica do fluído sofre pequenas variações

Adotando-se os critérios acima (HPP), as configurações Lagrangiana e Euleriana podem ser fundidas. Contudo, o conceito de deslocamento/deformação só é pertinente na configuração Lagrangiana. Sobre estas condições, o tensor de Green-Lagrange <u>e</u> pode ser simplificado

desprezando-se os termos de segunda ordem, obtendo-se então o tensor linearizado de deformação $\underline{\varepsilon}$:

$$\underline{\underline{e}} = \frac{1}{2} (\nabla \underline{\underline{\xi}} + {}^{t} \nabla \underline{\underline{\xi}} + {}^{t} \nabla \underline{\underline{\xi}} \cdot \nabla \underline{\underline{\xi}}) \qquad \Longrightarrow \qquad \underline{\underline{e}} \approx \underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\nabla \underline{\underline{\xi}} + {}^{t} \nabla \underline{\underline{\xi}}) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}$$
(1.18)

onde $\underline{\xi}$ é o tensor dos deslocamentos e $\nabla \underline{\xi}$ é o gradiente dos deslocamentos. A hipótese de pequenas perturbações será adotada durante este trabalho.

2.2.2. Transporte de massa fluida em um meio poroso

Em poromecânica, um meio poroso é formulado como um meio aberto, capaz de trocar com o exterior o fluido presente nos seus poros interconectados. Para que a caracterização do meio poroso seja consistente, esta deve respeitar o princípio físico da conservação de massa. Na sequência apresentam-se os conceitos que levam à equação que caracteriza a lei de conservação de massa.

2.2.2.1 Lei de conservação da massa

Como ponto de partida, adota-se a hipótese que toda a variação de massa do volume poroso será representada pela variação de massa fluida. Para a descrição da variação de massa, considera-se uma partícula de volume elementar $d\Omega_0$ na configuração de referência, contida em um volume Ω_0 onde sua massa dM_0 pode ser obtida por:

$$dM_0 = r_0 d\Omega_0 \tag{1.19}$$

onde r_0 é a massa específica do meio poroso na configuração inicial, definida por:

$$r_0 = \rho_0^s (1 - \phi_0) + \rho_0^f \phi_0 \tag{1.20}$$

sendo ρ_0^s e ρ_0^f respectivamente a massa específica inicial da matriz sólida e do fluído intersticial. Em um tempo qualquer *t*, a expressão se escreve, respectivamente:

$$dM = rd\Omega \tag{1.21}$$

45

com $r = \rho^s (1-\phi) + \rho^f \phi$. Para que o ocorra uma variação de massa, é necessário então definir-se uma variação de massa fluída *m* por unidade de volume inicial entre a configuração inicial e uma configuração *t* a partir da seguinte relação:

$$dM = (r_0 + m)d\Omega_0 = dM_0 + md\Omega_0 \tag{1.22}$$

No movimento do esqueleto, a conservação de massa da fase sólida se traduz por:

$$\rho_0^s (1-\phi_0) d\Omega_0 = \rho^s (1-\phi) d\Omega \tag{1.23}$$

onde, admitindo-se a primeira condição da hipótese das pequenas perturbações, tem-se $d\Omega \simeq d\Omega_0$ e consequentemente:

$$\rho_0^s (1 - \phi_0) = \rho^s (1 - \phi) \tag{1.24}$$

Igualando-se as equações (1.21) e (1.22) que caracterizam a massa infinitesimal dM, tem-se:

$$(r_0 + m)d\Omega_0 = rd\Omega \tag{1.25}$$

Logo, a variação da massa fluída será dada por:

$$m = r - r_0 \tag{1.26}$$

Substituindo os valores de r e r_0 pelas suas respectivas definições e adotando-se a conservação da massa do esqueleto sólido (1.24), chega-se a expressão da variação de massa fluída em função da massa específica do fluído e da variação do volume poroso:

$$m = \rho^f \phi - \rho_0^f \phi_0 \tag{1.27}$$

Admitindo-se a incompressibilidade do fluído (condição 4) obtêm-se:

$$\frac{m}{\rho^f} = \phi - \phi_0 \tag{1.28}$$

A quantificação de massa fluida que atravessa um dado sistema de referência, em um dado intervalo de tempo, é definida pela quantidade de massa fluida expressa por $J_f da$, ou seja, a

quantidade de massa fluida que atravessa uma superfície de referência da e vetor normal \underline{n} , num intervalo de tempo t a t+dt. Com base nessa definição, a variação da massa fluída em um intervalo de tempo dado pode ser escrita por um vetor de fluxo de massa fluída $\underline{w} = \underline{w}(\underline{x}, t)$ (vetor de fluxo relativo Euleriano), descrito como:

$$J_f da = \underline{w}.\underline{n} da \tag{1.29}$$



Figura 9 - Fluxo de massa fluida atravessando uma superfície de referência.

$$\underline{w}(\underline{x},t) = \rho^{f}(\underline{x},t)\underline{V}(\underline{x},t)$$
(1.30)

Com:

$$\underline{V}(\underline{\mathbf{x}}, \mathbf{t}) = \phi(\underline{\mathbf{x}}, t)(\underline{V}^f - \underline{V}^s)$$
(1.31)

onde <u>x</u> é o vetor posição e $V(\underline{x}, t)$ é o vetor que caracteriza a velocidade relativa do fluído em relação ao esqueleto, também chamado de vetor de filtração ou velocidade de Darcy. Definido o vetor de variação de massa fluída, a taxa de variação da massa fluída ao longo do tempo é dada por (adotando-se a convenção do somatório dos índices mudos):

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -div \ \underline{w} = -\frac{\partial w_i}{\partial x_i}$$
(1.32)

onde:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho^f \phi - \rho_0^f \phi_0 \right) \tag{1.33}$$

Podendo-se então estabelecer a equação de conservação da massa fluida:

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial w_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1.34}$$

$$\dot{m} + div(\underline{w}) = 0 \tag{1.35}$$

2.2.2.2. Lei de Darcy

A lei de Darcy estabelece que a velocidade de filtração V é uma função linear do gradiente de pressão, ou seja:

$$\underline{V} = \frac{\underline{w}(\underline{x},t)}{\rho^f} = -\underline{\underline{k}} \cdot (\nabla p + \rho^f g)$$
(1.36)

onde \underline{k} é o tensor de condutividade hidráulica do meio. Para o caso isotrópico $\underline{k} = k \cdot \underline{1}$. Substituindo-se a equação acima na lei de conservação de massa (1.34), podemos reescrevê-la como:

$$\frac{\partial m}{\partial t} + div(\rho^{f}\underline{\underline{k}} \cdot \nabla u) = 0$$
(1.37)

onde, considerando ρ^{f} constante e independente da posição e assumindo \underline{k} homogêneo no meio, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{m}{\rho^f} \right) = \underline{\underline{k}} \cdot \nabla^2 u \tag{1.38}$$

Que, utilizando-se a equação (1.28), pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Delta\phi) = \underline{\underline{k}} \cdot \nabla^2 u \tag{1.39}$$

onde $\Delta \phi = \phi - \phi_0$. Esta notação apresentada pela equação (1.39) será adotada como referência durante o presente trabalho.

2.2.3. Equações constitutivas da poroelasticidade

A resolução de um problema em poroelasticidade se assemelha muito a um problema em elasticidade drenada, contudo, a interação entre o esqueleto sólido e o fluído intersticial é levada em conta: a compressão do esqueleto aumenta a poropressão do fluído, e um incremento na poropressão resulta numa dilatação da matriz. De forma análoga à elasticidade, a solução é composta de deformações cinematicamente admissíveis e tensões estaticamente admissíveis.

Em um problema em elasticidade infinitesimal monofásica, a relação constitutiva é expressa por:

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_0 = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}}$$
(1.40)

Que para um meio isotrópico pode ser reescrita como:

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \lambda tr \underline{\underline{\varepsilon}} + 2G \underline{\underline{\varepsilon}} \tag{1.41}$$

onde $\Delta \underline{\sigma}$ é a variação de tensões ($\Delta \underline{\sigma} = \underline{\sigma} - \underline{\sigma}_0$), \underline{C}_{\equiv} é o tensor elástico e λ e G são, respectivamente, o primeiro coeficiente de Lamé e o módulo de cisalhamento (segundo coeficiente de Lamé).

Na poroelasticidade, a adaptação de Biot (1941) acrescenta o efeito da poropressão do fluído. Logo, a relação tensão-deformação supracitada pode ser reescrita:

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_0 = \underline{\underline{\underline{C}}} : \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}} - \underline{\underline{\underline{B}}} \Delta p \tag{1.42}$$

Sendo $\underline{\underline{B}}$ o tensor de Biot. Analogamente para um meio isotrópico $\underline{\underline{B}} = b\underline{\underline{1}}$, esta relação pode ser escrita como:

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \lambda tr \underline{\underline{\varepsilon}} + 2G \underline{\underline{\varepsilon}} - b \Delta p \underline{\underline{1}}$$
(1.43)

onde *b* é o coeficiente de Biot para o meio isotrópico. A equação (1.43) representa a primeira equação de estado do meio poroelástico, relacionando a variação de tensões $\Delta \underline{\sigma}$ com as deformações infinitesimais $\underline{\varepsilon}$ e a variação de poropressão $\Delta p = p - p_0$. A segunda equação de estado de um meio poroelástico é dada por:

$$\Delta \phi = btr \underline{\underline{\varepsilon}} + \frac{1}{M} \Delta p \tag{1.44}$$

onde *M* é o módulo de Biot. A segunda equação de estado fornece a relação entre a variação da porosidade Lagrangiana $\Delta \phi = \phi - \phi_0$ com a deformação volumétrica do esqueleto $\varepsilon_v = tr\underline{\varepsilon}$ e a variação da poropressão Δp .

O coeficiente de Biot *b* para o meio isotrópico relaciona a compressibilidade da matriz com a compressibilidade do grão constituinte, através da seguinte relação:

$$b = 1 - \frac{K}{K_s} \tag{1.45}$$

onde $K = \lambda + \frac{2}{3}G$ é o módulo de deformações volumétricas da matriz sólida e K_s é o módulo volumétrico do grão sólido. O coeficiente de Biot *b* pode ser obtido em laboratório, utilizando-se a equação (1.44). Se o solo é submetido a uma deformação volumétrica $\varepsilon_v = tr(\underline{\varepsilon})$ em condições drenadas ($\Delta p = 0$), o coeficiente de Biot pode ser entendido como o parâmetro que fornece a fração da variação do volume poroso. Caso o grão seja considerado incompressível ($K_s >> K$), o parâmetro *b* é próximo à unidade.

Por sua vez, o módulo de Biot *M* visa representar a variação da poropressão em função da variação da massa fluída. Este módulo pode ser obtido por:

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{N} + \frac{\phi_0}{K_w} \quad \text{com} \frac{1}{N} = \frac{b - \phi_0}{K_s} \tag{1.46}$$

onde K_w representa o módulo volumétrico do fluído intersticial. O módulo M pode ser obtido em ensaios de laboratório onde as deformações da amostra são impedidas enquanto se fornece massa fluida ao material poroso, alterando assim sua porosidade. Neste caso, a diferença de poropressão no solo permite calcular o valor do módulo M através da seguinte expressão:

$$\Delta p = M \,\Delta \phi \tag{1.47}$$

3. MODELO POROELÁSTICO NÃO LINEAR PARA INTEPRETAÇÃO DO ENSAIO DE PALHETA

Neste capítulo é feita a descrição do modelo em poroelasticidade não linear utilizado neste trabalho para a análise do comportamento de um solo poroso submetido à rotação de um cilindro infinito. O modelo foi inicialmente desenvolvido por Dienstmann (2015) e aprimorado por Fayolle (2016) de modo a incorporar o efeito das deformações volumétricas devido às mudanças de poropressão no solo ao redor da palheta. A estratégia de resolução numérica do modelo consiste no emprego do método das diferenças e pode ser visualizado mais detalhadamente em Fayolle (2016) e Dienstmann et. al. (2018).

O modelo constitui-se em uma simplificação do ensaio de palheta, que visa analisar a consolidação do solo que envolve um cilindro rígido de raio R, infinitamente longo, inserido em um meio poroelástico e submetido a deslocamentos rotacionais. Devido às deformações volumétricas, o solo é submetido a uma combinação de deslocamentos rotacionais ξ_{θ} e radiais ξ_r , conforme a Figura 10.



Figura 10 – Modelo geométrico simplificado. Fonte: Fayolle (2016).

O modelo apresentado busca a solução do processo de consolidação induzido pelo processo de cisalhamento. O solo que envolve o cilindro é modelado como um material poroso, elástico, isotrópico e saturado, submetido à pequenas deformações e possuindo aderência perfeita ao cilindro rígido. Além disto, a análise é baseada na hipótese de que a geometria adotada e sua consolidação podem ser caracterizadas por uma condição de deformações planas.

Por fim, apresenta-se uma nova proposta para a função radial do excesso de poropressão inicial do modelo poroelástico. A função radial indicada visa atender todas as condições de contorno poromecânicas do problema, em especial a restrição de fluxo na fronteira $r = a_p$.

3.1. EQUAÇÕES GOVERNANTES

Seguindo às condições originais do modelo, toda a avaliação a seguir é baseada na convenção tradicional de sinais da mecânica do contínuo, onde valores positivos correspondem a tensões de tração, enquanto valores negativos, à compressão. Ressalta-se que esta convenção é contrária à adotada na mecânica dos solos.

Conforme abordado anteriormente, as equações de estado de um material poroelástico isotrópico são definidas por:

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \lambda tr \underline{\underline{\varepsilon}} + 2G \underline{\underline{\varepsilon}} - b \Delta p \underline{\underline{1}}$$
(3.1)

$$\Delta \phi = btr\underline{\varepsilon} + \frac{1}{M}\Delta p \tag{3.2}$$

onde λ e *G* são, respectivamente, a primeira e a segunda constante de Lamé, enquanto *b* e *M* correspondem ao coeficiente de Biot e módulo de Biot. A primeira equação de estado (3.1) relaciona a variação de tensões ($\Delta \underline{\sigma} = \underline{\sigma} - \underline{\sigma}_0$) com as deformações infinitesimais $\underline{\varepsilon}$ e a variação de poropressão ($\Delta p = p - p_o$). Já a segunda equação de estado (3.2) fornece a relação entre a variação de porosidade Lagrangiana ($\Delta \phi = \phi - \phi_0$), deformação volumétrica do esqueleto e a variação da poropressão.

Os campos de tensão, deformação e poropressão são regidos pelo comportamento não linear do meio poroso. De modo a traduzir esta não linearidade, o modelo considera que o módulo

cisalhante do solo G evolui com o nível de deformação gerado durante a rotação do cilindro no solo através de uma lei de dependência. Esta lei de dependência entre G e as deformações é definida a partir dos critérios de ruptura de Tresca e de Drucker-Prager, adotando-se G da

forma
$$G = G(\varepsilon_d)$$
 e $G = G(\varepsilon_d, \varepsilon_v, p)$, respectivamente. Onde $\varepsilon_d = \sqrt{\left(\underline{\varepsilon} - \frac{1}{3}tr\underline{\varepsilon}\right):\left(\underline{\varepsilon} - \frac{1}{3}tr\underline{\varepsilon}\right):\left(\underline{\varepsilon} - \frac{1}{3}tr\underline{\varepsilon}\right)}$

é o módulo do tensor desviador de deformação, $\varepsilon_v = tr\underline{\varepsilon}$ é a deformação volumétrica e p é a poropressão no meio (Fayolle, 2016). Estas relações serão abordadas posteriormente nos itens 3.2 e 3.3. Para simplificar o desenvolvimento e escrita do trabalho, aqui se adota a notação G = G(r) tendo em vista que o módulo cisalhante também é, consequentemente, função da distância radial.

Segundo a mecânica do contínuo, a solução que descreve o campo de tensão e poropressão geradas durante a rotação do cilindro deve respeitar a condição de equilíbrio:

$$div\Delta \underline{\sigma} = 0 \tag{3.3}$$

A solução do problema é então buscada a partir de uma abordagem em deslocamento. A expressão que descreve o campo de deslocamentos induzidos pela rotação do cilindro pode ser expressa por uma combinação de funções radiais tal que:

$$\underline{\xi} = f(r)\underline{e}_{\theta} + g(r)\underline{e}_{r} \tag{3.4}$$

onde ξ é o tensor de deslocamentos e as funções radiais f(r) e g(r) representam, respectivamente, os deslocamentos rotacionais devidos à rotação do cilindro e os deslocamentos radiais gerados pela difusão da poropressão no solo. O campo de deslocamentos deve respeitar as seguintes condições de contorno:

$$\xi = \alpha R \underline{e}_{\theta} \text{ em } r = R \tag{3.5}$$

$$\underline{\xi} = 0 \text{ em } r = a_p > R \tag{3.6}$$

A primeira condição de contorno (3.5) descreve a condição imposta pelo valor do ângulo de rotação α na superfície do cilindro de raio *R*. Já a segunda condição de contorno (3.6) descreve que, a partir de um raio a_{p} , os deslocamentos gerados pelo cilindro são nulos.

O parâmetro a_p caracteriza a extensão a zona de influência afetada pelo cilindro. O conceito de raio de influência é abordado por Blight (1968) para a modelagem do processo de consolidação do ensaio de palheta, definindo uma região limite afetada pelas poropressões geradas. Outros autores, como Vésic (1972), indicam um raio limite de deformações plásticas para a caracterização do processo de expansão de cavidade, também associado à distribuição de poropressões gerada durante a expansão. A literatura apresenta valores de a_p / R baseados tanto em simulações numéricas quanto em medidas experimentais (e.g. BLIGHT, 1968; VÉSIC, 1972; RANDOLPH E WROTH, 1979, POULOS E DAVIS, 1980; MORRIS E WILLIAMS, 2000; OSMAN E RANDOLPH, 2012; CHAI et. al., 2014; entre outros). Segundo tais autores, estes valores variam de $2 \le a_p / R \le 60$, uma avaliação da influência deste parâmetro será apresentada no capítulo 4.

A partir da equação (3.4), o tensor linearizado de deformações associado ao campo de deslocamentos é expresso por:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = g'(r)(\underline{e}_r \otimes \underline{e}_r) + \frac{g(r)}{r}(\underline{e}_{\theta} \otimes \underline{e}_{\theta}) + \frac{1}{2} \left(f'(r) - \frac{f(r)}{r} \right) \left(\left(\underline{e}_r \otimes \underline{e}_{\theta} \right) + \left(\underline{e}_{\theta} \otimes \underline{e}_r \right) \right)$$
(3.7)

Substituindo-se a expressão acima na primeira equação de estado (3.1) obtêm-se as componentes de variação de tensão em cada direção associadas ao campo de deslocamentos e poropressão:

$$\Delta\sigma_{rr} = \left(K - \frac{2}{3}G(r)\right) \cdot \left(g'(r) + \frac{g(r)}{r}\right) + 2G(r) \cdot g'(r) - b\Delta p \tag{3.8}$$

$$\Delta \sigma_{\theta \theta} = \left(K - \frac{2}{3} G(r) \right) \cdot \left(g'(r) + \frac{g(r)}{r} \right) + 2G(r) \cdot \frac{g(r)}{r} - b\Delta p \tag{3.9}$$

$$\Delta \sigma_{r\theta} = \Delta \sigma_{\theta r} = G(r) \left(f'(r) - \frac{f(r)}{r} \right)$$
(3.10)

Aplicando-se a condição de equilibro (3.3) projetada nas direções \underline{e}_r e \underline{e}_{θ} às componentes de tensão apresentadas acima, obtém-se o sistema de equações diferenciais da solução:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\left(K - \frac{2}{3}G(r) \right) \cdot \left(g'(r) + \frac{g(r)}{r} \right) + 2G(r) \cdot g'(r) - b\Delta p \right] + \frac{2G(r) \cdot \left(g'(r) - \frac{g(r)}{r} \right)}{r} = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[G(r) \cdot \left(f'(r) + \frac{f(r)}{r} \right) \right] + \frac{2G(r) \cdot \left(f'(r) - \frac{f(r)}{r} \right)}{r} = 0$$
(3.12)

O par de equações composto pelas equações (3.11) e (3.12) forma um sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares que relacionam o deslocamento com a poropressão, onde a não linearidade e a dependência das duas equações resultam da forma do módulo de cisalhamento G(r). Para obter-se a solução em termos de deslocamento, é necessário, além da determinação de G(r), determinar a função que caracteriza a distribuição de poropressão no meio poroso Δp . Em seguida, é abordada a formulação das leis de dependência do módulo cisalhante, bem como o método simplificado utilizado para determinar uma expressão que descreve a distribuição de poropressão.

3.2. FORMULAÇÃO POROELÁSTICA NÃO LINEAR: CRITÉRIO DE TRESCA

Como descrito anteriormente, o módulo de cisalhamento é definido através de uma lei de dependência expresso em função do nível de deformação imposto ao solo. Admitindo-se o critério de ruptura de Tresca, o módulo é definido tal que o campo de tensão tenha um comportamento assimptótico como:

$$\lim_{\substack{\mathcal{E}_d \\ \mathcal{E}_{ref}}} f(\underline{\sigma}') = 0 \tag{3.13}$$

sendo $\underline{\sigma}' = \underline{\sigma} + \Delta p \underline{1}$ a tensão efetiva de Terzaghi (1967), $\varepsilon_d = \sqrt{\left(\underline{\varepsilon} - \frac{1}{3}tr\underline{\varepsilon}\right):\left(\underline{\varepsilon} - \frac{1}{3}tr\underline{\varepsilon}\right)}$ o módulo desviador de deformação e ε_{ref} uma deformação de referência que representa

fisicamente o nível de deformação para qual a tensão de cisalhamento atinge o valor assintótico de cisalhamento. A função $f(\underline{\sigma})$ apresentada em (3.13) é definida para o critério de Tresca como:

$$f(\underline{\underline{\sigma}}') = \sigma_d - k_{cis}\sqrt{2} \tag{3.14}$$

onde $\sigma_d = \sqrt{\left(\underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3}tr\underline{\underline{\sigma}}\right)}:\left(\underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3}tr\underline{\underline{\sigma}}\right)}$ é o módulo desviador de tensões e k_{cis} é o limite de resistência ao cisalhamento do material segundo o critério de ruptura de Tresca. Considerando-se um estado isotrópico de tensões iniciais ($\underline{\underline{\sigma}}_0 = \sigma_0 \underline{\underline{1}}$), o módulo desviador de tensões pode ser relacionado ao módulo desviador de deformações através da primeira equação de estado por:

$$\sigma_d = 2G(\varepsilon_d)\varepsilon_d \tag{3.15}$$

Combinando-se as equações (3.14) e (3.15) verifica-se que o módulo cisalhante G possui comportamento assintótico a $1/\varepsilon_d$, quando $\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_{ref}} >> 1$:

$$G(\varepsilon_d) = \frac{k_{cis}}{\sqrt{2}\varepsilon_d}$$
(3.16)

De modo a adotar a lei de dependência descrita, uma solução simples consiste em adotar a seguinte lei de dependência (Maghous et. al., 2009):

$$G(\varepsilon_d) = \frac{k_{cis}}{\sqrt{2}\varepsilon_d} \frac{1/\varepsilon_{ref}}{1+\varepsilon_d/\varepsilon_{ref}}$$
(3.17)

A Figura 11 apresenta o comportamento elástico não linear descrito pela equação (3.17) e de acordo com o critério definido por (3.13).



Figura 11 – Representação do comportamento não linear adotando o critério de Tresca. Fonte: Fayolle (2016).

Para um material que obedece a lei de comportamento de Tresca, o módulo de cisalhamento inicial G_0 , obtido nas condições em que $\varepsilon_d = 0$, pode ser relacionado à deformação de referência ε_{ref} através de:

$$G_0 = \frac{k_{cis}}{\sqrt{2}\varepsilon_{ref}} \tag{3.18}$$

Admitindo-se as condições acima para definir o comportamento não linear do material, as funções de deslocamento radial e rotacional podem então ser determinadas para resolver o sistema de equações diferenciais expresso em (3.11) e (3.12).

3.3. FORMULAÇÃO POROELÁSTICA NÃO LINEAR: CRITÉRIO DE DRUCKER-PRAGER

Como visto anteriormente para o critério de Tresca, a relação de dependência entre as tensões e as deformações era definida por $G(\varepsilon_d)$, ou seja, o módulo de cisalhamento evolui com o nível das deformações desviadoras. Contudo, avaliando-se fisicamente o comportamento de geomateriais, o módulo de cisalhamento também é influenciado pela poropressão desenvolvida e a deformação volumétrica gerada durante a consolidação. Consequentemente, a lei de dependência do critério de Drucker-Prager visa apresentar uma relação elástica não linear tal que $G = G(\varepsilon_d, \varepsilon_v, p)$.

Adotando-se um comportamento assimptótico tal qual o descrito em (3.13), a função $f(\underline{\sigma}')$ é definida para a lei de comportamento em questão como:

$$f(\underline{\sigma}') = \sigma_d + T(\sigma'_m - h) \tag{3.19}$$

com $\sigma'_m = \frac{1}{3}tr\underline{\sigma}'$ sendo a tensão média efetiva de Terzaghi, *h* e *T* são, respectivamente, o limite em tração isotrópica e o coeficiente de atrito do material. Estes parâmetros se relacionam com os parâmetros de Mohr-Coulomb, tipicamente empregados na mecânica dos solos, como pode ser visto no Apêndice A. Para um material que obedece ao critério de Drucker-Prager, a tensão desviadora pode então ser relacionada com a deformação desviadora através de:

$$\sigma_d - \sigma_{0d} = 2G(\varepsilon_d, \varepsilon_v, p)\varepsilon_d \tag{3.20}$$

onde σ_{0d} é o modulo desviador de tensões iniciais. As equações acima caracterizam um comportamento assimptótico semelhante a $1/\varepsilon_d$, assim, segundo Maghous et. al. (2009), a expressão que satisfaz a lei de dependência pode ser escrita como:

$$G(\varepsilon_{d},\varepsilon_{v},p) = \frac{1}{2} [T(h-\sigma'_{m}) - \sigma_{0d}] \frac{1/\varepsilon_{ref}}{1+\varepsilon_{d}/\varepsilon_{ref}}$$
(3.21)

onde:

$$\sigma'_{m} = \delta + K\varepsilon_{\nu} + \sigma'_{0m} \tag{3.22}$$

com:

$$\delta = (1 - b)\Delta p \tag{3.23}$$

De forma análoga ao critério de Tresca, a Figura 12 apresenta o comportamento não linear expresso pelas equações (3.13) e (3.21).



Figura 12 - Representação do comportamento não linear adotando o critério de Drucker-Prager. Fonte: Fayolle (2016).

A rigidez inicial, definida por G_0 , é então função também do estado inicial de poropressão e se relaciona com a deformação de referência através de:

$$G_{0} = \frac{1}{2\varepsilon_{ref}} [T(h - \sigma'_{0m})]$$
(3.24)

As equações que descrevem o modelo poroelástico não linear podem ser atualizadas, então, substituindo-se o módulo de cisalhamento G(r) pelo módulo de cisalhamento conforme a formulação do critério de Drucker-Prager $G = G(\varepsilon_d, \varepsilon_v, p)$. Ressalta-se que para este tipo de comportamento, a expressão do módulo de cisalhamento é dependente da determinação da poropressão como será descrito no item 3.4.

3.4. EQUAÇÃO DE DIFUSÃO DA POROPRESSÃO

O problema de fluxo no meio poroso é caracterizado pela distribuição do excesso de poropressão gerado durante a rotação do cilindro. Se desprezarmos as variações de densidade do fluido, o balanço de massa fluída na hipótese HPP é dado por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + div(\underline{V}) = 0 \tag{3.25}$$

em que \underline{V} é o tensor de velocidade de fluxo. Este, por sua vez, se relaciona ao excesso de poropressão *u* através da Lei de Darcy:

$$\underline{V} = -\underline{\underline{k}} \cdot \nabla u \tag{3.26}$$

onde \underline{k} é o tensor de permeabilidade do meio poroso. Na formulação do modelo, Dienstmann (2015) considera que o meio poroso apresenta propriedades hidráulicas isotrópicas, ou seja, $\underline{k} = k \underline{1}$, onde *k* é a condutividade hidráulica do meio. Substituindo a segunda equação de estado (3.2) e a Lei de Darcy (1.36) dentro da equação de balanço de massa fluida (1.34), obtêm-se:

$$b\frac{\partial tr\underline{\varepsilon}}{\partial t} + \frac{1}{M}\frac{\partial\Delta p}{\partial t} = k\nabla^2 u \tag{3.27}$$

onde ∇^2 é o operador Laplaciano, enquanto os parâmetros *b* e *M* correspondem respectivamente ao coeficiente e módulo de Biot.

Substituindo-se a equação de equilíbrio (3.3) na primeira equação constitutiva da poroelasticidade (3.1), obtém-se a expressão derivada da equação de Navier generalizada, dada por:

$$\lambda(\nabla tr\underline{\underline{\varepsilon}}\underline{\underline{1}}) + 2G(\nabla \underline{\underline{\varepsilon}}) + b(\nabla \Delta p\underline{\underline{1}}) = 0$$
(3.28)

Assumindo-se o quadro das pequenas perturbações (HPP), $tr\underline{\underline{\varepsilon}} = div\underline{\underline{\xi}}$ e $\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \left(\nabla \underline{\underline{\xi}} + {}^{t} \nabla \underline{\underline{\xi}} \right)$, a equação acima pode ser rescrita da seguinte forma:

$$\left(K + \frac{4}{3}G\right)\nabla tr\underline{\underline{\varepsilon}} + 2\nabla G\left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \frac{1}{3}tr\underline{\underline{\varepsilon}}\underline{\underline{1}}\right) - Grot(rot(\underline{\underline{\zeta}})) - b\nabla\Delta p = 0$$
(3.29)

A partir da equação acima, observa-se que a distribuição de poropressão possui uma forte dependência com a deformação do esqueleto. Além do mais, devido à formulação do módulo cisalhante, a poropressão é ligada à deformação volumétrica e ao módulo desviador das deformações. A solução, portanto, passa pela solução do sistema de equações diferenciais

composto por (3.11) e (3.12) acoplado com as equações (3.27) e (3.29), permitindo obter as funções f(r) e g(r) que descrevem o campo de deslocamento e a poropressão.

De modo a resolver o sistema fortemente não linear, Fayolle (2016) adota uma solução baseada na introdução de um módulo de cisalhamento equivalente que aproxima o módulo não linear na equação da poroelasticidade (3.29), desacoplado das relações constitutivas. O módulo de cisalhamento constante permite resolver a equação de difusão, sendo este definido como um módulo constante igual ao valor médio do módulo de cisalhamento no domínio da distância radial *r* ao limite da zona de influência a_p definido em (3.6), para um tempo t_n , tal que:

$$G_{eq} = \frac{1}{a_p - R} \int_R^a G(\varepsilon_d(e, t_n); \varepsilon_v(r, t_n); p(r, t_n)) dr$$
(3.30)

Ressalta-se que este módulo equivalente é adotado apenas para a solução do problema da poropressão, enquanto as equações governantes continuam levando em conta a não linearidade do modelo.

Considerando o módulo equivalente e projetando à equação (3.29) nas direções \underline{e}_r e \underline{e}_{θ} , obtêm-se as seguintes relações:

$$\left(K + \frac{4}{3}G_{eq}\right)\frac{\partial}{\partial r}tr\underline{\underline{\varepsilon}} - b\frac{\partial}{\partial r}\Delta p = 0 \text{ na direção } \underline{\underline{e}}_r$$
(3.31)

$$\frac{G_{eq}}{r} \left(f''(r) + (f(r)/r)' \right) = 0 \text{ na direção } \underline{e}_{\theta}$$
(3.32)

Enquanto a projeção na direção $\underline{e}_{\underline{x}}$ é nula.

Integrando-se a equação (3.31) obtém-se uma expressão que relaciona a deformação volumétrica ($tr\underline{\varepsilon}$) com a variação da poropressão Δp :

$$tr\underline{\varepsilon} = \frac{b\Delta p}{\left(K + \frac{4}{3}G_{eq}\right)} + F(t)$$
(3.33)

onde F(t) é uma função de integração. De modo a satisfazer a condição de contorno de deformação nula para qualquer tempo em $r > a_p$, a função F(t) é necessariamente nula. Pela definição de poropressão, tem-se $\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = \frac{\partial \Delta u}{\partial t}$ e, seguindo a metodologia clássica da poromecânica, tem-se:

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = c_f \nabla^2 u \tag{3.34}$$

O coeficiente c_f é chamado "coeficiente de difusão", que, através da adoção de um módulo cisalhante equivalente, é tido como constante para um determinado intervalo de tempo. O coeficiente de difusão pode ser calculado a partir dos parâmetros da poroelasticidade como:

$$c_{f} = k \frac{M\left(K + \frac{4}{3}G_{eq}\right)}{Mb^{2} + \left(K + \frac{4}{3}G_{eq}\right)}$$
(3.35)

O problema de fluxo, determinado pela resolução da equação de difusão num intervalo de tempo $[t_n, t_{n+1}]$, deve obedecer as seguintes condições de contorno:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0 \text{ para } r = R, \ t \in [t_n, t_{n+1}]$$
(3.36)

$$u = 0$$
 para $r = a_p, t \in [t_n, t_{n+1}]$ (3.37)

$$u = u(r, t_n)$$
 para $R \le r \le a_p$, $t \in [t_n, t_{n+1}]$ (3.38)

A primeira condição de contorno explicita a impermeabilidade do cilindro, enquanto a segunda, delimita que ao fim da zona de influência de raio a_p , o acréscimo de poropressão permanece nulo em todos os momentos. A terceira equação expressa que a poropressão para um raio qualquer em um intervalo de tempo t_n é calculada, segundo Fayolle (2015), através da seguinte expressão:

$$u(r,t) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i [\omega_i \cdot Y_0(\alpha_i r) - J_0(\alpha_i r)] e^{C_f \alpha_i^2 (t - t_n)}$$
(3.39)

Com:

$$C_{i} = \frac{\int_{R}^{a_{p}} u_{0}(r) [\omega_{i} \cdot Y_{0}(\alpha_{i}r) + J_{0}(\alpha_{i}r)] r dr}{\int_{R}^{a_{p}} [\omega_{i} \cdot Y_{0}(\alpha_{i}r) + J_{0}(\alpha_{i}r)]^{2} r dr}$$
(3.40)

onde J_0 e Y_0 são as funções de Bessel de primeira e segunda espécie e ordem zero, respectivamente, e as funções J_1 e Y_1 são as funções de Bessel de primeira e segunda espécie e ordem um. Os escalares α_i são determinado através da i-éxima raiz da seguinte expressão:

$$Y_1(\alpha R) \cdot J_0(\alpha a) - J_1(\alpha R) \cdot Y_0(\alpha a) = 0$$
(3.41)

Observa-se que a expressão (3.41) possui um número infinito de soluções para α_i . Em seu trabalho, Fayolle (2016) demonstra que a determinação da décima raiz da função permite avaliar o excesso de poropressão com um erro de cerca de 4%. No presente trabalho adotou-se 50 termos para a realização das simulações, valor considerado suficiente para resultados confiáveis segundo Fayolle (2016).

Por fim, de modo a obter a resolução da equação (3.39), o coeficiente ω_i é calculado segundo a seguinte expressão:

$$\omega_i = \frac{J_1(\alpha_i r)}{Y_1(\alpha_i r)} \tag{3.42}$$

Definido então o excesso de poropressão, pode-se calcular a variação da poropressão $\Delta p = u - u_0$. Portanto, torna-se necessário conhecer o a distribuição inicial do excesso de poropressão $(u_0(r))$, causado pela inserção do cilindro rígido que representa a palheta no meio poroso.

3.5. DISTRIBUIÇÃO INICIAL DO EXCESSO DE POROPRESSÃO

Como pode ser observado na seção anterior, se faz necessário caracterizar a distribuição inicial de poropressão para obter a solução completa do problema de fluxo. Tal poropressão é gerada devido ao deslocamento das partículas durante o processo de cravação da palheta, ou de qualquer outro objeto, em um meio poroso. Na literatura, são escassas as medidas

experimentais de u_0 nas vizinhanças de inclusões cilíndricas rígidas, como as causadas pela cravação de fundações profundas, associada a modelos de expansão de cavidade. Destacam-se os trabalhos de Morris e Williams (2000), onde se encontra uma revisão de resultados numéricos, de laboratório e *in situ*, e de Randolph e Wroth (1979) e Lo e Stermac (1965), onde são descritos dados de u_0 medidos logo após a instalação de fundações profundas.

Os dados reportados indicam que o gradiente da poropressão tem formato essencialmente radial, sendo que o valor máximo do excesso de poropressão $u_{0,\text{max}}$ encontra-se na face do cilindro (r = R) e decrescem em função da distância radial até um certo limite da zona de influência de poropressões ($r = a_p$), onde o excesso de poropressão causado pela inserção do cilindro é tido como desprezível.

Deste modo, algumas expressões matemáticas para a distribuição inicial da poropressão em função da distância radial foram propostas pela literatura para ajustar os dados obtidos, a exemplo de:

• Distribuição linear (MORRIS E WILLIAMS, 2000):

$$u_0(r) = u_{0,\max} \frac{1 - r/a_p}{1 - R/a_p} \text{ para } R \le r \le a_p$$
(3.43)

• Distribuição parabólica (MORRIS E WILLIAMS, 2000):

$$u_0(r) = u_{0,\max}\left(1 - \frac{r^2}{a_p^2}\right)$$
 para $R \le r \le a_p$ (3.44)

• Distribuição logarítmica (RANDOLPH E WROTH, 1979):

$$u_0(r) = u_{0,\max} \frac{\ln(a_p / r)}{\ln(a_p / R)} \text{ para } R \le r \le a_p$$
(3.45)

As distribuições supracitadas são estendidas a todo o domínio do meio poroso através da imposição de $u_0 = 0$ para $r \ge a_p$. Contudo, facilmente verifica-se que nenhuma das expressões apresentadas respeita a condição da impermeabilidade do cilindro rígido, dada por:

$$\frac{\partial u_0}{\partial r} = 0 \text{ em } r = R \tag{3.46}$$

Desta forma, Dienstmann (2015) propõe um modelo matemático para a distribuição baseado na combinação das distribuições hiperbólicas e logarítmicas, visando cumprir a condição de impermeabilidade expressa em (3.46). A distribuição então pode ser calculada por:

$$u_{0}(r) = u_{0,\max} \frac{F(r)}{F(R)} \operatorname{com} F(r) = 1 - \frac{a_{p}}{r} + \frac{a_{p}}{R} \ln\left(\frac{a_{p}}{r}\right) \operatorname{para} R \le r \le a_{p}$$
(3.47)

Ainda segundo Dienstmann (2015), um valor máximo de poropressão $u_{0,\text{max}}$ pode ser estimado a partir da pressão efetiva de consolidação inicial p'_{c0} e de uma aproximação da tensão desenvolvida em ensaios triaxiais não drenados levados à pressão última. Para esta condição, o excesso de poropressão pode ser determinado através das variações de tensões médias e cisalhantes, podendo ser escrito para um material normalmente adensado como:

$$u_{0,\max} = \frac{p'_{c0}}{2} (1 + M_{cs})$$
(3.48)

no qual M_{cs} é a inclinação da linha do estado crítico no espaço de tensões de Cambridge $(p \vee q)$.

Apesar da equação da distribuição inicial da poropressão proposta por Dienstmann (3.47) atender as condições de excesso de poropressão nulo fora da zona de influência e de impermeabilidade do cilindro rígido, o gradiente da poropressão ao final da zona de influência não é nulo para qualquer valor de a_p . Isto implica que a superfície delimitada pelo raio de influência a_p não é uma superfície de drenagem e, sendo assim, ainda existe fluxo de fluído intersticial fora desta zona. Logo, uma nova distribuição inicial de poropressão deve ser proposta, de modo a encontrar um modelo que satisfaça tal condição, expressa matematicamente por:

$$\frac{\partial u_0}{\partial r} = 0 \text{ em } r = a_p \tag{3.49}$$

3.6. FORMULAÇÃO DE UMA NOVA FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO INICIAL DO EXCESSO DE POROPRESSÃO

Conforme apresentado anteriormente, a distribuição inicial de poropressão (em t = 0), gerada durante a cravação de uma inclusão rígida no solo, deve respeitar algumas condições de contorno de modo a representar adequadamente o problema estudado. Estas condições são expressas numericamente por:

$$u_0(r) = u_{0,\max} \operatorname{em} r = R$$
 (3.50)

$$u_0(r) = 0 \text{ em } r = a_p \tag{3.51}$$

$$\frac{\partial u_0(r)}{\partial r} = 0 \text{ em } r = R \tag{3.52}$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial r} = 0 \text{ em } r = a_p \tag{3.53}$$

A primeira condição, expressa pela equação (3.50), descreve que na face do cilindro (r = R), a poropressão inicial atinge seu valor máximo $u_{0,max}$, enquanto a segunda condição (3.51) explicita que, a partir de uma distância radial definida por $r = a_p$, o acréscimo de poropressão devido à inclusão do cilindro rígido no solo é desprezível, delimitando assim uma zona de influência de poropressão. Já, a terceira condição de contorno , descreve matematicamente a impermeabilidade do cilindro, tendo em vista que o fluxo é proporcional ao gradiente radial de poropressão, enquanto a quarta condição (3.53) define a zona de influência também como uma zona limite de drenagem, não existindo fluxo de fluído intersticial além das fronteiras delimitadas por a_p .

Contudo, verifica-se facilmente que a distribuição inicial de poropressão proposta por Dienstmann (2015), apresentada pela equação (3.47), não satisfaz a última condição de contorno apresentada (equação (3.53)) para qualquer distância radial a_p . Observando-se a necessidade de cumprimento desta, propõe-se então a adoção da seguinte distribuição:

$$u_{0}(r) = u_{0,\max} \frac{F(r)}{F(R)} \operatorname{com} F(r) = \frac{A}{r} + B \cdot r + \frac{a_{p}}{R} \ln\left(\frac{a_{p}}{r}\right) + C$$
(3.54)

onde:

$$A = -\frac{a_p^2}{R + a_p}; \quad B = \frac{a_p}{R(R + a_p)}; \quad C = \frac{a_p(R - a_p)}{R(R + a_p)}$$
(3.55)

No domínio radial definido por $R \le r \le a_p$. De forma análoga à expressa por Dienstmann (2015), a equação proposta parte da combinação de distribuições hiperbólicas e logarítmicas acrescidas de um termo linear visando o cumprimento das condições de contorno dadas por (3.50) a (3.53), o qual passa a se verificar facilmente. A Figura 13 apresenta um comparativo entre as duas propostas, tomando-se como referência uma zona de influência com dimensões de $a_p = 25R$.



Figura 13 - Comparativo entre as distribuições iniciais de poropressão.

Percebe-se pela inclinação da nova proposta que esta atende às condições de contorno necessárias em r = R e $r = a_p$, apresentando uma distribuição dissemelhante em relação à função antiga no intervalo dado por $R < r < a_p$. Desta forma, faz-se necessário validar a curva proposta a partir de dados obtidos de forma experimental.

66

Na literatura, medidas experimentais de u_0 (excesso de poropressão inicial) devido à cravação de inclusões rígidas, tais como fundações profundas, palhetas ou um cone, são raramente reportadas. Destacam-se aqui os trabalhos de Lo e Stermac (1965), que reportam os valores encontrados durante a cravação de fundações profundas em argilas siltosas canadenses, e o trabalho de Chai et. al. (2014), que apresenta os valores obtidos durante a cravação de um mini piezocone em uma câmara de calibração arenosa, instrumentada com piezômetros a diferentes distâncias radiais.

A Figura 14 apresenta os dados dos autores supracitados em comparação com a curva proposta. Percebe-se que, apesar de certa dispersão, para um raio de influência $a_p = 35R$ obtém-se uma boa aproximação dos pontos apresentados na literatura. Salienta-se que os dados experimentais são associados a mecanismos de expansão de cavidade cilíndrica, diferentes da geometria cruciforme da palheta.



Figura 14 - Validação da nova proposta de distribuição inicial de poropressão - dados experimentais.

Conforme mencionado anteriormente, uma estimativa do valor máximo da poropressão inicial $(u_{0,\max})$ pode ser obtida através das trajetórias de tensões em ensaios triaxiais não drenados levados à pressão ultima, através da seguinte expressão:

$$u_{0,\max} = \frac{p'_{c0}}{2} (1 + M_{cs}) \tag{3.48}$$

onde p'_{c0} representa a pressão média efetiva de consolidação inicial e M_{cs} é a inclinação da linha do estado crítico no espaço de tensões de Cambridge (p',q).

De maneira análoga, a inserção de um cilindro rígido no solo também altera o estado de tensões geostáticas no meio poroso. Desta forma, um estado de tensão inicial anisotrópico e heterogêneo $\underline{\sigma}_0(r,\theta,z)$ deve ser considerado nas vizinhanças da inclusão. Todavia, diferentemente da poropressão inicial u_0 , a literatura carece de dados experimentais ou numéricos que possibilitam compreender melhor este fenômeno e sua magnitude.

Assim sendo, um campo simplificado de tensões geostáticas isotrópico será adotado durante a realização deste trabalho. A avaliação da anisotropia gerada pela inserção de uma geometria rígida no solo é um problema ainda aberto na geotecnia, e uma correta avaliação deste pode afetar significativamente a resposta poromecânica do solo em subsequentes solicitações.
4. VALIDAÇÃO DO MODELO EM POROELASTICIDADE NÃO LINEAR

O presente capítulo apresenta a aplicação do modelo em poroelasticidade não linear, apresentado no capítulo 3, a resultados experimentais do *vane test* presentes na literatura. São apresentados dois casos no qual se executaram ensaios de palheta, sob diferentes taxas de rotação, em materiais argilosos, comparando-se os resultados experimentais com os obtidos numericamente.

A aplicação do modelo a materiais de baixa permeabilidade permite confrontar os resultados numéricos com resultados clássicos do ensaio de palheta, de modo a validar sua aplicabilidade. Considera-se que os materiais admitem o critério de Drucker-Prager e que os efeitos do processo de inserção da palheta são representados por meio de um acréscimo de poropressão inicial. Devido à natureza do modelo, as análises se encontram dentro do contexto das pequenas perturbações.

4.1. APLICAÇÃO DO MODELO A RESULTADOS EXPERIMENTAIS EM SOLOS DE BAIXA PERMEABILIDADE

Na literatura, são encontrados diversos trabalhos que estudam os efeitos da velocidade de rotação do ensaio de palheta em argilas. Contudo, a grande maioria destes destina-se a avaliar o impacto de velocidades superiores à velocidade padrão, observando assim um aumento no torque medido atrelado a efeitos viscosos (e.g. PERLOW e RICHARDS, 1977; TORSTENSSON, 1977; BISCONTIN e PESTANA, 2001; PEUCHEN e MAYNE, 2007; SCHLUE et. al., 2010; entre outros). Observando que as leis constitutivas utilizadas na formulação do modelo não englobam tais fenômenos, o presente trabalho restringe-se a aplicação em resultados onde os efeitos de drenagem parcial podem ser observados, usualmente obtidos sob velocidades de rotação inferiores à velocidade padrão ou em solos com permeabilidade superior às argilas.

Neste contexto, as predições do modelo poroelástico, com a função de poropressão inicial ajustada, serão confrontadas a duas séries de resultados experimentais do *vane test* apresentados na literatura. Primeiramente, são analisados os dados experimentais reportados por Roy e Leblanc (1988) em duas argilas siltosas canadenses, de forma a obterem-se as

curvas características e as condições de drenagem em que os ensaios foram realizados. Em seguida, o modelo é aplicado aos resultados apresentados por Crespo Neto (2004) em argilas siltosas orgânicas da Barra da Tijuca – RJ, realizando-se a mesma análise. Objetiva-se validar a aplicabilidade do modelo através da comparação dos torques obtidos numérica e experimentalmente, único resultado direto do ensaio em campo.

4.1.1. Argilas Siltosas – Roy e Leblanc (1988)

Em seu trabalho, Roy e Leblanc (1988) conduziram diversos ensaios de palheta *in situ* de modo a avaliar os principais fatores que influenciam os resultados obtidos pelo *vane test*, sendo eles: a espessura da palheta, o tempo entre a inserção e a rotação da palheta e a taxa de rotação. De modo a estudar o efeito da velocidade de rotação, cinco velocidades distintas foram utilizadas: 0,8; 2,5; 5; 13,2; 57 e 114 deg/min com uma palheta padrão de diâmetro igual a 65 mm e altura de 130 mm na profundidade de 12 metros.

Os ensaios foram realizados em dois locais distintos no Canadá, localizados na província de Quebec, denominados Saint-Alban e Sant-Louis de Bonsecours. Os perfis estratigráficos de ambos os sítios apresentam uma camada superior de areia fina, com cerca de 1,50 m de comprimento, seguida por mais de 15 metros de argila siltosa, onde os ensaios foram realizados. As propriedades das argilas estão apresentadas na Tabela 1, enquanto a Figura 15 mostra a resistência ao cisalhamento obtida através do *vane* em função da profundidade, executado sobre a velocidade padrão (v = 6 deg/min). Amostras retiradas indicam que a argila é altamente orgânica e apresenta conchas marinhas oriundas do processo de sedimentação de sua formação.

Tabela	1	-	Propriedades	das	argilas	estudadas	por	Roy	e	Leblanc
(1988).										

Duonviododos	Saint-Alban		Saint-Louis de Bonsecours	
Propriedades	6 m	12 m	6 m	12 m
Umidade (%)	35	39	69	62
Limite de Liquidez (%)	22	39	42	42
Limite de Plasticidade (%)	16	21	22	28

Índice de Plasticidade (%)	6	18	19	13
Teor de Argila (%)	65	60	80	69
Teor de Silte (%)	32	37	20	30
Teor de Areia (%)	3	3	0	1
$\gamma_n (kN/m^3)$	15,7	16,5	16,2	17
Sensitividade	4	4	8	8
Porosidade	0,47	0,50	0,64	0,61



Figura 15 - Perfil de resistência ao cisalhamento não drenada do *vane test* com a profundidade para as argilas estudadas por Roy e Leblanc (1988).

72

Como pode ser observado da Tabela 1, o solo é considerado uma argila siltosa, de baixa compressibilidade, sensitiva e de consistência mole. O material apresenta índice de vazios baixo para esta faixa granulométrica e uma razão entre a resistência não drenada e a tensão efetiva vertical alta ($S_u / \sigma'_{v0} > 0,45$), indicando certo grau de sobreadensamento.

A variação do torque normalizado C/C_{ND} , em função da velocidade de rotação esta apresentada na Figura 6 para os ensaios sob diferentes taxas de rotação a uma profundidade de 12 metros. Na definição do torque normalizado, C_{ND} refere-se ao menor torque obtido, adotado como sendo não drenado. Nota-se que para a taxa de rotação de 0,22 deg/s (13,2 deg/min) os autores obtêm a menor resistência, sendo esta admitida como representativa da evolução em condições não drenadas. Ao passo que a taxa de rotação diminui, a resistência obtida aumenta devido a efeitos de drenagem parcial durante a rotação. Já para velocidades maiores que 0,22 deg/s, observa-se um leve aumento na resistência medida devido aos efeitos reológicos.

De forma a utilizar o modelo proposto na análise destes resultados, é necessário adotar parâmetros constitutivos que representem o comportamento do meio poroso modelado. Ressalta-se que a avaliação da resistência e da rigidez do solo é uma questão complexa, que em geral depende de diversos fatores, como por exemplo, tensão efetiva inicial, índice de vazios inicial, a razão de sobreadensamento, grau de saturação, poropressão existente, características do grão, estrutura interpartículas, nível de deformação, entre outros. Contudo, além das propriedades apresentadas pela Tabela 1, o trabalho de Roy e Leblanc (1988) carece de parâmetros mecânicos do solo que corroborem o modelo em poroelasticidade. Desta forma, a utilização de correlações empíricas se faz necessária a fim de obterem-se os parâmetros constitutivos cruciais que respaldam o modelo.

Na literatura encontram-se diversas correlações empíricas de modo a se avaliar a rigidez inicial de solos argilosos (e.g., HARDIN e BLACK, 1968; HARDIN, 1978; ATHANASOPOULOS e RICHART, 1983; JAMIOLKOWSKI et. al., 1995; SHIBUYA et al., 1994; VARDANEGA e BOLTON, 2013) através de índices físicos, estado de tensões ou resultados obtidos por outros métodos de investigação *in situ*. Dentre estas, Jamiolkowski et. al. (1995) propõe, com base em resultados em seis argilas italianas, a adoção da seguinte correlação:

$$G_0 = 480(e)^{-1.43} (\sigma'_{v0})^{0.22} (\sigma'_{h0})^{0.22} (p_a)^{0.56}$$
(4.1)

73

onde *e* é o índice de vazios do solo, σ'_{v0} é a tensão vertical inicial, σ'_{h0} é a tensão horizontal inicial e p_a representa a pressão atmosférica ($p_a = 1$ atm $\cong 101,325$ kPa), sendo que G_0 assume então a unidade adotada para a pressão atmosférica p_a e as tensões efetivas iniciais σ'_{v0} e σ'_{h0} . A expressão acima coloca em evidência a dependência de G_0 em relação à profundidade devido ao seu vínculo com as tensões efetivas. Devido à extensa investigação realizada pelos autores, as similitudes com o solo estudado e o reconhecimento do trabalho, esta correlação será adotada como referência para o cálculo de G_0 na ausência de dados experimentais.

Um ângulo de atrito φ constante de 26° foi adotado, valor coerente com o encontrado na literatura para solos argilosos (e.g. KENNEY, 1967; MESRI e OLSON, 1970; OLSON, 1976; MÜLLER-VONMOOS e LØKEN, 1989; LONG e O'RIORDAN, 2001; MITCHELL e SOGA, 2005; OUYANG e MAYNE, 2018; entre outros). Já os valores de coesão *c*' foram obtidos através de uma calibração inicial, de modo com que a mesma resistência não drenada atingida experimentalmente em campo fosse também obtida através dos resultados numéricos, subsidiando as predições seguintes do modelo. Na ausência de correlações empíricas, o módulo volumétrico *K* é calculado através da expressão oriunda da teoria da elasticidade drenada, que o relaciona ao coeficiente de Poisson ν e o módulo cisalhante inicial G_0 . Uma condutividade hidráulica *k* de 10⁻⁹ m/s foi adotada, valor considerado razoável para solos argilosos (Schnaid, 2009).

O módulo volumétrico do grão constituinte K_s , necessário aos cálculos do coeficiente e módulo de Biot, pode ser obtido em ensaios de propagação de uma onda acústica em uma suspensão de partículas através do modelo de Biot-Stoll. Em geral, autores (BRIGGS *et. al.*, 1998; KIMURA, 2000; MOLIS E CHONTIROS, 1992; HICKEY E SABATIER, 1997) reportam este valor variando de 7 a 63 GPa para solos de distintas composições. Portanto, adotou-se para as simulações em questão um $K_s = 40$ GPa, valor recomendado por Djeran-Maigre e Gasc-Barbier (2000) para solos argilosos, tendo em vista que dentro desta ordem de grandeza (~10 GPa), os efeitos sobre o cálculo dos parâmetros de Biot são pequenos. O módulo volumétrico do fluído intersticial K_w , no caso a água, é tido como 2,2 GPa para uma

temperatura de 23° C. Estes valores de K_s e K_w serão adotados ao longo de todas as análises apresentadas, tendo em vista que medidas experimentais destes valores não foram reportadas nos trabalhos analisados. O valor de ε_{ref} é computado segundo a equação (3.24).

Um estado isotrópico de tensões foi considerado ($\sigma_0 = \sigma_{v0} = \sigma_{h0}$) sendo que as tensões efetivas foram calculadas para a profundidade de 12 metros onde os ensaios foram realizados. Uma relação a_p / R igual a 5 foi identificada de modo a representar com boa concordância os resultados obtidos. Apesar da Figura 14 apresentar boa concordância para uma distribuição com $a_p = 35R$, estes dados referem-se à cravação de cilindros maciços no solo (fundações profundas e CPT), enquanto que o *vane* se assemelha mais a uma geometria cruciforme estrudada com paredes delgadas, desta forma, espera-se que a cravação da palheta mobilize um tamanho de zona de influência a_p menor quando comparada a cilindros de mesmo diâmetro. O efeito da magnitude desta razão será discutido posteriormente no trabalho. Ressalta-se que a real dimensão da zona de influência é um problema ainda em aberto na geotecnia que deve ser melhor compreendido de modo a corroborar problemas de modelagem numérica.

A Tabela 2 sumariza os parâmetros adotados durante a realização das simulações numéricas para os dois sítios apresentados por Roy e Leblanc (1988):

		V	alor
Parâmetro	Unidade	Saint-Alban	Saint-Louis de Bonsecours
arphi	deg	26	26
с'	kPa	11,70	11,90
$u_{ m max}$	kPa	64,04	68,85
G_{0}	MPa	45,85	24,39
ν		0,2	0,2

Tabela 2 - Parâmetros adotados para as simulações de Roy e Leblanc (1988).

K	MPa	61,14	32,52
b		0,998	0,999
М	GPa	4,17	3,46
${\cal E}_{ref}$		1,269·10 ⁻³	$2,534 \cdot 10^{-3}$
k	m/s	10 ⁻⁹	10 ⁻⁹
$\sigma_0 = \sigma_{v0} = \sigma_{h0}$	kPa	-89,33	-96
a_p / R		5	5

Por fim, o valor da poropressão é calculado limitando-se aos 50 primeiros termos (i = 1,...,50) da série definida em (3.39), como recomendado por Fayolle (2016). A discretização espacial do domínio foi feita por 200 000 pontos igualmente distribuídos entre r = R e $r = a_p$.

As Figura 16 e Figura 17 apresentam as curvas de torque normalizado pelo torque não drenado C/C_{ND} em função da velocidade adimensionalizada pela condutividade hidráulica v/k para os sítios de Saint-Alban e Saint-Louis de Bonsecours respectivamente. Onde os pontos correspondem às medidas registradas experimentalmente por Roy e Leblanc (1988) enquanto a curva completa foi obtida através do modelo em poroelasticidade não linear. A justificativa para a adoção da velocidade adimensional v/k será exposta no capítulo 5.



Figura 16 - Resultados experimentais e numéricos do torque normalizado vs. velocidade normalizada para o sítio de Saint-Alban.



Figura 17 - Resultados experimentais e numéricos do torque normalizado vs. velocidade normalizada para o sítio de Saint-Louis.

Observa-se das figuras anteriores que as simulações propostas foram capazes de reproduzir o comportamento de aumento do torque com a redução da taxa de cisalhamento, em função dos efeitos de drenagem parcial. Ademais, o modelo conseguiu prever a velocidade de transição dos tramos não drenado e parcialmente drenado da curva em boa concordância com os resultados experimenatis. De acordo com os resultados numéricos, o torque observado em condições drenadas corresponderia a 1,82 e 1,85 vezes o torque não drenado para os sítios de Saint-Alban e Saint-Louis de Bonsecours, respectivamente.

As curvas características de drenagem obtidas através do modelo podem ser observadas pelas Figura 18 e Figura 19. Nas referidas figuras, apenas os resultados numéricos são apresentados, uma vez que não há medidas diretas da poropressão nos ensaios convencionais. Com base nas curvas características, pode-se observar que para taxas de rotação acima de 5 deg/min (aprox. $v/k > 4,5 \cdot 10^4$) o material apresenta evoluções completamente não drenadas, corroborando a adoção de uma velocidade padrão de 6 deg/min para a obtenção de resistências não drenadas em argilas. Já, para valores de v/k < 100 (aprox. v < 0,001 deg/min) o cisalhamento ocorre sob condições drenadas, ficando estabelecida a condição de drenagem parcial entre estes dois limites. Portanto, os ensaios realizados experimentalmente por Roy e Leblanc (1988) sob taxas de rotação de 0,8 e 2,5 deg/min apresentaram drenagem parcial durante a evolução do cisalhamento, fato apoiado pelo aumento do torque registrado no ensaio.



Figura 18 - Curva característica de drenagem obtida através do modelo numérico para o sítio de Saint-Alban.



Figura 19 - Curva característica de drenagem obtida através do modelo numérico para o sítio de Saint-Louis de Bonsecours.

É importante ressaltar que os dados experimentais obtidos representam apenas evoluções não drenadas e quase não drenadas, ou seja, os pontos experimentais não são suficientes para caracterizar a curva completa de drenagem. Isto se deve ao fato de que para a obtenção de evoluções com maior grau de drenagem, em materiais de baixa permeabilidade, as velocidades exigidas devem ser muito baixas, limitando técnicamente a execução de ensaios sob condições drenadas nestes materiais. Como a literatura não apresenta dados explicitamente na condição drenada, a validação do modelo é parcial, baseada apenas nos pontos encontrados em condições não drenadas e parcialmente drenadas.

Ademais, através dos resultados obtidos pelo modelo em poroelasticidade, também é possível obter a distribuição radial das grandezas fundamentais envolvidas no processo de rotação do cilíndro rígido, como a componente de tensão radial σ_{rr} , o módulo das tensões desviadoras σ_d , as deformações volumétricas $\varepsilon_v = tr \underline{\varepsilon}$, o módulo das deformações desviadoras ε_d e a poropressão p. Estas distribuições podem ser observadas através dos resultados numéricos para sítio de Saint Alban pleas Figura 20, Figura 21 e Figura 22 em função da distância radial normalizada pelo raio da palheta r/R.



Figura 20 - Distribuições radiais de (a) tensão radial e (b) módulo das tensões desviadoras para os ensaios de Saint Alban.



Figura 21 - Distribuições radiais de (a) módulo das deformações desviadoras e (b) deformações volumétricas para os ensaios de Saint Alban.



Figura 22 - Distribuição radial de poropressão para os ensaios de Saint Alban.

4.1.2. Argilas Siltosas – Crespo Neto (2004)

Em sua dissertação de mestrado, Crespo Neto (2004) propõe um aperfeiçoamento ao equipamento de palheta elétrico da Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ), acrescentando ao mesmo uma automatização do sistema de aquisição de dados e aplicação mecânica do torque, o que possibilitou a execução do ensaio sob diferentes taxas de rotação.

Com o equipamento modificado, realizaram-se ensaios de palheta nas argilas orgânicas muito moles e muito plásticas da Barra da Tijuca, no estado do Rio de Janeiro. A área de estudo compreende uma planície costeira, coberta de sedimentos cenozoicos, sendo circundada por elevações do maciço da Tijuca. O registro litológico e biológico demonstra que a história quaternária da área foi bastante movimentada, graças aos eventos de transgressão e regressão marinha (CRESPO NETO, 2004).

O depósito de solo avaliado abrange uma camada de argila siltosa orgânica mole e muito mole com turfa e fragmentos de concha. A Figura 23 apresenta quatro perfis da resistência não drenada obtida através do ensaio de palheta executado à velocidade padrão (v = 6 deg/min) em função da profundidade para o material em questão. A palheta utilizada apresenta dimensões padrão, com D=65mm e H=130mm. As curvas de resistência apresentadas revelam uma tendência global de resistência crescente com a profundidade, excetuando-se alguns trechos que apresentam quedas localizadas de resistência.



Figura 23 - Perfis de resistência não drenada obtida através do vane test para uma argila da Barra da Tijuca.

A campanha de ensaios de laboratório realizada por Crespo Neto (2004) abrangeu ensaios de umidade natural, limite de liquidez, limite de plasticidade, densidade real dos grãos, análise granulométrica e adensamento. Um resumo dos resultados destes ensaios obtidos pelo autor

entre as profundidades de 8 a 9 metros é apresentado na Tabela 3. Pode-se observar que a argila apresenta consistência muito mole e alta compressibilidade, além de apresentar elevada umidade natural.

Parâmetro	Unidade	Valor
Umidade natural	%	224,8
Peso específico natural	kN/m³	17,09
Densidade real dos grãos		2,52
Limite de liquidez	%	121,9
Limite de plasticidade	%	40,5
Índice de plasticidade	%	81,5
Índice de vazios		2,20
Razão de pré-adensamento OCR		1

Tabela 3 - Propriedades da argila estudada por Crespo Neto (2004) entre as profundidades de 8 e 9 metros.

Os ensaios de palheta analisados foram executados a 8,5 e 9,5 metros de profundidade, sob as velocidades de 0,60; 1,50; 3,00; 6,00; 7,50; 13,50; 30,00 e 60,00 deg/min. Valendo-se do mesmo procedimento utilizado nos dados de Roy e Leblanc (1988) para a determinação dos parâmetros necessários ao modelo, a Tabela 4 apresenta os parâmetros adotados nas simulações numéricas:

Tabela 4 - Parâmetros adotados nas simulações da argila estudada por Crespo Neto (2004).

Danâmatra	Unidada	Va	lor
Farametro	Unidade	8,5 m	9,5 m
arphi	deg	26	26
c'	kPa	2,62	3,81

$u_{\rm max}$	kPa	29,23	34,22
$G_{_0}$	MPa	10,28	11,01
V		0,2	0,2
K	MPa	13,70	14,68
b		1,00	1,00
М	GPa	3,11	3,12
${\cal E}_{ref}$		$2,320 \cdot 10^{-3}$	$2,606 \cdot 10^{-3}$
k	m/s	10 ⁻⁹	10^{-9}
$\sigma_0 = \sigma_{v0} = \sigma_{h0}$	kPa	-40,7	-47,64
a_p / R		5	5

Destaca-se que para a obtenção da coesão c' foi adotado um procedimento similar ao já descrito para as argilas de Roy e Leblanc (1988), ou seja: o valor da coesão foi calibrado para que a menor resistência obtida numericamente seja idêntica à experimental. O módulo cisalhante inicial G_0 foi obtido através da equação (4.1) e o módulo volumétrico K foi obtido baseado na elasticidade drenada. De forma análoga ao item anterior, na ausência de dados do módulo volumétrico do grão constituinte, o valor de K_s foi adotado como sendo igual a 40 GPa, conforme recomendado por Djeran-Maigre e Gasc-Barbier (2000) para solos argilosos. A razão de raios a_p/R foi utilizada analogamente ao item anterior como igual a 5 na ausência de dados que permitam identificar de outra forma a extensão da zona de influência para o solo em questão.

Mantendo-se a mesma estratégia, o valor da poropressão é calculado limitando-se aos 50 primeiros termos (i = 1, ..., 50) da série definida em (3.39), como recomendado por Fayolle (2016). A discretização espacial do domínio foi feita por 200 000 pontos igualmente distribuídos entre r = R e $r = a_p$.

As Figura 24 e Figura 25 apresentam as curvas de torque normalizado pelo torque não drenado C/C_{ND} em função da velocidade adimensionalizada pela condutividade hidráulica

v/k para as profundidades de 8,5 e 9,5 metros respectivamente. Os pontos correspondem às medidas registradas experimentalmente por Crespo Neto (2004) enquanto a curva completa foi obtida através do modelo em poroelasticidade não linear.



Figura 24 – Resultados experimentais e numéricos do torque normalizado vs. Velocidade normalizada para a argila de Crespo Neto (2004), profundidade = 8,5 metros.



Figura 25 - Resultados experimentais e numéricos de torque normalizado vs. velocidade normalizada para a argila de Crespo Neto (2004), profundidade = 9,5 metros.

Como pode ser observado na Figura 24, o dado experimental obtido a uma profundidade de 8,5 metros com v = 0,6 deg/min apresenta a tendência ao aumento do torque medido com a redução da velocidade de rotação, fenômeno também capturado pelo modelo poroelástico. Entretanto, os dados experimentais para velocidades acima da padrão demonstram um acréscimo na resistência, provavelmente atrelados a efeitos viscosos, não capturados pelo modelo. Apesar dos resultados experimentais não contemplarem uma faixa mais significativa do tramo de drenagem parcial, observa-se que a curva obtida numericamente é capaz de representar a faixa de transição de comportamento na qual ocorre um aumento do torque devido aos efeitos de drenagem parcial para $v/k \cong 1, 4 \cdot 10^4 (v/k \cong 1, 5 \text{ deg/min})$. De acordo com os resultados numéricos, o torque obtido em condições completamente drenadas seria da ordem de 2,35 vezes o obtido em condições não drenadas para a profundidade de 8,5 metros.

Na Figura 25 são apresentados os resultados experimentais e das simulações numéricas para a profundidade de 9,5 metros. Observa-se que os dados experimentais nesta profundidade indicam um aumento da resistência com o incremento da velocidade de rotação do vane, atribuído a efeitos viscosos, representando um aumento da resistência do material sob altas

taxas de rotação. Nota-se que estes efeitos viscosos não se manifestam tão evidentemente para a profundidade de 8,5 metros. Devido à formulação do modelo em poroelasticidade não incorporar leis constitutivas viscosas, estes efeitos não puderam ser capturados pelo modelo. Ainda segundo os resultados numéricos obtidos, o torque em condições drenadas seria equivalente a 2,10 vezes o obtido em condições completamente não drenadas.

As curvas características de drenagem obtidas com o auxílio do modelo em poroelasticidade podem ser observadas nas Figura 26 e Figura 27, onde a linha sólida representa a curva característica completa e os pontos representam o grau de drenagem obtido numericamente para os ensaios experimentais, uma vez que não é possível determinar o grau de drenagem diretamente do resultado do ensaio.



Figura 26 - Curva característica de drenagem obtida através do modelo numérico para a argila de Crespo Neto (2004), profundidade = 8,5 metros.



Figura 27 - Curva característica de drenagem obtida através do modelo numérico para a argila de Crespo Neto (2004), profundidade = 9,5 metros.

Segundo os resultados numéricos, percebe-se que para taxas de rotação acima de 1,5 deg/min $(v/k > 1,42 \cdot 10^4)$, ambos os materiais apresentaram evoluções não drenadas, enquanto que para valores de v/k < 5 (aprox. v < 0,001 deg/min) os materiais apresentariam condições drenadas de cisalhamento, tendo a drenagem parcial ocorrido para velocidades intermediárias a estes limites. Conforme esperado, o modelo corrobora o fato de que a adoção da velocidade padrão (6 deg/min) proporciona a obtenção de resistências não drenadas em argilas.

4.2. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo foi apresentada a validação do modelo em poroelasticidade não linear aplicando-o a resultados experimentais de ensaios de palheta em materiais de baixa permeabilidade (solos argilosos). Percebe-se que o modelo conseguiu representar de forma coerente o acréscimo de resistência com a redução da velocidade de rotação, resultado oriundo do fenômeno de drenagem parcial durante a evolução do cisalhamento. Ademais, os

resultados numéricos permitem identificar também a que limites de velocidade este fenômeno é esperado.

Verifica-se através dos resultados numéricos que um tamanho de zona de influência $a_p = 5R$ conseguiu representar com acurácia a tendência dos resultados experimentais. Apesar de inicialmente a distribuição inicial de poropressão ter sido validada para $a_p = 35R$ no capítulo 3, estes dados referem-se a inclusões cilíndricas no solo, associadas a um mecanismo de expansão de cavidade cilíndrica, diferentemente da palheta, representada por uma geometria cruciforme extrudada com paredes esbeltas. Desta forma, uma zona de influência menor aparenta ser razoável uma vez que claramente um cilindro mobiliza mais solo durante a sua cravação do que a geometria do ensaio de palheta.

De modo geral, comprova-se numericamente que a velocidade padrão do ensaio (v=6 deg/min) é adequada para se obterem resistências não drenadas em materiais de baixa permeabilidade, enquanto que a drenagem parcial ($5\% < U^* < 95\%$) foi observada para velocidades menores que 1,5 deg/min para as argilas da Barra da Tijuca e 5 deg/min para as argilas canadenses. Através dos resultados numéricos, espera-se que evoluções drenadas sejam atingidas para velocidades inferiores a 0,001 deg/min, e que a resistência obtida nessas condições seja da ordem de grandeza de 1,8 a 2,4 vezes a resistência obtida em condições não drenadas, variando conforme as características do material.

Ressalta-se que na prática, é muito difícil alcançar velocidades de rotação da palheta que garantam evoluções completamente drenadas em solos argilosos, tendo em vista que para materiais de baixa permeabilidade, a velocidade necessária seria muito baixa, o que limita a execução do ensaio do ponto de vista tecnológico e justifica a escassez de dados do tramo drenado na literatura. Desta forma, a validação do modelo foi realizada de forma parcial, limitando-se aos pontos não drenados e quase não drenados da curva.

Além do mais, a aplicação do modelo aos resultados experimentais apresentados se depara com incertezas devido a ausência de parâmetros constitutivos dos solos estudados, fazendo-se necessária a adoção de correlações empíricas para estimar os parâmetros necessários ao emprego do modelo. Deste modo, uma correta avaliação de tais parâmetros pode influenciar os resultados apresentados, principalmente no que tange o tramo parcialmente drenado e drenado da curva.

5. ANÁLISE PARAMÉTRICA

Neste capítulo, apresenta-se uma análise da sensibilidade dos parâmetros envolvidos nas respostas obtidas através do modelo poroelástico, com o propósito de estudar a influência da resistência, rigidez e o tamanho da zona de influência de poropressão nas curvas características obtidas para materiais com permeabilidade intermediária ($k = 10^{-7}$ m/s).

No conjunto de resultados apresentados neste capítulo, o solo é descrito como um material poroelástico não linear homogêneo, que se comporta segundo uma lei de dependência baseada no critério de Drucker-Prager, apresentada no item 3.3. Assim sendo, a deformação de referência ε_{ref} é determinada em função de G_0 , coeficiente de atrito T e limite em tração isotrópica h pela equação (3.24). Os parâmetros de Drucker-Prager foram obtidos considerando uma superfície inscrita ao critério de Mohr-Coulomb, conforme Anexo A.

Quanto às definições do modelo que foram mantidas como referência nas análises, destaca-se que o valor da poropressão foi calculado limitando-se aos 50 primeiros termos (i = 1, ..., 50) da série definida em (3.39), como adotado por Fayolle (2016). A discretização espacial do domínio foi feita por 200 000 pontos igualmente distribuídos entre a face do cilindro r = R e o raio de influência $r = a_p$. O raio da palheta R foi adotado como 32,5 mm.

O processo de cisalhamento consiste em aumentar progressivamente a rotação α em r = Raté um valor $\alpha = \alpha_{max}$ sob uma taxa constante. De modo às simulações permanecerem dentro do contexto das pequenas deformações, a rotação aconteceu até atingir-se um nível de deformação máximo igual a 0,15 ($\varepsilon_{d,max} = 0,15$).

5.1. VELOCIDADE DE ROTAÇÃO E CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA: NORMALIZAÇÃO V/K.

Inicialmente, propõe-se uma avaliação paramétrica da velocidade de rotação para materiais de distintas permeabilidades, visando observar a sensibilidade desta nas curvas de drenagem e no torque mobilizado durante a rotação.

As simulações são aplicadas a um material teórico, cujos parâmetros estão descritos na Tabela 5, nos quais apenas a condutividade hidráulica e a velocidade de rotação imposta foram alteradas durante as simulações. O módulo volumétrico K é calculado através da expressão oriunda da teoria da elasticidade drenada, que o relaciona ao coeficiente de Poisson ν e o módulo cisalhante inicial G_0 .

Parâmetro	Unidade	Valor
$u_{ m max}$	kPa	30
G_0	MPa	25
V		0,2
${\cal E}_{ref}$		$1,026 \cdot 10^{-3}$
arphi	deg	25
с'	kPa	1
е		1
b		0,99
М	GPa	2,20
$\sigma_0 = \sigma_{v0} = \sigma_{h0}$	kPa	-50
k	m/s	10^{-1} a 10^{-12}

Tabela 5 - Parâmetros utilizados nas análises paramétricas iniciais.

O raio da palheta R foi adotado como sendo 0,0325 m e a distância radial que caracteriza a zona de influência a_p foi definida como sendo igual a 5 vezes o raio da palheta ($a_p = 5R$). Adotou-se uma tensão efetiva inicial $\sigma'_0 = \sigma_0 + p_0 = \sigma_0 + \gamma_w z$ igual a -50 kPa, valor que corresponde aproximadamente à tensão efetiva geostática em uma profundidade de 6,5 metros para um solo saturado.

A Figura 28 apresenta as curvas de torque, normalizado pelo torque não drenado C / C_{ND} , em função da condutividade hidráulica para cada velocidade de rotação, enquanto a Figura 29

apresenta o grau de drenagem U^* . Percebe-se que uma variação na velocidade de rotação translada a curva sobre o eixo da condutividade hidráulica, existindo uma relação direta entre a permeabilidade do material e a taxa de rotação. Desta forma, observa-se que, por exemplo, uma redução de 10 vezes na velocidade acarreta o mesmo efeito que um incremento de 10 vezes na condutividade hidráulica tanto para as curvas de torque quanto para o grau de drenagem.



Figura 28 - Torques normalizados para diferentes taxas de rotação em função da condutividade hidráulica.



Figura 29 - Curvas características de drenagem para diferentes taxas de rotação em função da condutividade hidráulica ($a_p = 5R$).

Devido à relação descrita, pode-se então propor uma normalização entre estes parâmetros, como por exemplo, a razão entre eles v/k. Esta normalização possui efeito similar à velocidade adimensional $V^* = \frac{vd}{c_f}$ apresentada em (1.13), conforme observado nas curvas características de drenagem apresentadas nas Figura 30 e Figura 31, sendo o mesmo efeito observado para as curvas de torque normalizado.

Mateus Forcelini (forcelini.mateus@gmail.com) Dissertação de Mestrado. PPGEC/UFRGS 2019



Figura 30 - Normalização das curvas características de drenagem: normalização v/k ($a_p = 5R$).



Figura 31 - Normalização das curvas características de drenagem: normalização V* ($a_p = 5R$).

Apesar de ambas as normalizações serem equivalentes, a velocidade adimensional v/k possui uma justificativa prática para a aplicação corrente em ensaios de palheta. Tanto a

velocidade adimensional V^* como o fator tempo T^* visam eliminar o efeito do diâmetro da palheta, introduzindo assim uma relação com o coeficiente de adensamento do solo c_v ou c_h . Entretanto, a determinação prática deste coeficiente apresenta dúvidas, além de ser determinado (ou estimado) de forma menos precisa do que o gradiente hidráulico k do solo. Como na prática da investigação geotécnica não é comum adotarem-se palhetas com diferentes diâmetros, a utilização de V^* ou T^* pode ser então substituída pela proposta. Ao longo deste trabalho, a velocidade adimensional v/k será adotada como normalização para a interpretação dos resultados.

5.2. ÂNGULO DE ATRITO

Nesta seção, a influência da resistência do material é avaliada através de uma análise paramétrica variando o ângulo de atrito de um material teórico, de permeabilidade intermediária. Desta forma, variou-se o ângulo de atrito na faixa entre 10 a 45°, que representa todos os materiais encontrados na mecânica dos solos, aliada a variação da velocidade de rotação para obterem-se as curvas características. Os parâmetros utilizados estão sumarizados pela Tabela 6.

Parâmetro	Unidade	Valor
φ	deg	10/15/20/25/30/35/40/45
с'	kPa	1
G_{0}	MPa	25
V		0,2
\mathcal{E}_{rof}		4,104.10 ⁻⁴ /6,088.10 ⁻⁴ / 8,145.10 ⁻⁴ /1,026.10 ⁻³ /
, .y		1,242 · 10 ⁻³ / 1,459 · 10 ⁻³ / 1,675 · 10 ⁻³ / 1,887 · 10 ⁻³
u _{max}	kPa	30

Tabela 6 - Parâmetros utilizados nas análises paramétricas de resistência.

е		1
b		0,999
М	GPa	2,202
$\sigma_0 = \sigma_{v0} = \sigma_{h0}$	kPa	-50
k	m/s	10 ⁻⁷
a_p / R		5

O objetivo destas análises é verificar a influência da resistência do material sobre a variação do torque (tensão mobilizada) e as curvas características de drenagem (dissipação de poropressão). Desta forma, as Figura 32 e Figura 33 apresentam os resultados obtidos através do modelo poroelástico.



Figura 32 - Curvas de torque normalizado para materiais com diferentes resistências: normalização v/k ($a_p = 5R$).



Figura 33 - Curvas características de drenagem para materiais com diferentes resistências: normalização v/k ($a_p = 5R$).

Percebe-se da Figura 32 que a variação do ângulo de atrito está diretamente ligada à variação do torque mobilizado durante a rotação do cilindro. Um solo com ângulo de atrito menor mobiliza menos resistência ao cisalhamento durante a evolução da rotação, bem como uma menor razão entre o torque mobilizado na condição completamente drenada em relação à condição não drenada. Esta diferença de resistência é observada em função do ângulo de atrito através da Figura 34 (C_{DR} / C_{ND} vs. $\tan \varphi$) para tensões efetivas iniciais σ_0 iguais a -50, -150 e -300 kPa, onde se percebe um aumento não linear da razão entre o torque máximo (condição drenada C_{DR}) para o torque mínimo (condição não drenada C_{ND}) com a variação do ângulo de atrito interno. Como pode ser observado, esta razão também possui influencia da tensão efetiva inicial, porém de modo não tão pronunciado. Para $\sigma_0 = -50$ kPa, esta razão varia de 1,78 para $\varphi = 10^\circ$ a 2,79 para $\varphi = 35^\circ$, já para $\sigma_0 = -300$ kPa varia de 1,95 a 2,87 com os mesmos ângulos de atrito dentro das simulações propostas.



Figura 34 - Variação da razão entre os torques drenado e não drenado em função do ângulo de atrito do material ($a_p = 5R$).

A Figura 33 apresenta as curvas características de drenagem (U^* vs. v/k) da análise paramétrica proposta. Os resultados das simulações indicam que materiais com maior ângulo de atrito atingem o comportamento totalmente drenado para velocidades maiores. Ou seja, quanto mais resistente é o material, mais rápida é a dissipação de poropressão durante a rotação do cilindro rígido. Este mesmo comportamento é evidenciado normalizando-se pela velocidade adimensional V^* , conforme ilustrado pela Figura 35.



Figura 35 - Curvas características de drenagem para materiais com diferentes resistências: normalização V* ($a_p = 5R$).

As curvas características de drenagem, obtidas com o auxílio do modelo poroelástico, permitem então, determinar as transições das condições de drenagem para as diferentes resistências adotadas. Observa-se que a transição entre os comportamentos drenado e não drenado varia em função do ângulo de atrito adotado nas análises. Contudo, para valores de v/k inferiores a 10^1 , equivalente a uma taxa de rotação de aproximadamente 0,10 deg/min, todas as curvas apresentam comportamento drenado ($U^* > 95\%$), enquanto valores de v/k superiores a $4 \cdot 10^4$ (v > 400 deg/min) apresentam comportamento não drenado ($U^* < 5\%$) para todas as análises apresentadas. Ressalta-se que o material teórico com $\varphi = 45^\circ$ atingiu comportamento drenado para $v/k < 10^2$ (v < 1,0 deg/min), dissipando mais rapidamente a poropressão, e não drenado para $v/k > 5 \cdot 10^3$ (v > 50 deg/min) e completamente drenado para $v/k < 10^1$.

5.3. RIGIDEZ DO MATERIAL

A influência da rigidez nas curvas características será avaliada através de dois parâmetros elásticos: influência do módulo cisalhante inicial G_0 e influência do módulo volumétrico K. Os resultados obtidos por estas análises serão apresentados nos próximos itens.

5.3.1. Módulo cisalhante inicial G_0

Com a evolução do cisalhamento, o módulo cisalhante *G* apresenta também uma evolução, dada pelas leis de dependência apresentadas anteriormente em (3.17) e (3.21). Para um material de Tresca, essa evolução depende somente do nível de deformação, representado por ε_d , enquanto para um material coesivo-friccional, que obedece ao critério de Drucker-Prager, a variação de *G* é função também das deformações volumétricas ε_v e da poropressão *p* desenvolvida.

De modo a avaliar a influência do módulo cisalhante inicial do material no torque e nas curvas características de drenagem, realizaram-se simulações numéricas através do modelo poroelástico, onde se variou a taxa de rotação e o módulo cisalhante dentre uma faixa de 5 a 100 MPa. Os parâmetros utilizados nas simulações estão resumidos na Tabela 7.

Parâmetro	Unidade	Valor
φ	deg	25
с'	kPa	1
G_{0}	MPa	5/10/15/25/50/75/100
V		0,2
		5,130·10 ⁻³ /2,565·10 ⁻³ /
		1,710·10 ⁻³ / 1,026·10 ⁻³ /
${\cal E}_{ref}$		5,130.10 ⁻⁴ /3,420.10 ⁻⁴ /
		$2,565 \cdot 10^{-4}$
		,
$u_{\rm max}$	kPa	30
е		1
b		1,000
М	GPa	2,20
$\sigma_0 = \sigma_{v0} = \sigma_{h0}$	kPa	-50
k	m/s	10^{-7}
a_p / R		5

Tabela 7 - Parâmetros utilizados nas análises paramétricas de rigidez inicial (G_0).

O objetivo desta análise é verificar o efeito da rigidez inicial do material no torque desenvolvido durante a rotação da palheta e na dissipação de poropressão durante a execução do ensaio. Os resultados obtidos podem ser observados nas Figura 36 e Figura 37.



Figura 36 - Curvas de torque normalizado para materiais de diferentes rigidezes iniciais: normalização v/k ($a_p = 5R$).



Figura 37 - Curvas características de drenagem para materiais de diferentes rigidezes iniciais: normalização v/k ($a_p = 5R$).

A Figura 36 apresenta as curvas de torque normalizado pelo torque não drenado em função do índice v/k. Percebe-se que, tanto no tramo não drenado da curva (expresso pelas menores resistências obtidas, em v/k superior a 10^4), quanto para as resistências obtidas em condições drenadas (v/k < 5) a rigidez inicial não apresenta influência sob o torque desenvolvido, enquanto que para o tramo parcialmente drenado, solos com menor módulo cisalhante inicial (menor rigidez inicial) mobilizam ligeiramente menos tensão cisalhante para um mesmo v/k. Para as simulações propostas, a razão entre os torques drenado e não drenado C_{DR}/C_{ND} encontrada foi de 1,86 para um mesmo material com $\varphi = 25^\circ$, c'=1 kPa e $a_p = 5R$.

Já a Figura 37 apresenta as curvas características de drenagem no espaço normalizado por v/k. Pode-se observar pelos resultados que materiais com maior rigidez inicial dissipam ligeiramente mais rápido a poropressão, ou seja, estes atingem o comportamento drenado com velocidades maiores de rotação. Novamente, a transição entre os comportamentos drenados e não drenados varia com a variação de G_0 , sendo esta diferença menos expressiva do que a observada para as análises paramétricas de resistência (Figura 35). De um modo geral, percebe-se que o comportamento completamente drenado ocorre para valores de v/k inferiores a 50 (v < 0,50 deg/min) e o comportamento não drenado ocorre para v/k superior a $2 \cdot 10^4$ (v > 200 deg/min) para as simulações propostas.

A Figura 38 apresenta as mesmas curvas características de drenagem no espaço da velocidade adimensional V^* . Percebe-se uma maior dispersão horizontal entre as curvas de diferentes materiais devido à introdução do coeficiente de difusão c_f definido pela equação (3.35). Neste espaço, a tendência de materiais mais rígidos dissiparem mais rapidamente (a velocidades mais altas) não é tão intuitiva, uma vez que cada material possui um coeficiente de difusão que aumenta com o aumento de G_0 , invertendo a disposição das curvas se comparado a Figura 37.



Figura 38 - Curvas características de drenagem para materiais de diferentes módulos cisalhantes iniciais: normalização V* ($a_p = 5R$).

5.3.2. Módulo volumétrico K

O módulo volumétrico *K* representa a tendência de um material elástico se deformar em todas as direções quando submetido a um estado de compressão isotrópica (hidrostática). Este possui influência no cálculo da evolução do módulo cisalhante $G(\varepsilon_d, \varepsilon_v, p)$ para um material Drucker-Prager, pois controla diretamente o nível das deformações volumétricas ε_v durante a dissipação de poropressão, conforme a lei de dependência expressa em (3.21).

De modo a avaliar o efeito da variação deste parâmetro sob o torque obtido e as curvas de drenagem, variou-se o modulo volumétrico K na faixa entre 5 a 15 MPa. Um resumo dos parâmetros adotados pode ser observado na Tabela 8.

Tabela 8 - Parâmetros	utilizados	nas	análises	paramétricas	de	modulo
volumétrico (K).						

Parâmetro	Unidade	Valor	
φ	deg	25	

с'	kPa	1
$G_{_0}$	MPa	25
K	MPa	5 / 7,5 / 10 / 12,5 / 15
\mathcal{E}_{ref}		$1,026 \cdot 10^{-3}$
u _{max}	kPa	30
е		1
b		1,000
М	GPa	2,20
$\sigma_0 = \sigma_{v0} = \sigma_{h0}$	kPa	-50
k	m/s	10 ⁻⁷
a_p / R		5

Os resultados obtidos para o torque normalizado e as curvas características de drenagem para as simulações propostas podem ser observados através das Figura 39 e Figura 40 no espaço normalizado por v/k.





Figura 39 - Curvas de torque normalizado para materiais de diferentes módulos volumétricos: normalização v/k ($a_p = 5R$).

Figura 40 - Curvas características de drenagem para materiais de diferentes módulos volumétricos: normalização v/k ($a_p = 5R$).

Percebe-se pela Figura 39, que o módulo volumétrico não apresenta influência no torque desenvolvido no tramo não drenado da curva, tendo em vista que enquanto não há dissipação de poropressão, não há desenvolvimento de deformações volumétricas e portanto não existe aumento de tensões atrelado ao módulo volumético. O efeito da variação de *K* passa a ser significativo para velocidades de rotação onde há dissipação de poropressão, mesmo que parcial (aproximadamente $v/k < 10^4$). Um aumento do módulo volumétrico aumenta também a razão entre as resistências obtidas em evoluções drenadas e não drenadas. Dentro do intervalo de valores proposto, a relação C_{DR} / C_{ND} varia de 1,54 quando K = 5 MPa para 1,74 quando K = 15 MPa, conforme pode ser observado na Figura 41.


Figura 41 – Variação da razão entre os torques drenado e não drenado em função do módulo volumétrico ($a_p = 5R$).

Observa-se pela Figura 40 que a variação da magnitude do módulo volumétrico possui efeito desprezível na curvas características de drenagem dentro do intervalo proposto, sendo que materiais com maior rigidez volumétrica dissipam ligeiramente mais rápido a poropressão. O comportamento não drenado ($U^* < 5\%$) foi observado em todas as simulações com $v/k > 10^4$ enquanto o tramo drenado da curva ($U^* > 95\%$) é caracterizado por $v/k < 3 \cdot 10^1$. A mesma influência do módulo volumétrico é encontrada nas curvas característicos no espaço normalizado por V^* , como pode ser observado pela Figura 42.



Figura 42 - Curvas características de drenagem para materiais de diferentes módulos volumétricos: normalização V* ($a_p = 5R$).

5.4. RAIO DE INFLUÊNCIA a_p

O tamanho da zona de influência, delimitada pela distância radial a_p , determina até qual distância ocorre o aumento da poropressão inicial causada pela inclusão do cilindro rígido no material. De modo a avaliar a sensibilidade deste parâmetro, realizaram-se simulações numéricas variando-se tal distância arbitrariamente de $a_p = 2R$ a $a_p = 50R$, aliada à variação da velocidade de rotação para um mesmo material teórico. Ressalta-se que o tamanho da zona de influência em processos de cravação ainda é um tema pouco estudado na geotecnia, e sua extensão provavelmente é função das propriedades do material. A Tabela 9 apresenta os parâmetros utilizados nesta simulação.

Tabela 9 - Parâmetros utilizados nas análises paramétricas do raio de influência (a_p) .

Parâmetro	Unidade	Valor	
φ	deg	25	

<i>c</i> '	kPa	1
G_{0}	MPa	25
K	MPa	33,33
${\cal E}_{ref}$		$1,026 \cdot 10^{-3}$
$u_{\rm max}$	kPa	30
е		1
b		1,000
М	GPa	2,20
$\sigma_0 = \sigma_{v0} = \sigma_{h0}$	kPa	-50
k	m/s	10 ⁻⁷
a_p / R		2 / 5 / 15 / 25 / 35 / 50

A Figura 43 apresenta o resultado das análises no torque normalizado sobre a velocidade adimensional v/k. Verifica-se que, quanto menor é o tamanho da zona de influência, menor é a relação entre os torques obtidos na condição drenada e não drenada. Além disso, percebe-se que um material com raio de influência menor desenvolve o torque máximo (condições drenadas) para menores velocidades, demonstrando o efeito que este possui na dissipação da poropressão. A Figura 44 ilustra a razão C_{DR} / C_{ND} em função do tamanho da zona de influência a_p . Verifica-se que a razão C_{DR} / C_{ND} aumenta de forma não linear com o aumento de a_p , variando de 1,75 para uma distância $a_p = 2R$ a 1,97 para $a_p = 50R$, sendo que para distâncias de aproximadamente $a_p / R > 20$ o aumento desta razão tende a se tornar estável. Considerando os valores prováveis de a_p entre 5 e 50, a razão C_{DR} / C_{ND} varia em torno de 12%, ou seja, a razão entre os torques drenado e não drenado é pouco sensível a este parâmetro. Contudo, as velocidades em que estes se desenvolvem sofrem grande influência.



Figura 43 - Curvas de torque normalizado para materiais de diferentes tamanhos de raio de influência: normalização v/k.



Figura 44 - Variação da razão entre os torques drenado e não drenado em função do tamanho da zona de influência.

A importância do tamanho da zona de influência nas curvas características de drenagem pode ser observada através da Figura 45. A figura mostra que os comportamentos completamente drenado ou não drenado são atingidos com velocidades diferentes para cada valor de tamanho de zona de influência simulado. Observa-se que, velocidades maiores são necessárias para atingir a drenagem em raios de influência pequenos, ou seja, a dissipação é mais rápida para valores menores de a_p . Verifica-se também que uma variação do tamanho da zona de influência altera também a inclinação da curva, de forma que quanto menor a zona de influência, menor é a faixa de transição entre os comportamentos não drenado e totalmente drenado. Os mesmos resultados são percebidos no espaço $U^* \times V^*$, ilustrados pela Figura 46.



Figura 45 - Curvas características de drenagem para materiais de diferentes raios de influência: normalização v/k.



Figura 46 - Curvas características de drenagem para materiais de diferentes raios de influência: normalização V*.

5.5. ÍNDICE DE RIGIDEZ I_r .

Como pode ser observado nos itens anteriores, tanto a normalização adotada, bem como a normalização pela velocidade adimensional V^* , não permitem definir limites de velocidade que garantam evoluções drenadas ou não em materiais com diferentes valores de φ e G_0 . De modo a levar-se em conta o efeito destes parâmetros, uma possibilidade de normalização visa utilizar o índice de rigidez do material $I_r = G_0 / S_u$, proposto por Vésic (1972). Este parâmetro é conhecido por controlar a extensão da zona plástica em processos de cravação em um meio poroso, e vem sendo utilizado como parâmetro de normalização em outros estudos (DIENSTMANN, 2015; FAYOLLE, 2016).

Desta forma, realizaram-se simulações variando-se φ , entre 5 e 35°, e G_0 de forma a manterse valores de I_r constantes. Em uma tentativa de identificar limites para evoluções não drenadas ou drenadas, estes resultados são apresentados no espaço $U^* \times \frac{v}{k}I_r$ pela Figura 47, onde se percebe que a adoção do índice de rigidez na normalização por v/k não auxilia nesta determinação. Também foi buscada uma normalização através de $\frac{v}{k}I_r^x$, variando-se o



valor de *x*, contudo sem sucesso.

Figura 47 – Curvas características de drenagem no espaço $U^* \times \frac{v}{k} I_r.$

A Figura 48 apresenta a variação da razão C_{DR} / C_{ND} em função de I_r , para as mesmas simulações propostas. Como pode ser observado, apenas a variação do ângulo de atrito do material φ possui influência na razão entre os torques drenado e não drenado, uma vez que, como demonstrado anteriormente, esta razão não é influenciada pela variação de G_0 .



Figura 48 - Razão entre torques em função de Ir para diferentes ângulos de atrito.

5.6. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo foram apresentados os resultados de uma avaliação paramétrica para análise da sensibilidade dos parâmetros envolvidos nas previsões numéricas do comportamento de rotação de um cilindro infinito no solo, através do modelo poroelástico descrito nos capítulos 3 e 4. Os resultados foram diretamente apresentados em termos de torque normalizado e grau de drenagem obtidos para um elemento na face do cilindro. Foram estudada a influência da resistência, rigidez e o tamanho da zona de influência nas curvas características obtidas.

Através de simulações numéricas variando-se a condutividade hidráulica do material e a taxa de rotação, propõem-se a adoção da velocidade adimensional v/k. Esta apresenta vantagens práticas sobre a velocidade adimensional V^* ou o fator tempo T^* pois não utiliza coeficientes de adensamento na sua formulação de modo a eliminar o efeito do diâmetro, que são estimados de forma menos precisa que a condutividade hidráulica do material. Destaca-se que os resultados obtidos na normalização v/k limitam-se a execução de ensaios com palhetas de mesmo diâmetro, D=65 mm nos casos simulados, diâmetro adotado como

padrão por normatizações. A velocidade adimensional V^* ou o fator tempo T^* continuam sendo indicados quando ensaios de diferentes diâmetros são utilizados.

Análises paramétricas complementares foram realizadas para avaliar como a variação dos principais parâmetros envolvidos nas simulações numéricas alteram as curvas características de drenagem e o torque obtido nas condições drenadas e não drenadas para um material com permeabilidade intermediária ($k = 10^{-7}$ m/s). De modo a se obter uma sensibilidade sobre os resultados obtidos e demonstrar sua influência no espaço $U^* \times v/k$, as análises paramétricas englobaram a variação do ângulo de atrito do material φ , o módulo cisalhante inicial G_0 , o módulo volumétrico K e o tamanho da zona de influência a_p .

Os resultados mostram que a resistência do material influencia diretamente nas curvas obtidas. Em geral, materiais mais resistentes dissipam mais rapidamente a poropressão, além de desenvolverem mais tensão cisalhante durante a rotação do cilindro. De forma geral, percebe-se que para um mesmo tamanho de zona de influência $a_p = 5R$, a razão entre os torques C_{DR} / C_{ND} não foi superior a 3, variando-se o ângulo de atrito entre 10° e 45° e a tensão efetiva inicial entre 50 e 300 kPa. Apesar de ser possível identificarem-se limites de velocidade que garantam evoluções não drenadas para estes materiais, a adoção pratica de uma velocidade única não é recomendada uma vez que o modelo em poroelasticidade não engloba os efeitos viscosos em sua formulação, o que poderia levar a uma superestimativa da resistência não drenada em altas taxas de rotação dependendo das características do material.

Em contrapartida, materiais com mesma resistência e diferentes módulos cisalhantes iniciais apresentam uma mesma razão entre os torques obtidos na condição drenada e não drenada, sendo que materiais com G_0 maior dissipam mais rapidamente a poropressão, porém, de forma menos pronunciada quando comparada a materiais mais resistentes. O módulo volumétrico pouco influencia nas curvas características de drenagem, porém possui influência no torque desenvolvido em condições onde há ocorrência de drenagem, e consequentemente variação volumétrica. O tamanho da zona de influência considerado também influencia os resultados obtidos, em geral quanto menor é a zona de influência, mais rapidamente ocorre à dissipação de poropressão e menor é o torque desenvolvido nas condições completamente drenadas.

6. APLICAÇÃO DO MODELO A ENSAIOS DE PALHETA EM REJEITOS DE MINERAÇÃO

Neste capítulo é apresentada a aplicação do modelo em poroelasticidade não linear para a interpretação das condições de drenagem de ensaios de palheta executados em rejeitos de mineração, materiais que apresentam granulometria siltosa e, portanto, permeabilidade intermediária. As predições do modelo são aplicadas aos resultados experimentais obtidos por Hlenka (2012) em uma barragem de rejeitos, oriundos do processo de mineração de zinco.

De modo análogo às análises desenvolvidas nos capítulos 4 e 5, considera-se que os materiais obedecem ao critério de Drucker-Prager, que a análise ocorre para a configuração das pequenas perturbações, que a palheta possui uma dimensão vertical infinita e que o processo de inserção é caracterizado por um excesso de poropressão inicial.

6.1. RESÍDUO DE ZINCO – HLENKA (2012)

Em sua dissertação, Hlenka (2012) realizou ensaios de campo de palheta sob diferentes velocidades de rotação em uma barragem de rejeitos de zinco. Tais ensaios foram realizados na Barragem dos Peixes, situada no complexo industrial da Votorantim Metais Zinco, em Juiz de Fora, Minas Gerais. A campanha compreendeu a realização de ensaios de palheta em três pontos distintos da barragem (PZC01, PZC02 e PZC03), com a coleta de amostras e execução de ensaios de piezocone sísmico (SCPTU). Um levantamento planimétrico da barragem, bem como a localização das estações de ensaio, pode ser observado pela Figura 49.



Figura 49 - Levantamento planimétrico e localização das estações de ensaios para a Barragem dos Peixes. Fonte: Hlenka, 2012.

6.1.1. Caracterização do rejeito de mineração de zinco

O estudo de Hlenka (2012) englobou a caracterização de laboratório do material através de ensaios de densidade, umidade, granulometria, compressibilidade e permeabilidade. As amostras foram coletadas a cada metro até a profundidade de 12,0 m com o auxílio de um amostrador tipo pistão estacionário (*shelby*). A Figura 50 apresenta os perfis de peso específico natural e teor de umidade das amostras retiradas em função da profundidade.



Figura 50 – Perfis de (a) pesos específicos e (b) teor de umidade do rejeito de zinco estudado. Fonte: Hlenka, 2012.

Conforme pode ser observado na Figura 50(a), o material apresenta tendência de aumento do peso específico com a profundidade, variando de 11,27 a 14,92 kN/m³, divergindo ligeiramente entre as estações, e apresentando consistência correspondente à de solos orgânicos moles ($\gamma_n < 15kN/m^3$). Já, os teores de umidade, apresentados na Figura 50(b), variam entre 90 e 210%, considerados altos até mesmo para resíduos completamente submersos, representativos de um material com alto índice de vazios e com uma tendência de redução com a profundidade.

Análises granulométricas foram realizadas de modo a caracterizar a distribuição do tamanho de partícula do material. As análises seguiram o procedimento padrão de peneiramento e sedimentação, sendo que os ensaios de sedimentação foram realizados tanto com água destilada quanto com o próprio licor da polpa de resíduos, coletado diretamente da barragem. A Tabela 10 apresenta a granulometria obtida através destes ensaios.

ESTAÇÃO	Prof. (m)	Silt	te (%)	Areia	fina (%)	Areia Média (%)		
		Licor	Água dest.	Licor	Água dest.	Licor	Água dest.	
	2,0	99,88	99,88	0,10	0,10	0,01	0,01	
P7C01	4,0	99,97	99,93	0,03	0,07	0,0	0,0	
PZC01	6,0	98,94	-	0,06	-	0,0	-	
	9,0	99,86	99,92	0,11	0,06	0,03	0,02	
	2,0	99,90	99,90	0,10	0,10	0,0	0,0	
P7C02	6,0	100,0	99,97	0,0	0,03	0,0	0,0	
PZC02	7,0	99,92	-	0,08	-	0,0	0,0	
	9,0	99,51	99,43	0,48	0,54	0,01	0,03	
PZC03	2,0	99,79	99,71	0,18	0,26	0,03	0,03	
	4,0	99,93	-	0,07	-	0,0	-	
	9,0	99,83	99,75	0,15	0,22	0,02	0,03	

Tabela 10 - Resultado das análises granulométricas. Fonte: Hlenka, 2012.

Os resultados mostram que o geomaterial é composto predominantemente por partículas de tamanho siltoso (cerca de 99% da composição total) com pequenas quantidades de areia. Ademais, não foram encontradas partículas inferiores a 0,002 mm, indicando que o material nestas condições não apresenta granulometria argilosa. Complementarmente, foram realizados ensaios de difração a laser, onde os resultados indicam que o material possui uma fração argilosa de em média 17,67%. Esta diferença pode estar relacionada com a presença de sulfatos nas amostras que podem aglomerar partículas no meio dispersor durante a sedimentação. As análises de microscopia eletrônica de varredura (MEV) e difratometria realizadas pelo autor indicam a presença de sulfato de cálcio hidratado (gipsita), além de minerais compostos de silicato de cálcio, silicato de alumínio e carbonato de cálcio (meionite).

A densidade real dos grãos foi determinada em amostras coletadas a 2 e 9 metros de profundidade, onde os valores variaram de 3,285 a 3,371 g/cm³, apresentando um valor médio de 3,323 g/cm³. Os resultados dos limites de consistência indicam que o material apresenta limite de liquidez *LL* entre 61 e 101% e índice de plasticidade *IP* variando de 22 a 54%.

Os parâmetros de adensamento foram determinados para as três estações de ensaio (PZC01, PZC02, PZC03) e podem ser observados na Tabela 11, apresentando os valores encontrados de índice de compressibilidade Cc, de recompressibilidade Cr e descarregamento Ccr.

	Índice de comp. Cc			Índio	ce de recom	p. Cr	Ccr			
ENSAIO	01	02	03	01	02	03	01	02	03	
	1,75	1,69	1,56	0,23	0,25	0,07	0,14	0,15	0,15	

Tabela 11 - Parâmetros de adensamento. Fonte: Hlenka, 2012.

O coeficiente de adensamento vertical c_v do material também foi determinado para as três estações, variando de $2,0\cdot10^{-2}cm^2/s$ a $1,0\cdot10^{-2}cm^2/s$. Através dos resultados de laboratório, permitiu-se então estabelecer os perfis da razão de pré-adensamento *OCR*, tensão vertical efetiva σ'_{v0} e índice de vazios inicial e_0 . A Figura 51 apresenta tais perfis para as estações em função da profundidade avaliada.



Figura 51 – Perfis de (a) tensão efetiva vertical, (b) OCR e (c) índice de vazios do rejeito de zinco estudado. Fonte: adaptado de Hlenka, 2012.

Percebe-se da Figura 51 que o material apresenta altos valores de *OCR* próximo à superfície, indicando uma camada sobreadensada, provavelmente oriunda de variações sazonais do nível freático da barragem. Também fica evidenciado o alto índice de vazios do material, entre 3,4 e 6,8, variando com a profundidade e a estação onde a amostra foi coletada.

As Figura 52, Figura 53 e Figura 54 apresentam os resultados dos ensaios de piezocone sísmico. Os gráficos mostram os perfis de resistência de ponta corrigida q_t , poropressão

medida na base do cone u_2 , poropressão hidrostática u_0 , atrito lateral f_s , coeficiente de poropressão B_q e velocidade de propagação de onda cisalhante V_s , obtidos experimentalmente por Hlenka (2012) em cada uma das estações de ensaio.



Figura 52 - Resultados de (a) q_t , (b) $u_2 e u_0$, (c) f_s , (d) B_q e (e) V_s do piezocone sísmico para a estação PZC01. Fonte: Hlenka, 2012.



Figura 53 - Resultados de (a) q_t , (b) $u_2 e u_0$, (c) f_s , (d) $B_q e$ (e) V_s do piezocone sísmico para a estação PZC02. Fonte: Hlenka, 2012.



-10

-11

-12

-13

-10

-11

-12

13

(e)

(d)

Figura 54 - Resultados de (a) q_t , (b) $u_2 e u_0$, (c) f_s , (d) $B_q e$ (e) V_s do piezocone sísmico para a estação PZC03. Fonte: Hlenka, 2012.

(c)

-10

-11

-12

-13

qt (kPa)

Dissipa

-10

-11

-12

-13

(b)

0 500

0

-1

-2

-3

-4

-5

-6

-7

-8

-9

-10

-11

-12

-13

(a)

Profundidade (m)

Em geral percebe-se uma tendência do aumento contínuo da resistência de ponta, poropressão, e atrito lateral com a profundidade, excetuando-se algumas heterogeneidades comuns aos rejeitos de mineração devido ao seu processo de lançamento. A velocidade de propagação de onda cisalhante apresenta tendência de crescimento para a estação PZC03, enquanto que para as outras verticais este fenômeno não foi observado, possivelmente devido à heterogeneidade do material. A partir da velocidade de propagação da onda cisalhante, torna-se possível identificar o módulo cisalhante inicial, através da seguinte expressão:

$$G_0 = \rho_n v_s^2 \tag{6.1}$$

onde ρ_n é a densidade natural do solo e v_s é a velocidade de propagação da onda cisalhante no meio. Utilizando-se a equação (6.1), os módulos cisalhantes iniciais foram computados para as profundidades disponíveis e podem ser observados na Tabela 12, a qual caracteriza uma faixa de variação de G_0 entre 2,14 a 30,61 MPa.

> Tabela 12 - Avaliação do módulo cisalhante inicial do rejeito de mineração de zinco através do ensaio do piezocone sísmico.

Profundidade (m)		G_0 (MPa)	
-	PZC01	PZC02	PZC03

1	-	-	3,6
2	6,09	-	7,71
3	2,45	3,14	5,91
4	-	3,45	11,15
5	4,08	6,17	10,71
6	-	2,46	12,24
7	-	4,45	13,86
8	2,14	-	13,35
9	-	-	14,88
10	-	-	20,23
11	-	-	30,46
12	-	-	30,61

Os ensaios de palheta realizados por Hlenka (2012) foram executados para as três estações (PZC01, PZC02 e PZC03) nas profundidades de 2; 4 e 6 metros. Nas estações PZC02 e PZC03 foram empregadas três velocidades de rotação: 1; 6 e 60 deg/min, enquanto que na estação PZC01 somente as velocidades de 6 e 60 deg/min foram adotadas. A Figura 55 apresenta um resultado típico obtido pelo autor de S_u^* vs. rotação para a estação PZC02 a uma profundidade de 4 metros. A resistência ao cisalhamento S_u^* é obtida através da interpretação convencional do ensaio de palheta, equação (1.6): $S_u^* = \frac{6C}{7\pi D^3}$, onde *C* se refere ao torque medido experimentalmente no ensaio de *vane* e *D* é o diâmetro da palheta. Ressalta-se que tais resistências podem não corresponder à resistência não drenada S_u uma vez que se desconhece o grau de drenagem durante o cisalhamento.



Figura 55 - Curva torque versus rotação do ensaio de palheta da estação PZC02 a 4 metros de profundidade. Fonte: Hlenka, 2012.

A Figura 56 apresenta, para cada estação e profundidade, uma comparação da "resistência ao cisalhamento" S_u^* , obtida pela interpretação convencional do ensaio de palheta. A partir dos resultados obtidos, Hlenka (2012) estabelece algumas conclusões para este material: a) o valor de S_u^* máximo decresce com o aumento da taxa de rotação; b) a dependência entre o valor de resistência residual e velocidade de ensaio não é estabelecida; e c) a rotação na ruptura é menor quanto maior a taxa de rotação da palheta.



Figura 56 - Resultados dos ensaios de palheta para as estações (a) PZC01, (b) PZC02 e (c) PZC03. Fonte: Hlenka, 2012.

A Figura 56 destaca a heterogeneidade do material em função da profundidade, uma vez que as resistências obtidas não apresentam uma tendência linear de aumento com o aumento da tensão efetiva. Esta heterogeneidade também pode ser observada pela alta variação do índice de vazios, apresentada pela Figura 51, e pelos valores de G_0 apresentados na Tabela 12.

Visto que os resultados obtidos pelo *vane* não permitem a determinação direta do grau de drenagem do ensaio, torna-se inconclusivo determinar qual velocidade corresponde a evoluções drenadas ou não drenadas. Hlenka (2012) propõe interpretar as condições de drenagem em que os ensaios foram executados através de uma proposta semelhante à adotada por Blight (1968). A ideia consiste em adotar o máximo torque obtido C_{max} como correspondente ao torque drenado e o torque mínimo C_{min} como sendo o torque em condições

não drenadas. Expressando então o grau de drenagem como $U^* = \frac{C - C_{\min}}{C_{\max} - C_{\min}}$ em função do

fator tempo $T^* = \frac{c_v t_f}{D^2}$ ou da velocidade adimensional $V^* = \frac{vD}{c_v}$. A Figura 57 apresenta os

resultados obtidos pelo autor através desta análise em função de V^* , indicando que evoluções drenadas são obtidas para $V^* < 0,15$ e evoluções não drenadas para $V^* > 1$. É importante mencionar que esta interpretação baseia-se na hipótese de que os torques máximos e mínimos



correspondem, respectivamente, aos torques drenados e não drenados, suposição que pode não ser válida uma vez que se desconhece a evolução da poropressão durante o cisalhamento.

Figura 57 - Curva característica de drenagem obtida para os resíduos de zinco. Fonte: adaptado de Hlenka, 2012.

6.1.2. Análise através do modelo poroelástico dos ensaios de campo

Este item apresenta a aplicação do modelo em poroelasticidade não linear, apresentado no capítulo 3, aos resultados experimentais obtidos por Hlenka (2012) e ilustrados pela Figura 56, para as taxas de rotação de 1, 6 e 60 deg/min. O rejeito de mineração foi considerado com propriedades isotrópicas, obedecendo ao critério de Drucker-Prager, dentro do contexto das pequenas perturbações.

Apesar dos resultados dos ensaios de campo e laboratório fornecidos por Hlenka (2012) fornecerem alguns parâmetros essenciais ao modelo, é necessário ainda estimar alguns parâmetros que não foram fornecidos. Desta forma, uma abordagem similar à apresentada no Capítulo 4 foi adotada. Devido à heterogeneidade do material em cada estação e cada

profundidade, parâmetros distintos foram adotados para cada grupo de simulações, e são apresentados na Tabela 13.

Dentre os parâmetros mantidos constantes nas simulações, uma condutividade hidráulica $k = 2 \cdot 10^{-7}$ m/s foi considerada, obtida através dos ensaios de adensamento. Não havendo dados específicos para a calibração da zona de influência da poropressão, um tamanho de zona de influência $a_p = 5R$ foi adotado, em concordância com os valores identificados na validação do modelo apresentada no capítulo 4.

Os valores de φ foram assumidos baseados em trabalhos em rejeitos de mineração (e.g. BLIGHT E STEFFEN, 1979; ROBERTSON et. al., 2003; McPHAIL et. al., 2004; BEDIN, 2010) de modo a permanecer dentro da mesma ordem de grandeza para materiais similares. Já, a coesão efetiva *c*' foi identificada através do mesmo procedimento presente no capítulo 4, onde os valores de *c*' foram calibrados de modo a representar a menor resistência obtida, subsidiando as simulações seguintes. Ressalta-se que diferentes valores de *c*' foram adotados para diferentes profundidades e as diferentes estações em função da heterogeneidade do material previamente destacada.

O módulo cisalhante inicial G_0 foi obtido para cada profundidade diretamente através dos ensaios de propagação de onda cisalhante do piezocone sísmico, conforme pode ser observado na Tabela 12 e o módulo volumétrico do grão constituinte K_s foi novamente considerado igual a 40 GPa na ausência de dados experimentais para este tipo de material. Um coeficiente de Poisson de 0,2 foi adotado como referência para a obtenção dos valores de *K*.

Parâmetro		PZC01			PZC02			PZC03	
	3 m	6 m	9 m	3 m	6 m	9 m	3 m	6 m	9 m
φ (deg)	31	31	31	32	32	32	35	35	35
<i>c</i> ' (kPa)	0.40	0.60	2.00	2.31	4.42	9.63	4.40	4.86	11.17
u _{max} (kPa)	3.29	6.60	10.75	4.08	8.82	13.46	2.75	6.60	11.24
G_0 (MPa)	6.08	3.26	4.08	3.14	3.45	2.46	7.71	11.15	12.24
V					0.2				

Tabela 13 - Parâmetros adotados nas simulações numéricas em rejeitos de mineração.

K (MPa)	8.11	4.35	5.44	4.19	4.59	3.28	10.29	14.87	16.33
b	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
M (GPa)	12.62	10.27	9.88	11.08	9.98	10.38	10.28	11.58	8.31
<i>k</i> (m/s)					$2 \cdot 10^{-7}$				
$\sigma_{o} = \sigma_{vo} = \sigma_{ho}$ (kPa)	4.46	8.96	14.59	5.52	11.92	18.20	3.68	8.84	15.05
е	6.91	4.93	4.63	5.58	4.71	5.02	4.93	5.98	3.50
a / R					5				

Em relação ao valor da poropressão, adotou-se um limite de 50 termos da série definida em (3.39), como recomendado por Fayolle (2016) e a discretização espacial do domínio foi feita por 200 000 pontos igualmente distribuídos entre r = R e $r = a_p$. Estes valores serão adotados em todas as análises apresentadas neste capítulo.

Os resultados numéricos para o conjunto de simulações propostas é apresentado juntamente aos resultados obtidos por Hlenka (2012) pela Figura 58, onde os pontos correspondem ao torque experimental e as linhas representam os torques obtidos através do modelo numérico, para cada profundidade, velocidade de rotação e estação de ensaio.



Figura 58 - Perfis de torques numéricos e experimentais para as estações (a) PZC01, (b) PZC02 e (c) PZC03.

De forma geral, percebe-se que as simulações propostas conseguem reproduzir os dados experimentais de forma satisfatória, com exceção de alguns pontos onde os parâmetros adotados não foram representativos ou o comportamento esperado de aumento do torque com a redução da taxa de rotação não foi observado nos resultados experimentais devido à heterogeneidade do material ou a presença de efeitos reológicos.

Os resultados presentes na Figura 58(a) correspondem à estação PZC01, onde somente duas velocidades de execução foram adotadas (6 e 60 deg/min). Percebe-se que para as profundidades de 2 e 4 metros os resultados numéricos representaram satisfatoriamente os fenômenos observados nos ensaios de *vane*. Já, para a profundidade de 6 metros, os parâmetros adotados subestimaram a resistência medida para a taxa de rotação de 6 deg/min, apesar de conseguir reproduzir o torque experimental para a velocidade de 60 deg/min.

A Figura 59 apresenta as predições do modelo para (a) o torque normalizado $C/C_{_{ND}}$ e (b) o grau de drenagem U^* em função de v/k para a estação PZC01, onde a linha vertical corresponde à velocidade padrão do ensaio de palheta (v = 6 deg/min). Percebe-se que, segundo os resultados numéricos, a razão entre os torques drenados e não drenados $C_{_{DR}}/C_{_{ND}}$ não é única para as diferentes profundidade, correspondendo a 2,11; 2,24 e 1,91 para as profundidades de 2, 4 e 6 metros respectivamente, bem como divergindo no tramo parcialmente drenado da curva. As curvas características de drenagem também não são uniformes, sendo que para a velocidade padrão do ensaio, todos os resultados numéricos apresentaram drenagem parcial durante o cisalhamento ($5\% < U^* < 95\%$), enquanto que para a velocidade de 2 m. Ainda segundo estes resultados, de modo a obterem-se evoluções não drenadas, a taxa de rotação da palheta deveria ser superior a 55; 84 e 167 deg/min para as profundidades de 2; 4 e 6 metros, respectivamente, enquanto resistências drenadas seriam obtidas para velocidade inferiores a 0,1; 0,3 e 0,5 deg/min para as mesmas profundidades.



Figura 59 - Curvas numéricas de (a) torque normalizado e (b) grau de drenagem em função de v/k para a estação PZC01.

Os resultados da estação PZC02 (Figura 58(b)) demonstram que o modelo conseguiu prever o torque obtido por Hlenka (2012) satisfatoriamente para as profundidades de 2 e 4 metros, enquanto que para 6 metros, os resultados numéricos superestimaram a resistência para a velocidade de 1 e 6 deg/min e subestimou a resistência para a velocidade de 60 deg/min. Nesta profundidade, percebe-se que a resistência obtida para 1 e 6 deg/min foi a mesma, fenômeno possivelmente decorrente da heterogeneidade do resíduo, sendo esta inferior a medida para 60 deg/min.

As curvas obtidas numericamente de torque normalizado e grau de drenagem para a estação PZC02 estão apresentadas pela Figura 60. Segundo as previsões do modelo, espera-se que os torques obtidos em condições completamente drenadas sejam equivalentes a 1,53; 1,54 e 1,45 vezes os torques não drenados para as profundidades de 2; 4 e 6 metros, respectivamente. Conforme as curvas características de drenagem, todas as velocidades adotadas apresentaram drenagem parcial, com exceção do ensaio executado a 60 deg/min na profundidade de 2 metros, onde evoluções não drenadas de cisalhamento foram observadas através do modelo poroelástico. Destaca-se que o ensaio realizado a 1 deg/min ($v/k = 4,73 \cdot 10^1$) para a profundidade de 4 metros apresentou elevado grau de drenagem ($U^* = 91\%$), muito próximo das condições drenadas, fato que também é corroborado pelo pronunciado aumento de torque medido experimentalmente nesta velocidade. Pelos resultados numéricos, observa-se que evoluções não drenadas ocorreriam para velocidades superiores a 35; 190 e 106 deg/min e drenadas para velocidades inferiores a 0,05; 0,70 e 0,12 deg/min, nas profundidades de 2; 4 e 6 metros, respectivamente.



Figura 60 - Curvas numéricas de (a) torque normalizado e (b) grau de drenagem em função de v/k para a estação PZC02.

Analogamente à estação PZC02, os ensaios de palheta executados na estação PZC03 compreenderam as velocidades de rotação de 1; 6 e 60 deg/min, em todas as profundidades (2; 4 e 6 metros). Observa-se da Figura 58(c) que as simulações propostas para as profundidades de 2 e 4 metros conseguiram representar os resultados e a tendência de aumento de resistência com a diminuição da velocidade de rotação de forma satisfatória. Já para a profundidade de 6 metros, novamente as simulações propostas não foram capazes de representar o comportamento observado, onde a resistência obtida para a taxa de rotação de 60 deg/min foi superior a de 6 deg/min, possivelmente atrelada a efeitos reológicos. Além disso, o resultado numérico subestimou significativamente o torque medido a 1 deg/min.

A Figura 61 apresenta as curvas de torque e grau de drenagem em função de v/k obtidas através das predições do modelo numérico para a estação PZC03. Para as simulações propostas, a razão C_{DR} / C_{ND} identificada foi de 1,23; 1,48 e 1,34 nas profundidades de 2; 4 e 6 metros, respectivamente. Das curvas características de drenagem, observa-se que nenhuma das velocidades adotadas foi suficiente para atingir condições não drenadas de cisalhamento, enquanto que a velocidade de 1 deg/min apresentou evolução drenada ($U^* > 95\%$) para a profundidade de 6 metros. Segundo as predições do modelo, evoluções não drenadas seriam atingidas para velocidades superiores a 108; 170 e 300 deg/min, para as profundidades de 2; 4 e 6 metros, respectivamente. Enquanto evoluções completamente drenadas são esperadas para taxas de rotação inferiores a 0,40; 0,70 e 1,00 deg/min para as mesmas profundidades.



Figura 61 - Curvas numéricas de (a) torque normalizado e (b) grau de drenagem em função de v/k para a estação PZC03.

A Figura 62 apresenta um compilado de todos os resultados de grau de drenagem obtidos numericamente no espaço $U^* \times v/k$ para as simulações propostas. Percebe-se que não é possível se estabelecer uma curva característica de drenagem única para o material, uma vez que uma grande dispersão em U^* é observada pelos resultados do modelo em poroelasticidade. Esta dispersão esta associada à heterogeneidade do material, ilustrada pela variação dos parâmetros adotados nas simulações e presentes na Tabela 13.



Figura 62 - Resultados numéricos do grau de drenagem das simulações propostas para o rejeito de zinco.

6.2. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Em geral, através dos resultados apresentados fica evidente que o modelo em poroelasticidade não linear conseguiu capturar os efeitos de acréscimo de resistência do solo com a redução da taxa de rotação e consequente dissipação parcial da poropressão. Ressalta-se que a capacidade preditiva do modelo se baseia fortemente nos parâmetros adotados para as simulações e, portanto, uma correta avaliação dos parâmetros constitutivos corroboraria os resultados obtidos.

Através das curvas características obtidas para as simulações propostas, observa-se que a velocidade padrão do ensaio de palheta (6 deg/min), recomendado em normatizações internacionais, não garante uma evolução não drenada do cisalhamento para materiais de permeabilidade intermediária, de modo que a resistência obtida nessas condições possui influência da dissipação de poropressão durante a rotação e apresenta magnitude maior do que a resistência não drenada, indo contra a segurança na obtenção de parâmetros nestes materiais.

A velocidade necessária para a obtenção de evoluções não drenadas, apesar de ser necessariamente maior do que a padrão, não possui relação única e sofre variação de acordo com a profundidade avaliada. Para as simulações propostas, verificou-se que esta velocidade varia de 35 a 300 deg/min em função das propriedades do material. Apesar de em termos práticos tais velocidades serem possíveis de se adotar, a possibilidade de efeitos viscosos, que podem ocorrer sob altas taxas de rotação deve ser levada em conta. Estes efeitos não são considerados no modelo poroelástico e aumentam a resistência obtida pelo *vane*, induzindo a resultados errôneos de resistência não drenada. Já a resistência completamente drenada foi atingida para velocidades de 0,05 a 1,00 deg/min para as simulações numéricas propostas, variando também em função dos parâmetros adotados para o material.

Salienta-se que os resultados obtidos se baseiam na adoção de um tamanho de zona de influência $a_p = 5R$, devido à ausência de dados experimentais que permitam uma correta estimativa deste. Assim sendo, uma avaliação mais correta deste parâmetro pode influenciar significativamente os resultados obtidos, conforme observado nas análises paramétricas presentes no capítulo 5.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo serão apresentadas as conclusões deste trabalho, baseadas nos objetivos apresentados inicialmente e os resultados obtidos ao longo desta dissertação. Por fim, sugestões para trabalhos futuros são apresentadas baseadas nas experiências e limitações encontradas durante o desenvolvimento.

7.1. CONCLUSÃO

O presente estudo consistiu na aplicação do modelo proposto por Dienstmann (2015) e aprimorado por Fayolle (2016) a resultados experimentais de ensaios de palheta. Inicialmente, uma nova função que descreve a distribuição inicial de poropressão foi proposta, de modo a atender corretamente as condições de contorno hidráulicas do problema. Em seguida, o modelo foi validado confrontando-se os resultados numéricos obtidos a resultados experimentais de ensaios de palheta executados sob diferentes taxas de rotação em materiais de baixa permeabilidade. A partir disto, seguiu-se com uma análise paramétrica dos principais parâmetros envolvidos nas simulações numéricas, de modo a analisar a sensibilidade destes nas curvas características de drenagem e nos torques obtidos numericamente em materiais de palheta executados em rejeitos de mineração de zinco sob diferentes taxas de cisalhamento, obtendo-se o grau de drenagem, bem como suas curvas características, e a razão entre os torques drenado e não drenado para estes materiais.

Visando representar de forma mais concisa as condições de contorno hidráulicas que descrevem o acréscimo de poropressão devido a uma inclusão rígida no solo, uma nova função de distribuição inicial de poropressão foi apresentada. Esta distribuição foi validada através de resultados experimentais obtidos na literatura pela cravação de fundações profundas em argilas siltosas e ensaios de mini piezocone em uma câmara de calibração arenosa. Para este conjunto de dados, a distribuição proposta apresentou boa concordância admitindo-se um tamanho de zona de influência $a_p = 35R$. Percebe-se que para as simulações baseadas em resultados experimentais do ensaio de palheta, esta dimensão foi calibrada numericamente sendo muito menor ($a_p = 5R$). Isto se deve ao fato de que a geometria da

palheta perturba muito menos solo durante a sua cravação se comparada a um cilindro, como os utilizados na validação da distribuição inicial de poropressão. Desta forma, o valor de a_p identificado durante as simulações de resultados experimentais aparenta ser razoável, uma vez que a área da seção transversal da palheta é cerca de 13 vezes menor do que a de um cilindro de mesmo diâmetro .

Salienta-se que o tamanho da zona de influência a_p caracteriza-se como um parâmetro numérico do modelo, sendo que a sua real dimensão é possivelmente função das características do solo, como granulometria, permeabilidade, índices físicos e estado de tensões. A literatura carece de medidas experimentais de u_0 devido à cravação de palhetas que permitam compreender melhor sua distribuição, e, desta forma, uma apreciação mais aprofundada desta dimensão poderá corroborar trabalhos futuros de modelagem numérica com mais precisão. Assim sendo, a distribuição proposta visa atender matematicamente as condições de contorno e não apreciar todas as variáveis que controlam este fenômeno.

O trabalho seguiu com a validação do modelo em poroelasticidade não linear aplicando-o a resultados experimentais de ensaios de palheta em materiais de baixa permeabilidade. A partir dos resultados, percebe-se que um tamanho de zona de influência $a_p = 5R$ conseguiu aliar de forma mais coerente os resultados numéricos e experimentais. Ademais, o modelo conseguiu capturar com acurácia o acréscimo de tensões devido à redução da taxa de rotação e consequente dissipação de poropressão, permitindo assim identificarem-se os limites de velocidade em que este fenômeno é esperado para as simulações propostas.

Para os materiais de baixa permeabilidade analisados, a velocidade padrão do ensaio (6 deg/min) demonstrou-se adequada para obterem-se resistências não drenadas, conforme esperado, sendo que a drenagem parcial foi observada para taxas de cisalhamento inferiores a 1,5 deg/min para as argilas de Crespo Neto (2004) e 5 deg/min para o solo apresentado por Roy e Leblanc (1988), onde evoluções drenadas são esperadas para velocidades inferiores a 0,001 deg/min segundo os resultados numéricos. Como na prática, a utilização destas velocidades se depara com limitações técnicas do equipamento, o modelo foi validado de forma parcial, baseado em pontos não drenados e quase não drenados encontrados na literatura.

No capítulo 5, uma análise paramétrica dos parâmetros envolvidos no modelo numérico foi realizada, adotando-se um material teórico com permeabilidade intermediária ($k = 10^{-7}$ m/s), variando-se o ângulo de atrito φ , a rigidez inicial G_0 , o módulo volumétrico K e o tamanho da zona de influência a_p . Inicialmente, através de análises paramétricas de velocidade e condutividade hidráulica, propõem-se a adoção da velocidade adimensional v/k, pois esta apresenta vantagens práticas sobre V^* e T^* , uma vez que estes incorporam coeficientes de adensamento em sua formulação de modo a eliminar o efeito do diâmetro da palheta. Como na prática a adoção de palhetas com diferentes diâmetros não é usual e estes coeficientes são determinados ou estimados de forma menos precisa do que a condutividade hidráulica k do solo, o parâmetro v/k se candidata como uma normalização de cunho prático para a avaliação de curvas características de drenagem em campanhas de ensaios onde apenas um diâmetro é utilizado.

As análises paramétricas foram realizadas nos espaços $U^* \times v/k$ e $C/C_{ND} \times v/k$, de modo a analisar-se tanto a influência dos parâmetros constitutivos nas curvas características de drenagem quanto nos torques obtidos. Os resultados mostram que materiais mais resistentes dissipam mais rapidamente a poropressão, além de desenvolverem mais tensão cisalhante durante a rotação do cilindro. Percebe-se que para materiais com φ variando de 10 a 45° e tensões efetivas iniciais de 50 a 300 kPa, a razão entre os torques C_{DR} / C_{ND} não foi superior a 3 para $a_p = 5R$. Materiais com mesma resistência e diferentes módulos cisalhantes iniciais não apresentaram variação nos torques máximos obtidos, sendo que materiais com G_0 maior dissipam mais rapidamente a poropressão. O módulo volumétrico K não apresentou influência nas curvas características de drenagem, porém possui influência na resistência obtida em condições onde há drenagem e consequentemente variação volumétrica. O tamanho de a_p considerado apresenta grande influência nos resultados obtidos: quanto menor é a zona de influência, mais rapidamente ocorre a dissipação de poropressão e menor é a resistência desenvolvida durante o cisalhamento. Em geral, percebe-se que para todas as simulações propostas a velocidade padrão do ensaio não foi suficiente para atingir condições não drenadas em um material de permeabilidade intermediária ($k = 10^{-7}$ m/s).

No final do presente trabalho, as predições do modelo são comparadas aos resultados experimentais de ensaios de palheta em rejeitos de mineração de zinco, apresentados por Hlenka (2012). Apesar de certa dispersão atrelada possivelmente a heterogeneidade do

material e a ausência de parâmetros constitutivos que corroborem o modelo, os resultados numéricos apresentaram boa capacidade de capturar os efeitos da drenagem parcial e permitir a avaliação das condições de drenagem em que os ensaios foram executados. Evidencia-se que a velocidade de rotação padrão preconizada em normalizações internacionais não foi capaz garantir evoluções não drenadas para este material dentro das simulações propostas.

Segundo os resultados do modelo, a velocidade necessária para obterem-se condições não drenadas de cisalhamento não é única para as estações e profundidades ensaiadas. Nas simulações propostas, esta velocidade variou de 35 a 300 deg/min. Ressalta-se que o modelo não engloba leis constitutivas viscosas em sua formulação, desta forma, a adoção de altas velocidades pode levar a estimativas errôneas da resistência em condições não drenadas devido a efeitos viscosos. Para os materiais avaliados, a resistência completamente drenada foi obtida numericamente para velocidades variando de 0,05 a 0,90 deg/min.

7.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Durante as análises realizadas, perceberam-se limitações do trabalho, as quais podem ser avaliadas em trabalhos futuros. Dentre elas, destacam-se:

- Desenvolver um modelo baseado em formulações que levem em consideração a natureza de grandes deformações envolvida na cravação e rotação de uma inclusão rígida no solo.
- Incorporar leis constitutivas viscosas no modelo em poroelasticidade não linear, a fim de melhorar a capacidade de previsão de velocidades que garantam resistências obtidas em condições não drenadas ausentes de efeitos viscosos.
- Avaliar a real dimensão da zona de influência afetada pela inserção de uma inclusão rígida no solo, bem como as características geotécnicas que influenciam a sua magnitude.
- Analisar a alteração no estado de tensões geostáticas do meio poroso gerado pela inserção de inclusões rígidas, de modo que se possa considerar um estado de tensão inicial anisotrópico nas vizinhanças da inclusão ante ao cisalhamento.

REFERENCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 10905: Ensaio de palheta in situ. São Paulo, 1989.

AAS, G. A study of the effect of vane shape and rate of strain on the measured values of insitu shear strength of clays. **Journal of Terramechanics**, v. 4, n. 4, p. 73, jan. 1967.

ATHANASOPOULOS, G. A.; RICHART, F. E. Correlation between G0 and τmax for Kaolinite Clay. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 109, n. 5, p. 719–723, maio 1983.

BEDIN, J. **Interpretação de ensaios de piezocone em resíduos de bauxita**. Dissertação (mestrado)—Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), 2006.

BEDIN, J. **Estudo do comportamento geomecânico de resíduos de mineração**. Tese (doutorado)—Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), 2010.

BIOT, M. A. General Theory of Three-Dimensional Consolidation. Journal of Applied Physics, v. 12, n. 2, p. 155–164, fev. 1941.

BISCONTIN, G.; PESTANA, J. Influence of Peripheral Velocity on Vane Shear Strength of an Artificial Clay. **Geotechnical Testing Journal**, v. 24, n. 4, p. 423, 2001.

BISCONTIN, G.; PESTANA, J. M. Influence of peripherical velocity on undrained shear strenght and deformability characteristics of a bentonite-kaolinite mixture. p. 27, 1999.

BLIGHT, G. E. A Note on Field Vane Testing of Silty Soils. Canadian Geotechnical Journal, v. 5, n. 3, p. 142–149, ago. 1968.

BLIGHT, G. E.; STEFFEN, O. K. H. Geotechnics of gold mine waste disposal. Current Geotechnical Pratice in Mine Waste Disposal, ASCE, 1979.

BRIGGS, K. et al. Measurement of grain bulk modulus using sound speed measurements through liquid/grain suspensions. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 104, n. 3, p. 1788–1788, set. 1998.

CADLING, L.; ODENSTAD, S. The vane borer: An apparatus for determing the shear strenght of clay soils directly in the ground. Royal Swedish Geotechnical Institute, 1950. v. 2

CARLSON, L. Determination in situ of shear strenght of undisturbed clay by means of a rotating auger. **Proceedings of the Second International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**, p. 265–270, 1948.

CHAI, J.-C. et al. Cone penetration-induced pore pressure distribution and dissipation. **Computers and Geotechnics,** v. 57, p. 105–113, abr. 2014.

CHANDLER, R. The In-Situ Measurement of the Undrained Shear Strength of Clays Using the Field Vane. **Vane Shear Strength Testing in Soils: Field and Laboratory Studies.** 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959: ASTM International, 1988. p. 13-13–32.

CHUNG, S. F.; RANDOLPH, M. F.; SCHNEIDER, J. A. Effect of Penetration Rate on Penetrometer Resistance in Clay. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, v. 132, n. 9, p. 1188–1196, set. 2006.

COUSSY, O. Poromechanics. 2nd ed ed. Chichester, England ; Hoboken, NJ: Wiley, 2004.

COUSSY, O. Mechanics and Physics of Porous Solids. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2010.

CRESPO NETO, F., Navarro. Aprimoramento do equipamento de palheta elétrico visando o estudo do efeito da velocidade. Tese (doutorado)—Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 2004.

DIENSTMANN, G. Análise de Ensaios de Campo em Fluxo Transitório. 2015. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

DIENSTMANN, G.; SCHNAID, F.; MAGHOUS, S.; DEJONG, J. Piezocone Penetration Rate Effects in Transient Gold Tailings. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, v. 144, n. 2, p. 04017116, fev. 2018a.

DIENSTMANN, G.; DE ALMEIDA, F. S.; FAYOLLE, A.; SCHNAID, F.; MAGHOUS, S. A simplified approach to transient flow effects induced by rigid cylinder rotation in a porous medium. **Computers and Geotechnics**, v. 97, p. 134–154, maio 2018b.

DJERAN-MAIGRE, I.; GASC-BARBIER, M. Hydromechanical modelling of experimentally compacted saturated argilacceous porous media. **Transport in Porous Media**, v. 41, n. 1, p. 81–103, 2000.

EDEN, W. J. An Evaluation of the Field Vane Test in Sensitive Clay. **Vane Shear and Cone Penetration Resistance Testing of In-Situ Soils**. 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959: ASTM International, 1966. p. 8-8–10.

EDEN, W. J.; HAMILTON, J. J. The use of a field vane apparatus in sensitive clay. **ASTM STP** 193, p. 41–53, 1957.

FAYOLLE, A. Análise poroelástica não linear do vane test em regime de fluxo transiente. 2016. Dissertação (Mestrado em Estruturas) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

FLAATE, K. Factors influencing the results of vane tests. **Canadian Geotechnical Journal**, v.3, n. 1, p. 18-31, 1966.

FLODIN, N.; BROMS, B. Historical Development of Civil Engineering in Soft Clay. **Developments in Geotechnical Engineering**. Elsevier, 1981. v. 20p. 25–156.

GAUER, E. A. **Influência da velocidade de rotação da mini-palheta na resistência de um solo siltoso**. 2010. Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

GAUER, E. A. **Efeitos de velocidade em ensaios de palheta**. 2015. Tese (doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

HARDIN, B. O. The nature of stress-strain behaviour for soils. **Proceedings of Earthquake Engineering and Soil Dynamics**, p. 3–89, 1978.

HARDIN, B. O.; BLACK, W. L. Vibration modulus of normally consolidated clay. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, v. 95, n. 6, p. 1531–1537, 1968.

HICKEY, C. J.; SABATIER, J. M. Choosing Biot parameters for modeling water-saturated sand. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 102, n. 3, p. 1480–1484, set. 1997.

HLENKA, L. Estudo dos efeitos da velocidade de carregamento na estimativa de parâmetros geotécnicos em resíduos de mineração de zinco. Dissertação (mestrado)— Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), 2012.

JAMIOLKOWSKI, M.; LANCELLOTA, R.; LO PRESTI, D. C. F. Remarks on the siffness at small strains of six Italian clays. **Pre-failure Deformation of Geomaterials**, p. 817–836, 1995.

KENNEY, T. C. The influence of mineral composition on the residual strength of natural soils. **Proc. of Norwegian Geotech. Inst.**, v. 1, p. 123–129, 1967.

KIMURA, M. Grain Bulk Modulus of Marine Sediment. Japanese Journal of Applied Physics, v. 39, n. Part 1, No. 5B, p. 3180–3183, 2000.

KIMURA, T.; SAITOH, K. Effect of disturbance due to insertion on vane shear strength of normally consolidated cohesive soils. **Soils and Foundations**, v. 23, n. 2, p. 113–124, 1983.

KLAHOLD, P.A. Interpretação de ensaios de campo em solos com permeabilidade intermediária. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

LA ROCHELLE, P.; ROY, M.; TAVENAS, F. Field measurements of cohesion in Champlain clays. **Proceedings of the 8th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**, v. 1, p. 229–236, 1973.

LEHANE, B. M.; O'LOUGHLIN, C. D.; GAUDIN, C.; RANDOLPH, M. F. Rate effects on penetrometer resistance in kaolin. **Géotechnique**, v. 59, n. 1, p. 41–52, fev. 2009.

LEROUEIL, S.; MARQUES, M. E. S. Importance of strain rate and temperature effects i geotechnical engineering, in measuring and modeling time dependent soil behavior. Washington D.C.: Sheahan, T.C. and Kaliakin, V. N., 1996.

LO, K. Y.; STERMAC, A. G. Induced Pore Pressures during Pile-Driving Operations. **Proceeding of the 6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**, v. 2, p. 285–289, 1965.

LONG, M. M.; O'RIORDAN, N. J. Field behaviour of very soft clays at the Athlone embankments. **Géotechnique**, v. 51, n. 4, p. 293–309, 2001.

MAGHOUS, S.; DORMIEUX, L.; BARTHÉLÉMY, J. F. Micromechanical approach to the strength properties of frictional geomaterials. **European Journal of Mechanics - A/Solids**, v. 28, n. 1, p. 179–188, jan. 2009.

MATSUI, T.; ABE, N. Shear mechanism of vane test in soft clays. **Soils and Foundations**, v. 21, n. 4, p. 69–80, 1981.

McPHAIL, G.; NOBLE, A.; PAPAGEORGIOU, G.; WILKINSON, D. Development and implementation of thickened tailings discharge at Osborne mine. **International Seminar on Paste and Thickened Tailings**, Queensland, Australia, 2004.

MESRI, G.; OLSON, R. E. Shear Strength of Montmorillonite. **Géotechnique**, v. 20, n. 3, p. 261–270, set. 1970.

MITCHELL, J. K.; SOGA, K. Fundamentals of soil behavior. 3rd ed. Hoboken, N.J: John Wiley & Sons, 2005.

MOLIS, J. C.; CHOTIROS, N. P. A measurement of the grain bulk modulus of sands. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 91, n. 4, p. 2463–2463, abr. 1992.

MONNEY, N. T. An analysis of the vane shear test at varying rates of shear. **Deep Sea Sediments**, p. 151–167, 1974.

MORRIS, P. H.; WILLIAMS, D. J. A revision of Blight's model of field vane testing. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 37, p. 1089-1098, 2000.

MÜLLER-VONMOOS, M.; LØKEN, T. The shearing behaviour of clays. **Applied Clay** Science, v. 4, n. 2, p. 125–141, jun. 1989.

OLSON, R. E. Shearing Strenghts of kaolinite, illite and montmorillonite. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, v. 102, p. 180–182, 1976.

ORTIGÃO, J. A. R.; COLLET, H. B. A eliminação de erros de atrito em ensaios de palheta. **Solos e Rochas**, v. 9, n. 2, 1968.

OSMAN, A. S.; RANDOLPH, M. F. Analytical Solution for the Consolidation around a Laterally Loaded Pile. **International Journal of Geomechanics**, v. 12, n. 3, p. 199–208, 2012.

OSTERBERG, J. O. Introduction to symposium on in-place shear testing of soil by the vane method. **ASTM STP 193**, p. 1–7, 1957.

OUYANG, Z.; MAYNE, P. W. Effective friction angle of clays and silts from piezocone penetration tests. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 55, n. 9, p. 1230–1247, set. 2018.

PERLOW, M.; RICHARDS, A. F. Influence of shear velocity on vane shear strenght. Journal of Geotechnical Engineering, v. 103, p. 19–32, 1977.

PEUCHEN, J.; MAYNE, P. Rate effects in vane shear testing. Offshore site investigation and geotechnics, v. 1, p. 11–13, 2007.

POULOS, H. G.; DAVIS, E. H. Pile foundation analysis and design. John Wiley and Sons, Inc., USA. 1980.

RANDOLPH, M. F.; WROTH, C. P. An analytical solution for the consolidation around a driven pile. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 3, p. 217–229, 1979.

RANDOLPH, M.; HOPE, S. Effect of cone velocity on cone resistance and excess pore pressures. **Proceedings of the IS Osaka - Engineering practice and performance of soft deposits.** Osaka, Japan, 2004.

ROY, M.; LEBLANC, A. Factors Affecting the Measurements and Interpretation of the Vane Strength in Soft Sensitive Clays. Vane Shear Strenght Testing in Soils: Field and Laboratory Studies, ASTM, Philadelphia, p. 117-128, 1988.

ROBERTSON, A. M.; LLYOD, T.; ROBINS, M. Residue Disposal at Sandiola Hill Gold Mine: Stability Evaluation by Field Testing. **Proceedings of the International Mining Conference.** Johannesburg, SA, 2003.

SALGADO, R.; PREZZI, M.; KIM, K.; LEE, W. Penetration rate effects on cone resistance measured in a calibration chamber. **Proceedings of the 4th International Conference on Site Caracterization**, v. 2, p. 1025-1030, 2010.

SCHLUE, B. F.; MOERZ, T.; KREITER, S. Influence of Shear Rate on Undrained Vane Shear Strength of Organic Harbor Mud. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, v. 136, n. 10, p. 1437–1447, out. 2010.

SCHNAID, F. In situ testing in geomechanics. 1. ed.. Taylpr & Francis, 2009. v. 1
SCHNAID, F.; ODERBRECHT, E. Ensaios de campo e suas aplicações à engenharia de fundações. 2. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2012.

SHARIFOUNNASAB, M.; ULLRICH, C. R. Rate of Shear Effects on Vane Shear Strength. Journal of Geotechnical Engineering, v. 111, n. 1, p. 135–139, jan. 1985.

SHIBUYA, S.; HWANG S. C.; MITACHI, T. Elastic shear modulus of soft clays from shear wave velocity measurement. **Proceedings of the International Symposium on Pre-Failure Deformation Characteristics of Geomaterials**, Sapporo, Japan, p. 12 - 14, 1994.

SKEMPTON, A. W. Vane Tests in the Alluvial Plain of the River Forth Near Grangemouth. **Géotechnique,** v. 1, n. 2, p. 111–124, dez. 1948.

SMITH, A. D.; RICHARDS, A. F. Vane shear strenght at two high rotation rates. **Proceedings Civil Engineering in the Oceans III**, p. 421–433, 1975.

TORSTENSSON, B. A. Time-dependent effects in the field vane test. Symposion on soft clay, p. 387–397, 1977.

VARDANEGA, P. J.; BOLTON, M. D. Stiffness of Clays and Silts: Normalizing Shear Modulus and Shear Strain. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, v. 139, n. 9, p. 1575–1589, set. 2013.

VÉSIC, A. S. Expansion of Cavities in Infinite Soil Mass. Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, p. 265–290, 1972.

VICK, S. G. Planning Design and Analysis of Tailing Dams. John Wiley & Sons, Ltd, 1983.

WIESEL, C. E. Some factors influencing in-situ vane tests results. **Proceedings of the 8th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**, v. 1, p. 475– 479, 1973.

WOOD, I.; DRUMMOND, B. **Pore pressure effects in vane shear testing**. Tese (doutorado)—Brisbane, Australia: University of Queensland, 1986.

APÊNDICE A – RELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS DE DRUCKER-PRAGER E MOHR-COULOMB

O critério de Drucker-Prager é foi concebido baseado no critério de plastificação de Von Mises, de modo a incorporar o efeito da pressão hidrostática na envoltória de ruptura observado em materiais friccionais como geomateriais. O critério é expresso por:

$$F\left(\underline{\sigma}\right) = \sigma_d + T(\sigma'_m - h)$$

Ou ainda, em termos de invariantes de tensões por:

$$f(\underline{\sigma}) = \sqrt{J_2} + \alpha_{DP} I_1 - k_{DP} \le 0$$

Onde $I_1 = tr(\underline{\sigma})$ representa o primeiro invariante de tensões e $J_2 = \frac{\sigma_d}{\sqrt{3}}$ caracteriza o segundo invariante do tensor de tensões desviadoras. Já as constantes α_{DP} e k_{DP} são parâmetros do material, que correspondem respectivamente ao coeficiente de atrito interno e ao parâmetro de coesão interpartículas.

Observa-se que o critério de Mohr-Coulomb é dado por:

$$f\left(\underline{\sigma}\right) = \sqrt{J_2} - \left(\frac{c'}{\tan \varphi} - \frac{I_1}{3}\right)g\left(\theta\right) \le 0$$

Onde

$$g(\theta_L) = \frac{\sin \varphi}{\cos \theta_L + \frac{\sin \theta_L \sin \varphi}{\sqrt{3}}}$$

Sendo θ_L o ângulo de Lode, o qual varia de -30° (trajetória de extensão) a + 30° (trajetória de compressão). Este podendo ser obtido através das tensões principais por:

$$\theta_L = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right)$$

Uma aproximação dos critérios é obtida quando $g(\theta_L)$ é igual a uma constante. Partindo da consideração acerca dos valores extremos do ângulos de Lode (-30° e +30°), obtém-se no plano π um círculo que circunscreve ($\theta_L = +30^\circ$) ou inscreve ($\theta_L = -30^\circ$) o hexágono irregular de Mohr-Coulomb, conforme Figura 63.



Figura 63 - Representação aproximada de Drucker-Prager e Mohr-Coulomb no plano pi. Fonte: Fayolle (2016).

Considerando a configuração do círculo de Drucker-Prager circunscrito e comparando as equações dos dois modelos, os parâmetros α e k de Drucker-Prager se relacionam aos parâmetros c' e φ de Mohr-Coulomb através de:

$$\alpha_{DP} = \frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)}$$
$$k_{DP} = \frac{3c'\alpha_{DP}}{\tan\varphi}$$

Já, se considerarmos um círculo inscrito ao hexágono irregular, α_{DP} é expresso pela seguinte fórmula:

$$\alpha_{DP} = \frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3+\sin\varphi)}$$

Para obter-se então o coeficiente de atrito interno (T) e o limite em tração isotrópica (h) do critério de Drucker-Prager, utilizam-se as seguintes relações:

$$T = 3\sqrt{3}\alpha_{DP}$$
$$h = \frac{k_{DP}}{\sqrt{3}}$$

$$=\frac{k_{DP}}{3\alpha_{DP}}$$