



Instituto de  
MATEMÁTICA  
E ESTATÍSTICA

UFRGS



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**O ERRAR COMO EXPRESSÃO DE UM APRENDER: UMA EXPERIÊNCIA COM  
QUESTÕES DA OBMEP**

**TAMYRIS GUIMARÃES WITZORECKI**

Porto Alegre  
2018

**TAMYRIS GUIMARÃES WITZORECKI**

**O ERRAR COMO EXPRESSÃO DE UM APRENDER: UMA EXPERIÊNCIA COM  
QUESTÕES DA OBMEP**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção de grau de Licenciada em Matemática.

Orientadora  
Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Lisete Regina Bampi

Porto Alegre  
2018

Instituto de Matemática e Estatística  
Departamento de Matemática

**O ERRAR COMO EXPRESSÃO DE UM APRENDER: UMA EXPERIÊNCIA COM  
QUESTÕES DA OBMEP**  
TAMYRIS GUIMARÃES WITZORECKI

Banca examinadora:

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Lisete Regina Bampi – Orientadora  
Faculdade de Educação – UFRGS

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Elisabete Zardo Búrigo – Examinadora  
Instituto de Matemática e Estatística – UFRGS

---

Prof. Dr. Luciano Bedin da Costa – Examinador  
Faculdade de Educação – UFRGS

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço imensamente a Deus, que em sua infinita sabedoria colocou força em meu coração, tranquilizando o meu espírito nos momentos mais difíceis da minha trajetória acadêmica.

Agradeço aos meus pais, Adevaldo e Vera, pelo privilégio que me proporcionaram para que eu pudesse vencer essa etapa da minha vida com tranquilidade. Obrigada pelo apoio na continuidade dos meus estudos e por todas as virtudes que eu aprendi com vocês.

Junes, meu amor, obrigada por ser tão carinhoso e por compreender a minha ausência em diferentes momentos que dediquei aos estudos e à conclusão desse trabalho. Quero envelhecer ao teu lado.

Agradeço às amigadas que fiz na faculdade. A existência de vocês tornou essa jornada mais leve, seja me auxiliando nas dificuldades que surgiram nas disciplinas ou jogando uma partida de sinuca no DAEMA. Agradecimentos especiais aos amigos Matheus Faria, Matheus Lima, Matheus Pereira, Jackson, Maurício, Charles e William.

Agradeço a todos os professores que, ao longo da minha vida escolar, me inspiraram a seguir esta profissão. À minha orientadora Lisete, manifesto aqui minha eterna gratidão por confiar em mim e compartilhar comigo sua sabedoria, o seu tempo e sua experiência. Agradeço aos professores Bete e Luciano por terem aceitado a participação na banca. É uma honra compartilhar com vocês este importante momento da minha graduação.

Agradeço à equipe da Escola Técnica Estadual Parobé por ter me recebido tão bem durante meu estágio de docência e pela concordância na aplicação da atividade proposta para o TCC. Agradeço aos alunos da turma 3T3 pela experiência agradável. Foi gratificante viver meu estágio de docência em matemática nessa turma.

*“A tarefa não é ver o que ninguém viu ainda,  
mas pensar aquilo que ninguém pensou a  
respeito daquilo que todo mundo vê.”*

(Arthur Schopenhauer)

## RESUMO

O que pode acontecer numa aula de matemática em que a proposta principal consiste na realização de uma produção textual? E o que seria um erro nesta produção textual desenvolvida em uma aula de matemática? O presente trabalho teve como proposta instigar os alunos a expressar o caminho do próprio aprendizado e possibilitou um breve exercício de análise do como e do quê pode ser manifestado pelos alunos em aulas de matemática, desenvolvidas com estudantes do ensino médio, por meio da expressão oral e escrita. O ponto de partida para esta investigação foi a resolução de um teste com cinco questões retiradas de edições diferentes da *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas* (OBMEP). Com Deleuze (2003), observamos uma compreensão de mundo sobre como os signos se manifestam num processo de (re)criação inesgotável de sentidos, possibilitando um outro olhar sobre o erro no caminho do próprio aprender. Com Rancière (2002), percebemos a necessidade de se inverter a ordem explicadora, onde o aluno e professor explicador trocam de função, sendo essa uma poderosa ferramenta para desenvolver no aluno a capacidade reflexiva, a criatividade, a confiança em seu potencial intelectual. Essa atividade contribuiu para que a própria professora-pesquisadora, que ainda engatinhando na sua jornada docente, fizesse esse exercício tão importante na corrente do aprendizado que se traduz em não manter-se estagnado no entendimento sobre aspectos relacionados ao processo educativo.

**Palavras-chave:** Erro. Deleuze. Rancière. Explicação. Matemática Escolar.

## ABSTRACT

What can happen in a math class where the main purpose consists in the making of a text production? And what would be a mistake in this text production, developed in a math class? The present work had the purpose of instigating the students to express the path of the own reasoning and it has made possible a brief exercise of analysis of “how” and “what” can be expressed by students in math classes, through oral and written expression. The starting point for this investigation was the resolution of a test with five questions taken from different editions of *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)*. Through Deleuze (2003), we see an understanding of world as the signs that are being constructed by the students, which are sensitive and manifest themselves in a never-ending sense (re)creation process, making possible a new look on the error in the path of learning. With Rancière (2002), we also see the need to reverse the explaining order, putting the student on the master's role, that being a powerful tool to develop the student's critical thinking, creativity, the confidence in its mental potential and the habit of using its skills with autonomy and reflection. This activity has contributed so that the researcher-teacher, still crawling on her teaching journey, could do this so important exercise in the chain of learning, which translates to not remain stagnant in its understanding on educative process-related aspects.

**Keywords:** Error. Deleuze. Rancière. Explanation. School Mathematics.

## SUMÁRIO

1. Do procurar.....	8
2. Do Bruto ao Problemático.....	10
3. Da chegada à pergunta diretriz.....	14
3.1 Nos estratos do saber.....	14
3.2 Os objetivos.....	15
4. Dos postulados na imagem do pensamento.....	16
5. Do encontro aos signos com Deleuze.....	22
6. Da tradução de signos.....	26
7. Dos caminhos na expressão dos resultados.....	29
8. Quase <i>aprendi...</i> .....	38
REFERÊNCIAS.....	42
ANEXO 1.....	44
ANEXO 2.....	45
ANEXO 3.....	46

## 1. Do procurar

A ideia deste Trabalho de Conclusão de Curso iniciou-se na disciplina Pesquisa em Educação Matemática, em 2018/1. A atividade principal dessa disciplina foi a elaboração de um projeto de pesquisa. Enquanto aluna, minha primeira tarefa nessa disciplina foi definir o tema da minha pesquisa. Não foi uma tarefa tão rápida. Depois de muito tempo refletindo sobre o assunto, o tema surgiu quando eu me perguntei: “Quais pessoas poderão ser os futuros leitores desse meu trabalho? À primeira vista, alunos de Licenciatura em Matemática. Então, o que eu gostaria de trazer para esses leitores?”.

Assim, veio-me à mente investigar sobre erros cometidos pelos alunos na forma de se expressarem e no processo de aprendizado de matemática. Minha intenção era a de mostrar outra possibilidade de olhar sobre o errar: um olhar em que o erro não se torne apenas algo a ser corrigido, por ser um produto que não foi almejado. A tarefa seguinte à definição do tema foi a revisão de literatura sobre o assunto (contemplada no tópico *Do bruto ao Problemático*).

Ainda no fim de 2018/1, a COMGRAD/MAT forneceu as primeiras orientações para a matrícula no TCC em 2018/2. A primeira atitude tomada foi a de encontrar uma orientadora. Procurei a professora Lisete Bampi, que aceitou a proposta de orientação e me ajudou a lapidar o projeto iniciado na disciplina de Pesquisa em Educação Matemática.

O trabalho está dividido em oito tópicos, tendo este primeiro tópico por finalidade uma introdução da trajetória que levou ao objeto de pesquisa escolhido.

O segundo tópico traz uma revisão de literatura feita sobre o assunto nas aulas de Pesquisa em Educação Matemática. Os textos para essa revisão surgiram de pesquisa em portais de periódicos (BOLEMA e RENOTE), tendo “erro” e “matemática escolar” como palavras-chave.

Depois que comecei a ser orientada pela professora Lisete, muitas sugestões de textos surgiram. Dentre essas leituras, temos Rancière (2002), que nos ajudou a

compreender a necessidade de possibilitar ao aluno certa autonomia do próprio aprender, e com Deleuze (2003; 2006) vimos uma compreensão de mundo como signos que transbordam o que está explícito. Assim surgiu a pergunta diretriz. É o que traz o terceiro tópico.

O quarto e o quinto tópico apresentam textos de Deleuze sobre o aprender e os signos. No quarto tópico, apresento os postulados que compõem os pressupostos da imagem do pensamento, propostos por Gilles Deleuze (2006). O quinto tópico traz a noção de signo na filosofia de Deleuze (2003).

O sexto tópico conta a metodologia utilizada para a investigação do presente trabalho e o sétimo tópico traz os resultados dessa pesquisa. O oitavo tópico traz as considerações finais sobre o que foi abordado durante o trabalho e o que foi manifestado pelos alunos, trazendo a possibilidade de novas reflexões sobre o tema.

## 2. Do Bruto ao Problemático

Ainda na disciplina Pesquisa em Educação Matemática, iniciei a busca do que já foi escrito sobre erros dos alunos nas atividades de matemática escolar. Em portais de periódicos (BOLEMA e RENOTE), encontrei abordagens diversificadas sobre o assunto. Em alguns textos, havia uma classificação, caracterizando estes erros. Em outro texto, havia hipóteses das causas dos erros. E não era nesse caminho que eu pretendia abordar o assunto.

Dessas leituras, uma interessante reflexão surgiu com o texto de Barichello (2008), no qual o erro é trazido como elemento de um produto final que não está de acordo com a Matemática que o professor espera que o aluno apresente. Assim, o erro seria uma estratégia causada pela falta em relação a algum conhecimento matemático na tentativa de responder alguma questão. Há uma distinção entre esses dois significados apresentados para o termo “erro”, um se pauta na falha e o outro na falta.

As faltas seriam irregularidades ao longo de procedimentos que podem causar uma lacuna no resultado pretendido. Estas faltas não significam que o aluno atingiu o seu limite. Porém, podem ser os indicadores de que suas bases não estão sólidas para seguir em frente. A falha seria um produto que não corresponde ao almejado. Não estamos falando apenas de erros, mas, também, da manifestação de um aprendizado inesperado. A falha nos objetivos almejados é uma possível consequência das faltas em relação aos saberes matemáticos. Porém, pensar o produto (ou resultado) inesperado como um erro, não é a única possibilidade. Ainda que ocorram faltas em relação ao almejado, podem ocorrer aprendizados e uma expressão dos alunos a ser observada. Eis, aqui, a motivação desse trabalho.

Analisaremos o erro sob a perspectiva de que errar não significa, necessariamente, um não aprender. O que mais essas falhas e faltas em relação ao saber matemático almejado podem nos mostrar? No princípio deste projeto, pensei que encontraria nas respostas dos alunos uma manifestação de signos ligados somente a conteúdos matemáticos. Adianta, neste momento, que se manifestaram signos envolvendo outra natureza, explicados ao longo do trabalho. Assim, o que pretendemos

fazer neste trabalho é observar, descrever e refletir sobre o que irá surgir a partir da análise das falhas e faltas em relação às expressões de raciocínios nas produções textuais dos alunos e, quem sabe, dar a conhecer outros aprendizados.

É através do erro que o aluno testa suas hipóteses, experimenta e revela ao professor as possibilidades de raciocínio e limitações frente a um dado objeto de estudo. Tendo em vista que o erro é próprio a qualquer aprendizado, torna-se importante apresentar perspectivas de análise em relação ao erro. Também é essencial o olhar do professor voltado às vivências particulares do aluno em relação ao objeto de estudo, reconhecendo esse potencial pedagógico do erro enquanto uma possível ferramenta para conduzir as aulas, sendo os erros manifestados melhor explorados e valorizados enquanto possíveis aprendizados que transbordam nas atividades propostas e no próprio conteúdo a ser ensinado.

O erro é, geralmente, associado à ideia de fracasso, podendo causar decepção a quem o comete. A decepção faz parte da vida e tem a potencialidade de se tornar um impulso para a ação, fornecendo-nos motivação para crescer e ir ao encontro dos nossos objetivos.

Poucas são as coisas não decepcionantes à primeira vez que as vemos, porque a primeira vez é a vez da inexperiência, ainda não somos capazes de distinguir o signo e o objeto: o objeto se interpõe e confunde os signos.[...] Não basta voltar às coisas uma segunda vez, porque a memória voluntária e esse próprio retorno apresentam inconvenientes análogos aos que nos impediam, na primeira vez, de experimentar livremente os signos. [...] Como, em cada caso, remediar a decepção? Em cada linha de aprendizado, o herói passa por uma experiência análoga, em momentos diversos: *ele se esforça para encontrar uma compensação subjetiva à decepção com relação ao objeto.* (DELEUZE, 2003, págs. 32-33).

Assim, em Deleuze (2003), entende-se que o aprender passa por esses dois momentos: a decepção provocada por uma tentativa de interpretação objetiva (de encontro ao senso comum) e a tentativa de remediar essa decepção por uma interpretação subjetiva (que parte de uma vontade que leva à investigação). Ou seja, preenche-se a decepção do objeto com uma compensação do sujeito.

Somos, então, capazes de pressentir que essa compensação continua sendo insuficiente e não nos dá uma revelação definitiva. É através da discrepância entre o

desejado e o alcançado que ocorrem questionamentos e podemos pensar em estratégias para progredirmos nos caminhos do próprio aprendizado ao qual o erro está associado. Assim, o erro poderia estar relacionado com a ideia de um indício da necessidade de intervenções, não só para um desenvolvimento com maior significância sobre determinado conteúdo, como também da necessidade de se superar a decepção através de ações inseridas no processo de construção e avaliação do aprendizado.

É uma sensibilidade essencial que aprendamos a nos expressar, começando a falar sobre aquilo que nos frustra. Mas essa não é uma tarefa fácil. Sendo a frustração um estado em que o indivíduo se sente impedido de atingir a satisfação de uma exigência pulsional, para lidar com essa sensação de impotência é preciso exercitar a força de vontade. A força de vontade como uma capacidade de transformar intenção em ação, ao passo que a impotência é o seu oposto, o sentimento de que nada pode ser feito para melhorar sua situação. Dessa maneira, a força de vontade nos provoca a permanecer na busca.

O diálogo se faz essencial nesse processo para que se infira menos sobre as causas dos erros e possa se saber o que os alunos estão tentando expressar. É quando há uma comunicação que se pode provocar os alunos para uma reflexão sobre os caminhos do próprio aprendizado. É, também, por meio do diálogo que o professor pode conhecer aquilo que o aluno, muitas vezes, não consegue expressar no papel e, assim, oportunizar ao aluno a autoconfiança para que caminhe sem que precise estar segurando na mão de um mestre, reconhecendo a igualdade intelectual.

Rancière (2002) discorre sobre a relação entre o professor e o aluno como participantes de uma experiência de ensino e aprendizagem em condição de igualdade. Para tanto, ele empresta sua linguagem aforística à experiência de Jacotot, num exercício de rephrasear e, ao mesmo tempo, de demonstrar a (des)igualdade entre quem ensina e quem aprende. Essa situação de desigualdade se mostra como um recorte atemporal. É tão arcaica a ideia de um status privilegiado do mestre, que detém um poder acima do livro e acima do aprendiz (neste caso, considerado o ignorante) e que

manipula a distância entre os dois últimos. E, ao mesmo tempo, é tão presente essa ideia.

Todo o esforço do sistema explicativo partindo do mestre, em Rancière (2002) torna-se a base para um processo de embrutecimento, isto é, manter-se a crença de uma incapacidade de compreensão do aprendiz na ausência de um mestre explicador. A emancipação em Rancière (2002) torna-se a consciência daquilo que pode uma inteligência, quando ela se considera como (des)igual a qualquer outra. Assim, reconhecendo na diferença a potência de pensar que todos têm. Em Rancière (2002), vemos que a desigualdade social supõe a igualdade de inteligência, sendo que esta última vem no sentido de legitimar a primeira. Seria o ato de receber a palavra do mestre um testemunho de igualdade ou de desigualdade? E o sistema de ensino tem por pressuposto uma desigualdade a ser “reduzida”, ou uma desigualdade a ser verificada?

De acordo com Rancière (2002), apesar do ato do mestre explicador ter por princípio a igualdade, instaura-se uma hierarquia paradoxal de ter que explicar, oralmente, uma explicação escrita: ou seja, instaura-se a necessidade de explicar aquilo que se pode aprender sozinho. O princípio da prática de ensino do mestre explicador é a igualdade, no entanto, a mesma termina por ser excluída do funcionamento normal dessa prática. Assim, o sistema de ensino tem por pressuposto uma desigualdade a ser verificada, pois a distância entre os ignorantes e o saber, e a divisão e hierarquização da inteligência, é apenas uma forma inventada para a verificação desse pressuposto (Rancière, 2002). A ordem explicadora funciona como a ‘encarnação’ dessa invenção, pois estabelece uma forma de desigualdade. Ou seja, é através dessa ordem explicadora que se pode estabelecer a relação entre o capaz (o mestre explicador) e o incapaz (a quem se explica).

### **3. Da chegada à pergunta diretriz**

Com as leituras sugeridas pela minha orientadora, em especial duas obras de Deleuze (2003; 2006), os objetivos da minha investigação foram ganhando uma forma rebuscada. Aqui, é interessante ressaltar que esses objetivos ganharam uma configuração bem diferente da proposta inicial, quando o projeto era apenas algumas ideias fragmentadas. Das obras de Deleuze (2003; 2006), surge uma possível interpretação: só se pensa porque se é forçado. O que nos força a pensar? Uma força que nos invade, que nos coage, promovendo diferenças de estado sensível em relação aos estados que conhecíamos e nos quais nos situávamos. Neste momento, é como se estivéssemos vendo uma imagem borrada e quiséssemos alcançar a nitidez, (re)conquistar um foco. Há uma qualidade sensível que nos proporciona, a princípio, uma estranha alegria. Depois, há uma espécie de sentimento de obrigação, necessidade de um trabalho do pensamento. Procura-se o sentimento do signo até que se encontre o sentido, revelando-nos o objeto oculto. Isso exige de nós o esforço de desconstruir o signo, com a finalidade de dar uma nova cara para ele.

#### **3.1 Nos estratos do saber**

Deleuze (2005) escreveu um livro em que conversa por meio de uma visita ao universo teórico de Foucault. Esse livro está organizado em dois capítulos principais e, aqui, nos interessa abordar o segundo capítulo, que traz os estudos históricos de Foucault sobre o saber. Deleuze (2005) traz a noção dos “estratos do saber” que se tornam camadas sedimentares de coisas e palavras que conferem dois alicerces na sua obra: luminosidade e legibilidade. A primeira refere-se às visibilidades, ou capacidade de fazer ver e ser visto. A segunda trata dos enunciados e a capacidade de dizer e ser compreendido. Também distingue o enunciado como o determinante (por ter a característica de ser espontâneo através da linguagem), enquanto a visibilidade toma a forma do determinável (por ser sempre receptiva). Eis o trabalho do pensamento: com ele fazemos a travessia destes estados sensíveis que são invisíveis e indizíveis (mas

que são reais!), para o visível e o dizível. Assim, colocamos o pensamento a serviço da potência criadora.

A partir da revisão de literatura, definiram-se então os objetivos do presente trabalho: nosso olhar está voltado para os aprendizados expressos com os caminhos do errar e, assim, pensar possibilidades para o aprender, refletindo sobre a expressão escrita (o dizível) do aluno. Uma busca por menos inferência e mais comunicação com os alunos para uma maior compreensão do raciocínio desenvolvido, frisando a importância de uma organização das ideias por escrito no processo de aprendizado da matemática escolar.

### **3.2 Os objetivos**

- Observar saberes expressos pelos alunos, atentando para os processos envolvidos nos caminhos do próprio aprendizado.
- Identificar saberes manifestados e (re)criados através da expressão escrita, atentando para as formas da explicação.

Tendo com o presente projeto o propósito de observar a expressão dos alunos sobre a própria compreensão, num processo de tentativa de reconhecimento de seus próprios erros e na expressão do raciocínio utilizado, surgiu a seguinte questão:

- Como e o quê o aluno expressa numa (re)escrita do próprio aprendizado?

#### 4. Dos postulados na imagem do pensamento

Como pensamos? O que dispara nossa trajetória de encontro com os signos? Interpretamos com Deleuze (2006) que aquilo que nos força a pensar é uma violência, um estranhamento. Isto nos leva ao problema das imagens do pensamento, que em Deleuze (2006) funcionam como pressupostos, noções básicas à filosofia. À chamada imagem dogmática do pensamento, ele contrapõe um pensamento sem imagem. Em *Diferença e Repetição*, o autor apresenta oito postulados que conformam este pensamento. Assim, o capítulo dedicado à “Imagem do pensamento”, pode nos ajudar a restituir a ideia de potência criadora do pensamento, relacionando o ato de pensar a um procedimento inventivo. Aqui apresento esses postulados que compõem os pressupostos da imagem do pensamento, propostos por Gilles Deleuze.

##### Primeiro postulado: o princípio da *cogitatio natura universalis*

O que o filósofo postula como universalmente reconhecido é a forma da representação do que significa pensar, ser e eu. Neste primeiro postulado, Deleuze (2006) escreve sobre a existência de um princípio natural no qual o pensamento se pautaria para fundamentar o seu processo de esclarecimento como predisposição não só para o pensar, mas, sobretudo, para o pensar bem. Ou seja, não só uma “boa natureza” do pensamento, mas também uma “boa vontade” para o pensar. É preciso saber preservar-se dos pensamentos que podem afetar a razão. Ser consciente do que pensa. Pensar bem é pensar com fundamento, refletindo qual é o melhor caminho a tomar. É pensar no futuro, no que se é e no que se pode chegar a ser seguindo um dos possíveis caminhos que o pensamento proporciona.

O pensamento conceitual filosófico tem como pressuposto implícito uma Imagem do pensamento pré-filosófica e natural, tirada do elemento puro do senso comum. Deleuze (2006) diz que não importa se a Filosofia começa pelo objeto ou pelo sujeito, pois o pensamento permanece submetido a esta Imagem prejudgada a ele, ou seja, esta imagem sendo deformadora do pensamento.

Para Deleuze (2006), seria necessário problematizar, então, aquilo que é universalmente aceito pela filosofia e que ela extrai de forma pura do senso comum: que todos pensam e sabem o que é pensar. Assim, ele considera necessária uma “má vontade” perante a aceitação de qualquer imagem pré-concebida para que a reversão dos pressupostos da *cogitatio natura universalis* se torne possível.

### Segundo postulado: o ideal do senso comum

Deleuze (2006) inicia esse postulado com uma frase de Descartes, que diz que o bom senso - a potência de pensar como senso comum - seria a coisa melhor partilhada. Porém, segundo o próprio Deleuze, essa frase trata-se de uma brincadeira cartesiana para defender o que o pensamento é de direito, não de fato.

Pressupor que o pensar faz parte da natureza humana parece dar ao homem não só a possibilidade de encontrar o verdadeiro, mas também uma afinidade natural com a verdade. O que de fato se questiona é a falta de lógica, de métodos e de rigor na argumentação que permitiria alcançar justificadamente a verdade de um determinado fato, e não o direito ao pensamento como condição natural do homem.

### Terceiro postulado: o modelo da reconhecimento

Esse postulado, juntamente com os dois primeiros, dispõe o modelo geral da reconhecimento. Toma-se como ponto de partida o pressuposto universalmente aceito de que “todos pensam”. Assim, o modelo da reconhecimento se define pelo exercício concordante de todas as faculdades sobre um objeto que supostamente é o mesmo. Para Deleuze (2006), a tarefa suprema do pensamento é a criação de conceitos e de valores. A reconhecimento não passa de um reconhecimento. E reconhecer não é criar. Essa confluência das faculdades sobre um objeto traz em seu interior o “reconhecimento” como resultado da concordância entre elas, tendo em vista a identidade desse mesmo objeto. Nesse sentido, a reconhecimento conserva modelo daquilo que é essencial como pressuposto e recorre a esses modelos para encontrar soluções

para os problemas. Assim, o pensamento “reconhece” o que é importante pensar, por que é importante pensar, de que modo se deve pensar aquilo que é importante pensar e o que é necessário pensar para atingir o ideal do pensamento. A reconhecimento estaria, então, marcada pela “representação” que tem por pressuposto a “identidade” como fundamento do pensamento.

#### Quarto postulado: o elemento da representação

O *eu penso* é o princípio mais geral da representação, isto é, a fonte destes elementos e a unidade de todas as faculdades: eu concebo, eu julgo, eu imagino e me recordo, eu percebo – como os quatro ramos do *cogito*. A representação não permite ao pensamento diferenciar-se de seus pressupostos. A única possibilidade de diferenciação estaria na relação entre o “mesmo” e o “semelhante” e entre o “análogo” e o “oposto”.

Há coisas que deixam o pensamento tranquilo e outras coisas que forçam a pensar. As que deixam o pensamento tranquilo são objetos da reconhecimento. O pensamento aí é preenchido por uma imagem de si mesmo, imagem em que ele se reconhece tanto melhor quanto ele reconhece as coisas. O duvidoso não nos faz sair do ponto de vista da reconhecimento e, assim como as certezas, as dúvidas pressupõem a boa vontade do pensador e a boa natureza do pensamento concebidas como ideal de reconhecimento.

Neste trabalho, o que nos interessa falar é sobre o que nos força a pensar. Isso que nos força é o objeto de um encontro fundamental e não de uma reconhecimento. O sensível, na reconhecimento, nunca é o que pode ser sentido, mas o que se relaciona diretamente com os sentidos num objeto que pode ser lembrado, imaginado, concebido. O objeto do encontro faz realmente nascer a sensibilidade no sentido. A sensibilidade, em presença daquilo que só pode ser sentido, encontra-se diante de um limite próprio - o signo.

Mas o que constitui o signo? É a coexistência dos contrários, coexistência do mais e do menos num devir qualitativo imaginário, o ponto de partida daquilo que força a pensar.

#### Quinto postulado: o “negativo” do erro

O erro rende homenagem à “verdade”, na medida em que, não tendo forma, dá ao falso a forma de verdadeiro. É nesse sentido que Platão, exemplificado por Deleuze (2006), estabelece o modelo negativo do erro em *Teeteto*. Neste diálogo, o personagem Teeteto propõe três definições de conhecimento, primeiro identificando-o com o mundo das sensações, depois com a opinião verdadeira e conclui com *logos*.

O erro vem de uma falsa representação – uma falha no bom senso que toma o senso comum de forma bruta. É necessário conhecer o produto histórico do pensamento, por mais desorganizado e contraditório que seja, pois é isso que constrói o senso comum. Esse histórico de produção guarda uma relação de coerência e sentido do ponto de vista de quem o elaborou. O reconhecimento e compreensão de uma falha no senso comum só podem ocorrer através de uma transição da resistência a uma vontade alheia que as oprime, para um intenso trabalho de reconstrução da representação - que ocorre paralelamente à desconstrução da falsa representação. Trata-se de um longo caminho, no qual busca-se a compreensão para transformar a percepção da realidade, ou seja, dar-lhe um bom senso.

O erro não é intrínseco ao pensamento, mas, ao contrário, causado por algo que lhe é externo. Essa falha na percepção produziria um encadeamento “negativo” no processo de pensamento, pois o conduziria a falsas resoluções. Desse modo, a imagem dogmática do pensamento reduz o erro à figura do negativo (a besteira, a maldade e a loucura seriam reduzidas a essa figura), não aceitando as várias formas de pensar como um “pensar diferente”.

#### Sexto postulado: o privilégio da designação

Quando os matemáticos polemizam, é pouco provável que um critique o outro por ter-se enganado em seus resultados ou cálculos; eles se criticam, antes de tudo, por terem produzido um teorema insignificante, um problema destituído de sentido.

Distinguem-se duas dimensões numa mesma proposição: a da expressão, de acordo com a qual a proposição enuncia, exprime alguma coisa de ideal; a da designação, de acordo com a qual ela indica, ela designa objetos aos quais se aplica o enunciado ou o exprimido. Uma seria a dimensão do sentido, a outra, a do verdadeiro e do falso. A relação de designação é apenas a forma lógica da recognição. Do verdadeiro, temos sempre a parte que merecemos de acordo com o sentido do que dizemos. O sentido é a gênese ou a produção do verdadeiro, e a verdade é tão-somente o resultado empírico do sentido.

A adversidade que surge com esse pressuposto é que, uma vez dada a solução, o problema perde sua força enquanto mote desafiador, fazendo com que este obstáculo desapareça. O pensar seria, então, a busca de soluções para os problemas dados, apenas relacionado às soluções e não à colocação dos problemas.

#### Sétimo postulado: a modalidade das soluções

Fazem-nos acreditar, ao mesmo tempo, que os problemas são dados já feitos e que eles desaparecem nas respostas ou na solução; sob este duplo aspecto, eles seriam apenas quimeras. Um problema não existe fora de suas soluções e, em vez de desaparecer, insiste e persiste nas soluções que o recobrem.

Se, por um lado, os problemas possuem um caráter universal, por outro, as soluções são uma forma particular de resolução do problema. Assim, um problema não se esgota e todas as vezes que é colocado, as resoluções precisam ser novamente reelaboradas e rearticuladas. Porém, isso só é possível se os problemas não forem dados, se forem inventados e reinventados nas e com as soluções. Os problemas manifestariam, assim, uma natureza insistente, enquanto as soluções exerceriam uma força contrária cuja natureza procuraria determinar, particularizar e singularizar esses mesmos problemas. Sob esta perspectiva, os problemas passam a desestabilizar as respostas e fazem com que elas se movimentem, impedindo-as de se tornarem abstrações universalizantes.

### Oitavo postulado: o resultado do saber

Este postulado recapitula os postulados anteriores. Para Deleuze (2006), precisaríamos pensar os problemas em sua relação direta com os signos problemáticos. São os signos que, na sua força, violentam o pensamento. São os signos que “dão problema” e que se desenvolvem num campo simbólico.

Explorar a Ideia e elevar cada uma das faculdades a seu exercício transcendente. São estes os dois aspectos de um aprender.

## 5. Do encontro aos signos com Deleuze

O que seriam esses tais signos de que tanto falamos? A partir e com o pensamento das filosofias da diferença, há uma complexidade nesse conceito e no que diz respeito à perspectiva deleuzeana, não se tem uma única definição totalizante do que seria o signo. Com efeito, a noção de signo na filosofia de Deleuze é pluralista. É pluralista porque os signos não são do mesmo tipo e nem são emitidos da mesma forma, pois cada indivíduo tem sua própria relação de encontro e de sentido com os signos.

Deleuze (2003) traz uma contribuição para a compreensão do aprendizado humano por meio de sua leitura da obra "*Em busca do tempo perdido*". O autor encontra no texto de Proust uma relação entre o signo, o tempo e o pensamento. A conexão desses temas forja uma nova imagem do pensamento, partindo do pressuposto da necessidade de uma força exterior para se ativar. Dos termos que se referem ao aprendizado, vamos atentar para as palavras signo e essência. Em Deleuze (2003), aprender diz respeito essencialmente aos signos. Segundo o autor, aprender não se trata mais de um trabalho de reconhecimento, mas de decifração. Anseia-se por uma explicação sobre o objeto que contém os signos.

Com Deleuze (2003) interpretamos que tudo pode ser um signo. Qualquer relação com a realidade, seja referente a uma imagem, à natureza, à sanidade, à doença, à subjetividade, a pensamentos, a sentimentos, à política, à sociedade, a uma folha que cai, a um cheiro ou sabor, pode ser tomada como um signo, desde que permita a interpretação como uma ação de significar o signo, atribuir-lhe sentido, isto é, seja capaz de disparar sensações e pensamentos inusitados na natureza em questão. Porém, o signo é sem dúvida mais profundo que o objeto que o emite, sendo o seu sentido mais profundo que o sujeito que o interpreta.

Deleuze (2003) dispõe os signos em quatro grupos: os signos mundanos vazios, os signos mentirosos do amor, os signos sensíveis materiais e os signos essenciais da

arte. Deleuze ainda pontua que, na obra de Proust, para cada espécie de signo há uma correlação de tempo, de estrutura e organização. Dessa maneira, é interpretada uma nova roupagem à presença do tempo, trazendo-o como um elemento necessário para a produção de sentido. De certo modo, signo e sentido estão sempre em relação com o tempo e foram classificados por Deleuze em duas categorias gerais: o tempo perdido e o tempo redescoberto. Assim, consideramos importante apresentarmos (brevemente no parágrafo abaixo) esses signos e sua relação com o tempo de acordo com a concepção do autor.

Os signos mundanos são vazios e anulam o pensamento por sua carência de sentido, pois surgem como o substituto de uma ação ou de um pensamento, tomando o suposto valor de seu sentido. Daí surge o sentido de tempo que passa, pois o narrador se perde no vazio da vida mundana, em vez de aproveitá-lo. Os signos amorosos são enganosos e escondem o que exprimem, isto é, a origem dos mundos desconhecidos. Aqui o tempo perdido decorre de esforços gastos com a compreensão e entendimento do que se ama, do sofrimento mediante o ciúme, um tempo que se perde diante da busca e controle pelo objeto amado, do amor como mundanidade. Os signos artísticos possibilitariam a (re)descoberta do tempo como original e absoluto, equivalente à eternidade. É esse tempo que reúne perfeitamente o signo e o sentido. O que a arte nos faz descobrir é o tempo tal como se encontra enrolado na essência.

Neste trabalho, nos interessa falar especialmente sobre os signos sensíveis. A sensação não é a propriedade do objeto, mas a experiência do sujeito com o objeto. Os signos sensíveis pertenceriam à categoria do tempo redescoberto por se tratar de um tempo que se redescobre no cerne de um tempo já desenvolvido. Porém, ainda há a sensação de perda de tempo pela vontade de associar às sensações despertadas pelos signos a um fato, tentar buscar a sua causa. Em outras palavras, o tempo redescoberto, remete também ao tempo perdido. Assim, os signos sensíveis se relacionam com os outros signos. É preciso ressaltar que os signos sensíveis estão mais próximos de ter o seu “segredo desvendado”. Deleuze (2003) ainda chama a atenção para o fato de que os esforços empreendidos na busca pela revelação estão sempre sujeitos ao fracasso.

É próprio do caminho do aprendizado passar por esses dois momentos: a decepção provocada por uma tentativa de interpretação objetiva e a tentativa de remediar essa decepção por uma interpretação subjetiva em que reconstruímos conjuntos associativos. Deleuze (2003) nos diz que a decepção é um momento fundamental da busca ou do aprendizado. Ou seja, em cada campo de signos ficamos decepcionados quando o objeto não nos revela o segredo que esperávamos.

O aprender pelo caminho do signo, do sentido e da essência, leva à revelação. A essência é a própria revelação. As essências que se expressam na liberdade das palavras, tão mais porosas do que as palavras pretendem ser e que se aliam para se confundirem umas às outras, mais emitindo signos do que significados acabados. Mas será que é o sujeito que explica a essência, ou é a essência que se explica, que se envolve no sujeito?

Uma coisa é o sujeito exprimir o mundo. Outra é a essência que, uma vez experimentada, faz nascer o mundo. A expressão da essência é explicada por Deleuze (2003) como aquilo que é mais difícil, trabalhoso, que independe da boa vontade da memória ou do desejo e, por infortúnio, é o mais relegado pela literatura, pois é dado como inexprimível. Buscar a impressão que provoca a experiência, deixando de lado o que constitui essa impressão, não extraindo dela nenhuma mensagem nova, dá a ilusão de uma comunicação entre espectadores que falam sempre sobre o idêntico.

Segundo Deleuze (2003, p. 21): “nunca se sabe como uma pessoa aprende; mas, de qualquer forma que aprenda, é sempre por intermédio de signos, perdendo tempo, e não pela assimilação de conteúdos objetivos”. Assim, o essencial do aprendizado não é a memória, mas se aprofundar no sentido do signo, ou seja, não é algo instantâneo, leva-se um tempo. O aprendizado não nasce deste esforço primeiro, da memória voluntária ou da memória da inteligência. Ele nasce de uma brusca sensação de uma memória involuntária, diretamente solicitada pelo signo sensível. Por sua vez, o signo ainda está preso, de alguma forma, às armadilhas do sujeito e do objeto. Em Deleuze (2003), o que precede o aprender está no acaso ou na coação, ou seja, a ideia é de que o pensamento depende de um encontro com alguma coisa que

força a pensar, que nos surpreende, que provoca estranhamento, que nos leva a procurar o que é verdadeiro. E essa “alguma coisa” não é dada pela inteligência, que sempre vem depois.

## 6. Da tradução de signos

Queremos observar como os alunos manifestam seus aprendizados a partir da experiência com produções escritas, onde inquietudes que expressam relações com os saberes matemáticos serão evocadas na expressão, por exemplo, de uma solução. Para tanto, busca-se modos de expressão que podem manifestar experiências sociais, culturais e linguísticas que surgem na educação escolar. Trata-se de uma investigação qualitativa com uma abordagem que visa o relato e um exercício de análise sobre expressões escritas e orais dos participantes da pesquisa. Essa abordagem tem como objetivo a compreensão do significado atribuído pelos sujeitos aos acontecimentos que lhes dizem respeito e aos “comportamentos” que manifestam, que são definidos em termos de “ações” (LESSARD-HÉBERT, 1990, p. 175).

Quando os alunos relatam o raciocínio utilizado, fazem-no retrospectivamente e reconstruindo o sentido das coisas. Ou seja, esse relato não é uma mera descrição dos fatos: serve também para mostrar como os alunos buscam produzir uma expressão coesa que explicita o sentido que dão às coisas. Deste modo, práticas avaliativas serão analisadas como um *texto-imagem* (Bampi; Telichevesky; 2012): algo que pode dar a conhecer alguma experiência que possibilite aos alunos afirmarem seu próprio caminho de aprendizado, encenando e recriando saberes, dados para os outros (Bampi; Tourrucôo; Camargo, 2016). Assim, o ato da escrita pela leitura torna-se em um exercício de tradução de signos, exige um trabalho de pensamento que pode dar a conhecer processos e meios singulares de expressão (Bampi, 2017).

Com Deleuze (2003), alcançamos a decifração, tradução de signos como um processo de recriação e encenação de saberes na escrita pela leitura. Por esta via, formulamos a expressão das experiências envolvidas nesta investigação: mais do que relatar o que acontece, descrever ou observar, importa reviver o que nos acontece como um modo de traduzir experiências (Bampi *et al*, 2016; Bampi, 2017). A escrita mostra-se, dessa maneira, como possibilidade de criação ou a recriação de novas janelas por parte do seu autor, janelas que darão rumo ao mundo que ele deseja descortinar à sua frente. Um dos instrumentos planejados para a investigação foi a

aplicação de um teste em uma turma de ensino médio. Essa atividade ocorreu numa turma de 3º ano do ensino médio da Escola Técnica Estadual Parobé, com alunos de 17 e 18 anos. O teste teve suas questões retiradas de provas da OBMEP de edições variadas, envolvendo conteúdos de matemática dos anos finais do ensino fundamental e médio. O teste (ANEXO 1) tem duas questões envolvendo geometria, uma envolvendo raciocínio lógico e duas envolvendo raciocínio combinatório. Os alunos tiveram o período de 90 minutos para resolverem essas questões individualmente, sem conversa com os colegas ou contato com qualquer material ou aparelho onde pudessem encontrar as respostas. Apesar de quatro, dentre as cinco questões apresentadas terem alternativas para marcar, foi frisada, tanto no enunciado da folha entregue quanto verbalmente, a necessidade de que houvesse uma produção escrita para explicar o caminho para chegarem às respostas dadas.

Em Rancière (2002), deparamo-nos com a necessidade de que é preciso inverter a lógica do sistema explicador:

A explicação não é necessária para socorrer uma incapacidade de compreender. É, ao contrário, essa incapacidade (...). É o explicador que tem necessidade do incapaz, e não o contrário, é ele que constitui o incapaz como tal. (RANCIÈRE, 2002, p. 20).

Deste modo, a explicação não é outra coisa senão a invenção da incapacidade do outro. Explica-se, pois se tem criado um incapaz que precisa da explicação. Da expressão através da explicação dada pelos alunos é que as dúvidas aparecem, se origina um suporte para guiar o professor na sua relação como articulador de informações, intervindo através de provocações para que o aluno possa aprender a partir de sua própria trajetória. Faz-se necessário que se possibilitem situações na sala de aula em que o aprender matemático seja visto como um processo de recriação de saberes, em que o aluno percorre seu próprio caminho, com tentativas e erros. Essa é uma poderosa ferramenta para desenvolver no aluno o pensamento crítico, a criatividade, a confiança em seu potencial mental e o hábito de utilizar as suas competências com autonomia e reflexão.

É preciso oportunizar uma recriação de novos entendimentos e de expressão nas aulas de matemática, entendendo a leitura e escrita como elementos importantes

nessa relação. E, a partir disso, perceber que contribuições os exercícios de produção textual poderiam suscitar nas aulas de matemática. Phillips e Crespo apud Freitas (2010) dizem que:

[...]várias estratégias têm sido propostas no sentido de encorajar os alunos a ler, escrever e discutir as ideias relacionadas à matemática e, de acordo com essas autoras, entre todas as formas, a comunicação escrita é especialmente importante, porque proporciona aos alunos um registro de seus próprios pensamentos e ideias em desenvolvimento (PHILLIPS E CRESPO, 1996, p.15 *apud* FREITAS, 2010, p. 04).

Nesse teste, mostraram-se variados caminhos de desenvolver as questões. Ao retornar a folha para os alunos, coloquei algumas questões provocativas ao longo do desenvolvimento das respostas deles, referentes ao que não está explícito. O fundamental aqui não foi chegar na resposta correta, mas um exercício de autoconhecimento. Uma oportunidade para o aluno refletir sobre o que está se pensando, de que maneira o raciocínio está se organizando e se está de forma coerente. Assim, mesmo quando chegaram numa resposta final correta, se no desenvolvimento não estava explícito, foi feito algum questionamento posterior acerca disso. Alguns alunos me explicaram por escrito, outros preferiram se expressar através da fala. Nesse segundo momento, deixei-os escolher a forma de expressão que se sentissem mais à vontade para o retorno das questões provocativas. Na reescrita do desenvolvimento, os alunos também poderiam dialogar com algum colega sobre as questões para que expressassem entre eles as ideias desenvolvidas na resolução das questões.

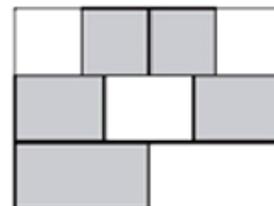
## 7. Dos caminhos na expressão dos resultados

É importante salientar que buscamos nesse exercício de análise refletir diretamente sobre o que estava sendo explícito na escrita dos alunos. Nossa pesquisa não está fundamentada em possibilidades já imaginadas de erros. Ou seja, não foram criadas situações em que intencionalmente se pensava que um determinado erro pudesse acontecer. Além disso, apesar de já ter um certo contato com os alunos devido ao estágio de docência que estava realizando na turma deles, foi com uma sensação de não saber o que realmente iria encontrar que então peguei as folhas com as respostas. Numa breve atividade, seria possível que algo de latente fosse revelado a mim nas respostas dos alunos?

Conforme fui vendo as respostas dadas, não foi rara a semelhança encontrada em algumas maneiras de se expressar de diferentes alunos. Entretanto, não há somente um fator que possa desencadear as semelhanças. Dessa forma, não se pode concluir as causas dessa proximidade como se tivessem a mesma natureza. Descreverei como foram desenvolvidas algumas respostas dadas pelos alunos, cuja proposta apresentada é que fosse uma explicação mais detalhada por escrito. Quando considere necessário, solicitei aos alunos para uma ampliação das explicações de forma oral, devido à incompletude da expressão escrita.

1)[OBMEP-2013] A figura representa um retângulo de área  $36 \text{ m}^2$ , dividido em três faixas de mesma largura. Cada uma das faixas está dividida em partes iguais: uma em quatro partes, outra em três e a terceira em duas. Qual é a área total das partes sombreadas?

- ( )  $18 \text{ m}^2$
- ( )  $20 \text{ m}^2$
- ( )  $22 \text{ m}^2$
- ( )  $24 \text{ m}^2$
- ( )  $26 \text{ m}^2$



Na questão 1, a aluna A escreveu  $36:3=12$ . Esse foi o único dado numérico que escreveu e, ainda, assim conseguiu chegar na resposta correta (20). “Como surgiu esse

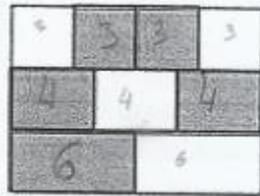
valor se não está em parte nenhuma do teu desenvolvimento?”, questionei a ela quando devolvi os testes aos alunos. Então, ela me explicou como chegou na resposta. Da figura desenhada ao lado da questão, ela pegou e dividiu as faixas da segunda e da terceira linha para que todos os retângulos ficassem do mesmo tamanho da primeira linha. Assim, ela verificou que daquele novo tamanho baseado na primeira linha, havia 6 retângulos inteiros pintados e mais dois pedaços que não chegavam a formar um retângulo inteiro. Dessa maneira, ela chegou aos 20 m<sup>2</sup>. A aluna B teve um raciocínio similar, porém chegou a uma resposta incorreta.

Ainda nessa mesma questão, o aluno C não escreveu uma explicação, mas dentro dos retângulos colocou números. É algo que não está explícito, mas esses valores indicam o valor da área do retângulo (em que estão dentro).

1)[OBMEP-2013] A figura representa um retângulo de área 36 m<sup>2</sup>, dividido em três faixas de mesma largura. Cada uma das faixas está dividida em partes iguais: uma em quatro partes, outra em três e a terceira em duas. Qual é a área total das partes sombreadas?

( ) 18 m<sup>2</sup>  
 20 m<sup>2</sup>  
 ( ) 22 m<sup>2</sup>  
 ( ) 24 m<sup>2</sup>  
 ( ) 26 m<sup>2</sup>

$36 \div 3 = 12$



*(Handwritten signature)*

Figura 1: resposta do aluno C à questão 1.  
 Fonte: autora.

O aluno D chegou à resposta correta, porém no seu desenvolvimento expressou de forma incorreta a divisão que havia feito.

1.  
 $36 - 3 = 12 \text{ m}^2$   
 $4 - 12 = 3 \text{ m}^2$   
 $3 - 12 = 4 \text{ m}^2$   
 $2 - 12 = 6 \text{ m}^2$

$3 + 3 + 4 + 4 + 6 = 20 \text{ m}^2$

Figura 2: resposta do aluno D à questão 1.  
 Fonte: autora.

O aluno E escreveu alguns dados numéricos ao lado da figura. Pela presença de um traço entre os números, pode-se pensar que são subtrações. O aluno chega à

resposta correta, mas como ocorreu com outros alunos, também não se vê esse dado numérico na resolução. “O que significam estes valores? O que fez para chegar à resposta?”, perguntei a ele. O aluno me explicou que 12 era o valor total da área da faixa, aquele traço servia apenas para separar o valor total e o valor de área pintada na faixa e ele chegou ao valor de 20 m<sup>2</sup> somando todos os valores que escreveu à direita do traço.

Para essa mesma questão, uma resposta vista algumas vezes foi uma falsa igualdade. Uma falsa igualdade porque diziam, por exemplo, que  $3m^2=6m^2$  e  $4m^2=8m^2$ . Mas o quê de fato eles queriam dizer com isso? O lado à esquerda da igualdade era o valor de área de um retângulo de uma determinada faixa, o valor à direita da igualdade representa o valor total da área sombreada dessa mesma faixa. Assim, vimos uma proporção que não foi bem expressa.

Handwritten work showing a student's attempt to solve a problem. On the left, "1. 36m<sup>2</sup>" is written above "36 ÷ 3" and "12m<sup>2</sup>". On the right, three equations are listed: "12 ÷ 4 = 3m<sup>2</sup> = 6m<sup>2</sup>", "12 ÷ 3 = 4m<sup>2</sup> = 8m<sup>2</sup>", and "12 ÷ 2 = 6m<sup>2</sup> = 6m<sup>2</sup>". A large curly brace on the right groups these three equations and points to "20m<sup>2</sup>".

Figura 3: Uma proporção que não foi bem expressa.  
Fonte: autora.

A segunda questão era a única que não tinha alternativas para marcar. E foi uma questão que a maioria da turma deixou em branco ou chegaram em uma resposta incorreta. Quando questionei os alunos sobre este fato, alguns me responderam que não lembravam do conceito de perímetro, outros esqueceram de descontar alguns centímetros na contagem pela configuração da figura. Dos alunos que realizaram essa questão, dois erraram o item B porque interpretaram de forma incorreta sobre o que deveriam esboçar. Um aluno entendeu que deveria responder quantos retângulos eram necessários para formar um quadrado. Nesse mesmo item, outro aluno entendeu que era para preencher o contorno da figura com retângulos, não sendo necessário preencher o espaço entre o contorno e a figura. Para este segundo aluno, se fosse para a questão ser respondida sem o esboço, ele responderia corretamente a quantidade de retângulos necessária, porém não na configuração solicitada. Esse é um

exemplo do quão importante é que os alunos expressem com palavras e/ou desenhos o raciocínio utilizado, pois podem chegar a um valor numérico correto partindo de caminhos incorretos. Apesar dessa configuração incorreta, pode-se perceber que o aluno tem uma noção imagética do que é um quadrado.

2)[OBMEP-2005] Tia Anastácia uniu quatro retângulos de papel de 3 cm de comprimento por 1 cm de largura, formando a figura ao lado.

A) Qual é o perímetro da figura? 28 m

B) Qual é o menor número de retângulos de 3 cm de comprimento por 1 cm de largura que é necessário juntar a essa figura para se obter um quadrado? Faça um desenho ilustrando sua resposta.

C) Qual é a área do quadrado obtido no item anterior?

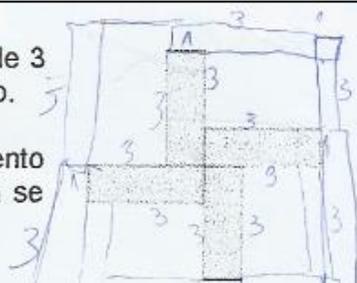


Figura 4: uma representação equivocada de 2)B).  
Fonte: autora.

A terceira questão – que envolvia apenas raciocínio lógico – não foi errada por aluno algum. Assim, os alunos manifestaram nessa questão a habilidade de raciocinar de maneira lógica, ou seja, que faz sentido.

3)[OBMEP-2007] A mãe de César deu a ele as seguintes instruções para fazer um bolo:

- se colocar ovos, não coloque creme.
- se colocar leite, não coloque laranja.
- se não colocar creme, não coloque leite.

Seguindo essas instruções, César pode fazer um bolo com:

- ( ) ovos e leite, mas sem creme.
- ( ) creme, laranja e leite, mas sem ovos.
- ( ) ovos e creme, mas sem laranja.
- ( ) ovos e laranja, mas sem leite e sem creme.
- ( ) leite e laranja, mas sem creme.

Através dessa situação dada, foi possível reconhecer a capacidade analítica dos alunos, ou seja, a capacidade de analisar problemas e pensar estratégias de solução, que nas respostas apareceu como eliminação das alternativas falsas.

Muitos acertaram a resposta que marcaram na quarta questão, porém poucos colocaram uma justificativa sobre os dados numéricos que forneceram. Um aluno

explicou o raciocínio utilizado, não apresentando os valores numéricos além da resposta marcada.

4)[OBMEP-2008] Fábio tem cinco camisas: uma preta de mangas curtas, uma preta de mangas compridas, uma azul, uma cinza e uma branca, e quatro calças: uma preta, uma azul, uma verde e uma marrom. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir com uma camisa e uma calça de cores distintas?

( ) 12  
( ) 15  
 17  
( ) 18  
( ) 20

*Apenas multipliquei o total de camisas pelo total de calças e eliminei as iguais.*

Figura 5: resolução produzida por um aluno. Nas palavras desse aluno: “Apenas multipliquei o total de camisas pelo total de calças e eliminei os iguais”.

Fonte: autora.

Na reescrita do desenvolvimento, alguns alunos listaram todas as combinações possíveis e outros alunos escreveram o raciocínio usado. Porém, ainda nessa expressão há alguns atalhos na comunicação. Alguns alunos que estavam juntos escreveram a mesma resposta “ $5 \cdot 4 = 20$ ”, “ $20 - 3 = 17$ ” e “o valor é 17, pois as cores se repetem”.

4)[OBMEP-2008] Fábio tem cinco camisas: uma preta de mangas curtas, uma preta de mangas compridas, uma azul, uma cinza e uma branca, e quatro calças: uma preta, uma azul, uma verde e uma marrom. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir com uma camisa e uma calça de cores distintas?

( ) 12  
( ) 15  
 17  
( ) 18  
( ) 20

$5 \cdot 4 = 20$      $20 - 3 = 17$   
*o valor é 17, pois as cores se repetem.*

Figura 6: uma resolução no processo de reescrita.

Fonte: autora.

O que significa esse 5? O que significa esse 4? Por que foi realizado o produto entre eles? Os alunos mostraram numericamente o conhecimento de princípio de contagem. Dos princípios de contagem, temos que os números 5 e 4 representam a quantidade de elementos que foram classificados em dois conjuntos, sendo 5 a quantidade de elementos do conjunto de camisas (chamaremos de evento A) e 4 a quantidade de elementos do conjunto de calças (chamaremos de evento B). Se este evento A pode ocorrer de 5 maneiras diferentes e, se, para cada uma dessas 5 maneiras possíveis de A ocorrer, um evento B pode ocorrer de 4 maneiras distintas,

então o número de maneiras de ocorrer o evento A seguido de B é  $4 \times 5$ . Daí, conclui-se que a quantidade total de combinações é 20. Entretanto, há a restrição de só poder combinar camisa com calça em cores distintas. Na explicação dada pelos alunos, tem a justificativa “pois as cores se repetem”, mas não é dito o que ocorre. No caso, são descontadas três combinações (total de combinações de camisa e calça de mesma cor) do valor total de combinações de camisa e calça - o que é mostrado apenas em representação numérica.

Houve também os alunos que listaram corretamente todas as possibilidades. Nas imagens abaixo, estão variadas representações dessa listagem. Apresentei da ordem do raciocínio mais implícito ao mais explícito. Veja que na primeira imagem, há algumas letras, mas não há uma legenda explicativa sobre o que elas representam. Há uma soma, mas não há uma explicação da origem das parcelas. Na segunda imagem, há uma legenda que decodifica o significado das letras usadas, é também apresentada uma conexão entre esses códigos. Entretanto, ainda não há uma explicação para a origem das parcelas da soma. Na última imagem, são expressas todas possibilidades com cada camisa. Dessa forma, fica mais explícita a origem das parcelas apresentadas.

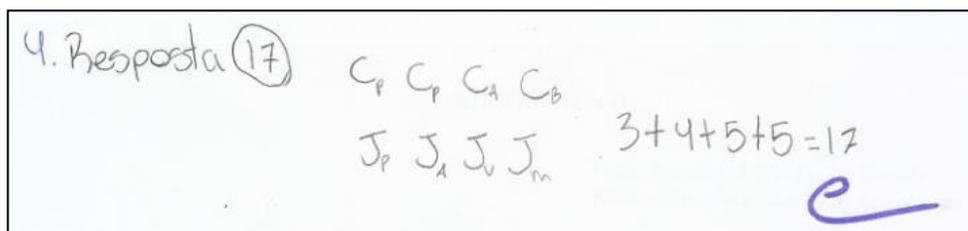


Figura 7: uma representação da lista de possibilidades da questão 4.  
Fonte: autora.

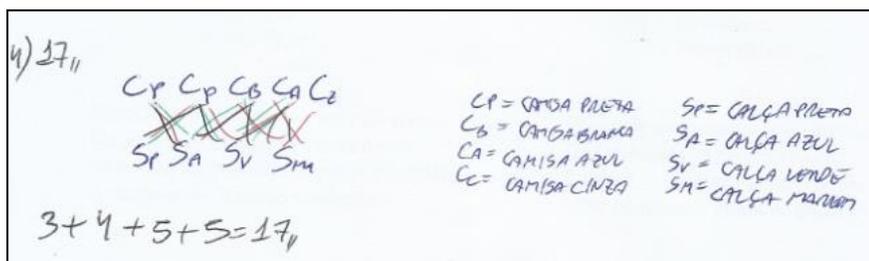


Figura 8: uma representação da lista de possibilidades da questão 4.  
Fonte: autora.

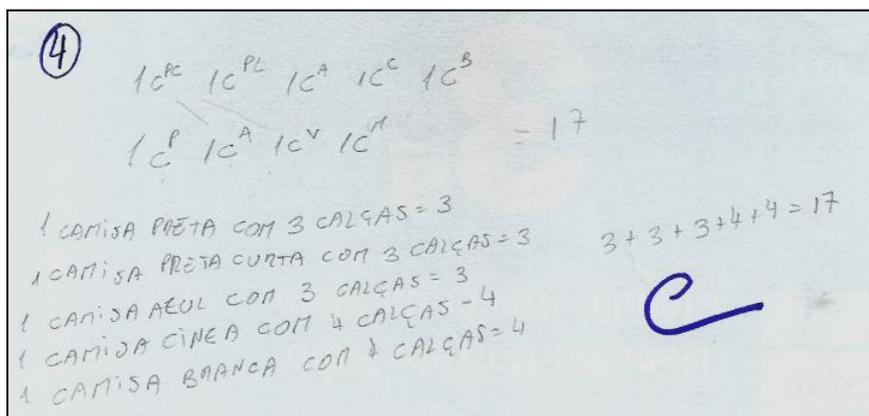


Figura 9: uma representação da lista de possibilidades da questão 4.  
 Fonte: autora.

As questões 4 e a 5 envolveram princípios de contagem, porém a primeira situação obteve mais respostas corretas. Isso se deve ao fato de que na questão 4 as possibilidades podem ser expressas através da relação de ligar objetos, enquanto que na questão 5 envolve reordenar objetos. Assim, o erro típico na questão 5 foi não perceber que faltavam algumas possibilidades a serem listadas pois no seu raciocínio os alunos acabaram fixando um casal sem pensar que os casais poderiam trocar de lado ou que, dentro desse movimento de trocar casais de lado, as pessoas de um mesmo casal poderiam mudar de lado.

5)[OBMEP-2006] Dois casais de namorados vão sentar-se em um banco de uma praça. Em quantas ordens diferentes os quatro podem sentar-se no banco, de modo que cada namorado fique ao lado de sua namorada?

- ( ) 1
- ( ) 2
- ( ) 3
- ( ) 4
- ( ) 8

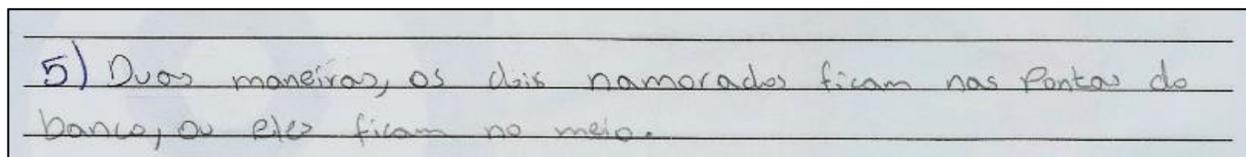


Figura 10: Resposta dada por uma aluna à questão 5: “Duas maneiras, os dois namorados ficam nas pontas do banco, ou eles ficam no meio”.  
 Fonte: autora.

Pode-se entender o processo de ensino-aprendizagem de matemática como um processo de leitura. Num primeiro momento, ocorre a decodificação dos problemas. É a ligação entre o reconhecimento do material linguístico do texto apresentado com o significado que ele fornece. Só há uma percepção de que os dados fornecidos nas questões propostas são o suficiente para resolvê-las através de uma compreensão do problema. O aluno poderá ter uma maior dificuldade para organizar seu raciocínio e pensar em estratégias para resoluções se não tiver uma maior intimidade com uma leitura significativa de texto e imagem. Essa é uma habilidade que exige prática. O que fica marcado é o que tem algum valor para tal pessoa. E então, esta pode ser considerada uma leitura significativa. Assim, acreditamos que esse processo de ensino-aprendizagem não deve ser uma mecanização, mas uma ação que busca promover a atitude do aluno pensar sobre a sua expressão, buscando uma comunicação clara para manifestação dos seus aprendizados.

Na produção escrita dos alunos vimos que não está expresso apenas um aprendizado. A incompletude de informações escritas nem sempre evidencia uma falta em relação ao conteúdo a ser apreendido, como percebido durante conversa com os alunos. O que essa incompletude de informações evidenciou é um salto na explicação, no qual o aluno omite na escrita parte do seu raciocínio no processo de aprendizado, deixando lacunas na sua expressão. Então, se por um lado a linguagem – mais precisamente, a escrita na presente investigação – é o meio por onde se exteriorizam vários mundos de signos, por outro é inegável seu papel social. A maneira como o aluno se expressa não diz apenas sobre o seu aprendizado, diz também sobre como ele enxerga o professor na sala de aula, e, por consequência, mostra o que o aluno acredita que se espera que seja produzido para representar seu aprendizado referente à matemática. Por exemplo, é forte a tendência da relação direta de exprimir o aprendizado matemático com números, de apenas apontar valores numéricos sem explicar o porquê destes valores, sem uma argumentação do raciocínio utilizado. Segundo Cândido (2001):

[...]a escrita matemática seria uma forma mais sofisticada da escrita, uma vez que a ideia implícita na elaboração e na sistematização da linguagem matemática é que ela seja mais concisa e precisa que a linguagem usual no

sentido de eliminar qualquer possibilidade de dubiedade em sua interpretação. (CÂNDIDO, 2001, p.23).

Cândido (2001) também diz que a escrita matemática permite um contexto natural para envolver os alunos no estabelecimento de conexões entre diferentes noções, entre suas concepções espontâneas e novas aprendizagens. Dessa forma, a produção de textos pode ser um poderoso auxiliar para eles na elaboração de sua rede de signos. É um desafio transpor pensamentos para a forma escrita, com a pretensão de estabelecer uma conexão entre eles, organizando-os de maneira fluída. Esse exercício de refletir sobre os caminhos do seu próprio aprendizado traz a oportunidade de um encontro com velhos signos, de criar e recriar sentidos.

## 8. Quase aprendi...

*Tão correto e tão bonito  
O infinito é realmente um dos deuses mais lindos  
Sei que às vezes uso palavras repetidas  
Mas quais são as palavras que nunca são ditas?*

Legião Urbana

O desenvolvimento do presente trabalho possibilitou um breve exercício de reflexão do como e do quê pode ser manifestado pelos alunos nas aulas de matemática através da expressão escrita e oral. O ponto de partida para essa investigação foi a resolução de um teste contendo cinco questões retiradas de edições diferentes da OBMEP e o público alvo foram os alunos de uma turma do 3º ano do ensino médio da Escola Técnica Estadual Parobé. Como queríamos ver o que os alunos expressariam num exercício de reescrita do seu próprio aprender, o retorno do teste para que os alunos continuassem trabalhando nele também fazia parte do objetivo da investigação. Além disso, ao retornar o teste, conversas individuais permitiram uma reconstrução sobre o raciocínio de cada aluno.

Ao aplicar essa atividade, percebeu-se uma compreensão que vai além de conteúdos escolares. Cada aluno mostrou seu próprio meio de manifestar as resoluções, seja de forma escrita ou oral, mostrando ali o seu nível de dificuldade de traduzir sua expressão pura de operações e números em uma representação com argumentos mais detalhados do porquê da utilização desses elementos. Foi possível enxergar além de uma relação com conhecimentos matemáticos. Aqui lhes digo que quando começamos este projeto não pensamos que chegaríamos neste *insight* que surgiu ao longo da análise da atividade: através da forma de expressão e dos saltos explicativos (parte do que foi pensado e omitido na escrita, reconstruído depois oralmente) apresentados pelos alunos, observou-se compreensões de mundos.

Com Deleuze (2003), percebemos essa compreensão de mundo como os signos que estão sendo manifestados pelos alunos, que são sensíveis e que surgem num processo de (re)criação inesgotável de sentidos. E estes signos sensíveis alcançaram

além de conteúdos matemáticos. Há também um caráter social e cultural. A maneira como o aluno se expressa não diz apenas sobre o seu aprendizado, diz também sobre como ele enxerga o professor na sala de aula e, especialmente, a si mesmo.

Durante conversa com os alunos, percebi que não há como medir o que se aprende apenas através da escrita, pois ali o aluno mostra o que ele acredita que se espera que seja produzido para representar seu aprendizado referente à matemática, o que ele acredita ser relevante, não tudo que de fato ele raciocinou a respeito. E a manifestação dos alunos, seja de forma escrita ou oral, mostrou-se como elemento central nos processos de ensinar e de aprender. Quando o aluno expressa o que foi aprendido ele tem, também, a possibilidade de recapitular esse aprendizado e entendimentos acerca do mesmo.

Assim, ocorre o processo de reconstrução e atualização permanente de mundos, pois nossos pensamentos são inacabados, movimentos de verdades que, na maioria das vezes, ocorrem na interação com outras vozes. Quando alguém fala ou escreve, não está expressando algo acabado, mas está se esforçando em expressar algo em elaboração, algo que não está apropriado na sua totalidade, mas que procura expressar a seu modo. Assim, essa manifestação do aprendizado é essencial para que ao ser expresso, o aprendizado tenha a possibilidade de se recriar.

Essa atividade ajudou a própria professora-pesquisadora, que ainda engatinhando na sua jornada docente, vivenciou esse exercício tão importante que é não manter-se estagnado no seu entendimento sobre aspectos relacionados ao processo educativo. Pensando no que se considerar ou não um erro, pensa-se também sobre a manifestação de aprendizados, podendo suscitar novos entendimentos sobre o que seja uma avaliação (o quê avaliar e como avaliar). Nas respostas dadas, mostrou-se que alguns alunos em um primeiro momento representaram suas respostas somente por meio de cálculos e números. Compreensível, já que esses alunos não têm como hábito uma proposta de escrever seus argumentos, de expressar o próprio entendimento, quem dirá, o pensamento.

Por exemplo, nas questões envolvendo raciocínio combinatório, os alunos recorreram aos mecanismos de contagem, apresentando seu cálculo sem justificar porque utilizaram tal operação. Num momento de reescrita, os alunos tiveram a

oportunidade de refletir sobre o caminho do próprio aprendizado. Há uma clara organização interna do raciocínio. Porém, ao se exteriorizar esse raciocínio, percebe-se alguns saltos explicativos, como se o caminho estivesse óbvio, como se fosse um caminho único e portanto pudesse ficar implícito.

O teste, mesmo que com apenas cinco questões, mostrou uma possibilidade de expressão escrita e oral dos alunos em respostas às questões na aula de matemática: os alunos foram além das representações numéricas e operacionais, argumentando sobre as próprias ações. Isso aconteceu porque surgiu a proposta para que os alunos agissem assim e eles aceitaram realizar essa proposta, mesmo sem o hábito do exercício da escrita argumentativa em aulas de matemática. E apesar das falas iniciais de que não sabiam fazer isso, foi tentando e errando que os alunos perceberam-se capazes de manifestar, mesmo que parcialmente, o caminho do próprio raciocínio para questões matemáticas. Neste momento, relembro Rancière (2002), que nos diz que é essencial que o mestre possibilite a emancipação do aprendiz. Ou seja, enquanto professores de matemática, devemos contribuir dando meios para que os alunos possam ser levados à consciência daquilo que pode uma inteligência, quando ela se considera como igual a qualquer outra, reconhecendo essa potência humana que o iguala a seus semelhantes.

A produção textual em aulas de matemática mostra-se como um exercício infrequente. A princípio, muitos alunos falavam sobre a incredulidade do seu poder de escrever em uma forma que viesse manifestar seus raciocínios. Na atividade realizada neste projeto, viu-se que, quando dada uma situação que possibilite a essa expressão e, através de orientação, a escrita é possível e a tendência é de melhorar. Assim, percebe-se que ainda há muito a ser desenvolvido e pensado neste âmbito, com propostas envolvendo conteúdos matemáticos e explorando o caráter dialógico e comunicacional da escrita, que podem auxiliar o professor a entender os caminhos do aprender do aluno e, também, auxiliar o próprio aluno num processo de expressão de si mesmo. O trabalho encerra-se aqui, porém o tema não. Sobre a manifestação de saberes em aulas de matemáticas, podem ainda ser utilizados outros gêneros textuais,

músicas, imagens, fragmentos literários como forma de comunicação para que haja interação. E, quem sabe, assim, possamos dizer: *quase aprendi...*

## REFERÊNCIAS

- BAMPI, Lisete Regina. **Viver para contá-lo: sobre o aprender em nossas escolas.** In: IV Congresso Latinoamericano en Filosofía de la Educación, 2017, Buenos Aires. Memória y Prospectiva.
- BAMPI, Lisete; TELICHEVESKY, M. **No es nuestra culpa si no sabíamos que sabíamos.** Revista Educacion y Pedagogía , v. 24, p. 171-181, 2012.
- BAMPI, Lisete R.; TOURRUCÔO, F.; CAMARGO, G. D. **Como enxergar no aprendizado de alguém a arte de tecer mundos?.** In: *VIII Colóquio Internacional de Filosofia e Educação*, 2016, Rio de Janeiro. *Mundos que se tecem entre "nosotros"*, 2016. v. 1. p. 1.
- BARICHELO, L. **Análise de resolução de problemas de cálculo diferencial em um ambiente de interação escrita.** Dissertação de Mestrado. Rio Claro, SP: Universidade Estadual Paulista/IGCE. 2008. Acesso em: 13 de junho de 2018. Disponível em: <<[https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91100/barichello\\_l\\_me\\_rcl\\_a.pdf](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91100/barichello_l_me_rcl_a.pdf)>>
- CÂNDIDO, P. T. **Comunicação em Matemática.** In: SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.* Porto Alegre: Artmed, 2001.
- DELEUZE, G. **A imagem do pensamento.** In: \_\_\_\_\_. *Diferença e repetição.* Rio de Janeiro: Graal, 2ª edição, 2006.
- \_\_\_\_\_. **Foucault.** Trad. Cláudia Sant'Anna; revisão da trad. Renato Ribeiro. São Paulo: Brasiliense, 2005.
- \_\_\_\_\_. **Proust e os signos.** Trad. Antônio Piquet e Roberto Machado. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2ª edição, 2003. Acesso em: 13 de junho de 2018. Disponível em: <<<http://www.afoiceeomartelo.com.br/posfsa/autores/Deleuze,%20gilles/Deleuze%20-%20Proust%20e%20os%20signos.doc>>>
- FREITAS, M. T. M. **Leitura e escrita na aula de matemática: possibilidades e potencialidades.** Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Salvador – BA, 7 a 9 de Julho de

2010. Acesso em: 13 de junho de 2018. Disponível em:  
<<<http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/PA/Palestra11.pdf>>>

LESSARD-HÉBERT, M. GOYETTE, G. BOUTIN, G. **Investigação Qualitativa. Fundamentos e Práticas.** Lisboa: Instituto Piaget, 1990.

RANCIÈRE, J. **O mestre ignorante - cinco lições sobre a emancipação intelectual.** Trad. Lilian do Valle. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

## ANEXO 1: TESTE

Escola Técnica Estadual Parobé

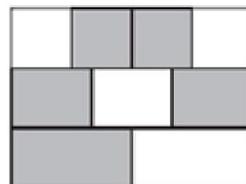
Nome: \_\_\_\_\_

Turma: 3T3

**Responda as questões abaixo, descrevendo com detalhes o raciocínio utilizado para chegar na sua resposta.**

1)[OBMEP-2013] A figura representa um retângulo de área  $36 \text{ m}^2$ , dividido em três faixas de mesma largura. Cada uma das faixas está dividida em partes iguais: uma em quatro partes, outra em três e a terceira em duas. Qual é a área total das partes sombreadas?

- 18  $\text{m}^2$
- 20  $\text{m}^2$
- 22  $\text{m}^2$
- 24  $\text{m}^2$
- 26  $\text{m}^2$



2)[OBMEP-2005] Tia Anastácia uniu quatro retângulos de papel de  $3 \text{ cm}$  de comprimento por  $1 \text{ cm}$  de largura, formando a figura ao lado.

A) Qual é o perímetro da figura?

B) Qual é o menor número de retângulos de  $3 \text{ cm}$  de comprimento por  $1 \text{ cm}$  de largura que é necessário juntar a essa figura para se obter um quadrado? Faça um desenho ilustrando sua resposta.

C) Qual é a área do quadrado obtido no item anterior?



3)[OBMEP-2007] A mãe de César deu a ele as seguintes instruções para fazer um bolo:

- se colocar ovos, não coloque creme.
- se colocar leite, não coloque laranja.
- se não colocar creme, não coloque leite.

Seguindo essas instruções, César pode fazer um bolo com:

- ovos e leite, mas sem creme.
- creme, laranja e leite, mas sem ovos.
- ovos e creme, mas sem laranja.
- ovos e laranja, mas sem leite e sem creme.
- leite e laranja, mas sem creme.

4)[OBMEP-2008] Fábio tem cinco camisas: uma preta de mangas curtas, uma preta de mangas compridas, uma azul, uma cinza e uma branca, e quatro calças: uma preta, uma azul, uma verde e uma marrom. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir com uma camisa e uma calça de cores distintas?

- 12
- 15
- 17
- 18
- 20

5)[OBMEP-2006] Dois casais de namorados vão sentar-se em um banco de uma praça. Em quantas ordens diferentes os quatro podem sentar-se no banco, de modo que cada namorado fique ao lado de sua namorada?

- 1
- 2
- 3
- 4
- 8

## ANEXO 2: MODELO DO TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA



### TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, \_\_\_\_\_, R.G. \_\_\_\_\_, responsável pelo(a) aluno(a) \_\_\_\_\_, da turma 3T3, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada "ERRAR como EXPRESSÃO de um APRENDER: experiências com o ensino da matemática escolar", desenvolvida pela pesquisadora Tamiris Guimarães Wittzorecki. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Lisete Regina Bampi, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do e-mail lisete.bampi@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Observar conhecimentos matemáticos que estão sendo manifestados através da expressão escrita, atentando para os processos individuais envolvidos nos caminhos do próprio aprendizado.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Esses dados ficarão armazenados por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Cabe ressaltar que a participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, poderá ocasionar algum constrangimento dos entrevistados ao precisarem responder a algumas perguntas sobre o desenvolvimento de seu trabalho na escola. A fim de amenizar este desconforto será mantido o anonimato das entrevistas. Além disso, asseguramos que o estudante poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso não se sinta confortável com alguma situação.

Como benefícios, esperamos com este estudo, produzir informações importantes sobre a expressão escrita dos alunos no processo de aprendizado, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional.

A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no e-mail tamyriswittzorecki@hotmail.com.

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e email etica@propeq.ufrgs.br

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

Assinatura do responsável: \_\_\_\_\_

Assinatura da pesquisadora \_\_\_\_\_

Assinatura da orientadora da pesquisa: \_\_\_\_\_

### ANEXO 3: AUTORIZAÇÃO DA DIREÇÃO DA ESCOLA

#### TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA REALIZAÇÃO DE PESQUISA

Eu, **Luiz Carlos de Oliveira**, diretor da Escola Técnica Estadual Parobé, afirmo consentimento para que a acadêmica **Tamyris Guimarães Wittzorecki**, regularmente matriculada no Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, orientada pela professora Lisete Regina Bampi, possa realizar nessa escola as atividades de seu trabalho de conclusão de curso. Estou ciente de que o trabalho intitulado "ERRAR como EXPRESSÃO de um APRENDER: experiências com o ensino da matemática escolar" terá seus dados coletados através de atividades realizadas na turma 3T3, tendo por objetivo a percepção de saberes matemáticos que estão sendo manifestados e recriados através da expressão escrita dos alunos. Também estou ciente de que este trabalho obedecerá às disposições éticas de proteger os participantes da pesquisa, assegurando a privacidade e sem prejuízo para ambas as partes.

Porto Alegre, 11 de setembro de 2018

Assinatura e carimbo do diretor

92.941.681/0001-00  
Governo do Estado do RS  
Secretaria da Educação  
ESCOLA TÉCNICA ESTADUAL PAROBÉ  
Av. Loureiro da Silva, 945  
Centro - CEP 90010-420  
Porto Alegre - RS



Luiz Carlos de Oliveira  
Diretor  
IF 1610260/01 Gestão 2016/18  
Escola Técnica Estadual Parobé