

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

**SAMUEL SOLGON SANTOS**

**DISSEMINAÇÃO DE MENTIRAS EM REDES SOCIAIS: UM MODELO  
EM ECONOMIA POLÍTICA**

**Porto Alegre  
2019**

**SAMUEL SOLGON SANTOS**

**DISSEMINAÇÃO DE MENTIRAS EM REDES SOCIAIS: UM MODELO EM  
ECONOMIA POLÍTICA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia, com ênfase em Economia Aplicada.

Orientador:

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Griebeler.

**Porto Alegre  
2019**

### CIP - Catalogação na Publicação

Santos, Samuel Solgon  
Disseminação de Mentiras em Redes Sociais: Um  
modelo em Economia Política / Samuel Solgon Santos. --  
2019.  
56 f.  
Orientador: Marcelo de Carvalho Griebeler.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul, Faculdade de Ciências Econômicas,  
Programa de Pós-Graduação em Economia, Porto Alegre,  
BR-RS, 2019.

1. Redes Sociais. 2. Bass Model. 3. Polarização do  
Eleitorado. 4. Militantes Partidários. 5. BOTS. I.  
Griebeler, Marcelo de Carvalho, orient. II. Título.

**SAMUEL SOLGON SANTOS**

**DISSEMINAÇÃO DE MENTIRAS EM REDES SOCIAIS: UM MODELO EM ECONOMIA POLÍTICA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia, com ênfase em Economia Aplicada.

Orientador:

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Griebeler.

.

Aprovada em 10 de Março, 2019.

**Banca Examinadora**

---

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Griebeler - Orientador  
UFRGS-PPGE

---

Prof. Dr. Guilherme Stein  
UNISINOS-Escola de Gestão de Negócios

---

Prof. Dr. Jefferson Donizeti Pereira Bertolai  
USP-FEA/RP

---

Prof. Dr. Rodrigo Nobre Fernandez  
UFPEL-Dep. Economia

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais.

## RESUMO

Mentiras estranhamente descaradas alcançaram recentemente milhões de compartilhamentos nas redes sociais digitais (ALLCOTT; GENTZKOW, 2017; SILVERMAN; SINGER-VINE, 2016). Diversos agentes podem ter incentivos a publicar mentiras em redes sociais, dentre eles candidatos a cargos eletivos e partidos políticos. O presente trabalho é dedicado a estudar o problema de um partido que tenha decidido mentir na rede social e que precisa escolher o nível de descaramento da mentira que irá publicar. No modelo que propomos, o partido escolhe o nível de descaramento da mentira de forma a maximizar a sua disseminação até a data da eleição. A disseminação da mentira na rede social depende de eleitores racionais que decidem se inspecionam e/ou compartilham a publicação, assim, o partido deve levar em conta como o nível de descaramento da mentira afeta a decisão dos eleitores de compartilhá-la ou não. Além disso, consideramos a existência de militantes e BOTs que, por hipótese, sempre compartilham as publicações do partido e, assim, aceleram o processo de disseminação da mentira. Eleitores, militantes e BOTs são incorporados no modelo de difusão em rede proposto por Bass (1969), e definem a dinâmica de disseminação da mentira. Assumimos que o partido conhece a dinâmica de disseminação, bem como a influência do nível de polarização do eleitorado e da atuação de BOTs e militantes neste processo. Com base neste conjunto de informação e no custo de produção de mentiras, o partido decide o nível ótimo de descaramento da mentira que irá publicar. O modelo proposto permite mostrar que a polarização incentiva a produção de mentiras mais descaradas, e que este efeito se mantém quando consideramos a presença de uma mídia tradicional (ex.: televisão) que, com alguma eficiência, checa as mensagens do partido. Além disso, mostramos que se a eficiência em checagem da mídia tradicional for suficientemente alta, então a migração de eleitores da mídia tradicional para as redes sociais também incentiva a produção de mentiras mais descaradas.

**Palavras-chave:** Redes Sociais. Bass model. Polarização do Eleitorado. Militantes Partidários. BOTs.

## ABSTRACT

Brazen lies have recently reached millions of sharing in social media websites (ALLCOTT; GENTZKOW, 2017; SILVERMAN; SINGER-VINE, 2016). Amidst the agents who would possibly issue a brazen lie through a Facebook or Twitter post, are politics and political parties. In this paper, we analyze the problem of a political party who have decided to post a lie on a social media website and who needs to decide how impudent the lie will be. We propose that the party's goal is to maximize the lie's diffusion on the social media website until the election date. The diffusion of the lie through social media depends upon rational electors who will decide between inspecting or not the post's content and to share it or not. In this way, the party needs to consider how its decision regarding the lie's level of impudence will affect the electors' decision of sharing it or not. Nonetheless, we consider the existence of the party's militants and BOTs who always decide to share the lie and who accelerates its diffusion through the network. The lie's diffusion follows the process proposed by Bass (1969) whereupon we incorporate the existence of the electors, militants, and BOTs. We assume that the party knows the diffusion dynamics as well as the way electors, militants and BOTs influence the process. Based on this information set and considering the cost of producing the lie, the party chooses the lie's level of impudence. As our main result, we show that political polarization incentives the party to lie more brazenly. Furthermore, we show this effect remains unchanged when we consider the existence of a traditional media who, with a certain level of efficiency, inspects the party's message. Yet, we show that if the traditional media efficiency is great enough, then when electors migrate from the traditional media to social media websites, the party chooses to lie more brazenly.

**Keywords:** Social Media. Bass model. Political Polarization. Political Militants. BOTs.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Densidades de $b_i$ para diferentes valores de $a$ . . . . .	24
Figura 2 – Massa de eleitores que compartilham a publicação . . . . .	24
Figura 3 – Função $g(t) = \frac{dG(t)}{dt}$ . . . . .	29
Figura 4 – Dinâmica da disseminação . . . . .	30
Figura 5 – Google trends . . . . .	31
Figura 6 – Dinâmica dos contatos com a publicação . . . . .	41



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>MODELO BÁSICO</b> . . . . .	<b>21</b>
2.1	Os eleitores . . . . .	21
2.2	A disseminação da mentira e os militantes partidários . . . . .	25
2.3	O Partido . . . . .	32
2.4	Análise . . . . .	33
<b>3</b>	<b>EXTENSÕES</b> . . . . .	<b>35</b>
3.1	Inclusão da Televisão . . . . .	35
3.2	A disseminação da publicação exclusivamente por eleitores . . . . .	40
<b>4</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .	<b>43</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>45</b>
	<b>APÊNDICE A – PROVA DAS PROPOSIÇÕES</b> . . . . .	<b>49</b>

## 1 INTRODUÇÃO

As plataformas de redes sociais digitais se popularizaram como fonte de informação para os usuários e como poderosa ferramenta de marketing para partidos políticos. De fato, Gottfried e Shearer (2016) estimam que cerca de 62% dos americanos consomem notícias em redes sociais. Além disso, segundo Hong e Nadler (2011), políticos em democracias modernas ao redor do mundo têm adotado avidamente as redes sociais como um meio de comunicação mais direto com a população. A possibilidade de atingir milhões de usuários, somada à indisposição dos usuários em checar o conteúdo que está sendo compartilhado consagraram aplicativos como Twitter e Facebook como ótimas ferramentas para a disseminação de mentiras. De fato, Allcott e Gentzkow (2017) observaram 38 milhões de compartilhamentos de notícias falsas nos meses anteriores às eleições americanas de 2016. Não obstante, Silverman (2016) verificou que durante os três meses anteriores às eleições americanas de 2016, as 20 histórias falsas mais compartilhadas somaram o total de 8.711.000 compartilhamentos, superando os 7.367.000 compartilhamentos recebidos pelas 20 notícias mais compartilhadas publicadas por jornais tais como The New York Times, Washington Post, Huffington Post, NBC News entre outros. Existem ainda evidências que indicam que notícias falsas são “efetivas”. Para Grijelmo (2017), por exemplo, a denúncia de uma declaração como falsa não a desativa. Ainda, Silverman e Singer-Vine (2016) conduziram a primeira pesquisa de opinião em larga escala sobre *fake-news* e observaram que 75% dos adultos americanos que lembravam de ter tido contato com uma *fake-news* as considerou precisas.

A produção e disseminação de mentiras com objetivos político-partidários não é um fenômeno recente, entretanto, as mentiras que foram disseminadas durante as eleições americanas de 2016 chamaram atenção pelo seu alto grau de descaramento. Notícias como “*Pope Francis Shocks World, Endorses Donald Trump for President*” e “*ISIS Leader Calls for American Muslim Voters to Support Hillary Clinton*” são histórias inventadas, descaradamente falsas e que foram compartilhadas por diversos usuários de redes sociais durante os meses anteriores à eleição americana de 2016<sup>1</sup>. Com efeito, há autores que acreditam que a disseminação em massa de notícias falsas e a ineficiência dos algoritmos do Facebook em detectá-las exerceram influência pivotal no resultado das eleições (READ, 2016; PARKINSON, 2016; DEWEY, 2016).

Histórias falsas podem ser publicadas por diferentes agentes e com diferen-

<sup>1</sup> Segundo Québec e Science-Pressé (2019) esta notícia recebeu 960.000 comentários e compartilhamentos.

tes objetivos. Adolescentes da Macedônia, por exemplo, perceberam que poderiam atrair milhares de internautas para os seus sites – e assim aumentar sua receita com publicidade – postando histórias inventadas em grupos políticos do Facebook (SUBRAMANIAN, 2017). Por outro lado, a organização russa Internet Research Agency foi acusada de produzir e disseminar mentiras com o objetivo de interferir nos resultados das eleições americanas de 2016 (AMERICA, 2018).

Não obstante, há evidências de que candidatos à presidência também podem publicar mentiras descaradas. A agência de checagem de notícias Politifact, por exemplo, classificou 34% do total das afirmações de Donald Trump analisadas como “falsas” e, 15% (do total) foram classificadas como imprecisas e ridículas (POLITIFACT, 2019)<sup>2</sup>. No presente trabalho buscamos entender os incentivos de partidos políticos e candidatos à cargos eletivos a preferir declarações “ridículas”.

Em nosso modelo, um partido político (ou candidato do partido) escolhe o nível de descaramento da mentira que publicará na rede social com o objetivo de maximizar sua disseminação até a data da eleição. Assumimos que a mentira é emitida com a intenção de beneficiar o emissor e que quanto maior o alcance da mentira, melhor para o partido – maior a chance de ser eleito, por exemplo. A disseminação da mentira nas redes sociais depende da atuação de três tipos de agentes que denominaremos eleitores, militantes e BOTs. A atuação dos militantes e BOTs é exógena e será representada por um parâmetro que acelera o processo de disseminação da mentira. Por outro lado, a atuação dos eleitores no processo de disseminação depende dos posicionamentos políticos dos mesmos. Quando os eleitores têm contato com a publicação do partido, eles levam em conta a credibilidade que atribuem ao partido para decidir se a irão checar ou não e, depois, se a irão compartilhar ou não. Assim, o partido precisa considerar como o nível de descaramento escolhido para sua mentira afeta a decisão de checagem e de compartilhamento dos eleitores. Ainda, notícias falsas tais como as citadas anteriormente, por exemplo, poderiam ser facilmente desmascaradas por uma rápida pesquisa *online*, assim, assumimos que quanto maior o nível de descaramento da mentira, menor será o seu custo de checagem e, portanto, maior será a parcela do eleitorado que decidirá checa-la.

Ainda que mentiras com maior nível de descaramento sejam checadas por mais eleitores e, conseqüentemente, compartilhadas por uma parcela menor do eleitorado, mostramos que é ótimo para o partido aumentar o nível de descaramento da mentira quando o eleitorado se torna mais polarizado. Esse efeito acontece mesmo com todos os eleitores sendo contrários ao compartilhamento de mentiras e é válido mesmo para

---

<sup>2</sup> O site checa novas declarações periodicamente, de forma que as porcentagens apresentadas podem variar.

mentiras muito descaradas (com baixo custo de checagem). Além disso, este efeito se mantém na extensão em que consideramos a presença de uma mídia tradicional que checa as mensagens do partido (de forma imperfeita). Apesar do efeito da polarização se manter na presença da mídia tradicional, mostraremos que a competência em checagem da mídia tradicional pode influenciar o nível de descaramento escolhido pelo partido. Em particular, mostramos que se a mídia tradicional for competente o suficiente em checagem de notícia, então quanto maior a parcela de eleitores que se informam por este canal, menor será o nível de descaramento da mentira publicada pelo partido. Em outras palavras, se uma grande parcela do eleitorado se informa por um canal com alta competência em checagem, então o partido mente menos descaradamente. Por outro lado, a recíproca deste resultado implica que, sendo a mídia tradicional suficientemente eficiente na checagem de notícias, então a migração do eleitorado da mídia tradicional para a rede social incentiva o partido a mentir mais descaradamente. Além disso mostramos que este resultado é mais provável se o nível de polarização do eleitorado for alto.

A alta polarização do eleitorado é representada por uma grande parcela dos indivíduos com preferências políticas extremas e que aceitam compartilhar sem checar mesmo aquelas publicações com baixo custo de checagem (mentiras descaradas). Assim, quando a polarização é alta, o partido não precisa se preocupar em incorrer no custo de publicar uma mentira sofisticada e que seja difícil de desmascarar, tendo incentivos à publicar uma mentira com alto nível de descaramento. De fato, mostraremos que aumentos na polarização diminuem o benefício marginal do investimento na produção de mentiras sofisticadas, mesmo na presença de uma mídia tradicional arbitrariamente eficiente em checagem de notícia.

No melhor de nosso conhecimento sobre a disseminação de notícias falsas em redes sociais, consideramos ser muito importante levar em conta a influência de militantes e BOTs no processo de disseminação da publicação do partido na rede social. Com efeito, Varol et al. (2017) estimam que entre 9 e 15% das contas ativas do Twitter são BOTs, enquanto o Facebook estima que cerca de 60 milhões de BOTs podem estar infectando a plataforma (WATTS, 2017). Denominaremos militantes aqueles indivíduos que além de seguir a página do partido, sempre compartilham a publicação sem checa-la. Assim, os militantes não dependem do compartilhamento de outros indivíduos para terem contato com a publicação. Além disso, os militantes servem de meio de propagação da publicação entre o partido e eleitores que, a princípio, haviam escolhido não ter contato com o conteúdo publicado pelo partido. Os BOTs, por outro lado, atuam de forma a aumentar a probabilidade com que a publicação do partido seja exibida para aqueles usuários mais propícios a compartilha-las. O principal resultado

deste trabalho relacionado a atuação de militantes e BOTs é que ambos aceleram o processo de disseminação, tal como observado em diversos estudos (SHAO et al., 2018; LAZER et al., 2018; VOSOUGHI et al., 2018). Ainda, a atuação dos BOTs no nosso modelo é especialmente importante nos instantes iniciais da propagação, tal como observado por Shao et al. (2018).

Este trabalho relaciona-se com algumas correntes literária-científicas que, em geral, não se comunicam, quais sejam, a teoria microeconômica de firmas produtoras de notícias, a literatura de modelos de difusão de inovações e a literatura de modelos de aprendizagem social e “comportamento de rebanho”.

No que diz respeito a produção de notícias, partidos políticos e firmas produtoras de notícias compartilham incentivos semelhantes: maximizar a audiência do conteúdo produzido. Além disso, ambos incorrem em custos para produzir a notícia. Ainda, da mesma forma que firmas têm incentivos à adequar o conteúdo das suas notícias às preferências dos consumidores, os partidos políticos também buscam adequar suas promessas às preferências dos eleitores. Assim, nosso modelo se aproxima da literatura que estuda os incentivos que levam firmas produtoras de notícias a viesar suas publicações<sup>3</sup>. Em particular, uma abordagem que, além de modelar a escolha de viés por firmas produtoras de notícias, pode também servir para estudar a escolha de posicionamento ideológico de partidos políticos, é aquela que se baseia no modelo de localização de Hotelling, tal como sugerido por Prat e Strömberg (2013). Ainda que a escolha de posicionamento ideológico do partido não seja o foco deste trabalho, em nosso modelo os eleitores estão dispersos em um espectro ideológico, de forma que o modelo aqui apresentado é influenciado pela contribuição de Prat e Strömberg (2013) – e pelo modelo de Hotelling. Por outro lado, diferente da previsão de posicionamento do clássico modelo de Hotelling, a escolha do partido sobre o nível de descaramento da mentira não é determinada pelo posicionamento do eleitor mediano, e sim por fatores tais como a polarização do eleitorado e a atuação de militantes partidários no processo de disseminação.

Parcela importante dos trabalhos em teoria de firmas produtoras de notícias buscam explicar a produção de notícias viesadas a partir da hipótese de que consumidores sofrem de viés de seleção e que, assim, buscam consumir notícias de fontes alinhadas às suas preferências ideológicas. Gentzkow e Shapiro (2006), por exemplo, consideram que firmas podem enviesar consistentemente suas notícias com o objetivo

<sup>3</sup> Além dos trabalhos que escolhemos citar no corpo do texto, sugerimos ao leitor interessado na teoria microeconômica por trás da produção de notícias viesadas os trabalhos de Mullainathan e Shleifer (2005), Suen (2004), Duggan e Martinelli (2011) e o livro organizado por Anderson et al. (2016) que conta, inclusive, com capítulos dedicados às mídias sociais e ao mercado de notícias na internet.

de tornarem-se conhecidas por certos grupos de indivíduos que buscam consumir informações adequadas às suas predisposições ideológicas. Ainda, o viés de seleção dos indivíduos pode levar a resultados eleitorais ineficientes, tais como a eleição de políticos mais corruptos (BERNHARDT et al., 2008), ou mesmo influenciar a escolha de *policies* pelos governantes (EISENSEE; STRÖMBERG, 2007).

Nas redes sociais, o viés de seleção dos usuário se manifesta nas suas escolhas em relação às fontes de conteúdo dos quais aceita receber informações (GUESS et al., 2018). Embora ainda não exista literatura sobre as consequências do viés de seleção em processos de aprendizagem em rede, os trabalhos de Acemoglu et al. (2013), Acemoglu et al. (2010) e Azzimonti e Fernandes (2018) dão alguns passos nessa direção. Nestes estudos, a troca de informação entre vizinhos em uma rede social ocorre seguindo um processo estocástico que visa captar o fato de que, ainda que dois indivíduos estejam conectados, não necessariamente ocorre fluxo de informação entre eles. Nossa contribuição se aproxima desta literatura na medida em que estudamos a influência dos militantes no processo de disseminação da mentira. Estes indivíduos sofrem de viés de seleção e, como mostraremos na seção 3.2, aceleram o processo de disseminação da mentira, especialmente nos instantes iniciais da disseminação.

Há diversas ferramentas matemáticas que são utilizadas para estudar disseminações em rede. Desde a contribuição seminal de Kermack e McKendrick (1991) para a teoria matemática das epidemias de doenças contagiosas, a literatura de modelos epidêmicos passou a ser frequentemente citada como um ferramental natural para estudar a disseminação de informações em uma sociedade composta por agentes conectados (JACKSON, 2010). Ainda, os trabalhos de Daley e Kendall (1964) e Maki e Thompson (1973) são referências clássicas de modelos que buscam descrever a disseminação de rumores entre agentes interconectados. Entretanto, foi na literatura de modelos de disseminação de inovações entre firmas que encontramos a abordagem mais adequada aos nossos objetivos.

O modelo de disseminação que empregaremos foi desenvolvido por Bass (1969) com o objetivo de prever a dinâmica de disseminação de uma inovação entre firmas. O modelo proposto pelo autor, juntamente com os trabalhos de Fourt e Woodlock (1960) e Mansfield (1961) são os modelos de difusão de inovações mais conhecidos (MAHAJAN et al., 1990). Diferente de modelos anteriores que previam o crescimento exponencial do número de usuários da inovação (FOURT; WOODLOCK, 1960; JR, 1964), o modelo proposto por Bass prevê que a dinâmica da difusão da inovação segue um padrão tal como ilustrado pela Figura 4. De fato, em Bass (1969) são captadas características essenciais do processo de imitação, onde firmas conectadas por algum laço social/econômico tomam conhecimento de uma inovação por meio de outras firmas

que já a adotaram. Segundo o autor, firmas podem obter conhecimento sobre a inovação consultando uma fonte exógena (tal como um jornal ou revista especializada) ou pelo contato com alguma outra firma que já tenha adotado a inovação. A interpretação para a nossa aplicação é análoga. Os partidos agem como a fonte de informação exógena pela qual alguns usuários com viés de seleção (militantes) terão contato com a notícia. A partir do compartilhamento da publicação do partido por estes usuários iniciais, outros indivíduos passam a ter contato com a mentira – ainda que inicialmente não estivessem dispostos a receber informações do partido. O modelo que propomos permite avaliar o efeito de diversos fatores sobre a dinâmica de disseminação da mentira do partido, tal como o nível de descaramento da mentira, o nível de polarização do eleitorado e a força de atuação de BOTs e militantes.

Por fim, nosso modelo se relaciona com a literatura de aprendizado social. Um problema importante nesta literatura é explicar a emergência de “comportamento de rebanho” em contextos onde indivíduos racionais tomam decisões sequencialmente. Em geral os indivíduos observam as escolhas que foram tomadas anteriormente, tal como no seminal trabalho de Banerjee (1992). A ideia básica por trás destes modelos é que se os agentes não têm certeza sobre qual a melhor ação, então pode ser racional levar em conta decisões tomadas anteriormente com base em conjuntos de informação privada diferentes. Este cenário teórico está intimamente relacionado à propagação de conteúdo em redes sociais onde os usuários observam a quantidade de compartilhamentos anteriores antes de decidir se (re)compartilham um conteúdo ou não. Ainda, o fenômeno da disseminação de mentiras nas redes sociais encontra uma explicação teórica fundamental em Bikhchandani et al. (1992). Em um contexto de decisão sequencial, os autores mostram que, em algum estágio do processo, os agentes passam a desprezar a informação privada que possuem e agem de acordo com as decisões tomadas anteriormente, gerando o que os autores denominam “*Informational Cascades*”. Ainda, o processo de decisão individual que adotamos neste trabalho foi inicialmente proposto por Papanastasiou (2018) que, assim como o trabalho de Bass (1969), serviu de ponto de partida para o desenvolvimento do modelo que apresentaremos.

Este trabalho é composto de 3 capítulos, além desta introdução e do Apêndice onde apresentamos as provas das proposições. O modelo base será apresentado no próximo capítulo, com seções específicas dedicadas à apresentação de cada um dos elementos que o compõem. Além disso, dedicamos uma seção exclusiva para a Análise do problema do partido, onde enunciamos o principal resultado do trabalho, qual seja, que a polarização do eleitorado incentiva partidos políticos a mentirem mais descaradamente. Encerrada a discussão do modelo base, o trabalho segue com um

capítulo de extensões onde apresentamos duas discussões adicionais, com seções específicas dedicadas à cada uma. Na primeira seção, consideramos a existência de uma mídia tradicional e mostramos que a sua eficiência em checagem de notícia determina a reação do partido à eventuais mudanças nas preferências dos eleitores em relação à fonte de informação que preferem. Na segunda extensão, mostramos que a atuação dos militantes e BOTs aceleram o processo de disseminação. Encerramos o trabalho com um capítulo de Considerações Finais onde indicamos possíveis caminhos pelos quais se pode estender e refinar a investigação aqui apresentada.



## 2 MODELO BÁSICO

Nosso modelo básico é composto por uma massa de eleitores, por um partido político e por BOTs e militantes do partido. O partido divulga uma mentira em uma rede social durante a campanha para algum cargo eletivo. Tal mensagem pode ser publicada na sua página do Facebook, ou divulgada como uma notícia ou informação no Twitter, por exemplo. Os militantes acompanham as publicações do partido e, tendo a ela acesso imediato, contribuem com sua disseminação entre os eleitores através do compartilhamento. A função dos BOTs no processo de disseminação é similar à dos militantes e será discutida com mais detalhes na seção 2.2. Os eleitores que tiverem contato com a publicação através do compartilhamento decidirão entre (re)compartilhá-la ou não com os eleitores que ainda não tiveram contato. Observe que, enquanto os militantes obtêm a informação diretamente da fonte (da página do partido na rede social), os eleitores a recebem via compartilhamento. Além disso, os militantes sempre as compartilham, enquanto os eleitores decidem se o farão.

Iniciaremos a apresentação do modelo microfundamentando o comportamento dos eleitores e definindo o conceito de polarização. Em seguida, descreveremos o processo de disseminação da mentira na rede social e o papel dos militantes e BOTs neste processo. Finalizaremos a discussão sobre o modelo base em uma seção de Análise.

### 2.1 OS ELEITORES

Neste modelo consideramos uma massa de eleitores que utilizam a rede social (ex.: Facebook) para se informar. Os eleitores são indexados por  $i \in \mathcal{I}$  e não tem certeza quanto a veracidade da publicação do partido. Cada eleitor  $i$  é inteiramente caracterizado pela probabilidade  $\text{Prob}_i(\cdot)$  que define no espaço amostral  $\{\text{Mentira } (M), \text{Verdade } (V)\}$ . A medida  $\text{Prob}_i(\cdot)$  é definida *ex ante* o contato com a publicação, de forma que  $\text{Prob}_i(V)$  representa a probabilidade com que o indivíduo  $i$  acredita que uma publicação qualquer do partido seja verdadeira. Denotaremos  $b_i := \text{Prob}_i(V)$  e interpretaremos esta quantidade como a credibilidade que o eleitor  $i$  atribui ao partido. Os eleitores são heterogêneos na credibilidade que atribuem ao partido, e denotaremos a distribuição  $b_i$  por  $F(b_i)$  e sua densidade por  $f(b_i)$ . Assumimos que ambas sejam diferenciáveis em todo o domínio e na ordem em que se fizer necessário.

Estamos interessados em modelar o comportamento de eleitores quando

estes têm contato com a publicação do partido por meio do compartilhamento de algum de seus “amigos” da rede social. Ao ter contato com a publicação do partido, os eleitores decidem em dois estágios: no primeiro estágio decidem se checam o conteúdo da publicação e, no segundo estágio, decidem se a compartilham ou não. Pressupomos que os eleitores são “bem-intencionados”, no sentido de que sempre buscam compartilhar informações verdadeiras e nunca compartilhar informações falsas. A ideia é que a recompensa psicológica destes eleitores para cada possível ação depende, exclusivamente, da probabilidade com que acreditam que a ação escolhida é benéfica para a sociedade. Como os eleitores não têm certeza quanto a veracidade da publicação, eles podem decidir checa-la ou não no primeiro estágio. Assumimos que a ação de checar sempre revela o verdadeiro “estado de mundo”, qual seja  $M$ . Além disso, independente da decisão tomada no primeiro estágio, os eleitores são chamados a decidir, no segundo estágio, se irão ou não compartilhar a publicação.

A hipótese de boa intenção é capturada pela seguinte função utilidade, que pressupomos ser compartilhada por todos os eleitores

$$u(s; V) = u(n; M) = 1 \quad \text{e} \quad u(s; M) = u(n; V) = 0 \quad (1)$$

onde “ $s$ ” representa a ação de compartilhar e “ $n$ ” representa a ação de não compartilhar. Note que a especificação (1) é tal que o indivíduo sempre ganha o *pay-off* máximo de 1 quando compartilha uma mensagem verdadeira ou quando não compartilha uma mensagem falsa.

Assim, os eleitores que decidirem checar a publicação certamente irão decidir não compartilha-la. Ainda, como estes eleitores têm certeza de que estão agindo em benefício da sociedade irão auferir a recompensa psicológica máxima. A checagem do conteúdo, entretanto, implica em um custo de tempo e de esforço investigativo que representaremos por  $K \in \mathbb{R}_+$ . Assim, o *pay-off* de todos aqueles que decidirem checar a notícia no primeiro período será de  $1 - K$ .

Por outro lado, aqueles eleitores que não checarem a publicação não terão certeza sobre a veracidade do conteúdo e deverão escolher entre compartilhar ou não com base na credibilidade que atribuem ao partido. Dado que a publicação do partido é mentirosa por hipótese, todos aqueles eleitores que, por não checarem a informação decidirem compartilha-la não estarão contribuindo para o bem-estar social. Estes eleitores, entretanto, apenas decidiram compartilhar a publicação por que acreditam no partido e, conseqüentemente, que o compartilhamento daquela publicação é benéfico à sociedade. A ideia é que a recompensa psicológica dos eleitores que compartilham a publicação sem checa-la é proporcional à sua crença de que o conteúdo da publicação é verdadeiro e que, portanto, estão agindo no melhor

interesse da sociedade. Analogamente, a recompensa psicológica daqueles eleitores que, mesmo sem checar, decidirem não compartilhar a publicação é proporcional a probabilidade com que acreditam que a publicação é mentirosa e que, portanto, a ação de não compartilhar é benéfica à sociedade. Mais concretamente, temos  $u_E(s) = b_i$  e  $u_E(n) = 1 - b_i$ , respectivamente, onde  $u_E(\cdot)$  denota a utilidade esperada do indivíduo  $i$  para todo  $i \in \mathcal{I}$ .

A condição necessária e suficiente para que o indivíduo decida checar a notícia é que  $1 - K > \max\{b_i, 1 - b_i\}$ <sup>1</sup>. Agora, note que se o custo de checagem  $K$  for maior do que 0,5, a recompensa por checar a mensagem e agir com certeza em favor da sociedade,  $1 - K$ , será sempre menor do que  $\max\{b_i, 1 - b_i\}$  para todos os eleitores, de tal forma que nenhum eleitor irá checar a mensagem. Por outro lado, se  $K = 0$ , então  $1 - K > \max\{b_i, 1 - b_i\}$  com probabilidade 1, de tal forma que a massa de eleitores que irão compartilhar a mensagem é igual à  $0^2$ . Para evitar estes casos, limitaremos  $K$  ao intervalo  $(0, 0,5)$ . Isto implica que para uma mentira com custo de checagem  $K$ , apenas os eleitores mais partidários, com  $b_i \geq 1 - K$  irão compartilhar a mentira sem checa-la<sup>3</sup>.

O eleitor escolherá não checar e compartilhar a publicação se, e somente se,  $b_i \geq \max\{1 - K, 1 - b_i\}$ <sup>4</sup>. Ainda, note que se  $b_i \geq 1 - b_i$  então  $b_i \geq 0,5$ , assim, no que diz respeito a parcela dos eleitores que irão compartilhar a publicação do partido (sem checar), podemos limitar nossa atenção a parcela de indivíduos à direita de 0,5 na Figura 1. Não obstante, vale notar que  $b_i \geq 0,5$  não é uma condição suficiente para o compartilhamento, haja visto que, tal como ilustrado pela Figura 2, é possível que  $0,5 \leq b_i < 1 - K$ , caso em que o eleitor decide checar a publicação. Por outro lado, como  $K < 0,5$ , é verdade que  $b_i \geq 1 - K$  implica que  $b_i > 1 - b_i$ , de tal forma que  $b_i \geq 1 - K$  é uma condição suficiente para o compartilhamento.

A parcela de indivíduos que, caso recebam a publicação a irão compartilhar sem checar é dada por  $q(K; a) := 1 - F(1 - K)$ . Ainda, para qualquer nível de  $K \in (0, 0,5)$ , o tamanho da parcela  $q(K; a)$  dependerá do nível de polarização do eleitorado, tal como ilustrado pela Figura 2. Para introduzir a noção de polarização do eleitorado

<sup>1</sup> Estamos pressupondo que, em caso de empate, a ação de checar é sempre dominada e, portanto, o eleitor só irá checar se a desigualdade for estrita.

<sup>2</sup> Isto será verdade para a função de distribuição  $F(\cdot)$  que iremos adotar.

<sup>3</sup> De fato, há evidências de que se uma mentira é definitivamente boa para um partido, então a mesma tende a ser creditada e compartilhada mais facilmente por apoiadores do partido (GARRETT; WEEKS, 2013; SHIN; THORSON, 2017). Meirick (2013), por exemplo, mostrou que indivíduos que se identificaram como “Republicanos” mostraram-se mais suscetíveis a uma mentira publicada no Facebook pela ex-candidata republicana à vice-presidência Americana, senhora Sarah Palin.

<sup>4</sup> Estamos assumindo que em caso de empate entre “não checar e compartilhar” e qualquer outra ação, o eleitor escolhe “não checar e compartilhar”.

pressupomos a seguinte especificação para a distribuição de  $b_i$  no intervalo  $[0, 1]$

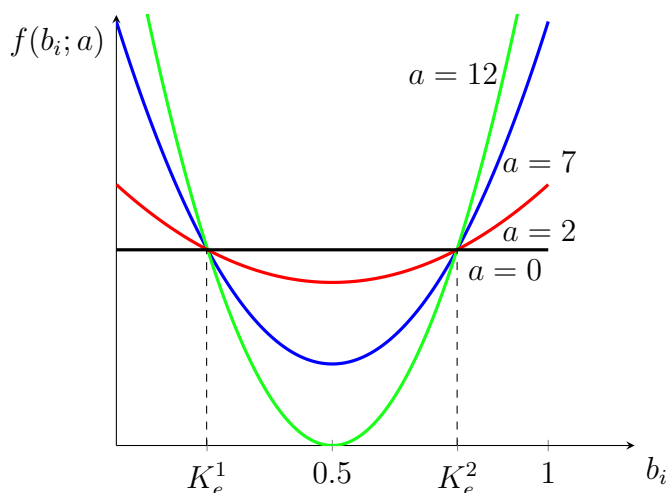
$$F(b_i; a) = \frac{ab_i^3}{3} - \frac{ab_i^2}{2} + b_i \left(1 + \frac{a}{6}\right), \quad \text{onde } a \in [0, 12] \quad (2)$$

a partir da qual derivamos a conveniente função densidade dada por

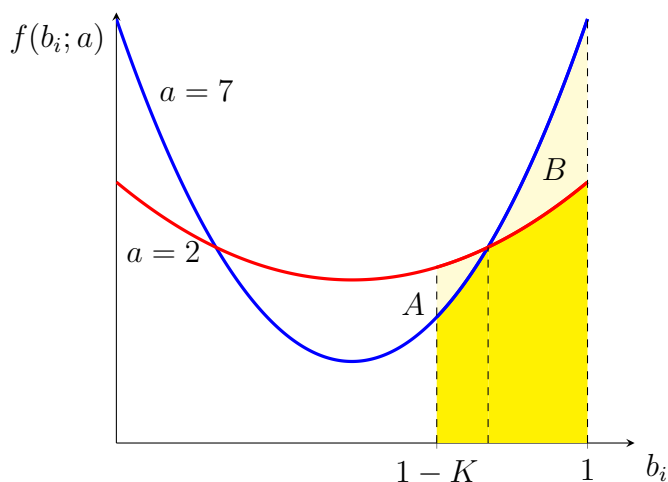
$$f(b_i, a) = ab_i^2 - ab_i + 1 + a/6 \quad (3)$$

e cujos gráficos para diferentes valores do parâmetro  $a$  são ilustrados na Figura (1)

**Figura 1 – Densidades de  $b_i$  para diferentes valores de  $a$**



**Figura 2 – Massa de eleitores que compartilham a publicação**



A convexidade da curva  $f(b_i; a)$  é controlada pelo parâmetro  $a$ , ao qual doravante nos referiremos como “nível de polarização”. Como ilustrado na Figura (1),

a convexidade de  $f(b_i; a)$  é crescente no nível de polarização, com  $f(b_i; a = 0)$  correspondendo à distribuição uniforme e o caso  $f(b_i; a = 12)$  representando o nível de polarização máxima do eleitorado. Adicionalmente, note que o formato das densidades mudam “ao redor” dos pontos  $K_e^{1,2} = (1/2) \pm (\sqrt{3}/6)$ .

Ainda, note que elevações no parâmetro de polarização  $a$  geram aumentos na área à direita de  $K_e^2$  e diminuições na área à esquerda, entre  $0,5$  e  $K_e^2$ , tal como ilustrado pela Figura 2. Com efeito, a Proposição 1 implica que o aumento da área à direita de  $K_e^2$ , representada por “B” na Figura (2), é superior a diminuição da área entre  $0,5$  e  $K_e^2$ , representada por “A”. Além disso, o efeito é monótono para todo  $K \in (0, 0,5)$ , ou seja, em todo o domínio. Resumimos este fato na seguinte proposição

### Proposição 1

*Quanto mais polarizado o eleitorado, maior é a parcela de eleitores que aceitam compartilhar a publicação, independente do custo de inspeção  $K \in (0, 0.5)$ .*

De fato, a polarização do eleitorado é representada por mais eleitores com posicionamentos político-ideológicos extremos. Ainda, o grau de confiança que estes eleitores atribuem ao partido é tal que, ainda que a mentira seja descarada e o custo de checagem seja baixo, estes optarão por não realizar a checagem. Como mostraremos na próxima seção, a polarização do eleitorado tem efeitos diretos no processo de disseminação da publicação e, ainda, na seção 2.4 mostraremos que quanto maior for a parcela de eleitores com posicionamentos político-ideológicos extremos, maior será o nível de descaramento da mentira que o partido escolherá publicar.

## 2.2 A DISSEMINAÇÃO DA MENTIRA E OS MILITANTES PARTIDÁRIOS

O modelo de disseminação que adotaremos é baseado na dinâmica intertemporal da parcela de eleitores que tiveram contato com a publicação do partido, que denotaremos por  $G(t) \in [0, 1]$ . A derivação do modelo consiste em obter a função  $G(t)$  a partir de hipóteses sobre a probabilidade de ocorrência de contatos dos eleitores com a publicação. A partir destas hipóteses derivamos uma EDO cuja solução é a função  $G(t)$ .

Suponha que o partido tenha publicado a mentira na rede social em  $t = 0$  e, para cada instante  $t$ , considere a partição do espaço de eleitores  $\mathcal{I} = S_t \cup S_t^c$ , onde

$$S_t = \{i \in \mathcal{I} : i \text{ não teve contato com a publicação em nenhum instante } < t\}$$

e

$$S_t^c = \{i \in \mathcal{I} : i \text{ teve contato com a publicação em alguns instante } < t\}^5$$

Denotaremos por  $C^t$  o evento “um indivíduo  $i \in \mathcal{I}$  teve contato com a publicação em  $t$ ” de tal forma que  $\text{Prob}(C^t | i \in S_t) \in [0, 1]$  representa a probabilidade condicional de que um eleitor tenha contato com a publicação em  $t$  dado que ainda não havia tido contato. O modelo de disseminação que adotaremos deriva das hipóteses que pressuporemos sobre  $\text{Prob}(C^t | i \in S_t)$ .

Queremos representar a propagação da publicação entre indivíduos conectados em uma rede. Para tanto iremos considerar apenas determinantes “globais” do processo de disseminação, não levando em consideração propriedades estruturais / topológicas da rede. Estamos pensando na propagação da publicação entre indivíduos conectados por uma rede arbitrária e que, a cada novo período compartilham (ou não) a publicação com seus vizinhos (ou “amigos”, no contexto de sites de redes sociais). Dessa forma, a quantidade de indivíduos que, a cada período têm contato com a publicação, depende da quantidade de indivíduos que tiveram contato com a publicação no período anterior, por via dos quais irão receber a publicação. Mais especificamente, pressupomos que o processo de disseminação representado por  $\text{Prob}(C^t | i \in S_t)$  depende  $i$ ) da quantidade de eleitores que tiveram contato com a publicação a cada período e  $ii$ ) da parcela de eleitores que decidirão compartilhar a publicação quando a receberem, afinal, nem todos os eleitores que receberem a publicação decidirão compartilhá-la.

Formalmente, incorporamos os pontos  $i$ ) e  $ii$ ) pressupondo que a probabilidade de um *novo* contato em  $t$  é dada por

$$\text{Prob}(C^t | i \in S_t) = q(K; a) G(t) \quad (4)$$

onde o produto  $q(K; a)G(t)$  representa o efeito dos eleitores que receberam e compartilharam a publicação sobre a probabilidade de que um novo eleitor qualquer venha a ter um primeiro contato com a publicação em  $t$ .

Na seção 3.2 iremos explorar exatamente o modelo que deriva da especificação dada em (4). No que segue, entretanto, faremos uma ligeira modificação para incluir a possibilidade de que a disseminação da publicação do partido não dependa exclusivamente daqueles eleitores “bem-intencionados” que descrevemos na seção anterior e que compõem à parcela  $q(K; a)$ , mas também da atuação de militantes e

<sup>5</sup> Vale notar que os eleitores que tiveram contato com a publicação apenas no instante  $t$  pertenceram à  $S_t$ .

da existência de BOTs que atuam nas redes sociais para aumentar artificialmente a popularidade de certas publicações e, assim, aumentar a probabilidade com que as mesmas aparecem no “*Feed*” de notícias dos usuários.

A atuação de militantes e BOTs no processo de disseminação da publicação guardam similaridades que nos permitem intercambiar indistintamente entre as duas no nosso modelo, quais sejam: a atuação de ambos independe do custo de checagem da mentira e independem da quantidade de eleitores que já tiveram contato com a publicação. Com efeito, a atuação de BOTs depende exclusivamente das linhas de comando que o definem. Além disso, apresentamos no capítulo introdutório evidências de que mesmo mensagens descaradamente falsas atingiram um número expressivo de compartilhamentos, o que indica que alguns usuários da rede social (militantes) irão compartilhar sem checar a publicação do partido independente do custo de checagem. Ainda, diferente do que ocorre com o compartilhamento entre eleitores, os BOTs e militantes não dependem de outros usuários para terem contato com a publicação, ao contrário, seguem a “página/perfil” do partido na rede social e têm contato direto com a publicação.

A hipótese é que tanto militantes quanto os BOTs aumentam a probabilidade de novos contatos com a publicação a cada período, de forma que a equação (4) se torna

$$\text{Prob}(C^t | i \in S_t) = p + q(K; a)G(t) \quad (5)$$

onde o parâmetro  $p$  representa o aumento na probabilidade de novos contatos por conta da atuação de militantes e BOTs.

O modelo de disseminação que estamos propondo é baseado em Bass (1969) e é adequado ao nosso propósito principalmente por que nos permitirá analisar como a polarização do eleitorado e a existência de militantes (e BOTs) alteram os incentivos de partidos políticos a publicarem mentiras mais descaradas. Entretanto, o modelo não é sofisticado o suficiente para distinguir a atuação de militante partidários e de BOTs, de tal forma que, o parâmetro  $p$  representa, tal como sugerido por Lekvall e Wahlbin (1973), um índice de “influência externa” no processo de disseminação. A denominação “influência externa” decorre do fato de que a militantes e BOTs não dependem da intermediação de outros usuários para influenciarem o processo de disseminação.

Por questão de conveniência, não carregaremos ao longo do texto a dupla

interpretação possível para o parâmetro  $p$ . Doravante nos referiremos à  $p$  como a parcela dos indivíduos em  $S_t^c$  que seguem a página do partido na rede social. A hipótese é que a cada instante  $t \in [0, +\infty)$  uma parcela constante  $p$  daqueles indivíduos que já tiveram contato com a notícia são militantes e atuam como propagadores imediatos da publicação do partido.

Vale destacar que o valor de  $G(t)$  não muda no caso de um eleitor ter contato com a publicação mais de uma vez, de fato, a variação  $dG(t)/dt =: g(t)$  deve ser determinada exclusivamente por contatos em  $t$  feitos por eleitores  $i \in S_t$ . Sendo assim, segue que incrementos no valor da função  $G(t)$  ocorrem apenas na medida da interseção entre os eventos  $C^t$  e  $i \in S_t$ , isto é,  $g(t) = \text{Prob}(C^t \cap i \in S_t)$ .

Assim, tendo em mente a equação (5) podemos usar o fato de que

$$\text{Prob}(C_t | i \in S_t) = \frac{\text{Prob}(C_t \cap i \in S_t)}{\text{Prob}(i \in S_t)} \quad (6)$$

para concluir que

$$\frac{g(t)}{1 - G(t)} = p + q(K; a) G(t) \quad (7)$$

de onde segue a EDO do modelo que descreve a disseminação de publicações do partido em redes sociais:

$$\frac{dG(t)}{dt} = p[1 - G(t)] + q(K; a)G(t)[1 - G(t)] \quad (8)$$

Note que a variação de  $G(t)$  advém de duas fontes diferentes. O primeiro termo da EDO representa a participação dos militantes na disseminação da publicação. O fato de que os militantes independem da intermediação de um outro indivíduo para terem contato com a publicação justifica a ausência da parcela  $G(t)$  no primeiro termo<sup>6</sup>. A participação dos militantes é proporcional ao produto da disponibilidade de eleitores que ainda não tiveram contato com a publicação,  $1 - G(t)$ , e o parâmetro de influência externa  $p$ . Note ainda que o termo  $1 - G(t)$  acelera a disseminação nos instantes iniciais, de forma que a participação dos militantes (e BOTs) é fundamental no início do processo de disseminação, tal como concluído empiricamente por Shao et al. (2018).

O segundo termo representa a participação dos eleitores no processo de disseminação e é proporcional à parcela  $q(K; a)$  do total de eleitores que aceitam com-

<sup>6</sup> No caso do Facebook ou Twiteer, é natural pensar que os militantes tomam contato com a publicação ao visitar/seguir a página do partido.



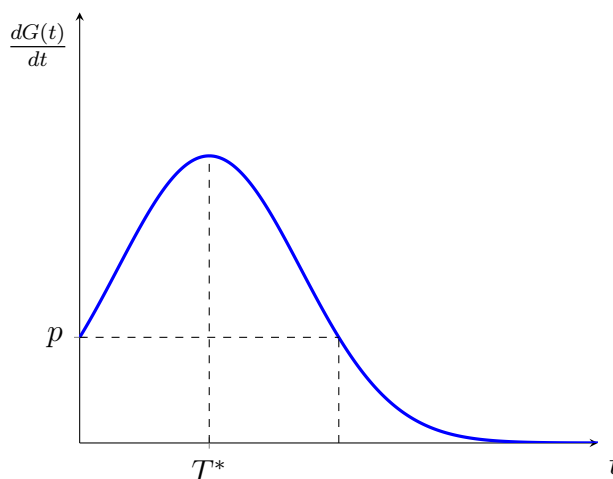
partilhar a publicação. Vale notar que, assim como ocorre com os militantes, a influência dos eleitores no processo de disseminação também depende da disponibilidade de outro eleitores que ainda não tiveram contato com a publicação.

A equação (8) juntamente com a hipótese  $G(0) = 0$  tem solução bem conhecida dada por

$$G(t) = \frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + (q/p)e^{-(p+q)t}}, \quad \text{onde } q := q(K; a) \quad (9)$$

Por (8) podemos verificar que a condição inicial  $G(0) = 0$  implica que a taxa  $dG(0)/dt$  é exclusivamente determinada pela participação dos militantes. Este fato é ilustrado pelo intercepto vertical do gráfico da Figura 3. Na medida em que a publicação se dissemina, a participação dos eleitores aumenta e sobrecompensa a queda da participação dos militantes, de forma que a taxa de disseminação acelera até atingir seu máximo no período  $T^*$ , conforme ilustrado pela Figura 3. A partir de então, a disseminação segue à taxas decrescentes até que  $\lim_{t \rightarrow \infty} G(t) = 1$ , tal como ilustrado pela Figura 4<sup>7</sup>.

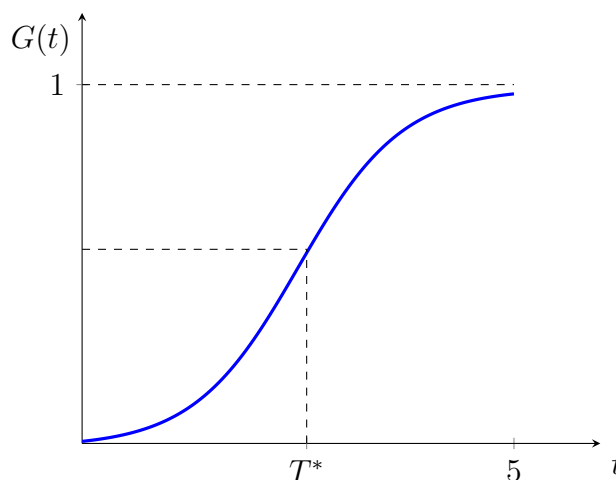
**Figura 3 – Função  $g(t) = \frac{dG(t)}{dt}$**



Como detalharemos na próxima subseção, estamos particularmente interessados em estudar a parcela de eleitores que tiveram contato com a publicação até a

<sup>7</sup> Vale reforçar que a previsão do modelo é de que todos os eleitores terão contato com a publicação, e não de que a publicação será compartilhada por todos. Ainda, para que o resultado  $\lim_{t \rightarrow \infty} G(t) = 1$  seja consistente com a nossa aplicação, precisamos pressupor que existe um “caminho aberto” entre o partido e cada um dos eleitores. Para o nosso propósito, um “caminho aberto” é uma sequência de ligações entre eleitores que pertencem à parcela  $q(K; a)$  pela qual a publicação “caminha” do partido até os eleitores.

**Figura 4 – Dinâmica da disseminação**



data da eleição. Para tanto, lembramos que a dinâmica da disseminação é inteiramente determinada pelos parâmetros  $p$  e  $q$ , e pressupomos a importante hipótese de que

**Hipótese 1** *Os parâmetros  $p$  e  $q$  são tais que a taxa de disseminação é máxima na data da votação.*

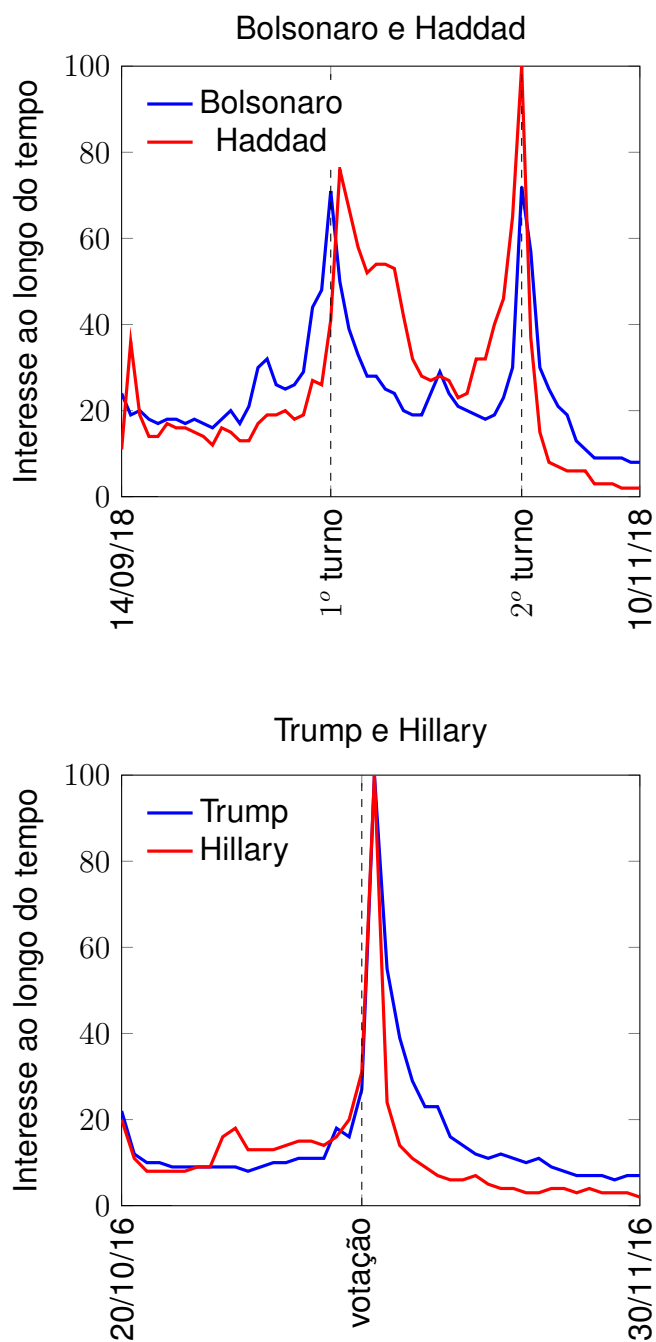
A Hipótese 1 é motivada pela observação de que o interesse dos eleitores em relação aos partidos e candidatos parece atingir seu pico durante o dia da votação. Veja por exemplo os gráficos da Figura 5<sup>8</sup> extraídos do Google Trends que mostram que, na última eleição presidencial do Brasil e dos Estados Unidos houveram picos de interesse pelos principais candidatos durante o dia de votação<sup>9</sup>.

A função da Hipótese 1 é pressupor que a taxa de disseminação da publicação do partido é fortemente correlacionada ao interesse dos eleitores pelos candidatos (ilustrado pela Figura 5), de tal forma que a taxa de disseminação também irá atingir seu máximo na data da votação. Os valores de  $q$  e  $p$  definem a dinâmica de disseminação e, em particular, determinam quanto tempo levará para que a taxa de disseminação da publicação, representada pela Figura 3, atinja seu ponto de máximo. Estamos supondo que o partido emite a publicação no instante  $t = 0$ , assim, se  $T^* \in \mathbb{R}$  é o intervalo de

<sup>8</sup> Os eixos verticais dos gráficos da Figura 5 representam o interesse de pesquisa relativo ao ponto mais alto no gráfico em um dado período e em uma região específica (no caso da eleição brasileira, o Brasil e no caso da eleição americana, os Estados Unidos). Um valor de 100 representa o pico de popularidade de um termo. Um valor de 50 significa que o termo teve metade da popularidade. Uma pontuação de 0 significa que não havia dados suficientes sobre o termo.

<sup>9</sup> Ainda que o pico de interesse não tenha ocorrido exatamente no dia da votação no caso da eleição americana, é inegável que a data da votação é o fator por trás do crescimento abrupto do interesse dos internautas sobre os candidatos Donald Trump e Hillary Clinton.

Figura 5 – Google trends



tempo entre a publicação e a data de votação, podemos simplesmente dizer que a  $T^*$  é a data da votação. Logo, nossa hipótese implica que  $q$  e  $p$  têm que ser tais que a taxa de disseminação seja máxima no período  $t = T^*$ .

Igualando a derivada da função  $dG/dt$  a zero concluímos que a quantidade de tempo necessário para que, a partir da data emissão, a publicação atinja sua taxa de disseminação máxima é dado por  $\ln(q/p)/(p + q)$ . Assim, nossa hipótese implica que, sendo  $T^*$  o intervalo de tempo entre a publicação do partido e a data da eleição, os

parâmetros  $p$  e  $q$  devem ser tais que  $\ln(q/p)/(p+q) = T^*$ .

**Proposição 2** *Com relação à atuação dos militantes, temos:*

*a) Se a distribuição de  $b_i$  for constante em relação ao tempo, então a atuação dos militantes é positivamente relacionada com a proximidade das datas de publicação da mensagem e de votação.*

*b) Se  $q(K; a) < 1/T^*$ , então aumentos da atuação dos militantes implicam no aumento da atuação dos eleitores.*

As proposições acima derivam da restrição de que a taxa de disseminação deve ser máxima na data da votação e, além disso, caracterizam o comportamento de militantes e eleitores em função da proximidade da data da publicação com a data de votação. Ambas foram obtidas a partir da restrição  $\frac{1}{(p+q)} \ln(q/p) = T^*$  e a validade de cada uma depende das hipóteses que aceitarmos pressupor sobre a distribuição de  $b_i$ . Se assumirmos que  $F(b_i)$  é constante, então também o será a parcela  $q(K; a)$ . Neste caso, a Proposição 2-a) mostra que a atuação dos militantes será maior para publicações emitidas mais próximas à data da votação. Por outro lado, se acreditarmos que a parcela  $q(K; a)$  muda em função da proximidade da data de publicação com a data da votação, então a Proposição 2-b) nos permite caracterizar esta mudança. De fato, a segunda proposição afirma que se a publicação for emitida suficientemente próxima da data da votação, então a parcela de eleitores que aceita compartilhar a publicação do partido responde positivamente a aumentos na atuação dos militantes.

### 2.3 O PARTIDO

O partido gostaria de maximizar a parcela  $G(T^*)$  de eleitores que terão contato com a publicação até a data da votação. Para tanto deverá levar em conta o nível de polarização do eleitorado e o parâmetro de influência externa para, então, decidir o nível de descaramento da mentira que publicará. Para incentivar os eleitores a compartilhar sua publicação (desincentivar a checagem), o partido tem incentivos a publicar uma mentira com alto custo de inspeção. Concretamente, o custo de inspeção é proporcional ao nível de detalhamento e complexidade da mentira, bem como seu potencial em se passar por informação verdadeira. Tal como determinado pela condição suficiente de compartilhamento ( $b_i \geq 1 - K$ ), mentiras com maior custo de inspeção enganam maior parcela do eleitorado que aceitará compartilhá-la sem fazer a checagem prévia. Entretanto, a produção de mentiras demanda diversos recursos tais como tempo,

capital humano e recursos financeiros. Mais especificamente, estamos assumindo que a escolha do partido em relação ao custo de checagem da mentira que irá publicar pressupõe a existência de uma Função de Produção da mentira e a sua respectiva Função Custo mínimo. Além disso, tal como a variável de escolha no problema de firmas tradicionais é a quantidade do bem que a firma irá produzir, nossa hipótese é que o partido produz/escolhe  $K \in (0, 0,5)$  e incorre no custo  $c(K)$ . Ainda, assumimos que além de ser crescente e contínua, a função custo é convexa e

$$\text{H.1) } \lim_{K \rightarrow 0} c'(K) = 0 \quad \text{e} \quad \text{H.2) } \lim_{K \rightarrow 0,5} c'(K) = +\infty \quad (10)$$

A hipótese H.1 capta o simples fato de que é muito barato produzir as primeira unidades de disfarce da mentira. Ainda, esta hipótese incentiva o partido a investir algum montante positivo de recursos na produção da mentira e, assim, obter alguma parcela positiva de eleitores que a irão compartilhar, tal como parece ocorrer na realidade. A hipótese H.2, em conjunto com a convexidade de  $c(\cdot)$ , implica que mentiras muito sofisticadas têm seu custo marginal cada vez maior. Dito de outra forma, tornar uma mentira mais plausível é mais difícil quanto mais plausível ela já é. Se imaginarmos que temos uma mentira muito descarada ( $K$  pequeno), torná-la um pouco mais plausível é mais simples – e menos custoso – do que fazer o mesmo para uma mentira menos descarada (com  $K$  alto), que já se parece muito com uma afirmação verdadeira.

Assumimos que o partido conhece a regra de decisão dos eleitores e o nível de polarização, de forma que tem pleno conhecimento do efeito de sua escolha sobre a parcela  $q(K; a)$  e sobre a dinâmica de disseminação dada pela equação (9).

## 2.4 ANÁLISE

O objetivo do partido é maximizar a seguinte função objetivo

$$\max_{K \in (0, 0,5)} G(T^*, K; a) - c(K) \quad (11)$$

onde

$$G(T^*, K; a) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{p}{q(K; a)} \right] \quad \text{e} \quad q(K; a) = \frac{2aK^3 - 3aK^2 + K(a + 6)}{6} \quad (12)$$

Antes de enunciar o resultado principal da seção, notamos que

**Lema 1** *O problema dado pela equação (11) tem solução única, a qual denotaremos por  $K^*$ .*

E então, estamos prontos para afirmar que

**Proposição 3** *Quando o nível de polarização do eleitorado aumenta, o partido publica mentiras mais descaradas.*

A proposição acima garante que o efeito da polarização sobre  $K^*$  é monótono e vale para qualquer nível de  $a \in [0, 12]$  e dos parâmetros  $p$  e  $q$ . Como vimos na Proposição 1, quanto maior for a polarização do eleitorado maior será a parcela de eleitores que, quando tiverem contato com a publicação, aceitarão compartilhá-la. Assim, o aumento da polarização gera um desincentivo para o partido em continuar aumentando  $K$ , pois com o eleitorado mais polarizado o partido pode ludibriar a mesma parcela de eleitores a um custo menor.

De fato, mostramos que o benefício marginal de aumentar o custo de inspeção, dado por

$$\frac{3p(6aK^2 - 6aK + a + 6)}{(2aK^3 - 3aK^2 + K(a + 6))^2} \quad (13)$$

é decrescente no nível de polarização. Assim, na medida em que a polarização aumenta,  $K^*$  diminui para compensar a queda do benefício marginal. Além disso, o custo marginal  $c'(K)$  é independente de  $a$ , de forma que somente o benefício marginal é afetado pela variação na polarização do eleitorado.

Esse resultado é importante porque está de acordo com os últimos acontecimentos políticos ao redor do mundo. As últimas eleições americanas e brasileiras, a votação do *Brexit*, ente outros eventos, parecem ter em comum a presença de uma correlação entre mentiras descaradas (*fake news*) e enorme polarização dos eleitores. Nosso modelo mostra que isso não é coincidência. Ao contrário, a polarização é justamente o motor do aumento do descaramento, ao tornar parte dos eleitores “cativos” ao partido ou político, independente da sua mensagem.

### 3 EXTENSÕES

Nesta seção consideraremos duas extensões do modelo anterior. Na primeira extensão iremos considerar o cenário onde uma parcela do eleitorado se informa pelas redes sociais e a parcela complementar se informa por mídias tradicionais, em especial pela televisão. Pressupomos que as mídias tradicionais checam a publicação do partido com alguma probabilidade positiva e que, se o fizerem, irão descobrir que se trata de uma mentira e não a irão transmitir para a população. Na segunda seção deste capítulo empregamos um modelo de disseminação alternativo que nos permitirá explorar de forma mais profunda a importância dos militantes (e BOTs) no processo de disseminação da publicação.

#### 3.1 INCLUSÃO DA TELEVISÃO

Tecnologias disruptivas tais como a internet e as redes sociais alteram os hábitos de consumo dos usuários. De fato, Gottfried e Shearer (2017) mostram que a parcela de americanos adultos que frequentemente consomem notícias pela internet aumentou de 38% nos meses iniciais de 2016 para 43% em Agosto de 2017, isto é, em pouco mais de um ano o número absoluto de americanos que se informam pela internet (frequentemente) foi acrescido em 9% da população total do país. Além dos indivíduos que se informam frequentemente pela internet, Gottfried e Shearer (2016) mostram que em 2017 dois terços dos americanos adultos consumiam pelo menos alguma notícia pelas redes sociais. Apesar do inegável crescimento do número de pessoas que se informam pela internet e pelas redes sociais, mídias tradicionais tais como rádio, jornais impressos e televisão continuam a exercer um importante papel na difusão de informação. De fato, segundo Gottfried e Shearer (2017), aproximadamente 50% dos americanos adultos consomem frequentemente informação pela televisão, mesmo com os avanços em mídias alternativas<sup>1</sup>.

As informações acima indicam a importância de se considerar mídias tradicionais em um modelo de difusão/transmissão de informação. Em particular, não podemos deixar de considerar sua importância como fonte de informação para os eleitores e como meio de comunicação entre partidos e a população. Além de serem fontes populares, televisão, rádio e jornais, principalmente, adquiriram uma função essencial no

<sup>1</sup> Um grupo que, apesar de estar cada vez mais conectado na internet e em mídias sociais, continua a consumir muito mídias tradicionais é o de idosos. De fato, em uma pesquisa conduzida pelo Pew Research Center, Duggan e Brenner (2013) concluíram que a porcentagem de indivíduos que utilizam a rede social (para qualquer finalidade) diminui em função da idade.

combate às notícias falsas que circulam nas redes sociais<sup>2</sup>. De fato, desde as eleições americanas de 2016 o termo “fake-news” se tornou frequente na programação das emissoras de televisão e outros veículos que buscavam alertar sobre a circulação de mentiras em redes sociais e as suas possíveis consequências.

Dessa forma, o objetivo desta seção é explorar possíveis consequências do aumento da parcela de indivíduos que se informam pelas redes sociais – e uma consequente redução na parcela daqueles que buscam mídias tradicionais. Em particular, estamos interessados em saber como a migração da televisão, rádio e jornais para a internet (redes sociais, principalmente) afeta os incentivos do partido a mentir mais ou menos descaradamente.

Nesta extensão, assumimos que uma parcela  $\alpha \in [0, 1]$  dos eleitores se informam pela televisão<sup>3</sup> e a parcela complementar –  $(1 - \alpha)$  – se informa pelas redes sociais. O partido irá publicar a mesma mensagem nas redes sociais e na televisão, com o objetivo de maximizar a quantidade total de eleitores que terão acesso à sua mensagem até a data de votação<sup>4</sup>. A disseminação na rede social ocorre de forma idêntica àquela do modelo base, sendo a presença da televisão a única alteração com relação à seção anterior. Devemos destacar que a maneira pela qual incorporamos a existência das emissoras de televisão no modelo é bastante simples, uma vez que elas são “exógenas”, no sentido de que seu comportamento não depende da escolha de outros agentes no modelo. Além disso, apesar de não considerar a possibilidade de que indivíduos se informem por ambas as mídias – em nosso modelo, o indivíduo se informa ou pela televisão ou pela rede social –, nossa estrutura permite analisar o efeito da migração de indivíduos das mídias tradicionais para as redes sociais de forma simples e apropriada.

Atribuiremos à emissora de televisão a dupla função de *i*) checar a veracidade da publicação do partido e *ii*) transmiti-la à parcela  $\alpha$  de eleitores que se informam pela televisão. Dada a enorme quantidade de conteúdo que é transmitido pela televisão, pressuporemos que a mesma não tem a capacidade de checar com absoluta precisão todo o conteúdo que transmite, e que irá checar a mensagem emitida pelo partido com probabilidade  $Q \in [0, 1]$ . Caso a mensagem do partido chame demasiada atenção da emissora e esta decida checa-la, certamente a descobrirá mentirosa e, nesse caso, não a transmite aos telespectadores. Por outro lado, com probabilidade  $1 - Q$  a emissora não

<sup>2</sup> Neste modelo não iremos considerar a possibilidade de que as mídias tradicionais produzam e/ou transmitam notícias falsas deliberadamente, tal como já foram acusadas a CNN e o jornal Folha de São Paulo pelos atuais presidentes dos Estados Unidos e Brasil, respectivamente.

<sup>3</sup> Vamos nos referir à televisão como a representante das mídias tradicionais. Contudo, o modelo se aplica também a outras mídias, tais como rádio e jornal impresso.

<sup>4</sup> Nesta seção os termos “mensagem” e “publicação” são indistintos.



cheça a mensagem do partido e a transmite aos telespectadores. Uma interpretação alternativa para  $Q$  é a de que a televisão verifica todas as informações recebidas, mas não é perfeitamente eficiente em fazê-lo, tal que seu processo de verificação identificará a publicação como mentirosa com probabilidade  $Q$ .

Assumimos que a probabilidade com que a emissora consegue desmascarar a mentira depende do custo de checagem da mensagem do partido  $K \in (0, 0.5)$  e da “competência de checagem” da emissora, doravante representada por  $\gamma \in [0, 1]$ . A ideia por trás da influência de  $K$  sobre  $Q$  é a mesma do caso das redes sociais: a televisão tem mais dificuldade em identificar uma mentira quanto mais bem elaborada ela for, o que, por sua vez, está associado a um maior custo de produção  $c(K)$  encarado pelo partido. Quanto à eficiência ou competência na checagem, dizemos que quando  $\gamma = 0$  a competência é mínima (a televisão nunca identifica a mentira) e quando  $\gamma = 1$  temos máxima competência<sup>5</sup>. Especificamente, assumimos que

$$Q(K; \gamma) = \frac{\gamma}{1 + K} \quad (14)$$

O parâmetro  $\gamma$  visa representar o fato de que, embora a televisão preferisse nunca transmitir mensagens falsas, a mesma dispõe de recursos limitados que deve alocar para diversas tarefas. A competência de checagem da emissora é determinada pela quantidade de recursos humanos e financeiros que esta decide alocar para checagem de notícias e, como definido pela equação (14), esta eficiência afeta a probabilidade com que a emissora consegue desmascarar a mentira do partido. Vale ressaltar que, embora  $\gamma$  dependa da alocação de recursos da emissora, nosso modelo não microfunda tal escolha, de forma que o parâmetro de competência é exógeno.

A publicação do partido é, então, transmitida com probabilidade  $1 - \frac{\gamma}{1+K}$  e a parcela esperada de eleitores que terão acesso à publicação pela televisão é dada por  $\alpha \left(1 - \frac{\gamma}{1+K}\right)$ . O problema do partido pode então ser enunciado como

$$\max_{K \in (0, 0.5)} \alpha \left(1 - \frac{\gamma}{1 + K}\right) + (1 - \alpha)G(T^*) - c(K). \quad (15)$$

O primeiro resultado, estabelecido na proposição abaixo, é similar àquele do modelo base:

<sup>5</sup> Note que ter competência máxima não implica em desmascarar a mentira sempre.

**Proposição 4** *O problema dado por (15) admite solução única e, tal como no modelo base, a escolha ótima de descaramento é crescente no nível de polarização.*

A proposição acima mostra que, mesmo na presença de uma emissora de televisão que fiscaliza (de forma imperfeita) a publicação do partido, este ainda irá publicar notícias mais descaradas quando a polarização do eleitorado for maior. Para uma interpretação heurística do porquê isto ocorre, considere a CPO do problema (15) dada abaixo

$$\frac{\alpha\gamma}{(1+K)^2} + \frac{(1-\alpha)3p(6aK^2 - 6aK + a + 6)}{(2aK^3 - 3aK^2 + K(a+6))^2} - c'(K) = 0 \quad (16)$$

O primeiro e segundo termos da equação (16) compõem o benefício marginal total de aumentos em  $K$ . O primeiro termo do benefício marginal total, doravante abreviado por  $BMg^{TV}$ , representa o efeito (positivo) de  $K$  sobre a probabilidade de que a publicação seja transmitida pela televisão. Note entretanto que este termo não depende da polarização do eleitorado, logo não interfere no efeito de variações da polarização sobre o nível de descaramento ótimo.

Por outro lado, o segundo termo representa o benefício marginal de  $K$  sobre a disseminação da publicação pela rede social, que abreviaremos por  $BMg^{NET}$ . Como esse termo é igual ao seu equivalente na CPO do modelo base (equação 13) multiplicado por  $(1-\alpha)$ , é possível mostrar que  $(\partial BMg^{NET}/\partial a) < 0$  para todo  $K \in (0, 0,5)$  e todo  $a \in [0, 12]$ . Portanto, aumentos na polarização implicam na diminuição de  $BMg^{NET}$  e, conseqüentemente, na diminuição do  $K$  ótimo escolhido pelo partido.

Queremos agora investigar como a parcela de eleitores que se informa pela televisão afeta a escolha do partido no que diz respeito ao nível de descaramento da mentira. De fato, conforme a proposição abaixo, a migração de eleitores de uma mídia para outra – passando a se informar pela televisão em detrimento das redes sociais – afeta o nível de mentira, mas tal efeito não é monótono. Ao contrário, depende do nível de competência da televisão em indentificar notícias falsas.

**Proposição 5** *Um aumento na parcela de eleitores que se informa pela televisão irá provocar um aumento no descaramento da mentira se e somente se a televisão for suficientemente ineficiente (incompetente) na checagem de notícias.*

Para entender como a presença da emissora de televisão pode afetar a publicação de mentiras mais descaradas, assumamos a existência de um *threshold*  $\bar{\gamma}$ , o nível

crítico de competência definido no resultado acima (veja a equação (43) no Apêndice A). Vamos começar considerando um contexto onde todos os eleitores se informam pela rede social (tal como no modelo base). Como vimos, o processo de disseminação da publicação e, portanto, o resultado do partido no modelo base são inteiramente determinados por  $p$  e  $q$  de tal forma que a única coisa que o partido poderá fazer é aceitar incorrer em algum custo  $c(K)$  para emitir uma notícia que seja compartilhada pela parcela  $q(K; a)$  dos eleitores.

Agora, suponha que uma parcela  $\alpha \in [0, 1]$  dos eleitores que se informavam pela rede social migrem para a televisão e que a televisão é muito ineficiente em verificar a mentira, tal que quase sempre transmite a mensagem (mentirosa) do partido (isto é,  $\gamma < \bar{\gamma}$ ). Como o processo individual de verificação de mentiras em redes sociais não se alterou, quando  $\gamma$  é muito pequeno, a checagem via televisão se torna relativamente mais ineficiente do que a das redes sociais. Isso implica que quando a parcela de pessoas que assiste televisão aumenta, maior a chance de elas terem contato com a mentira. Como mentira de difícil detecção é custosa para o partido, ele aumenta o descaramento e publica mentiras mais “baratas” e de fácil detecção.

O contrário ocorre quando  $\gamma$  é grande o bastante ( $\gamma > \bar{\gamma}$ ). Nesse caso, a televisão é tão competente em descobrir mentiras do partido que um aumento na parcela de eleitores que se informam via televisão provoca em um aumento do número esperado de indivíduos que saberão que o partido está mentindo. De fato, nesse caso a televisão é relativamente mais eficiente que as redes sociais na checagem. Isso faz com que o partido envie mentiras de mais difícil detecção, dificultando o trabalho da televisão, mesmo tendo que arcar com o custo  $c(K)$  de fazê-lo.

Uma interpretação alternativa da proposição acima é a de que, quando a televisão é suficientemente eficiente na checagem de mentiras, o partido mentirá de forma mais descarada sempre que houver uma migração de eleitores das mídias tradicionais para a internet. Isso parece corroborar com as evidências anedótica dos últimos anos, nos quais o grande incremento de pessoas que se informam por redes sociais veio acompanhado de mentiras cada vez mais descaradas emitidas por partidos e seus políticos. Assim, junto com o modelo base, nossa teoria prevê que o maior descaramento de mentiras se deve a dois principais fatores: por um lado, o aumento na polarização da sociedade, por outro, uma migração de eleitores para redes sociais, a fim de se informarem. De fato, existe uma forte relação entre essas duas variáveis, com a próxima proposição mostra.

**Proposição 6** *Quanto maior o nível de polarização dos eleitores, menor o nível crítico*

*de competência definido na Proposição 5. Isto implica que, mantida as demais variáveis e parâmetros constantes, um eleitorado mais polarizado aumenta a chance de que uma migração de eleitores da televisão para as redes sociais tenham um impacto positivo no nível de descaramento da mentira.*

Na presença de mídias tradicionais, o resultado acima estabelece que a combinação de alta polarização e grande parcela de eleitores se informando via redes sociais, gera um efeito ainda mais forte sobre o nível de descaramento. Qual seja, quando a polarização aumenta, a televisão já não precisa ser tão eficiente na detecção de mentiras para fazer com que o grau de descaramento cresça quando os eleitores migram para as redes sociais. Essa conclusão ajuda a reforçar as evidências já citadas ao longo do trabalho, de que o aumento no descaramento nas mentiras emitidas por partidos e políticos tem coincidido com um aumento na polarização entre os eleitores e com uma migração de mídias tradicionais para redes sociais.

### 3.2 A DISSEMINAÇÃO DA PUBLICAÇÃO EXCLUSIVAMENTE POR ELEITORES

O objetivo desta seção é analisar de forma mais profunda a importância dos militantes (e BOTs) no processo de disseminação da publicação. Para tanto, iremos considerar um modelo sem militantes, e verificar que na ausência destes agentes a disseminação é mais lenta.

Os eleitores se comportarão neste modelo tal como no modelo base. A alteração que propomos é essencialmente na EDO que determina a dinâmica da disseminação da publicação. A hipótese é que os eleitores são os únicos agentes que disseminam a publicação e, portanto são a única via pela qual novos eleitores poderão ter contato com a publicação. Neste modelo denotaremos a parcela de eleitores que tiveram contato com a publicação do partido por  $H(t)$ , assim nossa hipótese é que

$$\frac{dH(t)}{dt} = qH(t)[1 - H(t)], \quad \text{com } H(0) = H_0 > 0 \text{ e } q := q(K; a) \quad (17)$$

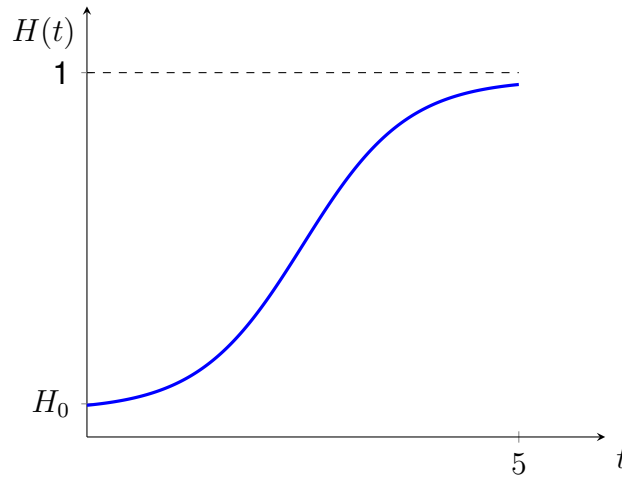
Neste modelo a restrição  $H_0 > 0$  é necessário pois, se  $H_0 = 0$ , então não só a parcela  $H(t)$  seria nula no instante inicial mas também seria nula a sua taxa de crescimento. Estamos assumindo, portanto, que há uma parcela positiva de eleitores que seguem a página do partido na rede social e que têm acesso “instantâneo” a publicação<sup>6</sup>.

<sup>6</sup> A interpretação destes “eleitores iniciais” soa parecida com aquela que atribuímos aos militantes no

A solução desta EDO é dada por

$$H(t) = \frac{H_0}{H_0 + (1 - H_0)e^{-qt}} \quad (18)$$

O gráfico de  $H(t)$  tem o familiar formato de “S” tal como no modelo base, entretanto, com um intercepto positivo tal como ilustrado pela Figura 6.



**Figura 6 – Dinâmica dos contatos com a publicação**

Para entender como podemos utilizar este modelo para avaliar a importância dos militantes na disseminação, devemos lembrar que na presença de militantes influenciando a disseminação em uma taxa  $p$ , a parcela de eleitores que terão tido contato com a publicação até a data de votação é dada por

$$G(T^*) = \frac{1}{2} - \frac{p}{2q} < 1 \quad (19)$$

Por outro lado, nosso modelo sem militantes prevê que  $\lim_{t \rightarrow \infty} H(t) = 1$ , ou seja, mesmo na ausência de militantes todos os eleitores eventualmente terão contato com a notícia, bastando para isso que o processo de disseminação se perpetue indefinidamente.

Assim, então deve existir algum período de tempo  $\bar{T} \in [0, +\infty)$  para o qual o valor da parcela  $H(t)$  do modelo sem militantes é exatamente igual à parcela  $G(T^*)$  de

---

modelo base, qual seja, de “seguir” a página do partido e transmitir a publicação do partido à outros eleitores. Entretanto, note que os mecanismos pelo qual os “eleitores iniciais” transmitem a publicação é dado por  $qH(t)[1 - H(t)]$ , que é proporcional ao produto  $qH(t)$ , o que não ocorria com os militantes no modelo base.

eleitores que, no modelo com militantes, têm acesso à publicação até a data da eleição. De fato, pode-se verificar que

**Proposição 7** *A quantidade de tempo necessário para, no modelo sem militantes, atingir a parcela  $\frac{1}{2} - \frac{p}{2q}$  é dada por*

$$\bar{T} = \frac{1}{q} \ln \left[ \frac{(q-p)(1-H_0)}{(q+p)H_0} \right]$$

*e, adicionalmente, existe um threshold  $\bar{H}_0$  tal que se  $H_0 < \bar{H}_0$ , então  $\bar{T} > T_*$*

Esta proposição mostra que em um modelo onde não há participação de militantes, a publicação pode levar mais ou menos tempo para atingir a parcela  $(1/2) - (p/2q)$  de eleitores que teriam contato com a publicação até a data da votação no modelo com militantes. A existência do *threshold* é natural haja visto que, no modelo sem militantes, alguma parcela positiva do eleitorado começa tendo contato com a publicação. Considere, por exemplo, um caso em que  $H_0$  é bastante grande – próximo de  $(1/2) - (p/2q)$ . Neste caso a parcela  $(1/2) - (p/2q)$  será atingida mais rapidamente neste modelo sem militantes do que no modelo base. Este resultado ajuda a formalizar o que havíamos adiantado de forma heurística quando descrevemos a EDO (8), isto é, que a atuação de militantes e BOTs aceleram a disseminação da publicação.

## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta seção de encerramento serão apresentados alguns caminhos pelos quais a investigação apresentada pode continuar. O modelo que propomos foi construído para estudar um fenômeno bastante específico, qual seja, o aumento do nível de descaramento das mentiras publicadas por partidos e candidatos em redes sociais. A forma pela qual modelamos a interação entre o partido, os eleitores e os militantes, embora tenha se mostrado adequada ao nosso objetivo, pode ser estendida de diversas maneiras, algumas das quais descreveremos a seguir.

A iniciar pela seção 2.1, notamos que os eleitores não levam em consideração a quantidade de compartilhamentos recebidos pela publicação antes de decidir se a irão checar ou compartilhar. Acreditamos que em um possível refinamento, poderia-se considerar eleitores que atualizam as suas crenças sobre a probabilidade da mensagem ser mentirosa ou verdadeira, em função da quantidade de compartilhamentos recebidos pela publicação. A importância de considerar o efeito dos compartilhamentos anteriores sobre a decisão dos eleitores se dá pelo fato de que, a cada compartilhamento recebido pela publicação, está associado algum indivíduo que, com base no seu conjunto de informação privada, acreditou que aquela publicação era verdadeira. Em Papanastasiou (2018), por exemplo, os eleitores levam em conta a quantidade de compartilhamentos anteriores para atualizar suas crenças sobre a probabilidade da notícia ser falsa ou verdadeira. Naquele modelo a atualização das crenças se dá via regra de *Bayes*. A atualização bayesiana, ainda que seja formal e intuitivamente persuasiva, pode rapidamente gerar cálculos demasiadamente pesados, sobretudo quando aplicada a problemas que envolvem agentes conectados em redes sociais (JACKSON, 2010). Assim, vale notar que outros autores exploram métodos alternativos para a atualização de crenças que talvez sejam mais adequados à problemas envolvendo redes sociais (DEGROOT, 1974; AZZIMONTI; FERNANDES, 2018; JACKSON, 2010).

Outro refinamento teórico possível, referente à seção 2.2, seria abrir a possibilidade para que o parâmetro de influência externa ( $p$ ) varie em função do tempo. Embora, seja uma generalização interessante, esta alteração irá mudar a forma da EDO que define o processo de disseminação e, em particular, pode gerar uma EDO que não admita solução analítica. A mesma generalização poderia ser sugerida à parcela  $q(K; a)$  e, neste caso, a generalização seria em permitir que a distribuição de  $b_i$  mude em função do tempo. Ainda, a literatura de modelos de difusão de inovações floresceu avidamente após o trabalho de Bass (1969), assim, possivelmente existem alternativas mais adequadas se o objetivo for permitir que  $p$  e  $q(K; a)$  variem em função

do tempo. Neste sentido, a revisão de literatura de modelos teóricos de disseminação de inovações apresentada em Mahajan et al. (1990) certamente será útil na busca por modelos de disseminação que permitam incorporar os refinamentos citados da forma mais adequada possível.

Encerrados os comentários sobre possíveis refinamentos teóricos, chamamos atenção para o fato de que diversos trabalhos empíricos se propuseram a avaliar a performance preditiva do modelo proposto por Bass. De fato, o modelo já foi empregado para prever disseminação de inovações em diversos setores, tais como agrícola, industrial, educacional e varejista (BASS, 1969; AKINOLA, 1986; DODDS, 1973; LANCASTER; WRIGHT, 1983; LAWTON; LAWTON, 1979). Assim, um desenvolvimento posterior natural para o presente trabalho é verificar o quão bem a dinâmica prevista pelo modelo se ajusta aos dados de disseminação de conteúdo em redes sociais, em particular conteúdos publicados por partidos políticos. Em especial, a observação de que o interesse dos internautas atinge seu ápice na data da votação, que deu origem as Proposições 2-a) e 2-b), são bastante específicas à aplicação que propomos e acreditamos que o teste empírico destas proposições seja um experimento interessante para caracterizar a atuação dos indivíduos, militantes e eleitores, na disseminação de publicações de partidos durante os meses imediatamente anteriores à data da votação.



## REFERÊNCIAS

ACEMOGLU, D.; COMO, G.; FAGNANI, F.; OZDAGLAR, A. Opinion fluctuations and disagreement in social networks. **Mathematics of Operations Research**, Informs, v. 38, n. 1, p. 1–27, 2013.

ACEMOGLU, D.; OZDAGLAR, A.; PARANDEHGHEIBI, A. Spread of (mis) information in social networks. **Games and Economic Behavior**, Elsevier, v. 70, n. 2, p. 194–227, 2010.

AKINOLA, A. A. An application of bass's model in the analysis of diffusion of cocoa-spraying chemicals among nigerian cocoa farmers. **Journal of Agricultural Economics**, Wiley Online Library, v. 37, n. 3, p. 395–404, 1986.

ALLCOTT, H.; GENTZKOW, M. Social media and fake news in the 2016 election. **Journal of Economic Perspectives**, v. 31, n. 2, p. 211–36, 2017.

AMERICA, U. S. of. **Disctrict of Columbia**. 2018. <<https://www.justice.gov/file/1035477/download>>. Acessado em: 2019-01-26.

ANDERSON, S. P.; WALDFOGEL, J.; STROMBERG, D. **Handbook of Media Economics, vol 1A**. [S.l.]: Elsevier, 2016.

AZZIMONTI, M.; FERNANDES, M. **Social media networks, fake news, and polarization**. [S.l.], 2018.

BANERJEE, A. V. A simple model of herd behavior. **The quarterly journal of economics**, MIT Press, v. 107, n. 3, p. 797–817, 1992.

BASS, F. M. A new product growth for model consumer durables. **Management science**, INFORMS, v. 15, n. 5, p. 215–227, 1969.

BERNHARDT, D.; KRASA, S.; POLBORN, M. Political polarization and the electoral effects of media bias. **Journal of Public Economics**, Elsevier, v. 92, n. 5-6, 2008.

BIKHCHANDANI, S.; HIRSHLEIFER, D.; WELCH, I. A theory of fads, fashion, custom, and cultural change as informational cascades. **Journal of political Economy**, The University of Chicago Press, v. 100, n. 5, p. 992–1026, 1992.

DALEY, D. J.; KENDALL, D. G. Epidemics and rumours. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 204, n. 4963, p. 1118, 1964.

DEGROOT, M. H. Reaching a consensus. **Journal of the American Statistical Association**, Taylor & Francis Group, v. 69, n. 345, p. 118–121, 1974.

DEWEY, C. Facebook fake-news writer: 'i think donald trump is in the white house because of me'. **The Washington Post**, v. 17, 2016.

DODDS, W. An application of the bass model in long-term new product forecasting. **Journal of Marketing Research**, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 10, n. 3, p. 308–311, 1973.

- DUGGAN, J.; MARTINELLI, C. A spatial theory of media slant and voter choice. **The Review of Economic Studies**, Oxford University Press, v. 78, n. 2, p. 640–666, 2011.
- DUGGAN, M.; BRENNER, J. **The demographics of social media users, 2012**. [S.l.]: Pew Research Center's Internet & American Life Project Washington, DC, 2013. v. 14.
- EISENSEE, T.; STRÖMBERG, D. News droughts, news floods, and us disaster relief. **The Quarterly Journal of Economics**, MIT Press, v. 122, n. 2, p. 693–728, 2007.
- FOURT, L. A.; WOODLOCK, J. W. Early prediction of market success for new grocery products. **Journal of marketing**, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 25, n. 2, p. 31–38, 1960.
- GARRETT, R. K.; WEEKS, B. E. The promise and peril of real-time corrections to political misperceptions. In: ACM. **Proceedings of the 2013 conference on Computer supported cooperative work**. [S.l.], 2013. p. 1047–1058.
- GENTZKOW, M.; SHAPIRO, J. M. Media bias and reputation. **Journal of political Economy**, The University of Chicago Press, v. 114, n. 2, p. 280–316, 2006.
- GOTTFRIED, J.; SHEARER, E. **News Use Across Social Media Platforms 2016**. [S.l.]: Pew Research Center, 2016. <<http://www.journalism.org/2017/09/07/news-use-across-social-media-platforms-2017>>. Acessado em: 2019-01-10.
- GOTTFRIED, J.; SHEARER, E. Americans' online news use is closing in on tv news use. **Pew Research Center**, v. 7, 2017. Acessado em: 2019-01-5.
- GRIJELMO, A. **A arte de manipular multidões**. 2017. <[https://brasil.elpais.com/brasil/2017/08/22/opinion/1503395946\\_889112.html](https://brasil.elpais.com/brasil/2017/08/22/opinion/1503395946_889112.html)>. Acessado em: 2019-01-26.
- GUESS, A.; NYHAN, B.; REIFLER, J. Selective exposure to misinformation: Evidence from the consumption of fake news during the 2016 us presidential campaign. **European Research Council**, v. 9, 2018.
- HONG, S.; NADLER, D. Does the early bird move the polls?: The use of the social media tool 'twitter' by us politicians and its impact on public opinion. In: ACM. **Proceedings of the 12th Annual International Digital Government Research Conference: Digital Government Innovation in Challenging Times**. [S.l.], 2011. p. 182–186.
- JACKSON, M. O. **Social and economic networks**. [S.l.]: Princeton university press, 2010.
- JR, G. H. H. A theory of market behavior after innovation. **Management Science**, INFORMS, v. 10, n. 4, p. 634–658, 1964.
- KERMACK, W. O.; MCKENDRICK, A. G. Contributions to the mathematical theory of epidemics-i. **Bulletin of mathematical biology**, Springer, v. 53, n. 1-2, p. 33–55, 1991.
- LANCASTER, G. A.; WRIGHT, G. Forecasting the future of video using a diffusion model. **European Journal of Marketing**, MCB UP Ltd, v. 17, n. 2, p. 70–79, 1983.

LAWTON, S. B.; LAWTON, W. H. An autocatalytic model for the diffusion of educational innovations. **Educational Administration Quarterly**, Sage Publications Sage CA: Thousand Oaks, CA, v. 15, n. 1, p. 19–46, 1979.

LAZER, D. M.; BAUM, M. A.; BENKLER, Y.; BERINSKY, A. J.; GREENHILL, K. M.; MENCZER, F.; METZGER, M. J.; NYHAN, B.; PENNYCOOK, G.; ROTHSCHILD, D. et al. The science of fake news. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 359, n. 6380, p. 1094–1096, 2018.

LEKVALL, P.; WAHLBIN, C. A study of some assumptions underlying innovation diffusion functions. **The Swedish journal of economics**, JSTOR, p. 362–377, 1973.

MAHAJAN, V.; MULLER, E.; BASS, F. M. New product diffusion models in marketing: A review and directions for research. **Journal of marketing**, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 54, n. 1, p. 1–26, 1990.

MAKI, D. P.; THOMPSON, M. **Mathematical models and applications: with emphasis on the social life, and management sciences**. [S.l.], 1973.

MANSFIELD, E. Technical change and the rate of imitation. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, JSTOR, p. 741–766, 1961.

MEIRICK, P. C. Motivated misperception? party, education, partisan news, and belief in “death panels”. **Journalism & Mass Communication Quarterly**, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 90, n. 1, p. 39–57, 2013.

MULLAINATHAN, S.; SHLEIFER, A. The market for news. **American Economic Review**, v. 95, n. 4, p. 1031–1053, 2005.

PAPANASTASIOU, Y. Fake news propagation and detection: A sequential model. **Available at SSRN 3028354**, 2018.

PARKINSON, H. J. Click and elect: how fake news helped donald trump win a real election. **The Guardian**, v. 14, 2016.

POLITIFACT. **Donald Trump’s file**. 2019. <<https://www.politifact.com/personalities/donald-trump/>>. Acessado em: 2019-02-10.

PRAT, A.; STRÖMBERG, D. The political economy of mass media. **Advances in economics and econometrics**, v. 2, p. 135, 2013.

QUÉBEC, F. professionnelle des journalistes du; SCIENCE-PRESSE, A. **WHAT is fake news?** 2019. <<https://30secondes.org/en/module/what-is-fake-news/>>. Acessado em: 2019-02-10.

READ, M. Donald trump won because of facebook. **New York Magazine**, v. 9, 2016. Acessado em: 2018-12-20.

SHAO, C.; CIAMPAGLIA, G. L.; VAROL, O.; YANG, K.-C.; FLAMMINI, A.; MENCZER, F. The spread of low-credibility content by social bots. **Nature communications**, Nature Publishing Group, v. 9, n. 1, p. 4787, 2018.

SHIN, J.; THORSON, K. Partisan selective sharing: The biased diffusion of fact-checking messages on social media. **Journal of Communication**, Oxford University Press, v. 67, n. 2, p. 233–255, 2017.

SILVERMAN, C. This analysis shows how viral fake election news stories outperformed real news on facebook. **BuzzFeed News**, 2016.

SILVERMAN, C.; SINGER-VINE, J. Most americans who see fake news believe it, new survey says. **BuzzFeed News**, 2016. Acessado em: 2019-01-07.

SUBRAMANIAN, S. **Inside de Macedonian Fake-news Complex**. 2017.  
<<https://www.wired.com/2017/02/veles-macedonia-fake-news/>>. Acessado em: 2019-01-07.

SUEN, W. The self-perpetuation of biased beliefs. **The Economic Journal**, Wiley Online Library, v. 114, n. 495, p. 377–396, 2004.

VAROL, O.; FERRARA, E.; DAVIS, C. A.; MENCZER, F.; FLAMMINI, A. Online human-bot interactions: Detection, estimation, and characterization. In: **Eleventh international AAI conference on web and social media**. [S.l.: s.n.], 2017.

VOSOUGHI, S.; ROY, D.; ARAL, S. The spread of true and false news online. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 359, n. 6380, p. 1146–1151, 2018.

WATTS, C. Extremist content and russian disinformation online: Working with tech to find solutions. **Statement prepared for the Senate Judiciary Committee, Subcommittee on Crime and Terrorism**, 2017.

## APÊNDICE A – PROVA DAS PROPOSIÇÕES

### Proposição 1

*Prova:* A parcela do eleitorado que ao ter contato com a publicação aceita compartilha-la é dada pela função  $q(K; a) = 1 - F(1 - K; a)$ . Para provar a proposição basta verificar que  $\partial q(K; a)/\partial a > 0$  para todo  $K \in (0, 0.5)$ .

Utilizando a especificação

$$F(b_i; a) = \frac{ab_i^3}{3} - \frac{ab_i^2}{2} + b_i \left(1 + \frac{a}{6}\right) \quad (20)$$

concluimos que

$$q(K, a) = \frac{2aK^3 - 3aK^2 + K(a + 6)}{6} \quad e \quad \frac{\partial q(K, a)}{\partial a} = \frac{2K^3 - 3K^2 + K}{6} \quad (21)$$

A proposição segue pelo fato de que o polinômio  $2K^3 - 3K^2 + K > 0$  para todo  $K \in (0, 0.5)$  ■

### Proposição 2-a)

*Prova:* Manipulando a expressão  $\frac{1}{p+q} \ln\left(\frac{q}{p}\right) = T_e$ , verificamos que  $q - p \exp\{T_e(p+q)\} = 0$ . Vamos definir a função constante  $A(p, q, T_e) = q - p \exp\{T_e(p+q)\} = 0$  e tomar o seu diferencial total.

$$dA = \frac{\partial A}{\partial p} dp + \frac{\partial A}{\partial q} dq + \frac{\partial A}{\partial T_e} dT_e = 0 \quad (22)$$

Como estamos assumindo que  $q$  é constante,  $dq = 0$  e a equação (22) implica que

$$\frac{dp}{dT_e} = -\frac{\partial A/\partial T_e}{\partial A/\partial p} \quad (23)$$

O resultado segue da observação de que

$$\frac{\partial A}{\partial T_e} = -p(p+q) \exp\{T_e(p+q)\} < 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial A}{\partial p} = -\exp\{T_e(p+q)\}(1+pT_e) < 0 \quad (24)$$

■

### Proposição 2-b)

*Prova:* A estratégia da prova é a mesma, exceto que iremos partir da restrição  $\frac{1}{p+q} \ln\left(\frac{q}{p}\right) = T_e$  para concluir que  $(q/e^{T_e q}) - pe^{T_e p} = 0$  e definir a função constante  $H(p, q, T_e) = (q/e^{T_e q}) - pe^{T_e p} = 0$ . Neste caso o intervalo de tempo entre a emissão da publicação e a data de votação é fixo, de tal forma que  $dT_e = 0$ , assim, manipulando o diferencial total de  $H(p, q, T_e)$ , obtemos

$$\frac{dq}{dp} = -\frac{\partial H/\partial p}{\partial H/\partial q} \quad (25)$$

Para concluir a prova basta mostrar que  $(dq/dp) > 0$ . Para tanto note que

$$\frac{\partial H}{\partial p} = -e^{T_e p}(1+pT_e) < 0 \quad \text{para toda tripla } (p, q, T_e) \quad (26)$$

enquanto

$$\frac{\partial H}{\partial q} = \frac{1-qT_e}{e^{T_e q}} > 0 \quad \text{sempre que } q < \frac{1}{T_e} \quad (27)$$

Logo,  $(dq/dp) > 0$  para  $q < 1/T_e$

■

### Lema 1 (Existência e Unicidade de solução para o problema do partido):

*Prova:* Vamos definir a função  $J(K, a, p)$  baseada na CPO do problema do partido

$$J(K, a, p) = \frac{3p(6aK^2 - 6aK + a + 6)}{(2aK^3 - 3aK^2 + K(a + 6))^2} - c'(K) = 0 \quad (28)$$

Veja que

$$\lim_{K \rightarrow 0} c'(K) = 0, \quad \lim_{K \rightarrow 0} (2aK^3 - 3aK^2 + K(a + 6))^2 = 0$$

e

$$6aK^2 - 6aK + a + 6 > 0 \text{ para todo } K \in (0, 0,5) \quad (29)$$

Logo, é fácil ver que

$$\lim_{K \rightarrow 0} J(K, a, p) = +\infty$$

De fato,  $K = 0$  é a única raiz do polinômio  $2aK^3 - 3aK^2 + K(a + 6)$ , assim,  $\lim_{K \rightarrow 0,5} c'(K) = +\infty$  implica em

$$\lim_{K \rightarrow 0,5} J(K, a, p) = -\infty$$

Agora, como a função  $J(K, a, p)$  é contínua em todo domínio segue que existe pelo menos um valor  $K^* \in (0, 0.5)$  para o qual a equação (28) é satisfeita, o que prova a existência de pelo menos uma solução para o problema 11.

Para garantir a unicidade da solução, vamos mostrar que, para todo  $a \in [0, 12]$  a função  $J(K, a, p)$  decresce monotonamente no seu domínio  $K \in (0, 0.5)$ . Para tanto basta mostrar que a expressão abaixo é negativa.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(K, a, p)}{\partial K} &= \frac{3p}{(2aK^3 - 3aK^2 + K(a + 6))^4} \{(12aK - 6a)(2aK^3 - 3aK^2 + K(a + 6))^2 \\ &\quad - 2(6aK^2 - 6aK + a + 6)^2(2aK^3 - 3aK^2 + K(a + 6))\} - c''(K) \end{aligned} \quad (30)$$

De fato, já concluímos que todos os polinômios que compõe esta função são positivos para  $K \in (0, 0.5)$ , exceto o termo  $12aK - 6a$ , que é negativo para  $K \in (0, 0.5)$ . Este fato juntamente com a hipótese de convexidade da função  $c(\cdot)$  concluem a demonstração. ■

### Proposição 3

*Prova:* Esta prova é baseada no Teorema da Função Implícita. Tomando o diferencial total da função  $J(K, a, p)$ , obtemos

$$\frac{\partial K}{\partial a} = - \frac{\partial J / \partial a}{\partial J / \partial K} \quad (31)$$

Na prova anterior mostramos que  $\partial J(K, a, p) / \partial K < 0$  para todo  $K \in (0, 0,5)$ . Logo, basta mostrar que  $\partial J(K, a, p) / \partial a < 0$  para  $K \in (0, 0,5)$ .

Com algum cuidado podemos mostrar que

$$\frac{\partial J}{\partial a} = \frac{-3p(12aK^4 - 30aK^3 + 26aK^2 - 9aK + a - 12K^2 + 6)}{K^2(2aK^2 - 3aK + a + 6)^3} \quad (32)$$

Como  $2aK^2 - 3aK + a + 6 > 0$  para todo  $K \in (0, 0,5)$ , é suficiente mostrar que a função  $P(K, a) = 12aK^4 - 30aK^3 + 26aK^2 - 9aK + a - 12K^2 + 6$  é positiva para todo  $K \in (0, 0,5)$ .

Note que

$$P_a(K) := \frac{\partial P}{\partial a} = 12K^4 - 30K^3 + 26K^2 - 9K + 1 \quad (33)$$

e que os zeros da função  $P_a$  são

$$\left\{ \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}, 1 \right\} \quad (34)$$

A função  $P_a(K)$  muda de sinal apenas uma vez dentro do intervalo  $(0, 0,5)$ . Mais especificamente,  $P_a(K) > 0$  para  $K \in I_1 := \left(0, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}\right)$  e  $P_a(K) < 0$  para  $K \in I_2 := \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{1}{2}\right)$ .

Como  $P(K, a)$  é crescente em  $a$  para  $K \in I_1$ , segue que  $P(K, a = 1) \leq P(K, a)$  para todo  $a \in [0, 12]$  e  $K \in I_1$ . Logo, se mostrarmos que  $P(K, a = 1) > 0$  para todo  $K \in I_1$ , poderemos garantir que  $P(K, a) > 0$  para todo  $a \in [0, 12]$  e  $K \in I_1$ .

De fato, temos  $P(K, a = 1) = 12K^4 - 30K^3 + 14K^2 - 9K + 7$  que é positivo para todo  $K \in (0, 0.70881)$ , onde  $0.70881$  é um dos zeros da função  $P(K, a = 1)$ . Como  $I_1 \subset (0, 0.70881)$ , certamente  $P(K, a = 1) > 0$  para  $K \in I_1$ , o que nos permite estabelecer que  $P(K, a) > 0$  para todo  $a \in [0, 12]$  e  $K \in I_1$ .

A prova para o intervalo  $I_2$  é análoga. Como  $P(K, a)$  é decrescente em  $a$  para  $K \in I_2$ , segue que  $P(K, a = 12) \leq P(K, a)$  para todo  $a \in [0, 12]$  e  $K \in I_2$ . Logo, se mostrarmos que  $P(K, a = 12) > 0$  para todo  $K \in I_2$ , poderemos garantir que  $P(K, a) > 0$  para todo  $a \in [0, 12]$  e  $K \in I_2$ .

De fato,  $P(K, a = 12) = 144K^4 - 360K^3 + 300K^2 - 108K + 18$  que é positivo para todo  $K \in (0, 0.724)$ , onde  $0.724$  é um dos zeros da função  $P(K, a = 12)$ . Como  $I_2 \subset (0, 0.724)$ , então certamente  $P(K, a = 12) > 0$  para  $K \in I_2$ , o que nos permite estabelecer que  $P(K, a) > 0$  para todo  $a \in [0, 12]$  e  $K \in I_2$ .



Como  $(0, 0, 5) = I_1 \cup I_2 \cup \{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}\}$ , basta apenas mostrar que  $P(K = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}, a) > 0$  para  $a \in [0, 12]$ .

Com efeito, é possível mostrar que

$$P(K = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}, a) = 2 + 2\sqrt{3} \text{ para todo } a \in [0, 12] \quad (35)$$

o que concluí a prova ■

#### Proposição 4:

*Prova:* Vamos definir a função  $\hat{J}(K, a, p)$  baseada na CPO do problema (15)

$$\hat{J}(K, a, \alpha, p) = \frac{\alpha\gamma}{(1+K)^2} + \frac{(1-\alpha)3p(6aK^2 - 6aK + a + 6)}{(2aK^3 - 3aK^2 + K(a+6))^2} - c'(K) \quad (36)$$

e notar que, tal como na prova do Lema 1, as hipóteses  $\lim_{K \rightarrow 0} c'(K) = 0$  e  $\lim_{K \rightarrow 0,5} c'(K) = +\infty$  implicam que

$$\lim_{K \rightarrow 0} \hat{J}(K, a, \alpha, p) = +\infty \quad \text{e que} \quad \lim_{K \rightarrow 0,5} \hat{J}(K, a, \alpha, p) = -\infty \quad (37)$$

para todo  $a \in [0, 12]$  e  $\alpha \in [0, 1]$ .

Para garantir a existência de solução basta notar que, como  $\hat{J}(K, a, \alpha, p)$  é contínua para todo  $K \in (0, 0, 5)$ , certamente existe algum  $K^{**} \in (0, 0, 5)$  para o qual  $\hat{J}(K, a, \alpha, p) = 0$ .

Para mostrar a unicidade da solução basta verificar que

$$\frac{\partial \hat{J}(K, a, \alpha, p)}{\partial K} < 0 \quad (38)$$

De fato, a derivada do primeiro termo de  $\hat{J}(K, a, \alpha, p)$  é claramente negativa, enquanto a derivada do segundo termo se mostrou negativa na prova do Lema 1.

Para mostrar que o nível de descaramento é positivamente relacionado com o nível de polarização, basta aplicar o Teorema da Função Implícita e mostrar que

$$-\frac{\partial \hat{J} / \partial a}{\partial \hat{J} / \partial K} = \frac{dK^{**}}{da} < 0 \quad (39)$$

Como já mostramos que  $\partial\hat{J}/\partial K < 0$ , basta mostrar que  $\partial\hat{J}/\partial a < 0$ .

Mas note que

$$\frac{\partial\hat{J}(K, a, \alpha, p)}{\partial a} = (1 - \alpha) \frac{\partial J(K, a, \alpha, p)}{\partial a} \quad (40)$$

Como já mostramos que  $\partial J(K, a, \alpha, p)/\partial a < 0$  na prova da Proposição 3, está garantido que  $\partial\hat{J}(K, a, \alpha, p)/\partial a < 0$  e, conseqüentemente, que  $dK^{**}/da < 0$  ■

### Proposição 5:

*Prova:* A prova desta proposição também é baseada no Teorema da Função Implícita. Em particular note que

$$\frac{dK^{**}}{d\alpha} = - \frac{\partial\hat{J}(K, a, \alpha, p)/\partial\alpha}{\partial\hat{J}(K, a, \alpha, p)/\partial K} \quad (41)$$

Como já verificamos que  $\partial\hat{J}(K, a, \alpha, p)/\partial K$  é negativa, segue que o sinal de  $dK^{**}/d\alpha$  é igual ao sinal de  $\partial\hat{J}(K, a, \alpha, p)/\partial\alpha$ .

Então observe que

$$\frac{\partial\hat{J}(K, a, \alpha, p)}{\partial\alpha} = \frac{\gamma}{(1 + K)^2} - \frac{3p(6aK^2 - 6aK + a + 6)}{(2aK^3 - 3aK^2 + K(a + 6))^2} \quad (42)$$

de forma que  $\partial\hat{J}(K, a, \alpha, p)/\partial\alpha > 0$  se, e somente se

$$\gamma > \frac{3p(1 + K)^2(6aK^2 - 6aK + a + 6)}{(2aK^3 - 3aK^2 + K(a + 6))^2} =: \bar{\gamma} \quad (43)$$

e  $\partial\hat{J}(K, a, \alpha, p)/\partial\alpha < 0$  se, e somente se

$$\gamma < \frac{3p(1 + K)^2(6aK^2 - 6aK + a + 6)}{(2aK^3 - 3aK^2 + K(a + 6))^2} \quad (44)$$

Dessa forma concluímos que, se a televisão for suficientemente incompetente em checar o conteúdo que transmite, então a migração de indivíduos das redes

sociais para a televisão gera diminuição em  $K^{**}$ , isto é, o partido decide mentir mais descaradamente. ■

### Proposição 6:

*Prova:* Para provar esta proposição basta mostrar que a derivada abaixo é negativa.

$$\frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial a} = (1 + K)^2 \frac{\partial}{\partial a} \left[ \frac{6aK^2 - 6aK + a + 6}{(2aK^3 - 3aK^2 + K(a + 6))^2} \right] \quad (45)$$

Agora, note que a derivada do lado direito da equação é exatamente  $(1/3p)\partial J(K, a, p)/\partial a$  que já mostramos ser negativo na prova da Proposição 3.

Isto implica que quando  $a$  é maior, é mais provável que a competência da televisão seja maior do que o limiar  $\bar{\gamma}$  e, assim, aumentos na parcela de indivíduos que se informam pelas redes sociais irão gerar aumentos no nível de descaramento da mentira, tal como enunciado pela Proposição 5. ■

### Proposição 7

*Prova:* Para obter a quantidade de tempo necessária para acumular a parcela  $\frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{p}{q} \right]$  de eleitores no modelo sem militantes, precisamos obter o  $t$  que resolve

$$\frac{H_0}{H_0 + (1 - H_0)e^{-qt}} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{p}{q} \right] \quad (46)$$

Simplificando, obtemos

$$e^{-qt} = \frac{H_0}{(1 - H_0)} \left[ \frac{2q}{q - p} - 1 \right] \quad (47)$$

e, então concluímos que

$$t = \frac{1}{q} \ln \left[ \frac{(1 - H_0)(q - p)}{H_0(q + p)} \right] := \bar{T} \quad (48)$$

Para obter as condições sob as quais  $\bar{T} > T^*$  precisamos trabalhar com a seguinte desigualdade

$$\frac{1}{q} \ln \left[ \frac{(1 - H_0)(q - p)}{H_0(q + p)} \right] > \frac{1}{p + q} \ln \left[ \frac{q}{p} \right] \quad (49)$$

De fato, algumas operações algébricas nos permitem concluir que a inequação (49) é válida desde que

$$H_0 < \frac{p^{\frac{q}{p+q}}(q - p)}{p^{\frac{q}{p+q}} + q^{\frac{q}{p+q}}(q + p)} := \bar{H}_0 \quad (50)$$

■