

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
CURSO DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL (CPGEC)
LABORATÓRIO DE DINÂMICA ESTRUTURAL E CONFIABILIDADE (LDEC)

Uso de Osciladores Passivos Sintonizados no Controle de Vibrações de Estruturas Sujeitas a Excitações Aleatórias

Sandro Valério de Souza Cabral

Dissertação para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre
1997

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
CURSO DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL (CPGEC)
LABORATÓRIO DE DINÂMICA ESTRUTURAL E CONFIABILIDADE (LDEC)

Uso de Osciladores Passivos Sintonizados no Controle de Vibrações de Estruturas Sujeitas a Excitações Aleatórias

Sandro Valério de Souza Cabral

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil (CPGEC), como parte dos requisitos para a obtenção do título de *Mestre em Engenharia*.

Área de Concentração: Estruturas.

Porto Alegre
1997

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de *Mestre em Engenharia* e aprovada em sua forma final pelo orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador:



Prof. Jorge Daniel Riera
Ph.D. pela Universidade de Princeton/EUA

Banca Examinadora:

Prof. Marcelo Maia Rocha
Dr. pela Universidade de Innsbruck/Áustria

Prof. Alberto Tamagna
Dr. pela UFRGS

Prof. Rômulo de Freitas Paixão
Dr. pela UFRGS

Profa. Denise Carpena Coitinho Dal Molin
Dra. pela Universidade de São Paulo
Coordenadora do Curso de Pós-Graduação.

Porto Alegre, março-1997

*A meus pais Marlene e Ednaldo Cabral
A minha tia Antônia Cabral
A minha prima Elany Cristine
Aos amigos Herbert Martins,
Cardivandro Soares e Jairo Andrade*

Agradecimentos

Meus agradecimentos a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a composição deste trabalho, especialmente a meu orientador Jorge Daniel Riera pela paciência, compreensão, incentivo e sugestões valiosas.

Aos professores Marcelo Rocha, Acir Louredo Souza e Joaquim Blessmann pelas significantes contribuições.

Aos doutorandos Roberto Rios e Mário Paluch e ao técnico Paulo Bueno pela ajuda na fase experimental.

A todos os amigos e colegas do curso e da casa do estudante pelo apoio e incentivo, especialmente aos amigos Herbert Martins, Luciano Meneses, Ana Paula Bernardi, Alfredo Telles, Alessandra Both, Cardivandro Soares e Jairo Andrade.

Ao CNPQ pelo apoio financeiro.

Índice

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xii
Lista de Símbolos	xiii
Resumo	xvii
Abstract	xviii
1 Introdução	1
1.1 Aspectos Gerais	1
1.2 Tema e Justificativa do Trabalho	2
1.3 Objetivos do Trabalho	3
1.4 Delimitações do Trabalho	3
1.5 Estruturação do Trabalho	4
2 Revisão Bibliográfica	5
2.1 Confiabilidade Estrutural	5
2.2 Desconforto Humano	6
2.3 Supressão ou Redução das Forças Excitadoras	8
2.4 Mudança das Características Físicas da Estrutura	9
2.5 Sistemas de Controle de Vibrações	10
2.6 Amortecedor de Massa Sintonizada (AMS)	13
2.7 Multi-Oscilador de Massa Sintonizada(MMS)	18
2.8 Métodos de Cálculo de Estruturas Equipadas com AMS's	19
3 Resposta de Sistemas Equipados com Osciladores	21
3.1 Equações de Movimento Acrescentando os Modos Estáticos	21
3.2 Matriz de Transferência Complexa	29

3.3	Resposta no Domínio da Frequência	31
3.4	Resposta sem os Modos Estáticos	33
3.5	Resposta sem Osciladores Instalados	33
3.6	Redução do Número de Graus de Liberdade	34
4	O Programa CMS.FOR	37
4.1	Forma Simétrica da Matriz Dinâmica	38
4.2	Método de Geração da Matriz de Amortecimento do Sistema Principal	40
5	Estudos Paramétricos dos AMS's	41
5.1	Características da Estrutura Base	41
5.2	Excitações Consideradas	44
5.3	Metodologia do Estudo com AMS's	47
5.4	Análise da Resposta com e sem AMS's	48
5.5	Parâmetros Ótimos	53
5.6	Variação dos Parâmetros dos AMS's	59
5.7	Variação dos Parâmetros da Estrutura Base	60
6	Estudos Paramétricos dos MMS's	65
6.1	Características dos MMS's	65
6.2	Metodologia do Estudo dos MMS's	66
6.3	Hipóteses para o Estudo dos MMS's	67
6.4	Análise da Resposta com MMS's	69
6.5	Parâmetros Ótimos	73
6.6	Variação dos Parâmetros dos MMS's	81
6.7	Variação dos Parâmetros da Estrutura Base	84
6.8	Comentários com Relação ao Projeto de MMS's	87
7	Verificação Experimental do Método Numérico	88
7.1	Características Físicas e Dinâmicas do Modelo Reduzido	88
7.2	Características Físicas e Dinâmicas do AMS Acoplado ao Modelo	91
7.3	Simulação e Características da Excitação	93
7.4	Metodologia do Ensaio	96
7.5	Equipamentos Utilizados	96
7.6	Resposta Numérica do Modelo Reduzido	97
7.7	Comparação dos Resultados Numéricos e Experimentais	98

7.8	Comentários com Relação a Eficiência e Robustez do AMS Acoplado ao Modelo	103
8	Conclusões	104
9	Sugestões para Outros Trabalhos	106
	Referências Bibliográficas	108

Lista de Figuras

2.1	Amortecedor de Líquido Sintonizado	11
2.2	Amortecedor Viscoelástico	12
2.3	Giróscopo	13
2.4	Amortecedor de Massa Sintonizada	14
2.5	Multi-Oscilador de Massa Sintonizada	18
3.1	Modelo de Elementos Finitos com Osciladores	22
4.1	Fluxograma Simplificado do Programa CMS.FOR	39
5.1	Esquema da Torre e Modelo Numérico com um AMS Instalado	42
5.2	Formas Modais, Frequências Naturais e Razões de Amortecimento Crítico da Estrutura	43
5.3	Primeiro Modo Estático Antes e Após a Ortogonalização	44
5.4	Densidades Espectrais das Excitações Consideradas	45
5.5	Módulo da Função de Transferência para o Modo 1 da Estrutura sem AMS e com AMS com Vários Amortecimentos, Massa de 2.44 t e Frequência de 3.09 rad/s	49
5.6	Densidade Espectral dos Deslocamentos do Ponto 7 da Estrutura para a Excitação Ruído Branco sem AMS e com AMS com Massa de 2.44 t, Amortecimento de 3% e Frequência de 3.06 rad/s	50
5.7	Densidade Espectral dos Deslocamentos do Ponto 7 da Estrutura para o Espectro de Von Karman sem AMS e com AMS com Massa de 2.44 t, Amortecimento de 3% e Frequência de 3.06 rad/s	51
5.8	Densidade Espectral dos Deslocamentos do Ponto 7 da Estrutura para a Excitação Quase-Periódica sem AMS e com AMS com Massa de 2.44 t, Amortecimento de 2% e Frequência de 3.06 rad/s	52
5.9	Amortecimentos Ótimos do AMS \times Razão de Massa para a Resposta com 7 modos	56
5.10	Razão de Frequências Ótima do AMS \times Razão de Massa para a Resposta com 7 modos	57
5.11	Valor RMS Normalizado Ótimo do AMS \times Razão de Massa	58

5.12	Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com a Razão de Amortecimento do AMS, com uma Razão de Massa de 0.01 e Frequência de 3.07 rad/s	59
5.13	Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com a Razão de Frequências do AMS, com uma Razão de Massa de 0.01 e Amortecimentos Ótimos . . .	60
5.14	Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com 2 modos com o Amortecimento Normalizado da Estrutura Base, com Frequência do AMS de 3.07 rad/s, Razão de Massa de 0.01 e Amortecimentos Ótimos	62
5.15	Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com 2 modos com a Rigidez Normalizada da Estrutura Base, com Frequência do AMS de 3.07 rad/s, Razão de Massa de 0.01 e Amortecimentos Ótimos	63
5.16	Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com 2 modos com a Massa Normalizada da Estrutura Base, com Frequência do AMS de 3.07 rad/s, Razão de Massa de 0.01 e Amortecimentos Ótimos	64
6.1	Distribuição de Frequências dos MMS's	66
6.2	Módulo da Função de Transferência para o Modo 1 da Estrutura sem AMS e com 21 AMS's com Massa Total de 2.44 t, Massa Constante, Razão de Amortecimento de 1% e Várias Bandas de Frequência Normalizadas	69
6.3	Módulo da Função de Transferência para o Modo 1 da Estrutura com Vários Números de AMS's com Massa Total de 2.44 t, Massa Constante, Razão de Amortecimento de 1% e Banda de Frequência Normalizada de 0.20 . . .	71
6.4	Módulo da Função de Transferência para o Modo 1 da Estrutura com 11 AMS's com Massa Total de 2.44 t, Massa Constante, Banda de Frequência Normalizada de 0.20 e Várias Razões de Amortecimento	72
6.5	Amortecimento Ótimo \times Número de AMS's para Massa Total de 2.44 t e Massa Constante	75
6.6	Banda de Frequência Normalizada Ótima \times Número de AMS's para Massa Total de 2.44 t e Massa Constante	76
6.7	Valor RMS Normalizado Ótimo \times Número de AMS's para Massa Total de 2.44 t e Massa Constante	77
6.8	Amortecimento Ótimo \times Razão de Massa para 11 AMS's	78
6.9	Banda de Frequência Normalizada Ótima \times Razão de Massa para 11 AMS's	79
6.10	Valor RMS Normalizado Ótimo \times Razão de Massa para 11 AMS's	80
6.11	Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com a Razão de Amortecimento para 21 AMS's, Massa Total de 2.44 t, Massa Constante e Várias Bandas de Frequência	82
6.12	Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com a Banda de Frequência Normalizada para 21 AMS's, Massa Total de 2.44 t, Massa Constante e Várias Razões de Amortecimento	83

6.13	Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com o Amortecimento Normalizado da Estrutura Base para 11 AMS's e 1 AMS, Massa Total de 2.44 t e Massa Constante	84
6.14	Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com a Rigidez Normalizada da Estrutura Base para 11 AMS's, Massa Total de 2.44 t, Massa Constante e Várias Bandas de Frequência Normalizadas e Amortecimentos	85
6.15	Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com a Massa Normalizada da Estrutura Base para 11 AMS's, Massa Total de 2.44 t, Massa Constante e Várias Bandas de Frequência Normalizadas e Amortecimentos	86
7.1	Esquema e Fotografia do Modelo Reduzido	89
7.2	Modos Normais, Frequências Naturais e Razões de Amortecimento do Modelo Reduzido à $\approx 30^{\circ}C$	90
7.3	Esquema e Fotografia do AMS Acoplado ao Topo do Modelo	91
7.4	Perfil de Velocidade Simulado e Intensidades de Turbulência no Centro da Mesa I com a Grelha G-1 na Gav. 2	93
7.5	Densidade Espectral Normalizada das Velocidades a Várias Alturas no Centro da Mesa I com a Grelha G-1 na Gav. 2	94
7.6	Fotografia dos Equipamentos Utilizados no Ensaio	97
7.7	Densidades Espectrais da Resposta em Acelerações e Deslocamentos Experimentais e Numéricas no Topo do Modelo sem AMS	101
7.8	Densidades Espectrais da Resposta em Acelerações e Deslocamentos Experimentais e Numéricas no Topo do Modelo com AMS	102

Lista de Tabelas

2.1	Alguns estudos de caso de problemas de vibrações induzidas por pessoas . . .	7
2.2	Alguns estruturas alteadas equipadas com AMS's	17
5.1	Características Físicas da Estrutura Base	42
5.2	Parâmetros Ótimos do AMS para a Resposta com 7 e 2 modos	53
5.3	Parâmetros Ótimos do AMS para a Resposta com a Redução do Modelo a um Grau de Liberdade	54
5.4	Parâmetros Ótimos do AMS para a Resposta com 1 Modo Normal + 1 Modo Estático	55
6.1	Parâmetros Ótimos dos MMS's para a Resposta com 2 Modos Normais com Massa Total de 2.44 t e Massa Constante	73
6.2	Parâmetros Ótimos dos MMS's para a Resposta com 2 Modos Normais com Massa Total de 2.44 t e Massa Variável	74
6.3	Parâmetros Ótimos dos MMS's para a Resposta com 2 Modos Normais com 11 MMS's, Massa Constante e Várias Massas Totais	75
6.4	Parâmetros Ótimos dos MMS's para a Resposta com 2 Modos Normais com 11 MMS's, Massa Variável e Várias Massas Totais	76
7.1	Características Físicas do Modelo Reduzido	91
7.2	Características Dinâmicas e Físicas do AMS Acoplado ao Modelo	92
7.3	Características da Excitação no Ensaio	95
7.4	Valores RMS Experimentais e Numéricos para Vários Coeficientes C_Z da Resposta sem e com AMS em Acelerações (m/s^2)	99
7.5	Valores RMS Numéricos e Experimentais da Resposta em Deslocamentos (mm)	99
7.6	Parâmetros Ótimos do AMS Acoplado ao Modelo Reduzido	103

Lista de Símbolos

- α_1 : constante que multiplica a matriz \mathbf{M}_1 .
 α_2 : constante que multiplica a matriz \mathbf{K}_1 .
 β : banda de frequência normalizada.
 ΔPa : pressão dinâmica do vento.
 $\Delta\omega_2$: banda de frequências do MMS.
 $\Delta\omega_{2ot}$: banda de frequências ótima do MMS.
 Δm_2 : banda de massa do MMS.
 $\Delta\zeta_2$: banda de amortecimento do MMS.
 Δz : separação vertical.
 $\delta\mathbf{u}$: deslocamento virtual das coordenadas \mathbf{u} .
 $\delta\mathbf{v}$: deslocamento virtual das coordenadas \mathbf{v} .
 $\delta\mathbf{x}$: deslocamento virtual das coordenadas \mathbf{x} .
 $\delta\mathbf{w}$: deslocamento virtual das coordenadas \mathbf{w} .
 δW_{I_1} : trabalho interno realizado pelas forças elásticas e de amortecimento no sist. principal.
 δW_{I_2} : trabalho interno realizado pelos osciladores.
 δW_I : trabalho interno total do sistema.
 δW_{E_1} : trabalho externo realizado pelas forças externas e de inércia no sist. principal.
 δW_{E_2} : trabalho externo realizado pelas forças de inércia dos osciladores.
 δW_E : trabalho externo total do sistema.
 $\delta\omega_{2i}$: espaçamento entre as frequências naturais dos AMS's.
 δm_{2i} : espaçamento entre as massas dos AMS's no MMS.
 $\delta\zeta_{2i}$: espaçamento entre as razões de amortecimento dos AMS's no MMS.
 ζ_k : razão de amortecimento crítico do k-ésimo modo normal do sist. principal.
 ζ_{2ot} : razão de amortecimento crítico ótimo do oscilador.
 ζ_{2i} : razão de amortecimento crítico do i-ésimo AMS.
 ζ_e : razão de amortecimento crítica efetiva do sistema.
 μ : razão de massa.
 μ_ω : média do espectro quase-periódico.
 Ξ : matriz de razões de amortecimento crítico modais do sistema principal.
 Ξ_a : matriz de razões de amortecimento crítico dos osciladores.
 ρ : massa específica do ar.
 σ_1 : componente longitudinal do desvio padrão da velocidade do vento.
 σ_1^2 : componente longitudinal da variância da velocidade do vento.

σ_ω	: desvio padrão do espectro quase-periódico.
τ	: lapso de tempo.
Φ	: matriz modal.
$\bar{\Phi}$: matriz modal nos pontos onde estão acoplados os osciladores.
$\phi^{(k)}$: vetor de deslocamento modal do k-ésimo modo normal.
$\phi_1^{(k)}$: vetor auxiliar para o cálculo do deslocamento modal do k-ésimo modo normal.
$\bar{\phi}_i^{(k)}$: componente do k-ésimo vetor de deslocamento modal no ponto onde está acoplado o i-ésimo oscilador.
$\phi(x)$: primeiro modo normal da viga do AMS à distância x do 'engaste'.
Ψ	: matriz de modos estáticos.
$\bar{\Psi}$: matriz de modos estáticos nos pontos onde estão acoplados os osciladores.
$\hat{\psi}_{(i)}$: vetor do i-ésimo modo estático.
$\psi_{(i)}$: vetor $\hat{\psi}_{(i)}$ ortogonalizado com relação aos modos normais.
$\bar{\psi}_{(i)}^j$: componente do i-ésimo modo estático no ponto onde está acoplado o j-ésimo oscilador.
$\chi_i(f)$: função de admitância aerodinâmica no ponto i e frequência f .
Ω	: matriz de frequências naturais do sistema principal.
Ω_a	: matriz de frequências naturais dos osciladores.
ω	: frequência em rad/s.
ω_k	: frequência do k-ésimo modo normal do sistema principal.
ω_{2ot}	: frequência ótima do oscilador em rad/s.
ω_{2i}	: frequência do i-ésimo AMS.
ω_{2c}	: frequência do AMS central.
ω_{2c}	: diferença entre a frequência do sistema principal e do AMS central.
A_i	: área longitudinal onde atua a força no ponto i .
B	: matriz auxiliar para o cálculo de autovalores e autovetores.
C_1	: matriz de amortecimento do sistema principal.
C_1^0	: matriz de amortecimento modal dinâmico.
C_1^1	: matriz de amortecimento modal estático.
$C_1^{(k)}$: amortecimento modal dinâmico do k-ésimo modo normal.
$C_1^{(k,i)}$: amortecimento modal estático do k-ésimo versus i-ésimo modo estático.
C_2	: matriz de amortecimento dos osciladores.
C_D	: coeficiente de arrasto.
C_{D_i}	: coeficiente de arrasto no ponto i .
C_Z	: parâmetro de decaimento exponencial da correlação cruzada.
c_1	: coeficiente adimensional.
c_2	: coeficiente adimensional.
c_j	: amortecimento do j-ésimo oscilador.
$c_{k,i}$: constante que multiplica o k-ésimo modo normal.
D	: matriz dinâmica.
D_{ij}	: sub-matrizes da inversa da matriz $H(\omega)$.
D_{ij}^*	: sub-matrizes da inversa da matriz $H^1(\omega)$.
D_{11}^{**}	: inversa da matriz de transferência do sistema principal sem osciladores.
$E\{\dots\}$: operador de valor esperado.
E_s	: energia cinética do sistema original.
E_{sm}	: energia cinética do sistema modificado.

$E_f\%$: eficiência relativa do oscilador.
$\mathbf{f}(t)$: vetor de forças externas atuantes.
$\mathbf{f}^G(t)$: vetor de forças externas generalizadas.
$\bar{\mathbf{f}}$: vetor de amplitudes de $\mathbf{f}(t)$ se esta é harmônica.
$\mathbf{f}^0(t)$: vetor de forças externas modais dinâmicas.
$\bar{\mathbf{f}}^0$: vetor de amplitudes de $\mathbf{f}^0(t)$ se esta é harmônica.
$\mathbf{f}^1(t)$: vetor de forças externas modais estáticas.
$\bar{\mathbf{f}}^1$: vetor de amplitudes de $\mathbf{f}^1(t)$ se esta é harmônica.
$f^{(k)}(t)$: força externa modal dinâmica do k-ésimo modo normal.
$f^{1(k)}(t)$: força externa modal estática do k-ésimo modo estático.
f	: frequência em Hz.
f_{2ot}	: frequência ótima do oscilador em Hz.
g	: aceleração da gravidade.
$\mathbf{H}(\omega)$: matriz de transferência completa do sistema.
$\mathbf{H}^1(\omega)$: matriz de transferência reduzida do sistema.
$\mathbf{H}^{1*}(\omega)$: matriz conjugada de $\mathbf{H}^1(\omega)$.
\mathbf{I}	: matriz identidade.
\mathbf{K}_1	: matriz de rigidez do sistema principal.
\mathbf{K}_1^0	: matriz de rigidez modal dinâmica.
\mathbf{K}_1^1	: matriz de rigidez modal estática.
$K_1^{(k)}$: rigidez modal dinâmica do k-ésimo modo normal.
$K_1^{(k,i)}$: rigidez modal estática do k-ésimo versus i-ésimo modo estático.
\mathbf{K}_2	: matriz de rigidez dos osciladores.
k_j	: rigidez do j-ésimo oscilador.
k_T	: rigidez dos AMS's no MMS.
L	: comprimento total da viga do AMS.
$L_{11}(z)$: macroescala longitudinal da velocidade do vento na cota z .
M	: número de osciladores acoplados ao sistema principal.
\mathbf{M}_{ef}	: matriz de massas efetivas nos pontos onde estão acoplados os osciladores.
$M_{ef}^{(k)}$: massa efetiva para 1 oscilador sintonizado no k-ésimo modo.
$M_{ef}^{(k)t}$: massa efetiva total para vários osciladores sintonizados no k-ésimo modo.
\mathbf{M}_1	: matriz de massa do sistema principal.
\mathbf{M}_1^0	: matriz de massa modal dinâmica.
\mathbf{M}_1^1	: matriz de massa modal estática.
$M_1^{(k)}$: massa modal dinâmica do k-ésimo modo normal.
$M_1^{(k,i)}$: massa modal estática do k-ésimo versus i-ésimo modo estático.
\mathbf{M}_2	: matriz de massa dos osciladores.
$\bar{m}(x)$: massa da viga do AMS por unidade de comprimento à distância x do 'engaste'.
m_j	: massa do j-ésimo oscilador.
m_{2i}	: massa do i-ésimo AMS no MMS.
m_T	: massa total do MMS.
N	: número de graus de liberdade do sistema principal.
N_2	: número de AMS's acoplados ao sistema principal (MMS).
P	: número de modos normais considerados relevantes.

P_0	: amplitude de referência.
P_{atm}	: pressão atmosférica.
$\mathbf{R}_f(\tau)$: matriz de autocorrelação das forças externas atuantes.
$\mathbf{R}_f^G(\tau)$: matriz de autocorrelação das forças generalizadas.
$\mathbf{R}_u(\tau)$: matriz de autocorrelação das coordenadas \mathbf{u} .
$\mathbf{R}_{vw}(\tau)$: matriz de autocorrelação das coordenadas \mathbf{v} e \mathbf{w} .
Re	: número de Reynolds.
RMS_{norm}	: valor RMS normalizado da resposta do oscilador.
$RMS_{norm_{ot}}$: valor RMS normalizado ótimo da resposta do oscilador.
RMS_{semAMS}	: valor RMS da resposta sem AMS.
RMS_{comAMS}	: valor RMS da resposta com AMS.
RMS_{ot}	: valor RMS ótimo do oscilador.
r_{ot}	: razão de frequências ótima.
$\mathbf{S}_f(\omega)$: matriz de densidades espectrais de potência das forças externas atuantes.
$\mathbf{S}_f^G(\omega)$: matriz de densidades espectrais de potência das forças generalizadas.
$\mathbf{S}_u(\omega)$: matriz de densidades espectrais de potência das coordenadas \mathbf{u} .
$\mathbf{S}_{vw}(\omega)$: matriz de densidades espectrais de potência das coordenadas \mathbf{v} e \mathbf{w} .
$S_1(f)$: espectro da componente longitudinal da velocidade do vento na frequência f .
$S_{1_i}(f)$: espectro da componente longitudinal da velocidade do vento no ponto i e na frequência f .
$S_f(\omega)$: espectro de forças na frequência ω .
$S_{f_i}(f)$: espectro de forças no ponto i e na frequência f .
$S_{f_{ij}}(f)$: espectro cruzado de forças entre os pontos i e j na frequência f .
\mathbf{T}	: matriz contendo as matrizes $-\bar{\Phi}$, $-\bar{\Psi}$ e \mathbf{I} .
T	: temperatura.
t	: tempo.
\mathbf{u}	: vetor contendo os deslocamentos nodais do sistema principal.
$\bar{\mathbf{u}}$: vetor contendo os desl. nodais do sist. principal nos pontos onde estão acoplados os osciladores.
$\dot{\mathbf{u}}_m$: vetor de velocidades do sistema modificado.
$\bar{V}(z)$: velocidade média do vento na cota z .
$\bar{V}_i(z)$: velocidade média do vento na cota z e no ponto i .
\mathbf{v}	: vetor de amplitudes modais correspondentes a $\bar{\Phi}$.
$\bar{\mathbf{v}}$: vetor de amplitudes de \mathbf{v} se este é harmônico.
$v(t)^{(k)}$: amplitudes modais correspondentes a $\phi^{(k)}$.
X_1	: frequência adimensional.
\mathbf{x}	: vetor contendo os deslocamentos absolutos dos osciladores.
$\bar{\mathbf{x}}$: vetor de amplitudes de \mathbf{x} se este é harmônico.
x	: distância ao 'engaste' da viga do AMS.
\mathbf{y}	: vetor contendo os desl. relativos entre os osciladores e os pontos onde estão acoplados.
\mathbf{z}	: vetor contendo as coordenadas \mathbf{v} , \mathbf{w} e \mathbf{x} .
z	: cota.
\mathbf{w}	: vetor de amplitudes modais correspondentes a $\bar{\Psi}$.
$\bar{\mathbf{w}}$: vetor de amplitudes de \mathbf{w} se este é harmônico.
$w(t)_{(i)}$: coordenadas generalizadas correspondentes a $\psi_{(i)}$.

Resumo

Vibrações excessivas em estruturas podem comprometer a segurança estrutural ou o conforto de seus ocupantes. Muitos problemas tem sido verificados em diversos tipos de estruturas, como estádios de futebol, lajes, pontes, edifícios altos, torres e chaminés, sujeitas a excitações devidas a pessoas em movimento, tráfego de veículos, vento ou sismos. O uso de osciladores passivos sintonizados para o controle de vibrações de estruturas, como o amortecedor de massa sintonizada (AMS) e o multi-oscilador de massa sintonizada (MMS), pode representar uma solução eficiente e econômica em muitos casos.

Este trabalho propõe um método numérico de cálculo de estruturas sujeitas a excitações aleatórias com osciladores passivos sintonizados instalados. É estudado o comportamento dos AMS's e MMS's, considerando suas características dinâmicas, eficiência e robustez, instalados em uma estrutura base sujeita a três tipos de excitação. É proposto o uso dos MMS's como solução econômica, eficiente, robusta e fácil de instalar comparado com os AMS's, além de um procedimento de projeto de tais sistemas baseado em critérios de eficiência e robustez. O método numérico é verificado através da análise experimental de um modelo reduzido de uma torre com um AMS instalado, sujeito a excitação devida ao vento.

Abstract

Excessive vibrations in structures can compromise the structural safety or human comfort. Many problems have been detected in some structural systems, such as stadiums, slab systems, bridges, tall buildings, towers and chimneys, subjected to wind, earthquake, human or traffic induced vibrations. The use of tuned passive oscillators for structural vibration control, such as tuned mass damper (TMD) and multiple mass damper (MMD), can result a efficient and economical solution in some cases.

In this work a numerical approach is proposed to obtain the vibration response of structures subjected to random excitation with tuned passive oscillators installed. The behavior of TMD's and MMD's is analysed, considering their dynamic characteristics, effectiveness and robustness, installed in a basic structure subjected to three types of excitations. The use of MMD's as a economical, efficient, robust and easy to install solution, compared with TMD's, is proposed. Additionally, a design procedure of MMD's is suggested based on a effectiveness and robustness criterion. The numerical approach is verified through a tower model experimental analysis with a TMD installed, subjected to wind induced excitation.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Aspectos Gerais

O termo controle de vibrações em estruturas refere-se a métodos ou sistemas que permitem a diminuição das amplitudes de vibração de estruturas sujeitas a excitações dinâmicas. Tal controle torna-se necessário quando a vibração ocasiona dano na própria estrutura, compromete o seu funcionamento ou causa desconforto aos seus ocupantes, se for o caso. Nas estruturas civis submetidas à ação do vento, veículos ou pessoas em movimento o controle de vibrações passa a ser importante quando estas são esbeltas ou leves. Quando a excitação é de natureza sísmica o controle de vibrações adquire importância em estruturas com baixo amortecimento.

Existem diversos sistemas de controle de vibrações (absorvedores de energia) que podem ser usados, dentre os quais pode-se citar: amortecedores viscoelásticos (AV); amortecedores de massa sintonizada (AMS); multi-osciladores de massa sintonizada (MMS); amortecedores de líquido sintonizado (ALS); multi-osciladores de líquido sintonizado (MLS); giróscopos; amortecedores passivos convencionais; aventais de borracha 'Rubber Apron' para proteção de edificações próximas de vibrações induzidas por tráfego de veículos; 'dissipative bracings' utilizados em edifícios; outros sistemas mistos ou melhoramentos dos anteriores.

Na literatura há referências de absorvedores de vibração que datam de 1909 (DEN HARTOG, 1947), quando Frahm sugeriu um tipo de absorvedor para reduzir a resposta dinâmica de navios.

Com o desenvolvimento de materiais mais resistentes, com o avanço da arquitetura e da economia resultante, a construção de estruturas mais esbeltas e leves tornou-se cada vez mais comum. Só a partir da década de 70, com a construção da Torre de Sidney, na Austrália; do World Trade Center, em Nova Iorque; do John Hancock Tower, em Boston; do Citicorp Center, em Nova Iorque (MACNAMARA, 1977), os sistemas absorvedores começaram a ser aplicados em larga escala em grandes estruturas civis. Até então as estruturas esbeltas eram construídas com materiais de mais alto amortecimento ou dimensões avantajadas dos elementos estruturais, como no caso do Empire State Building,

em Nova Iorque, onde as divisórias são de alvenaria revestida (YANG, 1982).

O controle de vibrações não se restringe apenas a estruturas esbeltas. No caso de excitações sísmicas o fenômeno é inverso pois a frequência da excitação geralmente é mais alta do que a frequência fundamental de edifícios alteados esbeltos, não conseguindo excitar significativamente a estrutura. Portanto, como mostram SHIMAZU e ARAKI (1996), para edifícios baixos domina o efeito de sismos e para edifícios altos ($H > \simeq 200m$) domina o efeito do vento.

O princípio em que se baseiam os sistemas usados apoia-se na teoria clássica de dinâmica das estruturas e na constatação de propriedades amortecedoras de certos materiais, além de esquemas de dissipação de energia por atrito.

Hoje estão em desenvolvimento numerosas pesquisas na área, especialmente no Japão e Estados Unidos. Há alguns anos atrás, a preocupação predominante era a otimização dos sistemas existentes, principalmente o amortecedor de massa sintonizada (LUFT, 1979). Hoje o objetivo é fundamentalmente, além da otimização dos novos sistemas propostos (FUJINO e SUN, 1993; TAMURA et al., 1995; KAREEM e KLINE, 1995 e XU, 1996), estudar algoritmos computacionais de cálculo (SETAREH et al., 1992 e DIMOVA et al., 1993) e esquemas de aplicação não só para edifícios (FUJITA, 1993 e VULCANO, 1993), mas também para pontes (KAWASHIMA e UNJOH, 1994), teatros (SETAREH e HANSON, 1992), etc.; excitados não só por sismos e vento, mas também por pessoas, máquinas e tráfego. Estudos experimentais também estão sendo feitos para verificar a eficiência dos sistemas existentes (XU et al., 1992a).

No Brasil, as pesquisas na área ainda são de cunho básico e existem poucas aplicações em estruturas reais. A importância do tema no Brasil, como em todo o mundo, não se resume a estruturas alteadas mas também a pontes, academias de ginástica e grandes estruturas em geral, como estádios de futebol onde as vibrações induzidas por pessoas causam desconforto às mesmas. Quando o problema das altas amplitudes não é de ordem estrutural pode ser de ordem psicológica, podendo levar os ocupantes da estrutura ao pânico.

1.2 Tema e Justificativa do Trabalho

O tema proposto para o trabalho é o estudo do 'Uso de Osciladores Passivos Sintonizados no Controle de Vibrações de Estruturas sujeitas a Excitações Aleatórias'.

O tema é de relevância no Brasil pois, como esclarece o item anterior, há uma tendência mundial na construção de estruturas esbeltas e leves. Estas estruturas certamente são mais sensíveis a vibrações e o uso de sistemas de controle de vibrações em alguns casos torna-se indispensável.

Existem dúvidas com relação a eficiência dos sistemas em uso, principalmente no que se refere a esquemas de aplicação dos mesmos. Discute-se, por exemplo, se as grandes dimensões dos AMS's inviabilizariam a sua aplicação. Para solucionar este problema propõe-se neste trabalho a aplicação de multi-osciladores de massa sintonizada.

Na realidade todos os carregamentos que atuam em estruturas são aleatórios, seja com uma pequena ou grande variabilidade. Portanto para a determinação de uma resposta

mais precisa das estruturas com sistemas de controle deve ser adotada tal característica dos carregamentos. Além disto algumas estruturas esbeltas podem estar sujeitas a carregamentos com grande variabilidade, como é o caso do vento, obrigando a consideração da mesma no estudo.

1.3 Objetivos do Trabalho

Os objetivos gerais do trabalho são:

- Apresentar um 'overview' dos sistemas de controle de vibrações em estruturas civis, especialmente os sistemas passivos.
- Identificar os sistemas de aplicação potencial no Brasil.
- Contribuir para o desenvolvimento da pesquisa na área.

Os objetivos específicos do trabalho são:

- Propor um método numérico de cálculo de estruturas sujeitas a excitações aleatórias com osciladores passivos sintonizados instalados.
- Propor uma equação para a redução do número de graus de liberdade de sistemas com osciladores passivos sintonizados e aplicar esta equação em casos simples.
- Fazer estudos paramétricos dos AMS's e MMS's e determinar os seus parâmetros ótimos.
- Concluir acerca da eficiência e robustez dos dois sistemas.
- Propor a aplicação dos MMS's como solução econômica, eficiente, robusta e fácil de instalar, bem como procedimentos de projeto.
- Verificar o método numérico proposto, através da análise experimental de um modelo reduzido com um AMS instalado.

1.4 Delimitações do Trabalho

No desenvolvimento do trabalho são discutidas suas delimitações que são resumidas a seguir:

- Estruturas lineares sujeitas a excitações aleatórias estacionárias.
- Osciladores passivos sintonizados compostos por sistemas individuais de um grau de liberdade com movimento unidirecional.
- Hipótese de amortecimento viscoso da estrutura.
- MMS's ligados em paralelo com a estrutura principal.

1.5 Estruturação do Trabalho

Este trabalho está estruturado da forma descrita a seguir.

No capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica dos problemas ocasionados por vibrações excessivas em estruturas e meios de controle, com ênfase nos sistemas de controle de vibrações, especialmente os AMS's e MMS's passivos. Também são introduzidos os conceitos básicos utilizados nos demais capítulos.

No capítulo 3 é desenvolvido o método numérico proposto. São deduzidas as equações de movimento, através do Método de Síntese das Componentes Modais (MSCM), a matriz de transferência complexa do sistema e as equações para o cálculo da resposta no domínio da frequência de sistemas equipados com osciladores passivos sintonizados sujeitos a excitações aleatórias estacionárias. Inicialmente as equações são deduzidas considerando-se o caso mais geral, incluindo os modos estáticos, apresentado no capítulo 2. Em seguida as equações são particularizadas para os casos de não se considerar os modos estáticos e para estruturas sem osciladores instalados. Em seguida é feita a dedução da equação para a redução do número de graus de liberdade de sistemas com N graus de liberdade equipados com osciladores.

No capítulo 4 é apresentado o programa CMS.FOR, que calcula a resposta de estruturas equipadas com osciladores passivos sintonizados a partir das equações deduzidas no capítulo 3. O fluxograma do programa é apresentado e são detalhados os procedimentos auxiliares utilizados.

No capítulo 5 são feitos estudos paramétricos dos AMS's para três tipos de excitação, a partir da estrutura base de uma torre com 120 m de altura. É discutida a eficiência e robustez do sistema.

No capítulo 6 são feitos estudos paramétricos dos MMS's para as mesmas excitações e estrutura base do capítulo 5. É discutida a eficiência e robustez do sistema em comparação com os AMS's. É proposto um procedimento de projeto dos MMS's baseado em um critério de eficiência e robustez.

No capítulo 7 é feito um estudo numérico-experimental para verificar o método numérico proposto. Este estudo compara as respostas experimentais de um modelo reduzido de uma torre com 120 m de altura com um AMS acoplado com as obtidas numericamente.

No capítulo 8 são apresentadas as conclusões do trabalho e no capítulo 9 são sugeridos vários estudos futuros no assunto.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Problemas de vibrações em estruturas, comprometendo a segurança estrutural ou o conforto de seus ocupantes, são cada vez mais comuns, isto é, devido a altura crescente das edificações, aumento da resistência dos materiais, redução da massa, etc. as estruturas têm se tornado mais susceptíveis a vibrações. A diminuição das amplitudes de vibração, segundo DEN HARTOG (1947), pode ser conseguida de três maneiras distintas: suprimindo ou reduzindo as forças excitadoras, alterando as características físicas da estrutura ou instalando sistemas de controle.

2.1 Confiabilidade Estrutural

Em termos de confiabilidade estrutural, as vibrações induzidas em estruturas por ações externas podem levar à ultrapassagem de estados limites de resistência ou de estados limites de utilização. Em qualquer caso a adoção de meios para diminuir as amplitudes de vibração em estruturas, com baixo amortecimento ou frequências naturais dentro da faixa de variação da frequência predominante da excitação, constitui uma das alternativas para o aumento da confiabilidade estrutural.

Por outro lado, medidas para conseguir tal objetivo podem ter um caráter preventivo ou curativo. O caráter preventivo diz respeito a escolha das características para a melhoria do desempenho, do ponto de vista dinâmico, por exemplo na etapa de projeto e execução da estrutura. O caráter curativo diz respeito a modificações resultantes da iminência ou ocorrência de falha.

Com caráter preventivo pode-se, assim, projetar uma estrutura, por exemplo, com características geométricas favoráveis para reduzir as forças excitadoras ou já previstas de sistemas de controle, podendo-se obter economia na construção. Tal economia é possível porque a adoção de tais modificações pode permitir o projeto de uma estrutura mais esbelta, leve e com níveis de vibração reduzidos e portanto com elementos estruturais com dimensões reduzidas. Existem muitas estruturas projetadas seguindo este procedimento. Como exemplos clássicos pode-se citar o World Trade Center (FELD, 1971), em Nova Iorque, onde foram instalados amortecedores viscoelásticos e a Torre CN (KWOK e

SAMALI, 1995), em Toronto, onde foram instalados amortecedores de massa sintonizada na antena.

O caráter curativo vem sendo adotado largamente na atualidade para a solução de problemas dinâmicos. A desvantagem é a maior limitação das modificações que podem ser feitas visto que a estrutura já está construída. A tab. 2.1 mostra vários exemplos de estudos de casos realizados por BACHMANN e AMMANN (1987) e BACHMANN (1992) e um estudo feito por SETAREH e HANSON (1992), onde foram adotados procedimentos curativos.

Um exemplo onde foram utilizados os procedimentos preventivo e curativo é o da Torre de Sidnei (WARGON, 1983; KWOK, 1983 e KWOK e MACDONALD, 1990), na Austrália. Mesmo sendo projetado um amortecedor de massa sintonizada no topo para o controle do primeiro modo de vibração, foi necessária a instalação de outro amortecedor intermediário para o controle do segundo modo, depois que a estrutura estava construída, devido a falha com relação ao conforto humano no topo da torre.

2.2 Desconforto Humano

O movimento de pessoas pode gerar carregamentos dinâmicos que podem ser aproximadamente periódicos, como correr, dançar e andar, ou transientes, como pular de uma plataforma de mergulho (BACHMANN e AMMANN, 1987). Estes carregamentos podem causar danos estruturais, desconforto humano ou barulho excessivo, isto é, levar a estrutura à ultrapassagem dos estados limites de resistência ou de utilização, como indicado no item 2.1.

O desconforto humano também pode resultar de outros carregamentos como a ação do vento em estruturas alteadas. JEARY et al. (1988) testaram a percepção de vibrações em um edifício alto e recomendam que pesquisas sejam conduzidas para melhor conhecimento do fenômeno em estruturas alteadas, sublinhando que o estudo do desconforto humano em tais estruturas não está completamente desenvolvido.

Os problemas de vibrações de estruturas sujeitas a carregamentos devido a pessoas em movimento vêm crescendo nos últimos anos. Existe uma tendência na melhor caracterização do carregamento dinâmico devido a pessoas para assim poder melhor avaliar os seus efeitos e controlá-los, especialmente no Canadá (SETAREH e HANSON, 1992). No Brasil, pesquisas estão sendo feitas na área para permitir futuras normalizações dos carregamentos devido a pessoas em movimento (RIERA e TAMAGNA, 1991 e ROITMAN et al., 1995).

O controle das vibrações induzidas por pessoas pode também ser obtido através de medidas de caráter preventivo ou curativo. A grande maioria dos casos da atualidade corresponde a última situação, talvez por uma falta de conhecimento prévio dos efeitos dinâmicos dos carregamentos. A tab. 2.1 mostra alguns problemas e soluções adotadas em estruturas sujeitas a carregamentos devido a pessoas em movimento.

No Brasil têm ocorrido vários problemas de desconforto humano em estruturas civis. BATISTA et al. (1991) estudaram os problemas ocorridos no estádio de futebol Maracanã, no Rio de Janeiro, e proporam a instalação de AMS's como solução definitiva. Por exigências de rapidez na execução, devido a realização próxima de um concerto de rock, foi

Tabela 2.1: Alguns estudos de caso de problemas de vibrações induzidas por pessoas

Estrutura	Frequência Natural(Hz)	Problema	Solução
Ponte para pedestres	1.92	conforto	recomendado o uso de AMS
Ponte para pedestres	2	conforto	vãos alterados
Ponte para pedestres	2.3	conforto	junção com uma ponte adjacente para veículos
Ponte para pedestres	4	conforto	-
Ponte para pedestres	1.1 (lateral)	conforto	AMS
Ginásio	4.9	conforto e risco de deterioração por fadiga	vigas enrijecidas
Ginásio	5.2	conforto e segurança	estrutura de aço de suporte
Academia num edifício alto	10*	conforto (vibrações sentidas também em outros andares)	-
Academia adjacente a uma arquibancada	2.4	conforto e altos níveis de tensão	modificação no projeto e enrijecimento da estrutura
Sala de concertos sem acentos fixos	4.3	conforto e altos níveis de tensão	-
Sala de concertos com acentos fixos	2.4	conforto e segurança	AMS e restrição do uso
Plataforma de mergulho com vibração torsional	-	conforto	aumento da rigidez à torção
Plataforma de mergulho	2.8	conforto e segurança	AMS
Plataforma de mergulho	2.12, 2.45 (lateral), 2.37(torção)	conforto	modificações estruturais
Plataforma de mergulho	-	conforto	demolição
Edifício industrial (3 and.)	5.85	conforto	adição de novas colunas
Pavilhão de exposições	6.2	conforto	AMS
Teatro ao ar livre	2.5	conforto	adição de novas colunas
Teatro com acentos fixos**	2.55,3.68, 4.14	conforto	AMS

NOTA: *10 Hz é a frequência fundamental dos pisos, mas estes vibraram principalmente na frequência de 4.4 Hz, que coincide com a frequência fundamental dos pilares.

Fontes: BACHMANN (1992), BACHMANN e AMMANN (1987) e
 **SETAREH;HANSON(1992)

adotada uma solução provisória para o problema, que consistiu na instalação de colunas metálicas instaladas sob os consolos das arquibancadas.

RUBIO (1992) determinou experimentalmente as características dinâmicas do estádio Olímpico, em Porto Alegre, e comparou com medidas realizadas em loco e modelos numéricos. Estes estudos foram motivados pelos problemas de desconforto humano detectados no estádio, que foram parcialmente resolvidos com a adoção de várias medidas preventivas, como a retirada de um placar instalado na cobertura da arquibancada superior e a colocação de cadeiras nestas arquibancadas.

As acelerações resultantes do carregamento devido a pessoas em movimento também causaram problemas em salões de festa em Porto Alegre. Estes foram analisados experimentalmente e numericamente pelo LDEC-UFRGS, que propôs a instalação de amortecedores passivos numa das estruturas (UFRGS-LDEC Relatório 95/1), embora ressalte que esta medida pode ser questionada devido ao uso não muito frequente do salão.

Recentemente, foi feito um estudo da resposta dinâmica do estádio do Morumbi, em São Paulo, chegando-se a conclusão, a partir de estudos experimentais com um excitador mecânico de vibrações, que, apesar do reforço executado anteriormente, a estrutura do estádio ainda teria problemas de vibrações excessivas devido ao carregamento de pessoas em movimento se o anel superior de arquibancadas estiver lotado. Como uma das possíveis soluções também é sugerido o uso de AMS's (JULIANI e BECOCCI, 1996).

2.3 Supressão ou Redução das Forças Excitadoras

A supressão ou redução das forças excitadoras, entendendo-se o termo como eliminação ou diminuição dos efeitos das forças externas, envolve a mudança da forma, restrição ao uso da estrutura ou a aplicação de dispositivos de isolamento para o controle das vibrações das estruturas.

A mudança da forma pode ser conseguida através de modificações na geometria da própria estrutura ou introduzindo elementos externos. Algumas vezes isto não é possível, como no caso de lajes, principalmente quando a estrutura já está construída. KEANE e BRIGHT (1996) sugerem a adoção de geometrias não usuais para o controle de vibrações, a partir da comparação do comportamento de uma treliça e seu respectivo modelo otimizado geometricamente para tal fim.

A mudança da forma é aplicável principalmente no caso de estruturas excitadas pelo vento. O projeto de estruturas alteadas afiladas (aerodinâmicas) ou a introdução de elementos que alteram as linhas de fluxo ao seu redor são as opções mais utilizadas.

Em estruturas cilíndricas circulares são usadas principalmente luvas perfuradas, luvas de lâminas longitudinais ou helicoidais como elementos externos para a supressão dos vórtices desprendidos pelo vento. ZDRAVKOVICH (1981) fez uma revisão e classificação da maioria dos meios aerodinâmicos e hidrodinâmicos para a supressão dos desprendimentos de vórtices e WONG e KOKKALIS (1982) fizeram um estudo comparativo dos três meios citados. BLESSMANN (1990) apresenta uma revisão dos três meios citados, apresentando indicações de projeto e vantagens e desvantagens dos mesmos. O uso de tais elementos apresenta às vezes contradições pois em contrapartida há um aumento do coeficiente de arrasto.

Para estruturas alteadas retangulares, OGAWA (1988) propõe o uso de placas de seção arredondada colocada nos cantos vivos para a supressão das vibrações por desprendimento de vórtices, galope e torsional.

As restrições ao uso podem ser inviáveis em alguns casos. No caso de pontes as restrições ao tráfego poderiam dificultar o escoamento de veículos de uma região para outra, podendo implicar em alto ônus financeiro. Em estádios de futebol as restrições são indesejáveis devido aos altos ônus financeiros e psicológicos envolvidos.

Na atualidade, os dispositivos de isolamento são principalmente aplicados na supressão ou redução das excitações sísmicas nas estruturas, embora a idéia possa ser usada para outros tipos de excitação.

2.4 Mudança das Características Físicas da Estrutura

A mudança das características físicas compreende a variação da rigidez, massa ou amortecimento, que são as características definidoras do comportamento dinâmico da estrutura.

VICKERY et al.(1983) analisaram o papel de cada característica na redução dos efeitos do vento em estruturas e chegaram a conclusão que a única variação que é benéfica em todos os casos estudados é o aumento do amortecimento. Tal afirmação, porém, somente é válida na ausência de forças circulatórias ou giroscópicas. O aumento da rigidez pode ser desvantajoso apenas nas vibrações por desprendimento de vórtices. O papel do aumento da massa não é bem definido, podendo ser benéfico em alguns casos ou maléfico em outros. São levadas em consideração no estudo as vibrações longitudinais devido a turbulência, as vibrações transversais devido a turbulência e ao desprendimento de vórtices e a instabilidade por galope.

Geralmente um aumento no amortecimento ou um aumento na rigidez ou uma diminuição da massa seria vantajoso, se estas características fossem independentes. Mas alterações na massa podem alterar a rigidez e alterações na rigidez, como no caso de dano estruturais, podem alterar o amortecimento, deixando a situação indefinida em alguns casos. Portanto pode-se dizer apenas que um aumento no amortecimento é usualmente benéfico.

Alguns conceitos modernos de mudança das características físicas da estrutura vem sendo propostos. FENG e MITA (1995) propõem um modelo inovador para reduzir as vibrações induzidas pelo vento ou sismos em edifícios altos. O sistema se baseia na configuração de mega-subestrutura, onde as subestruturas contidas na megaestrutura funcionariam como amortecedores, ou seja, uma parte da própria estrutura, menos rígida e com mais alto amortecimento (características dos AMS's), absorveria as vibrações. A princípio pode-se chegar a conclusão que esta parte da estrutura teria vibrações excessivas, apenas transferindo o problema de um lugar para outro, mas a subestrutura teria um amortecimento mais alto e não seria muito flexível. Portanto a estrutura principal teria que ser muito rígida para se conseguir resultados satisfatórios. Aproveitando a idéia pode-se definir como subestrutura absorvedora de vibrações uma parte da estrutura que não apresente problemas se houver grandes vibrações, como por exemplo a laje de cobertura

ou o reservatório superior, eliminando a exigência de alta rigidez da estrutura principal.

O conceito de estrutura dinamicamente inteligente, proposto por KOBORI (1990) citado por NEMIR et al. (1994), onde a rigidez da estrutura seria mudada 'on line' de modo que as frequências naturais não coincidam com as frequências dominantes da excitação, é uma opção moderna que pode ser usada, embora geralmente necessite de energia externa. NEMIR et al. (1994) propõem um esquema semi-ativo (ver seção 2.5) de mudança 'on line' de rigidez da estrutura de modo a mudar a distribuição modal de energia do sistema, transferindo energia dos mais baixos modos para os mais altos, que têm uma taxa elevada de remoção de energia via amortecimento viscoso.

É claro que as mudanças nas características físicas das estruturas geralmente só são possíveis quando se adota o procedimento preventivo para o controle de vibrações. Muitas vezes esta alternativa também é anti-econômica.

2.5 Sistemas de Controle de Vibrações

Nas últimas duas décadas o estudo e aplicações de sistemas de controle de vibrações têm experimentado uma grande expansão. O uso destes sistemas resulta da necessidade de uma alternativa aplicável quando as opções anteriormente discutidas são anti-econômicas, ineficazes ou inviáveis. A escolha de um determinado sistema é governada por diversos fatores, entre os quais: eficiência, compacidade, peso, custos de instalação e manutenção e segurança. BACHMANN (1992) em seus estudos de caso (tab. 2.1) chegou a conclusão que uma alternativa econômica e eficaz é a aplicação de AMS's e cita um exemplo onde os custos de enrijecimento da estrutura seriam os mesmos que o da reconstrução.

O estudo dos sistemas evolui muito rapidamente devido as intensas pesquisas no assunto e novos sistemas são propostos a cada momento, como acoplar dois edifícios (GURLEY et al., 1994), usar uma massa com amortecimento seco (LARSON e FAFITIS, 1995) e usar redes neurais para o controle ativo (MA e SINHA, 1996).

Os sistemas absorvedores podem ser passivos, ativos ou semi-ativos. Segundo a classificação dada por NEMIR et al. (1994), os sistemas passivos não requerem informações sobre o comportamento da estrutura e energia externa, os sistemas ativos requerem informações e energia externa e os sistemas semi-ativos requerem informações mas não energia externa.

Os sistemas ativos têm merecido destaque nas pesquisas atuais por serem em princípio mais eficientes do que os passivos. Mas a introdução de energia externa onera sua aplicação e pode haver amplificação das vibrações da estrutura quando algum problema operacional ocorre. Para contornar estes problemas têm sido propostos sistemas chamados 'hybrid mass dampers' (FUJITA, 1993 e TAMURA, 1993), que podem funcionar ativamente e passivamente. Com o uso de sistemas passivos conseguem-se eficiências comparáveis aos ativos com um custo a priori muito menor.

Os AMS's, estudados na seção 2.6, baseiam-se na transferência da vibração da estrutura para uma massa sintonizada em uma de suas frequências naturais. A energia é dissipada por amortecedores acoplados à massa.

Os ALS's são análogos aos AMS's sendo que a massa é substituída por um líquido.

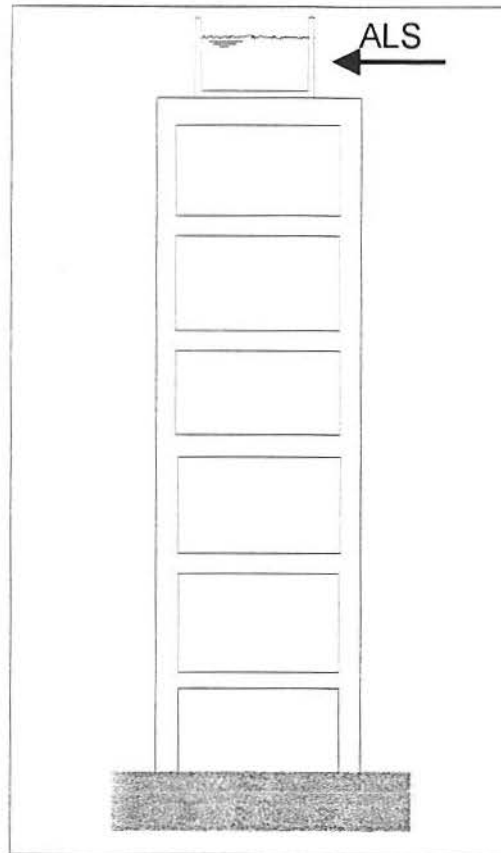


Figura 2.1: Amortecedor de Líquido Sintonizado

O atrito entre o movimento do líquido e o reservatório que o contém, fricção intrínseca do líquido, colisão de partículas, etc, dissipam a energia. As vantagens dos ALS's, segundo TAMURA et al. (1995), são: baixo custo inicial, facilidade de manutenção, facilidade de sintonização, amplitude de vibração ilimitada e aplicabilidade em edifícios existentes. Existem variações dos ALS's, embora com as mesmas características básicas, entre eles os amortecedores de coluna líquida sintonizada (BALENDRA et al., 1995) e os 'nutations dampers' (MODI et al., 1995). Os ALS's têm sido aplicados largamente, por exemplo na torre do aeroporto de Nagasaki, no Japão, e na Torre Mount Wellington Broadcasting, na Austrália (HOLMES, 1995). A figura 2.1 mostra uma ilustração de um ALS aplicado no topo de um edifício e sugere que o reservatório superior de edifícios pode controlar vibrações. Esta observação necessita constatação e estudos.

Os AV's são projetados para que parte da energia de vibração seja convertida em calor através de elementos viscoelásticos. A figura 2.2 mostra um esquema típico do amortecedor viscoelástico. Note que os elementos viscoelásticos trabalham fundamentalmente em cisalhamento. O AV é um dos sistemas de controle de vibrações mais estudados, tanto em seu comportamento (MAHMOODI, 1969; CHANG et al., 1992 e HERR e SCHMIDT, 1996) como em aplicações (TSAI e LEE, 1993 e SAMALI e KWOK, 1995). Talvez a primeira estrutura a adotar os AV's foi o World Trade Center (FELD, 1971), em Nova Iorque, onde foram usados cerca de 20000 elementos viscoelásticos e depois provavelmente o edifício Columbia Sea First, em Seattle (SAMALI e KWOK, 1995). Segundo CHANG et al. (1992), a uma temperatura de 25°C a eficiência dos AV's pode

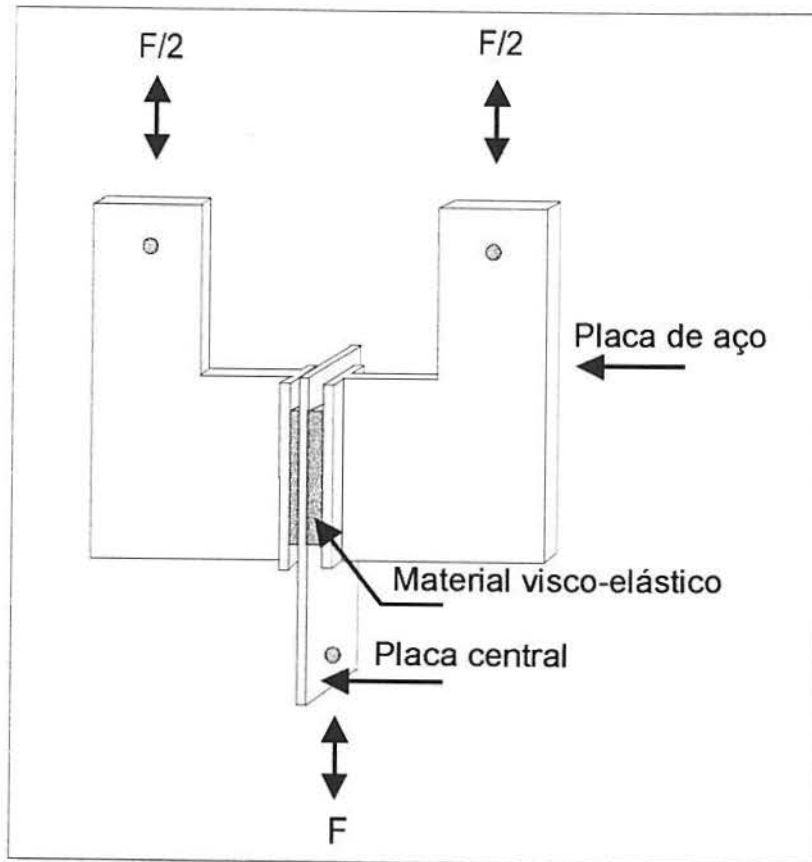


Figura 2.2: Amortecedor Viscoelástico

chegar a 80% e a $42^{\circ}C$ não ultrapassa 40%. Devido a este efeito a aplicação dos AV's pode ser questionada com relação a eficiência conseguida com outros sistemas, principalmente em países tropicais como é o caso do Brasil. Outras desvantagens dos AV's são o alto número de elementos viscoelásticos necessários e a dificuldade de aplicação em edifícios existentes.

O giróscopo é um sistema de controle ativo, baseado no efeito estabilizador do movimento giratório de corpos rígidos ao redor de um ou vários eixos. A figura 2.3 mostra um esquema típico do sistema, o anel NN gira em torno do eixo O_1O_1 e o disco G gira em torno do eixo OO. O sistema é incondicionalmente estável se o centro de gravidade do giróscopo está abaixo do eixo O_1O_1 e instável em caso contrário. Combinando adequadamente as rotações em torno dos eixos citados, pode-se introduzir forças giroscópicas no sistema, que podem ser controladas externamente através da velocidade de rotação. Uma de suas aplicações é na estabilização de trajetórias de torpedos (TIMOSHENKO e YOUNG, 1971). Não há referências de aplicações em estruturas civis. Em futuras aplicações em edifícios pode-se dizer que obteria-se maior eficiência se a frequência do giróscopo fosse pequena ou o amortecimento do giróscopo ou velocidade de rotação fossem grandes¹. A exigência de energia externa é talvez a maior desvantagem do sistema. Este problema poderia ser contornado usando-se o vento como energia externa para estruturas excitadas pelo vento. Assim a velocidade de rotação seria maior em ventos fortes,

¹Paixão, R. F. (CT-UFPB). Comunicação Pessoal, 1996

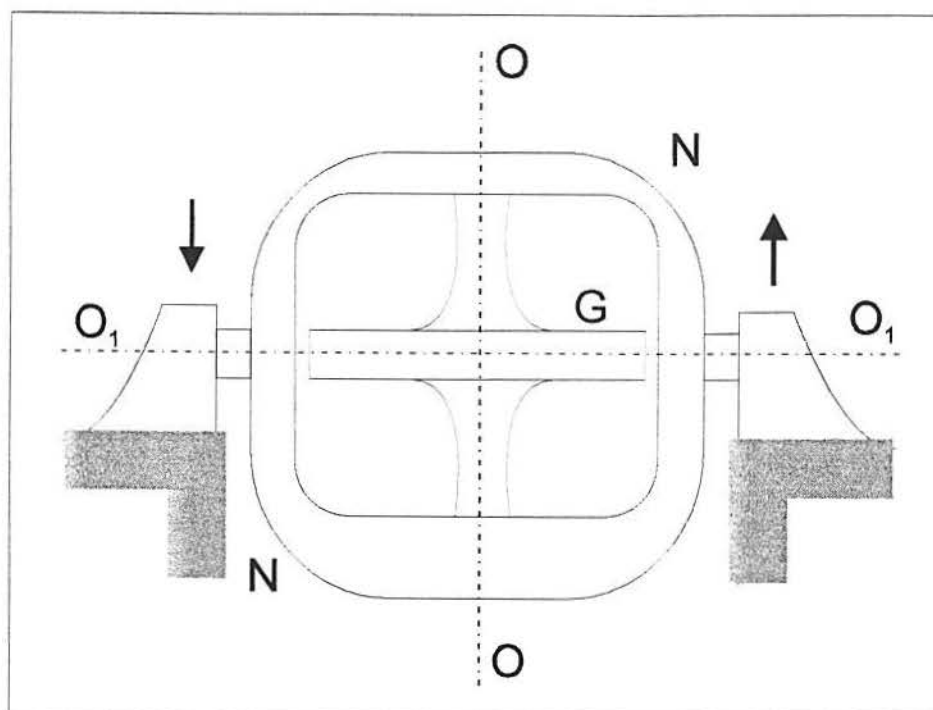


Figura 2.3: Giróscopo

obtendo-se maior eficiência quando as amplitudes de vibração da estrutura tornar-se-iam maiores.

Os multi-osciladores são sistemas de controle formados por uma composição de n sistemas individuais, com parâmetros semelhantes. Assim os MMS's, estudados na seção 2.7, são formados por n AMS's e os MLS's, propostos por FUJINO e SUN (1993), são formados por n ALS's com parâmetros semelhantes. Geralmente as diferenças entre os sistemas individuais se resumem a uma pequena faixa de variação das frequências naturais ou uma variação na massa. No caso dos MLS's, FUJINO e SUN (1993) chegaram a conclusão que, com uma adequada banda de frequências, consegue-se eficiências um pouco maiores, com amortecimentos menores, do que a dos ALS's, e que os MLS's não perdem significativamente sua eficiência quando não estão perfeitamente sintonizados. O uso de um ou vários sistemas individuais sintonizados em várias frequências naturais da estrutura não é incluído na definição dos multi-osciladores, podendo ser dado o nome de amortecedores multi-modais. KOH et al. (1995) propõem o uso de amortecedores de líquido sintonizado multi-modais.

2.6 Amortecedor de Massa Sintonizada (AMS)

Os AMS's são sistemas de controle de vibrações compostos esquematicamente por uma massa, uma mola e um amortecedor, sintonizados em uma das frequências naturais (frequência natural próxima) e acoplados com uma estrutura. A figura 2.4 mostra um esquema de um AMS passivo aplicado a um sistema principal de um grau de liberdade.

Desde a década de 70, quando surgiram as primeiras aplicações, é o sistema de controle mais estudado. A primeira análise analítica, para um sistema principal de um

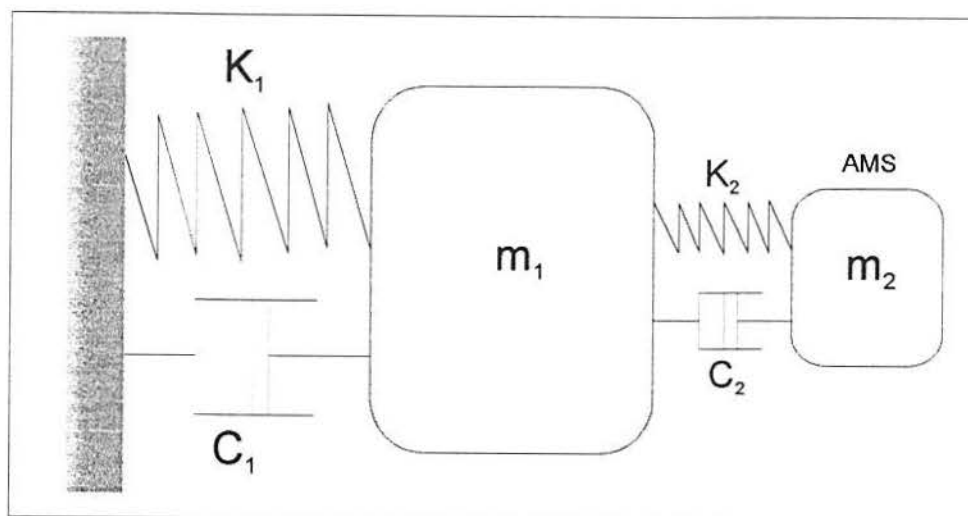


Figura 2.4: Amortecedor de Massa Sintonizada

grau de liberdade não amortecido, foi feita por ORMONDROYD; DEN HARTOG (1928) citado por JACQUOT (1978), sendo complementada por BROCK (1946), que encontrou o amortecimento viscoso ótimo do sistema. Um tratamento analítico completo do sistema para uma excitação harmônica é dado por DEN HARTOG (1947).

O princípio de funcionamento do sistema se baseia na verificação analítica e experimental da transferência de energia de um sistema excitado externamente para outro não excitado acoplado ao primeiro (AMS). DEN HARTOG (1947) mostra que, para sistemas de um grau de liberdade não amortecidos, a amplitude de vibração do sistema excitado (sistema principal) é nula quando a frequência da excitação se iguala a frequência do AMS, indicando que toda a energia do sistema foi transferida para o AMS. Como o interesse maior num sistema de controle de vibrações reside no fato de reduzir a amplitude de sistemas em ressonância (frequências naturais iguais ou próxima das frequências predominantes da excitação), segue-se que o AMS deve estar sintonizado com o sistema principal.

É importante notar que, como resultado da transferência da energia, os AMS's podem apresentar grandes deslocamentos relativos, necessitando de um espaço suficiente para permitir tais movimentos, o que às vezes não é possível. Cuidados também devem ser tomados na verificação à fadiga do elemento que funciona como mola (rigidez K_2 na figura 2.4).

DEN HARTOG (1947) mostra que existem determinados valores da frequência, próximos a frequência natural do sistema principal quando a massa do AMS é pequena com relação a este, e amortecimento viscoso, maior do que o amortecimento do sistema principal, dos AMS's que tornam mínimo o deslocamento do sistema principal (parâmetros ótimos). É indicado no estudo que quanto maior a massa do AMS menor será a resposta do sistema principal.

Segundo DEN HARTOG (1947) a razão de frequências ótima r_{opt} (razão entre a frequência do AMS e a frequência do sistema principal) para um AMS amortecido, acoplado a um sistema principal de um grau de liberdade não amortecido submetido a uma excitação harmônica, é dada pela eq. 2.1. Segundo BROCK (1946) a razão de amortecimento crítico viscoso ótimo ζ_{2ot} é dada pela eq. 2.2. Estas equações foram deduzidas através da observação da existência de dois pontos fixos por onde passam todas

as funções de transferência do sistema quando se varia o parâmetro ζ_2 . Isto não ocorre quando o sistema principal é amortecido mas as equações podem dar uma primeira aproximação para sistemas fracamente amortecidos.

$$r_{ot} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (2.1)$$

$$\zeta_{2ot} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (2.2)$$

onde:

μ -razão de massa (razão entre a massa do AMS e do sistema principal)

WARBURTON (1982) deduziu várias expressões para o cálculo dos parâmetros ótimos para excitações harmônicas e com densidade espectral de potência constante (ruído branco), para sistemas principais não amortecidos de um grau de liberdade. Para um ruído branco como excitação e o deslocamento sendo minimizado, WARBURTON (1982) chegou as seguintes expressões:

$$r_{ot} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\mu}{2}}}{1 + \mu} \quad (2.3)$$

$$\zeta_{2ot} = \sqrt{\frac{\mu(1 + \frac{3\mu}{4})}{4(1 + \mu)(1 + \frac{\mu}{2})}} \quad (2.4)$$

Para sistemas principais amortecidos, IOI e IKEDA (1978) desenvolveram fórmulas empíricas para a avaliação dos parâmetros ótimos para forças harmônicas, que têm um erro de menos de 1% para razões de massa e razão de amortecimento crítico do sistema principal variando entre 0.03 a 0.40 e 0.00 a 0.15, respectivamente.

JACQUOT (1978) propõe a redução de barras trabalhando à flexão a um grau de liberdade para projetar os AMS's. Assim pode-se aplicar diretamente as fórmulas dadas na literatura ou simplificar o projeto dos AMS's. WARBURTON e AYORINDE (1980) e AYORINDE e WARBURTON (1980) propõem a generalização da idéia de JACQUOT (1978) para outros sistemas de N graus de liberdade através da introdução do conceito de massa efetiva (ver capítulo 3) e da representação da resposta pelo seu modo relevante. É demonstrado que esta aproximação só dá bons resultados se as frequências naturais dos outros modos de vibração não são próximas da frequência do modo tomado como relevante ($\omega_2/\omega_1 \geq 2$) e a presença do AMS não altera significativamente a forma do modo (μ pequeno).

SETAREH (1990) chegou a conclusão que se $\omega_2/\omega_1 \geq 1.5$ e $\mu < 0.05$ a redução do sistema a um grau de liberdade resulta em menos do que 5% de erro na resposta e avaliação dos parâmetros ótimos. ABÉ e IGUSA (1995) mostram que a pequena influência dos outros modos pode ser eliminada apenas com o uso apropriado de vários AMS's em diferentes pontos. Também é demonstrado que, quando existem p frequências próximas, o uso de ao menos p AMS's em diferentes pontos são necessários para controlar a resposta e

que existe uma condição analítica para a localização dos AMS's, que desacopla a resposta do sistema em p sistemas de um grau de liberdade com respectivos AMS's.

Pode-se definir um amortecimento efetivo, introduzido pelo AMS, como o amortecimento do sistema principal que daria a mesma resposta do sistema acoplado ao AMS. Este conceito foi inicialmente proposto por MACNAMARA (1977). LUFT (1979) propõe expressões simples para o cálculo do amortecimento efetivo para sistemas com um grau de liberdade não amortecidos e para sistemas de N graus de liberdade amortecidos, representativos de edifícios, que podem ser generalizadas como:

$$\zeta_e = c_1 \frac{\sqrt{\mu}}{4} + c_2 \zeta_1 > \zeta_1 \quad (2.5)$$

onde:

c_1 - coeficiente adimensional (valor característico: 1.00)

c_2 - coeficiente adimensional

ζ_1 - razão de amortecimento crítico do sistema principal

Muitos estudos experimentais têm sido feitos para a verificação do comportamento dos AMS's, principalmente em estruturas excitadas pelo vento. XU et al. (1992a,b,c e d) estudaram os efeitos dos AMS's na redução das vibrações longitudinais, transversais e torsionais devidas ao vento em estruturas esbeltas através de ensaios em túnel de vento e modelos numéricos, demonstrando a sua efetividade.

Estudos experimentais em estruturas reais também têm sido feitos. KWOK (1983) e KWOK e MACDONALD (1990) estudaram o comportamento dinâmico da torre de Sidney, que tem dois AMS's instalados, e SETAREH (1990) projetou um sistema de controle para um teatro com assentos fixos usando AMS's e verificou experimentalmente o seu comportamento na estrutura real. SHIMAZU e ARAKI (1996) chegaram a conclusão em seu estudo com estruturas reais que a eficiência dos AMS's passivos pode variar de 30 a 60% e dos ativos de 50 a 80%.

Recentemente a robustez dos AMS's, entendida como a ausência de sensibilidade do sistema a variações nas características do sistema principal e de seus parâmetros, têm sido questionada. SETAREH (1990) chegou a conclusão que a variação na frequência dos AMS's com relação ao valor ótimo pode diminuir a eficiência do sistema, bem como a variação no amortecimento, embora um correspondente aumento no amortecimento diminua a eficiência com menos intensidade. Também é demonstrado que uma diminuição no amortecimento ou massa do sistema principal também diminui a eficiência. JENSEN et al. (1992) mostram que a consideração das propriedades do sistema principal como variáveis aleatórias com coeficientes de variação consideráveis têm um efeito significativo na eficiência dos AMS's.

Os AMS's podem ser ativos, passivos ou híbridos. Todos têm sido largamente utilizados e estudados para vários tipos de estruturas. A tab. 2.2 mostra algumas estruturas alteadas onde os AMS's foram instalados, além das características principais da estrutura e do AMS e a redução na aceleração conseguida. Na tab. 2.1 há exemplos onde a solução adotada foi o uso de AMS's.

Tabela 2.2: Alguns estruturas alteadas equipadas com AMS's

Estrutura	Cidade/ País	Características da Estrutura	Alt. (m)	Freq. Natural (Hz)	Amort (%)	Tipo de AMS instalado	Data de inst. (aprox)	Razão massa modal (%)	Amort AMS (%)	Amort com AMS (%)	Rest. mov. AMS (m)	Red. na acel. (%)
ACT Tower	Hama- matsu Japão	Edif. de seção elipsoidal	212	0.21	-	Ativo/Pas. (2 pênd. ⁽¹⁾)	1994	0.60	-	-	1.50	40
CN Tower	Toronto Canadá	Torre de concreto e antena de aço	533	0.16/ 0.535 ⁽³⁾	0.5-1.0	Passivo (2 pênd. inst. na antena)	≈1974	-	-	-	-	-
Cristal Tower	Osaka Japão	Edif. de aço (seção retang.)	157	0.28/ 0.24	1.0	Passivo (pêndulos)	1990	1.30/ 2.50	12	-	0.25	50
Chifley Tower	Sidnei Austrá- lia	Edif. de aço	209	-	1.0	Passivo (1 pêndulo)	1993	2(mas. total)	-	3-5	0.91	-
Citicorp Center	Nova Iorque EUA		278	0.16	1.0	Passivo	1978	2	14	4	1.14	40-50
Chiba Port Tower	Chiba Japão	Torre de observ. de aço	125	0.43	0.5	Passivo	1986	0.9/ 1.3	-	7.3	1.00	50
C Office Tower	Tokyo Japão	-	130	0.34	-	Ativo	1993	0.7	-	-	1.00	-
Fukuoka Tower	Fukuoka Japão	Torre de aço (seção triang.)	151	0.32	0.6	Passivo	1989	1.5/ 1.3	12	4.5	1.10	30-40
Higashiyama Sky Tower	Nagoya Japão	-	134	0.48/ 0.54	0.5	Passivo (pênd. invert.)	1989	-	10	3	0.15	30-50
Huis Ten Bosch Domtoren	Nagasaki Japão	Torre de aço (seção retang.)	105	0.59	1-1.5	Passivo	1990	1.2	6	4	0.60	33-50
John Hancock Building	Boston EUA		60 pav.	0.14		Passivo (2)	1977					
Kyobashi Seiwa	Tokyo Japão	Edifício de aço	32.4 (9.5: 1)	1.065/ 1.85 ⁽²⁾	0.77/ 1.96 ⁽²⁾	Ativo (mass driver)	-	0.5	-	-	-	50-60
Kansai Intern. Airport	Osaka Japão	Estrutura de aço (seção retang.)	86	0.8	0.4	Ativo (2 pênd.)	1993	1.2	5	>7.1	0.30	50
Yokohama LandMark Tower	Yokoha- ma Japão	Edifício de concreto e aço (seção retang.)	296	0.185	0.8	Ativo/Pass. (2 pênd. ⁽¹⁾)	1993	0.65	-	12/2.4 (Ativo /Pas.)	1.70	50-60
ORC 200 Symbol Tower	Osaka Japão	Edifício de aço (seção retang.)	200	0.21	1.0/ 2.0 ⁽²⁾	Ativo/Pas (2)	1992	1.30	-	8.5/ 7.5 ⁽²⁾	1.00	50
Riverside Sumida Building	Tokyo Japão	Em construção em Nov./1995	133	0.24	-	Ativo(2, em uma dir.)	1994	-	-	-	-	66
Sydney Tower	Sidnei Austrá- lia	Torre de aço estaiada com cabos	305	0.1/ 0.5 ⁽³⁾	0.7/ 0.4 ⁽³⁾	Passivo (2 pênd.)	1980/ 1981	-	-	1.2/ 1.5 ⁽³⁾	0.15	40-50
Sendagaya INTES	Tokyo Japão	Edifício de aço	58	0.59/ 0.64 ⁽²⁾	2.8	Ativo(2)	1991	0.70	-	9.8	-	-

Fontes: ISYUMOV e BRIGNALL (1975), KWOK (1983), KWOK e SAMALI (1995) e HOLMES (1995)

⁽¹⁾ tipo multi-estágio⁽²⁾ à torção⁽³⁾ 2º modo

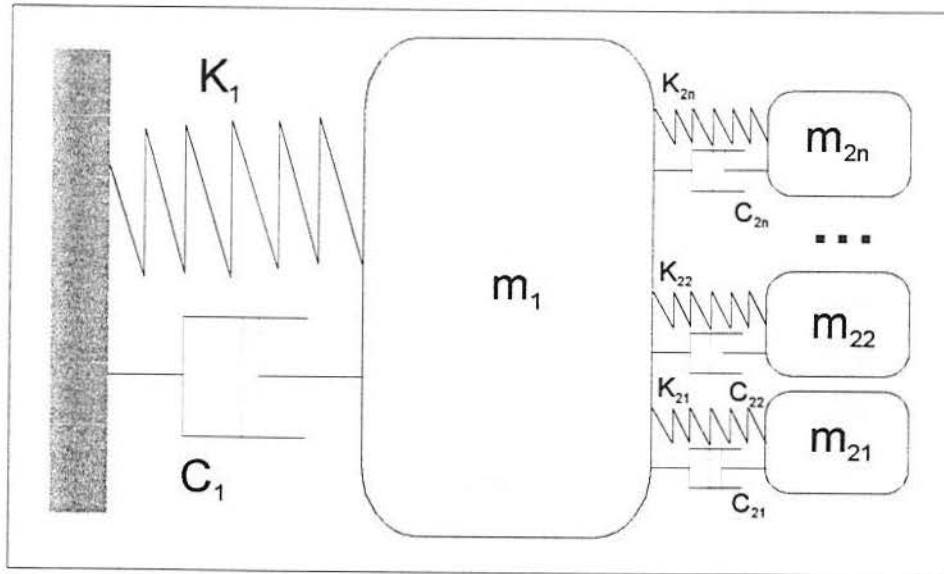


Figura 2.5: Multi-Oscilador de Massa Sintonizada

2.7 Multi-Oscilador de Massa Sintonizada(MMS)

Os MMS's foram propostos por XU e IGUSA (1992), que considerou N AMS's (subestruturas) com frequências naturais próximas e acoplados a um sistema principal de um grau de liberdade, como mostra a figura 2.5. O estudo dos MMS's resulta da necessidade de um sistema de controle de vibrações mais robusto, para contornar as desvantagens dos AMS's neste aspecto.

A princípio os MMS's podem estar acoplados com a estrutura principal em série ou paralelo. KORENEV e REZNIKOV (1993) estudam simplificadaamente o comportamento das duas configurações. Em geral as referências só tratam do esquema em paralelo, talvez pela maior dificuldade de análise e instalação do sistema em série.

XU e IGUSA (1992) mostram que os MMS's, quando o sistema principal está sujeito a excitações harmônicas ou ruído branco, são tão efetivos quanto os AMS's para a mesma razão de massa, exceto quando a razão de amortecimento dos amortecedores é pequena, caso em que os MMS's são mais eficientes. Em adição estes são mais insensíveis a mudanças na razão de frequência e de amortecimento dos amortecedores.

YAMAGUCHI e HARNPORNCHAI (1993) investigaram analiticamente as características fundamentais dos MMS's para excitações harmônicas. São feitas as hipóteses que a massa e razão de amortecimento dos AMS's são iguais, que a diferença entre a frequência natural do sistema principal e do AMS central é zero e que o espaçamento entre as frequências naturais dos AMS's é constante. E são investigados os efeitos da variação dos parâmetros dos MMS's. É concluído que existem parâmetros ótimos dos MMS's ($\Delta\omega_{2ot}$ e ζ_{2ot}) para um dado número e massa dos AMS's, que os MMS's ótimos são mais efetivos do que os AMS's, que os MMS's ótimos não são robustos tanto quanto os AMS's, que a robustez dos MMS's pode ser melhorada significativamente com uma banda de frequências um pouco maior do que a ótima sem perdas em eficiência com relação aos AMS's e que a banda de frequências é o parâmetro mais importante dos MMS's.

ABÉ e FUJINO (1994) defendem o uso dos MMS's, reafirmando que erros na

avaliação das frequências naturais das estruturas e na fabricação dos AMS's são inevitáveis, obrigando a se projetar AMS's com parâmetros não ótimos, aumentando o amortecimento ou a massa para prevenir a degradação do controle, onerando os custos. Também são propostas fórmulas para o projeto de MMS's quando a excitação é harmônica.

KAREEM e KLINE (1995) fizeram um estudo semelhante ao de YAMAGUCHI e HARNPORNCHAI (1993) para edifícios sob excitações aleatórias. São consideradas também variações no espaçamento das frequências e massas desiguais dos AMS's. É mostrado que a efetividade do sistema pode não ser seriamente comprometida se um ou mais amortecedores falharem e que a consideração do espaçamento das frequências e massas variáveis não apresenta nenhuma vantagem ou desvantagem sobre a consideração deste parâmetros constantes.

Todos os estudos considerados até o momento baseiam-se em sistemas principais de um grau de liberdade, como o mostrado na figura 2.5, pressupondo que as frequências dos outros modos não são próximas a frequência natural do modo tomado como relevante.

As referências acima citadas não mostram nenhuma aplicação dos MMS's em estruturas reais.

2.8 Métodos de Cálculo de Estruturas Equipadas com AMS's

Até a década de 70, o projeto dos AMS's era feito apenas considerando um modelo analítico de um grau de liberdade, sujeito a uma excitação idealizada como ruído branco, com um AMS acoplado (CURTIS e BOYKIN, 1961; JACQUOT e HOPPE, 1973 e MACNAMARA, 1977) e verificações experimentais (MACNAMARA, 1977). Inicialmente as aplicações dos AMS's se resumiam a estruturas alteadas. Talvez os primeiros a considerar um edifício de N graus de liberdade com um AMS acoplado foram WIRSCHING e CAMPBELL (1974), embora tenham considerado apenas o primeiro modo de vibração para o cálculo da resposta analítica.

A partir da década de 80 surgiram os primeiros modelos numéricos para o cálculo de AMS's. Como exemplo pode-se citar o trabalho de YANG (1982), que sugeriu um método de análise para edifícios altos com sistemas de controle ativos, utilizando a teoria de variáveis de estado. A análise dos sistemas dinâmicos, incluindo os acoplados a AMS's, geralmente era formulada em termo dos modos normais do sistema como um todo. Mas a inclusão dos AMS's complica a análise tradicional e no caso do uso de vários AMS's pode aumentar muito o número de graus de liberdade a considerar.

Devido a complexidade da análise numérica e pouco conhecimento dos fenômenos envolvidos, como os desprendimentos de vórtices, XU et al. (1992a) e XU e KWOK (1994) propoaram um método para o cálculo semi-analítico da resposta de estruturas alteadas equipadas com AMS's, usando resultados experimentais de ensaios de modelos reduzidos das estruturas sem AMS's em túnel de vento. É demonstrado que o método dá bons resultados, exceto quando há interação fluido-estrutura.

A idéia de considerar os AMS's e o sistema principal como subestruturas conectadas e montar as equações de movimento das subestruturas separadamente, relacionando-as através de condições de compatibilidade e forças nos pontos de união, foi aplicada pela primeira vez por WIRSCHING e CAMPBELL (1974). Esta é a base do Método de Síntese das Componentes Modais (MSCM), proposto por HURTY (1960).

O MSCM é um tipo de sub-estruturação dinâmica ou estática, que analisa as subestruturas separadamente determinando as suas características modais (modos componentes) e sintetiza as contribuições das subestruturas através da representação do movimento como uma combinação linear dos modos componentes multiplicados por coordenadas generalizadas dependentes do tempo. O método vem sendo largamente aplicado em estruturas complexas.

Existem outros métodos de síntese que podem ser usados, embora todos eles tenham os mesmos princípios básicos. HURTY et al. (1971) analisam as variações destes métodos.

O uso do MSCM no cálculo da resposta de estruturas equipadas com AMS's se justifica pela possibilidade do uso de somente alguns modos da estrutura principal sem os AMS's, reduzindo o esforço computacional, além de possibilitar a análise da estrutura a partir de resultados experimentais de modos e frequências naturais.

Mas a convergência da resposta pode não acontecer com poucos modos de vibração, devido por exemplo aos efeitos locais dos AMS's na estrutura principal funcionando como forças concentradas. Para a consideração de poucos modos de vibração, MACNEAL (1971) e RUBIN (1975) propõem que os efeitos dos modos não considerados (efeitos residuais) sejam levados em conta acrescentando deflexões determinadas estaticamente através de forças aplicadas nos pontos de conexão das subestruturas (modos estáticos). RUBIN (1975) mostra que o procedimento é equivalente e tão benéfico quanto o método das acelerações modais. Mesmo assim pode ser que o número de modos considerados ainda seja insuficiente para a obtenção de resultados precisos. Para resolver este problema SMITH e HUTTON (1995) propõem uma técnica que melhora iterativamente os resultados obtidos sem que seja necessária uma nova análise completa. SETAREH (1990) mostra que o uso dos modos estáticos melhora a convergência, conseguindo resultados satisfatórios com poucos modos de vibração, e que a convergência sem a consideração dos modos estáticos só é conseguida, no caso de AMS's não localizados nos pontos de máxima amplitude, com muitos modos de vibração.

BATISTA et al. (1995) usam os conceitos básicos do MSCM para deduzir as equações de movimento de estruturas equipadas com AMS's, resultando em uma matriz de amortecimento não-proporcional, e determina a resposta através da resolução de um problema de autovalor cujos auto-vetores são complexos.

O cálculo da resposta das estruturas no domínio da frequência vem sendo extensivamente adotado, como no caso de excitações aleatórias, onde a análise torna-se mais simples. A análise no domínio da frequência também permite a consideração de modelos mais realísticos para o amortecimento da estrutura, através do conceito de rigidez complexa. Não há referências na literatura consultada do uso do MSCM em estruturas com AMS's sob excitações aleatórias, nem da resposta no domínio da frequência considerando os modos estáticos.

Capítulo 3

Resposta de Sistemas Equipados com Osciladores

A formulação para a obtenção das equações de movimento do sistema será desenvolvida utilizando o MSCM com os modos estáticos, devido as suas vantagens discutidas na seção 2.8. E a resposta será obtida através da formulação do método dos modos normais aplicado a sistemas lineares de N graus de liberdade sob excitação aleatória estacionária, considerando os modos estáticos.

Os modos estáticos são definidos como deslocamentos estáticos determinados a partir de forças unitárias aplicadas nos pontos de conexão dos osciladores. Portanto o número de modos estáticos é igual ao número de osciladores (M). Sendo N o número de graus de liberdade do sistema principal e P o número de modos considerados relevantes, o número de equações resultantes para a obtenção da resposta pode ser reduzido de $N + M$ para $P + M$ sem os modos estáticos e de $N + 2M$ para $P + 2M$ com os modos estáticos. Fazendo-se uso da condensação estática (seção 3.2), o número de equações pode ser reduzido para P e $P + M$, respectivamente.

3.1 Equações de Movimento Acrescentando os Modos Estáticos

A formulação, descrita a seguir, para a obtenção das equações de movimento do sistema com osciladores é apresentada por SETAREH (1990). São usadas letras minúsculas em negrito para representar vetores e letras maiúsculas em negrito para representar matrizes.

Considere um modelo de elementos finitos (figura 3.1), no qual \mathbf{u} é um vetor $N \times 1$ contendo os deslocamentos nodais do sistema principal e \mathbf{x} é um vetor $M \times 1$ contendo os deslocamentos absolutos dos osciladores. As equações de movimento do sistema principal são:

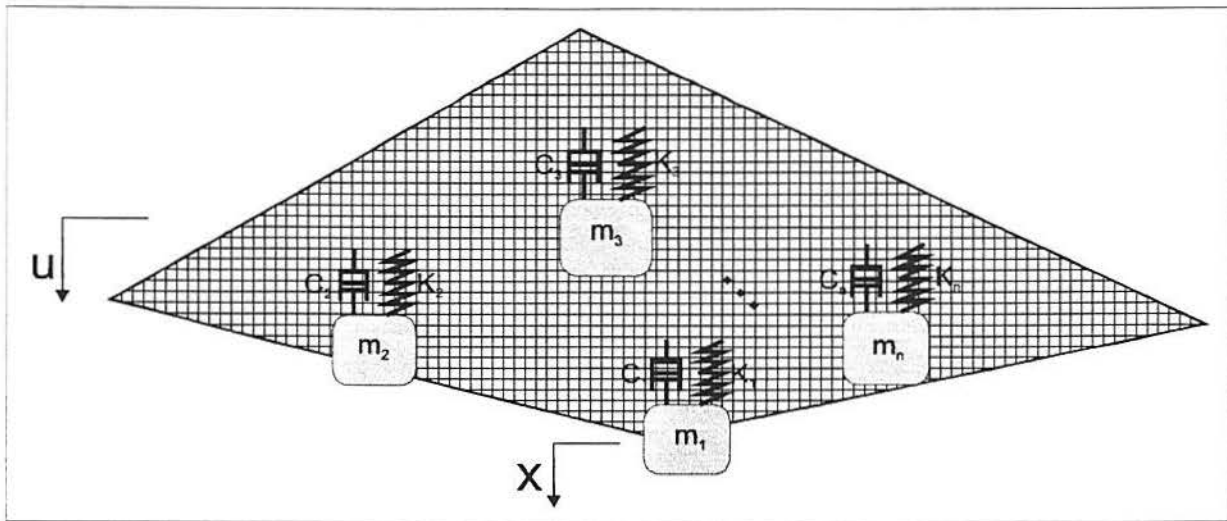


Figura 3.1: Modelo de Elementos Finitos com Osciladores

$$\mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_1 \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_1 \mathbf{u} = \mathbf{f}(t) \quad (3.1)$$

onde:

\mathbf{M}_1 - matriz de massa positivo definida.

\mathbf{C}_1 - matriz de amortecimento positivo semi-definida, que satisfaz a condição de FAWZY (1977), ou seja, ortonormal aos modos normais.

\mathbf{K}_1 - matriz de rigidez positivo semi-definida.

$\mathbf{f}(t)$ - vetor de forças atuantes.

Considere os P primeiros modos normais, frequências naturais e razões de amortecimento crítico modais do sistema principal, respectivamente, dados por:

$$\begin{aligned} \Phi &= [\phi^{(1)} \ \phi^{(2)} \ \dots \ \phi^{(P)}] \\ \Omega &= \text{diag}(\omega_1 \ \omega_2 \ \dots \ \omega_P) \\ \Xi &= \text{diag}(\zeta_1 \ \zeta_2 \ \dots \ \zeta_P) \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde:

Φ - matriz modal.

Ω - matriz de frequências naturais (diagonal).

Ξ - matriz de razões de amortecimento crítico modais (diagonal).

$\phi^{(k)}$ - vetor de deslocamento modal do k -ésimo modo normal.

ω_k - frequência do k -ésimo modo normal.

ζ_k - razão de amortecimento crítico do k -ésimo modo normal.

Seja $\bar{\phi}_i^{(k)}$ a componente do k -ésimo vetor de deslocamento modal no ponto onde está conectado o i -ésimo oscilador na direção de seu movimento (é admitido movimento unidirecional). Considerando P modos, a matriz modal $\bar{\Phi}$ nos pontos onde estão conectados os osciladores é dada por:

$$\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \bar{\phi}_1^{(1)} & \dots & \bar{\phi}_1^{(P)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\phi}_M^{(1)} & \dots & \bar{\phi}_M^{(P)} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Seja $\hat{\psi}_{(i)}$ um vetor $N \times 1$ de deslocamentos nodais do sistema principal devido a um carregamento unitário no ponto onde está conectado o i -ésimo oscilador (modos estáticos). Estes vetores devem ser ortogonalizados com respeito aos P modos considerados para simplificar a formulação e melhor representar os $N - P$ modos não considerados.

Seja $\psi_{(i)}$ o vetor ortogonalizado. Utilizando a ortogonalização de Gram-Schmidt (HILDEBRAND, 1965), $\psi_{(i)}$ pode ser escrito como:

$$\psi_{(i)} = \hat{\psi}_{(i)} - \sum_{k=1}^P c_{k,i} \phi^{(k)} \quad (i = 1, \dots, M) \quad (3.4)$$

onde:

$c_{k,i}$ - é uma constante que multiplica o k -ésimo modo normal.

Definindo o produto interno $\{ \dots, \dots \}$ como:

$$\{ \mathbf{a}, \mathbf{b} \} = \mathbf{a}^T \mathbf{M}_1 \mathbf{b} \quad (3.5)$$

Se $\psi_{(i)}$ é ortogonal a todos os $\phi^{(j)}$ ($j=1, \dots, P$), então o produto interno $\{ \phi^{(j)}, \psi_{(i)} \}$ deve ser sempre nulo. Da equação 3.4:

$$\{ \phi^{(j)}, \psi_{(i)} \} = \{ \phi^{(j)}, \hat{\psi}_{(i)} \} - \sum_{k=1}^P c_{k,i} \{ \phi^{(j)}, \phi^{(k)} \} = 0 \quad (3.6)$$

Mas, da equação 3.5:

$$\{ \phi^{(j)}, \phi^{(k)} \} = \phi^{(j)T} \mathbf{M}_1 \phi^{(k)} = \begin{cases} M_1^{(k)} & \text{se } j = k \\ 0 & \text{se } j \neq k \end{cases} \quad (3.7)$$

onde:

$M_1^{(k)}$ - massa modal

Então, da equação 3.6:

$$c_{k,i} = \frac{\phi^{(k)T} \mathbf{M}_1 \hat{\psi}_{(i)}}{M_1^{(k)}} \quad (3.8)$$

E, da equação 3.4:

$$\psi_{(i)} = \hat{\psi}_{(i)} - \sum_{k=1}^P \frac{\phi^{(k)T} \mathbf{M}_1 \hat{\psi}_{(i)}}{M_1^{(k)}} \phi^{(k)} \quad (i = 1, \dots, M) \quad (3.9)$$

A matriz de modos estáticos é dada por:

$$\mathbf{\Psi} = [\psi_{(1)} \ \psi_{(2)} \ \dots \ \psi_{(M)}] \quad (3.10)$$

Seja $\bar{\psi}_{(i)}^j$ a componente do i -ésimo modo estático no ponto onde está conectado o j -ésimo oscilador na direção de seu movimento. A matriz de modos estáticos nos pontos onde estão conectados os osciladores é dada por:

$$\bar{\mathbf{\Psi}} = \begin{bmatrix} \bar{\psi}_{(1)}^1 & \dots & \bar{\psi}_{(M)}^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\psi}_{(1)}^M & \dots & \bar{\psi}_{(M)}^M \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Sejam m_j, c_j e k_j a massa, amortecimento viscoso e rigidez do j -ésimo oscilador. As matrizes diagonais contendo as massas, amortecimentos e rigidez dos osciladores são, respectivamente:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_2 &= \text{diag}(m_1 \ m_2 \ \dots \ m_M) \\ \mathbf{C}_2 &= \text{diag}(c_1 \ c_2 \ \dots \ c_M) \\ \mathbf{K}_2 &= \text{diag}(k_1 \ k_2 \ \dots \ k_M) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Representando as coordenadas generalizadas correspondentes a $\phi^{(k)}$ por $v(t)^{(k)}$ e as correspondentes a $\psi_{(i)}$ por $w(t)_{(i)}$, os deslocamentos do sistema principal podem ser dados por:

$$\mathbf{u} = \mathbf{\Phi} \mathbf{v}(t) + \mathbf{\Psi} \mathbf{w}(t) \quad (3.13)$$

onde:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(t) &= \{v^{(1)} \ v^{(2)} \ \dots \ v^{(P)}\}^T \\ \mathbf{w}(t) &= \{w_{(1)} \ w_{(2)} \ \dots \ w_{(M)}\}^T \end{aligned}$$

Como os deslocamentos são aproximados por P modos normais, onde $P < N$, a precisão dos resultados depende da importância dos modos não considerados com relação a correção feita pelos M modos estáticos. O método é exato se todos os N modos normais

são considerados, sem considerar os modos estáticos.

O princípio dos trabalhos virtuais é usado para deduzir as equações governantes. As forças de inércia são consideradas como carregamentos aplicados. Seja δW_{I_1} o trabalho interno realizado pela forças elásticas e de amortecimento no sistema principal, através de um deslocamento virtual $\delta \mathbf{u}$, e δW_{I_2} o trabalho interno realizado pelos osciladores.

O trabalho interno total é:

$$\delta W_I = \delta W_{I_1} + \delta W_{I_2} \quad (3.14)$$

O trabalho interno do sistema principal é:

$$\delta W_{I_1} = \delta \mathbf{u}^T \mathbf{K}_1 \mathbf{u} + \delta \mathbf{u}^T \mathbf{C}_1 \dot{\mathbf{u}} \quad (3.15)$$

Usando a equação 3.13:

$$\begin{aligned} \delta W_{I_1} &= (\delta \mathbf{v}^T \Phi^T + \delta \mathbf{w}^T \Psi^T) \mathbf{K}_1 (\Phi \mathbf{v} + \Psi \mathbf{w}) \\ &+ (\delta \mathbf{v}^T \Phi^T + \delta \mathbf{w}^T \Psi^T) \mathbf{C}_1 (\Phi \dot{\mathbf{v}} + \Psi \dot{\mathbf{w}}) \\ &= \delta \mathbf{v}^T (\Phi^T \mathbf{K}_1 \Phi \mathbf{v} + \Phi^T \mathbf{K}_1 \Psi \mathbf{w}) + \delta \mathbf{w}^T (\Psi^T \mathbf{K}_1 \Phi \mathbf{v} + \Psi^T \mathbf{K}_1 \Psi \mathbf{w}) \\ &+ \delta \mathbf{v}^T (\Phi^T \mathbf{C}_1 \Phi \dot{\mathbf{v}} + \Phi^T \mathbf{C}_1 \Psi \dot{\mathbf{w}}) + \delta \mathbf{w}^T (\Psi^T \mathbf{C}_1 \Phi \dot{\mathbf{v}} + \Psi^T \mathbf{C}_1 \Psi \dot{\mathbf{w}}) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Devido a ortogonalidade dos modos:

$$\Phi^T \mathbf{K}_1 \Psi = \Psi^T \mathbf{K}_1 \Phi = \Phi^T \mathbf{C}_1 \Psi = \Psi^T \mathbf{C}_1 \Phi = 0$$

Seja:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1^0 &= \Phi^T \mathbf{K}_1 \Phi = \text{diag}(K_1^{(1)} \ K_1^{(2)} \ \dots \ K_1^{(P)}) \\ \mathbf{C}_1^0 &= \Phi^T \mathbf{C}_1 \Phi = \text{diag}(C_1^{(1)} \ C_1^{(2)} \ \dots \ C_1^{(P)}) \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde:

$$\begin{aligned} K_1^{(k)} &= \phi^{(k)T} \mathbf{K}_1 \phi^{(k)} \\ C_1^{(k)} &= \phi^{(k)T} \mathbf{C}_1 \phi^{(k)} \end{aligned}$$

E,

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1^1 &= \Psi^T \mathbf{K}_1 \Psi = \begin{bmatrix} K_1^{(1,1)} & \dots & K_1^{(1,M)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_1^{(M,1)} & \dots & K_1^{(M,M)} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_1^1 &= \Psi^T \mathbf{C}_1 \Psi = \begin{bmatrix} C_1^{(1,1)} & \dots & C_1^{(1,M)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_1^{(M,1)} & \dots & C_1^{(M,M)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.18)$$

onde:

$$\begin{aligned} K_1^{(k,i)} &= \psi_{(k)}^T \mathbf{K}_1 \psi_{(i)} \\ C_1^{(k,i)} &= \psi_{(k)}^T \mathbf{C}_1 \psi_{(i)} \end{aligned}$$

Então:

$$\delta W_{I_1} = \delta \mathbf{v}^T (\mathbf{K}_1^0 \mathbf{v} + \mathbf{C}_1^0 \dot{\mathbf{v}}) + \delta \mathbf{w}^T (\mathbf{K}_1^1 \mathbf{w} + \mathbf{C}_1^1 \dot{\mathbf{w}}) \quad (3.19)$$

O deslocamento relativo (\mathbf{y}) entre os osciladores (\mathbf{x}) e os pontos do sistema principal onde estão acoplados ($\bar{\mathbf{u}}$) é:

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} - \bar{\mathbf{u}} \quad (3.20)$$

onde:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \{ y_1 \ y_2 \ \dots \ y_M \}^T \\ \mathbf{x} &= \{ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_M \}^T \\ \bar{\mathbf{u}} &= \{ \bar{u}_1 \ \bar{u}_2 \ \dots \ \bar{u}_M \}^T \end{aligned}$$

Da equação 3.13:

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} - (\bar{\Phi} \mathbf{v} + \bar{\Psi} \mathbf{w}) \quad (3.21)$$

O trabalho interno dos osciladores é:

$$\delta W_{I_2} = \delta \mathbf{y}^T \mathbf{K}_2 \mathbf{y} + \delta \mathbf{y}^T \mathbf{C}_2 \dot{\mathbf{y}} = \delta \mathbf{y}^T (\mathbf{K}_2 \mathbf{y} + \mathbf{C}_2 \dot{\mathbf{y}}) \quad (3.22)$$

Introduzindo novas variáveis:

$$\mathbf{z} = \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix} \quad e \quad \mathbf{T} = [-\bar{\Phi} \quad -\bar{\Psi} \quad \mathbf{I}] \quad (3.23)$$

onde:

\mathbf{I} -matriz identidade ($M \times M$).

A equação 3.21 fica:

$$\mathbf{y} = \mathbf{Tz} \quad (3.24)$$

E a equação 3.22:

$$\begin{aligned} \delta W_{I_2} &= \delta \mathbf{z}^T \mathbf{T}^T (\mathbf{K}_2 \mathbf{Tz} + \mathbf{C}_2 \mathbf{T}\dot{\mathbf{z}}) \\ &= [\delta \mathbf{v}^T \quad \delta \mathbf{w}^T \quad \delta \mathbf{x}^T] [-\bar{\Phi} \quad -\bar{\Psi} \quad \mathbf{I}]^T (\mathbf{K}_2 \mathbf{Tz} + \mathbf{C}_2 \mathbf{T}\dot{\mathbf{z}}) \\ &= \delta \mathbf{v}^T (-\bar{\Phi}^T \mathbf{K}_2 \mathbf{y} - \bar{\Phi}^T \mathbf{C}_2 \dot{\mathbf{y}}) + \delta \mathbf{w}^T (-\bar{\Psi}^T \mathbf{K}_2 \mathbf{y} - \bar{\Psi}^T \mathbf{C}_2 \dot{\mathbf{y}}) \\ &\quad + \delta \mathbf{x}^T (\mathbf{K}_2 \mathbf{y} + \mathbf{C}_2 \dot{\mathbf{y}}) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Seja δW_{E_1} o trabalho externo realizado pela forças externas e de inércia no sistema principal e δW_{E_2} o trabalho externo realizado pelas forças de inércia dos osciladores.

O trabalho externo total é:

$$\delta W_E = \delta W_{E_1} + \delta W_{E_2} \quad (3.26)$$

O trabalho externo do sistema principal é:

$$\delta W_{E_1} = \delta \mathbf{u}^T (\mathbf{f}(t) - \mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{u}}) \quad (3.27)$$

Usando a equação 3.13:

$$\begin{aligned} \delta W_{E_1} &= (\delta \mathbf{v}^T \Phi^T + \delta \mathbf{w}^T \Psi^T) (\mathbf{f}(t) - \mathbf{M}_1 \Phi \ddot{\mathbf{v}} - \mathbf{M}_1 \Psi \ddot{\mathbf{w}}) \\ &= \delta \mathbf{v}^T (\Phi^T \mathbf{f}(t) - \Phi^T \mathbf{M}_1 \Phi \ddot{\mathbf{v}} - \Phi^T \mathbf{M}_1 \Psi \ddot{\mathbf{w}}) \\ &\quad + \delta \mathbf{w}^T (\Psi^T \mathbf{f}(t) - \Psi^T \mathbf{M}_1 \Phi \ddot{\mathbf{v}} - \Psi^T \mathbf{M}_1 \Psi \ddot{\mathbf{w}}) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Devido a ortogonalidade dos modos:

$$\Phi^T \mathbf{M}_1 \Psi = \Psi^T \mathbf{M}_1 \Phi = 0$$

Seja:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^0(t) &= \Phi^T \mathbf{f}(t) = \{f^{(1)}(t) \ f^{(2)}(t) \dots f^{(P)}(t)\}^T \\ \mathbf{M}_1^0 &= \Phi^T \mathbf{M}_1 \Phi = \text{diag}(M_1^{(1)} \ M_1^{(2)} \dots M_1^{(P)}) \end{aligned} \quad (3.29)$$

onde:

$$\begin{aligned} f^{(k)}(t) &= \phi^{(k)T} \mathbf{f}(t) \\ M_1^{(k)} &= \phi^{(k)T} \mathbf{M}_1 \phi^{(k)} \end{aligned}$$

E,

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^1(t) &= \Psi^T \mathbf{f}(t) = \{f^{1(1)}(t) \ f^{1(2)}(t) \dots f^{1(M)}(t)\}^T \\ \mathbf{M}_1^1 &= \Psi^T \mathbf{M}_1 \Psi = \begin{bmatrix} M_1^{(1,1)} & \dots & M_1^{(1,M)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ M_1^{(M,1)} & \dots & M_1^{(M,M)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.30)$$

onde:

$$\begin{aligned} f^{1(k)} &= \psi_{(k)}^T \mathbf{f}(t) \\ M_1^{(k,i)} &= \psi_{(k)}^T \mathbf{M}_1 \psi_{(i)} \end{aligned}$$

Então:

$$\delta W_{E_1} = \delta \mathbf{v}^T (\mathbf{f}^0(t) - \mathbf{M}_1^0 \ddot{\mathbf{v}}) + \delta \mathbf{w}^T (\mathbf{f}^1(t) - \mathbf{M}_1^1 \ddot{\mathbf{w}}) \quad (3.31)$$

O trabalho externo dos osciladores é:

$$\delta W_{I_2} = -\delta \mathbf{x}^T \mathbf{M}_2 \ddot{\mathbf{x}} \quad (3.32)$$

De acordo com o princípio dos trabalhos virtuais, o trabalho interno total deve ser igual ao trabalho externo total:

$$\delta W_E = \delta W_I \Rightarrow \delta W_{E_1} + \delta W_{E_2} = \delta W_{I_1} + \delta W_{I_2} \quad (3.33)$$

E, das equações 3.19, 3.21, 3.25, 3.31 e 3.32:

$$\begin{aligned} & \delta \mathbf{v}^T (\mathbf{K}_1^0 \mathbf{v} + \mathbf{C}_1^0 \dot{\mathbf{v}}) + \delta \mathbf{w}^T (\mathbf{K}_1^1 \mathbf{w} + \mathbf{C}_1^1 \dot{\mathbf{w}}) \\ & + \delta \mathbf{v}^T \left[-\bar{\Phi}^T \mathbf{K}_2 (\mathbf{x} - \bar{\Phi} \mathbf{v} - \bar{\Psi} \mathbf{w}) - \bar{\Phi}^T \mathbf{C}_2 (\dot{\mathbf{x}} - \bar{\Phi} \dot{\mathbf{v}} - \bar{\Psi} \dot{\mathbf{w}}) \right] \\ & + \delta \mathbf{w}^T \left[-\bar{\Psi}^T \mathbf{K}_2 (\mathbf{x} - \bar{\Phi} \mathbf{v} - \bar{\Psi} \mathbf{w}) - \bar{\Psi}^T \mathbf{C}_2 (\dot{\mathbf{x}} - \bar{\Phi} \dot{\mathbf{v}} - \bar{\Psi} \dot{\mathbf{w}}) \right] \\ & + \delta \mathbf{x}^T \left[\mathbf{K}_2 (\mathbf{x} - \bar{\Phi} \mathbf{v} - \bar{\Psi} \mathbf{w}) + \mathbf{C}_2 (\dot{\mathbf{x}} - \bar{\Phi} \dot{\mathbf{v}} - \bar{\Psi} \dot{\mathbf{w}}) \right] \\ & = \delta \mathbf{v}^T (\mathbf{f}^0(t) - \mathbf{M}_1^0 \ddot{\mathbf{v}}) + \delta \mathbf{w}^T (\mathbf{f}^1(t) - \mathbf{M}_1^1 \ddot{\mathbf{w}}) - \delta \mathbf{x}^T \mathbf{M}_2 \ddot{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Portanto as equações de movimento são:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}_1^0 \ddot{\mathbf{v}} + (\mathbf{C}_1^0 + \bar{\Phi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Phi}) \dot{\mathbf{v}} + (\mathbf{K}_1^0 + \bar{\Phi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Phi}) \mathbf{v} \\ + \bar{\Phi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Psi} \dot{\mathbf{w}} + \bar{\Phi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Psi} \mathbf{w} - \bar{\Phi}^T \mathbf{C}_2 \dot{\mathbf{x}} - \bar{\Phi}^T \mathbf{K}_2 \mathbf{x} = \mathbf{f}^0(t) \\ \\ \bar{\Psi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Phi} \dot{\mathbf{v}} + \bar{\Psi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Phi} \mathbf{v} + \mathbf{M}_1^1 \ddot{\mathbf{w}} + (\mathbf{C}_1^1 + \bar{\Psi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Psi}) \dot{\mathbf{w}} \\ + (\mathbf{K}_1^1 + \bar{\Psi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Psi}) \mathbf{w} - \bar{\Psi}^T \mathbf{C}_2 \dot{\mathbf{x}} - \bar{\Psi}^T \mathbf{K}_2 \mathbf{x} = \mathbf{f}^1(t) \\ \\ -\mathbf{C}_2 \bar{\Phi} \dot{\mathbf{v}} - \mathbf{K}_2 \bar{\Phi} \mathbf{v} - \mathbf{C}_2 \bar{\Psi} \dot{\mathbf{w}} - \mathbf{K}_2 \bar{\Psi} \mathbf{w} + \mathbf{M}_2 \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_2 \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_2 \mathbf{x} = 0 \end{array} \right. \quad (3.35)$$

E, em forma matricial:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1^0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_1^1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{v}} \\ \ddot{\mathbf{w}} \\ \ddot{\mathbf{x}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1^0 + \bar{\Phi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Phi} & \bar{\Phi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Psi} & -\bar{\Phi}^T \mathbf{C}_2 \\ \bar{\Psi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Phi} & \mathbf{C}_1^1 + \bar{\Psi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Psi} & -\bar{\Psi}^T \mathbf{C}_2 \\ -\mathbf{C}_2 \bar{\Phi} & -\mathbf{C}_2 \bar{\Psi} & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\mathbf{w}} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1^0 + \bar{\Phi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Phi} & \bar{\Phi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Psi} & -\bar{\Phi}^T \mathbf{K}_2 \\ \bar{\Psi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Phi} & \mathbf{K}_1^1 + \bar{\Psi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Psi} & -\bar{\Psi}^T \mathbf{K}_2 \\ -\mathbf{K}_2 \bar{\Phi} & -\mathbf{K}_2 \bar{\Psi} & \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}^0(t) \\ \mathbf{f}^1(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Note que as equações de movimento são aplicáveis mesmo que se tenha mais de um oscilador conectado em cada nó do modelo de elemento finito (MMS proposto por XU e IGUSA, 1992), bastando para isso usar valores iguais das componentes $\bar{\phi}_i^{(k)}$ ($i = 1, \dots, M_1$) e $\bar{\psi}_{(i)}^j$ ($j = 1, \dots, M_1$) nas matrizes $\bar{\Phi}$ e $\bar{\Psi}$, respectivamente, onde M_1 é o número de osciladores conectados num mesmo nó.

3.2 Matriz de Transferência Complexa

A matriz de transferência complexa do sistema com osciladores é determinada aplicando um carregamento harmônico no sistema.

Então, das equações 3.29 e 3.30, se:

$$\mathbf{f}(t) = \bar{\mathbf{f}} e^{i\omega t} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{f}^0(t) = \bar{\mathbf{f}}^0 e^{i\omega t} \\ \mathbf{f}^1(t) = \bar{\mathbf{f}}^1 e^{i\omega t} \end{cases} \quad (3.37)$$

Como o sistema é linear, a resposta é também harmônica e:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \bar{\mathbf{v}} e^{i\omega t} \\ \mathbf{w} &= \bar{\mathbf{w}} e^{i\omega t} \\ \mathbf{x} &= \bar{\mathbf{x}} e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Substituindo nas equações de movimento (eq. 3.36):

$$\begin{aligned} & \left(-\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1^0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_1^1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_2 \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1^0 + \bar{\Phi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Phi} & \bar{\Phi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Psi} & -\bar{\Phi}^T \mathbf{C}_2 \\ \bar{\Psi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Phi} & \mathbf{C}_1^1 + \bar{\Psi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Psi} & -\bar{\Psi}^T \mathbf{C}_2 \\ -\mathbf{C}_2 \bar{\Phi} & -\mathbf{C}_2 \bar{\Psi} & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{v}} \\ \bar{\mathbf{w}} \\ \bar{\mathbf{x}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{f}}^0 \\ \bar{\mathbf{f}}^1 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1^0 + \bar{\Phi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Phi} & \bar{\Phi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Psi} & -\bar{\Phi}^T \mathbf{K}_2 \\ \bar{\Psi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Phi} & \mathbf{K}_1^1 + \bar{\Psi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Psi} & -\bar{\Psi}^T \mathbf{K}_2 \\ -\mathbf{K}_2 \bar{\Phi} & -\mathbf{K}_2 \bar{\Psi} & \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Que pode ser colocada na forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} & \mathbf{D}_{13} \\ \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} & \mathbf{D}_{23} \\ \mathbf{D}_{31} & \mathbf{D}_{32} & \mathbf{D}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{v}} \\ \bar{\mathbf{w}} \\ \bar{\mathbf{x}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{f}}^0 \\ \bar{\mathbf{f}}^1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.40)$$

onde:

$$\mathbf{D}_{11} = -\omega^2 \mathbf{M}_1^0 + i\omega(\mathbf{C}_1^0 + \bar{\Phi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Phi}) + \mathbf{K}_1^0 + \bar{\Phi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Phi}$$

$$\mathbf{D}_{12} = \mathbf{D}_{21}^T = \bar{\Phi}^T (i\omega \mathbf{C}_2 + \mathbf{K}_2) \bar{\Psi}$$

$$\mathbf{D}_{13} = \mathbf{D}_{31}^T = -\bar{\Phi}^T (i\omega \mathbf{C}_2 + \mathbf{K}_2)$$

$$\mathbf{D}_{22} = -\omega^2 \mathbf{M}_1^1 + i\omega(\mathbf{C}_1^1 + \bar{\Psi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Psi}) + \mathbf{K}_1^1 + \bar{\Psi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Psi}$$

$$\mathbf{D}_{23} = \mathbf{D}_{32}^T = -\bar{\Psi}^T (i\omega \mathbf{C}_2 + \mathbf{K}_2)$$

$$\mathbf{D}_{33} = -\omega^2 \mathbf{M}_2 + i\omega \mathbf{C}_2 + \mathbf{K}_2 \quad (\text{diagonal})$$

A matriz de transferência completa do sistema é dada por:

$$H(\omega) = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.41)$$

Usando a condensação estática, da equação 3.40:

$$\bar{x} = -D_{33}^{-1}(D_{31}\bar{v} + D_{32}\bar{w}) \quad (3.42)$$

Substituindo na equação 3.40, que pode ser colocada na forma:

$$\begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* \\ D_{21}^* & D_{22}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{v} \\ \bar{w} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{f}^0 \\ \bar{f}^1 \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

onde:

$$\begin{aligned} D_{11}^* &= D_{11} - D_{13}D_{33}^{-1}D_{31} \\ D_{12}^* &= D_{12} - D_{13}D_{33}^{-1}D_{32} \\ D_{21}^* &= D_{21} - D_{23}D_{33}^{-1}D_{31} \\ D_{22}^* &= D_{22} - D_{23}D_{33}^{-1}D_{32} \end{aligned}$$

Após as devidas operações e aplicando as definições da seção 3.1, os termos D_{ij}^* podem ser escritos como:

$$\begin{aligned} D_{11}^* &= (-\omega^2\mathbf{I} + 2i\omega\Omega\Xi + \Omega^2)\mathbf{M}_1^0 \\ &\quad - \bar{\Phi}^T \mathbf{M}_2 \omega^2 (2i\omega\Omega_a \Xi_a + \Omega_a^2) (-\omega^2\mathbf{I} + 2i\omega\Omega_a \Xi_a + \Omega_a^2)^{-1} \bar{\Phi} \\ D_{12}^* &= D_{21}^{*T} = -\bar{\Phi}^T \mathbf{M}_2 \omega^2 (2i\omega\Omega_a \Xi_a + \Omega_a^2) (-\omega^2\mathbf{I} + 2i\omega\Omega_a \Xi_a + \Omega_a^2)^{-1} \bar{\Psi} \\ D_{22}^* &= (-\omega^2\mathbf{M}_1^1 + i\omega\mathbf{C}_1^1 + \mathbf{K}_1^1) \\ &\quad - \bar{\Psi}^T \mathbf{M}_2 \omega^2 (2i\omega\Omega_a \Xi_a + \Omega_a^2) (-\omega^2\mathbf{I} + 2i\omega\Omega_a \Xi_a + \Omega_a^2)^{-1} \bar{\Psi} \end{aligned} \quad (3.44)$$

onde:

$$\begin{aligned} \Omega^2 &= \mathbf{K}_1^0 [\mathbf{M}_1^0]^{-1} & 2\Omega\Xi &= \mathbf{C}_1^0 [\mathbf{M}_1^0]^{-1} \\ \Omega_a^2 &= \mathbf{K}_2 [\mathbf{M}_2]^{-1} & 2\Omega_a \Xi_a &= \mathbf{C}_2 [\mathbf{M}_2]^{-1} \end{aligned}$$

Note que a matriz $(-\omega^2\mathbf{I} + 2i\omega\Omega_a \Xi_a + \Omega_a^2)$ é diagonal e facilmente inversível e que Ω_a e Ξ_a são matrizes diagonais representando, respectivamente, as M frequências naturais e coeficientes de amortecimento crítico dos osciladores.

A matriz de transferência reduzida do sistema é dada por:

$$H^1(\omega) = \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* \\ D_{21}^* & D_{22}^* \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.45)$$

Portanto a matriz de transferência reduzida pode ser obtida a partir de resultados experimentais ou numéricos de massa, modos e frequências naturais, além da determinação numérica das matrizes \mathbf{M}_1^1 , \mathbf{C}_1^1 e \mathbf{K}_1^1 .

3.3 Resposta no Domínio da Frequência

A resposta no domínio da frequência é calculada considerando-se a matriz de transferência complexa reduzida, ou seja, é calculada apenas a resposta do sistema principal.

O vetor de forças generalizadas para o sistema reduzido é definido, usando as equações 3.29 e 3.30, como:

$$\mathbf{f}^G(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}^0(t) \\ \mathbf{f}^1(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^T \\ \Psi^T \end{bmatrix} \mathbf{f}(t) \quad (3.46)$$

Supondo que $\mathbf{f}(t)$ representa um processo aleatório estacionário, a matriz de autocorrelação das forças generalizadas é dada por:

$$\mathbf{R}_f^G(\tau) = \mathbf{E} \left\{ \mathbf{f}^G(t) \left\{ \mathbf{f}^G(t - \tau) \right\}^T \right\} = \begin{bmatrix} \Phi^T \\ \Psi^T \end{bmatrix} \mathbf{E} \left\{ \mathbf{f}(t) \left\{ \mathbf{f}(t - \tau) \right\}^T \right\} \begin{bmatrix} \Phi^T \\ \Psi^T \end{bmatrix}^T \quad (3.47)$$

onde:

$\mathbf{R}_f(\tau) = \mathbf{E} \left\{ \mathbf{f}(t) \left\{ \mathbf{f}(t - \tau) \right\}^T \right\}$ - é a matriz de autocorrelação das forças aplicadas.

$\mathbf{E} \{ \dots \}$ - operador de valor esperado.

Então,

$$\mathbf{R}_f^G(\tau) = \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix}^T \mathbf{R}_f(\tau) \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Aplicando a Transformada de Fourier, a matriz de densidades espectrais de potência das forças generalizadas é dada por:

$$\mathbf{S}_f^G(\omega) = \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix}^T \mathbf{S}_f(\omega) \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

onde:

$\mathbf{S}_f(\omega)$ - matriz de densidades espectrais de potência das forças aplicadas.

A matriz de densidades espectrais das coordenadas generalizadas \mathbf{v} e \mathbf{w} (RIERA, 1989) é dada por:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{vw}}(\omega) = \mathbf{H}^1(\omega) \mathbf{S}_f^G(\omega) \left[\mathbf{H}^{1*}(\omega) \right]^T \quad (3.50)$$

onde:

$\mathbf{H}^1(\omega)$ - é a matriz de transferência complexa do sistema (eq. 3.45).

$\mathbf{H}^{1*}(\omega)$ - é a matriz conjugada de $\mathbf{H}^1(\omega)$.

Da equação 3.13, os deslocamentos nodais do sistema principal são dados por:

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v}(t) \\ \mathbf{w}(t) \end{Bmatrix} \quad (3.51)$$

A matriz de autocorrelação dos deslocamentos nodais do sistema principal é dada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\mathbf{u}}(\tau) &= \mathbf{E} \left\{ \mathbf{u}(t) \{\mathbf{u}(t - \tau)\}^T \right\} \\ &= \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix} \mathbf{E} \left\{ \begin{Bmatrix} \mathbf{v}(t) \\ \mathbf{w}(t) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v}(t - \tau) \\ \mathbf{w}(t - \tau) \end{Bmatrix}^T \right\} \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix} \mathbf{E} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{v}(t)\mathbf{v}^T(t - \tau) & \mathbf{v}(t)\mathbf{w}^T(t - \tau) \\ \mathbf{w}(t)\mathbf{v}^T(t - \tau) & \mathbf{w}(t)\mathbf{w}^T(t - \tau) \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathbf{vw}}(\tau) \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (3.52)$$

onde:

$\mathbf{R}_{\mathbf{vw}}(\tau)$ - é a matriz de autocorrelação das coordenadas generalizadas \mathbf{v} e \mathbf{w} .

Aplicando a Transformada de Fourier, a matriz de densidades espectrais de potência dos deslocamentos \mathbf{u} é dada por:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{u}}(\omega) = \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix} \mathbf{S}_{\mathbf{vw}}(\omega) \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix}^T \quad (3.53)$$

Das equações 3.49, 3.50 e 3.53:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{u}}(\omega) = \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix} \mathbf{H}^1(\omega) \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix}^T \mathbf{S}_{\mathbf{f}}(\omega) \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix} \left[\mathbf{H}^{1*}(\omega) \right]^T \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \end{bmatrix}^T \quad (3.54)$$

O valor quadrático médio dos deslocamentos do sistema principal é dado por:

$$\mathbf{E} \{ \mathbf{u}^2 \} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{S}_{\mathbf{u}}(\omega) d\omega \quad (3.55)$$

E o valor quadrático médio da aceleração do sistema principal é:

$$\mathbf{E} \{ \ddot{\mathbf{u}}^2 \} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{S}_{\ddot{\mathbf{u}}}(\omega) d\omega \quad (3.56)$$

onde:

$$\mathbf{S}_{\ddot{\mathbf{u}}}(\omega) = \omega^4 \mathbf{S}_{\mathbf{u}}(\omega)$$

3.4 Resposta sem os Modos Estáticos

A resposta sem os modos estáticos é simplesmente uma particularização das deduções anteriores, eliminando os termos correspondentes a $\bar{\Psi}$, Ψ e w .

Portanto, os deslocamentos do sistema principal são (eq. 3.13):

$$\mathbf{u}(t) = \Phi \mathbf{v}(t) \quad (3.57)$$

As equações de movimento são (eq. 3.36):

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1^0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{v}} \\ \ddot{\mathbf{x}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1^0 + \bar{\Phi}^T \mathbf{C}_2 \bar{\Phi} & -\bar{\Phi}^T \mathbf{C}_2 \\ -\mathbf{C}_2 \bar{\Phi} & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1^0 + \bar{\Phi}^T \mathbf{K}_2 \bar{\Phi} & -\bar{\Phi}^T \mathbf{K}_2 \\ -\mathbf{K}_2 \bar{\Phi} & \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}^0(t) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.58)$$

A matriz de transferência completa do sistema é (eq. 3.41):

$$\mathbf{H}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{13} \\ \mathbf{D}_{31} & \mathbf{D}_{33} \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.59)$$

A matriz de transferência reduzida é (eq. 3.45):

$$\mathbf{H}^1(\omega) = [\mathbf{D}_{11}^*]^{-1} \quad (3.60)$$

A matriz de densidades espectrais dos deslocamentos do sistema principal é (eq. 3.54):

$$\mathbf{S}_u(\omega) = \Phi \mathbf{H}^1(\omega) \Phi^T \mathbf{S}_f(\omega) \Phi [\mathbf{H}^{1*}(\omega)]^T \Phi^T \quad (3.61)$$

3.5 Resposta sem Osciladores Instalados

Se não há osciladores instalados, $\bar{\Phi}$, \mathbf{M}_2 , \mathbf{K}_2 , \mathbf{C}_2 e \mathbf{x} são eliminados.

Então, a equação de movimento é (eq. 3.58):

$$\mathbf{M}_1^0 \ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_1^0 \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}_1^0 \mathbf{v} = \mathbf{f}^0(t) \quad (3.62)$$

A matriz de transferência do sistema é (eq. 3.60):

$$\mathbf{H}(\omega) = [\mathbf{D}_{11}^{**}]^{-1} \quad (3.63)$$

onde:

$$\mathbf{D}_{11}^{**} = (-\omega^2 \mathbf{I} + 2i\omega \Omega \mathbf{\Xi} + \Omega^2) \mathbf{M}_1^0$$

E a matriz de densidades espectrais dos deslocamentos do sistema é (eq. 3.61):

$$\mathbf{S}_u(\omega) = \Phi \mathbf{H}(\omega) \Phi^T \mathbf{S}_f(\omega) \Phi [\mathbf{H}^*(\omega)]^T \Phi^T \quad (3.64)$$

3.6 Redução do Número de Graus de Liberdade

Como discutido na seção 2.6, a redução de sistemas a um grau de liberdade pode ser útil para primeiras aproximações ou cálculos preliminares.

Segundo WARBURTON e AYORINDE (1980), qualquer sistema com um AMS acoplado pode ser reduzido a um sistema de um grau de liberdade com uma massa diferente chamada 'efetiva', mesma frequência e mesmo amortecimento que o sistema original. A massa efetiva é definida como uma massa concentrada que, quando colocada no ponto onde está o AMS, dá a mesma energia cinética do sistema vibrando em um modo relevante.

Pretende-se generalizar o conceito de massa efetiva para qualquer sistema com qualquer número de osciladores, reduzindo-o a um ou mais graus de liberdade.

Seja o modelo de elementos finitos da figura 3.1. Suponha que o modelo seja substituído por outro com massas concentradas nos pontos onde estão acoplados os osciladores (modelo modificado).

A energia cinética do modelo original é dada por:

$$E_s = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M}_1 \dot{\mathbf{u}} \quad (3.65)$$

onde:

$\dot{\mathbf{u}}$ - vetor de velocidades do modelo original.

E a energia cinética do modelo modificado é:

$$E_{sm} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}_m^T \mathbf{M}_{ef} \dot{\mathbf{u}}_m \quad (3.66)$$

onde:

$\dot{\mathbf{u}}_m$ - vetor de velocidades do modelo modificado.

\mathbf{M}_{ef} - matriz ($M \times M$) de massas efetivas nos pontos onde estão acoplados os osciladores.

Mas da equação 3.57 e da definição de $\bar{\Phi}$ (eq. 3.3):

$$\dot{\mathbf{u}} = \Phi \dot{\mathbf{v}} \quad (3.67)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_m = \bar{\Phi} \dot{\mathbf{v}}$$

De acordo com o conceito de massa efetiva as energias cinéticas dos modelos original e modificado devem ser iguais:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{u}}_m^T \mathbf{M}_{ef} \dot{\mathbf{u}}_m &= \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M}_1 \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{v}}^T \bar{\Phi}^T \mathbf{M}_{ef} \bar{\Phi} \dot{\mathbf{v}} &= \dot{\mathbf{v}}^T \bar{\Phi}^T \mathbf{M}_1 \bar{\Phi} \dot{\mathbf{v}} \\ \bar{\Phi}^T \mathbf{M}_{ef} \bar{\Phi} &= \bar{\Phi}^T \mathbf{M}_1 \bar{\Phi}\end{aligned}\quad (3.68)$$

Portanto a equação para o cálculo da matriz de massas efetivas é:

$$\bar{\Phi}^T \mathbf{M}_{ef} \bar{\Phi} = \mathbf{M}_1^0 \quad (3.69)$$

O interesse na equação 3.69 não se resume apenas a casos simples e possíveis de serem resolvidos analiticamente. Para os casos mais complexos com muitos graus de liberdade, pode ser preferível resolver a equação 3.69 e reduzir o sistema a M graus de liberdade, com uma matriz de massa que pode não ser diagonal. Estudos da viabilidade de tal procedimento devem ser feitos. Em alguns casos, a equação pode não ter solução única ou conduzir a sistemas de equações. Se $P = M > 1$, a equação 3.69 conduz a um sistema de equações onde a matriz de massas efetivas a priori não é diagonal.

Se apenas um oscilador ($M = 1$) está sintonizado em um determinado modo k ($P = 1$) considerado relevante, a equação 3.69 conduz ao seguinte resultado:

$$M_{ef}^{(k)} = \frac{M_1^{(k)}}{\left(\bar{\phi}_1^{(k)}\right)^2} \quad (3.70)$$

Este é o mesmo resultado encontrado por WARBURTON; AYORINDE (1980).

Se M osciladores estão aproximadamente (MMS) ou sintonizados (multi-AMS) em um determinado modo k e a matriz de massas efetivas é diagonal, obtêm-se da equação 3.69:

$$\left\{ \begin{matrix} \bar{\phi}_1^{(k)} & \bar{\phi}_2^{(k)} & \dots & \bar{\phi}_M^{(k)} \end{matrix} \right\} \left[\begin{matrix} M_{ef}^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_{ef}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & M_{ef}^M \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} \bar{\phi}_1^{(k)} \\ \bar{\phi}_2^{(k)} \\ \vdots \\ \bar{\phi}_M^{(k)} \end{matrix} \right\} = M_1^{(k)}$$

Se os osciladores estão próximos, é razoável supor que as massas efetivas correspondentes a cada amortecedor são aproximadamente iguais e que a massa efetiva total é M vezes esta massa efetiva. Então a massa efetiva total resulta:

$$M_{ef}^{(k)t} = \frac{M M_1^{(k)}}{\sum_{j=1}^M \left(\bar{\phi}_j^{(k)}\right)^2} \quad (3.71)$$

Este resultado não concorda com o sugerido por SETAREH (1990), que não multiplica a equação por M . XU e IGUSA (1992) mostram que os MMS's têm o mesmo comportamento de um AMS, com massa total igual a soma das massas individuais, quando

a razão de amortecimento e frequências naturais são iguais. Então a equação da massa efetiva deve se reduzir ao caso de um AMS (eq. 3.70) quando isto ocorre. Como a expressão para a massa efetiva não depende das características dos osciladores, basta que estes estejam aproximadamente no mesmo ponto, característica do MMS proposto por XU e IGUSA (1992), para que a equação 3.71 se reduza a equação 3.70. Isto não ocorre com a equação sugerida por SETAREH (1990).

No caso de existirem M osciladores sintonizados em um modo e outros sintonizados em outros modos, pode-se adotar o procedimento de projetar os osciladores para cada modo separadamente, com um grau de liberdade. Isto é possível pois, segundo SETAREH (1990), a presença de um oscilador sintonizado em um modo pode ter pouca influência na performance de outro sintonizado em outro modo, quando as frequências naturais do sistema principal são espaçadas.

Capítulo 4

O Programa CMS.FOR

O programa CMS.FOR foi desenvolvido para analisar sistemas lineares submetidos a excitações aleatórias estacionárias com osciladores instalados, a partir das equações deduzidas no capítulo 3.

Essencialmente o programa calcula a densidade espectral de potência dos deslocamentos e acelerações da resposta, bem como os seus valores quadráticos médios.

Os tipos de análise que podem ser feitos são:

- Resposta de sistemas com osciladores passivos sintonizados (AMS's, multi-AMS's, MMS's) considerando os modos estáticos.
- Resposta de sistemas com osciladores passivos sintonizados (AMS's, multi-AMS's, MMS's) sem os modos estáticos.
- Resposta de sistemas sem osciladores.
- Estudos da variação dos parâmetros dos osciladores. Cada parâmetro é variado separadamente, considerando-se todas as combinações possíveis de cada parâmetro. Os valores dos parâmetros correspondentes aos valores mínimos da resposta fazem parte da saída de dados.
- Estudos da variação dos parâmetros do sistema principal.
- Determinação dos parâmetros ótimos dos osciladores (otimização). A otimização determina os parâmetros dos osciladores tal que o valor RMS (raiz do valor quadrático médio) da resposta do grau de liberdade de valor RMS máximo seja mínimo. Isto é feito pelas subrotinas NLPXXX que otimizam um conjunto de parâmetros segundo o algoritmo de SCHITTKOWSKI, 1983.
- Estudo da variação dos parâmetros dos MMS's sujeitos as hipóteses consideradas no cap. 6.

A entrada de dados pode ser feita de duas maneiras:

1. Entrada das matrizes de massa, rigidez e amortecimento do sistema principal e características dos osciladores. É necessária uma análise estática prévia da estrutura para a determinação das matrizes.
2. Entrada de resultados numéricos ou experimentais de algumas frequências naturais, modos normais, matriz de massa e características dos osciladores

O fluxograma simplificado do programa é mostrado na figura 4.1.

No caso da segunda entrada de dados não é possível a consideração dos modos estáticos devido as dificuldades de avaliação da matriz \mathbf{K}_1 para o cálculo da matriz \mathbf{K}_1^1 , dada pela equação 3.18.

Alguns procedimentos auxiliares são necessários, além das equações deduzidas no capítulo 3, que são descritos a seguir.

4.1 Forma Simétrica da Matriz Dinâmica

Quando a primeira opção de entrada de dados é escolhida, é necessário o cálculo das frequências e modos normais do sistema principal.

A matriz dinâmica $\mathbf{D} = \mathbf{K}_1^{-1} \mathbf{M}_1$, geralmente não é simétrica. Os procedimentos convencionais de cálculo de autovalores e autovetores se baseiam na suposição de matrizes simétricas.

É adotado o procedimento dado por CLOUGH e PENZIEN (1975) para reduzir o problema ao caso simétrico.

O problema de autovalores e autovetores a ser resolvido é da forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}\phi^{(k)} &= \frac{1}{\omega_k^2} \phi^{(k)} \\ \omega_k^2 \mathbf{M}_1 \phi^{(k)} &= \mathbf{K}_1 \phi^{(k)} \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde:

ω_k^2 - frequências naturais ao quadrado (inverso dos autovalores).

$\phi^{(k)}$ - autovetores (modos normais).

Se a matriz \mathbf{M}_1 é diagonal, a transformação $\mathbf{M}_1 = \mathbf{M}_1^{1/2} \mathbf{M}_1^{1/2}$ pode ser feita. Adotando os autovetores como:

$$\phi^{(k)} = \mathbf{M}_1^{-1/2} \phi_1^{(k)} \quad (4.2)$$

E, substituindo na equação 4.1 e pré-multiplicando por $\mathbf{M}_1^{-1/2}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1^{-1/2} \mathbf{K}_1 \mathbf{M}_1^{-1/2} \phi_1^{(k)} &= \omega_k^2 \phi_1^{(k)} \\ \mathbf{B} \phi_1^{(k)} &= \omega_k^2 \phi_1^{(k)} \end{aligned} \quad (4.3)$$

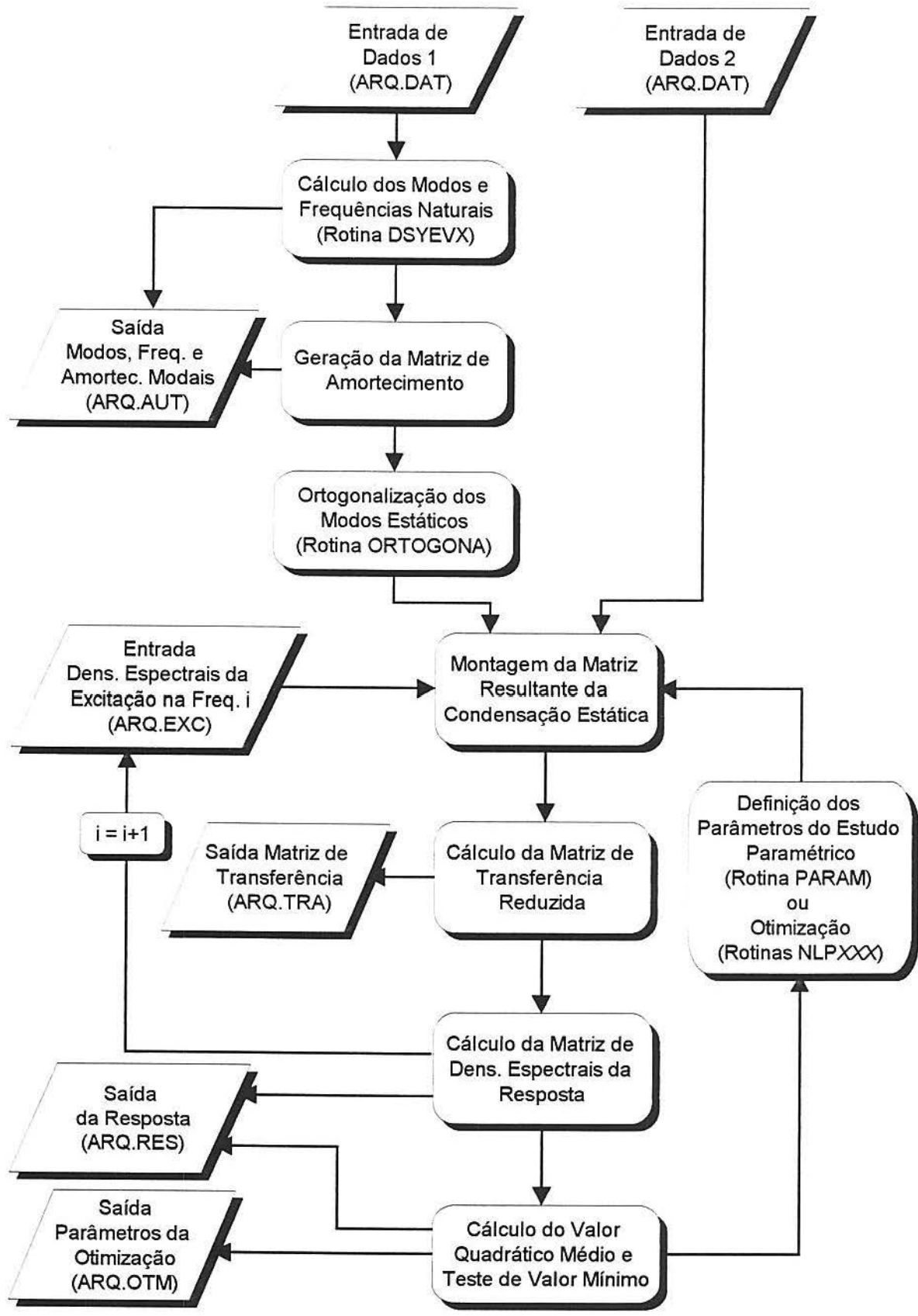


Figura 4.1: Fluxograma Simplificado do Programa CMS.FOR

A partir da resolução do problema de autovalores e autovetores simétrico obtido com $\mathbf{B} = \mathbf{M}_1^{-1/2} \mathbf{K}_1 \mathbf{M}_1^{-1/2}$, obtêm-se diretamente o quadrado das frequências naturais e, usando a equação 4.2, os autovetores (modos normais) do sistema principal.

O programa CMS.FOR utiliza a subrotina DSYEVX do pacote LAPACK (ANDERSON et al., 1992) para o cálculo das P primeiras frequências e modos normais do sistema principal.

4.2 Método de Geração da Matriz de Amortecimento do Sistema Principal

Na primeira alternativa de entrada de dados existe a opção de geração da matriz de amortecimento do sistema principal a partir da razão de amortecimento e frequências do primeiro ou dois primeiros modos.

A matriz de amortecimento é calculada considerando a expressão:

$$\mathbf{C}_1 = \alpha_1 \mathbf{M}_1 + \alpha_2 \mathbf{K}_1 \quad (4.4)$$

Pré-multiplicando a equação 4.4 por Φ^T , pós-multiplicando por Φ e usando as equações 3.17 e 3.29 para os dois primeiros modos, após algumas operações algébricas, chega-se a expressões para o cálculo das constantes α_1 e α_2 :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 2\omega_1\omega_2 \frac{\zeta_1\omega_2 - \zeta_2\omega_1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \\ \alpha_2 &= 2 \frac{\zeta_2\omega_2 - \zeta_1\omega_1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Para apenas um modo pode-se considerar que:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0 \\ \alpha_2 &= 2 \frac{\zeta_1}{\omega_1} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Capítulo 5

Estudos Paramétricos dos AMS's

5.1 Características da Estrutura Base

A escolha da estrutura base para o estudo do comportamento dos amortecedores e verificação da formulação apresentada nos capítulos 3 e 4 foi condicionada aos seguintes fatores:

- Modelo numérico simples mas representativo do funcionamento real da estrutura, para se poder tirar conclusões fundamentais aplicáveis ao modelo numérico e a estrutura real.
- Estrutura base com frequências espaçadas e com predominância na resposta do primeiro modo normal, devido ao maior número de resultados dados na literatura para este tipo de estrutura.
- Facilidade de execução e ensaio de um modelo reduzido e simulação da excitação.

A estrutura base escolhida é uma torre de concreto armado com 120 m de altura. As dimensões da torre e o modelo numérico adotado com um AMS instalado são mostrados na figura 5.1.

Um modelo numérico com 7 graus de liberdade foi montado a partir das características físicas da torre (tab. 5.1). O programa SAP90 foi usado para o cálculo da matriz de rigidez e dos modos estáticos, através da aplicação de forças concentradas unitárias nos nós do modelo, considerando a torre formada por elementos finitos de barra.

O programa CMS.FOR foi usado para a determinação das frequências naturais, modos normais e razões de amortecimento crítico a partir do 3º modo do modelo. A figura 5.2 mostra a forma modal, frequências naturais e razões de amortecimento crítico do modelo, admitidas como 1% nos dois primeiros modos.

A título de ilustração, a figura 5.3 mostra a forma do primeiro modo estático antes e após a ortogonalização dada pela eq. 3.9 com relação ao modo normal 1 e com relação aos modos normais 1 e 2. Como esperado, o primeiro modo estático toma uma forma

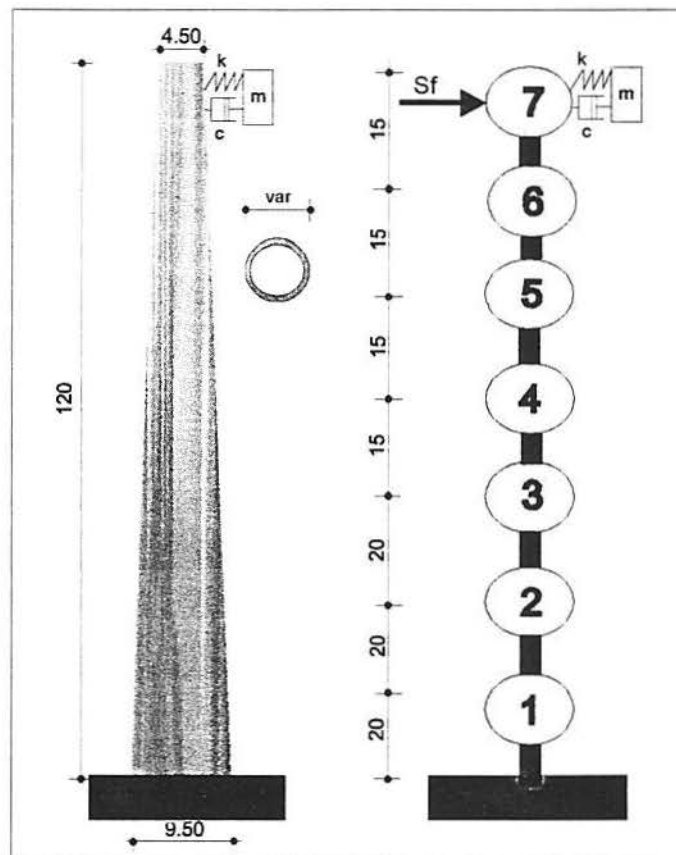


Figura 5.1: Esquema da Torre e Modelo Numérico com um AMS Instalado

Tabela 5.1: Características Físicas da Estrutura Base

Ponto	Altura (m)	Espessura (m)	Diâmetro Externo (m)	Área Transv. (m ²)	Momento de Inércia (m ⁴)	Massa (10 ³ kg)
0	0	0.250	9.500	7.26	77.757	0.000
1	20	0.242	8.667	6.40	56.934	298.25
2	40	0.233	7.833	5.56	40.208	269.00
3	60	0.225	7.000	4.79	27.507	209.50
4	75	0.219	6.375	4.24	20.088	163.00
5	90	0.212	5.750	3.69	14.161	146.50
6	105	0.206	5.125	3.18	9.645	129.75
7	120	0.200	4.500	2.70	6.258	58.75

NOTA: Módulo de Elasticidade da Torre: 3×10^7 KN/m²

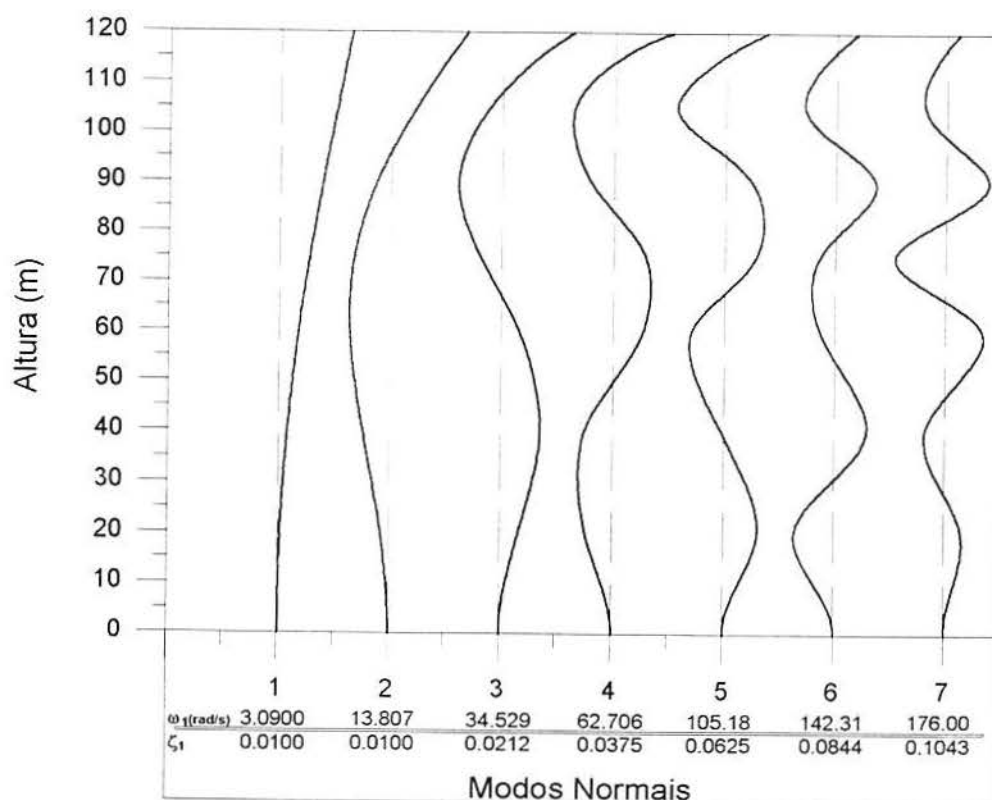


Figura 5.2: Formas Modais, Frequências Naturais e Razões de Amortecimento Crítico da Estrutura

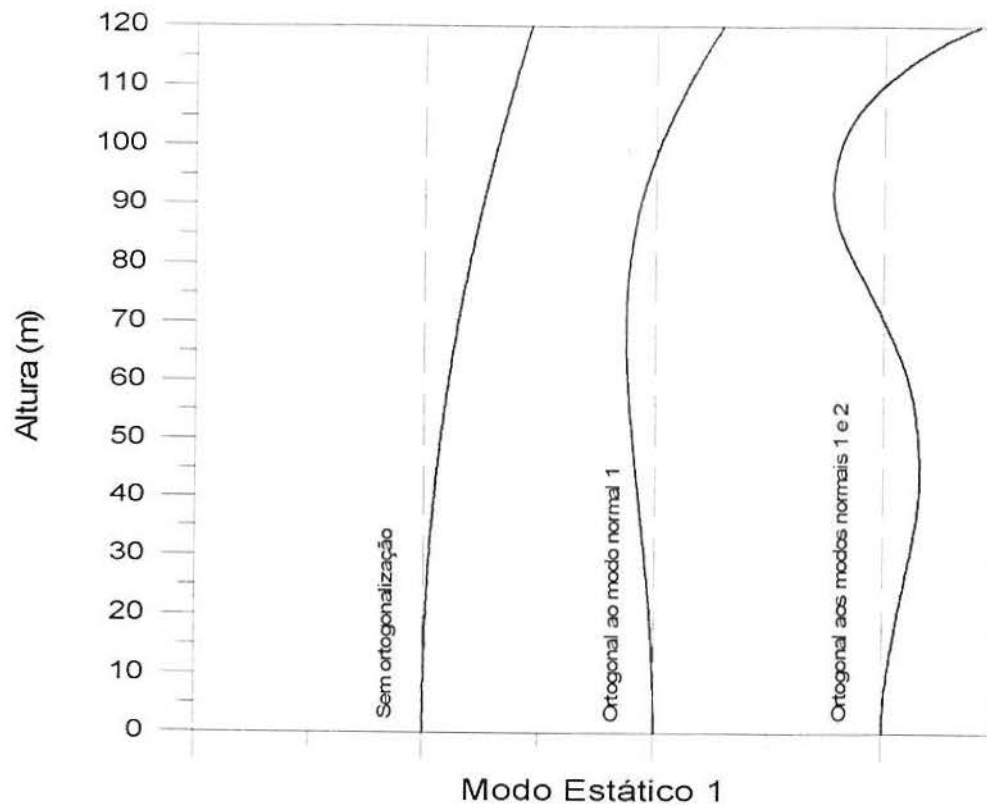


Figura 5.3: Primeiro Modo Estático Antes e Após a Ortogonalização

muito parecida ao segundo modo normal quando se considera apenas o primeiro modo normal na resposta e muito parecida ao terceiro modo normal quando se consideram os dois primeiros modos normais na resposta.

5.2 Excitações Consideradas

Para a descrição do comportamento dos amortecedores foram considerados três tipos de excitação (fig. 5.4):

1. Excitação ruído branco na faixa de 0 a 18 rad/s, por ser uma das excitações mais estudadas na literatura. Valores da frequência maiores do que 18 rad/s não contribuem significativamente para a resposta da estrutura.
2. Excitação representada pelo espectro longitudinal de Von Karman de velocidades (0 a 18 rad/s) transformado para espectro de forças, por representar uma excitação mais realística, no caso característica da ação do vento.

O espectro longitudinal de Von Karman de velocidades (dado por Blessmann, 1995) é caracterizado pela equação:

$$S_1(f) = \frac{\sigma_1^2}{f} \frac{4X_1}{(1 + 70.78X_1^2)^{5/6}} \quad (5.1)$$

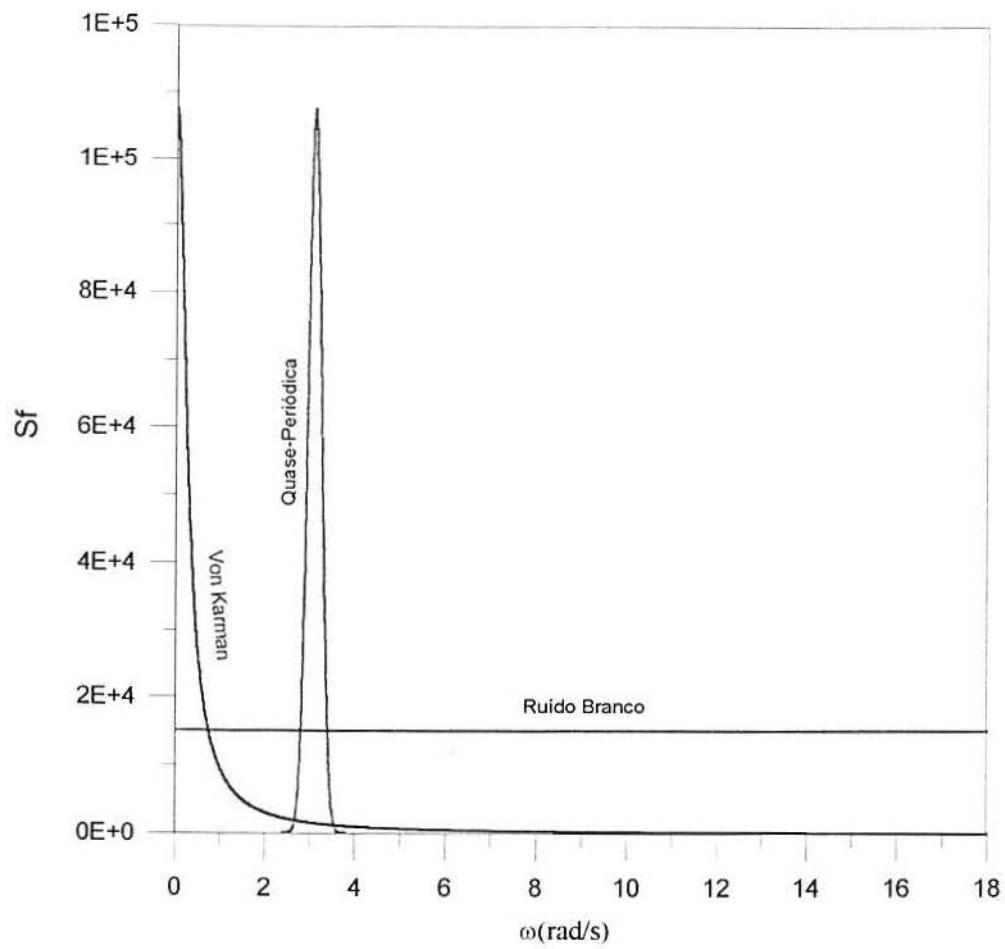


Figura 5.4: Densidades Espectrais das Excitações Consideradas

onde:

$$X_1 = f \frac{L_{11}(z)}{\bar{V}(z)}$$

E,

f - frequência em Hz.

σ_1^2 - componente longitudinal da variância das rajadas (m^2/s^2).

$L_{11}(z)$ - macroescala longitudinal da turbulência na cota z (m).

$\bar{V}(z)$ - velocidade média sobre 10 min na cota z (m/s).

X_1 - frequência adimensional (> 0.1).

$S_1(f)$ - espectro da componente longitudinal da turbulência na frequência

f ($\frac{m^2/s^2}{Hz}$).

A transformação para o espectro de forças pode ser feita conforme descreve o capítulo 7.

3. Excitação quase-periódica com densidade espectral de potência representada por uma curva de Gauss com média igual a primeira frequência natural da torre (3.09 rad/s) e desvio padrão de 0.15 rad/s.

O espectro citado é representado pela equação:

$$S_f(\omega) = \frac{P_0^2}{\sigma_\omega \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega - \mu_\omega}{\sigma_\omega} \right)^2} \quad (5.2)$$

onde:

ω - frequência em rad/s.

P_0 - amplitude de referência (N).

σ_ω - desvio padrão (rad/s).

μ_ω - média (rad/s).

$S_f(\omega)$ - espectro de forças ($\frac{N^2}{rad/s}$).

A intenção é simular uma excitação de banda estreita que excite fundamentalmente o primeiro modo da estrutura. A maioria dos trabalhos estudam o comportamento dos amortecedores com uma excitação periódica, tratando o problema deterministicamente. Mas qualquer excitação tem uma certa variabilidade, mesmo que pequena, e pode ser mais adequadamente representada como um processo aleatório.

A escolha do desvio padrão de 0.15 rad/s foi condicionada a algumas observações do comportamento dos amortecedores e será justificada no item 5.4.

Os valores absolutos dos espectros considerados não são de grande importância no estudo do comportamento dos amortecedores pois todas as respostas foram normalizadas

com respeito a resposta sem amortecedores já que o interesse é apenas na forma de variação da resposta. O espectro de Von Karman foi calculado com as características do vento, dadas por BLESSMANN (1995), com rugosidade do terreno da categoria III da NBR 6123/87, velocidade básica de 50 m/s, fatores $S_1=1$ e $S_3=1$ e função de admitância aerodinâmica unitária (ver cap. 7).

5.3 Metodologia do Estudo com AMS's

Os estudos realizados com os AMS's, utilizando o programa CMS.FOR com os três tipos de excitação considerados, constaram das etapas:

- Discretização dos espectros com espaçamento variável. A discretização foi densificada em volta da primeira e segunda frequências naturais do modelo e na região dos picos da excitação, se houverem, onde o espectro da resposta pode apresentar picos pronunciados.

Para a excitação ruído branco foi adotada uma discretização do intervalo de 0 a 18 rad/s com 302 pontos, com espaçamento de 0.01 rad/s em volta da primeira e segunda frequências naturais do modelo e cerca de 0.60 rad/s nas outras regiões.

Para o espectro de Von Karman foi adotada uma discretização do intervalo de 0 a 18 rad/s com 482 pontos, com espaçamento de 0.01 rad/s em volta da primeira e segunda frequências naturais do modelo e na região de frequências baixas (onde se situa o pico da excitação) e cerca de 0.60 rad/s nas outras regiões.

Para a excitação quase-periódica foi adotada uma discretização do intervalo de 2.40 a 3.80 rad/s com 102 pontos, com espaçamento constante 0.01 rad/s em volta da primeira frequência natural do modelo.

- Determinação da resposta sem AMS, considerando a estrutura excitada apenas no topo (ponto 7) afim de poder comparar mais diretamente os resultados obtidos com as referências no assunto, que geralmente consideram sistemas de um grau de liberdade.
- Localização de um AMS no topo da estrutura sintonizado no primeiro modo e determinação da resposta com 7 modos normais e 1 modo normal + 1 modo estático, considerando a excitação aplicada também no topo. Estudos iniciais revelaram que a adição de outro amortecedor sintonizado no segundo modo diminuía a resposta com relação a somente um amortecedor em cerca de 0.5%.
- Determinação dos seus parâmetros ótimos (amortecimento e frequência fundamental) para as respostas calculadas com 7 modos normais, 2 modos normais, 1 modo normal (equivalente a redução a um grau de liberdade) e 1 modo normal + 1 modo estático.

Os parâmetros ótimos são calculados a partir da minimização do valor quadrático médio dos deslocamentos no topo do modelo.

O valor da massa é considerado fixo pois sabe-se que quanto maior a massa do AMS menor a resposta das estruturas. O estudo foi feito com massas dos AMS's de 2.44, 4.88, 7.32, 9.76 e 12.20 t, que representam razões de massa (μ) de 1, 2, 3, 4 e 5 %, respectivamente, com relação a massa calculada pela eq. 3.70, que resultou no valor de 244 t. Nas aplicações existentes, geralmente não são usados valores da razão de massa superiores a 5%, principalmente devido ao aumento nos custos de instalação.

- Comparação dos parâmetros ótimos calculados para as respostas com 7, 2 e 1 modos normais com os obtidos com 1 modo normal + 1 modo estático.
- Estudos paramétricos da variação do amortecimento e frequência fundamental do AMS.
- Estudos paramétricos da variação da massa, amortecimento e rigidez da estrutura base.

5.4 Análise da Resposta com e sem AMS's

O módulo da função de transferência da estrutura com e sem AMS para o primeiro modo para várias razões de amortecimento crítico do AMS é mostrada na figura 5.5. As características básicas da função de transferência, encontradas por DEN HARTOG (1947) para um sistema de um grau de liberdade, são as seguintes: o pico da função na frequência fundamental da estrutura é substituído por dois picos quando se acrescenta um AMS com baixo amortecimento e por um único pico deslocado da frequência fundamental quando o AMS tem alto amortecimento, de modo geral as amplitudes dos picos que surgem são menores do que o original sem AMS, as amplitudes crescem quando o amortecimento do AMS é pequeno ou grande, evidenciando que deve existir um valor mínimo intermediário. Um fato marcante que a diferencia da função encontrada por DEN HARTOG (1947) é o fato de não existirem os dois pontos fixos por onde passariam todas as curvas quando se varia o amortecimento do amortecedor, o que indica que a estrutura em estudo é amortecida.

Para um sistema de um grau de liberdade a densidade espectral da resposta pode ser dada simplesmente pela multiplicação do módulo da função de transferência ao quadrado pela densidade espectral da excitação. Se o espectro da excitação só varia em torno da frequência fundamental da estrutura, como o caso estudado para a excitação quase-periódica, nota-se facilmente (fig. 5.5) que o amortecimento do AMS que daria o menor valor quadrático médio da resposta pode ser nulo se a largura de banda da excitação for pequena, valor impossível de ser conseguido na prática. Este fato foi verificado numericamente para a excitação quase-periódica e o valor escolhido para o desvio padrão do espectro (0.15 rad/s) é aproximadamente o valor abaixo do qual o amortecimento ótimo do AMS é nulo.

Uma densidade espectral característica dos deslocamentos do topo da estrutura sem e com AMS para a excitação ruído branco é mostrada na fig. 5.6. Observam-se as seguintes características básicas da densidade espectral da resposta de estruturas alteadas: sem AMS existem dois picos referentes as duas primeiras frequências naturais da torre, sendo que o primeiro é muito mais pronunciado do que o segundo, ressaltando a importância

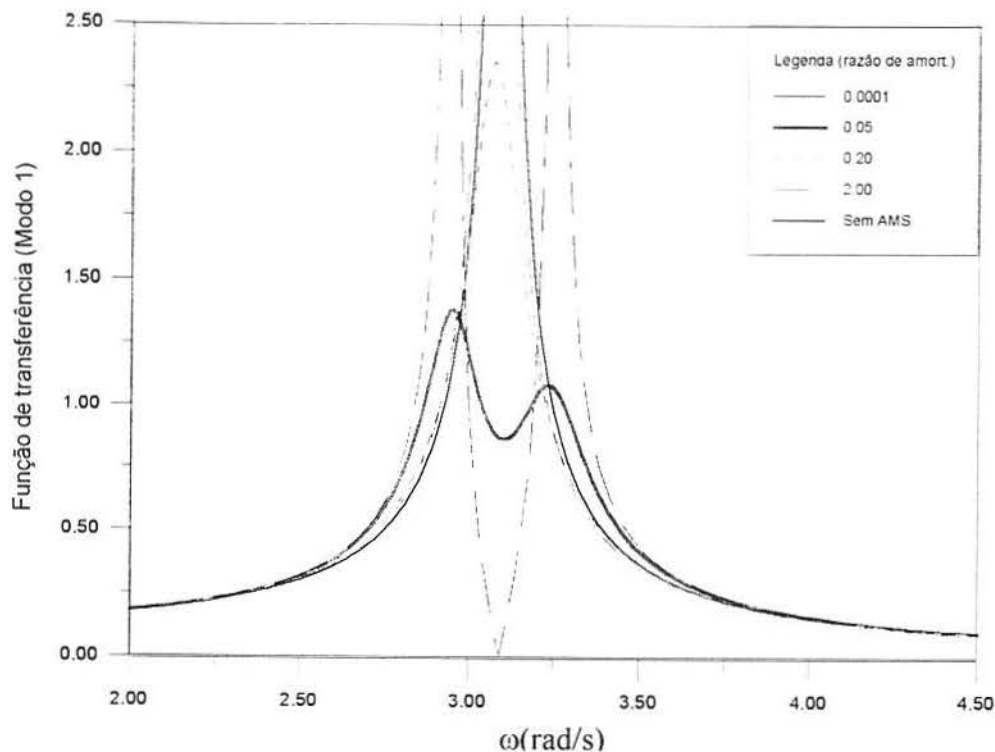


Figura 5.5: Módulo da Função de Transferência para o Modo 1 da Estrutura sem AMS e com AMS com Vários Amortecimentos, Massa de 2.44 t e Frequência de 3.09 rad/s

do primeiro modo na resposta, com AMS o pico referente a primeira frequência natural, à qual o mesmo está sintonizado, é substituído por dois com amplitudes muito menores. Nota-se que o AMS não tem nenhuma influência no segundo modo normal da estrutura, fato verificado por SETAREH (1990) para uma estrutura com frequências espaçadas. A opção de usar apenas um modo normal e mais um modo estático na resposta conduz a uma densidade espectral que concorda perfeitamente com a densidade espectral 'exata' no primeiro modo mas ocorre um deslocamento na escala de frequência para o segundo modo, embora pareça que a área (valor quadrático médio) seja praticamente igual.

Uma densidade espectral característica dos deslocamentos do topo da estrutura sem e com AMS para a excitação com espectro de Von Karman é mostrada na fig. 5.7. A resposta apresenta essencialmente as mesmas características mencionadas para a excitação ruído branco, exceto no aparecimento de um terceiro pico na frequência de 0 rad/s. Este pico aparece porque a maior parte da energia do espectro da excitação está concentrada em baixas frequências. Pode-se dizer, assim, que o AMS provavelmente será menos eficiente para esta excitação do que para o ruído branco, pois teoricamente o AMS teria a capacidade de diminuir o mesmo valor nos dois espectros e, como no espectro de Von Karman a resposta sem AMS é maior, a eficiência relativa seria menor.

A densidade espectral dos deslocamentos do topo da estrutura sem e com AMS para a excitação quase-periódica é mostrada na fig. 5.8. Apenas o primeiro modo é importante na resposta.

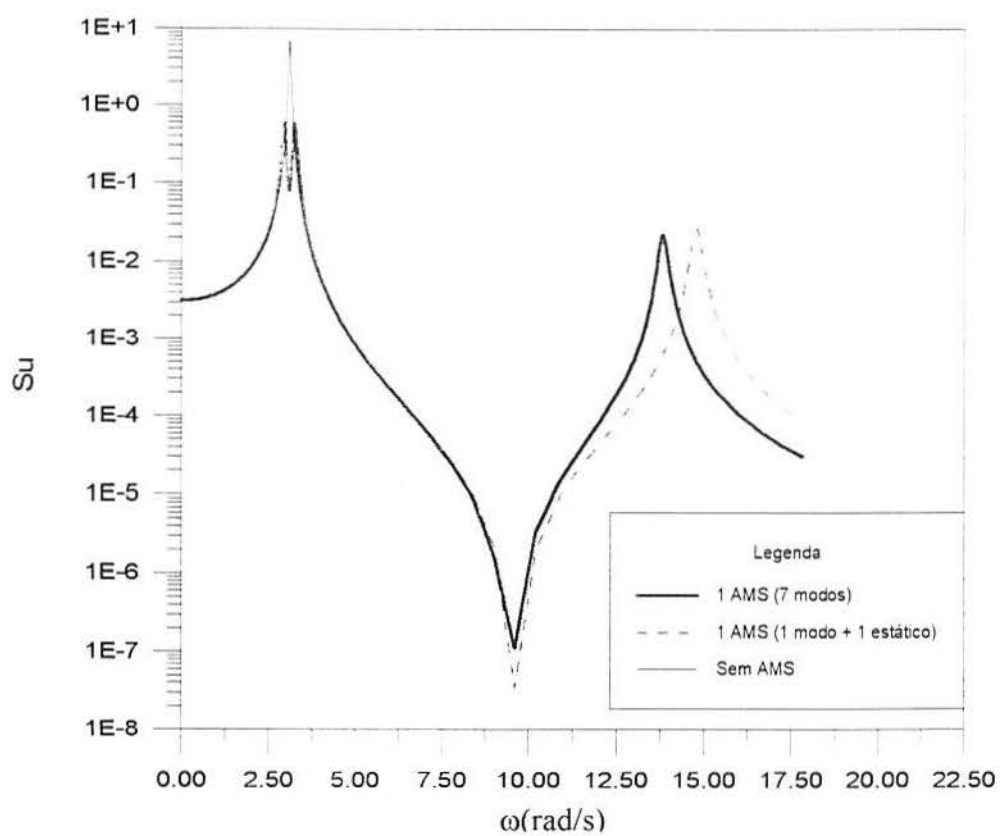


Figura 5.6: Densidade Espectral dos Deslocamentos do Ponto 7 da Estrutura para a Excitação Ruído Branco sem AMS e com AMS com Massa de 2.44 t, Amortecimento de 3% e Frequência de 3.06 rad/s

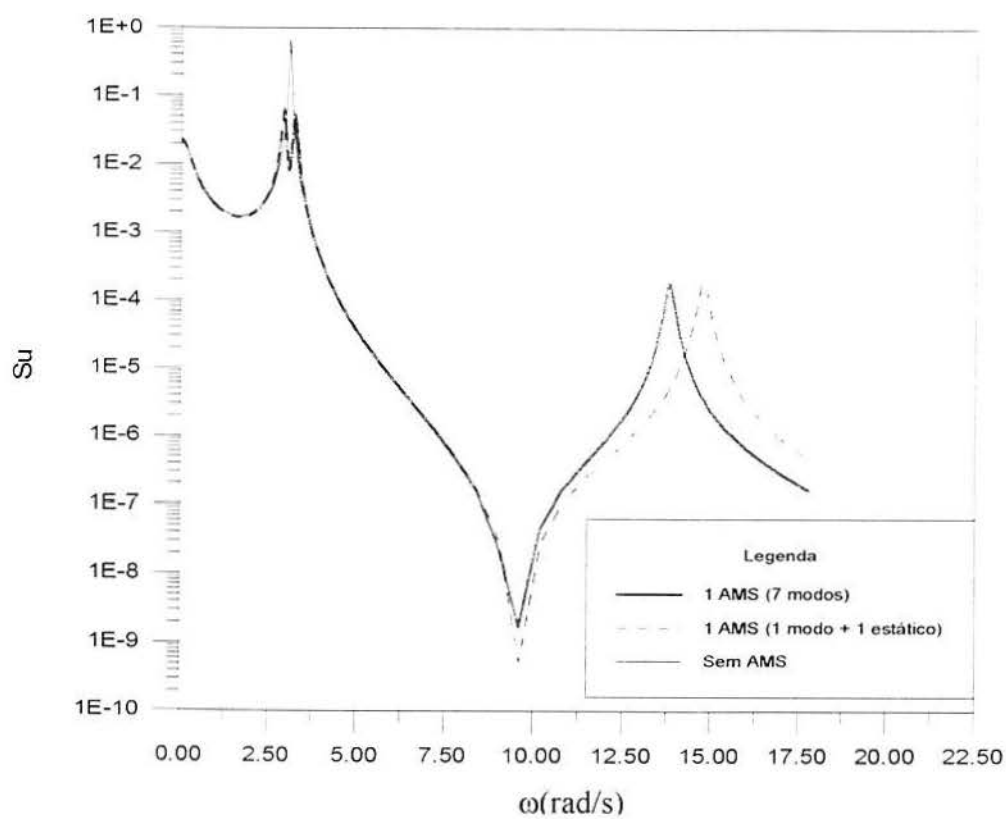


Figura 5.7: Densidade Espectral dos Deslocamentos do Ponto 7 da Estrutura para o Espectro de Von Karman sem AMS e com AMS com Massa de 2.44 t, Amortecimento de 3% e Frequência de 3.06 rad/s

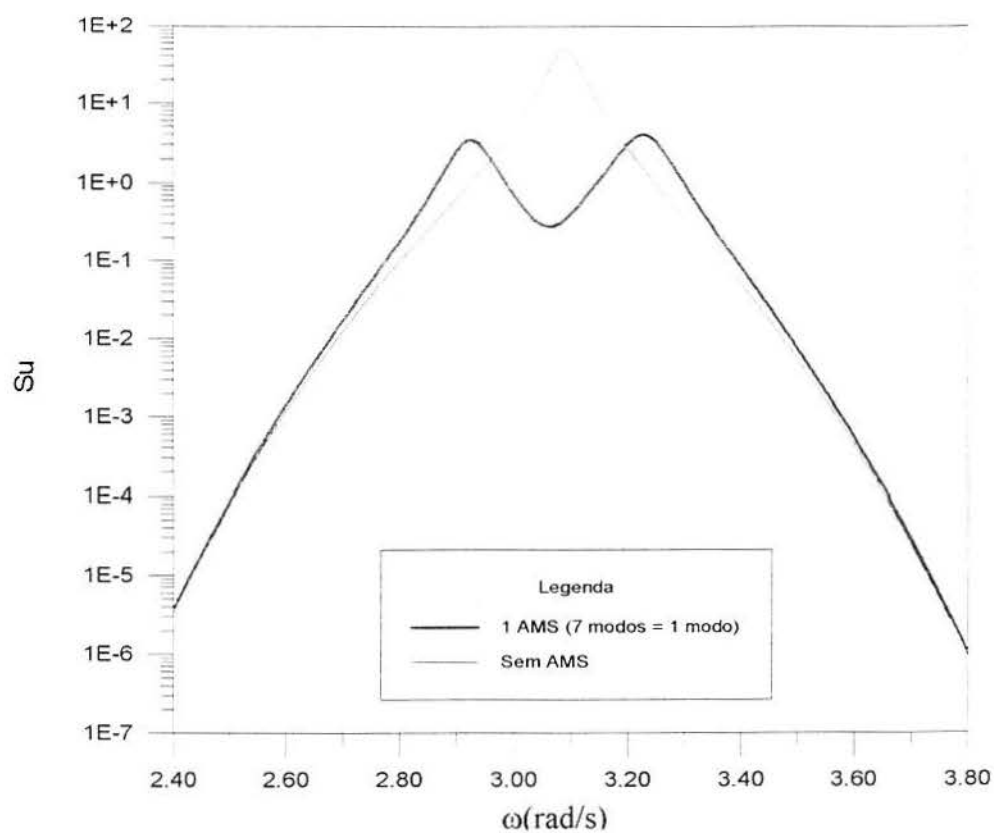


Figura 5.8: Densidade Espectral dos Deslocamentos do Ponto 7 da Estrutura para a Excitação Quase-Periódica sem AMS e com AMS com Massa de 2.44 t, Amortecimento de 2% e Frequência de 3.06 rad/s

Tabela 5.2: Parâmetros Ótimos do AMS para a Resposta com 7 e 2 modos

μ	Parâmetro	Ruído Branco			Von Karman			Quase-Periódica		
		7 modos	2 modos	Erro (%)	7 modos	2 modos	Erro (%)	7 modos	2 modos	Erro (%)
0.01	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.050	0.050	0.000	0.050	0.050	0.000	0.038	0.038	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	3.064	3.064	0.000	3.055	3.055	0.000	3.072	3.072	0.000
	$RMSnorm_{\acute{o}t.}$	0.5615	0.5614	0.018	0.6313	0.6301	0.190	0.4055	0.4055	0.000
0.02	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.070	0.070	0.000	0.070	0.070	0.000	0.045	0.045	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	3.040	3.040	0.000	3.023	3.024	0.033	3.062	3.062	0.000
	$RMSnorm_{\acute{o}t.}$	0.4927	0.4926	0.020	0.5794	0.5779	0.259	0.2940	0.2940	0.000
0.03	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.086	0.086	0.000	0.085	0.085	0.000	0.047	0.047	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	3.016	3.017	0.033	2.993	2.993	0.000	3.056	3.056	0.000
	$RMSnorm_{\acute{o}t.}$	0.4547	0.4545	0.044	0.5520	0.5504	0.290	0.2307	0.2307	0.000
0.04	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.099	0.099	0.000	0.098	0.098	0.000	0.047	0.047	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	2.993	2.994	0.033	2.963	2.964	0.034	3.052	3.052	0.000
	$RMSnorm_{\acute{o}t.}$	0.4287	0.4285	0.047	0.5342	0.5324	0.337	0.1880	0.1879	0.053
0.05	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.111	0.111	0.000	0.109	0.109	0.000	0.046	0.046	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	2.970	2.971	0.033	2.934	2.935	0.034	3.050	3.050	0.000
	$RMSnorm_{\acute{o}t.}$	0.4092	0.4090	0.049	0.5212	0.5194	0.345	0.1566	0.1566	0.000

5.5 Parâmetros Ótimos

Os parâmetros ótimos calculados foram a razão de amortecimento crítico ($\zeta_{2\acute{o}t.}$), a frequência ótima ($\omega_{2\acute{o}t.}$) e o valor RMS normalizado dos deslocamentos ($RMSnorm_{\acute{o}t.}$) do AMS. O valor $RMSnorm$ é definido como:

$$RMSnorm = \frac{RMS_{com\ AMS}}{RMS_{sem\ AMS}} \quad (5.3)$$

onde:

$RMS_{com\ AMS}$ - valor RMS da resposta com AMS.

$RMS_{sem\ AMS}$ - valor RMS da resposta sem AMS.

Portanto a eficiência relativa ($E_{f\%}$) do AMS pode ser dada por:

$$E_{f\%} = 100(1 - RMSnorm) \quad (5.4)$$

O valor RMS da resposta sem AMS adotado na normalização considerou o respectivo número de modos normais usado na análise com AMS, exceto na resposta com 1 modo normal + 1 estático onde foi usada a resposta sem AMS com 7 modos normais.

A tabela 5.2 mostra os parâmetros ótimos calculados para os três tipos de excitação estudados, considerando 7 e 2 modos na resposta. Os erros inerentes a consideração de apenas dois modos na resposta são muito pequenos, o que ressalta que neste tipo de estrutura somente os dois primeiros modos são importantes.

Tabela 5.3: Parâmetros Ótimos do AMS para a Resposta com a Redução do Modelo a um Grau de Liberdade

μ	Parâmetro	Ruído Branco				Von Karman		Quase Periódica	
		1 GDL	Erro (%)	Eqs. 2.3 e 2.4	WARBURTON(1982)	1 GDL	Erro (%)	1 GDL	Erro (%)
0.01	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.050	0.000	0.0498	0.04981	0.050	0.000	0.038	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	3.066	0.065	3.0670	3.065589	3.057	0.065	3.073	0.032
	$RMSnorm_{\acute{o}t.}$	0.5525	1.603	-	0.552521	0.6226	1.378	0.4054	0.025
0.02	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.070	0.000	0.0702	-	0.070	0.000	0.045	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	3.043	0.099	3.0445	-	3.027	0.132	3.064	0.065
	$RMSnorm_{\acute{o}t.}$	0.4817	2.232	-	-	0.5688	1.829	0.2938	0.068
0.03	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.086	0.000	0.0856	0.08565	0.085	0.000	0.047	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	3.020	0.133	3.0224	3.019857	2.997	0.134	3.058	0.065
	$RMSnorm_{\acute{o}t.}$	0.4424	2.705	-	0.442402	0.5403	2.120	0.2305	0.087
0.04	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.099	0.000	0.0985	-	0.098	0.000	0.047	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	2.998	0.167	3.0007	-	2.969	0.202	3.054	0.066
	$RMSnorm_{\acute{o}t.}$	0.4158	3.009	-	-	0.5217	2.340	0.1878	0.106
0.05	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.110	0.901	0.1098	-	0.109	0.000	0.046	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	2.976	0.202	2.9794	-	2.941	0.238	3.051	0.033
	$RMSnorm_{\acute{o}t.}$	0.3958	3.275	-	-	0.5081	2.513	0.1565	0.064

A tabela 5.3 mostra os parâmetros ótimos calculados considerando apenas um modo na resposta, que equivale, neste caso, a calcular a resposta para um sistema de um grau de liberdade com a massa dada pela equação 3.70 e frequência e razão de amortecimento iguais aos valores do primeiro modo do modelo. Os erros com relação a consideração de 7 modos na resposta foram inferiores a 3.3 % no valor $RMSnorm_{\acute{o}t.}$ e nos demais parâmetros inferiores a 0.24 %.

Os valores obtidos são comparados com os obtidos por WARBURTON (1982) e com as equações 2.3 e 2.4. Nota-se o perfeito acordo dos resultados obtidos, dentro da precisão admitida, com os valores obtidos por WARBURTON (1982). As equações 2.3 e 2.4, apesar de serem válidas apenas para sistema não amortecidos de 1 GDL, apresentaram-se como boas aproximações para a determinação dos parâmetros ótimos. Este fato se justifica pelo baixo amortecimento admitido para o modelo.

Para a razão de amortecimento ótimo obtida nota-se o perfeito acordo, dentro da precisão admitida, com a equação 2.3. JENSEN et al. (1992) observaram que o amortecimento ótimo do AMS para um sistema de um grau de liberdade não é influenciado significativamente pelo amortecimento do sistema principal, o que justifica a igualdade dos resultados.

A tabela 5.4 mostra os parâmetros ótimos calculados considerando 1 modo normal + 1 modo estático. Os erros com relação a consideração de 7 modos na resposta foram inferiores a 1.4 % no valor $RMSnorm_{\acute{o}t.}$ e nos demais parâmetros inferiores a 0.91 % e apresentaram-se menores do que o caso com 2 modos normais, exceto na excitação ruído branco. Com relação ao valor $RMSnorm$ os erros com relação ao modelo de 1 GDL foram muito menores, o que indica que a consideração dos modos estáticos acelera a convergência da resposta.

Tabela 5.4: Parâmetros Ótimos do AMS para a Resposta com 1 Modo Normal + 1 Modo Estático

μ	Parâmetro	Ruído Branco		Von Karman		Quase Periódica	
		1 modo + 1 estático	Erro (%)	1 modo + 1 estático	Erro (%)	1 modo + 1 estático	Erro (%)
0.01	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.050	0.000	0.050	0.000	0.038	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	3.064	0.000	3.055	0.000	3.072	0.000
	RMSnorm $\acute{o}t.$	0.5663	0.855	0.6315	0.032	0.4055	0.000
0.02	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.070	0.000	0.070	0.000	0.045	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	3.040	0.000	3.023	0.000	3.062	0.000
	RMSnorm $\acute{o}t.$	0.4980	1.076	0.5796	0.034	0.2940	0.000
0.03	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.086	0.000	0.085	0.000	0.047	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	3.016	0.000	2.993	0.000	3.056	0.000
	RMSnorm $\acute{o}t.$	0.4601	1.188	0.5522	0.036	0.2307	0.000
0.04	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.100	1.010	0.098	0.000	0.047	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	2.993	0.000	2.963	0.000	3.052	0.000
	RMSnorm $\acute{o}t.$	0.4342	1.283	0.5344	0.037	0.1880	0.000
0.05	$\zeta_{2\acute{o}t.}$	0.112	0.901	0.109	0.000	0.046	0.000
	$\omega_{2\acute{o}t.}$	2.970	0.000	2.934	0.000	3.050	0.000
	RMSnorm $\acute{o}t.$	0.4146	1.320	0.5214	0.038	0.1566	0.000

O esforço computacional para a consideração de 2 modos normais na resposta ou 1 modo normal + 1 estático é praticamente o mesmo. Isto indica que, no caso do modelo estudado, a consideração dos modos estáticos pode ter um papel secundário. Mas, quando se dispõe de pouca informação com relação as propriedades modais da estrutura (apenas do primeiro modo, por exemplo), os modos estáticos podem exercer um importante papel na obtenção de respostas mais precisas. Além disso, em estruturas com frequências naturais pouco espaçadas muitos modos normais podem ser necessários para a convergência da resposta e neste caso os modos estáticos podem diminuir significativamente o número de modos normais necessários, como indica SETAREH (1990).

De modo geral em todos os casos nota-se uma tendência de aumento dos erros com relação a consideração de 7 modos normais quando a razão de massa aumenta. Isto sugere que à medida que a massa do AMS aumenta este interfere mais significativamente na convergência da resposta.

Para o caso da excitação quase-periódica em todos os casos os erros foram inferiores a 0.11 %, o que indica que a consideração de apenas um modo na resposta é suficiente para se obter resultados precisos.

A figura 5.9 mostra a variação do amortecimento ótimo com a razão de massa. De modo geral o amortecimento ótimo aumenta quando a razão de massa aumenta. A curva para a excitação ruído branco é a mesma encontrada por JENSEN et al. (1992).

Para a excitação quase-periódica a curva de variação do amortecimento ótimo é intermediária as encontradas por TANAKA e MAK (1983) para excitações com largura de banda de 0.31416 rad/s e 0.62832 rad/s e com amplitudes constantes. Definindo a largura de banda como a largura do espectro no ponto onde a amplitude é dividida por $\sqrt{2}$, o valor encontrado para o espectro considerado é de cerca de 0.26 rad/s e a forma do

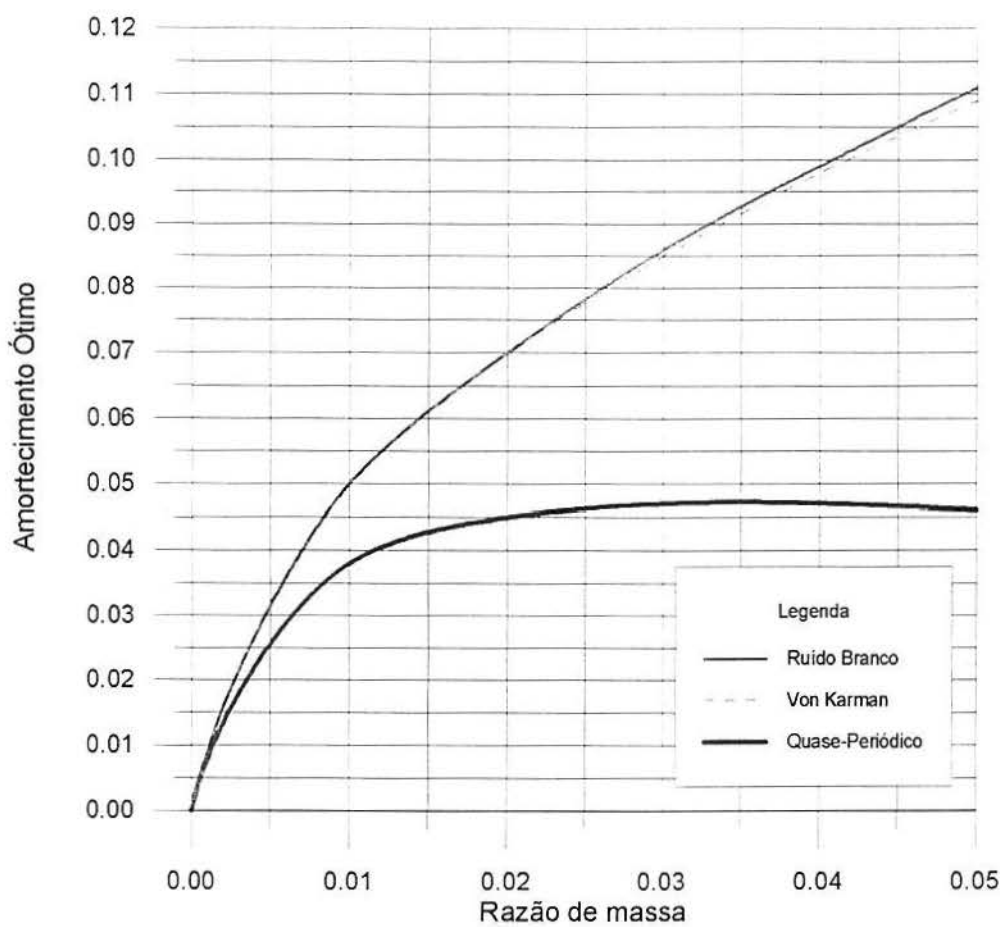


Figura 5.9: Amortecimentos Ótimos do AMS \times Razão de Massa para a Resposta com 7 modos

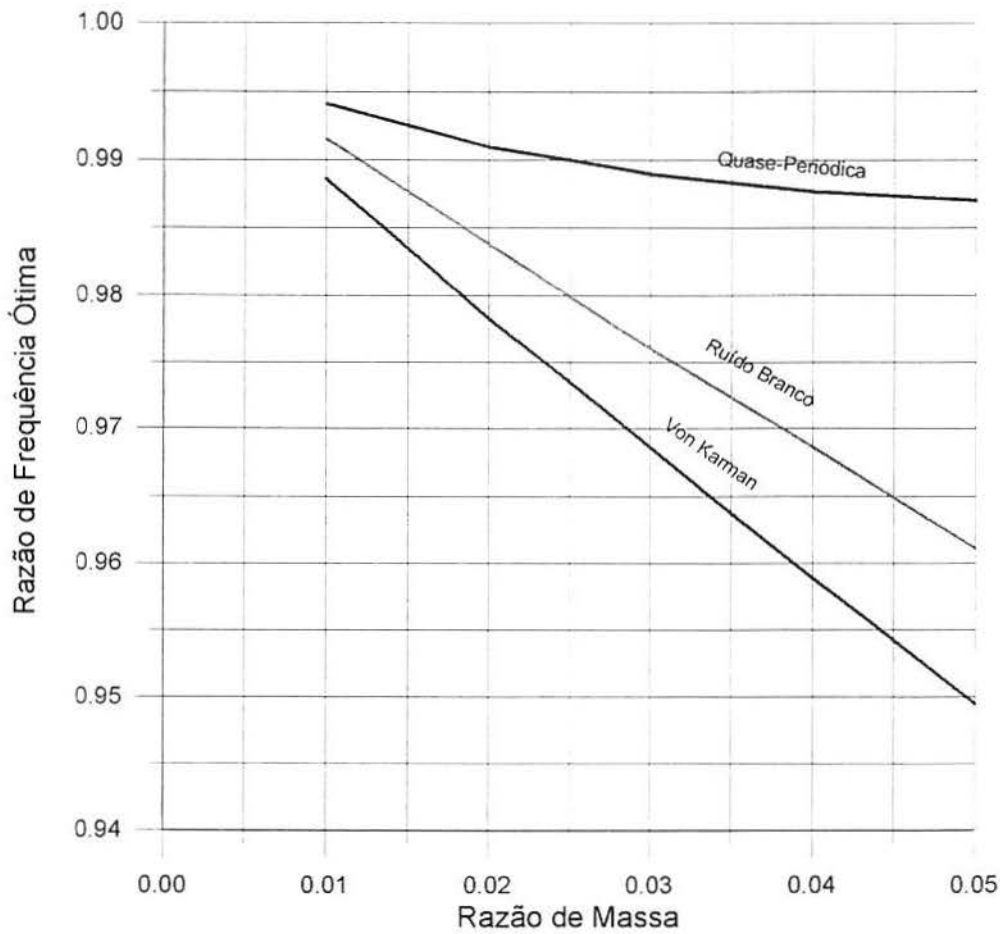


Figura 5.10: Razão de Frequências Ótima do AMS \times Razão de Massa para a Resposta com 7 modos

espectro é variável, não podendo ser esperada perfeita concordância com os valores obtidos por TANAKA e MAK (1983). A partir da razão de massa de 0.04 o amortecimento ótimo cai, este fato também é observado nas curvas de TANAKA e MAK (1983), embora a partir de valores diferentes da razão de massa.

Os valores dos amortecimentos ótimos para as excitações ruído branco e espectro de Von Karman são muito próximos. Este fato pode ser justificado notando que o espectro de Von Karman é praticamente horizontal na vizinhança da primeira frequência fundamental da estrutura, assemelhando-se a excitação ruído branco na região de maior contribuição para o valor RMS da resposta.

A figura 5.10 mostra a variação da razão de frequência ótima com a razão de massa. Nota-se que à medida que a razão de massa aumenta a razão de frequência ótima diminui. A curva para a excitação ruído branco é a mesma encontrada por JENSEN et al. (1992).

A figura 5.11 mostra a variação do valor $RMS_{norm\acute{o}t.}$ com a razão de massa com a consideração de 7 modos normais, 1 modo normal + 1 estático e 1 GDL. Nota-se que à medida que a razão de massa aumenta o valor $RMS_{norm\acute{o}t.}$ diminui, mostrando que quanto maior a massa do AMS maior é a sua eficiência relativa máxima. As eficiências relativas máximas variam de cerca de 37 % para a excitação com o espectro de Von

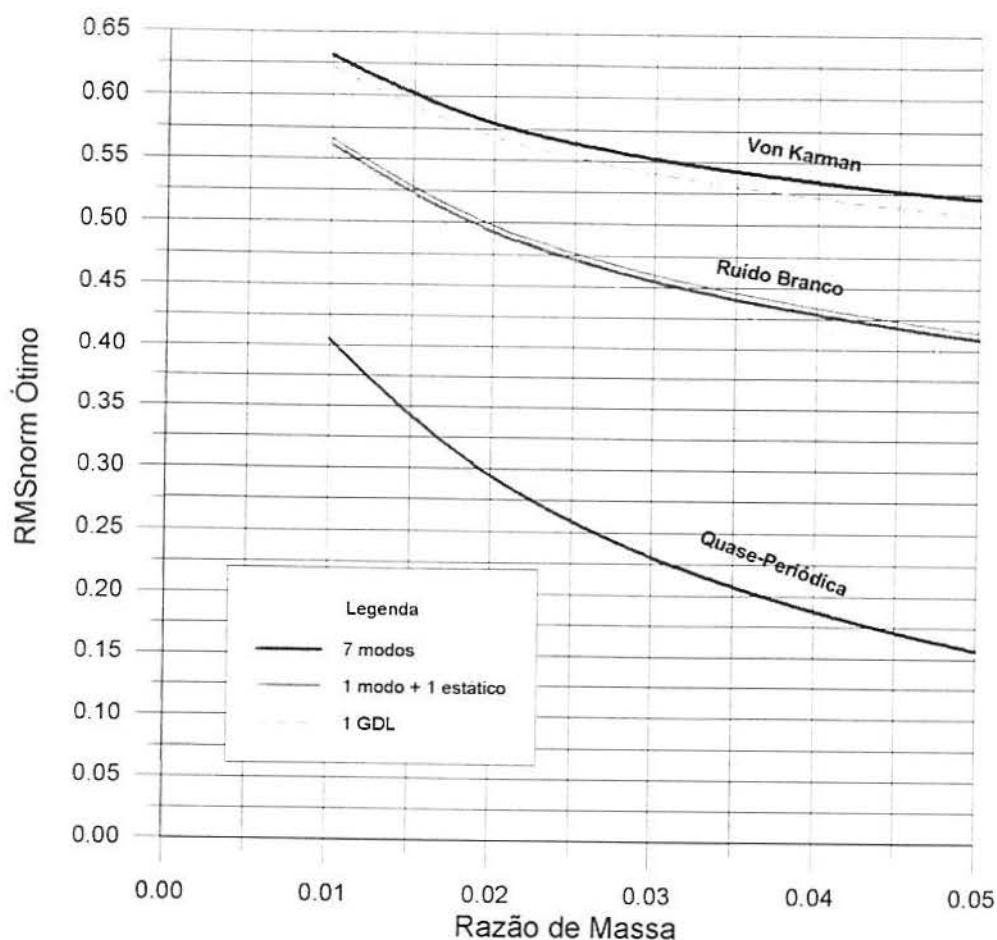


Figura 5.11: Valor RMS Normalizado Ótimo do AMS \times Razão de Massa

Karman com razão de massa de 0.01 a cerca de 84 % para a excitação quase-periódica com razão de massa de 0.05. A curva para a excitação ruído branco com a consideração de um 1 GDL é a mesma obtida por JENSEN et al. (1992).

O fato que a excitação com o espectro de Von Karman conduz a eficiências menores do que a excitação ruído branco também foi observado por XU et al. (1992a), que estudou a resposta semi-empírica de uma estrutura alteada submetida a um espectro real simulado em um túnel de vento com forma parecida ao espectro de Von Karman.

O fato que a excitação quase-periódica conduz a eficiências maiores do que a excitação ruído branco é sugerido por TANAKA e MAK (1983) quando afirmam que o amortecimento efetivo é maior com excitações de banda estreita do que com excitações com banda larga.

De modo geral, observou-se uma tendência de aumento das diferenças entre os valores ótimos, para as excitações ruído branco e Von Karman, com o aumento da razão de massa do AMS. Isto ocorre provavelmente devido ao aumento da largura de banda da resposta com a razão de massa, que provoca maiores diferenças entre os valores mais significativos do espectro de Von Karman na vizinhança da frequência fundamental da estrutura. Este fato foi observado numericamente e pode ser notado na equação 2.5, onde o amortecimento efetivo aumenta com a razão de massa.

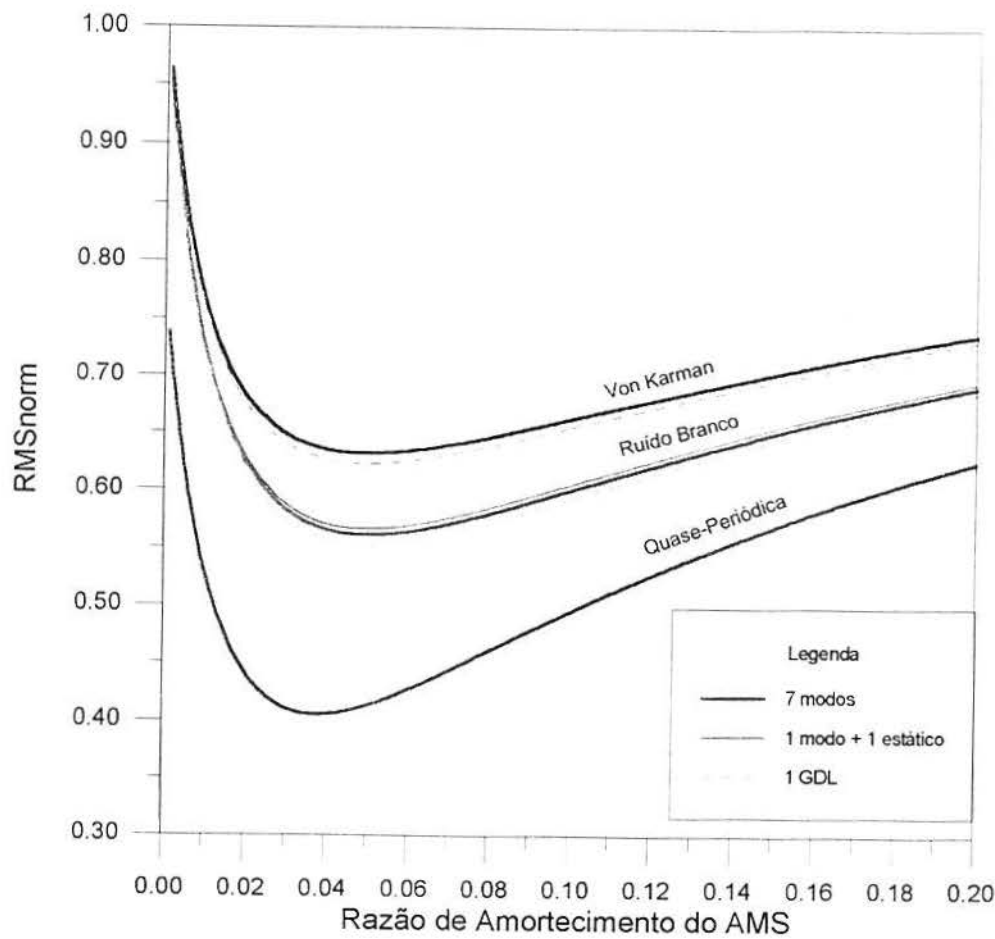


Figura 5.12: Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com a Razão de Amortecimento do AMS, com uma Razão de Massa de 0.01 e Frequência de 3.07 rad/s

5.6 Variação dos Parâmetros dos AMS's

A variação dos parâmetros dos AMS's pode ser inevitável em situações práticas. Isto pode acontecer por vários motivos que podem ir desde erros na fabricação do sistema a mudanças devidas ao desgaste dos equipamentos. Por este motivo é necessário estudar o que acontece com a eficiência dos AMS's se estes parâmetros mudam.

A figura 5.12 mostra a variação do valor $RMSnorm$ da resposta com a razão de amortecimento do AMS. Nota-se que existe um valor do amortecimento para o qual a resposta é mínima e que acima e abaixo deste valor a resposta cresce. A perda da eficiência é mais significativa quando o amortecimento do AMS diminui. A curva para a excitação ruído branco com a consideração de 1 GDL é semelhante a encontrada por XU e IGUSA (1992) e a curva para a excitação com o espectro de Von Karman é semelhante na forma com a encontrada por XU et al. (1992a) com uma excitação parecida.

A figura 5.13 mostra a variação do valor $RMSnorm$ da resposta com a razão de frequência do AMS. Nota-se que existe um valor da razão de frequência para a qual a resposta é mínima e que acima e abaixo deste valor a resposta cresce. A eficiência pode diminuir significativamente e praticamente na mesma proporção se a razão de frequências

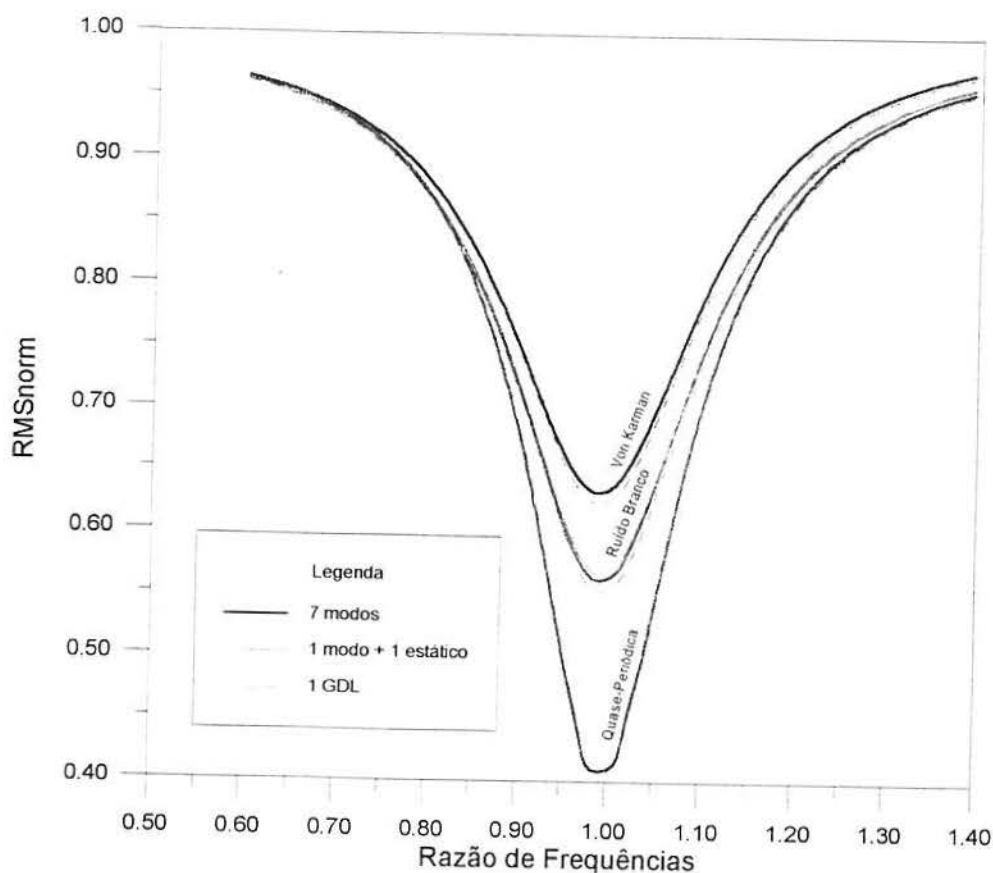


Figura 5.13: Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com a Razão de Frequências do AMS, com uma Razão de Massa de 0.01 e Amortecimentos Ótimos

aumenta ou diminui. A curva para a excitação ruído branco com a consideração de 1 GDL é semelhante a encontrada por MACNAMARA (1977) e a curva para a excitação com o espectro de Von Karman é semelhante na forma com a encontrada por XU et al. (1992a).

De modo geral pode-se dizer que os AMS's não são sistemas robustos com relação a variação dos seus parâmetros, o que pode comprometer o seu funcionamento. Por exemplo se a razão de frequência variar de 0.10 a eficiência pode diminuir de cerca de 10 a 30 %.

Em todos os casos estudados os modos estáticos aceleraram a convergência da resposta, inclusive para a resposta fora dos parâmetros ótimos.

5.7 Variação dos Parâmetros da Estrutura Base

A variação dos parâmetros da estrutura base também pode ser inevitável em situações práticas. Isto pode acontecer por vários motivos que podem ir desde erros na avaliação dos seus parâmetros a variações durante sua vida útil.

É comum a realização de ensaios na estrutura real para a determinação de suas características dinâmicas quando da instalação de um sistema de controle de vibração. Deste modo os erros de avaliação podem ser eliminados quase por completo, embora os custos dos ensaios possam ser significativos.

Mas as propriedades da estrutura podem variar durante a sua vida útil. Variações na frequência fundamental ou amortecimento podem ser devidas a:

- Alteração da massa da estrutura, especialmente em edifícios.
- Dano estrutural (corrosão, fratura, etc.)
- Endurecimento do concreto jovem.
- Influência da flexibilidade da fundação, que pode ser afetada, por exemplo, por oscilações no lençol freático.
- Comportamento não-linear da estrutura.

Assim é também necessário estudar o que acontece com a eficiência dos AMS's se estes parâmetros mudam.

A figura 5.14 mostra a variação do valor RMS_{norm} da resposta com o amortecimento normalizado do modelo, definido como a relação entre as razões de amortecimento modal mudadas e as razões de amortecimento modal originais. A figura foi montada a partir da determinação da resposta multiplicando a matriz de amortecimento do sistema principal por um fator para tentar simular uma variação proporcional das razões de amortecimento modal. Nota-se que a eficiência diminui se o amortecimento normalizado diminui e aumenta se este aumenta.

A figura 5.15 mostra a variação do valor RMS_{norm} da resposta com a rigidez normalizada do modelo, definida como a relação entre a rigidez mudada e a rigidez original. A figura foi montada a partir da determinação da resposta multiplicando a matriz de rigidez do sistema principal por um fator, resultando em mudanças nas frequências fundamentais da estrutura e razões de amortecimento modal. Foi admitido que as variações nas razões de amortecimento modal são devidas somente a variação nas frequências fundamentais do modelo, ou seja, a matriz de amortecimento foi mantida constante. De modo geral para as excitações ruído branco e Von Karman a eficiência diminui e para a excitação quase-periódica a eficiência aumenta se a rigidez varia. As variações são mais pronunciadas se a rigidez diminui.

Para a excitação quase-periódica uma pequena diminuição na rigidez pode diminuir um pouco a eficiência e para a excitação com o espectro de Von Karman parece existir um certo ponto a partir do qual um aumento da rigidez provoca um pequeno aumento na eficiência. Isto ocorre provavelmente porque apesar do aumento da rigidez resultar em uma dessintonização do AMS e diminuição da razão de amortecimento do modelo, esta também provoca um aumento das frequências naturais, diminuindo a amplitude do espectro da excitação nos pontos onde se encontram as frequências fundamentais.

O fato da eficiência aumentar para o caso da excitação quase-periódica pode ser explicado lembrando que se a rigidez mudar as frequências naturais também mudam,

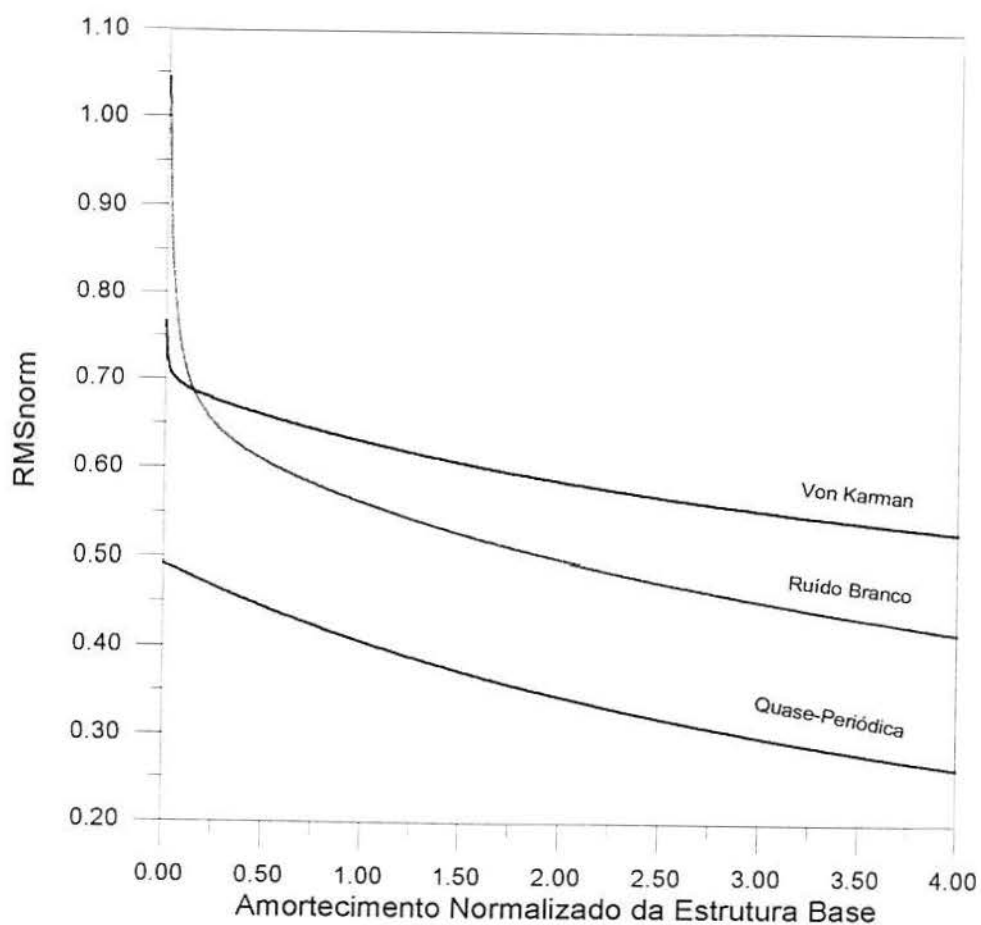


Figura 5.14: Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com 2 modos com o Amortecimento Normalizado da Estrutura Base, com Frequência do AMS de 3.07 rad/s, Razão de Massa de 0.01 e Amortecimentos Ótimos

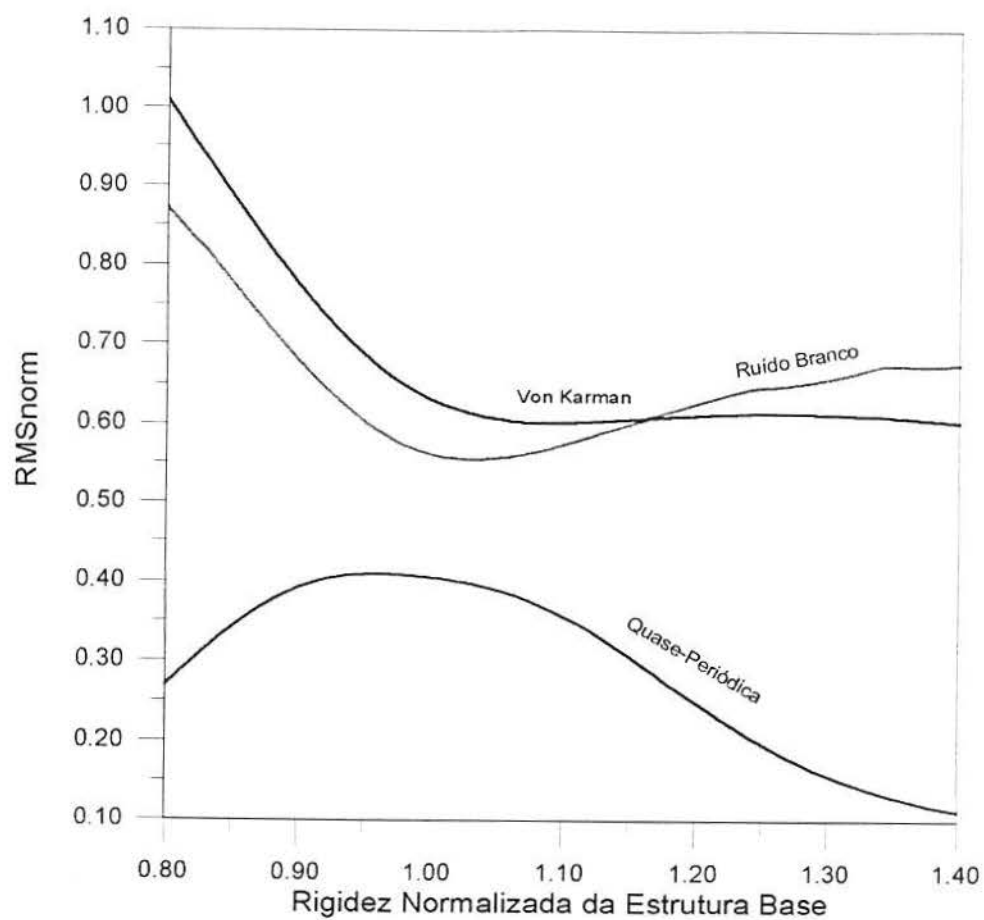


Figura 5.15: Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com 2 modos com a Rigidez Normalizada da Estrutura Base, com Frequência do AMS de 3.07 rad/s, Razão de Massa de 0.01 e Amortecimentos Ótimos

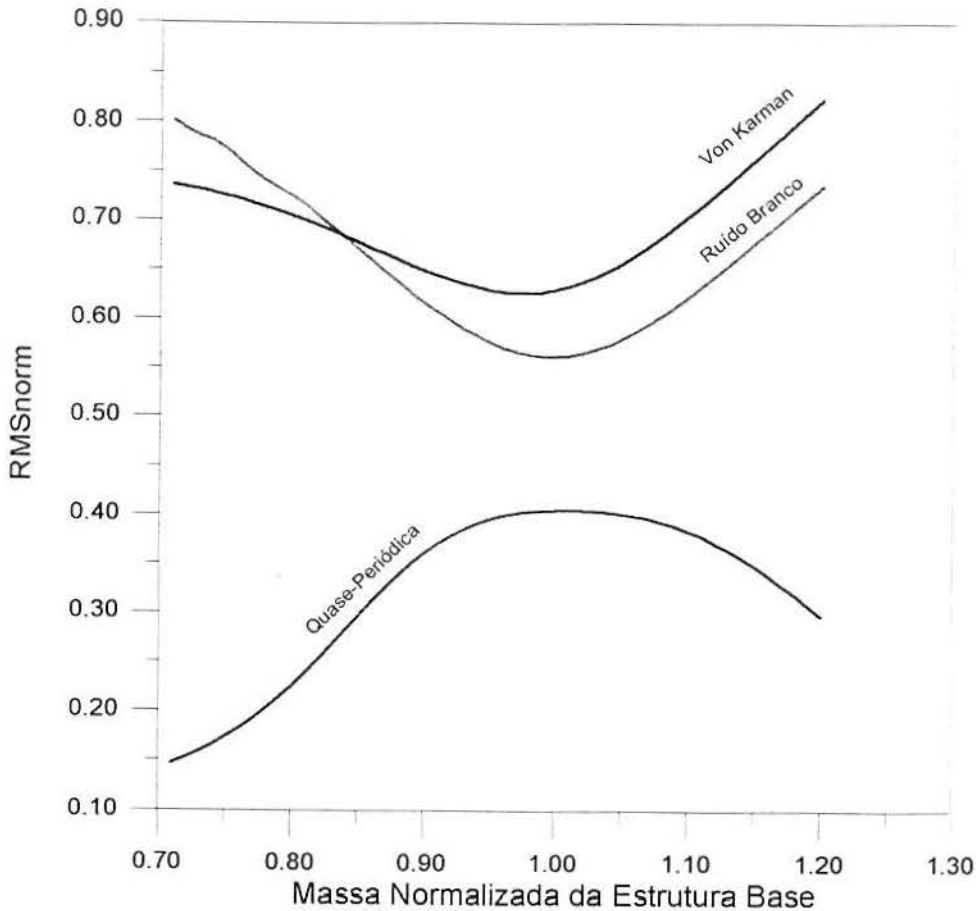


Figura 5.16: Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com 2 modos com a Massa Normalizada da Estrutura Base, com Frequência do AMS de 3.07 rad/s, Razão de Massa de 0.01 e Amortecimentos Ótimos

afastando o pico da excitação da primeira frequência natural da estrutura e portanto diminuindo a resposta.

A figura 5.16 mostra a variação do valor $RMSnorm$ da resposta com a massa normalizada do modelo, definida como a relação entre a massa mudada e a massa original. A figura foi montada a partir da determinação da resposta multiplicando a matriz de massa do sistema principal por um fator, resultando em mudanças nas frequências fundamentais do modelo e razões de amortecimento modal. A matriz de amortecimento é novamente mantida constante. O comportamento, como esperado, é aproximadamente o inverso da figura 5.15 pois, ao contrário da rigidez, o aumento da massa provoca uma diminuição nas frequências naturais do modelo.

De modo geral também pode-se dizer que os AMS's não são sistemas robustos com relação a variação dos parâmetros da estrutura, exceto para a excitação quase-periódica, embora sejam mais sensíveis a variações dos seus parâmetros. Por exemplo numa estrutura com dano crescente a rigidez diminui ao longo do tempo e conseqüentemente a eficiência do AMS, podendo piorar o problema tornando-se uma situação cíclica de retro-alimentação.

Capítulo 6

Estudos Paramétricos dos MMS's

6.1 Características dos MMS's

De modo geral, os MMS's, propostos por XU e IGUSA (1992), constam de N AMS's acoplados a uma estrutura, sintonizados no mesmo modo, embora as características dinâmicas dos AMS's sejam a priori diferentes (fig. 2.5). Geralmente considera-se que as frequências dos AMS's são pouco espaçadas e é comum referir-se aos MMS's como um sistema de controle de vibrações composto por sub-estruturas múltiplas com frequências pouco espaçadas.

YAMAGUCHI e HARNPORNCHAI (1993) definiram os parâmetros fundamentais dos MMS's:

- N_2 - número de AMS's, geralmente suposto como um número ímpar ($N_2 = 2n_2 + 1$) para simplificar o estudo e definição dos demais parâmetros.
- ω_{2i} - frequência do i -ésimo AMS.
 ω_{2c} - frequência do AMS central.
- $\omega_{2o} = |\omega_1 - \omega_{2c}|$ - diferença entre a frequência natural do sistema principal e do AMS central.
- $\delta\omega_{2i} = |\omega_{2i} - \omega_{2(i-1)}|$ - espaçamento entre as frequências naturais dos AMS's.
- $\Delta\omega_2 = |\omega_{2N_2} - \omega_{21}|$ - banda de frequências do MMS (variação total das frequências dos AMS's).
- m_{2i} - massa do i -ésimo AMS.
- ζ_{2i} - razão de amortecimento crítico do i -ésimo AMS.

Adicionalmente poderiam ser considerados os seguintes parâmetros:

- $m_T = \sum_{i=1}^{N_2} m_{2i}$ - massa total do MMS.

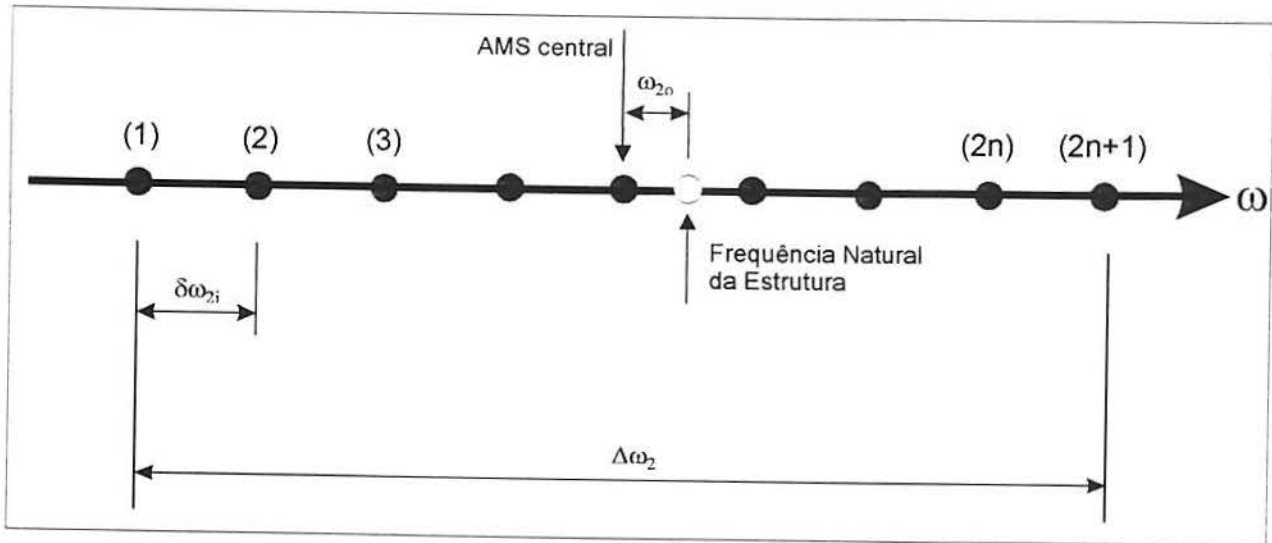


Figura 6.1: Distribuição de Frequências dos MMS's

- $\delta m_{2i} = |m_{2i} - m_{2(i-1)}|$ - espaçamento entre as massas dos AMS's.
- $\Delta m_2 = |\omega_{2N_2} - \omega_{21}|$ - banda de massa do MMS.
- $\delta \zeta_{2i} = |\zeta_{2i} - \zeta_{2(i-1)}|$ - espaçamento entre as razões de amortecimento dos AMS's.
- $\Delta \zeta_2 = |\zeta_{2N_2} - \zeta_{21}|$ - banda de amortecimento do MMS.

Um esquema da distribuição de frequências dos MMS's é mostrado na figura 6.1.

6.2 Metodologia do Estudo dos MMS's

Os estudos realizados com os MMS's, utilizando o programa CMS.FOR com os três tipos de excitação considerados no capítulo 5, constaram das etapas:

- Consideração da mesma estrutura base e discretização dos espectros considerados no capítulo 5, além da excitação aplicada somente no topo da estrutura.
- Localização de 3, 5, 7, 9, 11, 15 e 21 AMS's em paralelo no topo da estrutura, sintonizados no primeiro modo, e determinação da resposta com 2 modos normais. Estudos iniciais revelaram que a consideração de 7 modos normais, 1 modo normal + 1 modo estático e 1 GDL levariam as mesmas conclusões do capítulo 5, já que os MMS's, como o AMS, não tem nenhum efeito significativo no segundo modo da estrutura.
- Estudo da função de transferência do sistema com relação a variação dos parâmetros básicos dos MMS's, a partir das hipóteses do item 6.3.
- Determinação dos parâmetros ótimos dos MMS's para as respostas calculadas com 2 modos normais, através da minimização do valor quadrático médio dos deslocamentos no topo da estrutura, considerando 3, 5, 7, 9, 11, 15 e 21 AMS's em paralelo

acoplados no topo da estrutura, as hipóteses do item 6.3 e uma razão de massa fixa de 0.01.

- Comparações dos parâmetros ótimos com os obtidos para 1 AMS.
- Verificação dos efeitos da variação da massa total através da determinação dos parâmetros ótimos do MMS com 11 AMS's em paralelo para as razões de massa de 0.02, 0.03, 0.04 e 0.05, para a resposta calculada com 2 modos normais e hipóteses do item 6.3.
- Estudos paramétricos da variação da razão de amortecimento dos AMS's e banda de frequências do MMS.
- Estudos paramétricos da variação da massa, amortecimento e rigidez da estrutura base.
- Comparação dos estudos paramétricos com os realizados com 1 AMS, no que diz respeito a eficiência e robustez.

6.3 Hipóteses para o Estudo dos MMS's

A adoção de hipóteses simplificativas para o estudo dos MMS's provém da necessidade de se projetar um sistema de controle de fácil execução prática e com comportamento simples e conhecido.

Para o projeto dos MMS's bastaria minimizar o valor quadrático médio da resposta através da variação dos seus parâmetros. Estudos iniciais, utilizando o programa CMS.FOR, demonstraram que o resultado deste processo resulta em parâmetros diferentes entre os AMS's, ou seja, cada AMS teria sua frequência natural, razão de amortecimento e massa, não obedecendo em princípio a nenhuma regra ou ordem. Isto complicaria muito a confecção do sistema, principalmente no caso de muitos AMS's, e dificultaria o estudo do seu comportamento.

Algumas hipóteses são comumente feitas para simplificar a execução e estudo do sistema. Neste trabalho serão consideradas algumas hipóteses:

- $N_2 = 2n_2 + 1$ - número ímpar de AMS's.
- $\omega_{2o} = 0$ - diferença entre a frequência do AMS central e a frequência fundamental da estrutura nula.
- $\Delta\omega_2 = constante$ - banda de frequência constante.
- $\delta\omega_{2i} = \Delta\omega_2 / (N_2 - 1)$ - espaçamento entre as frequências dos AMS's constante.
- $\omega_{2i} = \omega_{2c} - (i - \frac{N_2+1}{2})\delta\omega_{2i}$
- $\zeta_{2i} = constante$ - razões de amortecimento crítico dos AMS's iguais.

$\delta\zeta_{2i} = 0$ - espaçamento entre as razões de amortecimento dos AMS's nulo.

- $m_T = \text{constante}$ - massa total do MMS constante.
- Massa dos AMS's (m_{2i})

1. Massa Constante

$m_{2i} = m_T/N_2$ - massa dos AMS's constante.

$\delta m_{2i} = 0$ - espaçamento entre as massas dos AMS's nulo

2. Massa Variável

A variação da massa dos AMS's é feita de modo que a rigidez dos AMS's (k_T) se mantenha constante. Então para o i -ésimo AMS:

$$m_{2i} = \frac{k_T}{\omega_{2i}^2} \quad (6.1)$$

Somando todas as massas dos AMS's chega-se a:

$$\sum_{i=1}^{N_2} m_{2i} = k_T \sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\omega_{2i}^2}$$

Então:

$$k_T = \frac{m_T}{\sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\omega_{2i}^2}} \quad (6.2)$$

Para o estudo dos MMS's seguindo as hipóteses mencionadas, as opções de estudos paramétricos com massa constante (1) e massa variável com rigidez constante (2) foram implementadas no programa CMS.FOR, além da hipótese de razões de amortecimento iguais.

A hipótese de massa constante foi estudada por YAMAGUCHI e HARNPORNCHAI (1993) para excitações harmônicas e a hipótese de massa variável com rigidez constante foi estudada por XU e IGUSA (1992), embora estes tenham considerado que a razão de amortecimento fosse também variável e dependente da frequência e massa de cada AMS. Aqui será considerado que o sistema de amortecimento é independente da frequência e massa de cada AMS, constituindo um sistema à parte.

A hipótese de massa variável pode ser preferível em alguns casos onde a variação da rigidez dos AMS's for de difícil execução. Por exemplo se o esquema de aplicação for o uso de molas acopladas em massas é mais fácil usar um conjunto de molas iguais (rigidez constante) e variar as massas. Mas se a opção é o uso de pêndulos pode ser mais fácil colocar massas iguais e comprimentos dos pêndulos variáveis (rigidez variável).

Alguns estudos iniciais foram realizados considerando a frequência do amortecedor central igual a frequência ótima do AMS (cap. 5), ou seja, $\omega_{2o} \neq 0$. Para a mesma razão de massa, não foram notadas diferenças significativas (em geral diferenças menores

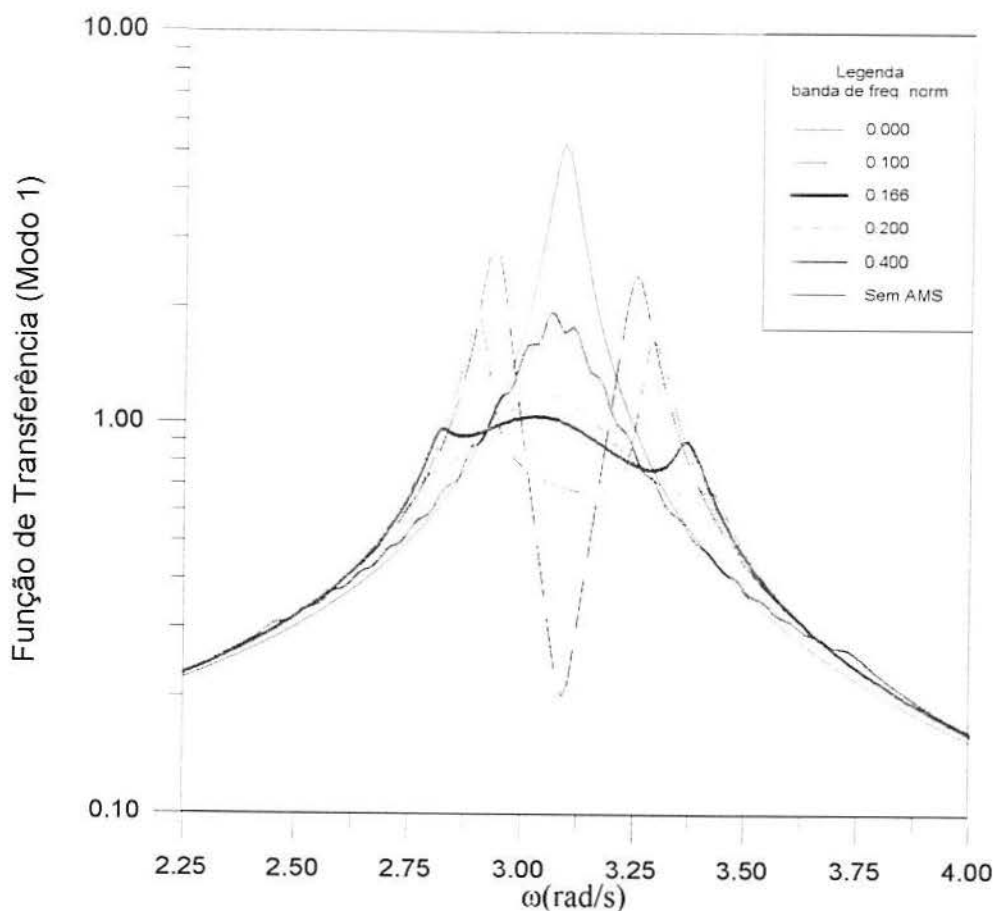


Figura 6.2: Módulo da Função de Transferência para o Modo 1 da Estrutura sem AMS e com 21 AMS's com Massa Total de 2.44 t, Massa Constante, Razão de Amortecimento de 1% e Várias Bandas de Frequência Normalizadas

do que 0.30 %) entre este procedimento e o adotado ($\omega_{2o} = 0$), provavelmente porque a frequência ótima do AMS é muito próxima a frequência fundamental da estrutura para pequenas razões de massa.

6.4 Análise da Resposta com MMS's

O módulo da função de transferência da estrutura sem e com 21 AMS's para a massa constante para o primeiro modo é mostrado na fig. 6.2. É variada a banda de frequência normalizada ($\beta = \Delta\omega_2/\omega_1$) para a verificação do comportamento do MMS. Nota-se que quando β aumenta as curvas passam de 2 picos para apenas 1 pico primário. Claramente observa-se que existe uma banda onde a curva é suavizada, caracterizando que existe uma banda de frequência ótima. Comparando a fig. 6.2 com a fig. 5.5, observa-se que o efeito do aumento da banda de frequência é semelhante ao aumento do amortecimento para 1 AMS, embora no geral as amplitudes sejam menores no MMS, mesmo este tendo um amortecimento muito menor (0.01) do que o ótimo para 1 AMS (0.05 para a excitação

ruído branco e 0.038 para a excitação quase-periódica). A tendência mostra que, se a banda de frequência aumentar muito, o sistema pode tornar-se totalmente ineficiente, igualando-se à função de transferência para o sistema sem AMS.

Aparecem vários picos secundários nas curvas a partir de uma certa banda de frequência. As amplitudes destes picos secundários aumentam se o amortecimento ou o número de AMS's diminui, como será mostrado adiante. A explicação para o surgimento dos picos secundários é relacionada ao maior espaçamento das frequências dos AMS's a partir de um certo ponto, que faz com que a estrutura funcione como um sistema com 22 graus de liberdade, 1 modo normal da estrutura principal mais 21 AMS's. Pode-se contar 22 picos secundários na função para $\beta = 0.400$. Em contrapartida há somente dois picos para pequenas bandas de frequência porque o sistema passa a funcionar como se tivesse apenas 2 graus de liberdade, 1 modo normal da estrutura principal mais 21 AMS's com frequências muito próximas, resultando no comportamento de apenas um AMS com massa total igual a soma das massas individuais.

O comportamento para a massa variável é semelhante. Apenas ocorre um maior equilíbrio entre os picos da função, mas este maior equilíbrio não chega a ser significativo, indicando que as eficiências dos dois esquemas de distribuição das massas deve ser praticamente a mesma. Este fato também ocorreu nos casos que serão estudados abaixo.

As curvas para as bandas de frequência normalizadas de 0.100, 0.200 e 0.400 são semelhantes as obtidas por YAMAGUCHI e HARNPORNCHAI (1993).

O módulo da função de transferência da estrutura com $\beta = 0.200$ e amortecimento dos AMS's de 0.01 para o primeiro modo e massa constante é mostrado na fig. 6.3. É variado o número de AMS's para a verificação do comportamento do MMS. Nota-se que a amplitude dos picos secundários é fortemente influenciada pelo número de AMS's, à medida que o número de AMS's aumenta a amplitude dos picos diminui. A tendência das curvas mostra que deve existir um número de AMS's acima do qual esta diminuição é desprezível, isto é, acontece uma espécie de saturação provavelmente em torno de 21 AMS's para o caso. Tal diminuição pode ser explicada notando que o aumento do número de AMS's resulta em diminuição do espaçamento entre as frequências dos AMS's, o que acarreta uma maior interação entre os AMS's, suavizando a curva. Se o espaçamento entre as frequências fosse mantido constante esperar-se-ia um comportamento semelhante a variação da banda de frequência pois o resultado do aumento do número de AMS's seria apenas o aumento da banda de frequência.

As curvas para 3, 5, 11 e 21 AMS's são semelhantes as obtidas por YAMAGUCHI e HARNPORNCHAI (1993).

Comparando a curva correspondente a 1 AMS (fig.6.3) com a curva para 21 AMS's com banda de frequência nula (fig. 6.2) nota-se que as mesmas são idênticas, indicando que à medida que a banda de frequências diminui o comportamento do MMS vai se aproximando ao de um AMS. Esta observação concorda com a conclusão de XU e IGUSA (1992).

O módulo da função de transferência da estrutura com $\beta = 0.200$ e 11 AMS's para o primeiro modo e massa constante é mostrado na fig. 6.4. É variada a razão de amortecimento dos AMS's para a verificação do comportamento do MMS. Nota-se que a amplitude dos picos secundários é também fortemente influenciada pela razão de amortecimento dos AMS's, à medida que esta diminui as amplitudes aumentam. Para

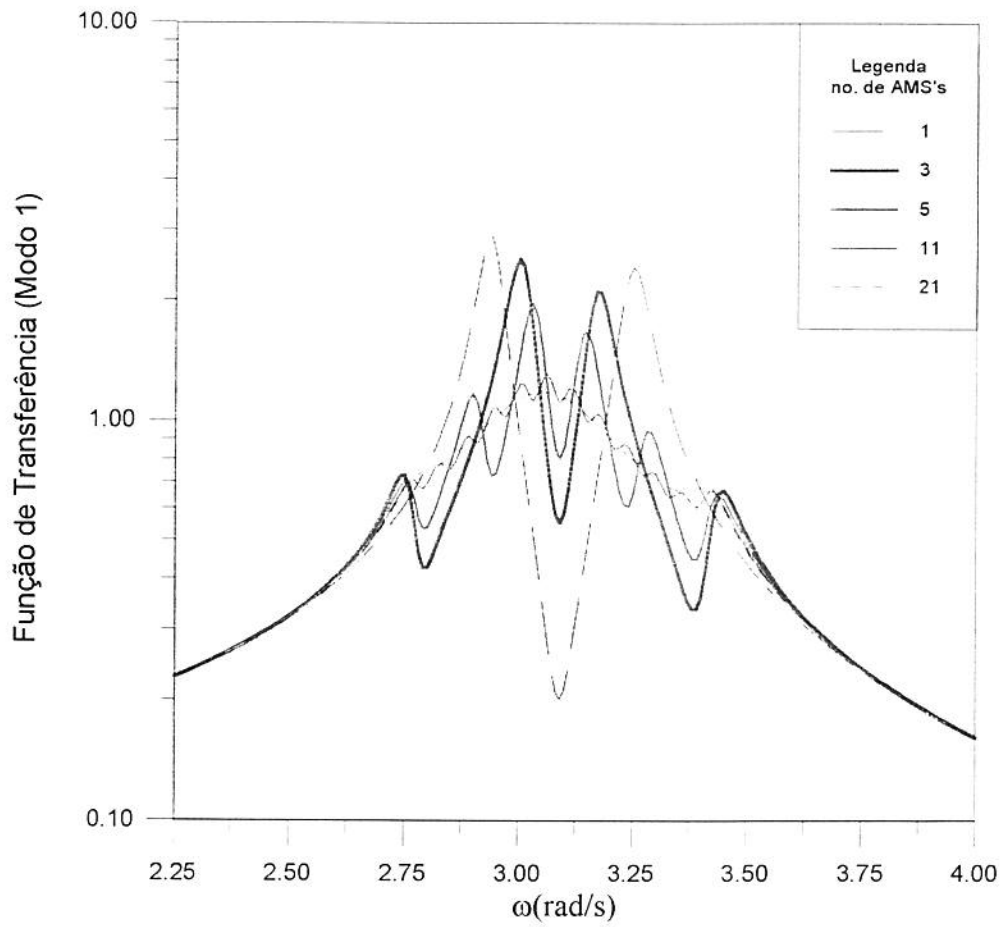


Figura 6.3: Módulo da Função de Transferência para o Modo 1 da Estrutura com Vários Números de AMS's com Massa Total de 2.44 t, Massa Constante, Razão de Amortecimento de 1% e Banda de Frequência Normalizada de 0.20

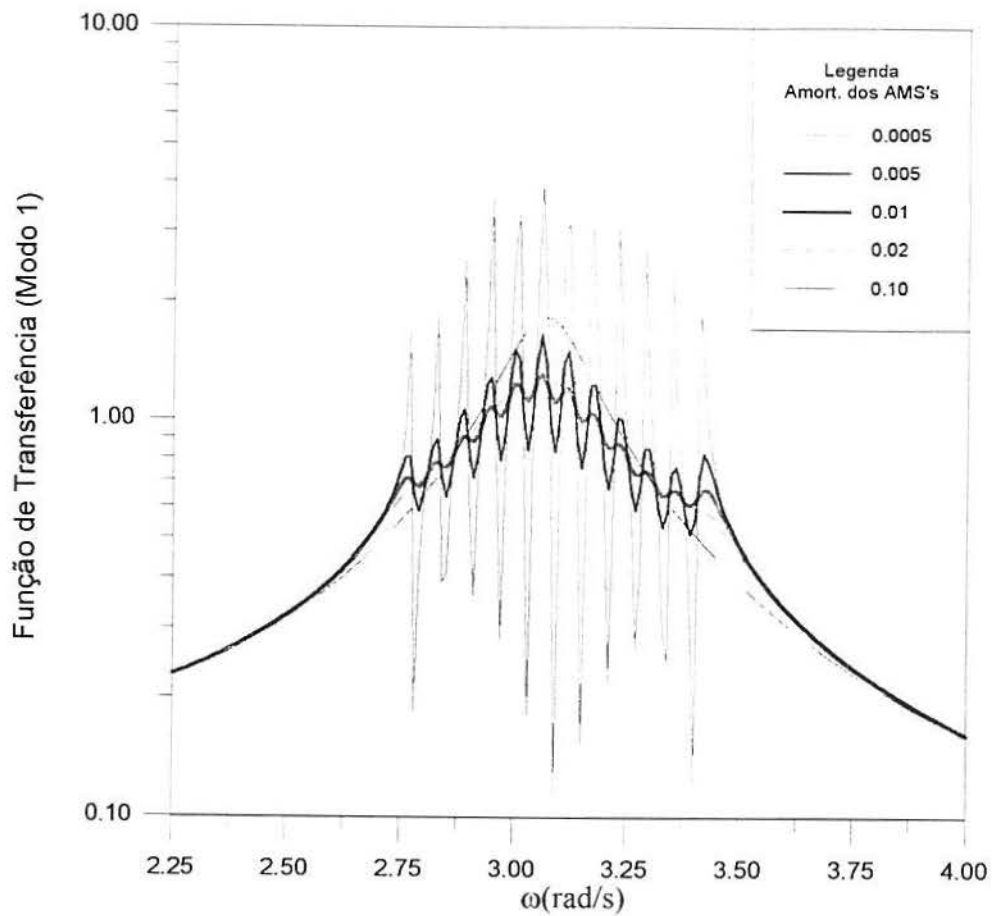


Figura 6.4: Módulo da Função de Transferência para o Modo 1 da Estrutura com 11 AMS's com Massa Total de 2.44 t, Massa Constante, Banda de Frequência Normalizada de 0.20 e Várias Razões de Amortecimento

Tabela 6.1: Parâmetros Ótimos dos MMS's para a Resposta com 2 Modos Normais com Massa Total de 2.44 t e Massa Constante

Nº de AMS's	Ruído Branco			Von Karman			Quase-Periódica		
	$\zeta_{2\delta t}$	$\Delta\omega_{2\delta t}$	$RMSnorm_{\delta t}$	$\zeta_{2\delta t}$	$\Delta\omega_{2\delta t}$	$RMSnorm_{\delta t}$	$\zeta_{2\delta t}$	$\Delta\omega_{2\delta t}$	$RMSnorm_{\delta t}$
3	0.0233	0.311	0.5448	0.0232	0.313	0.6178	0.0179	0.256	0.3789
5	0.0162	0.402	0.5403	0.0161	0.404	0.6140	0.0125	0.329	0.3713
7	0.0127	0.447	0.5385	0.0126	0.448	0.6125	0.0099	0.365	0.3682
9	0.0106	0.475	0.5372	0.0105	0.476	0.6115	0.0084	0.387	0.3662
11	0.0092	0.493	0.5366	0.0091	0.495	0.6110	0.0073	0.402	0.3651
15	0.0075	0.517	0.5359	0.0074	0.518	0.6104	0.0060	0.422	0.3639
21	0.0061	0.537	0.5355	0.0060	0.538	0.6100	0.0050	0.437	0.3633

amortecimentos pequenos as amplitudes dos picos secundários são acentuadas, causadas pela ressonância dos AMS's, e para altos amortecimentos os picos secundários desaparecem, indicando a ressonância da estrutura pois os AMS's não podem mais dissipar a energia por terem pequenas amplitudes de movimento. Este comportamento é semelhante ao de 1 AMS. Observa-se também que existe um amortecimento intermediário que minimizaria a resposta.

Fortes restrições são feitas aos valores numéricos das amplitudes para razões de amortecimentos baixas pois pode-se ter perdido alguns pontos de máximo devido ao espaçamento de frequências adotado na discretização. Portanto os valores para amortecimento pequenos são apenas ilustrativos. As curvas para as razões de amortecimento são semelhantes as obtidas por YAMAGUCHI e HARNPORNCHAI (1993).

As densidades espectrais da resposta com os três tipos de excitação considerados são semelhantes as obtidas no capítulo 5, exceto no primeiro pico onde a forma é parecida com as dos picos das funções de transferências estudadas.

6.5 Parâmetros Ótimos

Os parâmetros definidores do comportamento dos MMS's, de acordo com as hipóteses adotadas no item 6.3, são o número de AMS's (N_2), banda de frequência ($\Delta\omega_2$), razão de amortecimento dos AMS's (ζ_{2i}) e massa total (m_T), pois a partir destes parâmetros pode-se chegar a todos os outros. O tipo de excitação também pode ter um papel importante, como mostra o capítulo 5. O estudo da função de transferência do sistema indicou que existe uma banda de frequência ótima ($\Delta\omega_{2\delta t}$), uma razão de amortecimento dos AMS's ótima ($\zeta_{2\delta t}$) e evidentemente um valor $RMSnorm_{\delta t}$ para cada número de AMS's e massa total considerados.

A tabela 6.1 mostra os parâmetros ótimos calculados para os três tipos de excitação considerados, considerando 2 modos normais na resposta e massa total de 2.44 t ($\mu = 0.01$), para 3, 5, 7, 9, 11, 15 e 21 AMS's instalados no topo da estrutura com massa constante. A tabela 6.2 mostra os parâmetros ótimos calculados para a massa variável. A comparação das duas tabelas mostra que os parâmetros ótimos são praticamente os

Tabela 6.2: Parâmetros Ótimos dos MMS's para a Resposta com 2 Modos Normais com Massa Total de 2.44 t e Massa Variável

Nº de AMS's	Ruído Branco			Von Karman			Quase-Periódica		
	$\zeta_{2\delta t}$	$\Delta\omega_{2\delta t}$	RMSnorm $_{\delta t}$	$\zeta_{2\delta t}$	$\Delta\omega_{2\delta t}$	RMSnorm $_{\delta t}$	$\zeta_{2\delta t}$	$\Delta\omega_{2\delta t}$	RMSnorm $_{\delta t}$
3	0.0234	0.312	0.5442	0.0233	0.315	0.6169	0.0180	0.256	0.3782
5	0.0162	0.402	0.5397	0.0161	0.406	0.6131	0.0126	0.329	0.3707
7	0.0127	0.447	0.5377	0.0126	0.450	0.6114	0.0100	0.365	0.3674
9	0.0106	0.474	0.5366	0.0105	0.477	0.6105	0.0084	0.387	0.3656
11	0.0092	0.492	0.5360	0.0091	0.496	0.6099	0.0074	0.402	0.3646
15	0.0075	0.516	0.5353	0.0074	0.519	0.6093	0.0060	0.422	0.3634
21	0.0061	0.535	0.5348	0.0059	0.539	0.6089	0.0050	0.438	0.3628

mesmos nas duas hipóteses consideradas (diferença máxima $\approx 1.7\%$). De modo geral a distribuição de massa variável resulta em maior eficiência, embora não significativa, provavelmente determinada pelo maior equilíbrio entre os picos da função de transferência, mencionados no item anterior.

A figura 6.5 mostra a variação do amortecimento ótimo dos AMS's com o número de AMS's para a massa constante. Observa-se que o amortecimento ótimo diminui quando o número de AMS's aumenta. O amortecimento ótimo para os MMS's é sempre muito menor do que para 1 AMS, o que pode representar uma vantagem dos MMS's, exceto quando o amortecimento ótimo for difícil de ser conseguido devido ao seu baixo valor. No caso de 21 AMS's para a excitação ruído branco, o amortecimento ótimo é de apenas 0.61%, valor que pode ser difícil de se obter na prática. As curvas parecem se estabilizar para um número de AMS's em torno de 21. Nota-se que novamente o amortecimento ótimo para a excitação ruído branco é muito próximo ao obtido para o espectro de Von Karman.

A figura 6.6 mostra a variação da banda de frequência normalizada ótima com o número de AMS's para a massa constante. Observa-se que a banda de frequência ótima aumenta quando o número de AMS's aumenta. As curvas parecem se estabilizar para um número de AMS's em torno de 21. Outra vez os valores obtidos para a excitação ruído branco são muito próximos aos obtidos para o espectro de Von Kaman.

A figura 6.7 mostra a variação do valor $RMSnorm$ ótimo com o número de AMS's para a massa constante. Observa-se que o valor $RMSnorm$ ótimo diminui quando o número de AMS's aumenta. Nota-se que o MMS ótimo é um pouco mais eficiente do que 1 AMS. As curvas parecem se estabilizar para números diferentes de AMS's. Poderia-se adotar um número de entre 5 e 7 como o número de AMS's acima do qual a eficiência não é significativamente aumentada.

A tabela 6.3 mostra os parâmetros ótimos calculados para os três tipos de excitação considerados, considerando 2 modos normais na resposta e várias razões de massa, para 11 AMS's com massa constante. A tabela 6.4 mostra os parâmetros ótimos calculados para a massa variável. A escolha de 11 AMS's para o cálculo dos parâmetros ótimos variando a razão de massa foi condicionada aos seguintes fatores: acima de 11 AMS's o sistema não é significativamente mais eficiente, o valor do amortecimento ótimo encontrado para a razão de massa de 0.01 situa-se em torno do amortecimento adotado para a estrutura,

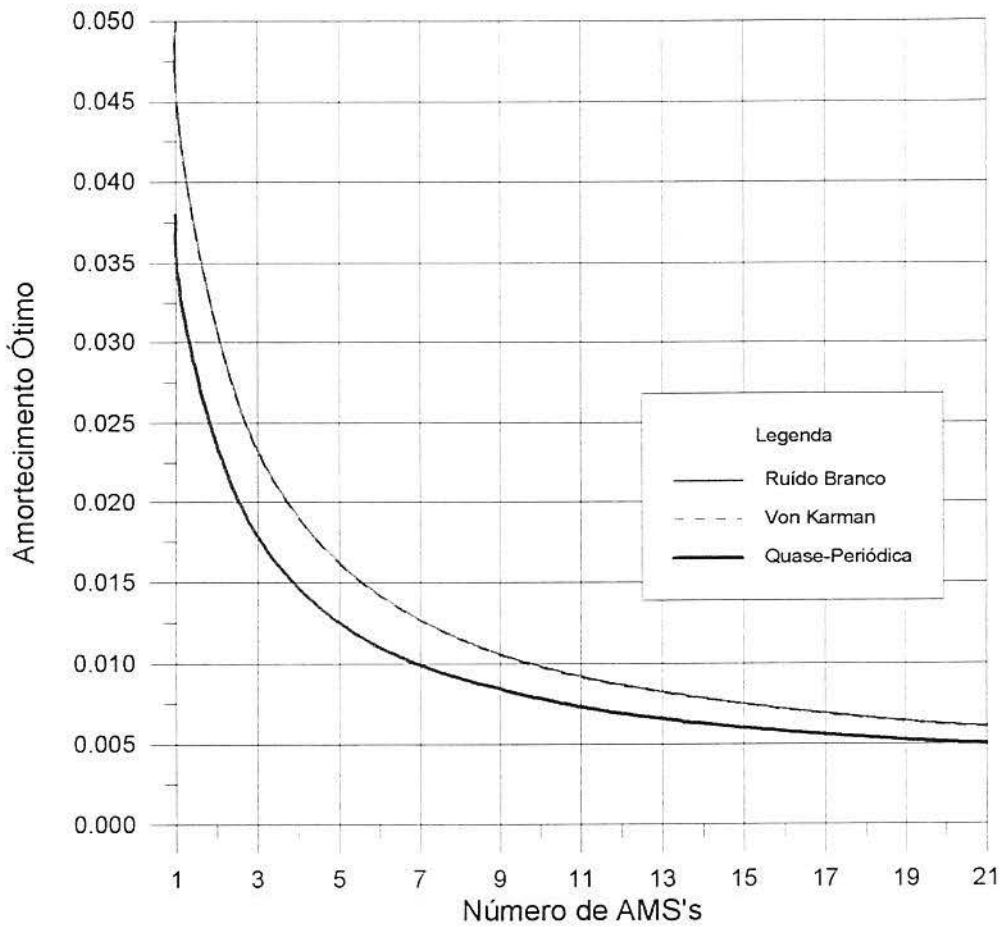


Figura 6.5: Amortecimento Ótimo \times Número de AMS's para Massa Total de 2.44 t e Massa Constante

Tabela 6.3: Parâmetros Ótimos dos MMS's para a Resposta com 2 Modos Normais com 11 MMS's, Massa Constante e Várias Massas Totais

μ	Ruído Branco			Von Karman			Quase-Periódica		
	$\zeta_{2\delta t}$	$\Delta\omega_{2\delta t}$	RMSnorm $_{\delta t}$	$\zeta_{2\delta t}$	$\Delta\omega_{2\delta t}$	RMSnorm $_{\delta t}$	$\zeta_{2\delta t}$	$\Delta\omega_{2\delta t}$	RMSnorm $_{\delta t}$
0.01	0.0092	0.493	0.5366	0.0091	0.495	0.6110	0.0073	0.402	0.3651
0.02	0.0132	0.685	0.4702	0.0128	0.689	0.5615	0.0096	0.498	0.2591
0.03	0.0164	0.829	0.4343	0.0156	0.836	0.5361	0.0115	0.546	0.2026
0.04	0.0192	0.947	0.4103	0.0180	0.959	0.5198	0.0130	0.572	0.1661
0.05	0.0217	1.050	0.3926	0.0201	1.065	0.5082	0.0145	0.581	0.1400

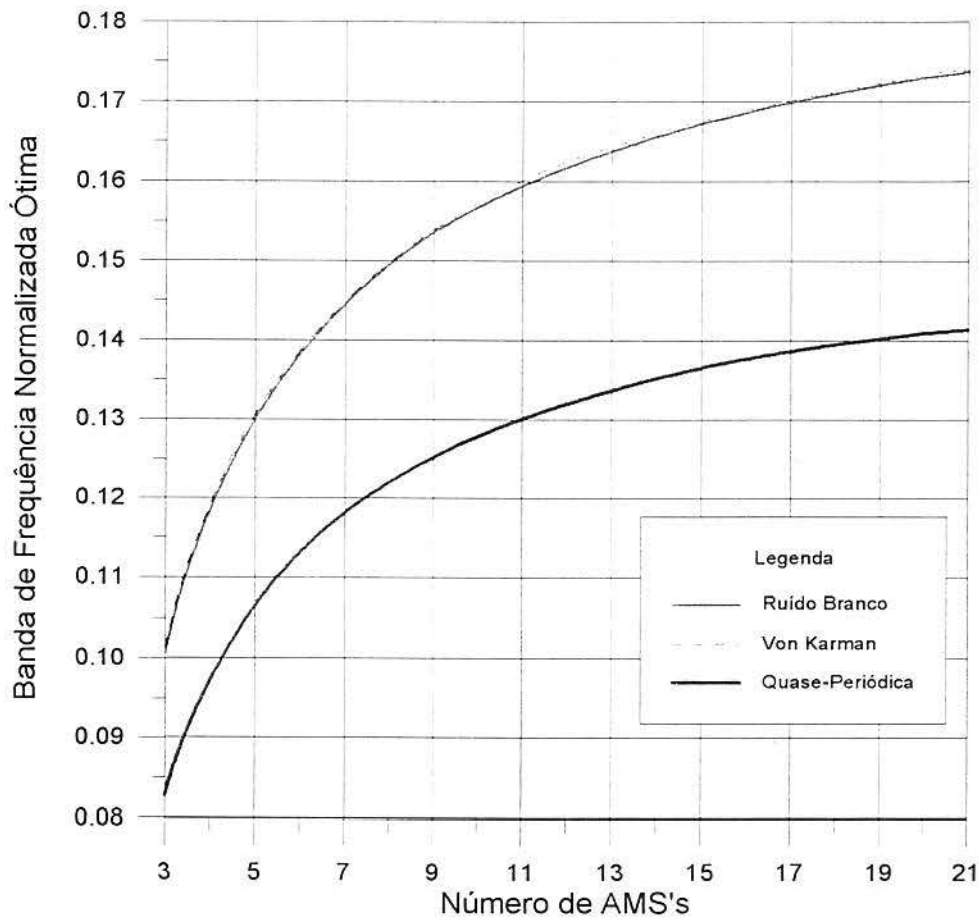


Figura 6.6: Banda de Frequência Normalizada Ótima \times Número de AMS's para Massa Total de 2.44 t e Massa Constante

Tabela 6.4: Parâmetros Ótimos dos MMS's para a Resposta com 2 Modos Normais com 11 MMS's, Massa Variável e Várias Massas Totais

μ	Ruído Branco			Von Karman			Quase-Periódica		
	$\zeta_{2\delta t.}$	$\Delta\omega_{2\delta t.}$	RMSnorm $_{\delta t.}$	$\zeta_{2\delta t.}$	$\Delta\omega_{2\delta t.}$	RMSnorm $_{\delta t.}$	$\zeta_{2\delta t.}$	$\Delta\omega_{2\delta t.}$	RMSnorm $_{\delta t.}$
0.01	0.0092	0.492	0.5360	0.0091	0.496	0.6099	0.0074	0.402	0.3646
0.02	0.0132	0.683	0.4690	0.0129	0.692	0.5596	0.0098	0.496	0.2584
0.03	0.0163	0.826	0.4326	0.0157	0.841	0.5336	0.0118	0.543	0.2018
0.04	0.0191	0.943	0.4082	0.0181	0.966	0.5167	0.0136	0.564	0.1651
0.05	0.0217	1.044	0.3900	0.0202	1.075	0.5045	0.0151	0.569	0.1389

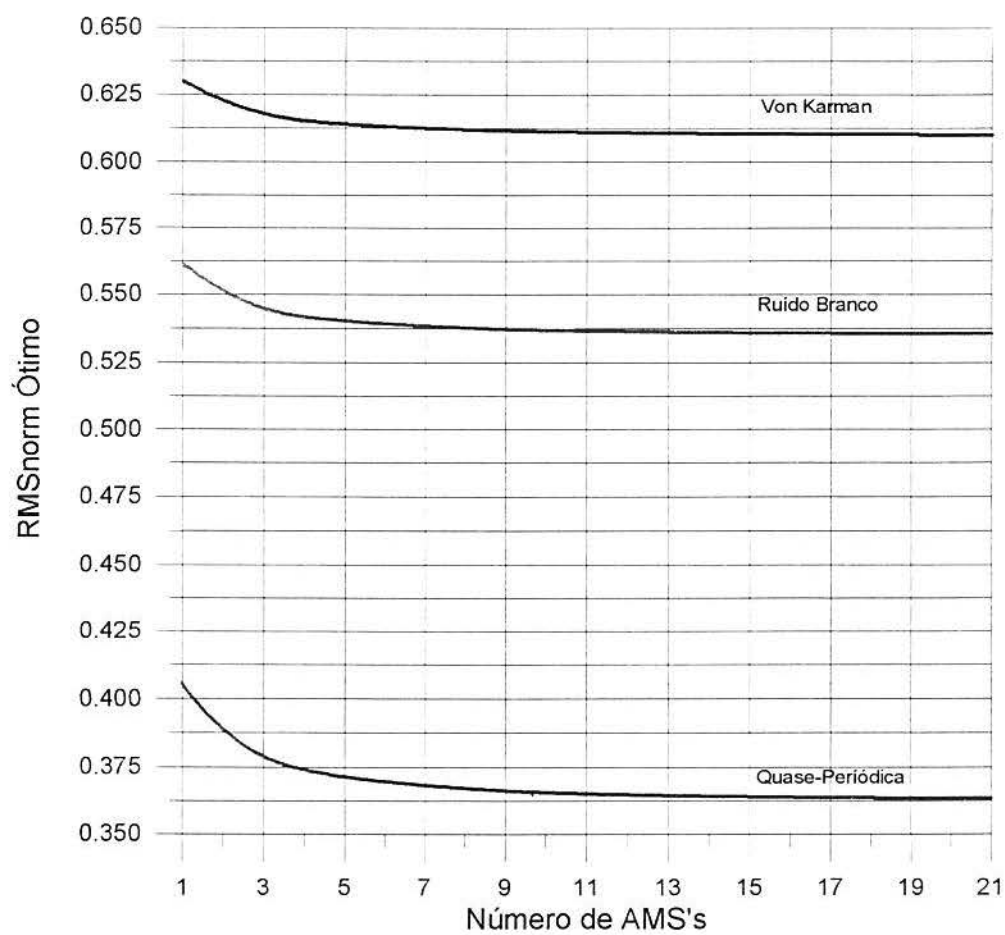


Figura 6.7: Valor RMS Normalizado Ótimo \times Número de AMS's para Massa Total de 2.44 t e Massa Constante

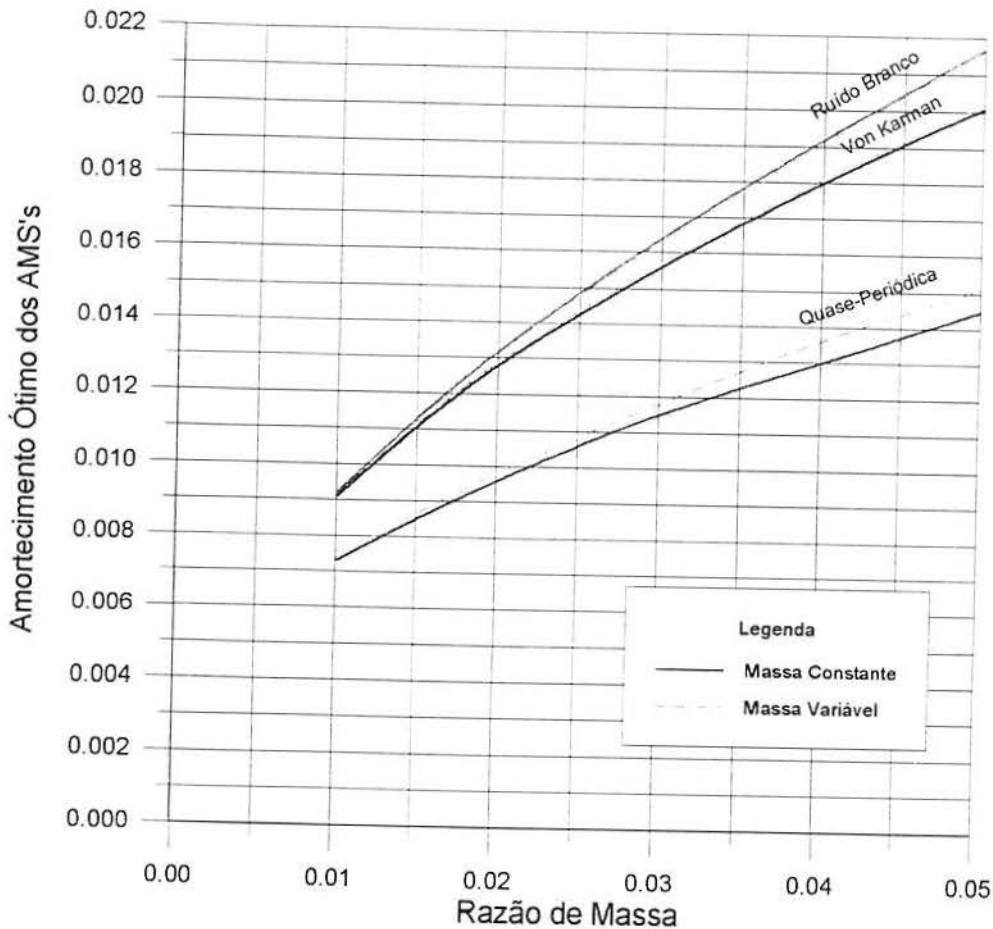


Figura 6.8: Amortecimento Ótimo \times Razão de Massa para 11 AMS's

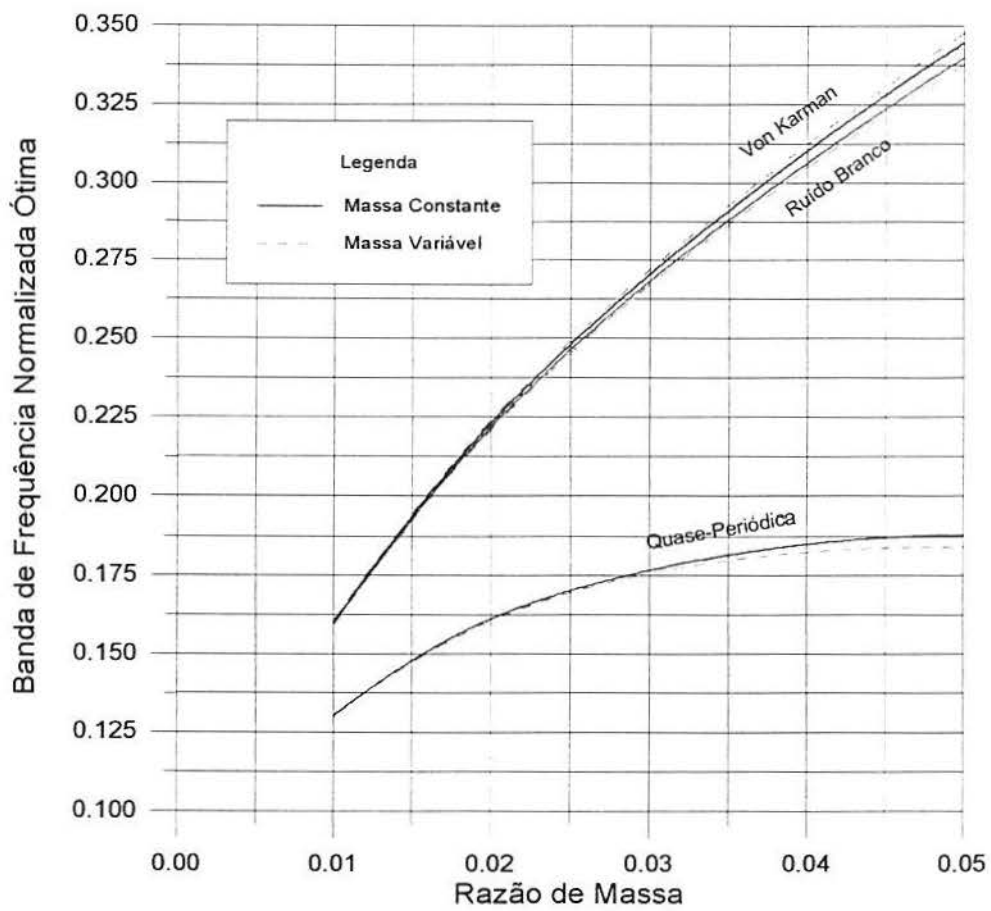
11 AMS's é um número onde o MMS poderia já ser considerado como portátil, as massas individuais pesariam cerca de 222 kg para $\mu = 0.01$.

A comparação das duas tabelas mostra que os parâmetros ótimos são novamente próximos nas duas hipóteses consideradas (diferença máxima $\approx 4.7\%$). Outra vez a distribuição de massa variável resulta em maior eficiência, embora não significativa. Observa-se uma tendência de aumento das diferenças com o aumento da razão de massa, principalmente no caso da excitação quase-periódica.

A figura 6.8 mostra a variação do amortecimento ótimo dos AMS's com a razão de massa para 11 AMS's. Observa-se que o amortecimento ótimo aumenta quando a razão de massa aumenta. As diferenças entre as excitações ruído branco e espectro de Von Karman aumentam com a razão de massa provavelmente pelo mesmo motivo comentado no cap. 5. Os amortecimentos ótimos continuam muito menores do que para 1 AMS.

A figura 6.9 mostra a variação da banda de frequência normalizada ótima com a razão de massa para 11 AMS's. Observa-se que a banda de frequência ótima aumenta quando a razão de massa aumenta. As diferenças entre as excitações ruído branco e espectro de Von Karman também aumentam com a razão de massa. Nota-se uma tendência de estabilização na curva para a excitação quase-periódica.

A figura 6.10 mostra a variação do valor RMS_{norm} ótimo com a razão de massa

Figura 6.9: Banda de Frequência Normalizada Ótima \times Razão de Massa para 11 AMS's

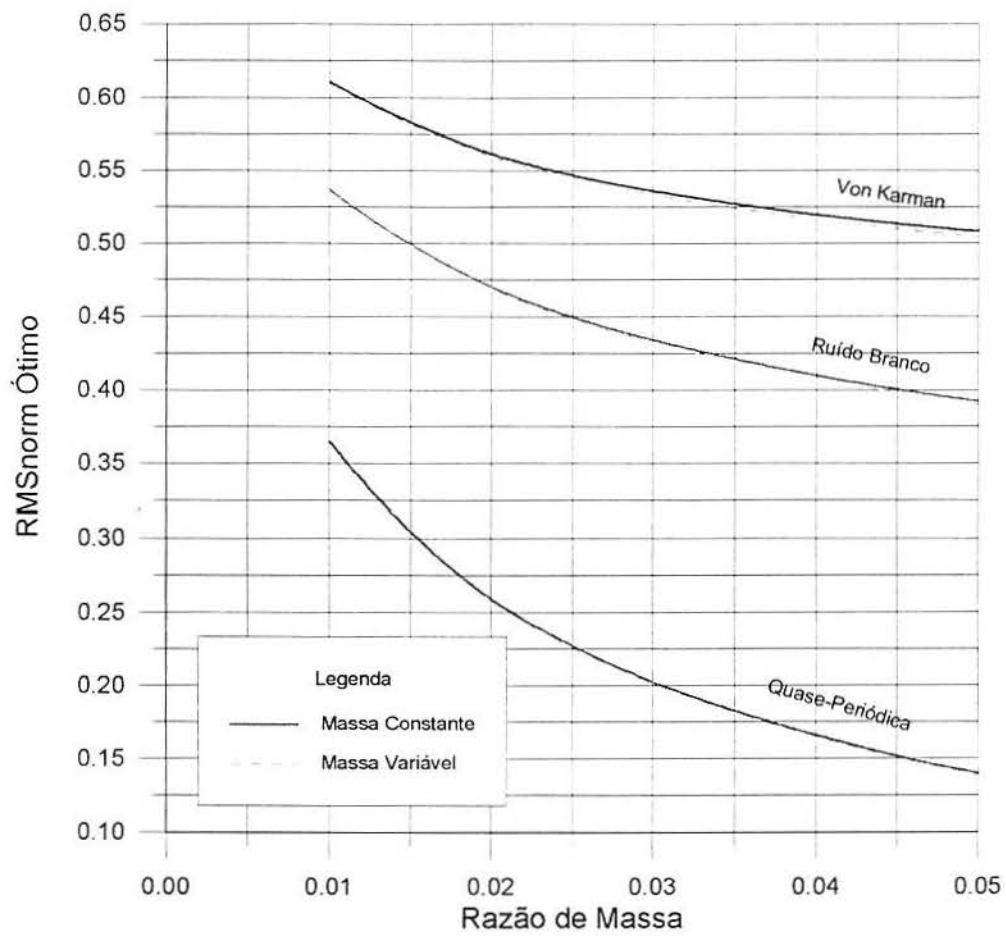


Figura 6.10: Valor RMS Normalizado Ótimo \times Razão de Massa para 11 AMS's

para 11 AMS's. Observa-se que o valor RMS_{norm} ótimo diminui quando a razão de massa aumenta. Para o espectro de Von Karman mais uma vez a eficiência ótima é menor do que para a excitação ruído branco, aumentando a diferença com o aumento da razão de massa.

O fato da largura de banda aumentar com a razão de massa, citado no cap. 5, também pode explicar o fato das diferenças entre as hipóteses de massa constante e variável também aumentarem. Foi verificado que, no caso de massa variável, as massas dos AMS's na vizinhança do amortecedor central são próximas as massas resultantes da hipótese de massa constante. Isto ocorre porque as bandas de frequência estudadas são pequenas, provocando poucas diferenças entre as massas de AMS's próximos, e por causa do espaçamento constante entre as frequências. A região de maior contribuição para a resposta da estrutura, onde ficam as maiores amplitudes, é em torno da frequência fundamental da estrutura, igual a frequência do AMS central. Então para larguras de banda maiores os efeitos da variação da massa são mais significativos.

6.6 Variação dos Parâmetros dos MMS's

Como nos AMS's, a variação dos parâmetros dos MMS's pode ser inevitável pelos motivos citados no capítulo 5. Para simplificar o problema será dada ênfase somente a possibilidade de variação das razões de amortecimento dos AMS's e banda de frequência.

Podem haver variações de somente uma ou várias razões de amortecimento dos AMS's, resultando no aparecimento, por exemplo, de uma banda de amortecimento. Estudos iniciais revelaram que, se somente a razão de amortecimento de 1 AMS variar, o sistema não perde significativamente a sua eficiência, principalmente quando são considerados muitos AMS's. Talvez a situação mais crítica seja a situação que será estudada, onde todas as razões de amortecimento serão admitidas variar ao mesmo tempo.

Podem haver variações das frequências dos AMS's de forma aleatória, resultando em mudanças no espaçamento e/ou banda de frequências. Segundo KAREEM e KLINE (1995), a consideração de espaçamento de frequências variável não apresenta nenhuma vantagem ou desvantagem sobre a consideração de espaçamento constante. Isto sugere que o espaçamento entre as frequências exerce um papel secundário no comportamento dos MMS's. Estudos iniciais mostraram que, se a frequência de somente um amortecedor variar, a resposta varia muito pouco, principalmente quando são considerados muitos AMS's, mesmo que seja a frequência do amortecedor central.

Podem haver também variações das massas dos AMS's, alterando o espaçamento, banda de massa e/ou a massa total. Os efeitos de tais variações não serão estudados neste trabalho. A princípio alterações pequenas no espaçamento e banda de massa pode exercer um papel secundário pois, como comentado nos itens anteriores, a consideração das massas variáveis conduz a resultados muito próximos da consideração de massas constantes. Por este motivo o estudo da variação dos parâmetros dos MMS's será feito somente a partir da hipótese de massa constante.

A figura 6.11 mostra a variação do valor RMS_{norm} com a razão de amortecimento dos AMS's para 21 AMS's e para várias bandas de frequência. Observa-se que o amortecimento ótimo para bandas de frequência abaixo e acima da ótima é maior. Na região de

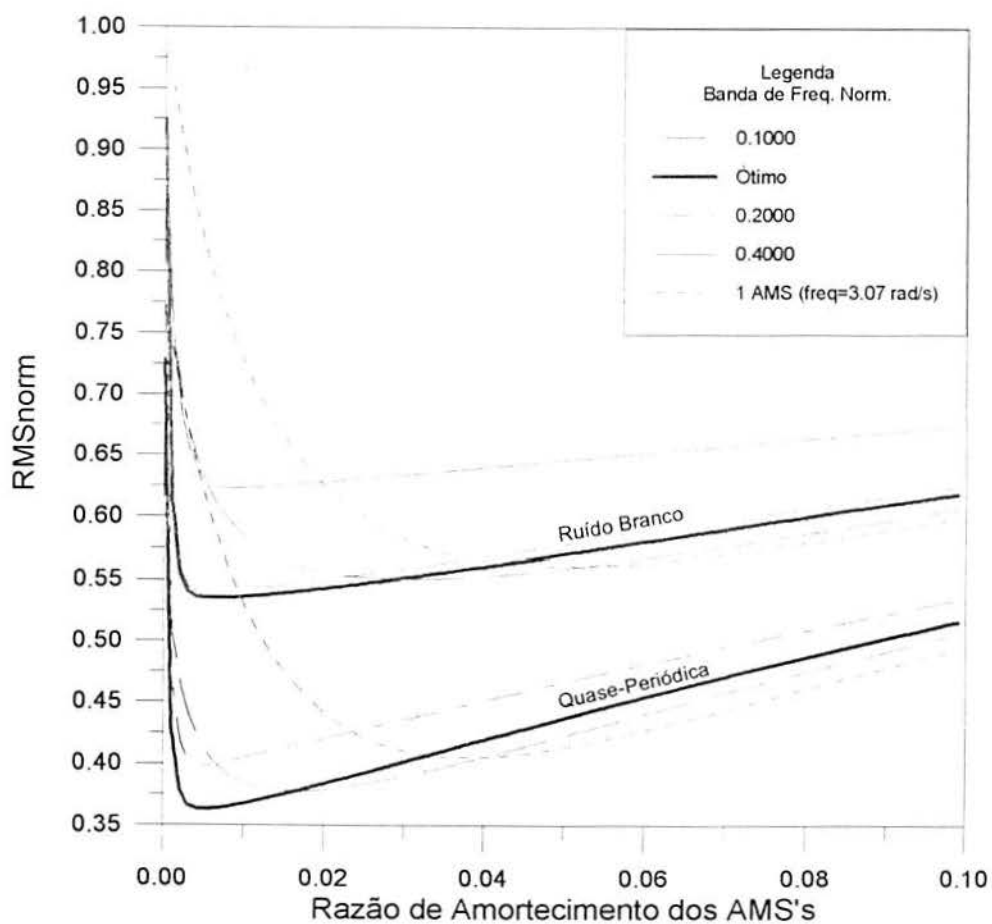


Figura 6.11: Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com a Razão de Amortecimento para 21 AMS's, Massa Total de 2.44 t, Massa Constante e Várias Bandas de Frequência

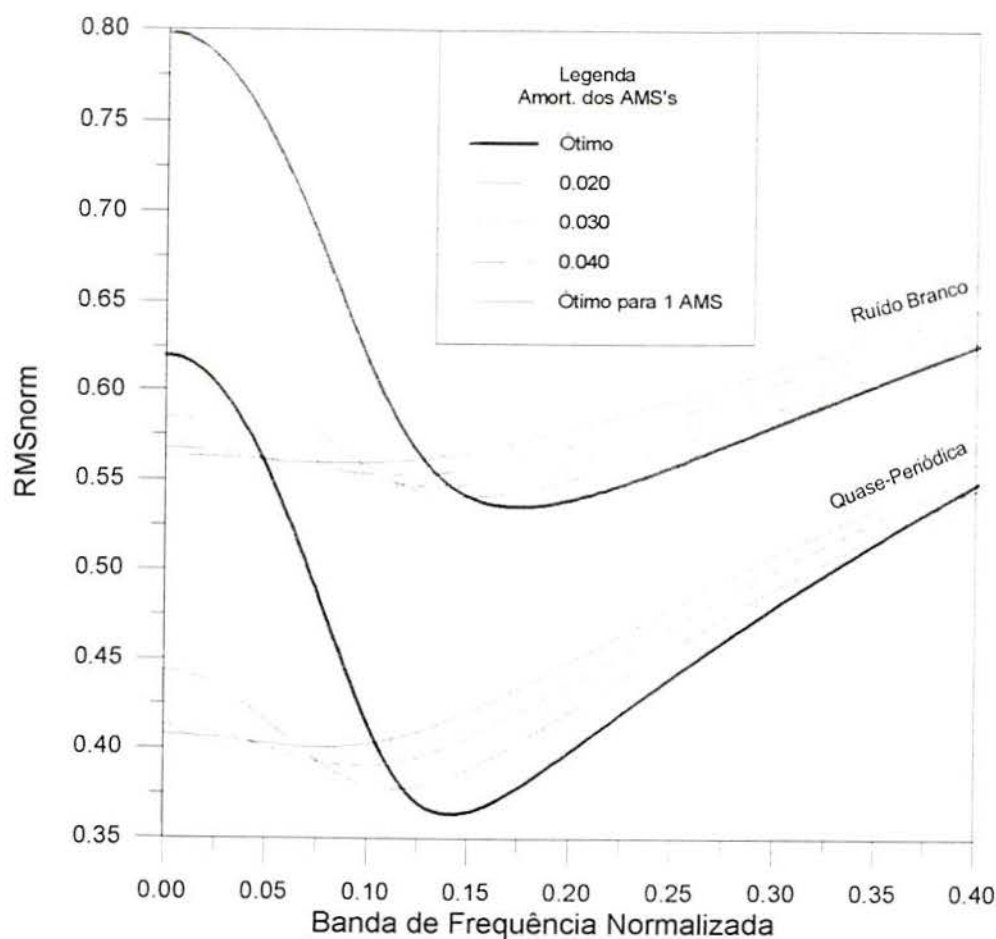


Figura 6.12: Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com a Banda de Frequência Normalizada para 21 AMS's, Massa Total de 2.44 t, Massa Constante e Várias Razões de Amortecimento

amortecimentos mais altos, o MMS ótimo se apresenta muito mais robusto do que 1 AMS, com eficiências maiores ou pouco menores. Mas para amortecimentos mais baixos do que o ótimo a robustez do MMS é menor do que 1 AMS. A variação da banda de frequência não altera a robustez do MMS para altos amortecimentos com relação ao ótimo. Para a região de baixos amortecimentos, uma diminuição da banda de frequências aumenta a robustez do MMS. Foi verificado que o comportamento para o espectro de Von Karman é semelhante ao comportamento para a excitação ruído branco. A curva para a banda de frequências ótima para a excitação ruído branco é semelhante a obtida por XU e IGUSA (1992).

A figura 6.12 mostra a variação do valor $RMSnorm$ com a banda de frequência normalizada para 21 AMS's e para várias razões de amortecimento dos AMS's. Observa-se que o MMS não é robusto com o amortecimento ótimo, principalmente com relação a diminuição da banda de frequência. À medida que o amortecimento aumenta a robustez do MMS aumenta, embora a eficiência diminua. A banda de frequência ótima diminui quando a razão de amortecimento aumenta. Pode-se conseguir a mesma eficiência de 1 AMS (valor $RMSnorm$ com banda de frequência nula para o amortecimento ótimo para 1 AMS), com um amortecimento dos AMS's um pouco menor do que o ótimo para 1 AMS,

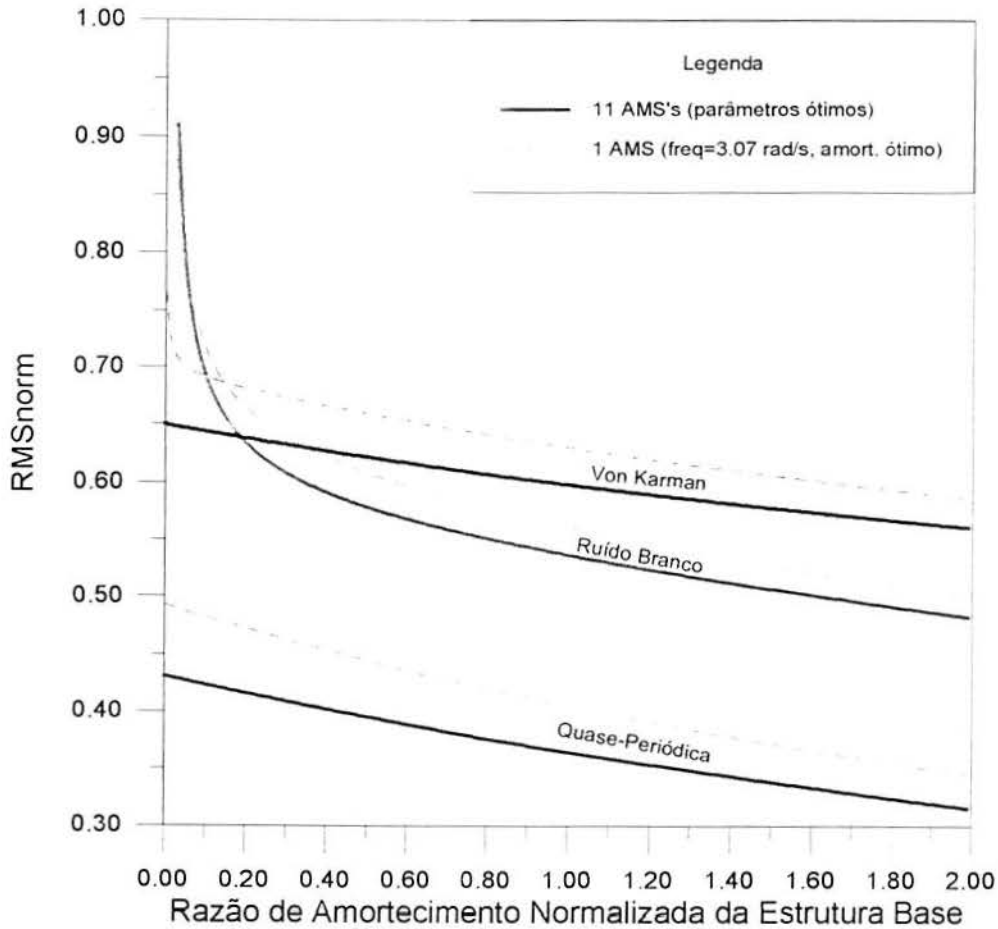


Figura 6.13: Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com o Amortecimento Normalizado da Estrutura Base para 11 AMS's e 1 AMS, Massa Total de 2.44 t e Massa Constante

para várias bandas de frequência. Foi verificado que o comportamento para o espectro de Von Karman é semelhante ao comportamento para a excitação ruído branco.

6.7 Variação dos Parâmetros da Estrutura Base

Como nos AMS's, a variação dos parâmetros da estrutura base pode ser inevitável pelos motivos citados no capítulo 5.

A figura 6.13 mostra a variação do valor $RMSnorm$ com a razão de amortecimento normalizada da estrutura base para 11 AMS's, montada semelhantemente ao descrito no capítulo 5. Observa-se que a robustez do MMS é praticamente a mesma para 1 AMS, exceto para pequenos amortecimentos da estrutura onde o MMS é um pouco mais robusto. Pequenas variações no amortecimento da estrutura provocam pequenas variações na resposta em ambos os casos. Estudos adicionais indicaram que a variação do amortecimento dos AMS's ou da banda de frequências não alteram a robustez do MMS com relação a variação do amortecimento da estrutura.

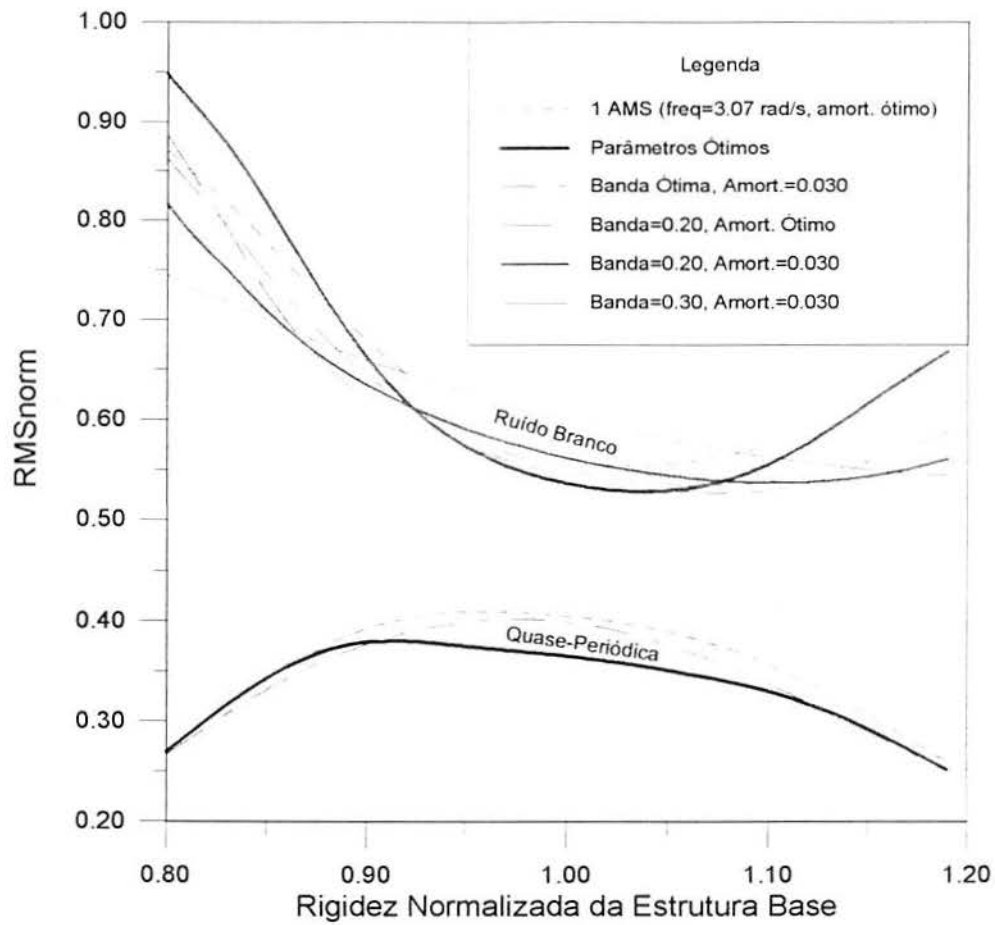


Figura 6.14: Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com a Rigidez Normalizada da Estrutura Base para 11 AMS's. Massa Total de 2.44 t, Massa Constante e Várias Bandas de Frequência Normalizadas e Amortecimentos

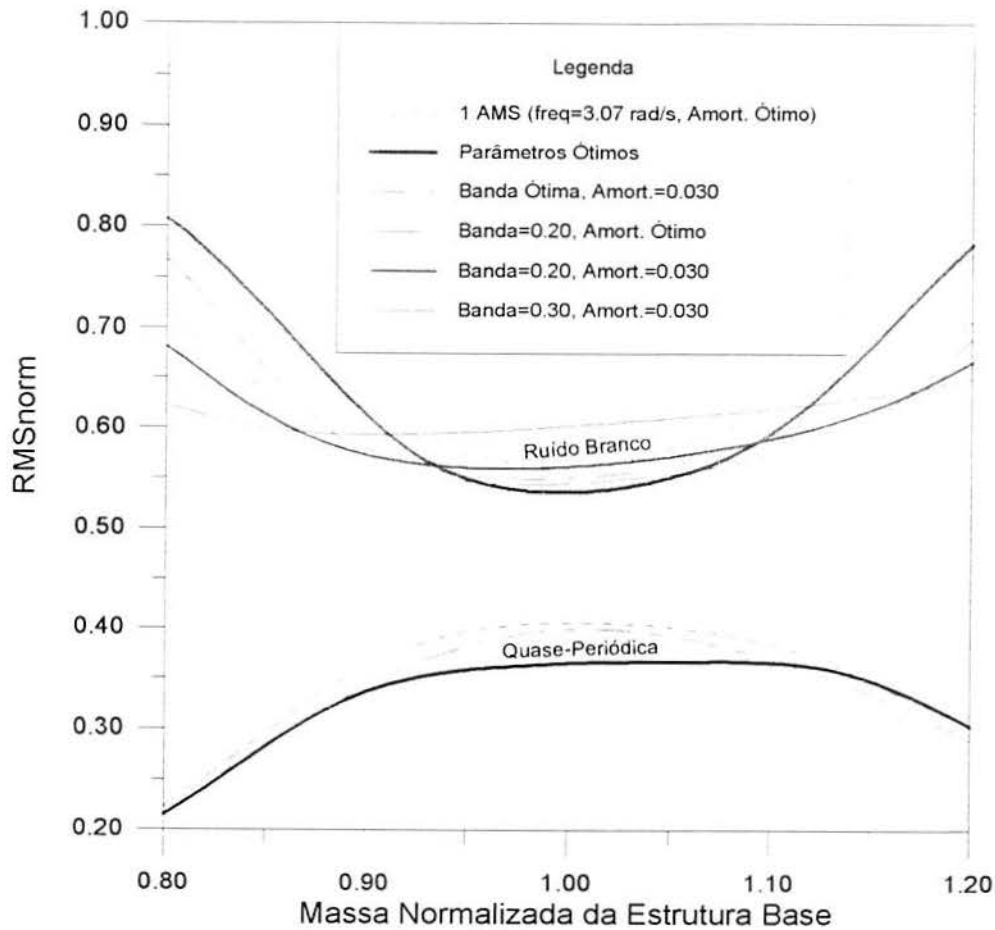


Figura 6.15: Variação do Valor RMS Normalizado da Resposta com a Massa Normalizada da Estrutura Base para 11 AMS's, Massa Total de 2.44 t, Massa Constante e Várias Bandas de Frequência Normalizadas e Amortecimentos

A figura 6.14 mostra a variação do valor $RMSnorm$ com a rigidez normalizada da estrutura base para 11 AMS's, montada semelhantemente ao descrito no capítulo 5, para várias bandas de frequência normalizadas e amortecimento dos AMS's.

Para a excitação ruído branco o MMS ótimo é menos robusto com relação a variação da rigidez do que 1 AMS, mas, com aumentos no amortecimento dos AMS's e/ou aumento na banda de frequências, a robustez pode ser melhorada significativamente, embora a eficiência diminua. Pode-se conseguir uma eficiência igual a de 1 AMS com muito mais robustez com, por exemplo, uma banda de frequência normalizada de 0.200 e um amortecimento dos AMS's de 0.030 para o caso. É importante lembrar que o aumento do amortecimento dos AMS's também aumenta a robustez com relação a variação da banda de frequências. Para o espectro de Von Karman foi verificado que o comportamento é semelhante ao obtido para a excitação ruído branco.

Para a excitação quase-periódica não há problemas com relação a robustez para a variação da rigidez pois em geral a eficiência aumenta ou diminui muito pouco quando a rigidez varia.

A figura 6.15 mostra a variação do valor $RMSnorm$ com a massa normalizada da

estrutura base para 11 AMS's, montada semelhantemente ao descrito no capítulo 5, para várias bandas de frequência normalizadas e amortecimento dos AMS's. O comportamento, como esperado, é aproximadamente o inverso da fig. 6.14. As mesmas conclusões com relação a robustez e eficiência do MMS para a variação da rigidez podem ser estendidas para a variação da massa da estrutura base.

6.8 Comentários com Relação ao Projeto de MMS's

Como demonstrado nos itens anteriores, os MMS's podem ser tão efetivos quanto os AMS's, com as vantagens adicionais de facilidade de instalação, portabilidade e principalmente robustez, se os seus parâmetros forem bem escolhidos.

O método ideal de projeto de MMS's seria a escolha de seus parâmetros de modo que a confiabilidade da estrutura como um todo seja maximizada ou que alcance um determinado nível requerido, ou seja, levando em consideração as possíveis variações em seus parâmetros e nas propriedades da estrutura principal, projetar o MMS para que a probabilidade de falha da estrutura seja a menor possível dentro do critério de aceitabilidade almejado. Assim o MMS teria indiretamente a eficiência e robustez requeridas, sem cometer erros por excessos ou falta, como é comum nos procedimentos convencionais.

Se o método citado não for usado, pode-se adotar alguns procedimentos práticos que podem conduzir a um projeto de MMS's eficientes e robustos:

1. Escolha da massa total para um nível de eficiência requerido.
2. Projetar o AMS ótimo com mesma massa total do MMS e determinar a sua eficiência.
3. Projetar o MMS ótimo e determinar a sua eficiência.
4. A partir dos valores ótimos, aumentar conjuntamente a razão de amortecimento dos AMS's e o banda de frequências de modo que a eficiência se iguale a eficiência do AMS. Lembrar que o amortecimento encontrado deve ser um pouco menor do que o ótimo para 1 AMS.
5. Verificar a robustez do sistema com os parâmetros encontrados com relação a variação da rigidez do sistema principal e da banda de frequências.

Nos casos estudados este procedimento conduz a um MMS mais robusto e com a mesma eficiência do AMS.

Capítulo 7

Verificação Experimental do Método Numérico

7.1 Características Físicas e Dinâmicas do Modelo Reduzido

Para a verificação experimental do método numérico proposto no cap. 3, foi confeccionado um modelo reduzido a partir das dimensões da estrutura base dadas no cap. 5, na escala 1:200 e utilizando uma resina epoxi com aditivo metálico, comercializada com a designação araldite SW419/HY419. Um esquema do modelo com suas dimensões e uma fotografia são mostrados na fig. 7.1. Os valores da espessura do modelo indicados são médios.

As propriedades físicas do material utilizado foram determinadas através do ensaio de uma viga de $3 \times 23 \times 195$ mm, conforme descreve RUBIO (1992), obtendo-se os resultados:

- Densidade: 2.277 g/cm^3 .
- Módulo de Elasticidade: $6.11 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ a $\approx 20^\circ\text{C}$.

A escolha da escala e material foram condicionadas a alguns fatores:

- Facilidade de execução do modelo.
- Altura inferior a 100 cm, para ser possível o ensaio no túnel de vento TV-2 da UFRGS (BLESSMANN, 1990).
- Material com comportamento elástico linear para baixas tensões.
- Requisitos de semelhança com a estrutura real.

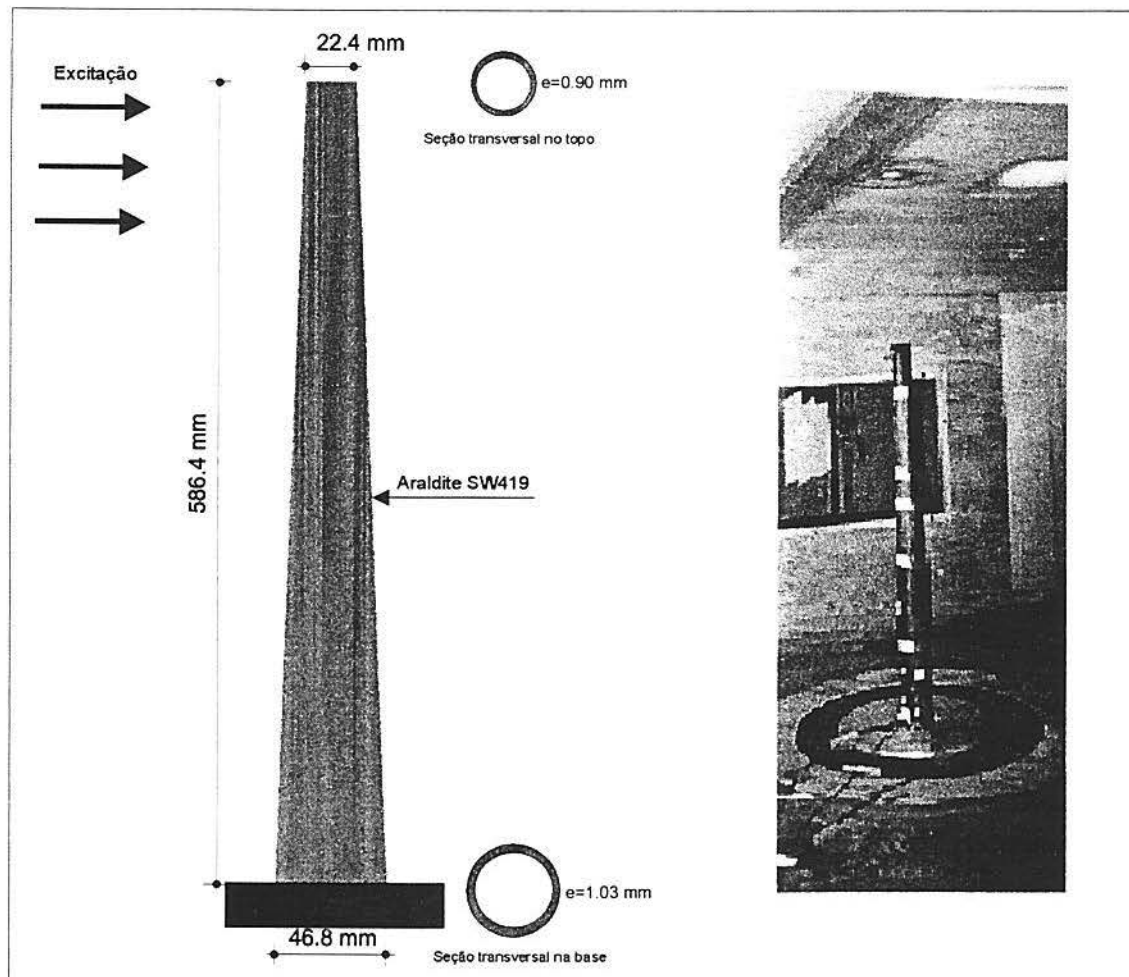


Figura 7.1: Esquema e Fotografia do Modelo Reduzido

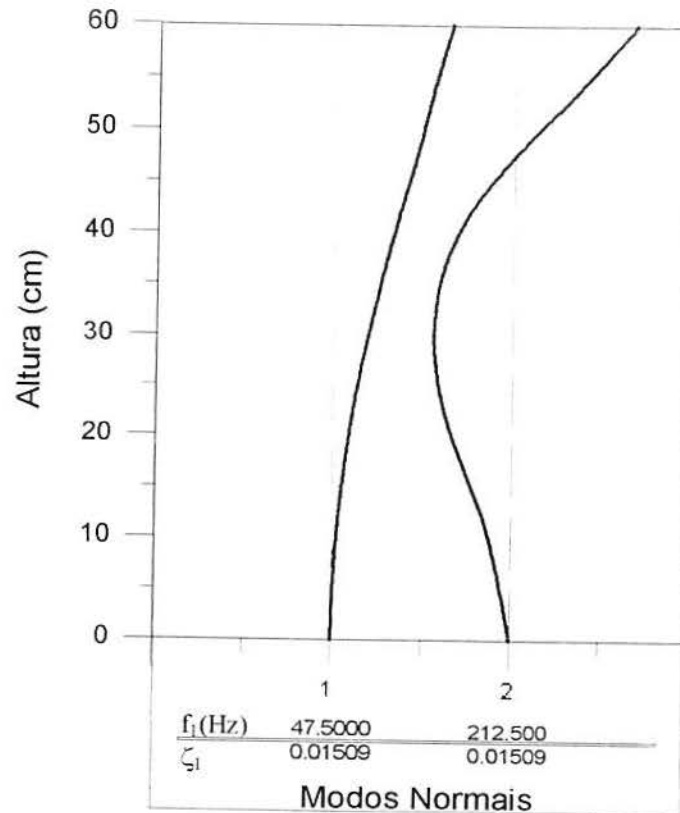


Figura 7.2: Modos Normais, Frequências Naturais e Razões de Amortecimento do Modelo Reduzido à $\approx 30^\circ C$

As características dinâmicas a $\approx 30^\circ C$ dos dois primeiros modos de vibração do modelo reduzido foram determinadas conforme descreve RUBIO (1992), exceto com relação a razão de amortecimento do primeiro modo, onde foi adotado o procedimento de medida do decremento logarítmico, e são apresentadas na fig. 7.2. A altura do modelo foi dividida em 10 partes iguais para a determinação dos modos normais. Não foi possível determinar as características para modos superiores devido às suas pequenas amplitudes de vibração. Devido às dificuldades para a quantificação da razão de amortecimento do segundo modo foi adotado um valor igual ao determinado para o primeiro modo.

As frequências naturais e razão de amortecimento do primeiro modo do modelo indicadas na fig. 7.2 são valores médios sobre 5 leituras. O desvio padrão das medidas da razão de amortecimento do primeiro modo foi de 0.232%, resultando num coeficiente de variação de 15.36%. As frequências naturais não apresentaram variabilidade significativa.

As frequências naturais e razões de amortecimento do modelo foram determinadas em várias temperaturas na faixa de 25 a $35^\circ C$ (faixa de variação da temperatura na câmara do túnel de vento durante os ensaios) e não foram notadas diferenças significativas entre os valores obtidos.

A tab. 7.1 mostra as características físicas do modelo reduzido nos pontos de medição dos modos normais. No ponto 10 (topo do modelo) foi acrescentada a massa do acelerômetro (2.6 g), que foi acoplado para a medição da resposta, e a massa da base do AMS que foi acoplado ao topo (2.8 g). A espessura do modelo foi considerada variando

Tabela 7.1: Características Físicas do Modelo Reduzido

Ponto	Altura (cm)	Espes. (cm)	Diâm. externo (cm)	Área transv. (cm ²)	Área longit. (cm ²)	Mom. de inércia (cm ⁴)	Massa (g)
0	0.000	0.1030	4.680	1.481	-	3.881	-
1	5.864	0.1017	4.436	1.384	39.735	3.253	28.376
2	11.728	0.1004	4.192	1.290	24.582	2.702	17.230
3	17.592	0.0991	3.948	1.198	23.151	2.220	15.999
4	23.456	0.0978	3.704	1.108	21.720	1.802	14.794
5	29.320	0.0965	3.460	1.020	20.289	1.443	13.615
6	35.184	0.0952	3.216	0.933	18.858	1.137	12.463
7	41.048	0.0939	2.972	0.849	17.428	0.880	11.337
8	46.912	0.0926	2.728	0.767	15.997	0.666	10.237
9	52.776	0.0913	2.484	0.686	14.566	0.492	9.164
10	58.640	0.0900	2.240	0.608	6.568	0.352	9.458
Total	-	-	-	-	202.894	-	142.673

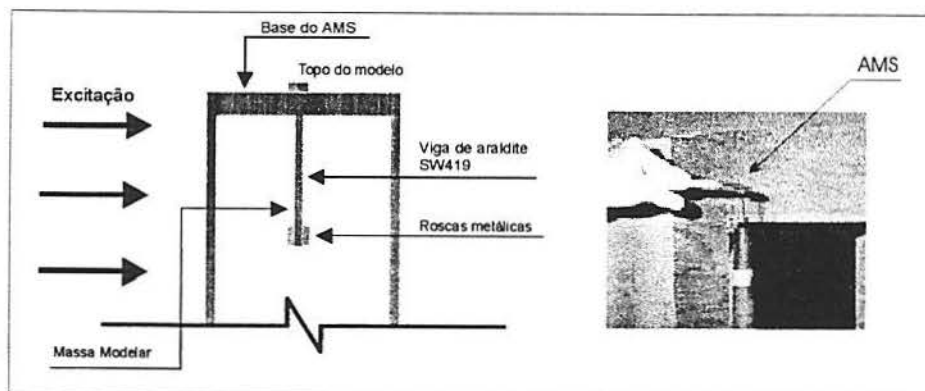


Figura 7.3: Esquema e Fotografia do AMS Acoplado ao Topo do Modelo

linearmente com a altura devido as dificuldades de medição de sua variação com a altura.

7.2 Características Físicas e Dinâmicas do AMS Acoplado ao Modelo

Para a verificação experimental dos resultados numéricos obtidos utilizando o programa CMS.FOR, um AMS foi acoplado ao topo do modelo reduzido, como mostra a figura 7.3. O AMS é constituído por uma viga do mesmo material do modelo com um par de roscas metálicas acopladas na extremidade.

O uso de um par de roscas metálicas na extremidade da viga resolve os problemas de determinação das propriedades dinâmicas do AMS pois estas têm a mesma massa do acelerômetro usado para a medição. Portanto as frequências naturais e razão de amortecimento do primeiro modo do AMS foram determinadas com o acelerômetro na extremidade e depois foi substituído pelas roscas de mesma massa para a execução dos

Tabela 7.2: Características Dinâmicas e Físicas do AMS Acoplado ao Modelo

Característica	□	□
Comprimento da viga (mm)	40	40
Base da viga (mm)	5.0	1.5
Altura da viga (mm)	1.5	5.0
Massa da viga (g)	0.8	0.8
Massa modal da viga (g)	0.1824	0.1824
Massa das roscas (g)	2.6	2.6
Massa modal do AMS (g)	2.7824	2.7824
Razão de massa total (%)	1.950	1.950
Razão de massa modal (%)	9.644	9.644
Frequência Natural (Hz)	58	187
Amortecimento médio (%)	3.786	4.143
Desvio padrão do amort. (%)	0.751	0.612
Coef. de variação do amort. (%)	19.83	14.78

ensaios no túnel de vento. A razão para a substituição do acelerômetro foi o pouco espaço existente no interior do modelo, que poderia impedir a vibração do AMS.

A massa das roscas é cerca de 3.3 vezes a massa da viga. Assim as roscas alteram as características dinâmicas do AMS e fazem com que o sistema vibre principalmente no primeiro modo. As dimensões da viga foram determinadas de modo que a frequência natural do AMS seja próxima a primeira frequência natural do modelo. O amortecimento do AMS foi aumentado através do uso de uma fina camada de massa de modelar sobre as superfícies da viga.

As características físicas e dinâmicas do AMS constam na tab. 7.2. A massa modal da viga foi calculada como $\int_0^L \bar{m}(x)\phi^2(x)dx$ (CLOUGH e PENZIEN, 1975), onde x é a distância ao 'engaste', $\bar{m}(x)$ é a massa da viga por unidade de comprimento, L é o comprimento total da viga e $\phi(x)$ é o primeiro modo normal da viga suposto igual a $1 - \cos[\pi x/(2L)]$. A razão de massa total do AMS é simplesmente a divisão entre a massa modal do AMS (massa modal da viga mais massa das roscas) e a massa total do modelo (tab. 7.1). A razão de massa modal do AMS foi calculada dividindo a massa modal do AMS pela massa modal do modelo (28.851 g), calculada através da equação 3.70. A segunda frequência do AMS na direção da menor dimensão foi determinada como 430 Hz, valor cerca de 2 vezes a segunda frequência do modelo. Não foi possível determinar a segunda frequência do AMS na direção da maior dimensão, devido às dificuldades de excitação do segundo modo, mas se mantida a mesma relação da menor dimensão esta deve ser superior a 1300 Hz.

É importante notar que os parâmetros conseguidos para o AMS não são os ótimos (ver item 7.8), diminuindo desta forma a eficiência do sistema.

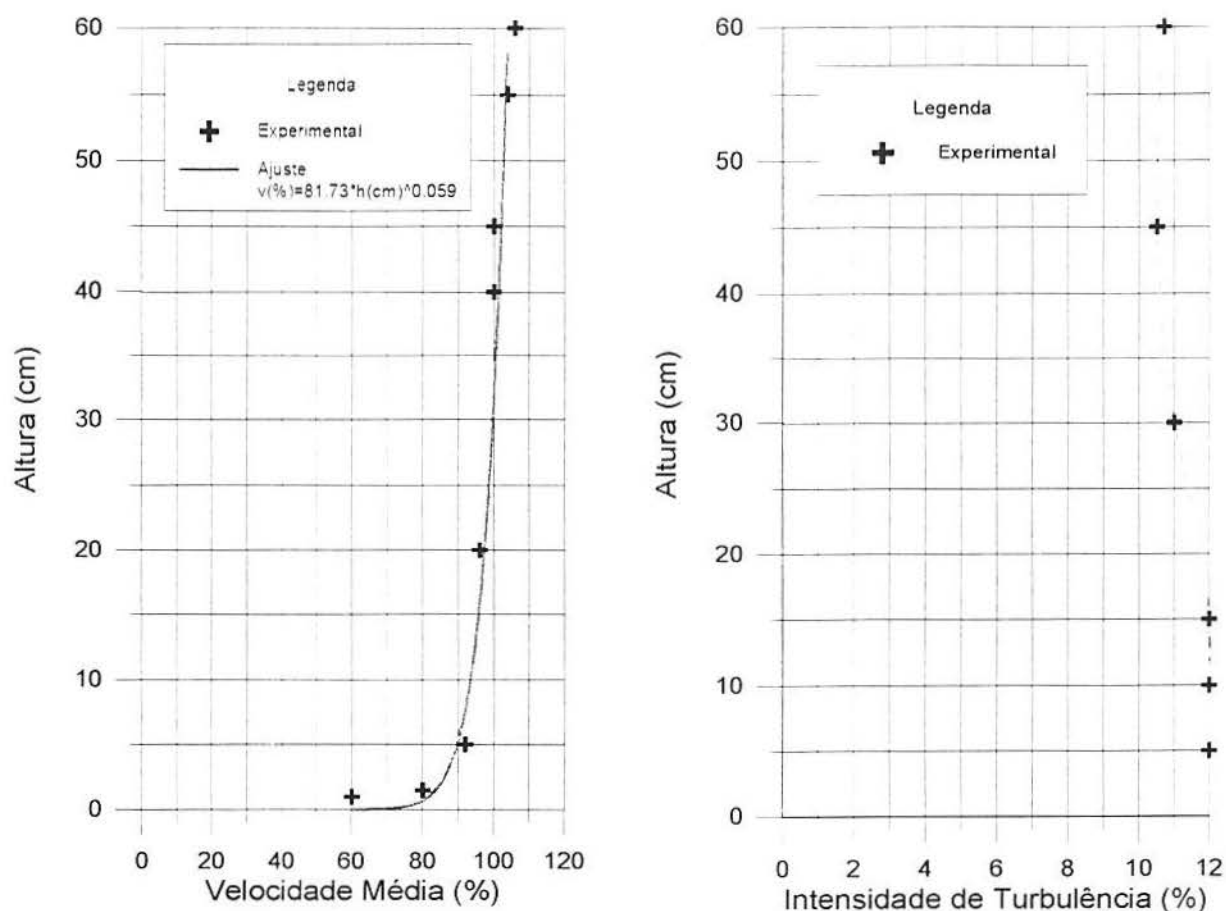


Figura 7.4: Perfil de Velocidade Simulado e Intensidades de Turbulência no Centro da Mesa I com a Grelha G-1 na Gav. 2

7.3 Simulação e Características da Excitação

A excitação foi simulada na Mesa I do túnel de vento TV-2 da UFRGS. O perfil de velocidade simulado e as intensidades de turbulência no centro da Mesa I são mostrados na figura 7.4, e correspondem a um vento uniforme e turbulento, conseguido através do uso da grelha G-1 na gaveta 2 do túnel.

As densidades espectrais de potência normalizadas das velocidades longitudinais do vento simulado foram medidas no centro da Mesa I nas alturas de 15, 30 e 45 cm. Os espectros constam na figura 7.5.

As características da excitação no momento do ensaio e nos pontos de medição dos modos normais são mostradas na tab. 7.3. As velocidades médias longitudinais ($\bar{V}(z)$) e componentes longitudinais dos desvios padrões das velocidades (σ_1) nos pontos foram determinadas a partir da fig. 7.4 e da velocidade média do túnel. A massa específica do ar foi determinada através da expressão $\rho = 0.4645 P_{atm} / [273.2 + T]$, onde P_{atm} é a pressão atmosférica em mmHg e T é a temperatura em °C. A velocidade do túnel foi calculada dependente da pressão dinâmica ΔPa (mmH₂O) e massa específica do ar ρ (Kg/m³) como $\sqrt{2g\Delta Pa/\rho}$, onde $g=9.80665$ m/s².

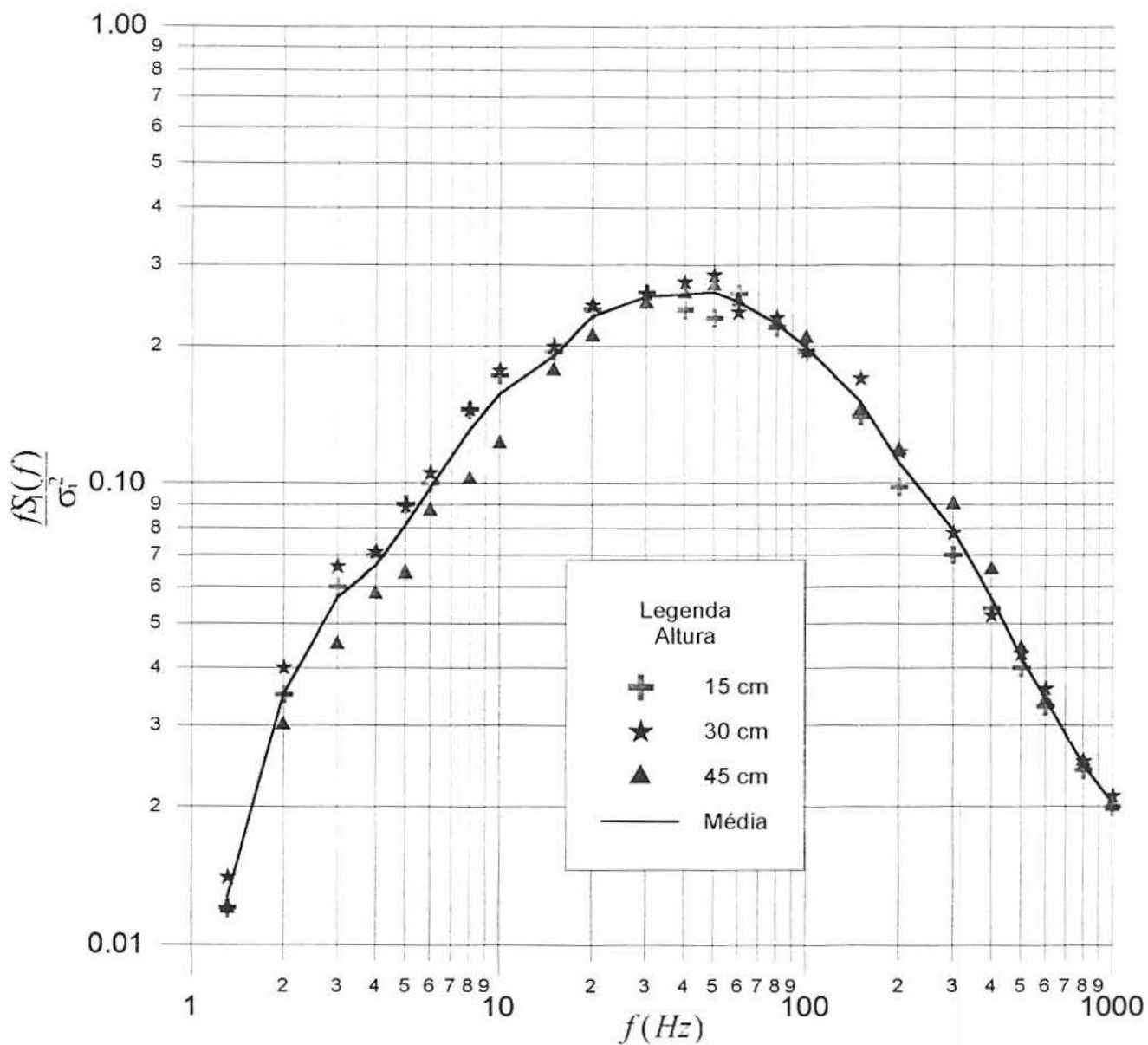


Figura 7.5: Densidade Espectral Normalizada das Velocidades a Várias Alturas no Centro da Mesa I com a Grelha G-1 na Gav. 2

Tabela 7.3: Características da Excitação no Ensaio

Característica			Sem AMS		Com AMS		Vento Uniforme e Turbulento Grelha - Gav. 2		
Temperatura (°C)			30.5		30.0				
Pressão dinâmica (mmH ₂ O)			30.0		29.7				
Pressão Atmosférica (mmHg)			765.0		766.5				
Massa Específica (Kg/m ³)			1.1700		1.1743				
Velocidade Média Túnel (m/s)			22.4251		22.2725				
Ponto	Veloc. Média (%)	Intens. Turbul.* (%)	$\bar{v}(z)$ (m/s)	σ_1 (m/s)	$\bar{v}(z)$ (m/s)	σ_1 (m/s)	Altura/ Diâm	Re** ($\times 10^{-4}$)	C _D ***
0	-	-	-	-	-	-	12.53	-	-
1	90.7	12.00	20.34	2.441	20.20	2.425	13.22	6	0.93
2	94.5	12.00	21.19	2.543	21.05	2.526	13.99	6	0.94
3	96.8	11.83	21.71	2.568	21.56	2.550	14.85	6	0.95
4	98.4	11.44	22.08	2.526	21.93	2.508	15.83	6	0.96
5	99.8	11.04	22.37	2.470	22.22	2.453	16.95	5	0.97
6	100.8	10.83	22.61	2.449	22.46	2.432	18.23	5	0.98
7	101.8	10.63	22.82	2.426	22.66	2.409	19.73	5	1.00
8	102.6	10.52	23.00	2.420	22.84	2.403	21.50	4	1.02
9	103.3	10.60	23.16	2.455	23.00	2.438	23.61	4	1.04
10	103.9	10.68	23.30	2.489	23.14	2.472	26.18	4	1.06

NOTA:* Interpolação linear da figura 7.4

**Re=70000 - (z)Diâmetro

***Interpolação linear da tab. 10 da NBR 6123/87

7.4 Metodologia do Ensaio

O programa experimental cumprido para a obtenção da resposta do modelo, seguiu os seguintes passos:

- Determinação das frequências naturais, razão de amortecimento do primeiro modo e modos normais do modelo reduzido com a base do AMS.
- Determinação da densidade espectral e valor RMS da resposta flutuante longitudinal em termos de aceleração no topo do modelo sem AMS, com o tipo de vento simulado e características da excitação dadas na tab. 7.3.
- Determinação das frequências naturais e razão de amortecimento do primeiro modo do modelo logo após o ensaio sem AMS para verificar o efeito da temperatura nas características do modelo.
- Colagem do AMS à sua base e acoplamento ao topo do modelo conforme fig. 7.3.
- Determinação da densidade espectral e valor RMS da resposta flutuante longitudinal em termos de aceleração no topo do modelo com AMS, com o tipo de vento simulado e características da excitação dadas na tab. 7.3.
- Determinação das frequências naturais e razão de amortecimento do primeiro modo do AMS prendendo a sua base a um grampo metálico.

7.5 Equipamentos Utilizados

Os equipamentos utilizados no ensaio foram:

- Dual Channel Signal Analyser Type 2034 (Analisador de Fourier).
- Conditioner Preamplifier Type 2626 (Pré-amplificador).
- Accelerometer Type 4375 (voltage sensibility 3.39 pC/g).
- Accelerometer Calibrator Type 4291.
- Power Supply Type 2805.
- Micro-manômetro BETZ.
- Termômetro

As densidades espectrais e valor quadrático médio da resposta em aceleração foram determinadas com o Analisador de Fourier, com um espaçamento de frequências de 0.5 Hz na banda de frequências de 0 a 400 Hz, executando a média de 150 espectros. A calibração do acelerômetro com o analisador foi feita com o calibrador de acelerômetros, atribuindo $1/2g^2$ ($g=10 \text{ m/s}^2$) à área do espectro de potência obtida pelo analisador.

A figura 7.6 mostra uma fotografia dos equipamentos utilizados no ensaio.

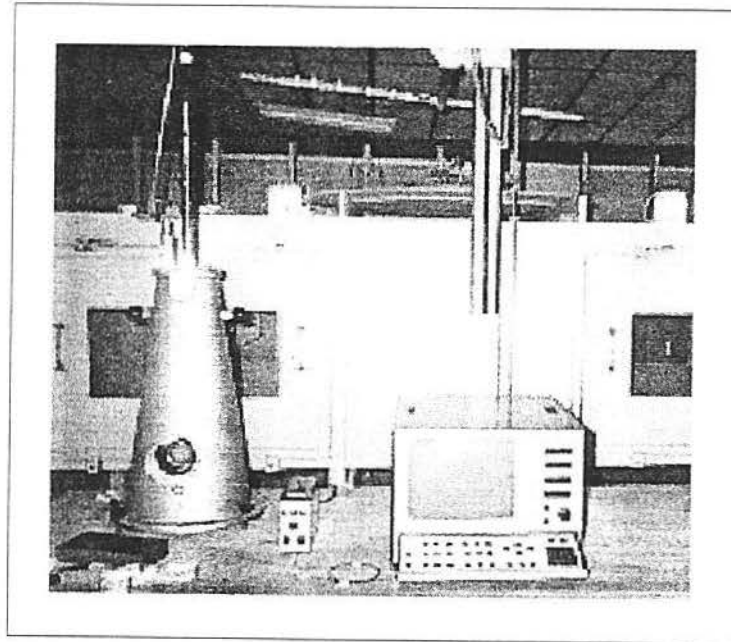


Figura 7.6: Fotografia dos Equipamentos Utilizados no Ensaio

7.6 Resposta Numérica do Modelo Reduzido

Para a comparação com os resultados experimentais foi determinada a resposta numérica do modelo reduzido sem e com AMS, através da segunda opção de entrada de dados do programa CMS.FOR, considerando 10 graus de liberdade e as características físicas e dinâmicas determinadas nos itens 7.1 e 7.2.

Foi considerado que o AMS vibraria somente na direção da menor dimensão da viga, que foi colocada paralela ao fluxo, com um grau de liberdade e com as características dinâmicas dadas na tab. 7.2. Apesar da outra dimensão ter frequência próxima a segunda frequência natural do modelo, esta se encontra perpendicular ao fluxo e talvez possa amortecer somente a vibração transversal do modelo.

Devido a pequena variação dos espectros com a altura foi usado apenas o espectro de velocidade normalizado médio, indicado na fig. 7.5, para a determinação da resposta numérica do modelo. Este espectro foi dividido pela frequência e multiplicado pela componente longitudinal da variância das rajadas (tab. 7.3) para a determinação do espectro de velocidades médio.

A transformação para espectro de forças pode ser feita pela expressão (SIMIU e SCALAN, 1978):

$$S_{f_i}(f) = \chi_i^2(f) \rho^2 \bar{V}_i^2(z) A_i^2 C_{D_i}^2 S_{1_i}(f) \quad (7.1)$$

onde:

f - frequência em Hz.

$\chi_i(f)$ - função de admitância aerodinâmica no ponto i.

ρ - densidade do ar (Kg/m^3).

$\bar{V}_i(z)$ - velocidade média na cota z no ponto i (m/s).

A_i - área longitudinal onde atua a força no ponto i (m^2).

C_{D_i} - coeficiente de arrasto no ponto i.

$S_{1_i}(f)$ - espectro da componente longitudinal das velocidades no ponto i ($\frac{(\text{m/s})^2}{\text{Hz}}$).

$S_{f_i}(f)$ - espectro de forças no ponto i ($\frac{\text{N}^2}{\text{Hz}}$).

A parte real das densidades espectrais cruzadas das forças pode ser dada através da expressão (derivada de SIMIU e SCALAN, 1978):

$$S_{f_{ij}}(f) = e^{-2\frac{C_Z f |\Delta z|}{\bar{V}_i(z) + \bar{V}_j(z)}} \sqrt{S_{f_i}(f) S_{f_j}(f)} \quad (7.2)$$

onde:

$S_{f_{ij}}(f)$ - densidade espectral cruzada das forças entre os pontos i e j.

C_z - parâmetro de decaimento exponencial da correlação cruzada (depende da rugosidade do terreno).

Δz - separação vertical dos pontos i e j (m).

BLEVINS (1978) indica que os valores do coeficiente C_z geralmente são estimados entre 7 a 12 e indica o valor 7.7 para terrenos abertos sem obstáculos e 6 para terrenos com poucos obstáculos.

A equação 7.2 é baseada na hipótese de turbulência homogênea, ou seja, as densidades espectrais da velocidade não dependeriam da cota z. Nas figuras 7.5 e 7.4 nota-se que a variação dos espectros com a altura do modelo é pequena. BLEVINS (1978) indica que neste caso a parte imaginária dos espectros cruzados é nula.

As propriedades físicas para o cálculo dos espectros constam nas tabs. 7.1 e 7.3. A função de admitância aerodinâmica foi considerada unitária.

A discretização do espectro de forças foi feita de 0 a 400 Hz, com um espaçamento de 0.1 Hz no entorno da primeira e segunda frequências do modelo e variando de 1 a 50 Hz nas outras regiões, totalizando 659 pontos.

7.7 Comparação dos Resultados Numéricos e Experimentais

A tab. 7.4 mostra os valores RMS das acelerações, experimentais e numéricos, para vários coeficientes C_z da resposta sem e com AMS, no topo do modelo. Nota-se que os valores RMS numéricos que mais se aproximam dos valores experimentais são os correspondentes

Tabela 7.4: Valores RMS Experimentais e Numéricos para Vários Coeficientes C_Z da Resposta sem e com AMS em Acelerações (m/s^2)

	Experim.	Numérico					
		$C_Z=\infty$	Dif.(%)	$C_Z=12$	Dif.(%)	$C_Z=7.7$	Dif(%)
Sem AMS	30.367	33.456	10.17	38.944	28.24	43.745	44.05
Com AMS	25.046	25.990	3.77	29.645	18.36	32.754	30.78
RMSnorm	0.8248	0.7768	5.82	0.7612	7.71	0.7487	9.23
$E_{P\%}$	17.52	22.32	27.40	23.88	36.30	25.13	43.44

Tabela 7.5: Valores RMS Numéricos e Experimentais da Resposta em Deslocamentos (mm)

	Experim.	Numérico					
		$C_Z=\infty$	Dif.(%)	$C_Z=12$	Dif.(%)	$C_Z=7.7$	Dif(%)
Sem AMS	0.269	0.319	16.85	0.402	49.44	0.462	71.75
Com AMS	0.238	0.257	5.33	0.335	40.76	0.385	61.76
RMSnorm	0.8938	0.8056	9.87	0.8333	6.77	0.8333	6.77
$E_{P\%}$	10.62	19.44	83.05	16.67	36.29	16.67	36.29

ao coeficiente $C_Z = \infty$, que equivale a hipótese de não haver correlação entre as forças nos pontos discretizados.

O fato da não consideração da correlação entre as forças nos pontos discretizados ter resultado em valores RMS mais próximos aos experimentais pode ser explicado notando que o espaçamento vertical dos pontos discretizados foi de 5.864 cm. Medidas realizadas no túnel com o tipo de vento simulado determinaram que a macroescala longitudinal da turbulência (comprimento de correlação longitudinal) pode variar de 10 cm a 60 cm de altura a 16 cm a 5 cm de altura. Se for admitido que a macroescala vertical é duas vezes menor do que a macroescala longitudinal os valores passam a ser 5 cm a 60 cm de altura e 8 cm a 5 cm de altura. BLESSMANN (1995) sugere várias relações para as macroescalas longitudinal e vertical. Existe uma grande variabilidade nas relações e o valor adotado parece ser o que resulta na maior macroescala vertical. Então pode-se concluir que não há correlação significativa entre as velocidades e forças próximo ao topo do modelo, zona de maior contribuição para a resposta e que, de modo geral, o túnel do vento não consegue simular a correlação sugerida por BLEVINS (1978) para terrenos abertos sem obstáculos, equivalente a um coeficiente C_Z em torno de 7.7.

A tab. 7.5 mostra os valores RMS experimentais e numéricos para vários coeficientes C_Z da resposta sem e com AMS em deslocamentos no topo do modelo. Nota-se que os valores RMS numéricos que mais se aproximam dos valores experimentais são novamente os correspondentes ao coeficiente $C_Z = \infty$. O valor RMS experimental dos deslocamentos foi calculado através da raiz da área do espectro da resposta em deslocamentos, calculado a partir do espectro da resposta em acelerações obtido experimentalmente, dividindo suas magnitudes pela frequência em rad/s à quarta potência.

Em geral as diferenças entre os valores obtidos numericamente com a hipótese de

$C_Z = \infty$ e experimentais são pequenas, levando-se em conta todas as incertezas envolvidas no experimento e hipóteses teóricas adotadas. As maiores diferenças ocorreram na eficiência do AMS, o que pode ser explicado notando que a eficiência depende dos valores RMS sem e com AMS, que têm erros diferentes com relação aos resultados experimentais.

A figura 7.7 mostra as densidades espectrais da resposta em acelerações e deslocamentos, experimentais e numéricas, no topo do modelo sem AMS. Observa-se uma excelente concordância dos resultados experimentais com os numéricos com a hipótese de $C_Z = \infty$. Existe uma diferença significativa entre os picos numéricos e experimentais referentes ao primeiro modo, que aparenta ser pequena em escala logarítmica mas em escala linear é bem pronunciada. Alguns aspectos que podem justificar tal diferença podem ser listados:

- Existe uma grande incerteza na determinação experimental da razão de amortecimento do primeiro modo, observada pelo alto coeficiente de variação dos resultados obtidos. Se, por exemplo, a razão de amortecimento do modelo aumentar, as amplitudes dos picos numéricos diminuirão e se aproximarão, no primeiro modo, dos resultados experimentais.
- A discretização experimental foi feita a cada 0.5 Hz, podendo ter ficado de fora a frequência que daria o pico mais alto.
- A distribuição da massa do modelo não é uniforme e as hipóteses de variação linear da espessura com a altura e seção transversal com espessura constante, que seviram de base para o cálculo das massas, podem não ser válidas

A figura 7.8 mostra as densidades espectrais da resposta em acelerações e deslocamentos experimentais e numéricas no topo do modelo com AMS. Observa-se uma excelente concordância dos resultados experimentais com os numéricos com a hipótese de $C_Z = \infty$. Existe uma diferença significativa entre o primeiro pico numérico e experimental referentes ao primeiro modo, que aparenta ser pequena em escala logarítmica mas em escala linear é bem pronunciada, podendo ser justificada semelhantemente ao descrito para o espectro sem AMS. Nota-se a presença dos dois picos do primeiro modo, mencionado no cap. 5.

Nos espectros de aceleração determinados experimentalmente apareceu (fig. 7.7 e 7.8) um pico na frequência entre as frequências 0 e 4 Hz, que não contribui significativamente para o valor RMS da resposta em aceleração. Mas no cálculo do espectro dos deslocamentos este pico torna-se acentuado e com magnitude maior do que a do pico referente ao primeiro modo. Este pico aparentemente é resultante dos erros introduzidos pelo fato da transformada de Fourier, realizada pelo analisador, ter sido calculada discretamente e numa banda finita de frequências. Os valores do espectro acima da amplitude em 4 Hz, referentes a este pico, foram considerados iguais a amplitude em 4 Hz para o cálculo do valor RMS da resposta experimental em deslocamentos.

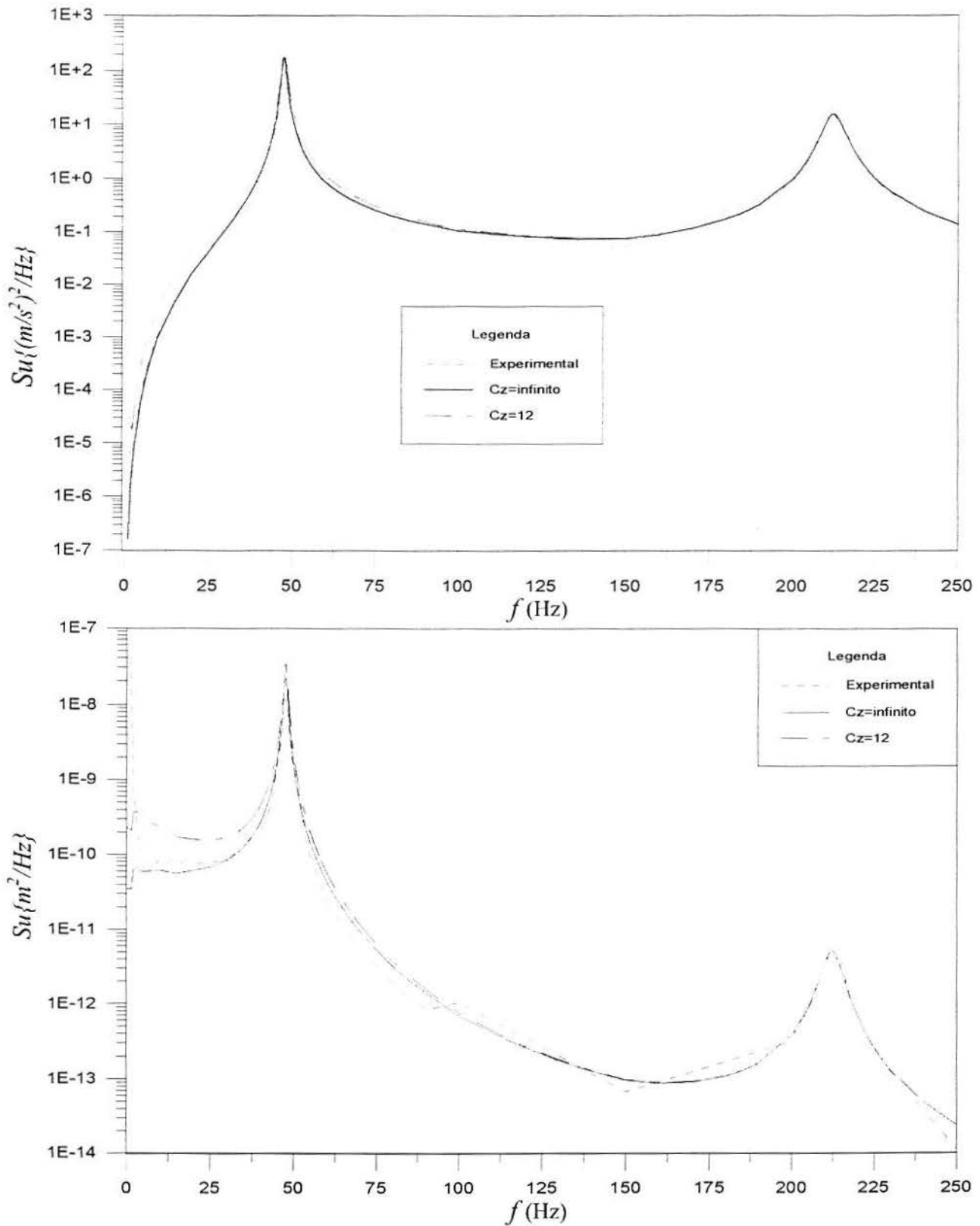


Figura 7.7: Densidades Espectrais da Resposta em Acelerações e Deslocamentos Experimentais e Numéricas no Topo do Modelo sem AMS

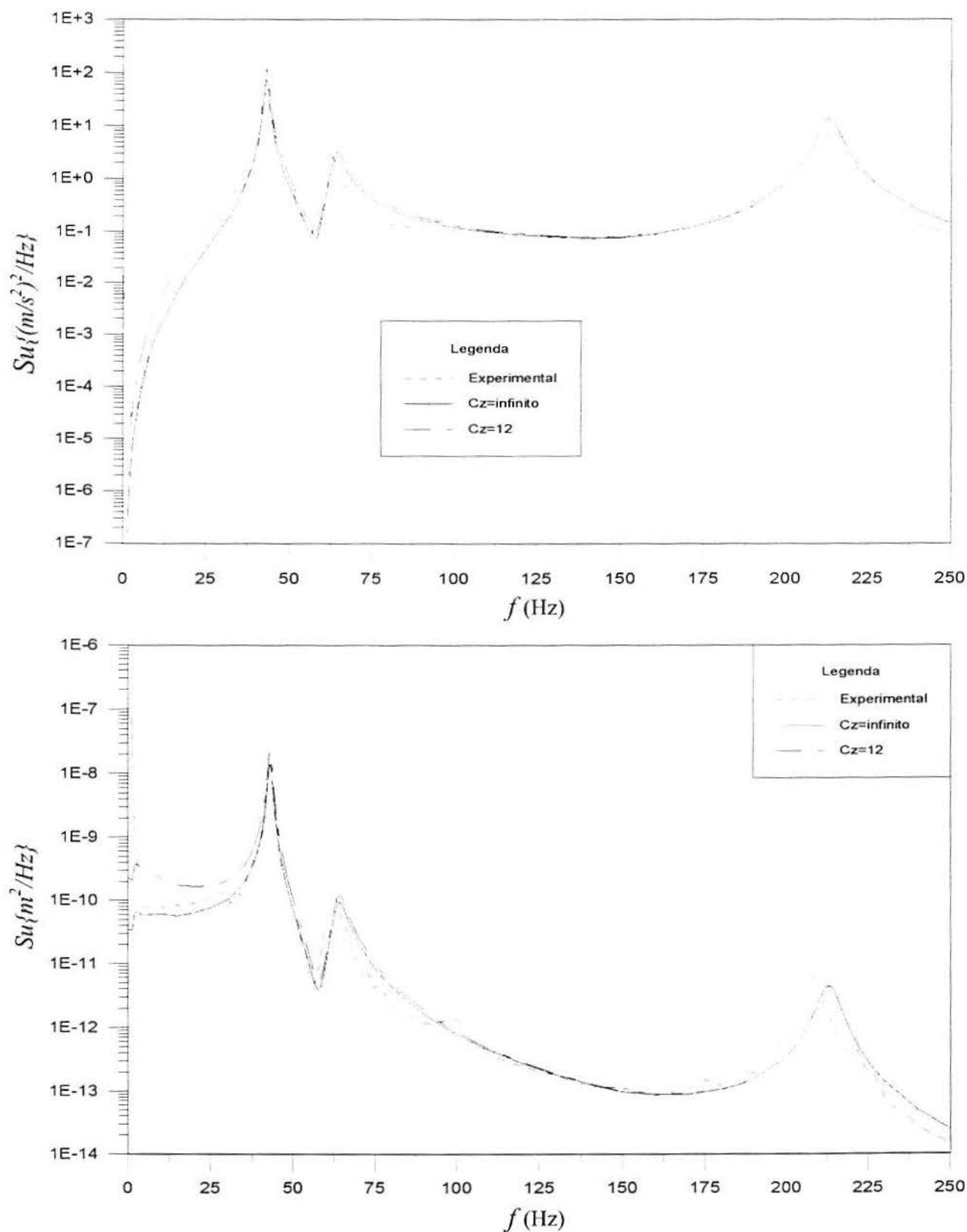


Figura 7.8: Densidades Espectrais da Resposta em Acelerações e Deslocamentos Experimentais e Numéricas no Topo do Modelo com AMS

Tabela 7.6: Parâmetros Ótimos do AMS Acoplado ao Modelo Reduzido

	Com o mesmo amort. AMS			Com amort. ótimo			
	$f_{2\acute{o}t.}$ (Hz)	$RMS_{\acute{o}t.}$	$E_{P\%}$	$f_{2\acute{o}t.}$ (Hz)	$\zeta_{2\acute{o}t.}$ (%)	$RMS_{\acute{o}t.}$	$E_{P\%}$
Aceleração (m/s ²)	46.9	23.184	30.7	46.5	30.9	19.481	41.8
Deslocamento (mm)	43.9	0.177	44.5	43.7	14.8	0.139	56.4
Eqs. 2.3 e 2.4	-	-	-	44.4	15.0	-	-

7.8 Comentários com Relação a Eficiência e Robustez do AMS Acoplado ao Modelo

Os parâmetros ótimos do AMS estudado experimentalmente foram calculados numericamente com a hipótese de $C_Z = \infty$ e constam na tab. 7.6. Observa-se que com a mesma razão de amortecimento determinada experimentalmente a eficiência do AMS poderia chegar a 44.5% em deslocamentos e a 30.7% em acelerações. E, com os parâmetros ótimos, a eficiência pode chegar a 56.4% em deslocamentos e 41.8% em acelerações, valores muito acima do obtido com os parâmetros do AMS estudado.

Assim, pode-se concluir que o AMS estudado não é um sistema de controle de vibração robusto, pois a variação na eficiência poderia chegar a 128.9% em deslocamentos e a 37.5% em acelerações apenas com uma diferença na frequência, com relação a ótima com a mesma razão de amortecimento, de 32.1 e 23.7%, respectivamente.

Capítulo 8

Conclusões

Para os casos estudados com o modelo numérico proposto as seguintes conclusões podem ser tiradas:

- A eficiência dos AMS's e MMS's depende do tipo de excitação considerado. As eficiências maiores foram encontradas com a excitação quase-periódica e as menores com a excitação com o espectro de Von Karman.
- Os parâmetros ótimos dos AMS's e MMS's para as excitações ruído branco e com o espectro de Von Karman são praticamente os mesmos para baixas razões de massa.
- O modelo de um grau de liberdade equivalente apresentou resultados satisfatórios. Na determinação dos parâmetros ótimos dos AMS's o erro cometido foi praticamente nulo. Os erros no valor RMS do deslocamento no topo da estrutura base não ultrapassaram 3.3%.
- Os AMS's não são sistemas robustos, principalmente com relação a variação de sua frequência natural. AMS's não perfeitamente sintonizados são significativamente menos eficientes.
- A razão de amortecimento ótima do MMS é muito menor do que a razão de amortecimento do AMS com mesma razão de massa.
- Existe um número de AMS's acima do qual o MMS não é significativamente mais eficiente.
- Inicialmente os MMS's não são sistemas robustos, se projetados com os parâmetros ótimos, situação onde são mais eficientes que os AMS's. Mas a robustez pode ser aumentada significativamente com um aumento na banda de frequências e/ou da razão de amortecimento sem perda significativa da eficiência com relação aos AMS's.
- Com relação a variações no amortecimento da estrutura base, a robustez dos AMS's e MMS's é semelhante. Em ambos os casos uma diminuição no amortecimento da estrutura pode diminuir significativamente a eficiência, mas um correspondente aumento resulta em menores variações.

- A consideração de massas variáveis no MMS, de modo que a rigidez dos AMS's seja a mesma, não apresenta nenhuma vantagem ou desvantagem em eficiência ou robustez com relação a consideração de massas iguais.
- Os modos estáticos conseguem melhorar a convergência da resposta. No caso da excitação com o espectro de Von Karman, os erros cometidos na consideração de apenas um modo normal e um estático com relação a consideração de todos os modos são praticamente nulos. No modelo estudado a consideração de apenas dois modos normais conduz a erros menores do que 0.4%. Então a consideração de um modo normal e um estático, neste caso, pode não ser tão importante pois resulta em praticamente o mesmo esforço computacional da consideração de dois modos normais.
- O método convencional de projeto de osciladores não parece ser adequado para garantir que o sistema de controle funcione sob as reais condições das estruturas e durante toda a sua vida útil, devido as variações inevitáveis dos seus parâmetros e da estrutura principal. A otimização da confiabilidade da estrutura como um todo pode ser uma opção mais realista e confiável para o projeto dos sistemas de controle.
- Uma abordagem alternativa de projeto de MMS's pode ser baseada em critérios de eficiência e robustez, podendo resultar em sistemas mais confiáveis, através do aumento conjunto da banda de frequência e da razão de amortecimentos dos AMS's com relação aos valores ótimos. Portanto, além das vantagens de portabilidade e facilidade de instalação dos MMS's, estes podem ainda ser sistemas eficientes, robustos e com custo praticamente igual ao do AMS.
- A principal vantagem da formulação proposta para o cálculo da resposta de sistemas com osciladores é a redução do esforço computacional. Por exemplo, no caso de 21 AMS's acoplados a estrutura base estudada, o número de graus de liberdade é reduzido de 28 para 7 ou até para 2 graus de liberdade quando se consideram apenas dois modos na resposta.
- O método numérico proposto demonstrou-se confiável na previsão da resposta do modelo reduzido executado, que se enquadra dentro de suas hipóteses de validade, devido a boa correlação obtida com os resultados experimentais obtidos.

Capítulo 9

Sugestões para Outros Trabalhos

Vários aspectos podem ser investigados para o melhor conhecimento do comportamento dos sistemas de controle de vibrações e a obtenção de formulações numéricas mais realísticas do problema, entre os quais pode-se citar:

- Estudos do comportamento dos AMS's e MMS's em estruturas com frequências não espaçadas.
- Verificação do aumento da convergência resultante da adição dos modos estáticos em estruturas com frequências não espaçadas.
- Generalização da formulação apresentada para outros sistemas de controle, considerando-os como subestruturas acopladas a um sistema principal.
- Estudo da possibilidade do uso do conceito de mega subestruturação para o controle de vibrações.
- Estudo da interação entre o movimento do líquido de reservatórios e do movimento da estrutura onde está instalado.
- Melhoramento da formulação apresentada através da consideração de não-linearidades físicas e geométricas, excitações não-estacionárias, interações entre a excitação e a estrutura, afim de melhor representar a situação real das estruturas e poder prever respostas próximas ao limite de ruptura.
- Verificação da eficiência e robustez dos sistemas de controle de vibrações para outros tipos de excitações e outros tipos de estrutura.
- Estudo do impacto do uso de amortecedores nos custos das estruturas.
- Verificar a validade e aplicabilidade da equação para a redução do número de graus de liberdade de estruturas com AMS's para situações mais complexas.
- Tentar simular a matriz de rigidez de estruturas a partir de suas características modais para poder considerar os modos estáticos na análise e assim poder obter respostas mais precisas.

- Estudar um procedimento de projeto de sistemas de controle de vibrações baseado na otimização da confiabilidade da estrutura.

Referências Bibliográficas

- [1] ABÉ, M.; FUJINO, Y. Dynamic characterization of multiple tuned mass dampers and some design formulas. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 23, n. 8, p. 813-835, Aug. 1994.
- [2] ABÉ, M.; IGUSA, T. Tuned mass dampers for structures with closely spaced natural frequencies. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 24, n. 2, p. 247-261. Feb. 1995.
- [3] ANDERSON, E. et al. **Lapack** - Users' Guide. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992. 118 p.
- [4] AYORINDE, E. O.; WARBURTON, G. B. Minimizing structural vibrations with absorbers. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 8, p. 219-236. 1980.
- [5] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Forças devidas ao vento em edificações: NBR 6123**. Rio de Janeiro, 1987. 88 p.
- [6] BACHMANN, H. Case studies with man-induced vibrations. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, n. 3, p. 631-647, Mar. 1992.
- [7] BACHMANN, H.; AMMANN, W. **Vibrations in structures induced by man and machines**. Zurich: IABSE-AIPC-IVBH, 1987. 176 p.
- [8] BALENDRA, T.; WANG, C. M.; CHEONG, H. F. Effectiveness of tuned liquid column dampers for vibration control of towers. **Engineering Structures**, v. 17, n. 9, p. 668-675, Nov. 1995.
- [9] BATISTA, R. C.; MAGLUTA, C.; FARIA, M. T. Redução de vibrações em grandes estruturas civis. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 27., 1995, Tucuman, Argentina. **Memorias...** Tucuman: Laboratório de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologia de la Universidade Nacional de Tucuman, 1995. v. 6, p. 235-246.
- [10] BATISTA, R. C. et al. Vibrações induzidas pelo público a estrutura do estádio Maracanã. In: CLAES. Comissão de Trabalho. **Ações e Segurança**. Documento B/91. Porto Alegre: CPGEC/UFRGS, 1991. 13 p.
- [11] BLESSMANN, J. **Vibrações por desprendimento de vórtices**. Porto Alegre: CPGEC - UFRGS, 1990. 52 p. (Caderno Técnico, 39)

- [12] BLESSMANN, J. **Aerodinâmica das construções**. 2. ed. Porto Alegre: SAGRA - Livraria Editora Distribuidora. 1990. 255 p.
- [13] BLESSMANN, J. **O vento na engenharia estrutural**. 1. ed. Porto Alegre: Editora da Universidade - UFRGS. 1995. 165 p.
- [14] BLEVINS, R. D. **Flow-induced vibration**. New York: Van Nostrand Reinhold Company. 1977. 363 p.
- [15] BROCK, J. E. A note on the damped vibration absorber. **Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME**, v. 13, A-284, 1946.
- [16] CHANG, K. C. et al. Effect of ambient temperature on viscoelastically damped structure. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, n. 7, p. 1955-1973, July 1992.
- [17] CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**. New York: Mc Graw-Hill, 1975. 634 p.
- [18] CURTIS, A. J.; BOYKIN, T. R. Response of two-degree-of-freedom systems to white noise base excitation. **Journal of Acoustical Society of America**, v. 33, n. 5, p. 655-663, May 1961.
- [19] DEN HARTOG, J. P. **Mechanical vibrations**. 3. ed. London: Mc Graw-Hill, 1947. 478 p.
- [20] DIMOVA, S.; KRATZIG, W. B.; MESKOURIS, K. On some numerical problems in the analysis of structures with friction devices. In: INTERNATIONAL POST-SMIRT CONFERENCE SEMINAR, 1993, Capri (Napoli). **Isolation, Energy Dissipation and Control of Vibrations of Structures**. Bologna: GLIS: International Atomic Energy Agency, 1993. p. 721-735.
- [21] FAWZY, I. A theorem on the free vibration of damped systems. **Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME**, v. 44, Séries E, n. 1, 1977.
- [22] FELD, L.S. Superstructure for 1,350-ft World Trade Center. **Civil Engineering**, p. 66-70, June 1971.
- [23] FENG, M. Q.; MITA, A. Vibration control of tall buildings using mega subconfiguration. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 121, n. 10, p. 1082-1088, Oct. 1995.
- [24] FUJINO, Y.; SUN, L.M. Vibration control by multiple tuned liquid dampers (MTLDs). **Journal of Structural Engineering**, v. 119, n. 12, p. 3482-3502, Dec. 1993.
- [25] FUJITA, T. Applications of active mass damper systems for response control of tall building in Japan. In: INTERNATIONAL POST-SMIRT CONFERENCE SEMINAR, 1993, Capri (Napoli). **Isolation, Energy Dissipation and Control of Vibrations of Structures**. Bologna: GLIS: International Atomic Energy Agency, 1993. p. 539-556.

- [26] GURLEY, K. et al. Coupling tall buildings for control of response to wind. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON STRUCTURAL SAFETY AND RELIABILITY, 1993, Innsbruck, Austria. **Structural Safety & Reliability**. Rotterdam: A. A. Balkema, 1994. v. 3, p. 1553-1560.
- [27] HILDEBRAND, F. B. **Methods of applied mathematics**. New Jersey: Prentice-Hall, 1965. p. 34-36.
- [28] HOLMES, J. D. List of installations. **Engineering Structures**, v. 17, n. 9, p. 676-678, Nov. 1995.
- [29] HERR, A. M.; SCHMIDT, L. C. Modelling of nonlinear damping characteristics of a viscoelastic structural damper. **Engineering Structures**, v. 18, n. 2, p. 154-161. Feb. 1996.
- [30] HURTY, W. C. Vibrations of structural systems by component mode synthesis. **Journal of Engineering Mechanics Division**. v. 86, n. 4, p. 51-69, Aug. 1960.
- [31] HURTY, W. C.; COLLINS, J. D.; HART, G. C. Dynamic analysis of large structures by modal synthesis techniques. **Computers & Structures**. v. 1, n. 4, p. 535-563. Dec. 1971.
- [32] IOI, T.; IKEDA, K. On the dynamic vibration damped absorber of the vibration system. **Bulletim of the JSME**, v. 21, n. 151, p. 64-71, Jan. 1978.
- [33] ISYUMOV, N. ; BRIGNALL, J. Some full-scale measurements of wind-induced response of the CN Tower, Toronto. **Journal of Industrial Aerodynamics**. v. 1, n. 2, p. 213-219, Oct. 1975.
- [34] JACQUOT, R. G. Optimal dynamic vibration absorbers for general beam systems. **Journal of Sound and Vibration**. v. 60, n. 4, p. 535-542, Oct. 1978.
- [35] JACQUOT, R. G. ; HOPPE, D. L. Optimal random vibration absorbers. **Journal of Engineering Mechanics Division**, v. 99, n. 3, p. 612-616, Jun. 1973.
- [36] JEARRY, A. P.; MORRIS, R. G.; TOMLINSON, R. W. Perception of vibration - Tests in a tall building. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 28, p. 361-370, Aug. 1988.
- [37] JENSEN, H.; SETAREH, M.; PEEK, R. TMDs for vibration control of systems with uncertain properties. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, n. 12, p. 3285-3296, Dec. 1992.
- [38] JULIANI, M.; BECOCCI, L. Estádio do Morumbi - Ismes e Etep realizam o primeiro ensaio dinâmico de vibração forçada no Brasil. **Técne**, São Paulo, n. 25, p. 32-36, nov./dez., 1996.
- [39] KAREEM, A.; KLINE, S. Performance of multiple mass dampers under random loading. **Journal of Structural Engineering**, v. 121, n. 2, p. 348-361, Feb. 1995.
- [40] KAWASHIMA, K. ; UNJOH, S. Seismic response control of bridges by variable dampers. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, n. 9, p. 2583-2601, Sept. 1994.

- [41] KEANE, A. J.; BRIGHT, A. P. Passive vibration control via unusual geometries: experiments on model aerospace structures. **Journal of Sound and Vibration**, v. 190, n. 4, p. 713-719, Mar. 1996.
- [42] KOH, C. G.; MAHATMA, S.; WANG, C. M. Reduction of structural vibrations by multiple-mode liquid dampers. **Engineering Structures**, v. 17, n. 2, p. 122-128, Feb. 1995.
- [43] KWOK, K. C. S. Full-scale measurements of wind-induced response of Sydney Tower. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 14, n. 1-3, p. 307-318, Dec. 1983.
- [44] KWOK, K. C. S.; MACDONALD, P. A. Full-scale measurements of wind-induced acceleration response of Sydney Tower. **Engineering Structures**, v. 12, n. 3, p. 153-162, July 1990.
- [45] KWOK, K. C. S.; SAMALI, B. Performance of tuned mass dampers under wind loads. **Engineering Structures**, v. 17, n. 9, p. 655-667, Nov. 1995.
- [46] LARSON, D. S.; FAFITIS, A. Periodic response and stability of rigid mass resting on friction-damped SDOF oscillator. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 121, n. 11, p. 1226-1233, Nov. 1995.
- [47] UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Laboratório de Dinâmica Estrutural e Confiabilidade (LDEC). **Análise estrutural teórica e experimental do piso do salão de festas do Grêmio Náutico União**. Porto Alegre, 1995 (Relatório 95/1)
- [48] LUFT, R. W. Optimal tuned mass dampers for buildings. **Journal of Structural Division**, v. 105, n. 12, p. 2766-2772, Dec. 1979.
- [49] MA, R. P.; SINHA, A. A neural network based active vibration absorber with state feedback control. **Journal of Sound and Vibration**, v. 190, n. 1, p. 121-128, Feb. 1996.
- [50] MACNAMARA, R. J. Tuned mass dampers for buildings. **Journal of Structural Division**, v. 103, n. 9, p. 1785-1798, Sept. 1977.
- [51] MACNEAL, R. H. A hybrid method of component mode synthesis. **Computers & Structures**, v. 1, n. 4, p. 581-601, Dec. 1971.
- [52] MAHMOODI, P. Structural dampers. **Journal of Structural Division**, v. 95, n. 8, p. 1661-1672, Aug. 1969.
- [53] MODI, V. J.; WELT, F.; SETO, M. L. Control of wind-induced instabilities through application of nutation dampers: a brief overview. **Engineering Structures**, v. 17, n. 9, p. 626-638, Nov. 1995.
- [54] NEMIR, D. C.; LIN, Y.; OSEGUEDA, R. A. Semiactive motion control using variable stiffness. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, n. 4, p. 1291-1306, Apr. 1994.

- [55] OGAWA, K.; SAKAI, Y.; SAKAI, F. Aerodynamic device for suppressing wind-induced vibration of rectangular section structures. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 28, p. 391-400. Aug. 1988.
- [56] RIERA, J. D. **Análise de sistemas submetidos a excitações aleatórias**. Porto Alegre: CPGEC-UFRGS, 1989. 99 p. (Relatório Técnico, 9)
- [57] RIERA, J. D.; TAMAGNA, A. Sobre o efeito dinâmico de cargas produzidas por grupos de pessoas em movimento. In: CLAES. Comissão de Trabalho. **Ações e Segurança**. Documento B/91. Porto Alegre: CPGEC/UFRGS, 1991. 20 p.
- [58] ROITMAN, N. et al. Cargas dinâmicas geradas por pessoas em movimentos. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 27., 1995, Tucuman, Argentina. **Memorias...** Tucuman: Laboratorio de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologia de la Universidad Nacional de Tucuman, 1995. v. 6. p. 247-259.
- [59] RUBIN, S. Improved component-mode representation for structural dynamic analysis. **AIAA Journal**, v. 13, n. 8, p. 995-1006. Aug. 1975.
- [60] RUBIO, C. E. C. **Análise dinâmica de modelos estruturais em escala reduzida**. Porto Alegre, 1992. 92 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia)-Escola de Engenharia, CPGEC-UFRGS.
- [61] SAMALI, B.; KWOK, K. C. S. Use of viscoelastic dampers in reducing wind- and earthquake-induced motion of building structures. **Engineering Structures**, v. 17, n. 9, p. 639-654. Nov. 1995.
- [62] SCHITTKOWSKI, K. Theory, implementation and test of a nonlinear programming algorithm. In: EUROMECH-COLLOQUIUM ON OPTIMIZATION METHODS IN STRUCTURAL DESIGN, 164., 1983, Mannheim. **Proceedings...** p. 122-152.
- [63] SETAREH, M. **Use of tuned mass dampers for the vibration control of floors subjected to human movements**. Ann Arbor, Michigan, 1990. 245 p. PhD. Thesis - University of Michigan.
- [64] SETAREH, M.; HANSON, R. D. Tuned mass dampers for balcony vibration control. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, n. 3, p. 723-740, Mar. 1992.
- [65] SETAREH, M.; HANSON, R. D.; PEEK, R. Using component mode synthesis and static shapes for tuning TMDs. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, n. 3, p. 763-782, Mar. 1992.
- [66] SHIMAZU, T.; ARAKI, H. **Survey of actual effectiveness of mass dampers systems installed in buildings**. Trabalho apresentado no 11^o World Congress of Earthquake Engineering, Acapulco, México, 1996. 8 p.
- [67] SIMIU, E.; SCANLAN, R. H. **Wind effects on structures: an introduction to wind engineering**. New York: John Wiley & Sons, 1978. 458 p.
- [68] SMITH, M. J.; HUTTON, S. G. Accuracy and improvement of natural frequency prediction using component mode synthesis. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 24, n. 6, p. 899-916. June 1995.

- [69] TAMURA, K. Technology of active control systems for structural vibration. In: INTERNATIONAL POST-SMIRT CONFERENCE SEMINAR. 1993. Capri (Napoli). **Isolation, Energy Dissipation and Control of Vibrations of Structures**. Bologna: GLIS: International Atomic Energy Agency, 1993. p. 527-538.
- [70] TAMURA, Y. et al. Effectiveness of tuned liquid dampers under wind excitation. **Engineering Structures**, v. 17, n. 9, p. 609-621, Nov. 1995.
- [71] TIMOSHENKO, S.; YOUNG, D. H. **Dinámica superior**. Tradução de José Luis Prevost Lorenzo. Madrid: Ediciones URMO, 1971. 476 p.
- [72] TANAKA, H.; MAK, C. Y. Effects of tuned mass dampers on wind induced response of tall buildings. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 14, n. 1-3, p. 357-368. Dec. 1983.
- [73] TSAI, C. S.; LEE, H. H. Applications of viscoelastic dampers to high-rise buildings. **Journal of Structural Engineering**, v. 119, n. 4, p. 1222-1233, Apr. 1993.
- [74] VICKERY, B. J.; ISYUMOV, N.; DAVENPORT, A. G. The role of damping, mass and stiffness in the reduction of wind effects on structures. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 11, n. 1-3, p. 285-294. 1983.
- [75] VULCANO, A. Design criteria of damped steel bracing systems for earthquake protection of framed structures. In: INTERNATIONAL POST-SMIRT CONFERENCE SEMINAR, 1993, Capri (Napoli). **Isolation, Energy Dissipation and Control of Vibrations of Structures**. Bologna: GLIS: International Atomic Energy Agency, 1993. p. 709-720.
- [76] WARBURTON, G. B. Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 10, n. 3, p. 381-401, May 1982.
- [77] WARBURTON, G. B.; AYORINDE, E. O. Optimum absorber parameters for simple systems. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 8, p. 197-217, 1980.
- [78] WARGON, A. Design and construction of Sydney Tower. **The Structural Engineer - Journal of the Institution of Structural Engineers**, v. 61A, n. 9, p. 273-281, Sept. 1983.
- [79] WIRSCHING, P. H.; CAMPBELL, G. W. Minimal structural response under random excitation using the vibration absorber. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 2, n. 4, p. 303-312. 1974.
- [80] WONG, H. Y.; KOKKALIS, A. A comparative study of three aerodynamic devices for suppressing vortex-induced oscillation. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 10, n. 1, p. 21-29, 1982.
- [81] XU, K.; IGUSA, T. Dynamic characteristics of multiple substructures with closely spaced frequencies. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 21, n. 12, p. 1059-1070, Dec. 1992.

- [82] XU, Y. L. Parametric study of active mass dampers for wind-excited tall buildings. **Engineering Structures**, v. 18, n. 1, p. 64-76, Jan. 1996.
- [83] XU, Y.L.; KWOK, K. C. S. Semianalytical method for parametric study of tuned mass dampers. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, n. 3, p. 747-764, Mar. 1994.
- [84] XU, Y.L.; KWOK, K. C. S.; SAMALI, B. Control of wind induced tall building vibration by tuned mass dampers. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 40, n. 1, p. 1-32, Apr. 1992a.
- [85] ----- The effect of tuned mass dampers and liquid dampers on cross-wind response of tall/slender structures. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 40, n. 1, p. 33-54, Apr. 1992b.
- [86] ----- Torsion response and vibration suppression of wind-excited buildings. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 41-44, p. 1997-2008, 1992c.
- [87] XU, Y.L.; SAMALI, B.; KWOK, K. C. S. Control of along-wind response of structures by mass and liquid dampers. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 118, n. 1, p. 20-39, Jan. 1992d.
- [88] YAMAGUCHI, H.; HARNPORNCHAI, N. Fundamental characteristics of multiple tuned mas dampers for suppression harmonically forced oscillations. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 22, n. 1, p. 51-62, Jan. 1993.
- [89] YANG, J. N. Control of tall buildings under earthquake excitations. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 108, n. 5, p. 833-849, Oct. 1982.
- [90] ZDRAVKOVICH, M. M. Review and classification of various aerodynamic and hydrodynamic means for suppressing vortex shedding. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 7, p. 145-189, 1981.