

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS ADMINISTRATIVAS

ENDEL KRETSCHMANN

UMA ABORDAGEM AO *VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH PICKUP AND
DELIVERY WITH TIME WINDOWS EM NAVIOS*: UM CASO DE UMA
INDÚSTRIA QUÍMICA

PORTO ALEGRE

2018

ENDEL KRETSCHMANN

UMA ABORDAGEM AO *VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH
PICKUP AND DELIVERY WITH TIME WINDOWS* EM NAVIOS: UM CASO DE
UMA INDÚSTRIA QUÍMICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como exigência parcial para obtenção do Título de Mestre em Administração.

Área de concentração: Pesquisa Operacional

Orientador: Prof. Denis Borenstein, PhD

PORTO ALEGRE

2018

CIP – CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

Kretschmann, Endel

Uma Abordagem ao *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery with Time Windows* em Navios: um Caso de uma Indústria Química / Endel Kretschmann. – 2018.

43 f.

Orientador: Denis Borenstein

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Administração – PPGA/UFRGS, Porto Alegre, BR-RS, 2018.

Palavras-chave: pesquisa operacional, cadeia de suprimentos, transporte marítimo a granel, VRPPDTW.

UMA ABORDAGEM AO *VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH
PICKUP AND DELIVERY WITH TIME WINDOWS EM NAVIOS*: UM CASO DE
UMA INDÚSTRIA QUÍMICA

Dissertação aprovada para obtenção do
título de Mestre no Programa de Pós-
Graduação em Administração da
Universidade Federal do Rio Grande do
Sul pela banca examinadora formada
por:

Porto Alegre, 10 de julho de 2018.

Prof. Denis Borenstein, PhD, PPGA/UFRGS

Prof.^a Dr.^a Denise Lindstrom Bandeira, PPGA/UFRGS

Prof. João Luiz Becker, PhD, PPGA/UFRGS

Prof. Dr. Pablo Cristini Guedes, FADERGS

RESUMO

Os objetivos desta dissertação são comprovar empiricamente os benefícios da modelagem matemática como uma ferramenta de apoio ao processo decisório e apresentar uma forma de minimizar o custo do transporte marítimo de matérias-primas a granel, atendendo aos prazos e às demandas de quantidade de uma indústria química do ramo de fertilizantes em sua operação no Brasil. Isso será possível mediante o desenvolvimento de um modelo de programação linear inteira mista com as características do *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery with Time Windows* (VRPPDTW) para representar as características do problema. O VRPPDTW é uma subclasse do clássico *Vehicle Routing Problem* que encontra grande aderência aos desafios industriais, ao poder encontrar soluções para o transporte de bens e pessoas. Para essa aplicação, diversas restrições de roteamento de navios heterogêneos, de agendamento das coletas e descargas das matérias-primas, de oferta e demanda por diferentes tipos de insumos e de capacidade de cargas de portos e navios foram elaboradas e implementadas para caracterizar situações às quais o processo de planejamento de entregas está atualmente submetido. Diferentes instâncias com dados cedidos pela companhia foram processadas e resolvidas em tempos aceitáveis, a partir da utilização do *solver* IBM ILOG CPLEX© 12.1.0. Resultados econômicos mais eficazes dos que aqueles atualmente percebidos pela empresa foram encontrados.

Palavras-chave: pesquisa operacional, cadeia de suprimentos, transporte marítimo a granel, VRPPDTW.

ABSTRACT

This thesis purposes are to prove empirically the mathematical modeling benefits as a support tool to the decision-making process and to present a way to minimize bulk raw materials maritime transport costs, attending to deadlines and quantity demand of a chemical fertilizer industry in its operations in Brazil. This will be possible through the development of a mixed linear and integer programming model with the characteristics of the Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery with Time Windows (VRPPDTW) to represent the problem characteristics. The VRPPDTW is a subclass of the classic Vehicle Routing Problem that finds great adhesion to industrial challenges, to be able to find solutions for the transport of goods and people. For this application, several constraints for heterogeneous ship routing, scheduling for raw material charges and discharges, supply and demand for different types of products and ports' and ships' cargo capacity were elaborated and implemented to characterize situations to which the delivery planning process is currently submitted. Different instances with data provided by the company were processed and solved in acceptable times, using the IBM ILOG CPLEX © 12.1.0 solver. Economic results more effective than those currently perceived by the company were found.

Keywords: operations research, supply chain, bulk maritime transport, VRPPDTW.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	7
1.1	Descrição do problema	8
1.2	Objetivo geral.....	15
1.3	Objetivos específicos.....	15
1.4	Estrutura da dissertação	15
2	REVISÃO LITERÁRIA	16
3	MÉTODO DE PESQUISA.....	20
3.1	Formulação do modelo	21
3.2	Experimentação computacional e análise de resultados	33
4	CONCLUSÕES.....	38
	REFERÊNCIAS	42

1 INTRODUÇÃO

O *Vehicle Routing Problem* (VRP) é uma classe de problemas que vem sendo amplamente estudada e sua variação para o *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery with Time Windows* (VRPPDTW) encontra grande aderência aos problemas industriais, ao poder solucionar problemas de transporte de bens e pessoas (DESAULNIERS, 2000; LAPORTE *et al.*, 1995). Neste trabalho foi estudado o VRPPDTW sob o contexto da cadeia de suprimentos de uma empresa do ramo de fertilizantes químicos em sua operação no Brasil.

Os fertilizantes químicos produzidos fora do país são transportados na forma de grânulos por navios graneleiros, coletados em portos na Europa e entregues em diversos portos na costa brasileira. Uma vez no Brasil, os grânulos são transportados por chatas ou caminhões até as plantas, onde serão misturados de acordo com a fórmula dos produtos finais, ensacados e entregues aos produtores rurais, cooperativas de produção ou representantes comerciais.

O problema apresentado nesse trabalho é de caráter tático com o objetivo de otimizar apenas uma etapa dessa cadeia de suprimentos: o planejamento da coleta e do transporte marítimo da matéria-prima até a sua entrega aos portos brasileiros. O processo decisório, ao qual o VRPPDTW está vinculado, consiste em planejar mensalmente, com pelo menos 60 dias de antecedência, a rota e o agendamento dessas coletas e entregas. As decisões a serem planejadas determinam a quantidade de navios, as suas rotas, a alocação dos diversos produtos e suas quantidades em cada um dos navios, além de estabelecer o agendamento de quando o carregamento e o descarregamento ocorrerão nos portos internacionais e brasileiros, no intuito de minimizar o custo total desse sistema logístico e atender aos prazos e às demandas do tipo e quantidade de matéria-prima.

Atualmente, a empresa despende nesse processo decisório cerca de duas semanas e uma grande quantidade de recursos humanos, sem a utilização de um modelo ou algoritmo computacional de suporte. Pela alta complexidade envolvida nesse processo, as decisões tomadas pela companhia visam atender às demandas, estoques e prazos, sem necessariamente encontrar aquela que otimiza os custos logísticos, uma vez que são poucas as soluções avaliadas que respeitam o grande número de restrições às quais o problema está submetido. É por essa razão que o

desenvolvimento de uma Programação Linear Inteira Mista (MILP, do inglês *Mixed Integer Linear Programming*) que formule as peculiaridades do problema e que seja resolvida em um tempo aceitável para a realização do planejamento pode trazer benefícios econômicos para a organização, tanto na otimização das decisões tomadas, quanto na redução do tempo despendido nesse processo decisório.

Somado a isso, a quantidade de pesquisas publicadas sobre roteamento e agendamento de navios vem dobrando a cada década nos últimos 40 anos (CHRISTIANSEN *et al.*, 2013). Isso ilustra o crescente interesse acadêmico pelo tema que está intimamente relacionado com o fenômeno da globalização e a participação do comércio internacional no crescimento econômico mundial. No entanto, há de se considerar que atualmente os estudos do VRPPDTW apresentam poucas aplicações com casos reais, sendo encontradas contribuições com modelos teóricos mais recentemente (EKSIUGLUA *et al.*, 2009; CHRISTIANSEN *et al.*, 2013). Um movimento bastante diferente da sua origem, quando operações reais tinham maior foco. Assim, o presente trabalho também procura contribuir nessa direção: buscando comprovações empíricas dos benefícios da utilização da modelagem como apoio ao processo decisório.

1.1 Descrição do problema

A companhia com o problema a ser estudado é líder em seu setor e tem por ambição estratégica diferenciar-se dos seus concorrentes a partir da comercialização de fertilizantes químicos de qualidade (*premium products*) e pelo embarque de conhecimento de nutrição de plantas aos agricultores, que somados garantem uma maior produtividade ao produtor rural. É preciso lembrar que tradicionalmente fertilizantes químicos são considerados insumos *commodities* e, portanto, sem grandes diferenciações aparentes para o cliente final. No entanto, reside nessas duas capacidades distintivas a geração de maiores margens e uma maior fatia do mercado se comparado à concorrência. Por isso, a substituição gradual da tradicional *commodity* pelos *premium products* é central para a sustentabilidade econômica do negócio.

É uma empresa que possui mais de 16 mil funcionários e sua receita no ano de 2017 chegou a aproximadamente 10 bilhões de dólares. Ela possui presença em

todos os continentes e sua principal linha de negócios é no segmento de nutrição de plantas. Contudo, a produção de sua matéria-prima também destina-se a outras aplicações químicas e ambientais, cuja presença é bastante elevada na Europa – cerca de 25% de toda a produção global da empresa. O negócio brasileiro, no entanto, está majoritariamente destinado à distribuição da produção de fertilizantes químicos, tendo em vista que o Brasil vem ocupando cada vez mais posições de destaque como produtor e exportador entre as *commodities* agrícolas no comércio internacional. Cerca de um terço de toda produção de fertilizantes químicos – o que totaliza, aproximadamente, 9 milhões de toneladas – é comercializado no país diretamente com produtores rurais ou intermediários, como cooperativas de produção, representantes de vendas e outras entidades. Do total de fertilizantes comercializados no Brasil, 22% são da linha *premium*.

Para atender a demanda brasileira por fertilizantes de qualidade, a companhia posicionou-se estrategicamente com 33 plantas fabris em várias regiões, além de contar com dois escritórios administrativos que dão suporte a toda a operação, localizados nas capitais rio-grandense e paulista. A maior parte dessas plantas tratam-se de unidades misturadoras, cuja função consiste em atuar como um centro de distribuição, recebendo a matéria-prima produzida em sua maior parte fora do país, misturando, ensacando e entregando-a para os clientes finais.

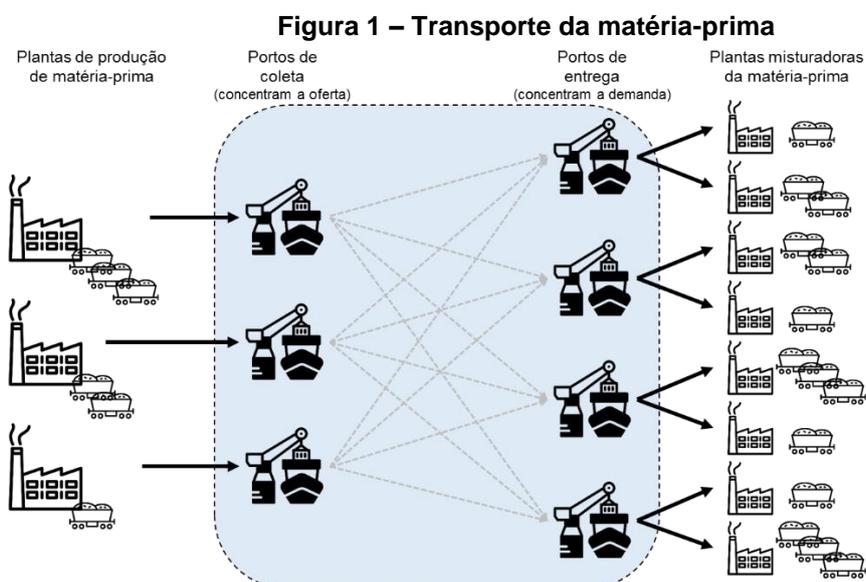
O problema a ser estudado consiste em planejar as entregas de matérias-primas dos *premium products* para as plantas misturadoras no Brasil, a fim de minimizar o custo do sistema logístico e garantir uma maior margem para as vendas desses produtos, determinando a quantidade de navios que serão utilizadas, suas rotas e o agendamento das coletas e das entregas, além das quantidades dos tipos de insumos que serão carregados por qual navio, atendendo aos prazos e às demandas do tipo e quantidade de matéria-prima.

A seguir serão descritas as características do problema ligadas à oferta e à demanda, ao roteamento, ao agendamento, à capacidade de carga dos navios e portos e aos custos.

1.1.1 Oferta e demanda

- São transportados, por meio de navios heterogêneos, até 12 tipos diferentes de insumos a granel.
- As plantas de produção de fertilizantes, localizadas fora do Brasil, estocam nos armazéns dos seus portos diferentes tipos de matérias-primas e em diferentes quantidades. Mensalmente, até 6 portos de coleta poderão ser envolvidos na programação de suprimentos, onde encontra-se a oferta (em estoque) da matéria-prima. Cada porto de coleta pode possuir oferta de um ou mais tipos de produtos e dois ou mais portos podem ter o mesmo tipo de matéria-prima em estoque, com diferentes ou iguais quantidades.
- As plantas de mistura dos fertilizantes, localizadas no Brasil, utilizam, mensalmente, até 13 portos de entrega para recepcionar a sua demanda de matéria-prima. Cada porto pode concentrar a demanda por um ou mais produtos e dois ou mais portos poderão ter a necessidade pela mesma matéria-prima, com diferentes ou iguais quantidades.

A Figura 1 demonstra parcialmente o problema descrito. A área hachurada é onde se concentra a atenção do presente trabalho, não nos detendo às definições de produção da matéria-prima ou de entrega terrestre nas plantas misturadoras.



Fonte: elaborada pelo autor

1.1.2 Roteamento

- Um único navio poderá atracar em múltiplos portos de coleta, para se abastecer da carga (e somente se abastecer), iniciando sua viagem por qualquer um destes, e poderá atracar em múltiplos portos de entrega para descarregar (e somente descarregar), terminando sua viagem em qualquer um destes. Em média, são utilizados, mensalmente, cerca de três a quatro a navios para realizar todo o transporte da demanda de matéria-prima.
- Ao adotar uma orientação geográfica como sua rota (por exemplo, Norte/Sul), o navio não poderá mudá-la até o término de seu descarregamento (para Sul/Norte, por exemplo), sob a penalidade de custos extras de frete.
- Uma vez realizada a viagem dos portos de coleta aos portos de entrega, os navios não poderão retornar para buscar novos produtos.
- Nesta aplicação, utilizaremos um limite máximo de portos de coleta e portos de entrega que um mesmo navio poderá atracar. Esse limite está associado à redução do risco de atrasos de entrega quando o navio inicia sua jornada.

A Figura 2 dá um exemplo de solução para o roteamento de dois navios. O transporte é realizado por uma frota heterogênea e cada uma das rotas será operada por dois navios, com diferentes produtos, em diferentes quantidades, com diferentes janelas de tempo associadas.

Figura 2 – Exemplo de roteamento



Fonte: elaborada pelo autor

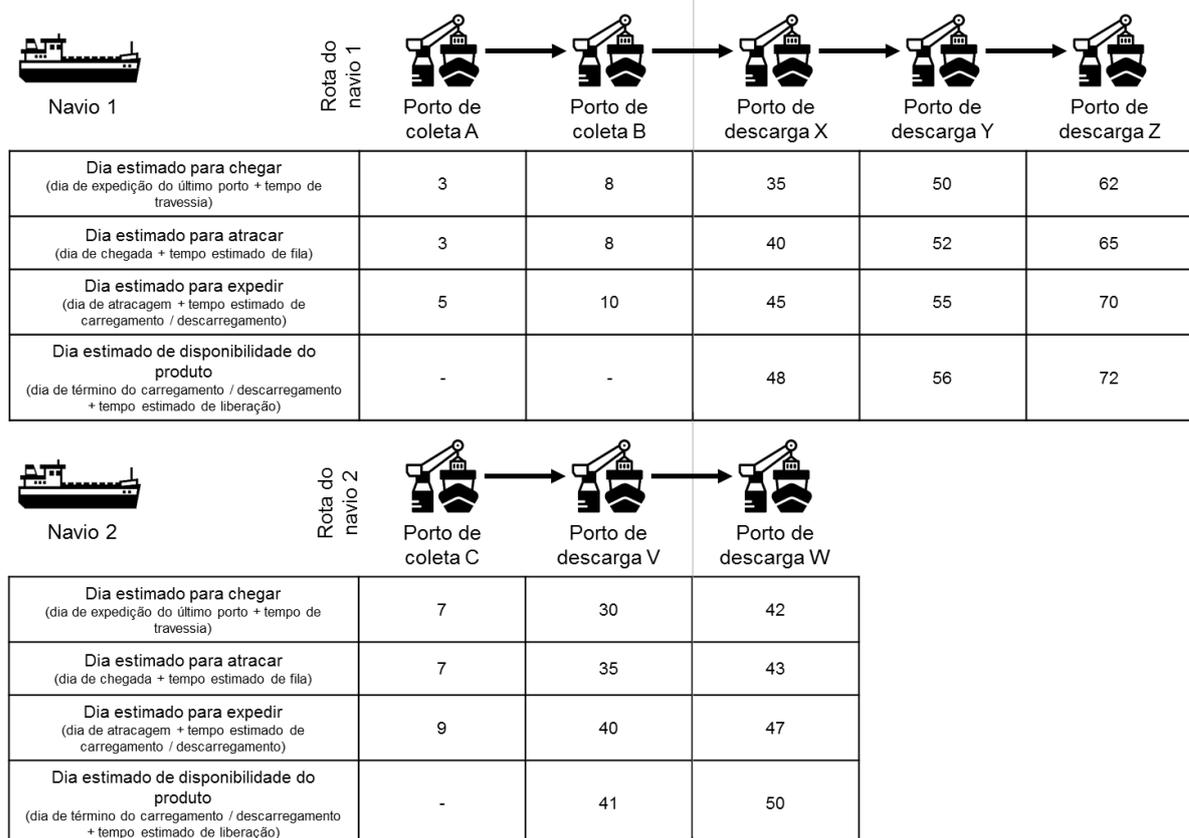
1.1.3 Agendamento

- Existem tempos associados às rotas utilizadas pelo navio, à fila de espera estimada em cada porto, à operação de carregamento e descarregamento em cada porto e ao tempo de espera estimado para liberação do produto para transporte em terra, de acordo com a legislação aduaneira.
- A matéria-prima deverá ser entregue o mais próximo possível da data demandada pelas plantas misturadoras e, por consequência, concentrada em cada porto de entrega, a contar do dia do planejamento e de acordo com a previsão de demanda, que deverá ser compreendida em uma janela de até 120 dias.
- A data de entrega deverá respeitar uma janela de tempo específica a cada porto de entrega, uma vez que um produto entregue em um porto de entrega pode atender a duas ou mais plantas misturadoras. Essa janela estabelece o máximo de dias de atraso e o máximo de dias de adiantamento que as cargas podem ter. Normalmente essas janelas de tempo terão uma duração de 20 a 30 dias.

- A matéria-prima deverá ser coletada dentro de uma janela de tempo específica a cada porto de coleta, o que determinará o início da jornada de cada navio. Essa janela de tempo é conhecida pelo termo *laycan* (abreviatura de *laydays and cancelling*) que estabelece nos contratos de fretamento os dias em que o fretamento deve começar e até quando ele pode se estender. Normalmente, os *laycans* têm uma duração de 5 dias.

A Figura 3 dá um exemplo de uma solução de agendamento da programação de viagem de dois navios, a contar o número de dias a partir de uma determinada data. Cada navio terá seu próprio agendamento, que variará de acordo com a rota à qual ele foi destacado e com as cargas que ele irá transportar.

Figura 3 - Exemplo de agendamento de dois navios



Fonte: elaborada pelo autor

1.1.4 Capacidade de carga

- Cada navio possui uma capacidade limite de carga, que gira, em média, ao redor de 40kt. Além disso, por limitações expressas pelas plantas de

produção de matéria-prima, há a restrição de carga mínima total de 20kt por navio, a serem atingidas no total da coleta, e o valor de 4kt por produto transportado por navio.

- Além das restrições de carga máxima e mínima dos navios, produtos a granel não podem ser misturados dentro dos compartimentos dos navios graneleiros. Normalmente, são transportados no máximo 4 possíveis produtos distintos em cada navio, dependendo da quantidade de porções que o navio possui.
- O tamanho do calado dos portos limita a carga máxima a ser carregada e descarregada por um navio em um determinado porto. Nessa aplicação, determinaremos, por porto, somente uma quantidade limite de carga que ele poderá receber, em virtude de os navios apresentarem tamanhos muito similares entre si. Em outras aplicações, o calado deverá ser uma composição do total de carga e das especificações de tamanho do navio.

1.1.5 Custos

Os seguintes custos estarão previstos no modelo:

- Fretamento do navio, que varia de acordo com o tempo utilizado de cada navio.
- *Demurrage*, que varia de acordo com o tempo de espera em fila para atracar.
- Utilização do porto, que varia com o número de vezes que cada porto é utilizado por diferentes navios.
- Rota com inversão do sentido geográfico.
- Imprecisão da data de entrega, que varia de acordo com os dias de atraso ou adiantamento da entrega dos produtos.

1.2 Objetivo geral

Minimizar o custo do transporte marítimo de matérias-primas a granel, atendendo aos prazos e às demandas de quantidade de uma indústria química do ramo de fertilizantes em sua operação no Brasil.

1.3 Objetivos específicos

- Comprovar empiricamente os benefícios da modelagem matemática como uma ferramenta de apoio ao processo decisório.
- Desenvolver um MILP para representar o problema de transporte marítimo de matérias-primas de uma indústria química.
- Analisar e comparar decisões, a partir de dados históricos, com as soluções do modelo.

1.4 Estrutura da dissertação

O capítulo 1 destinou-se a apresentar a problemática, a justificativa da pesquisa e os objetivos do estudo.

No capítulo 2 será apresentada uma breve revisão literária a respeito dos estudos encontrados do VRPPDTW e outras aplicações para estudos de transporte marítimo.

O capítulo 3 apresentará a metodologia de pesquisa, cumprindo as etapas da Pesquisa Operacional. Nele abordaremos a formulação matemática, a experimentação computacional e a análise de resultados.

Por fim, no capítulo 4 apresentaremos nossas conclusões e propostas de continuidade do estudo.

2 REVISÃO LITERÁRIA

O VRPPDTW, também chamado de *Pickup and Delivery Problem with Time Windows* (PDPTW) é uma variante do *Vehicle Routing Problem* (VRP) e do *Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW). Como uma variante do VRP, também trata-se de um problema NP-hard (SAVELSBERGH, 1985). Apesar do estudo do VRPTW ser bastante difundido, o VRPPDTW possui relativamente bem menos literatura (DESROSIERS, 1995). Contudo, muitos estudos ligados ao desenvolvimento de modelos teóricos e otimização do tempo de resolução mediante utilização de heurísticas tem tomado cada vez mais espaço nos dias de hoje (EKSIOGLUA *et al.*, 2009; CHRISTIANSEN *et al.*, 2013).

O VRPPDTW requer a satisfação de um conjunto de demandas por uma frota que inicia e termina sua jornada em um depósito. Cada demanda requer que um bem ou serviço seja coletado em um nó pré-determinado e entregue em outro sob a restrição de uma janela temporal (NANRY *et al.*, 2000). Os veículos adotam rotas que minimizam determinadas funções objetivo, além de respeitar as restrições de tempo e de capacidade do veículo. De forma geral, as funções objetivo assumem três tipos: minimizar o número de veículos utilizados, minimizar a distância total de viagem e minimizar o tempo de espera do cliente (DING *et al.*, 2014). As rotas são planejadas de forma que cada nó é visitado somente uma vez e somente por um veículo dentro do intervalo de tempo. Assim, ele deve aguardar até o início de sua janela de tempo para iniciar sua jornada e precisa terminar sua jornada dentro dela. Originalmente, o VRPPDTW foi inspirado por um caso prático de VRP de uma indústria de comida dinamarquesa (ROPKE *et al.*, 2006), mas hoje encontra aplicações em uma ampla gama de casos empíricos, tais como: *Dial-a-ride problem* (DARP), problemas de logística e suporte de manutenção, roteamento de ônibus, agendamento de aviões, suporte de helicóptero para plataformas de petróleo, entre outros (BENT *et al.*, 2006).

Em aplicações de transporte marítimo, no entanto, o VRPPDTW não encontra muita difusão, dados às suas características que se diferem das peculiaridades encontradas nesses determinados problemas. Para tais problemas, o *Marine Inventory Routing Problem* (MIRP) encontra maior aderência (RONEN, 2002).

De acordo com Christiansen *et al.* (2013), o MIRP, bastante presente em operações marítimas industriais, é definido como um problema de planejamento onde

um ator tem a responsabilidade pela gestão do estoque tanto no início, quanto no fim das rotas de transporte marítimo e pelo roteamento e agendamento dos navios. Ele consiste em uma carga precisa ser coletada em um porto, carregada e entregue a outro porto, usualmente sob janelas de tempo e sob as demandas e ofertas de estoque tanto na origem, quanto no destino. Dependendo dos tipos de produtos, determinados tipos de navios podem carregá-los, como o caso dos produtos a granel, onde navios graneleiros são mais indicados que o transporte por containers. Os navios normalmente são heterogêneos, com diferentes capacidades e com diferentes velocidades. As posições e cargas iniciais dos navios também podem variar: é possível que os navios iniciem em portos ou depósitos, carregados ou não. Dependendo da capacidade de berços dos portos, mais de um navio pode estar atracado ao mesmo tempo, caso contrário eles podem esperar fora do porto, usualmente associando um custo de *demurrage* ao tempo parado. Além disso, o MIRP também considera a perspectiva de quem controla a frota: o operador *tramp* procura maximizar seus lucros selecionando cargas spots que atendam os prazos e rotas por ele planejadas; já o operador industrial, caso de aplicação desse trabalho, precisa transportar todas as cargas enquanto minimiza seus custos.

As características descritas acima mostram como MIRP se adequa muito bem aos casos das organizações que enviam produtos a granel entre suas instalações por navios ou barcas: companhias de petróleo, mineradoras e fabricantes de produtos químicos são alguns das várias aplicações que o transporte marítimo joga um papel essencial na comercialização dos seus produtos. Casos estes que se adequam muito bem à indústria de fertilizantes químicos.

Devido às peculiaridades do problema estudado, o VRPPDTW e o MIRP não são capazes de individualmente caracterizar as restrições necessárias, porém podemos ter a possibilidade de desenvolver uma solução mais aderente por meio de uma modelagem composta com formatações do VRPPDTW e do MIRP conjuntamente, de tal forma que os seguintes elementos sejam atendidos:

- A utilização de janelas temporais para dar início e prazo final para execução do serviço prestado em cada porto, seja para carregamento ou descarregamento;

- Roteamento e agendamento de diferentes navios heterogêneos em múltiplos portos, onde realizarão a coleta e a entrega das cargas demandadas;
- Os nós só poderão ser visitados uma vez por um navio e somente por um navio dentro de uma janela de tempo, caso contrário uma penalização de custo de *demurrage* ocorrerá devido ao tempo de espera do navio;
- É preciso considerar que o transporte marítimo a granel é limitado no que diz respeito a variedade de produtos que podem ser transportados;
- Por se tratar de uma quantidade relativamente pequena de produtos padronizados (ofertados em lugares específicos e demandados em vários lugares), um mesmo navio geralmente poderá ter de atracar em mais de um porto para realizar a coleta e em mais de um para a entrega das cargas.

Christiansen (1999) avaliou um problema similar ao do presente estudo relativo ao transporte de amônia na Europa. O *Inventory Pickup and Delivery Problem with Time Windows* (IPDPTW), descrito primeiramente por Dror e Ball (1987), apresenta um problema de distribuição onde os nós de descarga, que definem diferentes portos, precisam manter um estoque local de produto que é consumido diariamente e um fornecedor central os abastece sem permitir que o estoque mínimo se esgote. Nesse estudo, a autora estabelece variáveis para a carga e descarga da matéria prima, de forma a saber o quanto está sendo carregado e descarregado a qualquer momento por cada navio. O tempo é tratado como uma variável e está indexado às visitas do navio aos determinados portos. A função objetivo está vinculado à minimização do custo de transporte.

Um outro estudo que se aproxima aos intuits dessa dissertação foi o conduzido por Ronen (2002) e que também foi exposto por Christiansen et al. (2013). O autor desenvolveu um modelo que descreveu janelas temporais em seu modelo para o MIRP. Para tanto ele indexou o tempo às variáveis de decisão, o que lhe garantiu flexibilidade ao poder tomar decisões conforme os dias dentro de sua janela. No entanto, em seu problema, suas janelas temporais compreendiam um período de 30 dias, além de somente conter cinco produtos, duas origens e cinco destinos. O

problema objeto do presente estudo contempla instâncias superiores a essa, o que aumenta exponencialmente o número de variáveis e de restrições no modelo. Nas formulações analisadas na bibliografia do VRPPDTW, usualmente o tempo é tratado como uma variável de decisão e não de um índice (DESAULNIERS, 2000; DESROSIERS et al., 1995; LAU et al., 2002; NANRY et al., 2000; ROPKE et al., 2006; SAVELSBERGH et al., 1985; SAVRAN et al., 2015). Assim, nossa proposta é formular um modelo semelhante ao desenvolvido por Ronen (2002), contudo utilizando tempo como uma variável de decisão e não como índice.

Fagerholt (2001) apresenta um modelo de agendamento e sequenciamento de entregas com as janelas de tempo podendo ser violadas sob uma penalidade, a fim de encontrar soluções que possam reduzir drasticamente o custo logístico total. Para tanto, o autor descreve uma variável que estabelece o nível de inconveniência para uma determinada entrega. Essa variável assume o valor da diferença do dia esperado para entrega ser realizada e o dia que de fato ela aconteceu.

Outra característica presente nesse trabalho e que também é exposta pela literatura é o problema de alocação dos compartimentos dos graneleiros aos diferentes produtos. Li *et al.* (2010) indexa os compartimentos dos graneleiros e os associa às variáveis de decisão de carregamento e descarregamento das cargas, a fim de poder tomar diferentes decisões de desabastecimento e abastecimento nos diferentes portos. Al-Khayyal e Hwang (2007), por sua vez, solucionou essa questão a partir da introdução de uma variável binária que indica o embarque ou desembarque de um determinado produto em um determinado porto. Como nosso problema não requer a decisão em um mesmo porto de abastecimento e desabastecimento, pois os portos são somente de coleta ou de entrega, o formato proposto pelos últimos autores é mais aderente ao nosso caso.

3 MÉTODO DE PESQUISA

O presente trabalho caracteriza-se por ser um estudo de caso (YIN, 2001), situando a análise sobre um contexto e uma problemática definida a partir da observação empírica. De tal forma que essa pesquisa foi desenvolvida observando as características da cadeia de suprimentos da empresa de produção e distribuição de fertilizantes no Brasil e das suas particularidades de demanda de matéria-prima, conforme apresentamos no Capítulo 1.

Algumas etapas foram seguidas a fim de cumprir com os objetivos da pesquisa, conforme enumeram Jensen e Bard (2003):

- 1) Coleta de dados e informações: foi realizado o levantamento de dados da empresa objeto do estudo com especialistas das áreas de planejamento, suprimentos e logística no intuito de adquirir as informações necessárias para popular os parâmetros do modelo. Foram utilizados dados históricos do ano de 2017, a fim de comparar a instância solucionada a um problema real enfrentado pela companhia no passado.
- 2) Modelagem, formulação e testes do modelo: para realizá-los adotamos a tática de Dividir e Conquistar, gerando pequenos avanços e os testando com dados fictícios. Isso possibilitou uma série de iterações até que fosse obtida a versão final com todas as características do problema sendo atendidas pelas restrições e função objetivo.
- 3) Validação e implementação: utilizando os dados coletados na etapa 1, foi validado e implementado o modelo a partir da comparação das soluções encontradas para as instâncias históricas com as decisões tomadas à época pela companhia. Essa análise tem por intuito servir de base para validação do modelo, que foi realizada juntamente às áreas especialistas da empresa, cujo conhecimento tácito é base para averiguar se as soluções apresentadas pelo solver são passíveis de serem implementadas. Além disso, também tem o objetivo de comparar a eficiência econômica gerada pela utilização da MILP.

3.1 Formulação do modelo

3.1.1 Notação

Apresentamos nos Quadros de 1 a 4 os conjuntos e seus respectivos índices, os parâmetros e as variáveis de decisão.

Quadro 1 – Índices

Símbolo	Definição
i, k	Porto de origem
j	Porto de destino
h	Porto prévio ao de origem
p	Produto
v, w	Navio

Fonte: elaborado pelo autor

Quadro 2 – Conjuntos

Símbolo	Definição
N^P	Conjunto dos portos de coleta, indexado por i, j e h
N^D	Conjunto dos portos de entrega, indexado por i, j e h
N^V	$N^V = N^P \cup N^D$. Conjunto dos portos navegáveis, indexado por i, j e h
N	$N = N^V \cup \{s\} \cup \{f\}$. Conjunto dos portos em união com os armazéns artificiais de início, $\{s\}$, e fim, $\{f\}$, indexado por i, j e h
P	Conjunto de tipos de produtos, indexado por p
V	Conjunto de navios, indexado por v

Fonte: elaborado pelo autor

Quadro 3 – Variáveis de decisão

Símbolo	Unidade de medida	Definição
l_{ijpv}	Toneladas	Total da carga por produto p transportado do porto i ao porto j pelo navio v
eta_{ijv}	Dias	Tempo estimado de chegada do navio v ao porto j , oriundo do porto i
ets_{ijv}	Dias	Tempo estimado de saída do navio v do porto j , que chegou do porto i
$etud_{ijpv}$	Dias	Tempo estimado de atraso ou de adiantamento que a carga do produto p chegou ao porto j vindo do porto i pelo navio v
x_{ijv}	-	Variável binária de fluxo que representa a utilização ou não do arco que liga o porto i ao porto j , pelo navio v
y_{ijpv}	-	Variável binária que representa se o produto p foi transportado do porto i ao porto j , pelo navio v
yd_{ijpv}	-	Variável binária que representa se o produto p foi descarregado no porto j , oriundo do porto i , pelo navio v
g_{pv}	-	Variável binária que representa o carregamento do produto p pelo navio v
aux_{vw}	-	Variável binária de apoio para restrição de dois navios, v e w , não utilizarem o mesmo porto ao mesmo tempo.

Fonte: elaborado pelo autor

Quadro 4 - Parâmetros

Símbolo	Unidade de medida	Definição
Q_{ip}	Toneladas	Carga do produto p em estoque (se positivo) ou em demanda (se negativo) no porto i
TD_{jp}	Dias	Data solicitada de entrega do produto p no porto j
TDA_j	Dias	Tempo máximo permitido de adiantamento da carga solicitada porto j
TDL_j	Dias	Tempo máximo permitido de atraso da carga solicitada porto j
TS_{ij}	Dias	Tempo de travessia entre os portos i e j
TO_j	Dias	Tempo de operação para carregamento/d Descarregamento no porto j
TC_j	Dias	Tempo de <i>clearance</i> dos produtos no porto j
TQ_j	Dias	Tempo de fila estimado no porto j
TPS_j	Dias	Data inicial da janela de tempo para coleta no porto j

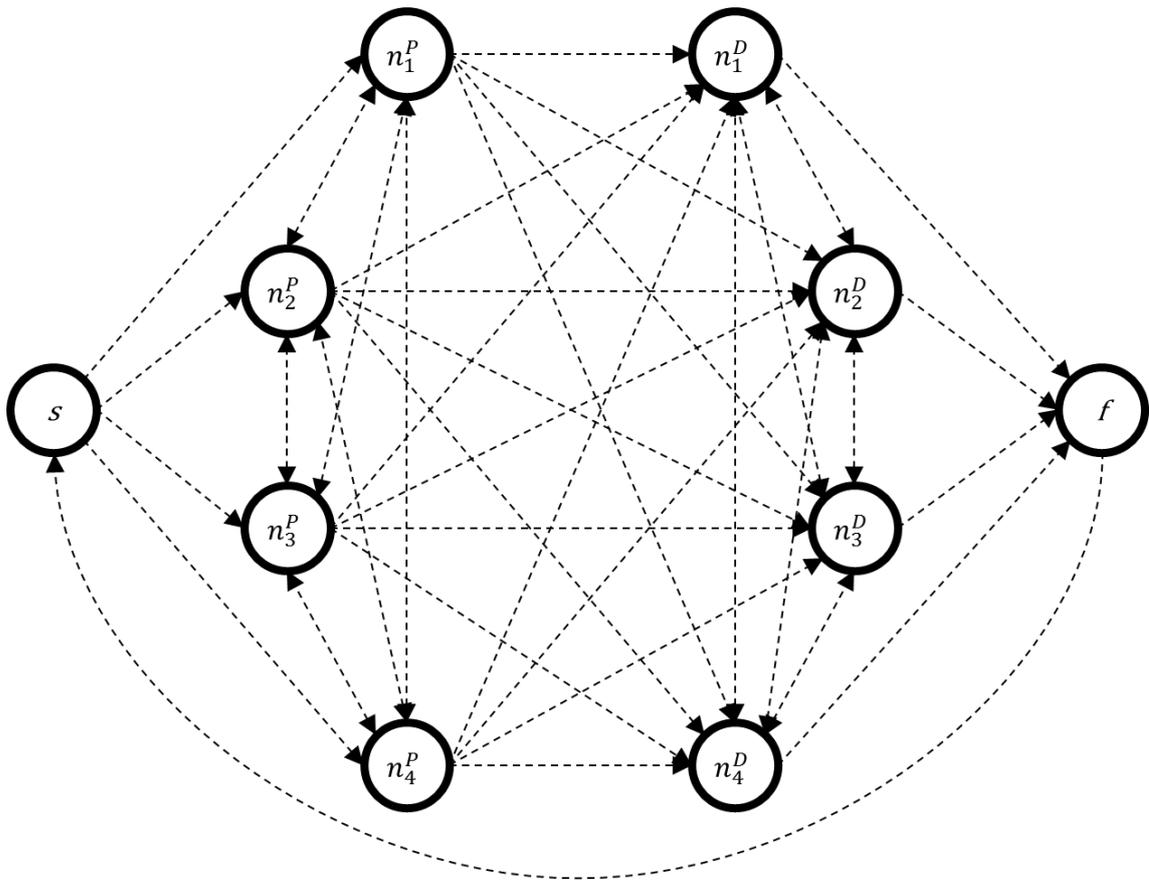
Símbolo (cont.)	Unidade de medida (cont.)	Definição (cont.)
TPF_j	Dias	Data final da janela de tempo para coleta no porto j , conforme laycan
KP_j	Toneladas	Capacidade de carga máxima que o porto j está apto a receber ou despachar, por restrições físicas do calado
$KVMAX_v$	Toneladas	Capacidade de carga máxima que o navio v está apto a transportar
$KVMIN_v$	Toneladas	Capacidade de carga mínima que o navio v está apto a transportar
$KVPMIN_v$	Toneladas	Capacidade de carga mínima que o navio v pode transportar de qualquer tipo de produto
G_v	Nº de porções	Capacidade máxima de diferentes produtos a serem transportados pelo navio v , que variam conforme a capacidade de diferentes porções no navio (uma vez que os produtos não podem ser misturados no mesmo porção)
CD_v	R\$	Custo diário de <i>demurrage</i> pago ao operador do navio v de acordo com o tempo na fila no porto
CP_i	R\$	Custo fixo de utilizar o porto i
CV_v	R\$	Custo diário de fretamento do navio v
CUD	R\$	Custo diário de atraso ou de antecipação da entrega da carga no porto de destino
CSN	R\$	Custo por capacidade máxima de transporte do navio por inverter a rotação geográfica da rota do navio de norte-sul para sul-norte
VPL_v	Quantidade de portos	Número limite de paradas que o navio v pode fazer nos portos de coleta
VDL_v	Quantidade de portos	Número limite de paradas que o navio v pode fazer nos portos de descarga
PVL_j	Quantidade de navios	Número limite de navios que o porto j pode receber para coleta
SN_{ij}	-	Matriz binária que representa uma rota de orientação sul-norte entre os portos i e j

Fonte: elaborado pelo autor

O grafo $G = (N, A)$ é formado pelos nós N , que representam os portos e os armazéns artificiais inicial e final, e pelos arcos A , que representam as viagens que interligam portos e armazéns. A Figura 4 apresenta um exemplo do grafo com quatro elementos compondo os portos de coleta, $N^P = \{n_1^P, n_2^P, n_3^P, n_4^P\}$, e quatro de descarga, $N^D = \{n_1^D, n_2^D, n_3^D, n_4^D\}$ que se deseja obter a partir das restrições do problema a serem

apresentadas a seguir. Como se pode notar não há arcos de entrada nos portos de coleta N^P oriundos dos portos de descarga N^D . Também não há arcos de entrada nos portos N^D , oriundos do armazém artificial inicial s , e não há arcos de entrada no armazém artificial final f , oriundos dos portos de coleta N^P . Para completar uma viagem entre os armazéns de início e de fim, um navio v deverá necessariamente visitar pelo menos um porto N^P e um N^D .

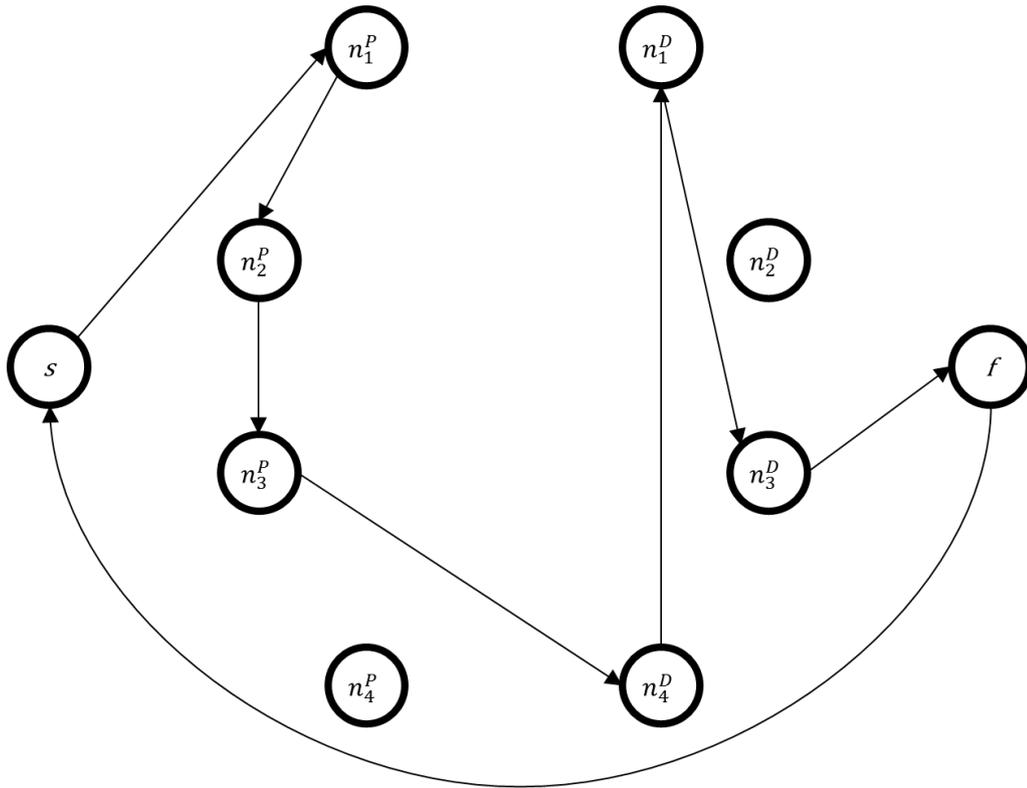
Figura 4 – Exemplo de um grafo do problema



Fonte: elaborada pelo autor

A Figura 5 apresenta um exemplo de viagem adotada por um navio dentro do grafo apresentado na Figura 4.

Figura 5 – Exemplo de viagem determinada para um navio



Fonte: elaborado pelo autor

3.1.2 Função objetivo

$$\min \text{CustoTotal} = \text{PortsFixedCost} + \text{DemurrageCost} + \text{ShipFreight} + \text{CostSouthNorth} + \text{UnpreciseDeliveryCost}$$

onde

$$\text{PortsFixedCost} = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N^V} \sum_{v \in V} CP_j \times x_{ijv}$$

$$\text{DemurrageCost} = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N^V} \sum_{v \in V} CD_v \times TQ_j \times x_{ijv}$$

$$\text{ShipFreight} = \sum_{v \in V} CV_v \times \left(\sum_{i \in N^D} \text{eta}_{i\{f\}v} - \sum_{j \in N^P} \text{eta}_{\{s\}jv} \right)$$

$$\text{CostSouthNorth} = \sum_{i \in N^V} \sum_{j \in N^V} \sum_{v \in V} SN_{ij} \times CSN \times KVMAX_v \times x_{ijv}$$

$$\text{UnpreciseDeliveryCost} = \sum_{i \in N^V} \sum_{j \in N^D} \sum_{p \in P} \sum_{v \in V} CUD \times \text{etud}_{ijpv}$$

A função objetivo é composta por cinco componentes de custo:

- *Ports Fixed Costs*, que refere-se à utilização do porto, que varia com o número de vezes que cada porto é utilizado por diferentes navios. Se $x_{ijv} = 1$, saberemos que o porto j foi utilizado e, portanto, seu custo fixo será considerado.
- *Demurrage Costs*, que varia de acordo com o tempo estimado de espera em fila para atracar. Se $x_{ijv} = 1$, precisaremos considerar que há uma previsão de tempo parado em fila no porto j expressa por TQ_j , o qual provocará uma incidência do custo de *demurrage* do navio v .
- *Ship Freight*, que varia de acordo com o tempo utilizado de cada navio. Para tanto, precisamos considerar o dia final de viagem, quando o navio v chega ao armazém artificial final, expresso por $eta_{i\{f\}v}$, bem como o dia inicial de viagem, quando o mesmo navio chega ao porto j oriundo do armazém artificial inicial, expresso por $eta_{i\{s\}jv}$. O resto da subtração será multiplicado pelo custo de frete CV_v , estabelecido de cada navio.
- *Costs south-north*, que representa o custo com inversão do sentido geográfico da rota do navio. Como nessa aplicação as viagens entre os portos de coleta e os de entrega transcorrem no sentido Norte-Sul, qualquer outra viagem no sentido Sul-Norte implicará em um custo adicional. Assim, se $x_{ijv} = 1$ e $SN_{ij} = 1$, saberemos que uma rota Sul-Norte foi utilizada, implicando em custos adicionais expressos por $CSN \times KVMAX_v$, o que estabelece um custo de acordo com os parâmetros de capacidade de carga de cada navio v .
- *Unprecise delivery cost*, que varia de acordo com os dias de atraso ou de adiantamento da entrega dos produtos. Se $etud_{ijpv} > 0$, saberemos que houve dias que anteciparam ou atrasaram a entrega do produto p ao porto j , aos quais uma penalidade CUD será aplicada. É importante frisar que esse custo não necessariamente representa um dispêndio financeiro para empresa, sendo, nesse caso, um custo de oportunidade considerado no modelo. É claro que muitas vezes, entregas realizadas com adiantamento ou com atraso provavelmente acarretarão custos de

armazenagem ou atraso na entrega dos fertilizantes aos clientes finais. Contudo, estes eventos não foram considerados no modelo,

3.1.3 Restrições

(1) Restrições de oferta e demanda, carga e capacidade

$$Q_{ip} - \sum_{j \in N^v} \sum_{p \in P} l_{ijpv} + \sum_{h \in N^v} \sum_{p \in P} l_{hipv} \geq 0 \quad \forall i \in N^V, \forall p \in P \quad (1.1)$$

$$Q_{ip} - \sum_{j \in N^v} l_{ijpv} + \sum_{h \in N^P} l_{hipv} \geq 0 \quad \forall i \in N^P, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (1.2)$$

$$\sum_{h \in N^V} l_{hipv} - \sum_{j \in N^D} l_{ijpv} \geq 0 \quad \forall i \in N^D, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (1.3)$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{p \in P} l_{ijpv} \leq KP_i \quad \forall i \in N^V, \forall v \in V \quad (1.4)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{p \in P} l_{ijpv} \leq KP_j \quad \forall j \in N^V, \forall v \in V \quad (1.5)$$

$$\sum_{i \in N^P} \sum_{j \in N^D} \sum_{p \in P} l_{ijpv} \leq KVMAX_v \quad \forall v \in V \quad (1.6)$$

$$\sum_{i \in N^P} \sum_{j \in N^D} \sum_{p \in P} l_{ijpv} \geq \sum_{j \in N^v} x_{\{s\}jv} \times KVMIN_v \quad \forall v \in V \quad (1.7)$$

$$l_{ijpv} \geq KVPMIN_v \times y_{ijpv} \quad \forall i \in N^P, \forall j \in N^V, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (1.8)$$

$$\sum_{p \in P} g_{pv} \leq G_v \quad \forall v \in V \quad (1.9)$$

As restrições (1.1) estabelecem que toda a carga que entra no porto j menos a carga que sai desse porto, somada à oferta ou à demanda expressas por Q_{ip} seja maior que zero. Essas são as restrições que vão trazer as demandas dos portos de coleta ao valor zero.

As restrições (1.2) definem que cada navio v não poderá transportar dos portos de coleta uma carga que não esteja em estoque nesses portos ou que ele próprio já esteja carregando. Da mesma forma, as restrições (1.3) também não permitem que o navio v descarregue uma carga maior nos portos de entrega do que a carga que ele próprio trouxe dos portos de coleta. Ambas as restrições estão ligadas ao fato de os navios não trocarem cargas entre si, depositando-as nos estoques dos portos a fim de que outro navio venha e as colete posteriormente. Eventualmente, em outras aplicações, essas restrições podem não ser necessárias.

As restrições (1.4) e (1.5) são as de limitações físicas do calado dos portos, de forma que a carga que esteja sendo transportada pelo navio v não ultrapasse a capacidade KP_i e KP_j permitida.

As restrições (1.6), (1.7), (1.8) e (1.9) são as de limitações físicas dos navios e limitações econômicas referentes às quantidades mínimas transportadas. As restrições (1.6) estabelecem que nenhum navio poderá transportar entre os portos de coleta e os de entrega uma carga maior que sua capacidade $KVMAX_v$. Já as restrições (1.7) delimitam que, da mesma forma, nenhum navio poderá transportar entre os portos de coleta e os de entrega uma carga menor que o parâmetro $KVMIN_v$ (isso se o navio estiver sendo utilizado, expresso pela variável $x_{\{s\}jv} = 1$). As restrições (1.8), semelhantemente, restringem que para cada produto haja uma quantidade mínima $KVPMIN_v$ (caso o produto p esteja sendo transportado, expresso pela variável $y_{ijpv} = 1$). E, por fim, as restrições (1.9) limitam que a quantidade de diferentes produtos carregados pelo navio v não ultrapasse a sua quantidade de porções disponíveis G_v .

(2) Restrições de roteamento

$$\sum_{j \in N} x_{ijv} \leq 1 \quad \forall i \in N, \forall v \in V \quad (2.1)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ijv} \leq 1 \quad \forall j \in N, \forall v \in V \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ijv} - \sum_{h \in N} x_{hiv} = 0 \quad \forall i \in N, \forall v \in V \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in N^p} \sum_{j \in N^D} x_{ijv} \leq 1 \quad \forall v \in V \quad (2.4)$$

$$x_{ijv} = 0 \quad \forall i \in N^D, \forall j \in N^p, \forall v \in V \quad (2.5)$$

$$x_{\{f\}\{s\}v} = 1 \quad \forall v \in V \quad (2.6)$$

$$x_{\{f\}jv} = 0 \quad \forall j \in N^V, \forall v \in V \quad (2.7)$$

$$x_{i\{s\}v} = 0 \quad \forall i \in N^V, \forall v \in V \quad (2.8)$$

$$\sum_{j \in N^p} x_{\{s\}jv} - \sum_{i \in N^p} \sum_{j \in N^D} x_{ijv} = 0 \quad \forall v \in V \quad (2.9)$$

$$\sum_{i \in N^D} x_{i\{f\}v} - \sum_{i \in N^p} \sum_{j \in N^D} x_{ijv} = 0 \quad \forall v \in V \quad (2.10)$$

$$\sum_{i \in N^p} \sum_{j \in N^p} x_{ijv} \leq VPL_v - 1 \quad \forall v \in V \quad (2.11)$$

$$\sum_{i \in N^D} \sum_{j \in N^D} x_{ijv} \leq VDL_v - 1 \quad \forall v \in V \quad (2.12)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{v \in V} x_{ijv} \leq PVL_j \quad \forall j \in N^V \quad (2.13)$$

As restrições (2.1) e (2.2) limitam que dois ou mais arcos que saiam do porto i ou cheguem ao porto j , respectivamente, assumam valor 1 na variável x_{ijv} .

As restrições (2.3) definem que todo porto i que possui um arco de entrada oriundo do porto h tenha uma contrapartida com um arco de saída ao porto j e vice-versa. Essas restrições garantem a confecção de uma rede de fluxo, com entradas e saídas, porém não necessariamente fechadas. Diferentemente de outros tipos de problemas, essa aplicação não restringe que todos os nós devam ser visitados. Contudo, os nós a serem visitados e sua a sequência precisarão estar submetidos às seguintes condições expressas abaixo.

Primeiramente, as restrições (2.4) estabelecem que somente exista um arco que conecte os portos de coleta aos portos de entrega, nesse sentido. Já as restrições (2.5) não permitem que haja qualquer arco que conecte os portos de entrega aos de coleta, pelo sentido contrário. Isso está ligado ao fato do navio v não poder retornar para coletar mais matérias-primas.

Para tanto, as restrições (2.6), (2.7) e (2.8) delimitam as possibilidades de criação de arcos com os armazéns artificiais. Da mesma forma, (2.9) e (2.10) estabelecem que, caso haja qualquer arco do navio v que conecte os armazéns aos portos, deverá necessariamente haver um arco que conecte os portos de coleta aos de entrega. Assim, todo navio v a ser utilizado precisará iniciar e terminar sua viagem em um armazém, realizando a travessia entre os portos de carregamento e descarregamento. A partir disso, o ciclo estará fechado.

Por fim, as restrições (2.11), (2.12) e (2.13) estabelecem algumas características particulares a essa aplicação, limitando o número de paradas do navio v aos portos de coleta e de entrega, conforme os parâmetros VPL_v e VDL_v , e delimitando que determinados portos j recebam um número maior de navios que uma determinada quantidade PVL_j .

(3) Restrições de tempos e janelas de tempos

$$eta_{ijv} \geq TPS_j \times x_{ijv} \quad \forall i \in N, \forall j \in N^P, \forall v \in V \quad (3.1)$$

$$ets_{ijv} \leq TPF_j \times x_{ijv} \quad \forall i \in N, \forall j \in N^P, \forall v \in V \quad (3.2)$$

$$ets_{ijv} \geq eta_{ijv} + TQ_j + TO_j + M(x_{ijv} - 1) \quad \forall i \in N, \forall j \in N^V, \forall v \in V \quad (3.3)$$

$$eta_{ijv} \geq ets_{hiv} + TS_{ij} + M(x_{ijv} - 1) \quad \forall h \in N, \forall i \in N^V, \forall j \in N^V, \forall v \in V \quad (3.4)$$

$$etud_{ijpv} \geq |TD_{jp} - TC_j - ets_{ijv}| + M(yd_{ijpv} - 1) \quad \forall i \in N^V, \forall j \in N^D, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (3.5)$$

$$eta_{i\{f\}v} \geq ets_{hiv} + M(x_{i\{f\}v} - 1) \quad \forall h \in N^V, \forall i \in N^V, \forall v \in V \quad (3.6)$$

$$eta_{i\{s\}iv} \leq eta_{ijv} - TS_{ij} - TO_i - TQ_i - M(x_{ijv} - 1) \quad \forall i \in N^V, \forall j \in N^V, \forall v \in V \quad (3.7)$$

$$eta_{ijv} + TQ_j - M(x_{ijv} - 1) + Maux_{vw} \geq ets_{k_jw} + M(x_{k_jw} - 1) \quad \forall i, k \in N, \forall j \in N^V, \forall v, w \in V : v \neq w \quad (3.8)$$

$$eta_{k_jw} + TQ_j - M(x_{k_jw} - 1) + M(1 - aux_{vw}) \geq ets_{ijv} + M(x_{ijv} - 1) \quad \forall i, k \in N, \forall j \in N^V, \forall v, w \in V : v \neq w \quad (3.9)$$

$$ets_{ijv} \leq TD_{jp} + TDL_j - TC_j + M(-yd_{ijpv} + 1) \quad \forall i \in N^V, \forall j \in N^D, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (3.10)$$

$$ets_{ijv} \geq TD_{jp} - TDA_j - TC_j + M(yd_{ijpv} - 1) \quad \forall i \in N^V, \forall j \in N^D, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (3.11)$$

As restrições (3.1) e (3.2) são as restrições relativas à janela de tempo na coleta da matéria-prima, que afetam o dia de chegada ao porto e o dia de saída, respectivamente. Os parâmetros TPS_j e TPF_j só serão ativados caso o porto j tenha sido utilizado pelo navio v , ou seja, $x_{ijv} = 1$.

As restrições (3.3) são as de ligação entre as variáveis ets_{ijv} e eta_{ijv} . O dia de saída do porto j deverá ser maior que o dia de chegada ao mesmo porto, adicionado aos parâmetros de tempo estimado de fila e ao tempo estimado de operação, TQ_j e TO_j . Já as restrições (3.4) referem-se à conexão entre a variável eta_{ijv} e ets_{hiv} , o que estabelece que o dia de chegada do navio ao porto j está condicionado ao dia de saída do porto de origem i , adicionado ao tempo de travessia TS_{ij} . Em ambas as restrições utilizamos o elemento *Big M* para tornar viável todas as situações em que $x_{ijv} = 0$.

As restrições (3.5) estabelecem que os dias de atraso ou adiantamento da entrega da carga, $etud_{ijpv}$, é dependente do dia em que o navio saiu do porto j , do tempo de liberação do produto, TC_j , e a diferença entre o dia de estimado de entrega TD_{jp} . Considerando que houve uma entrega do produto p no porto j , $yd_{ijpv} = 1$. Essa operação requer que o valor de $etud_{ijpv}$ seja positivo, independentemente se houve atraso ou adiantamento. É por essa razão que utiliza-se o módulo do resto da subtração para condicionar as restrições.

As restrições (3.6) e (3.7) são similares às (3.3) e (3.4), porém sua utilização está voltada aos tempos de início, $eta_{\{s\}iv}$, e término da viagem, $eta_{\{f\}v}$, atribuído aos armazéns artificiais.

As restrições (3.8) e (3.9) estabelecem que dois navios v e w não podem ocupar um mesmo porto j ao mesmo tempo. O que se deseja é que $eta_{ijv} \geq ets_{kjw}$ ou que $eta_{kjw} \geq ets_{ijv}$. Para tanto, fazemos uso da variável aux_{vw} , para ativar uma restrição ou outra, pois ambas são antagonistas entre si.

Por fim, as restrições (3.10) e (3.11), semelhantemente a (3.1) e (3.2), estabelecem que a data em que o navio sai do porto j , esteja condicionado a uma janela de tempo que compreende o dia de demanda do produto, TD_{jp} . Assim, estabelece-se um prazo limite de atraso para que a entrega ocorra, de acordo com TDL_j , e um prazo máximo de adiantamento, TDA_j , já descontados o tempo de liberação da carga TC_j .

(4) Restrições de ligações entre as variáveis

$$\sum_{p \in P} l_{ijpv} - Mx_{ijv} \leq 0 \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall v \in V \quad (4.1)$$

$$l_{ijpv} - Mg_{pv} \leq 0 \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (4.2)$$

$$l_{ijpv} - My_{ijpv} \leq 0 \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (4.3)$$

$$y_{ijpv} - x_{ijv} \leq 0 \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (4.4)$$

$$y_{ijpv} - g_{pv} \leq 0 \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (4.5)$$

$$eta_{ijv} - Mx_{ijv} \leq 0 \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall v \in V \quad (4.6)$$

$$ets_{ijv} - Mx_{ijv} \leq 0 \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall v \in V \quad (4.7)$$

$$(TD_{jp} \times y_{ijpv}) - Myd_{ijpv} \leq 0 \quad \forall i \in N^V, \forall j \in N^D, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (4.8)$$

$$yd_{ijpv} - y_{ijpv} \leq 0 \quad \forall i \in N^V, \forall j \in N^D, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (4.9)$$

As restrições (4.1), (4.2) e (4.3) são, respectivamente, as funções de ligações entre a variável de fluxo, l_{ijpv} , à utilização da rota entre os porto por um navio, x_{ijv} , à alocação do produto ao navio, g_{pv} , e ao tráfego do produto p na rota entre i e j , y_{ijpv} .

Todas variáveis binárias que, associadas ao *Big M*, permitem que a variável de fluxo de carga $l_{ijpv} \geq 0$.

As restrições (4.4) e (4.5), por sua vez, ligam a variável do tráfego do produto p na rota entre i e j , y_{ijpv} , às restrições de utilização da rota entre os porto por um navio, x_{ijv} , e de alocação do produto ao navio, g_{pv} .

As restrições (4.6) e (4.7) são aquelas que relacionam a variável binária de fluxo às variáveis de decisão de chegada e de saída, eta_{ijv} e ets_{ijv} . Assim como as anteriores, pela utilização do *Big M* é possível permitir uma decisão de valor maior ou igual a 0 somente se $x_{ijv} = 1$.

Por fim, as restrições (4.8) e (4.9) são as funções de ligação entre a variável do tráfego do produto p na rota entre i e j , y_{ijpv} , à decisão de descarregamento do produto p no porto j , oriundo do porto i , yd_{ijpv} . Para isso, na primeira, utilizamos novamente o *Big M* associado a essa última. Já àquela utilizamos o parâmetro TD_{jp} . $TD_{jp} \neq 0$ se, e somente se, há alguma demanda do produto p no porto j . Com isso, obrigamos $yd_{ijpv} = 1$, se há uma demanda $TD_{jp} \neq 0$ e o navio transportou o produto p na rota entre i e j , $y_{ijpv} = 1$. Por outro lado, $yd_{ijpv} = 1$, se $y_{ijpv} = 1$.

(5) Restrições de dicotomicidade e não-negatividade

$$l_{ijpv} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (5.1)$$

$$eta_{ijv} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall v \in V \quad (5.2)$$

$$ets_{ijv} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall v \in V \quad (5.3)$$

$$etud_{ijpv} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (5.4)$$

$$x_{ijv} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall v \in V \quad (5.5)$$

$$y_{ijpv} \in \{0,1\} \quad i \in N, \forall j \in N, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (5.6)$$

$$yd_{ijpv} \in \{0,1\} \quad i \in N, \forall j \in N, \forall p \in P, \forall v \in V \quad (5.7)$$

$$g_{pv} \in \{0,1\} \quad \forall p \in P, \forall v \in V \quad (5.8)$$

$$aux_{vw} \in \{0,1\} \quad \forall v, w \in V \quad (5.9)$$

Todas as restrições entre (5.1) e (5.9) são as que estabelecem as características de não-negatividade ou dicotomicidade das variáveis do modelo.

3.2 Experimentação computacional e análise de resultados

A resolução do modelo foi realizada mediante a utilização do *solver* IBM ILOG CPLEX© 12.1.0 em um *laptop* Intel® Core™ i7-4510U CPU @2.0GHZ, com Windows 8© 64bits. A formulação foi desenvolvida no módulo de programação dos modelos e os dados foram cadastrados no módulo de estrutura de dados.

Para realizar a inserção de novas instâncias no módulo do CPLEX, desenvolvemos um algoritmo em linguagem VBA (*Visual Basic for Applications*) para extrair informações cadastradas no software Microsoft© Excel 2013. Essa programação permitiu a rápida conversão de dados armazenados em planilhas para a linguagem de interface do ILOG. A mesma aplicação também era responsável pela tradução das saídas de resultados processados pelo *solver* e do log de resolução das instâncias para o ambiente do Excel, no intuito de permitir uma análise gráfica dos resultados obtidos.

Para testarmos a eficiência de resolução do MILP no *solver* em relação ao processo de tomada de decisão atualmente utilizado pela empresa, utilizamos de sete exemplos históricos de programações de coletas e entregas de matéria-prima em diferentes meses do ano de 2017. Essa análise nos permite avaliar a possibilidade de ganhos com a eficiência ao gerar respostas iguais ou melhores, no que diz respeito a minimização de custos, em uma janela de tempo menor que aquela atualmente despendida pela empresa.

A Tabela 1 apresenta o tamanho das diferentes instâncias trabalhadas, considerando o número de variáveis reais e binárias, bem como o número de restrições obtidas ao variar o número de portos de coleta, portos de descarga, produtos e navios disponíveis para utilização. Ela também demonstra a performance de resolução do *solver* em tempo de processamento e o gap % para obtenção da resposta ótima. Discricionariamente, optamos por interromper a resolução quando ela atingisse o tempo de 200.000s de execução e ainda não tivesse encontrado a resposta ótima global. Esse valor foi escolhido a fim de garantir ao leitor uma percepção do

comportamento de resolução do problema pelo *solver* ao transcorrer grandes lacunas de tempo. Para efeitos de comparação nas análises subsequentes, a solução de menor custo encontrada até esse limite de tempo será adotada.

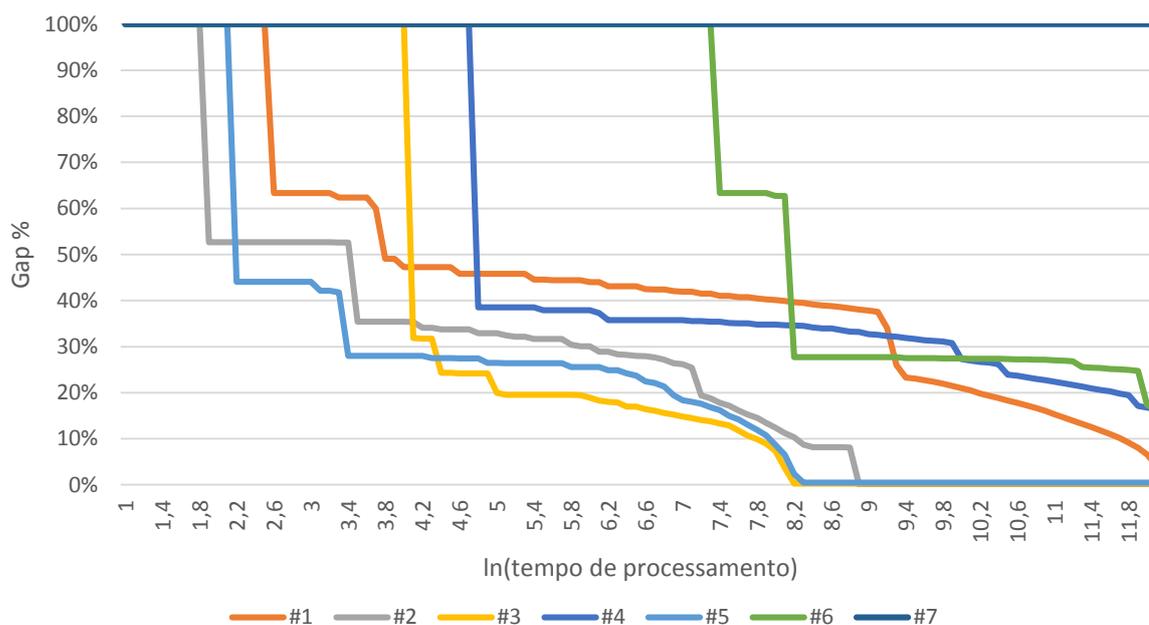
Tabela 1 – Instâncias e tempo de processamento

Instância	Portos de coleta	Portos de descarga	Produtos	Navios	Número de variáveis binárias	Número de variáveis reais	Número de restrições	Tempo total de processamento (em s)	Gap %
#1	2	5	5	3	2.004	3.277	20.532	192.136	-
#2	2	5	6	3	2.355	3.835	22.552	7.289	-
#3	3	5	6	3	2.844	4.561	29.204	3.409	-
#4	3	5	7	3	3.267	5.221	31.648	200.000	16,08%
#5	3	3	6	3	1.692	2.509	15.852	3.686	-
#6	3	7	7	4	6.608	11.065	80.320	200.000	15,67%
#7	4	5	8	4	5.840	9.161	65.749	200.000	100%

Fonte: elaborada pelo autor

Apresentamos no gráfico da Figura 6 o comportamento da resolução do problema pelo *solver* nas diferentes instâncias. Ele mostra o *gap* em função do tempo de processamento (colocamos o logaritmo natural do tempo para poder facilitar a visualização do comportamento, uma vez que a escala original a prejudicava por tratar de magnitudes de janelas de resolução muito distintas entre si).

Figura 6 – Comportamento de resolução do problema pelo *solver*



Fonte: elaborada pelo autor

A Tabela 2 expressa o exato momento em que o *solver* encontrou uma solução igual ou melhor que a solução encontrada naquele planejamento pela empresa e também compara aos tempos de processamento para encontrar respostas ótimas.

Tabela 2 – Tempos de processamento para respostas melhores

Instância	Tempo de processamento necessário (em segundos)	Tempo necessário para encontrar a resposta ótima (em segundos)
#1	41,08	192.136,00
#2	6,55	7.289,06
#3	79,41	3.408,89
#4	110,15	-
#5	8,21	3.686,48
#6	3.564,92	-
#7	-	-

Fonte: elaborada pelo autor

Pode-se perceber que para instâncias maiores, como a #6, o tempo para se encontrar uma solução é bastante elevado. Inclusive, na instância #7, o *solver* não foi capaz de obter nenhuma resposta viável no intervalo de tempo de 200.000s. Além disso, cabe também ressaltar que o tempo de processamento do *solver* para obtenção de respostas ótimas nessas instâncias é extremamente alto (e, nas instâncias maiores, as respostas ótimas não foram obtidas). Ainda nas instâncias de menor complexidade, nas quais foi possível obter rapidamente respostas viáveis melhores que aquelas praticadas pela companhia, o tempo de processamento necessário para encontrar ótimos globais foi bastante extenso. Isso decorre principalmente da complexidade do modelo formulado, seu número de variáveis binárias e restrições.

No entanto, ainda assim, estima-se que o tempo despendido no processo pode ser reduzido substancialmente com a utilização da modelagem matemática. Atualmente, conforme descrito no Capítulo 1, a organização despende, em média, cerca de duas semanas no processo decisório. Isso advém da utilização do método de “tentativa e erro” manuseado pela companhia, na busca de uma solução viável, porém não necessariamente ótima. Profissionais de diferentes departamentos são envolvidos na busca e avaliação das diferentes restrições, normalmente avançando no processo de tomada de decisão por meio de reuniões formais de planejamento.

Outrossim, acreditamos que essa configuração atual do processo decisório precisará ser mantida, uma vez que a modelagem não será capaz de prever todas as variações de parâmetros que poderão ocorrer ao longo do tempo. No entanto, ressaltamos que o tempo necessário para execução desse processo poderá ser reduzido com a utilização do MILP. Devido à facilidade de obter soluções viáveis, o *solver* pode ser utilizado como uma ferramenta de apoio, sendo necessário um pré-processamento dos dados e uma análise das soluções encontradas. Dessa forma, a utilização do MILP, iterativamente ao processo decisório, pode gerar ganhos de eficiência positivos para organização.

Por fim, no intuito de apresentar a eficácia econômica alcançada pelo MILP, apresentamos na Tabela 3, para as diferentes experimentações, as comparações entre o custo encontrado pelo *solver*, o custo praticado pela organização no passado (sem a utilização do MILP), a diferença absoluta entre ambas, que é apresentada como uma possibilidade de redução de custos logísticos para a companhia e a diferença percentual, variando em números de portos de coleta, portos de entrega, navios disponíveis e produtos para cada programação.

Tabela 3 – Eficácia econômica atingida

Instância	Portos de coleta	Portos de descarga	Produtos	Navios	Custo com MILP (em R\$)	Custo sem MILP (em R\$)	Redução do custo (em R\$)	% de redução de custos provenientes da utilização do MILP (em %)
#1	2	5	5	3	1.035.600	1.513.310	477.710	32%
#2	2	5	6	3	827.910	2.086.000	1.258.090	60%
#3	3	5	6	3	998.740	1.075.550	76.810	7%
#4	3	5	7	3	1.207.590	1.701.770	494.180	29%
#5	3	3	6	3	988.890	1.642.580	653.690	40%
#6	3	7	7	4	1.025.060	1.673.280	648.220	39%
#7	4	5	8	4	-	-	-	-

Fonte: elaborada pelo autor

Em uma primeira análise, percebemos uma diferença entre os valores encontrados pelo MILP e aqueles derivados das decisões tomadas historicamente pela companhia no ano de 2017. Em média, para cada programação, há um potencial de redução de aproximadamente R\$ 600mil, o que caracteriza uma redução média de 37% dos custos logísticos atualmente incorridos na logística de entrega de matéria-prima.

Todavia, há também de se citar que, muitas vezes, tais decisões históricas foram tomadas visando priorizar a entrega de determinada carga, mesmo em prejuízo do custo, uma vez que havia a necessidade de atender uma demanda específica de algum cliente dentro de um determinado prazo. Tais situações não são captadas por restrições do modelo, salvo se adequações nos parâmetros forem realizadas. Porém, essas situações acabaram por não ser incorporadas na resolução encontrada pelo *solver* no âmbito desse trabalho.

De qualquer forma, isso não invalida a utilização da modelagem do MILP: essa ferramenta pode gerar soluções originárias, passíveis de ajustes finos posteriores ao seu processamento.

4 CONCLUSÕES

Esta dissertação apresentou uma forma de minimizar o custo do transporte marítimo de matérias-primas a granel, atendendo aos prazos e às demandas de quantidade de uma indústria química do ramo de fertilizantes em sua operação no Brasil, cumprindo com seu objetivo principal. Dessa forma, conseguimos comprovar empiricamente os benefícios da modelagem matemática como uma ferramenta de apoio ao processo decisório.

Contudo, por se tratar de um estudo de caso, o desenvolvimento do modelo capaz de representar o problema de transporte marítimo de matérias-primas, bem como a análise e a comparação das decisões históricas com as soluções sugeridas pelo processamento do MILP estão limitadas às características descritas do problema enfrentados pela companhia. Outras aplicações distintas dessa precisarão ser adaptadas de acordo com as realidades próprias de outras operações e empresas podendo encontrar resultados diferentes dos descritos anteriormente.

Realizamos uma revisão literária e apresentamos as similaridades do problema em questão ao VRPPDTW, uma variante do clássico VRP. Essa classe de problemas vem sendo amplamente estudada pela academia, por sua aplicabilidade às questões industriais e pela crescente relevância do comércio internacional para a economia. No entanto, algumas de suas características não se aplicavam integralmente àquelas ligadas ao planejamento de transporte marítimo de matérias-primas. Dessa forma, buscamos na classe de problemas MIRP alguns elementos que se assemelhavam às características dessa aplicação. Assim, fornecendo-se de ambas, foi possível formular um modelo matemático capaz de solucionar as demandas apresentadas pela companhia.

No capítulo do método de pesquisa, descrevemos os passos seguidos para a formulação do modelo, os experimentos computacionais realizados e a análise de resultados com base nas soluções encontradas para as diferentes experimentações.

A formulação do modelo contou com diversos tipos de restrições, agrupadas pelo seu papel: oferta, demanda, capacidades de portos e navios, roteamento, agendamento e ligação entre variáveis. O grande número de restrições e de diferentes tipos de variáveis resultaram em modelo bastante complexo, uma vez que o seu intuito

era de garantir uma maior adesão às características do problema enfrentado pela companhia.

Os experimentos computacionais apresentaram um modelo de difícil resolução pelo IBM ILOG CPLEX®. Das sete instâncias utilizadas – estas extraídas do histórico de programações do ano de 2017 realizados pela companhia:

- Para quatro foram encontradas soluções ótimas antes de transcorridos 200.000s;
- Para duas foram encontradas soluções viáveis, porém a um gap de aproximadamente 15% e 16%, após transcorridos 200.000s de processamento; e,
- Para uma não foi possível encontrar nenhuma solução viável dentro desse mesmo limite de tempo.

Tal dificuldade advém da complexidade característica da modelagem desenvolvida: o número de restrições, acrescentado à quantidade de variáveis binárias, tornam as heurísticas internas do *software* pouco eficientes na busca de soluções viáveis, principalmente ao lidar com instâncias maiores. Assim sendo, apresenta-se aí uma primeira oportunidade de desenvolvimento para futuros estudos: um algoritmo capaz de facilitar e reduzir o tempo de processamento da procura de soluções viáveis próximas à otimalidade.

Apesar das dificuldades encontradas para encontrar uma boa solução viável, alguns benefícios foram levantados com a utilização da modelagem matemática. Levando-se em consideração que o tempo do processo decisório para elaboração do planejamento do transporte de matérias-primas é de aproximadamente duas semanas, a utilização dessa ferramenta pode acelerar a tomada de decisão ao gerar soluções iniciais e intermediárias que passarão, previamente e posteriormente, por um refinamento pelas áreas especialistas da companhia. Isso será necessário, pois existem situações enfrentadas no cotidiano em que são aplicadas pequenas calibrações dos parâmetros cadastrados nas instâncias, bem como fatores extrínsecos ao modelo que levam à priorização de determinadas soluções, mesmo estas não sendo ótimas, conforme detalhamos a seguir. Tais situações não são capturadas pela modelagem e devem ser analisadas pelos profissionais da empresa que manusearão a ferramenta. Esse formato de integração do modelo ao processo decisório garante maior eficiência à companhia e torna as soluções encontradas

aderentes ao contexto de um determinado planejamento, sendo capaz de acelerar a tomada de decisão.

Podemos também concluir que a utilização da modelagem encontrou soluções mais eficazes economicamente, com custos menores aos praticados atualmente pela companhia. Para as sete instâncias processadas, uma redução média de 37% do custo praticado pôde ser averiguada. Essa eficácia econômica encontrada é fruto, principalmente, da alta complexidade envolvida nesse processo decisório, onde as decisões tomadas pela companhia visam atender às demandas, estoques e prazos, sem necessariamente encontrar aquela que otimiza os custos logísticos, uma vez que são poucas as soluções avaliadas que respeitam o grande número de restrições ao qual o problema está submetido. No entanto, também percebemos que algumas decisões tomadas historicamente visaram priorizar outros critérios de tomada de decisão que não necessariamente o custo, tais como:

- prazos de entrega serem mais importantes que o custo logístico;
- uma determinada carga ser mais urgente que outras;
- número de paradas a que uma determinada carga é submetida;
- alguma especificação de *laycan* diferente para dois operadores distintos.

Dessa forma, devido aos resultados encontrados pela modelagem e processamento do MILP nos períodos analisados, sugere-se a aplicação imediata da ferramenta desenvolvida no processo de planejamento mensal de coleta e entrega de matérias-primas ou desenvolvimento do modelo apresentado em uma ferramenta mais acessível aos especialistas das áreas de planejamento. Para realizar a inserção de novas instâncias no módulo do CPLEX, o algoritmo em linguagem VBA pode ser utilizado para extrair dados cadastrados em planilhas e conversão para a linguagem de interface do ILOG. A mesma aplicação também pode traduzir as saídas de resultados processados pelo *solver* e do *log* de resolução das instâncias para o ambiente do Excel, no intuito de permitir uma análise gráfica dos resultados obtidos.

Contudo, apesar dos benefícios encontrados e dos objetivos cumpridos desta dissertação, é importante ressaltar que o modelo não foi capaz de exaurir os elementos do planejamento da coleta e da entrega das matérias-primas. Alguns dos critérios descritos anteriormente não foram parametrizados na função objetivo ou nas restrições, algo que a modelagem, apesar de bem próxima às características reais do

problema, não conseguiu capturar. É por essa razão que a intervenção humana no processo ainda se fará necessária, no intuito de se analisar as soluções geradas pela ferramenta e calibrar variáveis para atender ou priorizar critérios específicos de um determinado planejamento.

Sugerimos, assim, três linhas de trabalho para futuras pesquisas:

- O desenvolvimento de uma heurística capaz de facilitar e habilitar o encontro de soluções viáveis para instâncias maiores e reduzir o tempo de processamento da procura para instâncias com tamanhos semelhantes àquelas avaliadas nesse trabalho;
- A inserção de outros elementos para otimização que a modelagem apresentada não foi capaz de capturar, bem como outras características restritivas que variam de operador para operador;
- A integração intermodal entre o sistema logístico marítimo e o sistema logístico terrestre/fluvial, a fim de incorporar outros elementos não considerados na presente modelagem.

REFERÊNCIAS

- AL-KHAYYAL, F.; HWANG, S.-J. Inventory constrained maritime routing and scheduling for multi-commodity liquid bulk, Part I: Applications and model. **European Journal of Operational Research**, v. 176, p. 106-130, 2007.
- BENT, R.; HENTENRYCK, P. V. A two-stage hybrid algorithm for pickup and delivery vehicle routing problems with time windows, **Computers & Operations Research**, v. 33, p. 875-893, 2006.
- CHRISTIANSEN, M. Decomposition of a combined inventory and time constrained ship routing problem, **Transportation Science**, v. 33, p. 3 – 16, 1999.
- CHRISTIANSEN, M.; FAGERHOLT, K.; NYGREEN, B.; RONEN, D. Ship routing and scheduling in the new millennium, **European Journal of Operational Research**, v. 228, n. 3, p. 467–483, 2013.
- DESAULNIERS, G. **The VRP with pickup and delivery**, Montréal: Groupe d'études et de recherche en analyse des decisions, 2000.
- DESROSIERS, J.; DUMAS, Y.; SOLOMON, M. M.; SOURMIS, F. J. **Time Constrained Routing and Scheduling**, In: Handbooks in Operations Research and Management Science: Network Routing. Elsevier Science Publ., p. 35-139, 1995.
- DING, G.; MAO, J.; DING, Y. Improved grouping genetic algorithm for the pickup and delivery problem with time windows, **International Conference on Computer Science and Service System**, p. 595 – 598, 2014.
- DROR, M; BALL, M. Inventory/routing: reduction from an annual to a short-period problem. **Naval Research Logistics**, v. 34, p. 891 – 905, 1987.
- EKSIOGLUA, B.; VURALB, A.; REISMANC, A. The vehicle routing problem: A taxonomic review, **Computers & Industrial Engineering**, v. 57, p. 1472–1483, 2009.
- FAGERHOLT, K. Ship scheduling with soft time windows: an optimization based approach, **European Journal of Operational Research**, v. 131, p. 559 – 571, 2001.
- JENSEN, P. A.; BARD J. F. **Operations research models and methods**, Hoboken: John Wiley, 2003.
- LAPORTE, Gilbert; OSMAN, Ibrahim H. Routing problems: A bibliography. **Annals of Operations Research**, v. 61, n. 1, p. 227-262, 1995.
- LAU, H. C.; LIANG, Z. Pickup and delivery with time windows: Algorithms and test case generation, **International Journal on Artificial Intelligence Tools**, p; 455-472, 2002.
- LI, J.; KARIMI, I. A.; SRINIVASAN, R. Efficient bulk maritime logistics for the supply and delivery of multiple chemical, **Computers & Chemical Engineering**, p. 2118-2128, 2010.

NANRY, W. P.; BARNES, J. W. Solving the pickup and delivery problem with time windows using reactive tabu search, **Transportation Research Part B**, v. 34, p. 107-121, 2000.

RONEN, D. Marine inventory routing: Shipments planning, **Journal of Operations Research Society**, v. 53, p. 108, doi:10.1057/palgrave.jors.2601264, 2002.

ROPKE, S.; PISINGER, D. An adaptative large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows, **Transportation Science**, v. 40, p. 455-472, 2006.

SAVELSBERGH, M. W. P. Local Search for Routing Problems with Time Windows. **Annals of Operations Research**, v. 4, p. 285-305, 1985.

SAVRAN, A. I.; MUSAOGLU, E.; YILDIZ, C.; YUCE, M. F.; YESIL, E. Extended Heuristic Bubble Algorithm for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows, **IEEE 13th International Symposium**, p. 145-150, 2015.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 2.ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.