

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO DA CONCEPÇÃO DE UM ROBÔ PARALELO DE TRÊS GRAUS DE
LIBERDADE

por

Mateus Vagner Guedes de Almeida

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Maio de 2018

ESTUDO DA CONCEPÇÃO DE UM ROBÔ PARALELO DE TRÊS GRAUS DE
LIBERDADE

por

Mateus Vagner Guedes de Almeida
Bacharel em Engenharia Mecânica

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da
Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos
necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Processos de Fabricação

Orientador: Prof. Dr. Rafael Antônio Comparsi Laranja

Aprovada por:

Prof. Dr. Flávio José Lorini – PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Fabiano Disconzi Wildner – UFRGS

Prof. Dr. Mário Roland Sobczyk Sobrinho – UFRGS

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 30 de Maio de 2018

Aos Guedes e Almeidas

AGRADECIMENTOS

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro e ao PROMEC pela infraestrutura disponibilizada.

Ao Prof. Dr. Rafael Antônio Comparsi Laranja pela orientação e pelos aprendizados durante esses dois anos de mestrado.

Aos demais professores que, através das disciplinas, também contribuíram para a conclusão dessa etapa.

Aos colegas que, diretamente ou indiretamente, ajudaram nessa jornada.

RESUMO

O mecanismo 3-RPS é um mecanismo paralelo que possui três graus de liberdade: rolagem, arfagem e elevação. Tem vantagem em relação ao custo em comparação com o manipulador Plataforma de Stewart em aplicações onde não são necessários seis graus de liberdade e, por ser um mecanismo paralelo, possui maior relação peso/capacidade de carga que robôs seriais. No presente trabalho, um estudo é realizado para a concepção de um robô do tipo 3-RPS. O estudo aborda a cinemática, a dinâmica e estratégia de controle para o robô. Um controle por torque computado é aplicado a um modelo virtual em ambiente CAD em escala 1:1 desenvolvido com o intuito de testar a estratégia de controle elaborada a partir da realização de simulações computacionais do sistema por completo. Ao todo foram realizadas sete simulações para diferentes condições de trajetórias desejadas. No Caso I executou-se primeiramente um sistema idealizado onde o erro de regime tendeu a zero para um comportamento subamortecido. Os ganhos calculados no Caso I idealizado foram aplicados então no Caso I com o modelo virtual onde verificou-se que os ganhos calculados não foram suficientes para garantir a trajetória desejada do robô. Com os ganhos aumentados em cem vezes, verificou-se que o erro de regime ficou na ordem de 0,22 mm, sendo o valor considerado aceitável. Nas simulações subsequentes, o erro de regime nos Casos II e III foram também de 0,22 mm e nos Casos IV, V, VI e VII o erro máximo de trajetória não ultrapassou os 0,22 mm estipulados.

Palavras-chave: 3-RPS; Robô paralelo; Cinemática; Dinâmica; Controle por Torque Computado.

ABSTRACT

The 3-RPS mechanism is a parallel mechanism that has three degrees of freedom: roll, pitch and heave. It has a cost advantage compared to the Stewart Platform manipulator in applications where six degrees of freedom are not required and, because it is a parallel mechanism, has a higher weight / load ratio than serial robots. In the present work, a study is carried out for the design of a 3-RPS robot. The study addresses the kinematics, dynamics and control strategy for the robot. A computed torque control is applied to a 1:1 scale virtual CAD model developed with the purpose of testing the control strategy elaborated from the computational simulations of the entire system. Seven simulations were performed for different conditions of desired trajectories. In Case I, an idealized system was first run where the regime error tended to zero for an underdamped behavior. The calculated gains in Case I idealized were then applied in Case I with the virtual model where it was verified that the calculated gains were not enough to guarantee the desired trajectory of the robot. With gains increased by one hundred times, it was found that the regime error was 0.22 mm, and the value was considered acceptable. In the subsequent simulations, the regime error in Cases II and III were also 0.22 mm and in Cases IV, V, VI and VII the maximum error of trajectory did not exceed the stipulated 0.22 mm.

Keywords: 3-RPS; Parallel Robot; Kinematics; Dynamics; Computed Torque Control.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Objetivo	4
1.2	Organização do Trabalho.....	4
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1	Definição de robô	6
2.2	Tipos de robôs.....	7
2.3	Estudos sobre robôs paralelos.....	9
2.4	O robô paralelo de três graus de liberdade do tipo 3-RPS.....	14
2.4.1	Histórico de pesquisas em relação ao robô 3-RPS	15
2.5	Atuadores lineares	23
2.6	Estratégias de controle	25
3	ANÁLISE CINEMÁTICA E DINÂMICA DO MANIPULADOR.....	29
3.1	Cinemática inversa.....	29
3.2	Cinemática direta	35
3.3	Jacobiano: velocidades lineares e angulares	41
3.4	Posições singulares	43
3.5	Zona livre de singularidade	48
3.6	Análise dinâmica do manipulador	49
3.7	Formulação de Lagrange	51
3.8	Obtenção das matrizes de massa, de Coriolis e o vetor gravitacional	53
3.9	Dinâmica inversa	58
3.10	Dinâmica direta.....	63
4	MODELO NO AMBIENTE CAD DO MANIPULADOR.....	65
4.1	Considerações construtivas.....	65
4.2	Espaço de trabalho	68
4.3	Verificação da zona livre de singularidade.....	73
5	ESTRATÉGIA DE CONTROLE.....	74
5.1	Lei de controle do sistema mecânico	74
5.1.1	Torque computado para robôs paralelos	76
6	RESULTADOS	79
6.1	Propriedades Mecânicas do Mecanismo.....	79
6.2	Cálculo dos ganhos dos controladores.....	80
6.3	Diagrama de blocos para simulação	82
6.4	Resposta a uma Função Passo: Casos I ao III.....	83

6.4.1	Caso I.....	83
6.4.2	Caso II.....	85
6.4.3	Caso III	87
6.5	Resposta a uma Função Senoidal: Casos IV ao VI.....	89
6.5.1	Caso IV	89
6.5.2	Caso V	91
6.5.3	Caso VI.....	93
6.6	Resposta em Movimento de Helicoide: Caso VII	95
7	CONCLUSÕES.....	99
7.1	Trabalhos futuros	100
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	101
	APÊNDICE A Diagrama de blocos para simulação do robô 3-RPS.....	108
	ANEXO I Folha de dados da junta esférica utilizada	109

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Robôs paralelos: (a) Robô delta, (b) Simulador de voo da Luftansa, (c) Rastreador por satélite Canterbury, (d) Robô paralelo de ressuscitação cardiopulmonar e Cateter médico.	2
Figura 1.2	(a) Esquema de um mecanismo 3-RPS, (b) Robô A3 Tool Heads.	3
Figura 2.1	Desenho esquemático de um robô paralelo genérico. (adaptado de Taghirad, 2013).....	9
Figura 2.2	Desenho da plataforma de Gwinnet. (adaptado de Gwinnet, 1931).	10
Figura 2.3	Desenho da patente de Pollard Jr. (adaptado de Pollard, 1942).....	11
Figura 2.4	Máquina universal de teste de pneus [Gough, 1962].	11
Figura 2.5	Desenho da plataforma feito por Stewart [Stewart, 1965].	12
Figura 2.6	Desenho da patente de Cappel feito para um sistema de vibração [Cappel, 1967].	12
Figura 2.7	Patente do robô DELTA apresentado por Clavel, 1990.....	13
Figura 2.8	Agile Eye de Gosselin e Hamel, 1994.	13
Figura 2.9	Desenho esquemático do mecanismo 3-RPS em estudo.....	14
Figura 2.10	Diagrama de blocos de um controle do tipo PID.	25
Figura 2.11	Diagrama de blocos de um controle por Torque Computado.	26
Figura 3.1	Mecanismo 3-RPS.....	30
Figura 3.2	Vetores correspondentes ao ponto 3 do mecanismo.	32
Figura 3.3	Posicionamento dos vetores $j1$, $j2$ e $j3$	33
Figura 3.4	Valores de px e py normalizados em função de α e β	35
Figura 3.5	Posição do ponto $B3$ pela cinemática direta.	36
Figura 3.6	Primeiro conjunto de posições análogas.	38
Figura 3.7	Segundo conjunto de posições análogas.	39
Figura 3.8	Últimas duas posições obtidas da cinemática direta.	39
Figura 3.9	Linhas correspondentes aos vetores de Plücker.	45
Figura 3.10	Primeira posição singular.	46
Figura 3.11	Posições singulares a partir do plano formado pelas linhas da plataforma.	46
Figura 3.12	Terceira posição singular.	47
Figura 3.13	Quarta posição singular.	47
Figura 3.14	Quinta posição singular analisada.	48
Figura 3.15	Zona livre de singularidades para diferentes relações de g e h	49

Figura 3.16	Parâmetros mecânicos do mecanismo 3-RPS.	54
Figura 3.17	Trajétoria helicoidal em coordenadas cartesianas.	60
Figura 3.18	Comparação dos resultados do cálculo da cinemática inversa.	62
Figura 3.19	Valor das forças calculadas na dinâmica inversa.	62
Figura 4.1	Desenho do projeto do robô paralelo desenvolvido.	65
Figura 4.2	Desenho do projeto do robô paralelo desenvolvido no plano $X - Z$	66
Figura 4.3	Vista superior do desenho do projeto.	67
Figura 4.4	Detalhe do ângulo máximo da junta esférica.	67
Figura 4.5	(a) Posição de máxima inclinação da plataforma, (b) detalhe de junta esférica. .	68
Figura 4.6	Posição inicial e limite do mecanismo.	69
Figura 4.7	Espaço de trabalho efetivo.	70
Figura 4.8	Detalhe do contorno do espaço de trabalho efetivo.	71
Figura 4.9	Espaço de trabalho efetivo no plano X-Y.	71
Figura 4.10	Espaço de trabalho efetivo visto dos planos X-Z e Y-Z.	72
Figura 4.11	Detalhe do espaço de trabalho em cortes transversais.	72
Figura 4.12	Zona livre de singularidade.	73
Figura 5.1	Diagrama de blocos da estratégia de controle adotada.	74
Figura 5.2	Controle por torque computado.	76
Figura 5.3	Estratégia de controle por torque computado para robôs paralelos.	78
Figura 6.1	Equação do erro para os ganhos definidos.	81
Figura 6.2	Erro teórico para o Caso I idealizado.	81
Figura 6.3	Diagrama de blocos para simulação.	82
Figura 6.4	Valores de p_z , α e β para o Caso I.	83
Figura 6.5	Comparação entre o Caso I idealizado e o Caso I simulado.	84
Figura 6.6	Comparação entre o Caso I idealizado e o Caso I simulado com ganhos multiplicados.	85
Figura 6.7	Valores de p_z , α e β para o Caso II.	86
Figura 6.8	Valores desejados e obtidos de d_1 , d_2 e d_3 para o Caso II.	86
Figura 6.9	Posição final do robô no Caso II.	87
Figura 6.10	Valores de p_z , α e β para o Caso III.	87
Figura 6.11	Valores desejados e obtidos de d_1 , d_2 e d_3 para o Caso III.	88
Figura 6.12	Posição final do robô no Caso III.	89
Figura 6.13	Valores de p_z , α e β para o Caso IV.	90
Figura 6.14	Valores desejados e obtidos de d_1 , d_2 e d_3 para o Caso IV.	90

Figura 6.15	Erro associado as trajetórias de $d1$, $d2$ e $d3$, Caso IV.	91
Figura 6.16	Valores de pz , α e β para o Caso V.....	91
Figura 6.17	Valores desejados e obtidos de $d1$, $d2$ e $d3$ para o Caso V.	92
Figura 6.18	Erro associado as trajetórias de $d1$, $d2$ e $d3$, Caso V.....	93
Figura 6.19	Valores de pz , α e β para o Caso VI.	93
Figura 6.20	Valores desejados e obtidos de $d1$, $d2$ e $d3$ para o Caso VI.....	94
Figura 6.21	Erro associado as trajetórias de $d1$, $d2$ e $d3$, Caso VI.	94
Figura 6.22	Trajetória desejada do centroide da plataforma móvel no espaço cartesiano.	95
Figura 6.23	Valores de pz , α e β para o Caso VII.	96
Figura 6.24	Comparação das trajetórias no espaço cartesiano.	96
Figura 6.25	Valores desejados e obtidos de $d1$, $d2$ e $d3$ para o Caso VII.....	97
Figura 6.26	Erro associado as trajetórias de $d1$, $d2$ e $d3$, Caso VII.	97
Figura 6.27	Erro nas coordenadas cartesianas.....	98
Figura A.1	Diagrama de blocos para simulação completa do robô.....	108

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Valores dos parâmetros do critério de Grübler.....	15
Tabela 2.2	Pesquisas com foco no mecanismo 3-RPS e robôs baseados nesse mecanismo...	17
Tabela 3.1	Parâmetros retirados de Sokolov, 2003, para validação do modelo matemático. .	61
Tabela 5.1	Equação de movimento para robôs paralelos.	77
Tabela 6.1	Propriedades mecânicas do mecanismo em estudo.	79
Tabela 6.2	Ganhos nos controladores.....	80

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CC	Corrente contínua
GDL	Graus de liberdade
RIA	Robot Institute of America
RPS	Revolute-Prismatic-Spherical

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

$\mathbf{0}_{3 \times 3}$	Matriz de zeros de dimensão 3x3	
$\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$	Vetor posição da junta rotacional no sistema de coordenadas $A(X, Y, Z)$	[m]
A_1, A_2, A_3	Vértices correspondentes à base fixa	
A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3	Pontos das pernas do robô	
$\mathbf{A}(\mathbf{q})$	Parâmetro do Torque computado	
$A(X, Y, Z)$	Sistema de coordenadas localizado no centroide da base fixa	
B_1, B_2, B_3	Vértices correspondentes à plataforma móvel	
${}^B\mathbf{b}_1, {}^B\mathbf{b}_2, {}^B\mathbf{b}_3$	Vetor posição da junta esférica no sistema de coordenadas $B(x, y, z)$	[m]
$\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	Parâmetro do Torque computado	
$B(x, y, z)$	Sistema de coordenadas localizado no centroide da plataforma móvel	
$c2\alpha, s2\alpha$	Cosseno e seno de 2α	
C_{ij}	Elemento da matriz de Coriolis	
$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	Matriz de Coriolis no espaço de junta	
$c\alpha, s\alpha$	Cosseno e seno de α	
$c\beta, s\beta$	Cosseno e seno de β	
$c\gamma, s\gamma$	Cosseno e seno de γ	
d_1, d_2, d_3	Dimensão assumida das pernas do robô	[m]
$\dot{d}_1, \dot{d}_2, \dot{d}_3$	Derivada temporal da dimensão das pernas do robô	[m/s]
$\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3$	Vetor correspondente das pernas do robô	[m]
f_1, f_2, f_3	Funções de restrição	
$\mathbf{f}(\mathbf{q})$	Vetor contendo as funções de restrição	
$\mathbf{F}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	Vetor de forças de atrito	[N]

$\dot{f}(\mathbf{q})$	Derivada temporal do vetor das funções de restrição	
g	Distância da junta rotacional em relação ao centroide da base fixa	[m]
gdl_i	Graus de liberdade da junta i	
G_i	Elemento da matriz gravitacionais	
$\mathbf{G}(\mathbf{q})$	Vetor gravitacional no espaço de junta	
h	Distância da junta esférica em relação ao centroide da plataforma móvel	[m]
I	Matriz de momento de inercia da plataforma móvel em relação ao sistema de coordenadas $A(X, Y, Z)$	[kg.m ²]
$I_{3 \times 3}$	Matriz identidade de dimensão 3x3	
I_{local}	Matriz de momento de inercia da plataforma móvel em relação ao sistema de coordenadas $B(x, y, z)$	[kg.m ²]
I_p	Momento de inércia da perna em relação ao eixo rotacional	[kg.m ²]
I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	Componentes x, y e z da matriz de momento de inercia da plataforma móvel em relação ao sistema de coordenadas $B(x, y, z)$	[kg.m ²]
$I_{xy}, I_{yx}, I_{xz}, I_{zx}, I_{yz}, I_{zy}$	Produtos de inércia de massa	[kg.m ²]
$\mathbf{j}_1, \mathbf{j}_2, \mathbf{j}_3$	Vetor unitário referente à junta rotacional	
$\mathbf{J}(\mathbf{q})$	Matriz Jacobiana no espaço de junta	
$\mathbf{J}_\omega(\mathbf{q})$	Matriz Jacobiana rotacional	
$\mathbf{J}_v(\mathbf{q})$	Matriz Jacobiana translacional	
K_i	Ganho integrativo do controle PID	
\mathbf{K}_p	Matriz de ganho proporcional do controle por Torque Computado	
K_p	Ganho proporcional do controle PID	
K_{perna}	Energia cinética das pernas	[J]
K_{plat}	Energia cinética da plataforma móvel	[J]

K_t	Constante de torque do motor	
K_v	Matriz de ganho derivativo do controle por Torque Computado	
K_v	Ganho derivativo do controle PID	
l	Número de corpos rígidos do robô incluindo a base	
m	Massa da plataforma móvel	[kg]
$M1M2$	Vetor de $M1$ até o ponto $M2$	
$M1, M2$	Pontos no espaço	
M_{ij}, M_{ik}, M_{kj}	Elementos da matriz de massa	
m_p	Massa da perna	[kg]
$M_{perna}(q)$	Matriz de massa e inercia das pernas	[kg]
$M_{plat}(q)$	Matriz de massa e inercia da plataforma no espaço de junta	[kg]
$M_{plat}(X)$	Matriz de massa e inercia da plataforma no espaço cartesiano	[kg]
$M(q)$	Matriz de massa do sistema no espaço de junta	[kg]
$M_t(X)$	Matriz de massa translacional da plataforma móvel no espaço cartesiano	[kg]
n	Número de juntas do robô	
O	Ponto de referência no espaço	
$OM1$	Vetor de O até o ponto $M1$	
p	Vetor posição do centroide da plataforma móvel no sistema de coordenadas $A(X, Y, Z)$	[m]
p_h	Passo de helicóide	[m]
P_n	Vetor de Plücker	
P_{perna}	Energia potencial das pernas	[J]
P_{plat}	Energia potencial da plataforma móvel	[J]
p_x, p_y, p_z	Elementos x, y e z do vetor p	[m]

\mathbf{q}	Vetor do espaço de junta ou coordenadas generalizadas	[m] e [rad]
$\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3$	Vetor posição da junta esférica 1 no sistema de coordenadas $A(X, Y, Z)$	[m]
q_{1x}, q_{1y}, q_{1z}	Elementos x, y e z do vetor \mathbf{q}_1	[m]
q_{2x}, q_{2y}	Elementos x e y do vetor \mathbf{q}_2	[m]
q_{3x}, q_{3y}	Elementos x e y do vetor \mathbf{q}_3	[m]
$\dot{\mathbf{q}}$	Derivada temporal de primeira ordem do vetor do espaço de junta	[m/s] e [rad/s]
$\ddot{\mathbf{q}}$	Derivada temporal de segunda ordem do vetor do espaço de junta	[m/s ²] e [rad/s ²]
q_i	Elemento do vetor do espaço de junta	[m] ou [rad]
r	Distância do centro de massa da perna em relação a junta rotacional	[m]
${}^A_B\mathbf{R}$	Matriz rotacional de $A(X, Y, Z)$ para $B(x, y, z)$	
r_h	Raio da trajetória de helicóide	[m]
R_{sf}	Raio efetivo de alcance do mecanismo	[m]
$\mathbf{R}_{ZYZ}(\gamma, \beta, \alpha)$	Matriz rotacional ZYZ dos ângulos de Euler	
$\mathbf{S}(\boldsymbol{\Omega})$	Matriz antissimétrica em função de $\boldsymbol{\Omega}$	
t	Tempo	[s]
t_a	Tempo de subida	[s]
t_b	Tempo de descida	[s]
t_t	Tempo total	[s]
\mathbf{u}	Vetor unitário do eixo x no sistema de coordenadas $A(X, Y, Z)$	
u_x, u_y, u_z	Elementos x, y e z do vetor \mathbf{u}	
\mathbf{v}	Vetor unitário do eixo y no sistema de coordenadas $A(X, Y, Z)$	
\mathbf{V}	Vetor de velocidade translacional no espaço cartesiano	[m/s]

V_p	Vetor velocidade das pernas	[m/s] e [rad/s]
v_x, v_y, v_z	Elementos x, y e z do vetor v	
w	Vetor unitário do eixo z no sistema de coordenadas $A(X, Y, Z)$	
w_x, w_y, w_z	Elementos x, y e z do vetor w	
x	Vetor de espaço de estado	
X	Coordenadas cartesianas na forma vetorial	[m] e [rad]
\dot{X}	Derivada temporal do vetor das coordenadas cartesianas	[m/s] e [rad/s]
x_{n+m}	Elemento do vetor de espaço de estado	
z_0	Posição inicial plataforma	[m]
Z_{sf}	Altura mínima da zona livre de singularidades	[m]
Símbolos Gregos		
α	Parâmetro do Torque computado	
β	Parâmetro do Torque computado	
Γ	Vetor representando o termo $\tau - C\dot{q} - G$	
γ, β, α	Ângulos de Euler	[rad]
\mathcal{K}	Energia cinética do sistema	[J]
$\mathcal{L}(q, \dot{q})$	Equação de Lagrange em coordenadas generalizadas	
$\bar{\mathcal{L}}(q, \dot{q})$	Equação de Lagrange de primeiro tipo no espaço de junta	
λ	Vetor contendo os multiplicadores de Lagrange	
λ_i	Multiplicador de Lagrange	
\mathcal{P}	Energia potencial do sistema	[J]
τ	Força aplicada no sistema	[N]
φ	Ângulo de giro na trajetória da helicóide	[rad]
ϕ_1, ϕ_2, ϕ_2	Ângulo das pernas em relação a base fixa	[rad]

$\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3$	Derivada temporal do ângulo das pernas em relação a base fixa	[rad/s]
$\dot{\phi}$	Vetor contendo as velocidades angulares das pernas	[rad/s]
$\Psi(q)$	Matriz de derivada parcial do vetor $f(q)$ em relação a q	
Ω	Vetor de velocidade rotacional no espaço cartesiano	[rad/s]
Ω_x	Velocidade rotacional no eixo x no espaço cartesiano	[rad/s]
Ω_y	Velocidade rotacional no eixo y no espaço cartesiano	[rad/s]
Ω_z	Velocidade rotacional no eixo z no espaço cartesiano	[rad/s]

1 INTRODUÇÃO

Os robôs mudaram a vida dos seres humanos no século XXI. Na automação industrial, o uso de robôs é essencial para preservar a quantidade e a qualidade nos sistemas produtivos. Os robôs industriais geralmente têm uma estrutura articulada na qual os elos são conectados entre si formando uma cadeia aberta (ou em série). Embora, em tais estruturas, características como um grande espaço de trabalho e flexibilidade de aplicação possam ser obtidas, a precisão do último elemento de manipulação é condicionada pela estrutura serial [Taghirad, 2013].

A baixa carga transportável e a precisão condicionada pela estrutura são inerentes à arquitetura mecânica dos robôs seriais existentes. Cada um deles deve suportar o peso dos segmentos que o seguem além da carga. Eles estão, portanto, sujeitos a grandes torques de flexão, o que significa que eles devem ser enrijecidos e, por isso, mais pesados [Merlet, 2006].

Por conta da baixa carga transportável dos robôs do tipo serial, robôs em cadeia fechada (ou paralelos) têm atraído a atenção de pesquisadores e de empresas do ramo da robótica. Em comparação com os robôs em série, os robôs paralelos apresentam vantagens como precisão, rigidez, maior capacidade e maior relação carga/massa. Contudo, esse tipo de robô fica em desvantagem quando a necessidade de grande volume de trabalho e flexibilidade de aplicação são dominantes [Huang et al., 2013].

Robôs paralelos podem ser utilizados em aplicações diversas, como por exemplo:

- a) Na indústria de manipulação de remédios, alimentos, componentes eletrônicos. Com o robô Delta desenvolvido pela ABB [Connolly, 2007], Figura 1.1a;
- b) Em simuladores de voo, Figura 1.1b;
- c) Em aplicações espaciais como no rastreador por satélite Canterbury [Jones e Dunlop, 2003], Figura 1.1c;
- d) Na medicina, para ressuscitação cardiopulmonar [Li e Xu, 2007] e como cateter médico para cirurgia humana [Mintenbeck e Estaña, 2010], Figura 1.1d;
- e) Aplicações variadas como pintura de paredes, lavagem de janelas, ensaios não destrutivos, vigilância, limpeza e inspeção de navios, robô de solda, limpeza e inspeção de aviões, inspeção de tanques de óleo, inspeção de planta nuclear, limpeza e inspeção de parede de vidro e inspeção de tubos com sonda ultrassônica em plantas químicas [Patel e George, 2012].

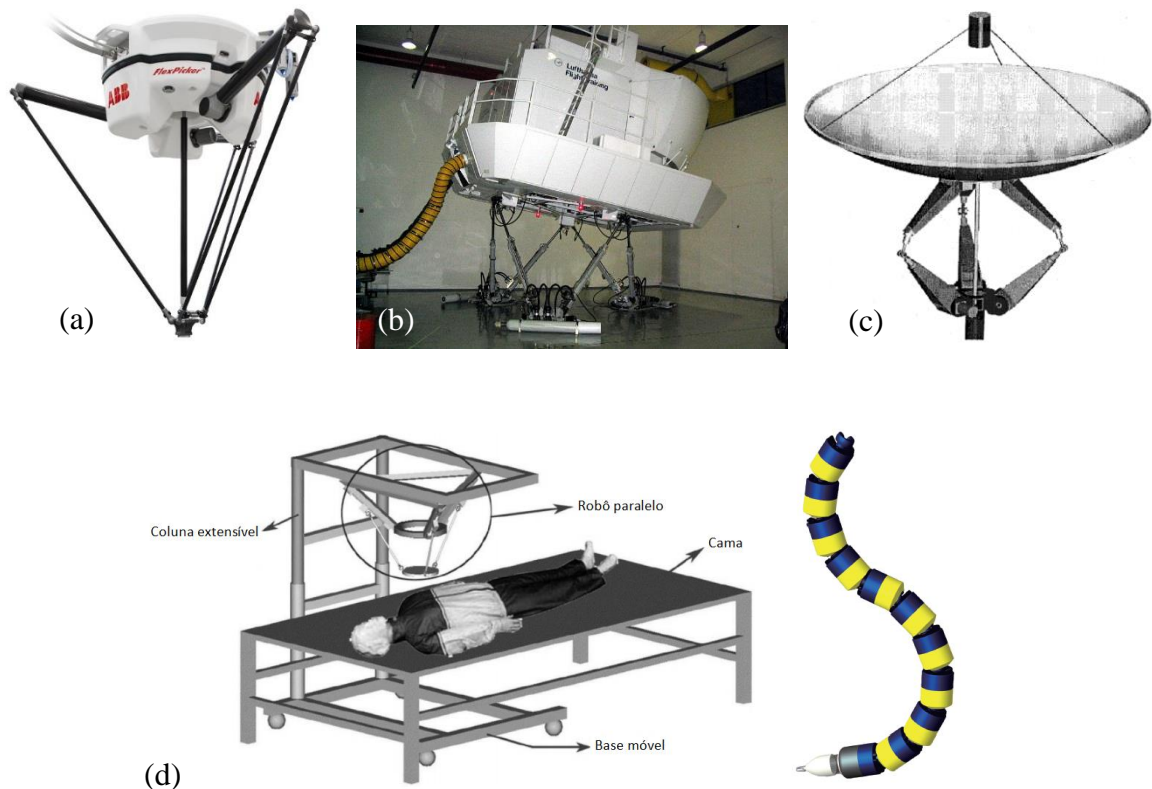


Figura 1.1 - Robôs paralelos: (a) Robô delta, (b) Simulador de voo da Luftansa, (c) Rastreador por satélite Canterbury, (d) Robô paralelo de ressuscitação cardiopulmonar e Cateter médico.

Dentre os mecanismos paralelos, o mais conhecido é o Manipulador do tipo Plataforma de Stewart [Stewart, 1965], mostrado por exemplo na Figura 1.1b. Possui seis atuadores lineares que unem a base fixa da plataforma com uma plataforma móvel, essa configuração o proporciona uma capacidade de se movimentar em seis graus de liberdade. Contudo, o uso dos seis graus de liberdade não é necessário em algumas aplicações práticas. Por conta disso, algumas pesquisas se direcionaram da plataforma de Stewart genérica para plataformas de menor mobilidade [Clavel, 1990, Gosselin e Hamel, 1994, Wang e Gosselin, 1997, Wang e Gosselin, 1998a, Li e Xu, 2005]. O motivo essencial é que robôs de menor mobilidade têm aplicações semelhantes aos de seis graus de liberdade, enquanto são muito mais simples em estrutura e com custo mais baixo [Huang et al., 2013].

Dentro desse contexto, destaca-se o mecanismo paralelo de três graus de liberdade apresentado pela primeira vez por Hunt, 1983, que é objeto desse estudo. Esse mecanismo forma um manipulador com três atuadores lineares idênticos que se unem através de juntas esféricas a uma plataforma móvel e a uma base fixa através de juntas rotacionais. Esse mecanismo é também conhecido como 3-RPS. A notação que identifica o mecanismo é feita

utilizando-se as letras que representam as juntas nas sequências em que estão montadas começando pela junta mais próxima da base [Finoti, 2008]. A estrutura de junta R-P-S (Rotacional-Prismática-Esférica, *Revolute-Prismatic-Spherical* em inglês) corresponde às juntas rotacionais entre as pernas e a base, as articulações prismáticas nas pernas e as articulações esféricas entre as pernas e a plataforma superior. O número “3” no início do nome desse mecanismo indica o número de cadeias cinemáticas em paralelo do tipo R-P-S. A Figura 1.2a mostra um mecanismo genérico e a Figura 1.2b mostra o robô A3 Tool Heads de Chen et al., 2013.

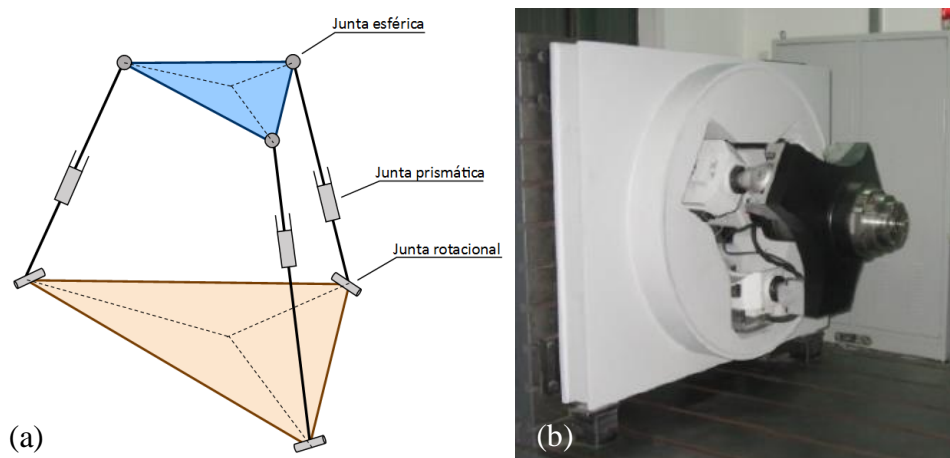


Figura 1.2 - (a) Esquema de um mecanismo 3-RPS, (b) Robô A3 Tool Heads.

Essa configuração torna o 3-RPS um mecanismo de três graus de liberdade. Suas características, segundo Sokolov, 2003 e Lukanin, 2005, o faz ser objeto de estudos na área de micro-posicionadores devido ao seu pequeno movimento do ponto central da plataforma móvel em relação ao movimento de seus atuadores, além de ser usado como um simulador de movimento simplificado pois detém três graus de liberdades importantes: rolagem, arfagem e elevação (*roll, pitch e heave*).

Apesar de sua simplicidade construtiva, as cadeias cinemáticas do mecanismo impõem restrições de movimento à plataforma móvel que devem ser estudadas em detalhes. Por conta de sua estrutura, esse mecanismo possui três graus de liberdade passivos além daqueles três ativos, o que torna os cálculos de cinemática e dinâmica complexos. A cinemática direta, que deve ser utilizada também no controle do robô, possui mais de uma solução matemática para uma dada posição do mecanismo, isso impõe maior custo computacional na resolução das equações. A dinâmica do robô é acoplada e altamente não linear, tornando o cálculo da

dinâmica mais difícil em comparação com os de cadeira mecânica aberta e, conseqüentemente, o controle desse robô se torna um ponto crítico no projeto, sendo necessárias estratégias de controle mais complexas que aquelas aplicadas em sistemas lineares, como por exemplo, o uso do controle por torque computado para a linearização das equações.

1.1 Objetivo

O presente trabalho tem como objetivo principal o estudo da concepção de um robô paralelo de três graus de liberdade do tipo 3-RPS acionado. Para atingir o objetivo geral foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- a) obter as equações das cinemáticas inversa e direta expondo suas dificuldades e peculiaridades devido aos graus de liberdade passivos do mecanismo além de apresentar possíveis posições singulares;
- b) obter as equações dinâmicas na forma matricial para o mecanismo utilizando a formulação de Lagrange para robôs paralelos;
- c) projetar em ambiente computacional um robô conceitual e de maneira simplificada de forma a ser facilmente fabricado para trabalhos futuros;
- d) apresentar uma estratégia de controle para um robô do tipo 3-RPS;
- e) testar a estratégia de controle desenvolvida através de simulações computacionais.

1.2 Organização do Trabalho

O trabalho está organizado em 9 capítulos. O Capítulo 2 traz uma revisão dos estudos relacionados a robôs paralelos com graus de liberdade limitados, dado destaque aos trabalhos referentes ao mecanismo do tipo 3-RPS. O Capítulo 3 contém as análises das cinemáticas inversa e direta, cálculo do jacobiano e singularidades, além da análise dinâmica do mecanismo, O Capítulo 4 mostra o modelo por completo do robô no ambiente computacional, expondo cada um de seus elementos. Nesse capítulo também é apresentado o cálculo do espaço de trabalho efetivo do robô desenvolvido. A formulação da estratégia de controle dos laços externo e interno é apresentada no Capítulo 5. O Capítulo 6 apresenta os dados para simulação e destaca os resultados obtidos a partir da simulação computacional do sistema mecânico e elétrico modelados. Por fim, o Capítulo 7 expõe as conclusões obtidas a partir dos resultados obtidos nas simulações computacionais executadas e alguns pontos a serem considerados para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nos últimos anos o campo de robótica desenvolveu-se grandemente. A palavra robô foi criada apenas nos anos 1920 na peça R.U.R., que significa Robôs Universais de Rossum (*Rossumovi Univerzální Roboti*), escrita pelo escritor checo Karel Capek. No entanto a primeira patente de um robô programável foi solicitada em 1954 projetado por George C. Devol Junior [Devol Jr, 1961]. Em 1956 J. Engelberger e George C. Devol fundaram a primeira companhia de robôs do mundo chamada Unimation Inc. E em 1961 o primeiro robô industrial chamado Unimate, foi adquirido pela General Motors e instalado na planta automotiva em Nova Jersey, EUA [Romano, 2002].

Inicialmente, eram apenas as empresas de fabricação de automóveis que usavam robôs em suas linhas de produção. No entanto, nos últimos anos, outras unidades industriais que produzem eletrodomésticos, alimentos e materiais farmacêuticos, por exemplo, adotaram sistemas robóticos em suas linhas de produção. Uma das principais razões para o crescimento do uso de robôs industriais em diferentes linhas de produção é o seu custo significativamente decrescente. Nos últimos anos, os preços dos robôs caíram significativamente, enquanto os custos com mão de obra humana sofreram aumento. Além disso, os robôs estão se tornando mais eficazes, mais rápidos, mais inteligentes, mais precisos e mais flexíveis [Taghirad, 2013].

Deve-se salientar que as aplicações importantes dos robôs não são limitadas àquelas tarefas industriais em que o robô está substituindo diretamente um trabalhador humano. Existem muitas outras aplicações da robótica em áreas onde o uso de seres humanos é impraticável ou indesejável. Dentre as aplicações estão a exploração submarina e planetária, a recuperação e reparo de satélites, a desativação de dispositivos explosivos e o trabalho em ambientes radioativos. Finalmente, próteses, como membros artificiais, são dispositivos robóticos que exigem métodos de análise e design semelhantes aos dos manipuladores industriais. O maciço investimento em robôs industriais no processo produtivo observado nas últimas décadas, deve-se principalmente às crescentes necessidades impostas pelo mercado de se obter sistemas de produção cada vez mais automatizados e dinâmicos. Devido às características de flexibilidade de programação e adaptação a sistemas integrados de manufatura, o robô industrial tornou-se um elemento indispensável neste contexto [Spong et al., 2004].

2.1 Definição de robô

Existe uma ampla gama de definições do que é um robô. O dicionário Webster define robô como “uma máquina que se assemelha a uma criatura viva em ser capaz de se mover de forma independente (como caminhando ou rolando sobre rodas) e realizando ações complexas (como agarrar e mover objetos)”. Uma definição mais formal é dada pelo Instituto de Robótica da América (*RIA – Robot Institute of America*) como “um manipulador reprogramável e multifuncional projetado para mover material, peças, ferramentas ou dispositivos especializados através de vários movimentos programados para a execução de uma variedade de tarefas”.

Alguns autores usam em suas obras algumas definições mais específicas:

- a) Craig, 2012: define robô (ou manipulador mecânico) como um dispositivo mecânico que pode ser programado para realizar uma grande variedade ou variedade limitada de aplicações.
- b) Spong et al, 2004: O termo robô significa um manipulador industrial (ou um braço mecânico) controlado por computador.
- c) Siciliano et al, 2009: se refere ao estudo da robótica como um todo. Portanto, usa uma definição mais complexa introduzindo a definição de sistema robótico. Dividindo esse sistema em quatro partes essenciais: o sistema mecânico, os atuadores, sensores e o sistema de controle. Com isso ele explica que a robótica é um assunto interdisciplinar sobre as áreas culturais de mecânica, controle, computadores e eletrônica.

No que diz respeito as partes do sistema robótico mencionadas por Siciliano et al., 2009, podem-se definir:

- a) *Sistema mecânico*: refere-se principalmente ao aspecto mecânico e estrutural do robô. Consiste da combinação de elementos estruturais rígidos (corpos ou elos) conectados entre si através de articulações (juntas), sendo o primeiro corpo denominado base e o último o componente efetuator [Romano, 2002];
 - I. Elos: Nos robôs, a estrutura deve ser projetada para apresentar elevada rigidez aos esforços de flexão e torção. Os materiais mais empregados nas estruturas são alumínio e aço. Mais recentemente têm sido usados fibras de carbono e de vidro, materiais termoplásticos e plásticos reforçados;
 - II. Juntas: Em robótica geralmente utiliza-se dois tipos básicos de juntas para compor um par cinemático formado por dois elos adjacentes: junta de rotação ou junta prismática (translação);

- III. Sistema de transmissão: Os sistemas de transmissão são componentes mecânicos cuja função é transmitir potência mecânica dos atuadores aos elos.
- b) *Atuadores*: São componentes que convertem energia elétrica, hidráulica ou pneumática, em potência mecânica. Através dos sistemas de transmissão a potência mecânica gerada pelos atuadores é enviada aos elos para que os mesmos se movimentem [Romano, 2002];
- c) *Sensores*: Fornecem parâmetros sobre o comportamento do manipulador, geralmente em termos de posição e velocidade dos elos em função do tempo, e do modo de interação entre o robô e o ambiente operativo (força, torque, sistema de visão) à unidade de controle. As juntas utilizadas para vincular os elos de um robô são normalmente acopladas a sensores [Romano, 2002];
- d) *Sistema de controle*: Responsável pelo gerenciamento e monitoração dos parâmetros operacionais requeridos para realizar as tarefas do robô. Os comandos de movimentação enviados aos atuadores são originados de controladores de movimento (computador industrial, CLP, placa controladora de passo) e baseados em informações obtidas através de sensores [Romano, 2002].

2.2 Tipos de robôs

Os robôs, quanto a sua estrutura, podem ser divididos em dois grandes grupos: de cadeia aberta (ou seriais) e de cadeia fechada (paralelos). Os robôs seriais são constituídos por uma sucessão de corpos rígidos, cada um deles ligado a seu antecessor e seu sucessor por uma união de um grau de liberdade. Esse tipo de robô foi concebido com o intuito de desenvolver sistemas mecânicos capazes de realizar tarefas normalmente atribuídas a seres humanos, por conta disso a maioria dos manipuladores existentes apresenta um caráter decididamente antropomórfico, geralmente bastante parecido com um braço humano. Essa configuração em serie têm vantagem no grande volume de trabalho e flexibilidade, porém sua capacidade de carga e precisão de posicionamento é limitada ao tipo de estrutura. Dasgupta e Mruthyunjaya, 2000, explicam que os elos e juntas tornam-se volumosos a partir do acréscimo na capacidade de carga do robô, e por outro lado tentem a se deformar quando submetidos a cargas pesadas e a vibrar em operações em alta velocidade. Robôs são geralmente classificados de acordo com seus graus de liberdade. No que diz respeito aos robôs seriais, descreve-se separadamente o punho e considerando os três primeiros graus de liberdade (que são os responsáveis pelo posicionamento do punho no espaço). Com isso, pode-se enquadrar esses manipuladores em um dos cinco tipos

geométricos: cartesiano (PPP), cilíndrico (RPP), esférico (RRP), articulado (RRR) ou scara (RRP) [Spong et al., 2004].

- a) Cartesiano (PPP): O esquema de um manipulador cartesiano (ou pórtico) de três graus de liberdade é constituído por três juntas prismáticas perpendiculares, resultando num movimento composto de três translações.
- b) Cilíndrico (RPP): Nesta configuração, os eixos de movimento podem ser descritos no sistema de coordenadas de referência cilíndrica. É constituído de duas juntas prismáticas e uma rotular. A forma cilíndrica do espaço de trabalho é adequada para aplicações de “pega e solta” (*pick and place*) em arranjos circulares.
- c) Articulado (RRR): O manipulador articulado também é chamado de manipulador antropomórfico. O eixo de movimento da junta de rotação da base é ortogonal às outras duas juntas de rotação que são simétricas entre si.
- d) Esférico (RRP): Formado a partir da substituição da terceira junta rotular em um robô articulado por uma junta prismática.
- e) Scara (RRP): Em 1979, introduzido no Japão um conceito completamente novo para robôs de montagem chamado SCARA (*Selective Compliance Assembly Robot Arm*). Embora o SCARA tenha uma estrutura RRP, é bastante diferente da configuração esférica na aparência e na sua gama de aplicações.

Dasgupta e Mruthyunjaya, 2000, afirmam que os robôs paralelos surgiram a partir do estudo do mundo biológico e demonstra que os manipuladores com o efetuador conectado ao solo através de vários elos em paralelo terão maior rigidez e capacidade de posicionamento. Portanto, para aplicações em que a capacidade de carga relativamente alta por peso do robô, o bom desempenho dinâmico e o posicionamento preciso são de suma importância, as estruturas paralelas são a alternativa absoluta. Em relação aos robôs paralelos, Taghirad, 2013, define que um robô paralelo consiste em uma plataforma de base fixa conectada a uma plataforma móvel por meio de uma série de membros independentes. Esses membros geralmente consistem em uma articulação prismática atuada conectada às plataformas através de juntas passivas esféricas e/ou universais. Assim, os elos só sentem tração ou compressão, não flexionando, o que aumenta a precisão da posição e permite uma construção mais leve. Além disso, em princípio, os robôs paralelos possuem alta rigidez estrutural, uma vez que a plataforma móvel é suportada por vários membros ao mesmo tempo. A Figura 2.1 mostra o esquema genérico de um robô em paralelo.

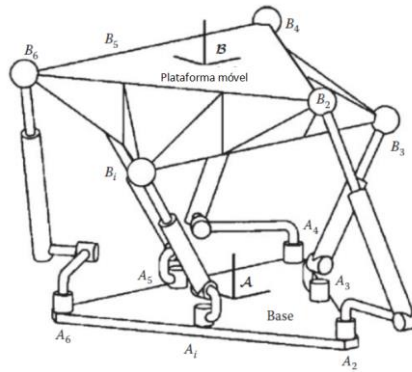


Figura 2.1 - Desenho esquemático de um robô paralelo genérico. (adaptado de Taghirad, 2013)

A principal desvantagem é o seu espaço de trabalho limitado pois seus membros podem colidir e, além disso, cada membro tem uma série de articulações passivas que possuem seus próprios limites mecânicos. Outra desvantagem de robôs paralelos é que eles podem perder completamente sua rigidez em posições singulares e, portanto, o robô ganha graus de liberdade extras, que são incontroláveis e, portanto, torna-se instável ou móvel nessas configurações [Taghirad, 2013].

2.3 Estudos sobre robôs paralelos

Os primeiros registros históricos na área de robôs paralelos são relatados em uma pesquisa realizada por Bonev, 2003. O autor descreve que, em 1928, James E. Gwinnett solicitou uma patente para uma plataforma de movimento para a indústria do entretenimento. Este dispositivo se baseava em um robô esférico paralelo, Figura 2.2. Bonev, 2003, destaca ainda que não se sabe se este foi o primeiro projeto de um sistema cinemático paralelo de vários graus de liberdade (GDL), nem se o simulador foi construído. Mas afirma que: James Gwinnett estava muito à frente de seu tempo e a indústria não estava preparada para a complexidade de sua invenção.

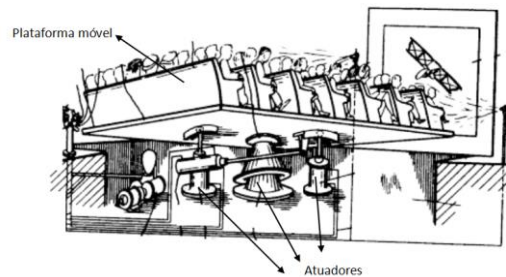


Figura 2.2 - Desenho da plataforma de Gwinnet. (adaptado de Gwinnet, 1931).

O primeiro robô paralelo industrial foi inventado por Willard L. G. Pollard para pintura automatizada de spray. Essa invenção corresponde a um robô paralelo de três ramificações de cinco graus de liberdade. Neste robô, três braços próximos são articulados por motores rotativos fixados na base e três braços distais são conectados aos três braços proximais através de juntas universais. Dois dos braços distais estão conectados ao terceiro através de juntas esféricas, enquanto a ferramenta está conectada ao terceiro braço distal através de uma junta universal. Assim, os três motores determinam a posição da cabeça da ferramenta, enquanto sua orientação é controlada por outros dois motores fixados na base e transmitindo o movimento para a ferramenta através de cabos giratórios flexíveis. O robô paralelo de Pollard era destinado a pintura por pulverização, mas nunca foi construído [Pollard, 1940].

O primeiro robô industrial fabricado de fato, Figura 2.3, foi criado por pelo engenheiro que co-projetou o primeiro robô industrial que foi o filho de Pollard, Willard L. G. Pollard Jr. A patente é dividida em duas partes: (1) um sistema de controle elétrico e (2) um manipulador mecânico. O sistema de controle consiste basicamente em filmes perfurados, cuja densidade de orifício é diretamente proporcional à velocidade de cada motor. O manipulador mecânico, por outro lado, é um robô paralelo baseado em um pantógrafo atuado por dois motores rotativos na base. A patente de Pollard Jr. foi emitida em 16 de junho de 1942, mas, entretanto, uma licença foi concedida à empresa DeVilbiss em 1937. Em 1941, DeVilbiss se tornou o primeiro fornecedor de robôs industriais, completou o primeiro protótipo sob a direção de Harold Roselund [Pollard, 1942, Bonev, 2003].

Apenas após esses fatos é que em 1947, foi inventado um novo robô paralelo, o que se tornou o mais popular, o que mudou uma indústria e o que foi replicado em mais de mil vezes - o hexapode octaédrico de comprimento variável, também conhecido como Plataforma de Stewart Gough [Bonev, 2003].

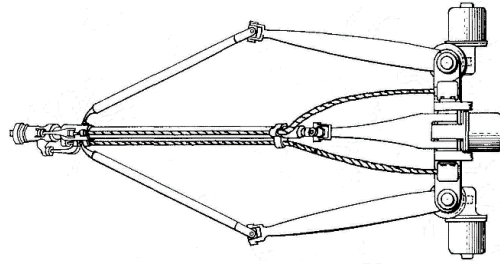


Figura 2.3 - Desenho da patente de Pollard Jr. (adaptado de Pollard, 1942)

Eric Gough, foi um engenheiro automotivo da Dunlop Rubber Company, na Inglaterra. A máquina universal de teste de pneus, ou a plataforma universal, Figura 2.4, como o Dr. Gough chamou sua ideia, foi inventada para responder a problemas de cargas de aterrissagem, necessária para determinar as propriedades dos pneus sob cargas combinadas. A inovação de sua invenção foi o arranjo dos seis atuadores. Como Eric Gough precisava de grande range de movimento, utilizou um arranjo simétrico que formou um octaedro. A máquina foi construída no início da década de 1950 e estava totalmente operacional em 1954. Na primeira versão, os suportes extensíveis eram feitos de parafusos ajustáveis manualmente [Bonev, 2003, Merlet, 2006, Taghirad, 2013].

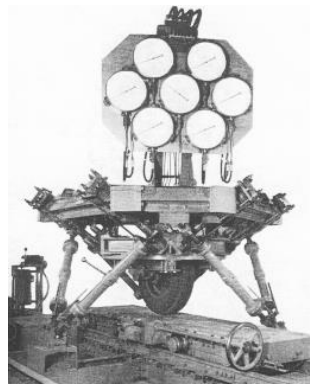


Figura 2.4 - Máquina universal de teste de pneus [Gough, 1962].

Anos mais tarde, em 1965, Stewart descreve uma plataforma de movimento seis graus de liberdade para uso como simulador de voo, Figura 2.5. O mecanismo paralelo proposto, no entanto, é diferente do hexapode octaédrico que, paradoxalmente, é muitas vezes referido como a "plataforma Stewart". No mesmo processo, o artigo de Stewart é seguido de discussões de cientistas e engenheiros, um deles sendo o Dr. Gough, que lembrou a existência de sua máquina de teste de pneus [Stewart, 1965].

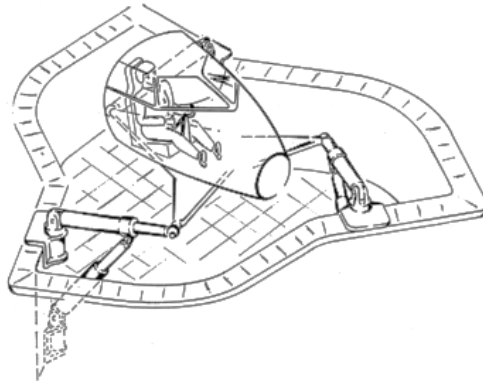


Figura 2.5 – Desenho da plataforma feito por Stewart [Stewart, 1965].

Outro fato importante de ser mencionado é que, em 1962, à Klaus Cappel foi designada a tarefa de melhorar um sistema convencional de vibração de 6 graus de liberdade convencional com base em um hexapode. Nesse sentido Cappel veio com a solução usando o mesmo arranjo daquele utilizado por Gough mesmo sem ter conhecimento do mesmo, Figura 2.6 [Bonev, 2003].

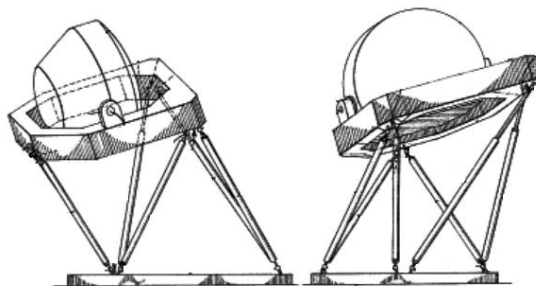


Figura 2.6 - Desenho da patente de Cappel feito para um sistema de vibração [Cappel, 1967].

Todos os três autores citados contribuíram para o aprofundamento das pesquisas com robôs paralelos. Gough foi o primeiro a inventar e construir o popular hexapode octaédrico. Contudo, foi Klaus Cappel, que mais tarde desenhou de forma independente o mesmo hexapode, patenteou e licenciou-o para as primeiras empresas de simuladores de voo e fez os primeiros simuladores de movimento octaédrico comerciais de hexapode. No entanto, foi Stewart quem, sem querer, fez o conceito de Gough popular e propôs, mais uma vez, a ideia de simuladores de vôo. A partir daí as pesquisas sobre esse tipo de mecanismo vêm crescendo substancialmente no decorrer dos anos [Bonev, 2003].

A maioria dos mecanismos de cinemática paralela de seis graus de liberdade são baseadas na arquitetura da plataforma Stewart-Gough. No entanto, muitas vezes seis graus de liberdade não são necessários para máquinas-ferramentas e outras aplicações devido a um alto custo. Portanto, alguns deles vem sendo usados em projetos de estrutura de manipuladores robóticos [Huang, 2013].

Dentre os mecanismos paralelos com graus de liberdade limitado pode-se citar o robô DELTA, um manipulador com três graus de liberdade de translação apresentado por Clavel, 1990. O robô consiste em três braços conectados a juntas universais na base, Figura 2.7. O recurso chave é o uso de paralelogramos nos braços, que mantêm a orientação da ferramenta. Os robôs Delta são populares no uso “pega e solta” porque podem ser bastante rápidos.

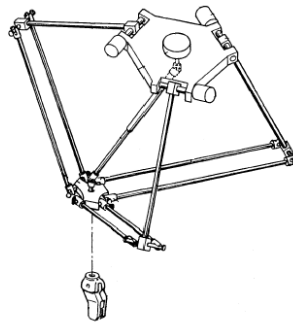


Figura 2.7 - Patente do robô DELTA apresentado por Clavel, 1990.

Gosselin e Hamel, 1994, apresentam a plataforma paralela esférica de três graus de liberdade que foi utilizada no projeto da estrutura de um dispositivo para orientação de câmera que foi chamado de Agile Eye, Figura 2.8. A câmera em miniatura montada no efetuador pode ser apontada dentro de um cone de 140 graus com mais ou menos 30 graus de torção.

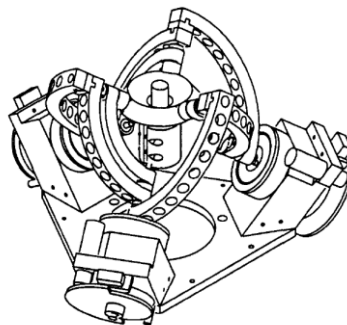


Figura 2.8 - Agile Eye de Gosselin e Hamel, 1994.

Os trabalhos de Wang e Gosselin apresentam plataformas paralelas com 5 e 4 graus de liberdade e apontam que eles podem substituir a plataforma paralela 6 graus de liberdade genérica nos casos em que menos de seis graus de liberdade são suficientes para manipulações de tarefas [Wang e Gosselin, 1997, Wang e Gosselin, 1998a].

Outro mecanismo que pode ser utilizado em um robô paralelo é aquele apresentado pela primeira vez por Hunt, 1983, e posteriormente analisado por Lee e Shah, 1988a, e que por sua vez é objeto desse estudo.

2.4 O robô paralelo de três graus de liberdade do tipo 3-RPS

O robô do tipo 3-RPS consiste em uma plataforma superior que abriga o efetuador e uma plataforma base conectadas por três elos extensíveis (a extensibilidade é devida ao movimento relativo permitido das partes inferior e superior de cada perna pela articulação prismática correspondente). A plataforma superior está conectada às ligações por meio de juntas esféricas, a uma distância h do centro da plataforma superior, que são igualmente espaçados em 120 graus. As outras extremidades dos elos estão conectadas à plataforma base através de juntas de revolução igualmente espaçadas, também em 120 graus, uma distância g a partir do centro da plataforma de base, Figura 2.9. Variando os comprimentos dos elos, a plataforma superior pode ser manipulada em relação à plataforma de base.

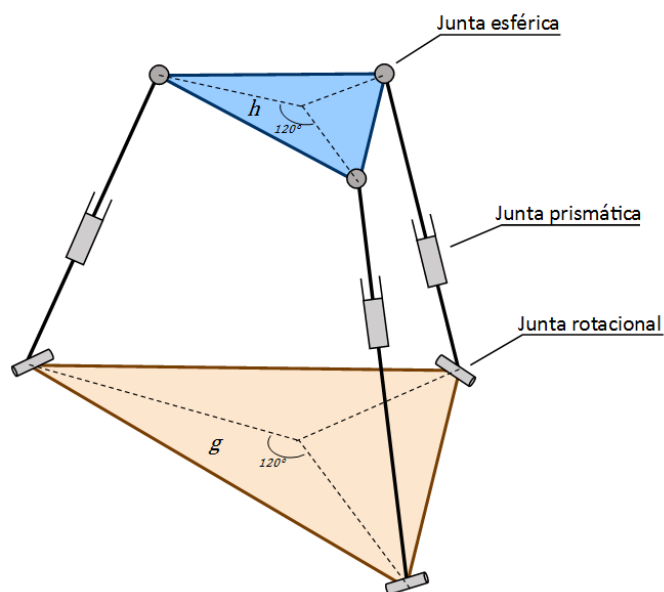


Figura 2.9 - Desenho esquemático do mecanismo 3-RPS em estudo.

Os três graus de liberdade, rolagem, arfagem e elevação, podem ser verificados pela fórmula da mobilidade (critério de Grübler) apresentado na Equação 2.1.

$$GDL = 6(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n gdl_i \quad (2.1)$$

onde, GDL são os graus de liberdade do robô; l é o número de corpos rígidos (incluindo a base); n o número de juntas e gdl_i o número de graus de liberdade da junta i .

A Tabela 2.1 mostra o valor de cada parâmetro do critério de Grübler para o mecanismo em estudo.

Tabela 2.1 - Valores dos parâmetros do critério de Grübler.

Parâmetro	Valor
l	8
n	9
gdl_i para $i = 1 \dots 3$ Junta rotacional	1
gdl_i para $i = 1 \dots 3$ Junta prismática	1
gdl_i para $i = 1 \dots 3$ Junta esférica	3

Aplicando os valores na Equação 2.1, tem-se:

$$GDL = 6(8 - 9 - 1) + \sum 3(1) + 3(1) + 3(3) = 3$$

2.4.1 Histórico de pesquisas em relação ao robô 3-RPS

Desde o primeiro trabalho sobre o mecanismo apresentado por Hunt, 1983, muitos outros estudos surgiram a partir dessas publicações e são apresentados na Tabela 2.2. O primeiro trabalho apresentado por Lee e Shah, 1988a, tem seu foco no estudo da cinemática inversa e direta. No mesmo ano, Lee e Shah, 1988b, apresentam um trabalho com intuito de estudar o cálculo da dinâmica inversa utilizando equações de Lagrange. Nos trabalhos que se seguiram, diferentes assuntos são abordados. Os estudos abordam assuntos como, por exemplo, singularidades, espaço de trabalho, controle, além da cinemática e dinâmica com diferentes abordagens daquelas apresentadas por Lee e Shah, 1988a e Lee e Shah, 1988b. A Tabela 2.2, a seguir, apresenta uma síntese de trabalhos encontrados na bibliografia referente ao robô 3-RPS, foco dessa dissertação.

Dentro todos os trabalhos citados na Tabela 2.2, os mais relevantes para esse estudo são aqueles de Lee e Shah, 1988a e Lee e Shah, 1988b, o de Sokolov, 2003, que faz um estudo completo do mecanismo 3-RPS englobando a cinemática, as singularidades e a dinâmica através de trabalhos virtuais. Outro estudo importante é o apresentado por Lukanin, 2005, que foca o estudo no cálculo do espaço de trabalho efetivo do mecanismo. Além desses estudos supracitados, outros trabalhos importantes para compreensão dos cálculos referentes ao mecanismo em estudo são os artigos de Pendar et al., 2004, no cálculo da dinâmica, o de Li e Xu, 2004, na dinâmica, porém em um mecanismo semelhante ao 3-RPS, e o estudo de Rad et al. 2010, no cálculo das cinemáticas e do espaço de trabalho.

Tabela 2.2 - Pesquisas com foco no mecanismo 3-RPS e robôs baseados nesse mecanismo.

Ano	Autor	Título	Comentário
1983	Hunt	Structural Kinematics of In-Parallel-Actuated Robot-Arms	Apresenta um estudo com uma série de geometrias baseadas em mecanismos paralelos para substituição de robôs seriais ou parte deles.
1988	Lee e Shah	Kinematic Analysis of a Three Degrees of Freedom In-Parallel Actuated Manipulator	Foco principalmente no estudo da cinemática inversa e direta de um mecanismo 3-RPS.
1988	Lee e Shah	Dynamic Analysis of a Three-Degrees-of-Freedom In-Parallel Actuated Manipulator	Cálculo da dinâmica inversa utilizando equações de Lagrange do mesmo mecanismo apresentado por Lee e Shah, 1988a.
1991	Lee and Arjunan	A Three-Degrees-of-Freedom Micromotion In-Parallel Actuated Manipulator	Demonstra como pode ser feito o uso de um mecanismo 3-RPS para a fabricação de um microposicionador com atuadores piezoelétricos. Além disso, o artigo apresenta uma solução fechada e uma verificação experimental da cinemática direta.
1996	Yang et al.	Kinematics of a Three Degree-of-Freedom Motion Platform for a Low-Cost Driving Simulator	O problema da velocidade é o foco desse estudo. Uma forma fechada da matriz jacobiana é calculada de forma eficiente por dados de feedback de sensores. Além disso, o autor apresenta análise da força estática antes que o problema da velocidade seja resolvido.
1997	Fang and Huang	Kinematics of a Three-Degree-Of-Freedom In-Parallel Actuated Manipulator Mechanism	É feita uma análise da cinemática de primeira e segunda ordem do mecanismo. Ressalta ainda que o cálculo da matriz Jacobiana é dificultado devido aos 3 graus de liberdades passivos do mecanismo.

Ano	Autor	Título	Comentário
2002	Joshi and Tsai	Jacobian Analysis of Limited-DOF Parallel Manipulators	O artigo traz o uso da teoria de helicoides para o cálculo da matriz Jacobiana para mecanismos paralelos com graus de liberdade limitado. Apresenta dois de exemplos de cálculos, um deles um 3-RPS, para demonstrar a metodologia exposta.
2003	Sokolov	A New Theoretical Approach for The Kinematics and Dynamics Of 3-Dof Positioning Parallel Manipulators	Em sua tese o autor desenvolve uma nova metodologia para o cálculo da cinemática inversa e direta. Utilizada ainda, o método do trabalho virtual para o cálculo da dinâmica do mecanismo. Além disso, três tipos de singularidades (cinemática inversa, direta e combinadas) são estudadas.
2004	Pendar et al.	Efficient Dynamic Equations of 3-RPS Parallel Mechanism through Lagrange Method	O autor apresenta uma variação do estudo da dinâmica apresentado por Lee e Shah, 1988b, também baseado no método de Lagrange.
2004	Liu e Cheng	Direct Singular Positions of 3RPS Parallel Manipulators	Os autores apresentam um método para calcular posições singulares diretas. O procedimento dá-se em duas etapas, define-se primeiro a orientação da plataforma a partir da qual a posição horizontal da plataforma móvel pode ser obtida (utilizando a cinemática inversa). O segundo passo é determinar a altura da plataforma que faz o determinante da matriz jacobiana se igualar a zero.
2005	Lukanin	Inverse Kinematics, Forward Kinematics and Working Space Determination of 3DOF Parallel Manipulator With S-P-R Joint Structure	Concentra seu estudo em um método para a determinação do espaço de trabalho que usa a solução numérica da cinemática direta. O autor utiliza a técnica de Newton-Kantorovich além de fazer uso das propriedades geométricas do mecanismo para a otimização do custo computacional no cálculo do espaço de trabalho.
2005	Sokolov e Xirouchakis	Kinematics of a 3-DOF Parallel Manipulator with an R-P-S Joint Structure	Estudo com objetivo de ressaltar a metodologia apresentada por Sokolov, 2003, no cálculo da cinemática do mecanismo.

Ano	Autor	Título	Comentário
2006	Li et al.	The Singularity Analysis of 3-RPS Parallel Manipulator	Estudo de posições singulares a partir das equações da cinemática. Algumas propriedades de singularidade e as características de distribuição são apresentadas.
2006	Sokolov e Xirouchakis	Singularity Analysis of a 3-DOF Parallel Manipulator with R-P-S Joint Structure	Três tipos de singularidades (cinemática inversa, direta e combinadas) são estudadas. Os autores utilizam os métodos geométricos de Grassmann para encontrar as posições singulares correspondentes a cinemática direta.
2007	Sokolov e Xirouchakis	Dynamics Analysis of a 3-DOF Parallel Manipulator with R-P-S Joint Structure	Estudo com objetivo de ressaltar a metodologia apresentada por Sokolov, 2003, no cálculo da dinâmica utilizando trabalho virtual.
2007	Kao et al.	The 3RPS Parallel Manipulator Motion control in the Neighborhood of Singularities	Faz estudo de um novo método de controle com base nos mínimos quadrados amortecidos para um manipulador paralelo (especificamente o 3-RPS) nas vizinhanças de singularidades.
2007	Ibrahim e Khalil	Kinematic and Dynamic Modeling of the 3-RPS Parallel Manipulator	O estudo aborda a cinemática e dinâmica em seu estudo propondo explorar as características particulares do mecanismo para dar uma solução de forma fechada a esses problemas.
2008	Farhat et al.	Identification of Dynamic Parameters of a 3-DOF RPS Parallel Manipulator	Neste artigo, os parâmetros dinâmicos, tanto inerciais quanto de atrito, de um manipulador paralelo de 3 RPS são identificados considerando dois problemas: a viabilidade física dos parâmetros inerciais e o uso de modelos de atrito não-linear para modelo do fenômeno de fricção nas articulações do robô. O modelo dinâmico do manipulador paralelo é obtido a partir das equações de movimento de Gibbs-Appell, juntamente com o princípio Gauss de Least Action.

Ano	Autor	Título	Comentário
2009	Rad et al.	Numerical Implementation of The Kinematics for A 3-Dof Parallel Robot Using Matlab	O estudo traz uma implementação numérica de cinemática inversa e direta do robô paralelo com o auxílio da ferramenta computacional Matlab.
2009	Verde et al.	Kinematics Analysis, Workspace, Design and Control of 3-RPS and TRIGLIDE Medical Parallel Robots	Apresenta análise cinemática, espaço de trabalho, design conceitual e controle para robôs paralelos de três graus de liberdade, incluindo o 3-RPS, para uso na medicina.
2010	Rad et al.	Forward Kinematics and Workspace Analysis of a 3-RPS Medical Parallel Robot	Aborda a análise da cinemática direta de um robô médico paralelo de três graus de liberdade com estrutura R-P-S usando MATLAB / Simulink. A cinemática direta é resolvida numericamente usando o método Newton-Kantorovich (N-K) e, verificada com um modelo CAD 1: 1 através da ferramenta MATLAB / Simulink. Em adição, o autor determina o espaço de trabalho a partir da resolução da cinemática direta.
2010	Rad et al.	Real-Time Evaluation of Inverse Kinematics for a 3-RPS Medical Parallel Robot using dSPACE Platform	Faz uma continuação do estudo anterior com um experimento em tempo real, utilizando a plataforma em dSPACE, de dois métodos de cinemática inversa. Além disso, um experimento de demonstração utilizando a ferramenta MATLAB/Simulink e seus resultados são também mostrados.
2010	Zhao et al.	Explicit Solution for Inverse Kinematics of 3-RPS Parallel Link Manipulator	O autor faz a dedução do cálculo da cinemática inversa do mecanismo de forma explícita. Com isso, demonstra que o cálculo da cinemática inversa de forma explícita pode acelerar em 2,67 vezes a velocidade de cálculo em aplicações de controle em tempo real. Além disso, a função da matriz jacobiana do manipulador pode ser mais facilmente resolvida por apresentar uma solução explícita e torna a análise cinemática e o cálculo mecânico simples para o manipulador.
2010	Mintenbeck e Estaña	Design, modelling and control of a hyper-redundant 3-RPS parallel	Descreve o desenvolvimento de um robô médico usado como cateter para cirurgias em humanos. O robô estudado consiste em uma serie de mecanismos do tipo 3-RPS levando a um formato tipo cobra.

Ano	Autor	Título	Comentário
2011	Shi et al.	Singularity Analysis of a Plane-Symmetry 3-RPS Parallel Robot Based on Translational/Rotational Jacobian Matrices	Faz o cálculo de posições singulares de um mecanismo do tipo 3 RPS com um plano de simetria entre duas juntas rotulares, através do qual, a matriz jacobiana translacional e matriz jacobiana rotacional são adotadas.
2012	Staicu	Inverse Dynamics of the Spatial 3-RPS Parallel Robot	Aborda o problema de dinâmica inversa do manipulador usando tanto o princípio do trabalho virtual como as equações de Lagrange com seus multiplicadores.
2012	Harib et al.	Parallel, Serial and Hybrid Machine Tools and Robotics Structures: Comparative Study on Optimum Kinematic Designs	Faz uma comparação de máquinas-ferramentas baseadas em robôs paralelos, seriais e híbridos. Uma delas utilizando um mecanismo 3 RPS como base.
2013	Babu et al.	Design for Optimal Performance Of 3-RPS Parallel Manipulator Using Evolutionary Algorithms	O artigo apresenta um design cinemático ótimo para um tipo generico de manipulador do tipo 3-RPS baseado em otimização multi-objetivo. As funções objetivas são otimizadas simultaneamente para melhorar a destreza, bem como o volume do espaço de trabalho que representa a capacidade de trabalho do manipulador. No estudo, as funções objetivo consideradas são o Índice de Condicionamento Global, Índice de Rigidez Global e volume do espaço de trabalho.
2013	Chen et al.	A Comparison Study on Motion/Force Transmissibility of Two Typical 3-DOF Parallel Manipulators: The Sprint Z3 and A3 Tool Heads	Estudo comparativo entre dois manipuladores paralelos de três graus de liberdade, o robô Sprint Z3 e o robô chamado A3, ambos comumente usados na indústria.
2014	Chablat et al.	Workspace and Joint Space Analysis of the 3-RPS Parallel Robot	Usa um método cilíndrico de decomposição algébrica para modelar o espaço de trabalho e o espaço de junta do mecanismo. Além disso, mostra curvas de singularidades encontradas para o mecanismo em questão.

Ano	Autor	Título	Comentário
2015	Li et al.	Singularity Analysis of a 3-RPS Parallel Manipulator Using Geometric Algebra	Faz uso da álgebra geométrica na análise da singularidade de um manipulador paralelo 3 RPS. Isso devido à dificuldade em encontrar valores em que o determinante da matriz jacobiana se iguala a zero.
2015	Kalla et al.	A study of Σ^2 singularities in the 3-RPS Parallel Manipulator	Apresenta resultados analíticos, a partir de parâmetros de Stüdy, relacionados à determinação das poses singulares do manipulador paralelo 3-RPS em que o mecanismo ganha dois graus de liberdade. O autor explica que a metodologia é nova e ainda não utilizada, segundo sua pesquisa. Contudo, seus resultados foram verificados usando método tradicional utilizando o critério de perda de ranque da matriz jacobiana. Em adição o autor mostra os resultados teóricos ilustrados com exemplos numéricos.
2016	Tao et al.	Adaptive Robust Posture Control of a 3-RPS Pneumatic Parallel Platform with Unknown Deadzone	O autor propõe uma estratégia de controle do tipo adaptativo integrado com estimativa de zona morte em tempo real. Este controlador fornece controle de rastreamento de trajetória para mecanismos paralelos do tipo 3-RPS com acionamento pneumático.
2017	Olaya et al.	Analysis of 3 RPS Robotic Platform Motion in SimScape and MATLAB GUI Environment	Estudo do comportamento dinâmico de um mecanismo 3-RPS utilizando a plataforma MATLAB/Simulink como ferramenta auxiliar. O modelo utilizado é um projeto feito em plataforma CAD com escala 1:1 para a execução dos testes. O autor conclui que o software utilizado apresenta uma ferramenta completa para modelos robotizados mecânicos, compreendendo a solução matemática para os movimentos das articulações e partes do sistema.

A nomenclatura (3-RPS) não especifica qual junta é atuada. Uma notação comumente aplicada é aquela de sublinhar a letra que representa a junta ativa. Embora não especificado no nome, em todos trabalhos pesquisados as juntas prismáticas são aquelas acopladas ao atuador, o que é de se esperar devido a geometria desse mecanismo. Nesse caso a nomenclatura adotada poderia ser do tipo: 3-RPS. No entanto, no presente trabalho a nomenclatura adotada é a do tipo sem o sublinhado (3-RPS) por conveniência, igualmente a praticamente todos os trabalhos pesquisados. Ressaltando ainda que assim como na bibliografia pesquisada as juntas acopladas aos atuadores são as juntas prismáticas.

A Seção 2.5 a seguir faz uma breve revisão dos atuadores lineares que podem ser utilizados como juntas prismáticas atuadas para esse mecanismo.

2.5 Atuadores lineares

Através dos sistemas de transmissão e a fonte de potência pode-se classificar os atuadores em três grupos: hidráulicos, pneumáticos e eletromagnéticos.

- a) Hidráulicos: Uma bomba é utilizada para fornecer o óleo hidráulico para o atuador hidráulico através das válvulas direcionais, que gerenciam a direção do deslocamento do fluido nos atuadores, a partir de sinais gerados de uma unidade de comando. O custo das válvulas direcionais de alto desempenho é elevado, sendo uma desvantagem para esse tipo de atuador. São vantajosos pois permitem a implementação de controle contínuo e acurado de posicionamento e velocidade devido a incompressibilidade do fluido, resultando numa elevada rigidez. Além disso, possuem elevada relação entre a potência mecânica transmitida pelo atuador e o seu peso, comparados aos outros tipos de atuadores, o que possibilita a construção de unidades compactas [Romano, 2002].
- b) Pneumáticos: Utiliza-se um compressor para fornecer o ar comprimido ao atuador pneumático através das válvulas direcionais. Para um correto funcionamento dos atuadores, convém a instalação de unidades de preparação (filtro, dreno, regulador de pressão com manômetro, etc.) no circuito de ar comprimido antes da entrada deste nas válvulas direcionais. A baixa rigidez destes atuadores devido à compressibilidade do fluido (ar comprimido), permite que sejam obtidas operações suaves, porém esta característica o torna pouco preciso quanto ao controle de posicionamento entre as posições limites. São utilizados em robôs industriais que operam com movimentação de cargas entre posições bem definidas limitadas por batentes mecânicos, o que caracteriza o movimento ponto-a-ponto. A natureza binária do movimento destes atuadores

(posição estendida ou retraída) implica em um controle simples e de baixo custo [Romano, 2002]. Uma outra vantagem desse tipo de atuador é atuação junto a trabalhadores devido a sua força baixa e elevada flexibilidade, além de serem utilizados em ambientes que exigem elevada higienização.

- c) Eletromagnéticos: O fornecimento primário é a energia elétrica disponível no sistema de distribuição elétrica. Têm grande variedade de fabricantes disponíveis no mercado. Os motores elétricos quando associados a sensores podem ser empregados tanto para o controle de força quanto de posição do robô. Há facilidade de se programar seus movimentos, já que estes podem ser controlados por sinais elétricos, permitindo desta forma a utilização de controladores de movimento [Romano, 2002]. Os atuadores eletromagnéticos são os mais utilizados em robôs, principalmente aqueles movimentados por motores do tipo de passo e motores de corrente contínua, que são descritos a seguir.
- i. Os motores de passo: podem funcionar em controle de malha aberta em posição e velocidade e são facilmente interligados a unidades de comando de baixo custo, porém a curva de torque decresce com o aumento da velocidade e em baixas velocidades podem gerar vibrações mecânicas. São mais empregados na movimentação de garras.
 - ii. Os motores de corrente contínua (CC): são compactos e geralmente o valor de torque mantém-se numa faixa constante para grandes variações de velocidade, porém necessitam de sensores de posição angular (encoder) e de velocidade (tacômetro) para o controle de posicionamento em malha fechada (servocontrole). Como em qualquer máquina elétrica, é possível projetar um motor CC para qualquer tensão de alimentação desejada, mas, por várias razões, é incomum encontrar tensões nominais inferiores a cerca de 6 volts ou muito superiores a 700 volts. A máxima eficiência mecânica destes motores normalmente ocorre a velocidades elevadas, portanto é comum o uso de redutores de velocidade para se obter a redução de velocidade e consequentemente o aumento de torque necessários à transmissão de potência mecânica ao elemento movido. Os motores CC podem ser de ímã permanente (ou com escovas) ou sem escovas. O funcionamento dos dois tipos de motores são essencialmente o mesmo, a diferença está na construção. Escovas dentro de motores elétricos são usadas para fornecer corrente aos enrolamentos do motor através dos contatos do comutador. Motores sem escova não têm nenhum desses comutadores de transporte. O campo dentro de um motor sem escova é trocado através de um

amplificador desencadeado por um dispositivo de comutação, como um codificador óptico. Os enrolamentos estão no rotor (parte rotativa do motor, chamado também de armadura) para motores de escova e no estator (parte estacionária do motor) para motores sem escova.

2.6 Estratégias de controle

Várias técnicas podem ser empregadas para controlar um manipulador. A técnica utilizada, bem como a forma como é implementada, pode ter uma influência significativa no desempenho do manipulador e, conseqüentemente, na possível gama de aplicações [Siciliano et al., 2009].

Robôs paralelos são sistemas altamente acoplados e altamente não lineares devido sua cadeia cinemática fechada. Estratégias de controle muito conhecidas na robótica são as do controle Proporcional Derivativo (PD), Proporcional Integrativo (PI) o Proporcional Integral Derivativo (PID), Figura 2.10. Essas estratégias de controle, PD, PI e PID, são enquadradas na categoria chamada de sistema de controle linear. Controles lineares são normalmente implementados, e tem bom desempenho, em sistemas lineares. Contudo, sabe-se que a grande maioria dos robôs são formados por sistemas não lineares e um esquema de controle linear não tem o mesmo desempenho que um esquema de controle do tipo não linear. Não é possível analisar e prever a performance exata de controles lineares em sistemas não lineares como um robô. Em muitas situações o controlador deve configurado experimentalmente e requer experiências e *know-how* para o ajuste de seus parâmetros. No entanto, por causa de sua simplicidade e facilidade, aplicabilidade e facilidade de uso, um controle PD (PI ou PID) funciona razoavelmente bem em alguns sistemas não lineares e é por isso usado na maioria dos robôs industriais [Ghosal, 2006, Tripathi et al., 2015].

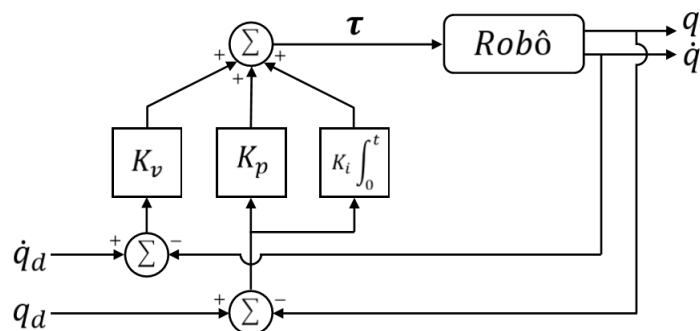


Figura 2.10 - Diagrama de blocos de um controle do tipo PID.

No controle de robôs paralelos com graus de liberdade limitados utilizando estratégia de controle para sistemas lineares. Pfreundschuh et al., 1991, apresenta controle PD para um mecanismo do tipo 3-RPS com atuadores pneumáticos. O estudo mostra que as não-linearidades do sistema e cargas inerciais contribuem para a instabilidade com esse tipo de controle, sendo assim, existe apenas uma faixa entre valores altos e baixos de ganhos em que o sistema se torna estável.

Yang et al., 2008, apresenta um controle PID com compensação da gravidade para uma plataforma de Stewart acionado por atuadores hidráulicos. O autor, através de simulações computacionais, mostra que é possível eliminar o erro estacionário para o robô estudado.

Ibrahim et al., 2012, apresenta um projeto de um manipulador paralelo para cirurgia laparoscópica, utilizando um mecanismo de 4 graus de liberdade. A estratégia de controle utilizada se baseou no uso de um controle PI para controlar a trajetória de cada junta prismática de forma independente. As simulações por computador e o projeto do sistema de controle confirmaram a viabilidade do uso do mecanismo escolhido.

Os sistemas de controle convencionais, como o PD, PI e PID, citados anteriormente, sofrem de problemas transientes e estacionários, como sobrepico, tempo de estabilização e tempo de subida [Tripathi et al., 2015]. Esquemas de controle não lineares tem vantagem em desempenho sobre aqueles lineares quando se trata de controlar um robô. Um esquema de controle que pode ser utilizado é aquele que estima o modelo do robô com intuito de cancelar as não linearidades e, em um caso ideal, reduzir as equações não lineares a um conjunto de equações lineares desacopladas [Ghosal, 2006]. Esse esquema de controle é também conhecido como Torque Computado, Figura 2.11.

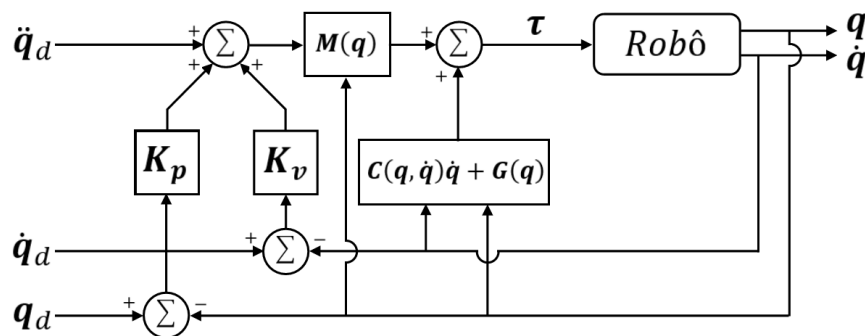


Figura 2.11 - Diagrama de blocos de um controle por Torque Computado.

Yahyapour et al., 2014, aplica a estratégia do torque computado para o robô chamado Agile Eye. Os autores obtêm bons resultados no controle da trajetória para esse mecanismo,

utilizando os softwares ADAMS e MATLAB para a realização das simulações computacionais e obtenção dos resultados.

Hao et al., 2015, apresenta um controle por torque computado para um robô DELTA modificado. Com a ajuda do protótipo virtual construído no software ADAMS e utilizado no software MATLAB, a simulação computacional realizada mostra que os resultados validam o desempenho do controlador proposto obtendo erros próximos a zero em relação a trajetória desejada.

Garcia, 2015, apresenta o estudo de uma plataforma de Stewart acionada hidraulicamente para simulação de movimentos de navios. Posteriormente Valente, 2016, apresenta um estudo de plataforma de Stewart para compensação do movimento de navios. Ambos trabalhos fazem uso da estratégia de controle do tipo torque computado. Os autores fizeram uso do software MATLAB/Simulink para simulações computacionais e obtenção de resultados.

Outras estratégias de controle para robôs paralelos também podem ser encontradas em Kung et al., 2000, que apresenta um controle adaptativo baseado em lógica fuzzy para um manipulador de três graus de liberdade. O esquema PID de ajuste automático proposto é uma abordagem adaptativa capaz de auto-ajustar os ganhos do controlador para satisfazer condições operacionais.

Honegger et al., 2000, apresenta em seu artigo a implementação de um controlador de manipulador não-linear baseado em modelo com algoritmos adaptativos em um sistema operacional de nova geração em tempo real chamado XOberon.

Sirouspor e Salcudean, 2001, utiliza uma metodologia de design de back-step para propor uma solução não-linear de um controlador que considera o modelo dinâmico completo do manipulador acionado hidraulicamente. As incertezas paramétricas na dinâmica são compensadas pela introdução de leis de adaptação para o corpo rígido e os parâmetros hidráulicos.

Su et al., 2004, apresenta a aplicação de algoritmo derivado integral não linear no espaço de junta para realizar o controle de trajetória com alta precisão de um manipulador paralelo de seis graus de liberdade do tipo plataforma de Stewart. Ao usar uma combinação não linear de ação proporcional, integral e derivativa no erro de controle, a alta precisão de trajetória pôde ser garantida.

Tao et al., 2016, propõe uma estratégia de controle do tipo adaptativo robusto integrado com estimativa de zona morta em tempo real para os atuadores pneumáticos. Este controlador

fornece controle de trajetória para mecanismos paralelos do tipo 3-RPS com acionamento pneumático.

Chaudhary e Ohri, 2016, apresenta um controle PID adaptativo para um robô paralelo de 3 graus de liberdade chamado de Manipulador Maryland. O diferencial nesse estudo é que os ganhos do controlador são estimados via algoritmos genéticos. Os resultados do autor mostram que é possível atingir bom desempenho de trajetória com a metodologia adotada no estudo.

3 ANÁLISE CINEMÁTICA E DINÂMICA DO MANIPULADOR

O campo da robótica se originou com manipuladores em série e por um longo tempo eram o único tipo de manipuladores existentes. As técnicas de análise cinemática e dinâmica de manipuladores de robôs foram desenvolvidas especificamente para essa classe de manipuladores e muitas vezes não são apropriadas para a análise de manipuladores paralelos em geral, no sentido de que, aplicados a manipuladores paralelos, eles tendem a abordar os problemas de forma indireta e aumentar a complexidade computacional. Assim, para a análise cinemática e dinâmica de manipuladores paralelos, novas perspectivas e métodos podem ter que ser empregados, mantendo em vista suas características distintivas em comparação com manipuladores de série [Dasgupta e Mruthyunjaya, 2000].

Neste capítulo são tratadas a cinemática inversa e direta e a dinâmica inversa e direta do mecanismo 3-RPS.

3.1 Cinemática inversa

O robô consiste em uma plataforma móvel $B_1B_2B_3$, uma base $A_1A_2A_3$ e três ligações extensíveis, A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3 de comprimentos d_1, d_2, d_3 , respectivamente, Figura 3.1. A plataforma móvel está conectada a três articulações extensíveis (juntas prismáticas) através de três juntas esféricas nos pontos B_1, B_2 e B_3 , que são igualmente espaçadas por 120 graus em um raio h do centro de massa P da plataforma móvel. As pernas estão ligadas à base através de três juntas rotacionais nos pontos A_1, A_2 e A_3 a uma distância g do centro O da plataforma base, também igualmente espaçadas em 120 graus, sendo $g \geq h$. Dois sistemas de coordenadas $A(X, Y, Z)$ e $B(x, y, z)$ estão anexados à plataforma fixa e plataforma móvel, respectivamente, em que a origem P coincide com o centro de massa da plataforma móvel, o eixo x é ao longo de $\overline{PB_1}$, os pontos A_1, A_2 e A_3 estão no plano XY e o vetor $\overline{OA_1}$ coincide com o eixo X .

Os pontos A_1, A_2 e A_3 , em relação ao sistema de coordenadas de base, $A(X, Y, Z)$, possuem os seguintes vetores de posição:

$$\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}g \\ \frac{\sqrt{3}}{2}g \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}g \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}g \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

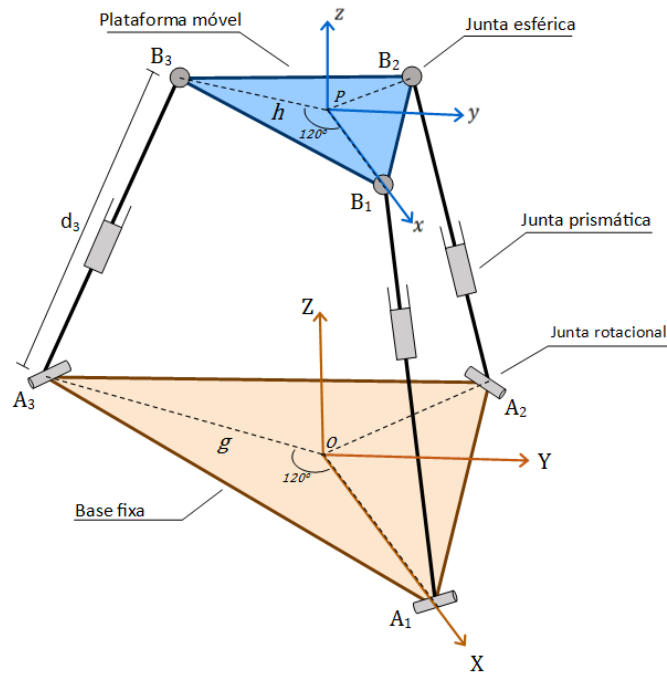


Figura 3.1 - Mecanismo 3-RPS.

Da mesma forma, os vetores de posição das juntas esféricas B_1 , B_2 e B_3 em relação ao sistema de coordenada da plataforma, $B(x, y, z)$, móvel são:

$${}^B \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} h \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad {}^B \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}h \\ \frac{\sqrt{3}}{2}h \\ 0 \end{bmatrix}, \quad {}^B \mathbf{b}_3 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}h \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}h \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Na Equação 3.2 o sobrescrito B a esquerda dos vetores indica que ele é descrito em relação ao sistema de coordenada $B(x, y, z)$.

A posição global do centro de gravidade da plataforma móvel, ou seja, a posição do sistema de coordenada da plataforma móvel, $B(x, y, z)$, em relação a base fixa, sistema de coordenadas $A(X, Y, Z)$, é dada por:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Assim, a posição das juntas esféricas em relação ao sistema de coordenada da base fixa e é expressa como:

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{p} + {}^A \mathbf{R}^B \mathbf{b}_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.4)$$

onde, ${}^A_B\mathbf{R}$ é uma matriz de rotação de dimensão $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ da plataforma móvel para a base, que tem a forma:

$${}^A_B\mathbf{R} = \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x \\ u_y & v_y & w_y \\ u_z & v_z & w_z \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

O sobrescrito A e o subscrito B a esquerda indicam que a matriz descreve a transformação de rotação do sistema $B(x, y, z)$ para o $A(X, Y, Z)$.

Os elementos da matriz rotacional são os cossenos diretores dos eixos x, y e z em relação o sistema de coordenada $A(X, Y, Z)$. Pode-se ainda escrever os vetores direcionais da seguinte maneira, Equação 3.63.6:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Uma vez que os vetores unitários \mathbf{u}, \mathbf{v} e \mathbf{w} formam um conjunto ortonormal, existem seis equações nos nove elementos mencionados na Equação 3.6:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{w} = 1 \quad (3.7)$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{w} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{w} = 0 \quad (3.8)$$

Pode-se definir também que:

$${}^A_B\mathbf{R}^B \mathbf{b}_i = \mathbf{b}_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.9)$$

O vetor \mathbf{b}_i no lado direito da Equação 3.9 é descrito em função do sistema de coordenadas globais, ou seja, em relação ao sistema de coordenada $A(X, Y, Z)$.

Substituindo Equações 3.2, 3.3 e 3.5 na Equação 3.4, obtém-se uma equação para os vetores de posição dos pontos B_1, B_2 e B_3 em relação ao sistema de coordenada $A(X, Y, Z)$, Equação 3.12.

$$\mathbf{q}_1 = \begin{bmatrix} p_x + hu_x \\ p_y + hu_y \\ p_z + hu_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}_2 = \begin{bmatrix} p_x - \frac{1}{2}hu_x + \frac{\sqrt{3}}{2}hv_x \\ p_y - \frac{1}{2}hu_y + \frac{\sqrt{3}}{2}hv_y \\ p_z - \frac{1}{2}hu_z + \frac{\sqrt{3}}{2}hv_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}_3 = \begin{bmatrix} p_x - \frac{1}{2}hu_x - \frac{\sqrt{3}}{2}hv_x \\ p_y - \frac{1}{2}hu_y - \frac{\sqrt{3}}{2}hv_y \\ p_z - \frac{1}{2}hu_z - \frac{\sqrt{3}}{2}hv_z \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

A título de exemplo, a Figura 3.2 mostra os vetores $\mathbf{a}_3, \mathbf{p}, \mathbf{b}_3$ e \mathbf{q}_3 , além do triângulo representando a soma vetorial da Equação 3.5.

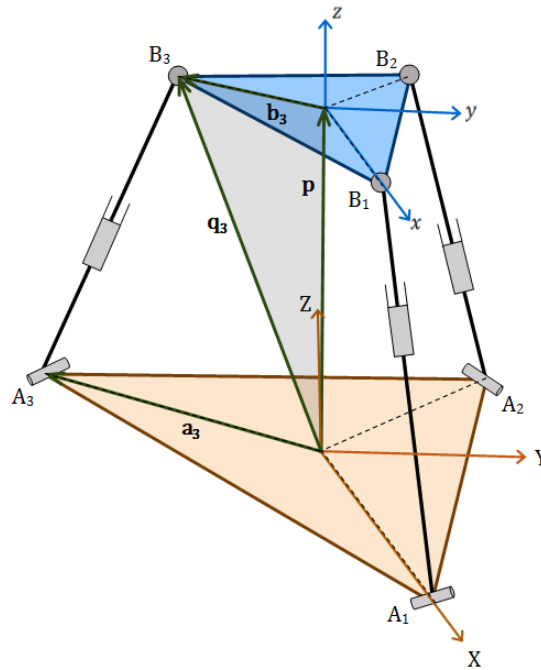


Figura 3.2 - Vetores correspondentes ao ponto 3 do mecanismo.

As juntas rotacionais \mathbf{j}_1 , \mathbf{j}_2 e \mathbf{j}_3 são dispostas de maneira tal que seu eixo de rotação fica perpendicular aos seus respectivos vetores \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 e \mathbf{a}_3 , Figura 3.3. Sendo assim,

$$\mathbf{j}_i \perp \overline{OA_i} \text{ (ou } \mathbf{a}_i), \quad i = 1,2,3 \quad (3.11)$$

onde, \mathbf{j}_i é o vetor unitário na direção da junta rotacional dado por:

$$\mathbf{j}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{j}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{j}_3 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Essa configuração impõe uma restrição de movimentação às juntas esféricas, tal restrição faz com que os pontos B_1 , B_2 e B_3 se posicionem no plano $X - Y$ sempre sobre as linhas de seus respectivos vetores \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 e \mathbf{a}_3 .

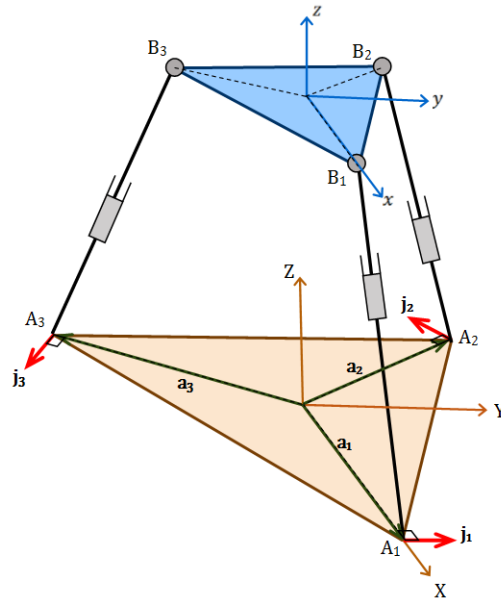


Figura 3.3 - Posicionamento dos vetores \mathbf{j}_1 , \mathbf{j}_2 e \mathbf{j}_3 .

Com isso é possível reescrever os elementos y de cada vetor \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 e \mathbf{q}_3 , referente as posições globais das juntas esféricas, em função da posição x de sua respectiva junta, ou seja:

$$q_{1y} = 0, \quad q_{2y} = -\sqrt{3}q_{2x}, \quad q_{3y} = \sqrt{3}q_{3x} \quad (3.13)$$

onde, q_{1y} é o elemento de y do vetor \mathbf{q}_1 , q_{2y} e q_{2x} os elementos de y e x respectivamente do vetor \mathbf{q}_2 e q_{3y} e q_{3x} , os elementos de y e x respectivamente do vetor \mathbf{q}_3 .

Substituindo os valores da Equação 3.13 na Equação 3.12, tem-se:

$$p_y + hu_y = 0 \quad (3.14)$$

$$p_y - \frac{1}{2}hu_y + \frac{\sqrt{3}}{2}hv_y = -\sqrt{3}\left(p_x - \frac{1}{2}hu_x + \frac{\sqrt{3}}{2}hv_x\right) \quad (3.15)$$

$$p_y - \frac{1}{2}hu_y - \frac{\sqrt{3}}{2}hv_y = \sqrt{3}\left(p_x - \frac{1}{2}hu_x - \frac{\sqrt{3}}{2}hv_x\right) \quad (3.16)$$

Realizando soma e subtração nas Equações 3.15 e 3.16 e rearranjando a Equação 3.14 é possível simplificar as equações como segue:

$$p_y = -hu_y \quad (3.17)$$

$$u_y = v_x \quad (3.18)$$

$$p_x = \frac{1}{2}h(u_x - v_y) \quad (3.19)$$

Como a Equação 3.18 impõe uma restrição de orientação além da descrita nas Equações 3.7 e 3.8, apenas dois dos nove cossenos diretores são independentes. Além disso, as Equações 3.17 e 3.19 relacionam x e y com os cossenos diretores. Em vista disso, o manipulador tem apenas dois graus de liberdade de orientação e um grau de liberdade em posição cartesiana.

Uma forma mais simples para descrever totalmente a posição e orientação do manipulador é obtida expressando os cossenos diretores em termos de Ângulos $Z - Y - Z$ de Euler (γ, β, α) ,

$$\mathbf{R}_{ZYZ}(\gamma, \beta, \alpha) = \begin{bmatrix} cac\beta c\gamma - sas\gamma & -cac\beta s\gamma - sac\gamma & cas\beta \\ sac\beta c\gamma + cas\gamma & -sac\beta s\gamma + cac\gamma & sas\beta \\ -s\beta c\gamma & s\beta s\gamma & c\beta \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

onde, $c\alpha = \cos(\alpha)$, $c\beta = \cos(\beta)$, $c\gamma = \cos(\gamma)$, $s\alpha = \sin(\alpha)$, $s\beta = \sin(\beta)$ e $s\gamma = \sin(\gamma)$.

Substituindo os elementos correspondentes da matriz rotacional da Equação 3.23 nas Equações 3.17, 3.18 e 3.19, e realizando algumas operações algébricas, tem-se:

$$\gamma = -\alpha \quad (3.21)$$

$$p_y = \frac{1}{2}h(1 - c\beta)c2\alpha \quad (3.22)$$

$$p_x = -\frac{1}{2}h(1 - c\beta)s2\alpha \quad (3.23)$$

onde, $c2\alpha = \cos(2\alpha)$, e $s2\alpha = \sin(2\alpha)$.

A partir das condições de restrição, três parâmetros podem ser livremente escolhidos para o mecanismo 3-RPS, contudo:

- a) p_z é a única variável completamente independente e sua escolha é independente dos outros cinco parâmetros de pose (p_x , p_y , α , β e γ), conseqüentemente, p_z deve ser um dos parâmetros independentes;

- b) As outras duas variáveis independentes podem ser livremente escolhidas a partir das outras cinco (p_x , p_y , α , β e γ);
- c) Apesar do mecanismo ter três graus de liberdade, os três ângulos de Euler não podem ser selecionados livremente simultaneamente;
- d) Para uma dada coordenada (p_x , p_y), há um par de ângulos de Euler (α , β) e (α , $-\beta$) na ordem $Z - Y - Z$;
- e) As posições cartesianas p_x e p_y normalizadas por h podem ser expressas graficamente em funções de α e β , Figura 3.4. Portanto, é conveniente selecionar como variáveis independentes α , β e p_z e as dependentes γ , p_y e p_x .

Após a obtenção das variáveis dependentes é possível calcular os vetores referentes às pernas ($A_i B_i$) a partir da Equação 3.24:

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{q}_i - \mathbf{a}_i, \quad i = 1,2,3 \quad (3.24)$$

O tamanho das pernas para uma dada posição e orientação escolhida pode ser calculada a partir do módulo do vetor referente a perna, Equação 3.25.

$$d_i = |\mathbf{d}_i|, \quad i = 1,2,3 \quad (3.25)$$

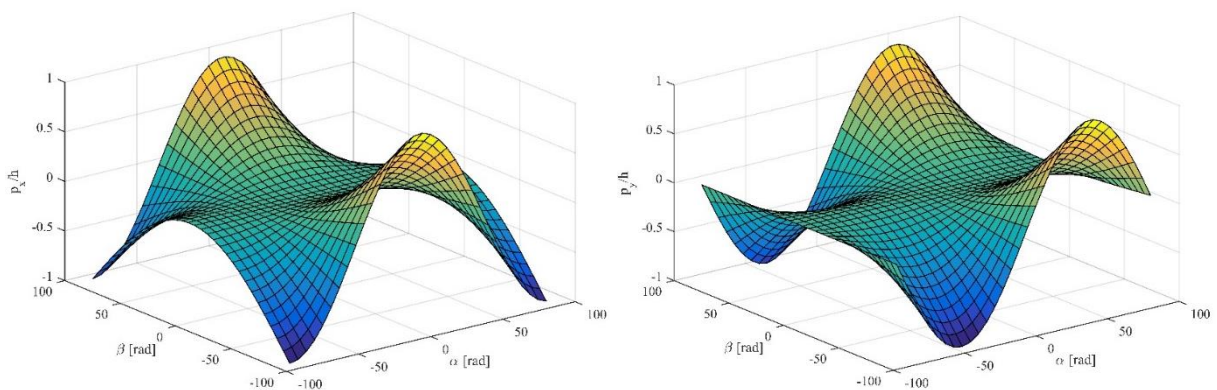


Figura 3.4 - Valores de p_x e p_y normalizados em função de α e β .

3.2 Cinemática direta

Na análise dinâmica do manipulador, tanto a cinemática inversa e a cinemática direta, que transforma o espaço de junta no, são necessárias. A cinemática direta para o mecanismo 3-

RPS envolve a resolução de um sistema de equações para o cálculo da posição e orientação em termos do comprimento das pernas dado [Ghosal, 2006].

Inicia-se a análise da cinemática direta definindo os ângulos ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 que são os ângulos entre a plataforma fixa e as pernas d_1 , d_2 , d_3 , respectivamente, Figura 3.5.

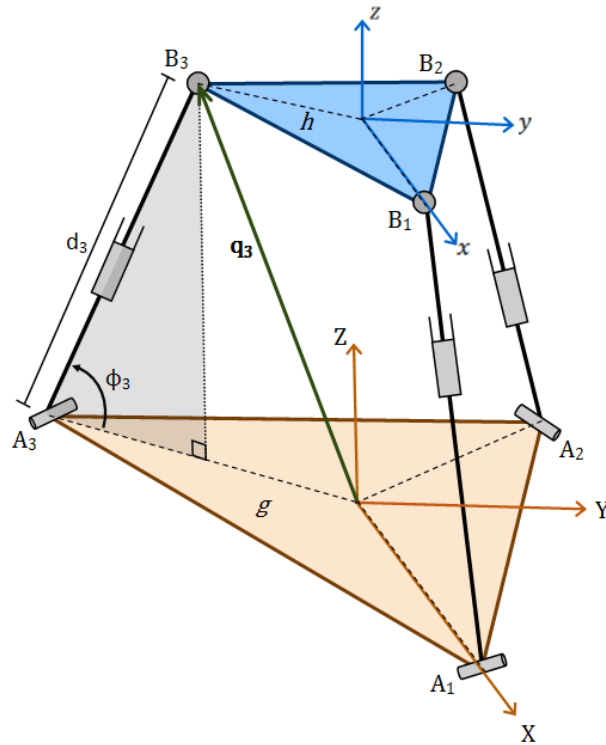


Figura 3.5 - Posição do ponto B_3 pela cinemática direta.

Assim, pode-se escrever os vetores posição das juntas esféricas em relação ao centro da base da seguinte forma:

$$\mathbf{q}_1 = \begin{bmatrix} g - d_1 \cos(\phi_1) \\ 0 \\ d_1 \sin(\phi_1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(g - d_2 \cos(\phi_2)) \\ \frac{\sqrt{3}}{2}(g - d_2 \cos(\phi_2)) \\ d_2 \sin(\phi_2) \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

$$\mathbf{q}_3 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(g - d_3 \cos(\phi_3)) \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}(g - d_3 \cos(\phi_3)) \\ d_3 \sin(\phi_3) \end{bmatrix}$$

sendo, $\phi_1 \in [0, \pi]$, $\phi_2 \in [0, \pi]$, $\phi_3 \in [0, \pi]$ para $h \leq g$.

Além disso, devido à restrição geométrica imposta pela plataforma móvel, a distância entre duas juntas esféricas adjacentes é sempre de $\sqrt{3}h$ (dimensão da lateral do triângulo equilátero que representa a plataforma móvel). Assim, é possível definir três equações de restrição para o mecanismo:

$$\begin{aligned} |\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2| &= \sqrt{3}h \\ |\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3| &= \sqrt{3}h \\ |\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_1| &= \sqrt{3}h \end{aligned} \quad (3.27)$$

Substituindo os valores da Equação 3.26 na Equação 3.27 e resolvendo, obtêm-se um conjunto de três equações f_1 , f_2 e f_3 :

$$\begin{aligned} f_1 &= d_1^2 + d_2^2 + 3g^2 - 3h^2 + d_1d_2 \cos(\phi_1) \cos(\phi_2) \\ &\quad - 2d_1d_2 \sin(\phi_1) \sin(\phi_2) - 3gd_1 \cos(\phi_1) - 3gd_2 \cos(\phi_2) \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} f_2 &= d_2^2 + d_3^2 + 3g^2 - 3h^2 + d_2d_3 \cos(\phi_2) \cos(\phi_3) \\ &\quad - 2d_2d_3 \sin(\phi_2) \sin(\phi_3) - 3gd_2 \cos(\phi_2) - 3gd_3 \cos(\phi_3) \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} f_3 &= d_3^2 + d_1^2 + 3g^2 - 3h^2 + d_3d_1 \cos(\phi_3) \cos(\phi_1) \\ &\quad - 2d_3d_1 \sin(\phi_3) \sin(\phi_1) - 3gd_3 \cos(\phi_3) - 3gd_1 \cos(\phi_1) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Para resolução do sistema faz-se:

$$\begin{cases} f_1 = 0 \\ f_2 = 0 \\ f_3 = 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

É possível também definir a posição do ponto central da plataforma móvel em relação à base fixa como a média aritmética das posições \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 e \mathbf{q}_3 , das juntas esféricas:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \frac{1}{3}(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3) \quad (3.32)$$

A maior dificuldade nesse ponto é que o sistema equações, Equação 3.34, possui mais que uma solução. Esse sistema de equações gera 8 resultados distintos (considerando ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 maior que zero e menor que 180° , como mencionado anteriormente) para um dado conjunto de valores das pernas, d_1 , d_2 e d_3 , sendo apenas um deles o correto para o robô [Tsai, 1999, Lukanin, 2005 e Ghosal, 2006]. Além disso, Lukanin, 2005, apresenta um método numérico para o cálculo da posição correta do robô que será aplicada de forma similar nesse trabalho. Em aplicações práticas esse cálculo é simplificado restringindo os valores físicos possíveis de ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 , que o robô pode atingir devido a restrições de projeto nas juntas prismáticas (posição mínima e máxima dos atuadores) e esféricas (ângulos máximos possíveis). A título de exemplo, a Figura 3.6, Figura 3.7 e Figura 3.8 mostram as oito posições encontradas para valores de pernas dados de um mecanismo 3-RPS genérico.

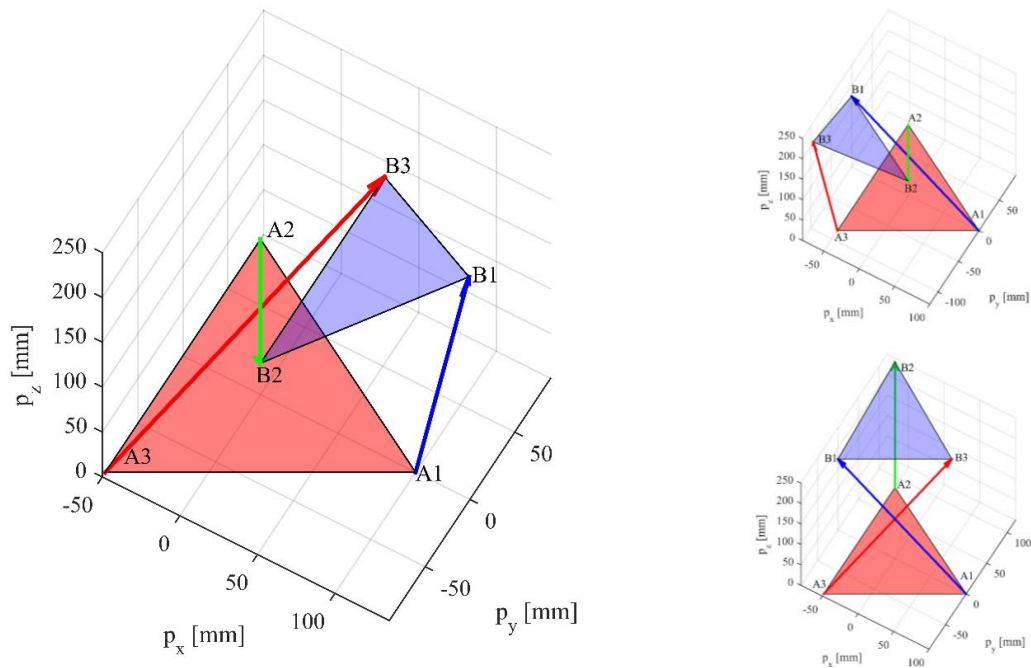


Figura 3.6 - Primeiro conjunto de posições análogas.

A Figura 3.6 mostra um conjunto de três poses análogas. Nessas posições sempre duas pernas se cruzam formando um “X”, enquanto a terceira perna permanece em uma posição

próxima a posição correta. A Figura 3.7 mostra o segundo conjunto de posições análogas. Nesse caso uma das pernas ultrapassa a linha das pernas subsequentes fazendo com que a plataforma vire de ponta-cabeça.

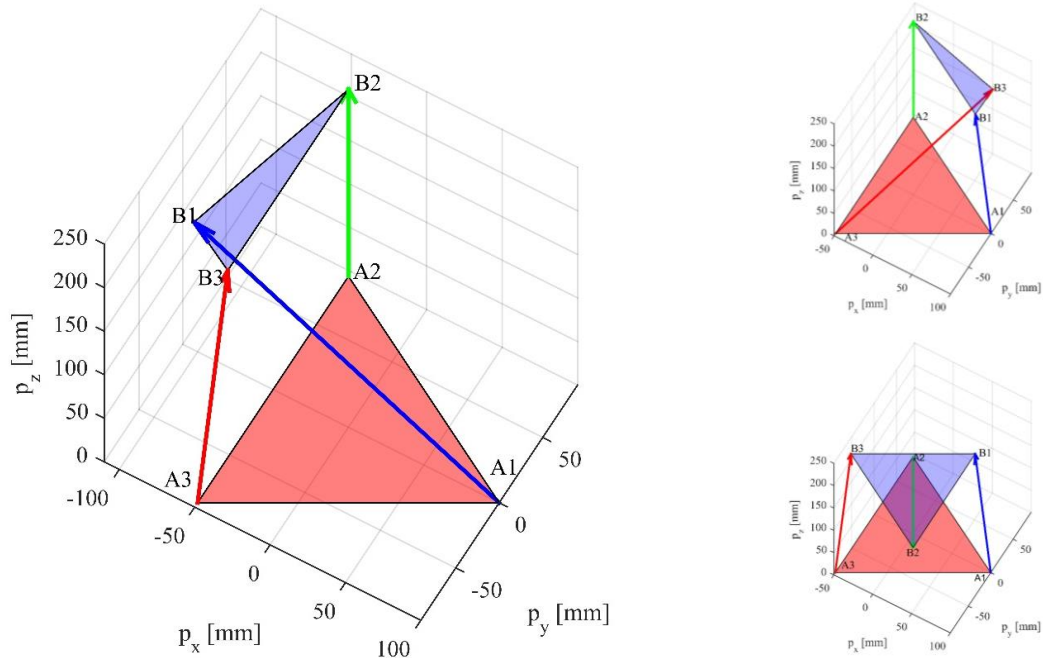


Figura 3.7 - Segundo conjunto de posições análogas.

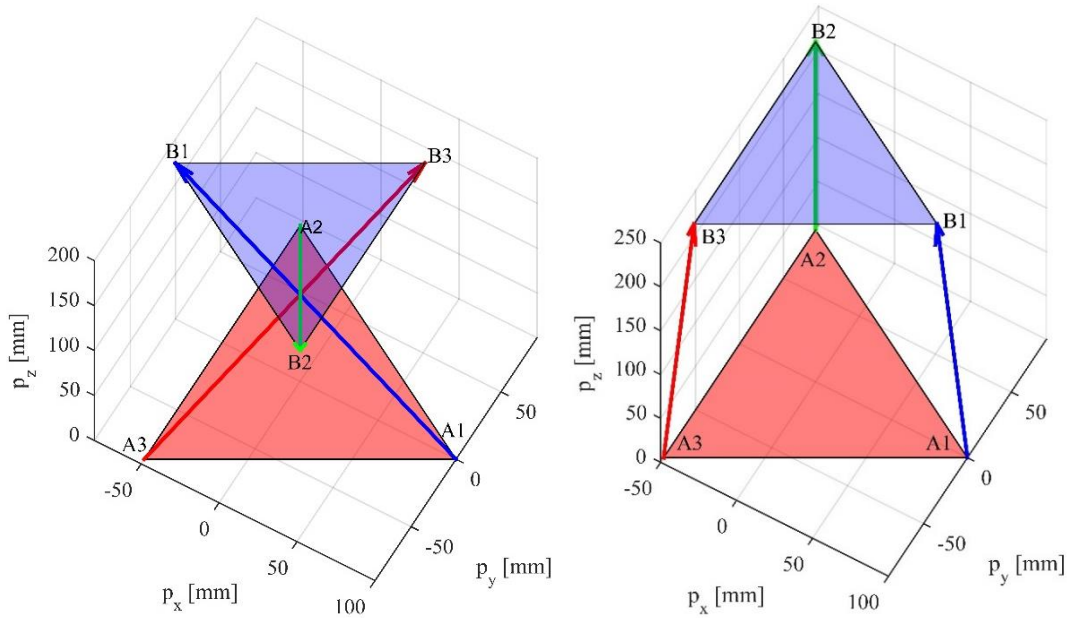


Figura 3.8 - Últimas duas posições obtidas da cinemática direta.

A Figura 3.8 mostra as duas últimas poses possíveis. Na posição, a esquerda, todas as três pernas se cruzam em um único ponto. Por fim, a posição à direita é a correta para os valores de pernas dados para o mecanismo.

Com a posição das juntas esféricas e do centroide da plataforma móvel para um dado conjunto de valores para d_1 , d_2 , d_3 é possível calcular a orientação da plataforma. A partir dos vetores \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 e \mathbf{q}_3 definidos na Equação 3.12 da cinemática inversa e Equação 3.26 da cinemática direta, a orientação da plataforma móvel pode ser expressa utilizando os cossenos diretores:

$$u_x = \frac{(q_{1x} - p_x)}{h}$$

$$u_y = \frac{(q_{1y} - p_y)}{h}$$

$$u_z = \frac{(q_{1z} - p_z)}{h}$$

$$v_x = u_y$$

$$v_y = \frac{\sqrt{3}(g - d_2 \cos(\phi_2)) - 3p_y}{\sqrt{3}h} \quad (3.33)$$

$$v_z = \frac{2d_2 \sin(\phi_2) + d_1 \sin(\phi_1) - 3p_z}{\sqrt{3}h}$$

$$w_x = u_y v_z - v_y u_z$$

$$w_y = -u_x v_z + v_x u_z$$

$$w_z = u_x v_y - u_y v_x$$

Com os cossenos diretores calculados, os ângulos de Euler da orientação da plataforma também podem ser definidos utilizando a Equação 3.23.

3.3 Jacobiano: velocidades lineares e angulares

Noções de velocidade linear e angular de um corpo rígido são usadas para a análise do movimento de um manipulador. O estudo de velocidades leva a uma matriz chamada de Jacobiano (ou matriz Jacobiana). A análise de velocidades inicia-se definindo um vetor correspondente as variáveis de junta (ou coordenadas generalizadas) e as velocidades de juntas, que são formadas pela derivada temporal do vetor de coordenadas generalizadas.

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \\ \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

onde, $\dot{d}_1, \dot{d}_2, \dot{d}_3, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2$ e $\dot{\phi}_3$ são as derivadas temporais das variáveis de juntas.

Para o cálculo do Jacobiano pode-se dividi-lo em uma matriz jacobiana referente as velocidades lineares e uma segunda matriz jacobiana referente as velocidades angulares. Derivando temporalmente o vetor posição da plataforma móvel tem-se:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \\ \dot{p}_z \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{p}} = \frac{1}{3}(\dot{\mathbf{q}}_1 + \dot{\mathbf{q}}_2 + \dot{\mathbf{q}}_3) \quad (3.35)$$

sendo, \mathbf{V} o vetor de velocidades lineares no espaço cartesiano.

Resolvendo a Equação 3.36, separando os termos de velocidade, é possível obter a matriz jacobiana referente as velocidades lineares:

$$\mathbf{V} = \mathbf{J}_v(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (3.36)$$

onde, $\mathbf{J}_v(\mathbf{q})$ é a matriz jacobiana referente as velocidades lineares de dimensão $\mathbb{R}^{3 \times 6}$.

Diferentemente da velocidade linear, a velocidade angular não pode ser obtida diretamente a partir da derivada temporal da orientação da plataforma. Para obter-se a velocidade angular de um corpo rígido recai-se sobre algumas propriedades da matriz de rotação. Como é mostrado em Ghosal, 2006 e Craig, 2012, pode-se escrever a seguinte propriedade:

$${}^A\mathbf{R}_B^A \mathbf{R}^T = \mathbf{I} \quad (3.37)$$

onde, \mathbf{I} é uma matriz identidade de dimensão $\mathbb{R}^{3 \times 3}$.

A Equação 3.37 acima é válida para qualquer tempo t , diferenciando em respeito ao tempo, tem-se:

$${}^A\dot{\mathbf{R}}_B^A \mathbf{R}^T + {}^A\mathbf{R}_B^A \dot{\mathbf{R}}^T = 0 \quad (3.38)$$

onde a derivada da matriz rotacional (${}^A\dot{\mathbf{R}}_B^A$) implica na derivada temporal de todos os componentes da matriz. A Equação 3.38 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$${}^A\dot{\mathbf{R}}_B^A \mathbf{R}^T + ({}^A\dot{\mathbf{R}}_B^A \mathbf{R}^T)^T = 0 \quad (3.39)$$

A partir disso, define-se:

$$\mathbf{S} = {}^A\dot{\mathbf{R}}_B^A \mathbf{R}^T \quad (3.40)$$

Substituindo a Equação 3.41 na Equação 3.39 tem-se:

$$\mathbf{S} + \mathbf{S}^T = 0 \quad (3.41)$$

Como demonstrado em Craig, 2012, sabe-se que \mathbf{S} é uma matriz antissimétrica. A partir disso, pode-se atribuir elementos à matriz antissimétrica como segue:

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\Omega}) = {}^A\dot{\mathbf{R}}_B^A \mathbf{R}^T = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

onde, Ω_x , Ω_y e Ω_z são definidas como as velocidades angulares da plataforma móvel.

Assim, o vetor de velocidades angulares é escrito a partir dos termos da matriz antissimétrica $\mathbf{S}(\boldsymbol{\Omega})$ da seguinte maneira:

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Resolvendo a Equação 3.45, é possível definir o vetor velocidade angular como:

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \mathbf{J}_\omega(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.44)$$

onde, $\mathbf{J}_\omega(\mathbf{q})$ é a matriz jacobiana referente as velocidades angulares de dimensão $\mathbb{R}^{3 \times 6}$.

O vetor de velocidade angular obtido a partir de ${}^A_B \dot{\mathbf{R}}_B^A \mathbf{R}^T$ é chamado de invariante direito, pois o cálculo iniciou-se com a identidade mostrada na Equação 3.37. O vetor de velocidade obtido dessa maneira é também chamado de velocidade angular fixa no espaço [Ghosal, 2006 e Craig, 2012]. Finalmente pode-se escrever o Jacobiano completo unindo as duas matrizes jacobianas calculadas anteriormente:

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_\omega(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

onde, $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ é o Jacobiano formado por uma matriz de dimensão $\mathbb{R}^{6 \times 6}$.

É de se notar que o Jacobiano é função apenas das variáveis de junta, isso porque tanto a posição quanto a orientação são calculadas a partir das equações obtidas na cinemática direta. A partir do Jacobiano escreve-se as velocidades no espaço cartesiano em função das velocidades de junta. Assim, define-se a velocidade no espaço cartesiano pela Equação 3.46:

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (3.46)$$

3.4 Posições singulares

A maioria dos robôs tem valores de junta, \mathbf{q} , para os quais a matriz Jacobiana torna-se singular. Esses locais são chamados de singularidades do mecanismo. Craig, 2012, classifica as singularidades dos robôs em dois grupos:

- 1) Singularidades no limite do espaço de trabalho: ocorrem quando o manipulador está totalmente estendido ou recuado de forma que a ferramenta está no limite do espaço de trabalho ou muito próximo dele.
- 2) Singularidade no interior do espaço de trabalho: ocorrem longe do limite do espaço de trabalho e em geral são causadas pelo alinhamento de dois ou mais eixos de juntas.

O estudo de configurações singulares em robôs paralelos é necessário para questões de controle, onde a pose do efector não é mais controlável, além de questões de segurança, quando os elementos do robô podem estar submetidos a grandes forças, causando um colapso do robô [Merlet, 2006].

O objetivo desta seção é apresentar algumas posições singulares críticas que são aquelas em que podem ser atingidas fisicamente pelo robô. Muitas posições singulares desse mecanismo são possíveis apenas em termos matemáticos, sendo impossíveis serem atingidas

devido a restrições de construção das juntas. O estudo de posições singulares para o mecanismo 3-RPS é apresentado em detalhes por Sokolov, 2003, Li et al., 2006 e Huang et al., 2013.

Existem diversas maneiras de se calcular a singularidade de um mecanismo, uma delas é a de encontrar as raízes do determinante da matriz Jacobiana, porém, dependendo da complexidade do mecanismo isso é uma tarefa muito dispendiosa devido à grande quantidade de termos das equações algébricas geradas. Alguns pontos singulares para o mecanismo em estudo podem ser encontrados a partir do cálculo da cinemática inversa, como é apresentado em Li et al., 2006, porém não é possível explorar totalmente a gama de posições singulares existentes apenas com esse método. Sokolov, 2003, além de apresentar aquelas posições singulares a partir da cinemática inversa, propõe a análise de singularidades usando geometria de Grassmann. As condições geométricas de Grassmann são demonstradas em Merlet, 2006, para análise de singularidade de robôs paralelos, e permitem projetar um algoritmo para encontrar as configurações singulares de qualquer tipo de robô paralelo. Para definição das posições singulares definem-se um conjunto de vetores de Plücker e um conjunto de linhas correspondente a esses vetores. Merlet, 2006, define o vetor considerando uma linha passando pelos pontos arbitrários $M1$ e $M2$ e define o vetor de Plücker de dimensão 6 como:

$$P_n = \left(\frac{M1M2}{\|M1M2\|}, \frac{OM1 \times M1M2}{\|M1M2\|} \right) \quad (3.47)$$

onde $M1M2$ é o vetor que liga os dois pontos $M1$ e $M2$ e $OM1$ o vetor que vai da origem até o ponto $M1$.

O vetor de Plücker define exclusivamente, a linha passando por $M1$ e $M2$. Merlet, 2006, apresenta ainda o seguinte teorema: Para qualquer robô espacial (ou planar) cujas pernas estejam presas ao efetuador através de uma junta esférica (ou rotacional se mecanismo planar), o jacobiano inverso envolverá o vetor Plücker de uma linha associada ao elo que conecta a perna ao efetuador.

No robô 3-RPS, estudado, são encontrados 6 vetores de Plücker. A Figura 3.9 mostra os vetores e as linhas correspondentes calculados detalhadamente no trabalho de Sokolov, 2003.

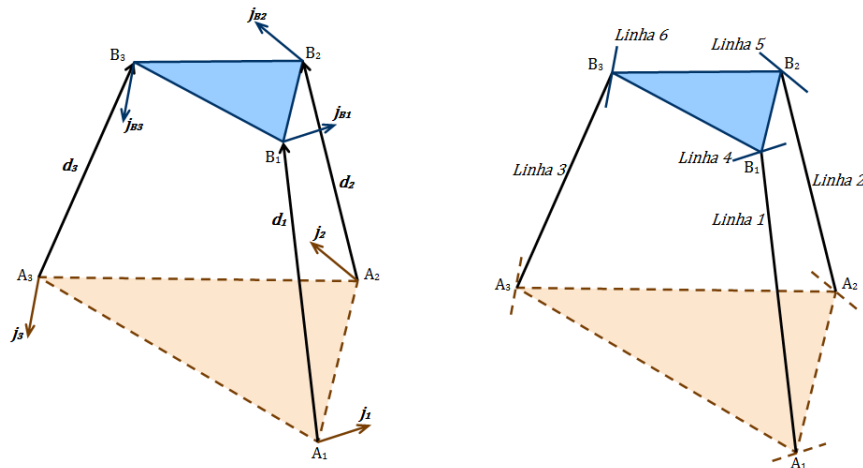


Figura 3.9 - Linhas correspondentes aos vetores de Plücker.

Os três primeiros vetores de Plücker são aqueles associados às três pernas ($\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3$) e os últimos três são os vetores $\mathbf{j}_{B1}, \mathbf{j}_{B2}$ e \mathbf{j}_{B3} que passam pelos vértices $B_1, B_2,$ e B_3 respectivamente e são paralelos aos vetores das juntas rotulares correspondentes $\mathbf{j}_1, \mathbf{j}_2$ e \mathbf{j}_3 . As Linhas 1 até 6 correspondem às linhas caracterizadas pelos vetores de Plücker correspondentes ($\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3, \mathbf{j}_{B1}, \mathbf{j}_{B2}, \mathbf{j}_{B3}$).

Considera-se todos os conjuntos de n (nesse caso $n = 6$) linhas que estão associadas aos vetores e, em seguida, determina-se qual deveria ser a pose da plataforma móvel de modo que as n linhas satisfaçam uma das condições geométricas que garantem que elas abranjam uma variedade de dimensões $n - 1$, levando a uma singularidade do robô. As condições geométricas que levam a singularidades são explicadas em detalhe em Merlet, 2006. Esse capítulo tem por objetivo apenas mostrar posições singulares críticas ao projeto dentre todas posições encontradas no estudo feito por Sokolov, 2003.

A primeira posição singular a ser mencionada acontece quando todos ângulos de Euler (γ, β, α) e o valor de p_z são zero. Nesse caso a plataforma superior se sobrepõe ao plano da base fixa (ou ao plano onde estão as juntas rotacionais), essa posição pode acontecer fisicamente apenas se o plano, onde estão as juntas rotacionais, correspondente à plataforma fixa, é virtual, ou seja, não corresponde a base fixa fisicamente construída. Esta posição também só ocorre se a plataforma superior for menor que a base fixa. A posição é mostrada na Figura 3.10. Nesta posição todas linhas correspondentes aos vetores de Plücker são coplanares nessa posição.

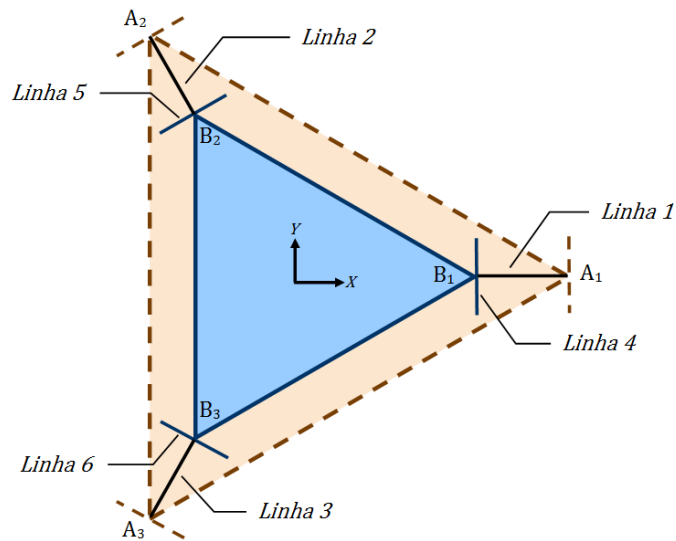


Figura 3.10 - Primeira posição singular.

A segunda posição singular a se mencionar é aquela em que as linhas de duas pernas e uma linha da plataforma se posicionam no mesmo plano. A Figura 3.11 apresenta o plano formado pelas Linhas 1, 3 e 5, sendo possível encontrar duas posições singulares: uma impossível de se atingir e a segunda fisicamente possível dependendo do projeto adotado.

Um terceiro caso é quando quatro linhas, duas referentes as pernas e duas à plataforma foram um plano. A Figura 3.12 mostra as Linhas 1, 4, 3 e 6 no plano.

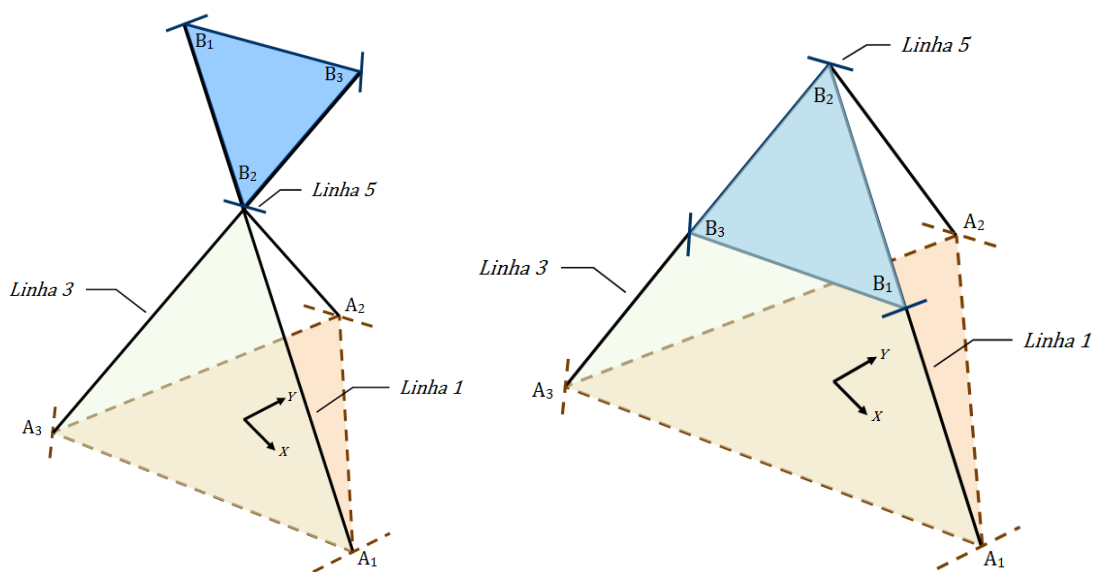


Figura 3.11 - Posições singulares a partir do plano formado pelas linhas da plataforma.

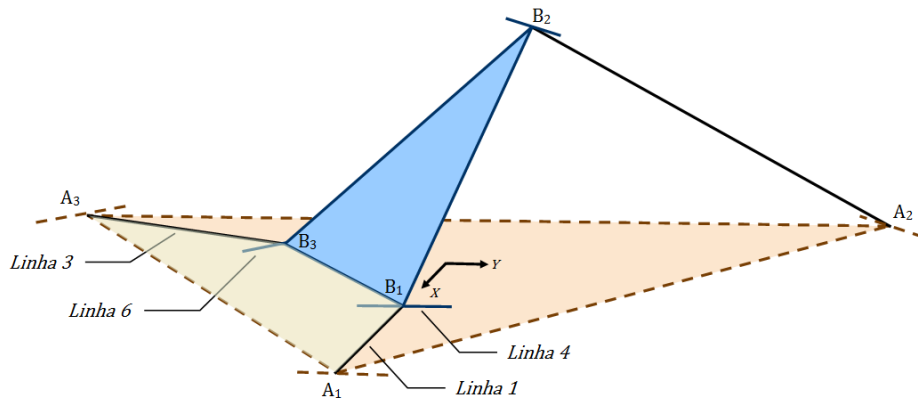


Figura 3.12 - Terceira posição singular.

O quarto caso é quando todas 6 linhas interceptam a linha $\overline{B_2B_3}$. Nota-se que a Linha 4 é paralela a linha $\overline{B_2B_3}$ porém como ressaltado por Merlet, 2006, linhas paralelas se interceptam no infinito portando nesse caso considera-se essa interseção, Figura 3.13. Nesse caso o movimento da plataforma é de rotação pura em torno de $\overline{B_2B_3}$.

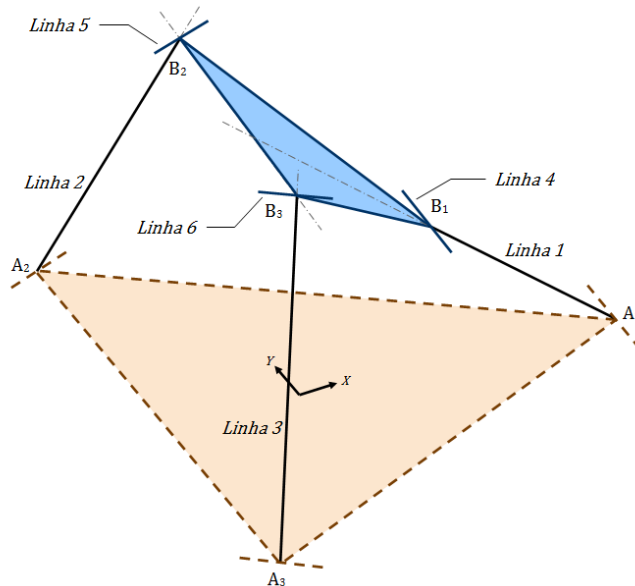


Figura 3.13 - Quarta posição singular.

A quinta e última singularidade a ser mencionada acontece quando $\overline{B_2B_3}$ está paralela a $\overline{A_2A_3}$, a Linha 2 intercepta a Linha 3 no ponto P_1 e a Linha 5 intercepta a Linha 6 no ponto P_2 . Os três pontos B_1 , P_1 e P_2 são verificados como colineares, Figura 3.14. Quando esses pontos

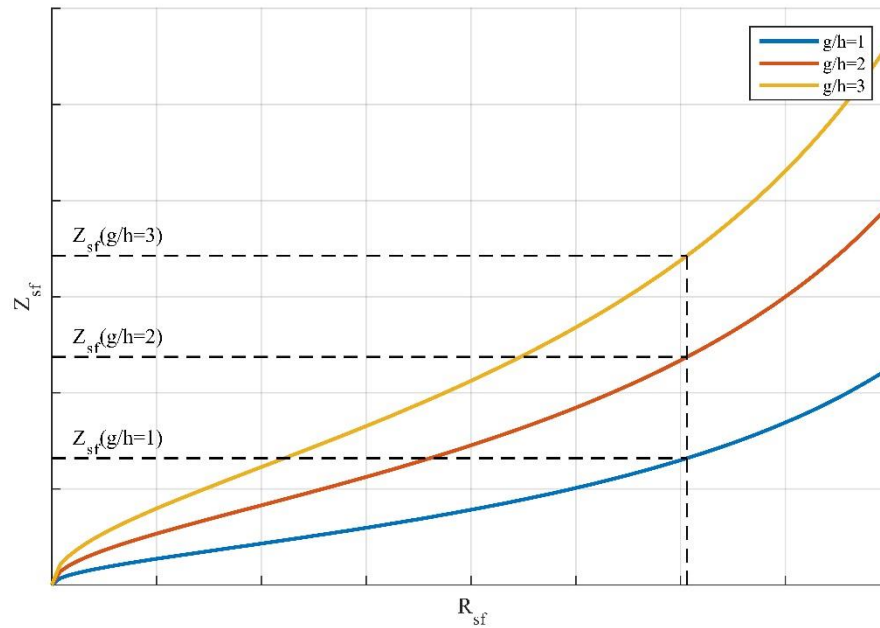


Figura 3.15 - Zona livre de singularidades para diferentes relações de g e h .

A Figura 3.15 ilustra que, para um dado valor de R_{sf} , reduzindo a relação de g e h , até um mínimo de uma unidade, a zona livre de singularidade inicia-se com um valor de Z_{sf} reduzido em comparação com relações maiores. Por conta disso, escolhe-se para a concepção do robô 3-RPS um valor de h igual a g , mostrados na Seção 4.1.

3.6 Análise dinâmica do manipulador

O modelo matemático dinâmico possibilita o estudo do comportamento do robô em uma grande gama de parâmetros, como por exemplo, para desenvolver corretamente uma estratégia de controle, avaliar a performance sob diversas condições de operação e projetar o manipulador de acordo com as qualidades desejadas. O conhecimento das forças de reações e momentos é necessário durante o projeto do robô pois isso exerce grande influência na determinação dos detalhes construtivos do projeto. Existem diversos métodos para se obter as equações de movimento de um mecanismo. Os métodos mais conhecidos são o de Newton-Euler, formulação de Lagrange e o princípio do trabalho virtual.

O método de Newton-Euler envolve a determinação das acelerações lineares e angulares de cada elo do manipulador e o uso do conceito do diagrama de corpo livre para cada elo individualmente em que todas forças e momentos atuantes no corpo são descritas. Uma vez

conhecida as acelerações lineares e angulares do centro de massa de cada elo pode-se aplicar a Lei de Newton e a equação de Euler para calcular a força inercial e torque em ação no centro de massa em cada elo. No último passo são calculados os torques nas juntas, a partir do equilíbrio de forças e momentos, que resultarão nas forças e torques líquidos atuando em cada elo. As equações de Newton-Euler também são usadas como base para formulações multi-corpo mais complicadas, como a teoria de helicoides, por exemplo. O uso do método de Newton-Euler para o cálculo da dinâmica de robôs paralelos pode ser visto em Luh e Zheng, 1985, Sugimoto, 1987, Do e Yang, 1988, Guglielmetti e Longchamp, 1994 e Gosselin, 1996.

Na formulação de Lagrange todas as forças de reação indesejadas no início são eliminadas o que o torna um método bastante eficiente. No entanto, devido às restrições impostas pela estrutura em cadeia fechada do manipulador paralelo, derivar equações explícitas de movimento em termos de um conjunto de coordenadas generalizadas independentes torna-se uma tarefa proibitiva. A formulação lagrangeana é baseada no cálculo das energias cinética e potencial de cada elo (ou elemento) do manipulador em termos de coordenadas generalizadas e suas derivadas com respeito ao tempo. O passo seguinte consiste em determinar uma função escalar chamada de Lagrangeano e por fim obter derivadas parciais da equação Lagrangeana com respeito às coordenadas generalizadas, e suas derivadas temporais, e com respeito ao tempo. A formulação de Lagrange pode ser diretamente aplicada em robôs seriais. Porém, para manipuladores paralelos e mecanismos em cadeia fechada utiliza-se o conceito de multiplicadores de Lagrange que são relacionadas às forças de restrições devido as juntas passivas. Em relação ao mecanismo 3-RPS Lee e Shah, 1988b e Pendar, 2004 fazem uso em seus estudos da formulação Lagrangeana para o cálculo da dinâmica. Li e Xu, 2005, utilizam a mesma metodologia para dinâmica de um robô paralelo de três graus de liberdade. Garcia, 2005 e Valente, 2006 utilizam a formulação de Lagrange para o cálculo da dinâmica de plataformas de Stewart, fazendo uso dessa metodologia também para o desenvolvimento de um controle por torque computado.

A terceira abordagem é usar o princípio do trabalho virtual, no qual o cálculo das forças de restrição é ignorado. Neste método, as forças inerentes e os momentos são calculados usando acelerações lineares e angulares dos corpos. Então, todo o manipulador é considerado em equilíbrio estático usando o princípio de D'Alembert, e o princípio do trabalho virtual é aplicado para derivar as forças de entrada ou torques. Como as forças e momentos de restrição não precisam ser computados com o propósito de simulações dinâmicas e controle, essa abordagem leva a algoritmos computacionais mais rápidos para um manipulador paralelo. Wang e Gosselin, 1998b, mostram em detalhes o uso do princípio do trabalho virtual para o cálculo da

dinâmica de robôs paralelos. Sokolov, 2003 usa esse princípio para fazer o estudo da dinâmica do mecanismo 3-RPS onde aponta algumas vantagens e desvantagens em relação às outras metodologias aqui mencionadas.

No presente trabalho a metodologia usada para o cálculo da dinâmica do manipulador é o da formulação de Lagrange, a abordagem aqui feita é semelhante àquela apresentada por Lee e Shahn, 1988b e Li e Xu, 2005, com algumas modificações.

3.7 Formulação de Lagrange

A principal premissa feita na discussão da dinâmica dos mecanismos é de que todos os elementos são formados por corpos rígidos. Isso nunca será verdade pois todos os elementos possuem certa flexibilidade em algum ponto, mesmo os robôs com construção robusta. Além disso, o uso de elementos de transmissão, como engrenagens, por exemplo, gera flexibilidade nas juntas. Flexibilidade dos elementos e de juntas introduzem maior complexidade nos cálculos da cinemática e da dinâmica dos robôs [Ghosal, 2006].

A formulação de Lagrange baseia-se na obtenção das energias cinética e potencial de cada elo do manipulador. Uma vez que as energias são calculadas define-se o Lagrangeano do sistema. A equação de Lagrange é função das coordenadas generalizadas \mathbf{q} , definidas previamente, e suas derivadas no tempo $\dot{\mathbf{q}}$ e é dado pela Equação 3.49 a seguir:

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathcal{K} - \mathcal{P} \quad (3.49)$$

onde, \mathcal{K} é a energia cinética do sistema e \mathcal{P} a energia potencial do sistema.

A Equação 3.49 também é conhecida como Equação de Lagrange de Segundo Tipo. Porém, como assinalado por Ghosal, 2006, em robôs paralelos e mecanismos de cadeia fechada, existem um certo número de equações de restrições de fechamento de cadeia (também conhecidas como restrições holonômicas) que são escritas como,

$$f_j(\mathbf{q}) = 0, \quad j = 1, 2, \dots \quad (3.50)$$

A Equação 3.50 foi previamente calculada na Seção 3.2, Equações 3.28 até 3.31. Para o caso específico do mecanismo 3-RPS as coordenadas generalizadas são formadas por três coordenadas independentes (d_1, d_2, d_3) e três dependentes (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3). Nesse caso, para obter a equação de movimento, utiliza-se o conceito de Multiplicadores de Lagrange e reescreve-se a Equação 3.49 da seguinte forma:

$$\bar{\mathcal{L}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \sum_{j=1}^3 \lambda_j \frac{\partial f_j(\mathbf{q})}{\partial q_i} \quad (3.51)$$

onde, λ_j , $j = 1, 2, 3$ são os multiplicadores de Lagrange introduzidos e devem ser determinados. A Equação 3.51 é conhecida como Equação de Lagrange de Primeiro Tipo.

Uma vez que a energia cinética depende das coordenadas generalizadas e das suas derivadas temporais, e enquanto a energia potencial depende apenas das coordenadas generalizadas pode-se a equação de movimento da seguinte maneira:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \tau_i + \sum_{j=1}^3 \lambda_j \frac{\partial f_j(\mathbf{q})}{\partial q_i}, \quad i = 1, \dots, 6 \quad (3.52)$$

onde, q_i simboliza as coordenadas generalizadas e τ_i denota a força generalizada.

A Equação 3.52 pode ser escrita da forma matricial,

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + [\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{q})]^T \boldsymbol{\lambda} \quad (3.53)$$

onde, $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ é a matriz de massa em coordenadas generalizadas de dimensão $\mathbb{R}^{6 \times 6}$, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ a matriz de Coriolis de dimensão $\mathbb{R}^{6 \times 6}$, $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ o vetor contendo os termos gravitacionais de dimensão $\mathbb{R}^{6 \times 1}$, $\boldsymbol{\lambda}$ é o vetor de dimensão $\mathbb{R}^{3 \times 1}$ dos multiplicadores de Lagrange, $\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{q})$ é obtido a partir da derivada parcial da equação de restrição, Equação 3.50, com respeito a q_i , $i = 1, \dots, 6$ formando uma matriz de dimensão $\mathbb{R}^{3 \times 6}$.

O cálculo de $\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{q})$ é executado utilizando a regra da cadeia para derivadas:

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.54)$$

$$\dot{\mathbf{f}}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (3.55)$$

onde, $\mathbf{f}(\mathbf{q})$ é um vetor $\mathbb{R}^{3 \times 1}$ formado pelas equações de restrição.

Para determinar os multiplicadores de Lagrange, deriva-se duas vezes a Equação 3.54 com respeito ao tempo, sendo assim,

$$[\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{q})]\ddot{\mathbf{q}} + [\dot{\boldsymbol{\Psi}}(\mathbf{q})]\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (3.56)$$

onde, $\dot{\boldsymbol{\Psi}}(\mathbf{q})$ é uma matriz contendo as derivadas temporais de cada elemento da matriz $\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{q})$.

Como a matriz de massa é sempre inversível, pode-se reescrever a Equação 3.53 do movimento na forma de:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}^{-1} [\boldsymbol{\tau} - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G} + \boldsymbol{\Psi}^T \boldsymbol{\lambda}] \quad (3.57)$$

Na Equação 3.57 os elementos (\mathbf{q}) e $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ foram suprimidos para simplificação na representação da equação. Substituindo $\ddot{\mathbf{q}}$, da Equação 3.57, na Equação 3.56 é possível obter uma equação para a determinação dos multiplicadores de Lagrange.

$$\boldsymbol{\lambda} = -(\boldsymbol{\Psi}\mathbf{M}^{-1}\boldsymbol{\Psi}^T)^{-1}[\dot{\boldsymbol{\Psi}}\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\Psi}\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\tau} - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G})] \quad (3.58)$$

Assim, substituindo a Equação 3.58 dos multiplicadores na Equação 3.53 do movimento, obtêm-se uma nova forma de escrever a equação do movimento como

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\Gamma} - \boldsymbol{\Psi}^T(\boldsymbol{\Psi}\mathbf{M}^{-1}\boldsymbol{\Psi}^T)[\boldsymbol{\Psi}\mathbf{M}^{-1}\boldsymbol{\Gamma} + \dot{\boldsymbol{\Psi}}\dot{\mathbf{q}}] \quad (3.59)$$

onde,

$$\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G} \quad (3.60)$$

As equações de movimento, Equações 3.53 e 3.59, não contém o efeito do atrito, flexibilidade, folgas ou outros parâmetros não modelados. Para levar em consideração o atrito, a equação de movimento deve ser modificada através da adição de um termo dissipativo, $\mathbf{F}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$. A Equação 3.53 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{F}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau} + [\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{q})]^T \boldsymbol{\lambda} \quad (3.61)$$

Assume-se que o atrito é função, em geral, das coordenadas generalizadas e de suas derivadas temporais. O termo de atrito normalmente é a soma de uma constante, atrito de Coulomb, e um termo proporcional a $\dot{\mathbf{q}}$, amortecimento viscoso [Ghosal, 2006].

3.8 Obtenção das matrizes de massa, de Coriolis e o vetor gravitacional

No presente estudo, os parâmetros considerados, massas e momentos de inercia, para o cálculo da dinâmica do manipulador são determinados de forma semelhante ao de Lee e Shah, 1988b, com a modificação no que diz respeito a da energia cinética das pernas do robô e que é demonstrada a seguir.

Considerando o mecanismo da Figura 3.16 A energia cinética da plataforma móvel pode ser descrita de acordo com a Equação 3.62 a seguir:

$$K_{plat} = \frac{1}{2} m \mathbf{V}^T \mathbf{V} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}^T \mathbf{I} \boldsymbol{\Omega} \quad (3.62)$$

onde, m é a massa da plataforma móvel e \mathbf{I} o tensor de inércia da plataforma móvel em relação ao sistema de coordenada $A(X, Y, Z)$ fixado na base, mostrados na Figura 3.16. \mathbf{V} e $\boldsymbol{\Omega}$ foram definidos anteriormente como os vetores velocidade linear e angular, respectivamente, no espaço cartesiano.

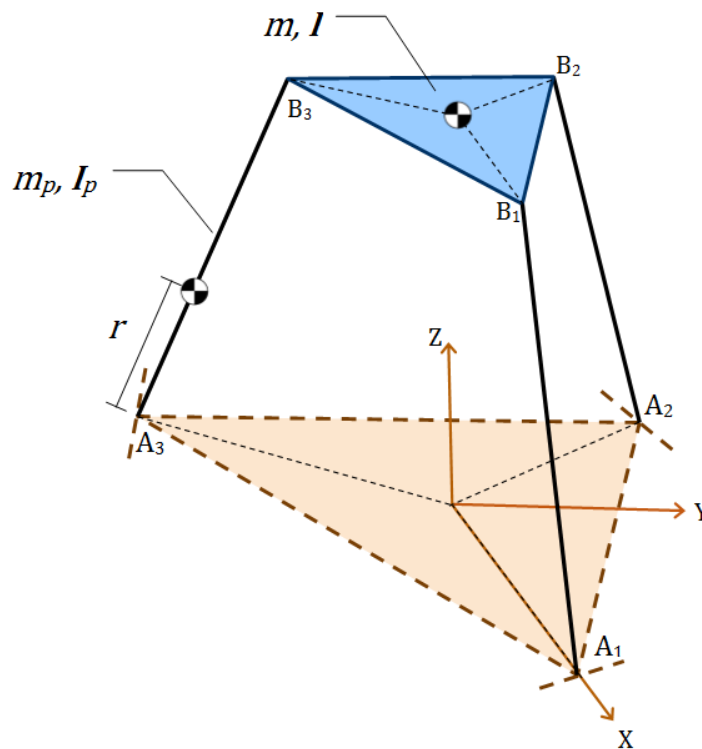


Figura 3.16 - Parâmetros mecânicos do mecanismo 3-RPS.

O tensor \mathbf{I} é definido a partir do tensor de inércia local (\mathbf{I}_{local}), ou seja, em relação ao sistema de coordenada $B(x, y, z)$ que é fixado do centroide da plataforma móvel e é descrito a partir da Equação 3.63.

$$\mathbf{I} = {}^A_B \mathbf{R} \mathbf{I}_{local} {}^A_B \mathbf{R}^T \quad (3.63)$$

onde, \mathbf{I}_{local} é dado por,

$$\mathbf{I}_{local} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

onde, I_{xx} , I_{yy} e I_{zz} são, respectivamente, os momentos de inércia de massa com relação aos eixos x , y e z , os elementos I_{xy} , I_{yx} , I_{xz} , I_{zx} , I_{yz} e I_{zy} são chamados de produtos de massa de inércia. Além disso, $I_{xy} = I_{yx}$, $I_{xz} = I_{zx}$ e $I_{yz} = I_{zy}$.

A energia cinética da plataforma móvel pode ser escrita na forma matricial, como segue,

$$K_{plat} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{X}}^T \mathbf{M}_{plat}(\mathbf{X}) \dot{\mathbf{X}} \quad (3.65)$$

lembrando que $\dot{\mathbf{X}}$ é o vetor velocidades no espaço cartesiano, dado pela Equação 3.46 e $\mathbf{M}_{plat}(\mathbf{X})$ é a matriz de massa formada pela união de uma matriz de massa de dimensão $\mathbb{R}^{6 \times 6}$ formada pela massa da plataforma e o tensor de inércia da plataforma móvel e pode ser escrita como:

$$\mathbf{M}_{plat}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_t(\mathbf{X}) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

onde, $\mathbf{M}_t(\mathbf{X})$ pode ser definido como uma matriz de massa translacional de dimensão $\mathbb{R}^{3 \times 3}$, Equação 3.70, e $\mathbf{0}_{3 \times 3}$ é uma matriz de zeros de dimensão $\mathbb{R}^{3 \times 3}$.

$$\mathbf{M}_t(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

Para a análise da dinâmica do robô é conveniente descrever as equações de movimento em coordenadas generalizadas. Isso pode ser realizado através da transformação das velocidades no espaço cartesiano em velocidades em coordenadas generalizadas a partir do uso do jacobiano. Substituindo a Equação 3.46 na Equação 3.65 tem-se:

$$K_{plat} = \frac{1}{2} (\mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}})^T \mathbf{M}_{plat}(\mathbf{X}) \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (3.68)$$

reescrevendo a equação,

$$K_{plat} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T [\mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{M}_{plat}(\mathbf{X}) \mathbf{J}(\mathbf{q})] \dot{\mathbf{q}} \quad (3.69)$$

com isso, é possível definir a matriz de massa em coordenadas generalizadas, como segue:

$$\mathbf{M}_{plat}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{M}_{plat}(\mathbf{X}) \mathbf{J}(\mathbf{q}) \quad (3.70)$$

sendo $\mathbf{M}_{plat}(\mathbf{q})$ uma matriz de dimensão $\mathbb{R}^{6 \times 6}$.

Para o cálculo da energia cinética das pernas, a premissa a ser feita é de que a distância até a junta rotacional do centro de massa de cada perna não se altera com o tempo, para isso ser verdade a massa da parte móvel de cada atuador é negligenciada. Essa ideia inicial é feita por Lee e Shah, 1988b, considerando que a maior parte da massa do atuador linear se encontra na parte inferior fixa à junta rotacional. A energia cinética das pernas pode ser então ser descrita na forma matricial da seguinte maneira:

$$K_{perna} = \frac{1}{2} m_p \mathbf{V}_{perna}^T \mathbf{V}_{perna} + \frac{1}{2} I_p \dot{\boldsymbol{\phi}}^T \dot{\boldsymbol{\phi}} \quad (3.71)$$

onde, m_p é a massa de uma perna individual, I_p o momento de inercia de uma perna em relação ao eixo de rotação da junta rotacional, mostrados na Figura 3.16, \mathbf{V}_{perna} é o vetor contendo as velocidades lineares do centro de massa de cada perna e $\dot{\boldsymbol{\phi}}$ o vetor contendo as velocidades angulares de cada perna dado pela Equação 3.72.

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

O procedimento realizado por Lee e Shah, 1988b, considera apenas a velocidade linear referente ao centro de massa de cada perna individual para o cálculo da energia cinética, assim, desconsiderando o momento de inercia de massa, I_p , de cada perna. Diferentemente do estudo do autor mencionado, no presente trabalho, no cálculo da energia cinética, foram considerados também os momentos de inercia de massa das pernas, conseqüentemente, obtendo a energia cinética total da parte inferior de cada perna. Com isso a matriz de massa das pernas é acrescida de elementos referentes ao momento de inércia das mesmas

O vetor contendo as velocidades lineares de cada perna pode ser escrito em função das velocidades angulares como mostra a Equação 3.73.

$$\mathbf{V}_{perna} = r \dot{\boldsymbol{\phi}} \quad (3.73)$$

onde, r é a distância do centro de massa de uma perna em relação a sua respectiva junta rotacional, mostrado na Figura 3.16. Utilizando a Equação 3.73 e fazendo o cálculo,

$$\mathbf{V}_{perna}^T \mathbf{V}_{perna} = r^2 \dot{\boldsymbol{\phi}}^T \dot{\boldsymbol{\phi}} \quad (3.74)$$

e substituindo a Equação 3.74 na Equação 3.71 tem-se:

$$K_{perna} = \frac{1}{2}m_p r^2 \dot{\boldsymbol{\phi}}^T \dot{\boldsymbol{\phi}} + \frac{1}{2}I_p \dot{\boldsymbol{\phi}}^T \dot{\boldsymbol{\phi}} \quad (3.75)$$

Escrevendo a energia cinética das pernas em coordenadas generalizadas, tem-se:

$$K_{perna} = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{q}}^T \mathbf{M}_{perna}(\boldsymbol{q}) \dot{\boldsymbol{q}} \quad (3.76)$$

Com isso pode-se escrever uma matriz de massas referente as pernas descritas em coordenadas generalizadas da seguinte forma:

$$\mathbf{M}_{perna}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & (m_p r^2 + I_p) \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

onde, $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ é uma matriz identidade de dimensão $\mathbb{R}^{3 \times 3}$.

Nota-se que os elementos da matriz de massa das pernas que seriam multiplicados pelos elementos $\dot{d}_1, \dot{d}_2, \dot{d}_3$ do vetor de coordenadas generalizadas são todos zeros. Isso se deve ao fato da não consideração da massa da parcela móvel do atuador, com isso a velocidade das pernas pôde ser descrita somente em função de suas velocidades angulares, simplificando o cálculo.

A energia potencial do sistema por completo é descrita através das coordenadas generalizadas. A energia potencial da plataforma móvel é dada pela Equação 3.78.

$$P_{plat} = 9,81 \times m p_z \quad (3.78)$$

O valor de p_z pode ser calculado a partir da média aritmética das alturas das juntas esféricas, como mostra a Equação 3.79.

$$p_z = \frac{1}{3}(d_1 \text{sen}(\phi_1) + d_2 \text{sen}(\phi_2) + d_3 \text{sen}(\phi_3)) \quad (3.79)$$

A energia potencial do conjunto de pernas é dada pela Equação 3.82 a seguir:

$$P_{perna} = 9,81 \times m_p r (\text{sen}(\phi_1) + \text{sen}(\phi_2) + \text{sen}(\phi_3)) \quad (3.80)$$

Somando as energias potenciais tem-se a energia potencial total do sistema mecânico.

$$\begin{aligned} \mathcal{P} = 9,81 \times \left[\frac{m}{3} (d_1 \text{sen}(\phi_1) + d_2 \text{sen}(\phi_2) + d_3 \text{sen}(\phi_3)) \right. \\ \left. + m_p r (\text{sen}(\phi_1) + \text{sen}(\phi_2) + \text{sen}(\phi_3)) \right] \end{aligned} \quad (3.81)$$

A matriz de massa do sistema completo é dada pela soma das matrizes de massa da plataforma móvel com a matriz das pernas, como segue

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \mathbf{M}_{plat}(\mathbf{q}) + \mathbf{M}_{perna}(\mathbf{q}) \quad (3.82)$$

A matriz de Coriolis é obtida a partir dos símbolos de Christoffel e seus elementos são calculados a partir da Equação 3.83 [Spong, 2004].

$$C_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^6 \left(\frac{\partial M_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial M_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial M_{kj}}{\partial q_i} \right) \dot{q}_k, \quad i, j = 1, \dots, 6 \quad (3.83)$$

onde, M_* e q_* são elementos da matriz de massa do sistema e do vetor de coordenadas generalizadas respectivamente.

Finalmente, o vetor dos termos de gravidade é obtido a partir das derivadas parciais da energia potencial do sistema, Equação 3.84.

$$G_i = \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial q_i}, \quad i = 1, \dots, 6 \quad (3.84)$$

3.9 Dinâmica inversa

O problema da dinâmica inversa consiste em encontrar os valores de torque e forças atuantes para em um mecanismo submetido a uma trajetória em função do tempo. A dinâmica inversa em um robô, tanto serial quanto paralelo, é resolvida de forma direta uma vez que envolve a substituição $\mathbf{q}(t)$, $\dot{\mathbf{q}}(t)$ e $\ddot{\mathbf{q}}(t)$ na equação de movimento e resolvê-la para $\boldsymbol{\tau}(t)$. O cálculo de $\boldsymbol{\tau}(t)$ é necessário para estratégias de controle baseadas em modelo tais como Torque Computado. Além disso, o valor máximo de τ_i para uma dada trajetória requerida em projeto ajuda no dimensionamento e escolha dos atuadores [Ghosal, 2006].

Uma vez que as forças de atuação (componentes do vetor $\boldsymbol{\tau}$) das pernas 1, 2 e 3 devem ser encontradas para o mecanismo 3-RPS, os comprimentos de perna d_1 , d_2 e d_3 são escolhidas como as coordenadas generalizadas independentes, e os ângulos formados pela perna e a base ϕ_1 , ϕ_2 , e ϕ_3 são as coordenadas generalizadas dependentes. Nesse caso as forças calculadas serão aquelas exercidas pelas juntas prismáticas.

Para o cálculo da dinâmica direta do mecanismo em estudo, considera-se primeiramente a Equação 3.52 escrita na forma indicial aqui reescrita por conveniência.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \tau_i + \sum_{j=1}^3 \lambda_j \frac{\partial f_j(\mathbf{q})}{\partial q_i}, \quad i = 1, \dots, 6 \quad (3.52)$$

pode-se também definir alguns parâmetros da seguinte maneira,

$$\begin{aligned} q_i &= \begin{cases} d_i, & i = 1, 2, 3 \\ \phi_{i-3}, & i = 4, 5, 6 \end{cases} \\ \tau_i &= \begin{cases} F_i, & i = 1, 2, 3 \\ T_{i-3}, & i = 4, 5, 6 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.85)$$

onde, F_i é a força de atuação na junta prismática da i -ésima perna e T_i é considerado como torque de atrito da junta rotular da i -ésima perna (ou torque aplicado caso a junta atuada fosse a rotular). No presente trabalho, assim como Lee e Shah, 1988b, devido à dificuldade de modelar as perdas por atrito, as forças de atrito nas juntas rotacionais são consideradas como sendo nulas. Além disso são negligenciadas também as forças de atrito que atuam nas juntas prismáticas e por isso tem-se que $\mathbf{F}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ é igual a zero. Resolvendo a Equação 3.52, a partir das definições da Equação 3.85, é possível reescrever a equação da seguinte maneira:

Para $i = 1, 2, 3$, tem-se

$$F_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{d}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial d_i} - \left(\lambda_1 \frac{\partial f_1(\mathbf{q})}{\partial d_i} + \lambda_2 \frac{\partial f_2(\mathbf{q})}{\partial d_i} + \lambda_3 \frac{\partial f_3(\mathbf{q})}{\partial d_i} \right) \quad (3.86)$$

Para $i = 4, 5, 6$, tem-se

$$\lambda_1 \frac{\partial f_1(\mathbf{q})}{\partial \phi_{i-3}} + \lambda_2 \frac{\partial f_2(\mathbf{q})}{\partial \phi_{i-3}} + \lambda_3 \frac{\partial f_3(\mathbf{q})}{\partial \phi_{i-3}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}_{i-3}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{i-3}} \quad (3.87)$$

A Equação 3.90 forma um conjunto de três equações e três incógnitas que são os multiplicadores de Lagrange λ_1 , λ_2 e λ_3 . Uma vez calculados os multiplicadores de Lagrange, pela Equação 3.90, é possível calcular as forças atuantes nos atuadores a partir da Equação 3.86.

Como já apontado nas Seções 3.7 e 3.8, os parâmetros de massa e momentos de inércia, assim como a inexistência de atrito nas juntas e posição do centro de gravidade das pernas constante, são considerados semelhantes ao de Lee e Shah, 1988b, porém a forma de obtenção da equação de movimento foi feita a partir da noção dada por Ghosal, 2006, nesse caso faz-se necessário uma validação para fins de observar a qualidade da metodologia adotada.

Sokolov, 2003, em seu trabalho, fez uma análise detalhada de todo o mecanismo 3-RPS incluindo cálculo da dinâmica inversa. Por conta disso, para validar o modelo desenvolvido no presente estudo, utilizam-se os valores apresentados por Sokolov, 2003, utilizando os mesmos

parâmetros do autor. O autor propõe, em uma de suas análises, uma trajetória helicoidal do centro de massa da plataforma móvel, que será aqui adotada como ferramenta de validação da metodologia desenvolvida. O padrão de helicoides tem raio r_h e passo p_h e é dado pelas equações a seguir,

$$p_x = r_h \cos(\varphi) \quad (3.88)$$

$$p_y = r_h \sin(\varphi) \quad (3.89)$$

$$p_z = z_0 + \frac{p_h}{2\pi} \varphi \quad (3.90)$$

onde, variável de tempo e z_0 é um valor inicial de p_z e φ é dado pela Equação 3.92 a seguir,

$$\varphi(t) = \begin{cases} \frac{4\pi t^2}{\sqrt{1+9\pi^2}}, & 0 \leq t \leq t_a \\ \frac{\pi(4t-1)}{\sqrt{1+9\pi^2}}, & t_a < t \leq (t_a+t_b) \\ \frac{\pi(-2-9\pi^2+4(1+\sqrt{1+9\pi^2})t-4t^2)}{\sqrt{1+9\pi^2}}, & (t_a+t_b) < t \leq t_t \end{cases} \quad (3.91)$$

onde, t é a variável de tempo.

A Figura 3.17 apresenta a trajetória no espaço cartesiano que deve ser desenvolvida pelo centroide da plataforma.

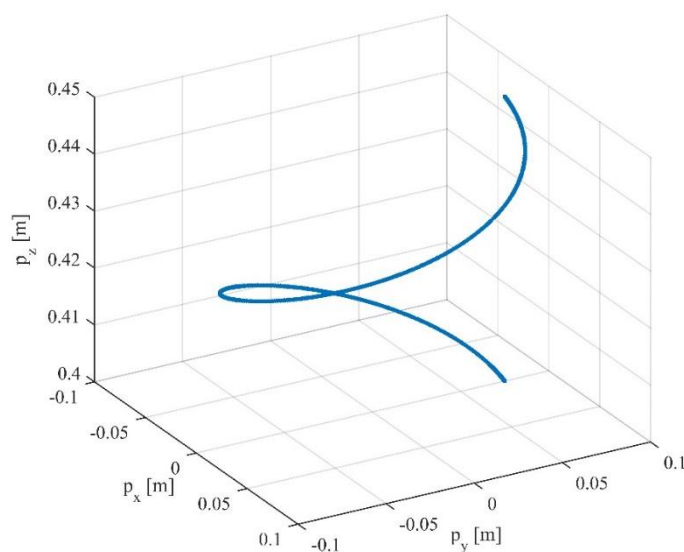


Figura 3.17 - Trajetória helicoidal em coordenadas cartesianas.

A Tabela 3.1 mostra os parâmetros retirados de Sokolov, 2003, e são utilizados para realização da comparação das metodologias. Dos parâmetros para a simulação, Sokolov, 2003, faz a consideração das massas e momentos de inércia da parte móvel dos atuadores lineares, não apresentados no presente estudo.

Tabela 3.1 – Parâmetros retirados de Sokolov, 2003, para validação do modelo matemático.

Parâmetros do Manipulador		
g	0,46	m
h	0,23	m
m	0,18	kg
$(I_{xx}; I_{yy}; I_{zz})$	(0,093; 0,093; 0,187)	$kg.m^2$
$(I_{xy}; I_{xz}; I_{yz})$	(0; 0; 0)	$kg.m^2$
r	0,20	m
m_p	0,09	kg
I_p	0,05	$kg.m^2$
Parâmetros da Helicoide		
r_h	0,75	mm
p_h	0,50	mm
z_0	0,40	mm
Parâmetros da Trajetória		
t_a	0,50	s
t_b	4,20	s
t_t	5,20	s

A Figura 3.18 mostra os valores de junta (trajetória em coordenadas generalizadas independentes) para a realização da trajetória de helicoide. O cálculo da cinemática inversa feito por Sokolov, 2003, utiliza uma metodologia diferente que a do presente estudo. Ambas abordagens de cinemática produzem resultados semelhantes.

A Figura 3.19 mostra os valores de força em cada atuador linear. É possível observar que o comportamento da força de cada atuador se assemelha com os do estudo de Sokolov, 2003. Nota-se que no estudo do autor citado, as forças exercidas pelos atuadores são ligeiramente maiores que o do presente estudo. Uma explicação para isso é que no estudo de Sokolov, 2003, foram consideradas as massa e momentos de inercia da parte móvel dos atuadores, como exposto anteriormente. Além disso, o autor faz uso de trabalhos virtuais para o cálculo da equação de movimento.

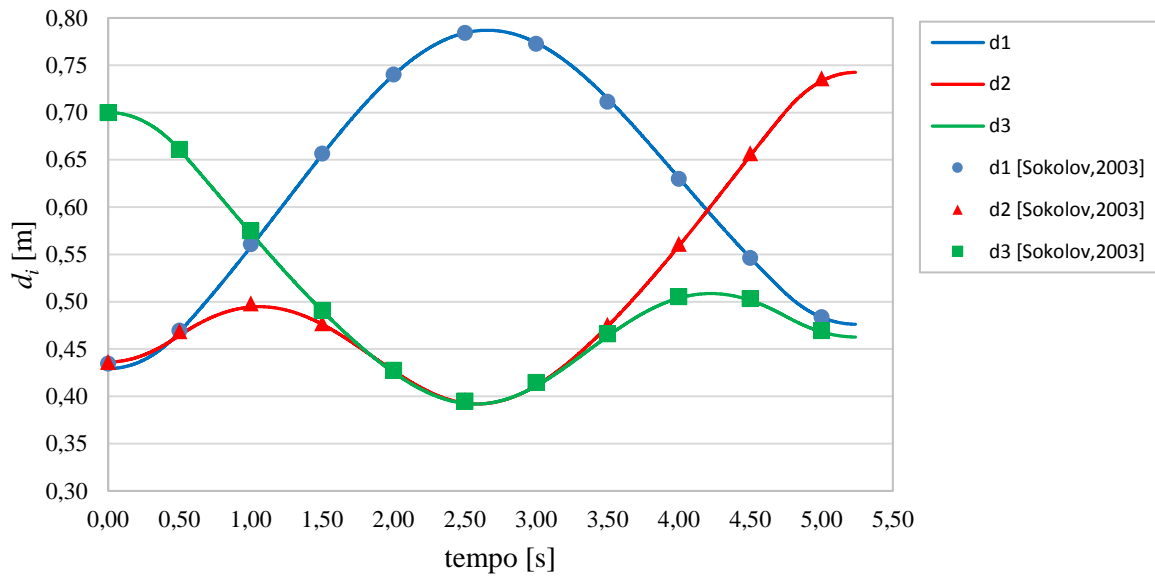


Figura 3.18 - Comparação dos resultados do cálculo da cinemática inversa.

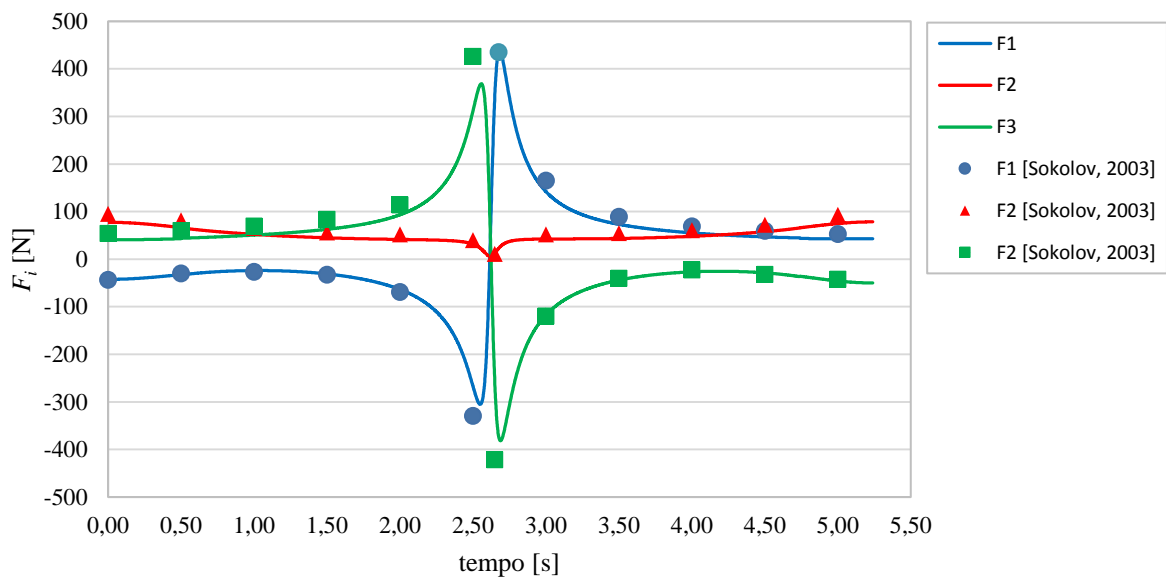


Figura 3.19 - Valor das forças calculadas na dinâmica inversa.

Na Figura 3.19, os picos de força nos atuadores indicam que o manipulador se aproxima de uma posição singular, porém não a atravessa [Sokolov, 2003].

Os resultados obtidos a partir da resolução da equação da dinâmica inversa utilizando a formulação de Lagrange mostram que o modelo matemático desenvolvido no presente trabalho se mostra coerentes e pode-se concluir que este é capaz de reproduzir o comportamento dinâmico do mecanismo 3-RPS tendo em mente as considerações sobre corpos rígidos e o atrito feitas anteriormente.

3.10 Dinâmica direta

O problema da dinâmica direta consiste em encontrar a trajetória do manipulador submetido a forças e torques em função do tempo em suas juntas. Em outras palavras, os valores de $\boldsymbol{\tau}(t)$ são conhecidos e se deseja obter $\boldsymbol{q}(t)$. O problema da dinâmica direta envolve em resolver as equações de movimento. Como foi demonstrado, as equações de movimento para mecanismos mais complexos são altamente não lineares e não podem ser resolvidas analiticamente. Portanto, obter $\boldsymbol{q}(t)$ a partir de $\boldsymbol{\tau}(t)$ envolve integração numérica. Além disso, as equações de movimento de mecanismos paralelos apresentam maior complexidade na resolução que aquelas que constituem robôs seriais.

Para robôs paralelos, uma vez que a matriz de massa é inversível, pode-se escrever a equação de movimento, Equação 3.59, da seguinte maneira:

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{\Gamma} - \boldsymbol{\Psi}^T(\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{\Psi}^T)[\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{\Gamma} + \dot{\boldsymbol{\Psi}}\dot{\boldsymbol{q}}]) \quad (3.92)$$

Define-se um vetor \boldsymbol{x} de dimensão $\mathbb{R}^{2(n+m)}$, onde n é o número de juntas ativas e m de juntas passivas, os primeiros $n + m$ são as variáveis de junta, $q_i (i = 1, \dots, n + m)$, e os últimos $n + m$ são as variáveis de velocidade, $\dot{q}_i (i = 1, \dots, n + m)$. Assim, pode-se escrever a equação do movimento em variáveis de estado, como segue

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_{n+m+1} \\ \dot{x}_2 &= x_{n+m+2} \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n+m} &= x_{2(n+m)} \end{aligned} \quad (3.93)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_{n+m+1} \\ \dot{x}_{n+m+2} \\ \vdots \\ \dot{x}_{2(n+m)} \end{pmatrix} = \boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{\Gamma} - \boldsymbol{\Psi}^T(\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{\Psi}^T)[\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{\Gamma} + \dot{\boldsymbol{\Psi}}(\dot{x}_1 \dots \dot{x}_{n+m})^T])$$

Apesar da Equação 3.93 parecer uma equação diferencial ordinária ela deve satisfazer também a equação de restrição, Equação 3.50, e suas derivadas temporais. Nesse caso, definem-se as equações como um sistema de equações diferenciais-algébricas. O problema da solução numérica desse tipo de equação diferencial está na natureza rígida da equação. A rigidez é um conceito sutil, difícil e importante na solução numérica das equações diferenciais ordinárias. Um sistema de equação diferencial é rígido se a solução que está sendo buscada está variando lentamente, mas há soluções próximas que variam rapidamente, então o método numérico deve tomar pequenos passos para obter resultados satisfatórios. Outro problema na solução numérica da equação de movimento está no uso da derivada temporal de segunda ordem das equações de

restrição para resolver os multiplicadores de Lagrange, Equações 3.56 até 3.58. Qualquer pequeno erro numérico nas acelerações irá acumular e os erros de posição e velocidade podem crescer sem controle. Por conta disso, deve-se escolher apropriadamente o método numérico para a solução do sistema de equações [Ghosal, 2006].

O foco do presente trabalho não são os métodos de resolução das equações diferenciais, porém, se faz necessário o conhecimento dos métodos disponíveis para uma correta abordagem do problema e sua resolução. Assim, maiores detalhes sobre o método utilizado nessa dissertação podem ser obtidos em Shampine e Reichelt, 1997 e Shampine et al., 1999. Outros métodos numéricos podem ser vistos em Bank et al., 1995 e Shampine e Hosea, 1996.

Em alguns casos é possível usar algoritmos recursivos para a resolução da dinâmica direta. O método consiste em escrever as Equações 3.53 e 3.56 em forma matricial, como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \boldsymbol{\Psi}^T \\ \boldsymbol{\Psi} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ -\boldsymbol{\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau} - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G} \\ -\boldsymbol{\Psi}\dot{\mathbf{q}} \end{pmatrix} \quad (3.94)$$

A Equação 3.94 acima forma um sistema de equação $n + m$ onde n é a quantidade de coordenadas generalizadas e m o número de equações de restrição. Para o mecanismo 3-RPS em estudo $n = 6$ e $m = 3$. Portanto, utilizando essa formulação $\ddot{\mathbf{q}}$ e $\boldsymbol{\lambda}$ podem ser resolvidos simultaneamente a partir de um algoritmo de eliminação Gaussiana. Esse método se torna inviável para mecanismos com muitos elementos [Ghosal, 2006].

4 MODELO NO AMBIENTE CAD DO MANIPULADOR

Nesse capítulo é apresentado um modelo virtual do robô em estudo, além de fazer o cálculo do alcance prático do robô e teste de zona livre de singularidade.

4.1 Considerações construtivas

O uso de software CAD possibilita a construção de um modelo virtual que pode ser utilizado tanto para cálculos da dinâmica quanto para a aplicação da estratégia de controle. Um modelo do robô paralelo em estudo é desenvolvido no software Solidworks com intuito de testar o conceito criado antes da construção física. Com o software é possível obter as propriedades mecânicas de cada elemento projetado além de prever algumas restrições de juntas que podem surgir. O modelo em CAD foi desenhado de forma simples com o intuito de testar principalmente as dimensões definidas no projeto. Além disso, a geometria dos atuadores lineares não leva em consideração sua fonte de energia, se hidráulica, pneumática ou elétrica. A Figura 4.1 mostra o desenho conceitual do robô paralelo desenvolvido.

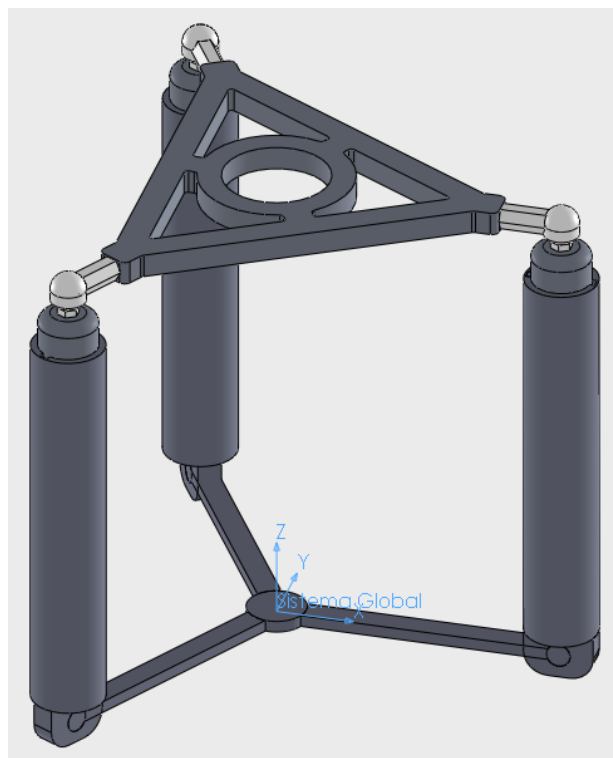


Figura 4.1 - Desenho do projeto do robô paralelo desenvolvido.

A Figura 4.2 mostra a plataforma no plano $X - Z$. Observa-se que o sistema de coordenadas global está na base do mecanismo alinhado as juntas rotacionais dos atuadores.

Então estabelece-se que a base fixa de referência será o triângulo equilátero imaginário postado no plano $X - Y$ do sistema global de coordenadas mostrado na Figura 4.2.

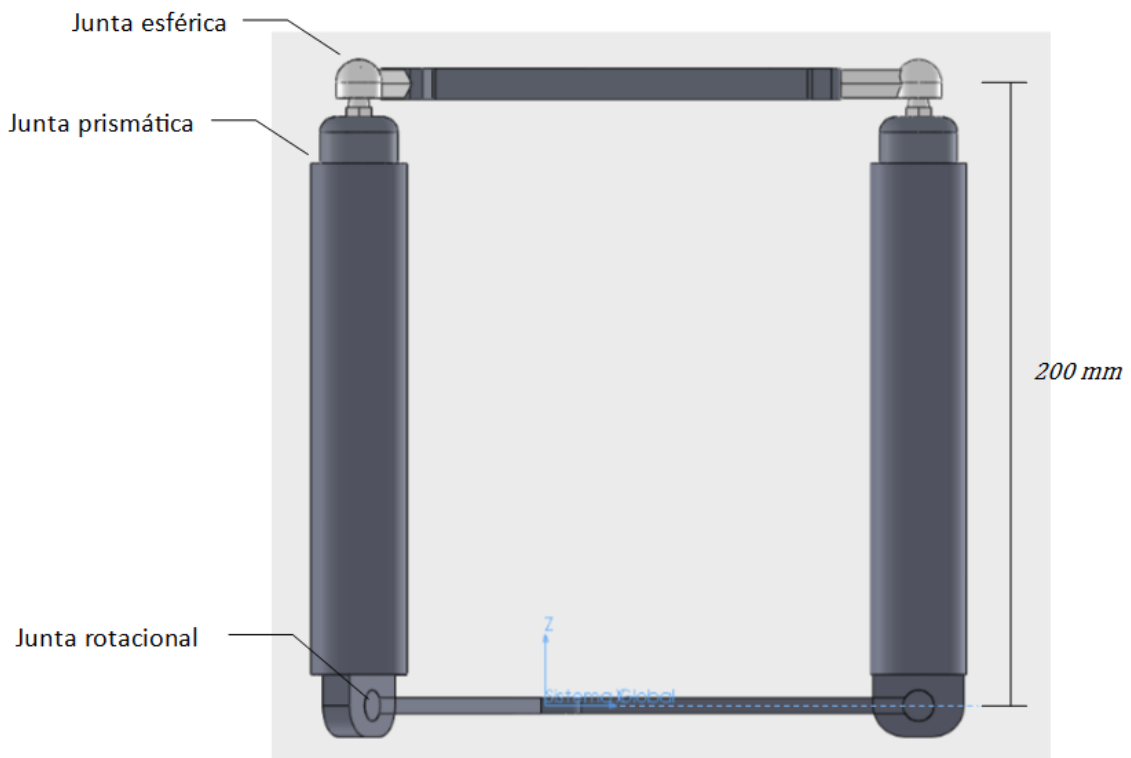


Figura 4.2 - Desenho do projeto do robô paralelo desenvolvido no plano $X - Z$.

Um ponto a ser destacado no projeto é a altura mínima que a plataforma móvel deve ficar em relação ao sistema de coordenadas global. Essa altura é imposta por fatores construtivos dos atuadores lineares e, além disso, essa distância mínima possibilita que o mecanismo trabalhe longe de zonas singulares quanto maior for essa distância mínima. A parte inferior fixa do atuador linear deve ser tão grande quanto o curso do atuador utilizado, pois a parte móvel superior do atuador deve estar contidos quase por completo dentro da parte inferior. Para o projeto estipulou-se uma distância mínima de 200 mm destacada na Figura 4.2.

Considerando a curva da zona livre de singularidade, Equação 3.48, as duas partes da plataforma têm a mesma dimensão, ou seja $h = g$, e possuem 120 mm . A Figura 4.3 mostra a vista superior (plano $X - Y$) do robô e a identificação dos vértices dos triângulos retângulos das plataformas fixa e móvel.

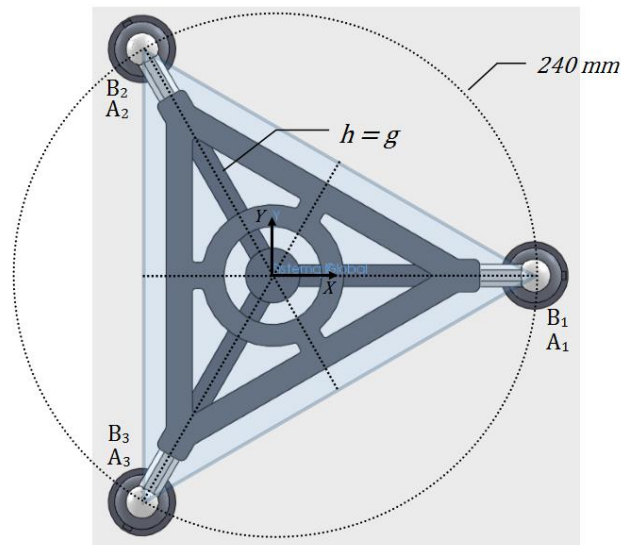


Figura 4.3 - Vista superior do desenho do projeto.

Um ponto importante de se avaliar no projeto são os limites das juntas esféricas. Matematicamente as juntas esféricas não possuem limites de ângulos, porém em uma construção real isso não acontece. As uniões esféricas aqui selecionadas são do fabricante Igus e possuem limite de 25° de inclinação entre um elemento e outro, a Figura 4.4 mostra em detalhe o ângulo. No Anexo I encontram-se maiores informações sobre o elemento selecionado.

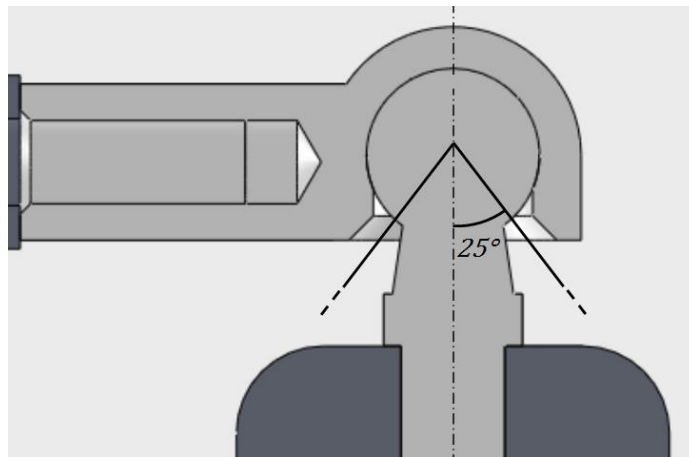


Figura 4.4 - Detalhe do ângulo máximo da junta esférica.

Observando os limites das juntas esféricas projetou-se um atuador linear com o máximo de 50 mm de comprimento de atuação, não sendo fisicamente possível ultrapassar esse limite. Para testar se os limites das juntas são obedecidos, o mecanismo foi orientado em uma posição limite onde um atuador está no seu valor máximo de comprimento enquanto os outros dois

restantes estão em suas posições mínimas (0 mm), nesse caso atinge-se a maior inclinação possível da plataforma móvel, a partir disso é possível verificar no próprio software CAD o ângulo atingido. A Figura 4.5(a) mostra a vista no plano $X - Z$ do mecanismo para melhor mostrar a posição obtida e a Figura 4.5(b) mostra um corte no plano $X - Z$ e em melhor detalhe a posição da junta esférica.

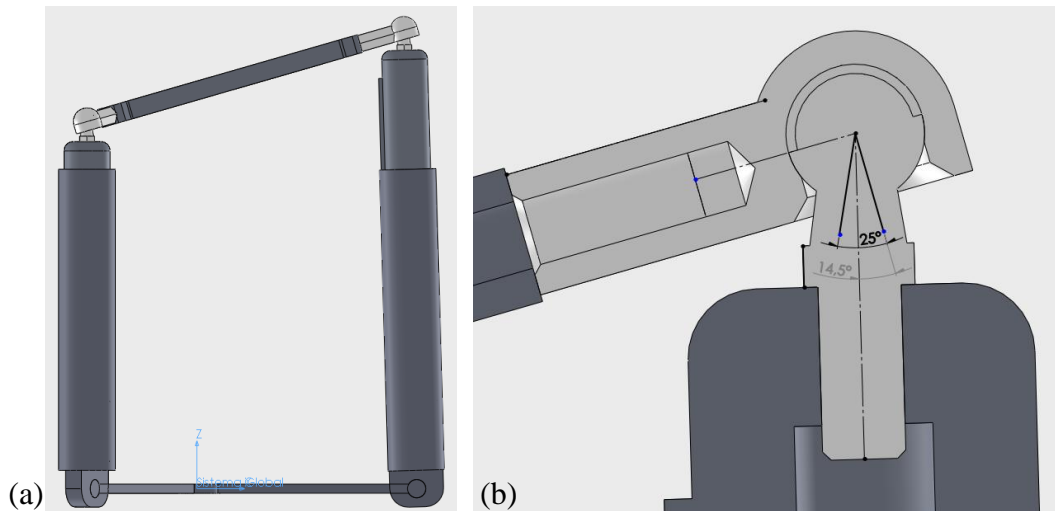


Figura 4.5 - (a) Posição de máxima inclinação da plataforma, (b) detalhe de junta esférica.

Pela Figura 4.5 constata-se que a junta esférica atinge um ângulo de $14,5^\circ$ quando a plataforma está em sua posição limite de inclinação, indicando que o mecanismo não sofre nenhuma restrição física durante a sua movimentação.

4.2 Espaço de trabalho

A determinação do espaço de trabalho é uma tarefa necessária no projeto de um manipulador e importante para a implementação de manipuladores existentes em operações ou processos já estabelecidos. O espaço de trabalho de um manipulador pode ser obtido através do cálculo da cinemática inversa, porém essa metodologia não leva em consideração limites físicos impostos pelas juntas, ou seja, com a cinemática inversa é possível calcular o espaço de trabalho teórico para o mecanismo levando a se estabelecer os limites possíveis em que o mecanismo pode atingir sem considerar restrições.

No que se refere ao mecanismo 3-RPS, a partir da análise detalhada e exata realizada por Sokolov, 2003 o volume de trabalho é limitado no plano $X - Y$ pelo cilindro com um raio igual a h (mesma dimensão do raio da plataforma móvel), o espaço de trabalho considerado é aquele realizado pelo centro de massa da plataforma móvel. Essa limitação é independente do

comprimento máximo fornecido pelas juntas prismáticas, ou seja, o cilindro considerado tem sua coordenada em Z infinita, além disso, essa abordagem não leva em conta posições singulares adotadas pelo mecanismo. Para exemplificar, as Figura 4.6(a) e Figura 4.6(c) mostram o mecanismo em uma posição onde o centro de massa da plataforma está localizado no centro do cilindro que limita o espaço de trabalho e a Figura 4.6(b) e Figura 4.6(d) mostram o mecanismo em uma posição limite. Nota-se que essa posição limite seria impossível devido a limitações das juntas esféricas, pois o ângulo máximo de inclinação seria violado.

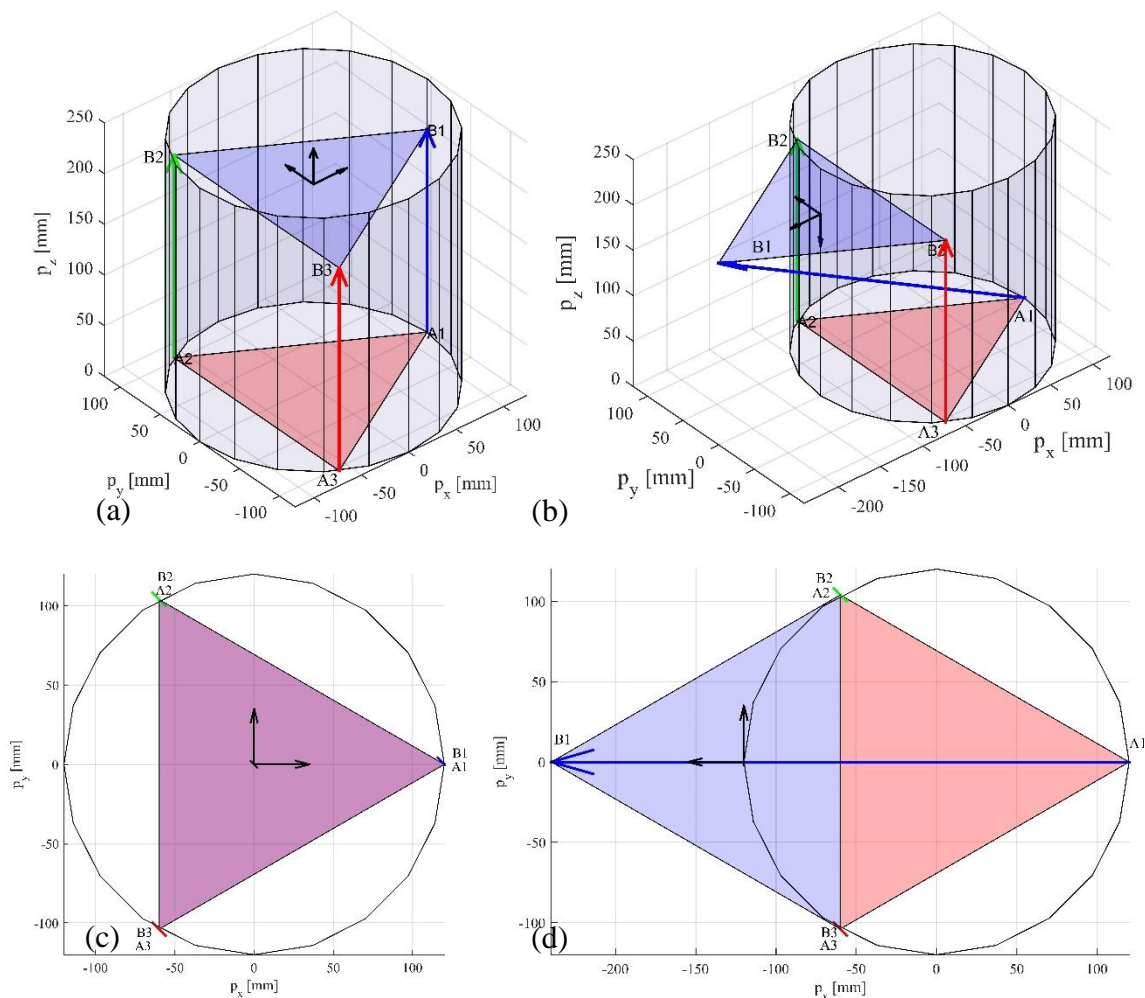


Figura 4.6 - Posição inicial e limite do mecanismo.

O cálculo do espaço de trabalho através da cinemática inversa e o fato da não consideração das limitações impostas pela junta também é comentado em Lukanin, 2005 e aponta que é útil no caso do manipulador paralelo 3-RPS separar os comprimentos das pernas (d_1, d_2, d_3), resolver a cinemática direta e construir o limite do espaço de trabalho como um conjunto de pontos discretos no espaço cartesiano. Essa decisão foi tomada com base na observação de que, apesar de a cinemática inversa ser resolvida para manipuladores paralelos

de forma direta, é impróprio usá-la para a determinação do espaço de trabalho pois a maioria dos pontos explorados no espaço cartesiano é calculada sem qualquer razão, isto é, pontos que estão fora do espaço de trabalho efetivo.

Levando esse fato em consideração, o cálculo do espaço de trabalho para o mecanismo do robô em análise é realizado a partir da proposta de Lukanin, 2005. A construção do espaço de trabalho do mecanismo foi feita a partir da discretização do comprimento das pernas a cada 1 mm de distância. Nesse caso, o comprimento das pernas varia de 200 mm até 250 mm em passos de 1 mm de distância, totalizando 50 pontos analisados para cada perna. A Figura 4.7 mostra todos os pontos alcançados pelo mecanismo em comparação com o cilindro limite do espaço de trabalho teórico.

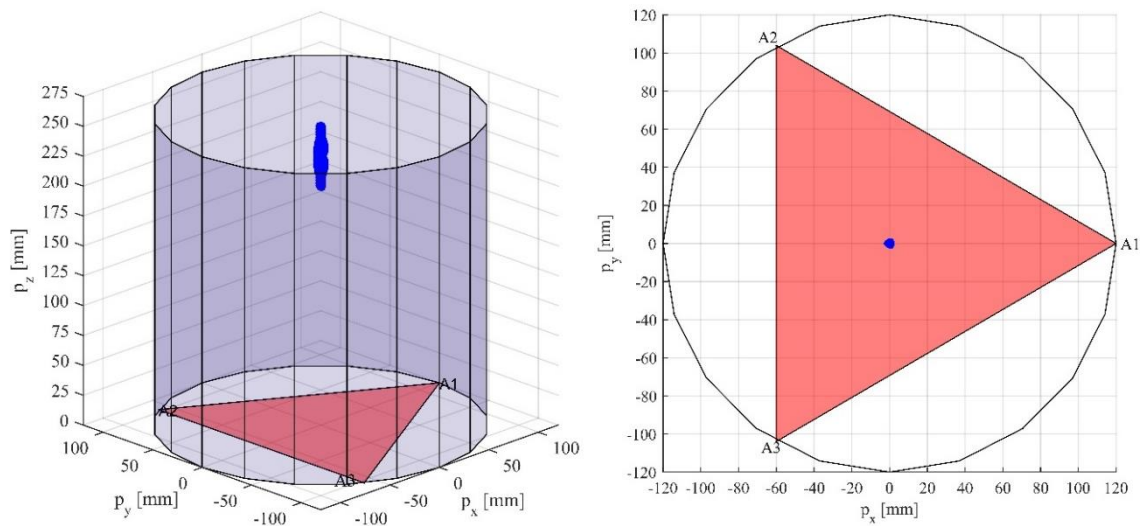


Figura 4.7 - Espaço de trabalho efetivo.

Observa-se que o espaço de trabalho efetivo é muito mais limitado que aquele teórico. Além disso, destaca-se a vantagem desse mecanismo de gerar pequenos deslocamentos em relação a deslocamentos maiores de seus atuadores, reafirmando o uso desse mecanismo para micro-posicionadores. A Figura 4.8 mostra em melhor detalhe o espaço de trabalho efetivo do robô projetado no ambiente CAD.

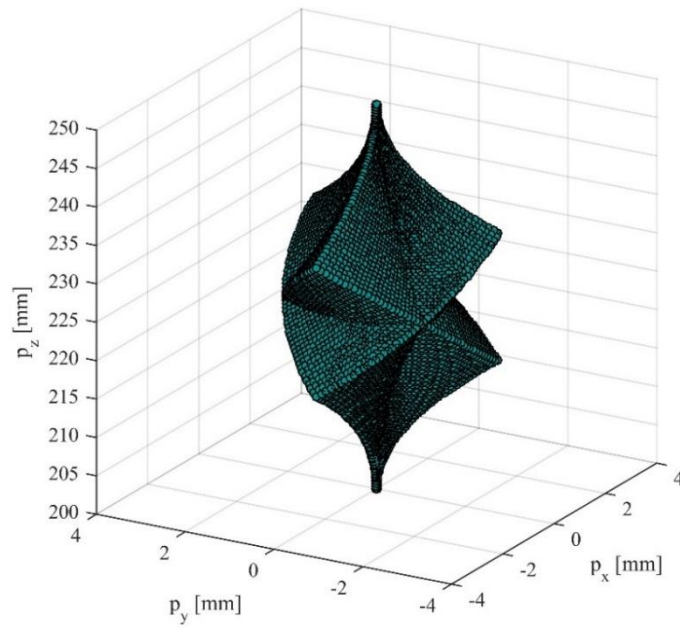


Figura 4.8 - Detalhe do contorno do espaço de trabalho efetivo.

A Figura 4.9 mostra a vista superior no plano X-Y do espaço de trabalho efetivo.

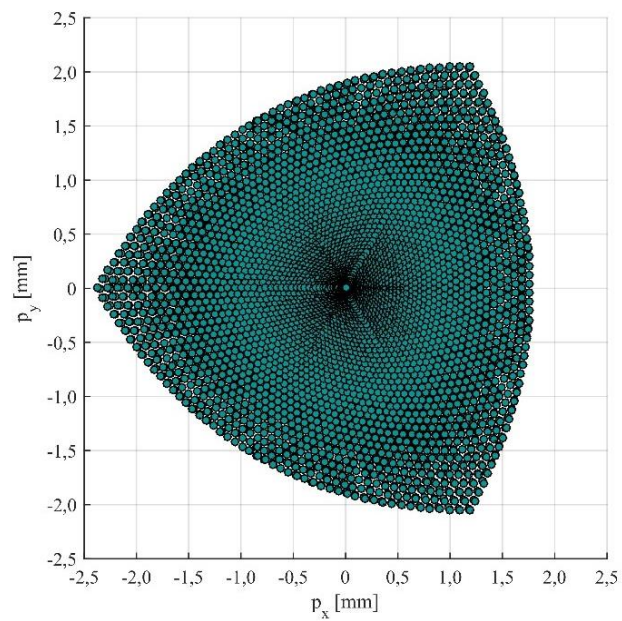


Figura 4.9 - Espaço de trabalho efetivo no plano X-Y.

A Figura 4.10 mostra o espaço de trabalho efetivo nos planos X-Z e Y-Z.

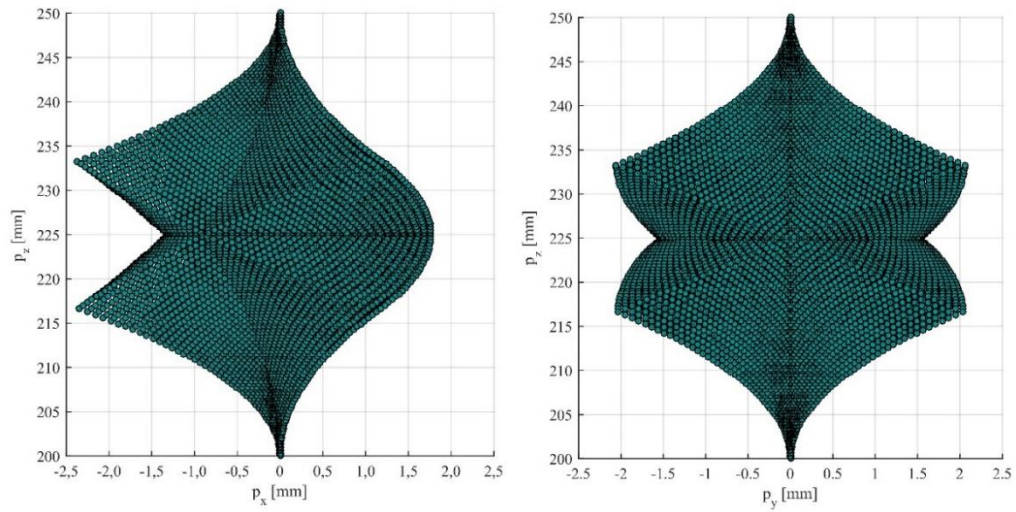


Figura 4.10 - Espaço de trabalho efetivo visto dos planos X-Z e Y-Z.

Para melhor visualizar o formato do espaço de trabalho, a Figura 4.11 mostra algumas fatias em diferentes cotas no eixo Z: 210 mm, 225 mm, 240 mm.

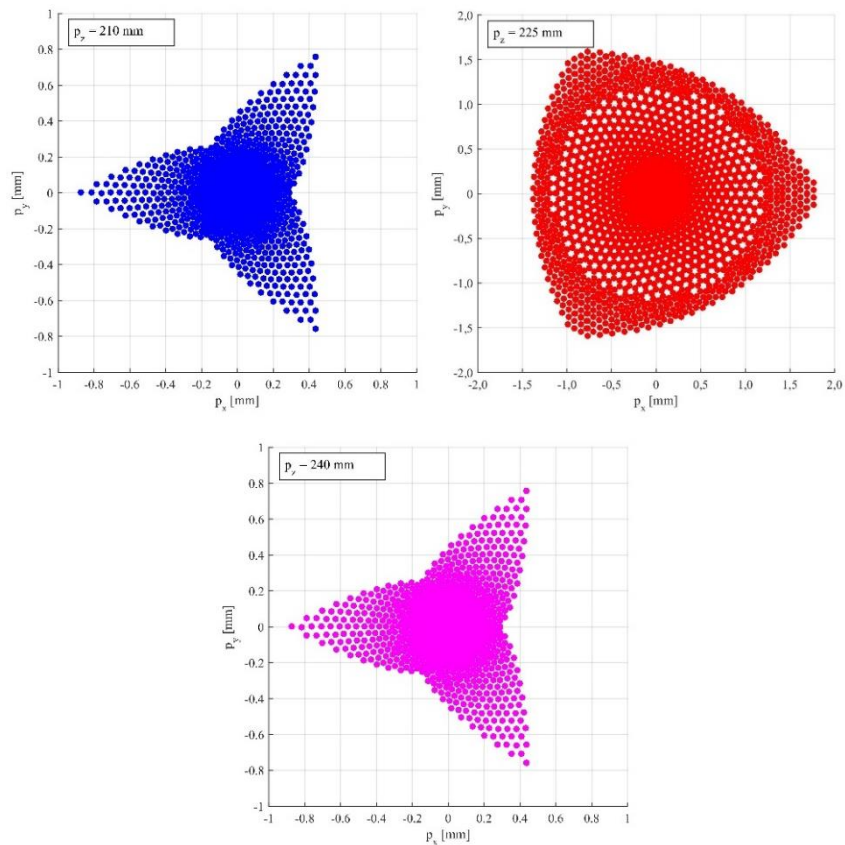


Figura 4.11 - Detalhe do espaço de trabalho em cortes transversais.

A partir da análise dos gráficos da Figura 4.10 e Figura 4.11 é possível verificar que há um plano de simetria posicionado em $p_z = 225 \text{ mm}$.

4.3 Verificação da zona livre de singularidade

A partir do cálculo do espaço de trabalho efetivo do robô é possível calcular o raio máximo de alcance, R_{sf} . O valor de R_{sf} é necessário para se verificar se o mecanismo trabalha ou não próximo de posições singulares.

A partir do cálculo do espaço de trabalho, o valor máximo obtido do raio de alcance do mecanismo é de $R = 2,35 \text{ mm}$. Com isso, utiliza-se esse valor como valor de R_{sf} para calcular a zona livre de singularidade do mecanismo a partir da Equação 3.48. Utilizando as dimensões geométricas do mecanismo em estudo a Figura 4.12 mostra a zona livre de singularidade, que está acima da curva.

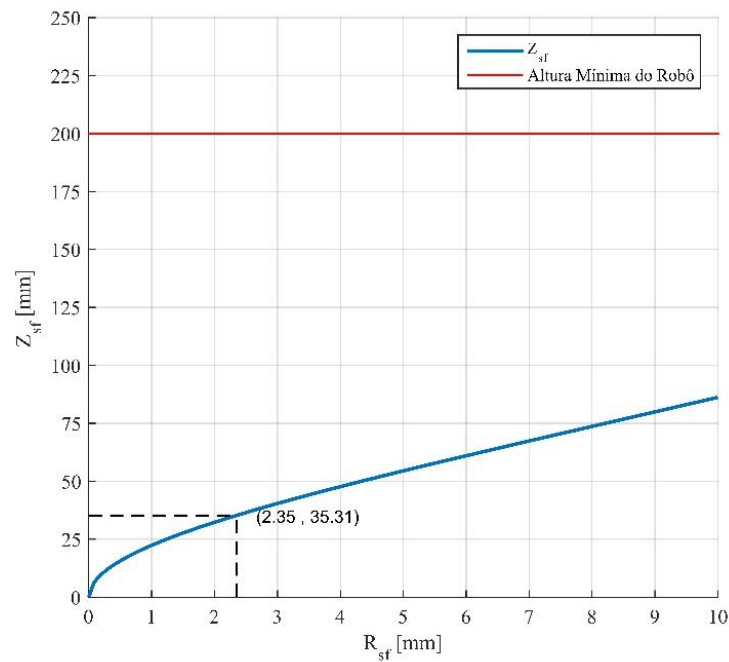


Figura 4.12 - Zona livre de singularidade.

Tendo em vista que seu raio de alcance máximo é de $2,35 \text{ mm}$ e, nesse ponto, a altura mínima de zona livre é de $35,31 \text{ mm}$, pela Figura 4.12 é possível perceber que o mecanismo trabalha bastante distante da zona singular sendo sua altura mínima de 200 mm .

5 ESTRATÉGIA DE CONTROLE

A equação dinâmica para o mecanismo 3-RPS é formada por um sistema de equações diferenciais não lineares. Por isso, a estratégia de controle para o mecanismo em estudo é utilizar o controle por torque computado para a linearização das equações. A estratégia de controle do robô paralelo por completo é constituída do bloco que calcula a cinemática inversa do mecanismo, transformando as coordenadas independentes, p_z , α e β , desejadas para uma dada trajetória, e as transforma em coordenadas generalizadas (ou de junta) desejadas de posição, velocidade e aceleração, q_d , \dot{q}_d e \ddot{q}_d . Os valores de q_d , \dot{q}_d e \ddot{q}_d alimentam o controlador por torque computado que calcula a força, τ , baseada na dinâmica inversa do mecanismo 3-RPS, modelo matemático obtido no Capítulo 3, e no erro de trajetória das informações de deslocamento e velocidade das juntas, necessária para cumprir a trajetória desejada. Neve-se ressaltar que não é considerada a natureza da fonte de energia dos atuadores lineares. Nesse caso, considera-se que cada atuador aplica, na plataforma, exatamente a força calculada pela lei de controle. Essa força por sua vez alimenta o bloco correspondente ao robô, projetado no Capítulo 4, de onde são mensuradas as posições e velocidades das juntas. A Figura 5.1 mostra o desenho esquemático da estratégia de controle desenvolvida.

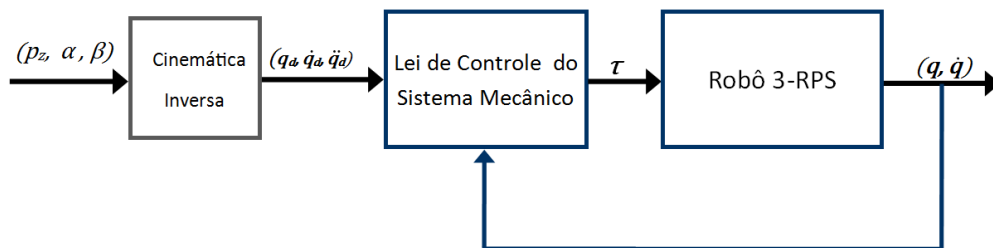


Figura 5.1 - Diagrama de blocos da estratégia de controle adotada.

5.1 Lei de controle do sistema mecânico

Em muitos modelos matemáticos de mecanismos considera-se um sistema linear com a matriz de inércia dos elementos como constante. Porém, sabe-se que, ao contrário da hipótese de um sistema linear, a matriz de inércia de um mecanismo depende da sua posição. Além disso, existem termos não lineares de Coriolis. Um esquema linear de controle quando usado em um mecanismo não linear não resulta em uma performance uniforme a cada ponto no espaço de trabalho do robô [Ghosal, 2006]. Para contornar o problema da não linearidade, um esquema

de controle baseado em modelo, normalmente chamado de Torque Computado, foi desenvolvido por Freud, 1982, cujo trabalho foi baseado no trabalho de Singh e Rugh, 1972.

O esquema de controle por torque computado parte da equação dinâmica de um robô com n-GDL, Equação 5.1.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{F}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau} \quad (5.1)$$

A chave para um esquema de controle não linear de sistemas complexos está no conceito de particionar a lei de controle. Assumindo que a saída do controlador pode ser escrita de acordo com a seguinte equação:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\tau}' + \boldsymbol{\beta} \quad (5.2)$$

define-se então que,

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{M}(\mathbf{q}) \quad (5.3)$$

$$\boldsymbol{\beta} = \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{F}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (5.4)$$

Substituindo a Equação 5.2 na Equação 5.1, tem-se:

$$\boldsymbol{\tau}' = \ddot{\mathbf{q}} \quad (5.5)$$

Essa equação pode ser vista como um sistema de inércia único com uma nova entrada $\boldsymbol{\tau}'$. De certa forma as não linearidades do sistema não-linear original são canceladas pelos termos $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\beta}$, e o sistema não linear é transformado em um sistema linear. É possível agora aplicar um controle linear a esse sistema único de inércia.

Escolhendo um controle PD podemos escrever $\boldsymbol{\tau}'$ como:

$$\boldsymbol{\tau}' = \ddot{\mathbf{q}}_d(t) + \mathbf{K}_p\mathbf{e}(t) + \mathbf{K}_v\dot{\mathbf{e}}(t) \quad (5.6)$$

onde, $\ddot{\mathbf{q}}_d(t)$, aceleração desejada; $\mathbf{e}(t) = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}$, o erro entre a posição desejada e posição medida; $\dot{\mathbf{e}}(t) = \dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}$, o erro entre a velocidade desejada e a velocidade medida; \mathbf{K}_p e \mathbf{K}_v , são matrizes de ganho proporcional e derivativo respectivamente.

Substituindo a Equação 5.6 na Equação 5.5 obtém-se a equação linear do erro do sistema de inercia único, Equação 5.8.

$$\ddot{\mathbf{e}}(t) + \mathbf{K}_p\mathbf{e}(t) + \mathbf{K}_v\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{0} \quad (5.7)$$

Para as matrizes positivas diagonais K_p e K_v , tem-se uma equação de erro desacoplada, e seguindo os resultados de controles lineares, pode-se definir K_p e K_v para obter respostas do tipo subamortecidas, criticamente amortecidas ou superamortecidas em cada ponto do espaço de trabalho do robô [Ghosal, 2006]. O esquema de controle é apresentado na Figura 5.2

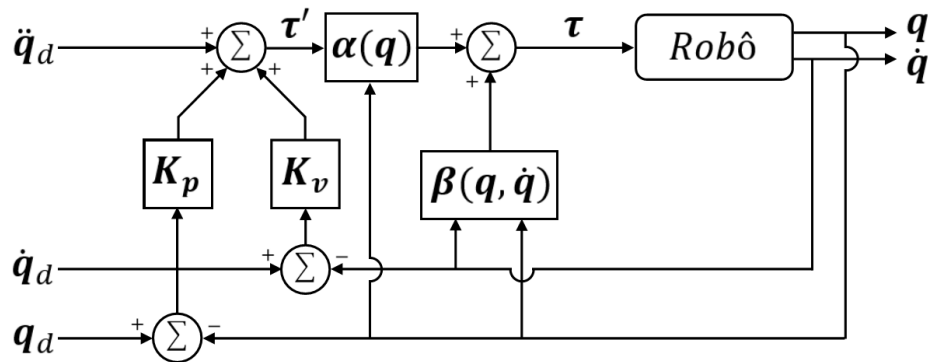


Figura 5.2 - Controle por torque computado.

Segundo Ghosal, 2006, a performance ideal apresentada na Equação 5.8 não é atingida devido a duas razões principais:

- O tempo requerido para o cálculo do modelo é maior que zero e, portanto, o modelo e o torque comandado para o controlador são calculados depois de um intervalo de tempo finito, ao passo que a configuração do manipulador pode ter mudado;
- Termos como, atrito, folgas e flexibilidade dos elos são difíceis de serem modeladas. A falta de conhecimento sobre os parâmetros do robô e, portanto, o modelo calculado, pode não cancelar exatamente os termos não-lineares. Além disso, desde que o controlador implementado é digital e discretização está envolvida, a resposta do sistema nunca irá exatamente cancelar as não-linearidades.

5.1.1 Torque computado para robôs paralelos

O controle anteriormente apresentado é utilizado para um manipulador serial sem nenhuma restrição de movimento no espaço de junta, $q(t)$. Porém, em muitos casos o efetuador do manipulador deve traçar uma trajetória mantendo contato com alguma superfície ou aplicando uma força desejada normal a superfície. Devido à presença de equações de restrição a estratégia de controle para esse tipo de situação é diferente da anteriormente apresentada. A mesma estratégia de controle, aplicada para manipuladores seriais com restrição de movimento, pode ser utilizada em robôs paralelos. A estratégia de controle por torque computado para robôs

paralelos inicia-se considerando a equação do movimento para robôs paralelos obtidas no capítulo 3, repetidas na Tabela 5.1 a seguir.

Tabela 5.1 - Equação de movimento para robôs paralelos.

Equação	Número
$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau + [\Psi(q)]^T \lambda$	3.53
$M\ddot{q} = \Gamma - \Psi^T (\Psi M^{-1} \Psi^T) [\Psi M^{-1} \Gamma + \dot{\Psi} \dot{q}]$	3.59
$\Gamma = \tau - C\dot{q} - G$	3.60

É possível reescrevendo a Equação 3.59 de forma compacta:

$$M(q)\ddot{q} + B(q, \dot{q}) = A(q)\tau \quad (5.8)$$

Seguindo o conceito da lei de controle apresentada anteriormente, escolhe-se a saída do controlador de acordo com a Equação 5.9 a seguir:

$$A(q)\tau = \alpha\tau' + \beta \quad (5.9)$$

Os parâmetros α e β podem ser escolhidos como $M(q)$ e $B(q, \dot{q})$ respectivamente. Além disso, τ' pode ser escolhido como apresentado na Equação 5.6. Assim como no caso de manipuladores seriais, a partir da escolha dos ganhos K_p e K_v as juntas atuadas do manipulador paralelo podem seguir a trajetória desejada. Tendo em vista que a equação de movimento incorpora as equações de restrição, o movimento das juntas atuadas não viola as restrições impostas pela geometria do robô paralelo. Tipicamente as posições e velocidades juntas passivas não são medidas, porém, o controle baseado no modelo para robôs paralelos são função não apenas das juntas ativas, mas também das juntas passivas. Nesse caso, deve-se usar a cinemática direta para calcular os valores das juntas passivas a partir dos valores medidos das juntas ativas. A Figura 5.3 mostra o diagrama de blocos da estratégia de controle para robôs paralelos.

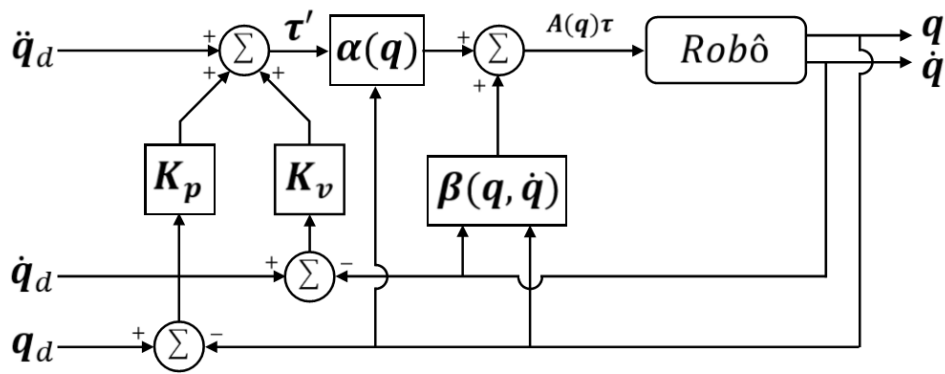


Figura 5.3 - Estratégia de controle por torque computado para robôs paralelos.

Assim como no controle de robôs seriais mencionados anteriormente, o controle baseado no modelo deve levar em consideração o efeito de incertezas do modelo matemático como a não consideração do atrito e falta de conhecimento sobre os parâmetros do robô. O modelo matemático desenvolvido no presente estudo não leva em consideração os efeitos de atrito, além de negligenciar as massas das partes móveis dos atuadores lineares, portando, o modelo calculado pode não cancelar exatamente os termos não-lineares, levando a equação do erro de trajetória, Equação 5.8 , a um valor diferente de zero.

6 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentadas as condições em que as simulações foram realizadas e seus resultados. São definidas as propriedades mecânicas do robô baseadas no modelo CAD, os ganhos do controlador e o diagrama de blocos para simulação. A partir disso, são testados casos com diferentes trajetórias desejadas para cada grau de liberdade, além de um caso onde o robô desenvolve uma trajetória complexa. Tais casos tem o intuito de verificar a qualidade do controle desenvolvido. Os casos são divididos da seguinte maneira:

Caso I: Uma função passo na coordenada p_z , elevação.

Caso II: Uma função passo de inclinação em torno do eixo Y , arfagem.

Caso III: Uma função passo de inclinação em torno do eixo X , rolagem.

Caso IV: Uma função senoidal na coordenada p_z , elevação.

Caso V: Uma função senoidal de inclinação em torno do eixo Y , arfagem.

Caso VI: Uma função senoidal de inclinação em torno do eixo X , rolagem.

Caso VII: Trajetória helicoidal similar àquela apresentada na Seção 3.9

6.1 Propriedades Mecânicas do Mecanismo

Os parâmetros geométricos do manipulador já foram definidos anteriormente, porém, serão repetidos aqui por conveniência. Os valores inerciais foram obtidos a partir do modelo CAD do robô. Vale ressaltar que o modelo matemático não engloba todas propriedades mecânicas do mecanismo e por isso, aqui serão apresentadas apenas aquelas propriedades pertinentes ao controle por torque computado. A Tabela 6.1 mostra os valores das propriedades mecânicas utilizados para simulação.

Tabela 6.1 - Propriedades mecânicas do mecanismo em estudo.

Parâmetro	Valor	Unidade
Raio da base fixa, g	120	[mm]
Raio da plataforma móvel, h	120	[mm]
Massa da plataforma móvel, m	0,20	[kg]
Momentos de inércia de massa em x , I_{xx}	0,35	[kg.m ²]
Momentos de inércia de massa em y , I_{yy}	0,35	[kg.m ²]
Momentos de inércia de massa em z , I_{zz}	0,70	[kg.m ²]
Produtos de inércia de massa, $I_{xy}, I_{yx}, I_{xz}, I_{zx}, I_{yz}, I_{zy}$	0	[kg.m ²]
Distância do centro da gravidade da perna, r	73	[mm]

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa da perna, m_p	0,50	[kg]
Momentos de inércia de massa em relação ao eixo da junta rotacional, I_p	1,90	[kg.m ²]
Massa da parte móvel da perna*	0,10	[kg]
*A massa da parte superior das pernas foi negligenciada no modelo matemático, o valor apresentado existe apenas no modelo CAD.		

6.2 Cálculo dos ganhos dos controladores

Os ganhos nos controladores são calculados a partir da Equação 5.8. A Tabela 6.2 mostra os valores dos ganhos calculados para uma resposta do tipo subamortecida com tempo de pico de 0,2 s e sobrepico de 1% para uma função passo no grau de liberdade p_z do robô com valor de 25 mm, Caso I idealizado.

Tabela 6.2 - Ganhos nos controladores.

Ganho	Valor
K_p	777
K_v	46

A Figura 6.1 mostra a resolução da equação diferencial do erro, Equação 5.8, para os ganhos, K_p e K_v , definidos. Para os ganhos definidos o tempo de assentamento é de 0,32 s com uma tolerância de 0,1%.

Para testar os ganhos calculados na estratégia de controle, faz-se uma simulação utilizando o modelo matemático tanto para a lei de controle quanto para a dinâmica direta do robô, sem a utilização do modelo em CAD desenvolvido. Nesse caso, têm-se um caso idealizado onde o erro da Equação 5.8 deve tender a zero. O gráfico da Figura 6.2 mostra o comportamento do robô para o Caso I idealizado para uma função passo em p_z de 225 mm até 250 mm.

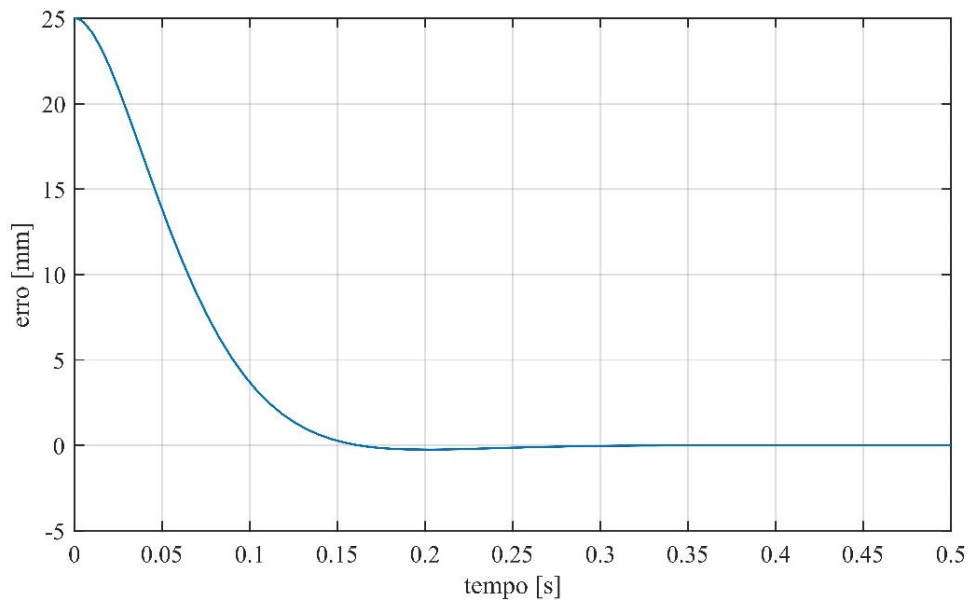


Figura 6.1 - Equação do erro para os ganhos definidos.

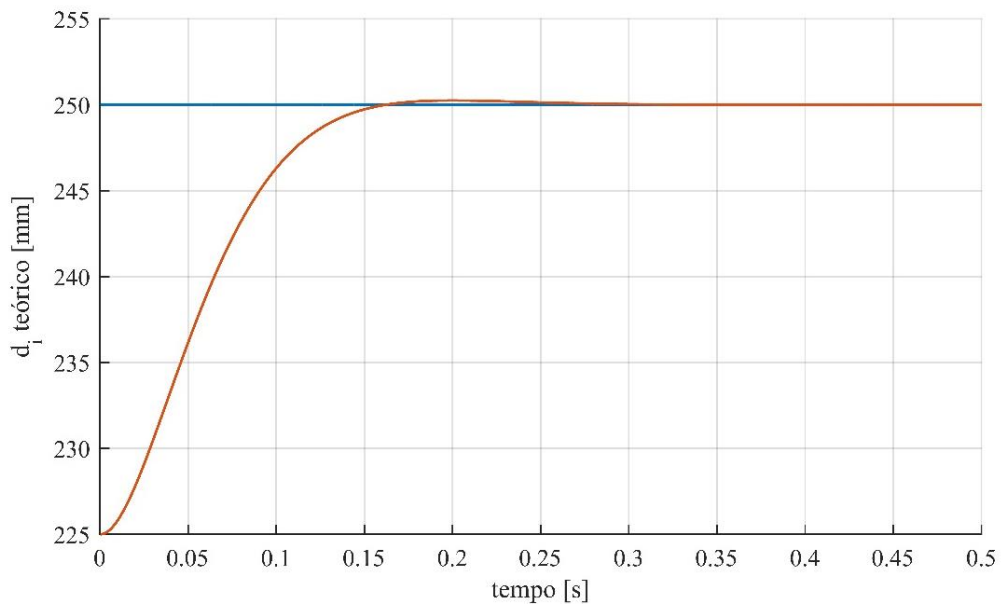


Figura 6.2 - Erro teórico para o Caso I idealizado.

A partir do gráfico da Figura 6.2 é possível observar que o erro do robô para um caso idealizado teve o mesmo comportamento daquele da Figura 6.1.

6.3 Diagrama de blocos para simulação

O ambiente de simulação, Matlab Simulink, permite a construção de um modelo dinâmico, a partir de um projeto em software CAD, tão complexo quanto for de interesse do usuário, sendo o software utilizado para a realização das simulações numéricas para a validação do projeto de um robô paralelo de três graus de liberdade acionado eletricamente. A Figura 6.3 mostra o diagrama de blocos completo da simulação numérica para o controle da plataforma. A Figura 6.3 é repetida no Apêndice A, em tamanho ampliado para melhor visualização.

A simulação se inicia definindo valores no tempo de p_z , α e β para a trajetória desejada. Os valores de trajetória de junta são calculados a partir da cinemática inversa que alimenta o controle do mecanismo 3-RPS. A força calculada na lei de controle por torque computado é aplicada às juntas prismáticas dos atuadores. A força aplicada pelos atuadores alimenta o robô, onde são conectados sensores para que se tenha uma leitura das posições e velocidades das juntas. Na simulação, no presente estudo, não é necessário fazer uso da cinemática direta pois o software permite a implantação de sensores nas juntas rotacionais que são as juntas passivas. Em casos práticos, caso não se utilize sensores nas juntas passivas, faz-se necessário o uso da cinemática direta para o cálculo das posições e velocidades das juntas passivas a partir dos valores lidos das juntas ativas (prismáticas). Os sinais de posição e de velocidade das juntas do robô são então enviados para o controlador do reiniciando o processo.

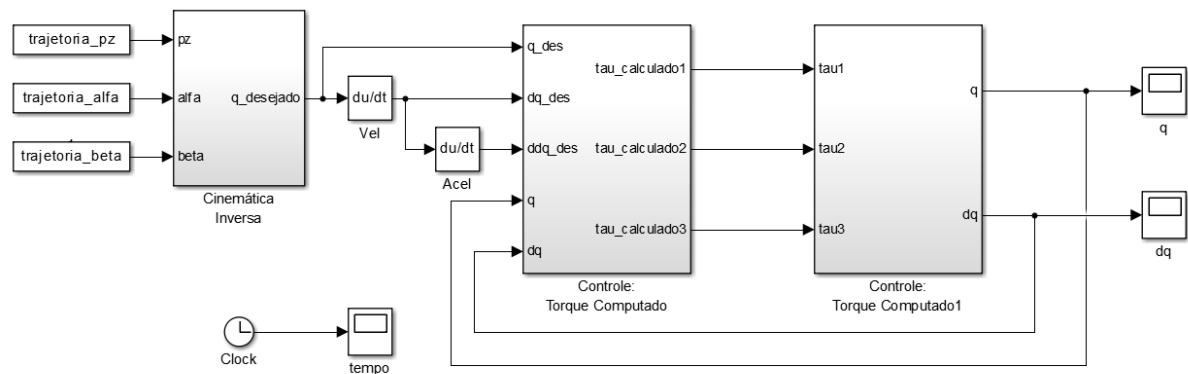


Figura 6.3 - Diagrama de blocos para simulação.

A principal limitação do modelo matemático criado é a não consideração das massas da parte móvel dos atuadores lineares. Por conta disso, erros de regime podem ocorrer devido a diferença nas dinâmicas do modelo matemático e do modelo CAD, onde a dinâmica completa do robô é considerada. Outro fator importante é que o modelo completo para simulação do robô tem a limitação da não consideração do atrito nas juntas, seja no modelo matemático, seja no

modelo CAD. O não modelamento do atrito faz com que o modelo completo para simulação não represente de forma completa um sistema real. Além disso, definem-se sensores idealizados, onde as leituras de posição e velocidades não são influenciadas pelo ruído, o que na prática não ocorre.

6.4 Resposta a uma Função Passo: Casos I ao III

Para os três primeiros casos aplica-se uma função passo nos três movimentos que a plataforma é capaz de fazer: elevação, arfagem e rolagem.

6.4.1 Caso I

O primeiro caso simulado é aquele da elevação. Neste caso é imposto uma função passo, apenas na coordenada p_z do robô com uma subida de 25 mm a partir da posição inicial de 225 mm, mantendo as coordenadas α e β zero. A Figura 6.4 mostra os valores de p_z , α e β para a elevação.

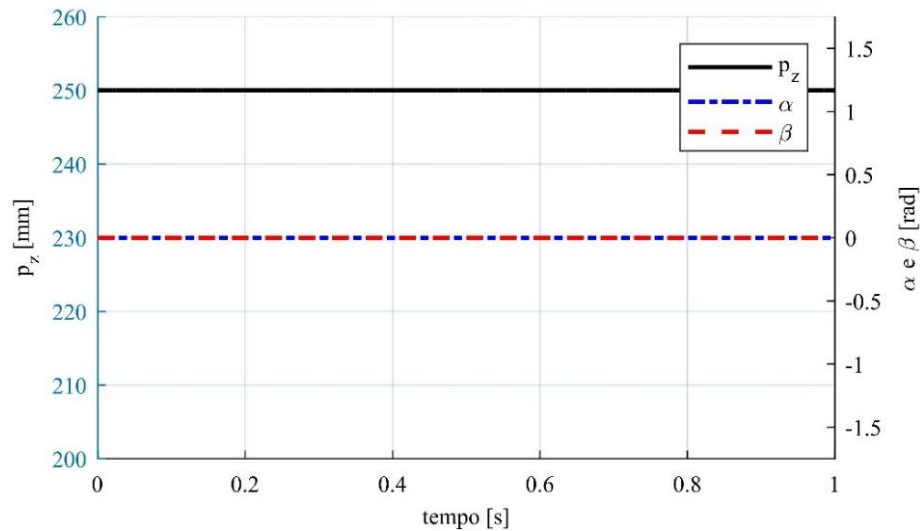


Figura 6.4 - Valores de p_z , α e β para o Caso I.

A Figura 6.5 mostra a comparação do Caso I idealizado com o Caso I, que é simulado a partir do modelo CAD, utilizando os mesmos ganhos.

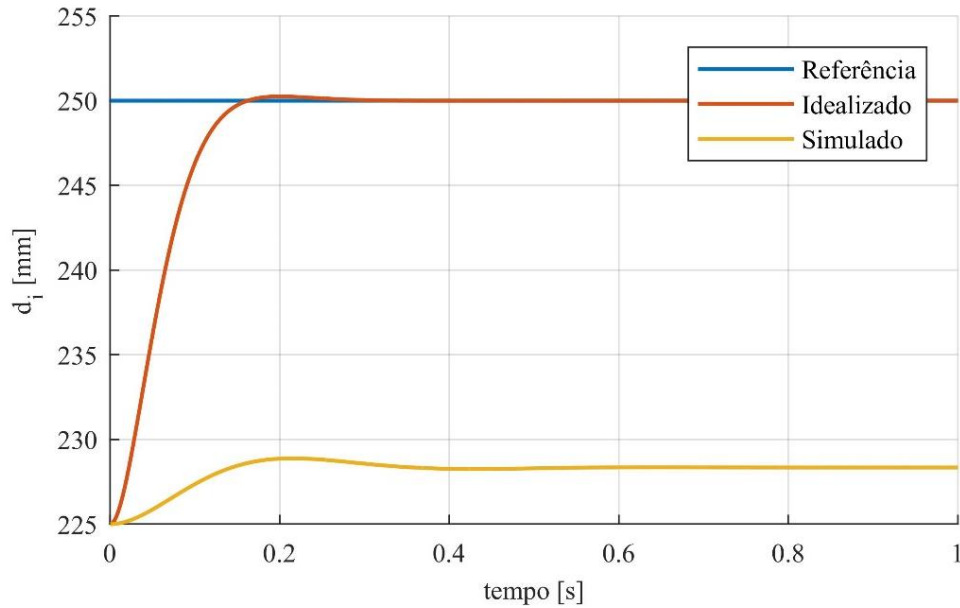


Figura 6.5 - Comparação entre o Caso I idealizado e o Caso I simulado.

Na Figura 6.5 utiliza-se o símbolo de d_i pois todas as pernas do robô, d_1 , d_2 e d_3 , têm o mesmo comportamento nesse caso. A partir do gráfico da Figura 6.5 é possível verificar que, embora o formato da curva seja semelhante, o erro de regime do modelo simulado ficou distante do erro de regime desejado de zero, 22 mm aproximadamente. Isso reforça a limitação do modelo matemático em calcular as forças dos atuadores lineares e, por conta disso, a lei de controle, com os ganhos definidos anteriormente, não foi capaz de anular o erro de regime no modelo simulado. Além disso, a partir da Tabela 6.1, nota-se que a massa da parte móvel da perna do robô é metade do valor da massa da plataforma móvel, ou seja, para esse caso específico a massa da parte móvel da perna tem maior influência no cálculo da força necessária. Negligenciar a massa da parte móvel da perna é mais adequado em casos em que a massa da plataforma móvel é muito maior que a massa dos atuadores. Para contornar a limitação do controlador, opta-se por aumentar os ganhos em 100 vezes com intuito de fazer o erro de regime se aproximar de zero para o modelo simulado. A Figura 6.6 mostra a comparação entre as curvas para ganhos de $K_p = 77700$ e $K_v = 4900$.

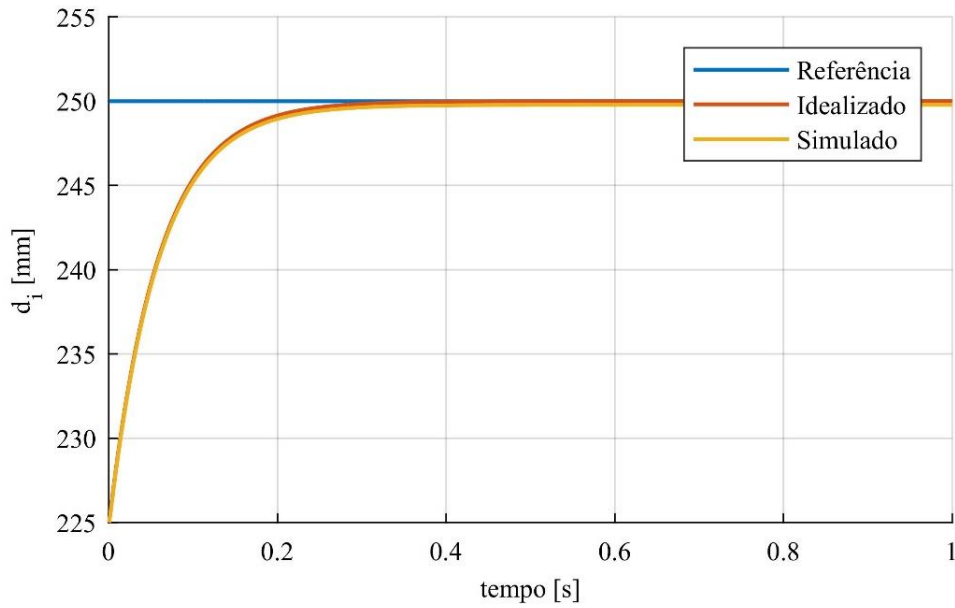


Figura 6.6 - Comparação entre o Caso I idealizado e o Caso I simulado com ganhos multiplicados.

Como é possível verificar a partir da figura, o erro de regime teve uma redução. O erro de regime para esse caso chegou na ordem de $0,22 \text{ mm}$ com tempo de assentamento de $0,41 \text{ s}$ para uma tolerância de $0,1\%$. Nesse caso, opta-se por utilizar os ganhos multiplicados definidos para esse caso nos próximos casos.

6.4.2 Caso II

O segundo caso simulado é aquele da arfagem. Neste caso é imposto uma função passo apenas na coordenada β do robô com uma inclinação de $0,1745 \text{ rad}$ (10°) e mantendo o centroide da plataforma móvel a uma altura p_z fixa de 225 mm e a coordenada α igual a zero. A Figura 6.7 mostra os valores de p_z , α e β para a arfagem.

A Figura 6.8 mostra os valores de junta desejados de cada perna bem como os valores obtidos na simulação.

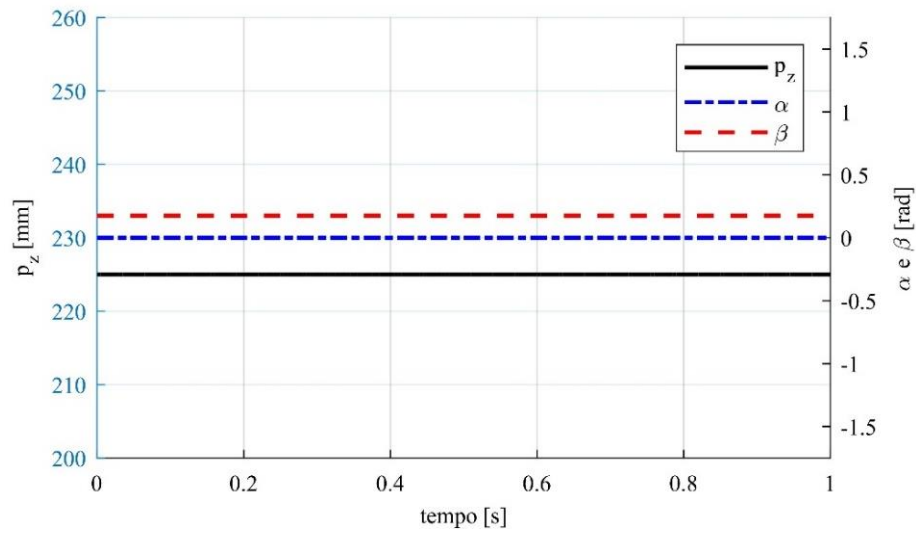


Figura 6.7 - Valores de p_z , α e β para o Caso II.

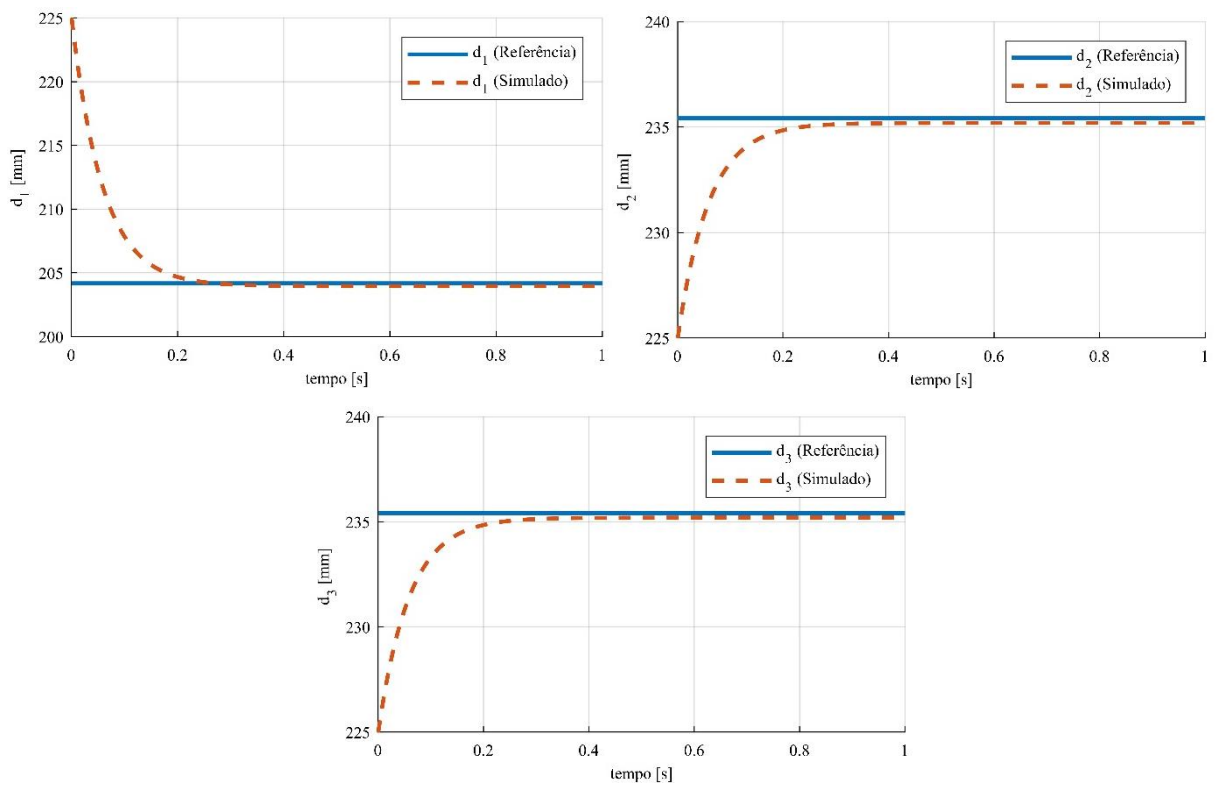


Figura 6.8 - Valores desejados e obtidos de d_1 , d_2 e d_3 para o Caso II.

A partir da análise da Figura 6.8 da resposta do sistema observa-se que o robô, assim como no primeiro caso, tem um erro de regime na ordem de $0,22 \text{ mm}$ para todas três pernas. A Figura 6.9 mostra a pose final do robô.

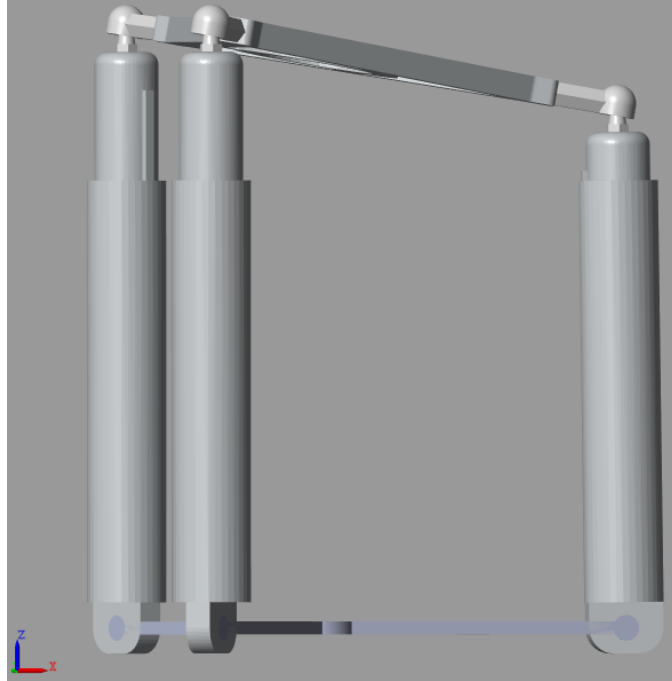


Figura 6.9 - Posição final do robô no Caso II.

6.4.3 Caso III

O terceiro caso simulado é aquele da rolagem. Neste caso é imposto uma função passo nas coordenadas α e β do robô com uma inclinação de $\pi/2 \text{ rad}$ (90°) e $0,1745 \text{ rad}$ (10°) respectivamente e mantendo o centroide da plataforma móvel a uma altura p_z fixa de 225 mm . Nesse caso a rolagem será de 10° . A Figura 6.10 mostra os valores de p_z , α e β para rolagem da plataforma.

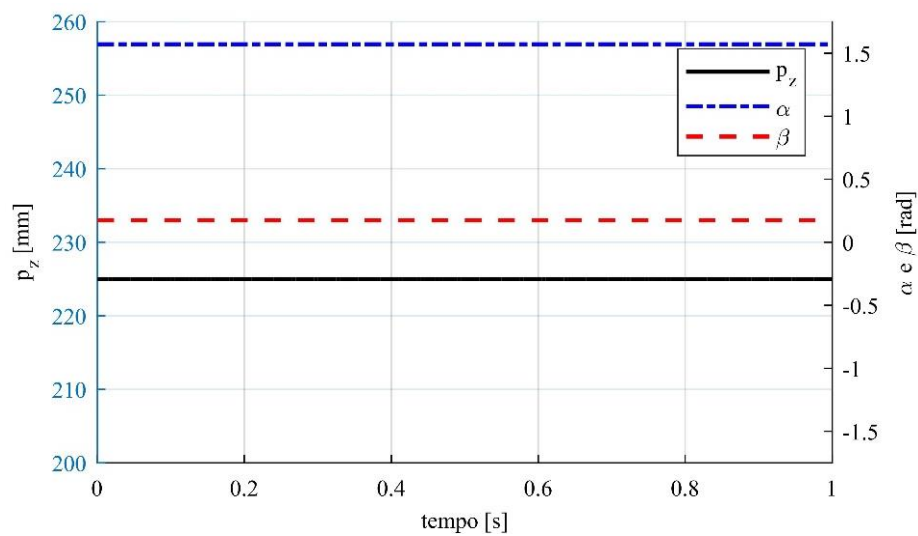


Figura 6.10 - Valores de p_z , α e β para o Caso III.

Para criar o movimento de rolagem são necessários a modificação de ambos ângulos e não apenas um ângulo como no Caso II. Isso é devido ao fato de que os ângulos de Euler utilizados correspondem a giros em torno dos eixos Y e Z e não dos eixos X e Y , por conta disso para criar o movimento de rolagem é necessário a combinação de inclinação dos dois ângulos.

A Figura 6.11 mostra os valores de junta desejados de cada perna bem como os valores obtidos na simulação. O erro de regime para o Caso III é de $0,22\text{ mm}$ para todas pernas assim como nos dois casos anteriores. Nesse caso, a perna d_1 , mesmo já estando em sua posição desejada, termina com um erro associado à sua trajetória devido ao erro sempre tender ao valor de $0,22\text{ mm}$ em regime permanente. A Figura 6.12 mostra a pose final do robô.

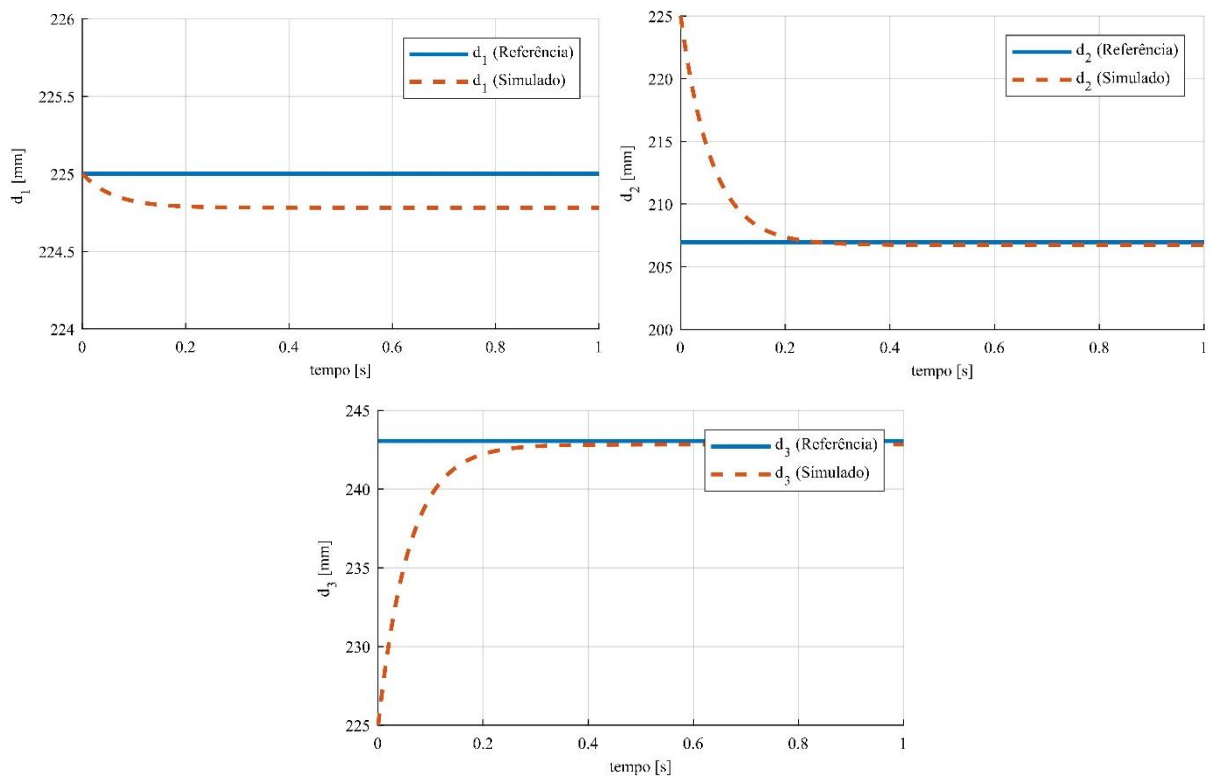


Figura 6.11 - Valores desejados e obtidos de d_1 , d_2 e d_3 para o Caso III.



Figura 6.12 - Posição final do robô no Caso III.

6.5 Resposta a uma Função Senoidal: Casos IV ao VI

Para os próximos três casos aplica-se uma função senoidal de frequência $\pi/2 \text{ rad/s}$, durante 5 s, nos mesmos três movimentos anteriormente simulados. Para esses casos, porém, não há o erro de regime, por conta disso, o erro máximo de trajetória é analisado para avaliar a estratégia de controle.

6.5.1 Caso IV

O Caso IV simulado é aquele da elevação. Neste caso é imposta uma função senoidal na coordenada p_z , com posição inicial e média de 225 mm , do robô com amplitude de 25 mm , mantendo as coordenadas α e β zero. A Figura 6.13 mostra os valores de p_z , α e β para a elevação.

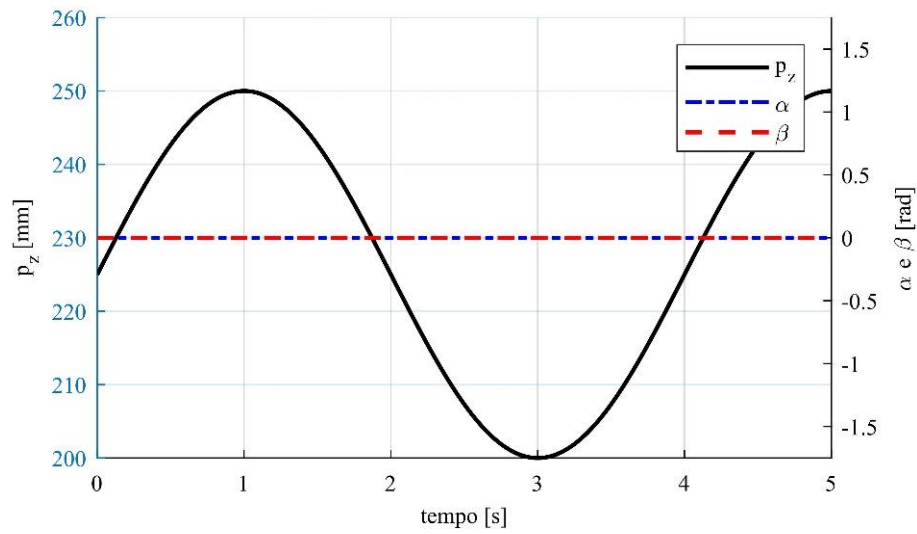


Figura 6.13 - Valores de p_z , α e β para o Caso IV.

A Figura 6.14 mostra os valores de junta desejados de cada perna bem como os valores obtidos na simulação.

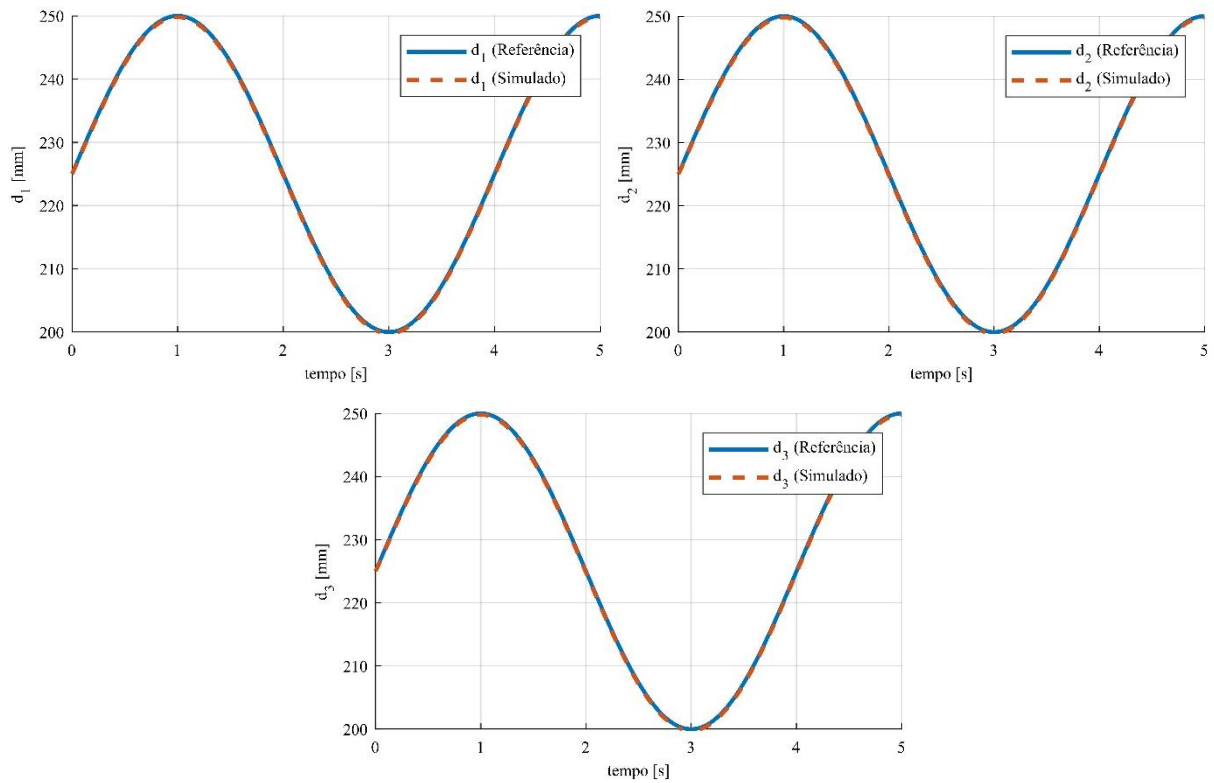


Figura 6.14 - Valores desejados e obtidos de d_1 , d_2 e d_3 para o Caso IV.

A Figura 6.15 mostra os erros associados a cada perna.

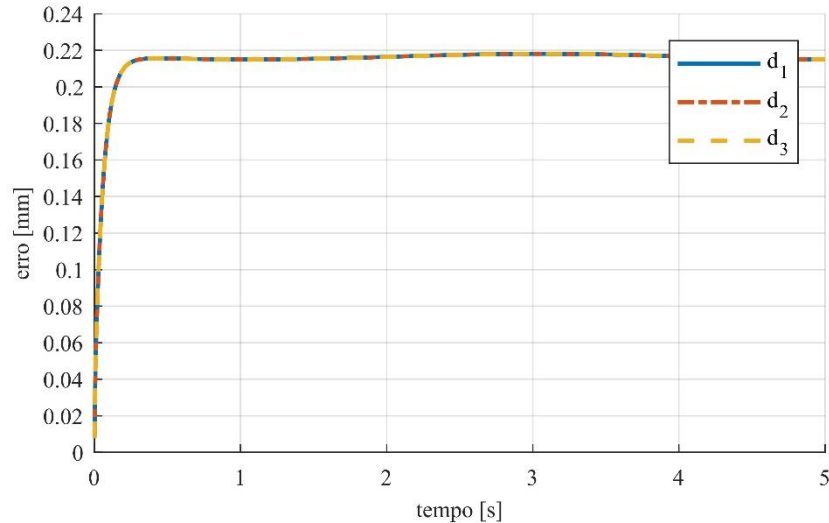


Figura 6.15 - Erro associado as trajetórias de d_1 , d_2 e d_3 , Caso IV.

O erro máximo para o Caso IV é de 0,22 mm. Como é possível verificar, o mecanismo completou a trajetória mantendo o erro de regime associado aos casos anteriores.

6.5.2 Caso V

O Caso V simulado é aquele do arremesso. Neste caso é imposta uma função senoidal na coordenada β do robô com amplitude de 0,1745 rad (10°), mantendo o centroide da plataforma móvel a uma altura p_z fixa de 225 mm e a coordenada α igual a zero. A Figura 6.16 mostra os valores de p_z , α e β para a arfagem.

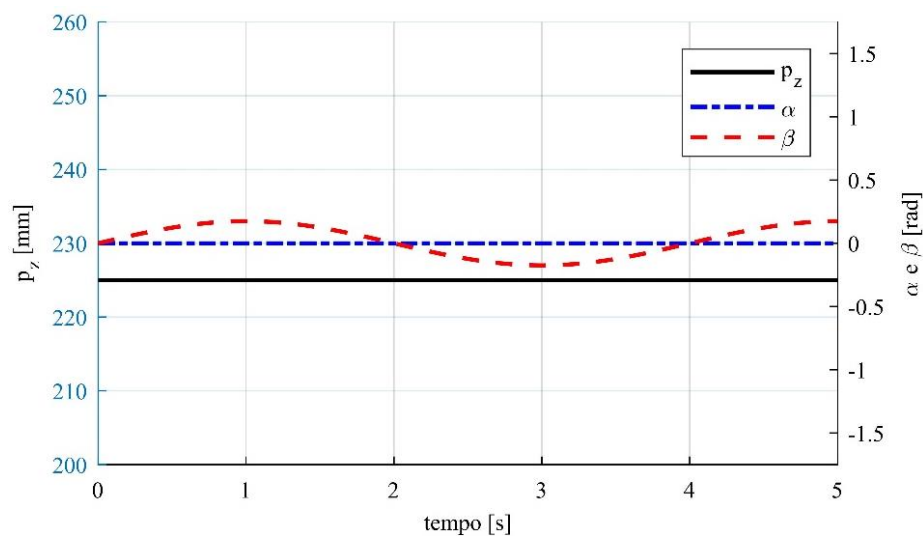


Figura 6.16 - Valores de p_z , α e β para o Caso V.

A Figura 6.17 mostra os valores de junta desejados de cada perna bem como os valores obtidos na simulação.

A partir do gráfico análise da Figura 6.18 verifica-se que o robô foi capaz de seguir a trajetória desejada, assim como no caso anterior.

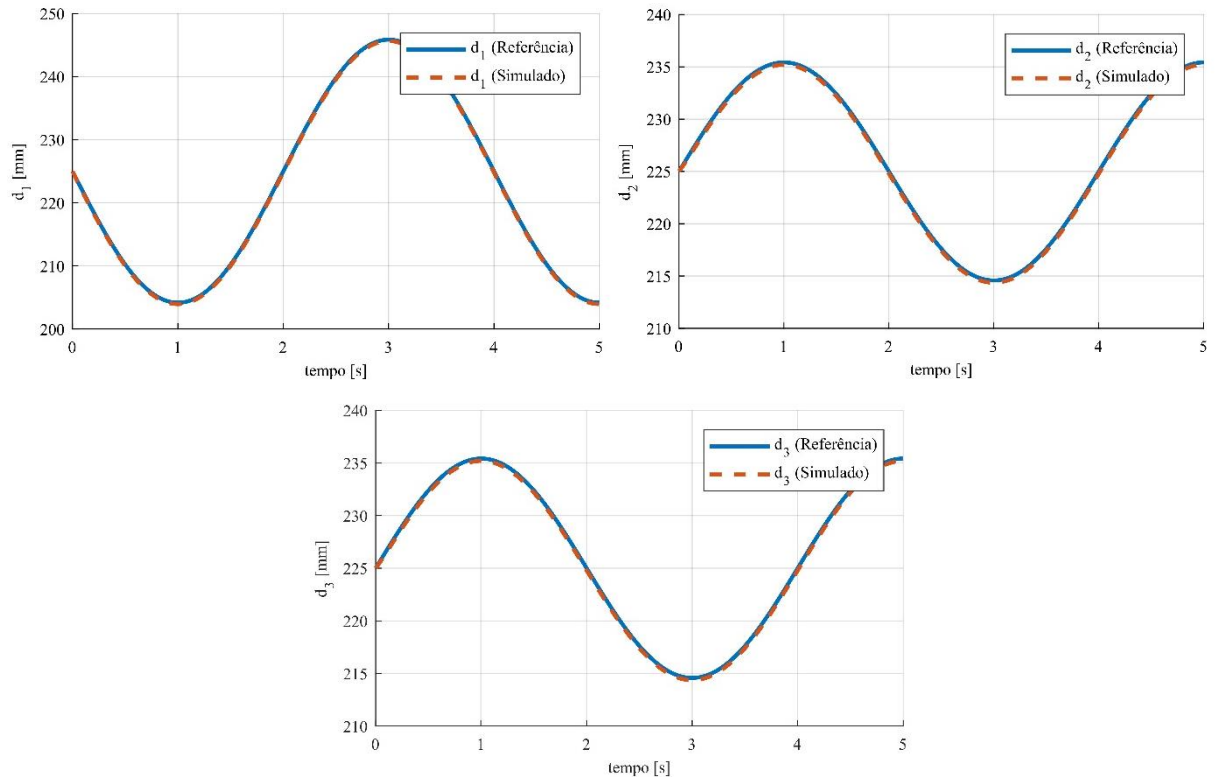


Figura 6.17 - Valores desejados e obtidos de d_1 , d_2 e d_3 para o Caso V.

A Figura 6.18 mostra os erros associados a cada perna. O maior erro de trajetória é de $0,22\text{ mm}$, mesmo dos casos anteriores.

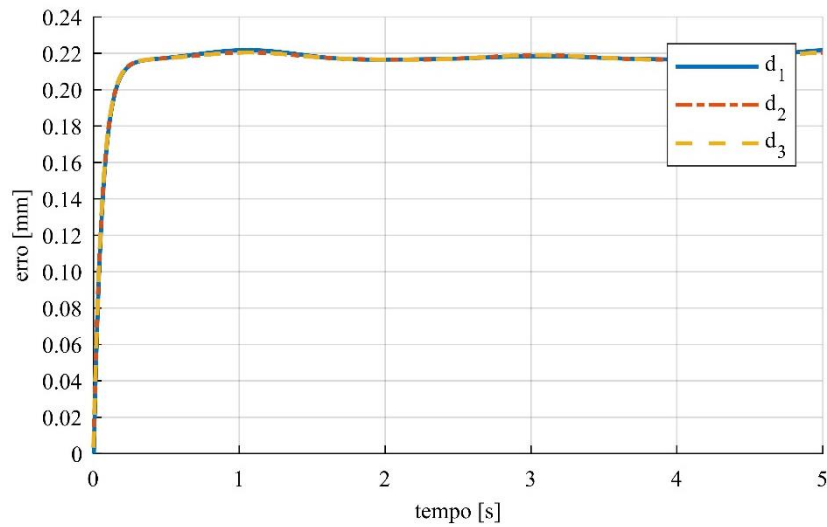


Figura 6.18 - Erro associado as trajetórias de d_1 , d_2 e d_3 , Caso V.

6.5.3 Caso VI

O Caso VI simulado é aquele da rolagem. Neste caso é imposta uma função senoidal na coordenada β do robô com amplitude de $0,1745 \text{ rad}$ (10°), mantendo o centroide da plataforma móvel a uma altura p_z fixa de 225 mm e a coordenada α igual a $\pi/2 \text{ rad}$ (90°). A Figura 6.19 mostra os valores de p_z , α e β para a rolagem.

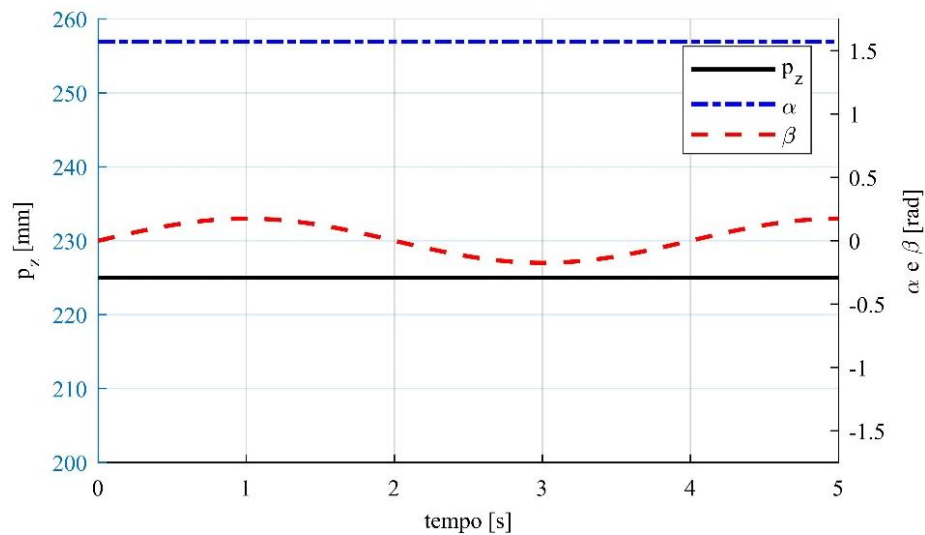


Figura 6.19 - Valores de p_z , α e β para o Caso VI.

A Figura 6.20 mostra os valores de junta desejados de cada perna bem como os valores obtidos na simulação. A Figura 6.21 mostra os erros associados a cada perna. Nesse caso, a perna d_1 , mesmo já estando em sua posição desejada, termina com um erro máximo associado

de $0,22\text{ mm}$, assim como no erro em regime permanente no Caso III. Para as pernas d_2 e d_3 o erro máximo também foi de $0,22\text{ mm}$. A Figura 6.21 mostra o erro associado a cada perna.

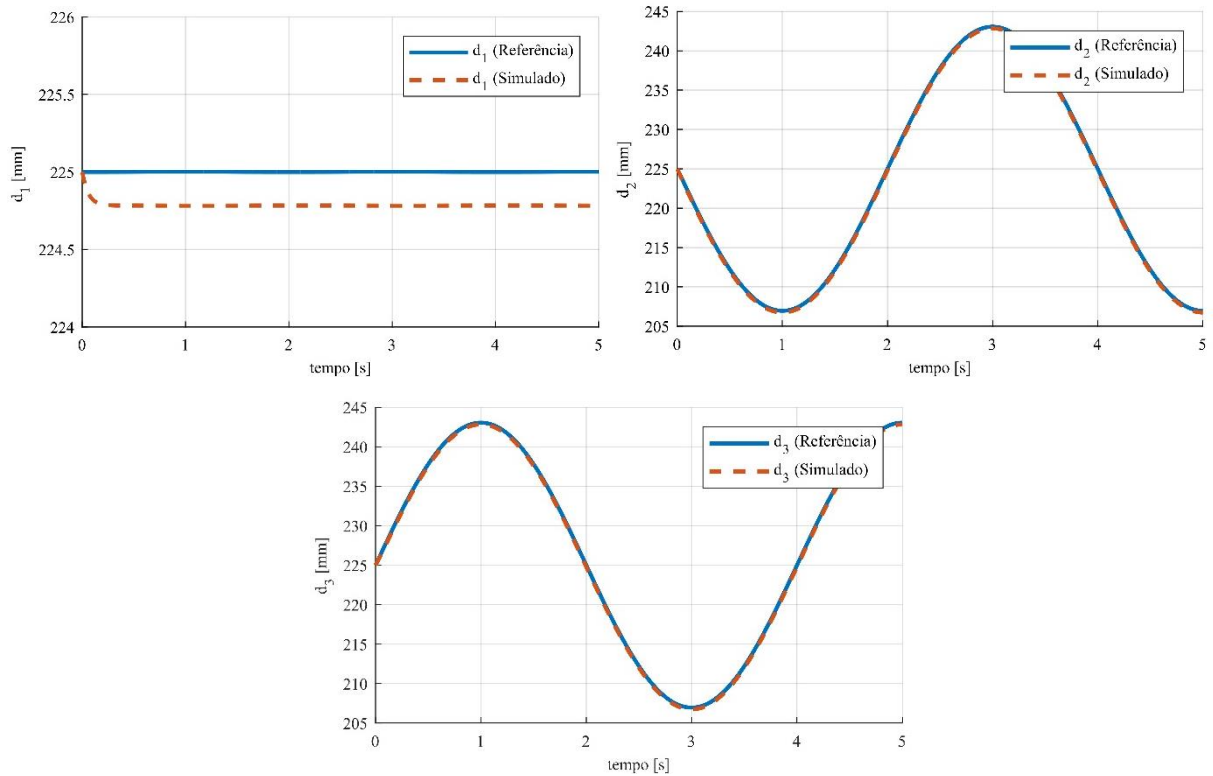


Figura 6.20 - Valores desejados e obtidos de d_1 , d_2 e d_3 para o Caso VI.

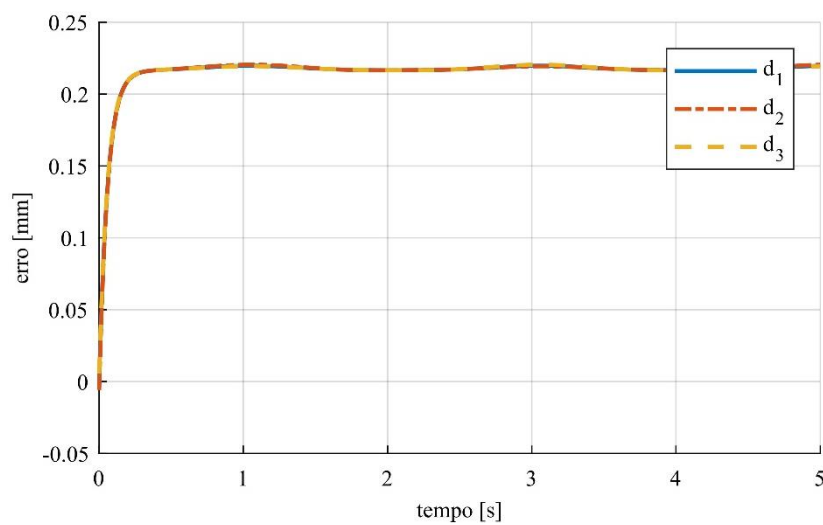


Figura 6.21 - Erro associado as trajetórias de d_1 , d_2 e d_3 , Caso VI.

6.6 Resposta em Movimento de Helicoide: Caso VII

Nessa seção é imposta uma movimentação ao robô similar àquela apresentada na Seção 3.9 para o cálculo da dinâmica inversa. O objetivo dessa simulação é testar o controle com uma trajetória mais complexa por parte do robô.

A helicoide desejada tem raio $rh = 0,5 \text{ mm}$ e passo $ph = 15 \text{ mm}$ para um período de 10 s. Nota-se que é aplicada uma função rampa até o segundo 2 s para que o robô mova o centroide da plataforma até a posição referente ao raio da helicoide, mantendo sua altura em $p_z = 225 \text{ mm}$. A partir daí o robô começa a executar o movimento helicoidal desejado. A Figura 6.22 mostra a movimentação desejada do centroide da plataforma no espaço cartesiano.

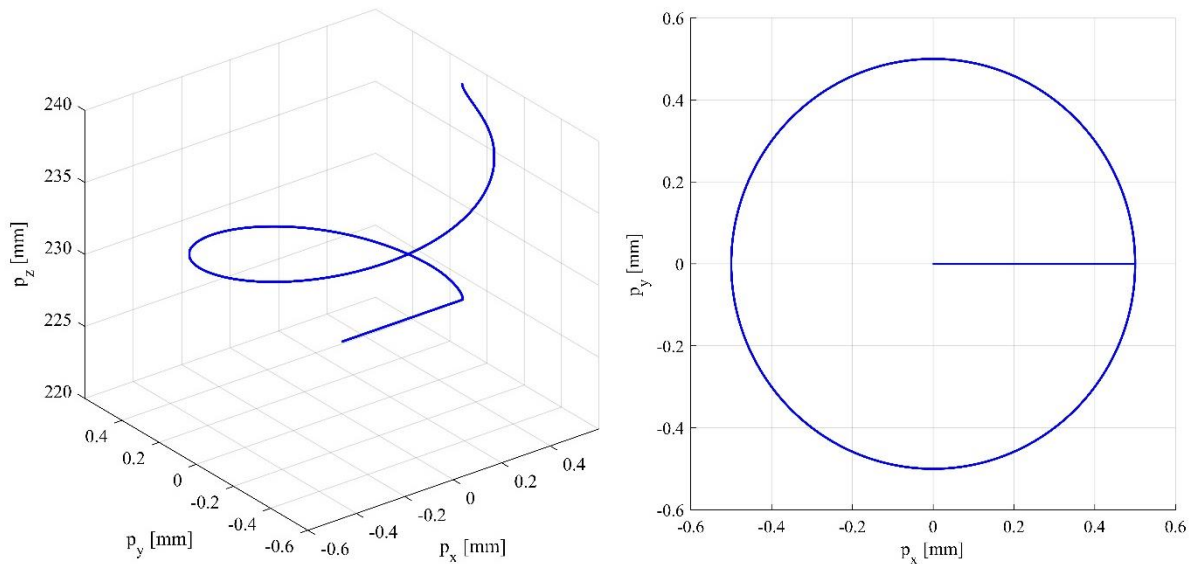


Figura 6.22 - Trajetória desejada do centroide da plataforma móvel no espaço cartesiano.

A Figura 6.23 mostra os valores de p_z , α e beta para o movimento helicoidal desejado.

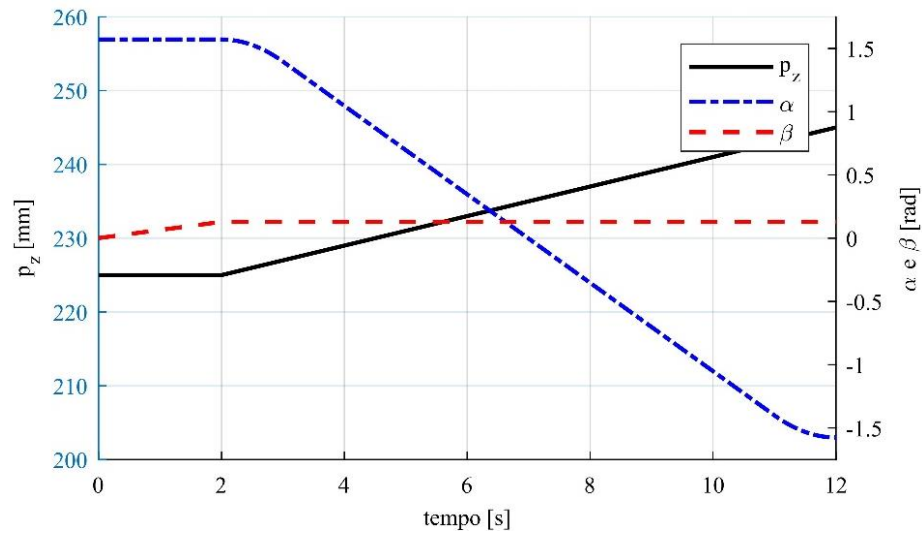


Figura 6.23 - Valores de p_z , α e β para o Caso VII.

A Figura 6.24 mostra o resultado no espaço cartesiano obtido, além da mostra movimentação do centrode da plataforma obtida em comparação com a desejada no plano X-Y.

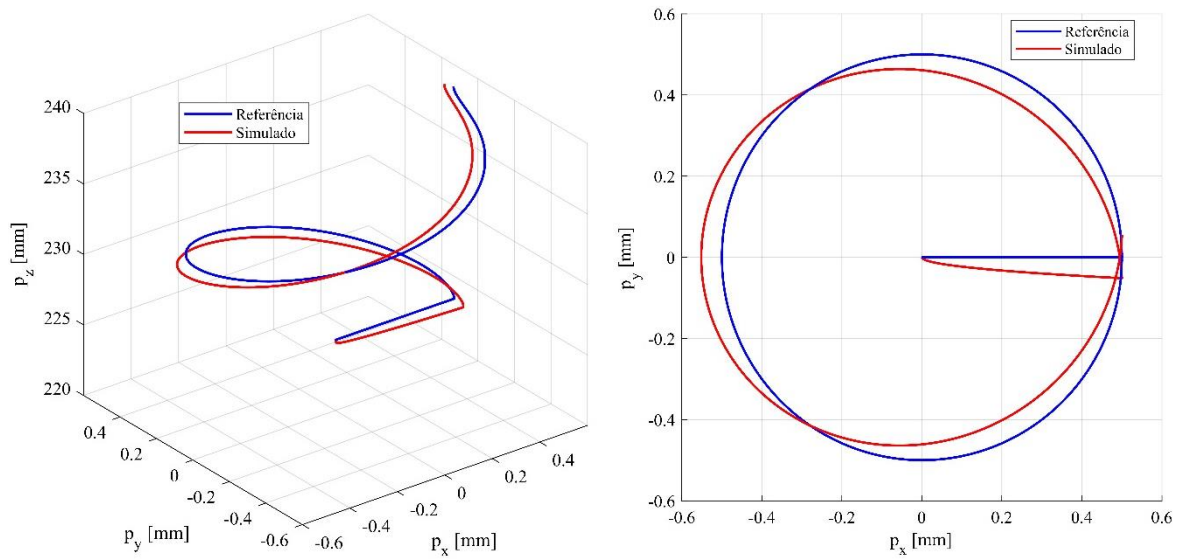


Figura 6.24 – Comparação das trajetórias no espaço cartesiano.

A Figura 6.25 mostra os valores de junta desejados de cada perna bem como os valores obtidos na simulação.

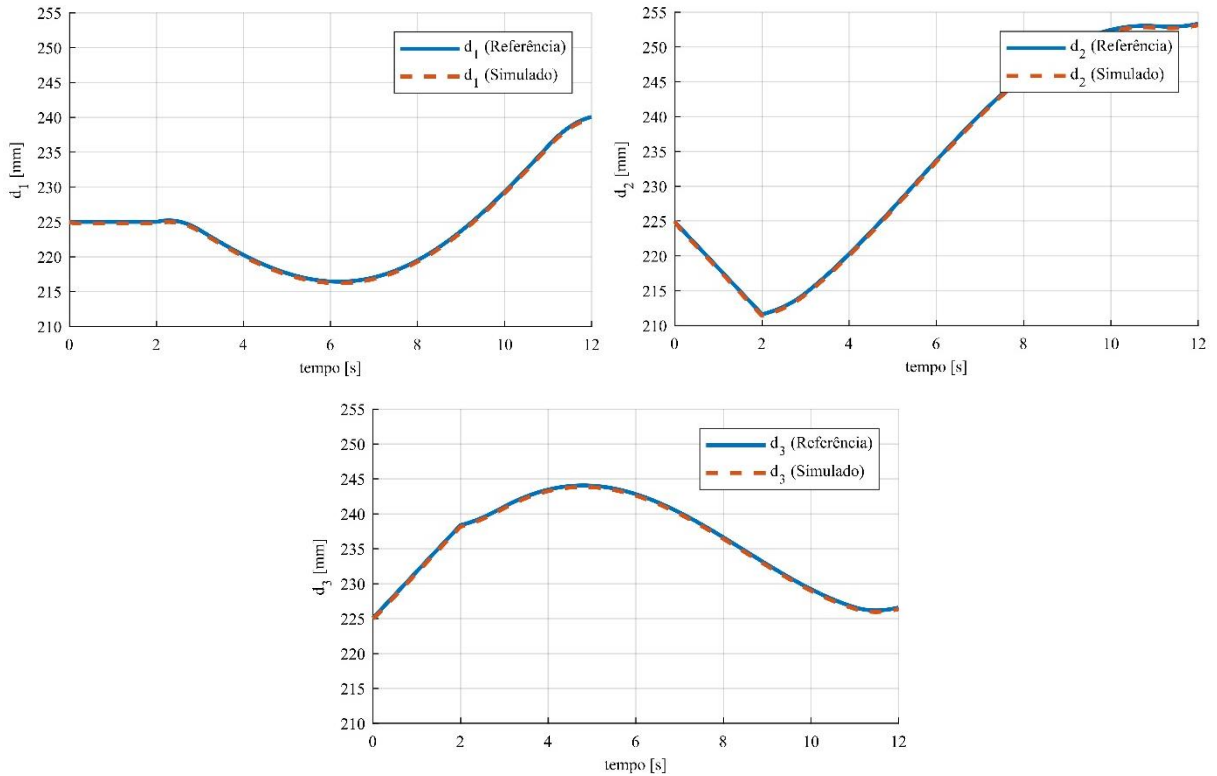


Figura 6.25 - Valores desejados e obtidos de d_1 , d_2 e d_3 para o Caso VII.

A Figura 6.26 mostra os erros associados a cada perna.

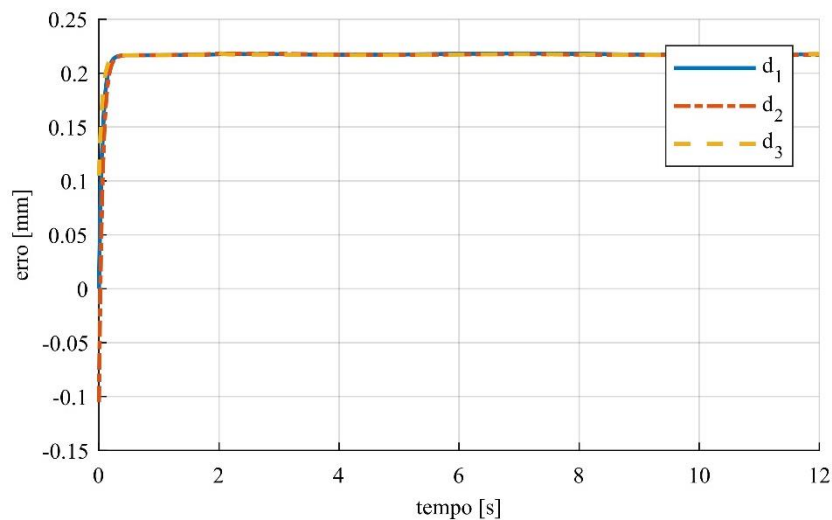


Figura 6.26 - Erro associado as trajetórias de d_1 , d_2 e d_3 , Caso VII.

Assim como em todos casos anteriores o erro permaneceu na ordem de $0,22 \text{ mm}$ para os valores de junta. Já no espaço cartesiano o erro máximo foi de $0,05 \text{ mm}$ para as coordenadas p_x e p_y e de $0,22 \text{ mm}$ para a coordenada p_z , mostrados na Figura 6.27. O valor de do erro de $0,22 \text{ mm}$ coordenada p_z ocorre pois seu valor é a média das alturas das juntas esféricas e essas

estão semelhantes aos valores de d_1 , d_2 e d_3 , pois ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 tem seus valores muito próximos de 90° .

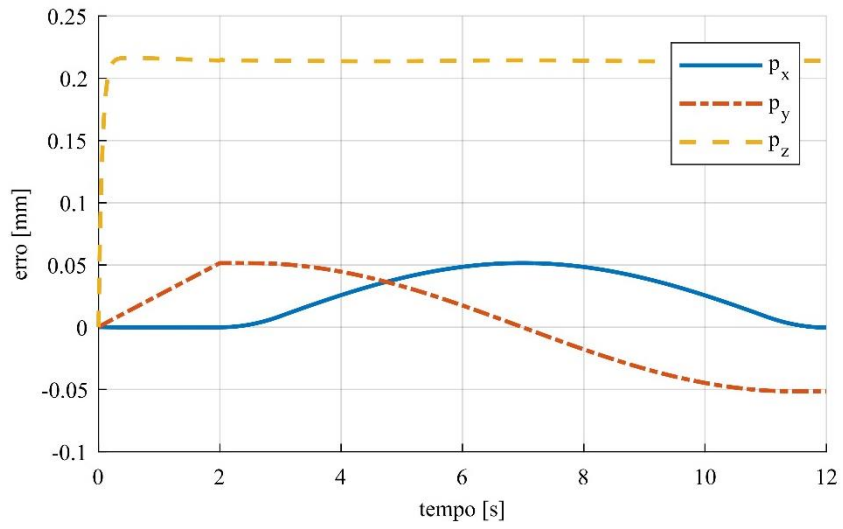


Figura 6.27 - Erro nas coordenadas cartesianas.

7 CONCLUSÕES

Diante dos resultados apresentados ao longo desse estudo, onde foi proposto a concepção de um robô paralelo de três graus de liberdade do tipo 3-RPS, pode-se afirmar que o objetivo geral foi atingido.

Na revisão bibliográfica, mostrou-se a gama de estudos já existentes e as aplicações para o robô em estudo, destacando ainda suas vantagens e desvantagens perante os robôs do tipo serias e da plataforma de Stewart. Além disso, a metodologia empregada no presente trabalho, como a obtenção da equação de movimento do robô utilizando a equação de Lagrange na forma matricial e a estratégia de controle por torque computado, não foi encontrada na revisão bibliográfica para o caso específico do mecanismo 3-RPS.

O estudo da cinemática expôs as restrições de movimentos impostas pela configuração das juntas do mecanismo, a obtenção dos três graus de liberdade independentes do mecanismo na cinemática inversa e a dificuldade da resolução da cinemática direta do mecanismo, onde se obteve oito soluções para uma dada configuração de pernas d_1 , d_2 e d_3 sendo apenas uma delas a correta. Foram obtidas ainda as matrizes Jacobianas no espaço de junta em respeito as velocidades translacionais e rotacionais. Além disso, foram apresentadas algumas posições singulares possíveis e a equação de cálculo da zona livre de singularidade.

A dinâmica do mecanismo foi estudada fazendo uso da formulação de Lagrange onde foi demonstrado o uso de multiplicadores de Lagrange, devido às juntas passivas existentes, para a obtenção as equações diferenciais do sistema. As matrizes de massa, Coriolis e vetor gravitacional para o sistema mecânico foram obtidas a partir das energias cinéticas e potencial. Além disso, os resultados do cálculo da dinâmica inversa do modelo matemático desenvolvido mostraram que o modelo representava de forma satisfatória o comportamento dinâmico do mecanismo. Na dinâmica direta foi discutido a rigidez numérica das equações diferenciais obtidas e foram apresentados alguns métodos matemáticos de solução para esse tipo equações.

Para a obtenção dos resultados criou-se um modelo virtual de escala 1:1 em ambiente CAD do robô utilizado na execução das simulações, sem considerar a fonte de energia dos atuadores lineares. A partir do modelo virtual foi possível verificar os limites de junta do mecanismo devido a restrições construtivas, calcular o espaço de trabalho do robô e obter o valor mínimo da altura da plataforma móvel, p_z , para verificar a zona livre de singularidades.

Para a simulação e obtenção dos resultados foi criado um diagrama de blocos no ambiente Matlab/Simulink onde a lei de controle por torque computado e o robô no ambiente

CAD foram conectados. Foram analisados sete casos no total. Nos três primeiros casos foi imposto uma função passo nos movimentos de elevação, arfagem e rolagem. Nos três casos subsequentes foi imposto uma função do tipo seno também nos movimentos de elevação, arfagem e rolagem. No sétimo caso foi proposto uma trajetória helicoidal para o teste envolvendo os três movimentos combinados. Primeiramente definiu-se um Caso I idealizado onde a lei de controle foi aplicada diretamente nas equações matemáticas. Isso permitiu o cálculo dos ganhos do controlador para um comportamento desejado subamortecido, levando o erro de trajetória a zero. A partir disso, foi possível verificar que os ganhos calculados para o caso idealizado não foram suficientes para a aplicação no modelo virtual do robô, onde os erros de trajetória tenderam a valores maiores que zero. Com isso, foi possível mostrar a limitação do controlador utilizando o modelo matemático, com a não consideração das massas e momento de inercia dos atuadores lineares, em aplicar a força necessária para a movimentação do robô e destacou-se que, para o caso específico do presente trabalho, a massa da parte móvel dos atuadores tem maior influência no cálculo da força calculada. Assim, propôs-se o aumento dos ganhos em cem vezes para compensar o erro de trajetória e, a partir disso, verificou-se que o erro tendeu a um valor de $0,22\text{ mm}$, sendo considerado aceitável. Em todos os casos subsequentes o erro de regime foi de $0,22\text{ mm}$, nos Caso II e Caso III. E o erro máximo associado a trajetória nos Caso IV, Caso V, Caso VI e Caso VII não ultrapassaram o valor de $0,22\text{ mm}$.

7.1 Trabalhos futuros

Com base nos resultados encontrados neste trabalho os seguintes estudos são sugeridos:

- Incluir a massa e o momento de inércia da parte móvel dos atuadores lineares e introduzir o atrito nas equações dinâmicas para tornar o modelo matemático mais realista, melhorando a qualidade do cálculo da força necessária para a movimentação;
- Considerar o atrito nas juntas prismáticas no modelo CAD para realizar as simulações;
- Considerar a fonte de energia dos atuadores lineares: pneumático, hidráulico ou elétrico;
- Adicionar erros de medição nos sensores da simulação;
- Construção física do robô completo para teste real da estratégia de controle desenvolvida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Babu, S. R., Raju, V. R. and Ramji, K. **Design for Optimal Performance of 3-rps Parallel Manipulator Using Evolutionary Algorithms**, 2013.

Bacac, N., Slukic, V., Puškarić, M., Stih, B., Kamenar, E. and Zelenika, S. Comparison of different DC motor positioning control algorithms, **2014 37th International Convention on Information and Communication Technology**, Electronics and Microelectronics (MIPRO), p. 1654-1659, 2014.

Bank, R. E., Coughran, W. C., Fichtner, W., Grosse, E., Rose, D. and Smith, R. Transient Simulation of Silicon Devices and Circuits, **IEEE Trans. CAD**, Vol. 4, p. 436–451, 1995.

Bolton, W. **Mechatronics Electronic Control Systems in Mechanical and Electrical Engineering**. Pearson, 6. ed., 2015.

Bonev, I. The True Origins of Parallel Robots, **ParalleMIC**, 2003.

Cappel, K.L. Motion simulator, **United States Patent, N° 3.295.224**, 1967.

Chablat, D., Jha, R., Rouillier, F. and Moroz, G. Workspace and Joint Space Analysis of the 3-RPS Parallel Robot, **ASME, International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference**, Volume 5A: 38th Mechanisms and Robotics Conference, 2014.

Chaudhary, G. and Ohri, J. 3-DOF Parallel Manipulator Control Using PID Controller, **2016 IEEE 1st International Conference on Power Electronics, Intelligent Control and Energy Systems (ICPEICES)**, p. 1-6, 2016.

Chen, X., Liu, X., Xie, F. and Sun, T. A Comparison Study on Motion/Force Transmissibility of Two Typical 3-DOF Parallel Manipulators: The Sprint Z3 and A3 Tool Heads, **International Journal of Advanced Robotic Systems**, Vol. 11, N° 1, 2014.

Clavel, R. Device for the Movement and Positioning of an Element in Space, **United States Patent, N° 4.976.582**, 1990.

Connolly, C. ABB high-speed picking robots establish themselves in food packaging, **Industrial Robot: An International Journal**, Vol. 34 N° 4, p.281-284, 2007.

Craig, J. J. **Robótica**. Pearson, 3. ed., 2012.

Dasgupta, B and Mruthyunjaya, T. S. The Stewart platform manipulator: a review, **Mechanism and Machine Theory**, Vol. 35, N° 1, p. 15-40, 2000.

Devol Jr, G. C. Programmed article transfer, **United States Patent, N° 2.988.237**, 1961.

Do, W. Q. D. and Yang, D. C. H. Inverse Dynamic Analysis and Simulation of a Platform Type of Robot. **Journal of Robotic Systems**, Vol. 5, Nº 3, p. 209–227, 1988.

Fang, Y. and Huang, Z. Kinematics of a Three-degree-of-freedom In-parallel Actuated Manipulator Mechanism, **Mechanism and Machine Theory**, Vol. 32, Nº 7, p. 789-796, 1997.

Farhat, N., Mata, V. Page, A. and Valero, F. Identification of Dynamic parameters of a 3-DOF RPS Parallel Manipulator, **Mechanism and Machine Theory**, Vol. 43, Nº 1, p. 1-17, 2008.

Finotti, G., **Cálculo Explícito dos Torques dos Atuadores de um Robô Paralelo Plano Empregando Método de Kane**. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2008.

Freud, E. Fast Nonlinear Control with Arbitrary Pole Placement for Industrial Robots and Manipulators, **Int. J. Robot. Res.**, Vol. 1, p. 65-78, 1982.

García, R. M. L. **Controle de um Manipulador Plataforma de Stewart com Atuadores Hidráulicos como Simulador de Movimento de Navios**. Dissertação de Mestrado - PROMEC - UFRGS, 2015.

Ghosal, A. **Robotics Fundamental Concepts and Analysis**. Oxford University Press, 2006.

Gosselin, C. M. and Hamel, J. F. The agile eye: A High-performance Three-degree-of-freedom Camera-orienting Device, **1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation**, Vol. 1, p. 781-786, 1994.

Gosselin, C. Parallel Computational Algorithms for the Kinematics and Dynamics of Planar and Spatial Parallel Manipulators, **Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-transactions of The Asme**, Vol. 118, Nº1, p. 22-28, 1996.

Gough, V.E. and Whitehall, S.G. Universal tyre test machine, **Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress**, p. 117-137, 1962.

Guglielmetti, P. and Longchamp, R. A closed form inverse dynamics model of the delta parallel robot, **IFAC Proceedings Volumes**, Vol. 27, Nº 14, p. 51-56, 1994.

Gwinnett, J. E. Amusement device, **United States Patent, Nº 1.789.680**, 1931.

Hao, J. et al. Dynamic Modeling and Control Simulation of a Modified Delta Manipulator, **2015 IEEE International Conference on Information and Automation**, p. 1573-1578, 2015.

Harib, K., Moustafa, K., Ullah, S. and Zenieh, S. Parallel, Serial and Hybrid Machine Tools and Robotics Structures: Comparative Study on Optimum Kinematic Designs, **Serial and Parallel Robot Manipulators**, 2012.

Honegger, M., Brega, R. and Schweiter, G. Application of a Nonlinear Adaptive Controller to a 6 DOF Parallel Manipulator, **Proceedings 2000 ICRA, Millennium Conference, IEEE International Conference on Robotics and Automation**, Vol. 2, p. 1930-1935, 2000.

Huang, Z., Li, Q. and Ding, H. **Theory of Parallel Mechanisms**. Springer Netherlands, 2013.

Hunt, K. H. Structural Kinematics of In-Parallel-Actuated Robot-Arms. **ASME. J. Mech., Trans., and Automation**. Vol. 105, N° 4, p. 705-712, 1983.

Ibrahim, K., Ramadan, A. A., Fanni, M., Kobayashi, Y., Ismail, A. A. A., and Fujie, M. G. Kinematic Analysis and Control of Limited 4-DOF Parallel Manipulator Based on Screw Theory, **2012 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)**, p. 47-52, 2012.

Ibrahim, O and Khalil, W. Kinematic and Dynamic Modeling of the 3RPS Parallel Manipulator, **12th IFToMM World Congress**, 2007.

Jones, T. P. and Dunlop, G. R. Analysis of Rigid Body Dynamics for Closed-loop Mechanisms—Its Application to a Novel Satellite Tracking Device, **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering**, Vol. 217, N° 4, p. 285-298, 2003.

Joshi, S and Tsai, L. W. Jacobian Analysis of Limited-DOF Parallel Manipulators, **Journal of Mechanical Design, Journal of Mechanical Design**, Vol. 124, 2002.

Kalla, R., Nurahmi, L., Bandyopadhyay, S., Caro, S. and Wenger, P. A Study of Σ^2 Singularities in the 3-RPS Parallel Manipulator, **2nd international and 17th National Conference on Machines and Mechanisms**, 2015.

Kao, C. C., Wu, S. L. and Fung, R. F. The 3RPS Parallel Manipulator Motion Control in the Neighborhood of Singularities, **Proceedings of ISIEMA**, 2007.

Kung, C. H., Devaney, M. J. and Huang, C. M. The Design of a Fuzzy-Based Adaptive Digital Controller for a Three-Degrees-of-Freedom In-Parallel Actuated Manipulator [For Flight Simulator], **Proceedings of the 17th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference**, Vol. 3. p. 1328-1332, 2000.

Lee, K. M. and Arjunan, S. A three-degrees-of-freedom micromotion in-parallel actuated manipulator, **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, Vol. 7, N° 5, p. 634-641, 1991.

Lee, K. M. and Shah, D. K. Dynamic analysis of a three-degrees-of-freedom in-parallel actuated manipulator, **IEEE Journal on Robotics and Automation**, Vol. 4, N° 3, p. 361-367, 1988.

Lee, K. M. and Shah, D. K. Kinematic Analysis of a Three-Degree-of-Freedom In-Parallel Actuated Manipulator, **IEEE Journal on Robotics and Automation**, Vol. 4, N° 3, p. 354-360, 1988.

Li, Q., Xiang, J., Chai, X. and Wu, C. Singularity analysis of a 3-RPS parallel manipulator using geometric algebra, **Chinese Journal of Mechanical Engineering**, Vol. 28, N° 6, p. 1204-1212, 2015.

Li, Y. and Xu, Q. Design and Development of a Medical Parallel Robot for Cardiopulmonary Resuscitation, **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, Vol. 12, N° 3, p. 265-273, 2007.

Li, Y. and Xu, Q. Kinematics and Inverse Dynamics Analysis for a General 3-PRS Spatial Parallel Mechanism, **Robotica**, Vol. 23, N° 2, p. 219-229, 2005.

Li, Y., Huang, Z. and Wang, L. The Singularity Analysis of 3-RPS Parallel Manipulator, **ASME Design Engineering Technical Conference**, 2006.

Liu, C. H. and Cheng, S. Direct Singular Positions of 3RPS Parallel Manipulators, **ASME 2004 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Volume 2: 28th Biennial Mechanisms and Robotics Conference**, p. 43-52, 2004.

Luh, J. and Zheng, Y. F. Computation of input generalized forces for robots with closed kinematic chain mechanisms, **IEEE Journal on Robotics and Automation**, Vol. 1, N° 2, p. 95-103, 1985.

Lukanin, V. Inverse Kinematics, Forward Kinematics and working Space Determination of 3DOF Parallel Manipulator with S-P-R Joint Structure, **Periodica Polytechnica Mechanical Engineering**, Vol. 49, N° 1, p. 39-61, 2005.

Merlet, J. P. *Parallel Robots*. Springer, 2. ed., 2006.

Mintenbeck, J. and Estaña, R. Design, modelling and control of a hyper-redundant 3-RPS parallel mechanism, **2010 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics**, p. 591-596, 2010

Olaya, J., Pintor, N., Sánchez, O. F. A. and Chaparro, J. Analysis of 3 RPS robotic platform motion in Simscape and MATLAB GUI environment, **International Journal of Applied Engineering Research**, Vol.12, N° 8, p. 1460-1468, 2017.

Pandey, S. and Pandey, B. DC Motor Torque Control Using Fuzzy Proportional-Derivative Controllers, **International Journal of Engineering and Advanced Technology (IJEAT)**, Vol. 3, N° 6, 2014.

Patel, Y. and George, P. Parallel Manipulators Applications—A Survey, **Modern Mechanical Engineering**, Vol. 2, N° 3, p. 57-64, 2012.

Pendar, H., Vakil, M. and Zohoor, H. Efficient Dynamic Equations of 3-RPS Parallel Mechanism Through Lagrange Method, **IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics**, Vol.2, p. 1152-1157, 2004.

Pfreundschuh, G. H., Kumar, V. and Sugar, T. G. Design and control of a 3-DOF in-parallel actuated manipulator, Proceedings. **1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation**, Vol. 2, p. 1659-1664, 1991.

Pollard, W. L. G. Spray painting machine, **United States Patent**, N° 2.213.108, 1940.

Pollard, W. L. V. Position-controlling apparatus, **United States Patent**, N° 2.286.571, 1942.

Rad, C. R. and Balan, R. and Stan, S. D. Numerical Implementation of the Kinematics for a 3-dof Parallel Robot Using Matlab, **The 3rd International Conference on "Computational Mechanics and Virtual Engineering"**, 2009.

Rad, C. R., Manic, M., Bălan, R. and Stan, S. D. Real time evaluation of inverse kinematics for a 3-RPS medical parallel robot usind dSpace platform. **3rd International Conference on Human System Interaction**, p. 48-53, 2010.

Rad, C. R., Stan, S. D., Bălan, R. and Lapusan, C. Forward kinematics and workspace analysis of a 3-RPS medical parallel robot, **2010 IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics (AQTR)**, p. 1-6, 2010.

Romano, V. F. **Robótica Industrial: Aplicação na Indústria de Manufatura e de Processos**. Edgard Blucher, 2002.

Santos, W. E. e Gorgulho Jr, J. H. C. **Robótica Industrial: Fundamentos, Tecnologias, Programação e Simulação**. Editora Erica Saraiva, 2015.

Shampine, L. F. and Hosea, M. E. Analysis and Implementation of TR-BDF2, **Applied Numerical Mathematics** 20, 1996.

Shampine, L. F. and Reichelt, M. W. The MATLAB ODE Suite, **SIAM Journal on Scientific Computing**, Vol. 18, p. 1–22, 1997.

Shampine, L. F., Reichelt, M. W. and Kierzenka, J.A. Solving Index-1 DAEs in MATLAB and Simulink, **SIAM Review**, Vol. 41, p. 538–552, 1999.

Shi, Y., Xin Yue, H., Lu, Y. and He Guo, L. Singularity Analysis of a Plane-Symmetry 3RPS Parallel Robot Based on Translational/Rotational Jacobian Matrices, **Applied Mechanics and Materials**, p. 121-126, 2011.

Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L. and Oriolo, G. **Robotics Modelling, Planning and Control**. Springer, 2009.

Singh, S. N. and Rugh, W. J. Decoupling in a Class of Nonlinear Systems by State Variable Feedback, **Trans. ASME J. Dyn. Syst.**, Vol. 94, N° 4, p. 323-329, 1972.

Sirouspour, M. R. and Salcudean, S. E. Nonlinear Control of a Hydraulic Parallel Manipulator, Proceedings 2001 ICRA, **IEEE International Conference on Robotics and Automation**, Vol. 4, p. 3760-3765, 2001.

Sokolov, A. **A New Theoretical Approach for the Kinematics and Dynamics of 3-DOF Positioning Parallel Manipulators**, Thèse N° 2801, École Polytechnique Fédérale Lausanne, 2003.

Sokolov, A. and Xirouchakis, P. Dynamics analysis of a 3-DOF Parallel Manipulator With R-P-S Joint Structure. **Mechanism and Machine Theory**, Vol. 42, N° 5, p. 541-557, 2007.

Sokolov, A. and Xirouchakis, P. Kinematics of a 3-DOF Parallel Manipulator with an R-P-S Joint Structure. **Robotica**, Vol. 23, N° 2, p. 207-217, 2005.

Sokolov, A. and Xirouchakis, P. Singularity Analysis of a 3-DOF Parallel Manipulator with R-P-S Joint Structure, **Robotica**, Vol. 24, N° 1, p. 131-142, 2006.

Spong, M. W., Hutchinson, S. and Vidyasagar, M. **Robot Dynamics and Control**. 2. ed., 2004.

Staicu, S. Inverse Dynamics of the Spatial 3-RPS Parallel Robot, **Proceedings of the Romanian Academy - Series A: Mathematics, Physics, Technical Sciences, Information Science**, Vol. 13. N° 1, p. 62-70, 2012.

Stewart, D. A Platform with Six Degrees of Freedom, **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, Vol. 180, p. 371-386, 1965.

Su, Y. X., Duan, B. Y. and Zheng, C. H. Nonlinear PID Control of a Six-DOF Parallel Manipulator, **IEE Proceedings - Control Theory and Applications**, Vol. 151, N° 1, p. 95-102, 2004.

Sugimoto K. Kinematic and Dynamic Analysis of Parallel Manipulators by Means of Motor Algebra. **ASME. J. Mech., Trans., and Automation**, Vol. 109, N° 1, p.3-7, 1987.

Taghirad, H. D. **Parallel Robots: Mechanics and Control**. CRC Press, 2013.

Tao, G., Shang, C. and Meng, D. Adaptive Robust Posture Control of a 3-RPS Pneumatic Parallel Platform with Unknown Deadzone, **Mathematical Problems in Engineering**, Vol. 2016, Article ID 2034923, 16 pages, 2016.

Tsai, L. W. **Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators**, John Wiley & Sons, Inc., 1999.

Valente, V. T. **Análise, Simulação e Controle de um Sistema de Compensação de Movimento Utilizando um Manipulador Plataforma de Stewart Acionado por Atuadores Hidráulicos**. Dissertação de Mestrado - PROMEC - UFRGS, 2016.

Verde, D., Stan, S. D., Manic, M., Balan, R. and Matie, V. Kinematics analysis, workspace, design and control of 3-RPS and TRIGLIDE medical parallel robots, **2nd Conference on Human System Interactions**, p. 103-108, 2009.

Wang, J. & Gosselin, C. A New Approach for the Dynamic Analysis of Parallel Manipulators, **Multibody System Dynamics**, Vol. 2, N° 3, p. 317-334. 1998.

Wang, J. and Gosselin C. M. Kinematic Analysis and Singularity Loci of Spatial Four-Degree-of-Freedom Parallel Manipulators Using a Vector Formulation, **ASME. J. Mech. Des.**, Vol. 120, N° 4, p. 555-558, 1998.

Wang, J. and Gosselin, C. M. Kinematic Analysis and Singularity Representation of Spatial Five-degree-of-freedom Parallel Mechanisms, **Journal of Robotic Systems**, Vol. 14, N° 12, p. 851-869, 1997.

Yahyapour, I., Yazdani, M., Masouleh, M. T. and Tabrizi, M. G. Dynamic Modeling and Computed Torque Control of a 3-DOF Spherical Parallel Manipulator, **2014 Second RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM)**, p. 280-285, 2014.

Yang P. H., Waldron K. J. and Orin D. E. Kinematics of a Three Degree-Of-Freedom Motion Platform for a Low-Cost Driving Simulator. **Recent Advances in Robot Kinematics**, Springer, 1996.

Yang, C., He, J. Jiang, H. and Han, J. Modeling and Simulation of 6-DOF Parallel Manipulator Based on PID Control with Gravity Compensation in Simulink/ADAMS, **2008 International Workshop on Modelling, Simulation and Optimization**, p. 391-395, 2008.

Zhao, D., Hailong, W., Hongyan, Z. and Tao, N. Explicit Dolution for Inverse Kinematics of 3-RPS Parallel Link Manipulator, **2010 International Conference on Computer, Mechatronics, Control and Electronic Engineering**, p. 425-429, 2010.

APÊNDICE A – Diagrama de blocos para simulação do robô 3-RPS

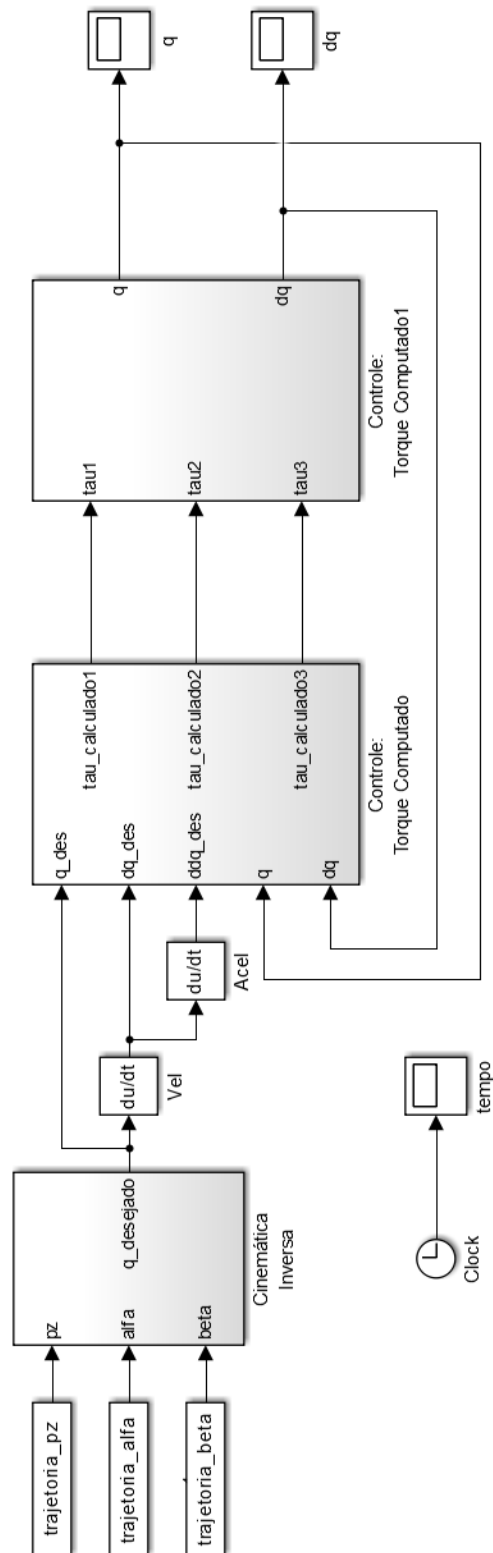


Figura A.1 - Diagrama de blocos para simulação completa do robô.

ANEXO I – Folha de dados da junta esférica utilizada

Componente utilizado: WGRM-06

igubal® rod ends | Product range

igubal®
rod ends

Angled ball and socket joint (low-cost):
WGRM LC and WGLM LC



Dimensions as WGRM

- Housing with ball stud
- Low weight
- Maintenance free
- Ball stud made of plastic or metal¹⁹⁾



Order key

Type	Size	Version	Options
WG ... M - 05 LC			
Angled ball and socket joint	Thread	Metric	Inner-Ø [mm]
			Low-cost
			Thread L = left-hand thread R = right-hand thread
			Ball Stud Blank = plastic stud MS = metal stud ¹⁹⁾



Material:

Housing: igumid G ► Page 1235

Technical data

Part No.		Max. axial tensile force (Ball stud axis ¹⁹⁾)		Max. axial compressive force (Ball stud axis)		Max. axial tensile force (Housing axis)		Max. axial tensile force in housing axis, with metal ball stud		Weight
Right-hand thread	Left-hand thread	Short term	Long term	Short term	Long term	Short term	Long term	Short term	Long term	[g]
		[N]	[N]	[N]	[N]	[N]	[N]	[N]	[N]	
WGRM-05 LC	WGLM-05 LC	30	15	200	100	100	50	600	300	2.6
WGRM-06 LC	WGLM-06 LC	35	17.5	300	150	140	70	800	400	4.0
WGRM-08 LC	WGLM-08 LC	250	125	500	250	200	100	1,500	750	8.2
WGRM-10 LC	WGLM-10 LC	250	125	900	450	400	200	1,900	950	13.8

¹⁹⁾ Metal stud option: MS = metal stud, only available with right-hand thread. Example: WGRM-05 LC MS

Dimensions [mm] – technical drawing ► Page 622

Part No.		d1	d2	d4	l1	l2	l5	l6	h1	h2	h3	a	b	e	S1	S2	Max. pivot angle
Right-hand thread	Left-hand thread	+0.1	+0.5	+0.2	+0.3				+0.4	+0.5	+0.5	+0.3	+0.5	+0.5			
		-0.1	-0.5	-0.2	-0.3			Min.	-0.4	-0.5	-0.5	-0.3	-0.5	-0.5			
WGRM-05 LC	WGLM-05 LC	8.0	M5	12.8	9.0	10.2	14.0	8.2	10.8	0.65	25.6	22.0	28.4	11.0	SW 8	SW 7	25°
WGRM-06 LC	WGLM-06 LC	10.0	M6	14.8	11.0	12.5	16.0	10.5	12.3	0.70	30.9	25.0	32.4	13.0	SW 9	SW 8	25°
WGRM-08 LC	WGLM-08 LC	13.0	M8	19.3	13.0	16.5	18.0	13.5	16.2	1.15	38.8	30.0	39.7	16.0	SW 12	SW 11	25°
WGRM-10 LC	WGLM-10 LC	16.0	M10	24.0	16.0	20.0	20.0	16.0	20.0	1.15	47.0	35.0	47.0	18.0	SW 14	SW 13	25°

3D-CAD files, prices and delivery time ► www.igus.eu/rod-end

623