

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL – UFRGS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

LUIZA DEPIERI AMORIM

**Estratégias utilizadas por estudantes na resolução de questões do Exame
Nacional do Ensino Médio (ENEM)**

PORTO ALEGRE
2009

LUIZA DEPIERI AMORIM

Estratégias utilizadas por estudantes na resolução de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinícius de Azevedo Basso.

PORTO ALEGRE
2009

Estratégias utilizadas por estudantes na resolução de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de A. Basso.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso – Orientador – Professor do
Instituto de Matemática da UFRGS

Prof. Dr. Alvino Alves Sant’Ana – UFRGS – Professor do
Instituto de Matemática da UFRGS

Prof.^a. Marlusa Benedetti da Rosa – UFRGS – Professora do
Colégio de Aplicação da UFRGS

RESUMO

O trabalho apresentará uma análise de algumas questões referentes à prova de matemática do Exame Nacional de Ensino Médio de 2009, avaliando quais as competências e as habilidades, apresentadas na sua Matriz de Referência, que correspondem às estratégias de solução realizadas pelos estudantes em relação à maneira como as questões são apresentadas. Uma vez averiguado quais os itens correspondentes a cada questão, almejo, com essa proposta, investigar se os estudantes conseguem identificar e se dominam os itens selecionados. Ou seja, minha pesquisa consiste em analisar se estão preparados, em termos de conhecimento matemático, para solucionar as questões propostas nesse exame. Para isso, pretendo identificar quais os temas e descritores serão necessários para solucionar as questões do ENEM e quais realmente são utilizados pelos alunos.

O processo ocorrerá através de um projeto pré-ENEM desenvolvido com estudantes do Ensino Médio para trabalhar algumas questões presentes na primeira versão da prova do ENEM de 2009 de matemática e as questões-modelo disponíveis no site do Ministério da Educação.

Optei por esse tema devido à reformulação de sua proposta que, além de ser utilizado como critério de seleção para concorrer a bolsas do Programa Universidade para todos, agora também poderá ser utilizada como prova unificada nos processos seletivos de algumas universidades públicas federais.

Embora anseie que esse trabalho possa ser utilizado como mais um instrumento de investigação do conhecimento que a escola está disponibilizando ao aluno, acredito que essa proposta, sendo ela voltada para análise de respostas a situações problemas apresentadas na prova de matemática do ENEM desenvolvidas pelos estudantes, contribuirá ao menos para avaliar se eles possuem ferramentas necessárias para solucionar as questões.

Palavras-chave: ENEM, competências e habilidades e situações problemas.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – Questão 9 das questões-modelo do ENEM 2009	37
FIGURA 2 – Resolução exercício do estudante A	38
FIGURA 3 – Resolução de exercício do estudante B	39
FIGURA 4 – Questão 10 das questões-modelo do ENEM 2009	40
FIGURA 5 – Resolução de exercício do estudante C	40
FIGURA 6 – Resolução de exercício do estudante A	40
FIGURA 7 – Questão 8 das questões-modelo do ENEM 2009	41
FIGURA 8 – Resolução de exercício do estudante D	42
FIGURA 9 – Resolução de exercício do estudante A	42
FIGURA 10 – Questão 58 da primeira versão da prova do ENEM 2009	42
FIGURA 11 – Resolução de exercício do estudante E.....	43
FIGURA 12 – Resolução de exercício do estudante F.....	43
FIGURA 13 – Questão 55 da primeira versão da prova do ENEM 2009	44
FIGURA 14 – Resolução de exercício do estudante G	44
FIGURA 15 – Resolução de exercício do estudante H	45

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
2. OBJETIVOS	11
3. O ENEM.....	14
3.1. Reformulação da proposta	14
3.2. As situações problemas propostas pelo ENEM.....	17
4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	20
4.1. David Tall	22
4.2. ENEM: Método de avaliação por competências e habilidades	25
5. TÉCNICAS E MATERIAIS.....	31
6. COLETA DE DADOS.....	34
7. ANÁLISE DE DADOS.....	47
7.1. Questões e respostas analisadas.....	48
7.1.1. Análise referente à questão 9.....	48
7.1.2. Análise referente à questão 10.....	51
7.1.3. Análise referente à questão 8.....	53
7.1.4. Análise referente à questão 58.....	55
7.1.5. Análise referente à questão 55.....	56
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	59
9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	64

1. INTRODUÇÃO

Durante minha graduação vivenciei algumas experiências como professora de matemática, na qual pude trabalhar em diferentes colégios e com estudantes tanto do ensino fundamental como do Ensino Médio. Assim, sempre que iniciava um trabalho com uma turma, independente da série, era de costume meu perguntar aos alunos quais matérias mais lhes agradavam e quais os aborreciam. Por quase unanimidade, a disciplina de matemática foi eleita pelos estudantes a matéria mais odiada: alegaram que o motivo de seu voto, de modo geral, constitui por ser uma disciplina difícil, com pouca relação com o cotidiano e que exige muito raciocínio lógico. Essa é uma realidade bastante comum tanto no ambiente escolar como fora dele e, por diferentes motivos, as pessoas que dizem não gostar, pelo menos grande parte delas, apresentam dificuldades em compreender seus conceitos e mais ainda para desenvolver suas aplicações. Acredito que parte dessa problemática é consequência da maneira como está sendo abordada a disciplina nas escolas e que, de algum modo, desmotiva o aluno a querer compreendê-la.

Outra característica que pude perceber como docente consiste na dificuldade dos alunos em trabalhar com situações problemas, uma vez que a relação entre as estruturas do conhecimento matemático e as situações de aplicação de tais conceitos não ocorre de maneira trivial. Ou seja, para solucionar uma situação problema é preciso que o aluno reconheça as informações disponíveis na situação problema, identifique a problemática apresentada, consiga relacioná-la com os conceitos matemáticos e, por fim, desenvolva uma estratégia que possibilite na resolução do problema em questão.

Nesse aspecto, Zuffi e Onuchic (*apud* González, 2007, p. 84) afirmam sobre a concepção de situação problema:

[...] aquela que propicia um esforço de raciocínio e que não se realiza com o mero exercício de recordação e memória, nem com a utilização mecânica de esquemas algorítmicos, nem com a aplicação de receitas pré-concebidas; ao contrário, deve propiciar a realização de certo esforço intelectual.

Para que isso seja possível é necessário que o aluno domine os conceitos matemáticos, bem como, saiba usá-los, o que certamente torna a abordagem com situações problemas tão difícil, tanto para o estudante como para o professor. Inclusive, enquanto

professora de matemática, também senti dificuldades em adaptar alguns conteúdos matemáticos para situações problemas que interessasse aos alunos e, ao mesmo tempo, desenvolvesse os conceitos da maneira conveniente, a fim de chegar aos objetivos desejados.

Uma vez que os alunos encontram-se sem motivação para apreender matemática, acredito que, embora a dificuldade dos alunos na resolução de situações problemas seja grande, a abordagem dessas no processo de aprendizagem pode mostrar-se significativa, tanto para os professores, que se sentirão satisfeitos ao realizar uma prática conveniente no sentido de estimular e desafiar os estudantes, quanto para os alunos, que conseguirão desenvolver o pensamento matemático a partir do uso das técnicas necessárias para solucioná-las. Creio que a partir da resolução de situações problemas esses aspectos, de motivação e de desafio, acabam sendo estimulados no processo de aprendizagem em matemática quando bem desenvolvido, tratando-se de uma maneira de tornar a disciplina mais atraente, mas não a única.

Antes mesmo de tomar conhecimento da reformulação da proposta do ENEM em 2009, esse exame tinha como característica principal a aplicação de questões que privilegiassem a interdisciplinaridade, interpretação e o raciocínio lógico, que muitas vezes não estavam necessariamente associados aos conteúdos dispostos no currículo escolar. Com a mudança do enfoque dessa avaliação, que agora objetiva funcionar como instrumento de análise dos conteúdos desenvolvidos no Ensino Médio permitindo, com os resultados obtidos, a reformulação do currículo escolar, as questões passaram, segundo a nova Matriz Referência, a abordar conhecimentos trabalhados nas instituições, mas sem perder seu caráter interdisciplinar e de contextualização.

Seguindo essas perspectivas, concordo com Edna Zuffi e Lourdes Onuchic (2007, p. 84) quando reafirmam a seguinte ideia expressa por González sobre a importância da contextualização no processo de aprendizagem:

[...] aprender matemática consiste em apropriar-se dos processos que são próprios a essa disciplina e incrementar a experiência pessoal no manejo dos mesmos. Em consequência, de um ponto de vista cognitivo, por parte do aprendiz, de processos intelectuais de ordem superior demandados por tarefas próprias desta disciplina (especialmente a resolução de problemas) e a tomada de consciência de tais processos.

Assim, a mudança da proposta do ENEM juntamente com as características aqui apresentadas referente às dificuldades encontradas pelos alunos que identifiquei ao longo de

minha experiência como docente em formação inicial, instigou-me a investigar as estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução das questões propostas pelo Exame Nacional de Ensino Médio, após sua reformulação. Para isso, desenvolvi um projeto pré-ENEM na Escola Estadual de Ensino Médio Baltazar de Oliveira Garcia a fim de trabalhar com estudantes do Ensino Médio a partir de questões de matemática apresentadas na primeira versão da prova do ENEM de 2009 e dos exemplos de questões-modelo disponíveis no site do Ministério da Educação.

Com esse trabalho busco analisar, através de respostas dissertativas de algumas questões propostas pelo exame, se os aprendentes estão preparados para enfrentar o Exame Nacional do Ensino Médio, uma vez que sua proposta consiste em desenvolver situações problemas como método avaliativo. E, ainda, pretendo propor uma breve discussão sobre as questões apresentadas pelo novo ENEM, no sentido de avaliar os conceitos matemáticos que estruturam as questões e sua contextualização. Isto é, busco sugerir alguns aspectos sobre a importância da leitura e da interpretação nas aulas de matemática, de maneira que, após analisar se os problemas apresentados no ENEM realmente propiciam à interpretação por parte do aluno, possa ser possível abordar a resolução de problemas especificamente voltados à interpretação nas aulas de matemática, objetivando estimular o desenvolvimento cognitivo matemático do estudante.

2. OBJETIVOS

A partir de algumas observações realizadas ao longo de minha experiência como docente em formação inicial, pude perceber algumas características comuns aos estudantes, entre elas a dificuldade de solucionar problemas contextualizados, os quais pretendem desenvolver leitura e interpretação por parte do aluno a partir de determinadas situações. Dessa maneira, procurei desenvolver um trabalho que explore um tema atual como a proposta oferecida na avaliação do ENEM, juntamente com um aspecto que se mostrou presente nas minhas práticas realizadas ao longo do curso de graduação, e que acredito ser uma realidade nos ambientes escolares, como a dificuldade dos alunos e - até mesmo dos professores - em desenvolver um trabalho que vise à resolução de situações problemas. Essa metodologia de aprendizagem, se devidamente trabalhada, acredito que possa proporcionar ao estudante o desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático avançado mencionado por David Tall (1999), como será apresentado no Capítulo 4. Para isso, levarei em conta a seguinte reflexão sobre o que consiste uma situação problema, ressaltada por Zuffi e Onuchic (*apud* González, 2007, p. 83):

Uma situação constitui-se num problema para uma pessoa quando não lhe é familiar; quando a novidade é sua característica fundamental e quando ela requer um tratamento distinto de uma mera aplicação rotineira. Em termos de sua execução, quando esta necessita deliberação, identificação de hipóteses e comprovação de factibilidade, tendo o indivíduo que pôr em prova suas habilidades de raciocínio autônomo.

Considerando esses dois aspectos, a dificuldade de abordar situações problemas no contexto escolar e a nova proposta apresentada pelo ENEM, esse trabalho consiste em indagar se os alunos estão preparados para enfrentar a avaliação do ENEM, ou seja, me proponho a analisar se os estudantes possuem ferramentas que os possibilitem desenvolver as questões propostas pelo exame, uma vez que - segundo os textos teóricos e metodológicos do ENEM 2009 - caracteriza-se por uma prova que aborda conteúdos matemáticos desenvolvidos no Ensino Médio através de problemas contextualizados. Preciso, então, para que eu possa desenvolver essa análise, realizar um estudo quanto às questões apresentadas pelo ENEM, de maneira a comparar as teorias desenvolvidas nos textos teóricos e metodológicos do ENEM 2009 com as questões propriamente ditas, a fim de investigar se essas realmente consistem

em situações problema e, ainda, avaliar se os conteúdos matemáticos estão sendo abordados de maneira contextualizada.

Sendo assim, tendo em vista a aprendizagem de matemática através da resolução de situações problemas e a importância que atribuíram ao Exame Nacional de Ensino Médio devido à implementação deste como prova seletiva para o ingresso em algumas universidades, proponho também realizar uma análise das questões referentes ao ENEM, avaliando quais as competências e as habilidades, apresentadas na Matriz Referência do ENEM, correspondentes a algumas das questões apresentadas na prova de matemática após a reformulação de sua proposta, a fim de verificar se essas correspondem às estratégias de solução realizadas pelos estudantes em relação à maneira como as questões são apresentadas, ou seja, através dos itens estabelecidos na Matriz. Assim, uma vez averiguado quais os itens correspondentes a cada questão, pretendo investigar se os estudantes conseguem identificar e se dominam os itens selecionados. Logo, meu trabalho consiste em identificar quais os temas e descritores serão necessários para solucionar as questões do ENEM, na qual selecionei aquelas cujo enunciado exija leitura e maior interpretação por parte do aluno, bem como envolva diferentes conceitos matemáticos, e analisarei quais realmente são utilizados por eles.

Focarei minha análise na resolução de problemas que exijam interpretação por parte do estudante e conhecimento dos conceitos matemáticos teoricamente trabalhados no Ensino Médio. Essa escolha de selecionar aquelas questões do ENEM que privilegiem interpretação e raciocínio lógico se deve ao fato de que acredito que as situações problemas podem ser desenvolvidas de maneira a estimular, tanto o professor como o aluno, a realizar um trabalho que una o conhecimento específico da disciplina, a leitura e a interpretação. Deste modo, concordo com Vila e Callejo quando se referem à resolução de problemas da seguinte maneira (2006, pg. 168):

A criação de um ambiente de resolução de problemas em sala de aula é mais um desafio que uma proposta. Quando nos referimos a isso, nós o fazemos na linha de Abrantes (1996), que chama de “Resolução de problemas como ambiente e como natureza das atividades de aprendizagem”. Nesse modelo, a resolução de problemas não deveria ser uma categoria de atividades diferenciadas na aula, nem um recurso de motivação externa, nem uma ferramenta de aplicação de conhecimentos, mas um contexto – e a aula de matemática deveria ser um lugar em que todas as propostas de trabalho constuíssem situações problemas que cabe explorar e fazer despertar diversas formas de raciocínio e processos, como experimentar, conjecturar, justificar, etc. Evidentemente, Abrantes fala da resolução de problemas como uma organizadora de aula, ou seja, ao mesmo tempo como objetivo, metodologia e conteúdo.

Para isso, pretendo utilizar o relatório que produzi na cadeira de Estágio em Educação Matemática III, na qual contém informações vindas dos alunos a partir das observações das aulas e das respostas de questões do ENEM trabalhadas ao longo do projeto.

Embora almeje que esse trabalho possa ser utilizado como mais um instrumento de investigação do conhecimento que a escola está disponibilizando ao aluno, acredito que essa proposta, sendo ela especificamente voltada para análise do aluno quanto à resolução de situações problemas da prova de matemática do ENEM, contribuirá para avaliar se os estudantes possuem ferramentas necessárias para solucionar as questões propostas na prova e, uma vez constatado se os alunos estão ou não preparados para resolver situações problemas desse tipo, pretendo, portanto, que esse documento sirva para auxiliar os professores na busca por uma metodologia de aprendizagem que tenha como característica desenvolver conceitos matemáticos de maneira instigante, nesse caso, defenderei a resolução problemas como metodologia de aprendizagem, estimulando a interpretação do estudante.

Pretendo, ainda, avaliar os problemas apresentados na prova do ENEM 2009, a partir de uma discussão quanto à relação existente entre as situações expostas no exame com os conceitos matemáticos envolvidos. Além disso, também desenvolverei uma reflexão sobre a importância da leitura e da interpretação nas aulas de matemática, uma vez que esse tipo de metodologia contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático do estudante.

3. O ENEM

As ideias as quais desenvolverei neste capítulo são exclusivamente retiradas dos documentos que estruturam os Textos Teóricos e Metodológicos do Exame Nacional do Ensino Médio de 2009, os quais caracterizam a prova do ENEM. Não é minha intenção apresentar uma crítica aos conceitos que compõem esse modelo de avaliação, e sim esclarecer as teorias que fundamentam a proposta desse exame. Acredito que ao especificá-las, minha proposta se tornará mais consistente, uma vez que é possível compreender o contexto no qual o ENEM se encontra, ou seja, a fundamentação teórica responsável por esse método avaliativo o qual representa o ENEM.

3.1. *Reformulação da proposta.*

Não é novidade que a educação encontra-se em constantes modificações, guiada pelas transformações características de cada época, de cada sociedade. A educação acaba tendo que suprir as exigências impostas pela nova geração, uma educação mais abrangente, que de conta das necessidades dessa prole. A educação brasileira, especificamente, também acompanha as variações dos interesses sociais e a pregação dos seus valores éticos. Consequentemente, os artigos da Lei de Diretrizes e Bases (LDB) também aderiram às concepções de educação, numa tentativa de possibilitar um currículo escolar mais próximo dessa realidade. Considerando que o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) é uma avaliação que:

Procura analisar o raciocínio do estudante quando aplicado aos conteúdos das áreas de conhecimento incluídas na escolaridade básica do Brasil, de forma interdisciplinar e contextualizada em situações cotidianas (pág. 9; ENEM, Textos Teóricos e Metodológicos, 2009).

O ENEM adquiriu essas características, uma vez que a sociedade busca cidadãos que saibam utilizar os conhecimentos oferecidos pela escola.

Guiado por essas transformações, o ENEM desde sua primeira aplicação no ano de 1998 até sua mais recente versão procurou aperfeiçoar-se conforme se mostrou necessário, por meio das análises realizadas quanto à estrutura, de modo geral, da prova, visando alcançar

os objetivos proposto por esse exame. Tais finalidades consistiam principalmente como referência para auto-avaliação daqueles alunos que se propusessem a realizar a prova, utilizando como critério avaliativo a Matriz de Referência do ENEM, a partir das competências e habilidades que a compõem. De caráter voluntário, o ENEM também, segundo seus textos teóricos e metodológicos, possibilita identificar alunos que se sobressaem em relação aos demais estudantes quanto ao seu desempenho nas diferentes áreas de conhecimento, devido seu bom resultado no exame. Para esses, a prova busca estimulá-los a dar continuidade aos estudos por meio de bolsas do Programa Universidade para Todos (Prouni), implementadas desde 2004 ao ENEM, cuja função consiste em disponibilizar bolsas de estudo em Instituições de nível superior a esses alunos.

A reformulação da proposta do ENEM em 2009 ocorreu devida mudança do principal objetivo com a realização desse exame, na qual o Ministério da Educação busca, por meio dos resultados obtidos pela prova, à reformulação do currículo do Ensino Médio. Ou seja, a proposta consiste em chamar a atenção para um tipo de formação diferenciada, voltada para a solução de problemas. Assim, as situações problemas apresentadas no ENEM procurarão incentivar o raciocínio dos alunos e estimular a interdisciplinaridade, mas sempre direcionado ao currículo escolar do Ensino Médio. Para isso, será necessário um acompanhamento regular dos estudantes que se encontram no processo de formação no Ensino Médio, assim, o ENEM se tornará um exame de caráter obrigatório e possibilitará, ainda, a certificação do Ensino Médio. Tendo em vista esses aspectos, pretendo analisar questões principalmente que estimulam a habilidade de interpretação do estudante, mas que exija também dele aplicação prática dos conhecimentos adquiridos na escola quanto aos conteúdos matemáticos. Outra nova característica será a implementação da prova do ENEM como seleção para o ingresso de alunos a algumas universidades.

Apesar dessas mudanças na proposta do ENEM, o exame continua com a característica inicial de avaliar as competências e habilidades dos estudantes desenvolvidas ao longo da escola por meio de resolução de situações problemas. Partindo desse pressuposto, pretendo desenvolver meu trabalho fundamentando-me exatamente nessa ideia de avaliar o desempenho do aluno a partir dos conceitos desenvolvidos na Matriz de Referência, competências e habilidades necessárias ao estudante para que obtenha sucesso na resolução das questões que estruturam essa prova, no sentido não só de encontrar a solução do

problema, mas também de progredir cognitivamente na medida em que se faz necessário pensar, raciocinar, relacionar com diferentes áreas do conhecimento.

O ENEM baseia-se nas teorias que defendem a construção do conhecimento, acreditam no conceito de desenvolvimento de inteligência e, portanto, a prova tenta estruturar-se em questões que sugerem esse tipo de postura do aluno. Essa ideia, relacionada com o que se espera de um aluno ao resolver as questões do ENEM, reflete nos critérios de avaliação que serão considerados, ou seja,

[...] a ênfase da avaliação recai sobre a aferição de competências e habilidades com as quais transformamos informação, produzimos novos conhecimentos, e os reorganizamos em arranjos cognitivamente inéditos que permitem enfrentar e resolver novos problemas. (pág. 9; ENEM, Textos Teóricos e Metodológicos, 2009).

Outra concepção que se preservou nessa reformulação da proposta do ENEM consiste na ideia da influência do meio social do indivíduo na resolução de problemas. Ou seja, as estratégias que os estudantes utilizarão para solucionar determinados problemas estão relacionadas com as experiências que o contexto social proporciona a eles. Assim, acreditam que o desempenho deles corresponde de alguma forma as experiências que vivenciaram, na medida em que conseguem desenvolver o pensamento quando um problema faz sentido para o aluno, faz parte da realidade dele. Frente a isso, o sistema de avaliação utilizada no ENEM pretende considerar os diferentes contextos e os significados que as questões proporcionam aos diversos alunos que realizarão a prova.

Portanto, essas são algumas características importantes que serão implementadas a nova proposta do ENEM e também alguns aspectos considerados anteriormente e que permanecerão sendo relevantes. Julgo importante esclarecer tais mudanças, uma vez que elas influenciam no desenvolvimento do meu trabalho. Considerando a alteração do enfoque das questões do exame, que agora se preocupam em abordar os conteúdos desenvolvidos na escola, certamente influenciarão no processo de análise das competências e habilidades referentes às situações problemas desenvolvidas na prova e, conseqüentemente, na resolução dos estudantes. Logo, para que seja possível alcançar os objetivos por mim propostos, é preciso conhecer as finalidades do exame do ENEM, os resultados à que pretende atingir, pois

esses refletirão na maneira como serão avaliados os resultados obtidos, nas competências e habilidades, no qual se baseia minha proposta.

3.2. As situações problemas propostas pelo ENEM.

Para compreender melhor a resolução dos estudantes das situações problemas propostas pelo ENEM e possibilitar uma análise que consiga transpor o conhecimento do aluno, o pensamento cognitivo por ele desenvolvido, faz-se importante entender a técnica de avaliação por situações problemas. Por meio dessa, na conjuntura que se mostra possível averiguar as competências e habilidades é que se estruturam os problemas disponíveis no exame. Um aspecto importante referente à definição de competência abordada por Macedo (2009, p. 17) nos Textos Teóricos e Metodológicos do ENEM consiste em:

Uma das características importantes da noção de competência, segundo Perrenoud, é desafiar o sujeito a mobilizar os recursos no contexto de situação problema para tomar decisões favoráveis ao seu objetivo ou metas. (pág. 17; ENEM, Textos Teóricos e Metodológicos, 2009),

Considerando que o método de avaliação do ENEM fundamenta-se na análise das competências, as questões buscam estimular o raciocínio do estudante a partir de situações desconhecidas, incentivando-o a buscar respostas que exijam ideias novas, análise, interpretação, comparação, ações que possibilitem o desenvolvimento do pensamento cognitivo.

Assim, uma questão bem formulada deve considerar uma situação que induza o aluno a posicionar-se, a julgar as informações apresentadas, a interpretar o problema. Para isso, essa técnica de avaliação por situações problemas proposta pelo ENEM deve direcionar o estudante, no sentido de propor um caminho que ele possa seguir, para que consiga a partir das informações dispostas no enunciado da questão e chegar a uma resposta final. Esse consiste primeiramente na alteração, passando pela perturbação, pela regulação e, por fim, pela tomada de decisão fechando um ciclo que permite a ele resolver a questão. Compõe ainda um sistema aberto, pois esse tipo de avaliação está sujeita às peculiaridades de cada indivíduo que a resolve, uma vez que cada estudante refletirá sobre os elementos de maneira diferente dos demais.

O enunciado de uma situação problema deve sugerir uma alteração a qual o aluno consiga identificá-la. Entende-se por alteração a “(...) *a modificação a ser considerada pelo sujeito. As alterações propostas em uma situação problema, por suposto, são artificiais, por oposição a alterações naturais*” (pág. 21; ENEM, *Textos Teóricos e Metodológicos*, 2009). Deste modo, as questões representam uma simulação de uma situação que permite avaliar melhor o raciocínio do aluno. Há dois tipos de reações possíveis perante uma alteração, a primeira diz respeito à indiferença quanto ao problema, o que limita o aluno a progredir na resolução do exercício. Já a segunda, refere-se à perturbação, que estimula o estudante a procurar uma estratégia de solução.

A perturbação consiste no “(...) *fato de que uma alteração foi assimilada como um problema, pois, caso contrário, seria suficiente dar a resposta.*” (pág. 22; ENEM, *Textos Teóricos e Metodológicos*, 2009). Assim, para que ocorra a perturbação, o aluno tem que identificar o problema e buscar construir uma resposta. Ou seja, é preciso compreender as informações que o enunciado disponibiliza, assim como realizar cálculos quando necessário, comparar, relacionar, e todos os recursos possíveis para chegar a uma solução. Esses obstáculos que compõe a perturbação variam conforme o grau de dificuldade da questão, por isso a existência de questões fáceis, médias e difíceis, para motivar e ao mesmo tempo desafiar os estudantes que realizam a prova do ENEM. Esse nível causa dois tipos de reações: o primeiro refere-se a uma postura negativa quanto aos obstáculos enfrentados, pois o aluno sente-se incapaz cognitivamente de atravessar as barreiras impostas pelo problema; Já no segundo, se sente provocado a continuar a percorrer o caminho que os levará a solução.

A regulação corresponde à maneira como “(...) *faremos para recuperar o equilíbrio rompido pela pergunta ou problema proposto*” (pág. 23; ENEM, *Textos Teóricos e Metodológicos*, 2009), ou seja, o que o aluno pretende fazer após sofrer a perturbação. Assim, através do processo de reflexão e de tomada de decisão é que o aluno terá ferramentas necessárias para selecionar uma alternativa. No nível da tomada de decisão leva-se em consideração o desenvolvimento cognitivo do estudante ao tentar obter uma resposta, e não simplesmente marcar aleatoriamente uma alternativa, isto é, partindo do pressuposto que há uma coerência entre a resposta do aluno e o problema proposto.

Portanto, julgo oportuno esclarecer os níveis que compõe as situações problemas expostas na prova do ENEM para que a análise das respostas dos alunos seja mais consistente na medida em que compreendo as etapas que o enunciado das questões deve oferecer ao aluno

para que o possibilite percorrer o caminho que o levará a solução. Com a finalidade de investigar os estudantes em processo de conclusão do Ensino Médio, e constatar se estão ou não preparados para realizar a prova do ENEM e obter desempenho satisfatório nas questões de matemática, carece conhecer o formato que essas situações problemas adquirem quando elaboradas para avaliar o conhecimento dos estudantes proporcionado pela escola. Sendo assim, acredito que a resposta do aluno depende da maneira como o problema está sendo colocado, uma vez que não fornece as ferramentas necessárias para desenvolver um raciocínio que permita ao estudante compreender a situação apresentada ele não conseguirá chegar à solução desejada. Entretanto, não significa que se não conseguir obter uma resposta é porque o problema proposto não lhe forneceu meios que possibilitassem tal ação.

Logo, levarei em consideração o modo como serão abordados os conteúdos matemáticos estudados pelos alunos na escola, ou seja, a forma de apresentação da situação problema e se de fato induzem um caminho que percorra os quatro níveis expostos acima, que compõe uma boa questão. Essa exigirá que o estudante observe os dados disponíveis no problema, relacione-os com os conceitos matemáticos sabidos e construa uma estratégia de solução original, na qual estará desenvolvendo cognitivo do pensamento matemático defendido por Tall.

4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A presente seção pretende discutir a fundamentação teórica que utilizarei como base para realizar a análise de algumas questões referentes às provas do ENEM. Objetivo avaliar quais as competências e as habilidades, dentre as apresentadas na Matriz de Referência do ENEM, correspondentes às questões de matemática, a fim de verificar se as estratégias de solução realizadas pelos estudantes correspondem à maneira como as questões são apresentadas, ou seja, através dos itens estabelecidos nesta Matriz. Assim, pretendo esclarecer os conceitos que sustentam a análise de dados obtidos após a aplicação de questão de prova do ENEM em alunos de 3º ano do Ensino Médio. Para realizar tal trabalho, levarei em consideração algumas ideias apresentadas por David Tall, pesquisador do Centro em Educação Matemática da Universidade de Warwick (Inglaterra). Ou melhor, objetivo relacionar e discutir conceitos criados e estabelecidos por ele de maneira a fazer um paralelo com as ideias que compõe a resolução de problemas, mais especificamente as apresentadas pelo ENEM.

Da mesma maneira, considerando que as questões do ENEM consistem em situações problemas, apresentarei algumas teorias que defendem a resolução de problemas como uma metodologia de ensino-aprendizagem. Apresentarei algumas ideias de autores que defendem a abordagem da resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem, uma vez que as questões do ENEM consistem em situações problemas. Acredito na eficácia desse método para trabalhar conceitos matemáticos, além de estimular o desenvolvimento de habilidades importantes para o pensamento matemático do aluno.

Nessa perspectiva, existem diversos discursos e movimentos que defendem a problematização no ensino de matemática, que atentam para fatos relevantes no que diz respeito às práticas pedagógicas. Concordo com Vila e Callejo (2006, pg. 168) quando, ao defender a resolução de problemas, afirmam que os problemas desempenham um papel importante como ferramenta didática, bem como o enunciado de uma questão, já que esse define o que será apresentado. Portanto, esse deve conduzir o aluno sem lhe proporcionar diretamente a resposta e nem conceder excessivos indícios dos conhecimentos matemáticos envolvidos em sua resolução.

Sobre a questão das habilidades desenvolvidas ao se trabalhar matemática a partir desse método, Zuffi e Onuchic (2007, pg. 83), asseguram a ideia de que o estudante, para solucionar situações problemas necessita:

Compreender os dados de um problema, tomar decisões para resolvê-lo, estabelecer relações, saber comunicar resultados e ser capaz de usar técnicas conhecidas são aspectos que devem ser estimulados em um processo de aprendizagem, através da resolução de problemas. No decorrer desse processo, a formalização o simbolismo e as técnicas precisas são introduzidas depois da resolução trabalhada, dando-se liberdade aos alunos, evitando-se direcioná-los para “o que pensar” ou “o que fazer”, conduzindo-os somente em casos de maiores dificuldades, ou seja, quando eles não sabem como agir.

Sobre aprender matemática por meio de problemas, concordo com Villa e Callejo (2007, pg. 168) ao comentar que “os problemas desempenhariam um papel essencial como ponto de partida de discussões matemáticas”. Ora, se o ensino de matemática em grande parte se estrutura em aulas expositivas e resolução de exercícios repetitivos que trabalham a mecanização do processo ao invés raciocínio matemático, este método pode tornar a matemática, um conteúdo exaustivo e sem qualquer vínculo com o cotidiano. Assim, essa disciplina é tratada como de descontextualizada e dificulta a verdadeira compreensão dos conteúdos. Nessa linha de pensamento, Vila e Callejo (*apud* R. Douady , p. 168) afirmam que:

Um aluno tem conhecimento matemático quando é capaz de utilizá-lo para resolver certos problemas, que têm ou não indicadores em sua formulação, e também quando é capaz de adaptar esses conhecimentos naquelas condições que não são habituais para interpretar os problemas ou para propor questões a propósitos destas.

Deste modo, a resolução de problemas busca trabalhar de forma que os estudantes possam aprender a vê-la através de um ângulo diferente, compreendendo seus conceitos e, principalmente, sendo capazes de estabelecer relações. A vantagem de abordar tal metodologia é de poder incentivar, intrigar e estimular aqueles estudantes que se encontram desmotivados para aprender matemática. Nesse aspecto, é possível então integrar todos os alunos em prol da aprendizagem de matemática, desenvolvendo capacidades intelectuais de maneira interessante. E ainda, o educando acaba estabelecendo uma “utilidade” a essa disciplina, de modo que ela deixa de ser tão abstrata.

Outro benefício proporcionado pela resolução de problemas é o que o aluno deixa de perder o medo de enfrentar problemas matemáticos, ao lidar com novas situações. Desse modo, o aluno é incentivado a usar seus próprios mecanismos de pensamento, pois esse proporciona um desafio aos alunos que trabalham matemática a partir de situações problemas.

4.1. David Tall

Embora as teorias de Tall se fundamentam no desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático avançado, acredito que podem estender-se às percepções matemáticas dos estudantes de Ensino Médio sem que haja perda da consistência de seus conceitos.

Segundo seus estudos sobre o desenvolvimento cognitivo, ele define três níveis de aprendizagem estruturados conforme o grau de dificuldade. Essas teorias fundamentam-se na matemática avançada, assim referida por ele, a respeito, em grande maioria, ao estudo do cálculo. Contudo, acredito ser possível relacioná-los com minha proposta referente ao desenvolvimento do raciocínio do aluno na tentativa de solucionar questões, nesse caso das provas do ENEM.

Esses níveis definidos por Tall estão organizados conforme o nível de sofisticação do pensamento, que se constitui em *procedimento*, *processo* e *proceito* respectivamente. Dessa forma, esses diferentes níveis de sofisticação estão relacionados com a maneira como se desenvolve o progresso cognitivo, no qual o *proceito* depende do *processo* que, conseqüentemente, depende do *procedimento* para se realizar o avanço do pensamento.

Conforme David Tall (1999, p. 5), “*um procedimento consiste numa sucessão finita de ações e decisões construídas em uma sequência coerente*”. Analisando tal definição de maneira a contextualizá-la para minha proposta, o procedimento corresponderia à aplicação de fórmulas, pura e simplesmente, por parte do aluno para solucionar situações problemas, na qual cada questão corresponde à aplicação de fórmulas específicas para uma determinada situação. Certamente a estratégia de utilizar exclusivamente o recurso de fórmulas para a resolução de problemas não contribui para que o aluno compreenda de fato o que está sendo proposto pelo problema, uma vez que a aprendizagem só é efetivada quando ele consegue aplicar a teoria estudada em um problema diferente dos conhecidos por ele. Considerando que

as questões do ENEM, segundo a reformulação da proposta para as provas do ENEM a partir do ano de 2009, exigem do aluno determinado grau de raciocínio lógico para que seja possível solucioná-las, o que não seria viável apenas com o uso de fórmulas, já que esse prioriza a descontextualização.

Embora o nível de sofisticação correspondente ao *procedimento* pareça pouco importante em termos cognitivos, Tall destaca que esse faz parte do processo evolutivo do pensamento e, por isso a relevância de tal etapa. Entretanto, trabalhar a resolução de problemas utilizando uma metodologia que se estrutura apenas na ênfase de fórmulas, ou seja, ressaltando o procedimento, não possibilita que o aluno perceba quais conceitos matemáticos mostram-se necessários que ele tenha domínio para que seja possível solucioná-las. Assim, os estudantes não compreendem a conexão existente entre os conceitos matemáticos e as situações problemas, ou seja, se limitam ao uso de fórmulas ao invés de exercitarem o pensamento para que sejam capazes de obter ideias mais complexas. Conforme afirma Tall (1998, p. 12) “*procedimentos* permitem que indivíduos façam matemática, mas aprender muitos *procedimentos* separados e escolhendo o mais apropriado para certo propósito se torna cada vez mais penoso”, complementando a ideia exposta anteriormente.

Já o nível do processo corresponde, segundo o autor (1999, p. 5) “*quando o procedimento é concebido como um todo e o foco são nos dados e nos produtos preferivelmente do que no procedimento particular usado para conduzir o processo*”. Associando essa ideia a minha proposta seria quando o aluno passa a interpretar as questões de maneira a identificar os dados importantes do problema, que serão úteis para a resolução desses, e analisá-los. A partir das informações coletadas o estudante ainda estaria condicionado a formular conclusões que pudessem ser necessárias para possivelmente chegar à resposta do problema.

Ainda, outra característica que nos permite identificar que o estudante apresenta-se nesse estágio de sofisticação é quando percebemos que ele não se preocupa apenas em obter uma resposta para o problema proposto, sua inquietação decorre do interesse em interpretar, compreender o que está sendo exposto pelo problema. Aqui, suas estratégias de raciocínio apresentam-se mais sofisticadas, ou seja, as ferramentas disponibilizadas por eles, possivelmente, asseguram maiores chances para a obtenção de sucesso na resolução de problemas.

Acredito que os estudantes que se deparam nesse nível possivelmente encontram-se mais aptos a desenvolver questões do tipo da prova do ENEM com mais segurança do que aqueles que utilizam apenas fórmulas para solucioná-las. Relacionando mais especificamente às questões das provas do ENEM, como já mencionado, essas buscam atingir um caráter diferenciado das demais provas na medida em que estrutura-se em habilidades, isto é, estimula o raciocínio do aluno por meio de questões contextualizadas, com aplicação em relação aos conhecimentos que vão além dos conteúdos formais.

Tendo em vista atividades que enfatizam a interdisciplinaridade e que incentivam o conhecimento prático, permito-me afirmar ser provável que estudantes ao qual identificamos esse nível de sofisticação encontram-se mais preparados para enfrentar esse tipo de prova, uma vez que conseguem desenvolver ligações entre os conteúdos matemáticos estudados no Ensino Fundamental e Médio com contextos diferenciados, nos quais só serão passíveis de resolução se eles utilizarem a habilidade de interpretar o problema proposto. Portanto, aqueles que se deparam no nível de sofisticação do pensamento do processo focalizam seus esforços em interpretar as situações problemas que lhe são atribuídos estão sujeitos a alcançar um bom desempenho nas provas do ENEM.

Já o nível do *proceito*, para Tall (1999, p. 5, grifo do autor) “*requer que os símbolos sejam concebidos flexivelmente como **processos** a fazer e **conceitos** para se pensar sobre*”, isto é, quando o pensamento matemático acontece de maneira muito mais formal que técnica. Fazendo um paralelo com minha proposta, significa que o educando só consegue obter esse nível do pensamento quando consegue generalizar um caso particular e expandir as definições matemáticas estudadas por ele. Nesse último estágio o aluno usufrui de todos os níveis de sofisticação que compõem o pensamento matemático avançado, uma vez que realiza com sucesso a resolução de problemas, utilizando procedimentos adequados a eles. Também consegue interpretá-lo, analisando as informações contidas nele, e coletar dados disponíveis no problema que contribuem para que o aluno adapte tais procedimentos a uma situação específica e, portanto, acaba utilizando da etapa do processo para garantir o nível do *proceito*.

Tall (1998, p. 12) destaca que “*proceitos permitem que o indivíduo não somente conduza procedimento, mas que considere símbolos como objetos mentais, e então não somente se faça matemática, mas também se pense sobre conceitos*”, complementando a ideia acima. No *proceito*, diferentemente do processo, o educando sente a necessidade dos números minimizada, permitido a ele trabalhar apenas com a forma genérica, ou seja, sua capacidade

de abstração acaba sendo maior que no processo. A equivalência desse conceito ao meu trabalho corresponde ao aluno pensar de maneira simbólica sobre os conceitos matemáticos. Por exemplo, questões que exijam do estudante domínio sobre a natureza das fórmulas, que compreenda o significado da simbologia matemática presente nessas questões.

Assim, percebemos esse grau de pensamento quando é possível partir de um caso particular exposto no problema e conseguir generalizá-lo às demais situações existentes. Acredito que essas questões que estabelecem tal grau de sofisticação não são tão comuns nas provas do ENEM, uma vez que corresponde ao pensamento matemático mais avançado, do qual não é abordado no Ensino Médio na maioria das vezes. Claro que aqueles estudantes que conseguem atingir tal estágio estão provavelmente mais preparados para resolver as questões do tipo do ENEM, já que dominam os outros níveis. Entretanto, não é fundamental que o estudante esteja nesse nível do *proceito* para obter sucesso em provas que priorizam questões interdisciplinares, como as do ENEM. Basta que ele saiba executar matemática de maneira eficiente e, ao mesmo tempo, de modo maleável para alcançar resultados positivos.

4.2. ENEM: Método de avaliação por competências e habilidades.

Considerando que, em parte, meu trabalho consiste em desenvolver uma análise das respostas dos alunos utilizando os conceitos de competências e habilidades definidos e esclarecidos na Matriz de Referência do ENEM de 2009, pretendo com este capítulo especificar os significados desses termos adotados pelo ENEM na perspectiva da educação. Como já mencionado anteriormente, não me deterei a analisar criticamente as reflexões expressas nos documentos teóricos, uma vez que desejo apenas destacar o significado desses termos no contexto de avaliação do desempenho dos estudantes. Assim, discutirei algumas ideias importantes que constam nos Textos Teóricos e Metodológicos e que contribuem para a compreensão e diferença que serão atribuídos aos termos competências e habilidades.

Antes de iniciar a discussão sobre os conceitos que envolvem o assunto competências e habilidades, gostaria de retomar brevemente o significado atribuído a palavra problema, o qual já foi desenvolvido no capítulo anterior. Considerando que a prova do ENEM procura desenvolver problemas ao invés de exercícios para avaliar os estudantes, pretendo deixar claro

o conceito de problema utilizado em seus textos teóricos, uma vez que esse tema e o de competências e habilidades estão relacionados. Assim, segundo a concepção de Macedo (2009, Textos Teóricos e Metodológicos), o significado de problema abordado pelo ENEM sugere situações inusitadas, fatores inesperados que nos induzem a tomada de decisão, ou seja, “(...) *são obstáculos ao longo do percurso, que pedem, como é usual em situações problemáticas, interpretação do desafio proposto no contexto, planejamento da solução ou das soluções possíveis, execução da solução planejada e avaliação dos resultados.*” (Macedo, p. 51). Logo, a definição de problema defendida por Macedo consiste em uma situação que implique originalidade, que desafie o aluno a procurar estratégias de solução diferente das que ele tem conhecimento, ou seja, impõem uma dificuldade maior em relação ao que o estudante está acostumado. Isto é, uma questão propõe um problema quando envolve interpretação, estratégia de solução, execução dessa e avaliação por parte do aluno.

Quanto ao conceito de competência, há três significados atribuídos a ele do qual Macedo se refere no texto. O primeiro diz respeito à “condição prévia do sujeito” (2009, p. 56), e são aquelas capacidades as quais herdamos, refere-se a ações que nos caracterizam como sujeito, ou aquelas que adquirimos ao longo da vida, e consiste nas competências que aprendemos e passa a se constituir um patrimônio do sujeito. O segundo refere-se a “condição do objeto” (2009, p. 56), não interessando o sujeito, ou seja, a qualidade que se atribui ao objeto e que não está necessariamente relacionado com as competências e habilidades do sujeito. Já o terceiro consiste na competência relacional, sendo essa a definição mais importante na conjuntura de situações problemas, e significa que (2009, p. 57):

[...] essa forma de competência é interdependente, ou seja, não basta ser muito entendido em uma matéria, não basta possuir objetos potentes e adequados, pois o importante aqui é “como esses fatores interagem”. A competência relacional expressa esse jogo de interações.

No contexto da resolução de problemas, Macedo considera as habilidades necessárias para o aluno resolver as questões, porém elas não são suficientes, uma vez que os problemas exigem do estudante a tomada de decisão que se refere a uma competência relacional. Assim, na solução de problemas encontramos diversas informações disponíveis ao sujeito, referente à competição. A forma como ele vai responder a multiplicidade de informações corresponde a concorrência. Já a competência refere-se justamente a qualidade de coordenar esses diferentes fatores em níveis distintos, ou seja, como manejar, manter o equilíbrio entre a competição e a

concorrência. Logo, no aspecto que nos interessa, a competência diz respeito ao poder de interpretação do aluno, da tomada de decisão, de responder adequadamente aos múltiplos aspectos apresentados no problema, ente outros.

O conceito de autonomia também engloba a perspectiva de competências e habilidades, uma vez que esse sugere um método que estimula o pensamento crítico, a defesa e conclusão sobre assuntos diversos, que promovem a formulação de estratégias por parte do aluno. Assim, pensando no conjunto de situações problemas, o estudante só terá ferramentas suficientes para compreender e solucionar a questão se ele for capaz de interpretar, julgar e estabelecer táticas e tenha sido desenvolvido no aluno o poder de pensar que, segundo Macedo, é permitido pelo método pedagógico da autonomia.

Outro tema relacionado com o conceito de competência relacional do qual Os Textos Teóricos e Metodológicos apresentam é a “aprendizagem significativa” (Macedo, pg. 65) e corresponde a condição do sujeito de procurar, de desejar o conhecimento, isto é, “(...) *expressa certa qualidade de disponibilidade para a aprendizagem escolar*” (Textos Teóricos e Metodológicos do ENEM 2009, pg. 65). Portanto, dar sentido aos problemas, mobilizar o aluno a procurar respostas, instigá-lo a formular estratégias depende da disponibilidade para a aprendizagem que o professor irá proporcionar ao docente.

A competência relacional supõe também a importância de abordagem do método de cooperação, pois esse valoriza a interdependência. Nessa perspectiva, a partir da cooperação é possível argumentar-se de diferentes modos, de deparar-se com diferentes soluções, ou seja, o aluno depara-se com as diferenças e é convidado a buscar meios de lidar com elas. Deste modo, esse método preocupa-se com a qualidade do modo como se desenvolve o processo e não apenas com os resultados finais.

Por conseguinte, esses temas que envolvem os conceitos de competência e habilidade fazem-se necessários serem explicitados de modo que só será possível compreender o método de avaliação do ENEM se tivermos claro quais perspectivas de aprendizagem acreditam ser essenciais para a formação de um bom aluno. Sendo assim, tendo em vista que “(...) essa qualidade de pensar de forma relacional supõe autonomia, cooperação, supõe a coordenação de valores que exigem tempo para sua construção” (Macedo, pg. 69) acredito que esse trabalho torna-se mais consistente, uma vez que tenho conhecimento das teorias defendidas pelo ENEM, bem como o significado utilizado por eles para os conceitos de competência e habilidade.

Na Matriz de Referência do ENEM de 2009 constam os Eixos Cognitivos que são comuns a todas as áreas do conhecimento e divide-se em cinco categorias, bem como as competências e habilidades contempladas para cada área do conhecimento. Neste trabalho me deterei a explicitar aquelas referentes à área de Matemática e suas Tecnologias. As competências são divididas em sete grupos, que por sua vez subdividem-se em itens, chamados de habilidades. São eles:

- **Competência de área 1 – Construir significado para os números naturais, inteiros, racionais e reais.**

H1 – Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, racionais ou reais.

H2 – Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.

H3 – Resolver situação problema envolvendo conhecimentos numéricos.

H4 - Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

H5 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

- **Competência de área 2 – Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.**

H6 – Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

H7 – Identificar características de figuras planas ou espaciais.

H8 – Resolver situação problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 – Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

- **Competência de área 3 – Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.**

H10 – Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.

H11 – Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.

H12 – Resolver situação problema que envolva medidas de grandezas.

H13 – Avaliar o resultado de uma mediação na construção de um argumento consistente.

H14 – Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

- **Competência de área 4 – Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e solução de problemas do cotidiano.**

H15 – Identificar a relação de dependência entre grandezas.

H16 – Resolver situação problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 – Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

H18 – Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

- **Competência de área 5 – Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.**

H19 – Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20 – Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21 – Resolver situação problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 – Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

- **Competências de área 6 – Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsões de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.**

H24 – Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 – Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 – Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recursos para a construção de argumentos.

- **Competência de área 7 – Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.**

H27 – Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

H28 – Resolver situação problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 – Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

H30 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

5. TÉCNICAS E MATERIAIS

Para o desenvolvimento de uma proposta didática, na qual fosse possível investigar se os estudantes do Ensino Médio encontram-se preparados para resolver as questões de matemática apresentadas no ENEM, desenvolvi um projeto pré-ENEM, a fim de trabalhar questões de matemática contidas nesse exame. E ainda, de modo geral, pretendo com essa análise sugerir outra abordagem de ensino, através da utilização de situações problemas, mais especificamente aquelas que priorizam a habilidade de interpretação do aluno, como mais um recurso disponível ao professor, que pode ser utilizado como método de aprendizagem.

Desta forma, tendo em vista questões que apresentem um conjunto de situações e problemas que possibilitem a criação de um espaço que favoreça o desenvolvimento do pensamento matemático, bem como exercitar a capacidade de leitura e interpretação dos estudantes, pretendo analisar tanto as questões do ENEM quanto a resolução desses problemas realizados por eles. Para isso, destinarei esse capítulo para expor como procedeu a coleta de dados destinada a esse trabalho, além de explicitar quais recursos foram utilizados para a interpretação das informações adquiridas nesse processo.

O processo de investigação ocorreu através de um projeto desenvolvido na disciplina de Estágio em Educação Matemática III, no qual foram desenvolvidas questões presente na prova do ENEM de 2009 de matemática e dos exemplos disponíveis no site do Ministério da Educação. O projeto foi realizado na Escola Estadual de Ensino Médio Baltazar de Oliveira Garcia e destinado a estudantes do Ensino Médio do turno da manhã e da noite. Embora fosse de caráter opcional, os 10 alunos participantes mostraram-se frequentes nas aulas, possibilitando um trabalho contínuo. Esse demandou de 2 horas/aula semanais, durante oito semanas, totalizando 16 horas de coleta de dados.

A fim de obter mais dados, pude contar com o auxílio da colega Danielle Azevedo, que se encarregou de realizar as observações e registros do comportamento dos alunos frente às atividades propostas e os questionamentos feitos por mim e destinadas aos participantes quanto às questões trabalhadas nas aulas. Dessa maneira, pude compreender melhor o desenvolvimento do raciocínio do aluno ao solucionar a questão e, assim, avaliar seu desempenho objetivando relacionar suas respostas escritas com as habilidades e competências descritas na Matriz. A seleção das questões decorreu de forma a privilegiar atividades que

exigissem interpretação de texto por parte do aluno, assim como diferentes áreas do conhecimento, baseado nos conteúdos teoricamente sabido por estudantes do Ensino Médio, de maneira a trabalhar diferentes tipos de questões.

Deste modo, procurei escolher aquelas questões do ENEM que envolvessem interpretação das informações contidas no problema, de maneira que o aluno só pudesse resolvê-la após compreender a problemática apresentada e selecionar apenas os dados necessários para tal resolução. Além disso, os problemas cuja ausência de alternativas não implicasse na impossibilidade de resolvê-las, acabaram sendo retiradas ao serem entregues aos alunos, pois assim eles não seriam induzidos a encontrar uma das alternativas, presente no problema original. Ainda, procedendo dessa maneira, acredito que possivelmente possibilitará um espaço que favorecerá ao estudante explicar seu raciocínio e desenvolver a escrita matemática, então, além de resolver os problemas contidos nas questões, os estudantes serão instigados a justificar e tentar defender suas respostas. Sendo assim, os dados coletados tonaram-se mais consistentes na medida em que estabeleço que o aluno descreva o mais detalhadamente possível sua resolução, o que torna possível a análise dessas respostas a partir das competências e das habilidades disponíveis na Matriz de Referência do ENEM 2009.

O projeto pré-ENEM consistiu em trabalhar conceitos matemáticos e interpretação com os alunos de Ensino Médio através de questões de matemática da prova do ENEM. Em cada aula eram distribuídas três questões aos alunos, retiradas dos exemplos de questões do ENEM 2009 e da primeira versão da prova. O projeto prosseguia da seguinte maneira: a aula era dividida em dois momentos, o primeiro era destinado para que os participantes resolvessem os problemas propostos, descrevendo suas respostas detalhadamente, uma vez que não eram oferecidas as opções de solução; No segundo, era apresentada uma solução para os problemas exposta coletivamente, identificando os conceitos matemáticos exigidos e os possíveis erros que pudesse ter cometido. Quero observar que foi orientado aos alunos que não alterassem as respostas descritas por eles no momento da correção, a fim de identificar suas dificuldades ao resolver questões do ENEM.

Enquanto desenvolvia o projeto, minha colega se responsabilizava em coletar informações que julgava interessantes, como perguntas dos alunos que surgiam ao longo da explicação sobre dúvidas do conteúdo que estava sendo trabalhado, ou observações feitas por

eles em relação ao projeto, enfim, registros que pudessem complementar o trabalho que já estava sendo realizado.

Considerando a discussão realizada no capítulo 3 acerca dos conceitos envolvidos no contexto de avaliação do desempenho dos estudantes por competências e habilidades e os significados atribuídos a esses termos, pretendo basear minha análise para interpretação dos dados na perspectiva utilizada pelo ENEM. Portanto, a proposta desse trabalho consiste primeiramente em avaliar as competências e habilidades necessárias aos alunos para desenvolver corretamente estratégias de solução das questões selecionadas para desenvolver no projeto. Após essa etapa, com as respostas coletadas ao longo das aulas, me deterei a comparar as táticas utilizadas pelos estudantes com as competências e habilidades anteriormente determinadas referente a cada problema. A partir dessa análise espero ser possível constatar se esses aprendentes conseguem resolver as questões apresentadas na prova do ENEM, ou seja, se eles possuem ferramentas necessárias para solucionar as questões propostas na prova do ENEM de 2009. Além disso, pretendo estender os três níveis de aprendizagem desenvolvidos por Tall à minha proposta, a fim de relacioná-los ao desenvolvimento do raciocínio do aluno exposto nas resoluções, objetivando avaliar em que nível o aluno do Ensino Médio se encontra, em relação aos níveis propostos por Tall, bem como analisar os níveis exigidos pelas questões do ENEM aos alunos.

6. DADOS COLETADOS

Como mencionado no capítulo anterior, o projeto pré-ENEM consistiu em trabalhar com algumas questões da primeira versão da prova do ENEM de 2009 e também de exemplos das questões-modelo disponíveis no site www.enem.inep.gov.br. Procurei selecionar aquelas questões que estimulassem principalmente a interpretação de texto, além dos problemas que apresentassem diagramas, gráficos, tabelas a fim de que os alunos os relacionem com as informações disponíveis no enunciado da questão. Quanto aos conteúdos matemáticos, não me detive especificamente a um, os problemas abordam diferentes conceitos que teoricamente são conhecidos pelos estudantes, uma vez que deveriam ter sido desenvolvidos no Ensino Médio. De modo geral, os problemas trabalhados com os participantes envolvem conhecimentos de matemática financeira básica, noções de porcentagem, leitura de gráficos, análise combinatória e probabilidade, interpretação de tabelas, raciocínio lógico, funções matemáticas de 1º Grau.

Os dados coletados foram obtidos em um projeto desenvolvido na Escola Estadual de Ensino Médio Baltazar de Oliveira Garcia, o qual visou trabalhar com questões do ENEM a fim de prepará-los para solucionar esse tipo de questão, além de revisar alguns conceitos matemáticos trabalhados em sala de aula ao longo do Ensino Médio. O projeto contou com a participação de nove alunos de 3º Ano do Ensino Médio do turno da manhã e um estudante do 1º Ano do turno da noite. A partir desse projeto pude coletar os dados para esse trabalho, pois através dele arrecadei as respostas dos alunos de algumas questões do ENEM, me permitindo investigar se os estudantes encontram-se preparados para resolver os problemas propostos na prova do ENEM.

Foram selecionadas 15 questões apresentadas nas diferentes provas do ENEM e que foram desenvolvidas no projeto de maneira a coletar as resoluções realizadas pelos alunos. O projeto contou em média com 10 alunos, totalizando aproximadamente 150 respostas coletadas. Embora já tenha sido mencionado anteriormente, ressaltei nas aulas a importância de que os participantes descrevessem o mais detalhadamente possível seu raciocínio ao solucionar as questões, pois assim permitiria uma análise mais consistente de suas respostas. Ao final do projeto, também realizei um simulados com 10 problemas formulados por mim,

procurando manter características semelhantes aos do ENEM. Ou seja, procurei elaborar questões que exigissem interpretação, raciocínio lógico e conhecimentos matemáticos, a fim de analisar o desempenho deles ao resolverem situações problemas. Esse simulado contou com a participação de 24 alunos do Ensino Médio do turno da manhã, sendo que oito deles foram os mesmos que realizaram o projeto. Juntamente com o simulado, foi entregue a esses alunos um questionário com seis perguntas a respeito das questões do ENEM, dos problemas apresentados no simulado, sobre o interesse deles em aprender matemática e ainda sobre o projeto pré-ENEM (direcionada apenas aos estudantes que participaram do projeto).

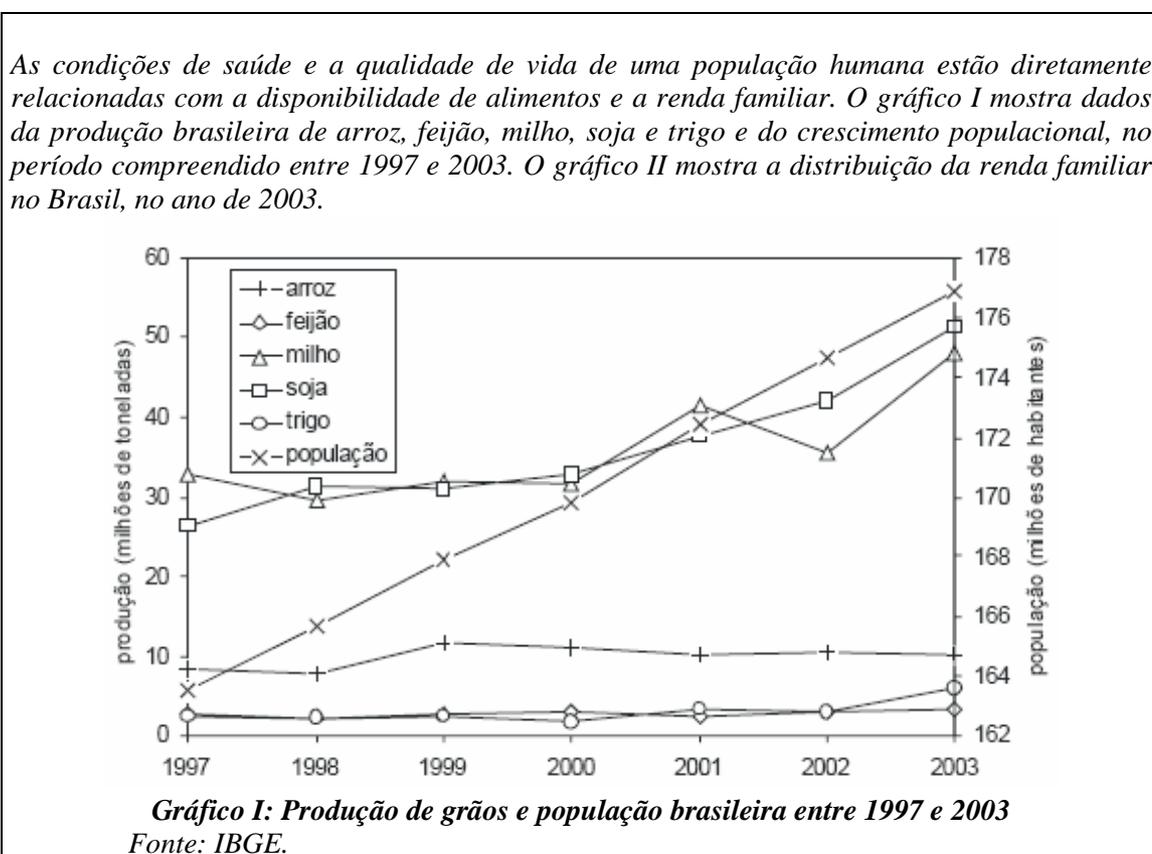
Os dados coletados serão apresentados de maneira a expor aquelas questões em que as respostas mostraram-se mais claras em relação ao raciocínio e as estratégias utilizadas pelos estudantes e também as que apresentam erros e acertos comuns realizados pelos estudantes. Apresentarei primeiramente a questão do ENEM desenvolvida no projeto e em seguida algumas respostas selecionadas conforme o critério exposto acima e, além disso, especificarei o desempenho dos participantes de modo geral. Já do simulado, considerando que as questões são de múltipla escolha, não me deterei a analisar o desempenho dos aprendentes.

Quanto ao questionário, apresentarei algumas respostas que acredito serem significativas e relevantes para a proposta desse trabalho, visando compreender o que os alunos pensam a respeito das questões presentes na prova de matemática do ENEM. Entretanto, considerando que meu objetivo é avaliar o desempenho dos estudantes nas questões propostas pelo ENEM, me deterei a analisar apenas as respostas obtidas das questões do ENEM desenvolvidas no projeto. Da mesma forma, aproveitarei os comentários feitos pelos alunos no questionário para compreender o que os estudantes pensam a respeito dos problemas desenvolvidos na prova do ENEM, pois acredito ser importante estudar a opinião dos estudantes quanto a esse tema, a fim de obtermos mais informações a respeito de suas dificuldades e, conseqüentemente, podendo possibilitar uma abordagem diferente e até mais eficiente para se trabalhar matemática.

Quanto ao simulado realizado, embora não tenha sido analisado, utilizei apenas como experiência para relatar a dificuldade que senti para elaborar situações problemas que conduza o estudante a chegar à resposta sem que seja óbvio. Assim como eu, outros professores devem compartilhar dessa dificuldade em criar questões que relacionem interpretação e

conhecimentos matemáticos, ocasionando na desistência do uso da resolução de problemas como uma metodologia de ensino-aprendizagem.

Em relação às questões apresentadas nas provas do ENEM e que foram desenvolvidas no projeto, selecionei os seguintes problemas e respostas dos estudantes. Esses foram escolhidos conforme o grau de significância para esse trabalho, ou seja, aquelas questões que apresentaram respostas interessantes, com erros e acertos comuns aos alunos, bem como peculiaridades que mostram alguns equívocos de raciocínio cometidos por eles.



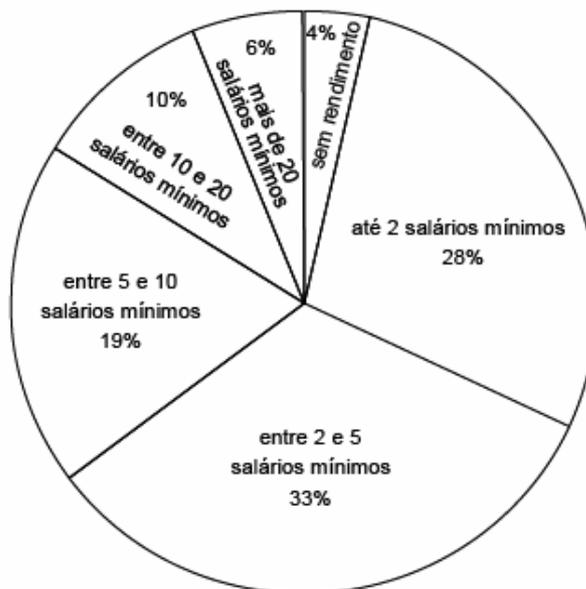


Gráfico II: Distribuição da renda da população em 2003

Fonte: IBGE.

Considere que três debatedores, discutindo as causas da fome no Brasil, chegaram às seguintes conclusões:

Debatedor 1 – O Brasil não produz alimento suficiente para alimentar sua população. Como a renda média do brasileiro é baixa, o País não consegue importar a quantidade necessária de alimentos e isso é a causa principal da fome.

Debatedor 2 – O Brasil produz alimentos em quantidade suficiente para alimentar toda sua população. A causa principal da fome, no Brasil, é a má distribuição de renda.

Debatedor 3 – A exportação da produção agrícola brasileira, a partir da inserção do País no mercado internacional, é a causa majoritária da subnutrição no País.

Considerando que são necessários, em média, 250 kg de alimentos para alimentar uma pessoa durante um ano, os dados dos gráficos I e II, relativos ao ano de 2003, corroboram apenas a tese do(s) debatedor(es)?

FIGURA 1 – Questão 9 das questões-modelo do ENEM 2009

Essa questão apresentou sete acertos de dez respostas obtidas, no qual esses acreditam que a produção de alimentos é suficiente para a quantidade de habitantes em 2003 e que o causador de fome é a má distribuição de renda da população. Outros dois estudantes obtiveram como resposta os debatedores 1 e 3, pois afirmam que a produção de alimentos não é suficiente para alimentar a população relativa ao ano de 2003. Entretanto, um dos

aprendentes embora tenha respondido 1 e 3, apresentou uma conta referente ao total de alimentos produzidos e que cobria o total de habitantes escrito por ele em sua resposta.

The image shows a student's handwritten work on lined paper. It includes a multiplication problem and a final answer. The numbers 178, 250, 1000, 1890, and 356 are written vertically. The final answer, 94.500, is circled. There are several annotations in Portuguese: 'Debateador' is circled, '1 e 3' is circled, and 'kg de alimentos p/pessoa' is written next to the numbers. A large arrow points from the circled answer to the text 'total de alimentos em kg que deveriam ser produzidos'.

$$\begin{array}{r} 178 \text{ (milhões de hab)} \\ \times 250 \text{ (kg)} \\ \hline 1000 \\ 1890 \\ 356 \\ \hline 94.500 \end{array}$$

Debateador
1 e 3
kg de alimentos p/pessoa
total de alimentos em kg que deveriam ser produzidos.

FIGURA 2 – Resolução de exercício do estudante A

Questão 9

em média 250kg de alimento para uma pessoa em 1 ano

2003

177 milhões de habitantes

177	10 Ton de Aço
x 250	6 Ton de Trigo
000	52 Ton de Soja
885	42 Ton de milho
354	117 milhões de Ton
<u>44250000000</u> Kg	

1.000

44.250.000 Ton

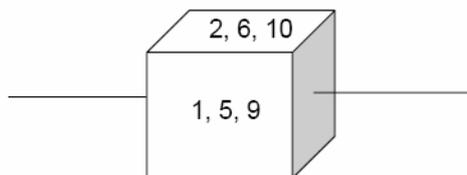
44,25 milhões de Ton.

Aprova apenas a tese do debatedor 2, pois após os cálculos vê-se que o alimento para toda a população a causa da fome é a má distribuição de renda

credeal

FIGURA 3 – Resolução de exercício do estudante B

Em um cubo, com faces em branco, foram gravados os números de 1 a 12, utilizando-se o seguinte procedimento: o número 1 foi gravado na face superior do dado, em seguida o dado foi girado, no sentido anti-horário, em torno do eixo indicado na figura abaixo, e o número 2 foi gravado na nova face superior, seguinte, conforme o esquema abaixo.



O procedimento continuou até que foram gravados todos os números. Observe que há duas faces que ficaram em branco. Ao se jogar aleatoriamente o dado apresentado, a probabilidade de que a face sorteada tenha a soma máxima é?

FIGURA 4 – Questão 10 das questões-modelo do ENEM 2009

10 - p₂ ma
m
Chances de o dado cair com a soma máxima se jogá-lo devem ser de 4 em cada vez que ele é jogado pois ele só tem 4 números 6.

FIGURA 5 – Resolução de exercício do estudante C

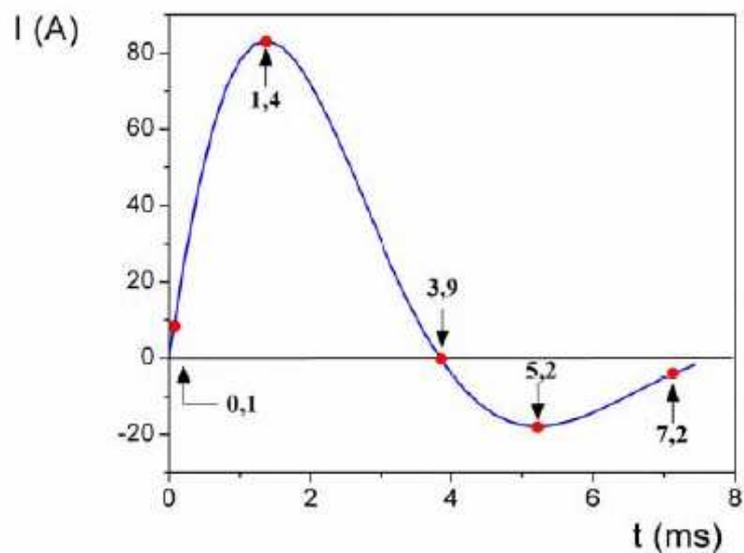
O dado tem 6 lados, apenas 4 lados foram marcados pois dois são nulos. Então

4 lados (possíveis)	
6 lados (total)	
$\frac{4}{6}$	0,66 a probabilidade de
$\frac{40}{60}$	cair a soma máxima.
$\frac{2}{3}$	
$\frac{40}{60}$	

FIGURA 6 – Resolução de exercício do estudante A

Essa questão foi respondida por oito estudantes do 3º Ano, sendo que sete deles responderam que as chances de cair a face com a soma máxima corresponde a 1 dos 6 lados que formam o dado. O outro aprendente respondeu que a probabilidade de cair a face que contém a seqüência de números que somados resultam no maior valor era de 0,66.

Um desfibrilador é um equipamento utilizado em pacientes durante parada cardiorrespiratória com objetivo de restabelecer ou reorganizar o ritmo cardíaco. O seu funcionamento consiste em aplicar uma corrente elétrica intensa na parede torácica do paciente em um intervalo de tempo da ordem de milissegundos. O gráfico seguinte representa, de forma genérica, o comportamento da corrente aplicada no peito dos pacientes em função do tempo.



De acordo com o gráfico, a contar do instante em que se inicia o pulso elétrico, a corrente elétrica inverte o seu sentido após quanto tempo?

FIGURA 7 – Questão 8 das questões-modelo do ENEM 2009

a partir de 1,4 QUESTÃO 8.

de 0,1 a 1,4 o pulso elétrico sobe (aumenta).
 a partir de 1,4 o pulso elétrico desce (diminui).

FIGURA 8 – Resolução de exercício do estudante D

De dez estudantes que participaram do projeto no dia que foi proposto esse problema, nove deles responderam que a corrente elétrica inverte o seu sentido exatamente no tempo 1,4 segundos. Já um dos participantes descreveu que o tempo correspondente a inversão da corrente foi em 3,9 milissegundos.

De acordo com o gráfico, na linha de zero já se passou 3,9 milissegundos, então após chegar ao zero continua no sentido oposto dos Amperios tornando-se negativo. Mas ele partiu de 0,1 milissegundos.
 Então: $3,9 - 0,1 = 3,8$ milissegundos.

FIGURA 9: Resolução de exercício do estudante A

Dados do Instituto de Pesquisa Econômicas Aplicadas (IPEA) revelaram que no biênio 2004/2005, nas rodovias federais, os atropelamentos com morte ocuparam o segundo ranking de mortalidade por acidente. A cada 34 atropelamentos, ocorrem 10 mortes. Cerca de 4 mil atropelamentos/ano, um a cada duas horas, aproximadamente.

De acordo com os dados, se for escolhido aleatoriamente para investigação mais detalhada um dos atropelamentos ocorridos no biênio 2004/2005, a probabilidade de ter sido um atropelamento sem morte é?

FIGURA 10 – Questão 58 da primeira versão da prova do ENEM 2009

$$58: P = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \quad 4 = 4 \text{ mil atropelamentos por ano}$$

$$10 = 10 \text{ mortes a cada } 34 \text{ atropelamentos.}$$

FIGURA 11 – Resolução de exercício do estudante E

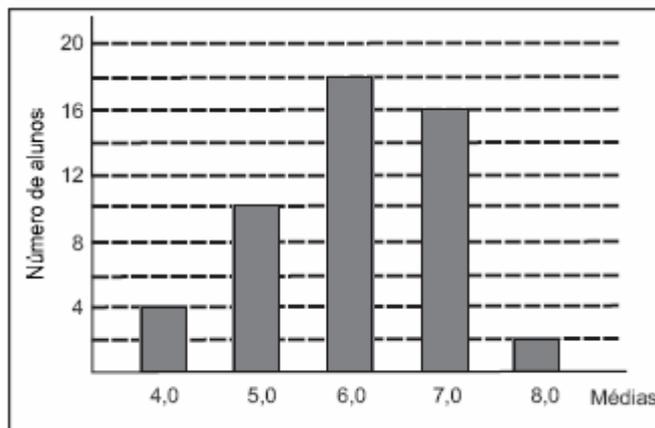
Nessa questão houve cinco alunos que a responderam, sendo que nenhum chegou à resposta correta. Quatro estudantes acharam $10/34$, no qual o número 10 corresponde aos casos de atropelamento que ocasionam em mortes e 34 significa o número total de atropelamentos em que há relação com os casos de morte. E o aprendiz restante respondeu $4/10$, com o número 4 representado todos os casos de atropelamentos por ano e o número 10 associado às mortes ocorridas a cada 34 atropelamentos.

$$58 - P = \frac{10}{34} \rightarrow \text{casos de atropelamento que ocasionaram em morte}$$

$$\rightarrow \text{número total de atropelamentos}$$

FIGURA 12: Resolução de exercício do estudante F

Considere que as médias finais dos alunos de um curso foram representadas no gráfico a seguir.



Sabendo que a média para aprovação nesse curso era maior ou igual a 6,0, qual foi a porcentagem de alunos aprovados?

FIGURA 13 – Questão 55 da primeira versão da prova do ENEM 2009

55- 6,0 / 7,0 / 8,0 → Médias de aprovação
 $18 + 16 + 2 = 36\%$
Esses valores foram retirados do gráfico
No gráfico não aparece exatamente esses valores então
dividi cada linha em 2, o que deu exatamente 18, 16 e 2.

FIGURA 14 – Resolução de exercício do estudante G

Média 6

Total de alunos = 50

2	4		
10		Aprovados = 36	A porcentagem de alunos aprovados
18			é de 72%
16		$50 \Rightarrow 100$	
<u>2</u>		$36 \Rightarrow X$	
50		$50X \Rightarrow 100 \cdot 36$	
		$X = \frac{3600}{50}$	
		$X = 72$	

FIGURA 15 – Resolução de exercício do estudante H

Foram obtidas nove respostas para esse problema, no qual seis encontraram como resposta para a média de aprovação do curso especificado no gráfico o valor de 72% e três alunos descreveram sua resolução obtendo 36% como valor médio de aprovação dos estudantes do curso.

Assim, apresentei alguns problemas propostos pelo ENEM e que foram desenvolvidos no projeto a fim de investigar os conhecimentos daquele grupo de alunos, que em breve estarão encarando o exame do ENEM, em relação aos conceitos matemáticos vistos no Ensino Médio, a interpretação, a análise de gráficos e de tabelas, enfim, se possuem as ferramentas necessárias exigidas por essas questões. Além disso, selecionei algumas respostas obtidas nesse processo em que pudesse esclarecer alguns erros comuns cometidos pelos estudantes e que mostram certas dificuldades enfrentadas por eles. Ainda, optei por expor também resoluções que indiquem os acertos desses, uma vez que é importante identificar as questões que proporcionam o sucesso do aluno e, claro, as estratégias referentes a essas questões.

Portanto, embora não tenha apresentado todas as respostas obtidas na minha prática, especifiquei neste capítulo os dados coletados que acredito serem mais significativos em termos de compreensão do raciocínio e das estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de problemas presentes no Exame Nacional do Ensino Médio. Assim, a partir dessas informações é que pretendo desenvolver minha análise em relação às competências e habilidades disponíveis na Matriz de Referência, para enfim poder concluir se os estudantes do Ensino Médio estão preparados cognitivamente para realizar a prova do ENEM e obter um bom desempenho.

7. ANÁLISE DOS DADOS

Como mencionado anteriormente, me proponho a analisar as questões que obtiveram as respostas dos alunos que julgo serem mais significativas em relação à compreensão do raciocínio utilizado por eles, bem como suas estratégias de solução. As demais respostas apresentaram dados que não ofereceram clareza e, conseqüentemente, dificultaram a análise. Creio que o fato de obter respostas confusas na resolução das questões do exame do ENEM me permitiu perceber que os alunos demonstram dificuldade em expressar as estratégias utilizadas na solução de problemas. Mas como me deterei especificamente à análise das estratégias dos estudantes, selecionei aquelas em que as respostas apresentaram nitidez em relação ao raciocínio desenvolvido. Ou seja, este capítulo tratará da análise das questões e respostas expostas no tópico acima a fim de avaliar as habilidades e as competências, baseado na Matriz de Referência do ENEM 2009, necessárias para as resoluções dos problemas propostos pelo ENEM e ainda às utilizadas pelos alunos.

Considerando que no processo da coleta de dados foi ressaltado que os estudantes deveriam entregar suas respostas juntamente com suas explicações e justificativas, uma vez que a análise do trabalho baseia-se nesta etapa de justificativa, a análise consiste em avaliar as competências e as habilidades por eles utilizadas para resolver as questões do ENEM. Mais do que saber se os estudantes responderam corretamente ou não aos problemas desenvolvidos no projeto, meu interesse consiste em compreender as estratégias e os conceitos matemáticos apresentados em suas respostas. Assim, ao avaliar as ferramentas utilizadas por eles e identificar quais as habilidades e competências referentes a essas estratégias, pretendo comparar com as aptidões que julgo serem necessárias para responder adequadamente as essas questões, levando em consideração que estes possam ser capazes de organizar o pensamento e explicitar as táticas de solução do problema.

Ainda, utilizarei as teorias de Tall sobre os níveis de sofisticação acerca do desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático, as quais foram adaptadas para o tema referente desse trabalho, a resolução de problemas. Dessa forma, ao averiguar quais habilidades foram contempladas nas estratégias de solução das questões do ENEM, analisarei se o aluno encontra-se no nível do *procedimento*, do *processo* ou do *proceito*.

Assim, pretendo avaliar se os estudantes do Ensino Médio e participantes do projeto estão preparados para resolver as questões propostas no exame do ENEM. Tendo em vista que se o aprendente consegue abordar em suas estratégias as habilidades necessárias para desenvolver corretamente os problemas e, conseqüentemente, de apresentar-se no nível de sofisticação adequado é sinal de que ele não mais só reproduz automaticamente, mas sim compreende as etapas e o significado do processo.

A seguir definirei as habilidades e competências a partir das quais realizarei a análise das respostas, ou seja, que critérios serão utilizados para a avaliação de cada resposta. Embora tenha mencionado no capítulo do Referencial Teórico, nas questões em que vou analisar não serão utilizadas todas as áreas de competência e nem todas as habilidades, uma vez que dependerá do conteúdo matemático que o problema abordará.

7. 1. Questões e respostas analisadas

7.1.1. Análise referente à questão 9

A questão 9 das questões-modelo do ENEM 2009 (FIG. 1) engloba as habilidades H10 e H12 referentes a competência da área 3, pois o aluno precisará utilizar a informação de que uma pessoa necessita consumir 250 kg de alimentos por ano e encontrar a correspondência em toneladas de alimentos consumidos para solucioná-la. Ou seja, ele precisará ter conhecimentos de grandezas e unidades de medidas, correspondente a transformação de quilogramas para toneladas, para obter a quantidade de alimentos consumidos no Brasil no ano de 2003. E, conseqüentemente, permitirá que o aprendente analise as afirmações dos debatedores.

Essa relaciona também as habilidades H15, H16, H17 e H18 respectivas a competência de área 4, uma vez que é fundamental que o estudante saiba identificar a relação de dependência que há entre o total de alimento produzido e o total da população no ano de 2003 para interpretar o Gráfico I e a relação entre a porcentagem e o número de salários mínimos referentes a ela e expostos no Gráfico II, conforme a habilidade H15. Para realizar a

transformação de quilogramas para toneladas ele utilizará a habilidade de resolver situações problemas que envolva variação de grandeza direta, referente na H16. A habilidade H17 será desenvolvida na medida em que o estudante tem que analisar as informações que encontrará a partir dos cálculos obtidos para verificar quais afirmações estão corretas. E considerando que a fonte no qual se encontram essas informações consiste no IBGE, os gráficos mostram situações reais, exigindo do aluno a habilidade H18.

As habilidades H20, H21 e H22 que estão presentes na área 5, também são necessárias para a resolução desse problema. Isso acontece, pois é disponibilizado ao estudante o Gráfico I, que representa um gráfico cartesiano o qual expressa a relação entre a produção de alimentos de 2003 com o total da população nesse ano no Brasil. Para verificar quais as afirmações estão corretas o aluno precisará desenvolver conhecimentos algébricos de proporção.

Por fim, H24, H25 e H26 que se encontram na competência de área 6, pois para analisar as afirmações realizadas pelos debatedores é preciso utilizar as informações disponíveis nos gráficos a fim de que o aluno use-as como argumentação para justificativa de sua resposta.

Analisando a primeira resposta selecionada (FIG. 2) referente a esse problema, a partir das habilidades explicitadas acima, que representam as principais aptidões necessárias para desenvolver uma solução, procederei de maneira a comparar aquelas que foram abordadas no desenvolvimento do raciocínio do estudante com as que são contempladas pela questão. Desse modo, na competência de área 3 observamos que o aluno não utilizou as habilidades H10 e H12, pois não soube identificar a relação expressa entre as grandezas de quilogramas com toneladas, uma vez que multiplicou o número de habitantes em 2003 com o consumo de alimento por pessoa em quilogramas, sendo que o gráfico mostra a relação entre o número de habitantes e a quantidade de alimentos produzidos em toneladas.

No grupo da competência de área 4, ele também não empregou as habilidades H15, H16, H17 e H18. Podemos perceber ao observar o cálculo que realizou para encontrar o total de alimento produzido no ano de 2003, no qual considerou em quilograma o alimento consumido por pessoa no período de um ano. Entretanto, a relação de dependência expressa no gráfico corresponde às grandezas de milhões de habitantes e milhões toneladas de

alimento. Consequentemente, ele não conseguiu nem analisar as informações envolvendo a variação de grandezas e nem resolver corretamente a questão.

Considerando que ele respondeu como sendo correta as afirmações dos debatedores 1 e 3, podemos presumir que ele não compreendeu a relação entre as grandezas quilograma e toneladas representada pelo gráfico e, ainda, não soube relacionar os conceitos de proporção com as informações dadas. Portanto, as habilidades H20, H21 e H22 presente na competência de área 5 não foram incluídas no raciocínio do estudante.

Embora o aluno tenha utilizado erroneamente as informações disponíveis no gráfico, ele considerou a informação de que o crescimento populacional no ano de 2003 correspondeu a 178 milhões de habitantes e apresentou uma solução em que usava tal informação. Assim, as habilidades H24 e H25, da competência de área 6, estão sendo contempladas no raciocínio desenvolvido pelo discente. Porém, não conseguiu analisar corretamente os Gráfico I e o Gráfico II, uma vez que encontrou a afirmou que os debatedores 1 e 3 estavam corretos, ou seja, não utilizou a habilidade H26 em sua resolução.

Sobre a segunda resposta (FIG. 3), a partir dos cálculos apresentados percebemos a compreensão do aluno quanto à relação entre as grandezas e unidades de medidas apresentado no Gráfico I e no enunciado da questão. Observa-se que foi calculada a quantidade em quilogramas de alimento consumido pelos 177 milhões de habitantes, correspondentes ao ano de 2003, e logo após converteu para toneladas. Portanto, podemos afirmar que as habilidades H10 e H12 foram devidamente utilizadas pelo aluno em sua resolução.

Como ele tomou o cuidado de converter as unidades de medidas para aquelas que estavam sendo utilizadas no Gráfico I, podemos concluir que o estudante soube interpretar e compreender corretamente o gráfico. Para realizar essa conversão, embora não esteja explicitado, considerando que a transformação está correta, ele utilizou proporcionalidade direta para fazer tal mudança e analisou tais informações. Portanto, a partir de sua resolução podemos afirmar que houve a utilização das habilidades H15, H16, H17 e H18.

Como o estudante calculou a quantidade de alimento produzido no ano de 2003 e o número de habitantes no Brasil nesse mesmo ano, e que esses resultados dependem das informações contidas no Gráfico I, podemos concluir que houve interpretação e compreensão do gráfico. Além disso, seu raciocínio apresenta claramente domínio dos conhecimentos

algébricos necessários para esse problema. Logo, as habilidades H20, H21e H22 foram empregadas pelo aluno.

Como já mencionado, o desenvolvimento dos cálculos em sua resposta indicam que em todo momento houve a utilização das informações disponíveis nos gráficos, inclusive na parte de julgar e analisar quais as afirmações dos debatedores estava correto. Portanto, as habilidades H24, H25 e H26 foram englobadas pelo discente.

Logo, o aluno responsável pela primeira resposta não interpretou os dados disponibilizados pela questão e nem analisou os gráficos. Considerando que não abordou quase nenhuma das habilidades necessárias para respondê-la, acredito que o desenvolvimento do pensamento cognitivo matemático do aluno apresenta-se no nível de sofisticação do *procedimento*, uma vez que não consegue relacionar os conceitos de matemática com suas aplicações. Já o segundo, compreendeu a situação expostas e realizou a leitura correta dos gráficos, além de analisá-lo corretamente. Ou seja, o estudante fez uso daquelas habilidades indispensáveis para solucionar o problema. Assim, percebemos que ele identifica a conexão existe entre os conceitos matemáticos e a situação apresentada. Portanto, ele não apenas tem domínio dos métodos como também da situação problema apresentada, ou seja, ele interpretou corretamente, identificou as informações importantes e soube analisá-las, colocando-o no nível do *processo*.

7.1.2. Análise referente à questão 10

A questão 10 das questões-modelo do ENEM 2009 (FIG. 4) abrange a habilidade H8 da competência de área 2, uma vez que é necessário que o aluno imagine a situação descrita no problema e compreenda o que está sendo proposto. Para isso, ele deve ter domínio de conhecimentos geométricos de espaço e forma.

Essa também envolve as habilidades H21 e H22 disponíveis nas competências de área 5, na qual necessita-se ter conhecimento dos conceitos básicos que compreendem o conteúdo de probabilidade para manipular a fórmula que representa os casos em que a face sorteada seja a soma máxima em relação ao número de faces totais do dado.

Há ainda as habilidades H28 e H29, pois para solucionar a questão fundamental que o aluno tenha conhecimento do conteúdo de probabilidade para, conseqüentemente, construir uma argumentação que justifique os resultados obtidos.

Podemos perceber na primeira resposta (FIG. 5) que o aluno não compreendeu o procedimento explicado na questão e, portanto, impossibilitou-o de visualizar corretamente o processo de gravar os números nas faces. Logo, ele não utilizou conhecimentos geométricos de espaço e forma, na medida em que não soube compreender, interpretar o problema apresentado, dificultando sua visualização. Assim, sua resposta não contemplou a habilidade H8 referente à competência de área 2.

Percebemos também que esse aluno soube utilizar a fórmula correspondente a esse conteúdo, entretanto não sabe utilizá-la em situações problemas, uma vez que não consegue interpretá-la. Assim, não contemplou as habilidades H20 e H21 em sua estratégia de solução, já que não conseguiu resolver a situação problema.

Da mesma maneira, as habilidades H28 e H29 também não foram contempladas em sua resposta, uma vez que não compreendeu a proposta apresentada, embora tivesse indicado a fórmula correta correspondente ao conteúdo de probabilidade.

Na segunda resposta (FIG. 6) percebemos que o estudante compreendeu claramente a situação apresentada no problema. Portanto, utilizou a habilidade H8, pois conseguiu imaginar a gravação dos números nas faces e ainda o lançamento do dado.

No momento da aplicação da fórmula, nota-se que o estudante não compreende o significado da expressão, uma vez que seu erro consistiu na interpretação dos casos possíveis de se obter a face cuja soma fosse máxima. Logo, não abordou as habilidades H21 e H22 em sua resolução.

Como consequência, o aluno não sabe resolver situações problemas que envolva o conhecimento de probabilidade, apesar de ter interpretado corretamente a questão, percebemos que ele não tem domínio do conteúdo de probabilidade. Assim, não abordou as habilidades H28 e H29 em sua resolução.

Portanto, pode-se afirmar que os alunos apesar de terem conhecimento da fórmula referente a essa questão, fica bastante claro suas dificuldades em aplicar seus

conhecimentos específicos em uma situação problema. Assim, relacionando com os níveis de sofisticação de Tall, esses discentes apresentam-se ainda na etapa do *procedimento*, uma vez que têm domínio de fórmulas, mas não sabem aplicá-las.

7.1.3. Análise referente à questão 8

Para que o aluno possa resolver a questão 8 (FIG. 7) das questões-modelo do ENEM de 2009 (Fig. 4), ele tem que identificar a relação entre as grandezas de corrente elétrica e do tempo, abrangendo as habilidades H15 e H17 presentes na competência de área 4.

Há as habilidades H20 e H21 que contemplam a competência de área 5, uma vez que é necessário ter conhecimento de alguns conceitos importantes de funções para determinar o sentido da função que representa o comportamento da corrente. Considerando x como um ponto do domínio e $y=f(x)$ um ponto pertencente à imagem, temos que para analisar o sinal de qualquer função real, precisamos verificar para que valores de x para $y>0$, $y=0$ e $y<0$. Para isso interpretarmos o gráfico dado.

Já na competência de área 6 as habilidades que são contempladas nesse problema são as H24, H25 e H26, pois para encontrar o ponto onde houve a inversão da corrente é preciso recorrer as informações disponíveis no gráfico dado. Ou seja, o aluno deverá perceber que para valores de $t < 3,9$ a função é positiva, já que está acima da reta que representa o pulso elétrico, que nada mais é que os valores positivos da corrente elétrica. Para valores de $t > 3,9$ a função é negativa, já que está abaixo da reta que representa o pulso elétrico, que nada mais é que os valores negativos da corrente elétrica. Para $t = 3,9$ a função é nula, pois está em cima da reta que representa o pulso elétrico. Assim, ele utilizará diretamente os dados apresentados no gráfico e precisará fazer a análise acima para formular argumentações que viabilizem a obtenção da resposta correta.

O aluno, na primeira resposta (FIG. 8) fez uso da habilidade H15, ou seja, compreendeu a relação de dependência entre as grandezas corrente elétrica e milissegundos. Entretanto não soube analisar a variação das grandezas, pois não possui domínio de conteúdo

de funções, uma vez que não sabe identificar no gráfico o momento em que a corrente inverte. Isto é, ele confunde a significado de inverter com o diminuir a corrente elétrica. Logo, não apresenta a habilidade H17 em sua resolução.

As habilidades H20 e H21 não foram abordadas na segunda resposta, pois não soube interpretar o comportamento da corrente elétrica, o que significa que não possui domínio sobre o conhecimento necessário sobre o conteúdo de gráfico de funções.

Considerando que sua dedução a respeito do comportamento da corrente elétrica quanto a sua inversão foi incorreta, não soube utilizar as informações disponíveis no gráfico de maneira adequada. Conseqüentemente, não mostrou as habilidades H24, H25 e H26, uma vez que não conseguiu ler, interpretar e resolver a questão através do gráfico.

Na segunda resposta (FIG. 9), o estudante A apresentou em sua resolução as habilidades H15, H21, H24, H25 e H26, uma vez que soube ler o gráfico, tem domínio do conteúdo de funções (conseguiu identificar o ponto de inversão da corrente elétrica), utilizar as informações contidas nele e construir uma resolução em que haja argumentação com os dados do gráfico.

No entanto, não conseguiu interpretar o gráfico, já que não identificou o momento correto do pulso elétrico. Justamente o erro de análise das informações é que o levou ao erro da questão. Assim, sua resposta falha nas habilidades H17 e H20.

O desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático do primeiro aluno se encontra no nível do *procedimento*, pois ele não consegue relacionar os conteúdos trabalhados em aula com as situações representadas por gráficos. Em alguns momentos demonstrando até mesmo dificuldade no entendimento do significado dos conceitos específicos desse conteúdo. Já o segundo, está no nível do *processo*, por apresentar um pensamento interpretativo quase correto, fracassando na análise de apenas uma das informações disponíveis no gráfico. Portanto, ele sabe interpretar e possui conhecimento matemático referente ao conteúdo, mas não tem domínio pleno a respeito do conteúdo de funções.

7.1.4. Análise referente à questão 58

A questão 58 do ENEM (FIG. 10) necessita que o aluno utilize as habilidades H21, H22 e H23, relativas à competência de área 5, para resolver tal problema. São essas, pois há carência de conhecimentos algébricos para resolver a situação problema, já que para encontrar a probabilidade de escolher um caso no qual não ocorre morte o estudante precisará manipular a fórmula que representa a probabilidade de casos aleatórios. Esse processo servirá também como argumentação para justificar a resposta encontrada. Uma vez que as informações representam dados reais acerca dos casos de acidentes que ocasionam em morte, precisam-se avaliar dados reais a partir dos conhecimentos algébricos do discente para obter um resultado coerente.

As habilidades H24, H25 e H26 que estão contempladas na competência de área 7, também deverão ser consideradas para desenvolver a resposta dessa questão. Para identificar o número de casos correspondente aos que interessam, nesse caso os que não ocorrem morte, e o total de atropelamento que acontece é preciso que o aluno recorra as informações expostas na pesquisa divulgada pelo IPEA. Ainda, terá que analisar as informações dadas na questão, uma vez que pede para determinar a probabilidade do caso de atropelamentos em que não ocorre morte, enquanto que o texto fornece o dado dos números de casos que ocasionam em morte.

Na competência de área 7 o aluno terá que exercer as habilidades H28, H29 e H30, pois esse é um problema que envolve o conceito de probabilidade para se obter resolução. A partir da fórmula que representa essa situação e da análise dos dados dispostos, ou seja, a cada 34 atropelamentos, ocorrem 10 morrem então desses 34, 24 casos não terminam em morte, que é o caso que nos interessa, o aluno constrói argumentos que justificam sua resposta final.

Na primeira resposta (FIG. 11) percebemos que o aluno não possui conhecimentos específicos do conteúdo exigido pela questão e nem soube interpretar os dados da situação descrita, uma vez que não conseguiu selecionar as informações adequadas para sua resolução. Logo, não apresenta as habilidades H21, H22, H23, H28, H29 e H30 para solucionar um problema que aborde o conteúdo de probabilidade. Do mesmo modo, o estudante também não conseguiu desenvolver em sua resposta as habilidades H24, H25 e H26, pois não soube

utilizar corretamente as informações disponíveis e, portanto, resolver a questão valendo-se dos dados como argumentação.

A segunda solução (FIG.12) corresponde a um desenvolvimento lógico do raciocínio, mas que o aluno não demonstrou atenção na leitura da questão, uma vez que encontrou a solução para os casos em que há morte, sendo que pede para achar aqueles em que não há morte. Logo, ele apresenta as habilidades H21, H22, H23, H28, H29 e H30, pois utiliza as fórmulas adequadas ao conteúdo de probabilidade e soube manuseá-las.

No entanto, percebemos que o aluno confundiu-se para encontrar o que estava sendo pedido, ocasionando na utilização indevida das informações disponíveis. Assim, as habilidades H24, H25 e H26 não foram completamente apresentadas na resolução do aluno, já que ele iniciou com a seleção errada dos dados levando a uma solução e argumentação incorreta.

Acredito que ambos os estudantes pertençam ao nível de sofisticação do *procedimento*, pois esse consiste na etapa mais primitiva em relação os conhecimentos matemáticos. No caso do primeiro, ele não soube utilizar a fórmula devidamente e muito menos interpretar e analisar as informações contidas nela, não o possibilitando de fazer qualquer conexão entre a matemática e o problema a ser interpretado. O segundo, embora tenha usado corretamente as noções de matemática e as fórmulas referentes ao conteúdo, não sou compreender a proposta apresentada, limitando-o ao nível do *procedimento*.

7.1.5. Análise referente à questão 55

A Questão 55 (FIG. 13) da primeira versão da prova do ENEM 2009 englobam as habilidades H15, H16 e H17 contidas na competência de área 4. Para o estudante saber qual a porcentagem de alunos aprovados, primeiro ele precisa identificar o número de alunos que obtiveram média maior ou igual a 6,0. Para isso, basta olhar o gráfico, que expressa à relação entre a média dos alunos no curso e o número de alunos que fizeram o curso. Já para calcular o número total de alunos que realizaram o curso, deverão utilizar a variação de grandezas

diretamente proporcionais para calcular a porcentagem dos alunos aprovados em relação ao total de alunos do curso. Todas essas análises contribuirão para justificar a resposta que o aluno chegará ao final da questão.

Referente à competência de área 5, as habilidades que são contempladas são as H20, H21 e H22, pois há a necessidade de interpretar e compreender o gráfico dado que representa a relação entre as grandezas do número de alunos e às médias da turma. Para resolver o problema é preciso saber calcular a porcentagem de alunos aprovados, isto é, de alunos com média maior ou igual a 6,0 em relação ao total de alunos da turma. Para isso, ele deverá ter conhecimentos algébricos de porcentagem para montar a proporção e chegar ao resultado desejado. Ainda, todas essas conclusões e conhecimentos algébricos ajudarão como justificativa da resposta obtida.

Por fim, as habilidades H24, H25 e H26 contidas na competência de área 6 necessitam serem utilizadas pelos discente, pois ao longo do desenvolvimento da resolução desse problema ele precisará utilizar as informações disponíveis no gráfico. Mas antes mesmo de simplesmente retirar os dados presente, ele precisará analisar o gráfico para utilizar apenas aquelas informações desejadas, que servirá de argumentação para sua resposta.

A primeira resposta alega que o estudante dispõe parcialmente das habilidades exigidas pela questão, ou seja, conseguiu utilizar em sua estratégia de solução aquelas que referem-se a interpretação do gráfico, mas não conseguiu selecionar as informações adequadas e, portanto, obteve uma resolução incorreta. Contempla, assim, as habilidades H15, H20 e H24, mas não as H16, H17, H21, H22, H25 e H26. Não tem domínio do conteúdo de porcentagem, pois simplesmente somou o número de alunos aprovados no curso e, conseqüentemente, sua argumentação mostrou-se indevida.

Já na segunda, o estudante apresentou em sua estratégia todas as habilidades necessárias para resolver tal questão. Logo, conseguiu identificar a relação entre as grandezas correspondentes ao número de alunos e as notas obtidas, analisou as informações e respondeu a porcentagem correta dos alunos aprovados.

Uma vez que o aprendente responsável pela primeira resposta não soube utilizar as fórmulas de maneira adequada, embora tenha interpretado corretamente o problema, percebe-se que não houve efetiva compreensão sobre tal conteúdo já que não sabe aplicá-lo a situações

problemas. Assim, o desenvolvimento cognitivo do pensamento dele corresponde ao nível de sofisticação do procedimento, pois não houve o equilíbrio entre os conceitos matemáticos necessários para se obter a solução correta com a habilidade de interpretar, compreender o problema apresentado.

Já do estudante H, percebe-se que ele soube analisar as informações disponíveis e, ao realizar os cálculos corretamente, nota-se que ele possui domínio dos conhecimentos matemáticos presentes para solucionar tal problema. Portanto, esse aprendente enquadra-se, nesse caso, no nível de sofisticação do processo, uma vez que o raciocínio utilizado por ele apresenta-se mais sofisticado que o do estudante G, por exemplo.

Segue abaixo uma tabela que sintetiza a análise realizada a partir das estratégias utilizadas pelos estudantes a respeito das habilidades desenvolvidas por eles.*

Q9	R9 - 1	R9 - 2	Q8	R8 - 1	R8 - 2	Q58	R58 - 1	R58 - 2	Q55	R55 - 1	R55 - 2	H's
10	ñ	s	15	s	s	21	ñ	s	15	s	s	8
12	ñ	s	17	ñ	ñ	22	ñ	s	16	ñ	s	10
15	ñ	s	20	ñ	ñ	23	ñ	s	17	ñ	s	12
16	ñ	s	21	ñ	s	24	ñ	ñ	20	s	s	15
17	ñ	s	24	ñ	s	25	ñ	ñ	21	ñ	s	16
18	ñ	s	25	ñ	s	26	ñ	ñ	22	ñ	s	17
20	ñ	s	26	ñ	s	28	ñ	s	24	s	s	18
21	ñ	s				29	ñ	s	25	ñ	s	20
22	ñ	s				30	ñ	s	26	ñ	s	21
24	s	s										22
25	s	s										23
26	ñ	s										24
												25
												26
												28
												29
												30

* contribuição do Prof. Dr. Alvinho Alves Sant'Ana

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho tratou de analisar respostas de alunos acerca de algumas questões retiradas das questões-modelo do ENEM de 2009 e também da primeira versão da prova do mesmo ano. A coleta desses dados foi obtida através de um projeto realizado na Escola Estadual Baltazar de Oliveira Garcia que consistiu em revisar alguns conteúdos matemáticos trabalhados ao longo do Ensino Médio através da resolução de questões do ENEM. A partir desse material me propus a avaliar algumas questões trabalhadas no projeto, considerando as habilidades e as competências apresentadas na Matriz de Referência do ENEM 2009. Após constatar quais delas eram necessárias que os alunos desenvolvessem para conseguir chegar à resposta correta, fiz essa mesma avaliação para as respostas obtidas por eles a partir daquelas habilidades e competências anteriormente determinadas para solucionar tais questões. Dessa maneira pude averiguar através das informações adquiridas nesse processo se os alunos estavam exercendo essas habilidades ao responder as questões do ENEM de 2009. Ainda, a partir das teorias de David Tall, me dispus a analisar em que nível o desenvolvimento do pensamento cognitivo matemático se encontra o estudante a partir desses dados analisados.

Para a análise dos dados coletados utilizei as teorias expostas nos Textos Teóricos e Metodológicos do ENEM 2009, no qual constam as sete áreas de competências que compõe a disciplina de Matemática e suas Tecnologias e também as habilidades referentes a tais áreas. Utilizei também as ideias de Tall acerca dos níveis de sofisticação do pensamento matemático avançado, mas procurei adaptá-los à minha proposta referente ao desenvolvimento do raciocínio do aluno na tentativa de solucionar as questões propostas nas provas do ENEM. Assim, a partir das habilidades constatadas no desenvolvimento das respostas dos estudantes, pude averiguar em qual grau de sofisticação do pensamento - procedimento, processo, ou proceito - se encontram os estudantes participantes do projeto.

Utilizei também algumas teorias a respeito da resolução de problemas a fim de que ofereça mais consistência às análises realizadas, bem como investigar se os alunos estão preparados para resolver situações problemas, mais especificamente às questões do ENEM. Essas foram explicitadas no capítulo do Referencial Teórico, o qual apresenta algumas ideias a respeito da resolução de problemas como uma metodologia para o ensino-aprendizagem de

matemática, com as quais concordo que contribuem também para aprimorar diversas habilidades apresentadas nesse trabalho.

Acredito que a resolução de problemas como uma metodologia de ensino-aprendizagem estimula o raciocínio lógico, a interpretação, a análise de dados, tabelas e gráficos, e possibilita desenvolver conceitos matemáticos de maneira interessante, desafiadora e, certas vezes, contextualizada. Concordo com Mariná Ribas, professora do programa de pós-graduação em matemática da UEPG, e Elisabete Silva, professora do departamento de matemática e estatística da UEPG, quando afirmam que:

Apesar dessa preocupação com a contextualização dos conteúdos, que devem contribuir para o desenvolvimento pessoal do aluno e para o incremento de sua participação social, grande parte de nossas escolas continuam dominadas por uma concepção pedagógica tradicional, na qual se ensina uma grande quantidade de informações que servirão momentaneamente e serão descartadas após a prova, não proporcionando a transformação dessas informações em conhecimento que serão utilizados em novas situações.

Dessa maneira, considerando que o papel da escola em parte consiste em desenvolver as habilidades e competências do pensamento, a fim de que o discente consiga relacionar informações, tomar decisões, tenha conhecimentos matemáticos, a resolução de problemas consiste em um método significativo para alcançar tais objetivos, quando bem desenvolvido. É evidente que essa abordagem não consiste em uma tarefa fácil para os professores. Ela requer aperfeiçoamento profissional, reflexão constante, que o professor saiba contextualizar os conteúdos matemáticos e para qual muitas vezes não estão preparados, mas não pretendo discutir tais dificuldades que podem impedir a resolução de problemas como uma metodologia a ser utilizada.

Com esse trabalho pude constatar que os alunos apresentam dificuldades em trabalhar com situações problemas que abordem conceitos matemáticos a partir de situações novas, desconhecidas por eles, a fim de que desenvolvam o pensamento matemático no processo de aprendizagem. Na realização do projeto, certa vez perguntei aos participantes se achavam as questões do ENEM que estavam sendo desenvolvida ao longo das aulas difíceis ou fáceis, e um dos alunos respondeu serem complicadas, pois não estavam acostumados a trabalhar questões em que fosse necessário interpretar, e sim exercícios cujo enunciado inicie com

“Resolva” ou “Calcule”, ou seja, problemas puramente mecânicos. Esse é mais um exemplo que denuncia que nas escolas prevalece ainda uma prática baseada principalmente na transmissão de conhecimentos matemáticos, descontextualizados, sem que o aluno possa participar do processo de ensino-aprendizagem. Minha intenção não é criticar tal metodologia, mas sim apontar para o fato de que os professores a utilizam como um método único, enquanto deveriam refletir sobre outras abordagens em termos de aprendizagem, e adotá-las também, conforme seja conveniente.

No contexto da resolução de problemas, considero como boas situações problemas aquelas que fornecem ferramentas suficientes para o aluno desenvolver o pensamento cognitivo matemático do qual Tall menciona, além de desenvolver as habilidades e competências propostas pelo ENEM. As questões devem fornecer diversas informações, a fim de que o estudante selecione e analise quais serão úteis para resolvê-las, assim como permita a ele interpretar a situação proposta. Proporcionar um ambiente que permita o contato do educando com situações novas, estimulando a busca por táticas inusitadas, em que ele tenha que relacionar informações, comparar, julgar, refletir sobre temas diferenciados.

Nessa perspectiva, acredito que as questões do ENEM na maioria das vezes apresentam essas características, abordam os conteúdos matemáticos de maneira contextualizada, não necessariamente problemas presentes no cotidiano dos estudantes. Não estou dizendo que não existam falhas nesse processo, mas que a iniciativa de propor um método avaliativo que prima por desenvolver questões que trabalham as habilidades de interpretação, de leitura, de análise já é um grande passo para a melhoria da educação matemática. Além disso, a habilidade de interpretar merece uma reflexão acerca de sua importância nas aulas de matemática, uma vez que os alunos não sabem interpretar. A metodologia da resolução de problemas contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático do estudante e trabalha principalmente essa habilidade, sendo essa uma possível maneira de desenvolvê-la.

Por esse trabalho, objetivo analisar se os estão preparados para enfrentar a avaliação do ENEM, ou seja, procuro investigar se os estudantes possuem ferramentas que os possibilitem desenvolver as questões propostas por esse exame, a partir das competências e habilidades expostas na Matriz de Referência do ENEM 2009. Assim, me propus a realizar uma análise das questões referentes ao ENEM, avaliando quais as competências e as

habilidades correspondentes a algumas das questões apresentadas na prova de matemática após a reformulação de sua proposta, a fim de verificar se essas correspondem às estratégias de solução realizadas pelos estudantes em relação à maneira como as questões são apresentadas, ou seja, através dos itens estabelecidos na Matriz.

Pela análise dos dados coletados, pude constatar naquele grupo de alunos o qual desenvolvi o projeto demasiada deficiência de habilidades, de informações e de conhecimentos matemáticos, ocasionando no péssimo desempenho deles em relação às situações problemas propostas. Grande parte das habilidades que constatei serem necessárias para solucionar as questões não se mostraram presentes nas estratégias descritas pelos estudantes. Ou seja, não possuem ferramentas suficientes para desenvolver com pertinência e eficácia problemas que proponham tarefas complicadas, desafios e que mobilizem o pensamento. Em parte, acredito que esses resultados se devem ao fato de os estudantes não estarem acostumados a trabalhar matemática a partir da perspectiva da resolução de problemas.

Da mesma maneira, ao utilizar as teorias de Tall para analisar em qual nível de sofisticação encontram-se os alunos que participaram do projeto, verifiquei que esses não conseguiram atingir o grau de aprendizagem definido como *processo*, no qual julgo suficiente para que obtenham um bom desempenho ao solucionarem as questões do ENEM. Assim, o desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático desses alunos condiz ao nível do *procedimento*, pois em geral não compreendem a relação entre os conceitos matemáticos e as situações problemas, limitam-se apenas ao uso de fórmulas sem conseguir contextualizá-las.

Portanto, acredito que os estudantes não estão preparados para resolver as questões propostas na prova do ENEM, uma vez que não estão devidamente desenvolvidas as habilidades exigidas por esse exame. Além disso, as questões trabalhadas nas aulas de matemática não são semelhantes às apresentadas no ENEM, segundo as respostas do questionário aplicado a alguns alunos do Ensino Médio da escola onde desenvolvi o projeto. Da mesma maneira, esses se sentem inseguros para realizar a prova de matemática desse exame, pois não estão preparados para solucionar problemas que incluam interpretação, leitura, raciocínio lógico e conhecimentos matemáticos em uma mesma questão.

O projeto desenvolvido utilizou como metodologia a resolução de problemas para revisar conteúdos matemáticos, bem como desenvolver as habilidades de interpretação, de análise de dados, de leitura de gráficos e de tabelas. Com a aplicação desta proposta, os estudantes se mostraram animados e motivados com o processo, o ambiente favorável que se criou em sala de aula possibilitou que os estudantes sentissem segurança para questionarem e conversarem com o professor para esclarecer suas dúvidas, além de argumentarem em favor de suas conclusões sobre os conceitos com os colegas. Desta forma, eles não só compreenderam os conteúdos trabalhados como também se sentiram incentivados e satisfeitos com os resultados que obtiveram, segundo as respostas descritas no questionário. O trabalho em grupo, no segundo momento da aula, foi muito proveitoso para a abordagem da resolução de problemas como proposta didática, pois, acredito que a troca de ideias e as discussões entre os estudantes sobre as situações propostas nos problemas e, conseqüentemente, sobre os conteúdos matemáticos podem fortalecer o aprendizado.

Neste contexto, também são trabalhados o senso crítico, a capacidade de fazer análise, identificar relações e conteúdos, além de saber demonstrar através da escrita o pensamento que desenvolveram e de que forma compreenderam as definições e aplicações dos conceitos matemáticos. Todas estas questões puderam ser abordadas e trabalhadas com os estudantes em sala de aula a partir da utilização da resolução de problema como metodologia de ensino-aprendizagem.

9. REFERÊNCIAS

BRAVO, J. A. F.; HUETE, J. C. S. **O ensino da matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas**. Tradução Ernani Rosa. – Porto Alegre: Artmed, 2006, p.193 – 232.

BRITO, M. R. F.; MUNHOZ, A. M. H.; PRIMI, R.; GONÇALEZ, M. H.; REZI, V.; NEVES, L. F.; SANCHES, M. H. F.; MARINHEIRO, F. B. Exames Nacionais: Uma análise do ENEM Aplicado à Matemática. **Revista da Rede de Avaliação institucional da Educação Superior**, v. 5, n. 4, p. 45-52, dezembro. 2000.

CALLEJO, M. L.; VILA, A. **Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas**. Porto Alegre: Editora artmed, 2006.

ENEM 2009. Questões-modelo do novo ENEM; Prova II: Linguagens, códigos e suas Tecnologias e Redação; e Matemática e suas Tecnologias. 2009. Disponível em: <<http://www.enem.inep.gov.br/>>. Acesso em: 12 set. 2009.

ENEM 2009a. Textos Teóricos e Metodológicos do ENEM 2009, Material não publicado. Brasília – DF, junho de 2009. Disponível em: <<http://www.enem.inep.gov.br/>>. Acesso em: 10 set. 2009.

SILVA, E. F.; RIBAS, M. H. A prova do ENEM: o que pensam os professores de matemática? **Olhar de professor**, v. 6, n. 1, p. 79-98, 2003.

TALL, David. **Information Technology and Mathematics Education Enthusiasms, Possibilities & Realities**. 1998. Disponível em:

<<http://www.warwick.ac.uk/staft/David.Tall/downloads.html>>. Acesso em: 5 set. 2009.

TALL, David. **Technology and Cognitive Growth in Mathematics: A discussion paper for the Conference on Mathematics and New Technologies**. Thessaloniki, Grécia. 1999. Disponível em:

<<http://www.warwick.ac.uk/staft/David.Tall/downloads.html>>. Acesso em: 5 set. 2009.

ZUFFI, E. M.; ONUCHIC, L. R. O Ensino Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas e os Processos Cognitivos Superiores. **Revista iberoamericana de Educación Matemática**, n. 11, p. 79-97, septiembre. 2007.