

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

OTIMIZAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO INTERNO EM ESTRUTURAS EM  
FORMA DE T APLICANDO O MÉTODO DESIGN CONSTRUTAL

por

Vinicius da Rosa Pepe

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Abril de 2018

OTIMIZAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO INTERNO EM ESTRUTURAS EM  
FORMA DE T APLICANDO O MÉTODO DESIGN CONSTRUTAL

por

Vinicius da Rosa Pepe

Engenheiro Mecânico e Segurança do Trabalho

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Aprovada por:

Prof. Dr. José Viriato Coelho Vargas, UFPR

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Flávia Schwarz Franceschini Zinani, PPGEM/UNISINOS

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Adriane Prisco Petry, PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Jakson M Vassoler  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 27 de Abril de 2018

## **AGRADECIMENTOS**

Ao final desta longa jornada, ressalto algumas pessoas importantes cujo agradecimento traduz o singelo muito obrigado.

Agradeço a minha família, pelo apoio incondicional, paciência, incentivos e compreensão nos momentos de ausência.

A minha companheira Maria Julia e a nossa pequena Zoeh, pelo amor incondicional, por compreender as minhas dificuldades, por entender os muitos momentos de ausência e acima de tudo por me incentivar na realização deste trabalho.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha, por toda a dedicação, ensinamentos, incentivos e confiança.

Aos professores, Prof. Dr. Mateus das Neves Gomes e Prof. Dr. Jeferson Avila Souza, por acreditarem e confiarem na conclusão deste trabalho.

Ao professor, Prof. Dr. Antonio Ferreira Miguel, por todo apoio e dedicação para as publicações deste trabalho.

Aos meus colegas de laboratório, pelos trabalhos realizados e pela amizade desenvolvida durante os anos de estudo e pesquisa.

Aos membros da banca, Prof. Dr. José Viriato Coelho Vargas, Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Flávia Schwarz Franceschini Zinani e Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Adriane Prisco Petry, pelo tempo dispensado, sugestões e críticas apresentadas a esta dissertação.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC) por todo apoio prestado.

E a todos que direta ou indiretamente, colaboraram para a conclusão deste trabalho.

## RESUMO

Este trabalho tem como propósito, investigar a validade da lei de Hess-Murray, através da experimentação numérica, aplicando o método do Design Construtal associado ao método de otimização da busca exaustiva, no escoamento interno em estruturas em forma de T com seção circular. Variação do número de Reynolds, escoamento de fluidos newtonianos e não newtonianos, estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e permeáveis, foram as principais características avaliadas para confrontar a lei de Hess-Murray. O estudo proposto assume escoamento tridimensional, laminar, incompressível, regime permanente e propriedades fluidodinâmicas constantes, sendo o regime de escoamento governado pelo número de Reynolds ( $Re$ ). O objetivo principal consiste em determinar as configurações ótimas que facilitem o escoamento de fluido ou minimizem as resistências ao escoamento, quando a área ocupada pelos dutos ( $A$ ) e o volume ocupado pelos dutos ( $V$ ) são mantidos constantes, variando-se as razões de diâmetros ( $a_D$ ) e comprimentos ( $a_L$ ). As equações de conservação de massa e quantidade de movimento, foram resolvidas através do método de volumes finitos. A geometria foi discretizada através de uma malha tridimensional composta por aproximadamente 1.950.000 elementos. Como resultados, obteve-se as geometrias ótimas que apresentaram resistências ao escoamento até 30 vezes menor do que as demais configurações. Além disso, foi possível verificar que a lei de Hess-Murray nem sempre é válida, visto que o sistema adapta sua geometria ótima para cada condição de escoamento, a fim de proporcionar a melhor arquitetura de escoamento para atender ao objetivo de minimizar as resistências ao escoamento em acordo com a Lei Construtal. Esta dissertação avançou no presente estado da arte, pois desenvolveu um modelo tridimensional sem simplificações, aplicado ao sistema de escoamento de fluidos em estrutura em forma de T utilizando o método do Design Construtal, validando os resultados analíticos apresentados na bibliografia e apresentando novas referências que permitem ampliar a complexidade dos sistemas de escoamento bem como a implementação de métodos de otimização mais avançados.

Palavras-chave: Hess-Murray; Estrutura em forma de T; Escoamento interno, Design Construtal.

## ABSTRACT

This work investigates, through the numerical experimentation together with the Constructal Design method, the Hess-Murray Law in the internal flow in T-shaped structures with a circular section for the laminar flow of Newtonian and non-Newtonian fluids with impermeable and permeable walls, determining the optimal configurations that facilitate fluid flow or minimize flow resistance. The geometric global constants, the volume occupied by the ducts ( $V$ ) and the area occupied by the ducts ( $A$ ), delimit the space occupied by the T-shaped structure and the degrees of freedom, the ratio between the diameter of the parent duct and daughter ( $a_D$ ) and the ratio between parent duct length and daughter ( $a_L$ ), are the main geometric parameters to be evaluated. The proposed study is assumed three-dimensional, laminar, incompressible, permanent and constant fluidodynamic properties being the flow regime governed by Reynolds number ( $Re$ ). Constructal Design method, associated with the exhaustive search, was used to determine the global geometric constants, degrees of freedom and objective function in the geometric evaluation of the system. The numerical solution of the mass conservation and momentum equations is solved based on the finite volume method. The geometries and mesh of the computational domain was discretized through a three-dimensional composed of approximately 1,950,000 elements. The results show that the optimal geometries that presented resistance to the flow up to 30 times smaller than the other configurations. In addition, it was possible to verify that the Hess-Murray Law is not always valid, since the system adapts its optimal geometry to each flow condition, in order to provide a better flow architecture to meet the objective of minimizing resistance to flow in agreement with the Constructal Law. This work advanced in the present state of the art, since it developed a three-dimensional model without simplifications, applied to the fluid flow system in T-shaped structure using the Constructal Design method, validating the analytical results presented in the bibliography and presenting new references that allow increase the complexity of flow systems as well as the implementation of more advanced optimization methods.

Keywords: Hess-Murray; T-shaped structure; Internal flow, Constructal Design.

# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1	Motivação.....	1
1.2	Delineamento do Trabalho.....	6
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>8</b>
2.1	Escoamento de Fluido Newtoniano com Parede Impermeável.....	8
2.2	Escoamento de Fluido Newtoniano com Parede Permeável.....	10
2.3	Escoamento de Fluido Não Newtoniano com Parede Impermeável.....	11
2.4	Método do Design Construtal Associado aos Métodos de Otimização.....	12
2.5	Objetivos.....	17
2.5.1	Objetivos Gerais.....	17
2.5.2	Objetivos Específicos.....	17
<b>3</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA</b> .....	<b>19</b>
3.1	Descrição do Problema.....	19
3.2	Modelagem matemática do mínimo trabalho de Murray (1926) .....	24
3.3	Equações Fundamentais.....	26
3.3.1	Equação de Conservação de Massa.....	26
3.3.2	Equação da Quantidade de Movimento.....	27
3.3.2.1	Fluido Newtoniano.....	29
3.3.2.2	Fluido Não Newtoniano.....	29
3.3.2.3	Modelo de Porosidade da Parede.....	31
<b>4</b>	<b>MÉTODO NUMÉRICO</b> .....	<b>33</b>
4.1	Procedimentos Numéricos.....	34
4.2	Geração e Análise de Qualidade de Malha.....	36
4.3	Verificação do Modelo Matemático e Numérico.....	38
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>40</b>
5.1	Escoamento de Fluido Newtoniano com Parede Impermeável.....	40
5.2	Escoamento de Fluido Newtoniano com Parede Permeável.....	50
5.3	Escoamento de Fluido Não Newtoniano com Parede Impermeável.....	57
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	<b>63</b>
6.1	Propostas de continuidade do trabalho.....	65

<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>67</b>
<b>APENDICE A    Trabalhos publicados.....</b>	<b>70</b>
<b>APENDICE B    Apresentação de trabalhos.....</b>	<b>71</b>
<b>APENDICE C    Parâmetros geométricos.....</b>	<b>72</b>
<b>APENDICE D    Propriedades dos fluidos.....</b>	<b>73</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Sistemas de escoamento que envolvem correntes que se deslocam de um ponto à uma área ou vice-versa: (a) escoamento de água através da árvore; (b) descarga elétrica; (c) trânsito de automóveis e pessoas em uma cidade; (d) escoamento de lava em um vulcão (e) escoamento de água em uma bacia hidrográfica. Adaptado pelo autor .....	4
Figura 3.1	Estrutura em forma de T .....	19
Figura 3.2	Esquema da aplicação do Método Design Construtal .....	22
Figura 3.3	Esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva T .....	22
Figura 4.1	Representação do domínio físico computacional e condições de contorno do problema .....	34
Figura 4.2	Malha adotada para o conjunto de simulações .....	36
Figura 4.3	Detalhe da camada hexaédrica na parede da bifurcação no plano central .....	37
Figura 4.4	Detalhe da camada hexaédrica na seção de entrada .....	37
Figura 5.1	Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L = 1$ ), número de Reynolds ( $Re$ ) de $10^2$ , $10^3$ e $2 \times 10^3$ , em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano .....	40
Figura 5.2	Campo de velocidades no plano central em uma estrutura em forma de T com razão de diâmetros ótima ( $a_D = 0,79$ ), razão de comprimentos ( $a_L = 1$ ), com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano: (a) ar, (b) água, (c) glicerina, (d) ar, (e) água, (f) glicerina, (g) ar, (h) água e (i) glicerina .....	42
Figura 5.3	Campo de pressão total no plano central, em uma estrutura em forma de T, com razão de diâmetros ótima ( $a_D = 0,79$ ), razão de comprimentos ( $a_L = 1$ ), com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano: (a) ar, (b) água, (c) glicerina, (d) ar, (e) água, (f) glicerina, (g) ar, (h) água e (i) glicerina .....	43
Figura 5.4	Campo de tensões na parede no plano superior em uma estrutura, em forma de T, com razão de diâmetros ótima ( $a_D = 0,79$ ), razão de comprimentos ( $a_L = 1$ ), com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano: (a) ar, (b) água, (c) glicerina, (d) ar, (e) água, (f) glicerina, (g) ar, (h) água e (i) glicerina .....	44
Figura 5.5	Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^2$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano .....	45

Figura 5.6	Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ) .....	46
Figura 5.7	Razão global de resistências ( $R^*$ ) e razão de diâmetros ( $a_D$ ) em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^2$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano .....	46
Figura 5.8	Razão global de resistências ( $R^*$ ) e razão de diâmetros ( $a_D$ ) em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano .....	47
Figura 5.9	Campo de velocidades no plano central em uma estrutura em forma de T ótima ( $a_D = 0,79$ e $a_L = 0,79$ ), com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano: (a) ar, (b) água e (c) glicerina, (d) ar, (e) água e (f) sangue .....	48
Figura 5.10	Campo de pressão total no plano central em uma estrutura em forma de T ótima ( $a_D = 0,79$ e $a_L = 0,79$ ), com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano: (a) ar, (b) água e (c) glicerina, (d) ar, (e) água e (f) sangue .....	49
Figura 5.11	Campo de tensões na parede no plano superior em uma estrutura em forma de T ótima ( $a_D = 0,79$ e $a_L = 0,79$ ), com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano: (a) ar, (b) água e (c) glicerina, (d) ar, (e) água e (f) sangue .....	50
Figura 5.12	Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes permeáveis ( $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-5}$ ) e escoamento de fluido newtoniano .....	51
Figura 5.13	Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes permeáveis ( $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-3}$ ) e escoamento de fluido newtoniano .....	52
Figura 5.14	Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes permeáveis ( $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-1}$ ) e escoamento de fluido newtoniano .....	52
Figura 5.15	Razão global de resistências ( $R^*$ ) e razão de diâmetros ( $a_D$ ) em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes permeáveis ( $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-5}$ ) e escoamento de fluido newtoniano .....	53
Figura 5.16	Razão global de resistências ( $R^*$ ) e razão de diâmetros ( $a_D$ ) em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes permeáveis ( $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-3}$ ) e escoamento de fluido newtoniano .....	53

Figura 5.17	Razão global de resistências ( $R^*$ ) e razão de diâmetros ( $a_D$ ) em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes permeáveis ( $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-1}$ ) e escoamento de fluido newtoniano .....	54
Figura 5.18	Campo de velocidades no plano central em uma estrutura em forma de T ótima, com escoamento de fluido newtoniano, número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ) e paredes permeáveis: (a) ar, (b) sangue, (c) ar, (d) sangue, (e) ar, (f) sangue .....	55
Figura 5.19	Campo de pressão total no plano central em uma estrutura em forma de T ótima, com escoamento de fluido newtoniano, número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ) e paredes permeáveis: (a) ar, (b) sangue, (c) ar, (d) sangue, (e) ar, (f) sangue .....	56
Figura 5.20	Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^2$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido não newtoniano ( $n = 0,776$ ) .....	58
Figura 5.21	Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^2$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido não newtoniano ( $n = 0,660$ ) .....	58
Figura 5.22	Razão global de resistências ( $R^*$ ) e razão de diâmetros ( $a_D$ ) em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^2$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido não newtoniano ( $n = 0,776$ ) .....	59
Figura 5.23	Razão global de resistências ( $R^*$ ) e razão de diâmetros ( $a_D$ ) em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^2$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido não newtoniano ( $n = 0,660$ ) .....	59
Figura 5.24	Razão de diâmetros ( $a_D$ ) e razão de comprimentos ( $a_L$ ) em função do índice de potência ( $n$ ) .....	60
Figura 5.25	Campo de velocidades no plano central em uma estrutura em forma de T ótima, com paredes impermeáveis, escoamento de fluido não newtoniano e número de Reynolds $Re = 10^2$ : (a) $n = 0,776$ (b) $n = 0,660$ .....	61
Figura 5.26	Campo de pressão total no plano central em uma estrutura em forma de T ótima, com paredes impermeáveis, escoamento de fluido não newtoniano e número de Reynolds $Re = 10^2$ : (a) $n = 0,776$ (b) $n = 0,660$ .....	61
Figura 5.27	Campo de tensões na parede no plano superior em uma estrutura em forma de T ótima, com paredes impermeáveis, escoamento de fluido não newtoniano e número de Reynolds $Re = 10^2$ : (a) $n = 0,776$ (b) $n = 0,660$ .....	62

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Parâmetros de Otimização .....	24
Tabela 4.1	Teste de Qualidade de Malha para $a_D = 1$ e $a_L = 1$ , $Re = 10^3$ .....	38
Tabela 4.2	Resultados do modelo numérico para a verificação através dos resultados analíticos de Bejan et al., 2000, Revellin et al., 2009, e Miguel, 2016 .....	39
Tabela 6.1	Geometria em forma de T ótima .....	65

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

DEMEC	Departamento de Engenharia Mecânica
PPGEM	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UNISINOS
PROMECC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFRGS
CFD	Mecânica dos Fluidos Computacional
FMV	Método de Volumes Finitos
FEM	Método de Elementos Finitos
FDM	Método de Diferenças Finitas
SIMPLE	Semi IMplicit Linked Equations
MPI	Message Passing Interface
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UNISINOS	Universidade do Vale do Rio dos Sinos

## LISTA DE SÍMBOLOS

### *Letras Romanas*

<b>1</b>	Tensor unitário	[-]
<i>a<sub>D</sub></i>	Razão de diâmetros	[-]
<i>a<sub>DO</sub></i>	Razão de diâmetro otimizado	[-]
<i>a<sub>L</sub></i>	Razão de comprimentos	[-]
<i>a<sub>LO</sub></i>	Razão de comprimento otimizado	[-]
<b>A</b>	Área fixa ocupada pelos dutos	[m <sup>2</sup> ]
<b>b</b>	Custo energético por unidade de volume	[W/m <sup>3</sup> ]
<i>div</i>	Operador divergente	[-]
<b>D</b>	Diâmetro do tubo	[m]
<b>D</b>	Tensor taxa de deformação	[s <sup>-1</sup> ]
<b>E</b>	Energia	[W]
<b>F</b>	Força	[N]
<b>F</b>	Vetor força	[N]
<b>g</b>	Vetor da aceleração da gravidade	[m/s <sup>2</sup> ]
<b>k</b>	Índice de consistência do fluido	[-]
<b>K</b>	Permeabilidade da parede	[m <sup>2</sup> ]
<b><math>\tilde{K}</math></b>	Permeabilidade adimensional	[-]
<b>L</b>	Comprimento do tubo	[m]
<b>LC</b>	Comprimento característico	[m]
<b>m</b>	Massa	[kg]
<b><math>\dot{m}</math></b>	Vazão mássica	[kg/s]
<b>n</b>	Índice de potência	[-]
<b>n</b>	Vetor normal	[-]
<b>p</b>	Pressão	[Pa]
<b>P</b>	Quantidade de movimento	[kg.m/s]
<b>r</b>	Raio do tubo	[m]
<b>R</b>	Resistência global do escoamento	[Pa.s/kg]

$R^*$	Razão global de resistências	[-]
$R_m^*$	Razão global de resistência mínima	[-]
$Re$	Número de Reynolds	[-]
$S$	Termo fonte	[kg.m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
$t$	Variável tempo	[s]
$tr$	Operador traço	[-]
$T$	Tensor tensão total	[Pa]
$u$	Componente na direção x do vetor velocidade	[m/s]
$v$	Componente na direção y do vetor velocidade	[m/s]
$\mathbf{v}$	Vetor velocidade	[m/s]
$V$	Volume fixo ocupado pelos dutos	[m <sup>3</sup> ]
$\dot{V}$	Vazão volumétrica	[m <sup>3</sup> /s]
$w$	Componente na direção z do vetor velocidade	[m/s]
$x$	Coordenada cartesiana	[m]
$y$	Coordenada cartesiana	[m]
$z$	Coordenada cartesiana	[m]

### *Símbolos Gregos*

$\Delta$	Operador diferença	[-]
$\Omega$	Região do domínio	[-]
$\nabla$	Operador nabla	[-]
$\rho$	Massa específica	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\eta$	Função viscosidade	[Pa.s]
$\mu$	Viscosidade dinâmica	kg/m.s
$\dot{\gamma}$	Taxa de deformação	[s <sup>-1</sup> ]
$\Gamma$	Coefficiente de difusão	[-]
$\boldsymbol{\tau}$	Tensor das tensões viscosas	[Pa]
$\tau_0$	Tensão limite de escoamento	[Pa]

*Subscritos*

1	Tubo pai
2	Tubo filho
<i>Hess-Murray</i>	Estrutura em forma de T projetado conforme $a_D = a_L = 2^{-1/3}$
<i>f</i>	Dissipação pelo atrito
<i>j</i>	Malha de menor número de volumes
<i>j+1</i>	Malha a ser avaliada

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Motivação

O estudo do escoamento interno de fluidos e, particularmente, sistemas de escoamento em forma de árvore têm sido objeto de inúmeras investigações, devido a sua importância na compreensão do comportamento dos sistemas naturais e para o projeto de sistemas artificiais [Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008; Bejan, 2017]. Os vasos sanguíneos, que fornecem tecidos celulares com células, nutrientes e oxigênio, eliminam os resíduos de produtos da atividade celular através de redes vasculares ramificadas. A árvore respiratória fornece oxigênio necessário para o metabolismo do tecido e remove o dióxido de carbono produzido [Miguel, 2015; Miguel, 2016]. Os tecidos, que compõem a zona respiratória desta árvore, suportam uma superfície de troca gasosa muito grande onde  $O_2$  é assimilado,  $CO_2$  é eliminado e o sangue é perfundido nos pulmões. Perfusão é o mecanismo pela qual as células do corpo e seus órgãos correspondentes são alimentados com oxigênio e nutrientes. Para um sistema de transporte de fluidos, a melhor configuração, que conecta um ponto-a-volume ou volume-a-ponto, é aquela em forma de árvore e uma razão ótima entre o duto grande (pai) e o pequeno (filho) é a incógnita a ser determinada [Bejan, 2000; Bejan, 2017; Miguel 2013].

Para o sistema vascular, assumindo que um escoamento de Hagen-Poiseuille flui através dos vasos, Hess, 1917, e Murray, 1926, afirmaram que a vazão volumétrica deve ser proporcional ao cubo do diâmetro em um duto otimizado para exigir o trabalho mínimo para conduzir e manter o escoamento de fluido. Portanto, a ramificação ideal é obtida quando o cubo do diâmetro de um vaso pai é igual à soma dos cubos dos diâmetros dos filhos. Para os vasos simétricos, a razão entre diâmetros de filhos e vasos parentais é  $2^{-1/3}$  (lei de Hess-Murray).

Esta maneira ótima de conectar vasos grandes e pequenos, tendo paredes rígidas e impermeáveis, somente é válida desde que o escoamento seja laminar, newtoniano, estável, incompressível e totalmente desenvolvido [Miguel, 2015; Miguel, 2016]. A lei de Hess-Murray também mostrou e descreveu diversos tipos de redes biológicas, como capilares e pequenas artérias e veias, vias aéreas da zona condutora do trato respiratório e veias foliares de plantas. Grandes artérias, veias e vias aéreas da zona respiratória dos pulmões, entre outros, parecem não seguir esta regra  $2^{-1/3}$ . Além disso, os escoamentos turbulentos também não deveriam obedecer a essa lei. Na verdade, Uylings, 1977, e Bejan et al., 2000, mostraram que

escoamentos turbulentos requerem uma regra onde a razão ótima entre diâmetros é  $2^{-3/7}$ . No entanto, o escoamento de fluidos nos organismos vivos é essencialmente laminar e as evidências sugerem que a exposição a escoamentos turbulentos pode representar alguns riscos para a saúde conforme estudo de Miguel 2015.

O sangue inclui eritrócitos (glóbulos vermelhos), leucócitos (glóbulos brancos) e trombócitos (plaquetas) em uma solução aquosa (plasma). Sua reologia é amplamente influenciada pelo comportamento dos eritrócitos, principalmente, devido à sua alta concentração [Miguel, 2016; Miguel, 2016a]. O escoamento sanguíneo pode ser considerado como estável ou pulsátil, newtoniano ou não newtoniano. Em pequenos vasos distantes do coração, o escoamento pode ser abordado como estável. Em vasos maiores, o escoamento é pulsátil devido às características de bombeamento induzidas pelo coração. Estudos experimentais sugerem que se os vasos sanguíneos estão expostos a altas taxas de cisalhamento (superior a  $100 \text{ s}^{-1}$ ) [Reinke et al., 1986], será razoável considerar o escoamento sanguíneo como um fluido newtoniano [Miguel, 2016 e Miguel, 2016a].

No entanto, os efeitos não newtonianos aparecem a taxas de cisalhamento menores nos vasos, como capilares, pequenas artérias e veias. A taxas de cisalhamento inferiores a  $100 \text{ s}^{-1}$ , o sangue exibe comportamento de pseudoplasticidade, uma vez que sua viscosidade diminui com o aumento da taxa de cisalhamento. Revellin et al., 2009, e Miguel, 2016, incorporam em seus estudos reologia não newtoniana para alcançar o melhor caminho para conectar vasos grandes e pequenos juntos.

Fhhræus e Lindqvist, 1931, observaram uma diminuição significativa da viscosidade aparente do sangue em tubos com diâmetros na faixa de 50 a 500  $\mu\text{m}$  (efeito Fahræus-Lindqvist). A razão por trás desse efeito é a formação de uma camada livre de eritócitos perto da parede do tubo, que tem uma viscosidade local reduzida (o núcleo do tubo possui uma viscosidade local mais alta). Os vasos sanguíneos exibem diâmetros de 3  $\mu\text{m}$  a 3 cm, e estudos que considerem este efeito no projeto bifurcador seriam necessários. Miguel, 2016a, investigou como a ramificação ideal dos vasos pai para filho é afetada pela ocorrência do efeito Fhhræus-Lindqvist.

Embora primeiro derivada do princípio do trabalho mínimo, a lei de Hess-Murray pode ser obtida à luz da lei Construtal [Bejan, 2000; Bejan, 2017]. Esta lei baseia-se na ideia de que os sistemas onde há escoamento têm um propósito (o objetivo final é persistir) e são livres para se transformar no tempo (evoluir) sob restrições globais. A forma (estrutura) é o caminho

construtivo para transportar fluido, calor, massa, entre outros, para atingir sua finalidade. As leis construtivas dos arranjos das bifurcações foram derivadas com base na demanda de movimento mais fácil, para conseguir um maior acesso ao escoamento através da geração de um determinado projeto (configuração). Bejan et al., 2000, mostraram que a maneira de conectar vasos grandes e pequenos requer uma razão entre diâmetros de dutos filhos e dutos parentais de  $2^{-1/3}$  (lei Hess-Murray) e  $2^{-3/7}$  para escoamentos laminares e turbulentos, respectivamente. Esses autores também derivaram expressões para os ângulos de ramificação dos vasos que facilitam o acesso ao escoamento aplicando a lei Construtal e, em abordagens analíticas, determinaram as regras de design para escoamento de fluidos não newtonianos.

Escoamento de fluidos através de vasos bifurcadores com paredes porosas também foram estudados por Miguel, 2015 e Miguel, 2016. Essas regras para conectar vasos grandes a pequenos também dependem da permeabilidade da parede. Apesar da sua onipresença na natureza, a lei de Hess-Murray como uma regra de razão entre os diâmetros igual a  $2^{-1/3}$  apenas maximiza o acesso de fluidos newtonianos sob escoamentos laminares. Observe que as regras de projeto obtidas baseadas tanto no princípio do trabalho mínimo como na lei Construtal são baseadas em abordagens analíticas 1D e 2D. Esses estudos envolvem muitas suposições e simplificações, que se baseiam em justificativas e aproximações, relacionadas no estudo realizado por Pepe et al., 2017. Este estudo pretende obter novos conhecimentos sobre a dinâmica dos escoamentos newtonianos e não newtonianos nos dutos bifurcadores. Um estudo numérico 3D é realizado para ilustrar o escoamento de fluido, através de estruturas em forma de T. Além de fornecer a possibilidade de testar parâmetros de projeto em uma grande variedade de valores, a modelagem numérica também oferece informações detalhadas sobre a forma como ocorre a interação da estrutura fluida e sólida. Combinou-se a abordagem Construtal com simulação numérica para analisar esses recursos e capturar as diferenças entre perfis de escoamentos em diferentes estruturas T.

Os estudos de escoamentos em estruturas em forma de T também apresentam amplas aplicações de engenharia como a distribuição de água nas cidades, ventilação, refrigeração e aquecimento de edifícios, tubulações industriais, entre outros, além de aplicações na área médica biológica, que também têm relevância na verificação do calibre de veias, artérias e na distribuição de ar para os pulmões.

Desta forma, os esforços na engenharia buscam encontrar sistemas cada vez mais eficientes, ou seja, sistemas que alcancem seu objetivo através da minimização das perdas

energéticas. Para que isso ocorra, sistemas de escoamento devem superar as resistências impostas às suas correntes, as quais geram um efeito negativo em seu desempenho fluidodinâmico. Um modo de se obter a máxima eficiência dos sistemas consiste na aplicação do método Design Construtal. O método Design Construtal é baseado na Teoria Construtal, que afirma que a geometria dos sistemas de escoamento segue um princípio físico, que é a lei Construtal [Bejan, 2008]. Desta forma, a lei Construtal não começou com observações experimentais, mas com a ideia de representar a tendência geral das coisas escoarem mais facilmente. A lei Construtal, então, usa este simples princípio universal para prever uma grande quantidade de fenômenos [Bejan e Lorente, 2013].

A lei Construtal não é um enunciado de otimização, maximização, minimização ou qualquer outra forma de concepção de fim ou destino final. A lei Construtal trata sobre a direção na qual a evolução ocorre, para gerar formas e estruturas que movem suas correntes mais facilmente. Conforme a lei Construtal, qualquer sistema onde há escoamento (movimento) com dimensões finitas persistirá ao longo do tempo evoluindo sua geometria para facilitar os acessos de suas correntes internas [Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2006]. Assim, estes sistemas evoluem desenvolvendo sua geometria de forma a facilitar o acesso de suas correntes.

Sistemas de escoamento podem ser observados na natureza nas mais diferentes escalas, conforme mostrado na Figura 1.1 [Bejan e Lorente, 2006]. As árvores, raios, estradas e cidades, lava e bacias de rios são exemplos de sistemas de escoamento que evoluem de modo a facilitar o acesso de suas correntes [Bejan, 2000; Bejan e Zane, 2012].

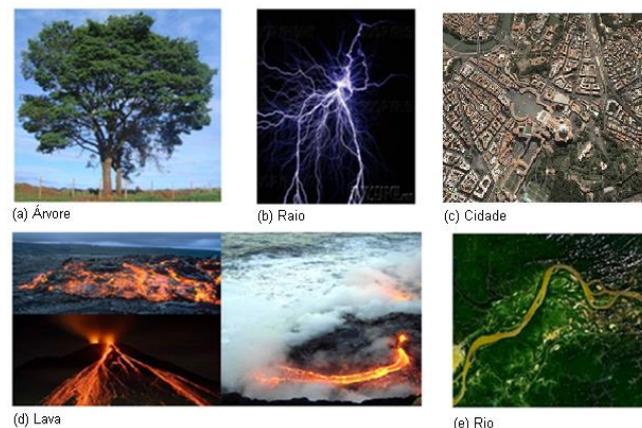


Figura 1.1 – Sistemas de escoamento que envolvem correntes que se deslocam de um ponto à uma área ou vice-versa: (a) escoamento de água através da árvore; (b) descarga elétrica; (c) trânsito de automóveis e pessoas em uma cidade; (d) escoamento de lava em um vulcão (e) escoamento de água em uma bacia hidrográfica. Adaptado pelo autor.

Em projetos de engenharia, os conceitos da Teoria Construtal são aplicados normalmente, através do método Design Construtal associado a um método de otimização, onde se definem os objetivos, constantes globais e graus de liberdade dos sistemas. Desse modo, permite-se que os sistemas modifiquem sua geometria, visando obter a melhor distribuição do escoamento na estrutura geométrica. A partir disso, as resistências aos escoamentos presentes no sistema são minimizadas. Nesse sentido, o método Design Construtal pode ser empregado no estudo de geometrias, em diversos equipamentos de engenharia, como equipamentos térmicos, dispositivos aeroespaciais, bioengenharia, dentre outros, e será empregado neste trabalho.

Para o desenvolvimento e análise dos sistemas de engenharias que envolvem o escoamento de fluidos, duas abordagens fundamentais são aplicadas, a experimentação em laboratório e o cálculo numérico, através da aplicação de métodos analíticos ou métodos numéricos. Na abordagem experimental, a iteração do escoamento com a estrutura real é uma grande vantagem. Entretanto, alguns fatores podem limitar a aplicação desta forma de análise, como a necessidade de fabricação de diversos componentes a serem estudados, limitações para a segurança da estrutura e das pessoas, assim como dificuldades na reprodução de condições reais, para estudos de escoamentos em grande escala, onde a construção de um túnel de vento, por exemplo, seria inviável [Maliska, 2004].

A aplicação de métodos analíticos também apresenta suas limitações, visto que problemas que envolvem o escoamento de fluidos são, na maioria das vezes, regidos por equações diferenciais parciais, o que torna a obtenção de soluções exatas para estas equações uma tarefa árdua ou até mesmo impossível. Além disso, escoamentos internos em bifurcações, em geral, envolvem dissipação viscosa entre o fluido e a estrutura, o que é difícil de tratar analiticamente. Diante disso, a aplicação de métodos analíticos se limita normalmente a geometrias simples e a condições de contorno também simples [Maliska, 2004].

Os métodos de simulação numérica, praticamente, não apresentam restrições e auxiliam os pesquisadores a suprir a necessidade de diminuir os custos e realizar os estudos em escoamentos de grande complexidade. Assim, surgiram técnicas para a solução das equações de conservação que governam o problema de forma numérica. Nesta metodologia, a solução das equações governantes é obtida a partir da conversão do domínio contínuo em um domínio discreto, gerando um sistema algébrico de equações com resolução computacional. Além disso, a generalidade e a versatilidade dos métodos numéricos para a resolução de problemas de

engenharia, assim como a simplicidade de aplicação destas técnicas, são outros fatores motivadores para seu uso [Maliska, 2004].

Tendo em vista o que foi exposto, o presente estudo tem como propósito investigar numericamente, aplicando os conceitos da Teoria Construtal, o comportamento do escoamento interno em uma estrutura em forma de T com seção circular. Apesar de existir múltiplos estudos experimentais, analíticos e numéricos sobre este fenômeno, este tema continua a ser um problema desafiador, pois, além de possuir ampla variedade de aplicações na engenharia, biologia e medicina, apresenta uma complexa fenomenologia fluidodinâmica, ainda pouco explorada. Dentre as técnicas de aproximação das equações governantes, o método de volumes finitos (FVM - do inglês: Finite Volume Methods) foi empregado no presente trabalho.

## **1.2 Delineamento do Trabalho**

Para uma melhor compreensão da estrutura textual, o presente trabalho será organizado da seguinte forma:

### Capítulo 1: Introdução

Este capítulo introdutório apresentou a motivação e justificativas para a realização deste estudo.

### Capítulo 2: Revisão Bibliográfica

Neste capítulo será exposto os estudos publicados na literatura que estão diretamente relacionados com o escopo desta pesquisa e os objetivos deste estudo.

### Capítulos 3: Modelagem Matemática

No capítulo 3 será apresentada a descrição do problema, ou seja, será definido o problema proposto, identificando-se os parâmetros geométricos e fluidodinâmicos a serem avaliados. Em seguida, serão expostas as equações de conservação da massa, balanço de quantidade de movimento adotados para a solução do problema.

#### Capítulo 4: Modelagem Numérica

No capítulo 4 será exposto, do domínio computacional adotado para o estudo, a modelagem numérica adotada, especificamente os parâmetros definidos para a realização das simulações, os softwares utilizados para as etapas de pré-processamento, processamento e pós – processamento. Além disso, serão avaliados os resultados obtidos para o teste de malha independente e a verificação da solução computacional, comparando-a com resultados publicados na literatura.

#### Capítulo 5: Resultados e Discussões

No capítulo 5 mostram-se os resultados da pesquisa, a resistência ao escoamento em função de cada grau de liberdade e características que foram variadas sobre o escoamento na estrutura em forma de T, além dos campos de velocidades, pressão e tensões na parede para alguns casos simulados dentre os vários parâmetros analisados.

#### Capítulo 6: Conclusões e Propostas Futuras

Por fim, neste último capítulo, ressaltam-se as conclusões a respeito do estudo realizado, indicando uma geometria ótima para esse tipo de problema, bem como as propostas de continuidade do trabalho.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Através da análise da literatura científica relacionada a estudos que investigam o escoamento interno em bifurcações na forma de árvore, há inúmeras pesquisas, experimentais, numéricas e analíticas, as quais vêm sendo realizadas continuamente ao longo dos anos [Young, 1809; Thoma, 1901; Hess, 1917, Murray, 1926; Horton, 1945; Cohn, 1954; Melton, 1959; Horsfield et al., 1976; Sherman, 1981; Zamir. et al., 1992].

Os estudos de Hess, 1917, e Murray, 1926, apresentam a regra para conectar vasos grandes (pais) a pequenos (filhos) baseado na premissa do mínimo trabalho de bombeamento. Esta redução do diâmetro nos tubos filho é essencial para um bom funcionamento do sistema cardiovascular sendo geralmente denominada como lei de Hess-Murray. Esta lei prevê a razão entre os diâmetros dos tubos, pai e filho, para os escoamentos internos que obedecem às condições laminares. A lei de Hess-Murray tem sido mais frequentemente aplicada às ramificações com estruturas geométricas simétricas e assimétricas. Em ambos os casos é assumido que a redução da pressão sobre cada tubo filho é semelhante, mas esta premissa somente é válida para um grau muito baixo de assimetria geométrica nas ramificações, conforme se verifica em Miguel, 2012. Para uma bifurcação simétrica, a razão entre os diâmetros dos filhos e dos tubos parentais pode ser escrita mais simplesmente como igual a um fator homotético de  $2^{-1/3}$ .

Muitos estudos vêm sendo realizados com o objetivo de avaliar o escoamento em estruturas em forma de T e Y, as quais são exploradas diferentes configurações geométricas. Assim, estudos de grande relevância foram realizados com o objetivo de determinar as razões ótimas entre diâmetros e comprimentos para o escoamento em bifurcações.

### 2.1 Escoamento de Fluido Newtoniano com Parede Impermeável

Andrade Jr. et al., 1998, investigaram o escoamento de ar nos pulmões através de uma cascata simétrica de bifurcações por simulação direta em duas dimensões. Apresentaram que a distribuição do escoamento se torna significativamente heterogênea para um determinado número de Reynolds, sugerindo que o escoamento assimétrico que ocorre em estruturas ramificadas simétricas pode ser importante tanto para a morfogênese da árvore brônquica, quanto para o seu funcionamento durante a inspiração.

Bejan et al., 2000, apresentaram uma série de exemplos em que o desempenho global dos sistemas fluídicos é otimizado. Os sistemas fluídicos são montagens de dutos e canais em forma de T, Y e cruz. No escoamento de fluido, a maximização do desempenho é obtida minimizando a resistência ao escoamento geral encontrada em um território de tamanho finito. Os exemplos mostram que a estrutura geométrica do sistema fluídico é resultante do princípio da maximização do desempenho global sujeito a restrições globais. A estrutura otimizada é robusta em razão a mudança em alguns dos parâmetros do sistema. O estudo mostra como o método de otimização geométrica pode ser estendido para diversos campos de aplicação como a distribuição hidráulica urbana e análise exergética.

Zamir, 2001, estudou os sistemas paramétricos Lindenmayer (sistemas L), os quais são formulados para gerar estruturas ramificadas que podem incorporar as leis fisiológicas das ramificações arteriais. Por construção, as árvores geradas são de fato estruturas fractais e, com a escolha apropriada de parâmetros, elas podem ser feitas para exibir algumas das ramificações padrões de artérias, particularmente, aquelas com valor preponderante da razão de assimetria. Os resultados sugerem que os sistemas L paramétricos podem ser usados para produzir estruturas da árvore fractal, mas não com a variabilidade nos parâmetros de ramificação observados nas árvores arteriais. Esses parâmetros incluem a razão de assimetria, a relação da área, os diâmetros das ramificações e os ângulos de ramificação. A questão fundamental é que a fonte de variabilidade nesses parâmetros não é conhecida e, portanto, não pode ser reproduzida com precisão em um modelo. Os sistemas L, com uma escolha aleatória de parâmetros, podem ser feitos para imitar algumas das variações observadas, mas a legitimidade dessa escolha não é clara.

Mauroy et al., 2004, estudaram a compatibilidade entre otimização física e robustez fisiológica no desenho da árvore brônquica humana. Mostraram que essa otimização física é crítica no sentido de que pequenas variações na geometria podem induzir variações muito grandes no escoamento de ar para os pulmões. A máxima eficiência física, portanto, não pode ser um critério suficiente para o projeto fisiológico de árvores brônquicas. Em vez disso, o desenho de árvores brônquicas deve ser fornecido com um fator de segurança e a capacidade de regular o calibre das vias aéreas. Paradoxalmente, os resultados apresentados sugerem o mau funcionamento brônquico, relacionado à asma, sendo uma consequência necessária do sistema otimizado.

Wechsato et al., 2006, desenvolveram um estudo fundamental do efeito das perdas de junção na geometria otimizada nos escoamentos em forma de árvore. Várias classes de escoamento são investigadas sistematicamente em uma construção em forma de T, com tamanho interno e externo fixos, escoamento laminar e turbulento, com entrada não negligenciável. Mostra-se que, em todos os casos, as perdas na junção têm um efeito considerável na geometria otimizada.

## 2.2 Escoamento de Fluido Newtoniano com Parede Permeável

Miguel, 2015, contribuiu com a pesquisa em curso sobre estruturas onde há escoamento na forma de árvore, com paredes porosas e escoamento de fluido laminar, onde modelos analíticos foram desenvolvidos para distribuição de pressão ao longo dos dutos da rede porosa. O Design Construtal foi utilizado para encontrar informações importantes sobre as relações geométricas dos segmentos e determinação da resistência hidráulica da rede. Entre os resultados apresentados, a distribuição do escoamento depende da relação de aspecto dos dutos de ramificação, bem como da permeabilidade da parede dos dutos. A eficiência para conectar segmentos de vasos sucessivos é homotética com uma razão de tamanho de  $2^{-1/3}$  (lei Hess-Murray) e fornece eficiência física máxima se os vasos forem impermeáveis. Para os vasos porosos, a mudança do tamanho, em cada nó de bifurcação, é descrita por razões homotéticas mais elevadas. Esses resultados podem explicar o motivo pelo qual os segmentos de vasos sucessivos, como a árvore respiratória, não são homotéticos com uma proporção de tamanho única, mas apresentam diferentes valores que dependem da permeabilidade da parede. Diferentes índices homotéticos são consequência necessária para conectar vasos grandes e pequenos juntos para alcançar o máximo de escoamento de fluido.

Pepe et al., 2017, estudaram, via experimentação numérica juntamente com o método Design Construtal, o escoamento de fluido em um conjunto de tubos em forma de T de paredes porosas. Uma variedade de escoamentos de fluidos newtonianos e razões geométricas são investigados em uma construção em forma de T, com área de ocupação e volume total dos tubos fixos e perdas nas paredes e junções não negligenciadas. Entre os principais resultados apresentados tem-se a razão ótima entre os tamanhos dos tubos pai e filhos não é única e depende da permeabilidade da parede, diferentes razões homotéticas é uma condição necessária para conectar vasos grandes e pequenos com paredes permeáveis, visando alcançar o máximo

de escoamento de fluido e a razão de tamanho de  $2^{-1/3}$  (lei Hess-Murray) é válida apenas para tubos com paredes impermeáveis.

### 2.3 Escoamento de Fluido Não Newtoniano com Parede Impermeável

Revellin et al., 2009 desenvolveram uma generalização para a lei Hess-Murray, aplicando o escoamentos de fluidos não-newtonianos, mais especificamente, ao caso do sangue. Para efeito de generalização, as razões foram tomadas para números arbitrários de tubos filhos. Foi demonstrado que para uma função de custo envolvendo o volume como limitação, a lei de Hess-Murray permaneceu válida, ou seja, independente do índice de potência ( $n$ ). Porém, quando a função de custo envolveu a área de superfície como limitação, os valores ótimos para as variáveis estudadas foram dependentes do índice de potência ( $n$ ). Também foi demonstrado que a entropia gerada nos dutos filhos é maior do que a entropia gerada no duto pai. Além disso, é mostrado que a diferença de geração de entropia entre os vasos pais e filhos é menor para um fluido não-newtoniano do que para um fluido newtoniano

Miguel, 2016b, investigou o grau de irreversibilidade, ou a não assimetria termodinâmica, em uma rede de escoamento em forma de árvore com um fluxo de calor constante na parede. A rede vascular é uma estrutura dicotômica e homotética, com um escoamento laminar totalmente desenvolvido de fluidos newtonianos e não newtonianos, onde a lei da potência é assumida. Foram investigadas as características geométricas dos tubos que compõem a rede como a variação nas relações homotéticas de comprimento e diâmetros, a variação na permeabilidade da parede dos tubos, a existência de tubos obstruídos, as características do fluido e os efeitos de fricção e térmicos na geração de entropia. A partir dos resultados obtidos neste estudo, algumas conclusões principais são apresentadas: a proporção de entropia gerada em dois tubos consecutivos (pai e filhos) é independente das características do fluido, a geração de entropia para dutos feitos de materiais impermeáveis é maior do que dos tubos permeáveis e os números de Reynolds mais elevados causam um aumento na geração de entropia. A geração de entropia em redes de árvores varia de um máximo para menor razão  $D_2/D_1$  para um mínimo para maior razão  $D_2/D_1$ . O aumento na razão  $L_2/L_1$  aumenta os valores de entropia gerada.

Pepe et al., 2017a, investigaram os desvios da lei de Hess-Murray, através do estudo numérico aliado ao método do Design Construtal, no escoamento laminar de fluidos

newtonianos e não newtonianos, em estruturas de escoamento em forma de T com diferentes proporções entre os tubos pai e filhos, onde as perdas nas paredes e junções não são negligenciadas. A partir das descobertas apresentadas neste estudo, os principais resultados foram: a razão ótima entre os tamanhos dos tubos pai e filhos não é única e depende do índice de potência, as perdas na conexão de vasos grandes e pequenos não são negligenciáveis e a apresentação da equação que descreve a resistência equivalente para uma estrutura em forma de T.

Sehn et al., 2017, realizaram uma análise numérica com a aplicação do método Design Construtal, para investigar o escoamento laminar de fluidos newtonianos e não newtonianos, em estruturas de escoamento em forma de Y com diferentes proporções entre os tamanhos dos dutos pai e filhos, onde as perdas nas paredes e junções não são negligenciadas. Os principais resultados foram: a razão ótima entre os tamanhos dos tubos filhos e pai não é única e depende do índice da lei da potência e o ângulo ótimo que proporciona o maior escoamento com a menor resistência ao escoamento.

#### **2.4 Método do Design Construtal Associado aos Métodos de Otimização**

Pepe, 2008 estudou através do método Design Construtal associado ao método de otimização da busca exaustiva, os escoamentos em redes vasculares aplicadas aos materiais multifuncionais. Onde o problema consiste em encontrar as resistências mínimas ao escoamento de resinas em micro canais tridimensionais. O conjunto formado pela rede vascular e resina auto reparadora, adiciona ao material a capacidade de auto reparação, desta forma, quando sua estrutura é danificada estes respondem de forma autônoma para restabelecer sua estrutura funcional e evitar que a mesma entre em colapso. Devido a simplicidade do problema o método de otimização da busca exaustiva se mostrou eficaz para a determinação da geometria com resistência mínima.

Lorenzini et al., 2014, otimizaram geometricamente uma cavidade isotérmica em forma de Y aplicando o método do Design Construtal associado ao algoritmo genético. Os resultados mostraram que a aplicação do algoritmo genético se demonstrou eficaz para encontrar as melhores formas que minimizam o excesso máximo de temperatura com um número de simulações significativamente inferior às exigidas pela busca exaustiva, permitindo a otimização da cavidade sob novas condições de restrição geométricas. Além disso, o algoritmo

genético reduz a dependência da experiência do pesquisador para obter um ótimo desempenho, bem como evita simulações para todas as combinações geométricas. Os resultados incentivam o emprego da metodologia do Design Construtal associado ao algoritmo genético para a otimização de outros, sistemas de escoamento encontrados em problemas de engenharia, bem como, extrapolar este estudo para cavidades de maior complexidade.

Lorenzini et al., 2014a, aplicaram o método do Design Construtal associado ao método de otimização do algoritmo genético, para otimizar a geometria de uma cavidade convectiva em forma de Y. A busca pela melhor geometria foi realizada com a aplicação de um método de otimização com algoritmo genético. O método da busca exaustiva, no qual é baseado na solução de todas as geometrias possíveis, foi utilizado para validar o método do algoritmo genético. Destaca-se que a aplicação método de otimização do algoritmo genético, mostrou-se bastante eficaz. Comparando a quantidade de simulações necessárias para a obtenção da geometria ótima, a aplicação do método do algoritmo genético utilizou 8 vezes menos simulações que o método de otimização da busca exaustiva. Os resultados incentivam o emprego da metodologia do Design Construtal associado ao algoritmo genético e a utilização de outros métodos de otimização baseados em uma técnica de busca local probabilística, e fundamenta na analogia com a termodinâmica, chamado de recozimento simulado.

Estrada et al., 2014 estudaram caminhos em forma de V de materiais altamente condutores que removem uma taxa de geração de calor constante de um corpo e o entregam a dissipadores térmicos isotérmicos aplicando o método Design Construtal em associação com algoritmos genéticos. Os métodos do Design Construtal associado ao método de otimização com algoritmo genético mostraram o surgimento de uma arquitetura ótima que minimiza a resistência térmica global, entretanto não foi possível obter uma forma universal ótima. O emprego do método do Design Construtal associado ao método de otimização com algoritmo genético permitiu a obtenção das formas ótimas dos caminhos altamente condutores em forma de V com mais graus de liberdade quando comparados com a utilização do método da busca exaustiva. Os resultados obtidos, indicaram o quanto é importante a liberdade para o sistema evoluir para a melhorar o seu desempenho (a liberdade é boa para o design). As melhores estruturas foram as que melhor distribuíram as imperfeições, ou seja, os pontos quentes. Ambas as observações estão de acordo com a teoria Construtal.

Gonzales et al., 2015 aplicaram o método do recozimento simulado combinado com o método Design Construtal para otimização geométrica de cavidades isotérmicas em forma de

Y com geração de calor. O algoritmo de otimização do recozimento simulado é uma técnica meta-heurística baseada em um processo termodinâmico de recozimento de materiais. A temperatura no algoritmo de otimização do recozimento simulado é alta no início do processo sendo lentamente reduzida até um valor mínimo (chamado temperatura de congelamento). O objetivo é minimizar a função de custo, a qual pode ser uma função algébrica, um experimento ou uma simulação, sendo esperado que a função custo mínimo seja alcançada na temperatura de congelamento. Conforme o processo avança, para cada iteração do algoritmo, a temperatura do algoritmo de otimização do recozimento simulado diminui e um novo estado é gerado. Cinco diferentes programações de resfriamento foram avaliadas, três delas são tradicionais e estão disponíveis no ambiente MATLAB, sendo o método exponencial, método rápido e método de Boltz e dois métodos híbridos foram propostos pelos autores, sendo o método BoltzExp e método ConstExp1. Os resultados apresentados mostram que os algoritmos meta-heurísticos isolados tiveram dificuldades em predizer as formas ótimas globais para todas as condições avaliadas. A fim de reduzir esta dificuldade, o emprego de metodologias combinadas com diferentes rotinas de resfriamento para o método do recozimento simulado, ou mesmo uma combinação com algoritmo genético, provou ser a otimização metodológica mais adequada para ser associada com o método do Design Construtal. Os resultados alcançados com o método do recozimento simulado utilizando rotina de resfriamento híbrida levam a um desempenho superior a aplicação dos métodos de otimização da busca exaustiva e algoritmos genéticos.

Hermany, 2016 desenvolveu um estudo numérico utilizando o método Design Construtal associado ao método de otimização da busca exaustiva, aplicado a escoamentos de fluidos viscoplásticos sobre dutos de seção elíptica. O objetivo principal é determinar as geometrias de tubos de seção elíptica que facilitam a transferência de calor e reduzem a queda de pressão sofrida pelo escoamento. O fluido empregado neste estudo apresenta características de viscoplasticidade. A relação entre a tensão cisalhante e a taxa de deformação obedece ao modelo de Herschel-Bulkley modificado. É investigada a influência do índice de potência, do número de Reynolds, número de Prandtl e número de Herschel-Bulkley sobre a seção elíptica que facilita o escoamento e a transferência de calor. A solução numérica do problema proposto é realizada através do método dos volumes finitos. Os resultados apresentados mostram que a utilização método Design Construtal associado ao método de otimização da busca exaustiva se mostrou satisfatório, devido a concordância dos resultados obtidos com os apresentados por alguns autores. Ressalva-se, ainda, que o método Design Construtal foi aplicado pela primeira

vez em fluidos não newtonianos, permitindo o entendimento do comportamento do escoamento, considerando-se somente um grau de liberdade.

Razera, 2016 investigou através do método Design Construtal associado ao método de otimização da busca exaustiva, o escoamento de fluidos newtonianos sobre dutos de seção elíptica com troca de calor. O objetivo principal é maximização da densidade de transferência de calor em um escoamento externo sob efeito de convecção forçada. A influência das características geométricas como o espaçamento entre cilindros de seção transversal elíptica e a razão de aspecto entre os eixos vertical e horizontal dos cilindros elípticos são os principais parâmetros avaliados. A solução numérica das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas através do método dos volumes finitos. Os resultados mostram que a utilização método Design Construtal associado ao método da busca exaustiva mostrou-se eficiente para a obtenção das configurações ótimas.

Beckel, 2016, estudou problemas de resfriamento de circuitos, presentes nas indústrias de eletrônicos e miniaturizados aplicando o método Design Construtal associado com algoritmos de otimização, busca exaustiva e algoritmo genético, para realizar o estudo numérico de corpos sólidos com geração de calor uniforme onde são inseridos caminhos altamente condutivos em forma de T, Y e duplo Y. O objetivo principal das otimizações consistem na minimização da resistência ao fluxo de calor, quando as áreas ocupadas pelos materiais de alta e baixa condutividades são mantidas constantes, variando-se os comprimentos e espessuras dos caminhos condutivos. Os resultados mostram que a utilização do método de busca exaustiva associado ao algoritmo genético reduz o tempo de simulação para cada caso e faz uma varredura mais ampla no espaço de soluções possíveis. Cabe ressaltar que o algoritmo genético é válido para os problemas em que foi aplicado, porém deve-se observar que ele pode gerar soluções em que o caminho altamente condutivo está localizado fora do domínio estabelecido. Nesses casos, faz-se o refinamento dos intervalos dos graus de liberdade para que não ocorra a geração de geometrias que não caracterizam o problema.

Fagundes, 2016 investigou através do método Design Construtal em associação com algoritmos genéticos a otimização de caminhos condutivos assimétricos trifurcados. O objetivo do trabalho é o estudo da influência da geometria sobre o desempenho térmico do sistema bem como a otimização do mesmo, assim obtendo uma configuração que minimiza a resistência térmica para cada condição imposta. A cada nível de otimização, a influência do grau de liberdade em questão é estudada, obtendo um mapeamento da importância de cada grau de

liberdade sobre o sistema trifurcado. Também são obtidas as configurações ótimas para diferentes frações de área. Uma das conclusões importantes apresentadas é que o método de algoritmo genético é muito eficiente para problemas multivariáveis, aumentando sua eficiência à medida que o número de graus de liberdade dado ao sistema aumenta.

Estrada, 2016 empregou o método Design Construtal em associação com algoritmos genéticos para a otimização geométrica de cavidades isotérmicas e convectivas em forma de Y, cavidade convectiva retangular com dois pares de braços e caminhos condutivos assimétricos em forma de V. Nesses problemas de transferência de calor o objetivo é minimizar a máxima temperatura. Até sete graus de liberdade foram explorados, a validação da aplicação do algoritmo genético foi realizada via comparação com o método de otimização da busca exaustiva para poucos graus de liberdade. Para todos os estudos feitos, os resultados mostraram que a busca por meio de algoritmos genéticos levou a uma redução significativa do número de simulações necessárias para obter a geometria ótima com resultados concordantes aos obtidos com busca exaustiva.

Biserni et al., 2017 investigaram numericamente a morfologia de aletas em forma de T acopladas à uma base trapezoidal com geração de calor, aplicando o método Design Construtal associado o método de otimização da busca exaustiva e algoritmo genético. A combinação dos graus de liberdade no contexto do Design Construtal, gerou um espaço de busca onde existem vários potenciais de soluções com valores mínimos, desta forma a utilização do método clássico de otimização via busca exaustiva foi substituído pelo método de otimização do algoritmo genético. O algoritmo genético depende da análise de uma determinada população (gerada aleatoriamente) e leva as melhores características (graus de liberdade) de cada indivíduo para criar a próxima geração com as melhores características cruzadas, sempre analisando o resultado total (temperatura máxima excedente). Essa mudança foi empregada devido à ineficiência da busca exaustiva por otimizações de alto nível, dado o aumento exponencial do número de simulações para cada grau de liberdade otimizado. Os resultados enfatizam que, dada a liberdade do sistema de fluxo para se transformar, ou seja, permitindo mudanças em seus graus de liberdade, ele irá melhorar o desempenho do sistema na remoção de calor. Isso corrobora o pensamento construtal de que "a liberdade é boa para o design". Como consequência, todas as melhores configurações provaram ser as que melhor distribuem os pontos quentes, de acordo com o princípio construtal da "distribuições ótimas de imperfeições".

## 2.5 Objetivos

Face a revisão bibliográfica realizada, salvo melhor juízo, pode-se concluir que o tema a ser abordado na presente dissertação é uma contribuição ao estado da arte para o estudo de fluidodinâmica, visto que lacunas ainda estão abertas no presente tema como:

- Somente estudos analíticos com inúmeras simplificações foram desenvolvidos;
- Ausência de estudos numéricos utilizando três dimensões;
- Ausência de resultados numéricos para a validação dos estudos analíticos;
- Ausência de resultados utilizando métodos de otimização mais simples que sirvam de referência para a implementação de métodos de otimização mais avançados;
- Ausência de estudos numéricos aplicados a sistemas de escoamento de fluidos utilizando o método do Design Construtal.

Desta forma, este estudo irá contribuir para o estado da arte conforme os objetivos gerais e específicos que foram delimitados para o desenvolvimento do presente trabalho.

### 2.5.1 Objetivos Gerais

Este estudo tem como propósito investigar o escoamento interno em uma estrutura em forma de T com seção circular utilizando fluidos newtonianos e não newtonianos, com paredes impermeáveis e permeáveis, visando a minimização das resistências ao escoamento, através da variação das razões entre diâmetros e comprimentos da configuração.

### 2.5.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos do presente trabalho, referentes ao escoamento com a configuração em forma de T são:

- Apresentar um modelo matemático tridimensional que calcule as resistências ao escoamento no sistema estudado;
- Realizar a verificação do modelo matemático comparando os resultados com estudos científicos presentes na literatura;
- Avaliar numericamente a validade da lei de Hess-Murray e a influência do número de Reynolds para o escoamento de fluidos newtonianos;

- Avaliar numericamente a validade da lei de Hess-Murray e a influência da permeabilidade da parede para o escoamento de fluidos newtonianos;
- Avaliar numericamente a validade da lei de Hess-Murray e a influência do índice de potência para o escoamento de fluidos não newtonianos;
- Identificar as configurações que facilitem o escoamento de fluido ou minimizem as resistências ao escoamento.

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

#### 3.1 Descrição do Problema

Para a análise geométrica, empregou-se o método Design Construtal, associado ao método de otimização da busca exaustiva, o sistema geométrico é apresentado através da Figura 3.1.

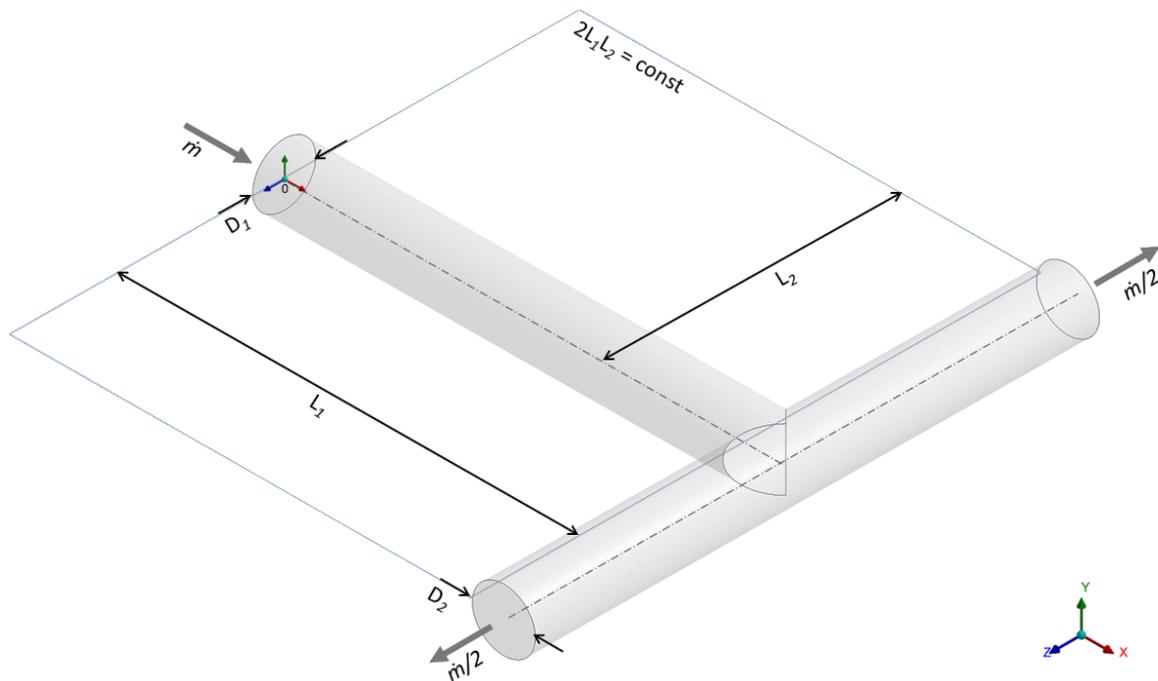


Figura 3.1 – Estrutura em forma de T.

Neste trabalho, o sistema possui duas constantes globais geométricas, a qual é definida pelo o volume ocupado pelos dutos ( $V$ ), e pela área ocupada pelos dutos ( $A$ ), e são fixas para os diferentes casos estudados. Os graus de liberdade do sistema são definidos pela razão entre o diâmetro dos dutos filhos e pai ( $a_D$ ) e pela razão do comprimento do duto filhos e pai ( $a_L$ ). Desse modo, a estrutura em forma de T simétrica será determinada através das Equações (3.1) a (3.4):

$$V = \frac{\pi}{4} (D_1^2 L_1 + 2D_2^2 L_2) = \text{const} \quad (3.1)$$

$$A = 2L_1 L_2 \quad (3.2)$$

$$a_D = \frac{D_2}{D_1} \quad (3.3)$$

$$a_L = \frac{L_2}{L_1} \quad (3.4)$$

onde  $D$  é o diâmetro,  $L$  é o comprimento,  $a_D$  a razão entre os diâmetros e  $a_L$  a razão entre os comprimentos, os índices 1 e 2 significam o duto pai e filhos respectivamente. O fator de escala  $a_D$  pode variar entre 0,1 e 1 e  $a_L$  pode variar entre 0,5 e 1

Neste trabalho, o regime do escoamento foi governado pela vazão mássica ( $\dot{m}$ ) que entra no sistema pela área formada pelo duto de diâmetro  $D_1$ , e escoar ao longo do domínio se dividindo na junção e saindo do sistema pela área formada pelos dutos de diâmetro  $D_2$ , em vista do objetivo de se obter a melhor configuração geométrica que minimize as irreversibilidades do sistema.

$$\dot{m} = \int \rho u dA \quad (3.5)$$

onde,  $\dot{m}$  é a vazão mássica,  $\rho$  é massa específica,  $u$  a velocidade.

O estudo proposto é assumido tridimensional, laminar, incompressível, regime permanente e propriedades uniformes. A avaliação será feita para diferentes fluidos, os quais são governados pelo grupo adimensional definido como Número de Reynolds ( $Re$ ).

O Número de Reynolds ( $Re$ ) é utilizado na mecânica dos fluidos para representar a razão entre as forças inércia e forças de atrito em termos de parâmetros dimensionais. Para os fluidos newtonianos e não newtonianos o Número de Reynolds será determinado através das Equações (3.6) e (3.7) respectivamente:

$$Re = \frac{\rho u D_1}{\mu} \quad (3.6)$$

onde,  $\rho$  é massa específica,  $u$  a velocidade,  $D_1$  é o diâmetro do duto pai e  $\mu$  é a viscosidade dinâmica.

Para os fluidos não newtonianos, Metzner-Reed, 1955, apresentou número de Reynolds generalizado, sendo que fluidos com índice  $n = 1$  esta equação torna-se a equação constitutiva de um fluido newtoniano. Para  $n < 1$ , o fluido apresenta propriedade pseudoplástica e, para  $n > 1$ , o fluido apresenta propriedade dilatante.

$$Re = \frac{4^{4-3n} \rho \dot{V}^{2-n}}{\pi^{2-n} k D_1^{4-2n} \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^n} \quad (3.7)$$

onde,  $\rho$  é massa específica,  $\dot{V}$  a vazão volumétrica,  $D_1$  é o diâmetro do duto pai,  $k$  é o índice de consistência e  $n$  é o índice de potência.

O objetivo do trabalho é avaliar diferentes configurações geométricas na busca de um sistema que minimize as perdas e facilite o acesso do escoamento de fluido. Em vista disso, o parâmetro utilizado para quantificar este objetivo é a resistência global do escoamento, determinado através da Equação (3.8):

$$R = \frac{\Delta p}{\dot{m}} \quad (3.8)$$

onde,  $R$  é a resistência global do escoamento,  $\Delta p$  a diferença de pressão e  $\dot{m}$  é a vazão mássica.

Por uma questão de facilidade na comparação dos resultados, é conveniente determinar uma relação para avaliar os efeitos do escoamento na estrutura em forma de T. Esta relação será a razão global de resistências, sendo determinada através da Equação (3.9):

$$R^* = \frac{R}{R_{Hess-Murray}} \quad (3.9)$$

onde,  $R^*$  é a razão global de resistências,  $R$  a resistência definida como a razão entre a diferença de pressão e o fluxo de massa através da estrutura em forma de T (Equação 3.8) e  $R_{Hess-Murray}$  a resistência da estrutura em forma de T simulada numericamente e projetada conforme as relações geométricas  $a_D = a_L = 2^{-1/3}$ .

Na razão apresentada na Equação (3.9) a resistência ao escoamento de uma estrutura projetada conforme as relações geométricas propostas pela lei de Hess-Murray, assume  $R^* = 1$ ,

estruturas com melhor desempenho apresentam  $R^* < 1$  e estruturas com pior desempenho apresentam  $R^* > 1$ .

O método Design Construtal vem sendo utilizado com frequência na busca de configurações que facilitem o acesso das correntes que fluem através dos sistemas de escoamento. Identificar as correntes e dar liberdade para que elas possam fluir mais facilmente, sujeitas as constantes locais ou globais, é a essência do Design Construtal. O método Design Construtal, aplicado aos objetivos deste trabalho, é apresentado através da Figura 3.2.

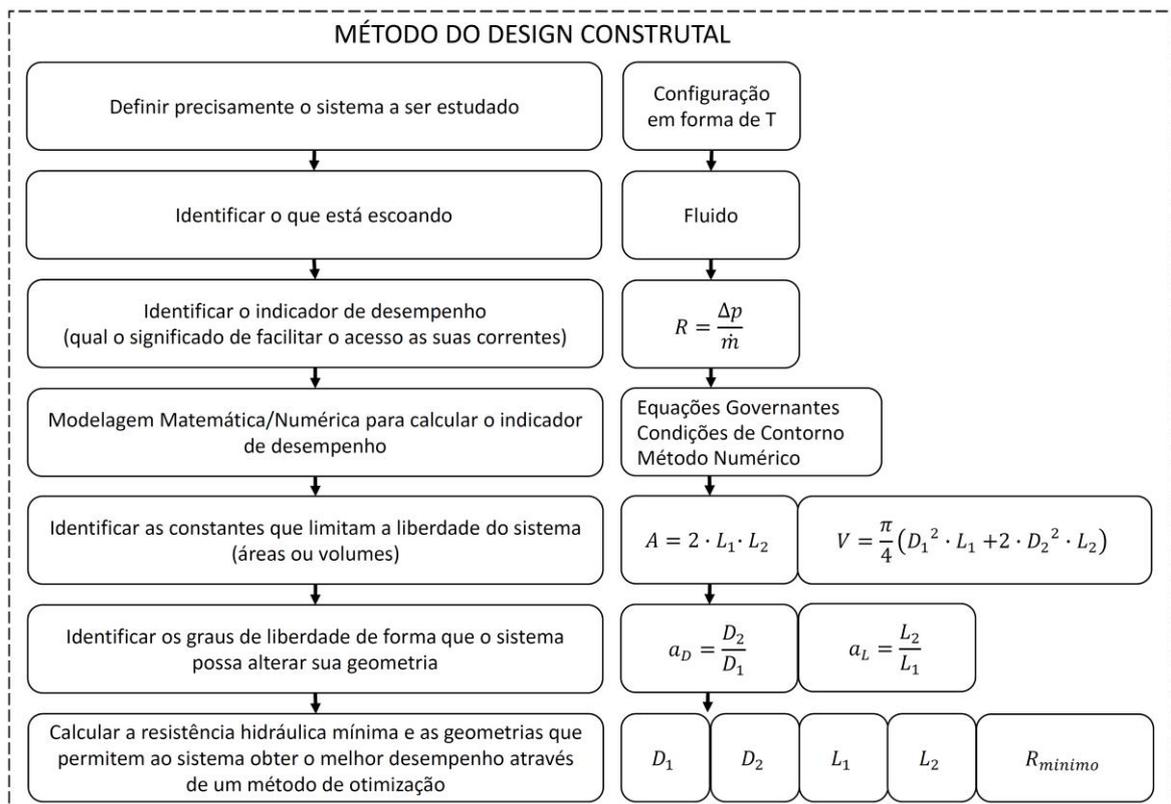


Figura 3.2 – Esquema da aplicação do Método Design Construtal.

O método de otimização da busca exaustiva é uma técnica de solução de problemas trivial, porém muito geral que consiste em enumerar todos os possíveis candidatos da solução e checar cada candidato para saber se ele satisfaz a função objetivo do problema. O método da busca exaustiva é tipicamente utilizado quando a simplicidade de implementação é mais importante que a velocidade da solução. Este método também é útil como método de base para comparação de soluções com métodos de otimização mais complexos. Como desvantagem a

quantidade de soluções cresce exponencialmente à medida que os parâmetros de entrada aumentam. Desta maneira, busca exaustiva é tipicamente usada quando o tamanho do problema é limitado, ou quando há estratégias específicas para a redução da coleção de possíveis soluções a um tamanho prático. O esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva, aplicado aos objetivos deste trabalho, é apresentado através da Figura 3.3.

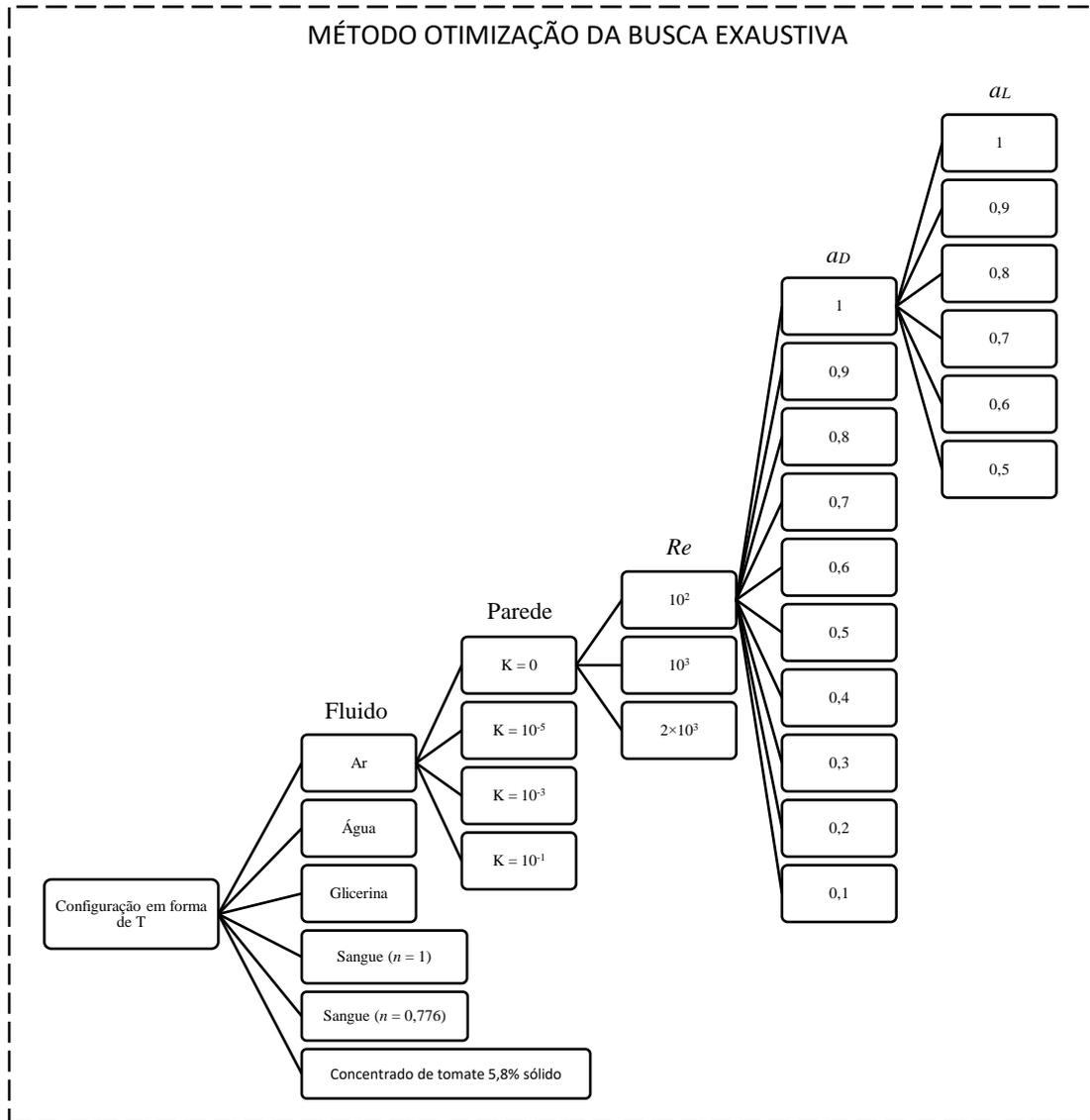


Figura 3.3 – Esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva.

De acordo com Vargas et al., 2017, na formulação do problema de otimização além do desenvolvimento do modelo matemático que represente o sistema e a definição matemática da função objetivo, as restrições físicas dimensionais e temporal devem ser respeitadas

de forma que o sistema represente o problema a ser estudado. Desta forma os parâmetros utilizados para a solução do problema de otimização são apresentados na Tab. 3.1.

Tabela 3.1 – Parâmetros de Otimização

Parâmetros	Grupo	Símbolo	
Parâmetros de entrada	Dimensões	$D_1$	
		$D_2$	
		$L_1$	
		$L_2$	
Parâmetros de processo	Propriedades do fluido	$\rho$	
		$\mu$	
		$k$	
		$n$	
		Propriedades da parede	$K$
Parâmetros de projeto	Constantes globais	Característica do escoamento	$Re$
		$\dot{m}$	
		$A$	
		$V$	
		Graus de liberdade	$a_D$
Parâmetros de saída	Diferença de Pressão	$a_L$	
		Diferença de Pressão	$\Delta p$
		Resistências	$R$

### 3.2 Modelagem matemática do mínimo trabalho de Murray (1926)

Aproximando o escoamento de sangue no sistema arterial, pela equação de Poiseuille para o escoamento laminar em tubos cilíndricos.

$$\Delta p = \frac{8\dot{V}L\mu}{\pi r^4} \quad (3.10)$$

onde  $\Delta p$  é a diferença de pressão,  $\dot{V}$  a vazão volumétrica,  $r$  o raio do tubo,  $L$  o comprimento do tubo e  $\mu$  a viscosidade dinâmica.

A energia dissipada pelo atrito, desprezando os efeitos de turbulência e a aceleração intermitente que atendem ao fluxo pulsante imposto pelo coração, sendo determinada através da Equação (3.11):

$$E_f = \frac{8\dot{V}^2 L \mu}{\pi r^4} \quad (3.11)$$

onde  $E_f$  é energia dissipada pelo atrito.

Para obter as relações entre quantidade de energia dissipada pelo atrito e o volume de sangue deslocado pelo coração, a Equação (3.11) é multiplicada por um fator dimensional de forma que a mesma retorne o custo energético de bombeamento por unidade de volume deslocado.

$$E = \frac{8\dot{V}^2 L \mu}{\pi r^4} + b L \pi r^2 \quad (3.12)$$

onde  $E$  é a energia total de bombeamento,  $b$  um fator dimensional que retorna o custo energético por unidade de volume. Diferenciando e igualando a zero a Equação (3.12), obtemos a condição de mínima energia é determinada através das Equações (3.13) e (3.14):

$$\frac{dE}{dr} = \frac{4\dot{V}^2 L \mu}{\pi r^5} + 2b L \pi r \quad (3.13)$$

$$b = \frac{16\dot{V}^2 \mu}{\pi^2 r^6} \quad (3.14)$$

Na condição de mínima energia de bombeamento a Equação (3.11) pode ser reescrita na Equação (3.15) sendo válida para todas as artérias do sistema circulatório como:

$$E_f = 0,5 b l \pi r^2 \quad (3.15)$$

Inúmeras relações estão contidas na Equação (3.14), a principal é relação da vazão volumétrica para obter a condição de mínima energia reescrita na Equação (3.16).

$$\dot{V} = r^3 \sqrt{\frac{\pi^2 b}{16\mu}} \quad (3.16)$$

Através da Equação (3.16) observa-se um dos requisitos fundamentais para a máxima eficiência do escoamento no sistema circulatório, a vazão volumétrica deve ser proporcional ao cubo do raio em um duto otimizado.

### 3.3 Equações Fundamentais

Segundo Fox et al., 2010, a mecânica dos fluidos é o estudo do comportamento físico dos fluidos em repouso e em movimento. Os conhecimentos dos conceitos da mecânica dos fluidos são essenciais para a análise de qualquer sistema no qual o fluido é o meio operante.

A solução de problemas de mecânica dos fluidos inicia com a combinação dos princípios de conservação [Kays et al., 1980]. Do ponto de vista teórico, as equações diferenciais que descrevem os escoamentos laminares, incompressíveis, permanentes são obtidas através dos princípios de conservação da massa e quantidade de movimento [Bejan, 2013].

#### 3.3.1 Equação de Conservação da Massa

Segundo Bejan, 2013, o princípio de conservação de massa para um volume de controle pode ser expresso como: a transferência total de massa para dentro ou para fora de um volume de controle, durante um intervalo de tempo ( $\Delta t$ ), é igual à variação total da massa total dentro do volume de controle durante o instante  $\Delta t$ .

Assim, o princípio de conservação de massa aplicado a um volume de controle, considerando o escoamento incompressível, ou seja, a sua massa específica do fluido é independente tanto do espaço como do tempo, equação de conservação de massa pode ser reduzida à seguinte expressão:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.17)$$

onde  $u$ ,  $v$  e  $w$  são as componentes da velocidade nas respectivas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

### 3.3.2 Equação da Quantidade de Movimento

Este princípio de conservação diz que a taxa líquida de quantidade de movimento que atravessa o sistema, somada a todas as forças de superfície que atuam no sistema e todas as forças de corpo que agem neste sistema, é igual a taxa de variação de quantidade de movimento no sistema [Schlichting, 1979].

Pode-se relacionar as forças que atuam no sistema com a quantidade de movimento através da segunda lei de Newton do movimento, expressa pela Equação (3.18):

$$d\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} \quad (3.18)$$

onde  $\mathbf{F}$  é o vetor das forças que atuam em cada direção sobre o volume de controle e  $\mathbf{P}$  a quantidade de movimento do sistema, sendo expresso pela Equação (3.19):

$$\mathbf{P} = \int_{massa} \mathbf{v} dm \quad (3.19)$$

onde,  $\mathbf{v}$  é o vetor velocidade, composto pelas componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Combinando as Equações (3.18) e (3.19).

$$d\mathbf{F} = dm \frac{D\mathbf{v}}{Dt} \quad (3.20)$$

Aplicando o teorema de Cauchy para determinar a resultante das forças, onde a força de tensão,  $d\mathbf{t}$ , agindo através de um elemento de superfície  $\mathbf{n} d\Gamma$  é dado por  $d\mathbf{t} = \mathbf{T} \mathbf{n} d\Gamma$ . Fazendo-se uso do teorema de divergência de Gauss pode-se escrever:

$$\int_{\Omega} \text{div}(\mathbf{T})d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{T} \mathbf{n} d\Gamma \quad (3.21)$$

onde,  $\mathbf{T}$  é o tensor tensão total.

Combinando as Equações (3.20) e (3.21). Obtém-se a equação de conservação da quantidade de movimento, expressa pela Equação (3.22):

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \text{div}(\mathbf{T}) + \mathbf{F} \quad (3.22)$$

onde,  $\rho$  é a massa específica,  $\mathbf{v}$  o vetor velocidade,  $\mathbf{T}$  o tensor tensão total e  $\mathbf{F}$  as forças de campo.

Para escoamentos incompressíveis (com massa específica constante), o tensor tensão total é definido como:

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{1} + \boldsymbol{\tau} \quad (3.23)$$

onde,  $p$  é a pressão,  $\mathbf{1}$  é o tensor identidade e  $\boldsymbol{\tau}$  é o tensor viscoso ou deviatório.

Com a definição apresentada na Equação (3.23), a conservação da quantidade de movimento, Equação (3.22), pode ser expressa pela Equação (3.24):

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \text{div}(\boldsymbol{\tau}) + \rho \mathbf{g} \quad (3.24)$$

onde,  $\rho$  é a massa específica,  $\mathbf{v}$  o vetor velocidade,  $t$  o tempo,  $p$  a pressão,  $\boldsymbol{\tau}$  é o tensor viscoso ou deviatório e  $\mathbf{g}$  a gravidade.

Nesta equação, o lado esquerdo da equação representa o termo advectivo de transporte, devido à aceleração da partícula, representando as forças de inércia. Já os termos da direita da equação, são oriundos das forças de contato e das forças de campo que atuam sobre a partícula.

### 3.3.2.1 Fluido Newtoniano

Um fluido newtoniano, é definido, como aquele que não apresenta qualquer tipo de memória, sendo puramente viscoso e tem viscosidade constante, exceto devido aos efeitos da temperatura e pressão. Suas propriedades não têm qualquer tipo de dependência do tempo ou do estado de deformação anterior.

Aplicando as hipóteses de Stokes, onde as componentes normais e cisalhantes no tensor deviatório são funções lineares da taxa de deformação, assumindo as condições de regime permanente, propriedades constantes e desconsiderando as forças de campo, a equação para o *momentum*, que descreve o escoamento de fluidos newtonianos do presente trabalho pode ser expressa pela Equação (3.25):

$$-\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} = 0 \quad (3.25)$$

### 3.3.2.2 Fluido Não Newtoniano

A definição de um fluido não newtoniano, não é fácil devido as diversas características que estes apresentam, a definição mais simples de um fluido não newtoniano é a negação da definição de fluido newtoniano, já que estes constituem um caso muito particular.

Os fluidos não newtonianos são estruturalmente complexos, incluem soluções poliméricas, polímeros fundidos, soluções de sabão, suspensões, emulsões, pastas e alguns fluidos biológicos e naturais. Geralmente são compostos por macromoléculas que impõem muitos graus internos de liberdade, sua estrutura microscópica influencia no seu comportamento macroscópico, na resposta à aplicação de tensões.

Qualitativamente existem diferenças no comportamento do escoamento de fluido não newtonianos. Para caracterizar os fluidos não newtonianos, é necessário medir não apenas a viscosidade, mas as tensões normais e as suas respostas viscoelásticas.

Reologia é a ciência que estuda todos os aspectos da deformação e escoamento de fluidos não newtonianos. Diversas observações feitas por reologistas mostraram que a lei de Newton da viscosidade não descreve com exatidão o comportamento de escoamentos de muitos fluidos naturais ou sintéticos. Desta forma, foi proposta uma alteração nesta lei permitindo a

viscosidade variar com a taxa de deformação. A partir de então foram propostos vários modelos constitutivos para representar o comportamento material destes fluidos que não obedecem a lei de Newton da viscosidade.

Visto que a lei de Newton para a viscosidade e as hipóteses de Stokes não são válidas para o escoamento de fluidos não newtonianos, se faz necessário definir uma função viscosidade para descrever com exatidão o comportamento do escoamentos, está expressa pela Equação (3.26):

$$\eta = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + k(\dot{\gamma})^{n-1} \quad (3.26)$$

onde,  $\eta$  é a função viscosidade, a  $\tau_0$  tensão limite de escoamento,  $n$  o índice de potência,  $k$  o índice de consistência,  $\dot{\gamma}$  a magnitude do tensor taxa de deformação, expresso pela Equação (3.27):

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} tr \mathbf{D}} \quad (3.27)$$

onde  $tr$  é o operador traço (soma dos elementos da diagonal principal da matriz) e  $\mathbf{D}$  é o tensor taxa de deformação definido pela Equação (3.28):

$$\mathbf{D} = \nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T \quad (3.28)$$

Quando a tensão limite de escoamento,  $\tau_0$ , é nula chega-se ao modelo de Ostwald-de-Waele ou modelo Power Law, expresso pela Equação (3.29):

$$\eta = k(\dot{\gamma})^{n-1} \quad (3.29)$$

Na Equação (3.29) equações,  $k$  e  $n$  são dois parâmetros empíricos de ajuste de curvas e são conhecidos como coeficiente de consistência do fluido e índice de potência. Para um fluido dilatante, o índice de potência pode assumir valores entre 0 e 1. Quanto menor o valor de  $n$ ,

maior o grau de dilatação. Para um fluido pseudoplástico, o índice  $n$  será maior que a unidade. Quando  $n = 1$ , a equação descreve o comportamento de fluidos newtonianos.

### 3.3.2.3 Modelo de Porosidade da Parede

Um meio poroso ou material poroso é um material complexo constituído de uma matriz sólida e espaços vazios frequentemente chamados de poros. Muitos materiais naturais e sintéticos possuem esta estrutura complexa e podem ser considerados um meio poroso, como os tecidos biológicos, solos e rochas, madeiras, fibras sintéticas e espumas, concreto e cerâmicas.

Um meio poroso é frequentemente caracterizado pela sua porosidade, entretanto outras propriedades podem expressar suas características como a permeabilidade, resistência à tração, condutividade elétrica e tortuosidade.

A permeabilidade representa a capacidade do material de escoar fluido através de si próprio e depende do material e das características de formação do poro, que permitem um espaço acessível ao escoamento de um fluido.

Para uma parede permeável, o escoamento é modelado pela adição de um termo fonte à equação para o *momentum* Equação (3.25). Assumindo que o termo fonte é devido somente aos efeitos viscosos, este pode ser expresso pela Equação (3.30):

$$\mathbf{S} = \left(\frac{\mu}{K}\right) \mathbf{v} \quad (3.30)$$

onde  $\mathbf{S}$  é o termo fonte,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica,  $K$  é a permeabilidade do material,  $\mathbf{v}$  o vetor velocidade.

Combinando as Equações (3.25) e (3.30). Obtém-se a equação de conservação da quantidade de movimento aplicado a um meio poroso, expresso pela Equação (3.31)

$$-\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \left(\frac{\mu}{K}\right) \mathbf{v} = 0 \quad (3.31)$$

Por uma questão de generalização dos resultados, é conveniente determinar uma relação para avaliar os efeitos da permeabilidade da parede da estrutura em forma de T. Esta relação será a permeabilidade relativa, sendo determinada através da Equação (3.32):

$$\tilde{K} = \frac{K}{LC^2} \quad (3.32)$$

onde,  $\tilde{K}$  é a permeabilidade adimensional,  $K$  a permeabilidade da parede e  $LC$  o comprimento característico, neste trabalho foi utilizado o diâmetro do tubo pai ( $D_I$ ) da estrutura em forma de T projetada conforme a lei de Hess-Murray, onde as relações geométricas  $a_D = a_L = 2^{-1/3}$ .

## 4 MÉTODO NUMÉRICO

Para obter a solução numérica de um problema, suas leis governantes devem ser expressas de forma algébrica [Patankar, 1980]. Os Métodos de Diferenças Finitas (FDM), Elementos Finitos (FEM) e Volumes Finitos (FVM) são os mais tradicionais para a solução numérica das equações diferenciais que governam o conjunto de problemas de mecânica dos fluidos computacional. Suas principais diferenças estão na maneira como as variáveis de interesse são aproximadas e o processo de discretização. Nesses métodos, após a discretização, é realizada a solução algébrica das equações do problema de interesse [Maliska, 2004].

O Método dos Volumes Finitos tem sido a metodologia mais empregada para a construção dos códigos CFD, disponíveis nos softwares comerciais, principalmente os que atendem as aplicações para a solução de problemas industriais [Maliska, 2004].

Pesquisas e estudos que utilizam a modelagem computacional como ferramenta para a obtenção de soluções e respostas, normalmente, se dividem em três etapas: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

No pré-processamento, tem-se a introdução do modelo matemático do problema físico no programa de CFD e a subsequente transformação destas informações em uma forma adequada para a solução do problema a ser estudado. Assim o pré-processamento é responsável pelos seguintes procedimentos: discretização do modelo geométrico (malha), seleção das equações de conservação, parametrização das propriedades fluidodinâmicas, especificação das condições iniciais e de contorno e determinação dos critérios de convergência.

No processamento, são resolvidas as equações que compõe o modelo do problema, através de um método numérico para a obtenção da solução das equações diferenciais que constituem o problema físico. Os métodos de solução, usualmente, seguem os seguintes passos: aproximação das variáveis de fluxo desconhecidas através de funções simplificadas, discretização das equações presentes no problema e solução das equações algébricas.

No pós-processamento, são coletados e analisados os resultados obtidos após a solução numérica. A análise dos dados pela plotagem de gráficos e topologias é frequentemente utilizada como forma de verificação da solução numérica, pela facilidade de observar o comportamento das variáveis de interesse no domínio computacional.

No presente trabalho os softwares GAMBIT e FLUENT, que constituem o pacote comercial para CFD da empresa ANSYS®, foram utilizados nas três etapas para a obtenção da solução do escoamento na estrutura em forma de T.

Para cada variação dos graus de liberdade é desenvolvida a malha, a solução numérica e o processamento dos resultados para determinar a resistência global ao escoamento das geometrias estudadas. O tempo de processamento de cada simulação é de aproximadamente 120 minutos, com a utilização de um computador com processador Intel® Core™ i7-6700HQ 3.5 GHz com 16.0 Gb de memória RAM, utilizando processamento paralelo.

#### 4.1 Procedimentos Numéricos

No problema em consideração, o fluido entra na estrutura simétrica em forma de T, com fluxo de massa prescrito e se desenvolve ao longo do tubo com diâmetro  $D_1$  e comprimento  $L_1$ . Divide-se em dois escoamentos na bifurcação e flui através dos tubos com diâmetro  $D_2$  e comprimento  $L_2$  até sair do domínio. A Figura 4.1 representa o domínio físico computacional e as condições de contorno aplicadas ao problema.

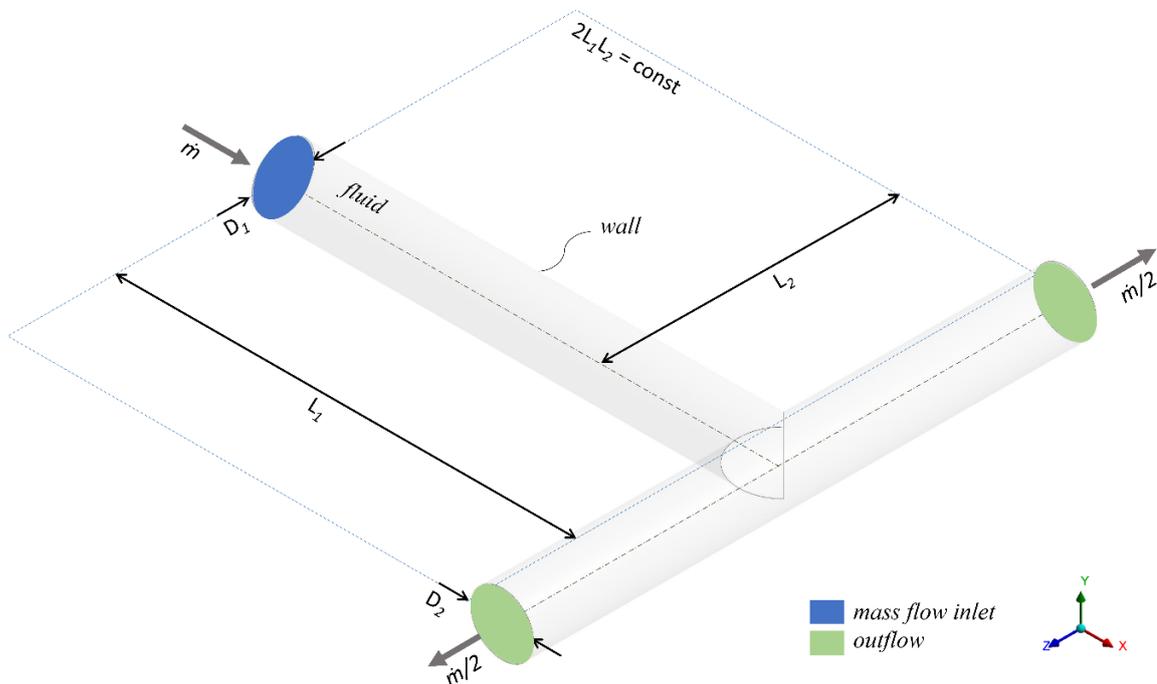


Figura 4.1 – Representação do domínio físico computacional e condições de contorno do problema

A condição de contorno de entrada é parametrizada como *mass flow inlet*, onde é possível especificar a vazão mássica, permitindo que a pressão total varie em resposta à solução. A condição de contorno de saída é parametrizada como *outflow*. Esta é utilizada para modelar as saídas de fluxo onde os detalhes da velocidade e pressão do fluxo não são conhecidos antes da solução do problema.

A condição de contorno das superfícies dos tubos selecionada foi *wall* com a condição de não deslizamento e condições de permeabilidade ajustadas conforme cada problema.

No estudo do escoamento com parede permeável, é habilitado o modelo *porous zone* com a opção de coordenadas cônicas com *cone half angle* igual a zero, significando que o escoamento na zona porosa ocorre na direção normal a parede, e formulação baseada na resistência viscosa como sendo o inverso da permeabilidade da parede.

Para o estudo do escoamento com fluidos não newtonianos, a viscosidade do fluido é ajustada com o modelo *non-newtonian-power-law* e parametrizado com o índice de potência ( $n$ ) e índice de consistência do fluido ( $k$ ).

A solução das equações para a conservação da massa e da quantidade de movimento, será através da solução acoplada, juntamente com a formulação *Pressure-Based* a qual é aplicada para escoamentos de fluidos incompressíveis de baixa velocidade e o modelo de viscosidade laminar.

O acoplamento pressão-velocidade utiliza o método *SIMPLE* (Semi IMPLICIT Linked Equations). O algoritmo *SIMPLE* usa uma relação de correção entre a velocidade e a pressão e garante que a conservação de massa é satisfeita.

Na discretização espacial das equações, o método *Green Gauss Node Based* é utilizado para a discretização dos gradientes, *Second Order* para a discretização da pressão e *Second Order Upwind* para a discretização da quantidade de movimento.

Os fatores de sub-relaxamento devem ser ajustados para a convergência da solução. Neste trabalho, os mesmos foram parametrizados em 0,75 para a pressão, 1 para a densidade, 1 para as forças de campo e 0,75 para a quantidade de movimento.

As soluções numéricas foram consideradas convergidas quando os resíduos para a equação da conservação de massa e quantidade de movimento nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  foram menores que  $10^{-6}$  para ambas equações. Para redução do tempo de processamento das simulações foi empregada a técnica de processamento paralelo MPI (do inglês: *Message Passing Interface*) disponibilizada pelo software FLUENT® [FLUENT, 2009].

## 4.2 Geração e Análise de Qualidade de Malha

Uma malha gerada de forma correta, respeitando-se as concentrações de volumes no local requerido pelo problema físico, evitando-se elementos distorcidos e com variação suave de espaçamento entre os elementos, não é uma tarefa fácil de realizar. É necessário, portanto, conhecer os métodos de geração de malhas para escolher o que melhor se ajusta ao problema estudado [Maliska, 2004].

Neste estudo, a malha utilizada é tridimensional ou 3D composta por aproximadamente 1.950.000 elementos. A Figura 4.2 apresenta a malha adotada para a realização do conjunto de simulações. Além disso, vale destacar que a proporção de volumes finitos na malha foi mantida para as diferentes configurações geométricas estudadas, de modo que a geração da malha foi controlada pelo espaçamento entre os volumes nas diferentes regiões do domínio computacional.

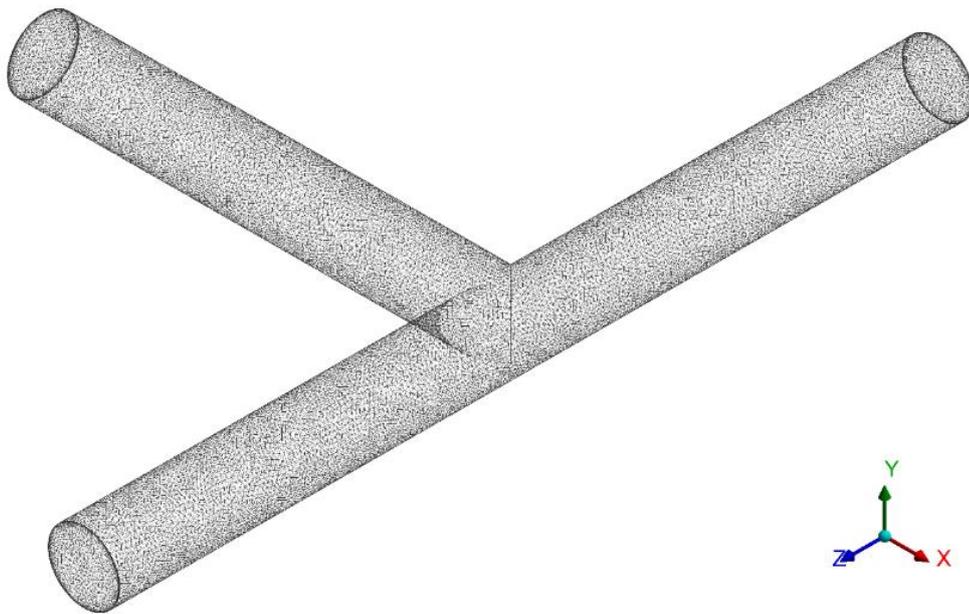


Figura 4.2 – Malha adotada para o conjunto de simulações

Através das Figuras 4.3 e 4.4 pode-se visualizar características de construção da malha. Na região próxima a parede do tubo há uma camada prismática com 20 camadas formadas por elementos hexaédricos, e na região central do tubo, as camadas possuem elementos tetraédricos.

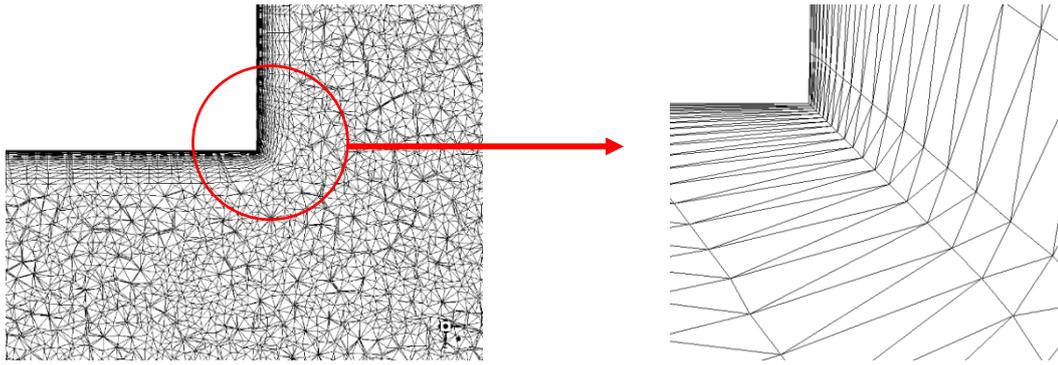


Figura 4.3 – Detalhe da camada hexaédrica na parede da bifurcação no plano central

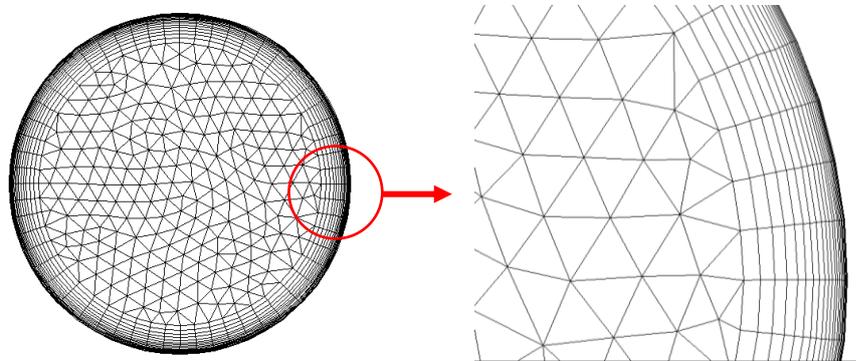


Figura 4.4 – Detalhe da camada hexaédrica na seção de entrada

As geometrias e malha do domínio computacional foram desenvolvidas no pacote GAMBIT®. A malha adotada foi determinada por meio de refinamentos sucessivos, conforme editorial proposto por Coleman, 1994, dessa forma, realizou-se o teste de qualidade de malha, com o objetivo de determinar o número de volumes finitos necessários para que a malha não gere influências sobre os resultados do estudo. A malha é considerada independente quando o desvio relativo da resistência total do escoamento entre malhas com diferentes números de volumes for menor que 1%.

Para o teste de qualidade de malha, foi utilizada uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis (coeficiente de permeabilidade  $K = 0 \text{ m}^2$ ), com relações geométricas  $a_D = 1$  e  $a_L = 1$  e escoamento governado pelo número de Reynolds igual a  $10^3$ , com fluido newtoniano com propriedades:  $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$  e  $\mu = 8,91 \times 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ .

O desvio relativo percentual entre os resultados é obtido através da Equação (4.1), em que os índices ( $j$ ) e ( $j+1$ ) representam respectivamente os resultados de  $R$  para a malha de menor

número de volumes e a malha a ser avaliada. A Tab. 4.1 mostra os resultados do teste de qualidade de malha.

$$Desvio\_R(\%) = 100 \cdot \frac{|R_{(j)} - R_{(j+1)}|}{R_{(j)}} < 1\% \quad (4.1)$$

Tabela 4.1 – Teste de Qualidade de Malha para  $a_D = 1$  e  $a_L = 1$ ,  $Re = 10^3$

Número de Volumes	$R$ (Pa·s/kg)	$t$ (min)	Desvio $R(\%)$
254.093	0,0031628	28	4,26%
958.144	0,0033034	46	3,39%
1.298.548	0,0034194	83	0,45%
<b>1.952.135</b>	<b>0,0034347</b>	<b>138</b>	<b>0,32%</b>
2.605.722	0,0034456	246	-----

Após a realização do teste de qualidade de malha, selecionou-se que a malha que possui 1.952.135 volumes, com tempo de processamento de 138 minutos e apresentando um desvio de 0,32% em relação à malha com maior número de volumes, pois a malha atende ao critério proposto para a exatidão de malha.

### 4.3 Verificação do Modelo Matemático e Numérico

Devido a divergência entre os fatores de escala adotados neste trabalho e o estudo numérico proposto por Wechsato et al., 2006, justifica-se a não utilização desta referência, para a verificação do modelo matemático e numérico, visto que neste estudo os valores do fator de escala variam entre 2,108 e 2,236 enquanto o proposto por Wechsato et al., 2006 é igual a 3,16.

O fator de escala é definido pela razão entre as escalas de comprimento externa e interna, as perdas na junção têm um efeito considerável sobre a geometria otimizada quando o valor do fator de escala é menor que a raiz quadrada de 10 ( $\sim 3,2$ ).

A verificação do modelo matemático e numérico, foi realizado por comparação dos resultados numéricos com os resultados analíticos [Bejan et al., 2000, Revellin et al., 2009, e Miguel, 2016], apresentados na Tab. 4.2. Somente foi possível realizar a verificação do modelo

matemático e numérico após um conjunto de simulações determinando a estrutura em forma de T ótima.

Tabela 4.2 – Resultados do modelo numérico para a verificação através dos resultados analíticos de Bejan et al., 2000, Revellin et al., 2009, e Miguel, 2016

Índice da lei da potência ( $n$ )		Numérico		Analítico		Referência
		$a_D$	$a_L$	$a_D$	$a_L$	
0,776	Sangue	0,77	0,83	0,77	0,84	Revellin et al., 2009 Miguel, 2016
1,000	Ar	0,79	0,79	0,79	0,79	
1,000	Água	0,79	0,79	0,79	0,79	
1,000	Glicerina	0,79	0,79	0,79	0,79	Bejan et al., 2000
1,000	Sangue	0,79	0,79	0,79	0,79	

Dessa forma, verificou-se a concordância entre os resultados obtidos numericamente com os resultados analíticos [Bejan et al., 2000, Revellin et al., 2009, e Miguel, 2016], permitindo o prosseguimento do trabalho. Além disso, a malha apresentou-se adequada do ponto de vista qualitativo.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os campos de velocidades e pressão foram simulados com o objetivo de determinar a geometria em forma de T (ótima), que apresenta a menor resistência ao escoamento, ou seja, ela conduz a maximização do escoamento e minimização das irreversibilidades. Na estrutura em forma de T, a razão entre o diâmetro do duto pai e filhos  $a_D$  foi estudada de acordo com o intervalo  $0,1 \leq a_D \leq 1$  e a razão entre o comprimento do duto pai e filhos  $a_L$  foi estudada de acordo com o intervalo  $0,5 \leq a_L \leq 1$ . Para todas as configurações geométricas foram simulados diferentes valores de vazão mássica, o qual é governado pelo número de Reynolds.

### 5.1 Escoamento de Fluido Newtoniano com Parede Impermeável

Através da Figura 5.1 pode-se visualizar como a razão global de resistências ( $R^*$ ) se comporta em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ) para o escoamento de fluidos newtonianos e variação do número de Reynolds, para a estrutura em forma de T, com paredes impermeáveis. Esse comportamento é mostrado para uma única razão de comprimentos ( $a_L = 1$ ).

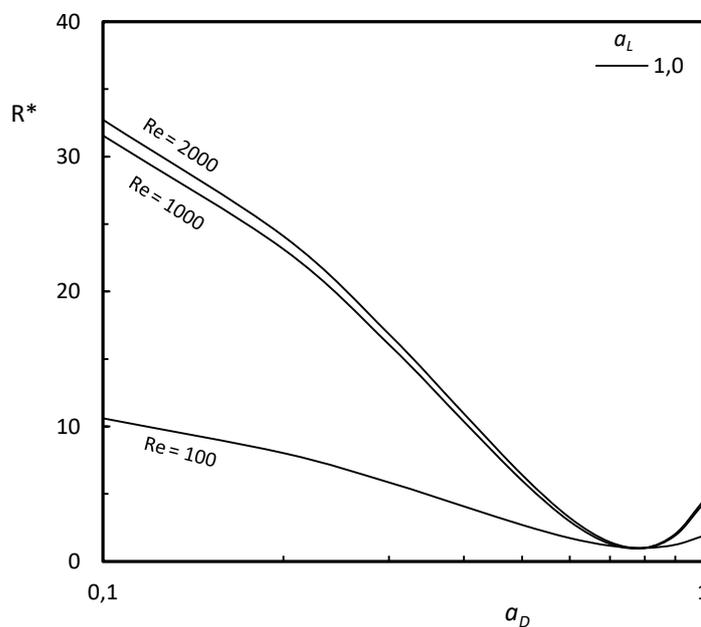


Figura 5.1 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L = 1$ ), número de Reynolds ( $Re$ ) de  $10^2$ ,  $10^3$  e  $2 \times 10^3$ , em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano.

É possível observar que as curvas apresentadas na Figura 5.1, apresentam uma convergência no ponto de mínimo onde  $a_D = 2^{-1/3}$ , que corresponde a razão de diâmetros ótima conforme a lei de Hess-Murray, isto para os diferentes valores de número de Reynolds.

A independência do número de Reynolds e o comportamento semelhante do escoamento, na estrutura em forma de T, com razão de diâmetros ótima  $a_D = 2^{-1/3}$ , pode ser explicada pela similaridade dos campos de velocidade, pressão total e tensões nas paredes apresentados nas Figuras 5.2 a 5.4.

Avaliando, qualitativamente, no escoamento na estrutura em forma de T governado pelo número de Reynolds,  $Re = 10^2$ , os campos de velocidade, pressão total e tensões nas paredes são semelhantes e independem das propriedades do fluido, observando-se no campo de velocidades uma pequena zona de descolamento da camada limite que ocorre no início dos tubos filhos, originadas pela mudança da direção do escoamento na junção.

Nos escoamentos governados pelo número de Reynolds,  $Re = 10^3$  e  $2 \times 10^3$  também se verifica a semelhança dos campos de velocidade, pressão total e tensões nas paredes, independentes das propriedades do fluido. Entretanto, é possível observar uma maior área de estagnação do fluido na junção e recirculação de fluido no início dos tubos filhos, originados pela mudança da direção do escoamento na junção. Esta característica no escoamento fica mais evidente para o maior número de Reynolds.

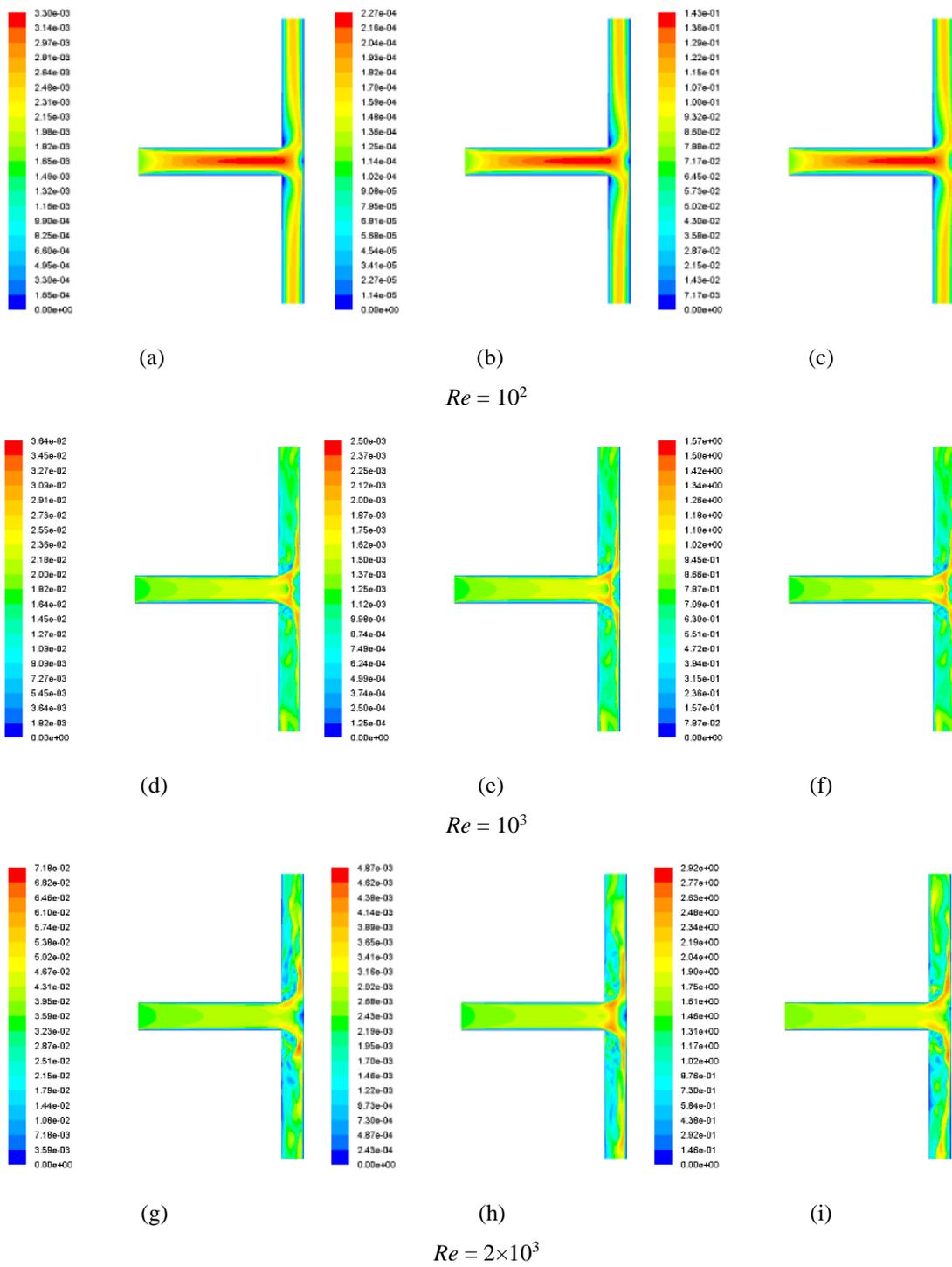


Figura 5.2 – Campo de velocidades no plano central em uma estrutura em forma de T com razão de diâmetros ótima ( $a_D = 0,79$ ), razão de comprimentos ( $a_L = 1$ ), com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano: (a) ar, (b) água, (c) glicerina, (d) ar, (e) água, (f) glicerina, (g) ar, (h) água e (i) glicerina.

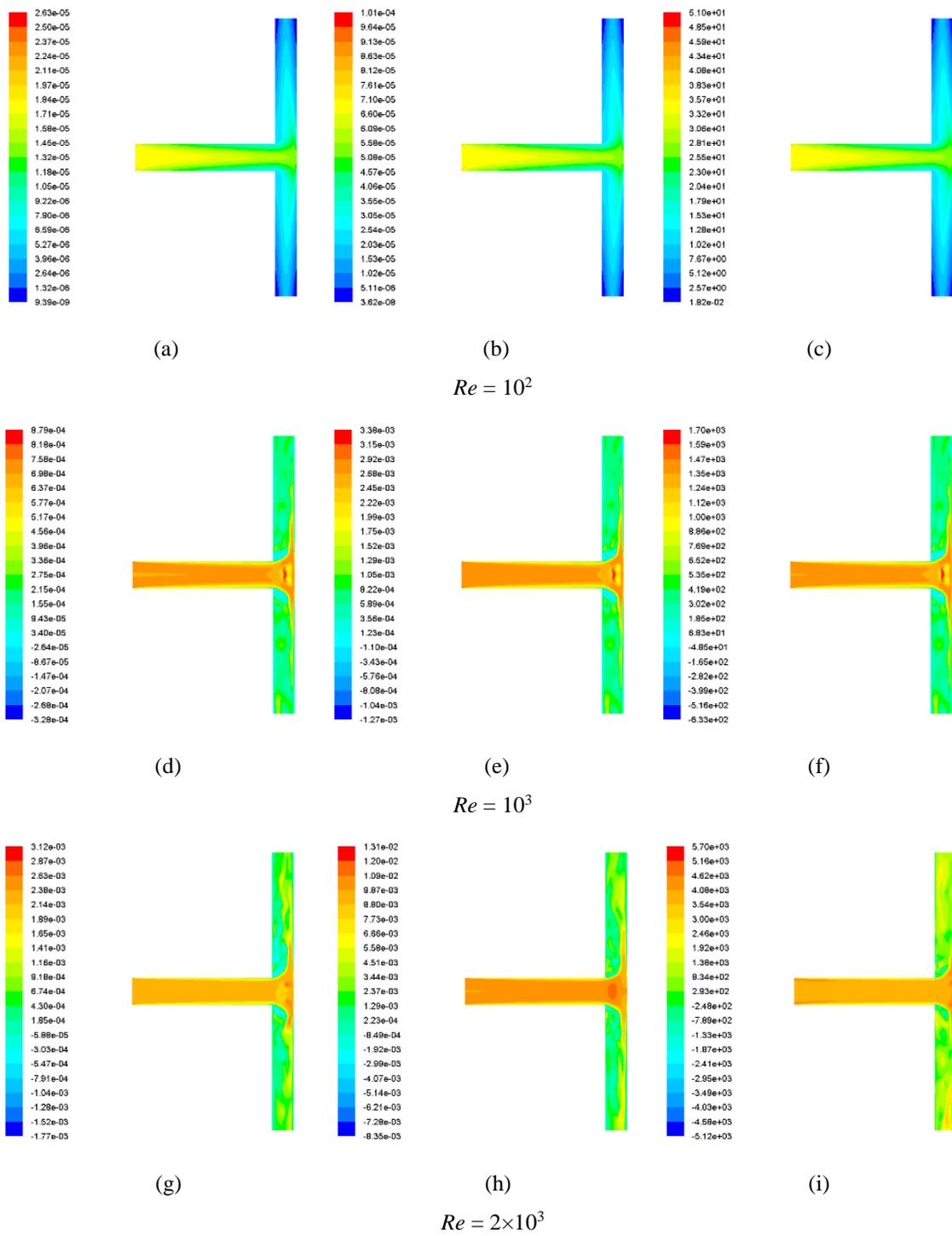


Figura 5.3 – Campo de pressão total no plano central, em uma estrutura em forma de T, com razão de diâmetros ótima ( $a_D = 0,79$ ), razão de comprimentos ( $a_L = 1$ ), com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano: (a) ar, (b) água, (c) glicerina, (d) ar, (e) água, (f) glicerina, (g) ar, (h) água e (i) glicerina.

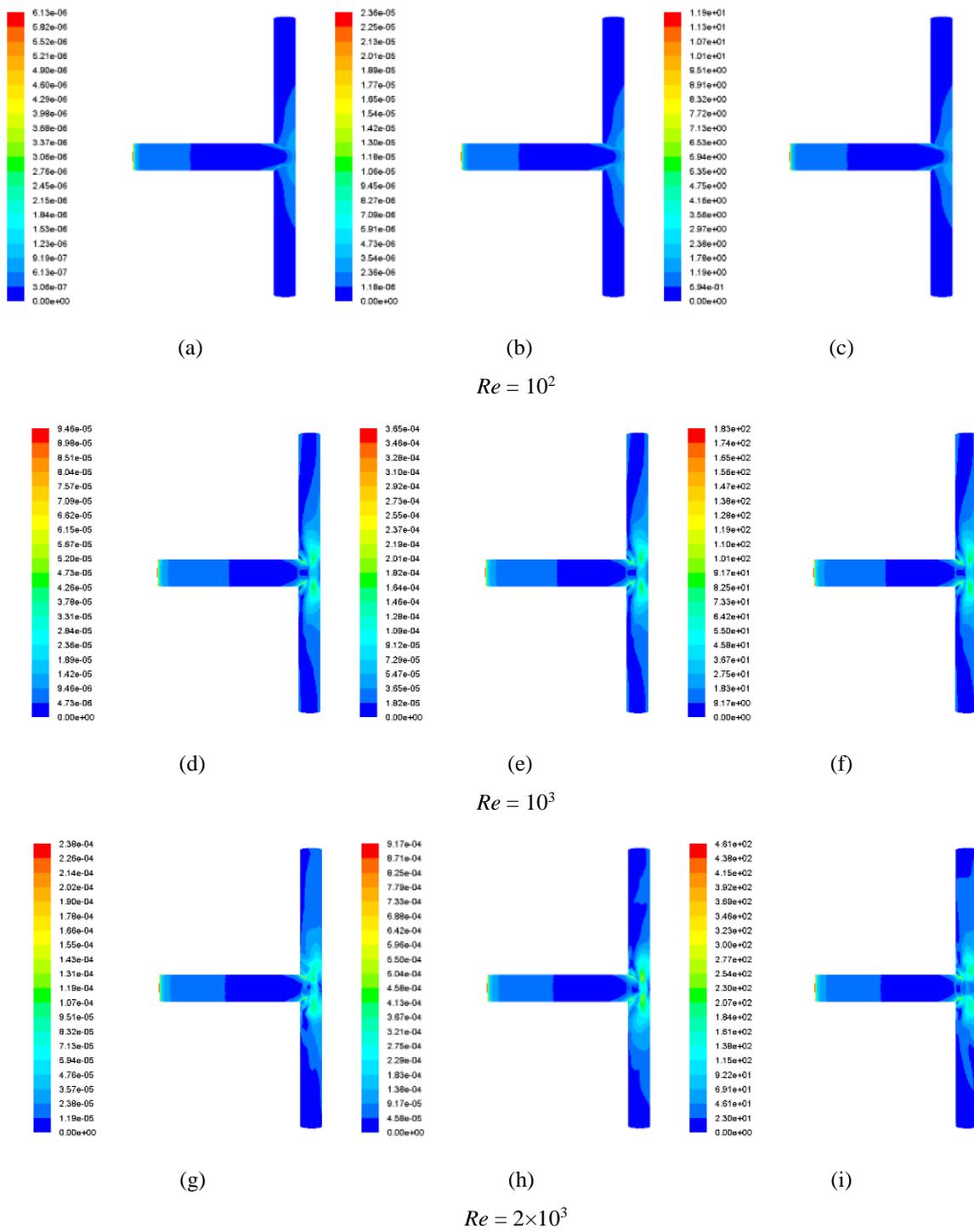


Figura 5.4 – Campo de tensões na parede no plano superior em uma estrutura, em forma de T, com razão de diâmetros ótima ( $a_D = 0,79$ ), razão de comprimentos ( $a_L = 1$ ), com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano: (a) ar, (b) água, (c) glicerina, (d) ar, (e) água, (f) glicerina, (g) ar, (h) água e (i) glicerina.

Através das Figuras 5.5 e 5.6 pode-se visualizar como a razão global de resistências ( $R^*$ ) se comporta em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ) e da razão de comprimentos ( $a_L$ ), para o escoamento de fluidos newtonianos em uma estrutura em forma de T e com paredes impermeáveis. Esse comportamento é mostrado para o escoamento governado pelo número de Reynolds  $Re = 10^2$  e  $10^3$ .

É possível observar que as curvas das Figuras 5.5 e 5.6, apresentam um comportamento semelhante, há uma convergência das curvas, para as diferentes curvas plotadas com as razões de comprimentos ( $a_L$ ), até um ponto de mínimo onde a razão de diâmetros  $a_D = 2^{-1/3}$ . Este valor de mínimo ocorre, para todas as curvas plotadas com as razões de comprimentos ( $a_L$ ).

Os resultados correspondentes aos pontos ótimos obtidos nas Figuras 5.5 e 5.6 são apresentados nas Figuras 5.7 e 5.8. O eixo vertical a esquerda mostra os valores razão global de resistências ( $R^*$ ) e o eixo vertical à direita mostra os valores da razão de diâmetros ( $a_D$ ) ambos em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ). Duas tendências são apresentadas através das curvas da razão de diâmetros otimizados ( $a_{DO}$ ) e a razão global de resistência mínima ( $R_m^*$ ).

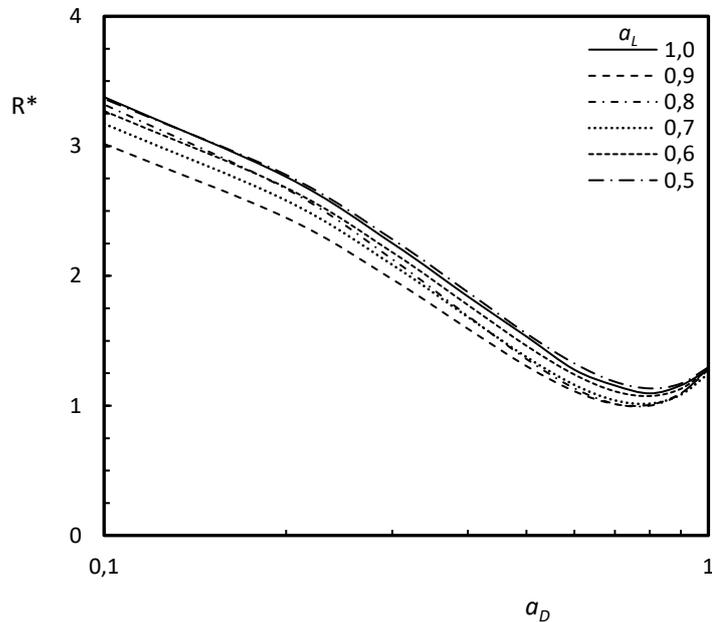


Figura 5.5 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^2$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano.

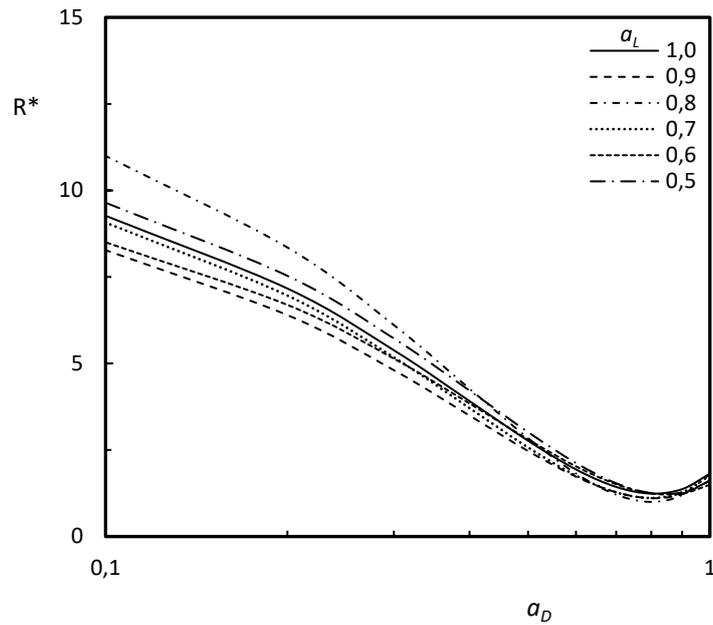


Figura 5.6 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano.

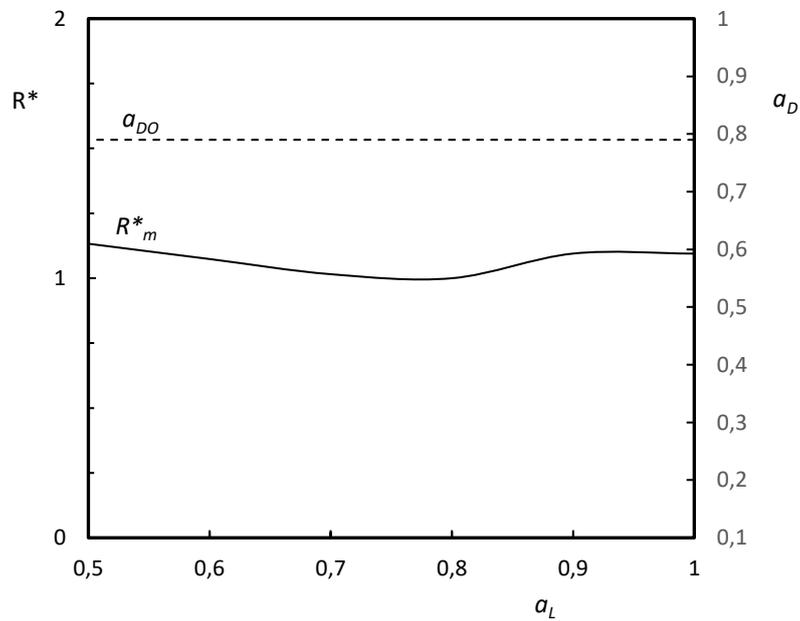


Figura 5.7 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) e razão de diâmetros ( $a_D$ ) em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^2$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano.

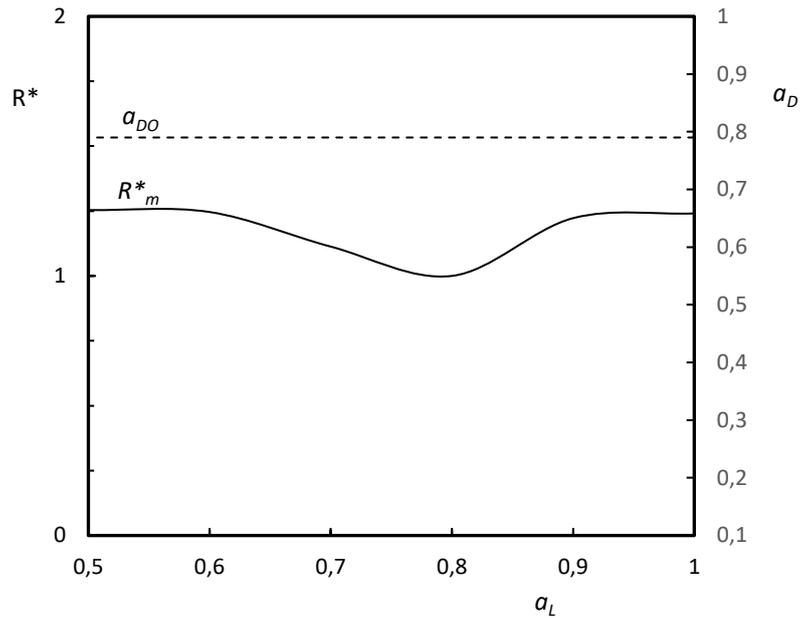


Figura 5.8 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) e razão de diâmetros ( $a_D$ ) em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano.

A independência do número de Reynolds e o comportamento semelhante do escoamento, na estrutura em forma de T, com razão de diâmetros ótima  $a_D = 2^{-1/3}$  e razão de comprimentos ótima  $a_L = 2^{-1/3}$ , pode ser explicada pela similaridade dos campos de velocidade, pressão total e tensões nas paredes apresentados nas Figuras 5.9 a 5.11, respectivamente.

Avaliando, qualitativamente, o escoamento na estrutura em forma de T ótima, governado pelo número de Reynolds,  $Re = 10^2$  e  $10^3$  os campos de velocidade, pressão total e tensões nas paredes são semelhantes. Observando o campo de velocidades na Figura 5.9, nota-se uma pequena zona de descolamento da camada limite ocorre no início dos tubos filhos, originadas pela mudança da direção do escoamento na junção, sendo mais intensa no escoamento com  $Re = 10^3$ . Desta forma pode-se observar que este fenômeno depende do número de Reynolds e da razão de diâmetros ( $a_D$ ) e independe da razão de comprimentos ( $a_L$ ), quando comparados os campos de velocidades na Figura 5.2 que possui razões geométricas  $a_D = 2^{-1/3}$  e  $a_L = 1$ , com os campos de velocidades da Figura 5.9 que possuem razões geométricas  $a_D = 2^{-1/3}$  e  $a_L = 2^{-1/3}$ .

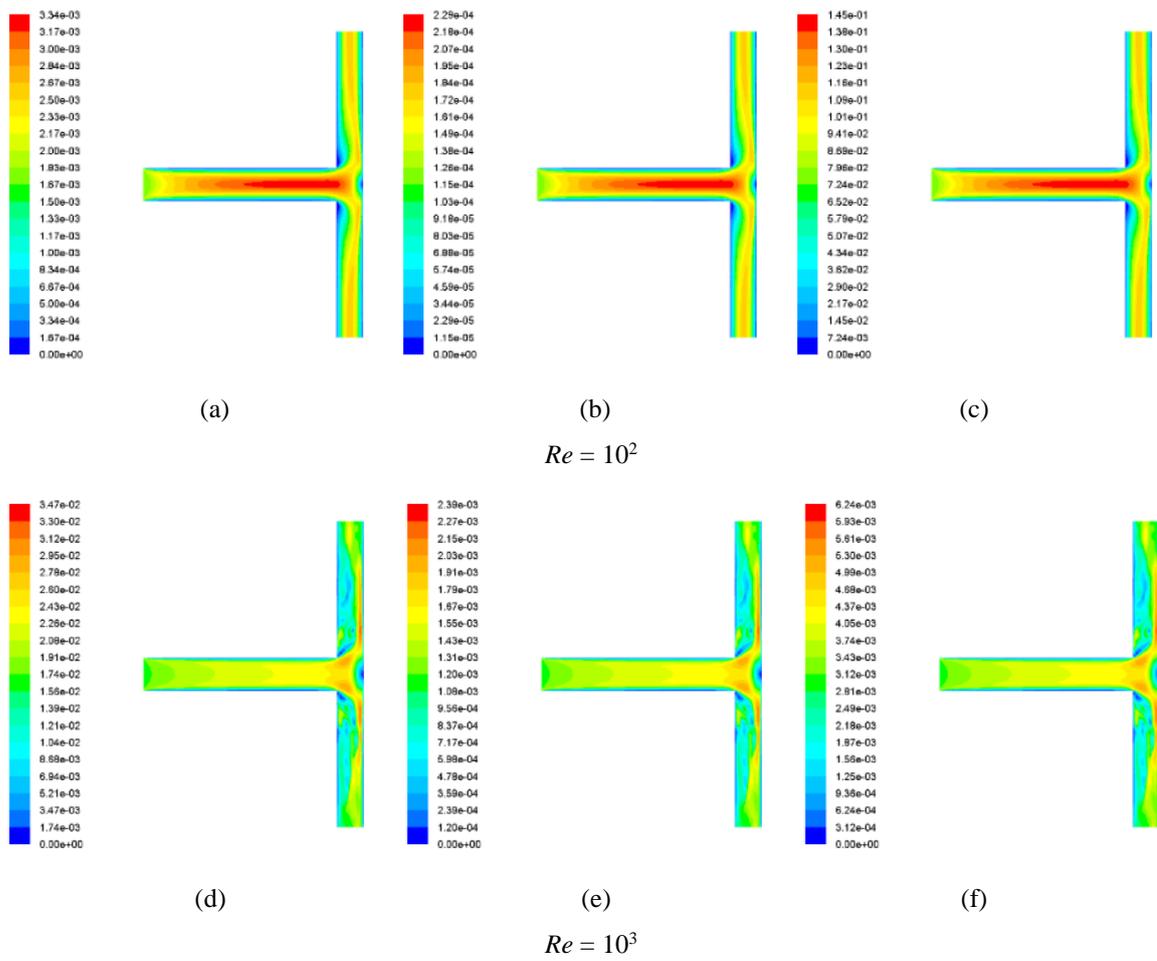


Figura 5.9 – Campo de velocidades no plano central em uma estrutura em forma de T ótima ( $a_D = 0,79$  e  $a_L = 0,79$ ), com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano: (a) ar, (b) água e (c) glicerina, (d) ar, (e) água e (f) sangue.

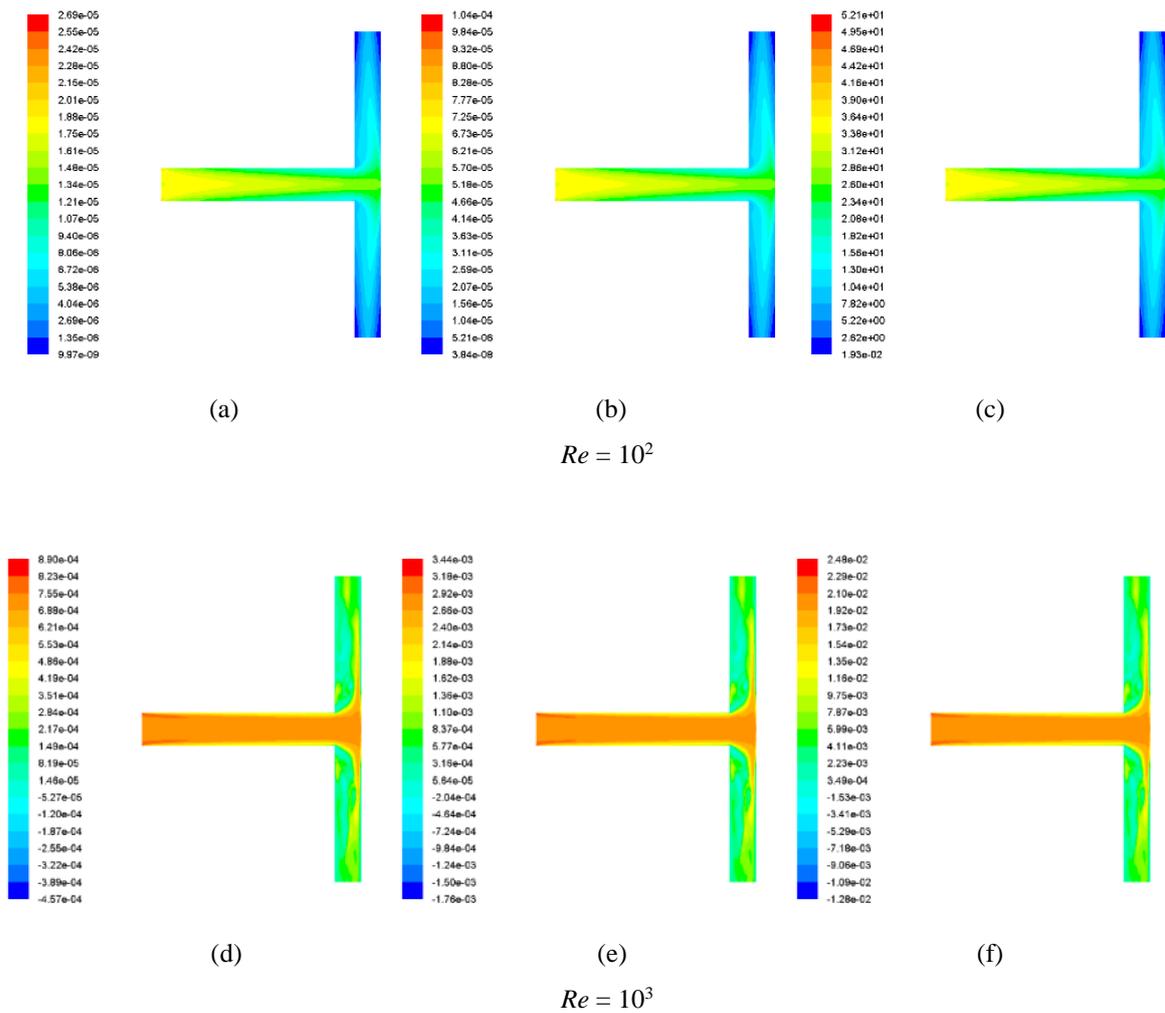


Figura 5.10 – Campo de pressão total no plano central em uma estrutura em forma de T ótima ( $a_D = 0,79$  e  $a_L = 0,79$ ), com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano: (a) ar, (b) água e (c) glicerina, (d) ar, (e) água e (f) sangue.

Observando o campo de tensões na parede nas Figura 5.11, podemos afirmar que as irreversibilidades devido a junção, não podem ser negligenciadas. A distribuição de tensões na junção possui dependência com o número de Reynolds e da razão de diâmetros ( $a_D$ ) e independe da razão de comprimentos ( $a_L$ ) e das propriedades do fluido. A distribuição de tensões na parede próximo a junção é mais intensa para o escoamento com  $Re = 10^3$  e menos intensa para  $Re = 10^2$ .

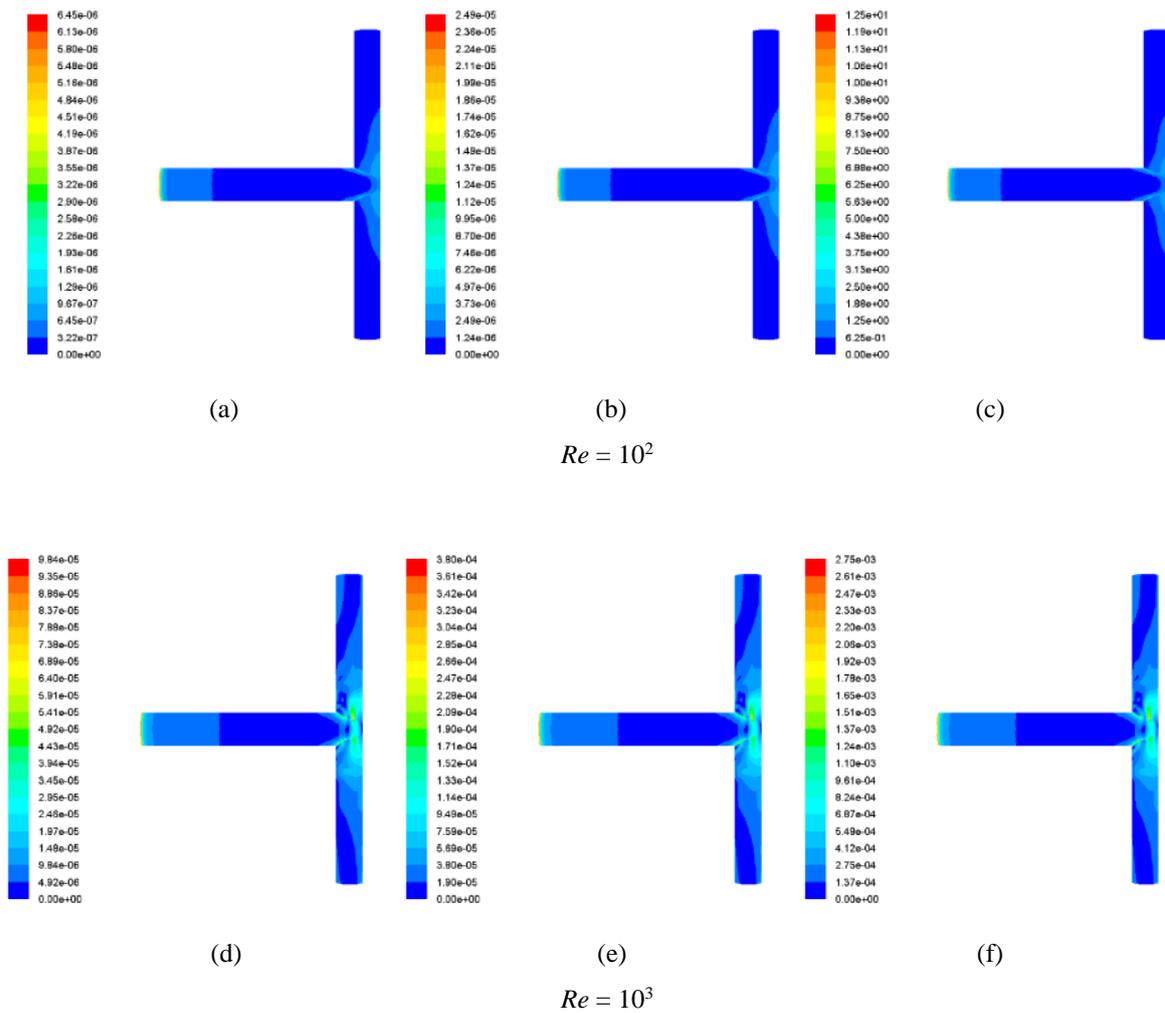


Figura 5.11 – Campo de tensões na parede no plano superior em uma estrutura em forma de T ótima ( $a_D = 0,79$  e  $a_L = 0,79$ ), com paredes impermeáveis e escoamento de fluido newtoniano: (a) ar, (b) água e (c) glicerina, (d) ar, (e) água e (f) sangue.

## 5.2 Escoamento de Fluido Newtoniano com Parede Permeável

Através das Figuras 5.12 a 5.14 pode-se visualizar como a razão global de resistências ( $R^*$ ) se comporta em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ) e da razão de comprimentos ( $a_L$ ), para o escoamento de fluidos newtonianos em uma estrutura em forma de T e com paredes permeáveis. Esse comportamento é mostrado para o escoamento governado pelo número de Reynolds  $Re = 10^3$ .

É possível observar que as curvas das Figuras 5.12 a 5.14, apresentam um comportamento semelhante, há uma convergência das curvas, para as diferentes curvas plotadas com as razões de comprimentos ( $a_L$ ), até um ponto de mínimo onde as razões de diâmetros não correspondem a lei de Hess-Murray, para os casos com maior permeabilidade da parede.

Avaliando as curvas na Figura 5.12, que corresponde a menor permeabilidade da parede,  $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-5}$ , a geometria ótima está associada às razões  $a_D = 0,79$  e  $a_L = 0,79$ , na Figura 5.13, para  $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-3}$ , a geometria ótima está associada as razões  $a_D = 0,70$  e  $a_L = 0,90$  e na Figura 5.14, que corresponde a maior permeabilidade da parede,  $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-1}$ , a geometria ótima está associada as razões  $a_D = 0,60$  e  $a_L = 0,90$ . Os resultados correspondentes aos pontos ótimos obtidos nas Figuras 5.12 a 5.14 são apresentados nas Figuras 5.15 a 5.17.

Comparando a dependência das razões dimensionais ótimas ( $a_D$ ) e ( $a_L$ ) com a permeabilidade da parede ( $\tilde{K}$ ), podemos salientar que conforme aumenta a permeabilidade da parede, mais as razões dimensionais divergem das relações propostas da lei de Hess-Murray, sendo a tendência de ( $a_D$ ) a razões menores que  $2^{-1/3}$  e ( $a_L$ ) maiores que  $2^{-1/3}$ .

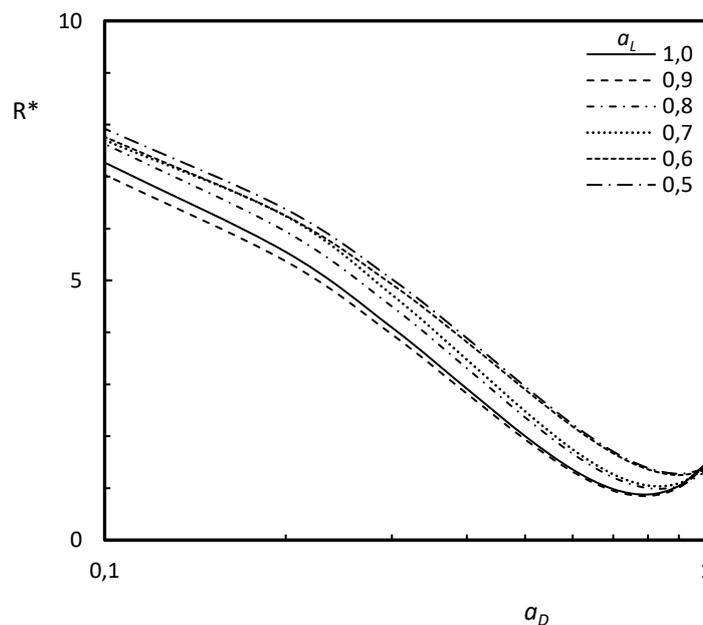


Figura 5.12 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes permeáveis ( $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-5}$ ) e escoamento de fluido newtoniano.

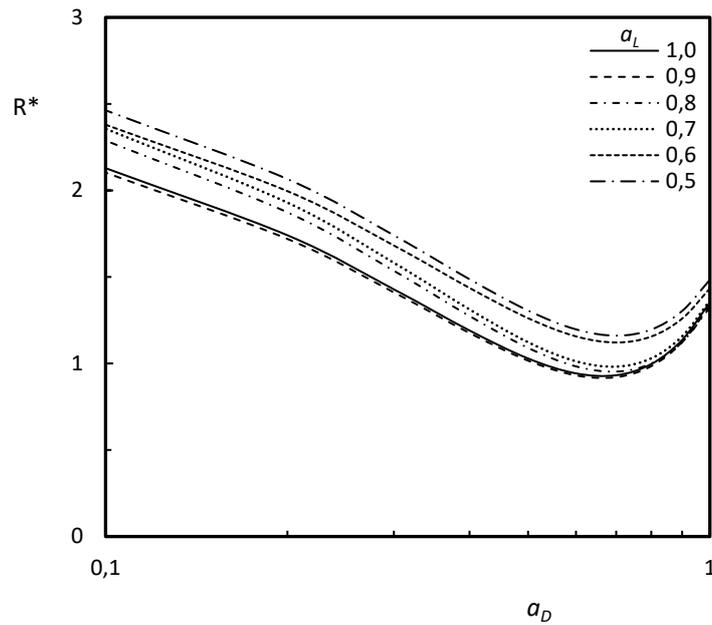


Figura 5.13 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes permeáveis ( $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-3}$ ) e escoamento de fluido newtoniano.

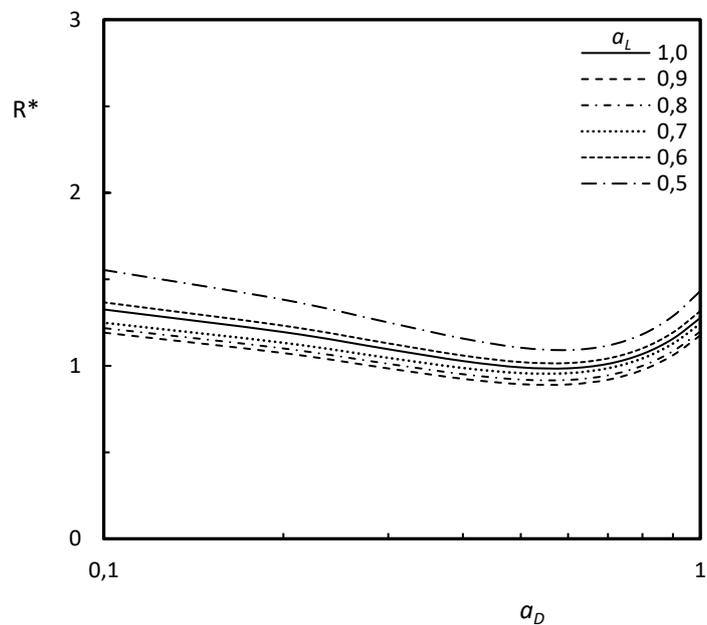


Figura 5.14 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes permeáveis ( $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-1}$ ) e escoamento de fluido newtoniano.

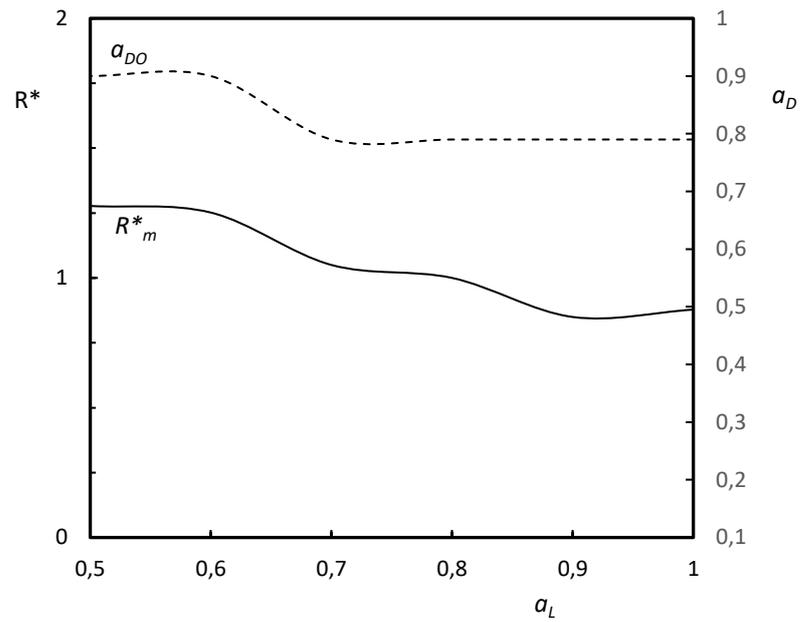


Figura 5.15 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) e razão de diâmetros ( $a_D$ ) em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes permeáveis ( $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-5}$ ) e escoamento de fluido newtoniano.

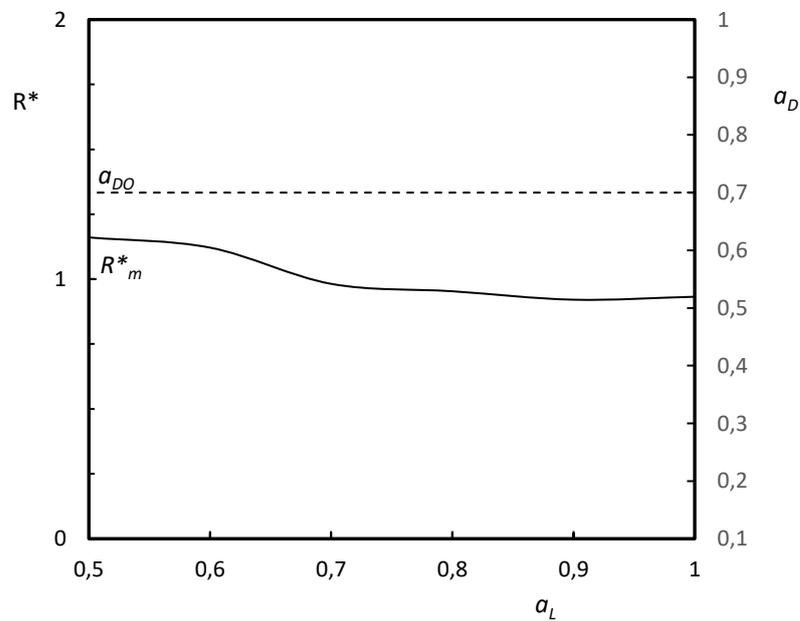


Figura 5.16 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) e razão de diâmetros ( $a_D$ ) em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes permeáveis ( $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-3}$ ) e escoamento de fluido newtoniano.

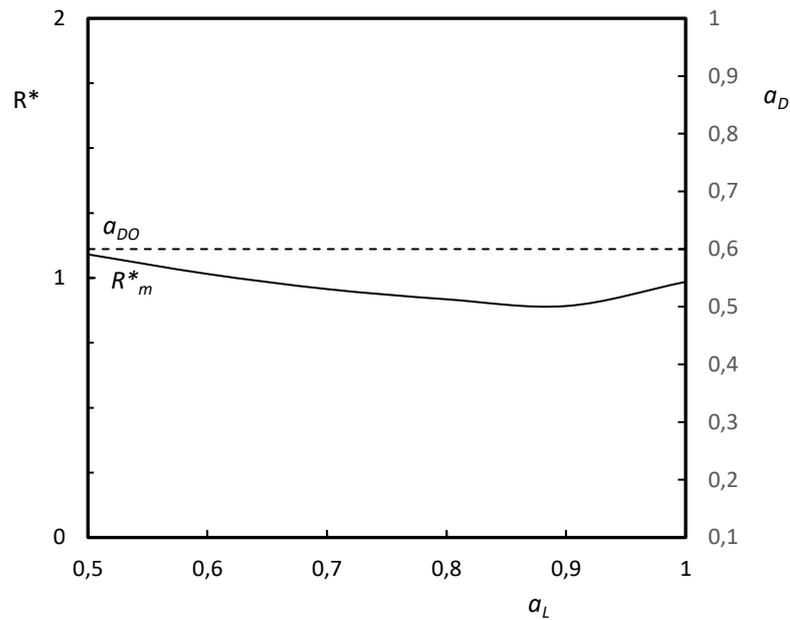


Figura 5.17 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) e razão de diâmetros ( $a_D$ ) em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes permeáveis ( $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-1}$ ) e escoamento de fluido newtoniano.

A dependência da permeabilidade da parede ( $\tilde{K}$ ), das razões de diâmetros ( $a_D$ ) e comprimentos ( $a_L$ ), na estrutura em forma de T com razões ótimas, pode ser explicada pela similaridade dos campos de velocidade e pressão total apresentados nas Figuras 5.18 e 5.19.

Avaliando, qualitativamente, o escoamento na estrutura em forma de T, com paredes permeáveis  $\tilde{K} = 1,15 \times 10^{-5}$ ,  $1,15 \times 10^{-3}$  e  $1,15 \times 10^{-1}$  e governado pelo número de Reynolds,  $Re = 10^3$  os campos de velocidade, pressão total são semelhantes para cada uma das permeabilidades e fluidos estudados.

A estrutura em forma de T, com razões dimensionais ótimas, apresentam uma distribuição mais uniforme do campo de velocidades e pressão. Além disso, os resultados apresentados nas Figuras 5.18 e 5.19 mostram uma forte influência da permeabilidade da parede, tanto no campo de velocidades, quanto no campo de pressão total, a presença de poros ao longo das paredes conduz o escoamento de fluido através das mesmas, o que afeta significativamente a dinâmica do escoamento, bem como a distribuição de tensões.

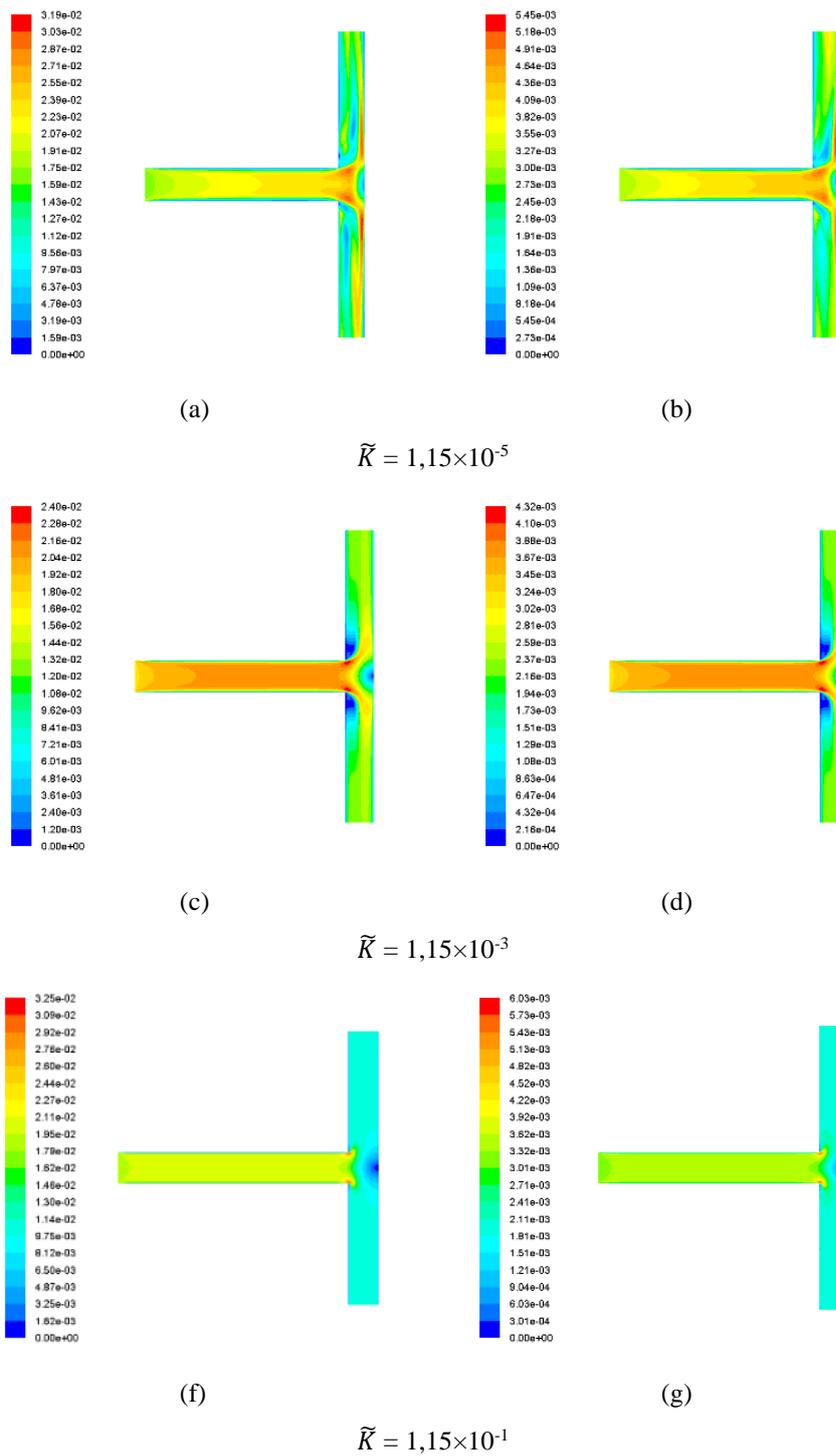


Figura 5.18 – Campo de velocidades no plano central em uma estrutura em forma de T ótima, com escoamento de fluido newtoniano, número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ) e paredes permeáveis: (a) ar, (b) sangue, (c) ar, (d) sangue, (e) ar, (f) sangue

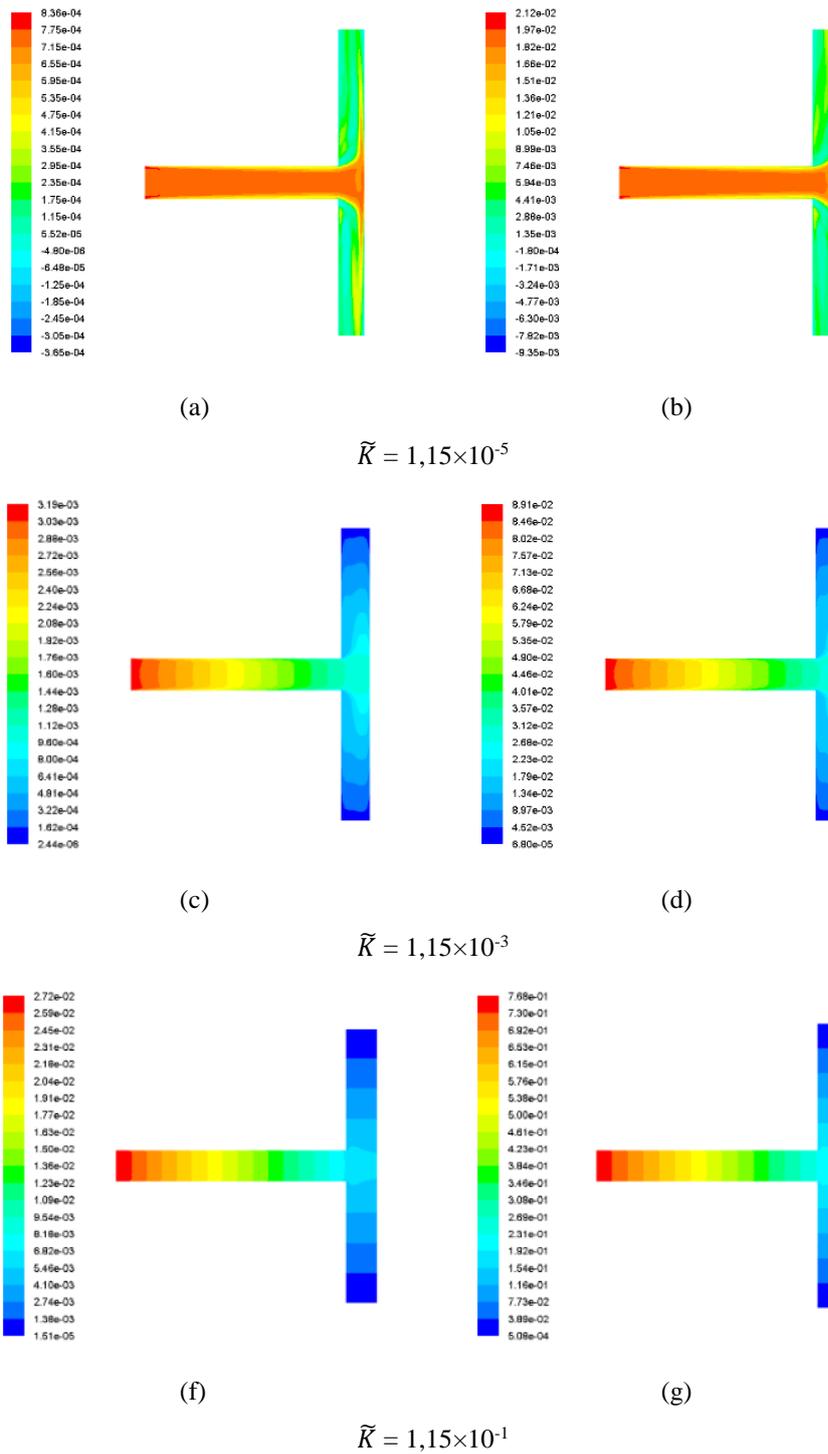


Figura 5.19 – Campo de pressão total no plano central em uma estrutura em forma de T ótima, com escoamento de fluido newtoniano, número de Reynolds ( $Re = 10^3$ ) e paredes permeáveis: (a) ar, (b) sangue, (c) ar, (d) sangue, (e) ar, (f) sangue

Observando o campo de velocidades na Figura 5.18 uma pequena zona com o descolamento da camada limite, ocorre no início dos tubos filhos, originados pela mudança da direção do escoamento na junção, sendo mais intensa no escoamento com menor permeabilidade e ficando insignificante, para o escoamento com maior permeabilidade. Desta forma, pode-se afirmar que a existência de zonas de separação de baixo cisalhamento, onde o fluido tem menor velocidade, e de regiões de maior cisalhamento, depende da permeabilidade da parede ( $\tilde{K}$ ) e da razão de diâmetros ( $a_D$ ).

### 5.3 Escoamento de Fluido Não Newtoniano com Parede Impermeável

Através das Figura 5.20 e 5.21 pode-se visualizar como a razão global de resistências ( $R^*$ ) se comporta em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ) e da razão de comprimentos ( $a_L$ ), para fluidos não newtonianos em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis. Esse comportamento é mostrado para um único número de Reynolds  $Re = 10^2$ .

É possível observar que as curvas das Figuras 5.20 e 5.21, apresentam um comportamento semelhante, há uma convergência das curvas, para as diferentes curvas plotadas com as razões de comprimentos ( $a_L$ ), até um ponto de mínimo onde as razões de diâmetros não correspondem a lei de Hess-Murray.

Avaliando as curvas nas Figuras 5.20 e 5.21, a geometria ótima para o escoamento de um fluido não newtoniano com índice de potência  $n = 0,776$  está associada as relações  $a_D = 0,76$  e  $a_L = 0,87$  e para o fluido com índice de potência  $n = 0,660$  e  $a_D = 0,77$  e  $a_L = 0,83$ . Os resultados correspondentes aos pontos ótimos obtidos nas Figuras 5.20 e 5.21 são apresentados nas Figuras 5.22 e 5.23.

Comparando a dependência das razões dimensionais ótimas ( $a_D$ ) e ( $a_L$ ) com o índice de potência ( $n$ ), podemos salientar que conforme reduz o índice de potência, mais as razões dimensionais divergem das relações propostas da lei de Hess-Murray, sendo a tendência de ( $a_D$ ) a razões menores que  $2^{-1/3}$  e ( $a_L$ ) maiores que  $2^{-1/3}$ .

Estas tendências são apresentadas através da Figuras 5.24, onde o eixo vertical a esquerda mostra os valores da razão de diâmetros ( $a_D$ ) e o eixo vertical à direita mostra os valores da razão de comprimentos ( $a_L$ ) ambos em função do índice de potência ( $n$ ). Duas tendências são aparentadas através das curvas da razão de diâmetros otimizados ( $a_{DO}$ ) e a razão de comprimentos otimizados ( $a_{LO}$ )

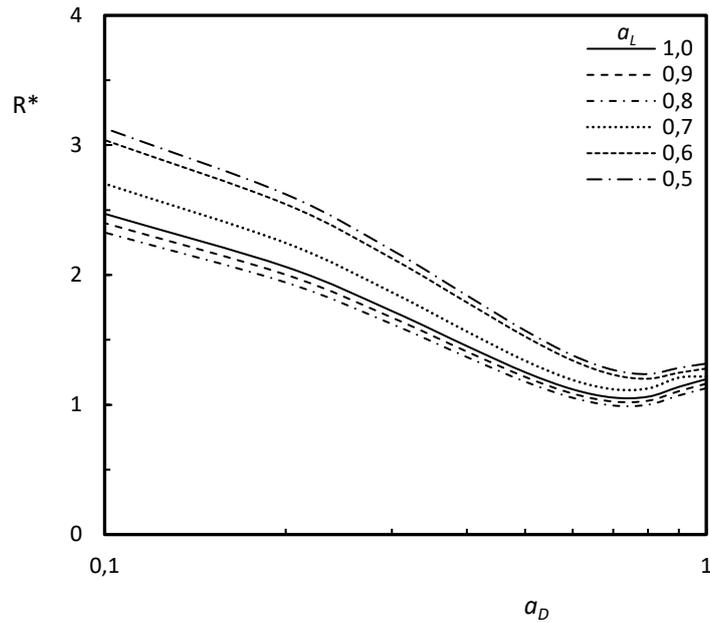


Figura 5.20 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^2$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido não newtoniano ( $n = 0,776$ )

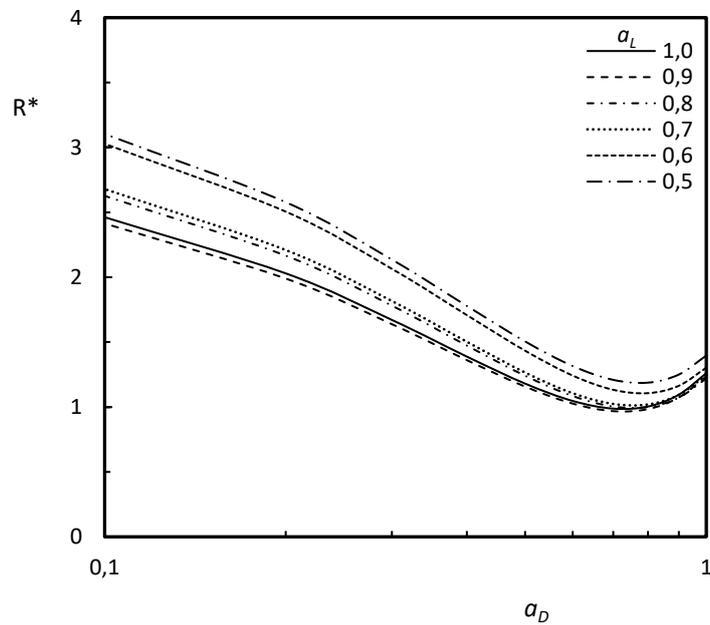


Figura 5.21 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) em função da razão de diâmetros ( $a_D$ ), para a razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^2$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido não newtoniano ( $n = 0,660$ )

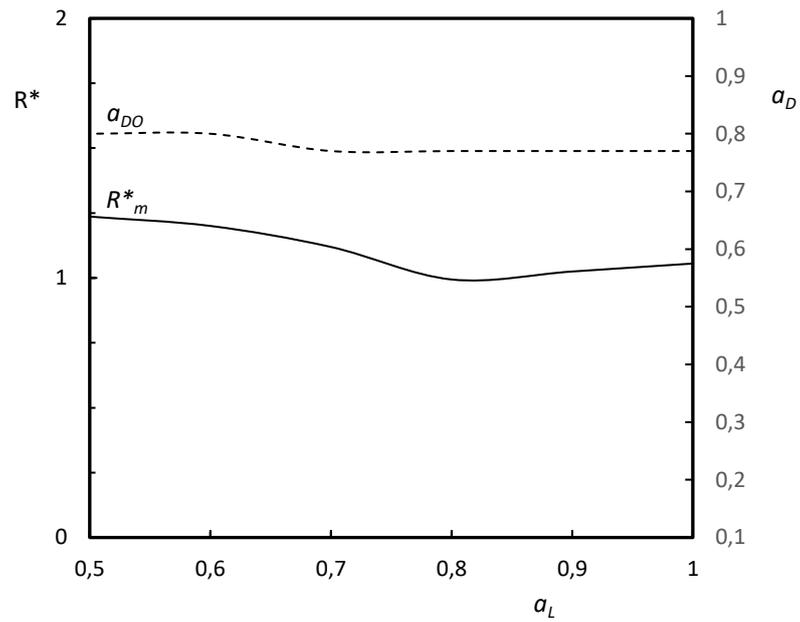


Figura 5.22 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) e razão de diâmetros ( $a_D$ ) em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^2$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido não newtoniano ( $n = 0,776$ )

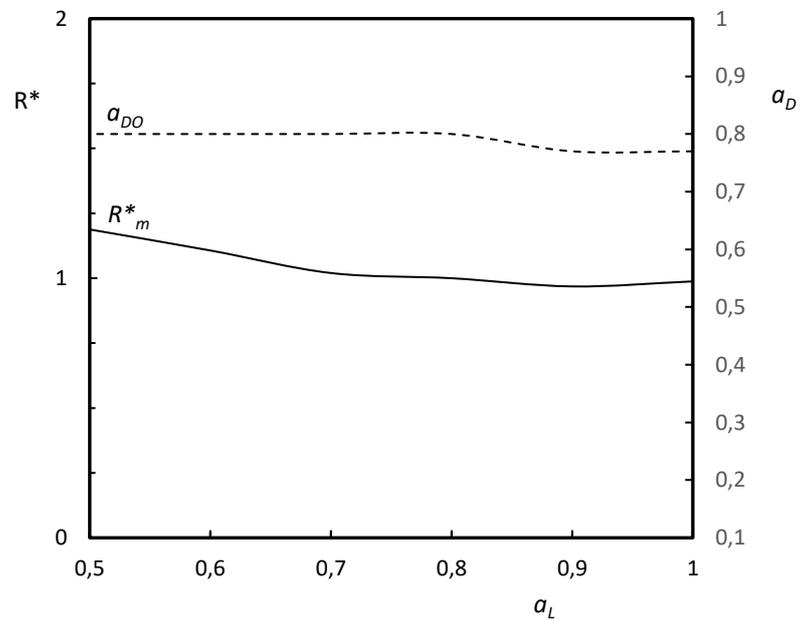


Figura 5.23 – Razão global de resistências ( $R^*$ ) e razão de diâmetros ( $a_D$ ) em função da razão de comprimentos ( $a_L$ ), com número de Reynolds ( $Re = 10^2$ ), em uma estrutura em forma de T com paredes impermeáveis e escoamento de fluido não newtoniano ( $n = 0,660$ )

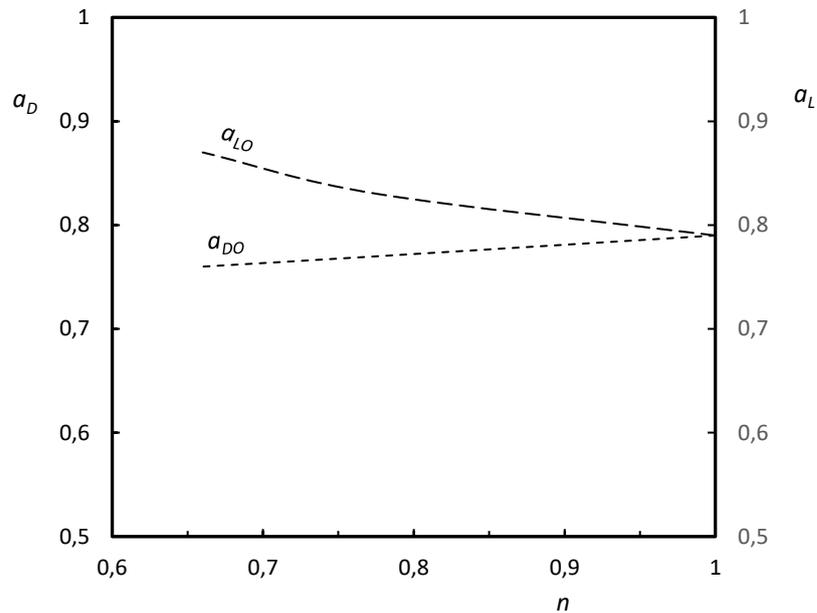


Figura 5.24 – Razão de diâmetros ( $a_D$ ) e razão de comprimentos ( $a_L$ ) em função do índice de potência ( $n$ ).

Avaliando, qualitativamente, no escoamento de fluidos não newtonianos, na estrutura em forma de T, com paredes impermeáveis e governada pelo número de Reynolds,  $Re = 10^2$ , os campos de velocidade e pressão total possuem suas principais diferenças nos tubos filhos, onde o fluido que possui menor índice de potência ( $n$ ) possui uma maior homogeneidade da distribuição da velocidade no plano central, quando comparado com o fluido que possui maior índice da lei da potência.

Observando o campo de velocidades na Figura 5.25 uma pequena zona com o descolamento da camada limite ocorre no início dos tubos filhos originados pela transição da direção do escoamento na junção para ambos os fluidos não newtonianos estudados, sendo mais intensa no escoamento do fluido com menor índice de potência ( $n$ ). Desta forma, pode-se afirmar que a existência de zonas de separação de baixo cisalhamento, onde o fluido tem menor velocidade, e regiões de maior cisalhamento, dependente do índice de potência ( $n$ ) e da razão de diâmetros ( $a_D$ ).

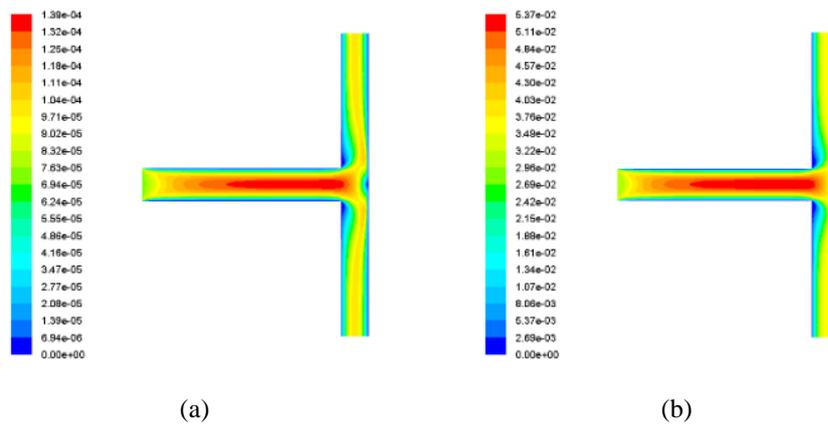


Figura 5.25 – Campo de velocidades no plano central em uma estrutura em forma de T ótima, com paredes impermeáveis, escoamento de fluido não newtoniano e número de Reynolds  $Re = 10^2$ : (a)  $n = 0,776$  (b)  $n = 0,660$

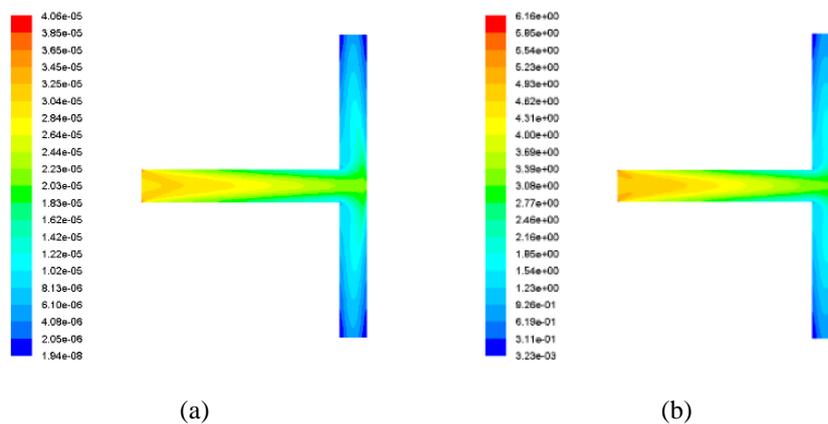


Figura 5.26 – Campo de pressão total no plano central em uma estrutura em forma de T ótima, com paredes impermeáveis, escoamento de fluido não newtoniano e número de Reynolds  $Re = 10^2$ : (a)  $n = 0,776$  (b)  $n = 0,660$

Os campos de tensões de cisalhamento na parede apresentados na Figura 5.27 são diferentes para ambos os fluidos e possuem maior intensidade no escoamento do fluido não newtoniano que possui menor índice de potência.

Comparando os campos de tensões na parede para o escoamento que é governado pelo número de Reynolds,  $Re = 10^2$ , na Figura 5.11, para fluidos newtonianos, com os campos mostrados na Figura 5.27 para fluidos não newtonianos, os mesmos são diferentes. Assim, podemos afirmar que as irreversibilidades, devido a junção, não podem ser negligenciadas. Há uma redução da intensidade nas tensões de cisalhamento conforme aumenta o índice de

potência ( $n$ ), visto que a distribuição de tensões se mostra mais intensa para o fluido não newtoniano com  $n = 0,660$  e menos intensa para o fluido não newtoniano com  $n = 0,776$  e mínima para o fluido newtoniano  $n = 1$ .

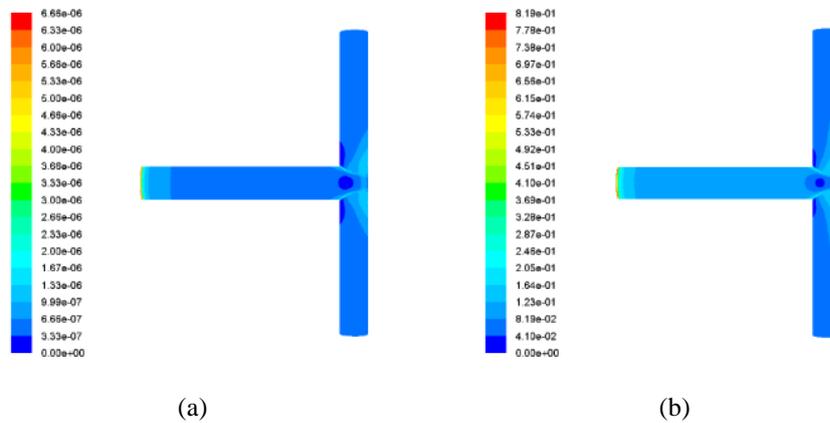


Figura 5.27 – Campo de tensões na parede no plano superior em uma estrutura em forma de T ótima, com paredes impermeáveis, escoamento de fluido não newtoniano e número de Reynolds  $Re = 10^2$ : (a)  $n = 0,776$  (b)  $n = 0,660$

## 6 CONCLUSÕES

A lei de Hess-Murray é uma proposta de explicar a melhor forma de conexão entre tubos bifurcadores. Ela determina a razão ótima entre os diâmetros dos tubos pai e filhos. Entretanto, esta lei nem sempre é válida.

Neste trabalho, são apresentadas as melhores configurações de um conjunto de tubos em forma de T, com seção circular, para o escoamento laminar de fluidos newtonianos e não newtonianos, com paredes impermeáveis e permeáveis, através da experimentação numérica tridimensional, fundamentada no método do Design Construtal, associado ao método de otimização da busca exaustiva, visando a minimização das resistências ao escoamento, através da variação das razões entre diâmetros e comprimentos.

Devido a simplicidade da estrutura do sistema de escoamento em forma de T, o método de otimização da busca exaustiva se mostrou eficaz para a determinação das configurações geométricas ótimas.

Inicialmente, foi elaborado o domínio computacional em três dimensões. Em seguida foi realizada sua discretização através de volumes tetraédricos e camada hexaédrica próxima à parede. A malha foi avaliada através do teste de qualidade de malha, onde se verificou o comportamento da resistência global do escoamento ( $R$ ) para malhas com diferentes números de volumes. A malha independente apresentou um desvio relativo em relação à malha de maior número de volumes menor que 1%, justificando sua aplicação na experimentação numérica.

A modelagem computacional e solução numérica desenvolvida com o código de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), ANSYS® FLUENT, baseado no Método de Volumes Finitos, apresentou-se adequada do ponto de vista qualitativo e quantitativo.

A solução obtida com a malha independente, modelagem numérica proposta e método do Design Construtal, concordam completamente com os resultados obtidos com modelos analíticos disponíveis na literatura [Bejan et al., 2000, Revellin et al., 2009, e Miguel, 2016] e agregaram robustez aos resultados e modelo desenvolvido.

Na avaliação do escoamento de fluidos newtonianos, conclui-se que o número de Reynolds não influencia a razão ótima proposta pela lei de Hess-Murray. Os resultados numéricos concordam com os dados da literatura, sendo a estrutura em forma de T com razões geométricas  $a_D = a_L = 2^{-1/3}$ , a que apresenta o menor valor da resistência global para todos os fluidos estudados. As irreversibilidades devido a junção, não podem ser negligenciadas, visto

que a distribuição de tensões na junção possui dependência com o número de Reynolds e da razão de diâmetros ( $a_D$ ) e independe da razão de comprimentos ( $a_L$ ), concordando com o estudo desenvolvido por Wechsato et al., 2006.

No estudo da influência da permeabilidade da parede para o escoamento de fluidos newtonianos, conclui-se que a permeabilidade da parede exerce influência direta nas razões geométricas ótimas, sugerindo que quanto maior a permeabilidade da parede, mais as razões dimensionais ótimas divergem das razões propostas pela lei de Hess-Murray, as razões de diâmetros tendem a valores menores que  $2^{-1/3}$  e as razões de comprimento tendem a valores maiores que  $2^{-1/3}$ . As irreversibilidades devido a junção, não podem ser negligenciadas, devido a existência de zonas de separação de baixo cisalhamento, onde o fluido tem menor velocidade, e de regiões de maior cisalhamento, dependente da permeabilidade da parede ( $\tilde{K}$ ) e da razão de diâmetros ( $a_D$ ).

Na investigação da influência do índice de potência para o escoamento de fluidos não newtonianos, conclui-se que o índice de potência exerce influência direta nas razões geométricas ótimas, sugerindo que quanto menor o índice de potência, mais as razões dimensionais ótimas divergem das razões propostas pela lei de Hess-Murray, as razões de diâmetros tendem a valores menores que  $2^{-1/3}$  e as razões de comprimento tendem a valores maiores que  $2^{-1/3}$ . As irreversibilidades devido a junção, não podem ser negligenciadas, devido a existência de zonas de separação de baixo cisalhamento, onde o fluido tem menor velocidade, e de regiões de maior cisalhamento, dependente do índice de potência ( $n$ ) e da razão de diâmetros ( $a_D$ ).

Os resultados enfatizam que, dada a liberdade ao sistema de escoamento para este se transformar, ou seja, permitindo mudanças em seus graus de liberdade, ele irá melhorar o desempenho global do sistema de transporte de fluido. Isso corrobora com o pensamento construtal de que "a liberdade é boa para o design". Como consequência, todas as melhores configurações provaram ser as que melhor transportam o fluido entre um ponto-a-volume ou volume-a-ponto. Ambas as observações estão de acordo com a teoria Construtal.

As configurações geométricas ótimas que facilitam os acessos do escoamento ou minimizam as resistências ao escoamento, estão apresentadas na Tab. 6.1.

Tabela 6.1 – Geometria em forma de T ótima

Fluido	$\rho$	$n$	$K$	$Re$	$a_D$	$a_L$
Ar	1,225	1	0	$10^2$	0,79	0,79
			0		0,79	0,79
			$10^{-5}$	$10^3$	0,79	0,79
			$10^{-3}$		0,70	0,90
			$10^{-1}$		0,60	1,00
Água	998	1	0	$2 \times 10^3$	0,79	-----
				$10^2$	0,79	0,79
				$10^3$	0,79	0,79
Glicerina	1259,9	1		$2 \times 10^3$	0,79	-----
				$10^2$	0,79	0,79
				$10^3$	0,79	-----
Sangue	1060	1		$2 \times 10^3$	0,79	-----
					0,79	0,79
			$10^{-5}$	$10^3$	0,79	0,79
			$10^{-3}$		0,70	0,90
Concentrado de tomate 5,8% sólido	1041	0,660	$10^{-1}$		0,60	0,90
			0	$10^2$	0,77	0,83
			0	$10^2$	0,76	0,87

Portanto, nota-se que o arranjo das geometrias ótimas empregando o método Design Construtal pode proporcionar a melhora do desempenho em escoamentos bifurcados por estruturas em forma de T, assim obtendo uma recomendação teórica para a construção e aplicação de estruturas de escoamento de fluidos mais eficientes.

## 6.1 Propostas de continuidade do trabalho

Como proposta de continuidade deste trabalho, têm-se algumas sugestões para a ampliação do estado da arte do tema abordado nesta dissertação, como:

1. Realizar um estudo tridimensional no escoamento interno em estruturas em forma de T com seção circular com a união dos escoamentos.
2. Realizar um estudo tridimensional no escoamento interno em estruturas em forma de T com seção retangular ou obilonga.
3. Realizar um estudo tridimensional no escoamento interno em estruturas em forma de T com múltiplos ramos de bifurcação utilizando a metodologia “*Design of Experiments*”.
4. Realizar um estudo tridimensional no escoamento interno em estruturas em forma de T com regime turbulento.
5. Realizar um estudo tridimensional de escoamento pulsátil, pois é o que mais se aproxima do que ocorre no corpo humano.
6. Realizar um estudo tridimensional de escoamento interno em estruturas em forma de T submetido a transferência de calor, que encontra múltiplas aplicações industriais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Andrade Jr, J. S., Alencar, A. M., Almeida, M. P., Mendes Filho, J., Buldyrev, S. V., Zapperi, S., Stanley, H. E., e Suki, B. Asymmetric Flow in Symmetric Branched Structures, **Phys. Rev. Let.**, v. 81, p. 926, 1998.

Beckel, C. C. Projeto construtal de complexos caminhos condutivos para o arrefecimento de corpos submetidos à geração de calor. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, **Escola de Engenharia UFRGS**, 2016.

Bejan, A. Shape And Structure, From Engineering To Nature. **Cambridge University Press**, 2000.

Bejan, A. **Convection Heat Transfer**. John Wiley & Sons, 4th edition, 2013.

Bejan, A. Evolution in thermodynamics. **Applied Physics Reviews** **4**, 011305, 2017.

Bejan, A., e Lorente, S. Design With Constructal Theory. **Wiley**, New Jersey, 2008.

Bejan, A., e Lorente, S. Constructal Theory Of Generation Of Configuration In Nature And Engineering. **Journal of Applied Physics**. v. 100, N. 4, p. 041301, 2006.

Bejan, A., e Lorente, S. Constructal Law of Design And Evolution: Physics, Biology, Technology, And Society. **Journal Of Applied Physics**. v. 113, N. 15, p. 151301, 2013.

Bejan, A., Rocha, L. A. O., e Lorente, S. Thermodynamic optimization of geometry: T and Y-shaped constructs of fluid streams. **Int. J. Therm. Sci.** v. 39, p. 949–960, 2000.

Bejan, A., e Zane, J. P. **Design In Nature**, Doubleday, New York. 2012.

Biserni, C., Dalpiaz, F. L., Fagundes, T. M., e Rocha, L. A. O. Constructal design of T-shaped morphing fins coupled with a trapezoidal basement: A numerical investigation by means of exhaustive search and genetic algorithm. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 109, p. 73-81, 2017.

Coleman, H. W. Editorial - Journal of Heat Transfer Editorial Policy Statement on Numerical Accuracy. **ASME Journal of Heat Transfer**, v. 116, p. 797-798, 1994.

Cohn, D.L. Optimal systems: I. the vascular system. **The Bulletin of Mathematical Biophysics**, v. 16, p. 59-74, 1954.

Estrada, E. S. D., Fagundes, T. M., Isoldi, L. A. ; dos Santos, E. D., Xie, G., e Rocha, L. A. O. Constructal Design Associated To Genetic Algorithm Of Asymmetric V-Shaped Pathways. **Journal of Heat Transfer**, v. 137, p. 061010-1-061010-7, 2014.

Estrada, E. S. D. Otimização geométrica de cavidades e caminhos de alta condutividade empregando Design Construtal e algoritmos genéticos. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, **Escola de Engenharia UFRGS**, 2016.

Fagundes, T. M. Design construtal de caminhos de condução assimétricos trifurcados. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, **Escola de Engenharia UFRGS**, 2016.

Fahraeus R., Lindqvist, T. The viscosity of the blood in narrow capillary tubes. **The American Journal of Physiology**, v. 96, p. 562–568, 1931.

Fox, R. W., Pritchard, P. J., e McDonald, A. T. **Introduction to Fluid Mechanics**. John Wiley & Sons, 8th edition, 2010.

Fluent Inc., *FLUENT 12.0 Theory Guide*, 2009.

Gonzales, G. V., Estrada, E. S. D., Emmendorf, L. R., Isoldi, L. A. Xie, G., e Rocha, L. A. O. A comparison of simulated annealing schedules for constructal design of complex cavities intruded into conductive walls with internal heat generation. **Energy (Oxford)**, v. 93, p. 372-382, 2015.

Hermany, L. Design Construtal aplicado a escoamentos de fluidos viscoplásticos sobre dutos de seção elíptica. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, **Escola de Engenharia UFRGS**, 2016.

Hess, W.R. Über die periphere Regulierung der Blutzirkulation. **Pflüger's Archiv für die Gesamte Physiologie des Menschen und der Tiere**. v. 168, p. 439–490, 1917.

Horsfield, K., Relea, F.G., e Gunning, G. Diameter, length and branching ratios in the bronchial tree. **Respir. Physiol**. v. 26, p. 351-356, 1976.

Horton, R.E. Erosional development of streams and their drainage basins: hydrophysical approach to quantitative morphology. **Geol. Soc. Amer. Bull**. v. 56, p. 275–370, 1945.

Kays, W. M., Crawford, M. E., e Weigand, B. **Convective Heat Transfer**. Mcgraw Hill, 1980.

Lorenzini, G.; Biserni, C., Estrada, E. S. D., Domingues. E. S., Isoldi, L. A., e Rocha, L. A. O. Genetic algorithm applied to geometric optimization of isothermal y-shaped cavities. **Journal of Electronic Packaging**. v. 136, p. 031011, 2014.

Lorenzini, G.; Biserni, C., Estrada, E. S. D., Isoldi, L. A. dos Santos, E. D., e Rocha, L. A. O., Constructal Design of Convective Y-Shaped Cavities by Means of Genetic Algorithm. **Journal of Heat Transfer**, v. 136, 2014a.

Maliska, C. R. **Transferência De Calor E Mecânica Dos Fluidos Computacional: Fundamentos e Coordenadas Generalizadas**. Livros Técnicos E Científicos, 2004.

Mauroy, B., Filoche, M., Weibel, E. R., e Sapova, B. An optimal bronchial tree may be dangerous. **Nature**, v. 427, p. 633–636, 2004.

Melton, M.A. A derivation of Strahler's channel-ordering system. **J. of Geology**, v. 67, p. 345-346, 1959.

Metzner, A. B., e Reed, J. C. Flow of non-Newtonian fluids – correlation of the laminar, transition and turbulent regions. **American Institute of Chemical Engineering Journal**, v. 1, n. 4, p. 434-440, 1955.

Miguel, A. F. Lungs as a natural porous media: architecture, airflow characteristics and transport of suspended particles. in: Heat and Mass Transfer in Porous Media, **Advanced Structured Materials Series**, v. 13, p. 115–137, 2012.

Miguel, A. F. Quantitative unifying theory of natural design of flow systems: emergence and evolution, in: Constructal Law and the Unifying Principle of Design. **Springer**, p. 21-38, 2013.

Miguel, A. F. Fluid flow in a porous tree-shaped network: Optimal design and extension of Hess–Murray’s law. **Physica A**, v. 423, p. 61-71, 2015.

Miguel, A. F. Toward an optimal design principle in symmetric and asymmetric tree flow networks. **Journal of Theoretical Biology**, v. 389, 101-109, 2016.

Miguel, A. F. Scaling laws and thermodynamic analysis for vascular branching of microvessels. **International Journal of Fluid Mechanics Research**, v. 43, p. 390-403, 2016a.

Miguel, A. F. A study of entropy generation in tree-shaped flow structures. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 92, p. 349-359, 2016b.

Murray, C.D., The physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries. **J. Gen. Physiol.** v. 9, p. 835–841, 1926.

Patankar, S, V. **Numerical heat transfer and fluid flow**, McGraw-Hill, 1980.

Pepe, V. R., Estudo de Redes Vasculares Aplicadas aos Materiais Multifuncionais. Projeto de Graduação em Engenharia Mecânica, **Escola de Engenharia FURG**, 2008.

Pepe, V. R., Rocha, L.A. O., e Miguel, A. F., Optimal branching structure of fluidic networks with permeable walls. **BioMed Research International**, 2017.

Pepe, V. R., Rocha, L.A. O., e Miguel, A. F. Is it the hess-murray law always valid?. **The Publishing House of the Romanian Academy**, p.444 – 455, 2017a.

Razera, A. L. Estudo numérico da maximização da densidade de transferência de calor do escoamento laminar sobre cilindros de seção transversal elíptica utilizando o método Design Construtal. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, **Escola de Engenharia UFRGS**, 2016.

Reinke, W., Johnson, P. C., Gaehtgens, P., Effect of shear rate variation on apparent viscosity of human blood in tubes of 29 to 94 microns diameter. **Circ Res.** v. 59, p. 124–132, 1986.

Revellin, R., Rousset, F., Baud, D., Bonjour, J., Extension of Murray's law using a non-Newtonian model of blood flow. **Theor. Biol. Med. Model.** 2009.

Schlichting, H. **Boundary-Layer Theory**, 6th Ed. Translation By Kestin J, 1979.

Sherman, T. F. On connecting large vessels to small. **J. Gen. Physiol.** v. 78, p. 431–453, 1981.

Sehn, A., Pepe, V. R., Miguel, A. F., Zinani, F., e Rocha L. A. O., Numerical study of non-newtonian fluid flows in y-shaped structures. XXXVIII Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2017.

Thoma, R. Über den verzweigungsmodus der arterien. **Archiv für Entwicklungsmechanik der Organismen.** v. 2, p. 352–413, 1901.

Uylings, H.B.M., Optimization of diameters and bifurcation angles in lung and vascular tree structures. **Bull. Math. Biol.** v. 39, p. 509-520, 1977.

Vargas, J. V. C., Araki, L. K., **Cálculo numérico aplicado.** Manole, 2017.

Wechsato, W., Lorente, S., e Bejan, A. Tree-shaped flow structures with local junction losses. **Int. J. Heat Mass Trans.**, v. 49, p. 2957-2964, 2006.

Young, T. On the functions of the heart and arteries. *Philos. Trans. Royal Soc. Lond.* v. 99, p. 1-31, 1809.

Zamir, M. Shear forces and blood vessel radii in the cardiovascular system, **J. Gen. Physiol.** v. 69, p. 449–461, 1977.

Zamir, M. Arterial Branching within the Confines of Fractal L-System Formalism. **J. Gen. Physiol.**, v. 118, p. 267–275, 2001.

## APENDICE A – Trabalhos publicados

<i>Título</i>	<i>Periódico</i>	<i>Autores</i>	<i>Ano</i>
Optimal Branching Structure of Fluidic Networks with Permeable Walls	Biomed Research International	Vinicius da Rosa Pepe Luiz Alberto Oliveira Rocha, Antônio Ferreira Miguel	2017
Is it the Hess-Murray Law always Valid?	The Publishing House of the Romanian Academy	Vinicius da Rosa Pepe Luiz Alberto Oliveira Rocha, Antônio Ferreira Miguel	2017
Numerical Study Of Non-Newtonian Fluid Flows In Y-Shaped Structures	CILAMCE	Alysson Sehn Vinicius da Rosa Pepe Antônio Ferreira Miguel Flavia Schwarz Franceschini Zinani Luiz Alberto Oliveira Rocha	2017
Optimality To Flow And Design Of Branching Ducts	The Publishing House of the Romanian Academy	Vinicius da Rosa Pepe Luiz Alberto Oliveira Rocha, Antônio Ferreira Miguel	2018

**APENDICE B** – Apresentação de trabalhos

<i>Título</i>	<i>Evento</i>	<i>Autores</i>	<i>Ano</i>
Is it the Hess-Murray Law always Valid?	Constructal Law & Second Law Conference	Vinicius da Rosa Pepe Luiz Alberto Oliveira Rocha Antônio Ferreira Miguel	2017
Branching In Fluidic Networks With Permeable Walls: An Extension Of Hess-Murray's Law	DSABNS	Vinicius da Rosa Pepe Luiz Alberto Oliveira Rocha Antônio Ferreira Miguel	2017
Numerical Study Of Non-Newtonian Fluid Flows In Y-Shaped Structures	CILAMCE	Alysson Sehn Vinicius da Rosa Pepe Antônio Ferreira Miguel Flavia Schwarz Franceschini Zinani Luiz Alberto Oliveira Rocha	2017
Optimality To Flow And Design Of Branching Ducts	VIII Brazilian Conference on Rheology	Vinicius da Rosa Pepe Alysson Sehn Luiz Alberto Oliveira Rocha Flavia Schwarz Franceschini Zinani Antônio Ferreira Miguel	2018

**APENDICE C – Parâmetros geométricos**

Símbolo	Dimensão	Unidade
<i>A</i>	40	m <sup>2</sup>
<i>V</i>	6	m <sup>3</sup>
<i>D<sub>1</sub> Hess-Murray</i>	0,87434294	m
<i>D<sub>2</sub> Hess-Murray</i>	0,69073092	m
<i>L<sub>1</sub> Hess-Murray</i>	5,03154605	m
<i>L<sub>2</sub> Hess-Murray</i>	3,97492138	m

**APENDICE D – Propriedades dos fluidos**

Fluido	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\mu$ (kg/m·s)	k	n
Ar	1,225	$1,904 \times 10^{-5}$	0	1
Água	998	$8,91 \times 10^{-4}$	0	1
Glicerina	1259,9	$7,99 \times 10^{-1}$	0	1
Sangue	1060	$2,78 \times 10^{-3}$	0	1
Sangue	1060	-----	$1,467 \times 10^{-4}$	0,776
Concentrado de tomate 5,8% sólido	1041	-----	0,20	0,660