

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Materiais manipulativos na aprendizagem de números inteiros

PRISCILA FERREIRA SILVEIRA

Porto Alegre
2017
PRISCILA FERREIRA SILVEIRA

Materiais manipulativos na aprendizagem de números inteiros

Trabalho de conclusão de curso submetido como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientador Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Porto Alegre
2017
Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de matemática

Materiais manipulativos na aprendizagem de números inteiros

Priscila Ferreira Silveira

Banca examinadora:

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso
UFRGS

Prof. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana
UFRGS

Prof. Dr. Rodrigo Sychocki da Silva
UFRGS

AGRADECIMENTOS

À Deus pelas forças que tem me dado em todas as horas, por me capacitar para cumprir com excelência aquilo que me destinou.

Aos meus pais Jairo Schultz Silveira e Tânia Maria de Souza Ferreira por me incentivar e me apoiar.

Ao meu namorado, Fulvio Guilherme Pacheco Pires, que conheci durante minha formação, pelo carinho que demonstra por mim, por entender minhas dificuldades e me ajudar a vencê-las, por todo o apoio.

Aos meus colegas de faculdade por me acompanharem em minha trajetória, pelo carinho que demonstram por mim, por me ajudarem nos momentos difíceis.

Aos meus amigos por compreenderem meu pouco tempo e pelo carinho.

Ao meu orientador Marcus Vinicius de Azevedo Basso não somente por aceitar me orientar, mas por me dar todo o apoio e incentivo durante o curso.

A Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em especial ao corpo docente do instituto de Matemática e Faculdade de Educação, pela oportunidade de formação gratuita e de qualidade.

Porque Dele, e por Ele, e para Ele
são todas as coisas; glória, pois, a
Ele eternamente. Amém!

Romanos 11.36

RESUMO

Foi discutido nesse trabalho, tendo como base as leituras das referências bibliográficas, dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem dos números inteiros, como também a importância da utilização de materiais manipulativos na aprendizagem desse conteúdo. Foi utilizado a metodologia do estudo exploratório. Este trabalho tem como objetivo propor uma estratégia didática que contribua para a aprendizagem de números inteiros, de maneira a solucionar algumas das dificuldades apresentadas pelos alunos sobre esse conteúdo. A estratégia consiste na utilização de materiais manipulativos e situações-problema para a apresentação de números inteiros, construção de seus conceitos e operações de adição e subtração com os mesmos. Minha principal inspiração, no desenvolvimento do texto, foi através dos autores: Megid (2001), que mostrou a motivação em se trabalhar este conteúdo; Rodrigues e Gazire (2012), que mostraram a importância em não só utilizar os materiais manipulativos para a aprendizagem, mas também saber utilizar; Martini (2010), que fez um trabalho que se aproxima do meu; e Morais (2010), que também trabalhou com os números inteiros utilizando materiais manipulativos.

Palavras-chave: Números inteiros, Materiais manipulativos, proposta didática.

ABSTRACT

It was discussed in this work, based on the readings of bibliographical references, difficulties presented by the students in the learning of integers, as well as the importance of the use of manipulative materials in the learning of this content. The exploratory study methodology was used. This work aims to propose a didactic strategy that contributes to the learning of whole numbers, in order to solve some of the difficulties presented by the students about this content. The strategy consists in the use of manipulative materials and problem situations for the presentation of integers, construction of their concepts and operations of addition and subtraction with them. My main inspiration in the development of the text was through the authors: Megid (2001), who showed the motivation to work on this content; Rodrigues and Gazire (2012), who showed the importance of not only using manipulative materials for learning, but also know how to use; Martini (2010), who did a work that approaches mine; and Morais (2010), who also worked with whole numbers using manipulative materials.

Keywords: Whole numbers, manipulative materials, didactic proposal.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Números inteiros no contexto.....	27
Figura 2 – Exercício 1 Aluno 1.....	37
Figura 3 – Exercício 1 Aluno 2.....	38
Figura 4 – Exercício 1 Aluno 3.....	38
Figura 5 – Exercício 1 Aluno 4.....	39
Figura 6 – Exercício 2 Aluno 1.....	39
Figura 7 – Exercício 2 Aluno 2.....	40

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 BASE TEÓRICA	14
2.1 APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS INTEIROS E SUAS DIFICULDADES	14
2.2 A UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS MANIPULATIVOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA	16
3 ANÁLISE HISTÓRICA	20
3.1 OS NÚMEROS NEGATIVOS NA CIVILIZAÇÃO CHINESA	20
3.2 OS NÚMEROS NEGATIVOS NA CIVILIZAÇÃO GREGA	20
3.3 OS NÚMEROS NEGATIVOS NA CIVILIZAÇÃO HINDU	21
3.4 OS NÚMEROS NEGATIVOS NO IMPÉRIO ÁRABE	22
3.5 OS NÚMEROS NEGATIVOS DA EUROPA ATÉ HOJE	22
4 COMO SE DEU A PRÁTICA	26
4.1 PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES	26
4.1.1 PRIMEIRA AULA	26
4.1.2 SEGUNDA AULA	28
4.1.3 TERCEIRA AULA	28
4.1.4 QUARTA AULA	29
4.1.5 QUINTA AULA	30
4.1.6 SEXTA AULA	30
5 RELATOS E ANÁLISES DAS ATIVIDADES	31
5.1 PRIMEIRA AULA	31
5.2 SEGUNDA AULA	32
5.3 TERCEIRA AULA	33
5.4 QUARTA AULA	34
5.5 QUINTA AULA	35
5.6 SEXTA AULA	36
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	41
7 REFERÊNCIAS	43
8 APÊNDICES	45

8.1 APÊNDICE 1	45
8.2 APÊNDICE 2	46
8.3 APÊNDICE 3	47
8.4 APÊNDICE 4	48
8.5 APÊNDICE 5	50
8.6 APÊNDICE 6	51
8.7 TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO	52

1 INTRODUÇÃO

Os alunos apresentam muitas dificuldades na compreensão dos números inteiros, sabendo das dificuldades dos alunos sobre esse conteúdo refletimos "Porque é tão difícil de entender? Quais são as dificuldades?".

Dora Megid (2010) busca entender o pensamento dos alunos quando discutem sobre números inteiros. Ela realizou uma pesquisa sobre esse conteúdo e foi moldando sua forma de abordar o mesmo. Megid (2010) trouxe o cotidiano dos alunos para sala de aula como forma de apresentar os números inteiros.

Em minha formação docente sempre fui motivada a inovar em sala de aula, porém temos as questões "o que?", "como inovar?", "quais inovações tornam a aula mais produtiva?" e "substituindo o quadro e o giz pelo Power point temos uma aula mais produtiva?". Com essas questões, utilizei materiais manipulativos e problemas para abordar o conteúdo dos números inteiros, de forma que, sejam eliminados muitos problemas de aprendizagem desse conteúdo.

Escolhi esse conteúdo por perceber ao longo da minha breve experiência como docente que esse conteúdo é a raiz de muitos erros, ou seja, que muitas dificuldades e erros, em conteúdos posteriores a esse, são consequências das dificuldades de compreensão dos números inteiros.

Partindo dos números naturais para os números inteiros há certa dificuldade em compreender a definição dos números inteiros. Segundo a autora Dora Megid (2010) os alunos compreendem o zero como "absoluto", sendo assim, o menor número conhecido. Quando se deparam com um número negativo eles relacionam esse número com uma conta de subtração já conhecida por eles. A ordem dos números inteiros é compreendida como semelhante aos números naturais, por exemplo, na concepção do aluno que está conhecendo os números negativos, o número negativo dois é maior que o número negativo um. Para o aluno é difícil aceitar que o negativo dois seja menor que o negativo um, afinal, o número dois é maior que o número um. Segundo a autora, há uma resistência do aluno em aceitar que exista um sinal com dois significados distintos, o sinal da operação e o sinal que caracteriza o número negativo.

Dora Megid (2010) defende uma aula em que os alunos façam redescobertas e montem conceitos matemáticos já existentes. Então a autora aplica em sala de aula jogos e situações problemas, como forma de auxílio na aprendizagem. Enfatizando que são apenas instrumentos, necessitando serem usados de forma correta, sendo assim, cabe ao professor ajudar os alunos a redescobrir, tornando-se um auxiliador no aprendizado dos alunos, deixando a posição de transmitir conhecimento e se colocando na posição de orientador para o conhecimento.

Dessa forma, não basta apenas ter boas ferramentas para o aprendizado, necessita-se saber usá-las, de forma que os alunos construam seus conhecimentos, tornando-se pesquisadores.

Utilizarei a metodologia de estudo exploratório para fundamentar meu trabalho de pesquisa, que tem por característica o estudo preliminar, a definição do problema de pesquisa e com isso a formulação de hipóteses com mais precisão. Nesse sentido, acredito que essa metodologia se aproxima dos objetivos da minha pesquisa, na qual pretendo verificar como os alunos de sétimo ano entendem e resolvem problemas com os números inteiros.

Trabalhei durante seis encontros de 90 minutos, com um grupo de 29 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental do Colégio de Aplicação da UFRGS. Esse grupo de alunos se defrontou com algumas circunstâncias específicas nas quais foram trazidas situações vividas por eles.

Iniciei a pesquisa fazendo uma revisão bibliográfica para identificar trabalhos similares que possam contribuir com minha pesquisa. Usarei referências para analisar os dados coletados e para explicar a história dos números inteiros e sua aceitação pela comunidade matemática.

Como o conceito de números inteiros seria novo para eles, levei, na primeira aula, uma folha em que mostram exemplos do dia a dia em que podemos identificar os números inteiros e, assim, junto com eles, construir o conceito de números inteiros. Deixando o aluno indagar, questionar e organizar seus pensamentos tendo o professor como mediador.

Ao longo das aulas foram levados jogos para se iniciar alguns conceitos e operações com números inteiros, um deles é o jogo do termômetro maluco, nesse jogo foi pedido que os

alunos construíssem um tabuleiro com 20°C negativos a 20°C positivos, na construção pode-se analisar a compreensão deles com os números negativos e iniciar as operações.

Nesse Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) irei abordar, presente na análise histórica, como se deu a aceitação histórica dos números inteiros. No segundo capítulo analisei e selecionei propostas didáticas e algumas pesquisas que abordam os números inteiros e se relacionam com a minha proposta junto com a fundamentação teórica. No terceiro capítulo fiz uma abordagem histórica da aceitação dos números inteiros na comunidade matemática. No quarto capítulo relatei como se deram as práticas e os objetivos das atividades. No quinto capítulo analisei as práticas e os dados obtidos. Por último, apresentei as considerações finais sobre a minha pesquisa.

2 BASE TEÓRICA

Nesse capítulo irei abordar a importância sobre o ensino de números inteiros e também sobre o uso de materiais manipulativos para o ensino do mesmo, mostrando as dificuldades na compreensão deste conteúdo.

2.1 Aprendizagem Dos Números Inteiros e Suas Dificuldades

Atualmente, os estudantes encontram obstáculos quando operam com os números negativos. Há inúmeras dificuldades quando se ensina sobre o conceito de números negativos no ensino fundamental, quando ocorre o primeiro contato com a representação numérica desses números.

Nascimento (2004) citou obstáculos que aparecem na aprendizagem do aluno, importante destacar que dois deles são originados das limitações do indivíduo no momento do seu desenvolvimento e da escolha didática ou de um projeto do sistema educativo. Também destaca algumas dificuldades observadas: Admitir algo menor que zero; Aceitar a representação de um número negativo; Realizar operações do tipo $3 - 5$, se até então não se pode de três tirar cinco; Identificar os valores dos números negativos; Realizar operações em que o sinal menos aparece com dois significados; Identificar o valor zero não como ausência, mas como resultado da operação de dois valores opostos.

Grasiela Martini (2010) em seu trabalho de conclusão de curso identificou dificuldades apresentadas pelos estudantes quando trabalham com números inteiros, que concordam com as citadas por Nascimento (2014), sendo elas: Diferenciar o sinal das operações do sinal dos números; resolução das operações de adição e subtração com inteiros; dificuldade em representar os problemas práticos através da escrita; Comparar os números inteiros; dificuldade em interpretar problemas.

Contudo,

Aprendemos, com isso, que não é possível culpar as crianças de seus fracassos na escola: a escola precisa descobrir o conhecimento dessas crianças e expandi-lo. Talvez sua política tenha sido, até hoje, a de reprimi-lo. (SCHLIEMANN, CARRAHER E CARRAHER, 1998, p.167)

Existem vários fatores a serem aprimorados que causam essas dificuldades, tanto na forma de apresentar o conteúdo, quanto problemas enfrentados por cada indivíduo. Por isso,

não conseguiremos o modelo perfeito de educação, mas buscamos aprimorar a cada etapa durante nossa trajetória como educadores. Nosso dever é não de doutrinar ou regradar, mas sim, levar o aluno a adquirir conhecimento e descobrir conceitos.

Ao longo da minha trajetória como estudante e da minha breve experiência como docente, constatei que os professores observados utilizam uma abordagem com apresentação de conceitos e regras ao tratarem de números inteiros, através de exercícios repetitivos sem uma significativa elaboração, sentido e contexto. Visto que,

(...) o modelo racionalista que se apóia exclusivamente em símbolos e fórmulas para expressar as relações matemáticas não parece ser o mais adequado para promover a compreensão matemática. (SCHLIEMANN, CARRAHER E CARRAHER, 1998, p.99)

Percebemos a necessidade de uma forma mais visual de se trabalhar com exemplificações do cotidiano, de maneira que, se compreenda os conceitos matemáticos utilizados nas resoluções algébricas. Sendo então a matemática do cotidiano um suporte para o modelo matemático ensinado na escola.

Segundo Martini (2010) a construção destes conceitos de números inteiros inicia quando se começa a apresentar os números negativos como parte do cotidiano de cada indivíduo, embora não se dêem conta disto. Com o uso de situações do cotidiano construímos os conceitos de inteiros.

Martini (2010) aplicou exemplos, envolvendo dinheiro com números negativos em classe, e notou que não há dificuldades em se obter o resultado pela maioria. Então refletimos sobre a necessidade de se utilizar situações-problemas no ensino e aprendizagem, a fim de que essa aplicação gere mais significado para o conhecimento matemático e, também possibilite ao aluno fazer conexões entre o conhecimento novo e aqueles já conhecidos.

Assim, o aluno pode desenvolver a capacidade de mobilizar o conhecimento e de gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Como um exemplo, pode-se pedir a ele que compare algumas situações vivenciadas pela turma, como variação de temperatura, saldo negativo, perder em um jogo, dívidas, faltas e ausências.

Em cada situação-problema proposta por Megid (2001), ela justifica o porquê da escolha, o que pretende que os alunos aprendam ao realizar a atividade e qual a resposta

obtida por eles. Esse posicionamento da autora, de primeiramente analisar os benefícios e o conteúdo possível de ser utilizado com os problemas, antes de aplicá-los, é fundamental para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais eficientes para ensinar matemática.

Outra forma para trabalharmos com o conceito de números inteiros e suas operações de adição e subtração é a representação por meio de materiais manipulativos. Este é um sistema muito interessante como recurso de ensino-aprendizagem, pois, além de visualizar o posicionamento dos números inteiros, os alunos conseguem compreender melhor as operações de adição e subtração com os mesmos. Além disso, operações com números inteiros é um conteúdo importante não só para o cotidiano dos alunos, mas na resolução de equações, o que lhes permite compreender conceitos mais avançados em matemática.

A dissertação de Moraes (2010) apresenta o auxílio da reta numérica para trabalhar as operações com números inteiros. Segundo Moraes (2010), os alunos utilizam a reta numérica, pois sentem-se mais seguros ao visualizarem os conceitos e procedimentos analisados.

Além desse método, Moraes (2010) menciona a importância de trabalhar com situações-problema para explicar este conteúdo, sugerindo que os problemas que abordam temperatura seriam os mais adequados para iniciar a discussão das operações de adição e subtração com inteiros.

Assim, neste trabalho, em todas as atividades presentes na estratégia metodológica, procuro associar situações-problema que facilite a compreensão das operações com números inteiros e seus conceitos.

2.2 A Utilização de Materiais Manipulativos no Ensino da Matemática

Irei tratar da importância de apresentar números inteiros de uma forma mais dinâmica.

Segundo Rodrigues e Grazire (2012) os materiais manipulativos podem tornar as aulas de matemática mais dinâmicas e compreensíveis, pois permitem ao aluno construir os conceitos na prática, por meio de ação manipulativa. Ressaltam que não basta dispor de um bom material didático para que se tenha a garantia de aprendizagem, o mais importante é saber utilizar corretamente estes materiais em sala de aula.

Visto que,

(...) a aprendizagem não reside na estrutura física do material concreto ou na simples manipulação do mesmo, devendo resultar de reflexões sobre as operações impostas sobre a ação manipulativa. (RODRIGUES, FREDY COELHO; GAZIRE, ELIANE SCHEID, 2012, p.6)

Analisamos ser necessário a reflexão junto aos alunos sobre o observado quando manipulado esses materiais e assim construir os conceitos permitidos com a utilização dos mesmos.

Ainda Rodrigues e Gazire (2012) ressaltam que é preciso que haja uma atividade mental por parte do aluno mediado pelo professor, permeada de reflexões sobre a ação manipulativa, que deve permitir ao aluno o reconhecimento de relações que o levem a pensar, analisar e agir. Também recomendam que o aluno participe da construção do mesmo, garantindo que o mesmo tire maior proveito possível desse material manuseado, pois surgem imprevistos e desafios que acabam por conduzi-lo à elaboração de conjecturas e soluções para as situações imprevistas.

Com essa pesquisa podemos analisar que os materiais didáticos podem desempenhar várias funções, dependendo do objetivo a que se prestam: apresentar um assunto, motivar os alunos, auxiliar a memorização de resultados e facilitar a redescoberta.

Rodrigues e Gazire (2012) destacam alguns cuidados básicos ao utilizar o material didático,

- I. Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
- II. Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
- III. Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
- IV. Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
- V. Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e
- VI. Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material. (RODRIGUES, FREDY COELHO; GAZIRE, ELIANE SCHEID, 2012, p.193,194)

Com esses cuidados possivelmente iremos adquirir resultados melhores com a utilização desses materiais. Mas ressaltamos que é importante validar essas conjecturas através de uma organização lógica matemática.

Até qual ponto a utilização dos materiais manipulativos (MD)¹ produz uma aprendizagem significativa? Em resposta a pergunta,

(...) Há uma diferença pedagógica entre uma aula em que o professor apresenta o assunto ilustrando-o com MD e uma aula em que os alunos manuseiam o material. Segundo ele, o MD é o mesmo nas duas situações de ensino, mas os resultados no segundo tipo de aula "serão mais benéficos à formação dos alunos, porque, de posse do MD, as observações e reflexões deles são mais profícuas, uma vez que poderão, em ritmos próprios, realizar suas descobertas e, mais facilmente, memorizar os resultados obtidos durante suas atividades". (RODRIGUES, FREDY COELHO; GAZIRE, ELIANE SCHEID, 2012, p.194)

Então, segundo Rodrigues e Gazire (2012), o mau uso dos materiais manipulativos podem estar ligado à distância existente entre o material concreto e as relações matemáticas que temos a intenção que eles representem, e também quanto à seleção dos materiais na sala de aula.

Morais (2010) defende o uso da reta numérica, como visto na seção anterior, utilizei a reta numérica em forma de um tabuleiro, a fim de facilitar o processo de aprendizagem e em seguida apresentar a reta numérica. Assim ao realizar as operações de adição e subtração no jogo, os próprios alunos poderão deduzir as regras de sinais através da generalização dos movimentos realizados, possibilitando uma nova forma de abordar e justificar a operação de adição e subtração com inteiros.

O método utilizado por Moraes (2010) para resolver as operações de soma e subtração procura dar significado aos sinais de número e da operação. No jogo que utilizamos não iremos abordar inicialmente a adição e subtração, os alunos irão fazer as operações sem que percebam. Cada carta que selecionarem irá dizer para onde irão andar, se para trás (negativo) ou se para frente (positivo).

Mais adiante, para definir as operações de adição e subtração, tomei o jogo como exemplo e utilizamos a reta numérica para visualização. A primeira parcela indicará o

¹ Materiais didáticos manipuláveis

posicionamento inicial que um indivíduo deve adotar. No segundo momento, ele deve analisar o sinal da segunda parcela: se o sinal foi positivo ele andará para a frente/direita e se for negativo para a trás/esquerda. Ao final ele olhará para o sinal da operação, que mostrará se ele andará no sentido mostrado na segunda parcela (operação positiva) ou se ele andará no sentido contrário ao sentido que ela representa (operação negativa). A posição final desta pessoa será o resultado da operação.

Conclui-se que o professor deve utilizar os materiais manipulativos, de forma que, sejam mediadores na construção do conhecimento matemático orientando o aluno a realizar uma ação reflexiva sobre o seu objeto de estudo durante a atividade experimental. Assim os materiais manipulativos podem contribuir na aprendizagem dos alunos.

3 ANÁLISE HISTÓRICA

Nesse capítulo abordei como se deu a aceitação dos números negativos ao longo da história, buscando escrever de uma forma cronológica. De acordo com Meideiros e Meideiros (1992, p.50) "A origem histórica dos números negativos é incerta." então não podemos dizer ao certo como foi a origem dos números negativos, mas podemos deduzir a origem desses números a partir do que conhecemos da história do conteúdo.

3.1 Os Números Negativos na Civilização Chinesa

Podemos dizer que o mais antigo sobre números negativos está na obra chinesa *Nove Capítulos sobre a Arte Matemática*, cerca de 200 a.C., problemas ligados ao dia a dia dos matemáticos chineses os conduziram a sistemas de equações lineares escritos na forma de matrizes dos coeficientes. Nestas matrizes se encontra pela primeira vez na história da matemática a presença dos números negativos. Mas acredita-se que durante os primeiros mil anos da era cristã os chineses não concebiam o número negativo como entidades matemáticas independentes. (SÁ e ANJOS, 2011).

Segundo Anjos (2008), os chineses diferenciavam números positivos e negativos usando barras pretas representando os positivos e barras vermelhas representando os negativos. É possível que trabalhem dessa forma por causa de sua filosofia muito forte de opostos.

3.2 Os Números Negativos na Civilização Grega

Na Grécia antiga ocorreu o início da matemática demonstrativa. Acredita-se que ao longo daquela região e das costas da Ásia Menor e posteriormente na parte continental da Grécia o pensamento racionalista começou a surgir com perguntas do tipo "como" e "por quê", eles gostavam de representar os números graficamente mediante um segmento, possivelmente por esse motivo, de acordo com Anjos (2008, p.19) "[...] a ideia de número negativo não estava presente na civilização grega." Como Gonzalez (1990) afirma:

O descobrimento das grandezas incomensuráveis foi possivelmente em detrimento da aritmética e da álgebra. Talvez tenha sido a causa de que não concebesse os números negativos: não se lhes podia representar graficamente mediante um segmento. (GONZALEZ et al., 1990, p. 22-23, minha tradução)

Existiu na Grécia antiga uma escola filosófica denominada escola pitagórica que baseava-se na suposição de que a causa última das várias características do homem e da matéria são os números inteiros. Então Surgiu a figura de Diofanto de Alexandria (250 a.c-350 a.c). (SÁ e ANJOS, 2011). Ele escreveu três trabalhos dos quais um foi totalmente perdido enquanto outros restam algumas partes. Diofanto apresentou em um de seus trabalhos a seguinte declaração.

O que está em falta multiplicado pelo que falta resulta em algo positivo; enquanto que o que está em falta multiplicado pelo que é positivo resulta em algo que está em falta. (SÁ, PEDRO FRANCO DE; ANJOS, LUIS JORGE SOUZA DOS, p.3)

Podemos observar que os matemáticos gregos já conheciam os resultados de multiplicações com números negativos. Apesar de não aceitarem os números negativos, deram uma contribuição importante para esses números, pois foram eles que estabeleceram a propriedade distributiva, usando representações geométricas de área.

3.3 Os Números Negativos na Civilização Hindu

Segundo Anjos (2008, p. 16), "[...] a matemática hindu é reconhecida historicamente pelo trato sistemático dos números negativos." Encontrada na obra de um dos grandes matemáticos indianos, Brahmagupta, em que escreveu explicitamente a aritmética sistematizada dos números negativos e do zero com regras aritméticas de adição e multiplicação e caracteriza os números positivos em termos de fortunas e os negativos como débitos. (SÁ e ANJOS, 2011).

Outro matemático hindu muito notável foi Bhaskara (1114-1185) em um de seus livros resolve uma equação do segundo grau e encontra as raízes 50 e -5 como soluções do problemas, mas considerou o segundo valor inadequado devido as pessoas não aceitarem soluções negativas. (SÁ e ANJOS, 2011). Afirma Sá e Anjos (2011):

Bhaskara também afirmava que as raízes negativas não podiam existir porque um número negativo não é um quadrado. (SÁ, PEDRO FRANCO DE; ANJOS, LUIS JORGE SOUZA DOS, p.4)

Com isso podemos notar a dificuldade em se aceitar soluções e problemas com números negativos, mas com isso os números negativos ganharam uma certa aceitação.

3.4 Os Números Negativos no Império Árabe

Conforme Anjos (2008, p. 26), "[...] a postura árabe diante do conhecimento matemático foi fortemente marcada pela mistura de várias influências." Assim os árabes contribuíram para o aperfeiçoamento do sistema de numeração hindu por meio dos trabalhos de um de seus maiores matemáticos, mas consideravam apenas raízes positivas e não utilizavam nenhum tipo de abreviatura ou símbolos de notação. (SÁ e ANJOS, 2011). Então apesar de conhecerem os números negativos devido a influencia hindu, não utilizaram da aplicação destes números, ou seja, não aceitavam os números negativos como números. Gonzalez (1990) mostra as possíveis razões pelas quais os árabes não aceitavam esses números:

Os árabes tropeçaram no obstáculo que impediu durante séculos a aceitação dos números negativos como números, a saber, a identificação de número com grandeza. A recusa dos árabes, para os negativos foi suave, se limitaram a ignorar esses monstros sem suporte real, frutos da criatividade e imaginação dos hindus. Conheciam, sim, as regras para operar com os negativos, mas consideravam como indicativo de subtração. (GONZALEZ et al., 1990, p. 26, minha tradução)

De acordo com Medeiros e Medeiros (1992), foram os árabes que transmitiram a contribuição dos hindus sobre os números negativos aos europeus.

3.5 Os Números Negativos da Europa até hoje

Mesmo depois de anos os números inteiros ainda não haviam obtido uma aceitação, como podemos observar no trecho de Sá e Anjos (2011):

Apesar dos desenvolvimentos de Brahmagupta, muitos matemáticos europeus, nos séculos XVI e XVII, não apreciavam os números negativos e se esses números apareciam nos seus cálculos, eles os consideravam falsos ou impossíveis. (SÁ, PEDRO FRANCO DE; ANJOS, LUIS JORGE SOUZA DOS, p.5)

Foi quando Simon Stevin (1548-1620) um matemático Belga, contribuiu aceitando os números negativos como raízes e coeficientes de equações. (SÁ e ANJOS, 2011). Usando a seguinte proposição.

[...] as raízes negativas das equações são as raízes positivas da equação obtida pela substituição de x por $(-x)$, ou seja, se -2 era raiz de uma equação $x^2 - px = q$, isto

implicava que $+2$ é raiz de $-x^2 + px = -q$. (SÁ, PEDRO FRANCO DE; ANJOS, LUIS JORGE SOUZA DOS, p.5)

Stevin justificou geometricamente a regra da multiplicação de números negativos utilizando uso da identidade algébrica. Mas não declarou nada sobre o número negativo ser um número propriamente dito. Então seu uso ficou restrito como um "artifício de cálculo" com seu êxito nos cálculos justificando seu uso, como afirmado por Gonzalez (1990, p.32) "[...] os números negativos depois de mostrarem a sua viabilidade e eficácia são aceitos e utilizados como artifícios de cálculo."

No século XVIII foi descoberta uma interpretação geométrica dos números positivos e negativos como sendo segmentos de direções oposta, foi então que a situação dos números negativos mudou consideravelmente. (SÁ e ANJOS, 2011). Aos poucos foram surgindo matemáticos que começaram a inserir novas ideias na ciência. Mas podemos notar que houve muita resistência em aceitar os números negativos, houve muitas opiniões divergentes de diversos matemáticos importantes sobre esses números. Alguns aceitavam, outros desprezavam, alguns tentaram dar justificativas que refutasse até mesmo a existência deles. Entre matemáticos importantes que rejeitaram esses números de forma parcial, ou até mesmo de forma plena, podemos citar: Nicolás Chuquet (1445-1500), Michael Stifel (1487-1567), Giordano Cardan (1501-1576), François Viète (1540-1603), Thomas Harriot (1560-1621), René Descartes (1596-1650), Pierre de Fermat (1601-1665), Antoine Arnaud (1612-1694), Blaise Pascal (1623-1662), Gabriel Gramer (1704-1752), Jean D'Alembert (1717-1783), Francis Maseres (1731-1824), Lazare Camot (1753-1823), Willian Frende (1757-1841), Willian Hamilton (1805-1865) e Augustus de Morgan (1806-1871). (GONZALEZ 1990) e (MEDEIROS E MEDEIROS 1992). Vejamos a seguir sobre dois deles:

François Viète (1540-1603) é conhecido como um dos introdutores dos símbolos "+", "-", e "=", entretanto estes símbolos referiam-se apenas à operação de subtração entre números 'verdadeiros', isto é, positivos. Para Viète, os números negativos eram desprovidos do significado intuitivo e físico, era do tipo de que em vez de dizer acrescente -3, diria diminua 3. Mas, Viète acabou contribuindo para o amadurecimento dos números relativos, com a inserção de uma nova notação na matemática que passou a ser abundantemente utilizada pelos matemáticos no futuro. (SÁ, PEDRO FRANCO DE; ANJOS, LUIS JORGE SOUZA DOS, p.6)

Descartes (1596-1650) na obra, *La Géometre*, inclui a aplicação da álgebra à geometria, o que originou a Geometria Cartesiana. Ele tomou como "falsas" as raízes negativas, alegando serem „menores que nada" e desenvolveu a transformação das raízes negativas em positivas. (SÁ, PEDRO FRANCO DE; ANJOS, LUIS JORGE SOUZA DOS, p.6)

Podemos notar que haviam inseguranças para atribuir os números negativos como número. Concluimos que o processo de aceitação foi lento, até o século XIX. Colin MacLaurin (1698-1746) escreveu o livro "*Tratado da Álgebra*" (1748) em que tratou de definições sobre quantidades negativas o que representou um grande avanço na época. (SÁ e ANJOS, 2011). Mas admitia quantidades negativas em relação ao zero origem, o que mais tarde causou grandes conflitos pela falta de distinção do zero absoluto ao zero relativo à origem. Também define em sua obra a regra de sinais que gerou uma era de formalismo até então inexistente.

A controvérsia entre os números negativos começou a ser resolvida através do matemático inglês George Peacock (1791-1858), que de acordo com Gonzalez (1990), fez a distinção entre a álgebra aritmética e a álgebra simbólica, e estabeleceu o princípio de permanência como conexão entre essas álgebras:

Peacock, depois de distinguir entre álgebra aritmética - onde as letras representam números naturais, os símbolos + e - tem significado aritmético ordinário - e a álgebra simbólica - onde seguem atuando as leis da álgebra aritmética, mas se elimina a restrição aos naturais - estabeleceu a conexão entre elas a partir do que chamou de "princípio de permanência" que dizia: "Todos os resultados da álgebra aritmética que se deduzem por aplicação de suas regras, e que são gerais em sua forma, ainda que particulares em seu valor como em sua forma." (GONZALEZ et al. , 1990, p. 48, minha tradução)

Foi o matemático alemão Hermann Hankel (1839-1873), em sua obra *Teoria do Sistema dos Números Complexos*, resolveu de forma definitiva a controvérsia dos números negativos:

Hankel, retomando a iniciativa de Peacock, formulou o princípio de permanência das leis formais que estabelece o critério geral de algumas ampliações do conceito de número:

1. A palavra número responderá a símbolos ou agregados de símbolos que não necessariamente representam números do campo numérico previamente dado ou conhecido, mas que seu significado pode ser qualquer.

2. Se definirão para o novo campo numérico as operações fundamentais da aritmética (adição e multiplicação) e o conceito de igualdade, de maneira que se conservem as definições no campo menos amplos como caso particular das novas definições e que subsistam as leis formais de uniformidade, associativa, comutativa, distributiva e conservação de elemento neutro. (GONZALES et al., 1990, p. 48-49, minha tradução)

Então percebemos que a dificuldade na aceitação dos números negativos não é incomum, pois, como vimos, no meio matemático ocorreu muitas rejeições dos mesmo até que chegasse na formalização dos números inteiros como conhecemos hoje. Os números inteiros não devem ser considerados triviais para os alunos, pois, assim como os matemáticos foram resistentes em aceitar, os alunos também possuem dificuldades de aceitação.

4 COMO SE DEU A PRÁTICA

Apliquei uma prática com alunos do 7º ano, que não haviam trabalhado com números inteiros, apenas com os números naturais. A prática teve por finalidade introduzir os conceitos e operações com números inteiros. Utilizei a leitura bibliográfica para planejar as aulas e fazer relações nas análises. Também utilizei do estudo exploratório que tem a característica de envolver um levantamento bibliográfico e visam proporcionar uma visão geral de um determinado fato, do tipo aproximativo com o objetivo de procurar padrões, ideias ou hipóteses com a intenção de realizar descobertas.

Construí, junto aos alunos, os números inteiros a partir dos números naturais já conhecidos e comentei a sua importância e utilidade através de exemplos. Trabalhei com listas de exercícios, exercícios do livro e jogos. Também apliquei trabalhos para analisar a compreensão dos alunos.

4.1 Planejamento das Atividades

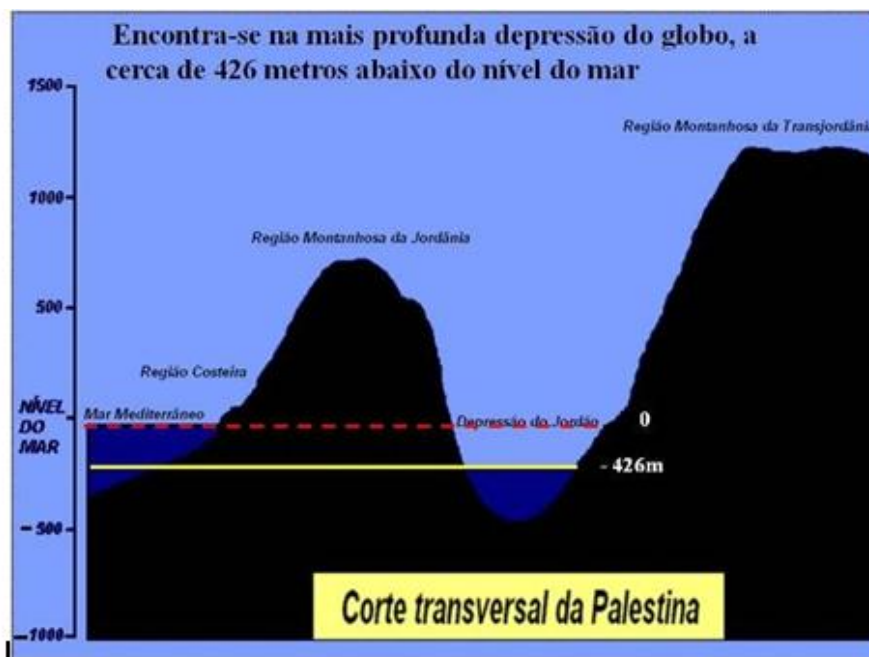
As aulas práticas foram realizadas no Colégio de Aplicação da UFRGS, que fica no bairro Agronomia em Porto Alegre nos dias 1, 7, 8, 15, 16 e 28 de abril de 2016, durante o turno da manhã, com uma turma de 7º ano de 29 alunos, sob a supervisão da professora de matemática.

As atividades foram planejadas para 12 períodos de 50 minutos cada, divididos em 6 aulas, sendo 2 períodos para cada aula. Os planejamentos das aulas foram da seguinte forma.

4.1.1 Primeira Aula

No primeiro período, os alunos observaram a figura 1 entregues a eles em uma folha. Com o objetivo de mostrar que os números inteiros estão presentes no dia a dia dos alunos, segundo Martini (2010) a aprendizagem deste conceito de números inteiros inicia quando se começa a apresentar os números negativos como parte do cotidiano de cada indivíduo, assim temos que o uso de situações do cotidiano são fundamentais para a construção do modelo matemático ensinado na escola.

Figura 1 - Números inteiros no contexto.



Equipe	P	J	GP	GC	SALDO
1° Metropolitano	17	7	15	5	10
2° Junior Team	8	6	12	6	6
3° Colorado	7	6	8	9	-1
4° Tigrão de Umarama	7	6	6	7	-1
5° PSTC	6	6	5	10	-6
6° Matsubara	5	7	11	15	-4



Fonte: Geografia e Anarquia (2013); O esquema é rápido (2010); Can Stock Photo .

Indaguei aos alunos sobre quais números se familiarizam. Relembrando os naturais, levantei a questão "quais números naturais identificamos na imagem apresentada?".

O conjunto dos números naturais é composto pelo zero e pelos números positivos. Expliquei que podemos dizer que um número com ou sem o sinal "mais" é positivo, mas o número só é negativo se com ele apresentar o sinal "menos", o único número que não é negativo nem positivo é o zero.

Em seguida, expliquei sobre o valor de um número, usando a imagem do termômetro na escala de Celsius e indaguei "O zero é maior que o menos dez? É mais frio quando marca zero graus Celsius ou quando marca menos dez graus Celsius". Assim identificamos que o valor dos números inverte quando temos números negativos, ou seja, quando temos o número 10 e o número 2, o número 10 tem um valor maior que o número 2, mas quando temos o número menos 10 e o número menos 2, o número menos 2 tem um valor maior que o número 10. Sabendo isso construímos a reta numérica no quadro.

No segundo período os alunos resolveram os exercícios encontrados no apêndice 1, que tem por objetivo exercitar a compreensão dos conceitos de números inteiros.

4.1.2 Segunda Aula

No primeiro momento foi corrigido a tarefa da última aula em conjunto com a turma, lembrando a aula anterior e introduzindo o símbolo de maior ou menor e os termos antecessor e sucessor, explicando que o símbolo " $>$ " é usado quando o número de menor valor fica a direita e " $<$ " é usado quando o número de menor valor fica a esquerda, também definindo antecessor de um número como o primeiro número inteiro menor e sucessor como o primeiro número inteiro maior. Observamos na reta numérica antecessores e sucessores, pois segundo Morais (2010) a reta numérica contribui significativamente para a compreensão dos números inteiros.

Em seguida, os alunos resolveram os exercícios encontrados no apêndice 2 que tem como objetivo exercitar o conhecimento dos alunos e analisar a compreensão dos mesmos.

4.1.3 Terceira Aula

Foi realizado o jogo Termômetro Maluco, segundo Morais (2010) a reta numérica contribui para a compreensão de conceitos e operações com números inteiros e Martini (2010) fala da importância do cotidiano do aluno para a aprendizagem matemática, com a inspiração nesses dois autores propus esse jogo em que une esses dois argumentos.

O tabuleiro do Jogo foi confeccionado pelos alunos, sendo numerado de -20 até 20, cada grupo terá uma cartolina, canetas esferográficas, lápis. As peças dos jogadores e as cartas do jogo serão levados. O objetivo da confecção do tabuleiro é observar o que foi compreendido sobre os conceitos de números inteiros já estudados.

Cada grupo usa um tabuleiro com o termômetro e um conjunto de cartas que devem ser embaralhadas e colocadas no centro da mesa, formando um monte, com as faces voltadas para baixo. Para iniciar o jogo, cada jogador, na sua vez, coloca seu marcador na posição Zero e retira uma carta do monte. Se a carta indicar um número positivo, o jogador avança; se indicar um número negativo recua e, se apontar para o zero, o jogador não move o seu marcador.

O jogo continua, com os jogadores retirando uma carta do monte e realizando o movimento a partir do valor da casa do seu marcador. O jogador que chegar abaixo de - 20 congela e sai do jogo.

Há três formas de ganhar o jogo - O primeiro jogador que chegar em +20; O último que ficar no termômetro, no caso de todos os outros jogadores congelarem, e saírem do jogo; O jogador que, terminado o tempo destinado ao jogo, estiver mais quente, ou seja, aquele que estiver com o seu marcador na casa com o maior número em relação aos demais.

O objetivo do jogo é trabalhar a simetria, como também, sem ter definido, a operação de adição com números inteiros. Dessa forma, os alunos aprendem a operação sem que percebam e, depois de compreendido, será definido e explicitado a operação.

No fim da aula foi entregue uma folha de tema com exercícios presentes no apêndice 3.

4.1.4 Quarta Aula

Nessa aula foi feita a correção das tarefas extracurriculares, solucionando as dúvidas. Utilizando como exemplo o jogo Tabuleiro Maluco, iniciei adição e subtração com números inteiros sem que seja definido ainda, ou seja, sem citar adição e subtração foi analisado o que acontece no jogo quando, por exemplo, estamos na casa do número menos 2 e tiramos uma carta com o número menos 3, onde acontece a soma com nossa peça indo até a casa do número menos 5, também utilizei problemas referentes a temperaturas. E assim, utilizando de questões-problema referentes ao cotidiano dos alunos como Martini (2010) propõe, comentando a importância do uso dessas questões para a aprendizagem e compreensão dos alunos sobre o conteúdo de números inteiros.

4.1.5 Quinta Aula

Trabalhei nessa aula com o jogo bingo com números inteiros. Cada aluno recebeu uma cartela com 20 quadrados que foi preenchido, por eles, com vinte números variando do menos vinte até o mais vinte. Também foram distribuídos milho de pipoca para marcarem as respostas das perguntas que serão sorteadas, que ocorreu da seguinte maneira, cada aluno escolhe um número de um até quarenta e um, o número escolhido é referente as perguntas do bingo presentes no apêndice 4.

A cada sorteio os alunos resolvem a questão e marcam em sua cartela se houver o número. É considerado o primeiro, segundo e terceiro lugar, enquanto não há os três ganhadores, o jogo continua.

Depois de terminado o jogo, foi retomado o conteúdo comentando o jogo e as dificuldades que os alunos encontraram para resolver as questões. Esse jogo tem o objetivo de exercitar a aprendizagem e observar os conceitos de números inteiros compreendidos pelos alunos.

4.1.6 Sexta Aula

Nessa aula, finalmente, explicitarei adição e subtração. Então relembrei o jogo Tabuleiro Maluco para resolver uma subtração e uma adição. Temos a seguinte adição: $(-3) + 2$. Para resolver essa adição podemos lembrar do jogo, nossa peça está na casa de número menos 3 e tiramos a carta de número 2, então nossa peça irá andar 2 casas para frente, parando então na casa de número menos 1. Mas se, ao invés disso, obtermos a subtração $(-3) - 2$ nossa peça estará na casa de número menos 3 e irá andar 2 casas para trás parando na casa de número menos 5. Assim utilizei do jogo para exemplificar as operações de adição e subtração com números inteiros. Em seguida sugeri os exercícios presentes no apêndice 5.

Por fim, foi entregue os exercícios encontrados no apêndice 6 com o objetivo de analisar o conhecimento construído sobre adição e subtração.

5 RELATOS E ANÁLISES DAS ATIVIDADES

Nesse capítulo irei analisar e relatar as atividades das aulas. Foram feitos os registros de observações das aulas, na sexta aula foi recolhido o material escrito.

5.1 Primeira Aula

Foi entregue imagens aos alunos de números inteiros contextualizados - Nível do mar, extrato de conta corrente, saldo de gols, termômetro. Pedi que observassem as imagens e dissessem quais números são conhecidos. Um aluno comenta que já ouviram falar dos números negativos e já sabia que iam estudar sobre eles.

Então escrevi no quadro com a orientação deles o conjunto dos números naturais. Comentei que existem os números positivos e negativos, o conjunto dos números naturais é formado pelos números positivos e pelo zero, vamos trabalhar com o conjunto dos números inteiros que é formado pelos números positivos, negativos e pelo zero.

Montei, junto aos alunos, a reta numérica apenas com os números naturais e o zero. Levantei a questão de como posicionar os números negativos na reta numérica, para isso, precisávamos saber o valor dos números negativos. Indaguei se o número 10 era maior que o número menos 10, a resposta foi dada com prontidão, 10 era maior que menos 10, pois, para eles era evidente que um número positivo é maior que um número negativo.

Mas, quando questionado se zero era maior que menos 10, houve uma certa dúvida entre a turma. Utilizando o termômetro perguntei se zero graus Celsius era mais frio que menos 10 graus Celsius, ainda assim alguns estavam em dúvida. Apesar da dificuldade em definir menos 10 como menor que 0, concluíram que de fato era quando analisaram as temperaturas de diferentes lugares e chegaram que menos 10 graus Celsius era mais frio que zero graus Celsius.

Em seguida, perguntei qual era mais frio entre menos 2 graus Celsius e menos 10 graus Celsius. Parte das respostas apontavam que menos 2 graus Celsius era mais frio, pois 2 é menor que 10. Como Megid (2010) relatou em seu trabalho, há uma dificuldade por parte dos alunos em entender como o número menos 2 é maior que menos 3, sendo que 2 é menor que 3. Discutiram entre eles, mas ainda entendiam que menos 2 deveria ser menor que menos

10. Então mostrei utilizando o termômetro e exemplos de temperaturas que um número negativo tem um menor valor que um número positivo, logo, quanto maior o número negativo menor o valor do mesmo.

Perguntei que número colocaríamos do lado esquerdo do zero, os alunos queriam colocar o maior número negativo, mas se defrontaram com o problema de termos infinitos números negativos. Indaguei qual número negativo teria o maior valor, obtive a resposta de ser o menos 1. Assim construímos a reta numérica e mostrei que havia uma simetria, o primeiro número depois do zero nos dois lados era o número 1, do lado direito era positivo e do esquerdo negativo, e assim por diante. Concluindo que o número menos 1 é simétrico do número mais 1, entre outros.

Os exercícios dessa aula foram corrigidos em conjunto com a turma na aula posterior a essa, mas irei comentar o que foi observado. Na primeira e terceira questões, que deveriam indicar quais dos números da tabela eram números inteiros, alguns definiram os inteiros apenas como números negativos, ou seja, atribuindo números negativos decimais como inteiros, pois, ficou entendido por esses alunos que bastava ser negativo para fazer parte do conjunto dos números inteiros. As questões 2, 4, 5 e 7 foram resolvidas satisfatoriamente.

Na questão 6, teve alunos que identificaram o 2º subsolo como o 2º andar (acima do solo), não souberam definir a palavra subsolo citada no problema. Sobre a discussão na questão 7, as respostas na letra b foram de acordo com o gosto de cada um.

Podemos observar então, como discutido na base teórica, que utilizando de exemplos e situações do cotidiano dos alunos, como o termômetro para definir o valor dos números inteiros, os alunos constroem os conceitos desses números facilmente.

5.2 Segunda Aula

Apresentei o símbolo de maior ou menor que utilizamos para indicar qual número é de maior valor e qual é de menor valor. Perguntei se eles já haviam jogado pac man e illustrei o símbolo como a boca do pac man, defini que a boca do pac man aponta para o número de maior valor. Pois, como Moraes (2010) defende a ideia de dar mais significado aos símbolos matemáticos, acredito que a associação com o pac man ajudou os alunos a entenderem a

função do sinal. Então escrevi alguns exemplos no quadro e perguntei como eu utilizaria o símbolo para aquele par de números. Não notei dificuldades na compreensão do símbolo.

Desenhei a reta numérica no quadro, já construída na aula anterior, falei sobre antecessor e sucessor de um número. Exemplifiquei citando eles e seus pais, eles são sucessores de seus pais, pois nasceram depois, seus pais são antecessores, pois nasceram antes. Logo concluímos, observando a reta numérica, sucessores e antecessores de cada número desenhado na mesma, utilizando novamente a ideia de associar exemplos de maneira que fique melhor compreendido os conceitos.

No primeiro exercício, de adicionar o símbolo maior ou menor entre os números, não ocorreu dificuldades, ou seja, obtive resultados satisfatórios. No segundo exercício alguns desenharam a reta numérica, pois, estavam com dificuldade em decidir os antecessores e sucessores dos números negativos, o que os ajudou a visualizar o problema, mas quando se depararam com o exercício 4 se confundiram, pois, alegaram que não havia como escrever números grandes na reta numérica, mostrei a eles que era possível desenhar sem escrever todos números inteiros antes deles. No terceiro exercício obtive resultados satisfatórios. No quinto exercício também houve alguns alunos que escreveram os números na reta numérica para observar a ordem deles. Concluo, assim como Morais (2010), que a utilização da reta numérica deixa os alunos mais seguros para resolver situações-problemas.

5.3 Terceira Aula

Nessa aula foi dividida a turma em 6 grupos, de 4 e 5 alunos, entregue uma folha de papel pardo para cada grupo com a finalidade de montarem o tabuleiro, com a finalidade de observar se eles haviam entendido alguns conceitos dos números inteiros, como por exemplo, o valor do número. Eles deveriam decidir o início e numerar o tabuleiro de -20 até 20. Houve discussão entre os grupos para decidir o início, pois, segundo as regras, na casa -20 eles perderiam o jogo por voltarem atrás e na casa 20 eles ganhariam o jogo por avançarem.

Por já havermos discutido sobre o termômetro e a ordem dos números segundo seus valores foi instantâneo decidirem que o início seria a casa do zero e os negativos antes dele e positivos depois do mesmo. Alguns grupos começaram escrevendo o início que acabou gerando as casas fora de um padrão, enquanto outros, começaram escrevendo os negativos.

Então observei que eles haviam compreendido os conceitos esperados nessa primeira atividade. Nessa atividade de construir o material manipulativo percebemos a importância desse processo, como Rodrigues e Gazire destacaram ser importante, com isso os alunos desenvolveram seus conhecimentos e discutiram os conceitos construídos antes sobre os números inteiros.

Enfim, com os tabuleiros prontos começaram os jogos. Todas as peças foram posicionadas no início, as cartas contendo números negativos, números positivos e a palavra oposto se encontravam viradas para baixo. A cada rodada o jogador retirava uma carta aleatória.

Alguns grupos jogaram mais de uma vez o jogo. A única dúvida que surgiu foi da carta contendo a palavra oposto, talvez fosse melhor ter escolhido a palavra simétrico, mas alguns deles já haviam deduzido que significava o simétrico daquele número que constava na casa em que a peça deles se encontravam.

O jogo explorou vários conceitos e operações com números inteiros. Quando eles retiravam cartas com números positivos e negativos estavam fazendo operação de adição com números inteiros sem que percebessem, como afirma Martini (2010) que a aprendizagem começa quando se percebe os números negativos no cotidiano de cada um, assim eles já estavam fazendo as operações com números inteiros de forma natural, ou seja, eles já estavam construindo esse conhecimento.

Os conceitos eles já haviam construído no momento do jogo, então mais adiante foi utilizado o jogo somente para definir adição e subtração e durante o jogo foi trabalhado os conceitos. Acredito que o jogo possa ser enriquecido com mais cartas, por exemplo, podem ser criadas as cartas com as quatro operações, assim montamos duas pilhas de cartas, as cartas com operações e as cartas com os números inteiros. Expandindo mais o jogo, tornando-o complexo e utilizando de auxílio na aprendizagem das demais operações.

5.4 Quarta Aula

Foi iniciada com a correção da atividade extracurricular proposta na aula anterior. Nos problemas dessa atividade obtive resultados satisfatórios, pois, os alunos resolveram sem

dificuldades, de maneira que, percebemos que as atividades propostas até essa aula contribuiriam para a aprendizagem dos alunos.

Em seguida, se iniciou o conceito de adição e subtração sem explicitar as operações. Com a motivação de Morais (2010) lembrei os alunos do jogo e perguntei-lhes o que acontece se estamos na casa do número menos 2 e tiramos a carta com o número menos 3, prontamente me responderam que iríamos andar até a casa do número menos 5, concluí em concordância com Morais (2010) que o método citado pelo mesmo contribui satisfatoriamente na aprendizagem.

Perguntei mais alguns exemplos relacionados ao jogo, então questionei sobre temperaturas, se hoje de manhã marcaram menos 2 graus Celsius e a tarde marcaram 5 graus Celsius qual seria a diferença durante o dia, alguns responderam que seria 3 graus Celsius, o fato de perguntar a eles a diferença confundiu-os. Então lhes perguntei quantas casas andaríamos se estivéssemos na casa do número menos 2 e tivésemos tirado a carta com o número 5, prontamente responderam que andariam 7 casas. Assim, com as associações ao jogo eles compreendiam melhor o problema, com isso percebemos que esse método contribui para a aprendizagem dos alunos e desenvolve a habilidade de resolver problemas. Segui com mais alguns exemplos de diferenças de temperatura que foram respondidas satisfatoriamente, pois não houve dificuldades em resolver os problemas. Com isso, percebemos que a construção dos números inteiros pode ser feita utilizando do que já é conhecido pelo aluno e da reflexão do material manipulativo.

5.5 Quinta Aula

Trabalhei com o jogo do bingo com números inteiros. Cada aluno recebeu 20 milhos de pipoca e uma cartela com 20 quadrados, preencheram a cartela com números entre menos 20 e mais 20. Separei 41 perguntas numeradas e cada resposta é referente a um número de menos 20 até mais 20. Esta atividade visa a resolução de problemas com números inteiros interativa.

Para Sortear as perguntas, pedi a cada aluno que escolhessem um número de 1 até 41. A ideia era que cada aluno respondesse individualmente, mas ocorreu a turma pensando em

conjunto. Não registrei a ordem em que foram sorteadas as perguntas, então comentarei sobre algumas respostas que observei.

Nas questões de número 1 até 6, falava de uma temperatura e que havia baixado uma certa quantidade de graus Celsius que gerou a discussão por causa da expressão "baixou", por exemplo a questão 1, estava em 10°C depois marcou menos 5°C , mesmo problema quando falei em outra aula sobre a diferença, pedi a eles que lembrassem do jogo, perguntei se a temperatura iria aumentar ou diminuir se a peça deles estivessem na casa do 10°C e fossem para menos 5°C , então prontamente foi respondido. Associando os problemas ao jogo foi sendo compreendida as situações indicadas pelos problemas. Então quando surgiu outro desses problemas já sabiam resolver.

Houve um equívoco nas questões 7 e da 27 até 30, tomando como exemplo a questão 7, eles sabiam que havia variado a temperatura, mas só alguns perceberam que variou menos 6°C , pois estava diminuindo e a questão pede para considerar se foi positivamente ou negativamente. Discutiram entre eles lembrando que no jogo para sair da casa do número 25 e voltar para a casa do número 19, teriam que ter tirado a carta com o número menos 6. E seguiram o mesmo raciocínio nas demais questões.

Algumas dessas questões são problemas de adição e subtração que foram resolvidos sem que se tenha explicitado as operações. Obtive um resultado satisfatório na resolução dos problemas, pois os alunos resolveram de forma intuitiva. Nessa atividade foi incentivada a comunicação e troca de ideias de maneira a resolver os problemas, com a participação da turma foi desenvolvido o raciocínio e a análise.

5.6 Sexta Aula

Finalmente, em nosso último encontro, explicitarei a adição e subtração com números inteiros. Então, tomei algumas adições e subtrações e exemplifiquei da seguinte maneira, temos a adição: $(-3) + 2$. Para resolver essa adição podemos lembrar do jogo, nossa peça está na casa de número menos 3 e tiramos a carta de número 2, então nossa peça irá andar 2 casas para frente, parando então na casa de número menos 1. Mas se, ao invés disso, obtermos a subtração $(-3) - 2$ nossa peça estará na casa de número menos 3 e irá andar 2

casas para trás parando na casa de número menos 5. Dessa maneira utilizamos o que já foi construído e trabalhado por eles para formalizar.

Usando esse raciocínio, resolveram satisfatoriamente os exercícios de adição e subtração de inteiros, de maneira que não houve dificuldades, assim percebemos a importância de utilizar a matemática do cotidiano do aluno para a formalização matemática.

Em seguida, receberam uma folha de problemas para resolver. Na primeira questão grande parte dos alunos se confundiram para resolver, o fato das contas estarem no formato de tabela gerou erros. Como podemos observar na figura 2, o aluno soube resolver $30 - (-5)$ mas se confundiu em $10 - (-5)$, o que parece ter gerado essa confusão foi o formato da questão.

Figura 2 - Exercício 1 Aluno 1

1) Preencha as tabelas a seguir:

-	2	-5	6	25
30	28 _e	35 _e	24 _e	15 _e
10	8 _e	5 _e	4 _e	15 _e
-9	-11 _e	-4 _e	-3 _e	16 _e
-7	-9 _e	-12 _e	-1 _e	-32 _e

+	-2	5	30	9
-6	-4 _e	1 _e	-36 _e	3 _e
-3	-1 _e	2 _e	+25 _e	6 _e
60	+58 _e	65 _e	90 _e	69 _e
25	23 _e	30 _e	85 _e	34 _e

Fonte: Arquivos da autora

Ainda na figura 2, podemos notar que o aluno 1 sabia resolver as questões, mas se atrapalhou em alguns sinais e confundiu a soma e subtração, concluímos que a forma visual do exercício gerou a dificuldade. Também teve casos em que se complicaram apenas na subtração como podemos observar na figura 3 a seguir.

Figura 3 - Exercício 1 Aluno 2

1) Preencha as tabelas a seguir:

-	2	-5	6	25
30	28 ^e	35 ^e	24 ^e	5 ^e
10	8 ^e	15 ^e	4 ^e	-15 ^e
-9	8 ^e	-4 ^e	-15 ^e	14 ^e
-7	-9 ^e	-2 ^e	-13 ^e	18 ^e

+	-2	5	30	9
-6	-8 ^e	+1 ^e	+24 ^e	+3 ^e
-3	-5 ^e	+2 ^e	+27 ^e	+6 ^e
60	+58 ^e	+65 ^e	+90 ^e	+69 ^e
25	23 ^e	30 ^e	55 ^e	34 ^e

Fonte: Arquivos da autora

Também houve alguns erros e outros com nenhum erro, como podemos observar na figura 4, onde o aluno 3, na adição, levou em conta apenas o sinal do menos 2 (observamos na primeira linha) quando somado com outros negativos, mas resolveu sem erros a subtração.

Figura 4 - Exercício 1 Aluno 3

1) Preencha as tabelas a seguir:

-	2	-5	6	25
30	28 ^e	35 ^e	24 ^e	5 ^e
10	8 ^e	15 ^e	4 ^e	-15 ^e
-9	-11 ^e	-4 ^e	+15 ^e	-34 ^e
-7	-9 ^e	-2 ^e	-13 ^e	-32 ^e

+	-2	5	30	9
-6	-4 ^e	-1 ^e	24 ^e	3 ^e
-3	-1 ^e	2 ^e	27 ^e	6 ^e
60	58 ^e	65 ^e	90 ^e	69 ^e
25	23 ^e	30 ^e	55 ^e	34 ^e

Fonte: Arquivos da autora

Outro caso, foi o pequeno erro, não persistente, de subtração com um número negativo e um positivo, pois, outras subtrações com a mesma estrutura foram resolvidas corretamente. veja na figura 5.

Figura 5 - Exercício 1 Aluno 4

1) Preencha as tabelas a seguir:

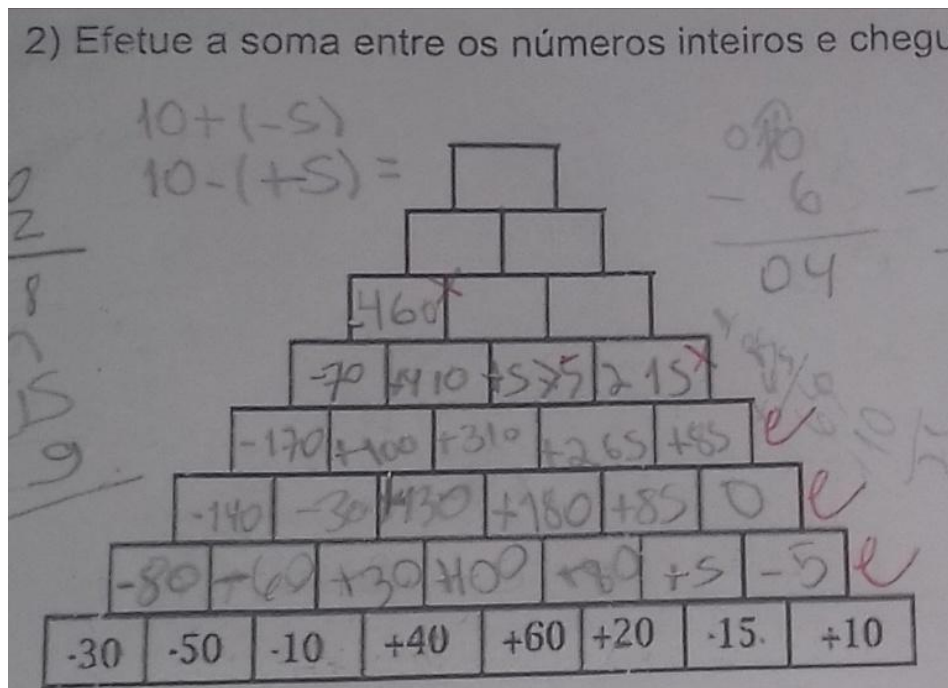
-	2	-5	6	25
30	28 ^e	35 ^e	24 ^e	5 ^e
10	8 ^e	15 ^e	4 ^e	-15 ^e
-9	-11 ^e	-4 ^e	-18 ^e	-24 ^e
-7	-9 ^e	-2 ^e	-13 ^e	-32 ^e

+	-2	5	30	9
-6	-8 ^e	-1 ^e	24 ^e	3 ^e
-3	-5 ^e	2 ^e	27 ^e	6 ^e
60	58 ^e	65 ^e	90 ^e	69 ^e
25	23 ^e	30 ^e	55 ^e	34 ^e

Fonte: Arquivos da autora

A questão 2 da folha não foi concluído por alguns alunos, por falta de tempo, mas podemos fazer umas observações. O aluno 1, que mostrou dificuldades na questão 1, não teve problemas na questão 2, podemos entender que a visualização das contas nessa questão ficou mais clara, como podemos observar na figura 7.

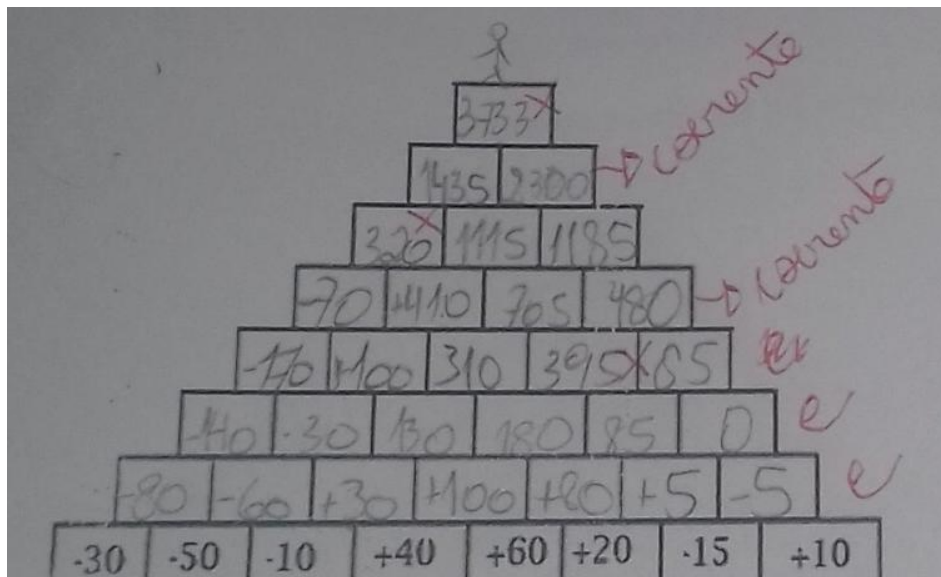
Figura 6 - Exercício 2 Aluno 1



Fonte: Arquivos da autora

O mesmo podemos notar no aluno 2 que obteve erros de adição e subtração de dois números positivos. Observe na figura 7 a seguir.

Figura 7 - Exercício 2 Aluno 2



Fonte: Arquivos da autora

Então a questão 2 foi respondido satisfatoriamente, sendo melhor compreendido em comparação com a questão 1, como o aluno 7 que resolveu todas as pirâmides da questão 2 sem erros, mas apresentou dificuldades na questão 1, como visto anteriormente. Assim observamos que a estrutura da questão 2 está mais clara em comparação com a questão 1, com isso podemos dizer que algumas atividades apresentadas podem contribuir para a dificuldade em um certo conteúdo, sendo necessário analisar todas as atividades de maneira que, contribuam e não atrapalhem a aprendizagem do aluno.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse trabalho tratei dos números inteiros, um conteúdo que os alunos apresentam muitas dificuldades. E isso se deve à complexidade do conceito de número inteiro e da dificuldade de aceitação, também ao modo como este conceito é trabalhado na escola, ou seja, muitas vezes os professores não dão tanta importância ao ensino deste conceito, contribuindo ainda mais para a falta de compreensão do mesmo, como também me deparei com a questão "como irei abordar esse conteúdo de forma que se obtenha resultados satisfatórios?", um conteúdo aparentemente sem muitas propostas didáticas, mas, quando pesquisado sobre, se tornou um conteúdo rico em propostas didáticas.

Aprofundi o estudo dos números inteiros, principalmente mergulhando na história dos números negativos, e entendendo muitas das controvérsias que esses números trouxeram aos grandes matemáticos até o século XIX. Podemos então entender que não é novidade a dificuldade em aceitar números menores que zero. Não é fácil para os alunos entenderem sobre a existência de quantidades menores que nada e, mais ainda, entenderem "propriedades" que não podem ser demonstradas formalmente, mas apenas justificadas.

Um dos objetivos deste trabalho foi obter resultados satisfatórios de maneira que, solucionassem algumas dificuldades presentes no entendimento do conteúdo referente a números inteiros, através do estudo de algumas referências bibliográficas e algumas experiências adquiridas em sala de aula. Também visou analisar a contribuição de jogos e situações-problema ao ensino dos números inteiros e de suas operações de adição e subtração.

Ao longo deste trabalho, percebe-se que o conhecimento matemático torna-se mais compreensível quando o aluno consegue percebê-lo em algumas situações de sua realidade, como também, quando usado de jogos para a sua exemplificação.

A maneira como o conceito é trabalhado com os alunos muitas vezes pode acarretar em erros na compreensão do conceito de números inteiros, pois na ausência das propriedades do sistema que rege os inteiros os alunos criam procedimentos equivocados na compreensão do conteúdo. Ou seja, o professor tem papel fundamental na construção destes conceitos por parte dos alunos, cabe a ele refletir e elaborar propostas didáticas que melhor enfrentem os

obstáculos que os alunos apresentam. Por muitas vezes recorremos a regras na matemática para a aprendizagem do aluno, como no caso, regra de sinais, mas que gera um conflito quando se tem adição/subtração com multiplicação/divisão, pois os alunos não entendem o motivo da regra funcionar, ou seja, não entendem o significado da regra usando a mesma regra dos sinais para as quatro operações, pois, na verdade, não compreenderam as operações com números inteiros. Então concluímos que a aprendizagem não se dá por regras, pois confundem os alunos e atrapalham a aprendizagem.

Atingi meus objetivos iniciais, uma vez que as análises realizadas ao longo deste trabalho apontaram ter contribuído para aprendizagem dos números inteiros eliminando dificuldades na compreensão do conteúdo e avaliaram positivamente o auxílio que uma proposta didática envolvendo jogos e situações problemas trazem para o entendimento do mesmo.

Com o amadurecimento em relação ao aprendizado dos números inteiros, adquirido ao longo deste trabalho, através da reflexão sobre o referencial teórico e da aplicação da sequência didática, percebi a importância de utilizar essa abordagem para trabalhar também as operações de multiplicação e divisão, que utilizei na mesma turma em seguida, mas não relatei nesse trabalho.

Portanto, acredito e espero, uma vez que as atividades foram aplicadas em sala de aula, que esta sequência de atividades, utilizando jogos e situações-problema, auxilie os alunos na compreensão dos conceitos de números negativos, uma vez que ela tem o objetivo de dar mais sentido e facilitar a visualização das propriedades dos mesmos. Assim, temos constituída uma melhora na nossa prática para ensinar esse conteúdo, com uma perspectiva de melhorar cada vez mais no futuro como docente sabendo que não desaparecem completamente os obstáculos, mas sempre pesquisando, refletindo e elaborando diferentes propostas de aula.

7 REFERÊNCIAS

ANJOS, Marta Figueiredo dos. **A Difícil Aceitação dos Números Negativos: Um Estudo da Teoria de Números de Peter Barlow (1776-1962)**. Natal: UFRN, 2008. 96 p. Dissertação de Mestrado em Ciências Naturais e Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2008.

MEDEIROS, Alexandre; MEDEIROS, Cleide. **Números Negativos: uma história de incertezas**. Bolema, Rio Claro, SP, ano 7, n. 8, p. 49-59,1992.

GONZALEZ, J. L. **Numeros Enteros**. Madrid: Sintesis, 1990.

LEONARDO, Fábio Martins de. **Projeto Araribá: matemática/obra coletiva**. São Paulo: Moderna, 2010

SÁ, Pedro Franco de; ANJOS, Luis Jorge Souza dos. **Números Negativos: Uma trajetória Histórica**. Anais do IX seminário Nacional de História da Matemática, 2011.

MEGID, Maria Auxiliadora B. A. Construindo matemática na sala de aula: uma experiência com os números relativos. In: FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela (Orgs.). **Por Trás da Porta, que Matemática Acontece?** Campinas, SP: Ílion, 2001. P. 159-204.

SCHLIEMANN, CARRAHER E CARRAHER, A. D. T **Na Vida dez, na escola zero**. São Paulo: Cortez, 1988.

MORAIS, Anuar D. de. **Fórmula (-1): Desenvolvendo Objetos Digitais de Aprendizagem e Estratégias para a Aprendizagem das Operações com Números Positivos e Negativos**. Dissertação de Mestrado 2010. Porto Alegre: UFRGS. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/31426>

MARTINI, Grasiela. **Estratégias de trabalho para a aprendizagem de operações com números inteiros**. Trabalho de conclusão de curso de licenciatura em matemática 2010. Porto Alegre: UFRGS. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/29143>

GAZIRE, Eliane; RODRIGUES, Fredy. **Reflexões sobre o uso de material didático manipulável no ensino de matemática**. Santa Catarina: Florianópolis, 2012.

NASCIMENTO, Ross Alves do. **Explorando a reta numérica para identificar obstáculos em adição e subtração de números inteiros relativos**. Pernambuco: Recife, 2004.

Geografia e Anarquia. Disponível em <<http://geolibertaria2.blogspot.com.br/2013/02/apostilas-de-geografia-relevo-terrestre.html>> Acesso em 14 de março de 2016.

O esquema é rápido. Disponível em <<https://esquemarapido.wordpress.com/page/4/>> Acesso em 14 de março de 2016.

CanStockPhoto. Disponível em <<https://www.canstockphoto.com.br/fahrenheit-celsius-thermometer-2757909.html>> Acesso em 14 de março de 2016.

8 APÊNDICES

8.1 Apêndice 1

Amora II-B

01/04/16

Individual

Prof.º Marlusa Benedetti Da Rosa

Prof.º Priscila Ferreira Silveira

1- Pinte os números inteiros:

-1	0	$\frac{2}{9}$	7	-1,23	2,01
-126	$\frac{132}{94}$	$\frac{12}{9}$	$\frac{1}{3}$	+165	-9
952,15	-7	9	+3,145	$\frac{10}{9}$	-14,2
6,10	10	$\frac{2}{91}$	5,41	-1,5648	-6,4
$\frac{7}{6}$	-95	14	-54	+14,4	4

2 - Liste todos os números da tabela acima que são números naturais:

3 - Liste todos os números da tabela acima que são números inteiros:

4 - Leia as frases e represente os valores com números negativos ou positivos:

a) A temperatura em Moscou está 12°C abaixo de zero.

b) No campeonato Brasileiro de 2011, o Cruzeiro/MG marcou 48 gols e sofreu 51. Assim, seu saldo foi de 3 gols negativos.

c) Maria levou um susto ao consultar seu extrato bancário e verificar o saldo devedor de R\$420,00.

d) O avião está 800 m acima do nível do mar.

e) O submarino atingiu 350 m abaixo do nível do mar.

5 - Leia o problema e represente as temperaturas nele mencionadas com números positivos ou negativos.

Na compra de produtos que precisam de refrigeração, verifique a temperatura dos balcões. De acordo com a agência Nacional de Vigilância Sanitária (Anvisa), essa temperatura deve ser de até 10 graus Celsius acima de zero, para os produtos resfriados, e de até 8 graus Celsius abaixo de zero, para os congelados.

6 - Em um edifício, o andar térreo é representado pelo zero; os andares abaixo do térreo, com números negativos; e os andares acima do térreo, com números positivos. Registre a marcação para o 2º subsolo e para o 4º andar.

7 - Leia o texto e faça o que se pede.

Segundo o instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (Inpe), a Antártida é o mais frio dos continentes. A temperatura mais baixa registrada na terra foi em cerca de 89°C negativos, na Antártida, em 1983.

a) Escreva em números inteiros a temperatura citada no texto.

b) Na sua cidade, que temperatura média é considerada agradável? Quando a temperatura está muito acima dessa média, que sensação você tem? c) Se, em sua cidade, a temperatura chegasse a -89°C que sensação isso provocaria?

8.2 Apêndice 2

Amora II-B

07/04/16

Prof.º Marlusa Benedetti Da Rosa

Prof.º Priscila Ferreira Silveira

1 - Indique com o sinal de maior e menor de acordo com os números:

a) $-2 _ 1$ b) $-3 _ -10$ c) $-20 _ 20$ d) $-40 _ -20$

e) $2 _ 9$ f) $-50 _ 0$ g) $20 _ 0$

2 - Considerando a sequência de números inteiros, responda às questões.

a) Qual é o antecessor do -15 ?

b) E o sucessor de -10 ?

c) E o antecessor de 50 ?

d) E o sucessor de 19 ?

3 - Responda conforme se pede:

a) O simétrico de $+2$:

b) O simétrico de -6 :

c) A distância de 0 até -10 :

4 - Determine o sucessor e o antecessor dos números inteiros.

a) 99 b) $+999$ c) -1000 d) 1000 e) -9009 f) -10000

5 - Ordene os números $-5, +3, -8, +4, -2, +7, -1, -10$ e $+11$ do menor para o maior.

8.3 Apêndice 3

Amora II-B

08/04/16

Prof.º Marlusa Benedetti Da Rosa

Prof.º Priscila Ferreira Silveira

1 - Determine o sucessor e o antecessor dos números inteiros:

a) 99 b) +999 c) -1000 d) 1000 e) -9009 f) -10000

2 - Responda:

- a) Qual o oposto de um número positivo?
- b) Qual o oposto de um número negativo?

3 – Considere os números $-20, -5, 0, 5, 12, -1, 8, 15$. Qual o menor e o maior número?

4 – Coloque os números em ordem crescente

- a) 423, -243 , 234, -324 , -432 , 342, 243
- b) 5055, -5005 , 5505, 5005, -5055 , -5505

5 – Um garoto faz o seguinte percurso sobre uma reta numérica: “A partir do zero, ele caminha cinco unidades no sentido positivo e em seguida anda sete unidades no sentido negativo.” Determine o ponto em que se encontra o garoto após esse percurso.

6 – Uma escola promoveu jogos esportivos cujos resultados estão descritos abaixo:

Carlos 3 pontos ganhos

Sílvio 8 pontos perdidos

Paulo 7 pontos ganhos

Mário 0 pontos

Coloque os nomes na ordem do melhor classificado para o pior.

7 – Considere as afirmações:

- I) Qualquer número negativo é menor do que 0 (zero).
- II) Qualquer número positivo é maior do que 0 (zero)
- III) Qualquer número positivo é maior do que qualquer número negativo.

Quais das afirmações são verdadeiras?

8 – Quais são os números inteiros compreendidos entre -5 e $+4$?

8.4 Apêndice 4

1. A temperatura estava em 10°C e baixou 5°C . Qual a temperatura atual? **R: 5°C**
2. A temperatura em Canoas durante o dia era de 20°C e a noite baixou 10°C . Qual a temperatura durante a noite? **R: 10°C**
3. A temperatura em Butiá durante o dia era de 20°C e a noite baixou 6°C . Qual a temperatura durante a noite? **R: 14°C**
4. A temperatura no Polo Norte durante o dia era de 15°C negativos e a noite baixou 4°C . Qual a temperatura durante a noite? **R: -19°C**
5. A temperatura no Alaska durante o dia era de 10°C negativos e a noite baixou 7°C . Qual a temperatura durante a noite? **R: 17°C**
6. A temperatura em Gramado durante o dia era de 10°C e a noite baixou 6°C . Qual a temperatura durante a noite? **R: 4°C**
7. Um termômetro marcou inicialmente uma temperatura de 25°C e depois de 19°C . Quanto variou a temperatura (considerando se foi negativamente ou positivamente)? **R: -6°C**
8. Represente em números inteiros: A temperatura em Moscou está 12°C abaixo de zero. **R: -12°C**
9. Represente em números inteiros: No campeonato Brasileiro de 2011, o Cruzeiro/MG marcou 48 gols e sofreu 51. Assim, seu saldo foi de 3 gols negativos. **R: -3**
10. Represente em números inteiros: Maria levou um susto ao consultar seu extrato bancário e verificar o saldo devedor de R\$20,00. **R: -20**
11. Qual número que não é nem positivo e nem negativo? **R: 0**
12. Se eu estou no número zero e caminho cinco números para trás. Em que número eu paro? **R: -5**
13. Se estou no número zero e caminho três números para frente. Em que número eu paro? **R: 3**
14. Se estou no número cinco e caminho seis números para frente. Em que número eu paro? **R: 12**
15. Se estou no número cinco e caminho sete números para trás. Em que número eu paro? **R: -2**
16. A temperatura estava em 10°C e aumentou 5°C . Qual a temperatura atual? **R: 15°C**
17. A temperatura estava em 20°C e diminuiu 9°C . Qual a temperatura atual? **R: 11°C**
18. A temperatura estava em 5°C e diminuiu 9°C . Qual a temperatura atual? **R: -4°C**
19. Qual o oposto de 16? **R: -16**
20. Qual o oposto de 18? **R: -18**
21. Qual o simétrico de -17 ? **R: 17**
22. Qual o simétrico de 20? **R: -20**
23. Qual o oposto de -16 ? **R: 16**
24. Qual o oposto de -19 ? **R: 19**
25. Qual o simétrico de 13? **R: -13**
26. Qual o simétrico de -18 ? **R: 18**

27. Um termômetro marcou inicialmente uma temperatura de 25°C e depois de 14°C . Quanto variou a temperatura (considerando se foi negativamente ou positivamente)? **R: -11°C**
28. Um termômetro marcou inicialmente uma temperatura de 25°C e depois de 15°C . Quanto variou a temperatura (considerando se foi negativamente ou positivamente)? **R: -10°C**
29. Um termômetro marcou inicialmente uma temperatura de 10°C e depois de 16°C . Quanto variou a temperatura (considerando se foi negativamente ou positivamente)? **R: 6°C**
30. Um termômetro marcou inicialmente uma temperatura de 17°C e depois de 19°C . Quanto variou a temperatura (considerando se foi negativamente ou positivamente)? **R: 2°C**
31. Como é representado em números inteiros o nono andar do subsolo? **R: -9**
32. Como é representado em números inteiros o décimo quarto andar do subsolo? **R: -14**
33. Como é representado em números inteiros o nono andar? **R: 9**
34. Como é representado em números inteiros o sétimo andar? **R: 7**
35. Como é representado em números inteiros o sétimo andar do subsolo? **R: -7**
36. Qual o sucessor de -16 ? **R: -15**
37. Qual o antecessor de -7 ? **R: -8**
38. Qual o antecessor de 14 ? **R: 13**
39. Qual o antecessor de 0 ? **R: -1**
40. Qual o sucessor de 0 ? **R: 1**
41. Qual o sucessor de 7 ? **R: 8**

8.5 Apêndice 5

1. Resolva

a) $(-2) + (+5) =$

b) $(-6) + (+4) =$

c) $(+5) + (-10) =$

d) $(+6) + (-25) =$

e) $(-2) - (+5) =$

f) $(-6) - (+4) =$

g) $(+5) - (-10) =$

h) $(+6) - (-25) =$

8.6 Apêndice 6

Amora II-B

28/04/16

Prof.º Marlusa Benedetti Da Rosa

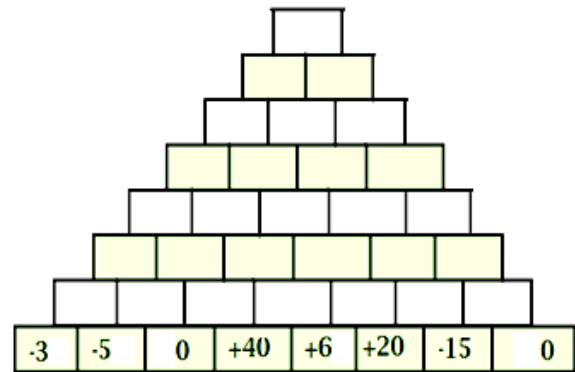
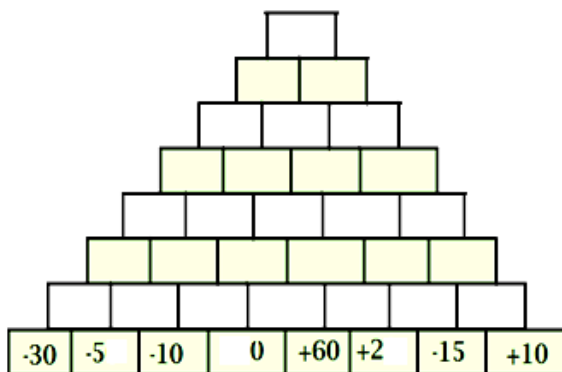
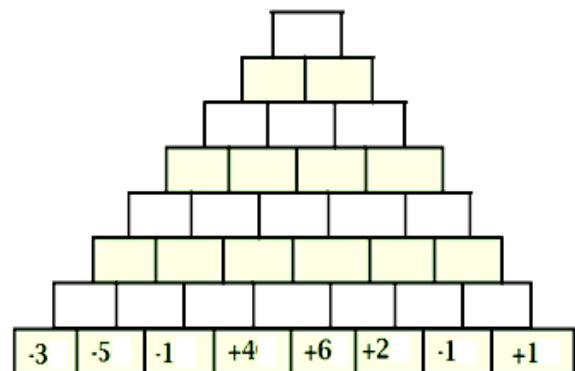
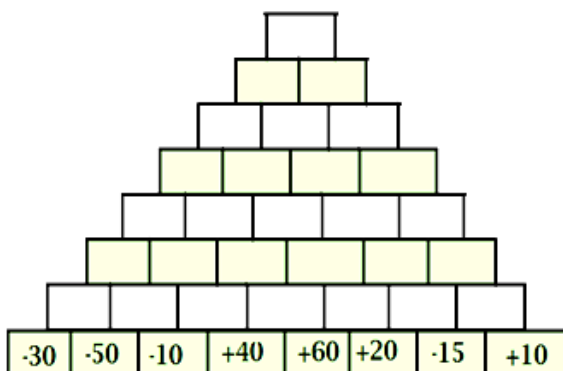
Prof.º Priscila Ferreira Silveira

1) Preencha as tabelas a seguir:

—	2	-5	6	25
30				
10				
-9				
-7				

+	-2	5	30	9
-6				
-3				
60				
25				

2) Efetue a soma entre os números inteiros e chegue ao topo:



8.7 Termo De Consentimento Informado

Eu, _____, R.G. _____, responsável pelo(a) aluno(a) _____, da turma Amora IIB, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada Apresentação de números inteiros por meio de jogos e resolução de problemas, desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) Priscila Ferreira Silveira. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Marcus Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone 3308.6186 ou e-mail mbasso@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Determinar se a maneira de ser abordado os números inteiros contribuiu para o aprendizado e de que maneira contribuiu.
- Identificar dificuldades nas resoluções de problemas e na compreensão do conteúdo.
- Determinar a importância de uma forma diferente de abordagem do conteúdo, sendo abordadas também no cotidiano do aluno.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável via telefone (51) 98355402 ou e-mail pry.f.silveira@gmail.com.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, ____ de _____ de _____.

Assinatura do Responsável:

Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa: