

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENGENHARIA

ANÁLISE DINÂMICA DE ROTORES DE GRUPOS  
TURBO E HIDROGERADORES COM O MÉTODO  
DAS MATRIZES DE TRANSFERÊNCIA

Luis Eduardo Quitzrau

Porto Alegre, 2002

**Este Trabalho de Conclusão foi analisado e julgado adequado para a obtenção do título de mestre em ENGENHARIA e aprovada em sua forma final pelo orientador e pelo coordenador do Mestrado Profissionalizante em Engenharia, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.**

---

**Prof. Dr. Alberto Tamagna**

Orientador  
Escola de Engenharia  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

---

**Profa. Dr<sup>a</sup>. Helena Beatriz Bettella Cybis**

Coordenadora  
Mestrado Profissionalizante em Engenharia  
Escola de Engenharia  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

BANCA EXAMINADORA

**Prof. Dr. Joyson Luis Pacheco**  
Faculdade de Engenharia da PUC/RS

**Prof. Dr. Inácio Benvegno Morsch**  
DECIV/EE/UFRGS

**Prof. Dr. Júlio César Ruiz Claeysen**  
PROMEC/EE/UFRGS

**Prof. Dr. Ignácio Iturrioz**  
PROMEC/EE/UFRGS

“A Indústria não é o dinheiro. A Indústria é feita de idéias, de trabalho, de organização e os resultados naturais dessas qualidades não são os dividendos, mas, sim, a utilidade, o valor efetivo. O dinheiro não é a fonte dessas qualidades; são essas qualidades que geram, quase sempre, a fonte do dinheiro.”

Henry Ford  
(1863 – 1947)

Aos meus Pais  
Antonio e Isolete.

Em memória ao  
meu Avô Hugo.

À minha namorada  
Cristine

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Alberto Tamagna pela orientação e construtivas críticas que auxiliaram a elaboração e conclusão do presente trabalho.

Ao Eng.º Marco Saltara pela ajuda e incentivo na escolha do tema da dissertação.

À Prof.<sup>a</sup> Magali Mottin Rosa, pela revisão gramatical do texto.

Aos colegas da antiga Ansaldo Coemsa S.A. e da Ansaldo Energia S.p.A., pelos ensinamentos nas áreas de projeto e construção de máquinas e equipamentos para centrais hidrelétricas.

Aos demais colegas, professores e funcionários da Engenharia Mecânica da UFRGS.

A todas as pessoas que de uma forma ou de outra deram incentivo e coragem para que fosse possível a conclusão desta obra.

## RESUMO

Conhecer o comportamento vibratório de rotores de máquinas rotativas, já durante a fase de projeto, é uma necessidade cada vez maior nos dias atuais, quando modificações corretivas, após o início da operação, já não são mais aceitáveis, devido aos altos custos de material e execução empregados, se comparados com os lucros que são cada vez mais reduzidos, em função das regras impostas pelo mercado, e devido também ao tempo necessário para tais modificações, que implica em manter a máquina parada, sem gerar lucros nesse período, acarretando em multas contratuais para o fabricante.

O presente trabalho visa dar subsídios à análise dinâmica das linhas de eixos de turbo e hidrogeradores (conjuntos formados pela turbina mais o gerador, usados respectivamente nas centrais termelétricas e hidrelétricas).

Inicialmente é feita uma breve explanação sobre formas construtivas de hidrogeradores e tipos de turbinas hidráulicas utilizados atualmente. O trabalho prossegue apresentando as propriedades dos mancais com filme de óleo, os fenômenos do empuxo magnético no rotor do gerador e do efeito giroscópico, bem como a norma ISO 1940, que define os níveis admissíveis de desbalanceamentos residuais para rotores de máquinas.

É apresentada uma formulação matemática pelo Método das Matrizes de Transferência para as análises das vibrações livres, bem como das vibrações forçadas com carregamentos cíclicos devido aos desbalanceamentos residuais das linhas de eixos. A análise das vibrações livres é feita para a obtenção das frequências naturais torcionais e das frequências flexionais críticas em um plano. A análise das vibrações forçadas é elaborada para fornecer as respostas dinâmicas em dois planos ortogonais, devido ao desbalanceamento residual. Para aplicação da metodologia de cálculo apresentada, são elaboradas rotinas computacionais de cálculos, utilizando como plataforma o *software* MATLAB.

Para testar o Método das Matrizes de Transferência, bem como os programas de computador elaborados, faz-se algumas análises com soluções analíticas exatas e comparam-se os resultados obtidos.

Como aplicação prática, faz-se um estudo aprofundado dos comportamentos dinâmicos de algumas linhas de eixos de hidrogeradores, para variações de configurações de construção dessas, bem como para as diversas condições de operação.

## ABSTRACT

### “ROTOR DYNAMIC ANALYSIS OF TURBO AND HYDROGENERATORS BY THE TRANSFER MATRICES METHOD”

Knowing the vibratory rotor behavior of rotary machines, during the design stage, it is more and more necessary nowadays, when corrective modifications after the operation start aren't already acceptable, due to the high material and execution costs, contrasted with the profits that are more and more reduced, due to the norms imposed by the market, and also due to the necessary time to do these modifications, that imply leaving the machine stagnant, without profit generation during this time, giving penalties to the manufacturer.

This work seeks for giving aid to rotor dynamic analysis of turbo and hydro generators (assemblies constituted by the turbine plus the generator, applied respectively at thermoelectric and hydroelectric centrals).

Initially, a quick explanation about hydro generator constructive shapes and turbine types used nowadays is made. The work pursues showing the oil film bearings properties, the magnetic pull and gyroscopic effect phenomenon, like the ISO 1940 norm, that fixes the admissible remaining unbalanced levels for rotor machinery.

It's presented a mathematic formulation by the Transfer Matrices Method to the analysis of free vibrations and forced vibrations with cyclic load due to rotor residual unbalancing. The free vibration analysis is made to obtain the natural twist frequencies and the flexional critical frequencies at one plane. The forced vibration analysis is elaborated to provide the dynamics responses at two perpendicular planes, due to the residual unbalancing. To apply the presented calculation methodology, there are elaborated computational routines of calculation, running on the MATLAB software.

To test the Transfer Matrices Method and the computer programs made, some analysis are made with exact analytical solutions and the obtained results are compared.

By practice application, a deep study of dynamics behavior of some hydrogenerators rotors is made, to its construction configuration variances, on the several operation conditions.

# ÍNDICE

	Pág.
1. Introdução .....	1
1.1 Motivações.....	2
1.2 Revisão Bibliográfica.....	2
1.3 Objetivos do Trabalho.....	4
1.4 Organização do Trabalho.....	4
2. Formas Construtivas dos Hidrogeradores.....	6
2.1 Disposição dos Mancais em Hidrogeradores Verticais .....	6
2.2 Tipos de Turbinas Hidráulicas .....	8
2.2.1 Turbinas Pelton .....	9
2.2.2 Turbinas Francis.....	10
2.2.3 Turbinas Kaplan.....	11
3. Propriedades Físicas Levadas em Conta na Análise Dinâmica de Rotores.....	14
3.1 Mancais de Deslizamento com Filme de Óleo .....	14
3.1.1 Análise dos Sinais das Propriedades dos Mancais.....	15
3.2 Empuxo Magnético.....	18
3.3 Efeito Giroscópico .....	19
3.4 Freqüências Críticas.....	21
3.5 Graus de Desbalanceamento Segundo Norma ISO 1940 .....	23
4. O Método das Matrizes de Transferência .....	24
4.1 Discretização de Rotores.....	24
4.2 Matrizes de Transferência para Determinação das Freqüências Naturais Torcionais .....	25
4.3 Matrizes de Transferência para Determinação das Freqüências Naturais Flexionais no Plano .....	30
4.3.1 Matrizes Campos Levando em Conta o Esforço Normal no Eixo.....	32
4.3.2 Condições de Contorno para o Caso de Rotores Sobre Mancais Elásticos .....	33
4.3.3 Determinação dos Modos de Vibração .....	34

4.4	Combinação Flexo-Torcional Desacoplada.....	35
4.5	Acoplamento Flexo-Torcional.....	36
4.6	Respostas Dinâmicas de Rotores Devido ao Desbalanceamento Residual .....	38
4.6.1	Matriz Campo .....	38
4.6.2	Vetor Estado.....	40
4.6.3	Matriz Ponto para Uma Massa Desbalanceada.....	42
4.6.4	Matriz Ponto Completa para Uma Massa Desbalanceada .....	44
4.6.5	Resolução das Equações e Condições de Contorno.....	44
4.6.6	Manipulação Algébrica dos Resultados.....	45
5.	Implementação Computacional .....	48
6.	Comparação com os Resultados Obtidos Pelo Métodos Analítico.....	52
6.1	Análise Modal Não Amortecida no Plano .....	52
6.1.1	Obtenção da 1ª Frequência Natural pelo Método Analítico .....	53
6.1.1	Obtenção da 2ª Frequência Natural pelo Método Analítico .....	54
6.1.1	Análise Modal pelo Método das Matrizes de Transferência .....	55
6.2	Análise das Respostas Dinâmicas em Dois Planos.....	56
6.2.1	Equações Analíticas que Regem as Respostas Dinâmicas .....	57
6.2.2	Dados de Entrada para a Análise das Respostas Dinâmicas.....	59
6.2.3	Resultados de Respostas Dinâmicas Obtidos .....	59
7.	Análises de Rotores de Hidrogeradores Reais.....	62
7.1	Dados de Rotores.....	62
7.2	Análise Modal Não Amortecida no Plano .....	67
7.2.1	Frequências Naturais Torcionais e Modos de Vibração .....	67
7.2.2	Frequências Críticas Flexionais e Modos de Vibração.....	68
7.2.3	Análise das Influências dos Esforços Normais e do Acoplamento Flexo-torcional.....	71
7.2.4	Curvas de Frequências Críticas Flexionais em Função das Rigidezes dos Apoios .....	74
7.3	Análise das Respostas Dinâmicas no Espaço .....	76
7.3.1	Determinação dos Desbalanceamentos Aplicados.....	77
7.3.2	Amplitudes Dinâmicas Máximas.....	78

7.3.3	Órbitas de Oscilações Dinâmicas.....	81
7.3.4	Determinação das Frequências Críticas em Função das Respostas Dinâmicas.....	86
7.3.5	Superfícies Amplitude x Velocidade Angular x Coordenada Axial.....	91
7.4	Análise Dinâmica do Rotor de um Hidrogerador Tipo <i>Umbrella</i> .....	93
7.4.1	Análise das Influências dos Esforços Normais e do Acoplamento Flexo-Torcional.....	94
7.4.2	Influência da Configuração <i>Umbrella</i> nas Frequências Críticas .....	95
7.4.3	Curvas de Frequências Críticas Flexionais em Função das Rigidezes dos Apoios .....	97
7.4.4	Amplitudes Dinâmicas Máximas.....	99
8.	Conclusões.....	101
9.	Sugestões para Futuros Estudos.....	104
	Referências Bibliográficas.....	105
	APÊNDICE I - Cálculos das Propriedades dos Elementos Discretizados.....	108
I.1	Propriedades Geométricas .....	108
I.1.1	Área da Seção Transversal do Iésimo Elemento .....	108
I.1.2	Momento de Inércia Transversal de Área do Iésimo Elemento.....	108
I.2	Propriedades de Massas .....	109
I.2.1	Massa do Iésimo Nó .....	109
I.2.2	Momento de Inércia Polar de Massa do Iésimo Nó.....	109
I.2.3	Momento de Inércia Transversal de Massa do Iésimo Nó.....	110
	APÊNDICE II - Programas de Cálculos – <i>Solvers</i> .....	111
II.1	Programa de Cálculo fnt.m .....	111
II.2	Programa de Cálculo fcp.m .....	113
II.3	Programa de Cálculo resp.m.....	116

## LISTA DE SÍMBOLOS

GRANDEZAS FÍSICAS		Unidades
$a$	Raio maior da órbita elíptica	[m]
$a_i$	Raio maior da órbita elíptica do $i$ ésimo nó	[m]
$A$	Área da seção transversal	[m <sup>2</sup> ]
$A_i$	Área da seção transversal da $i$ ésima estação	[m <sup>2</sup> ]
$b$	Raio menor da órbita elíptica	[m]
$b_i$	Raio menor da órbita elíptica do $i$ ésimo nó	[m]
$C_{yy}$	Coefficiente de amortecimento que relaciona força e velocidade na direção $y$	[kg/s]
$C_{yy_i}$	Coefficiente de amortecimento que relaciona força e velocidade na direção $y$ no $i$ ésimo nó	[kg/s]
$C_{yz}$	Coefficiente de amortecimento que relaciona força na direção $y$ e velocidade na direção $z$	[kg/s]
$C_{yz_i}$	Coefficiente de amortecimento que relaciona força na direção $y$ e velocidade na direção $z$ no $i$ ésimo nó	[kg/s]
$C_{zy}$	Coefficiente de amortecimento que relaciona força na direção $z$ e velocidade na direção $y$	[kg/s]
$C_{zy_i}$	Coefficiente de amortecimento que relaciona força na direção $z$ e velocidade na direção $y$ no $i$ ésimo nó	[kg/s]
$C_{zz}$	Coefficiente de amortecimento que relaciona força e velocidade na direção $z$	[kg/s]
$C_{zz_i}$	Coefficiente de amortecimento que relaciona força e velocidade na direção $z$ no $i$ ésimo nó	[kg/s]
$D_E$	Diâmetro externo	[m]
$D_{E_i}$	Diâmetro externo da $i$ ésima estação	[m]

$D_I$	Diâmetro interno	[m]
$D_{I_i}$	Diâmetro interno da $i$ ésima estação	[m]
$e$	Excentricidade de massa	[m]
$e_i$	Excentricidade de massa no $i$ ésimo nó	[m]
$E$	Módulo de elasticidade longitudinal do material (para o aço: $E = 2,06 \cdot 10^{11}$ Pa)	[Pa]
$F$	Matriz campo	[-]
$F_i$	Matriz campo do $i$ ésimo elemento	[-]
$F_n$	Matriz campo do último elemento	[-]
$F_1 \dots F_6$	Forças de atração magnética entre pólos do gerador e núcleo estatórico	[N]
$G$	Módulo de elasticidade transversal do material (para o aço: $G = 7,98 \cdot 10^{10}$ Pa)	[Pa]
$J$	Momento de inércia transversal de área	[m <sup>4</sup> ]
$J_i$	Momento de inércia transversal de área da $i$ ésima estação	[m <sup>4</sup> ]
$2 \cdot J$	Constante de torção de Saint Venant (igual ao momento de inércia polar de área somente para seções circulares fechadas, cheias ou vazadas)	[m <sup>4</sup> ]
$2 \cdot J_i$	Constante de torção de Saint Venant para a $i$ ésima estação	[m <sup>4</sup> ]
$J_p$	Momento de inércia polar de massa	[kg·m <sup>2</sup> ]
$J_{p_i}$	Momento de inércia polar de massa no $i$ ésimo nó	[kg·m <sup>2</sup> ]
$J_T$	Momento de inércia transversal de massa $i$ ésimo nó	[kg·m <sup>2</sup> ]
$J_{T_i}$	Momento de inércia transversal de massa	[kg·m <sup>2</sup> ]
$K_{az}$	Coefficiente de rigidez angular em torno do eixo $z$	[N·m/rad]
$K_{yy}$	Coefficiente de rigidez que relaciona força e deslocamento na direção $y$	[N/m]
$K_{yy_i}$	Coefficiente de rigidez que relaciona força e deslocamento na direção $y$ no $i$ ésimo nó	[N/m]
$K_{yz}$	Coefficiente de rigidez que relaciona força na direção $y$ e deslocamento na direção $z$	[N/m]

$K_{yz_i}$	Coeficiente de rigidez que relaciona força na direção $y$ e deslocamento na direção $z$ no $i$ ésimo nó	[N/m]
$K_{zy}$	Coeficiente de rigidez que relaciona força na direção $z$ e deslocamento na direção $y$	[N/m]
$K_{zy_i}$	Coeficiente de rigidez que relaciona força na direção $z$ e deslocamento na direção $y$ no $i$ ésimo nó	[N/m]
$K_{zz}$	Coeficiente de rigidez que relaciona força e deslocamento na direção $z$	[N/m]
$K_{zz_i}$	Coeficiente de rigidez que relaciona força e deslocamento na direção $z$ no $i$ ésimo nó	[N/m]
$L$	Comprimento axial	[m]
$L_i$	Comprimento axial da $i$ ésima estação	[m]
$m$	Massa	[kg]
$m_i$	Massa no $i$ ésimo nó	[kg]
$m_{yc_i}$	Matriz coluna para considerar a projeção sobre o eixo $y$ da força do desbalanceamento de massa em $\bar{y}$ no $i$ ésimo nó	[-]
$m_{ys_i}$	Matriz coluna para considerar a projeção sobre o eixo $z$ da força do desbalanceamento de massa em $\bar{y}$ no $i$ ésimo nó	[-]
$m_{zc_i}$	Matriz coluna para considerar a projeção sobre o eixo $z$ da força do desbalanceamento de massa em $\bar{z}$ no $i$ ésimo nó	[-]
$m_{zs_i}$	Matriz coluna para considerar a projeção sobre o eixo $y$ da força do desbalanceamento de massa em $\bar{z}$ no $i$ ésimo nó	[-]
$M_y$	Componente do momento fletor em torno do eixo $\bar{y}$	[N·m]
$M_{y_i}$	Componente do momento fletor no $i$ ésimo nó em torno do eixo $\bar{y}$	[N·m]
$M_{y_i}^D$	Componente do momento fletor em torno do eixo $\bar{y}$ à direita do $i$ ésimo nó	[N·m]
$M_{y_i}^E$	Componente do momento fletor em torno do eixo $\bar{y}$ à esquerda do $i$ ésimo nó	[N·m]

$M_{yc}$	Projeção $M_y$ sobre o eixo $y$	[N·m]
$M_{yci}$	Projeção $M_{y_i}$ sobre o eixo $y$	[N·m]
$M_{ys}$	Projeção $M_y$ sobre o eixo $z$	[N·m]
$M_{ysi}$	Projeção $M_{y_i}$ sobre o eixo $z$	[N·m]
$M_z$	Componente do momento fletor em torno do eixo $\bar{z}$	[N·m]
$M_{zi}$	Componente do momento fletor no $i$ ésimo nó em torno do eixo $\bar{z}$	[N·m]
$M_{zi}^D$	Componente do momento fletor em torno do eixo $\bar{z}$ à direita do $i$ ésimo nó	[N·m]
$M_{zi}^E$	Componente do momento fletor em torno do eixo $\bar{z}$ à esquerda do $i$ ésimo nó	[N·m]
$M_{zc}$	Projeção $M_z$ sobre o eixo $z$	[N·m]
$M_{zci}$	Projeção $M_{z_i}$ sobre o eixo $z$	[N·m]
$M_{zs}$	Projeção $M_z$ sobre o eixo $y$	[N·m]
$M_{zsi}$	Projeção $M_{z_i}$ sobre o eixo $y$	[N·m]
$n$	Velocidade de rotação nominal do rotor	[rpm]
$N$	Esforço normal	[N]
$N_i$	Esforço normal no $i$ ésimo elemento	[N]
$P$	Matriz ponto	[-]
$P_i$	Matriz ponto do $i$ ésimo elemento	[-]
$P_n$	Matriz ponto do último elemento	[-]
$\bar{P}_i$	Matriz ponto do $i$ ésimo elemento, modificada para levar em conta os desbalanceamentos de massa	[-]
$r$	Vetor raio da órbita	[m]
$r_i$	Vetor raio da órbita do $i$ ésimo nó	[m]
$S$	Vetor campo	[-]
$S_i$	Vetor estado no $i$ ésimo nó	[-]

$S_i^D$	Vetor estado à direita do $i$ ésimo nó	[-]
$S_i^E$	Vetor estado à esquerda do $i$ ésimo nó	[-]
$\bar{S}_i^D$	Vetor estado à direita do $i$ ésimo nó, modificado para levar em conta o desbalanceamento de massa	[-]
$\bar{S}_i^E$	Vetor estado à esquerda do $i$ ésimo nó, modificado para levar em conta o desbalanceamento de massa	[-]
$S_y$	Vetor estado sobre o eixo $\bar{y}$	[-]
$S_{y_i}$	Vetor estado no $i$ ésimo nó sobre o eixo $\bar{y}$	[-]
$S_{y_i}^D$	Vetor estado sobre o eixo $\bar{y}$ à direita do $i$ ésimo nó	[-]
$S_{y_i}^E$	Vetor estado sobre o eixo $\bar{y}$ à esquerda do $i$ ésimo nó	[-]
$S_{y_c}$	Projeção de $S_y$ sobre o eixo $y$	[-]
$S_{y_c i}$	Projeção de $S_{y_i}$ sobre o eixo $y$	[-]
$S_{y_s}$	Projeção de $S_y$ sobre o eixo $z$	[-]
$S_{y_s i}$	Projeção de $S_{y_i}$ sobre o eixo $z$	[-]
$S_z$	Vetor estado sobre o eixo $\bar{z}$	[-]
$S_{z_i}$	Vetor estado no $i$ ésimo nó sobre o eixo $\bar{z}$	[-]
$S_{z_i}^D$	Vetor estado sobre o eixo $\bar{z}$ à direita do $i$ ésimo nó	[-]
$S_{z_i}^E$	Vetor estado sobre o eixo $\bar{z}$ à esquerda do $i$ ésimo nó	[-]
$S_{z_c}$	Projeção de $S_z$ sobre o eixo $z$	[-]
$S_{z_c i}$	Projeção de $S_{z_i}$ sobre o eixo $z$	[-]
$S_{z_s}$	Projeção de $S_z$ sobre o eixo $y$	[-]
$S_{z_s i}$	Projeção de $S_{z_i}$ sobre o eixo $y$	[-]
$t$	Tempo transcorrido	[s]
$T$	Momento torçor	[N·m]
$T_i$	Momento torçor no $i$ ésimo nó	[N·m]

$T_i^D$	Momento torçor à direita do iésimo nó	[N·m]
$T_i^E$	Momento torçor à esquerda do iésimo nó	[N·m]
$T_g$	Torque giroscópico	[N·m]
$T_y$	Componente do momento torçor sobre o eixo $y$	[N·m]
$T_z$	Componente do momento torçor sobre o eixo $z$	[N·m]
$u_y$	Componente do desbalanceamento de massa inicialmente sobre o eixo $y$	[kg·m]
$u_{y_i}$	Componente do desbalanceamento de massa inicialmente sobre o eixo $y$ no iésimo nó	[kg·m]
$u_z$	Componente do desbalanceamento de massa inicialmente sobre o eixo $z$	[kg·m]
$u_{z_i}$	Componente do desbalanceamento de massa inicialmente sobre o eixo $z$ no iésimo nó	[kg·m]
$v$	Deflexão da seção do eixo na direção $\bar{y}$	[m]
$v_i$	Deflexão do iésimo nó na direção $\bar{y}$	[m]
$v_i^D$	Deflexão à direita do iésimo nó na direção $\bar{y}$	[m]
$v_i^E$	Deflexão à esquerda do iésimo nó na direção $\bar{y}$	[m]
$v_c$	Projeção sobre o eixo $y$ da deflexão na direção $\bar{y}$	[m]
$v_{c_i}$	Projeção sobre o eixo $y$ da deflexão do iésimo nó na direção $\bar{y}$	[m]
$v_s$	Projeção sobre o eixo $z$ da deflexão na direção $\bar{y}$	[m]
$v_{s_i}$	Projeção sobre o eixo $z$ da deflexão do iésimo nó na direção $\bar{y}$	[m]
$v_{\max}$	Amplitude máxima na direção $y$	[m]
$v'_i$	Deflexão do centro de massa do nó $i$	[m]
$\dot{v}$	Velocidade da seção do eixo na direção $y$	[m/s]
$V_y$	Componente do esforço cortante na direção $\bar{y}$	[N]
$V_{y_i}$	Componente do esforço cortante no iésimo nó na direção $\bar{y}$	[N]
$V_{y_i}^D$	Componente do esforço cortante na direção $\bar{y}$ à direita do iésimo nó	[N]

$V_{yi}^E$	Componente do esforço cortante na direção $\bar{y}$ à esquerda do iésimo nó	[N]
$V_{yc}$	Projeção de $V_y$ sobre o eixo $y$	[N]
$V_{yc_i}$	Projeção de $V_{y_i}$ sobre o eixo $y$	[N]
$V_{yc_i}^D$	Projeção de $V_{y_i}^D$ sobre o eixo $y$	[N]
$V_{yc_i}^E$	Projeção de $V_{y_i}^E$ sobre o eixo $y$	[N]
$V_{ys}$	Projeção de $V_y$ sobre o eixo $z$	[N]
$V_{ys_i}$	Projeção de $V_{y_i}$ sobre o eixo $z$	[N]
$V_{ys_i}^D$	Projeção de $V_{y_i}^D$ sobre o eixo $z$	[N]
$V_{ys_i}^E$	Projeção de $V_{y_i}^E$ sobre o eixo $z$	[N]
$V_z$	Componente do esforço cortante na direção $\bar{z}$	[N]
$V_{z_i}$	Componente do esforço cortante no iésimo nó na direção $\bar{z}$	[N]
$V_{z_i}^D$	Componente do esforço cortante na direção $\bar{z}$ à direita do iésimo nó	[N]
$V_{z_i}^E$	Componente do esforço cortante na direção $\bar{z}$ à esquerda do iésimo nó	[N]
$V_{zc}$	Projeção de $V_z$ sobre o eixo $z$	[N]
$V_{zc_i}$	Projeção de $V_{z_i}$ sobre o eixo $z$	[N]
$V_{zc_i}^D$	Projeção de $V_{z_i}^D$ sobre o eixo $z$	[N]
$V_{zc_i}^E$	Projeção de $V_{z_i}^E$ sobre o eixo $z$	[N]
$V_{zs}$	Projeção de $V_z$ sobre o eixo $y$	[N]
$V_{zs_i}$	Projeção de $V_{z_i}$ sobre o eixo $y$	[N]
$V_{zs_i}^D$	Projeção de $V_{z_i}^D$ sobre o eixo $y$	[N]
$V_{zs_i}^E$	Projeção de $V_{z_i}^E$ sobre o eixo $y$	[N]
$w$	Deflexão da seção do eixo na direção $\bar{z}$	[m]
$w_i$	Deflexão do iésimo nó na direção $\bar{z}$	[m]
$w_i^D$	Deflexão à direita do iésimo nó na direção $\bar{z}$	[m]

$w_i^E$	Deflexão à esquerda do $i$ ésimo nó na direção $\bar{z}$	[m]
$w_c$	Projeção sobre o eixo $z$ da deflexão na direção $\bar{z}$	[m]
$w_{c_i}$	Projeção sobre o eixo $z$ da deflexão do $i$ ésimo nó na direção $\bar{z}$	[m]
$w_s$	Projeção sobre o eixo $y$ da deflexão do $i$ ésimo nó na direção $\bar{z}$	[m]
$w_{s_i}$	Projeção sobre o eixo $y$ da deflexão na direção $\bar{z}$	[m]
$w_{\max}$	amplitude máxima na direção $z$	[m]
$\dot{w}$	Velocidade da seção do eixo na direção $z$	[m/s]
$W_y$	Carregamento aplicado sobre o mancal na direção $y$	[N]
$W_z$	Carregamento aplicado sobre o mancal na direção $z$	[N]
$x$	Eixo cartesiano na direção axial do rotor	[-]
$x_i$	Coordenada axial do $i$ ésimo nó ao longo do eixo $x$	[m]
$y$	Eixo cartesiano perpendicular à direção axial do rotor	[-]
$\bar{y}$	Eixo cartesiano perpendicular à direção axial, fixado no rotor, girando à rotação $\omega$	[-]
$z$	Eixo cartesiano perpendicular à direção axial do rotor	[-]
$\bar{z}$	Eixo cartesiano perpendicular à direção axial, fixado no rotor, girando à rotação $\omega$	[-]
$Z$	Matriz de transferência global do modelo	[-]
$Z_{21}$	Elemento da segunda linha e primeira coluna da matriz de transferência global	[-]
$Z_{21q}$	Valor de $Z_{21}$ encontrado para o $q$ ésimo valor de $\omega_f$ arbitrado	[-]
$\beta$	Ângulo entre a posição angular inicial do desbalanceamento de massa e o eixo $\bar{y}$	[rad]
$\beta_i$	Ângulo entre a posição angular inicial do $i$ ésimo desbalanceamento de massa e o eixo $\bar{y}$	[rad]
$\delta$	Ângulo entre o eixo maior (ou menor) da órbita elíptica e o eixo $z$	[rad]

$\delta_i$	Ângulo entre o eixo maior (ou menor) da órbita elíptica do iésimo nó e o eixo $z$	[rad]
$\Delta(\omega_f)$	Determinante da matriz de transferência global reduzida	[-]
$\phi$	Deslocamento angular em torno do eixo $\bar{z}$	[rad]
$\phi_i$	Deslocamento angular do iésimo nó em torno do eixo $\bar{z}$	[rad]
$\phi_i^D$	Deslocamento angular à direita do iésimo nó em torno do eixo $\bar{z}$	[rad]
$\phi_i^E$	Deslocamento angular à esquerda do iésimo nó em torno do eixo $\bar{z}$	[rad]
$\phi_c$	Projeção de $\phi$ sobre o eixo $z$	[rad]
$\phi_{c_i}$	Projeção de $\phi_i$ sobre o eixo $z$	[rad]
$\phi_s$	Projeção de $\phi$ sobre o eixo $y$	[rad]
$\phi_{s_i}$	Projeção de $\phi_i$ sobre o eixo $y$	[rad]
$\gamma_i$	Coeficiente usado nas matrizes campos e pontos que levam em consideração os esforços normais	[-]
$\varphi$	Deslocamento angular em torno do eixo axial	[rad]
$\varphi_i$	Deslocamento angular do iésimo nó em torno do eixo axial	[rad]
$\varphi_i^D$	Deslocamento angular em torno do eixo axial à direita do iésimo nó	[rad]
$\varphi_i^E$	Deslocamento angular em torno do eixo axial à esquerda do iésimo nó	[rad]
$\varphi_n^D$	Deslocamento angular em torno do eixo axial à direita do último nó	[rad]
$\theta$	Deslocamento angular em torno do eixo $\bar{y}$	[rad]
$\theta_i$	Deslocamento angular do iésimo nó em torno do eixo $\bar{y}$	[rad]
$\theta_i^D$	Deslocamento angular à direita do iésimo nó em torno do eixo $\bar{y}$	[rad]
$\theta_i^E$	Deslocamento angular à esquerda do iésimo nó em torno do eixo $\bar{y}$	[rad]
$\theta_c$	Projeção de $\theta$ sobre o eixo $y$	[rad]
$\theta_{c_i}$	Projeção de $\theta_i$ sobre o eixo $y$	[rad]
$\theta_s$	Projeção de $\theta$ sobre o eixo $z$	[rad]

$\theta_{s_i}$	Projeção de $\theta_i$ sobre o eixo $z$	[rad]
$\rho$	Massa específica do material (para o aço $\rho = 7850 \text{ k/m}^3$ )	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\omega$	Velocidade angular de rotação do rotor	[rad/s]
$\omega_f$	Velocidade angular de precessão	[rad/s]
$\omega_{f_q}$	Qésimo valor de angular de precessão arbitrado	[rad/s]
$\omega_n$	Frequência natural	[rad/s]
$\omega_{n_i}$	Iésima frequência natural	[rad/s]
$\omega_z$	Projeção da velocidade angular de rotação do rotor sobre o eixo $z$	[rad/s]
$\dot{\omega}$	Aceleração angular	[rad/s <sup>2</sup> ]
$\dot{\omega}_z$	Aceleração angular sobre o eixo $z$	[rad/s <sup>2</sup> ]
$\xi$	Decremento logarítmico	[-]

## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.	TÍTULO	Pág.
2.1	Gerador + turbina Kaplan da Usina Hidrelétrica de Jupia – Brasil. Potência = 112 MVA; rotação = 78,3 rpm; 92 pólos. ....	7
2.2	Disposições usuais dos mancais de hidrogeradores verticais .....	8
2.3	Turbina Pelton com eixo vertical com quatro bicos injetores para queda motora = 415,5 m; potência = 37000 kW; rotação = 400 rpm .....	9
2.4	Turbina Pelton para queda motora = 1030 m; vazão = 6,5 m <sup>3</sup> /s; potência = 57115 kW; rotação = 500 rpm .....	10
2.5	Seção vertical de uma turbina Francis com queda motora = 285 m; potência = 80 MW; rotação = 428,6 rpm .....	10
2.6	Roda em aço inoxidável (em fase de fabricação) de uma turbina Francis de 32500 kW, queda motora = 56,3 m e rotação = 292 rpm .....	11
2.7	Curvas de rendimento de turbinas a reação Francis (lentas e velozes), Helicoidais e Kaplan em função da vazão .....	12
2.8	Seção de um grupo turbina Kaplan – gerador de 93,75 rpm, 44000 kVA nos terminais, queda motora de 13,4 a 17,4 m, vazão de 270 a 290 m <sup>3</sup> /s .....	12
2.9	Turbina Kaplan em fase de montagem. Queda motora = 33,4 m; vazão = 153 m <sup>3</sup> /s; rotação = 150 rpm; potência = 45000 kW .....	13
3.1	Propriedades físicas de um mancal ortotrópico .....	15
3.2	Deslocamentos e velocidades da seção do eixo sobre mancal com filme de óleo em função de: (a) carga aplicada somente no eixo y; e (b) carga aplicada somente no eixo z .....	16
3.3	Rotor do gerador excitado, formando pólos norte e sul e as respectivas forças de atração magnética .....	18
3.4	O Fenômeno do Efeito Giroscópico .....	20
3.5	Órbitas de oscilações do rotor: (a) órbita síncrona; (b) órbita retrógrada .....	22
4.1	Discretização de um rotor: (a) rotor real; (b) rotor discretizado .....	25
4.2	Eixo sem massa com discos rígidos .....	26
4.3	Eixo e disco em diagramas de corpo livre .....	26

4.4	Curva $Z_{21} \times \omega_f$ .....	29
4.5	Elemento completo para análise das frequências naturais no plano .....	30
4.6	Frequências naturais x rotação do rotor .....	31
4.7	Seção $i$ isolada para flexão-torção .....	36
4.8	Iésimo elemento do rotor .....	39
4.9	(a) relações de equilíbrio da iésima massa desbalanceada; (b) iésima massa desbalanceada nas coordenadas do rotor .....	41
4.10	Relações de equilíbrio para massa desbalanceada nos planos $x-y$ e $x-z$ .....	42
5.1	Fluxograma de execução das rotinas de cálculo .....	51
6.1	Rotor simétrico sobre apoios elásticos: (a) dimensões gerais; (b) 1º modo de vibração; (c) segundo modo de vibração. ....	52
6.2	Curva das frequências naturais x velocidade de rotação para o rotor da figura 6.1 (a)....	56
6.3	Modos de vibração (com velocidade rotação nula) para o rotor da figura 6.1 (a).....	56
6.4	Simplificação do modelo da figura 6.1(a), acrescida de rigidezes sobre o eixo $z$ e de amortecimentos viscosos no centro do disco .....	57
6.5	Amplitudes máximas obtidas, tanto pelo Método das Matrizes de Transferência como pelo Método Analítico, no centro do disco .....	60
6.6	Amplitudes máximas obtidas pelo Método das Matrizes de Transferência no nó 4, com o desbalanceamento $u_y$ aplicado nesse nó .....	61
7.1	Rotor 1 – hidrogerador com potência 30 MVA e rotação nominal 400 rpm .....	63
7.2	Rotor 2 – hidrogerador com potência 374 MVA e rotação nominal 120 rpm.....	65
7.3	Modos normalizados de oscilações torcionais do Rotor 1 .....	67
7.4	Modos normalizados de oscilações torcionais do Rotor 2.....	68
7.5	Modos de oscilações flexionais do Rotor 1 (com empuxo magnético) .....	70
7.6	Modos de oscilações flexionais do Rotor 2 (com empuxo magnético) .....	71
7.7	Rotor 1 – com empuxo magnético – frequências críticas x rigidezes dos apoios .....	74
7.8	Rotor 2 – com empuxo magnético – frequências críticas x rigidezes dos apoios .....	75
7.9	Rotor 1 – sem empuxo magnético – frequências críticas x rigidezes dos apoios .....	75
7.10	Rotor 2 – sem empuxo magnético – frequências críticas x rigidezes dos apoios .....	76

7.11	Amplitudes dinâmicas máximas em função dos desbalanceamento e das propriedades dos mancais, para o Rotor 1 (figura 7.1).....	80
7.12	Amplitudes dinâmicas máximas, em função dos desbalanceamento e das propriedades dos mancais, para o Rotor 2 (figura 7.2).....	81
7.13	Mancais isotrópicos com todas as propriedades ( $K_{yy}$ , $K_{zz}$ , $K_{zy}$ , $K_{yz}$ , $C_{yy}$ , $C_{zz}$ , $C_{zy}$ e $C_{yz}$ ).....	84
7.14	Mancais anisotrópicos somente com $K_{yy}$ e $K_{zz}$ .....	84
7.15	Mancais anisotrópicos somente com $K_{yy}$ , $K_{zz}$ , $K_{zy}$ e $K_{yz}$ .....	85
7.16	Mancais anisotrópicos somente com $K_{yy}$ , $K_{zz}$ , $C_{yy}$ e $C_{zz}$ .....	85
7.17	Mancais anisotrópicos com todas as propriedades ( $K_{yy}$ , $K_{zz}$ , $K_{zy}$ , $K_{yz}$ , $C_{yy}$ , $C_{zz}$ , $C_{zy}$ e $C_{yz}$ ).....	86
7.18	Mancais isotrópicos somente com $K_{yy}$ e $K_{zz}$ .....	89
7.19	Mancais isotrópicos com todas as propriedades ( $K_{yy}$ , $K_{zz}$ , $K_{zy}$ , $K_{yz}$ , $C_{yy}$ , $C_{zz}$ , $C_{zy}$ e $C_{yz}$ ).....	89
7.20	Mancais anisotrópicos somente com $K_{yy}$ e $K_{zz}$ .....	90
7.21	Mancais isotrópicos somente com $K_{yy}$ , $K_{zz}$ , $C_{yy}$ e $C_{zz}$ .....	90
7.22	Mancais anisotrópicos com todas as propriedades ( $K_{yy}$ , $K_{zz}$ , $K_{zy}$ , $K_{yz}$ , $C_{yy}$ , $C_{zz}$ , $C_{zy}$ e $C_{yz}$ ).....	90
7.23	Amplitudes de oscilação no plano $x$ - $y$ .....	92
7.24	Raios das órbitas de oscilação .....	93
7.25	Modos de oscilações flexionais do Rotor 2 – configuração <i>umbrella</i> – com empuxo magnético específico.....	97
7.26	Rotor 2 <i>umbrella</i> com empuxo magnético – frequências críticas x rigidezes dos apoios.....	98
7.27	Rotor 2 <i>umbrella</i> sem empuxo magnético – frequências críticas x rigidezes dos apoios.....	98
7.28	Amplitudes dinâmicas máximas em função dos desbalanceamentos e das propriedades dos mancais, para o Rotor 2 – configuração <i>umbrella</i> .....	100

## ÍNDICE DE TABELAS

Tab.	TÍTULO	Pág.
6.1	Equações para cálculos de rigidezes.....	53
6.2	Dados de entrada para o cálculo das frequências críticas do rotor da figura 6.1.....	55
6.3	Dados de entrada para o cálculo das amplitudes máximas apresentadas na figura 6.5 pelo Método das Matrizes de Transferência.....	59
7.1	Dados geométricos do rotor de um hidrogerador com potência 30 MVA e rotação nominal 400 rpm – conforme figura 7.1.....	64
7.2	Dados geométricos do rotor de um hidrogerador com potência 374 MVA e rotação nominal 120 rpm – conforme figura 7.2.....	64
7.3	Frequências naturais torcionais.....	66
7.4	Rigidezes dos mancais e empuxos magnéticos específicos (dados de projeto) para o Rotor 1.....	69
7.5	Rigidezes dos mancais e empuxos magnéticos específicos (dados de projeto) para o Rotor 2.....	69
7.6	Frequências críticas flexionais nas condições normais de operação.....	69
7.7	Frequências críticas flexionais nas condições de disparo (sem empuxo magnético).....	70
7.8	Empuxos hidráulicos axiais das turbinas e excentricidades de centros de massas.....	72
7.9	Comparação das frequências críticas levando ou não em consideração o esforço normal no eixo e o acoplamento flexo-torcional.....	73
7.10	Distribuições angulares das massas desbalanceadas.....	78
7.11	Propriedades dos apoios elásticos.....	80
7.12	Propriedades dos apoios elásticos do Rotor 2 – configuração <i>umbrella</i> .....	94
7.13	Comparação das frequências críticas, levando ou não em consideração o esforço normal no eixo e o acoplamento flexo-torcional para máquina <i>umbrella</i> .....	95
7.14	Comparação das frequências críticas com a configuração original e com a configuração <i>umbrella</i> do Rotor 2.....	96
7.15	Variação das frequências críticas x variação das rigidezes dos apoios para configuração original e configuração <i>umbrella</i> do Rotor 2.....	99

## 1. INTRODUÇÃO

A construção de usinas hidrelétricas no Brasil tem sofrido um sensível aumento nos últimos anos, após aproximadamente duas décadas praticamente estagnada. Tal salto deu-se principalmente devido à privatização do setor elétrico no País e às ameaças de apagão, que se agravaram no ano de 2001 em decorrência da forte estiagem havida nas regiões Sudeste, Centro-Oeste e Nordeste. Para regular as concessões na área de energia elétrica, foi criada no Brasil a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL).

Ao longo das últimas duas décadas, o consumo de energia elétrica apresentou índices de expansão bem superiores ao Produto Interno Bruto (PIB), fruto do crescimento populacional concentrado nas zonas urbanas, do esforço de aumento da oferta de energia e da modernização da economia. As classes de consumo residencial, comercial e rural obtiveram expressivos ganhos de participação, enquanto o segmento industrial teve participação menor nesse crescimento, principalmente pela utilização de tecnologias mais eficientes no uso final da eletricidade, aliada às medidas de racionalização de consumo, postas em prática especialmente na década de 90.

O mercado de energia elétrica experimenta um crescimento de 4,5% ao ano, devendo ultrapassar a casa dos 100 GW em 2008. O planejamento governamental de médio prazo prevê a necessidade de investimentos em torno de R\$ 6 a 7 bilhões/ano para expansão da matriz energética brasileira, em atendimento à demanda do mercado consumidor.

A energia elétrica brasileira é composta, aproximadamente, por 82% de geração hídrica, ficando o restante distribuído entre a geração térmica, eólica e nuclear. O potencial hidráulico ou hidroenergético do País é de 260 GW, dos quais apenas 25% estão sendo utilizados na produção de energia pelas usinas hidrelétricas de médio e grande porte e as Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCH's). A Região Norte tem o maior potencial para geração hidráulica, 114 GW ou 44%, enquanto a Região Nordeste tem apenas 10% deste total, 26 GW.

Em função da perspectiva de investimentos no setor de geração de energia elétrica com a utilização dos recursos hídricos do país nos próximos anos, atualmente os maiores fabricantes mundiais desses equipamentos estão instalados aqui. Na área de geradores para hidrelétricas (exceto turbinas), hoje os mais importantes centros de desenvolvimento dos principais fabricantes mundiais encontram-se no Brasil. Há poucas décadas tais centros fabris concentravam-se principalmente nos EUA, Canadá e países europeus, mas hoje, a quase

saturação dos seus potenciais hídricos provocou o desinteresse de investidores por esse tipo de tecnologia em tais países, fazendo com que migrassem para o Brasil.

Em função do futuro promissor na área de geração hidráulica de energia elétrica no Brasil, surgiu o interesse por desenvolver-se um trabalho que venha a ser somado à tecnologia de projeto e construção de hidrogeradores, sendo estendido também a turbogeradores.

## 1.1 MOTIVAÇÕES

Atualmente, os cálculos referentes às estabilidades dinâmicas das linhas de eixos de rotores de conjuntos formados por turbinas e geradores para centrais hidrelétricas e termelétricas requeridos pelos clientes e consultores limitam-se aos das frequências naturais torcionais e frequências críticas flexionais síncronas e retrógradas de primeira e segunda ordem, sem levar em conta o amortecimento dos mancais. Os critérios de aceitação para as configurações adotadas para estas linhas de eixos, são percentuais máximos admissíveis, que as rotações nas várias condições de operação (rotação nominal, rejeição de carga e rotação de disparo) podem atingir em respeito às frequências críticas para mesmas condições de operação.

Muitas vezes, adotam-se configurações de rotores com mais mancais que o necessário ou, eixos mais rígidos, para aumentar os valores das frequências críticas, elevando os custos com materiais e mão-de-obra de fabricação, além de elevar as perdas por atrito no conjunto para o caso de um número maior de mancais. Tais custos podem ser poupados se, já na fase de projeto, possuímos um maior conhecimento dos fenômenos que acontecem ao longo da linha de eixo do rotor em desenvolvimento.

## 1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Pulido Subia, 1987, tratou em sua dissertação, procedimentos de cálculos para determinar as frequências naturais de torres estaiadas, pelo Método das Matrizes de Transferência. Tal procedimento prevê a determinação das frequências naturais de torres com propriedades diferentes, em diferentes planos, ao longo das linhas de eixos destas, considerando ou não o acoplamento entre as oscilações flexionais dos dois planos e o acoplamento entre as oscilações flexionais e torcionais. Tal estudo pode ser implementado, com algumas adaptações, para a determinação das frequências críticas de rotores com eixos elásticos montados sob mancais anisotrópicos (com propriedades diferentes em direções diferentes) ou isotrópicos (mesmas

propriedades em qualquer direção radial). Contudo, a análise modal (análise através das vibrações livres), proposta por Subia, é um pouco trabalhosa na determinação das frequências naturais, quando se trabalha com dois planos ao longo da linha de eixo, tendo, muitas vezes, que proceder com a descomplexificação da matriz de transferência global, por não ser possível encontrar, pela simples verificação da troca de sinal, o ponto onde o seu determinante, após a aplicação das condições de contorno, torna-se nulo.

O presente trabalho adota a análise modal (determinação das frequências naturais e críticas e os respectivos modos de oscilações) apenas para os casos torcionais e flexionais em um plano. Para o caso de análise em dois planos, as frequências críticas flexionais são determinadas pela análise da curva de respostas dinâmicas x velocidades de rotações angulares do rotor. Tal procedimento ocupa menos tempo de computação, obtendo ainda mais informações sobre as oscilações do rotor como, por exemplo, as amplitudes, em função de uma certa distribuição de desbalanceamentos e de uma dada velocidade de rotação do rotor.

Na análise modal, foi tomado como base, principalmente, o livro de Almeida, 1987, incluindo ainda o fenômeno do empuxo magnético, o efeito giroscópico e o conceito de frequências críticas, com o auxílio do *know how* desenvolvido ao longo do anos pelos fabricantes de geradores de energia elétrica, de Matos, 1997 e de Finkelstein, 1965.

A análise das respostas dinâmicas no espaço, devido ao desbalanceamento residual, apresenta-se como uma extensão à obra de Rao, 1983, buscando, contudo, a aplicação específica para hidrogeradores e até mesmo turbogeradores. Para isso, acrescenta-se o empuxo magnético específico.

Constituem também uma bibliografia expressiva nesta dissertação, Vance, 1987 e Pestel e Leckie, 1963.

A obra de Vance, 1987, assim como Rao, 1983, trata de dinâmica de rotores, porém, o método utilizado pelo autor é o Método dos Elementos Finitos e não o Método das Matrizes de transferência.

Pestel e Leckie, 1963, é a obra clássica, que apresenta o embasamento matemático do Método das Matrizes, e é seguida pela maioria dos autores que tratam sobre tal assunto.

### 1.3 OBJETIVOS DO TRABALHO

O objetivo desse trabalho é estudar o comportamento dinâmico de rotores de hidrogeradores (geradores movidos por turbinas hidráulicas, ou seja, a água). Como os fenômenos que acontecem nos rotores de turbogeradores (geradores de energia elétrica, movidos por turbinas a vapor d'água ou expansão de gases devido à queima) são semelhantes aos que acontecem nos dos hidrogeradores, a metodologia desenvolvida no presente trabalho pode ser aplicada também na análise dos rotores de turbogeradores.

Para estudar o comportamento dinâmico destes rotores, faz-se necessário estudar também as influências do efeito giroscópico, do empuxo magnético, as propriedades de mancais com filmes de óleo, isotrópicos (mesmas propriedades em qualquer direção radial) e anisotrópicos (propriedades diferentes em diferentes direções radiais) e ainda os desbalanceamentos residuais de massas. Vale dizer que os desbalanceamentos de massas têm influência apenas nas amplitudes dinâmicas e não nas frequências naturais e críticas.

A metodologia de cálculo é baseada no Método das Matrizes de Transferência e desenvolvida através de programas para microcomputadores.

### 1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Inicialmente faz-se uma breve introdução sobre a forma construtiva dos hidrogeradores, as possíveis disposições de mancais e os principais tipos de turbinas hidráulicas utilizados atualmente. Tais temas são tratados no capítulo 2. O capítulo 3 trata dos fenômenos físicos que influem no comportamento dinâmico dos rotores de turbo e hidrogeradores; são eles as propriedades físicas dos mancais com filme de óleo, o empuxo magnético, o efeito giroscópico e os desbalanceamentos residuais de massas (que são definidos pela norma ISO 1940). Neste capítulo é apresentada ainda a definição de frequências críticas. O capítulo 4 apresenta a fundamentação matemática do Método das Matrizes de Transferência e as suas particularidades para a análise dinâmica de rotores de turbo e hidrogeradores. A implementação do Método das Matrizes de transferência em forma de programas para computadores é apresentada no capítulo 5 e algumas rotinas encontram-se listadas no Apêndice II. Em seguida, no capítulo 6, faz-se uma comparação dos resultados da análise dinâmica de um rotor simples através dos Métodos Analítico e das Matrizes de Transferência e em seguida no capítulo 7, é onde faz-se

propriamente a análise dinâmica de rotores de hidrogeradores reais. Finalmente, nos capítulos 8 e 9 são apresentadas as conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

## 2 FORMAS CONSTRUTIVAS DOS HIDROGERADORES

Quanto às formas construtivas dos hidrogeradores, far-se-á, a seguir, uma breve explanação, tomando como base experiências e soluções adotadas pelos fabricantes destas máquinas existentes em todo o mundo.

Os grupos hidrogeradores são máquinas rotativas formadas pelo gerador propriamente dito, acoplado diretamente ao eixo de uma turbina hidráulica (movida a água fornecida por uma barragem), sem qualquer tipo de transmissão (engrenagens ou correias), com o objetivo de gerar energia elétrica.

Os pólos do gerador são montados no rotor e, através desses, faz-se circular a corrente de excitação para gerar o campo magnético. Estando os pólos magnetizados e em movimento, geram fluxo magnético variável no núcleo do estator, gerando tensão alternada nas barras estatóricas e, conseqüentemente, corrente elétrica alternada, quando os seus terminais estiverem conectados à rede.

Quanto à forma construtiva dos hidrogeradores, estes podem se apresentar tanto com eixos de rotação horizontal, como vertical, sendo este último tipo o mais usado e, portanto, o enfoque principal desse trabalho, ficando o primeiro restrito apenas a algumas máquinas de menor porte. Para manter o rotor na posição de trabalho, usam-se mancais de deslizamento com filme de óleo de guia e de escora.

A figura 2.1 apresenta o conjunto gerador e turbina hidráulica da Usina Hidrelétrica de Jupia, no Brasil.

### 2.1 DISPOSIÇÃO DOS MANCAIS EM HIDROGERADORES VERTICAIS

Nos hidrogeradores de rotores verticais, os fabricantes usam dois ou três mancais de guia, que mantêm o rotor centrado, absorvendo os esforços radiais residuais de desbalanceamento, magnético e hidráulico. Usa-se apenas um mancal de escora que serve para suportar todo o peso do conjunto do rotor, mais o empuxo hidráulico axial da turbina. O mancal de escora pode ser montado tanto embaixo como em cima do rotor do gerador e, em muitos casos, é montado no mesmo suporte de um mancal de guia, chamando-se então este conjunto (mancal de guia mais

mancal de escora) de mancal combinado. A figura 2.2 apresenta as disposições mais usuais de mancais de hidrogeradores verticais.

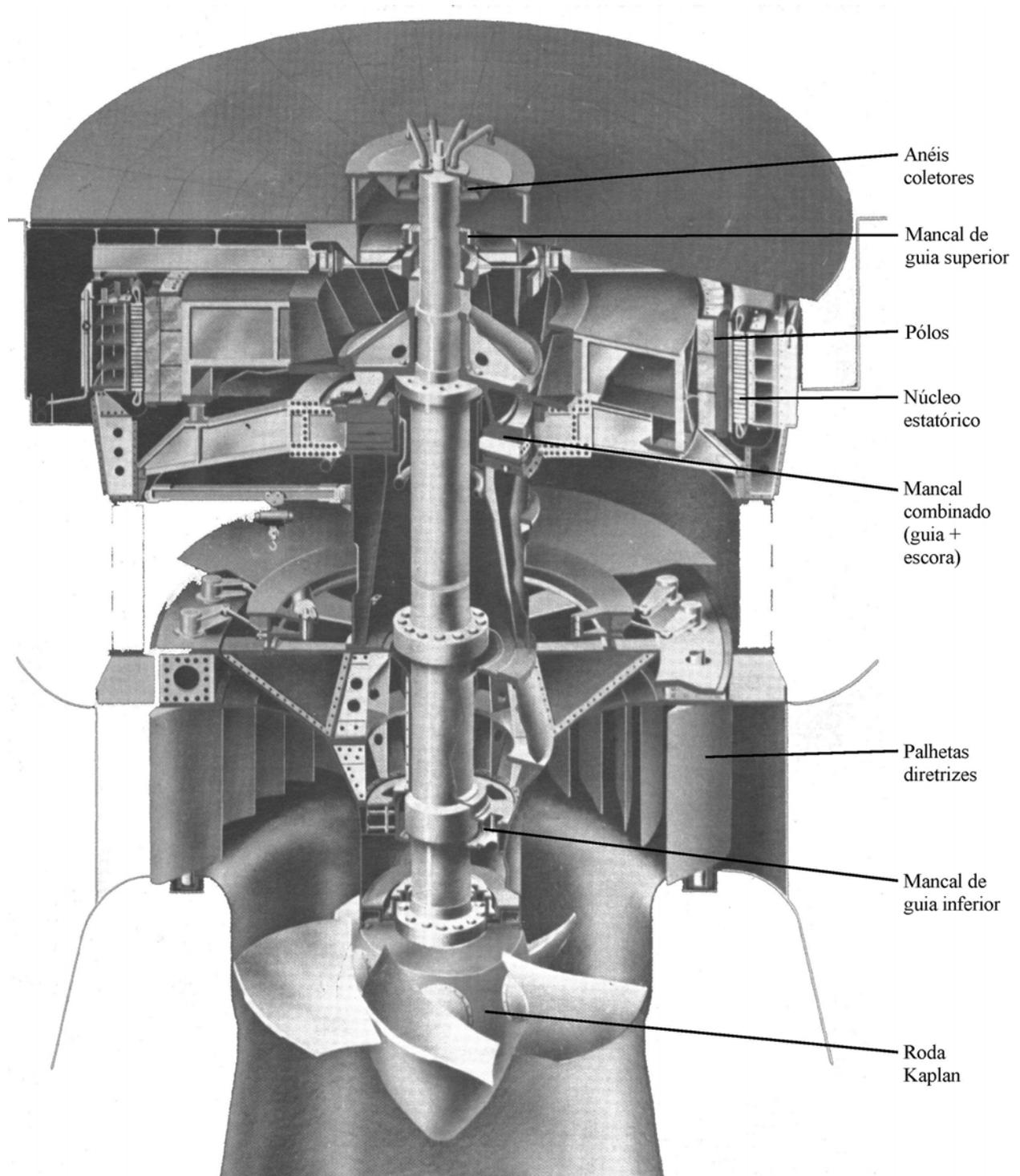


Figura 2.1: Gerador + turbina Kaplan da Usina Hidrelétrica de Jupia – Brasil. Potência = 112 MVA; rotação = 78,3 rpm; 92 pólos. (Ansaldo Energia S.p.A.)

Quando o grupo hidrogerador possui dois mancais de guia, sendo um próximo à roda da turbina e outro abaixo do rotor do gerador, chama-se esta configuração de *umbrella*, que em inglês significa guarda-chuva, devido à semelhança com este tipo de máquina. Contudo, atualmente essa configuração está quase em desuso.

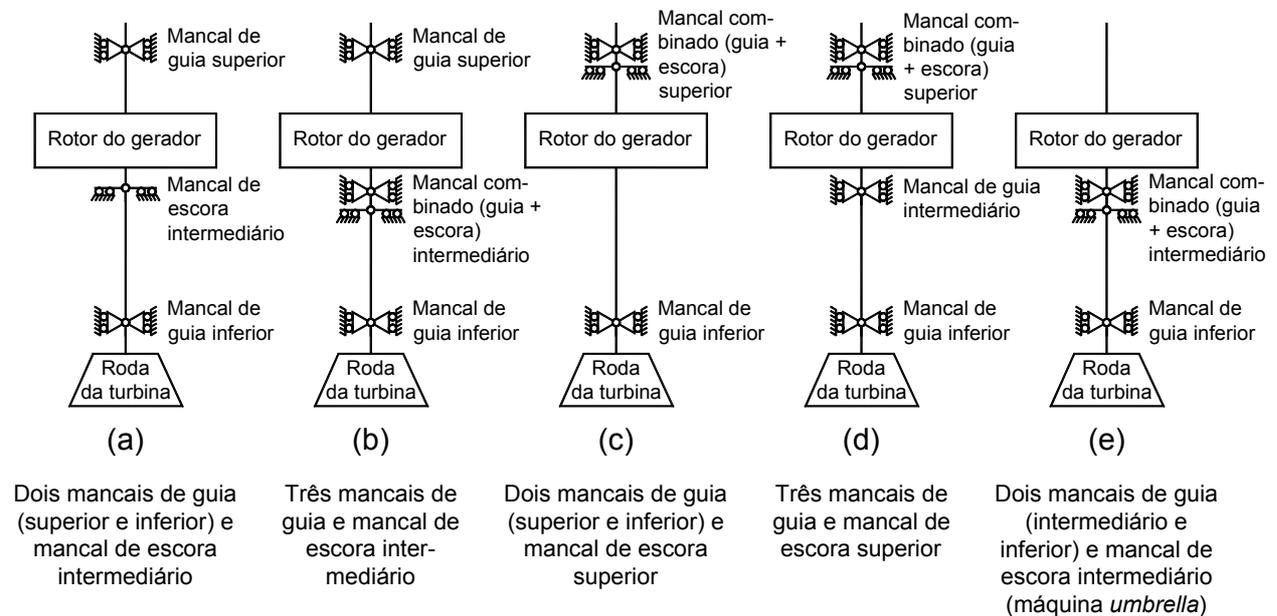


Figura 2.2: Disposições usuais dos mancais de hidrogeradores verticais.

## 2.2 TIPOS DE TURBINAS HIDRÁULICAS

Atualmente são utilizados basicamente três tipos de turbinas hidráulicas: a Pelton, a Francis e a Kaplan. Não é do escopo desse trabalho explicar o critério de escolha do tipo de turbina. Tal assunto é tratado por Vincenzo Rubbo, 1967.

Cabe salientar que o tipo de turbina utilizado não interfere no modelo matemático para a análise dinâmica da linha de eixo. É possível haver influências unicamente quantitativas, ou seja, as massas de uma turbina Francis ou Kaplan para uma mesma aplicação, por exemplo, serão um pouco diferentes. Outra diferença que existe é nos valores dos empuxos hidráulicos axiais, que devido à maneira como a água aciona cada turbina, são maiores nas turbinas tipo Kaplan e nulos nas turbinas tipo Pelton, porém, como será visto no capítulo 7, o empuxo hidráulico não têm influência significativa nas oscilações dos rotores.

A seguir, será feita apenas uma breve explicação sobre cada um desses tipos.

## 2.2.1 Turbinas Pelton

Segundo Vincenzo Rubbo, 1967, as características essenciais são aquelas de ter a roda com pás a dupla colher simétrica e bicos injetores reguláveis com miolo com seção circular.

Exemplos de turbinas Pelton são mostrados nas figuras 2.3 e 2.4.

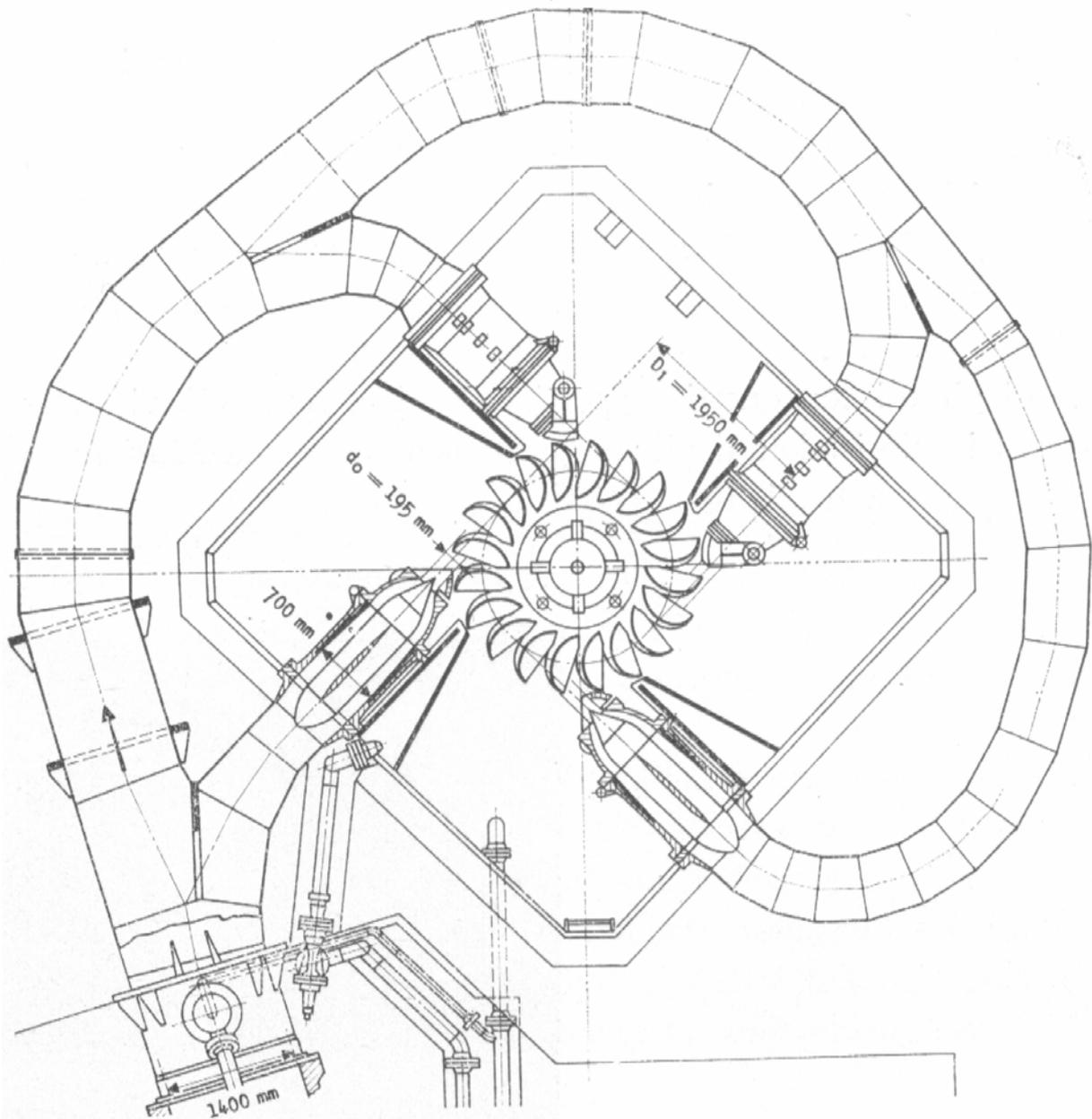


Figura 2.3: Turbina Pelton com eixo vertical com quatro bicos injetores para queda motora = 415,5 m; potência = 37000 kW; rotação = 400 rpm. (Rubbo, 1967)

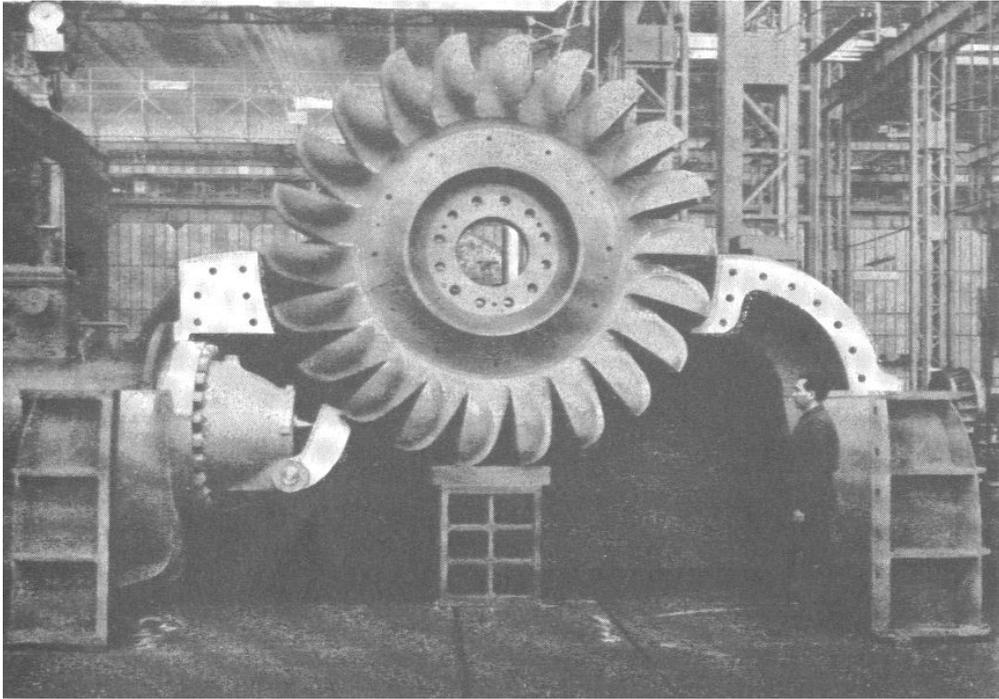


Figura 2.4: Turbina Pelton para queda motora = 1030 m; vazão =  $6,5 \text{ m}^3/\text{s}$ ; potência = 57115 kW; rotação = 500 rpm. (Rubbo, 1967)

## 2.2.2 Turbinas Francis

Neste tipo de turbinas, conforme Rubbo, 1967, a admissão da água é centrípeta e o descarregamento axial em câmara livre. Pelo fato de a saída d'água para a roda ser em toda a circunferência da caixa espiral (voluta), essa possui um alargamento gradual. Não é difícil recuperar boa parte da energia da água descarregada. A figura 2.5 mostra uma seção vertical e a figura 2.6, uma roda em fabricação de turbinas Francis.

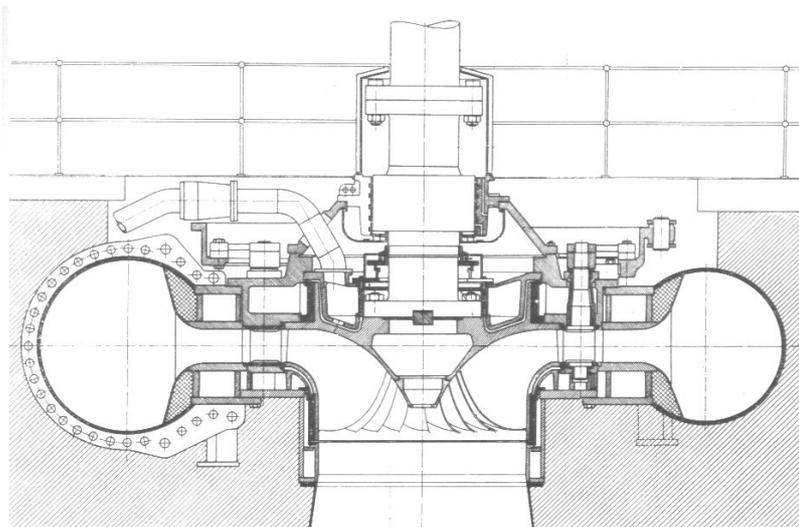


Figura 2.5: Seção vertical de uma turbina Francis com queda motora = 285 m; potência = 80 MW; rotação = 428,6 rpm. (Rubbo, 1967)

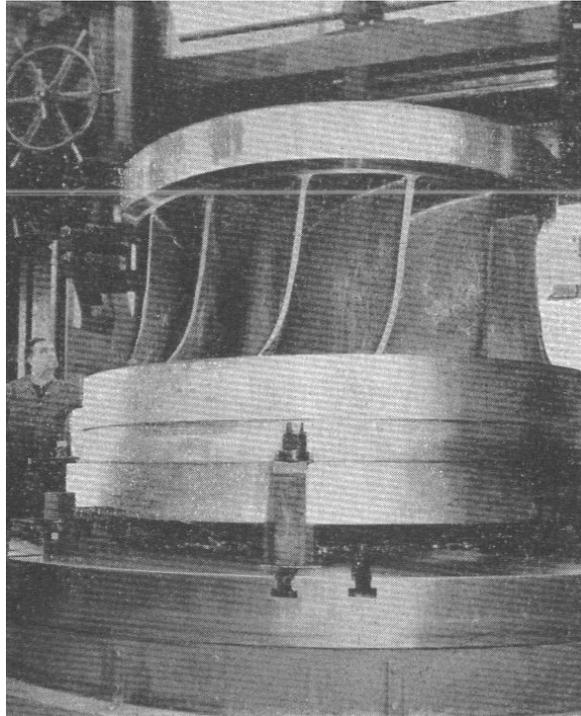


Figura 2.6: Roda em aço inoxidável (em fase de fabricação) de uma turbina Francis de 32500 kW, queda motora = 56,3 m e rotação = 292 rpm. (Rubbo, 1967)

### 2.2.3 Turbinas Kaplan

Conforme Rubbo, 1967, se for feita uma confrontação das curvas de rendimento de rodas de turbinas Francis de velocidade característica crescente, funcionando a um número de giros constante e vazão variável, percebe-se que estas, nas zonas correspondentes a vazões reduzidas, tornam-se sempre mais íngremes, isto é, o rendimento diminui sempre mais rapidamente ao aumento da parcialização, conforme pode ser visto na figura 2.7.

Para evitar essa forte queda no rendimento, o prof. Kaplan adotou uma roda helicoidal com pás orientáveis, girantes em torno de um eixo radial. Com tal disposição, faz-se possível obter uma seção livre para a passagem d'água na roda, variável com a carga, e variar, ao mesmo tempo, os ângulos da pá na entrada e, conseqüentemente, na saída. Tais ângulos determinam, como são notáveis, as direções, respectivamente, de entrada e de saída, para evitar a colisão da água no ingresso das pás e, por conseqüência, componentes perdas, vórtices e qualquer outro fenômeno danoso, melhorando assim a curva de rendimento da turbina. As figuras 2.8 e 2.9 apresentam exemplos de turbinas Kaplan.

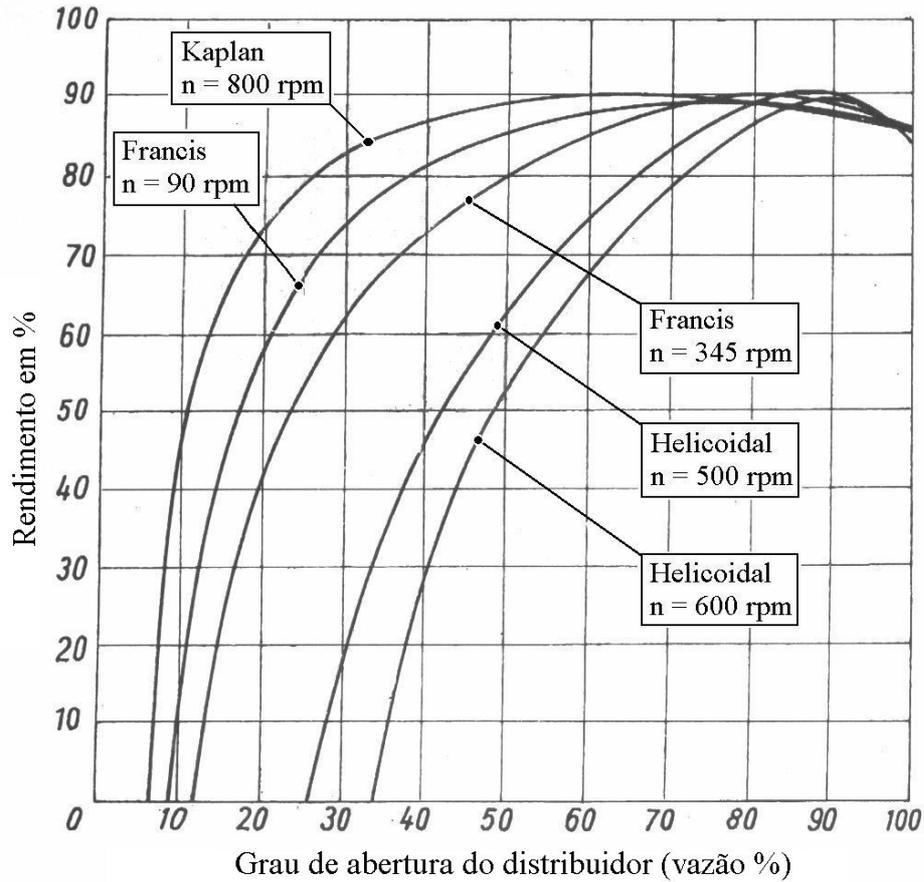


Figura 2.7: Curvas de rendimento de turbinas a reação Francis (lentas e velozes), Helicoidais e Kaplan em função da vazão. (Rubbo, 1967)

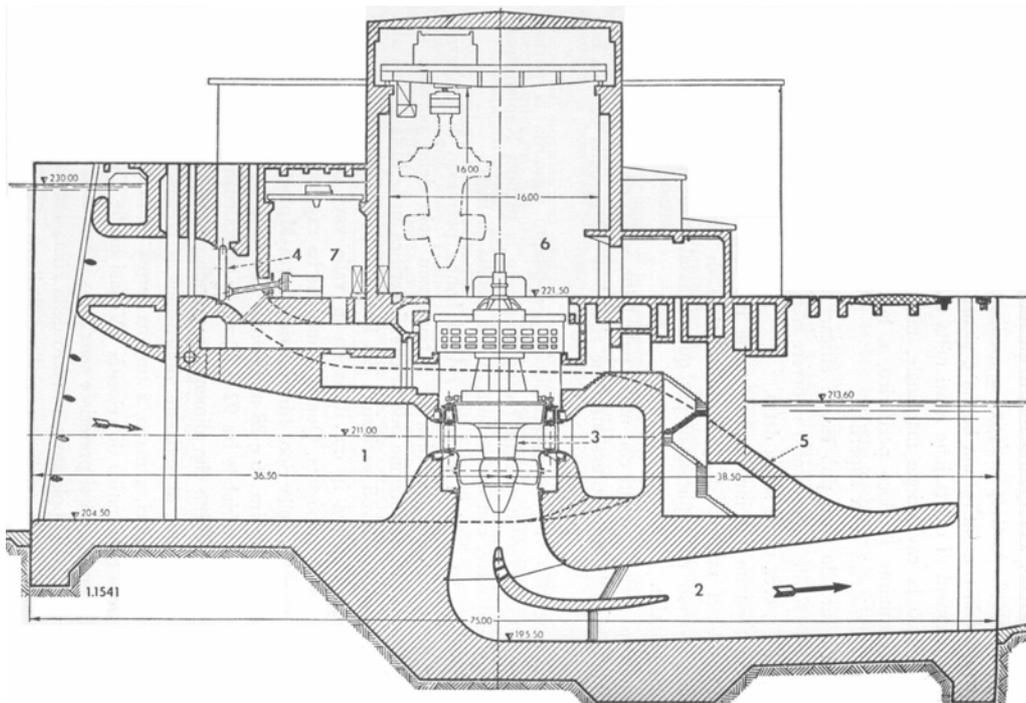


Figura 2.8: Seção de um grupo turbina Kaplan – gerador de 93,75 rpm, 44000 kVA nos terminais, queda motora de 13,4 a 17,4 m, vazão de 270 a 290 m<sup>3</sup>/s. (Rubbo, 1967)

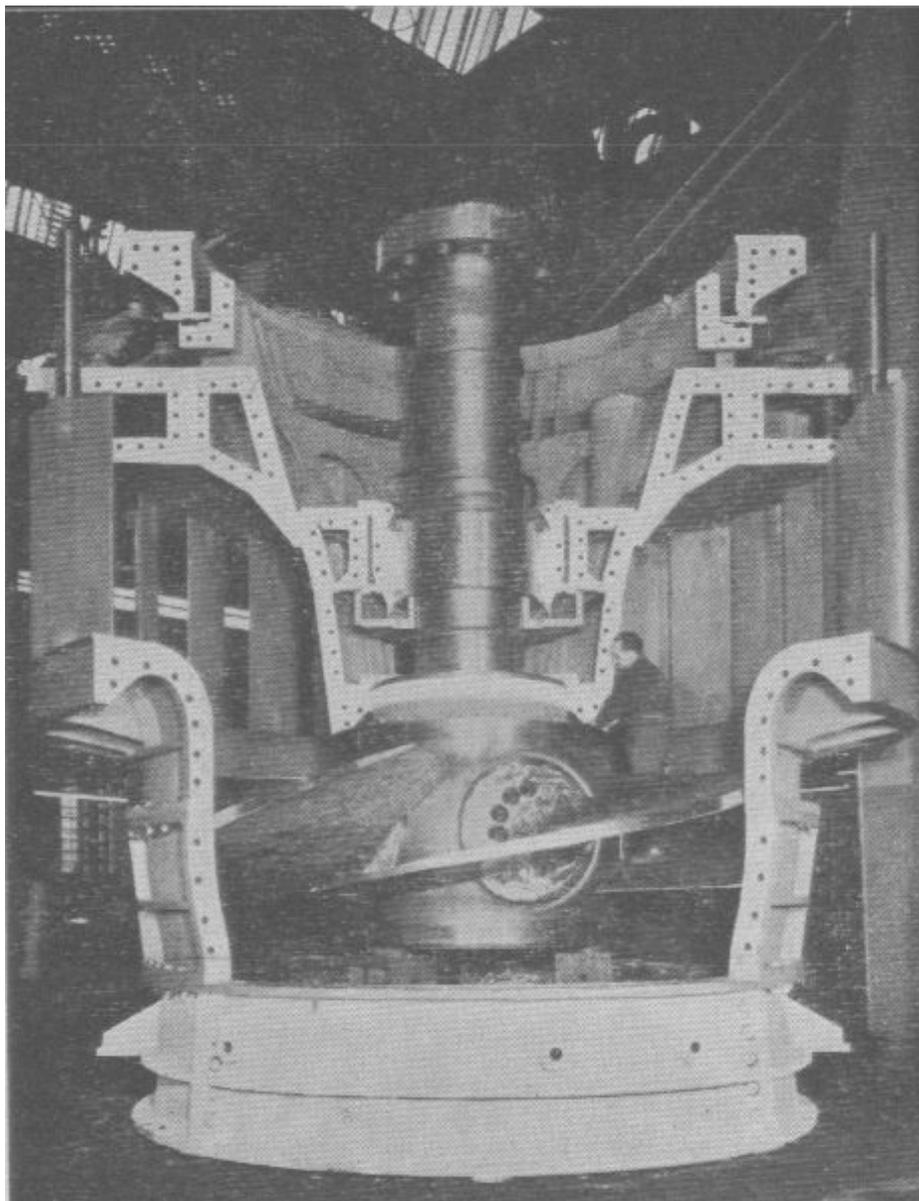


Figura 2.9: Turbina Kaplan em fase de montagem. Queda motora = 33,4 m; vazão = 153 m<sup>3</sup>/s; rotação = 150 rpm; potência = 45000 kW. (Rubbo, 1967)

### 3 PROPRIEDADES FÍSICAS LEVADAS EM CONTA NA ANÁLISE DINÂMICA DE ROTORES

A seguir será feita uma breve explanação de algumas propriedades físicas importantes na análise dinâmica de rotores de geradores. Tais propriedades são as rigidezes e amortecimentos dos mancais com filmes de óleo, o empuxo magnético, o efeito giroscópico e os desbalanceamentos residuais máximos sugerido pela norma internacional ISO 1940.

#### 3.1 MANCAIS DE DESLIZAMENTO COM FILME DE ÓLEO

Os mancais empregados em hidrogeradores são do tipo de deslizamento com filme de óleo. Tais mancais possuem um papel importante no comportamento dinâmico do rotor, devido ao fino filme de óleo que separa as partes rotativas do suporte. Estes agem como uma mola e geram amortecimento, devido ao efeito da compressão do filme. As propriedades de rigidez e amortecimento do filme de óleo alteram significativamente as frequências críticas e as respostas dinâmicas por desbalanceamento de um rotor. Explicações mais detalhadas sobre mancais com filme de óleo encontram-se em Rao, 1983 e Vance, 1987.

Conforme já foi tratado no capítulo 2, usam-se mancais de guia e de escora nos hidrogeradores. Usualmente em hidrogeradores verticais, esses mancais possuem uma forma construtiva segmentada, e cada um dos segmentos é chamado de patim. A seguir, far-se-á um breve estudo sobre mancais de guia. Mancais de escora não serão tratados nesta obra, uma vez que as influências das suas propriedades físicas não serão levadas em conta nas vibrações flexionais.

A figura 3.1 apresenta as propriedades físicas para um mancal ortotrópico. São quatro rigidezes e quatro coeficientes de amortecimento, conforme descrito a seguir:

$K_{yy}$  : coeficiente de rigidez que relaciona força e deslocamento na direção  $y$ .

$K_{zz}$  : coeficiente de rigidez que relaciona força e deslocamento na direção  $z$ .

$K_{yz}$  : coeficiente de rigidez que relaciona força na direção  $y$  e deslocamento na direção  $z$ .

$K_{zy}$  : coeficiente de rigidez que relaciona força na direção  $z$  e deslocamento na direção  $y$ .

$C_{yy}$ : coeficiente de amortecimento que relaciona força e velocidade na direção  $y$ .

$C_{zz}$ : coeficiente de amortecimento que relaciona força e velocidade na direção  $z$ .

$C_{yz}$ : coeficiente de amortecimento que relaciona força na direção  $y$  e velocidade na direção  $z$ .

$C_{zy}$ : coeficiente de amortecimento que relaciona força na direção  $z$  e velocidade na direção  $y$ .

Salienta-se ainda que tais propriedades variam em função da rotação do eixo e da carga radial aplicada, mas serão tratadas como constantes no decorrer do trabalho.

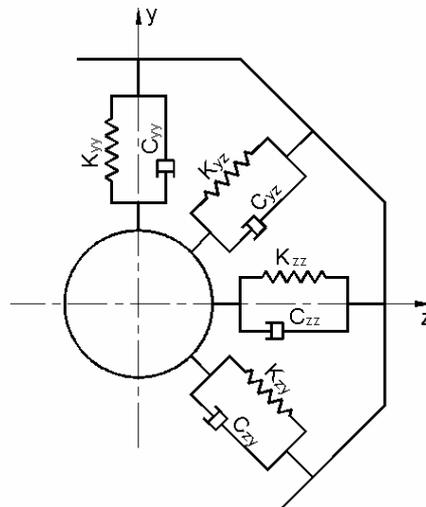


Figura 3.1: Propriedades físicas de um mancal anisotrópico.

### 3.1.1 Análise dos sinais das propriedades dos mancais

Para uma melhor compreensão das definições e sinais das propriedades dos mancais com filme de óleo, observar a figura 3.2. Tais sentidos dos deslocamentos transversais são em função do sentido de rotação do eixo e não serão deduzidos neste trabalho. Para mais esclarecimentos, consultar Rao, 1983 e Vance, 1987. Caso a rotação se dê no sentido contrário ao apresentado na figura 3.2, os sentidos dos referenciais  $y$  e  $z$  são invertidos e tratados da mesma maneira, de modo que não teremos nenhuma alteração matemática em função do sentido de giro do rotor.

Note ainda os sentidos de deslocamentos transversais em função dos longitudinais: percebe-se uma tendência do eixo a descrever uma órbita no mesmo sentido da sua rotação, isto

explica a tendência dos rotores a oscilarem em órbitas síncronas ao invés de retrógradas, na maior parte da faixa de rotação destes.

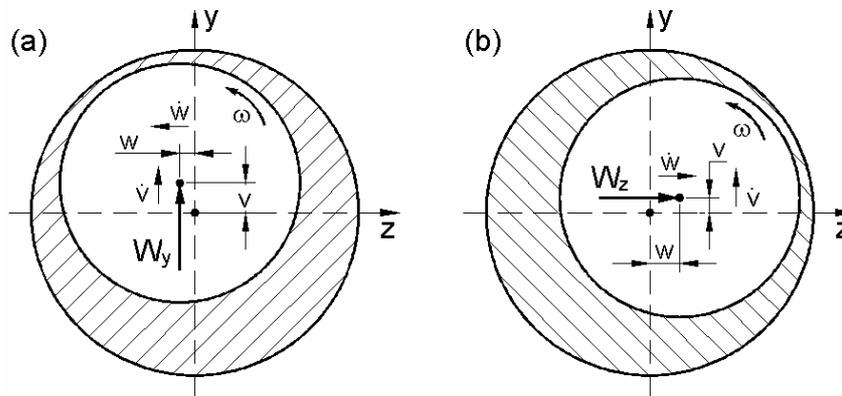


Figura 3.2: Deslocamentos e velocidades da seção do eixo sobre o mancal com filme de óleo em função de: (a) carga aplicada somente no eixo  $y$ ; e (b) carga aplicada somente no eixo  $z$ .

Fazendo uma extrapolação de que existam forças de oposição às cargas  $W_y$  e  $W_z$  somente elásticas ou somente viscosas (na realidade tais forças são uma sobreposição dos dois efeitos), pode-se então definir:

$$K_{yy} = \frac{\partial W_y}{\partial v} \tag{3.1}$$

$$K_{yz} = \frac{\partial W_y}{\partial w} \tag{3.2}$$

$$C_{yy} = \frac{\partial W_y}{\partial \dot{v}} \tag{3.3}$$

$$C_{yz} = \frac{\partial W_y}{\partial \dot{w}} \tag{3.4}$$

$$K_{zz} = \frac{\partial W_z}{\partial w} \tag{3.5}$$

$$K_{zy} = \frac{\partial W_z}{\partial v} \tag{3.6}$$

$$C_{zz} = \frac{\partial W_z}{\partial \dot{w}} \quad (3.7)$$

$$C_{zy} = \frac{\partial W_z}{\partial \dot{v}} \quad (3.8)$$

Onde:

$W_y$  : carregamento aplicado sobre o mancal na direção  $y$ .

$W_z$  : carregamento aplicado sobre o mancal na direção  $z$ .

$v$  : deslocamento da seção do eixo na direção  $y$ .

$w$  : deslocamento da seção do eixo na direção  $z$ .

$\dot{v}$  : velocidade da seção do eixo na direção  $y$ .

$\dot{w}$  : velocidade da seção do eixo na direção  $z$ .

Onde também por definição:

$$\dot{v} = \frac{\partial v}{\partial t} \quad (3.9)$$

$$\dot{w} = \frac{\partial w}{\partial t} \quad (3.10)$$

E  $t$  é o tempo.

Da figura 3.2(a), percebe-se que  $w$  e  $\dot{w}$  são negativos e  $v$  e  $\dot{v}$  são positivos; logo,  $K_{yy}$  e  $C_{yy}$  são positivos, e  $K_{yz}$  e  $C_{yz}$  são negativos. Tais sinais negativos devem ser incluídos nos dados de entrada das análises dinâmicas de rotores.

Da figura 3.2(b), nota-se que  $w$ ,  $\dot{w}$ ,  $v$  e  $\dot{v}$  são positivos; logo,  $K_{zz}$ ,  $C_{zz}$ ,  $K_{zy}$  e  $C_{zy}$  são ambos positivos.

### 3.2 EMPUXO MAGNÉTICO

O empuxo magnético é uma propriedade física utilizada pelos fabricantes de hidro e turbogeradores no dimensionamento estrutural de componentes e fundações, bem como na análise da estabilidade dinâmica do rotor. Cabe salientar que cada fabricante adota uma metodologia de cálculo para determinar o empuxo magnético e que, muitas vezes, tais valores possuem uma certa divergência entre os calculados por um fabricante e por outro. Existem alguns *papers* que tratam de tal assunto e apresentam procedimentos de cálculo para determinação do empuxo magnético, entre eles, destaca-se um dos mais famosos e talvez o primeiro, escrito por Rosemberg, 1918. Pode-se ainda citar Robinson, 1943 e Ohishi *et al*, 1987.

Visando dar uma introdução sobre o assunto do fenômeno do empuxo magnético, a seguir será dada uma breve explicação, sem entretanto, entrar em procedimentos de cálculos.

Quando as bobinas dos pólos do gerador são percorridas por uma corrente de excitação, geram-se ímãs norte e sul, que exercem uma força de atração sobre o estator, conforme ilustrado na figura 3.3.

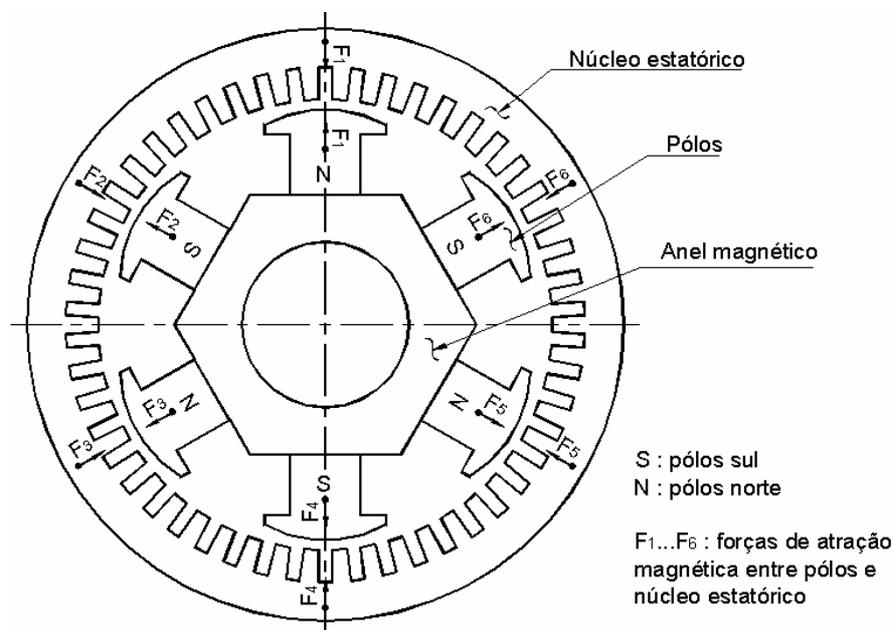


Figura 3.3: Rotor do gerador excitado, formando pólos norte e sul e as respectivas forças de atração magnética.

A distância radial entre o núcleo do pólo e o núcleo estatórico é chamada de entre-ferro. Se o rotor e o estator são perfeitamente cilíndricos e centrados um em relação ao outro, todos os entre-ferros são iguais e, conseqüentemente, todas as forças de atração ( $F_1$  a  $F_6$  no caso da figura

3.3) têm o mesmo módulo, gerando uma força resultante nula. Quando o centro do rotor se desloca em relação ao centro do estator, os entre-ferros variam, variando também as forças de atração entre pólos e núcleo estatórico, gerando assim uma força radial resultante não nula. À medida que esse deslocamento vai aumentando, a força resultante radial também vai aumentando. Para pequenos deslocamentos, que é o que acontece em máquinas elétricas, os fabricantes consideram esse comportamento linear.

Conhecendo-se o fenômeno do empuxo magnético, conclui-se então que:

- Se o centro do estator não coincidir com o centro de giro do rotor, surge uma força magnética estacionária, carregando os mancais em uma direção radial fixa;
- Se o rotor estiver ligeiramente descentrado em relação ao seu centro de giro, surge uma força magnética radial girante;
- Com a oscilação do rotor, surge uma força radial harmônica. À medida que o rotor se afasta da sua linha de centro, a força que o puxa para fora aumenta, ou seja, funciona como uma mola com rigidez negativa, e esse é o procedimento que se usa para levar em conta o empuxo magnético no cálculo das frequências críticas e respostas dinâmicas de rotores de hidrogenadores: consideram-se mancais com rigidezes  $K_{yy}$  e  $K_{zz}$  negativas na região dos pólos.

### 3.3 EFEITO GIROSCÓPICO

A seguir será apresentada uma sucinta explicação sobre o efeito giroscópico. Para um estudo mais detalhado de tal fenômeno, pode-se consultar a obra de Beer e Johnston, 1991.

Para que se entenda o fenômeno do efeito giroscópico, é importante, primeiramente, ter bem clara a definição da segunda lei de Newton para o movimento rotacional, que é dada pela equação a seguir:

$$T = J_p \cdot \dot{\omega} \quad (3.11)$$

Onde  $T$  é o momento torçor aplicado em torno do eixo de rotação de um corpo com momento de inércia polar de massa  $J_p$ , para que esse sofra uma variação da velocidade (aceleração) angular  $\dot{\omega}$ . As unidades de medida para  $T$ ,  $J_p$  e  $\dot{\omega}$  no sistema internacional são respectivamente N·m, kg·m<sup>2</sup> e rad/s<sup>2</sup>.

O efeito giroscópico acontece quando existe um corpo com uma dada velocidade de rotação angular  $\omega$  e a ele é imposto um deslocamento angular perpendicular ao seu eixo de rotação. Para determinar a taxa com que ocorre esse deslocamento perpendicular ao eixo de rotação, é definida a velocidade angular de precessão  $\omega_f$ , dada em rad/s.

A figura 3.4(a) mostra que, quando não há velocidade de precessão  $\omega_f$ , a velocidade angular de rotação  $\omega$  está toda projetada sobre o eixo  $x$ , não havendo componente sobre os outros eixos ortogonais. Quando é aplicada uma velocidade  $\omega_f$  sobre o eixo  $y$ , começa a aparecer uma componente de  $\omega$  sobre o eixo  $z$  dada pela seguinte expressão:

$$\omega_z = \omega \cdot \text{sen}(\omega_f \cdot t) \tag{3.12}$$

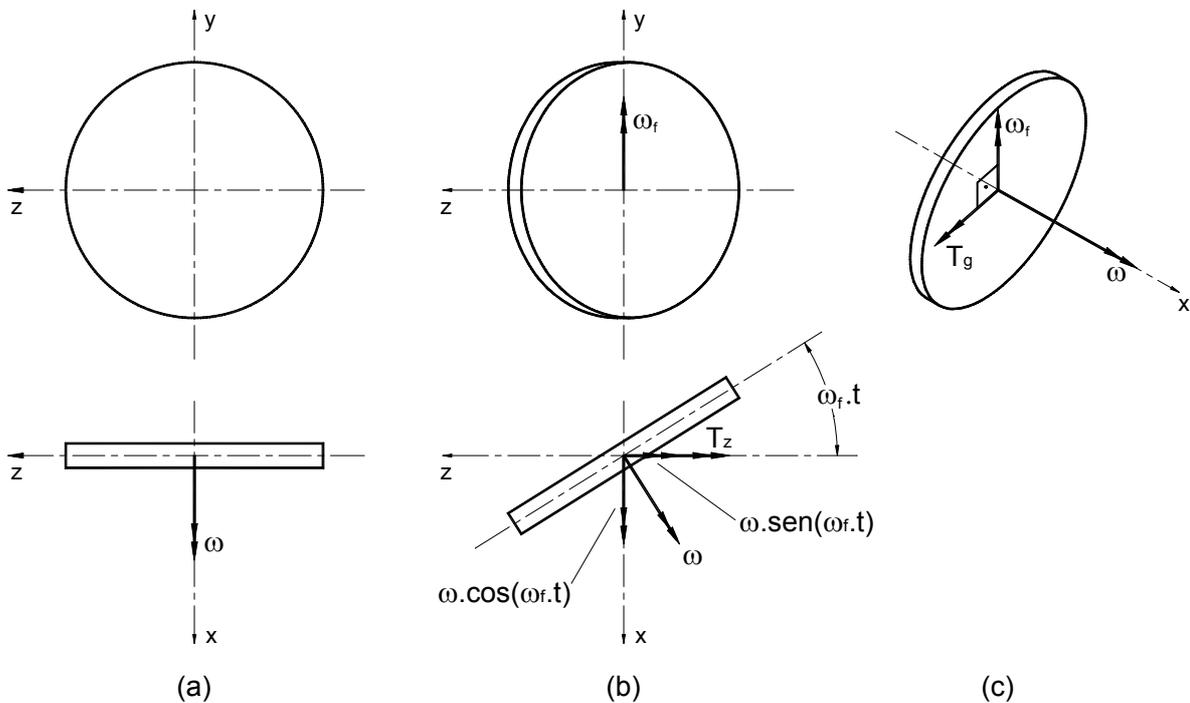


Figura 3.4: O fenômeno do Efeito Giroscópico

A equação 3.12 mostra que existe uma variação da projeção da velocidade de rotação do disco sobre o eixo  $z$  em função do tempo  $t$ ; logo, a aceleração angular do disco sobre o eixo  $z$  é definida como:

$$\dot{\omega}_z = \frac{d\omega_z}{dt} \tag{3.13}$$

Combinando as equações 3.12 e 3.13:

$$\dot{\omega}_z = \omega_f \cdot \omega \cdot \cos(\omega_f \cdot t) \quad (3.14)$$

Adaptando a equação 3.11 para a análise dos fenômenos sobre o eixo  $z$  da figura 3.4(b), tem-se o momento torçor sobre o eixo  $z$  dado por:

$$T_z = J_P \cdot \dot{\omega}_z \quad (3.15)$$

Combinando as equações 3.14 e 3.15 surge:

$$T_z = J_P \cdot \omega_f \cdot \omega \cdot \cos(\omega_f \cdot t) \quad (3.16)$$

Quando  $\omega_f \cdot t$  tende a zero, a equação 3.16 é simplificada em:

$$T_z = J_P \cdot \omega_f \cdot \omega \quad (3.17)$$

Analogamente ao eixo  $z$ , é possível fazer a mesma análise sobre o eixo  $y$ , quando existe uma velocidade angular de precessão sobre o eixo  $z$ . Dessa forma é possível obter o momento torçor  $T_y$  sobre o eixo  $y$ .

Da análise exposta neste item, independente da velocidade de precessão estar toda projetada sobre o eixo  $y$  ou  $z$ , é possível definir o torque giroscópico  $T_g$  perpendicular à velocidade  $\omega_f$ , apresentado na figura 3.4(c), como:

$$T_g = J_P \cdot \omega_f \cdot \omega \quad (3.18)$$

Fazendo a comparação entre as figuras 3.4(b) e 3.4(c), é possível perceber que  $T_g$  possui sentido contrário ao apresentado para  $T_z$ . A explicação é que  $T_z$  é o momento que deve ser aplicado no disco sobre o eixo  $z$ , para que esse rode com uma velocidade de precessão  $\omega_f$  em torno do eixo  $y$ , ao passo que  $T_g$  é a reação, ou seja, a ação que o disco exerce sobre a linha de eixo ao sofrer uma variação angular de precessão.

### 3.4 FREQUÊNCIAS CRÍTICAS

O efeito giroscópico tem a propriedade de variar a frequência natural do rotor em função da velocidade de rotação deste. As frequências naturais do rotor que possuem o mesmo módulo

das suas respectivas velocidades de rotação do rotor são chamadas de frequências críticas. Cada modo de vibração do rotor possui, como veremos a seguir, duas frequências críticas. Uma um pouco mais baixa que a frequência natural com rotação zero, que se chama de frequência crítica retrógrada, e outra um pouco mais alta que a frequência natural com rotação zero, que se chama de frequência crítica síncrona. Nas rotações síncronas, o rotor descreve uma órbita com o mesmo sentido da rotação. Nas rotações retrógradas, o rotor descreve uma órbita com sentido oposto ao da rotação. A figura 4.6 apresenta um gráfico com as frequências naturais em função das frequências de rotação do rotor e os pontos com as frequências críticas.

Através da figura 3.5, pode-se entender o fenômeno das duas frequências críticas para cada modo de vibração. Quando uma seção do rotor oscila segundo uma órbita, surge uma velocidade angular e precessão  $\omega_f$ , perpendicular à trajetória da órbita, gerando-se um torque giroscópico  $T_g$ , em função desta velocidade de precessão e da velocidade angular de rotação do rotor. Tal torque giroscópico é perpendicular a estas duas velocidades angulares e, conseqüentemente, tangente à trajetória da órbita oscilatória da seção do rotor.

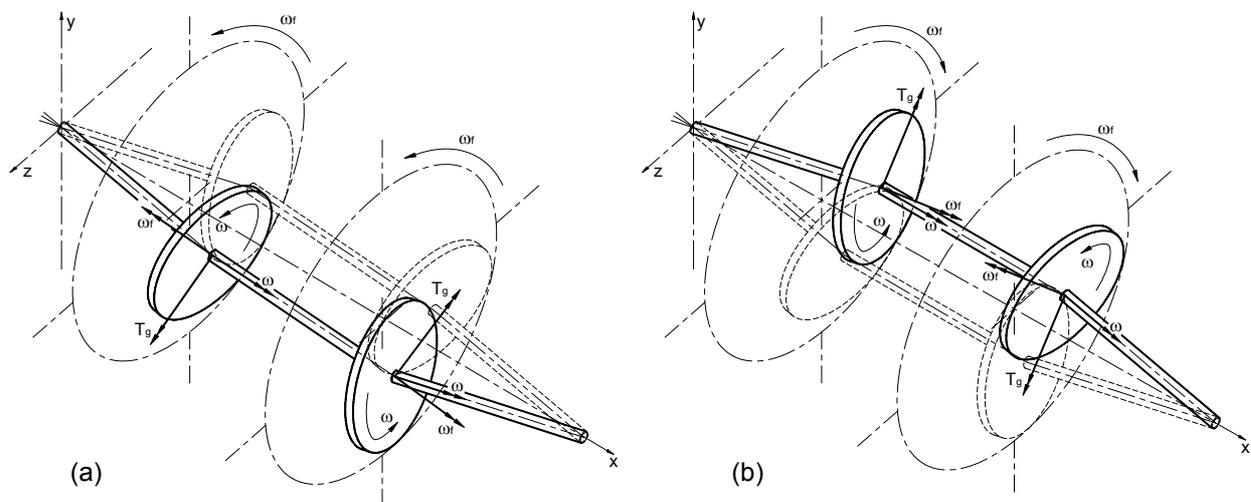


Figura 3.5: Órbitas de oscilações do rotor: (a) órbita síncrona; (b) órbita retrógrada.

Pela figura 3.5(a), nota-se que os torques giroscópicos  $T_g$ , para uma oscilação síncrona, possuem sentidos que tendem a levar os discos para o centro da órbita, tornando a linha de eixo mais rígida em função da velocidade de rotação e, conseqüentemente, com frequências naturais mais altas. Pela figura 3.5(b), nota-se que os torques giroscópicos  $T_g$ , para uma oscilação retrógrada, ao contrário da síncrona, possuem sentidos que tendem a afastar os discos do centro da órbita, tornando a linha de eixo menos rígida em função de velocidade de rotação e, conseqüentemente, com frequências naturais mais baixas. Devido a esses fenômenos é que as

freqüências críticas retrógradas são mais baixas e as síncronas mais altas que as freqüências naturais com rotação zero (onde o efeito do torque giroscópico é nulo).

### 3.5 GRAUS DE DESBALANCEAMENTO SEGUNDO NORMA ISO 1940

A Norma ISO 1940, “Qualidade de Equilíbrio dos Corpos Rígidos em Rotação”, define os graus de desbalanceamento admissíveis para rotores para várias aplicações. Em função do desbalanceamento, o centro de massa de uma seção do rotor é deslocado do centro de giro desta, atingindo assim uma velocidade tangencial em função do afastamento do centro de massa em relação ao centro de giro e da rotação do rotor.

Para o caso de hidrogeradores e turbogeradores (estes últimos são grupos geradores propelidos por turbinas a gás ou a vapor) é recomendado o grau G 6,3. Tal grau de desbalanceamento significa que o centro de massa da seção percorre uma órbita circular com velocidade tangencial máxima de 6,3 mm/s, quando o rotor estiver na velocidade de rotação nominal. Dessa forma, podemos definir a excentricidade máxima (em metros) da seção em estudo pela seguinte equação:

$$e_i = \frac{6,3 \cdot 10^{-3}}{\omega} \quad (3.19)$$

Ou

$$e_i = \frac{30 \cdot 6,3 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot n} \quad (3.20)$$

Onde  $\omega$  é, neste caso, a velocidade de rotação nominal do rotor em rad/s, e  $n$  é a velocidade nominal do rotor em rpm.

## 4 O MÉTODO DAS MATRIZES DE TRANSFERÊNCIA

O Método das Matrizes de Transferência é um processo para solucionar problemas de vibrações estruturais. Esse processo computacional compete, no meio técnico-científico, com o Método dos Elementos Finitos. A vantagens do Método das Matrizes de Transferência em comparação com o Método dos Elementos Finitos são a possibilidade de se trabalhar com matrizes cujas ordens independem do número de elementos envolvidos no problema, ao contrário dos Elementos Finitos, onde as ordens das matrizes são proporcionais ao número de elementos e a facilidade de implementação de fenômenos tais como o empuxo magnético, a anisotropia dos mancais e o efeito giroscópico, etc.

Os estudos desenvolvidos neste trabalho estão baseados no Método das Matrizes de Transferência, tanto para a determinação das frequências críticas, como das respostas dinâmicas de rotores, tomando por base os trabalhos de Almeida, 1987; Rao, 1983 e Pestel e Leckie, 1963.

No item 4.2, será feita uma breve dedução desse método para o caso das frequências naturais torcionais de um rotor.

### 4.1 DISCRETIZAÇÃO DE ROTORES

O Método das Matrizes de Transferência comporta tanto elementos elásticos com massa distribuída, como elementos rígidos de massa concentrada e elementos elásticos sem massa. Para simplificar a análise, serão descartados, neste trabalho, os elementos elásticos com massa distribuída. Para isso, faz-se necessário discretizar o rotor, ou seja, calcular as propriedades de massa de cada estação e aplicá-las nas extremidades das respectivas, chamadas de nós (de preferência metade, em cada extremidade da estação), e aplicar somente as propriedades geométricas e elásticas ao longo da estação, conforme esquema apresentado na figura 4.1.

No Apêndice I, são apresentados os cálculos das propriedades geométricas e de massas dos elementos.

Cabe salientar que quanto maior for o número de estações, maior será a precisão da análise, pois mais próximo o modelo estará do contínuo.

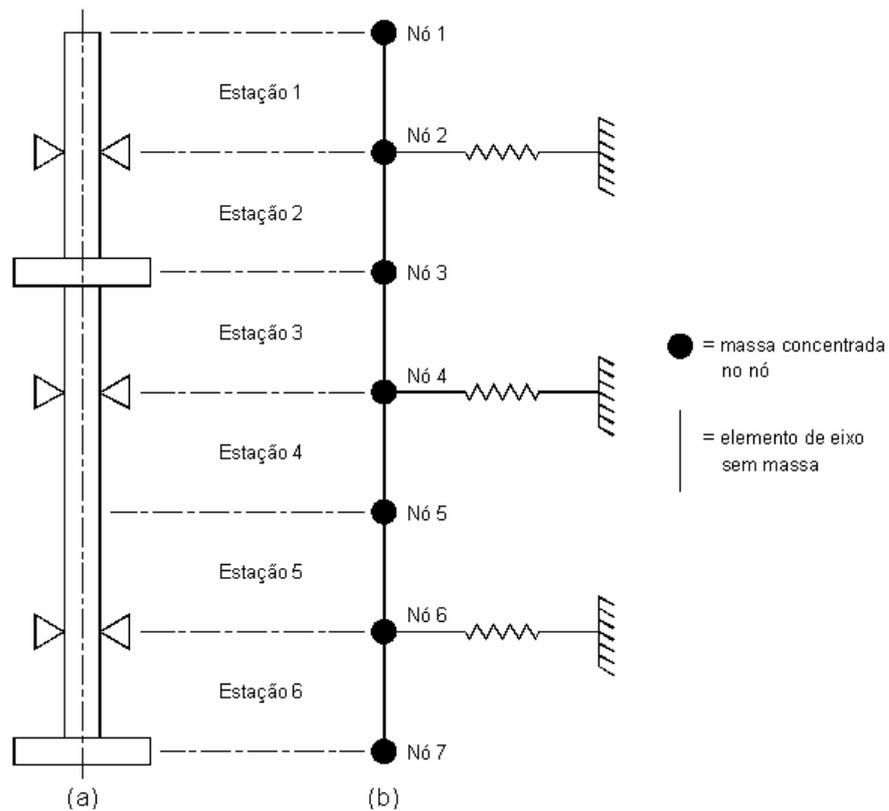


Figura 4.1: Discretização de um rotor: (a) rotor real; (b) rotor discretizado

#### 4.2 MATRIZES DE TRANSFERÊNCIA PARA DETERMINAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS TORCIONAIS

Por uma questão de facilitar a compreensão do Método das Matrizes de Transferência, a seguir, serão consideradas as vibrações torcionais de um eixo elástico com seção reta circular, com discos ligados em pontos discretos ao longo desse, conforme figura 4.2. O eixo é considerado elástico e sem inércia rotacional (sem massa), e os discos são rígidos e com inércia rotacional  $J_{p_i}$  ( $i = 1, \dots, n$ ).

A matriz coluna, que especifica as rotações e torques internos em um ponto do sistema, sendo esse ponto o extremo de um elemento (nó), é chamada de **Vetor Estado**. A matriz de transferência é a matriz que relaciona os vetores estados em dois nós do modelo. Se a matriz de transferência relaciona as condições de um elemento de eixo elástico sem massa, ela é chamada de **Matriz Campo** e, se ela relaciona as condições dos dois lados de um disco (massa rígida), é chamada de **Matriz Ponto**.

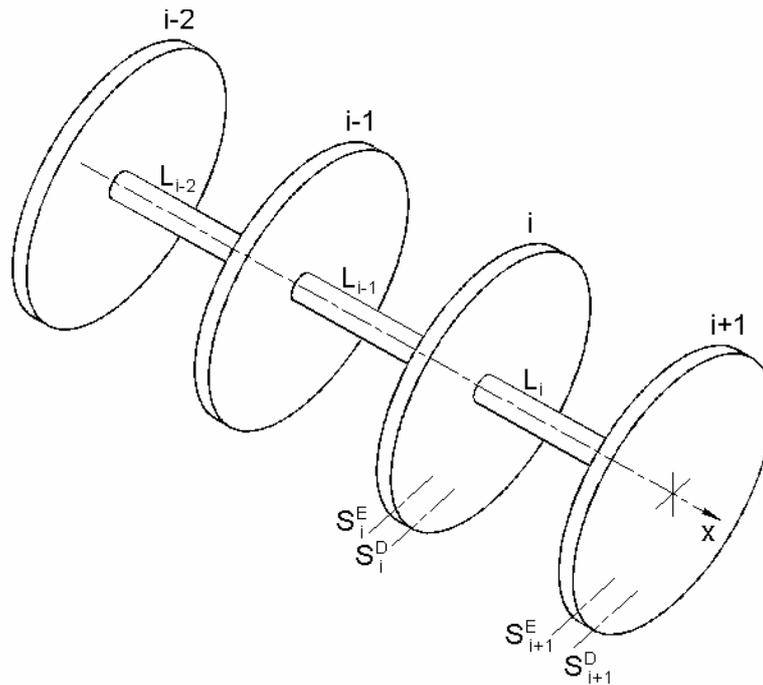


Figura 4.2: Eixo sem massa com discos rígidos

Para encontrar a matriz de transferência campo para o eixo situado entre os discos  $i$  e  $i+1$ , deve-se isolar o eixo de comprimento  $L_i$ . As rotações e torques nas extremidades desse eixo são indicadas na figura 4.3. Os torques são representados por  $T$ , e as rotações do nó, por  $\varphi$ . Os índices  $D$  e  $E$  são abreviaturas de direita e esquerda e servem para indicar se o torque em questão é à direita ou à esquerda do disco do elemento em questão.

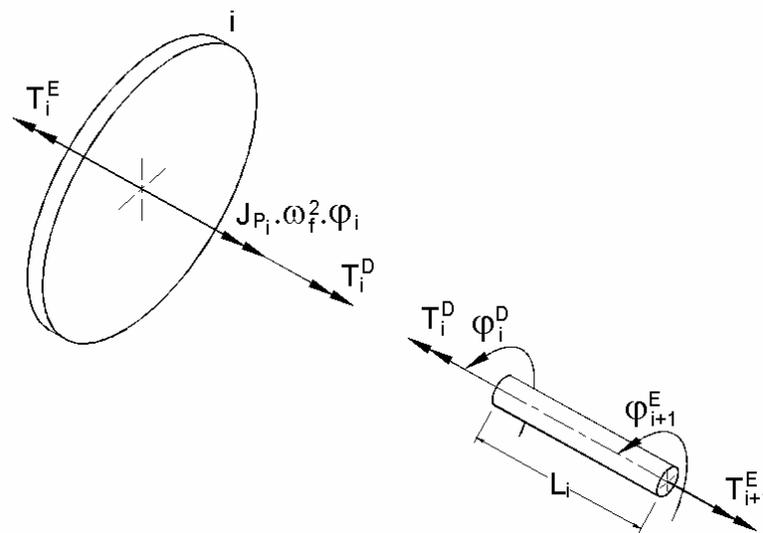


Figura 4.3: Eixo e disco em diagramas de corpo livre

Fazendo o equilíbrio de torques para o eixo elástico sem massa, conforme figura 4.3:

$$T_{i+1}^E = T_i^D \tag{4.1}$$

Da Resistência dos Materiais, tem-se a rotação no nó  $i+1$ :

$$\varphi_{i+1}^E = \varphi_i^D + \frac{T_i^D \cdot L_i}{2 \cdot J_i \cdot G} \quad (4.2)$$

Onde  $J_i$  é o momento de inércia transversal da seção reta do eixo, e  $2 \cdot J_i$  é, por consequência, a constante de torção de Saint Venant, a qual é igual ao momento de inércia polar somente para perfis circulares fechados (cheios e vazados).  $G$  é o módulo de elasticidade transversal do material do eixo. Para o Aço, que é o material dos eixos dos rotores analisados nesse trabalho,  $G = 2,06 \cdot 10^{11} / 2 \cdot (1 + 0,29) = 7,98 \cdot 10^{10}$  Pa, onde  $2,06 \cdot 10^{11}$  Pa é o módulo de elasticidade longitudinal do aço e 0,29, o respectivo coeficiente de Poisson.

As equações (4.1) e (4.2), colocadas na forma matricial, tornam-se:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{i+1} \\ T_{i+1} \end{bmatrix}^E = \begin{bmatrix} 1 & \frac{L_i}{2 \cdot J_i \cdot G} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_i \\ T_i \end{bmatrix}^D \quad (4.3)$$

Pode-se então definir a matriz de transferência campo para o  $i$ -ésimo eixo de constantes  $L_i$ ,  $J_i$  e  $G$  como:

$$F_i = \begin{bmatrix} 1 & \frac{L_i}{2 \cdot J_i \cdot G} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

O vetor estado para o  $i$ -ésimo nó é dado por:

$$S_i = \begin{bmatrix} \varphi_i \\ T_i \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Relacionando os vetores estado  $S_i^D$  e  $S_i^E$  sobre ambos os lados do disco  $i$ , nota-se que os ângulos de deformação permanecem os mesmos, logo:

$$\varphi_i^E = \varphi_i^D \quad (4.6)$$

Porém há uma descontinuidade no torque devido ao torque de inércia. Do disco da figura 4.3, logo:

$$T_i^D = -J_{P_i} \cdot \omega_f^2 \cdot \varphi_i^E + T_i^E \quad (4.7)$$

$J_{P_i}$  é o momento de inércia polar de massa do  $i$ -ésimo disco e  $\omega_f$ , a velocidade angular de oscilação.

Combinando as equações (4.6) e (4.7):

$$\begin{bmatrix} \varphi_i \\ T_i \end{bmatrix}^D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\omega_f^2 \cdot J_{P_i} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_i \\ T_i \end{bmatrix}^E \quad (4.8)$$

Assim, define-se a matriz de transferência ponto para o  $i$ -ésimo disco de momento de inércia polar de massa  $J_{P_i}$ :

$$P_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\omega_f^2 \cdot J_{P_i} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

A matriz de transferência total (que relaciona os vetores estados das duas extremidades do modelo) para um sistema como aquele mostrado na figura 4.3, é dada por:

$$Z = F_n \cdot P_n \cdot F_{n-1} \cdot P_{n-1} \cdots F_1 \cdot P_1 \quad (4.10)$$

O índice  $n$  indica que estamos tratando do  $n$ -ésimo elemento, ou seja, o último elemento.

Note que a matriz  $Z$ , dada pela equação 4.10, é quadrada de ordem 2, e seus elementos são independentes das condições ou espécies de vínculos. Portanto, para encontrar as frequências naturais do sistema torcional, devem-se aplicar as condições de contorno. Para o caso de rotores, as extremidades são livres à rotação, portanto os torques sobre elas são nulos, logo:

$$T_1^E = T_n^D = 0 \quad (4.11)$$

Então:

$$\begin{bmatrix} \varphi_n \\ 0 \end{bmatrix}^D = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ 0 \end{bmatrix}^E \quad (4.12)$$

Como se sabe que os valores de  $\varphi_n^D$  e  $\varphi_1^E$  são diferentes de zero, necessita-se que:

$$Z_{21} = 0 \quad (4.13)$$

Os valores de  $\omega_f$  que satisfazem a condição estabelecida pela equação 4.13 são os valores das frequências naturais torcionais ( $\omega_{n1}$ ,  $\omega_{n2}$ ,  $\omega_{n3}$ , ...,  $\omega_{nn}$ ), conforme figura 4.4.

O método que será utilizado para encontrar os valores das frequências naturais neste trabalho será o de Newton-Raphson, que consiste em calcular  $Z_{21}$  para vários  $\omega_f$  e, quando esse mudar o sinal, interpolar a frequência segundo uma equação linear em função de  $Z_{21}$ , conforme equação 4.14. Assim tem-se o valor aproximado da frequência que satisfaz a condição (frequência natural):

$$\omega_{n_i} = \frac{\omega_{f(q-1)} \cdot Z_{21q} - \omega_{fq} \cdot Z_{21(q-1)}}{Z_{21q} - Z_{21(q-1)}} \quad (4.14)$$

Onde:  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  e  $q = 1, 2, 3, \dots$

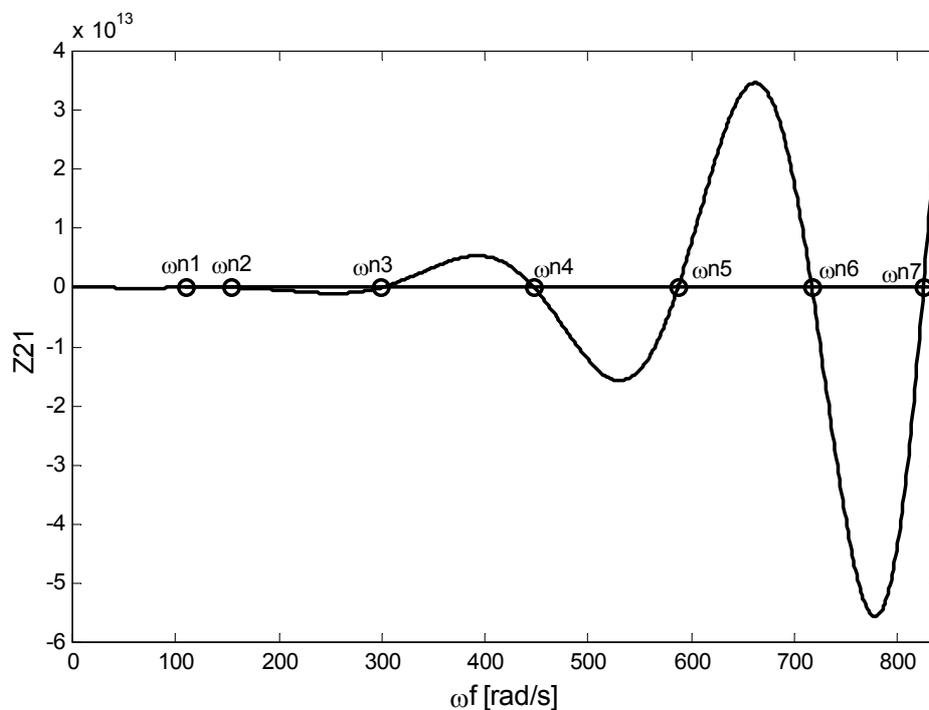


Figura 4.4: Curva  $Z_{21} \times \omega_f$

### 4.3 MATRIZES DE TRANSFERÊNCIA PARA DETERMINAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS FLEXIONAIS NO PLANO

O método para determinar as frequências naturais flexionais é análogo ao das frequências naturais torcionais, portanto, a seguir, serão apenas mostrados os vetores estados e as matrizes de transferência sem a devida dedução que se encontra detalhada na obra de Rao, 1983. A figura 4.5 apresenta o elemento completo que será usado na análise de frequências naturais no plano.

O vetor estado, para o tratamento das oscilações no plano  $x$ - $y$ , é dado por:

$$S_{y_i} = \begin{bmatrix} v_i \\ \phi_i \\ M_{z_i} \\ -V_{y_i} \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

Onde  $v_i$ ,  $\phi_i$ ,  $M_{z_i}$  e  $V_{y_i}$  são respectivamente o deslocamento transversal na direção  $y$ , o giro em torno do eixo  $z$ , o momento fletor em torno do eixo  $z$ , e o cortante na direção  $y$ , para o  $i$ ésimo nó.

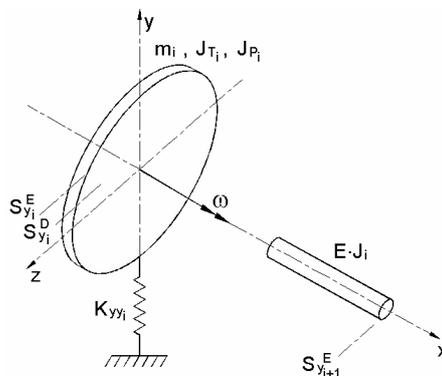


Figura 4.5: Elemento completo para análise das frequências naturais no plano

A matriz campo para o segmento de eixo de comprimento  $L_i$  e momento de inércia transversal de área  $J_i$  é:

$$F_i = \begin{bmatrix} 1 & L_i & \frac{L_i^2}{2 \cdot E \cdot J_i} & \frac{L_i^3}{6 \cdot E \cdot J_i} \\ 0 & 1 & \frac{L_i}{E \cdot J_i} & \frac{L_i^2}{2 \cdot E \cdot J_i} \\ 0 & 0 & 1 & L_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

$E$  é o módulo de elasticidade longitudinal do material dos eixos que, para os rotores tratados neste trabalho, será o aço ( $E = 2,06 \cdot 10^{11}$  Pa).

E a matriz ponto:

$$P_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & (J_{P_i} \cdot \omega - J_{T_i} \cdot \omega_f) \cdot \omega_f & 1 & 0 \\ m_i \cdot \omega_f^2 - K_{yy_i} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Onde  $J_{P_i}$ ,  $J_{T_i}$  e  $m_i$  são, respectivamente, o momento polar de massa, o momento transversal de massa e a massa do  $i$ ésimo disco.  $K_{yy_i}$  é a rigidez do apoio  $i$  sobre o eixo  $y$ . Note que, na matriz ponto descrita pela equação 4.17, aparecem a velocidade angular de rotação do rotor  $\omega$  e a velocidade angular de precessão  $\omega_f$ , para considerar o efeito giroscópico e o efeito da inércia à rotação transversal dos discos. Desta forma, para cada velocidade angular de rotação do rotor, teremos frequências naturais diferentes. Assim, podemos traçar as curvas  $\omega_n \times \omega$ , como mostra a figura 4.6. Valores de  $\omega$  negativos representam oscilação em órbita retrógrada (sentido de giro do rotor contrário ao da órbita descrita por esse). Os pontos de intersecção das curvas de frequências naturais com as retas  $\omega_n = \omega$  e  $\omega_n = -\omega$  são as chamadas frequências críticas do rotor, como já foi descrito no item 3.4.

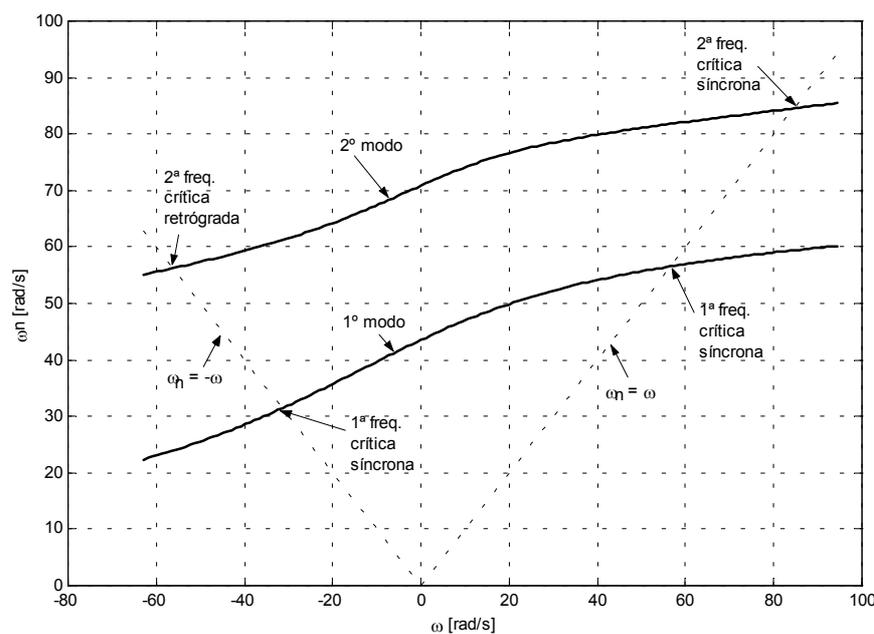


Figura 4.6: Frequências naturais x rotação do rotor

### 4.3.1 Matrizes Campos Levando em Conta o Esforço Normal no Eixo

Devido à forma construtiva dos hidrogeradores verticais, os segmentos de eixo que estão acima do mancal de escora sofrem compressão em função do peso próprio sobre eles. Os segmentos abaixo do mancal de escora sofrem tração em função do peso sob eles e também do empuxo hidráulico axial da turbina. Também os geradores horizontais sofrem tração, na parte do eixo entre o mancal de escora e a turbina, devido ao empuxo axial desta. Para esclarecimento sobre mancal de escora, ver item 2.1.

Dessa forma, pode-se fazer uma análise levando em conta a influência nas rigidezes flexionais dos eixos devido aos esforços normais.

A normal  $N_i$  de compressão aplicada a um segmento elástico será a somatória dos pesos de todos os elementos de massa que estiverem acima desse segmento, desde que esse elemento elástico esteja acima do mancal de escora. A normal  $N_i$  de tração aplicada a um elemento elástico será a somatória dos pesos de todos os elementos de massa abaixo dele, mais o empuxo axial da turbina, desde que tal elemento esteja abaixo do mancal de escora. Para geradores horizontais, deve ser usado somente o esforço normal  $N_i$  de tração nos elementos entre o mancal de escora e a turbina e esse esforço é constante e igual ao empuxo axial da turbina. Nesse caso, se não houver empuxo, não haverá esforço normal.

Vale salientar que o sinal de  $N_i$  é negativo, quando for compressão; e positivo, quando for tração. A massa discretizada que se encontra no mesmo nó onde está o mancal de escora, não gera esforço normal, pois o seu peso é apoiado diretamente sobre esse mancal, sem ser transmitido por nenhum elemento elástico intermediário. As equações 4.18 e 4.19 apresentam, segundo Pestel e Leckie, 1963, as matrizes campos com esforços normais para compressão e tração respectivamente. Tais equações substituem a equação 4.16, quando os esforços normais forem considerados na análise.

Matriz campo com elemento submetido à compressão:

$$F_i = \begin{bmatrix} 1 & L_i \cdot \frac{\text{sen}(\gamma_i)}{\gamma_i} & \frac{L_i^2}{E \cdot J_i} \cdot \frac{1 - \cos(\gamma_i)}{\gamma_i^2} & \frac{L_i^3}{E \cdot J_i} \cdot \frac{\gamma_i - \text{sen}(\gamma_i)}{\gamma_i^3} \\ 0 & \cos(\gamma_i) & \frac{L_i}{E \cdot J_i} \cdot \frac{\text{sen}(\gamma_i)}{\gamma_i} & \frac{L_i^2}{E \cdot J_i} \cdot \frac{1 - \cos(\gamma_i)}{\gamma_i^2} \\ 0 & N_i \cdot L_i \cdot \frac{\text{sen}(\gamma_i)}{\gamma_i} & \cos(\gamma_i) & L_i \cdot \frac{\text{sen}(\gamma_i)}{\gamma_i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Matriz campo com elemento submetido à tração:

$$F_i = \begin{bmatrix} 1 & L_i \cdot \frac{\sinh(\gamma_i)}{\gamma_i} & \frac{L_i^2}{E \cdot J_i} \cdot \frac{\cosh(\gamma_i) - 1}{\gamma_i^2} & \frac{L_i^3}{E \cdot J_i} \cdot \frac{\sinh(\gamma_i) - \gamma_i}{\gamma_i^3} \\ 0 & \cosh(\gamma_i) & \frac{L_i}{E \cdot J_i} \cdot \frac{\sinh(\gamma_i)}{\gamma_i} & \frac{L_i^2}{E \cdot J_i} \cdot \frac{\cosh(\gamma_i) - 1}{\gamma_i^2} \\ 0 & N_i \cdot L_i \cdot \frac{\sinh(\gamma_i)}{\gamma_i} & \cosh(\gamma_i) & L_i \cdot \frac{\sinh(\gamma_i)}{\gamma_i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Onde:

$$\gamma_i = \sqrt{\frac{|N_i| \cdot L_i^2}{E \cdot J_i}} \quad (4.20)$$

### 4.3.2 Condições de Contorno para o Caso de Rotores Sobre Mancais Elásticos

Para rotores sobre mancais elásticos e com as extremidades livres, os momentos fletores e os esforços cortantes nestas extremidades são nulos, logo:

$$\begin{aligned} M_{z_1}^E &= M_{z_n}^D = 0 \\ V_{z_1}^E &= V_{z_n}^D = 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Encontrando a matriz de transferência total conforme a equação 4.10, teremos:

$$\begin{bmatrix} v_i \\ \phi_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^D = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ \phi_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^E \quad (4.22)$$

Simplificando a equação 4.22:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{31} & Z_{32} \\ Z_{41} & Z_{42} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix}^E \quad (4.23)$$

Como  $v_1^E$  e  $\phi_1^E$  não são nulos, a condição para que a igualdade seja satisfeita será:

$$\Delta(\omega_f) = \det \begin{bmatrix} Z_{31} & Z_{32} \\ Z_{41} & Z_{42} \end{bmatrix} = 0 \quad (4.24)$$

A equação 4.24 é a condição para o valor de  $\omega_f$  arbitrado seja uma frequência natural. O método que será utilizado para encontrar os valores de  $\omega_f$ , que zeram  $\Delta(\omega_f)$ , é o de Newton-Raphson, análogo ao apresentado no item 4.2, porém usando  $\Delta(\omega_f)$ , ao invés de  $Z_{21}$ .

### 4.3.3 Determinação dos Modos de Vibração

Para o caso torcional de rotores de máquinas, é sabido que os torques nas extremidades são nulos. Para estabelecer os modos naturais de vibrações, a amplitude angular de uma das massas precisa ser normalizada, ou seja, pode ser feito  $\phi_1 = 1,00$  e  $T_1 = 0$ . Para obter as amplitudes das outras massas, multiplica-se cada vetor estado pela respectiva matriz de transferência, já com as frequências naturais determinadas anteriormente. Dessa forma, é possível encontrar o respectivo modo de vibração para cada frequência natural.

Para o caso dos modos de vibrações flexionais, é necessário encontrar a relação entre  $v_1$  e  $\phi_1$ , pois estas duas variáveis são dependentes.

Da equação 4.22:

$$v_1^E \cdot Z_{31} + \phi_1^E \cdot Z_{32} = 0 \quad (4.25)$$

e

$$v_1^E \cdot Z_{41} + \phi_1^E \cdot Z_{42} = 0 \quad (4.26)$$

Logo:

$$\frac{\phi_1^E}{v_1^E} = -\frac{Z_{41}}{Z_{42}} = -\frac{Z_{31}}{Z_{32}} \quad (4.27)$$

Assim, pode ser feito,  $v_1 = 1$ ,  $\phi_1 = -Z_{41}/Z_{42}$  ou  $\phi_1 = -Z_{31}/Z_{32}$ ,  $M_{z1} = 0$  e  $V_{y1} = 0$  e realizar o mesmo procedimento para o caso dos modos de vibrações torcionais.

Uma vez que amplitudes assim obtidas, tanto para o caso torcional, como para o caso flexional, não são as amplitudes reais, mas sim amplitudes que obedecem sempre uma mesma proporção em relação às reais, que são desconhecidas, pode então ser feita uma nova normalização. Tal procedimento é muito simples: é só encontrar qual a amplitude de maior módulo e dividir todas as outras, inclusive a própria, pelo módulo dessa, de forma que o módulo da maior amplitude sempre será uma unidade. Determinados os valores das amplitudes, é possível então traçar o gráfico representativo das formas modais  $\varphi \times x$  ou  $v \times x$ , onde  $x$  representa o sistema de coordenadas ao longo do eixo do rotor.

#### 4.4 COMBINAÇÃO FLEXO-TORCIONAL DESACOPLADA

Da mesma forma que foram tratadas as frequências naturais torcionais e flexionais separadamente, elas podem ser juntadas nas mesmas matrizes. Dessa forma, da combinação das equações 4.5 e 4.15, surge o novo vetor estado:

$$S_i = \begin{bmatrix} v_i \\ \phi_i \\ M_{z_i} \\ -V_{y_i} \\ \varphi_i \\ T_i \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

A nova matriz campo:

$$F_i = \begin{bmatrix} 1 & L_i & \frac{L_i^2}{2 \cdot E \cdot J_i} & \frac{L_i^3}{6 \cdot E \cdot J_i} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{L_i}{E \cdot J_i} & \frac{L_i^2}{2 \cdot E \cdot J_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{L_i}{2 \cdot J_i \cdot G} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

E a nova matriz ponto:

$$P_i = \left[ \begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (J_{P_i} \cdot \omega - J_{T_i} \cdot \omega_f) \cdot \omega_f & 1 & 0 & 0 \\ m_i \cdot \omega_f^2 - K_{yy_i} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_f^2 \cdot J_{P_i} & 1 \end{array} \right] \quad (4.30)$$

As matrizes das equações 4.29 e 4.30 estão subdivididas para indicar as matrizes desacopladas de flexão e de torção. Note que, por enquanto, não há nenhum tipo de acoplamento matemático entre flexão e torção, pois, na multiplicação das matrizes pontos e campos, sucessivamente, os termos referentes à flexão não são multiplicados pelos termos referentes à torção. Portanto, os resultados são obrigatoriamente os mesmos encontrados pelas análises independentes de torção e de flexão.

#### 4.5 ACOPLAMENTO FLEXO-TORCIONAL

O acoplamento das vibrações flexionais e torcionais de um eixo é introduzido porque os lugares geométricos dos centros de massas não coincidem com o eixo estrutural (isto é, o lugar dos centros de cisalhamento). Conforme o eixo mostrado na figura 4.7, a massa é concentrada em  $n$  nós ao longo do comprimento. O centro de massa de cada nó é localizado à distância  $e$  do eixo estrutural ou centro de cisalhamento da seção, e sendo considerada positiva na direção  $z$  positiva.

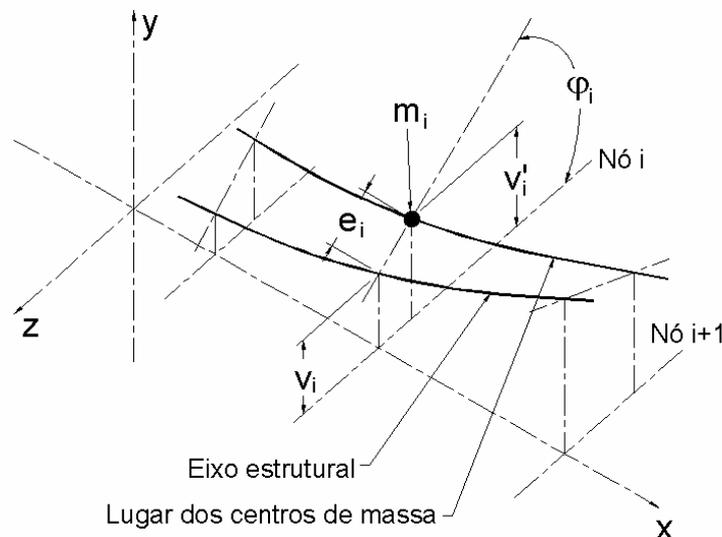


Figura 4.7: Seção  $i$  isolada para flexão-torção

Cada seção perpendicular ao eixo do rotor é considerada rígida, de tal forma que uma linha reta que ligue o centro de cisalhamento com o centro de massa permanece reta durante o movimento. Então, as deflexões do centro de massa e do centro de cisalhamento são ligadas pela equação:

$$v'_i = v_i + e_i \cdot \varphi_i \tag{4.31}$$

Onde:

$v'_i$  = deflexão do centro de massa o nó  $i$

$v_i$  = deflexão do centro de cisalhamento do nó  $i$

$\varphi_i$  = deflexão torcional do nó  $i$

Se forem escritas as equações de equilíbrio das forças verticais e dos momentos torcionais, a natureza do acoplamento dinâmico torna-se clara:

$$V_{y_i}^D = V_{y_i}^E + \omega_f^2 \cdot m_i \cdot v'_i \tag{4.32}$$

$$T_i^D = T_i^E - \omega_f^2 \cdot m_i \cdot e_i \cdot v'_i - \omega_f^2 \cdot J_{P_i} \cdot \varphi_i \tag{4.33}$$

Substituindo a equação 4.31, estas equações tornam-se:

$$V_{y_i}^D = V_{y_i}^E + \omega_f^2 \cdot m_i \cdot v_i + \omega_f^2 \cdot m_i \cdot e_i \cdot \varphi_i \tag{4.34}$$

$$T_i^D = T_i^E - \omega_f^2 \cdot m_i \cdot e_i \cdot v_i - \omega_f^2 \cdot (J_{P_i} + m_i \cdot e_i^2) \cdot \varphi_i \tag{4.35}$$

Assim, pode ser construída a matriz ponto levando em conta o acoplamento dinâmico:

$$P_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (J_{P_i} \cdot \omega - J_{T_i} \cdot \omega_f) \cdot \omega_f & 1 & 0 & 0 & 0 \\ m_i \cdot \omega_f^2 - K_{yyi} & 0 & 0 & 1 & \omega_f^2 \cdot m_i \cdot e_i & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\omega_f^2 \cdot m_i \cdot e_i & 0 & 0 & 0 & -\omega_f^2 \cdot (J_{P_i} + m_i \cdot e_i^2) & 1 \end{bmatrix} \tag{4.36}$$

Note que os elementos de acoplamento na matriz da equação 4.36 (sub-matrizes direita superior e esquerda inferior) dependem da distância  $e_i$ , e se anulam se a distância for nula. Neste caso, não haverá o acoplamento entre torção e flexão.

Nas análises do capítulo 7, itens 7.2.3 e 7.4.1, será demonstrado que, em hidrogeradores, o acoplamento entre flexão e torção é desprezível. Isso se deve ao fato que as distâncias  $e_i$  são apenas as distâncias em função do grau de desbalanceamento do rotor, e que são desprezíveis para haver o acoplamento dinâmico.

#### 4.6 RESPOSTAS DINÂMICAS DE ROTORES DEVIDO AO DESBALANCEAMENTO RESIDUAL

A maior causa de vibrações excessivas em rotores é o desbalanceamento residual. O desbalanceamento em um rotor, devido a não homogeneidade do material, processos de fabricação, chavetas, tirantes, etc. pode ser praticamente removido por um procedimento adequado de balanceamento. Entretanto, durante a operação, o rotor começa a perder o balanceamento devido ao uso, tensões térmicas, acomodação do anel magnético (para o caso de hidrogeradores), etc. e, gradualmente, desenvolvem-se vibrações de maiores amplitudes, devido a este desbalanceamento.

Com um método de cálculo, é possível, já na fase de projeto, determinar quais serão as respostas dinâmicas de um rotor em função de um desbalanceamento especificado.

O comportamento dinâmico de um rotor montado sobre mancais com filme de óleo é significativamente afetado pelas propriedades de rigidez e de amortecimento do filme de óleo. O rotor pode até não apresentar uma frequência crítica sob certas condições.

O Método das Matrizes de Transferência, discutido anteriormente, será estendido neste capítulo, para determinar as respostas de rotores devido ao desbalanceamento.

##### 4.6.1 Matriz Campo

O rotor discretizado, mostrado na figura 4.8, pode fletir no plano  $x-z$ , bem como no plano  $x-y$ , enquanto gira em órbita, devido ao desbalanceamento.

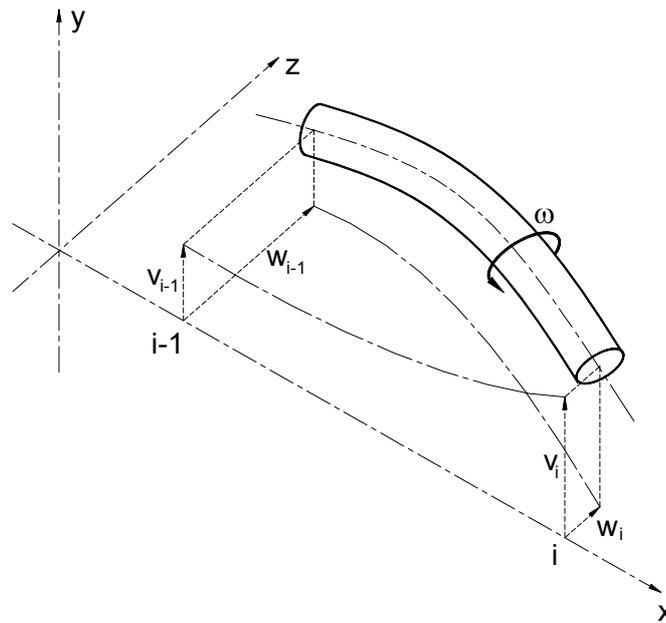


Figura 4.8: Iésimo elemento do rotor

Analogamente ao caso das freqüências críticas no plano, definiremos os vetores estados para os planos  $x$ - $y$  e  $x$ - $z$ . O vetor estado para o plano  $x$ - $y$  é dado pela equação 4.15 e o vetor estado para o plano  $x$ - $z$ , conforme Rao, 1983, é o seguinte:

$$S_{z_i} = \begin{bmatrix} -w_i \\ \theta_i \\ M_{y_i} \\ V_{z_i} \end{bmatrix} \tag{4.37}$$

Onde  $w_i$ ,  $\theta_i$ ,  $M_{y_i}$  e  $V_{z_i}$  são respectivamente o deslocamento transversal na direção  $z$ , o giro em torno do eixo  $y$ , o momento fletor em torno do eixo  $y$ , e o cortante na direção  $z$ , para o  $i$ ésimo nó.

Podemos combinar as equações 4.15 e 4.37 para obter a relação geral entre os vetores estados, conforme segue:

$$\begin{bmatrix} [S_z] \\ [S_y] \end{bmatrix}_i^E = \begin{bmatrix} [F] & [0] \\ [0] & [F] \end{bmatrix}_i \cdot \begin{bmatrix} [S_z] \\ [S_y] \end{bmatrix}_{i-1}^D \tag{4.38}$$

Onde  $[F]$  é a matriz campo definida nas equações 4.16, 4.18 ou 4.19 (considerando esforço normal ou não), e  $[0]$  é uma matriz nula.

### 4.6.2 Vetor Estado

Na figura 4.9, é dada a massa de desbalanceamento no plano  $y$ - $z$ . A excentricidade na estação  $i$  é definida como  $e_i$  e faz um ângulo  $\beta_i$  no sistema de coordenadas  $\bar{y}$   $\bar{z}$  fixado no rotor. O desbalanceamento então pode ser definido por:

$$\begin{aligned} u_{y_i} &= m_i \cdot e_i \cdot \cos(\beta_i) \\ u_{z_i} &= m_i \cdot e_i \cdot \sin(\beta_i) \end{aligned} \quad (4.39)$$

As respostas na direção  $y$  podem ser diferentes das respostas na direção  $z$ , em consequência de mancais anisotrópicos (propriedades diferentes nas direções  $y$  e  $z$ ). Desta forma, as respostas nos planos  $x$ - $y$  e  $x$ - $z$  são compostas por componentes seno e cosseno (índices  $s$  e  $c$  nas equações 4.40 a 4.43), conforme apresentado pela figura 4.9(a). Os eixos  $\bar{y}$  e  $\bar{z}$  representam o referencial sobre o rotor e giram com este, ao passo que os eixos  $y$  e  $z$  são um referencial fixo (não giram com o rotor). Então expandindo  $[S_y]$  e  $[S_z]$ :

$$\begin{aligned} [S_y] &= \begin{bmatrix} [S_{yc}] \\ [S_{ys}] \end{bmatrix} \\ [S_z] &= \begin{bmatrix} [S_{zc}] \\ [S_{zs}] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.40)$$

Onde:

$$[S_{yc}] = \begin{bmatrix} v_c \\ \phi_c \\ M_{zc} \\ -V_{yc} \end{bmatrix} ; \quad [S_{ys}] = \begin{bmatrix} v_s \\ \phi_s \\ M_{zs} \\ -V_{ys} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

e

$$[S_{zc}] = \begin{bmatrix} -w_c \\ \theta_c \\ M_{yc} \\ V_{zc} \end{bmatrix} ; \quad [S_{zs}] = \begin{bmatrix} -w_s \\ \theta_s \\ M_{ys} \\ V_{zs} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Com a proposição de calcular as respostas, adiciona-se a identidade  $1 \equiv 1$ , nas 16 equações do vetor estado total:

$$\begin{bmatrix} [S_{zc}] \\ [S_{zs}] \\ [S_{yc}] \\ [S_{ys}] \\ 1 \end{bmatrix}_i^E = \begin{bmatrix} [F] & [0] & [0] & [0] & \{0\} \\ [0] & [F] & [0] & [0] & \{0\} \\ [0] & [0] & [F] & [0] & \{0\} \\ [0] & [0] & [0] & [F] & \{0\} \\ \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [S_{zc}] \\ [S_{zs}] \\ [S_{yc}] \\ [S_{ys}] \\ 1 \end{bmatrix}_{i-1}^D ; \quad \{0\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Logo:

$$\bar{S}_i^E = \bar{F}_i \cdot \bar{S}_{i-1}^D \quad (4.44)$$

Onde  $[\bar{S}]_{17 \times 17}$  e  $[\bar{F}]_{17 \times 17}$  são respectivamente o vetor estado e a matriz campo modificados.

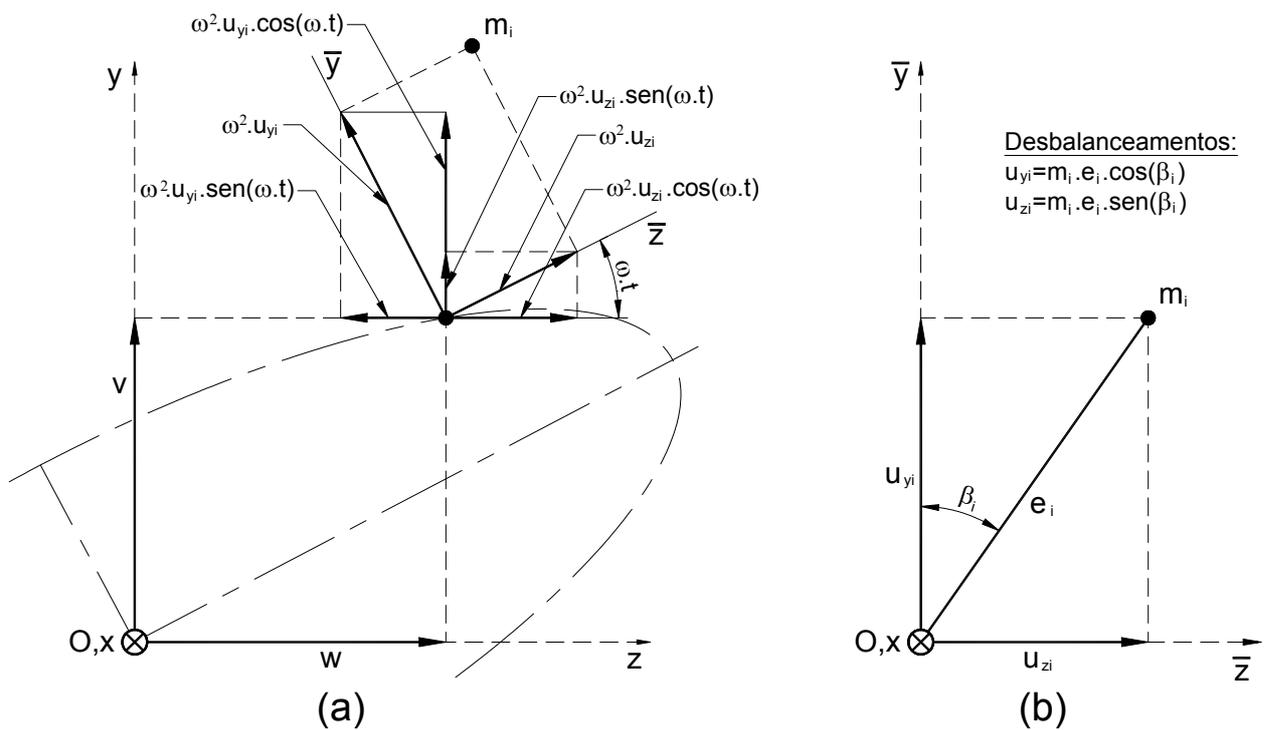


Figura 4.9: (a) relações de equilíbrio da iésima massa desbalanceada; (b) iésima massa desbalanceada nas coordenadas do rotor

### 4.6.3 Matriz Ponto para Uma Massa Desbalanceada

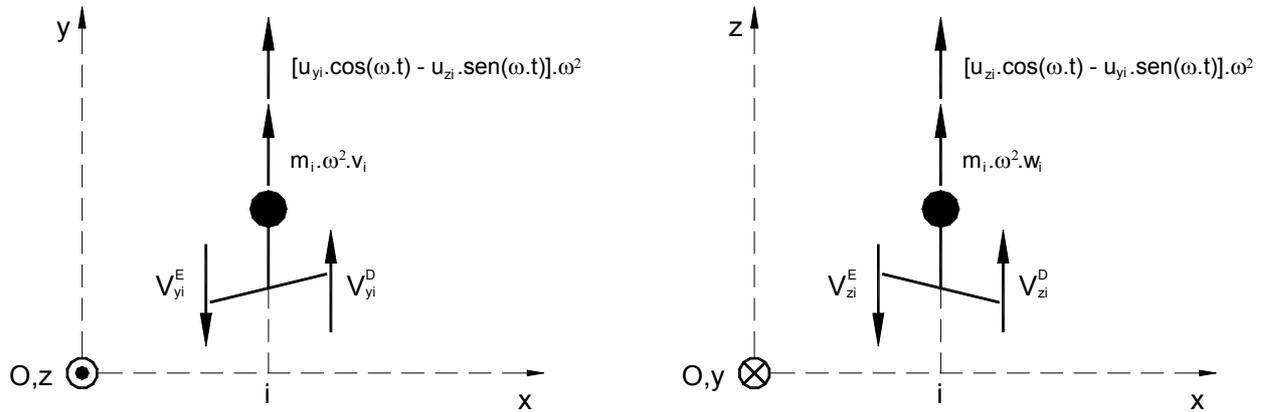


Figura 4.10: Relações de equilíbrio para massa desbalanceada nos planos  $x$ - $y$  e  $x$ - $z$ .

A figura 4.10 mostra as relações de equilíbrio para uma massa desbalanceada nos planos  $x$ - $y$  e  $x$ - $z$ , que podem ser escritas da seguinte maneira:

$$V_{yi}^D = V_{yi}^E - m_i \cdot \omega^2 \cdot v_i - \omega^2 \cdot u_{yi} \cdot \cos(\omega \cdot t) - \omega^2 \cdot u_{zi} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (4.45)$$

e

$$V_{zi}^D = V_{zi}^E - m_i \cdot \omega^2 \cdot w_i - \omega^2 \cdot u_{zi} \cdot \cos(\omega \cdot t) + \omega^2 \cdot u_{yi} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (4.46)$$

A deflexão, a flecha e o momento são contínuos e são os mesmos do lado esquerdo e do lado direito do ponto  $i$ . Por causa das forças de excitação que apresentam termos com seno e cosseno, como exposto anteriormente, as variáveis do vetor estado  $w$ ,  $\theta$ ,  $M_y$ ,  $V_z$ ,  $v$ ,  $\phi$ ,  $M_z$  e  $V_y$  também apresentarão termos com senos e cossenos, como segue:

$$\begin{aligned} w &= w_c \cdot \cos(\omega \cdot t) + w_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \\ \theta &= \theta_c \cdot \cos(\omega \cdot t) + \theta_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \dots \text{etc.} \end{aligned} \quad (4.47)$$

Dessa forma, as equações 4.45 e 4.46 podem ser reescritas como:

$$\begin{aligned} V_{zc_i}^D &= V_{zc_i}^E - m_i \cdot \omega^2 \cdot w_{c_i} - u_{z_i} \cdot \omega^2 \\ V_{zs_i}^D &= V_{zs_i}^E - m_i \cdot \omega^2 \cdot w_{s_i} + u_{y_i} \cdot \omega^2 \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned} V_{yc_i}^D &= V_{yc_i}^E - m_i \cdot \omega^2 \cdot v_{c_i} - u_{y_i} \cdot \omega^2 \\ V_{ys_i}^D &= V_{ys_i}^E - m_i \cdot \omega^2 \cdot v_{s_i} - u_{z_i} \cdot \omega^2 \end{aligned} \quad (4.49)$$

Logo:

$$\begin{bmatrix} [S_{zc}] \\ [S_{zs}] \\ [S_{yc}] \\ [S_{ys}] \\ 1 \end{bmatrix}_i^D = \begin{bmatrix} [P] & [0] & [0] & [0] & [m_{zc}] \\ [0] & [P] & [0] & [0] & [m_{zs}] \\ [0] & [0] & [P] & [0] & [m_{yc}] \\ [0] & [0] & [0] & [P] & [m_{ys}] \\ \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T & 1 \end{bmatrix}_i \cdot \begin{bmatrix} [S_{zc}] \\ [S_{zs}] \\ [S_{yc}] \\ [S_{ys}] \\ 1 \end{bmatrix}_i^E ; \quad \{0\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Onde  $[P]$  é a matriz ponto plana:

$$P_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ m_i \cdot \omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

e

$$[m_{zc}]_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -u_z \cdot \omega^2 \end{bmatrix}_i ; \quad [m_{zs}]_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_y \cdot \omega^2 \end{bmatrix}_i \quad (4.52)$$

$$[m_{yc}]_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_y \cdot \omega^2 \end{bmatrix}_i ; \quad [m_{ys}]_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_z \cdot \omega^2 \end{bmatrix}_i \quad (4.53)$$

A equação 4.50, com as matrizes modificadas, pode ser reescrita como:

$$\bar{S}_i^D = \bar{P}_i \cdot \bar{S}_i^E \quad (4.54)$$

Para mancais isotrópicos (órbita circular), vemos através das equações 4.52 e 4.53 que  $w_c = -v_s$  e  $w_s = v_c$ . Portanto, é suficiente considerar os vetores estado  $S_{zc}$  e  $S_{yc}$  na análise de sistemas com mancais isotrópicos.

#### 4.6.4 Matriz Ponto Completa para Uma Massa Desbalanceada

É possível combinar todos os fenômenos em uma mesma matriz ponto, para levar em conta as propriedades de mancais anisotrópicos e o efeito giroscópico.

Para levar em conta o efeito giroscópico e a inércia transversal da seção, devem ser acrescentados os seguintes termos à matriz ponto dada pela equação 4.50:

$$[P_{3,2}]_i = [P_{7,6}]_i = [P_{11,10}]_i = [P_{15,14}]_i = (J_{P_i} \cdot \omega - J_{T_i} \cdot |\omega|) \cdot |\omega| \quad (4.55)$$

Os termos  $|\omega|$  na equação 4.54, são para tornar possível o trabalho com valores negativos de velocidades angulares (rotações retrógradadas).

Para inserir as propriedades do mancal na matriz ponto, conforme Rao, 1983, substituem-se os seguintes termos da equação 4.50 por:

$$\begin{aligned} [P_{4,1}]_i &= [P_{8,5}]_i = -K_{zz_i} + m_i \cdot \omega^2 \\ [P_{12,9}]_i &= [P_{16,13}]_i = -K_{yy_i} + m_i \cdot \omega^2 \\ [P_{4,5}]_i &= -[P_{8,1}]_i = -C_{zz_i} \cdot \omega \\ [P_{4,9}]_i &= [P_{8,13}]_i = K_{zy_i} \\ [P_{4,13}]_i &= -[P_{8,9}]_i = C_{zy_i} \cdot \omega \\ [P_{12,1}]_i &= [P_{16,5}]_i = K_{yz_i} \\ [P_{12,5}]_i &= -[P_{16,1}]_i = C_{yz_i} \cdot \omega \\ [P_{12,13}]_i &= -[P_{16,9}]_i = -C_{yy_i} \cdot \omega \end{aligned} \quad (4.56)$$

#### 4.6.5 Resolução das Equações e Condições de Contorno

A matriz de transferência global do sistema é obtida pelas sucessivas multiplicações das matrizes campos e pontos de cada estação, conforme a equação 4.10.

Para um rotor com as extremidades livres e apoiado sobre mancais elásticos, que é o caso que se aplica ao tipo de rotores analisados no presente trabalho, os esforços cortantes e os momentos fletores em ambas as extremidades são nulos. Aplicando essas condições de contorno, é obtida a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} Z_{3,1} & Z_{3,2} & Z_{3,5} & Z_{3,6} & Z_{3,9} & Z_{3,10} & Z_{3,13} & Z_{3,14} \\ Z_{4,1} & Z_{4,2} & Z_{4,5} & Z_{4,6} & Z_{4,9} & Z_{4,10} & Z_{4,13} & Z_{4,14} \\ Z_{7,1} & Z_{7,2} & Z_{7,5} & Z_{7,6} & Z_{7,9} & Z_{7,10} & Z_{7,13} & Z_{7,14} \\ Z_{8,1} & Z_{8,2} & Z_{8,5} & Z_{8,6} & Z_{8,9} & Z_{8,10} & Z_{8,13} & Z_{8,14} \\ Z_{11,1} & Z_{11,2} & Z_{11,5} & Z_{11,6} & Z_{11,9} & Z_{11,10} & Z_{11,13} & Z_{11,14} \\ Z_{12,1} & Z_{12,2} & Z_{12,5} & Z_{12,6} & Z_{12,9} & Z_{12,10} & Z_{12,13} & Z_{12,14} \\ Z_{15,1} & Z_{15,2} & Z_{15,5} & Z_{15,6} & Z_{15,9} & Z_{15,10} & Z_{15,13} & Z_{15,14} \\ Z_{16,1} & Z_{16,2} & Z_{16,5} & Z_{16,6} & Z_{16,9} & Z_{16,10} & Z_{16,13} & Z_{16,14} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -w_c \\ \theta_c \\ -w_s \\ \theta_s \\ v_c \\ \phi_c \\ v_s \\ \phi_s \end{bmatrix}^E = - \begin{bmatrix} Z_{3,17} \\ Z_{4,17} \\ Z_{7,17} \\ Z_{8,17} \\ Z_{11,17} \\ Z_{12,17} \\ Z_{15,17} \\ Z_{16,17} \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

Resolvendo o sistema de equações lineares acima, são determinados  $w_c$ ,  $\theta_c$ , etc., na esquerda da estação inicial, a qual define  $[S]_1^E$ . Então os vetores estados de cada estação podem ser obtidos, fazendo-se as multiplicações pelas respectivas matrizes de transferência, para obter as respostas dinâmicas do rotor devido ao desbalanceamento. Desses vetores estados, resultam os valores de  $w_c$ ,  $w_s$ ,  $v_c$ ,  $v_s$ ,  $\theta_c$ ,  $\theta_s$ ,  $\phi_c$ ,  $\phi_s$ ,  $M_{y_c}$ ,  $M_{y_s}$ ,  $V_{z_c}$ ,  $V_{z_s}$ ,  $M_{z_c}$ ,  $M_{z_s}$ ,  $V_{y_c}$  e  $V_{y_s}$  para cada nó do modelo.

#### 4.6.6 Manipulação Algébrica dos Resultados

Referente à figura 4.9(a), o vetor raio da órbita é dado por:

$$r = \sqrt{w^2 + v^2} \quad (4.58)$$

Substituindo as equações 4.47 em 4.58, resulta:

$$r = \sqrt{[w_c \cdot \cos(\omega \cdot t) + w_s \cdot \sen(\omega \cdot t)]^2 + [v_c \cdot \cos(\omega \cdot t) + v_s \cdot \sen(\omega \cdot t)]^2} \quad (4.59)$$

A equação 4.59 pode ser reescrita como:

$$r = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [w_c^2 + w_s^2 + v_c^2 + v_s^2 + (w_c^2 - w_s^2 + v_c^2 - v_s^2) \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + 2 \cdot (w_c \cdot w_s + v_c \cdot v_s) \cdot \sen(2 \cdot \omega \cdot t)]} \quad (4.60)$$

O Vetor raio é máximo quando:

$$\frac{d}{d(\omega \cdot t)} r = \frac{d}{d(\omega \cdot t)} \left[ (w_c^2 - w_s^2 + v_c^2 - v_s^2) \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + 2 \cdot (w_c \cdot w_s + v_c \cdot v_s) \cdot \text{sen}(2 \cdot \omega \cdot t) \right] = 0 \quad (4.61)$$

Ou seja:

$$\tan(2 \cdot \omega \cdot t) = \frac{2 \cdot (w_c \cdot w_s + v_c \cdot v_s)}{w_c^2 - w_s^2 + v_c^2 - v_s^2} \quad (4.62)$$

Substituindo a equação 4.62 na 4.61, encontram-se os raios maior e menor da órbita elíptica, mostrada na figura 4.9(a):

$$a, b = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \left[ w_c^2 + w_s^2 + v_c^2 + v_s^2 \pm \sqrt{(w_c^2 - w_s^2 + v_c^2 - v_s^2)^2 + 4 \cdot (w_c \cdot w_s + v_c \cdot v_s)^2} \right]} \quad (4.63)$$

Onde  $a$  e  $b$  são respectivamente os raios maior e menor da órbita elíptica

O ângulo  $\delta$  entre o eixo maior da elipse e o eixo  $z$  é dado por:

$$\delta = \frac{1}{2} \cdot \arctan \left( 2 \cdot \frac{w_c \cdot v_c + w_s \cdot v_s}{w_c^2 - v_c^2 + w_s^2 - v_s^2} \right) \quad (4.64)$$

Do estudo da trigonometria, sabe-se que  $\tan(\alpha + \pi) = \tan(\alpha)$ ; logo, deve-se ter o cuidado, pois a equação 4.64 também pode fornecer o ângulo entre o raio menor da elipse e o eixo  $z$ , ao invés do ângulo entre o raio maior e o eixo  $z$ .

Para mancais isotrópicos:

$$\begin{aligned} w_c &= -v_s \\ w_s &= v_c \\ a = b = r &= \sqrt{w_c^2 + v_c^2} \end{aligned} \quad (4.65)$$

Da mesma forma que é encontrado o ângulo  $2 \cdot \omega \cdot t$  pela equação 4.62, onde  $r$  é máximo, se for do interesse conhecer os ângulos  $\omega \cdot t$ , onde os deslocamentos sobre os eixos  $y$  e  $z$  são máximos, é possível obtê-los derivando as equações 4.47 e igualando-as a zero:

$$\frac{dw}{d(\omega \cdot t)} = -w_c \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + w_s \cdot \cos(\omega \cdot t) = 0 \quad (4.66)$$

Logo, o ângulo  $\omega \cdot t$ , onde  $w$  é máximo, é dado por:

$$\omega \cdot t = \arctan\left(\frac{w_s}{w_c}\right) \quad (4.67)$$

E, igualmente, o ângulo  $\omega \cdot t$ , onde  $v$  é máximo, é dado por:

$$\omega \cdot t = \arctan\left(\frac{v_s}{v_c}\right) \quad (4.68)$$

De posse destes ângulos  $\omega \cdot t$ , obtidos pelas equações 4.67 e 4.68, e dos dados retirados dos vetores estados calculados, retorna-se às equações 4.47 e calcula-se as amplitudes máximas  $w$  e  $v$  sobre os eixos  $z$  e  $y$  respectivamente.

## 5 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

As formulações das Matrizes de Transferência, desenvolvidas no capítulo 4, foram simuladas computacionalmente, gerando os resultados apresentados nos capítulos 6 e 7, através de rotinas desenvolvidas no *software* MATLAB, da Math Works Inc..

Foi escolhido o MATLAB, ao invés de uma linguagem de programação de computadores que gere programas auto-executáveis, devido à grande flexibilidade desse *software*. Além de possuir uma enorme gama de funções matemáticas prontas, principalmente para cálculos com matrizes, que são o foco desse trabalho, sem que se faça necessária a elaboração de sub-rotinas. O MATLAB oferece também uma grande flexibilidade, possibilitando que se façam cálculos diretamente no seu *desktop*, sem a necessidade de programar rotinas para isso. Assim, é possível, por exemplo, executar uma rotina que gere dados, modificar ou não esses dados manualmente no *desktop* e, após, executar uma rotina de processamento desses dados. De posse dos dados de saída, pode-se então executar novas rotinas, que os tomem do *desktop* do *software* e os manipulem. Pode-se até mesmo manipular esses dados manualmente no *desktop*. É possível também chamar uma rotina dentro de outra, através de uma linha de comando. Para isso, basta simplesmente digitar o nome do arquivo onde está a rotina a ser chamada, como se esta estivesse sendo executada diretamente do *desktop*. A facilidade de trabalhar com gráficos também foi decisiva na escolha do MATLAB.

Os programas foram elaborados, procurando obedecer a uma lógica de seqüência de cálculo. Para isso eles foram classificados como rotinas de pré-processamento, processamento (*solvers*) e pós-processamento.

Por rotinas de pré-processamento, entendem-se as rotinas que lançam no *desktop* dados de entrada para os *solvers*. Esses dados são simplesmente digitados dentro dessas rotinas ou até mesmo calculados como, por exemplo, dados de diâmetros e comprimentos para as estações, que são digitados dentro de uma rotina de pré-processamento e que são usados para a obtenção das propriedades geométricas e de massas, conforme anexo I, através das equações inseridas dentro dessas mesmas rotinas. Foram elaboradas as seguintes rotinas de pré-processamento:

- ex1.m           lança os dados de entrada para a análise modal do item 6.1.3;
- dados.m       lança os dados de entrada para todas as análises do capítulo 7;

- *Confmanc.m* reconfigura a distribuição e as propriedades dos mancais, sem ter que rodar novamente a rotina *dados.m*.

Rotinas de processamento, ou simplesmente *solvers*, são as rotinas que, de posse dos dados de entrada, os manipulam através das Matrizes de Transferência, encontrando as frequências naturais, frequências críticas e as respostas dinâmicas devido ao desbalanceamento residual. São quatro os *solvers* desenvolvidos neste trabalho:

- *fnt.m* calcula as frequências naturais torcionais de rotores e constrói gráficos com os modos de oscilações torcionais;
- *fcp.m* calcula as frequências críticas flexionais em um plano, considerando ou não os esforços normais no rotor;
- *fcap.m* calcula as frequências críticas flexo-torcionais acopladas em um plano, considerando ou não os esforços normais no rotor;
- *resp.m* calcula as respostas dinâmicas devidas ao desbalanceamento residual, considerando ou não os esforços normais no rotor.

O Apêndice II apresenta as listagens das rotinas *fnt.m*, *fcp.m* e *resp.m*, por serem as principais rotinas para análises de rotores desenvolvidas neste trabalho. As demais rotinas não foram apresentadas para não estender demasiadamente os apêndices.

As rotinas de pós-processamento são as que manipulam, através de cálculos e gráficos, os resultados obtidos pelos *solvers*, gerando informações sobre modos de oscilações, órbitas de oscilações e frequências críticas em função dos picos. São rotinas de pós-processamento as seguintes:

- *modz.m* determina e constrói gráficos com os modos de oscilações, para as 1ª e 2ª frequências naturais, com velocidade de rotação angular do rotor igual a zero (sem levar em conta o efeito giroscópico), através dos resultados obtidos pela rotina *fcp.m*;
- *modc.m* determina e constrói gráficos com os modos de oscilações, para as 1ªs e 2ªs frequências críticas síncronas e retrógradas, através dos resultados obtidos pela rotina *fcp.m*;

- *manres.m* gera dados sobre as órbitas de oscilações, a partir dos resultados oriundos da rotina *resp.m*, por meio das equações desenvolvidas no item 4.6.6. Após calcular os raios maiores das órbitas elípticas  $a$ , faz a varredura para um nó escolhido, encontrando os picos de amplitudes. Quando encontra um pico, toma também o ponto imediatamente anterior e o imediatamente superior. De posse desses três pontos, estabelece uma equação de parábola e encontra o ponto de máximo dessa função. O valor da abscissa encontrado para o ponto de máximo é o valor adotado como sendo a frequência crítica;
- *pt1.m* constrói gráficos em forma de superfícies para as variáveis  $v$ ,  $w$ ,  $a$  ou  $b$ , obtidas pela rotina *manres.m*, em função da velocidade de rotação angular do rotor  $\omega$  e das coordenadas  $x$  ao longo do mesmo;
- *pt2.m* constrói gráficos dos raios maiores da órbita elíptica  $a$ , obtidos pela rotina *manres.m* para um nó escolhido, em função da velocidade de rotação angular  $\omega$  do rotor;
- *pt3.m* constrói gráficos com as órbitas elípticas para nós selecionados ao longo do rotor, a partir de dados gerados pela rotina *manres.m*.

Existem ainda algumas rotinas que fazem as funções de pré e pós-processamento integradas, ou seja, fornecem os dados de entrada, chamam a rotina de processamento como uma linha de comando interna e, após, manipulam os dados gerados para apresentá-los em forma de gráfico. Caracterizam-se como rotinas de pré e pós-processamento integradas as seguintes:

- *ex2.m* lança os dados de entrada usados na análise feita no item 6.2, e, após a execução das rotinas *resp.m* e *manres.m*, gera os gráficos das respostas dinâmicas  $v$  e  $w$ , em função da velocidade de rotação angular do rotor  $\omega$ ;
- *crit.m* após a execução da rotina *dados.m*, que lança os dados de entrada iniciais, armazena os valores originais das rigidezes  $K_{yy}$  dos apoios e as faz variar, chamando a rotina *fcp.m*, para calcular as respectivas frequências críticas no plano, em função das novas rigidezes. Após variar várias vezes as rigidezes e chamar a rotina *fcp.m*, encerra,

gerando os gráficos das variações das freqüências críticas, em função das variações das rigidezes dos apoios;

- vdb.m após a execução da rotina *dados.m*, que lança os dados de entrada iniciais, faz variar as posições angulares dos desbalanceamentos e chama as rotinas *resp.m* e *manres.m*. Finaliza gerando os gráficos das respostas dinâmicas (raios elípticos *a*), ao longo do eixo *x*, para as várias configurações angulares de desbalanceamento.

A figura 5.1 mostra um fluxograma explicando como foram usadas as rotinas de cálculos desenvolvidas nesse trabalho.

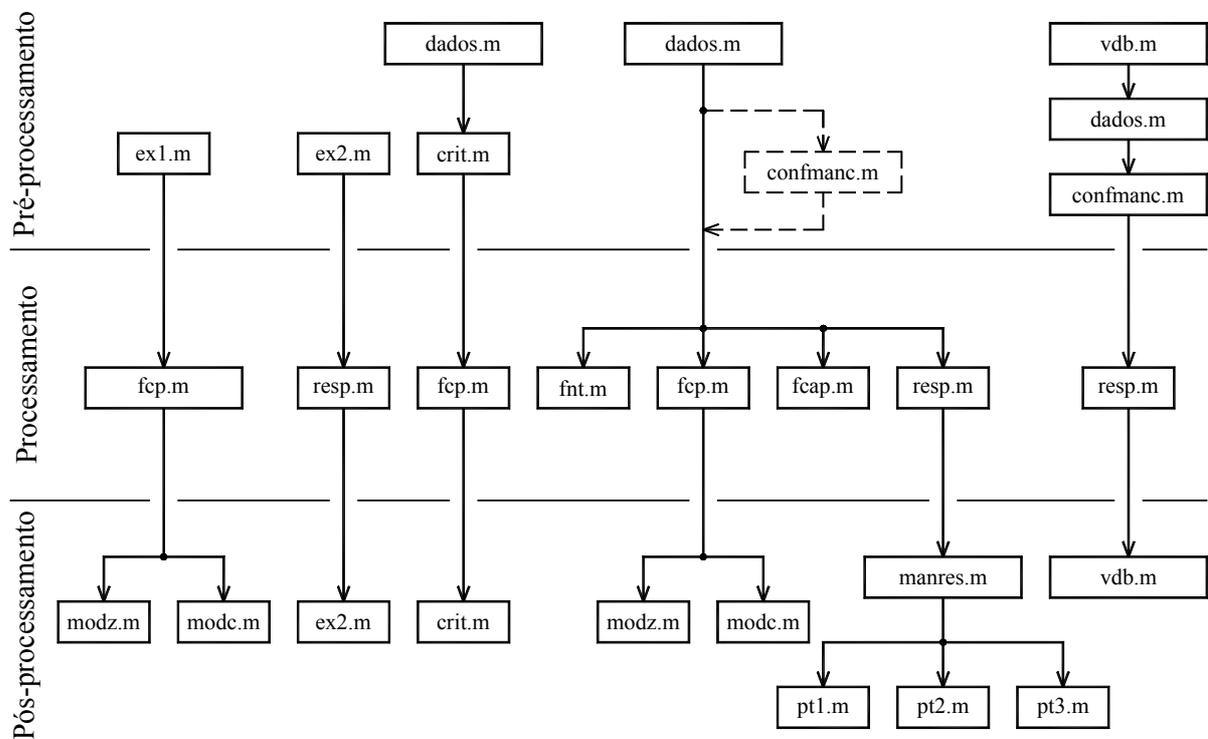


Figura 5.1: Fluxograma de execução das rotinas de cálculo

## 6 COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS PELO MÉTODO ANALÍTICO

O objetivo desse capítulo é validar o método das Matrizes de Transferência. Para isso, serão feitas análises, tanto pelo método Analítico como pelo das Matrizes de Transferência, em um rotor simples, com soluções analíticas bastante simples, com o intuito de comparar os resultados obtidos pelos dois métodos. Serão feitas duas análises, uma modal não amortecida em um plano, desenvolvida no item 6.1, e outra das respostas dinâmicas em dois planos e considerando o amortecimento, desenvolvida no item 6.2.

### 6.1 ANÁLISE MODAL NÃO AMORTECIDA NO PLANO

Neste item, será feita uma análise das frequências naturais do rotor da figura 6.1 pelos métodos Analítico e das Matrizes de Transferência.

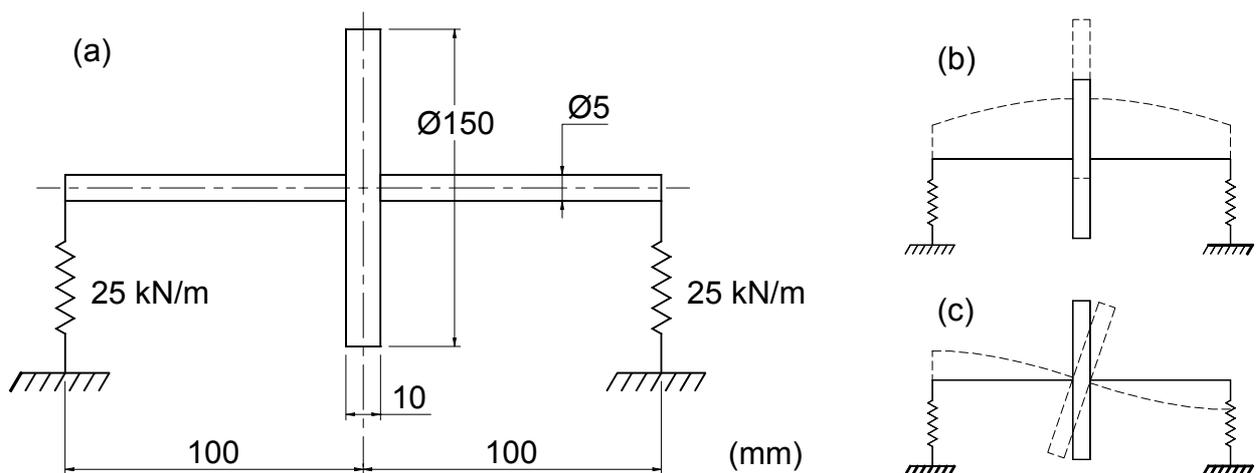
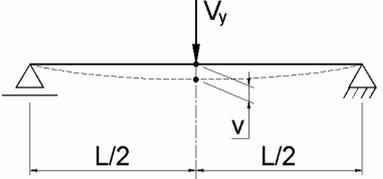
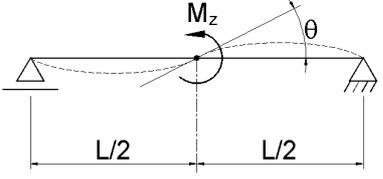
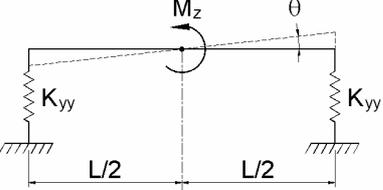


Figura 6.1: Rotor simétrico sobre apoios elásticos: (a) dimensões gerais; (b) 1º modo de vibração; (c) segundo modo de vibração.

O eixo e o disco central são construídos em aço ( $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ ;  $E = 2,06 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ ). O rotor é simétrico e, desconsiderando a massa distribuída ao longo do eixo, pode ser interpretado como um sistema massa-mola translacional com um grau de liberdade, para o cálculo da primeira frequência natural, e como um sistema massa-mola rotacional com um grau de liberdade, para o cálculo da segunda frequência natural. Pelo método analítico, serão calculadas apenas a primeira e a segunda frequências naturais, com velocidade de rotação do rotor nula, ou seja, sem levar em conta o efeito giroscópico. Para tal análise, utilizam-se, para o cálculo das rigidezes, as equações expostas na tabela 6.1. Pelo Método das Matrizes de Transferência, a

análise levará em conta, também, as várias velocidades angulares de rotação do rotor, devido ao programa de computador utilizado, porém serão usadas aquelas com rotação zero, para fazer a comparação com os resultados do Método Analítico.

Tabela 6.1: equações para cálculos de rigidezes

(a)		$v = \frac{V_y \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot J}$ $K_{yy} = \frac{V_y}{v} = \frac{48 \cdot E \cdot J}{L^3}$
(b)		$\theta = \frac{M_z \cdot L}{12 \cdot E \cdot J}$ $K_{az} = \frac{M_z}{\theta} = \frac{12 \cdot E \cdot J}{L}$
(c)		$\theta = \frac{2 \cdot M_z}{K_{yy} \cdot L^2}$ $K_{az} = \frac{M_z}{\theta} = \frac{K_{yy} \cdot L^2}{2}$

### 6.1.1 Obtenção da 1ª Frequência Natural pelo Método Analítico

Para o cálculo da frequência natural de um sistema massa-mola translacional, é necessário conhecer os valores da massa e da rigidez da mola.

No caso em estudo, a massa do disco central:

$$m = \frac{\pi \cdot 0,15^2}{4} \cdot 0,01 \cdot 7850 = 1,387 \text{ kg}$$

Momento de inércia transversal de área do eixo:

$$J = \frac{\pi \cdot 0,005^4}{64} = 3,07 \cdot 10^{-11} \text{ m}^4$$

O eixo se comporta como uma mola (tabela 6.1 – caso (a)) que está ligada em série com uma outra mola equivalente aos dois apoios ligados em paralelo. Logo, a rigidez translacional equivalente do conjunto é:

$$K_{yy} = \frac{1}{\frac{0,2^3}{48 \cdot 2,06 \cdot 10^{11} \cdot 3,07 \cdot 10^{-11}} + \frac{1}{2 \cdot 25000}} = 21565 \text{ N/m}$$

E a primeira frequência natural é dada pela equação clássica a seguir:

$$\omega_{n1} = \sqrt{\frac{K_{yy}}{m}} = \sqrt{\frac{21565}{1,387}} = 124,7 \text{ rad/s}$$

### 6.1.2 Obtenção da 2ª Frequência Natural pelo Método Analítico

Analogamente a um sistema translacional, a determinação da frequência natural de um sistema massa-mola rotacional necessita dos valores do momento de inércia de massa em torno do eixo de giro dessa e da rigidez torcional da mola.

O momento de inércia transversal de massa do disco é:

$$J_T = \rho \cdot L \cdot \frac{\pi \cdot D^4}{64} = 7850 \cdot 0,01 \cdot \frac{\pi \cdot 0,15^4}{64} = 1,95 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Para o cálculo da rigidez torcional do conjunto, utiliza-se a tabela 6.1 – casos (b) e (c), como molas torcionais em série:

$$K_{az} = \frac{1}{\frac{L}{12 \cdot E \cdot J} + \frac{2}{K_{yy} \cdot L^2}} = \frac{1}{\frac{0,2}{12 \cdot 2,06 \cdot 10^{11} \cdot 3,07 \cdot 10^{-11}} + \frac{2}{25000 \cdot 0,2^2}} = 215,7 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$$

Assim temos a segunda frequência natural:

$$\omega_{n2} = \sqrt{\frac{K_{az}}{J_T}} = \sqrt{\frac{215,7}{1,95 \cdot 10^{-3}}} = 332,5 \text{ rad/s}$$

### 6.1.3 Análise Modal pelo Método das Matrizes de Transferência

O correto seria modelar o rotor levando em conta a massa do eixo, porém este procedimento não será feito para que os resultados dos cálculos analítico e numérico sejam obtidos a partir das mesmas premissas. Para tal modelamento, bastariam apenas 3 estações, uma com o primeiro apoio e o segmento do eixo deste até o disco, outra com o disco e o seguimento do eixo até o último apoio e a última somente com o último apoio. Porém, para obter o gráfico dos modos de vibração com uma resolução melhor, o rotor em questão foi dividido em cinco estações, conforme dados de entrada apresentados na tabela 6.2.

Os dados de saída dos programas são apresentados nas figuras 6.2 e 6.3. Note que os resultados de frequências naturais para rotação zero na figura 6.2 são os mesmos encontrados pelo método analítico. A figura 6.3 comprova a premissa inicial de como seriam os modos de vibração, conforme figura 6.1 (b) e (c).

Da figura 6.2, é possível ainda observar que a curva das primeiras frequências naturais não varia em função da rotação, isso significa que não há o efeito giroscópico nessas frequências. Tal fenômeno é facilmente explicado, uma vez que o disco encontra-se na linha de simetria do rotor, e, portanto o deslocamento angular da linha de eixo neste ponto é nulo no primeiro modo, logo, se não há a variação angular transversal do disco quando este roda, não há o efeito giroscópico. Dessa figura, nota-se, também, que não existe a segunda frequência crítica síncrona (a curva das segundas frequências naturais não corta a reta de coeficiente angular 1). Tal fenômeno é possível de acontecer, como no caso em análise, quando a rigidez do rotor é bastante influenciada pelo efeito giroscópico, gerando frequências naturais sempre mais altas que as respectivas velocidades de rotação.

Tabela 6.2: Dados de entrada para o cálculo das frequências críticas do rotor da figura 6.1

Estação	$L$ [ m ]	$J$ [ m <sup>4</sup> ]	$m$ [ kg ]	$J_T$ [ kg·m <sup>2</sup> ]	$J_P$ [ kg·m <sup>2</sup> ]	$K_{yy}$ [ N/m ]
1	0,05	$3,07 \cdot 10^{-11}$	0	0	0	25000
2	0,05	$3,07 \cdot 10^{-11}$	0	0	0	0
3	0,05	$3,07 \cdot 10^{-11}$	1,387	$1,95 \cdot 10^{-3}$	$3,90 \cdot 10^{-3}$	0
4	0,05	$3,07 \cdot 10^{-11}$	0	0	0	0
5	0	$3,07 \cdot 10^{-11}$	0	0	0	25000

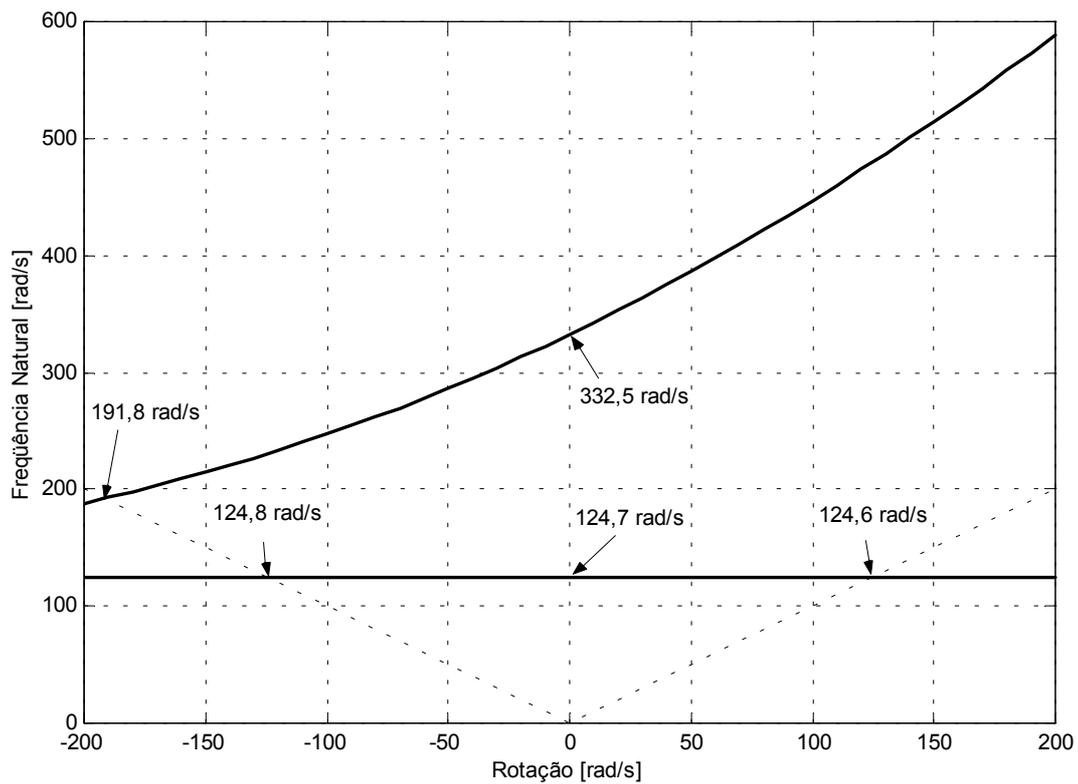


Figura 6.2: Curva das frequências naturais x velocidade de rotação para o rotor da figura 6.1 (a)

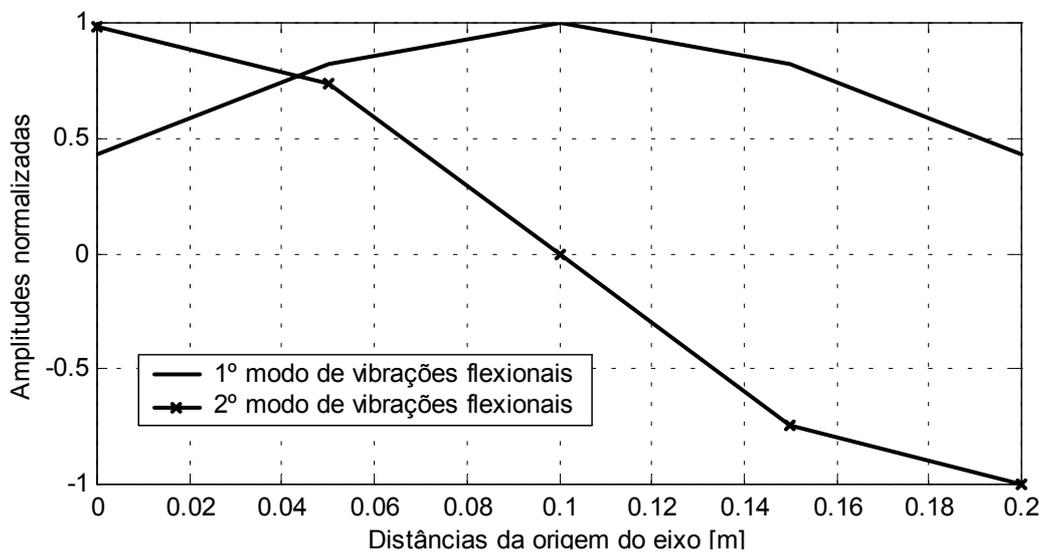


Figura 6.3: Modos de vibração (com velocidade rotação nula) para o rotor da figura 6.1 (a)

## 6.2 ANÁLISE DAS RESPOSTAS DINÂMICAS EM DOIS PLANOS

A seguir, será feita uma análise considerando o rotor do item 6.1 (figura 6.1), inserindo rigidezes em cada apoio sobre o eixo  $z$  de 10 kN/m e ainda inserindo amortecimentos viscosos de

40 kg/s nas direções  $y$  e  $z$ , no centro do disco. Não serão inseridas rigidezes e amortecimentos transversais, para ser possível tratar as respostas dinâmicas nos dois planos de forma desacoplada, facilitando assim o cálculo analítico.

O modelo pode agora ser simplificado ao sistema apresentado na figura 6.4. Serão obtidas pelos Métodos Analítico e das Matrizes de Transferência, as curvas das amplitudes máximas  $v_{\max}$  e  $w_{\max}$  no centro do disco, considerando que a massa deste esteja 5 mm ( $e = 0,005$  m) afastada do eixo de rotação do rotor (eixo  $x$ ).

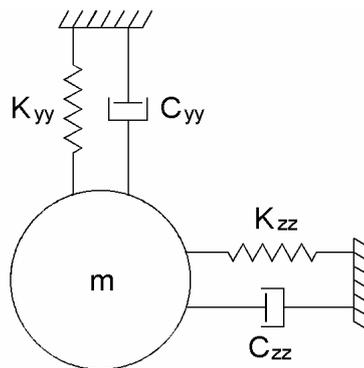


Figura 6.4: Simplificação do modelo da figura 6.1(a), acrescida de rigidezes sobre o eixo  $z$  e de amortecimentos viscosos no centro do disco.

### 6.2.1 Equações Analíticas que Regem as Respostas Dinâmicas

Neste item, será feito um equacionamento analítico do rotor em estudo, para traçar as curvas das respostas dinâmicas em função da velocidade angular de rotação. As equações analíticas utilizadas são baseadas nas obras de Timoshenko e Young, 1928, e de Thomson, 1948.

Sobre o eixo  $y$  temos:

$$\omega_n = 124,7 \text{ rad/s (ver item 6.1.1)}$$

$$C_{yy} = 40 \text{ kg/s}$$

O decremento logarítmico em  $y$  será:

$$\zeta = \frac{C_{yy}}{2 \cdot m \cdot \omega_n} = \frac{40}{2 \cdot 1,387 \cdot 124,7} = 0,1156$$

E a relação de frequências em  $y$ :

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{\omega}{124,7}$$

Logo, tem-se a equação que define as amplitudes máximas em  $y$ :

$$v_{\max} = \frac{e \cdot r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2 \cdot r \cdot \zeta)^2}} = \frac{\omega^2}{\sqrt{9,672 \cdot 10^{12} - 1,211 \cdot 10^9 \cdot \omega^2 + 40000 \cdot \omega^4}} \quad (6.1)$$

Sobre o eixo  $z$ :

$$K_{zz} = \frac{1}{\frac{0,2^3}{48 \cdot 2,06 \cdot 10^{11} \cdot 3,07 \cdot 10^{-11}} + \frac{1}{2 \cdot 10000}} = 13097 \text{ N/m}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_{zz}}{m}} = \sqrt{\frac{13097}{1,387}} = 97,2 \text{ rad/s}$$

$$C_{zz} = 40 \text{ kg/s}$$

Decremento logarítmico em  $z$ :

$$\zeta = \frac{C_{zz}}{2 \cdot m \cdot \omega_n} = \frac{40}{2 \cdot 1,387 \cdot 97,2} = 0,1484$$

Relação de frequências em  $z$ :

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{\omega}{97,2}$$

Dessa forma, tem-se também a equação que define as amplitudes máximas em  $z$ :

$$w_{\max} = \frac{e \cdot r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2 \cdot r \cdot \zeta)^2}} = \frac{\omega^2}{\sqrt{3,566 \cdot 10^{12} - 7,221 \cdot 10^8 \cdot \omega^2 + 40000 \cdot \omega^4}} \quad (6.2)$$

Com as equações (6.1) e (6.2), obtêm-se as curvas para  $v_{\max}$  e  $w_{\max}$  no centro do disco, pelo Método Analítico, apresentadas na figura 6.5.

## 6.2.2 Dados de Entrada para a Análise das Respostas Dinâmicas

Para a obtenção das curvas pelo Método das Matrizes de Transferência, serão usados os dados de entrada apresentados na tabela 6.3.

Tabela 6.3: Dados de entrada para o cálculo das amplitudes máximas apresentadas na figura 6.5 pelo Método das Matrizes de Transferência

Esta- ção	$L$ [m]	$J$ [m <sup>4</sup> ]	$m^*$ [kg]	$J_T^*$ [kg·m <sup>2</sup> ]	$J_P^*$ [kg·m <sup>2</sup> ]	$K_{yy}$ [N/m]	$K_{zz}$ [N/m]	$C_{yy}$ [kg/s]	$C_{zz}$ [kg/s]	$u_y^{**}$ [kg·m]	$u_z$ [kg·m]
1	0,05	$3,07 \cdot 10^{-11}$	0	0	0	25000	10000	0	0	0	0
2	0,05	$3,07 \cdot 10^{-11}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,05	$3,07 \cdot 10^{-11}$	1,387	$1,95 \cdot 10^{-3}$	$3,90 \cdot 10^{-3}$	0	0	40	40	$6,94 \cdot 10^{-3}$	0
4	0,05	$3,07 \cdot 10^{-11}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	$3,07 \cdot 10^{-11}$	0	0	0	25000	10000	0	0	0	0

\* Estas propriedades de massa são aplicadas integralmente no nó do início de cada estação e não divididas para os dois nós de extremidades destas, conforme sugerido no Apêndice I, item I.2.

\*\*  $0,005 \cdot 1,387 = 6,94 \cdot 10^{-3}$  kg·m

## 6.2.3 Resultados de Respostas Dinâmicas Obtidos

As amplitudes máximas obtidas no centro do disco, tanto pelo Método das Matrizes de Transferência como pelo Método Analítico, estão apresentados na figura 6.5. Note que não são apresentadas as curvas para os dois métodos separadas, pois os resultados são coincidentes. As diferenças percentuais máximas entre os valores obtidos pelos Métodos Analítico e das Matrizes de Transferência para os valores de  $v$  e  $w$  máximos foram respectivamente 0,42% e 0,03%, logo, é possível dizer que tais diferenças são devidas apenas a erros numéricos.

O fato de a análise pelo Método das Matrizes de Transferência ter levado em consideração o efeito giroscópico, e a análise pelo Método Analítico não e, mesmo assim os resultados serem iguais é explicado porque, como o disco está no centro do eixo, que por sua vez possui apoios idênticos em ambas extremidades (caso simétrico), o disco no primeiro modo não rotaciona em torno de nenhum eixo perpendicular ao eixo de giro, eliminando assim o efeito giroscópico neste modo de oscilação.

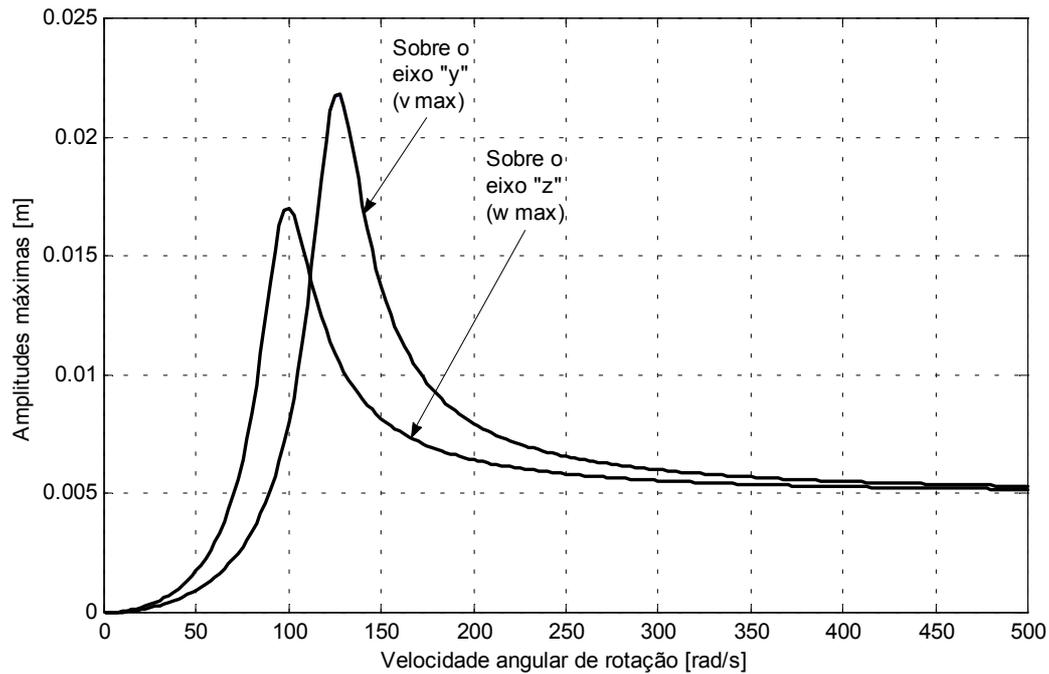


Figura 6.5: Amplitudes máximas obtidas, tanto pelo Método das Matrizes de Transferência como pelo Método Analítico, no centro do disco

A figura 6.5 apresenta picos de amplitudes que caracterizam as frequências críticas somente para o primeiro modo. Pelo Método Analítico, isso era esperado, pois o modelo foi simplificado para um modelo com apenas um grau de liberdade em  $y$  e outro em  $z$ . Pelo Método das Matrizes de Transferência, também não apareceram os picos no segundo modo, porque o centro do disco gira apenas transversalmente, sem se deslocar radialmente neste modo de vibração e, como o desbalanceamento está todo neste ponto, não há excitação no segundo modo.

Com o objetivo de simular uma excitação do segundo modo de vibração, transfere-se o desbalanceamento ( $u_y$ ) para um nó entre o disco e um dos apoios elásticos (nó 4) e faz-se a leitura das amplitudes neste mesmo nó, assim, o gráfico obtido é o apresentado na figura 6.6. Mesmo assim, o segundo modo não é bem definido, pois há uma amplificação das respostas quase linear e crescente com o aumento da rotação do eixo, sem definir pontos de máximos.

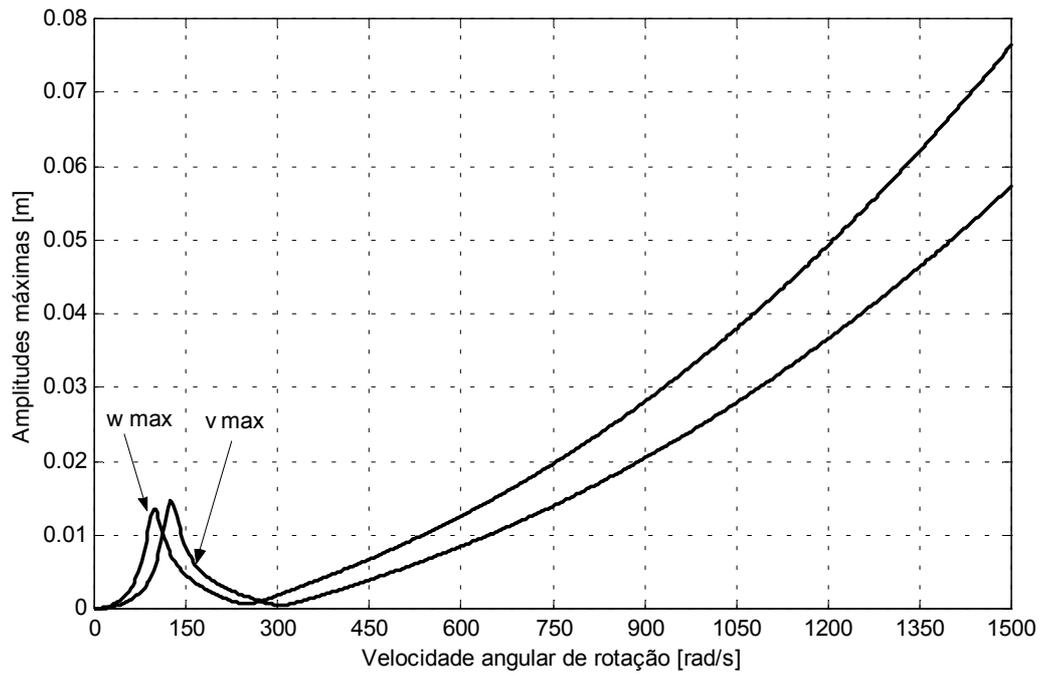


Figura 6.6: Amplitudes máximas obtidas pelo Método das Matrizes de Transferência no nó 4, com o desbalanceamento  $u_y$  aplicado nesse nó

## 7 ANÁLISES DE ROTORES DE HIDROGERADORES REAIS

Conforme o exemplo mostrado no capítulo 6, o Método das Matrizes de Transferência produz resultados idênticos aos do Método Analítico, tendo como vantagem, a facilidade de levar em conta o efeito giroscópico, bem como trabalhar com sistemas com um grande número de graus de liberdade. Com o auxílio dessa ferramenta, desenvolvida na forma dos programas apresentados no capítulo 5, cujo embasamento matemático é apresentado no capítulo 4, será feito, a seguir, um estudo detalhado do comportamento dinâmico de rotores de grupos hidrogeradores verticais.

Serão feitas análises, tanto das frequências críticas síncronas não amortecidas em um plano, como das respostas dinâmicas no espaço, em função dos desbalanceamentos residuais dos rotores, considerando, inclusive, os amortecimentos viscosos dos mancais.

Além das análises desenvolvidas com os dados construtivos dos dois hidrogeradores verticais reais, serão feitas extrapolações, tais como a simulação do efeito do amortecimento dos mancais sobre as respostas dinâmicas, cujos valores não são conhecidos e não foram determinados pelos fabricantes dos mancais; a simulação da anisotropia (diferentes propriedades em diferentes direções) dos mancais, que não é de praxe ser considerada nas análises das linhas de eixos de hidrogeradores verticais, mas que é de bastante importância nas análises de hidrogeradores horizontais e turbogeradores, estes últimos tipicamente horizontais, gerando assim um embasamento para a análise dinâmica de rotores dessas máquinas; e, finalmente, a mudança da posição do mancal de guia superior para baixo do rotor do gerador em uma das máquinas que, apesar de ser uma forma construtivamente possível, não é a original que foi adotada pelo fabricante.

### 7.1 DADOS DE ROTORES

Para a análise dinâmica de rotores reais, como já foi explanado, foram escolhidos dois hidrogeradores: o primeiro é uma máquina veloz, com velocidade de rotação nominal de 400 rpm (41,89 rad/s) e potência aparente de 30 MVA, conforme figura 7.1. O segundo rotor é de uma máquina grande e lenta, com velocidade de rotação nominal de 120 rpm (12,57 rad/s) e potência aparente de 374 MVA, conforme figura 7.2. Os dados geométricos desses rotores são apresentados nas tabelas 7.1 e 7.2, respectivamente.

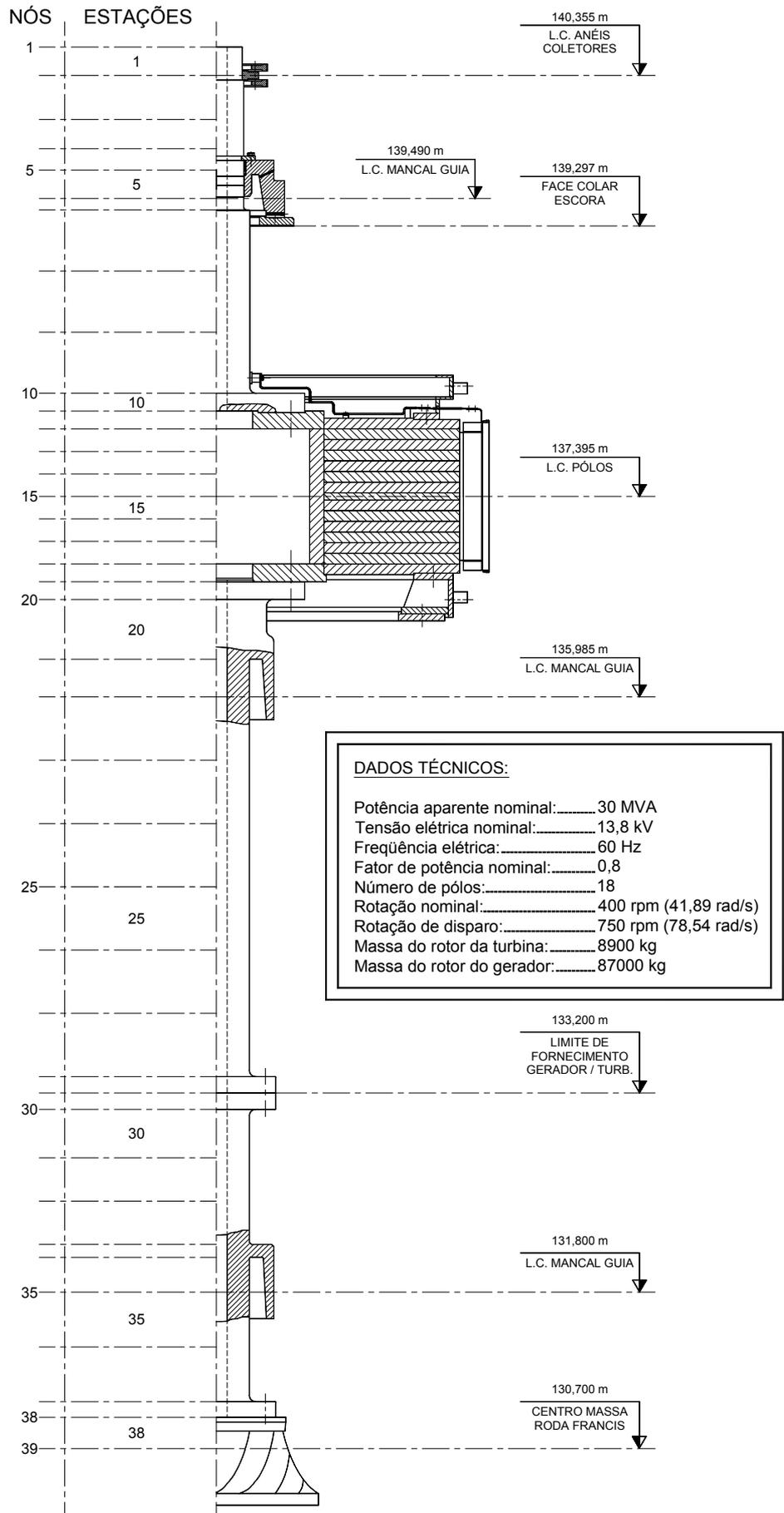


Figura 7.1: Rotor 1 – hidrogerador com potência 30 MVA e rotação nominal 400 rpm.

Tabela 7.1: Dados geométricos do rotor de um hidrogerador com potência 30 MVA  
e rotação nominal 400 rpm – conforme figura 7.1

Estação	$L$ [m]	$D_E$ [m]	$D_I$ [m]	$m_{adic}$ [kg]	$J_{P_{adic}}$ [kg·m <sup>2</sup> ]		
1	0,2	0,29	0,15			Linha de transferência do peso para o mancal de escora Linha de centro do 1º mancal de guia	
2	0,31	0,305	0,15	200			
3	0,205	0,305	0,15				
4	0,15	0,37	0,15	887			
5	0,2	0,37	0,15	930			
6	0,08	0,37	0,15	990			
7	0,43	0,5	0,15	590			
8	0,43	0,5	0,15				
9	0,43	0,5	0,15				
10	0,125	1,359	0,15				
11	0,126	1,5	1,3			Linha de centro dos pólos	
12	0,158	1,5	1,3	9700	21825		
13	0,158	1,5	1,3	9700	21825		
14	0,158	1,5	1,3	9700	21825		
15	0,158	1,5	1,3	9700	21825		
16	0,158	1,5	1,3	9700	21825		
17	0,158	1,5	1,3	9700	21825		
18	0,126	1,5	1,3	9700	21825		
19	0,125	1,359	0,15				
20	0,42	0,8	0,15				
21	0,265	0,46	0,15	355		Linha de centro do 2º mancal de guia	
22	0,445	0,46	0,15	270			
23	0,445	0,46	0,15				
24	0,445	0,46	0,15				
25	0,445	0,46	0,15				
26	0,445	0,46	0,15				
27	0,445	0,46	0,15				
28	0,115	0,825	0,15				
29	0,115	0,825	0,15				
30	0,34	0,46	0,15				
31	0,305	0,46	0,15			Linha de centro do 3º mancal de guia	
32	0,305	0,46	0,15				
33	0,09	0,71	0,15				
34	0,245	0,46	0,15	125			
35	0,385	0,46	0,15	280			
36	0,385	0,46	0,15				
37	0,11	0,8	0,15				
38	0,22	1,15	0,15				
39	0	1,15	0,15	3230	2075		Linha de centro de massa da roda Francis

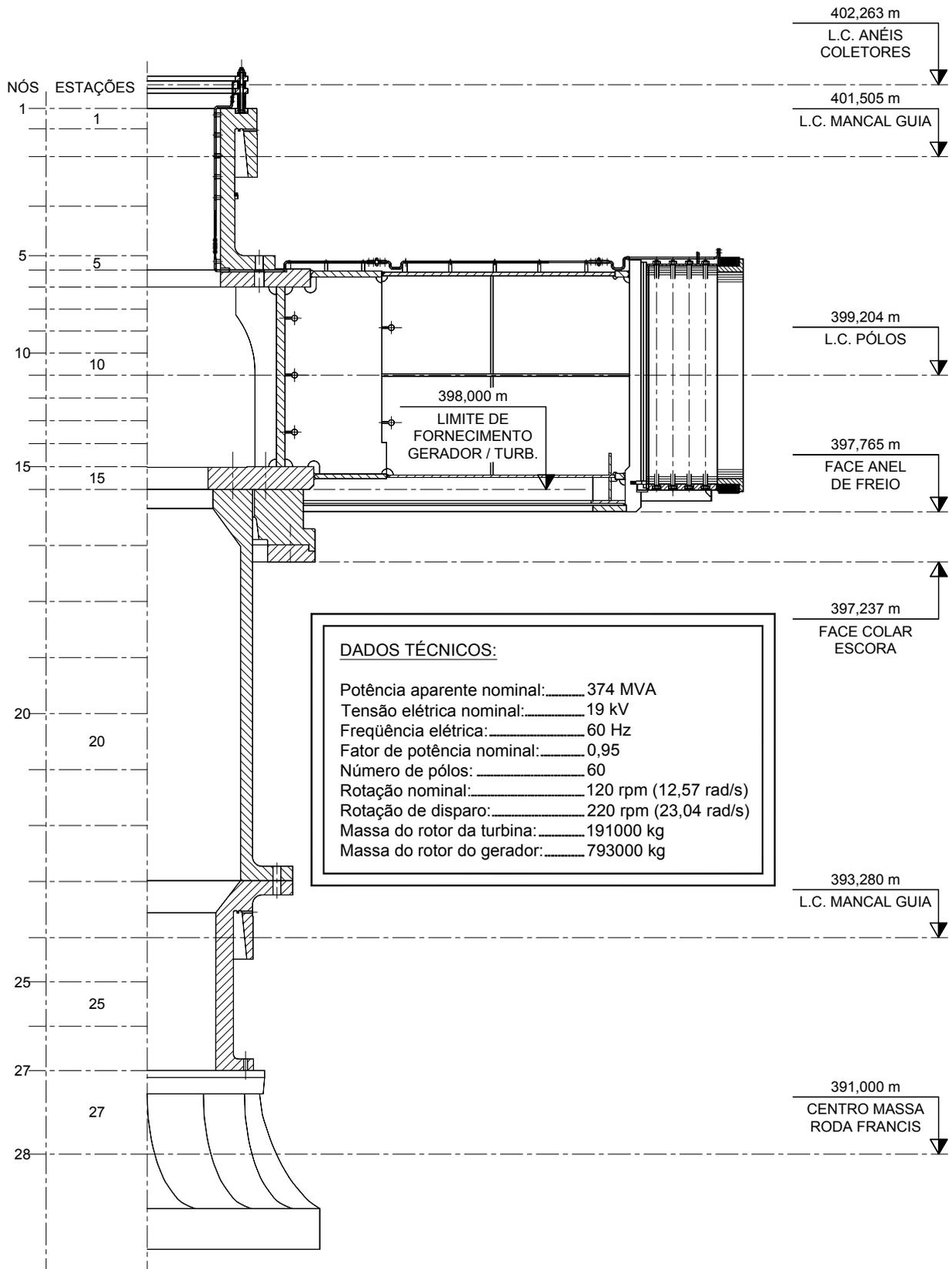


Figura 7.2: Rotor 2 – hidrogerador com potência 374 MVA e rotação nominal 120 rpm.

Tabela 7.2: Dados geométricos do rotor de um hidrogerador com potência 374 MVA e rotação nominal 120 rpm – conforme figura 7.2

Estação	$L$ [m]	$D_E$ [m]	$D_I$ [m]	$m_{adic}$ [kg]	$J_{P_{adic}}$ [kg·m <sup>2</sup> ]	
1	0,213	1,83	1,53	2489	2675	Linha de centro do 1º mancal de guia
2	0,295	1,83	1,53	3300	3925	
3	0,521	1,83	1,53			
4	0,522	1,83	1,53			
5	0,15	1,83	1,53	3570	4725	
6	0,18	2,878	2,7	98841	2495625	Linha de centro dos pólos
7	0,232	2,878	2,7	62488	1934275	
8	0,232	2,878	2,7	62488	1934275	
9	0,232	2,878	2,7	62488	1934275	
10	0,232	2,878	2,7	62488	1934275	
11	0,24	2,878	2,7	64643	2000975	Linha de transferência do peso para o mancal de escora
12	0,24	2,878	2,7	64643	2000975	
13	0,24	2,878	2,7	64699	2001325	
14	0,244	2,878	2,7	65778	2034700	
15	0,24	2,878	2,7	150786	2966775	
16	0,59	2,2	1,95			Linha de centro do 2º mancal de guia
17	0,59	2,2	1,95			
18	0,59	2,2	1,95			
19	0,59	2,2	1,95			
20	0,59	2,2	1,95			
21	0,59	2,2	1,95			Linha de centro de massa
22	0,59	2,2	1,95			
23	0,59	2,2	1,95	8600	9875	
24	0,467	1,8	1,43			Linha de centro da roda Francis
25	0,467	1,8	1,43			
26	0,466	1,8	1,43			
27	0,88	1,8	1,43			
28	0	1,8	1,43	135000	687500	

Não é o objetivo deste trabalho, mas cabe salientar que, quanto mais baixa é a queda d'água, mais lenta é a máquina e, em consequência disso, maiores são as suas dimensões e o torque motor. Dessa forma, máquinas mais lentas possuem eixos mais rígidos e mancais menos rígidos que os das máquinas mais velozes, em função dos diâmetros desses elementos.

Visando facilitar a comunicação durante o desenvolvimento deste capítulo, ao se referir a qual rotor está sendo analisado, a partir de agora, os rotores em estudo serão chamados apenas de Rotor 1 e Rotor 2, como segue:

- Rotor 1: rotor conforme a figura 7.1 e dados apresentados na tabela 7.1;
- Rotor 2: rotor conforme a figura 7.2 e dados apresentados na tabela 7.2.

## 7.2 ANÁLISE MODAL NÃO AMORTECIDA NO PLANO

A análise modal neste capítulo, em concordância com os demais deste trabalho, será desenvolvida apenas em um plano, modelamento esse válido somente para rotores montados sobre apoios isotrópicos, e, na mesma linha de desenvolvimento, também não serão considerados os amortecimentos viscosos dos mancais. O objetivo desta análise é estudar a influência que as rigidezes dos mancais, o empuxo magnético, o acoplamento flexo-torcional, os esforços normais na linha de eixo e as posições de instalação dos mancais exercem sobre as frequências críticas dos rotores.

O caso de vibrações no espaço, que é válido também para mancais anisotrópicos, será estudado no item 7.3, diretamente através das respostas dinâmicas em função dos desbalanceamentos residuais, por ser a análise modal bastante dificultosa quando aplicada a dois planos ortogonais, além de fornecer menos dados que a análise das respostas dinâmicas. Para tal estudo, através da análise modal, para encontrar as frequências naturais, seria necessário fazer uma descomplexificação da matriz de transferência global, como propõe Pulido Subia, 1987.

### 7.2.1 Frequências Naturais Torcionais e Modos de Vibração

Neste item, foram calculadas as três primeiras frequências naturais torcionais dos rotores em estudo e foram determinados os respectivos modos normalizados de oscilações torcionais. Os valores dessas frequências são apresentados na tabela 7.3 e os gráficos com os modos encontram-se nas figuras 7.3 e 7.4, respectivamente.

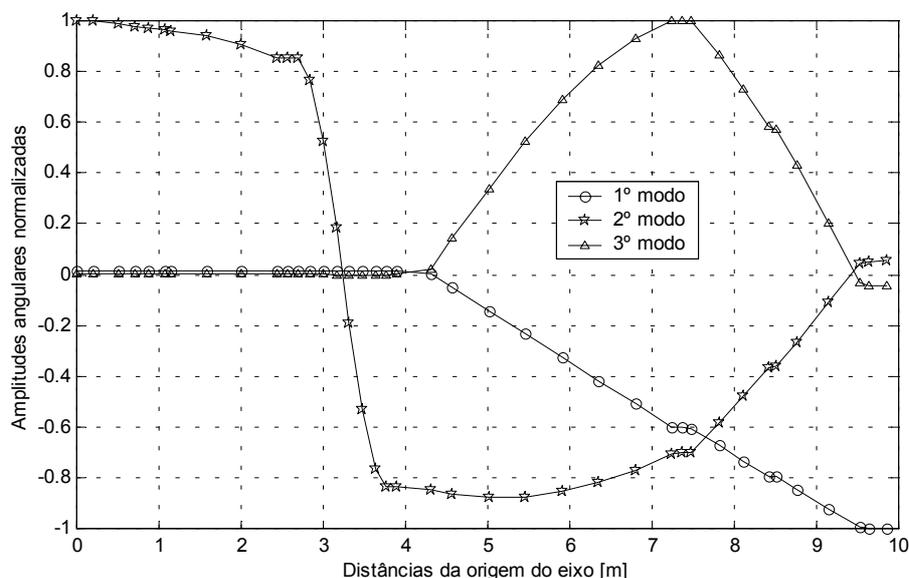


Figura 7.3: Modos normalizados de oscilações torcionais do Rotor 1

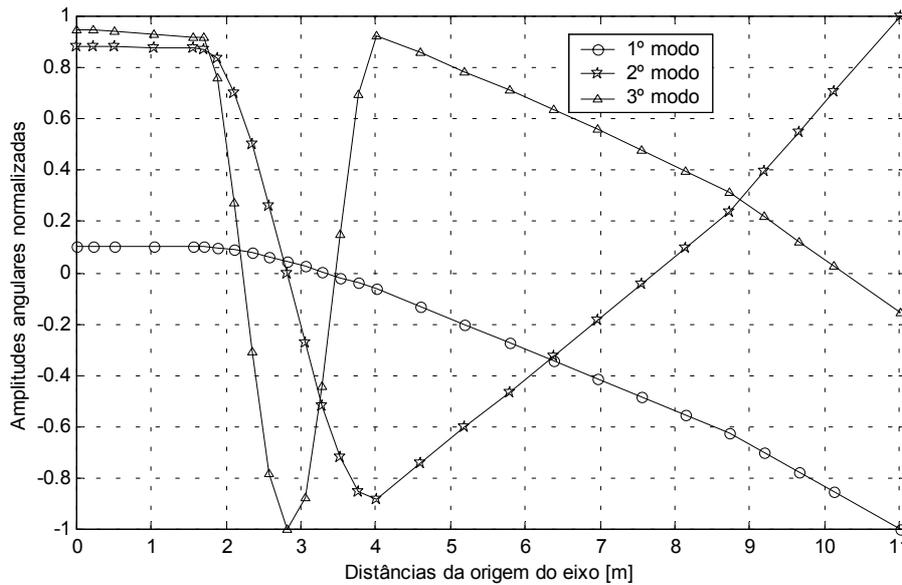


Figura 7.4: Modos normalizados de oscilações torcionais do Rotor 2

Tabela 7.3: Frequências naturais torcionais

Rotor	1ª frequência [rad/s]	2ª frequência [rad/s]	3ª frequência [rad/s]
1	167,5	985	1408
2	108,8	154,2	299,2

### 7.2.2 Frequências Críticas Flexionais e Modos de Vibração

Faz-se, neste item, uma análise das frequências críticas e modos de vibrações flexionais para os rotores 1 e 2. Não serão consideradas as influências dos esforços normais nos eixos e dos acoplamentos flexo-torcionais. Tais fenômenos serão tratados no item 7.2.3.

As propriedades dos mancais e empuxos magnéticos específicos (determinados pelo fabricante na fase de projeto) usados em tais análises são apresentados nas tabelas 7.4 e 7.5.

As duas primeiras frequências críticas e retrógradas para cada modelo são apresentadas na tabela 7.6. Os modos de vibrações flexionais normalizados são expostos nas figuras 7.5 e 7.6.

Tabela 7.4: Rigidezes dos mancais e empuxos magnéticos específicos  
(dados de projeto) para o Rotor 1

Apoios	Nós	$K_{yy}$ [N/m]
Mancal de guia superior	6	$4,91 \cdot 10^8$
Empuxo magnético específico (total = 900 kN/mm)	13 ao 18	$-2,50 \cdot 10^7$
Mancal de guia intermediário	22	$8,18 \cdot 10^8$
Mancal de guia inferior	35	$1,30 \cdot 10^9$

Tabela 7.5: Rigidezes dos mancais e empuxos magnéticos específicos  
(dados de projeto) para o Rotor 2

Apoios	Nós	$K_{yy}$ [N/m]
Mancal de guia superior	3	$6,13 \cdot 10^8$
Empuxo magnético específico (total = 600 kN/mm)	6 ao 15	$-6,00 \cdot 10^7$
Mancal de guia inferior	24	$9,81 \cdot 10^8$

Tabela 7.6: Frequências críticas flexionais nas condições normais de operação

Rotor	1ª $\omega_{cr}$ [rad/s]	1ª $\omega_{cs}$ [rad/s]	2ª $\omega_{cr}$ [rad/s]	2ª $\omega_{cs}$ [rad/s]
1	95,2 (883)	102,7 (981)	116,3 (1110)	202,5 (1934)
2	17,4 (166)	23,6 (225)	32,6 (312)	73,7 (704)
Obs.: valores entre parêntesis em rpm				

Ao analisar a tabela 7.6, o leitor pode se perguntar se não haverá problema de ressonância, quando Rotor 2 atingir a rotação de disparo, uma vez que a primeira frequência crítica retrógrada é inferior a essa, e a primeira frequência crítica síncrona é muito próxima. Tal

problema não será constatado na prática, uma vez que a rotação de disparo se dá quando existe uma pane no sistema, ou seja, o gerador é desconectado da rede elétrica, portanto não gera mais energia e, por alguma razão, não se consegue mais intervir nas comportas para parar de alimentar a turbina com água. Nesse caso, o sistema de excitação já estará desenergizado, não havendo mais o empuxo magnético e dessa forma, aumentando os valores das frequências críticas. A tabela 7.7 apresenta as frequências críticas nas condições de disparo (sem empuxo magnético).

Mesmo retirando o empuxo magnético na condição de disparo, a primeira frequência crítica retrógrada da segunda máquina ficou muito próxima à rotação de disparo (apenas 2 rpm acima).

Tabela 7.7: Frequências críticas flexionais nas condições de disparo (sem empuxo magnético)

Rotor	1ª $\omega_{cr}$ [rad/s]	1ª $\omega_{cs}$ [rad/s]	2ª $\omega_{cr}$ [rad/s]	2ª $\omega_{cs}$ [rad/s]
1	97,2 (928)	111,3 (1063)	120,4 (1150)	202,5 (1934)
2	23,3 (222)	36,8 (351)	39,0 (373)	74,1 (708)

Obs.: valores entre parêntesis em rpm

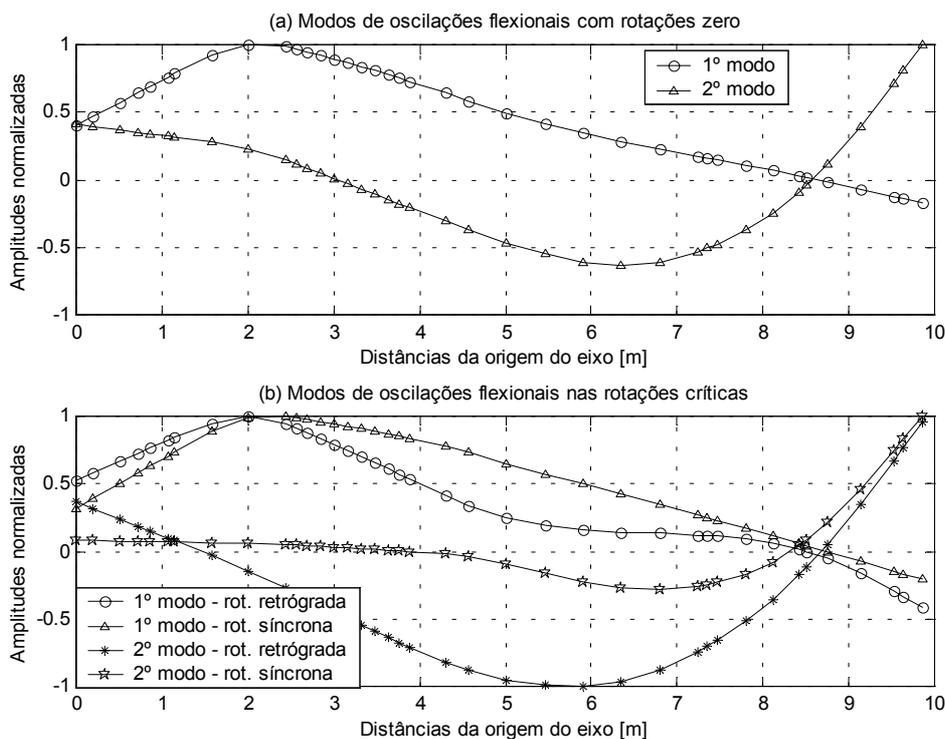


Figura 7.5: Modos de oscilações flexionais do Rotor 1 (com empuxo magnético)

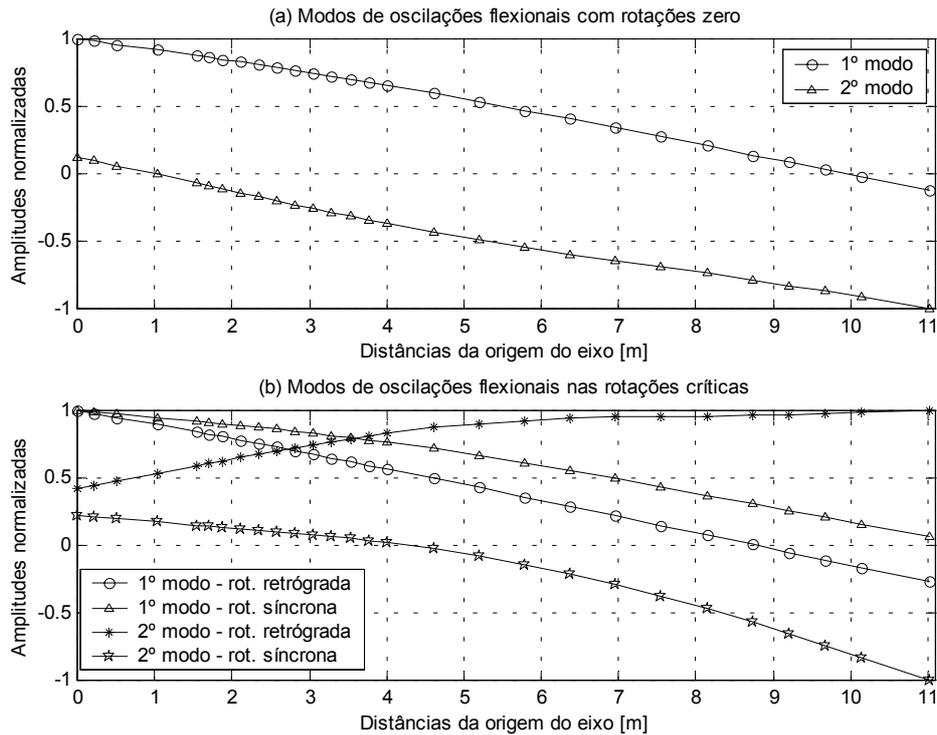


Figura 7.6: Modos de oscilações flexionais do Rotor 2 (com empuxo magnético)

### 7.2.3 Análise das Influências dos Esforços Normais e do Acoplamento Flexo-torcional

Para verificar o grau de influência que os esforços normais no eixo e/ou o acoplamento flexo-torcional exercem nas frequências críticas de rotores de hidrogeradores, foram feitas comparações dos resultados das análises dos rotores em estudo neste trabalho, incluindo ou não os esforços normais e incluindo ou não o acoplamento flexo-torcional. Os resultados obtidos para as possíveis combinações de efeitos são apresentados na tabela 7.9.

Conforme exposto no item 4.3.1, a normal  $N_i$  de compressão (de sinal negativo) aplicada a um segmento elástico será a somatória dos pesos de todos os elementos de massa que estiverem acima desse, desde que esse elemento elástico esteja acima do mancal de escora. A normal  $N_i$  de tração (de sinal positivo) aplicada a um elemento elástico será a somatória dos pesos de todos os elementos de massa abaixo dele, mais o empuxo axial da turbina, desde que tal elemento esteja abaixo do mancal de escora. A massa discretizada que se encontra no mesmo nó onde está o mancal de escora não gera esforço normal, pois o seu peso é apoiado diretamente sobre esse mancal, sem ser transmitido por nenhum elemento elástico intermediário.

Os Empuxos Hidráulicos fornecidos pelos fabricantes das turbinas e que são somados aos pesos dos componentes dos rotores para determinação dos esforços normais de tração, bem como

as excentricidades usadas, são apresentados na tabela 7.8. A obtenção de tais excentricidades será demonstrada mais adiante, no item 7.3.1.

Tabela 7.8: Empuxos hidráulicos axiais das turbinas e excentricidades de centros de massas

Rotor	Empuxo hidráulico da turbina [kN]	Nó	$e$ [m]
1	412	12	$1,23 \cdot 10^{-3}$
		18	$6,42 \cdot 10^{-4}$
		39	$3,26 \cdot 10^{-4}$
2	17000	6	$3,81 \cdot 10^{-3}$
		16	$2,55 \cdot 10^{-3}$
		28	$6,93 \cdot 10^{-4}$

Conforme exposto no item 4.5, a excentricidade  $e$  é considerada positiva na direção  $z$  positiva. Para considerar as influências das excentricidades das rodas das turbinas a  $0^\circ$  das excentricidades dos rotores dos geradores e também a  $180^\circ$  dessas, cada análise com acoplamento flexo-torcional foi desdobrada em duas, sendo uma com a excentricidade da roda da turbina positiva e outra com a excentricidade da roda da turbina negativa. Os nós das rodas das turbinas, como é possível observar nas figuras 7.1 e 7.2, são o 39 e o 28 para os rotores 1 e 2 respectivamente.

Dos resultados das frequências críticas, apresentados na tabela 7.9, verifica-se, já em primeira mão, que os esforços normais no eixo e o acoplamento flexo-torcional têm influências desprezíveis nas frequências críticas de hidrogeradores. Nota-se que, nas primeiras rotações críticas, a diferença máxima encontrada foi de 2 rpm. Nas segundas rotações críticas, encontrou-se uma diferença máxima de 6 rpm para o rotor 1, contudo estas rotações não são importantes, uma vez que os hidrogeradores trabalham abaixo da primeira rotação crítica.

Aprofundando mais a análise da tabela 7.9, observa-se ainda que, tanto para excentricidades dos rotores dos geradores quanto das rodas das turbinas nas mesmas posições angulares ou defasadas de  $180^\circ$ , geram-se os mesmos valores de frequências críticas, o que leva a concluir que as diferenças entre análises com ou sem acoplamento flexo-torcional são conseqüências apenas da imprecisão numérica e não do fenômeno físico, pois se usam matrizes de ordem diferente à das análises flexionais puras (6 x 6 nas primeiras e 4 x 4 nas segundas).

Os valores das segundas frequências críticas síncronas para o rotor 1, assinalados com \*, foram encontrados pelo programa de cálculo como sendo os valores das terceiras frequências

críticas síncronas. Como segundas freqüências críticas síncronas, apareceu nesses casos sempre o valor de 167,8 rad/s. Observando a tabela 7.3, verifica-se um valor de 167,5 rad/s para a primeira freqüência natural torcional do rotor 1; logo, conclui-se que o valor de 167,8 rad/s, encontrado na análise flexo-torcional, corresponde à 1ª freqüência natural torcional e não à segunda freqüência crítica flexional síncrona.

Tabela 7.9: Comparação das freqüências críticas levando ou não em consideração o esforço normal no eixo e o acoplamento flexo-torcional

Rotor	Esforço normal no eixo	Acoplamento flexo-torcional	Sinal da excentricidade roda turbina	1ª $\omega_{cr}$ [rad/s]	1ª $\omega_{cs}$ [rad/s]	2ª $\omega_{cr}$ [rad/s]	2ª $\omega_{cs}$ [rad/s]
1	Não	Não	Não aplicável	92,5 (883)	102,7 (981)	116,3 (1110)	202,5 (1934)
		Sim	Positivo	92,3 (882)	102,6 (979)	116,2 (1110)	201,8 * (1927)
	Negativo						
	Sim	Não	Não aplicável	92,5 (883)	102,7 (981)	116,3 (1111)	202,7 (1935)
			Sim	Positivo	92,3 (882)	102,6 (980)	116,3 (1111)
		Negativo					
2		Não	Não	Não aplicável	17,4 (166)	23,6 (225)	32,6 (312)
	Sim		Positivo	17,4 (166)	23,5 (224)	32,6 (312)	73,7 (704)
		Negativo					
	Sim	Não	Não aplicável	17,5 (167)	23,6 (226)	32,6 (312)	73,9 (706)
			Sim	Positivo	17,5 (167)	23,5 (224)	32,6 (312)
		Negativo					

Obs.: valores entre parêntesis em rpm

\* Estes valores apareceram como 3ª  $\omega_{cs}$ . Como 2ª  $\omega_{cs}$  foram encontrados sempre 167,8 rad/s

### 7.2.4 Curvas de Frequências Críticas Flexionais em Função das Rigidezes dos Apoios

Neste item, foram traçadas as curvas das frequências críticas, em função das rigidezes dos apoios, para verificar a influência que dados imprecisos de rigidezes de mancais e de empuxos magnéticos podem ter sobre as informações de frequências críticas. Nas figuras 7.7 e 7.8, usou-se o empuxo magnético, variando-se este na mesma taxa que foram variadas todas as rigidezes de mancais. Nas figuras 7.9 e 7.10, repetiu-se a análise, porém usando empuxo magnético nulo.

Das figuras 7.7 a 7.10, verifica-se que, havendo imprecisões de 25%, para mais ou para menos, nos valores das rigidezes dos mancais e do empuxo, quando este existir, surgem imprecisões máximas da ordem de 13%, tanto para mais como para menos, nos valores das frequências críticas. Para a primeira frequência crítica síncrona e primeira frequência crítica retrógrada, as imprecisões são menores que esses 13%, que aparecem nas segundas frequências e que não são importantes devido aos hidrogeradores operarem em rotações sempre inferiores às primeiras frequências críticas.

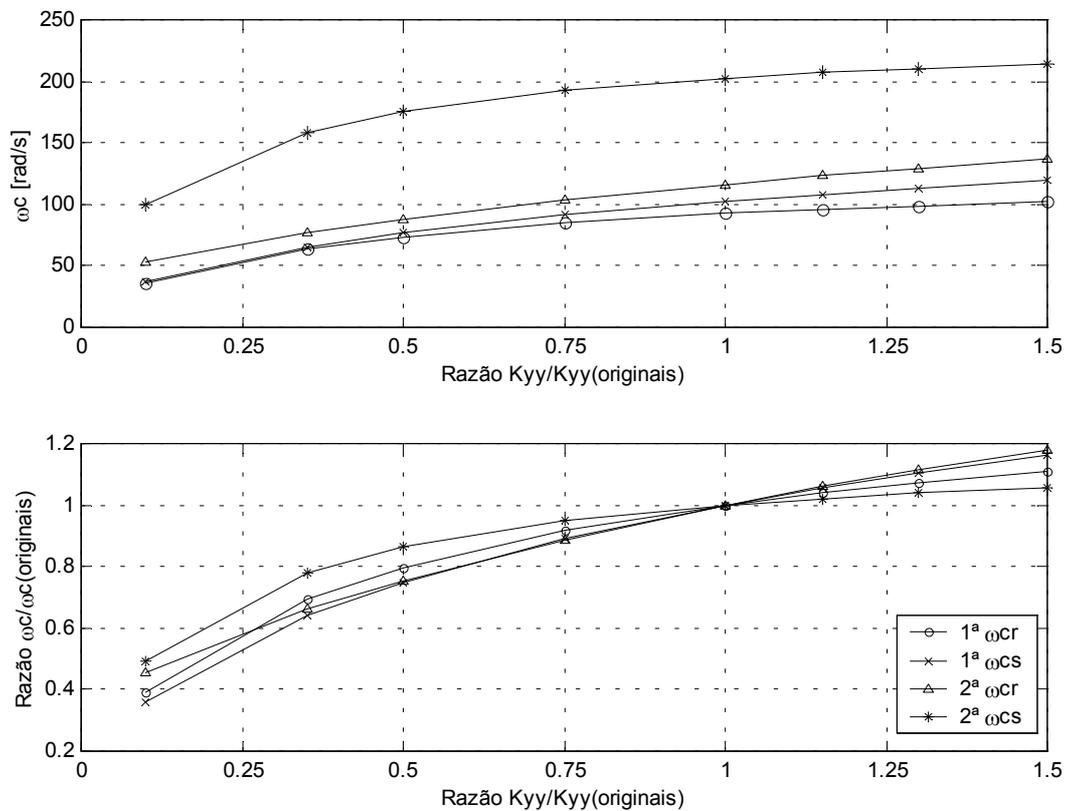


Figura 7.7: Rotor 1 – com empuxo magnético – frequências críticas x rigidezes dos apoios

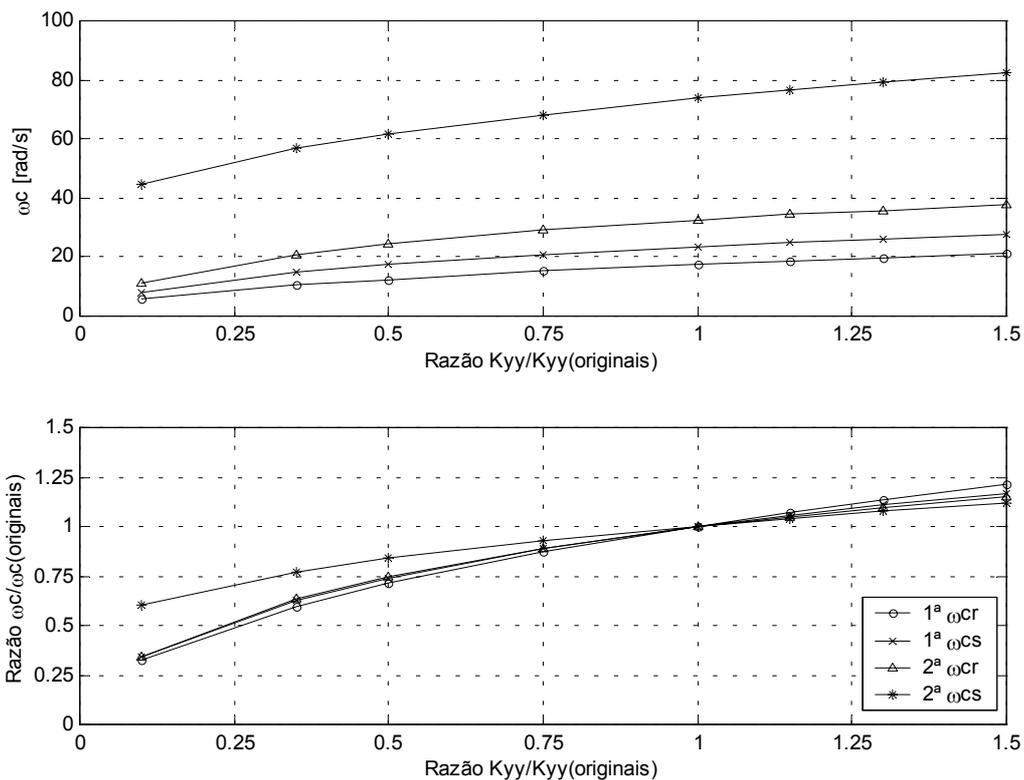


Figura 7.8: Rotor 2 – com empuxo magnético – frequências críticas x rigidezes dos apoios

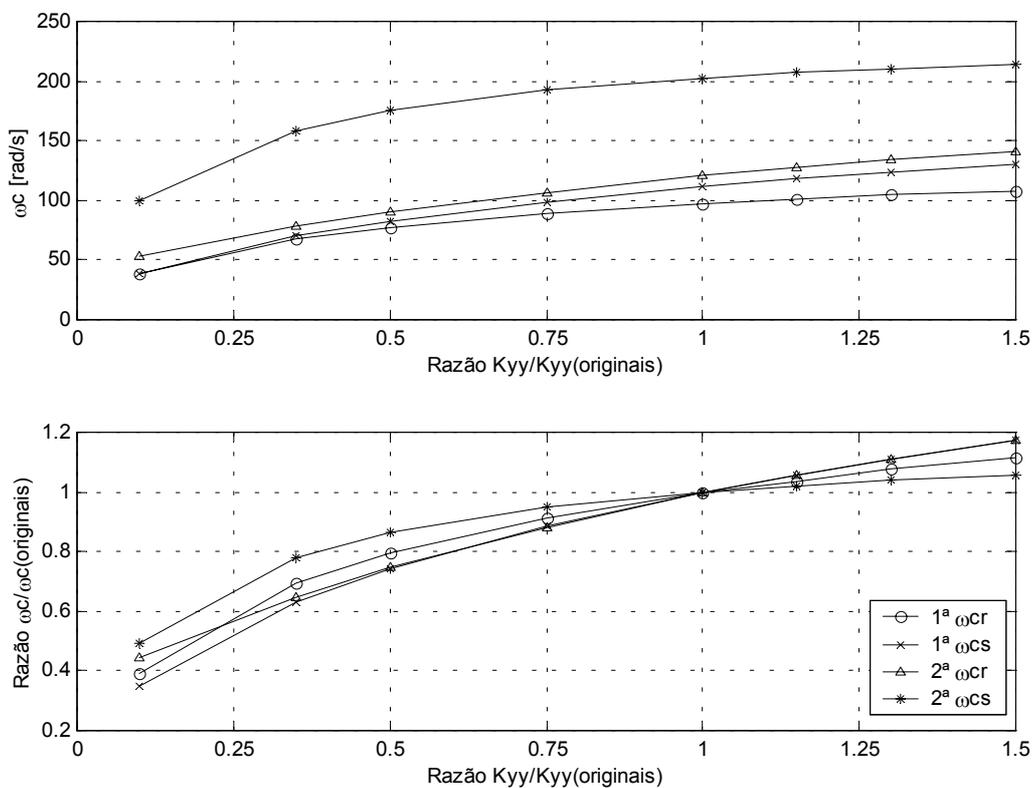


Figura 7.9: Rotor 1 – sem empuxo magnético – frequências críticas x rigidezes dos apoios

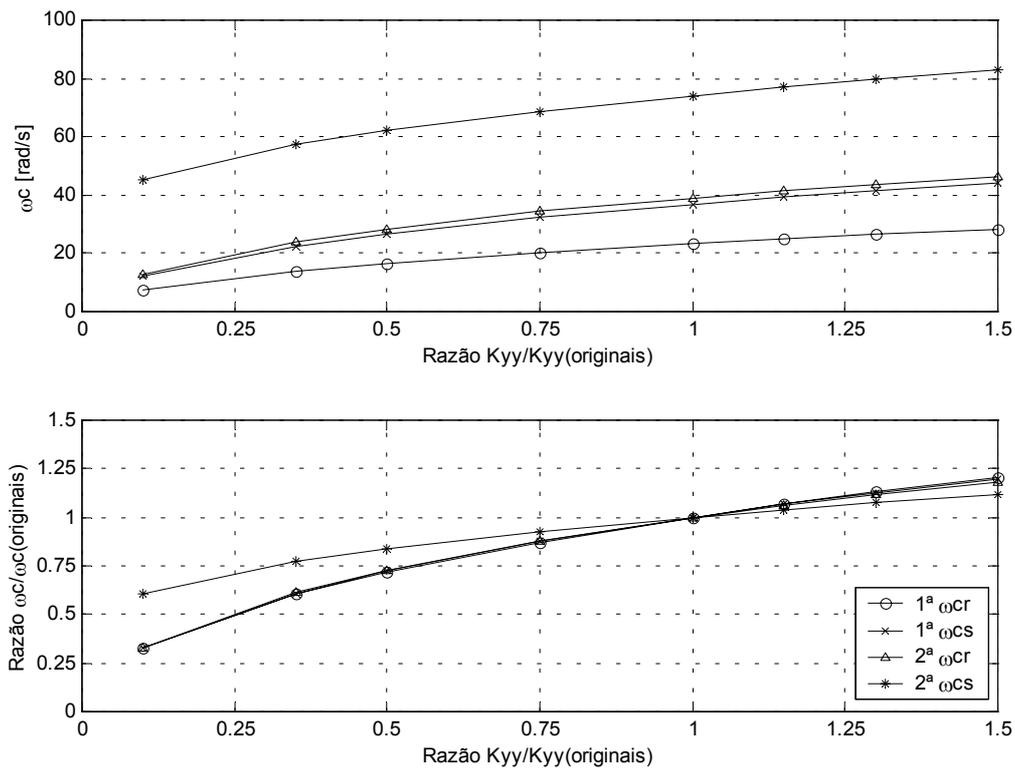


Figura 7.10: Rotor 2 – sem empuxo magnético – frequências críticas x rigidezes dos apoios

### 7.3 ANÁLISE DAS RESPOSTAS DINÂMICAS NO ESPAÇO

Através da análise das respostas dinâmicas, serão determinadas as amplitudes e órbitas de vibração dos rotores em função das velocidades de rotações e dos desbalanceamentos residuais. Serão considerados inclusive os efeitos dos amortecimentos viscosos nos mancais que, embora não tenham sido determinados pelos fabricantes, valem para conhecer como estas propriedades têm influência sobre as oscilações das linhas de eixo. Tal estudo será desenvolvido com análises no espaço, podendo assim ser perfeitamente aplicado a rotores sobre mancais anisotrópicos, que é o caso típico de máquinas horizontais.

As frequências críticas serão determinadas em função dos picos das amplitudes dinâmicas.

Cabe salientar que a análise das respostas dinâmicas é a que gera as informações mais completas sobre as oscilações de rotores, pois, se estes vibram em operação, não vibram livremente e, sim, devido a forças excitadoras geradas pelos desbalanceamentos residuais de massa.

### 7.3.1 Determinação dos Desbalanceamentos Aplicados

Segundo a norma ISO 1940, “Qualidade de Equilíbrio dos Corpos Rígidos em Rotação”, G 6,3, as excentricidades máximas admissíveis, dadas pela equação 3.19, são:

Para o Rotor 1:

$$e = \frac{30 \cdot 6,3 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 400} = 1,50 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

E para o Rotor 2:

$$e = \frac{30 \cdot 6,3 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 120} = 5,01 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Como não será aplicada uma excentricidade em cada nó (para simplificar o estudo), deverá ser feita uma correção nas excentricidades dos nós onde estas serão aplicadas, a fim de que se considere um desbalanceamento da massa total. Foram escolhidos três nós em cada grupo gerador: um nó na extremidade superior dos pólos, um na extremidade inferior dos pólos e um nó no centro de gravidade da roda da turbina, nos rotores em estudo, ambas as rodas do tipo Francis.

A correção é muito simples de ser feita, basta multiplicar-se a excentricidade pela massa total, cujo desbalanceamento será aplicado no nó em questão, e dividir o produto pela massa do nó.

No Rotor 1, será aplicado o desbalanceamento da massa do rotor do gerador (87000 kg), metade no nó 12 e metade no nó 18. O desbalanceamento da massa do rotor da turbina (8900 kg) será todo aplicado no nó 39. As massas dos nós 12, 18 e 39 são respectivamente 5340 kg, 10190 kg e 4112 kg. Dessa forma tem-se:

$$e_{12} = \frac{87000}{2} \cdot \frac{1,50 \cdot 10^{-4}}{5340} = 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$e_{18} = \frac{87000}{2} \cdot \frac{1,50 \cdot 10^{-4}}{10190} = 6,42 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$e_{39} = 8900 \cdot \frac{1,50 \cdot 10^{-4}}{4112} = 3,26 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Da mesma forma, para o Rotor 2, será aplicado o desbalanceamento da massa do rotor do gerador (793000 kg), metade no nó 6 e metade no nó 16. O desbalanceamento da massa do rotor da turbina (191000 kg) será todo aplicado no nó 28. As massas dos nós 6, 16 e 28 são respectivamente 52223 kg, 78015 kg e 138240 kg. Dessa forma tem-se:

$$e_6 = \frac{793000}{2} \cdot \frac{5,01 \cdot 10^{-4}}{52223} = 3,81 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$e_{16} = \frac{793000}{2} \cdot \frac{5,01 \cdot 10^{-4}}{78015} = 2,55 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$e_{28} = 191000 \cdot \frac{5,01 \cdot 10^{-4}}{138240} = 6,93 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Quanto à distribuição angular desses desbalanceamentos, ter-se-iam infinitas alternativas de distribuições angulares em torno dos rotores, porém foram escolhidas três combinações para serem analisadas e os resultados comparados entre si. A tabela 7.10 apresenta essas distribuições angulares. Para um melhor entendimento das posições angulares das massas desbalanceadas, ver figura 4.9(b).

Tabela 7.10: Distribuições angulares das massas desbalanceadas

Desbalanceamento	Rotor 1 (figura 7.1)			Rotor 2 (figura 7.2)		
	$\beta_{12}$	$\beta_{18}$	$\beta_{39}$	$\beta_6$	$\beta_{16}$	$\beta_{28}$
1	0°	0°	180°	0°	0°	180°
2	0°	90°	180°	0°	90°	180°
3	0°	180°	0°	0°	180°	0°

### 7.3.2 Amplitudes Dinâmicas Máximas

Neste item, foram feitas análises das amplitudes dinâmicas máximas  $a$  (raio maior da órbita elíptica calculado pela equação 4.63), nas rotações nominais dos rotores (400 rpm para o Rotor 1 e 120 rpm para o Rotor 2), em função dos desbalanceamentos cujas excentricidades são determinadas no item 7.3.1 e as distribuições angulares apresentadas na tabela 7.10, e também em função das propriedades dos mancais.

As amplitudes  $a$ , obtidas ao longo das linhas de eixo dos rotores, nas posições axiais  $x$ , são apresentadas nas figuras 7.11 e 7.12. Os desbalanceamentos 1, 2 e 3, tratados nessas figuras, são aqueles apresentados na tabela 7.10, em função da distribuição angular das excentricidades.

Quanto às propriedades dos mancais, foram utilizadas primeiramente só aquelas definidas nas tabelas 7.5 e 7.6, porém fazendo  $K_{zz} = K_{yy}$  (mancais isotrópicos), inclusive para o empuxo magnético. Em seguida, acrescentaram-se as rigidezes transversais (estas somente para os mancais, pois fisicamente não existe empuxo magnético transversal). Finalmente, foram inseridos nos mancais os amortecimentos viscosos, tanto diretos como transversais.

Os valores das rigidezes transversais e dos amortecimentos viscosos não foram calculados e, sim, arbitrados dentro de uma ordem de grandeza coerente com as rigidezes diretas dadas pelos fabricantes dos equipamentos e, portanto, podem não representar fielmente a realidade, no entanto, servem para simular as suas influências no comportamento de rotores sobre mancais com filme de óleo.

Uma metodologia de cálculo para determinar as propriedades de rigidezes e de amortecimentos para mancais com filme de óleo segmentados, que são os utilizados em hidrogeradores verticais, é um bom tema para estudos futuros, contribuindo para o progresso da análise dinâmica de rotores desses equipamentos.

As propriedades completas dos apoios, usadas neste item são apresentadas na tabela 7.11. Os sinais negativos de  $K_{yz}$  e  $C_{yz}$  são função do referencial adotado e foram tratados no item 3.1.1.

Resumindo o que já foi dito anteriormente: as configurações de mancais adotadas para as análises foram as seguintes:

- Configuração 1 dos mancais: considerado somente  $K_{yy}$  e  $K_{zz}$ ;
- Configuração 2 dos mancais: considerado  $K_{yy}$ ,  $K_{zz}$ ,  $K_{zy}$  e  $K_{yz}$ ;
- Configuração 3 dos mancais: considerado  $K_{yy}$ ,  $K_{zz}$ ,  $K_{zy}$ ,  $K_{yz}$ ,  $C_{yy}$ ,  $C_{zz}$ ,  $C_{zy}$  e  $C_{yz}$ .

Tabela 7.11: Propriedades dos apoios elásticos

Rotor	Apoios	Nós	$K_{yy} = K_{zz}$ [N/m]	$K_{zy} = -K_{yz}$ [N/m]	$C_{yy} = C_{zz}$ [kg/s]	$C_{zy} = -C_{yz}$ [kg/s]
1 (figura 7.1)	Mancal de guia superior	6	$4,91 \cdot 10^8$	$2,45 \cdot 10^7$	$1,00 \cdot 10^7$	$5,00 \cdot 10^5$
	Empuxo magnético específico	13 ao 18	$-2,50 \cdot 10^7$	0,00	0,00	0,00
	Mancal de guia intermediário	22	$8,18 \cdot 10^8$	$4,09 \cdot 10^7$	$1,50 \cdot 10^7$	$7,50 \cdot 10^5$
	Mancal de guia inferior	35	$1,30 \cdot 10^9$	$6,50 \cdot 10^7$	$2,50 \cdot 10^7$	$1,25 \cdot 10^6$
2 (figura 7.2)	Mancal de guia superior	3	$6,13 \cdot 10^8$	$3,07 \cdot 10^7$	$1,50 \cdot 10^6$	$7,50 \cdot 10^4$
	Empuxo magnético específico	6 ao 15	$-6,00 \cdot 10^7$	0,00	0,00	0,00
	Mancal de guia inferior	24	$9,81 \cdot 10^8$	$4,91 \cdot 10^7$	$2,00 \cdot 10^7$	$1,00 \cdot 10^6$

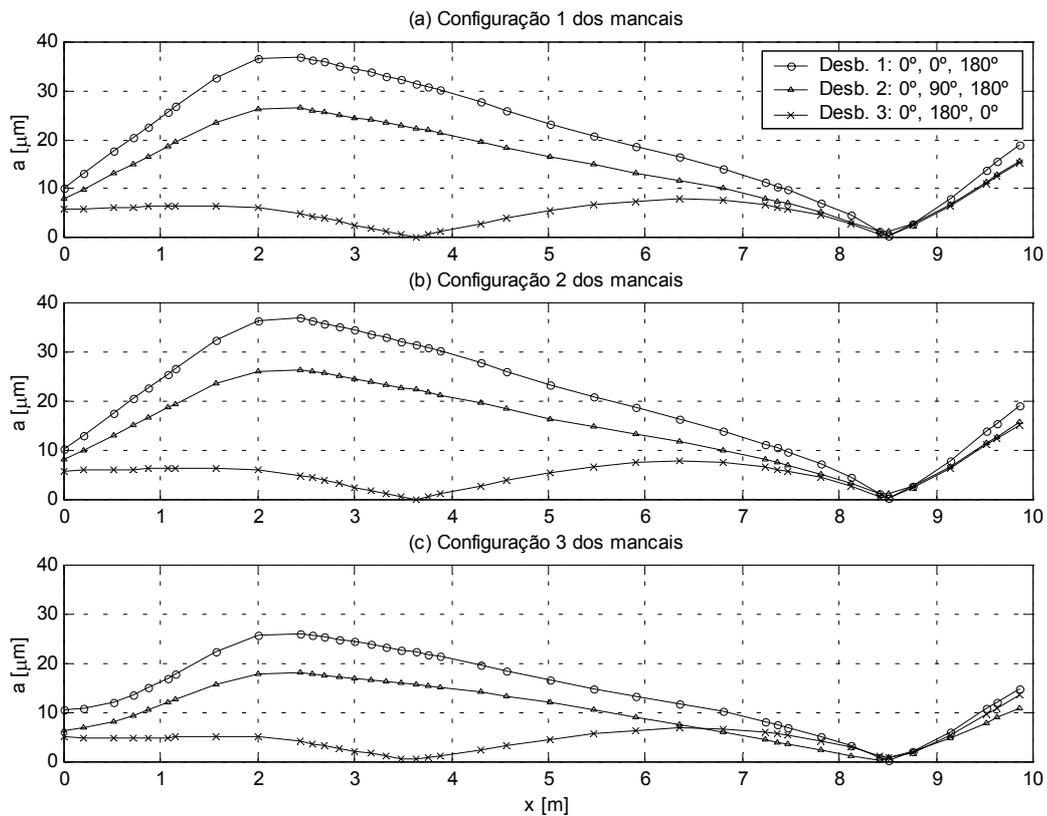


Figura 7.11: Amplitudes dinâmicas máximas em função dos desbalanceamento e das propriedades dos mancais, para o Rotor 1 (figura 7.1)

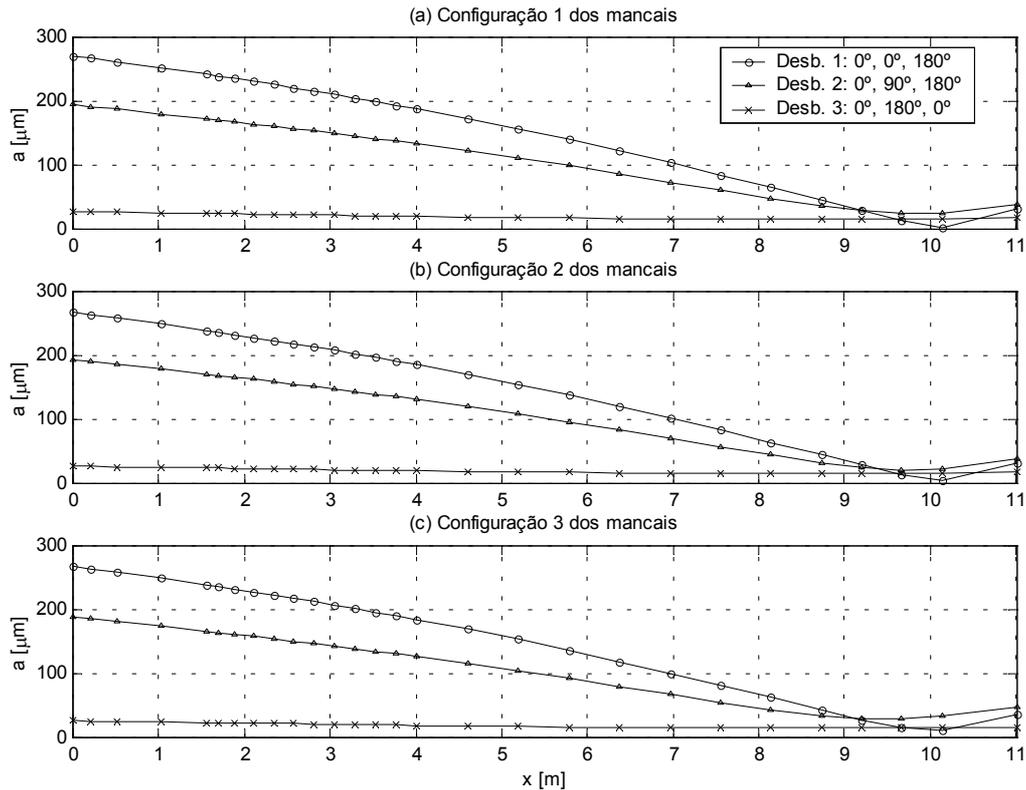


Figura 7.12: Amplitudes dinâmicas máximas, em função dos desbalanceamento e das propriedades dos mancais, para o Rotor 2 (figura 7.2)

As figuras 7.11 e 7.12 nos mostram que o pior desbalanceamento (aquele que gera maiores amplitudes) é o desbalanceamento 1, ou seja, o desbalanceamento da roda da turbina a 180° do desbalanceamento do rotor do gerador. Por essas figuras, percebe-se ainda que, nas rotações nominais, as rigidezes transversais utilizadas não têm influência significativa nas amplitudes e que os amortecimentos arbitrados foram significativos apenas no Rotor 1.

### 7.3.3 Órbitas de Oscilações Dinâmicas

Neste item, faz-se um estudo de como as propriedades dos mancais influem nas órbitas de oscilações do rotor. Para tal estudo, foi utilizado apenas o Rotor 2 na velocidade de rotação nominal (120 rpm) e com empuxo magnético (total de 600 kN/mm em  $y$  e 600 kN/mm em  $z$ ).

Para esta análise, foi usado o desbalanceamento número 1, apresentado pela tabela 7.10, para o Rotor 2, em virtude de ter sido esse desbalanceamento o que gerou as máximas amplitudes dinâmicas no rotor, conforme comprovou o estudo feito no item 7.3.2.

Para traçar os gráficos dados pelas figuras 7.13 a 7.17, foram tomadas apenas as órbitas dos nós 3, 11, 24 e 28, que são importantes por serem os nós localizados respectivamente no centro do mancal de guia superior, na linha de centro dos pólos do gerador, no centro do mancal de guia inferior e no centro de massa da roda da turbina (no caso em estudo, uma roda tipo Francis).

As propriedades dos mancais são aquelas apresentadas na tabela 7.11 para o Rotor 2, com algumas modificações (para simulação de mancais anisotrópicos) para obtenção das figuras, como segue:

- Figura 7.13: foram consideradas todas as oito propriedades dos mancais apresentados na tabela 7.11 para simulação de mancais isotrópicos;
- Figura 7.14: foram consideradas apenas as rigidezes  $K_{yy}$  e  $K_{zz}$ , sendo que, para as rigidezes  $K_{zz}$ , foram utilizados valores de um terço daqueles apresentados na tabela 7.11 ( $K_{zz} = K_{yy}/3$ ), exceto para o empuxo magnético que foi mantido o mesmo nas duas direções;
- Figura 7.15: foram consideradas apenas as rigidezes  $K_{yy}$ ,  $K_{zz}$ ,  $K_{zy}$  e  $K_{yz}$ , sendo que, para as rigidezes  $K_{zz}$  e  $K_{yz}$ , foram utilizados valores de um terço daqueles apresentados na tabela 7.11 ( $K_{zz} = K_{yy}/3$  e  $-K_{yz} = K_{zy}/3$ ), exceto para o empuxo magnético que foi mantido o mesmo nas duas direções;
- Figura 7.16: foram consideradas apenas as rigidezes  $K_{yy}$  e  $K_{zz}$  e os amortecimentos  $C_{yy}$  e  $C_{zz}$ , sendo que, para as rigidezes  $K_{zz}$ , foram utilizados valores de um terço daqueles apresentados na tabela 7.11 ( $K_{zz} = K_{yy}/3$ ), exceto para o empuxo magnético que foi mantido o mesmo nas duas direções;
- Figura 7.17: foram consideradas todas as oito propriedades dos mancais apresentados na tabela 7.11, sendo que, para as rigidezes  $K_{zz}$  e  $K_{yz}$ , foram utilizados valores de um terço daqueles apresentados na tabela 7.11 ( $K_{zz} = K_{yy}/3$  e  $-K_{yz} = K_{zy}/3$ ), exceto para o empuxo magnético que foi mantido o mesmo nas duas direções;

Pela figura 7.13, verifica-se a validade da equação 4.65, que define órbita circular para rotores montados sobre mancais isotrópicos. Pela figura 7.14, verifica-se que, quando há somente rigidezes diretas, os eixos principais das órbitas elípticas são nas mesmas direções dos eixos ordenados  $y$  e  $z$ . Quando se incluem rigidezes transversais, ou amortecimentos, ou ambos, os eixos principais das órbitas elípticas deixam de possuir as mesmas direções dos eixos ordenados  $y$  e  $z$ , como é apresentado nas figuras 7.15 a 7.17.

Os valores de algumas rigidezes, divididos por 3, não são uma realidade em hidrogeradores verticais, cujos mancais são geralmente considerados nas análises como isotrópicos (mesmas propriedades em todas as direções), porém foram assim arbitrados para que fosse possível uma observação bastante nítida dos efeitos da anisotropia (propriedades diferentes em diferentes direções) dos mancais sobre as órbitas de oscilações dinâmicas do rotor em estudo.

O estudo da anisotropia dos mancais é bastante útil quando se trata de hidrogeradores horizontais ou turbogeradores (que são máquinas de rotores horizontais), pois nestas máquinas, o peso do rotor, apoiado sobre os mancais de guia, faz mudar as propriedades do filme de óleo na sua direção de aplicação. Também gera anisotropia, o fato de que em máquinas horizontais, constroem-se os suportes dos mancais sem simetria polar, ou seja, gerando rigidezes  $K_{yy}$  e  $K_{zz}$  com módulos diferentes.

Seria um tema interessante para estudos futuros sobre mancais, já propostos no item 7.3.2, analisar também a anisotropia dos mancais de hidrogeradores verticais devido ao empuxo magnético residual, que gera carregamentos diferentes em diferentes direções, conforme foi tratado no capítulo 3, item 3.2 e, conseqüentemente, gerando propriedades dos mancais diferentes em diferentes direções, pois estas são funções do carregamento aplicado, conforme item 3.1. Contudo, é fácil levar em conta tal anisotropia, quando o estator for descentrado, pois assim o carregamento residual, como já foi dito, é estacionário. Porém, se o rotor for descentrado, o carregamento residual será girante, como já foi tratado, fazendo as propriedades dos mancais, em uma dada direção, mudarem constantemente com a mesma frequência de giro do rotor. Para esta última análise, as Matrizes de Transferência Pontos desenvolvidas neste trabalho teriam que ser adaptadas.

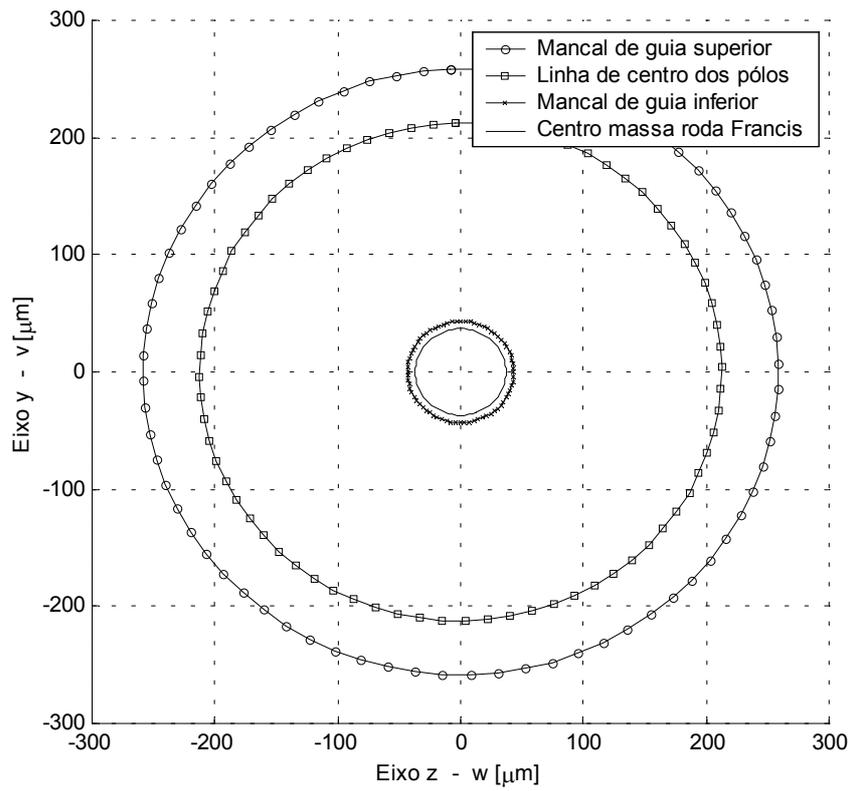


Figura 7.13: Mancais isotrópicos com todas as propriedades ( $K_{yy}$ ,  $K_{zz}$ ,  $K_{zy}$ ,  $K_{yz}$ ,  $C_{yy}$ ,  $C_{zz}$ ,  $C_{zy}$  e  $C_{yz}$ )

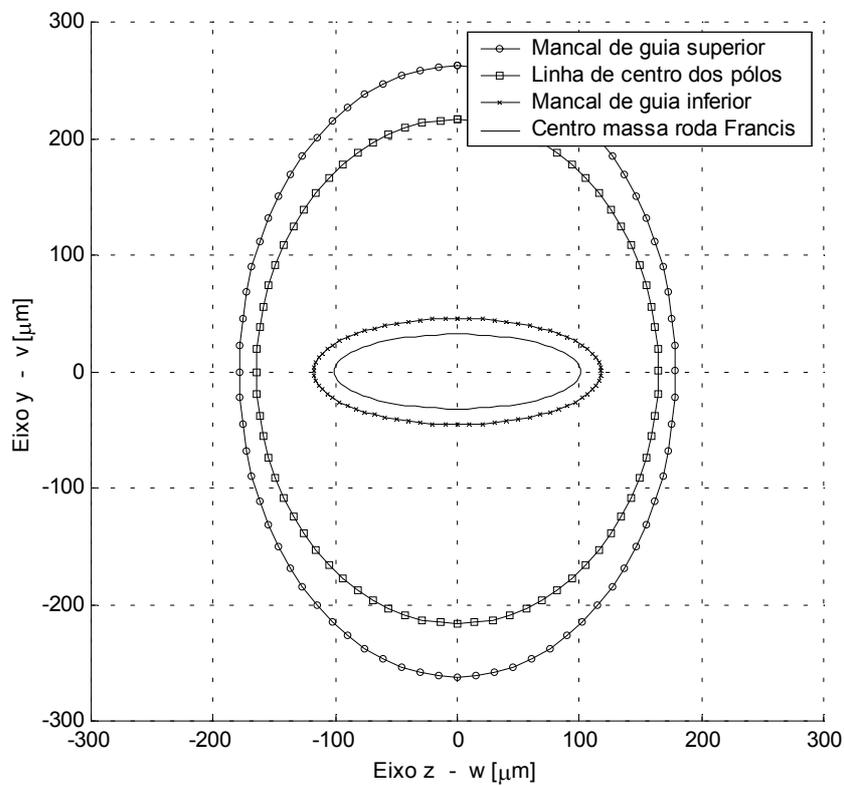


Figura 7.14: Mancais anisotrópicos somente com  $K_{yy}$  e  $K_{zz}$

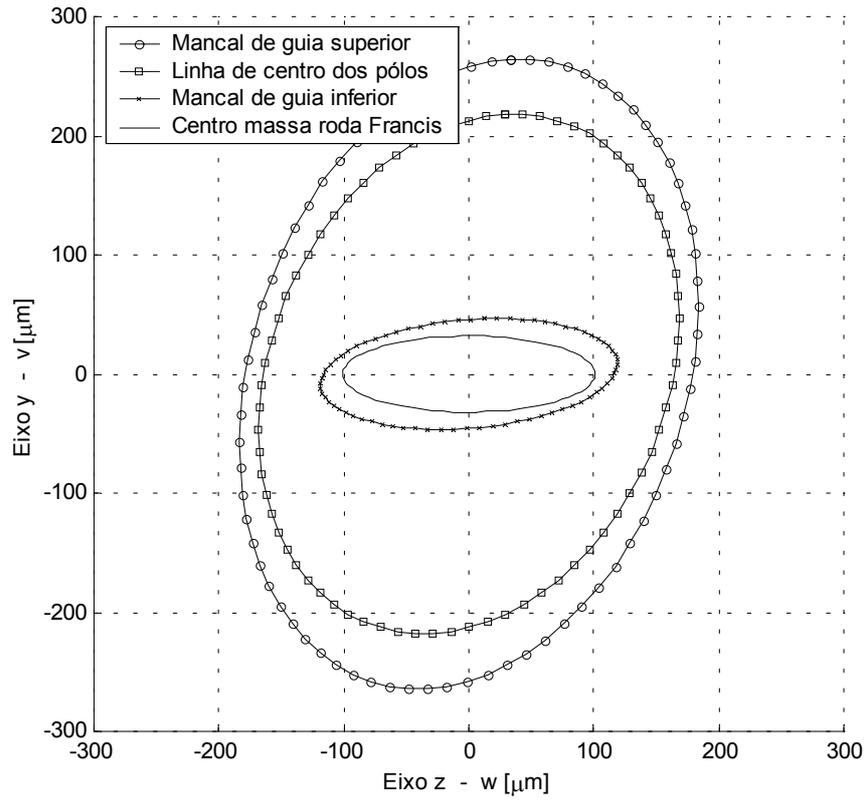


Figura 7.15: Mancais anisotrópicos somente com  $K_{yy}$ ,  $K_{zz}$ ,  $K_{zy}$  e  $K_{yz}$

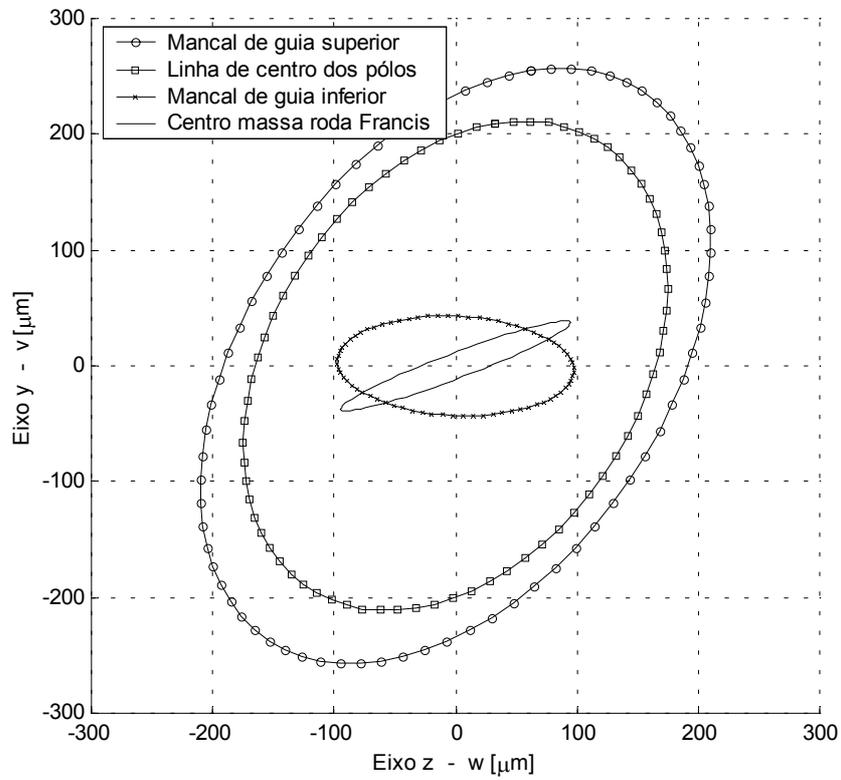


Figura 7.16: Mancais anisotrópicos somente com  $K_{yy}$ ,  $K_{zz}$ ,  $C_{yy}$  e  $C_{zz}$

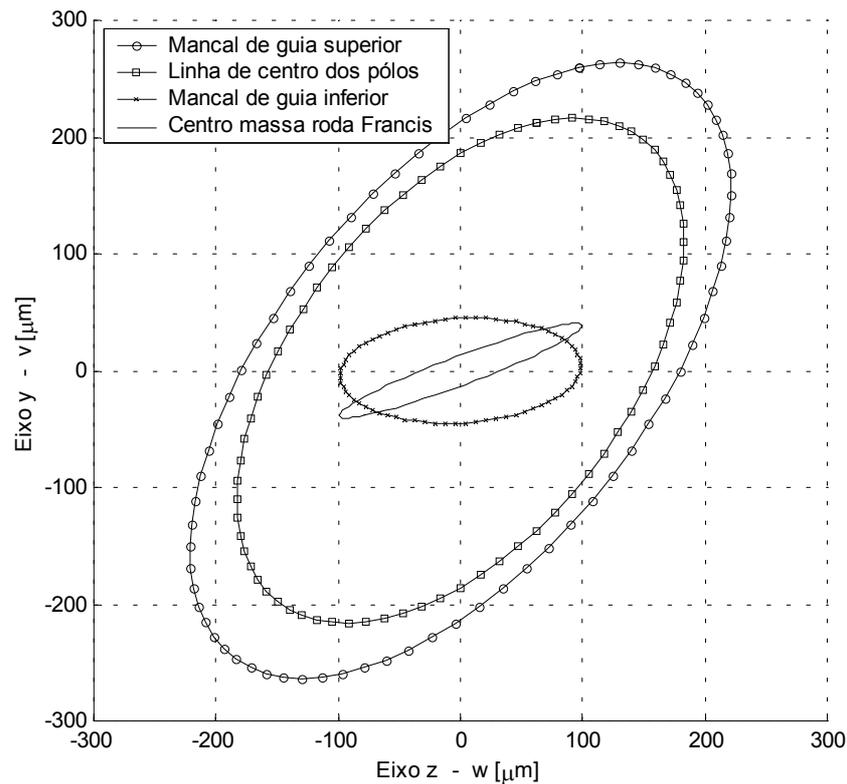


Figura 7.17: Mancais anisotrópicos com todas as propriedades  $(K_{yy}, K_{zz}, K_{zy}, K_{yz}, C_{yy}, C_{zz}, C_{zy}$  e  $C_{yz})$

### 7.3.4 Determinação das Frequências Críticas em Função das Respostas Dinâmicas

Neste item, será feita, em uma faixa de rotações do rotor, uma análise da influência das propriedades dos mancais nas amplitudes de oscilação do rotor devido ao desbalanceamento residual e, conseqüentemente, nas frequências críticas, que são obtidas pelos pontos de máximos das curvas (picos), dos gráficos de amplitude x velocidade de rotação do rotor. Tais gráficos são apresentados pelas figuras 7.18 a 7.22.

As amplitudes elípticas (raios maiores das órbitas elípticas, ou simplesmente raios das órbitas, quando estas forem circulares devido à isotropia dos mancais) referentes às velocidades de rotações angulares negativas (rotações retrógradas) foram graficadas em função do módulo das suas respectivas rotações, gerando assim duas curvas em cada gráfico; uma com as amplitudes de oscilações síncronas e outra com as amplitudes de oscilações retrógradas. Cabe salientar que, para um mesmo módulo de velocidade de rotação, não haverá fisicamente uma amplitude síncrona e outra retrógrada. Tal tipo de oscilação, para uma dada rotação, será aquele que possuir maiores amplitudes. Assim, se tivermos, por exemplo, uma frequência crítica

retrograda, cujo pico de amplitude está abaixo da curva das amplitudes síncronas, tal frequência crítica não ocorrerá fisicamente.

A análise é feita no Rotor 2 (figura 7.2), em uma faixa de velocidades angulares de rotação de -100 rad/s (-955 rpm) a 100 rad/s (955 rpm), com intervalos de 1 rad/s (9,55 rpm). Foi considerado o empuxo magnético específico (total de 600 kN/mm em  $y$  e 600 kN/mm em  $z$ ) em toda a faixa de rotações.

O nó escolhido para a leitura das amplitudes foi o nº 3, devido à importância desse nó, por estar localizado no centro do mancal de guia superior e ter sido o nó que apresentou as maiores amplitudes entre outros nós, também importantes na análise do item 7.3.3.

O desbalanceamento usado foi o número 1 (desbalanceamento da roda da turbina a 180° do desbalanceamento do rotor do gerador), apresentado pela tabela 7.10, para o Rotor 2, em virtude de ter sido esse desbalanceamento o que gerou as máximas amplitudes dinâmicas no rotor, conforme comprovou o estudo feito no item 7.3.2.

A escolha do desbalanceamento e do nó a serem analisados não é uma regra, pois quase todos os desbalanceamentos e nós geram curvas semelhantes, mudando somente os valores das amplitudes de oscilação, mas com picos nas mesmas velocidades de rotações, exceto alguns nós e/ou localizações de massas desbalanceadas que podem apresentar amplitudes nulas em algumas frequências, em função desses nós e desbalanceamentos estarem localizados em pontos onde existe somente giro da seção em tais rotações, como se verificou no caso da análise do item 6.2.3 para o nó do centro do disco do rotor estudado, no segundo modo de vibrações flexionais.

Para encontrar os valores das frequências críticas (picos nas curvas), por meio de interpolação dos resultados, foi estabelecido o seguinte método: faz-se uma varredura ao longo da curva e encontram-se os valores de picos. Em cada pico, toma-se o valor da velocidade angular correspondente à máxima amplitude, bem como os valores das velocidades angulares imediatamente inferior e imediatamente superior, e os valores das amplitudes correspondentes a essas três velocidades. De posse desses três pontos, estabelece-se a equação de uma parábola e encontra-se o ponto de máximo dessa função. O valor da abscissa encontrado para o ponto de máximo é o valor adotado como sendo a frequência crítica.

Da mesma forma que no item 7.3.3, as propriedades dos mancais são aquelas apresentadas na tabela 7.11 para o Rotor 2, com algumas modificações (para simulação de mancais anisotrópicos) para obtenção das figuras, como segue:

- Figura 7.18: foram consideradas somente as rigidezes diretas  $K_{yy}$  e  $K_{zz}$ , onde  $K_{yy} = K_{zz}$  para simular vibrações forçadas não amortecidas sem acoplamento entre as vibrações dos planos  $x-y$  e  $x-z$ , com mancais isotrópicos;
- Figura 7.19: foram consideradas todas as oito propriedades dos mancais apresentados na tabela 7.11, para simulação de vibrações forçadas amortecidas com acoplamento entre as vibrações dos planos  $x-y$  e  $x-z$ , com mancais isotrópicos;
- Figura 7.20: foram consideradas apenas as rigidezes  $K_{yy}$  e  $K_{zz}$ , sendo que, para as rigidezes  $K_{zz}$ , foram utilizados valores de um terço daqueles apresentados na tabela 7.11 ( $K_{zz} = K_{yy}/3$ ), exceto para o empuxo magnético que foi mantido o mesmo nas duas direções, para simular vibrações forçadas não amortecidas sem acoplamento entre as vibrações dos planos  $x-y$  e  $x-z$ , com mancais anisotrópicos;
- Figura 7.21: foram consideradas apenas as rigidezes  $K_{yy}$  e  $K_{zz}$  e os amortecimentos  $C_{yy}$  e  $C_{zz}$ , sendo que, para as rigidezes  $K_{zz}$ , foram utilizados valores de um terço daqueles apresentados na tabela 7.11 ( $K_{zz} = K_{yy}/3$ ), exceto para o empuxo magnético que foi mantido o mesmo nas duas direções, para simular vibrações forçadas amortecidas sem acoplamento entre as vibrações dos planos  $x-y$  e  $x-z$ , com mancais anisotrópicos;
- Figura 7.22: foram consideradas todas as oito propriedades dos mancais apresentados na tabela 7.11, sendo que, para as rigidezes  $K_{zz}$  e  $K_{yz}$ , foram utilizados valores de um terço daqueles apresentados na tabela 7.11 ( $K_{zz} = K_{yy}/3$  e  $-K_{yz} = K_{zy}/3$ ), exceto para o empuxo magnético que foi mantido o mesmo nas duas direções, para simulação de vibrações forçadas amortecidas com acoplamento entre as vibrações dos planos  $x-y$  e  $x-z$ , com mancais anisotrópicos.

Os valores de algumas rigidezes (relativos às figuras 7.20 a 7.22) divididos por 3, como já foi explicado no item 7.3.4, não são uma realidade em hidrogeradores verticais, cujos mancais

são geralmente considerados nas análises como isotrópicos (mesmas propriedades em todas as direções), porém foram assim arbitrados para que fosse possível uma observação bastante nítida dos efeitos da anisotropia (propriedades diferentes em diferentes direções) dos mancais sobre as órbitas de oscilações dinâmicas do rotor em estudo. Os motivos pelos quais é importante conhecer as influências da anisotropia dos mancais são explicados no item 7.3.4.

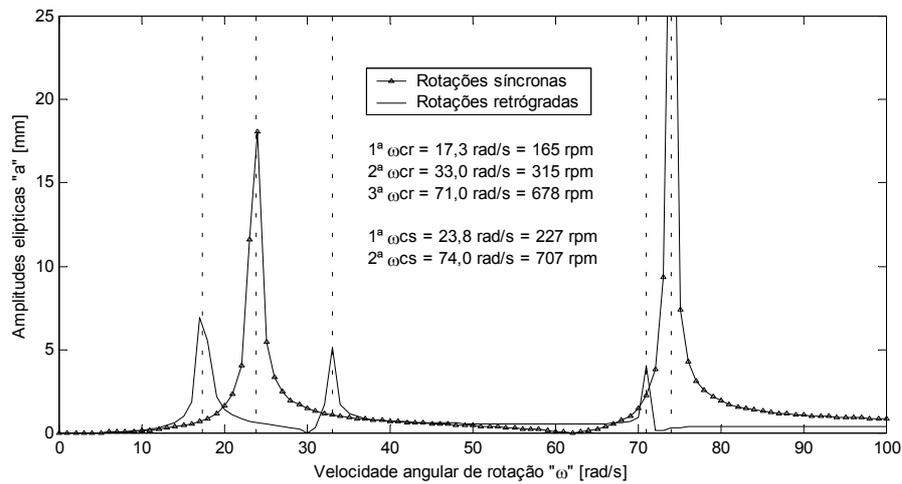


Figura 7.18: Mancais isotrópicos somente com  $K_{yy}$  e  $K_{zz}$

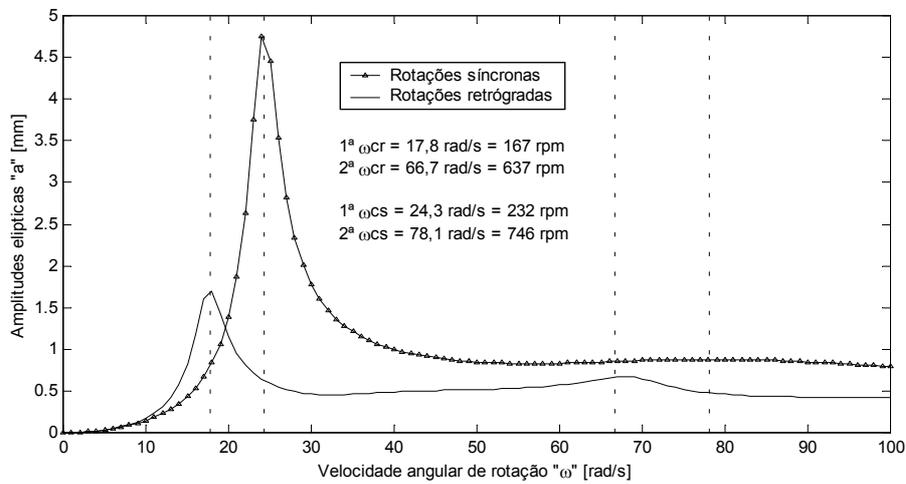


Figura 7.19: Mancais isotrópicos com todas as propriedades

$$(K_{yy}, K_{zz}, K_{zy}, K_{yz}, C_{yy}, C_{zz}, C_{zy} \text{ e } C_{yz})$$

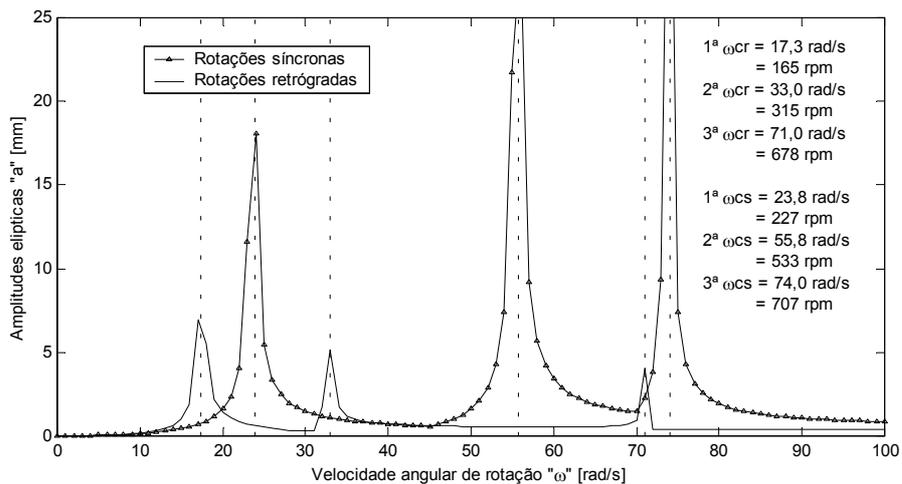


Figura 7.20: Mancais anisotrópicos somente com  $K_{yy}$  e  $K_{zz}$

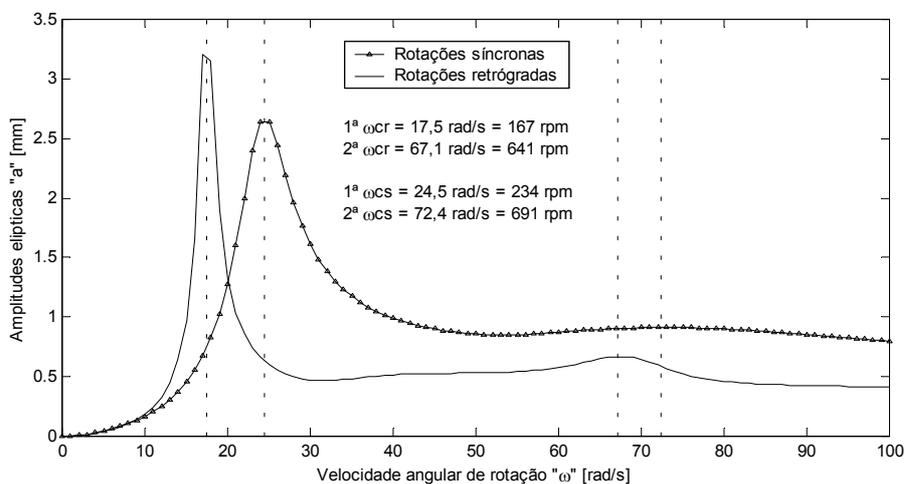


Figura 7.21: Mancais isotrópicos somente com  $K_{yy}$ ,  $K_{zz}$ ,  $C_{yy}$  e  $C_{zz}$

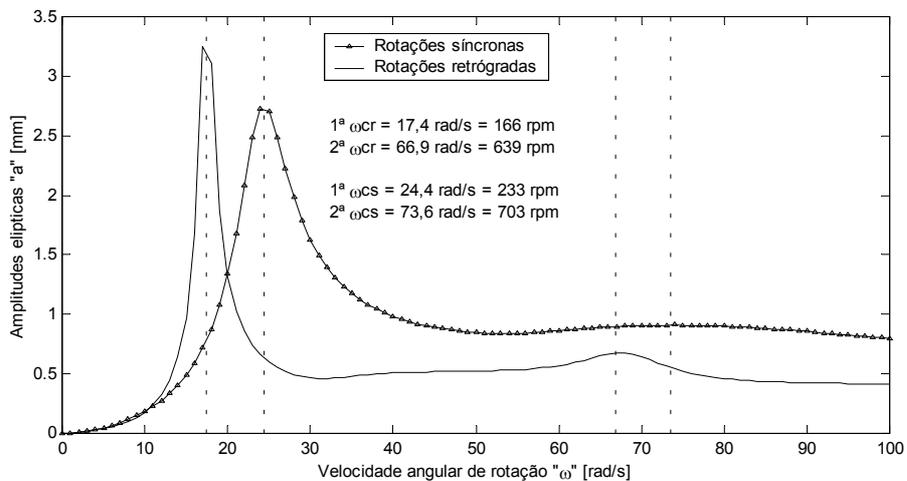


Figura 7.22: Mancais anisotrópicos com todas as propriedades

$$(K_{yy}, K_{zz}, K_{zy}, K_{yz}, C_{yy}, C_{zz}, C_{zy} \text{ e } C_{yz})$$

Comparando as figuras 7.18 e 7.19, verifica-se que o amortecimento faz diminuir consideravelmente as amplitudes dinâmicas em correspondência das frequências críticas, para o primeiro modo, e faz as frequências críticas do segundo modo praticamente não deixarem vestígios ou até sumirem completamente. A segunda frequência crítica, com o amortecimento arbitrado, que, na realidade, é a terceira, e tornou-se segunda em função da outra crítica ter sumido completamente (ver segunda frequência crítica retrógrada na figura 7.18), não ocorrerá na prática, uma vez que tem amplitude abaixo da curva das amplitudes síncronas. Nota-se ainda que, nas duas figuras, o valor das amplitudes correspondentes à rotação nominal de 120 rpm (12,57 rad/s) é praticamente o mesmo. Isso comprova o fato de não terem sido encontradas diferenças na análise com rotação nominal feita no item 7.3.2, cujos resultados são apresentados na figura 7.12. A influência do amortecimento é substancial, principalmente em rotações próximas às frequências críticas.

Comparando-se as figuras 7.18 e 7.20, percebe-se que, na última, aparece uma frequência crítica a mais (a 2ª frequência crítica síncrona = 533 rpm). Essa é uma frequência crítica puramente no plano  $x-z$ , devido ao desacoplamento que há nas oscilações dos dois planos, em função de não terem sido levadas em conta as rigidezes transversais. As demais frequências críticas no plano  $x-z$  talvez possam não ter aparecido por estarem próximas às do plano  $x-y$  e, portanto, não terem gerado picos, pois as últimas continuam levantando a curva naquela região.

As figuras 7.21 e 7.22 também mostram que as frequências críticas do segundo modo em diante quase somem, não deixando praticamente vestígios. A anisotropia dos mancais fez, nesse caso, a primeira frequência crítica retrógrada gerar amplitudes maiores que a primeira síncrona, ao contrário do que aconteceu para mancais isotrópicos, como apresentado na figura 7.19. O fato de não terem sido consideradas as propriedades transversais dos mancais (que acoplam as frequências nos planos  $x-y$  e  $x-z$ ) não causou diferenças expressivas. As propriedades transversais fizeram basicamente cair 1 rpm na primeira frequência crítica síncrona, e 1 rpm na primeira retrógrada. A diferenças que foram verificadas nas segundas frequências críticas não podem ser consideradas, pois essas frequências praticamente não existem e, portanto, a posição onde acontece o pico da função é muito instável matematicamente.

### 7.3.5 Superfícies Amplitude x Velocidade Angular x Coordenada Axial

Neste item, serão graficadas as amplitudes de oscilação do Rotor 1 em função das velocidades angulares de rotação  $\omega$  e das coordenadas axiais  $x$  ao longo do eixo do rotor.

O objetivo deste estudo é visualizar como a velocidade de rotação do rotor afeta suas formas de vibrar, bem como as amplitudes de oscilação do rotor.

Foi escolhido o Rotor 1 por esse rotor ser mais elástico que o Rotor 2, conseqüentemente, flete mais e fornece uma melhor visualização dos modos de oscilação. No Rotor 2, a vibração se dá basicamente por oscilações nos mancais, permanecendo a linha de eixo praticamente indeformável. A comparação dos modos de vibrações dos rotores 1 e 2 pode ser feita observando as figuras 7.5 e 7.6, no item 7.2.2.

Para a obtenção das superfícies apresentadas nas figuras 7.23 e 7.24, foram consideradas todas as oito propriedades dos mancais, apresentadas na tabela 7.11 para o Rotor 1, sem modificações, para considerar mancais isotrópicos (mesmas propriedades em todas as direções). Foi considerado empuxo magnético no rotor do gerador em toda a faixa de rotações deste.

A figura 7.23 apresenta as amplitudes  $v$  de oscilação no plano  $x$ - $y$  que, no caso em estudo (mancais isotrópicos), são as mesmas amplitudes  $w$  de oscilação no plano  $x$ - $z$ . A figura 7.24 apresenta os raios maiores  $a$  das órbitas elípticas, que para mancais isotrópicos, são simplesmente os raios das órbitas circulares.

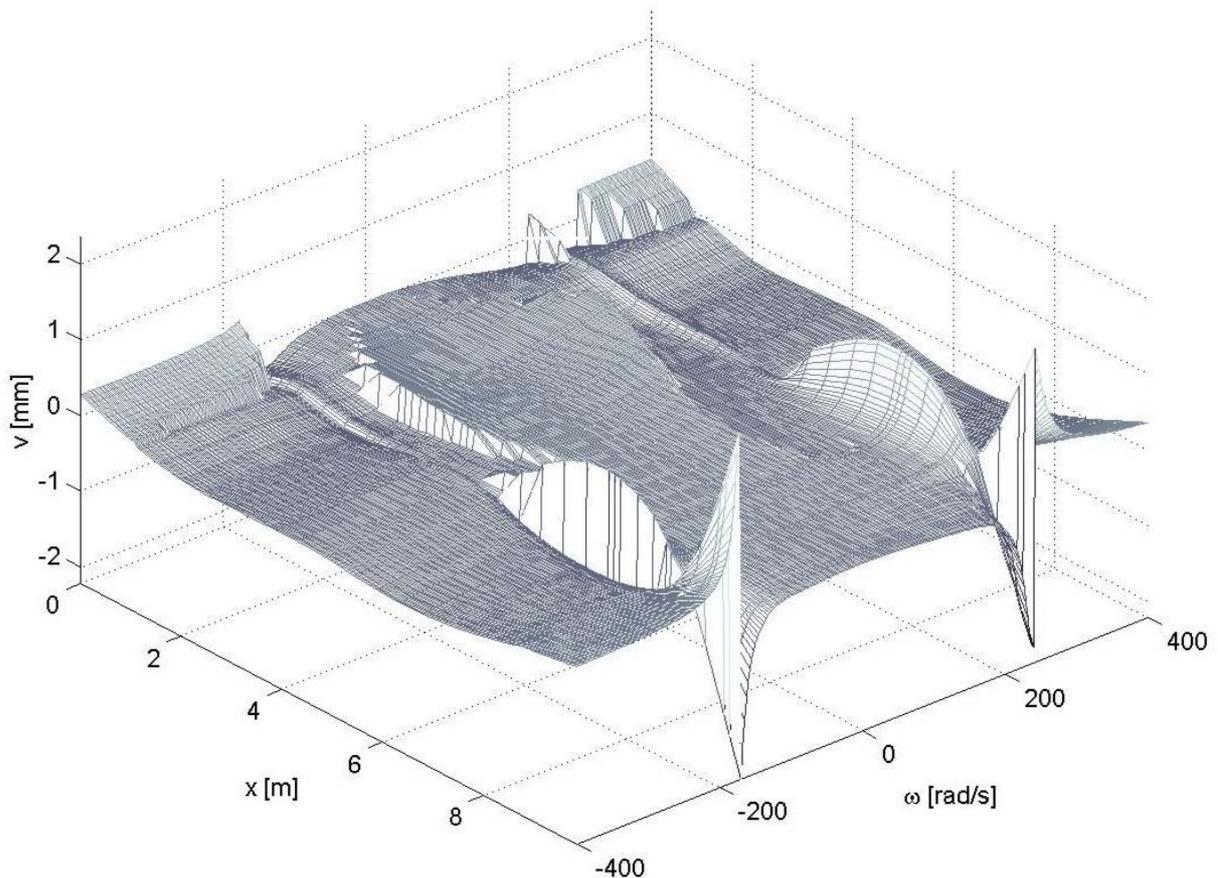


Figura 7.23: Amplitudes de oscilação no plano  $x$ - $y$

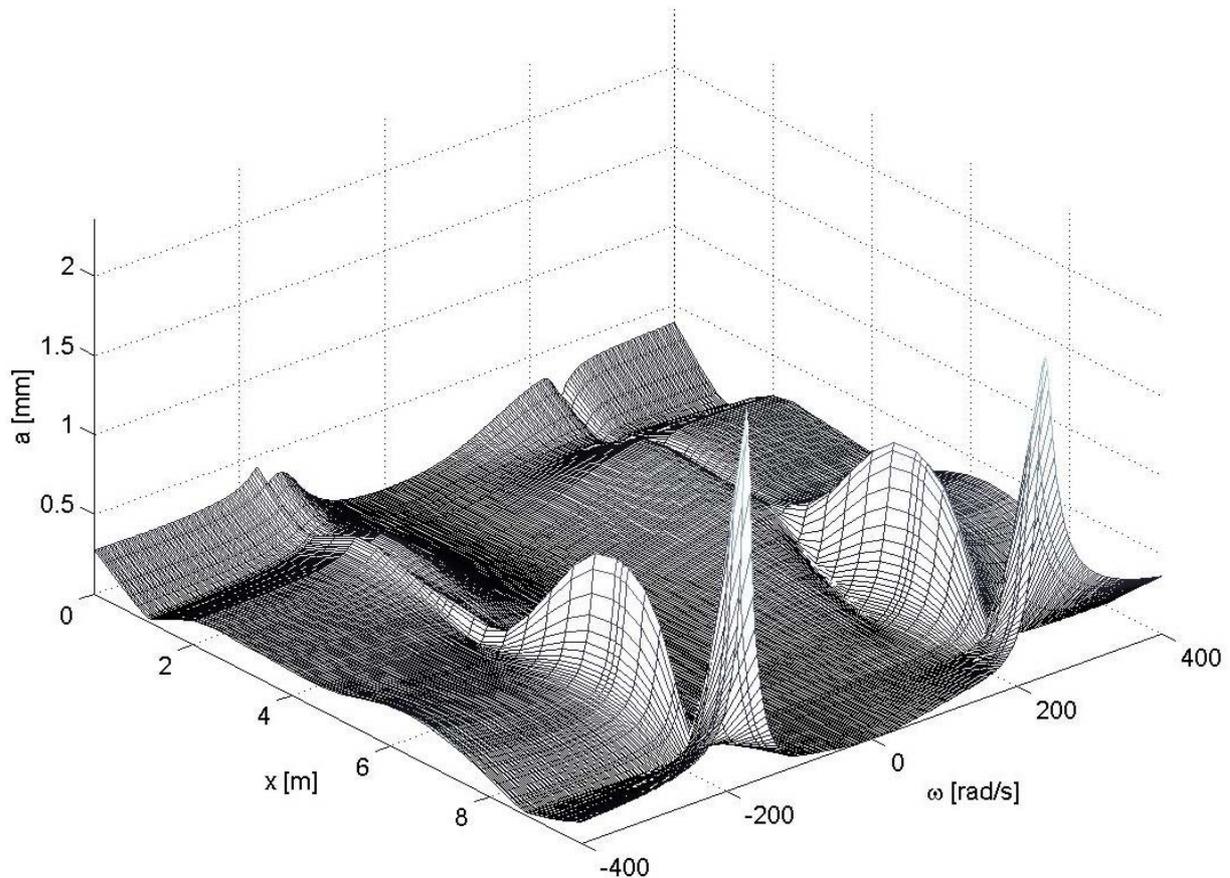


Figura 7.24: Raios das órbitas de oscilação

#### 7.4 ANÁLISE DINÂMICA DO ROTOR DE UM HIDROGERADOR TIPO *UMBRELLA*

Conforme foi definido no capítulo 2, item 2.1, chama-se de *umbrella* a máquina que possui dois mancais de guia, sendo um próximo à roda da turbina e outro abaixo do rotor do gerador, devido à semelhança dessa máquina com um guarda-chuva (*umbrella* em inglês), por não haver apoio acima do rotor do gerador.

Para a análise dinâmica do rotor de um hidrogerador tipo *umbrella*, foi tomado o Rotor 2, modificando a posição de um dos mancais de guia, para caracterizá-lo como uma máquina “guarda-chuva”: o mancal de guia superior, cujo centro na configuração original, apresentada pela figura 7.2, localiza-se no nó 3 (acima do rotor do gerador), passa para o nó 17 (abaixo do rotor do gerador). As propriedades dos mancais e do empuxo magnético são as mesmas propriedades já usadas anteriormente para esse rotor e apresentam-se reorganizadas na tabela 7.12.

Tabela 7.12: Propriedades dos apoios elásticos do Rotor 2 – configuração *umbrella*

Apoios	Nós	$K_{yy} = K_{zz}$ [N/m]	$K_{zy} = -K_{yz}$ [N/m]	$C_{yy} = C_{zz}$ [kg/s]	$C_{zy} = -C_{yz}$ [kg/s]
Empuxo magnético específico	6 ao 15	$-6,00 \cdot 10^7$	0,00	0,00	0,00
Mancal de guia intermediário	17	$6,13 \cdot 10^8$	$3,07 \cdot 10^7$	$1,50 \cdot 10^6$	$7,50 \cdot 10^4$
Mancal de guia inferior	24	$9,81 \cdot 10^8$	$4,91 \cdot 10^7$	$2,00 \cdot 10^7$	$1,00 \cdot 10^6$

Cabe salientar que as frequências naturais torcionais para esta nova configuração permanecem as mesmas obtidas no item 7.2.1, pois tais frequências não dependem dos mancais.

#### 7.4.1 Análise das Influências dos Esforços Normais e do Acoplamento Flexo-Torcional

Neste item, foram repetidas as análises realizadas no item 7.2.3, para o Rotor 2, com configuração *umbrella*, para verificar o grau de influência que os esforços normais no eixo e/ou o acoplamento flexo-torcional exercem nas frequências críticas do rotor de um hidrogerador com essa configuração.

O Empuxo Hidráulico fornecido pelo fabricante da turbina (que é somado aos pesos dos componentes do rotor para determinação dos esforços normais de tração), bem como as excentricidades usadas são apresentados na tabela 7.8 para o Rotor 2, sem que se faça necessária qualquer modificação. A obtenção das excentricidades foi demonstrada no item 7.3.1.

Conforme exposto nos itens 4.5 e 7.2.3, a excentricidade  $e$  é considerada positiva na direção  $z$  positiva. Para considerar a influência da excentricidade da roda da turbina a  $0^\circ$  das excentricidades do rotor do gerador e também a  $180^\circ$  dessas, cada análise com acoplamento flexo-torcional foi desdobrada em duas, sendo uma com a excentricidade da roda da turbina positiva, e outra com a excentricidade da roda da turbina negativa. O nó da roda da turbina, como se pode observar na figura 7.2, é o 28.

Pelos resultados das frequências críticas, apresentados na tabela 7.13, verifica-se que os esforços normais no eixo e o acoplamento flexo-torcional têm influências desprezíveis nas frequências críticas, mesmo quando o hidrogerador é do tipo *umbrella*. Nota-se que, tanto nas primeiras rotações críticas, como nas segundas, a diferença máxima encontrada foi de 1 rpm.

Tabela 7.13: Comparação das frequências críticas levando, ou não em consideração o esforço normal no eixo e o acoplamento flexo-torcional para máquina *umbrella*

Esforço normal no eixo	Acoplamento flexo-torcional	Sinal da excentricidade roda turbina	1ª $\omega_{cr}$ [rad/s]	1ª $\omega_{cs}$ [rad/s]	2ª $\omega_{cr}$ [rad/s]	2ª $\omega_{cs}$ [rad/s]
Não	Não	Não aplicável	37,8 (361)	72,7 (694)	71,2 (680)	---
		Positivo	37,7 (360)	72,7 (694)	71,3 (680)	---
	Negativo					
Sim	Não	Não aplicável	37,8 (361)	72,8 (695)	71,4 (681)	---
		Positivo	37,7 (360)	72,8 (695)	71,4 (681)	---
	Negativo					
Obs.: valores entre parêntesis em rpm						

As segundas frequências críticas síncronas não existem, em função das segundas frequências naturais tornarem-se cada vez mais altas com o aumento da velocidade angular de rotação do rotor, fazendo com que a curva dessas frequências não seja interseccionada pela reta de coeficiente angular unitário, como propõe a figura 4.6, ou seja, não existe uma segunda frequência natural igual ao respectivo valor de velocidade de rotação angular. Fenômeno idêntico já havia sido verificado na análise do item 6.1.3 (ver figura 6.2).

Da mesma forma que para os dados apresentados na tabela 7.9, observa-se que os dados da tabela 7.13, tanto para excentricidades dos rotores dos geradores e das rodas das turbinas nas mesmas posições angulares, como defasadas de 180°, geram-se os mesmos valores de frequências críticas. Tal constatação vem a reforçar a conclusão chegada no item 7.2.3, de que as diferenças entre análises com ou sem acoplamento flexo-torcional são conseqüências apenas da imprecisão numérica e não do fenômeno físico, pois se usam matrizes de ordem diferente à das análises flexionais puras (6 x 6 nas primeiras e 4 x 4 nas segundas).

#### 7.4.2 Influência da Configuração *Umbrella* nas Frequências Críticas

A seguir, será feita uma comparação das frequências críticas obtidas para o Rotor 2, na configuração *umbrella* (1º mancal de guia no nó 17), com aquelas obtidas no item 7.2.2, para a configuração original do mesmo rotor (1º mancal de guia no nó 3). Neste item, não serão considerados os esforços normais no eixo, nem o acoplamento flexo-torcional.

A tabela 7.14 apresenta os resultados das frequências críticas obtidos para as duas configurações de mancais, com e sem o empuxo magnético específico (condição normal de operação e condição de disparo).

A figura 7.25 apresenta os modos de oscilações flexionais com a configuração *umbrella* do rotor em estudo, na condição de normal de operação (com empuxo magnético específico).

Tabela 7.14: Comparação das frequências críticas com a configuração original e com a configuração *umbrella* do Rotor 2

Condição de operação	Configuração dos mancais	1ª $\omega_{cr}$ [rad/s]	1ª $\omega_{cs}$ [rad/s]	2ª $\omega_{cr}$ [rad/s]	2ª $\omega_{cs}$ [rad/s]
Normal (com empuxo magnético específico)	Original	17,4 (166)	23,6 (225)	32,6 (312)	73,7 (704)
	Umbrella	37,8 (361)	72,1 (694)	71,2 (680)	---
Disparo (sem empuxo magnético específico)	Original	23,3 (222)	36,8 (351)	39,0 (373)	74,1 (708)
	Umbrella	10,7 (102)	24,0 (229)	42,6 (407)	72,8 (695)
Obs.: valores entre parêntesis em rpm					

Pela tabela 7.14, verifica-se, para o rotor em estudo, que o empuxo magnético específico, na configuração *umbrella*, faz aumentar as frequências críticas, deixando a máquina mais estável, ao contrário do que acontece com a máquina na condição original. Tal configuração seria uma boa opção de construção para esta máquina, se não fosse o problema das frequências críticas na mesma tornarem-se menores quando ela estiver sem excitação (sem empuxo magnético). Nesse último caso, a primeira frequência crítica retrógrada ficou abaixo da velocidade máxima de disparo (220 rpm) e a primeira frequência crítica síncrona, apenas 9 rpm acima.

O fenômeno de não haver uma das segundas frequências críticas síncronas é idêntico ao verificado no item 7.4.1, ou seja, a curva das segundas frequências naturais não é interseccionada pela reta de coeficiente angular unitário, como propõe a figura 4.6, ou melhor explicando, não existe uma segunda frequência natural igual ao respectivo valor de velocidade de rotação angular.

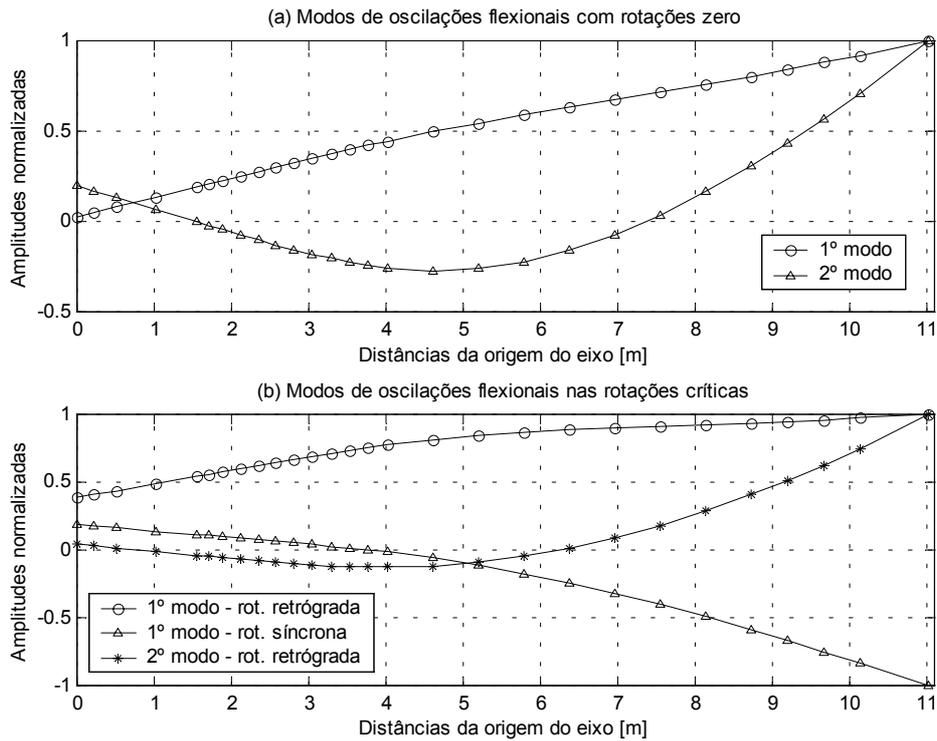


Figura 7.25: Modos de oscilações flexionais do Rotor 2 – configuração *umbrella* – com empuxo magnético específico

### 7.4.3 Curvas de Frequências Críticas Flexionais em Função das Rigidezes dos Apoios

Neste item, foi estendido ao Rotor 2, com configuração *umbrella*, o estudo realizado no item 7.2.4, o qual traça as curvas das frequências críticas em função das rigidezes dos apoios, para verificar a influência que dados imprecisos de rigidezes de mancais e de empuxos magnéticos podem ter sobre informações de frequências críticas. Na figura 7.26, usou-se o empuxo magnético, variando-se este na mesma taxa que foram variadas todas as rigidezes de mancais. Na figura 7.27, repetiu-se a análise, porém usando empuxo magnético nulo.

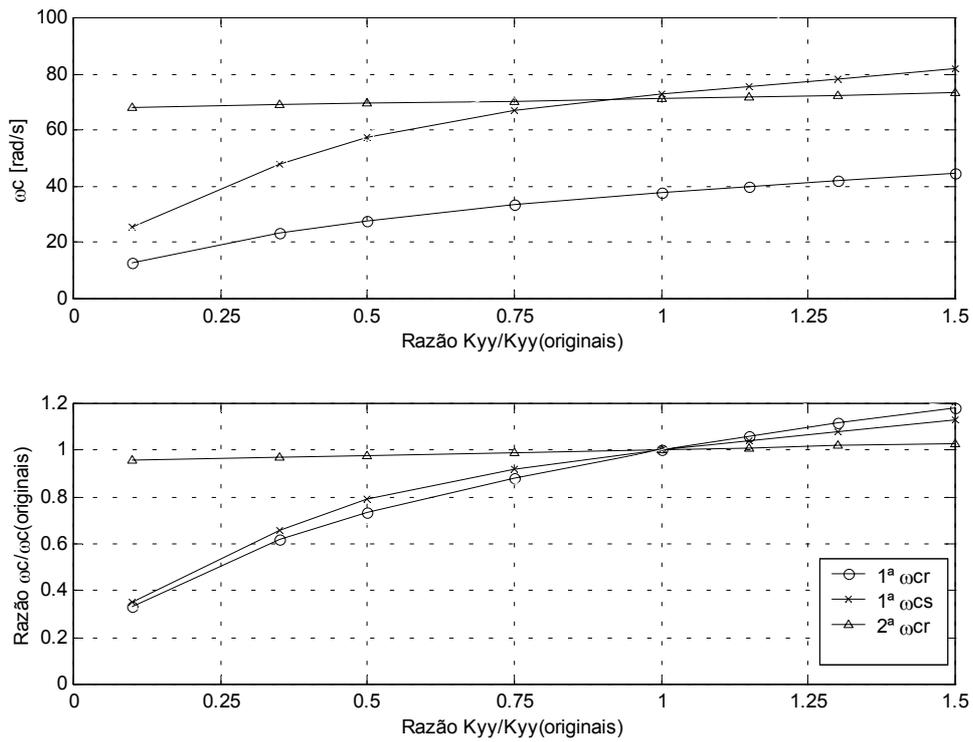


Figura 7.26: Rotor 2 *umbrella* com empuxo magnético – frequências críticas x rigidezes dos apoios

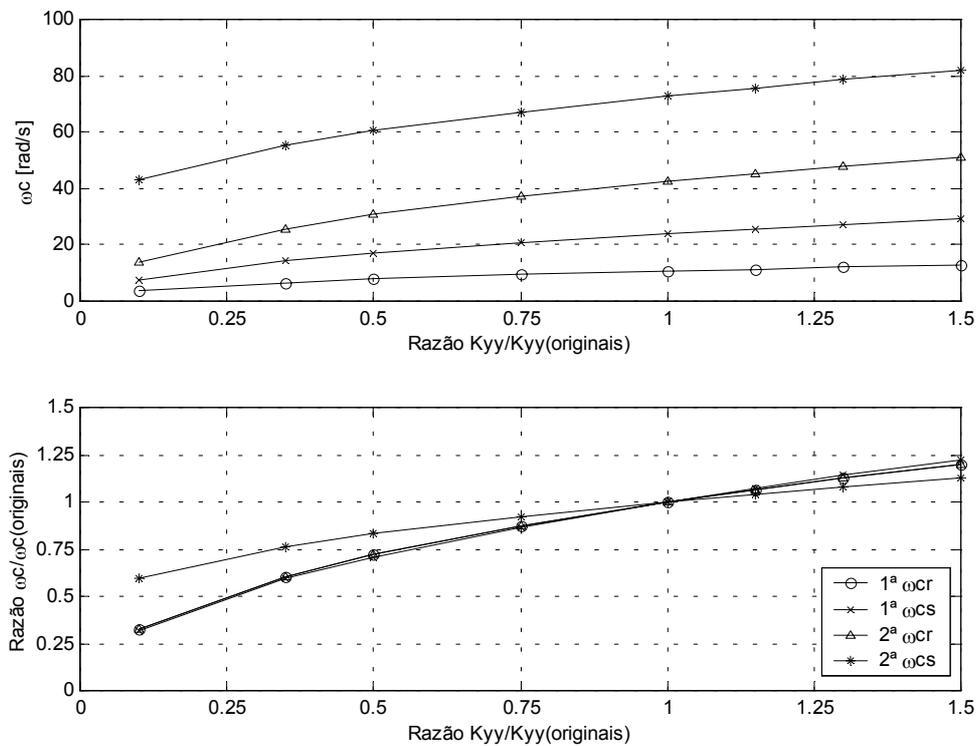


Figura 7.27: Rotor 2 *umbrella* sem empuxo magnético – frequências críticas x rigidezes dos apoios

A tabela 7.15 apresenta um comparativo das razões entre as frequências críticas com rigidezes modificadas e as frequências críticas com rigidezes originais em função das razões entre as rigidezes modificadas (que geraram essas novas frequências críticas) e as rigidezes originais, com e sem empuxo magnético. Foram apresentadas nessa tabela somente as primeiras frequências críticas, pois além de serem as de maior importância em hidrogeradores, a configuração *umbrella* com empuxo magnético específico nem possui a segunda frequência crítica síncrona, conforme verificado nos itens 7.4.1 e 7.4.2. Nota-se que a configuração *umbrella* é ligeiramente mais estável, pois possui, na maioria dos casos, variações nas primeiras frequências críticas ligeiramente menores que as da configuração original de projeto.

Tabela 7.15: Variação das frequências críticas x variação das rigidezes dos apoios para configuração original e configuração *umbrella* do Rotor 2

Frequência crítica	Empuxo magnético	Configuração dos mancais		Razão $K_{yy} / K_{yy\_original}$							
				0,10	0,35	0,50	0,75	1,00	1,15	1,30	1,50
1ª retrógrada	Sim	Normal	Razão $\omega_c / \omega_c\_original$	0,32	0,60	0,71	0,87	1,00	1,07	1,13	1,22
		Umbrella		0,33	0,62	0,73	0,88	1,00	1,06	1,11	1,18
	Não	Normal		0,32	0,60	0,72	0,87	1,00	1,07	1,13	1,21
		Umbrella		0,32	0,61	0,72	0,88	1,00	1,07	1,13	1,20
1ª síncrona	Sim	Normal		0,34	0,63	0,74	0,89	1,00	1,06	1,11	1,17
		Umbrella		0,35	0,66	0,79	0,92	1,00	1,04	1,08	1,13
	Não	Normal		0,33	0,61	0,72	0,87	1,00	1,07	1,13	1,20
		Umbrella		0,32	0,59	0,71	0,87	1,00	1,07	1,14	1,22

#### 7.4.4 Amplitudes Dinâmicas Máximas

Este item é uma extensão do item 7.3.2 ao Rotor 2 com a configuração *umbrella*. Foram feitas análises das amplitudes dinâmicas máximas  $a$  (raio maior da órbita elíptica calculado pela equação 4.63), na rotação nominal do rotor (120 rpm), em função dos desbalanceamentos cujas excentricidades são determinadas no item 7.3.1 e as distribuições angulares apresentadas na tabela 7.10, para o Rotor 2, e também em função das propriedades dos mancais.

As amplitudes  $a$ , obtidas ao longo da linha de eixo do rotor, nas posições axiais  $x$ , são apresentadas na figura 7.28. Os desbalanceamentos 1, 2 e 3 tratados nesta figura são aqueles apresentados na tabela 7.10, em função da distribuição angular das excentricidades.

As propriedades completas dos apoios, usadas neste item são apresentadas na tabela 7.12. Os sinais negativos de  $K_{yz}$  e  $C_{yz}$  são função do referencial adotado e foram tratados no item 3.1.1.

As configurações de mancais adotadas para as análises foram as seguintes:

- Configuração 1 dos mancais: considerado somente  $K_{yy}$  e  $K_{zz}$  ;
- Configuração 2 dos mancais: considerado  $K_{yy}$ ,  $K_{zz}$ ,  $K_{zy}$  e  $K_{yz}$  ;
- Configuração 3 dos mancais: considerado  $K_{yy}$ ,  $K_{zz}$ ,  $K_{zy}$ ,  $K_{yz}$ ,  $C_{yy}$ ,  $C_{zz}$ ,  $C_{zy}$  e  $C_{yz}$  ;

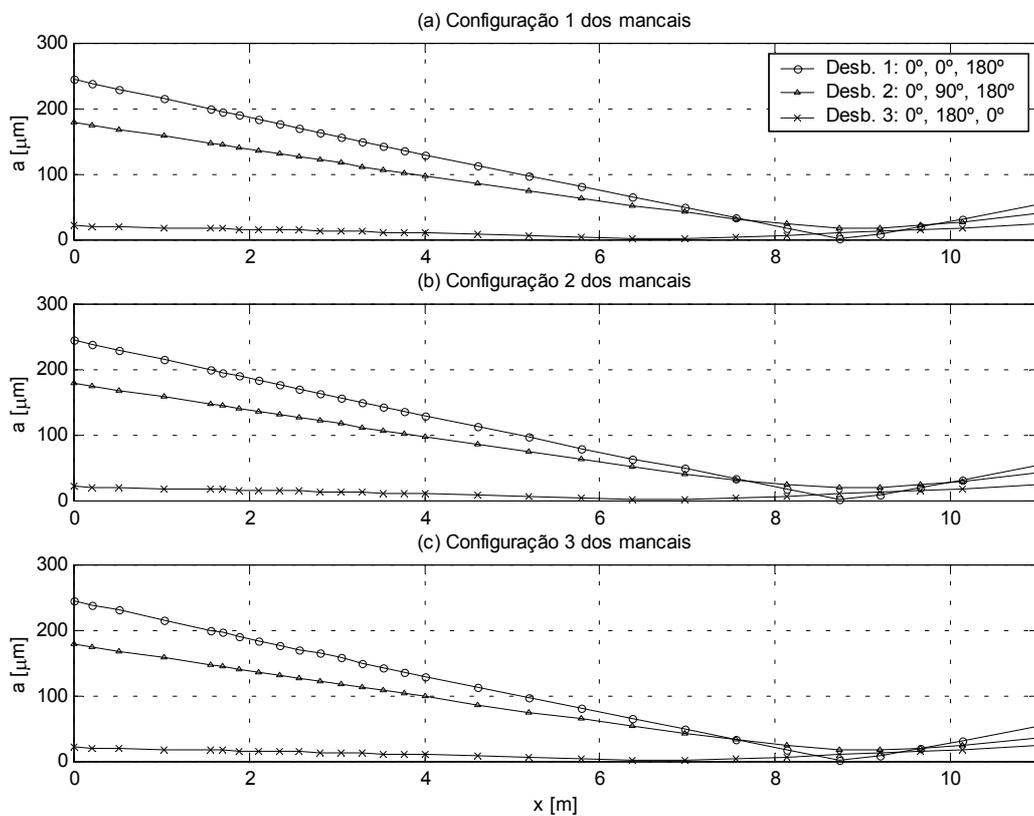


Figura 7.28: Amplitudes dinâmicas máximas em função dos desbalanceamentos e das propriedades dos mancais, para o Rotor 2 – configuração *umbrella*

A figura 7.28 nos mostra que o pior desbalanceamento (aquele que gera maiores amplitudes) é novamente o desbalanceamento 1, ou seja, o desbalanceamento da roda da turbina a 180° do desbalanceamento do rotor do gerador. Por essa figura, percebe-se ainda que, na rotação nominal, as rigidezes transversais e os amortecimentos utilizados não têm influência significativa nas amplitudes.

## 8 CONCLUSÕES

A seguir, serão expostas algumas conclusões verificadas nas análises feitas no presente trabalho, com o Método das Matrizes de Transferência.

Em relação à comparação com os resultados analíticos, para rotores simples, obtiveram-se os mesmos valores, ou seja, 0 % de desvio, para as frequências naturais do modelo, sem levar em conta o efeito giroscópico, que é bastante difícil de ser considerado analiticamente. Para as respostas dinâmicas, obteve-se um desvio máximo de 0,4 %, entre os resultados obtidos pelo Método Analítico e pelo Método das Matrizes de Transferência. Conclui-se que tal desvio está apenas relacionado aos arredondamentos numéricos desenvolvidos nas duas análises.

Quanto às frequências críticas para os rotores de hidrogeradores reais, obtidas tanto pelas vibrações livres como pelas vibrações forçadas, se comparados os resultados frutos das mesmas premissas (mancais isotrópicos sem amortecimento e sem rigidezes transversais), verifica-se um desvio máximo de 1 %. Cabe salientar que o método de se encontrar as frequências críticas através das respostas dinâmicas (espectro de amplitudes) é consideravelmente mais veloz que o método pelas vibrações livres, além de fornecer uma série de outras informações a mais, que mostram o que realmente acontece ao longo da linha de eixo, em função de um certo desbalanceamento residual. É também bastante mais simples obterem-se as frequências críticas através do espectro de amplitudes quando se trabalha com rotores montados sobre mancais anisotrópicos.

A consideração dos esforços normais nas análises dinâmicas das linhas de eixos de hidrogeradores é desprezível, pois as frequências críticas, levando em conta ou não os esforços normais nos eixos, apresentaram diferenças de 0% a 0,6 . Por essa razão, pode-se afirmar que as posições axiais onde se encontram os mancais de escora são indiferentes nas estabilidades das linhas de eixos desses equipamentos, pelo menos no que tange à distribuição dos tipos de esforços normais gerados (tração e compressão).

O acoplamento flexo-torcional não influencia as frequências críticas de hidrogeradores. Tanto para excentricidades das rodas das turbinas a 0° ou a 180° das excentricidades dos rotores dos geradores, os valores de frequências críticas permaneceram os mesmos. Tais análises também foram feitas com excentricidades dez vezes menores e os valores das frequências críticas também permaneceram os mesmos. Pode-se então dizer que as pequenas diferenças entre

os valores das frequências críticas encontradas, levando em conta ou não o acoplamento flexo-torcional, estão relacionadas a erros numéricos e não ao fenômeno físico propriamente dito. As diferenças numéricas se devem ao fato de que, na análise flexional simples, utilizam-se matrizes de ordem 4x4 e, na análise flexo-torcional, utilizam-se matrizes da ordem 6x6.

A explicação de não haver acoplamento flexo-torcional em rotores de hidrogeradores é que as excentricidades em relação à linha de eixo são apenas os desbalanceamentos residuais, que são infinitamente menores que os raios de giração dos elementos de massa de tais rotores. Tal situação é diferente, por exemplo, em um virabrequim de motor a combustão interna, onde as excentricidades de massa são da ordem de grandeza dos braços das manivelas e, conseqüentemente, da mesma ordem de grandeza dos raios de giração de massas.

Quanto ao rotor analisado com a configuração *umbrella* (sem o mancal de guia acima do rotor do gerador), esse mostrou-se menos estável dinamicamente nessa configuração em função de suas frequências críticas flexionais terem apresentado módulos menores (a primeira frequência crítica síncrona e a primeira frequência crítica retrógrada caíram bruscamente), sem o empuxo magnético, ao contrário do que acontece com máquinas com mancais de guia superior, nas quais os módulos das frequências críticas aumentam em função da ausência do empuxo magnético. A máquina sem empuxo magnético (conseqüência da ausência de corrente de excitação nos pólos) atinge velocidades de rotação mais altas (quando a máquina perde o sincronismo com a rede elétrica é desexcitada) e, portanto, o ideal é que, nessa condição, o rotor possua frequências críticas mais altas.

O número de estações que foram usados nas duas discretizações do capítulo 7 é satisfatório, pois inicialmente verificaram-se as frequências críticas dos dois rotores com aproximadamente um terço das estações apresentadas neste trabalho, obtendo-se diferenças não maiores que 2 % em relação aos resultados finais. O motivo de se usar um número bem maior de estações é para poder obterem-se resultados em mais pontos, uma vez que não se encontraram problemas com velocidade de processamento e memória alocada nas análises elaboradas. Pode-se dizer que para uma boa aproximação dos resultados, bastam dois ou três nós no rotor do gerador, um nó no centro da roda da turbina, um nó em cada centro de mancal de guia e mais alguns nós intermediários para evitar estações muito longas. Uma boa regra pode ser manter o comprimento da estação em até 5 vezes o diâmetro externo da mesma, ou seja,  $L_i \leq 5 \cdot D_{E_i}$ .

O tempo de processamento computacional com o Método das Matrizes de Transferência é bastante baixo, pois com os números de elementos usados, uma análise modal não levou mais

de três minutos em um microcomputador do tipo PC. Tal tempo é ainda mais reduzido quando se trabalha com respostas dinâmicas, pois não são encontradas as frequências naturais para cada velocidade angular de rotação do rotor, mas simplesmente as amplitudes que ele atinge em cada velocidade.

Por fim, vale salientar que a simulação numérica nem sempre traduz fielmente a realidade, pois, apesar da convergência dos valores obtidos por vários métodos, nem sempre as premissas adotadas na simulação abrangem toda a gama de fenômenos importantes envolvidos no processo. Toda simulação faz simplificações e, muitas vezes, tais simplificações podem acarretar em se desconsiderarem fenômenos importantes, ocasionando resultados que não condizem com a prática. Para uma maior certeza nos resultados, simularam-se fenômenos que, ao final, revelaram-se insignificantes na dinâmica de hidrogeradores, mas que, inicialmente, eram de influência desconhecida, tais como os esforços normais nos eixos e o acoplamento flexo-torcional. Um bom exemplo de fenômeno que foi verificado em campo em alguns casos, por alguns fabricantes, e não foi considerado no presente trabalho, devido à complexidade do assunto, é o desalinhamento dos mancais, em máquinas com três mancais de guia. Em consequência do desalinhamento, a distribuição de carregamentos sobre os mancais pode se diferenciar daquela obtida numericamente, mudando o comportamento dinâmico do rotor. Geralmente, na partida, o rotor apóia-se quase que somente em dois mancais, porém não chega a gerar problemas com frequências críticas baixas, devido aos filmes de óleo ainda estarem frios e, portanto, mais rígidos que nas condições de operação. Quando os filmes de óleo dos mancais carregados se aquecem, tornam-se menos rígidos e começam a descarregar os esforços do rotor sobre o mancal que, inicialmente, estava menos carregado, gerando assim uma melhor distribuição dos esforços.

## 9 SUGESTÕES PARA FUTUROS ESTUDOS

Para futuros estudos na área de geradores de energia elétrica, a seguir, sugerem-se alguns tópicos:

Um estudo mais detalhado para a determinação das propriedades de rigidezes e amortecimentos dos mancais com filme de óleo, principalmente daqueles segmentados, cuja bibliografia é mais rara e que são os aplicados em hidrogeradores verticais, gerando assim subsídios para a análise dinâmica de rotores desenvolvida nesse trabalho.

Sugere-se também a continuação do presente trabalho. Existem várias ramificações a serem desenvolvidas como, por exemplo, análise de fadiga nos eixos, levando em conta as oscilações devido ao desbalanceamento residual, inclusão do amortecimento estrutural dos eixos, estudo do amortecimento em rotores de turbogeradores devido ao enrolamento de campo (turbogeradores possuem rasgos axiais, onde são montadas as bobinas dos pólos e estas podem gerar amortecimento devido ao atrito entre o cobre e o material isolante e entre o material isolante e o material do eixo), determinação dos esforços dinâmicos sobre os mancais e, conseqüentemente, níveis de pressão sobre o filme de óleo, verificando se o mesmo não corre risco de rompimento. Cabe salientar que, para uma análise de fadiga no eixo, não basta apenas considerar os esforços dinâmicos devido ao desbalanceamento, pois durante a vida de um grupo gerador, esse pode vir a sofrer esforços acidentais como torques nos eixos, devido a sincronismos fora de fase com a rede elétrica, em função de acidentes na partida, além dos picos de torque sofridos nas partidas e paradas dos equipamentos, bem como o torque nominal estático, devido à transmissão de potência mecânica da turbina para o gerador.

Após a elaboração dos estudos sugeridos anteriormente, pode-se ainda pensar em desenvolver rotinas computacionais de otimização de projetos de rotores de turbo e hidrogeradores, dimensionando os mancais e os eixos, para minimizar os custos com materiais e mão-de-obra, garantindo a segurança contra falha do equipamento durante a sua vida operante.

Outra sugestão interessante, essa mais ligada à área da Informática, seria a elaboração de *softwares* auto-executáveis (sem a necessidade de rodarem sobre um outro *software* como o MATLAB que foi usado no presente trabalho) para análises dinâmicas de rotores, com interfaces mais amigáveis ao usuário.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA

**Boletim de Energia**, n.10, de 11 a 17 de janeiro de 2002, disponível em: [www.anel.com.br](http://www.anel.com.br)

ALMEIDA, M.T.

1987, **Vibrações Mecânicas para Engenheiros**, Edgard Blücher, São Paulo.

BEER, F.P., JOHNSTON, E.R.

1991, **Mecânica Vetorial para Engenheiros: Cinemática e Dinâmica**, Makron Books, São Paulo.

FINKELSTEIN, A.R.,

1965, “Myklestad’s Method for Predicting Whirl Velocity as a Function of Rotational Velocity for Flexible Multimass Rotor Systems” **Journey of applied mechanics**, ASME, September, V.32, n.3, pp. 589-591.

FULLER, D.D.

1961 **Teoria y Practica de la Lubrificacion**, Ediciones Interciencia, Madrid.

GREEN, R.B

1948, “Gyroscopic Effects on the Critical Speeds of Flexible Rotors”, **Journal of applied mechanics**, ASME. December, V.15, n.4, pp. 369-376.

ISO 1940

1973, **Qualité d’Équilibrage des Corps Rigides en Rotation**.

OHISHI, H., *et al.*

1987, “Radial Magnetic Pull in Salient Pole Machines with Eccentric Rotors” **IEEE Transactions on Energy Conversion**, September, V. EC-2, n. 3, pp 439-443.

MATLAB

**Tutoriais do Matlab**, Mathworks.

MATOS, D.F.S.

1997, **Matriz de Transferência na Análise Dinâmica de Eixos Elásticos Considerando o Efeito Giroscópico**, M. Eng., PROMEC–UFRGS, P. Alegre.

NORTON R.L.

1998, **Machine Design, an Integrated Approach**, Prentice-Hall, New Jersey.

O’CONNOR, J.J., BOYD, J., AVALLONE, E.A.

1968, **Stand Handbook of Lubrication Engineering**, McGraw-Hill, New York.

PESTEL, E.C., LECKIE, F.A.

1963, **Matrix Methods in Elastomechanics**, McGraw-Hill, New York.

PIPES, L.A.

1963, **Matrix Methods for Engineering**, Prentice-Hall, New Jersey.

RAO, J.S.

1983, **Rotor Dynamics**, Wiley Eastern, New Delhi.

ROBINSON, R.C.,

1943, “The Calculation of Unbalanced Magnetic Pull in Synchronous and Induction Motors”

**Trans. A.I.E.E.**, October, V. 62, n. 3, pp 620-624.

ROSENGERG, E.,

1918, “Magnetic Pull in Electric Machines” **Trans. A.I.E.E.**, V. 37, pt. 2, pp. 1425-1469.

RUBBO, V.

1967, **Turbine Idrauliche, Regolazione, Progetti, Costruzione, Collaudo, Schemi e Tabelle di Calcolo**, Bignami, Milano.

SALVINI, S., *et al.*

1994, **Manuale dell’Ingegnere Meccanico**, Hoepli, Milano.

SUBIA, J.E.P.

1987, **Obtenção das Frequências Naturais em Torres Estaiadas pelo Método da Matriz de Transferência, Representando o Feixe de Cabos por uma Rigidez Horizontal Dinâmica**, M. Eng., PROMEC–UFRGS, P. Alegre.

THOMSON, W.T.

1948, **Vibration Theory and Applications**, Prentice-Hall, New Jersey.

TIMOSHENKO, S., YOUNG, D.H.

1928, **Vibration Problems in Engineering**, D. van Nostrand Company Inc., New Jersey.

VANCE, J.M.

1987, **Rotordynamics of Turbomachinery**, John Wiley & Sons, New York.

VAN SANTEN, G.W.

1953, **Introduction to a Study of Mechanical Vibration**, N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken,  
Eindhoven (Holland).

WILCOCK, D. F., BOOSER, E.R.

1957, **Bearing Design and Application**, McGraw-Hill, New York.

## APÊNDICE I

### CÁLCULOS DAS PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS DISCRETIZADOS

Para a análise dinâmica de rotores, fazem-se necessários pré-cálculos que determinam as propriedades de massas e geométricas dos elementos discretizados do rotor em estudo.

As propriedades geométricas a serem calculadas são:  $A_i$  – área da seção transversal do  $i$ ésimo elemento e  $J_i$  – momento de inércia transversal de área do  $i$ ésimo elemento.

As propriedades de massas a serem calculadas são:  $m_i$  – massa do  $i$ ésimo nó,  $J_{P_i}$  – momento de inércia polar de massa do  $i$ ésimo nó e  $J_{T_i}$  – momento de inércia transversal de massa do  $i$ ésimo nó.

#### I.1 PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

##### I.1.1 Área da Seção Transversal do $i$ ésimo Elemento

A área da seção transversal para uma coroa circular, que é o caso das seções transversais de eixos de hidrogeradores, é dada por:

$$A_i = \pi \cdot \frac{D_{E_i}^2 - D_{I_i}^2}{4} \quad (I.1)$$

Onde  $D_{E_i}$  e  $D_{I_i}$  são respectivamente os diâmetros externo e interno do segmento de eixo do elemento em questão.

##### I.1.2 Momento de Inércia Transversal de Área do $i$ ésimo Elemento

O momento de inércia transversal de área para uma coroa circular é dado por:

$$J_i = \pi \cdot \frac{D_{E_i}^4 - D_{I_i}^4}{64} \quad (I.2)$$

## I.2 PROPRIEDADES DE MASSAS

Para o cálculo das propriedades de massas, que são as propriedades que serão aplicadas nas extremidades das estações (nós), procede-se, inicialmente, calculando-as para a estação em questão. Feitos estes cálculos, divide-se cada propriedade por 2 (dois) e aplica-se metade em cada nó limite da estação em questão. Assim, os nós das extremidades do modelo possuem a metade dos valores das propriedades de massas das estações que tocam nesses. Os nós intermediários do modelo possuem propriedades de massas que são a soma das metades dos valores das propriedades das duas estações que fazem limites através desses. Tal procedimento vem ao encontro do exposto no item 4.1.

O procedimento citado no parágrafo anterior é uma sofisticação e não é de extrema necessidade. A maioria dos programas de cálculo pelo Método das Matrizes de Transferência existentes não o adotam, jogando as propriedades de massas integralmente no nó de início do elemento.

### I.2.1 Massa do Iésimo Nó

A massa da iésima estação é dada por:

$$m_{esti} = A_i \cdot L_i \cdot \rho + m_{adic_i} \quad (I.3)$$

Onde:  $L_i$  é o comprimento da estação,  $\rho$  a massa específica do material, que, para o nosso caso, será a do aço ( $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ ), e  $m_{adic_i}$  é a massa adicional à iésima estação, ou seja, a massa de componentes fixados na estação, que não são a coroa circular do segmento de eixo, como, por exemplo, pólos e anel magnético do gerador, anéis coletores, anéis deslizantes dos mancais, pás da turbina, etc.

A massa do iésimo nó, a ser aplicada na matriz ponto, como definida anteriormente, será então:

$$m_i = \frac{m_{esti} + m_{est_{i-1}}}{2} \quad (I.4)$$

### I.2.2 Momento de Inércia Polar de Massa do Iésimo Nó

O momento de inércia polar de massa da iésima estação é dado por:

$$J_{Pest_i} = 2 \cdot J_i \cdot L_i \cdot \rho + J_{Padic_i} \quad (I.5)$$

Onde analogamente a  $m_{adic_i}$ ,  $J_{Padic_i}$  é o momento polar de massa adicional a  $i$ ésima estação, ou seja, o momento polar de massa dos componentes fixados na estação, em relação à linha de eixo do rotor.

O momento de inércia polar de massa do  $i$ ésimo nó, a ser aplicado na respectiva matriz ponto, é:

$$J_{P_i} = \frac{J_{Pest_i} - J_{Pest_{i-1}}}{2} \quad (I.6)$$

### I.2.3 Momento de Inércia Transversal de Massa do $i$ ésimo Nó

O momento de inércia transversal de massa para cilindros, tanto vazados como maciços, com relações  $D_{E_i} \gg L_i$ , é dado por:

$$J_{T_i} = \frac{J_{P_i}}{2} \quad (I.7)$$

A condição de  $D_{E_i} \gg L_i$ , para a validade da equação I.7, não é perfeitamente satisfeita quando se trabalha com as estações referentes aos eixos do grupo gerador, principalmente quando se discretiza esses em poucas estações, porém o efeito do momento de inércia de massa transversal desses elementos é desprezível. Bastaria considerar-se nas análises apenas os momentos de inércias de massas, tanto transversais como polares, apenas da roda da turbina e principalmente do rotor do gerador, e nesses elementos tal condição é satisfatoriamente obedecida. Neste caso, o diâmetro externo  $D_{E_i}$  que deve ser considerado para a validação da equação I.7 não é o diâmetro externo da seção do eixo, usada para o cálculo das propriedades geométricas e de massa, mas o diâmetro externo do componente com os acessórios adicionais.

## APÊNDICE II

### PROGRAMAS DE CÁLCULOS – *SOLVERS*

#### II.1 PROGRAMA DE CÁLCULO fnt.m

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%   PROGRAMA PARA CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS TORCIONAIS DE ROTORES   %
%
%                               Autor: Luis Eduardo Quitzrau                    %
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Módulos de elasticidade do aço [ Pa ]:
E=2.06E11;
G=E/(2*1.29);

clear omegant y3; % Limpa as variáveis

clc
n_omegant=input('Número de Frequências Naturais Torcionais a Encontrar? ')

% Matrizes campo:

for n=1:n_elem,
    Ft(:, :, n)=eye(2);
    Ft(1, 2, n)=L(n)/(2*J(n)*G);
end

% Começa o laço varrendo as frequências naturais:

omegaf(1)=0;
q=1;
k=0;

while k<n_omegant,

    % Matrizes pontos:

    for n=1:n_elem,
        Pt(:, :, n)=eye(2);
        Pt(2, 1, n)=-omegaf(q)^2*JP(n);
    end

    % Gera a matriz global:

    for n=1:n_elem,
        Zt(:, :, n)=double(Ft(:, :, n)*Pt(:, :, n));
    end

    Zt_tot=Zt(:, :, 1);

    for n=2:n_elem,
        Zt_tot=Zt(:, :, n)*Zt_tot;
    end
end
```

```

% Aplica as condições de contorno (elimina três linhas e três colunas)
% e calcula o determinante da matriz global reduzida:

Deltat(q)=Zt_tot(2,1);

% Procura a frequência natural (valor de "omegaf" que zera o determinante
% da matriz reduzida, para uma dada velocidade de rotação "omega"):

if q>1,
    if Deltat(q-1)/Deltat(q)<0
        k=k+1;
        omegant(k)=(omegaf(q-1)*Deltat(q)-omegaf(q)*Deltat(q-1))/(Deltat(q)-
            Deltat(q-1));
    end
end

q=q+1;
omegaf(q)=omegaf(q-1)+passo;

end

% Mostra frequências naturais torcionais:

clc
omegant'

for k=1:n_omegant

    % Elementos da matriz ponto do elemento "n" que
    % dependem da frequência natural:

    for n=1:n_elem,
        Pt(2,1,n)=-omegant(k)^2*JP(n);
    end

    % Gera a matriz global:

    for n=1:n_elem,
        Zt(:, :, n)=double(Ft(:, :, n)*Pt(:, :, n));
    end

    % Vetores pontos:

    St(:,1)=[1 0]';

    for n=1:n_elem,
        St(:,n+1)=Zt(:, :, n)*St(:,n);
    end

    % Gera uma matriz com as amplitudes nas seções:

    y3(k,:)=St(1,:);

    % Normaliza estas as amplitudes:

    y3(k,:)=y3(k,:)/max(abs(y3(k,:)));

end % k

% Gera o eixo das abscissas (ao longo do eixo do rotor):

x(1)=0;

```

```

for n=1:n_elem,
    x(n+1)=x(n)+L(n);
end

% Gera o gráfico com os modos:

plot(x,y3)
xlabel('Distâncias da origem do eixo [m]');
ylabel('Amplitudes angulares normalizadas');
title('Modos de oscilação torcional')
grid;

```

## II.2 PROGRAMA DE CÁLCULO fcp.m

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%   PROGRAMA PARA CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS CRÍTICAS FLEXIONAIS
%   SÍNCRONAS E RETRÓGRADAS DE ROTORES EM UM PLANO
%
%                               Autor: Luis Eduardo Quitzeira
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clc
clear omegacr omegacs omegan F P Z Z_tot; % Limpa as variáveis

% Número de frequências naturais a encontrar:

n_omegan=2;

% Módulo de elasticidade do aço [ Pa ]:

E=2.06E11;

% Matrizes campos:

for n=1:n_elem,

    gama(n)=sqrt(abs(N(n))*L(n)^2/(E*J(n)));

    F(:, :, n)=eye(4);

    % Escolhe as matrizes campos em função do tipo de esforço normal:

    tipo(n)=double(2*(N(n)>0)+(N(n)==0));

    switch tipo(n)

    case 2 % com normal positiva (tração)

        F(1,2,n)=double(L(n)*sinh(gama(n))/gama(n));
        F(1,3,n)=double(L(n)^2/(E*J(n))*(cosh(gama(n))-1)/gama(n)^2);
        F(1,4,n)=double(L(n)^3/(E*J(n))*(sinh(gama(n))-gama(n))/gama(n)^3);
        F(2,2,n)=double(cosh(gama(n)));
        F(2,3,n)=double(L(n)/(E*J(n))*sinh(gama(n))/gama(n));
        F(2,4,n)=F(1,3,n);
        F(3,2,n)=double(N(n)*L(n)*sinh(gama(n))/gama(n));

```

```

F(3,3,n)=F(2,2,n);
F(3,4,n)=F(1,2,n);

case 0 % com normal negativa (compressão)

F(1,2,n)=double(L(n)*sin(gama(n))/gama(n));
F(1,3,n)=double(L(n)^2/(E*J(n))*(1-cos(gama(n)))/gama(n)^2);
F(1,4,n)=double(L(n)^3/(E*J(n))*(gama(n)-sin(gama(n)))/gama(n)^3);
F(2,2,n)=double(cos(gama(n)));
F(2,3,n)=double(L(n)/(E*J(n))*sin(gama(n))/gama(n));
F(2,4,n)=F(1,3,n);
F(3,2,n)=double(N(n)*L(n)*sin(gama(n))/gama(n));
F(3,3,n)=F(2,2,n);
F(3,4,n)=F(1,2,n);

otherwise % com normal nula

F(1,2,n)=double(L(n));
F(1,3,n)=double(L(n)^2/(2*E*J(n)));
F(1,4,n)=double(L(n)^3/(6*E*J(n)));
F(2,3,n)=double(L(n)/(E*J(n)));
F(2,4,n)=F(1,3,n);
F(3,4,n)=F(1,2,n);

end
end

% Começa o laço varrendo a velocidade de rotação:
for p=1:n_omega

% Começa o laço varrendo a frequência natural:

omegaf(1)=0;
q=1;
k=0;

while k<n_omegan,

% Matrizes pontos

for n=1:n_elem,

P(:, :, n)=eye(4);
P(3,2,n)=double((JP(n)*omega(p)-JT(n)*omegaf(q))*omegaf(q));
P(4,1,n)=double(-Kyy(mancal(n),p)+m(n)*omegaf(q)^2);

end % n

% Gera a matriz global:

for n=1:n_elem,
Z(:, :, n)=double(F(:, :, n)*P(:, :, n));
end

Z_tot=double(Z(:, :, 1));

for n=2:n_elem,
Z_tot=double(Z(:, :, n)*Z_tot);
end

% Aplica as condições de contorno (elimina duas linhas e duas colunas)
% e calcula o determinante da matriz global reduzida:

```

```

Delta(q)=det([Z_tot(3,1) Z_tot(3,2);Z_tot(4,1) Z_tot(4,2)]);

% Procura a frequência natural (valor de "omegaf" que zera o determinante
% da matriz reduzida, para uma dada velocidade de rotação "omega"):

if q>1,
    if Delta(q-1)/Delta(q)<0
        k=k+1;
        omegan(k,p)=(omegaf(q-1)*Delta(q)-omegaf(q)*Delta(q-1))/(Delta(q)-Delta(q-1));
    end
end

q=q+1;
omegaf(q)=omegaf(q-1)+passo;

end

clc; Percentual=p/n_omega*100 % informa o percentual de avançamento dos
cálculos

end

% Encontra a 1ª e a 2ª frequências críticas retrógradas:

for k=1:n_omegan
    for p=2:n_omega
        if (omegan(k,p-1)+omega(p-1))/(omegan(k,p)+omega(p))<0
            omegacr(1,k)=-(omega(p-1)*omegan(k,p)-omega(p)*omegan(k,p-1))/(-omegan(k,p-1)+omegan(k,p)-omega(p-1)+omega(p));
        end
    end
end

% Encontra a 1ª e a 2ª frequências críticas síncronas:

for k=1:n_omegan
    for p=2:n_omega
        if (omegan(k,p-1)-abs(omega(p-1)))/(omegan(k,p)-abs(omega(p)))<0
            omegacs(1,k)=(-omega(p)*omegan(k,p-1)+omega(p-1)*omegan(k,p))/(-omegan(k,p-1)+omegan(k,p)+omega(p-1)-omega(p));
        end
    end
end

% Mostra frequências críticas:

clc
omegacr
omegacs

% Gera as curvas das frequências naturais:

for k=1:n_omegan
    y(k,:)=omegan(k,:);
end
y(n_omegan+1,:)=abs(omega);
%y(n_omegan+2,:)=abs(2*omega);
plot(omega,y)
xlim(1.1*[-omegacr(n_omegan) omegacs(n_omegan)])
ylim(1.1*[0 omegacs(n_omegan)])
xlabel('Rotação [rad/s]');

```

```
ylabel('Frequência Natural [rad/s]');
grid;
```

### II.3 PROGRAMA DE CÁLCULO resp.m

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%   PROGRAMA PARA CÁLCULO DAS RESPOSTAS DINÂMICAS FLEXIONAIS DE   %
%   ROTORES NO ESPAÇO, DEVIDO AO DESBALANCEAMENTO RESIDUAL     %
%
%                               Autor: Luis Eduardo Quitzeau      %
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clc
clear F P Z Z_tot; % Limpa as variáveis

% Módulo de elasticidade do aço [ Pa ]:

E=2.06e11;

% Matrizes campos:

for n=1:n_elem,

    gama(n)=sqrt(abs(N(n))*L(n)^2/(E*J(n)));

    F(:, :, n)=eye(17);

    % Escolhe as matrizes campos em função do tipo de esforço normal:

    tipo(n)=double(2*(N(n)>0)+(N(n)==0));

    switch tipo(n)

    case 2 % com normal positiva (tração)

        F(1,2,n)=double(L(n)*sinh(gama(n))/gama(n));
        F(1,3,n)=double(L(n)^2/(E*J(n))*(cosh(gama(n))-1)/gama(n)^2);
        F(1,4,n)=double(L(n)^3/(E*J(n))*(sinh(gama(n))-gama(n))/gama(n)^3);
        F(2,2,n)=double(cosh(gama(n)));
        F(2,3,n)=double(L(n)/(E*J(n))*sinh(gama(n))/gama(n));
        F(2,4,n)=F(1,3,n);
        F(3,2,n)=double(N(n)*L(n)*sinh(gama(n))/gama(n));
        F(3,3,n)=F(2,2,n);
        F(3,4,n)=F(1,2,n);

    case 0 % com normal negativa (compressão)

        F(1,2,n)=double(L(n)*sin(gama(n))/gama(n));
        F(1,3,n)=double(L(n)^2/(E*J(n))*(1-cos(gama(n)))/gama(n)^2);
        F(1,4,n)=double(L(n)^3/(E*J(n))*(gama(n)-sin(gama(n)))/gama(n)^3);
        F(2,2,n)=double(cos(gama(n)));
        F(2,3,n)=double(L(n)/(E*J(n))*sin(gama(n))/gama(n));
        F(2,4,n)=F(1,3,n);
        F(3,2,n)=double(N(n)*L(n)*sin(gama(n))/gama(n));
        F(3,3,n)=F(2,2,n);
        F(3,4,n)=F(1,2,n);

    end

end
```

```

otherwise % com normal nula

    F(1,2,n)=double(L(n));
    F(1,3,n)=double(L(n)^2/(2*E*J(n)));
    F(1,4,n)=double(L(n)^3/(6*E*J(n)));
    F(2,3,n)=double(L(n)/(E*J(n)));
    F(2,4,n)=F(1,3,n);
    F(3,4,n)=F(1,2,n);

end

F(5,6,n)=F(1,2,n);
F(5,7,n)=F(1,3,n);
F(5,8,n)=F(1,4,n);
F(6,6,n)=F(2,2,n);
F(6,7,n)=F(2,3,n);
F(6,8,n)=F(2,4,n);
F(7,6,n)=F(3,2,n);
F(7,7,n)=F(3,3,n);
F(7,8,n)=F(3,4,n);

F(9,10,n)=F(1,2,n);
F(9,11,n)=F(1,3,n);
F(9,12,n)=F(1,4,n);
F(10,10,n)=F(2,2,n);
F(10,11,n)=F(2,3,n);
F(10,12,n)=F(2,4,n);
F(11,10,n)=F(3,2,n);
F(11,11,n)=F(3,3,n);
F(11,12,n)=F(3,4,n);

F(13,14,n)=F(1,2,n);
F(13,15,n)=F(1,3,n);
F(13,16,n)=F(1,4,n);
F(14,14,n)=F(2,2,n);
F(14,15,n)=F(2,3,n);
F(14,16,n)=F(2,4,n);
F(15,14,n)=F(3,2,n);
F(15,15,n)=F(3,3,n);
F(15,16,n)=F(3,4,n);

end

% Começa o laço com as rotações:

for p=1:n_omega,

    if omega(p)==0,
        omega(p)=0.000001; % para evitar divisões por zero
    end

    for n=1:n_elem,

        % Gera as das matrizes pontos:

        P(:, :, n)=eye(17);

        P(4,1,n)=double(-Kzz(mancal(n),p)+m(n)*omega(p)^2);
        P(8,5,n)=P(4,1,n);
        P(12,9,n)=double(-Kyy(mancal(n),p)+m(n)*omega(p)^2);
        P(16,13,n)=P(12,9,n);
        P(4,5,n)=double(-Czz(mancal(n),p)*omega(p));

```

```

P(8,1,n)=-P(4,5,n);
P(4,9,n)=double(Kzy(mancal(n),p));
P(8,13,n)=P(4,9,n);
P(4,13,n)=double(Czy(mancal(n),p)*omega(p));
P(8,9,n)=-P(4,13,n);
P(12,1,n)=double(Kyz(mancal(n),p));
P(16,5,n)=P(12,1,n);
P(12,5,n)=double(Cyz(mancal(n),p)*omega(p));
P(16,1,n)=-P(12,5,n);
P(12,13,n)=double(-Cyy(mancal(n),p)*omega(p));
P(16,9,n)=-P(12,13,n);

P(3,2,n)=double((JP(n)*omega(p)-JT(n)*abs(omega(p)))*abs(omega(p)));
P(7,6,n)=P(3,2,n);
P(11,10,n)=P(3,2,n);
P(15,14,n)=P(3,2,n);

P(4,17,n)= double(-uz(n)*omega(p)^2);
P(8,17,n)= double(uy(n)*omega(p)^2);
P(12,17,n)= double(uy(n)*omega(p)^2);
P(16,17,n)= double(uz(n)*omega(p)^2);

end

% Gera a matriz global:

for n=1:n_elem,
    Z(:, :, n)=double(F(:, :, n)*P(:, :, n));
end

Z_tot=double(Z(:, :, 1));

for n=2:n_elem,
    Z_tot=double(Z(:, :, n)*Z_tot);
end

% Gera a matrizes globais reduzidas (com as condições de contorno):

Z_red1=[Z_tot(3,1) Z_tot(3,2) Z_tot(3,5) Z_tot(3,6) Z_tot(3,9)
Z_tot(3,10) Z_tot(3,13) Z_tot(3,14);
Z_tot(4,1) Z_tot(4,2) Z_tot(4,5) Z_tot(4,6) Z_tot(4,9)
Z_tot(4,10) Z_tot(4,13) Z_tot(4,14);
Z_tot(7,1) Z_tot(7,2) Z_tot(7,5) Z_tot(7,6) Z_tot(7,9)
Z_tot(7,10) Z_tot(7,13) Z_tot(7,14);
Z_tot(8,1) Z_tot(8,2) Z_tot(8,5) Z_tot(8,6) Z_tot(8,9)
Z_tot(8,10) Z_tot(8,13) Z_tot(8,14);
Z_tot(11,1) Z_tot(11,2) Z_tot(11,5) Z_tot(11,6) Z_tot(11,9)
Z_tot(11,10) Z_tot(11,13) Z_tot(11,14);
Z_tot(12,1) Z_tot(12,2) Z_tot(12,5) Z_tot(12,6) Z_tot(12,9)
Z_tot(12,10) Z_tot(12,13) Z_tot(12,14);
Z_tot(15,1) Z_tot(15,2) Z_tot(15,5) Z_tot(15,6) Z_tot(15,9)
Z_tot(15,10) Z_tot(15,13) Z_tot(15,14);
Z_tot(16,1) Z_tot(16,2) Z_tot(16,5) Z_tot(16,6) Z_tot(16,9)
Z_tot(16,10) Z_tot(16,13) Z_tot(16,14)];

Z_red2=-[Z_tot(3,17) Z_tot(4,17) Z_tot(7,17) Z_tot(8,17) Z_tot(11,17)
Z_tot(12,17) Z_tot(15,17) Z_tot(16,17)]';

% Resolve o sistema de equações lineares, por eliminação de Gauss:
% Para a estação do lado esquerdo:

```

```
S_red=double(Z_red1\Z_red2);

% Gera o vetor estado para o lado esquerdo da estação do lado esquerdo:

S(1,1,p)=S_red(1);
S(2,1,p)=S_red(2);
S(5,1,p)=S_red(3);
S(6,1,p)=S_red(4);
S(9,1,p)=S_red(5);
S(10,1,p)=S_red(6);
S(13,1,p)=S_red(7);
S(14,1,p)=S_red(8);
S(17,1,p)=1;

% Calcula os vetores estados para os demais nós:

for n=1:n_elem,
    S(:,n+1,p)=double(Z(:, :, n)*S(:, n, p));
end

clc; Percentual=p/n_omega*100 % informa o percentual de avançamento dos
cálculos

end %p

% Chama a rotina de manipulação dos resultados:

manres
```