

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

**MORGANA SCHELLER**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NA INICIAÇÃO CIENTÍFICA:  
CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO MÉDIO TÉCNICO**

**Porto Alegre**

**2009**

**MORGANA SCHELLER**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NA INICIAÇÃO CIENTÍFICA:  
CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO MÉDIO TÉCNICO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática

Orientadora: Marilaine de Fraga Sant'Ana

**Porto Alegre**

**2009**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NA INICIAÇÃO CIENTÍFICA:  
CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO MÉDIO TÉCNICO**

**Morgana Scheller**

**Comissão Examinadora**

Prof<sup>a</sup> Dra. Lourdes Maria Werle Almeida

Prof<sup>a</sup> Dra. Marcus Vinícius de Azevedo Basso

Prof<sup>a</sup> Dra. Maria Paula Facchin

*Dedico este trabalho a meus dois amores Adilson e Milena,  
que sempre me incentivaram a crescer e lutar,  
que suportaram minha ausência e apoiaram meu trabalho  
fazendo com que meu ideal fosse o nosso.*

## **Agradecimentos**

*A Deus, por nunca ter-me deixado nos momentos  
difíceis e por ter permitido chegar até aqui.*

*A Prof. Orientadora Dra. Marilaine e meus mestres,  
que repartiram comigo os seus conhecimentos,  
transformando meu ideal em realizações.*

*A Paula Andréa em especial e demais amigos  
que compartilharam do meu ideal e o alimentaram,  
incentivando-me a prosseguir a jornada,  
fossem quais fossem os obstáculos.*

*Aos alunos da 2ª série 2008 e colegas da EAFRS que,  
junto comigo, trilharam um caminho em busca  
de conhecimentos proporcionando-me  
muitas alegrias, orgulho e realização profissional.*

*Ao meu esposo Adilson e minha filha Milena,  
que viveram estes anos de páginas de livros e cadernos,  
... que sabem das dobras, dos dias e noites de ausência,  
dos riscados conhecimentos adquiridos  
sob empenho e sacrifício, tantas vezes ...*

*A luz desta conquista não pertence somente a mim,  
mas a vocês que, ao meu lado, partilharam do meu crescer.*

*É fundamental reduzir a distância entre o que se diz e o que se faz, para que num dado momento a tua fala seja a tua prática. (Paulo Freire)*

## RESUMO

Esta dissertação descreve a análise de uma experiência de Modelagem Matemática entendida como um ambiente de aprendizagem, desenvolvida na disciplina de Projeto de Iniciação Científica. Busquei analisar as contribuições da Modelagem para análise, discussão e resolução de problemas oriundos da área técnica de agropecuária (em particular na área de bovinocultura leiteira e avicultura de corte) e também sua contribuição para o ensino-aprendizagem de Matemática. Para isto baseei meus estudos bibliográficos em autores que defendem a utilização da Modelagem no ensino e também naqueles que se identificam com a Teoria Sócio-histórica de Vygotski. Adotei uma abordagem qualitativa na pesquisa e para coletar dados utilizei um ambiente de aprendizagem com dois cenários para investigação, com estudantes do Ensino Médio do Curso Técnico em Agropecuária da Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul. A análise dos dados indicou que a resolução de problemas relacionados à área técnica gera discussões referentes a estratégias a serem utilizadas e as investigações ganham maior ênfase quando estudadas no próprio campo de ocorrência. A Modelagem Matemática causou uma alteração na dinâmica de trabalho nos cenários, modificando as posturas do professor e alunos. A atuação dos alunos, comprometidos e responsáveis pelo trabalho de referência em sua realidade técnica, tornou todo o processo de elaboração mais expressivo em termos de aprendizagem matemática. Este estudo destaca que a Modelagem contribuiu para o melhor entendimento do tema investigado e da Matemática utilizada, embora a ausência de definição de conceitos a priori, utilizados na elaboração dos modelos, gerou insegurança nos alunos. Além disso, esta dissertação forneceu subsídios para a elaboração de material que pode ser utilizado, por professores interessados em trabalhar com Modelagem.

Palavras-chaves:

Modelagem Matemática – ambiente de aprendizagem – cenário para investigação.

## ABSTRACT

This paper describes an experience analysis in a mathematical modelling understanding like learning ambient, developed in Started Scientific Project. Picked to analyse the contributions from modelling to analysis, discussions and the solutions that comes from agropecuária technique area (especially milkmade cattle ranser area and hack aviculture), and the contribution for math teaching/learning too. My bibliographical studies were based in authors that defend to use the modelling activities to teach and identify with social historic from Vygotski. Acept a qualitative approach to search, and catch datas, used a learning ambient with two scenarios for the investigation, and Secondary Education students from Rio do Sul Federal Agrotécnica school - Agropecuária Technical Course-. The datas analysis indicated that the problems solutions about strategies technique area and its investigations make better when were stydied in own arena as of fact. The Modelling Mathematics has caused an alteration in the teachers and students attitudes. The students were engaged, and the learnig mathematics process stayed more expressive. This review shows that the Modelling contributed for best perception around the subject investigated and the Mathematics used, even if there are few definition of concepts, creating at the start insecurity in the students. Additionally, this dissertation supplies material that can be used for teachers interested in work with Modelling.

Keywords: mathematical modelling - learning ambient - scenarios for the investigation

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 01: Processo da elaboração do modelo matemático segundo Kaiser (2005) .....	25
Figura 02: Esquema para o processo da Modelagem Matemática segundo Bassanezi (2006)	28
Figura 03: Envolvimento de professor e aluno em cada caso no processo de Modelagem segundo Barbosa (2001b) .....	30
Figura 04: Processo da mediação .....	34
Figura 04: Matriz curricular do Ensino Médio da EAFRS/2008 .....	44
Figura 05: Recorte da planilha utilizada para a tabulação dos dados coletados a campo .....	65
Figura 06: Representação gráfica da curva de lactação do animal 248 da EAFRS.....	67
Figura 07: Representação gráfica da curva de lactação do animal 240 da EAFRS.....	67
Figura 08: Modelo da Lactação 2 do animal 109, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite.....	71
Figura 09: Primeiro grupo, no cenário, trabalhando na análise e discussão dos dados.....	73
Figura 10: Esboço da tabela de controle de peso médio do lote de frangos (SA).....	77
Figura 11: Representação gráfica da evolução de peso médio do lote de frangos (SA) .....	82
Figura 12: Gráfico da função polinomial de sexto grau .....	83
Figura 13: Curvas resultantes do ajuste polinomial e dos modelos logísticos – galpão automático. ....	89
Figura 14: Curvas resultantes do ajuste polinomial e dos modelos logísticos – frangos AgRoss .....	90
Figura 15: Segundo grupo, no cenário, trabalhando na análise e discussão dos dados.....	91
Figura 15: Grupo 1 em apresentação do trabalho na IX FETEC em 28 de agosto de 2008.....	94
Figura 16: Grupo 2 em apresentação do trabalho na IX FETEC em 28 de agosto de 2008.....	94

## LISTA DE TABELAS

Tabela 01: Produção de leite do animal 248 da EAFRS .....	65
Tabela 02: Quadro ilustrativo do desempenho de peso médio e ganho de peso médio semanal das 1196 aves alojadas no galpão automático no dia 23/10/2007 na EAFRS.....	79
Tabela 03: Índices zootécnicos dos dois lotes de frangos de corte acompanhado no cenário .	82
Tabela 04: Evolução e variação do ganho de peso médio do lote segundo modelo polinomial obtido pelo <i>Graphmatica</i> .....	85
Tabela 05: Valores da auxiliar z para ajuste linear do modelo logístico.....	88

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
<b>1 O ENSINO DE MATEMÁTICA E A MODELAGEM MATEMÁTICA</b> .....	<b>18</b>
1.1 O Ensino de Matemática e os Parâmetros Curriculares Nacionais.....	18
1.2 Modelagem Matemática: Várias Concepções .....	20
1.3 Modelo Matemático.....	25
1.4 Modelagem Matemática e o Ensino .....	28
<b>2 AS IDÉIAS DE VYGOTSKI</b> .....	<b>33</b>
2.1 A mediação .....	33
2.2 O processo de internalização .....	36
2.3 A zona de desenvolvimento proximal .....	37
2.4 A formação de conceitos .....	39
<b>3 O CONTEXTO E METODOLOGIA DA PESQUISA</b> .....	<b>42</b>
3.1 O contexto e os participantes da pesquisa .....	42
3.1.1 Caracterização do ambiente – o cenário.....	42
3.1.2 Os personagens da pesquisa .....	46
3.2 O Projeto de Iniciação Científica - PIC .....	47
3.2.1 A descrição do Projeto de Iniciação Científica na EAFRS .....	47
3.2.2 A operacionalização do Projeto de Iniciação Científica na EAFRS .....	48
3.3 Pretensões da pesquisa .....	51
3.3.1 A questão norteadora e os objetivos .....	51
3.4 A metodologia .....	52
3.4.1 Observação .....	54
3.4.2 Entrevista .....	55
3.4.3 Documentos .....	56
3.5 A Análise dos dados.....	56
<b>4 – DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS</b> .....	<b>58</b>
4.1 Cenário 1 – Primeiro grupo - Lactação .....	58
4.1.1 A escolha do tema e elaboração da situação problema .....	59
4.1.2 A familiarização com o tema e a coleta de dados .....	62
4.1.3 A resolução, a validação e modificação do modelo.....	66
4.2 Cenário 2 – Segundo grupo - Sistemas de criação de frangos de corte .....	75
4.2.1 A escolha do tema e elaboração da situação problema .....	75
4.2.2 A familiarização com o tema e a coleta de dados .....	76
4.2.3 A resolução, a validação e modificação do modelo.....	81
4.3 A preparação do material para a apresentação e as socializações.....	93
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>99</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	<b>104</b>
<b>APÊNDICE</b> .....	<b>110</b>
APÊNDICE A – Curva de lactação de vacas holandesas .....	110
APÊNDICE B – Sistemas de criação de frango de corte .....	122

<b>ANEXOS .....</b>	<b>133</b>
<b>ANEXO A – Relatório do trabalho desenvolvido pelo grupo 1.....</b>	<b>133</b>
<b>ANEXO B – Relatório do trabalho desenvolvido pelo grupo 2.....</b>	<b>174</b>
<b>ANEXO C – Entrevista realizada com os educandos.....</b>	<b>226</b>

## INTRODUÇÃO

Por que um trabalho com Modelagem Matemática? Para responder esta indagação vejo necessário apresentar o contexto que me levou ao cenário de desenvolvimento de mais uma investigação na área de Modelagem, iniciando pelas primeiras atividades na educação. A minha trajetória na educação básica se deu em 1992 quando iniciei a docência com alunos de 1ª a 4ª séries, nas então chamadas Escolas multisseriadas. Trabalhei com este modelo de escola com quatro turmas simultaneamente durante cinco anos. Minhas tarefas na instituição eram nada mais que, professora, merendeira, faxineira, um pouco mãe, amiga, enfermeira, etc. Foi uma experiência importante porque aprendi grandes lições, além de eu estar desenvolvendo ou aperfeiçoando habilidades para lidar com cada situação. Era muito bom trabalhar com os pequenos, visto que eram dóceis, carismáticos, dedicados ao estudo e verdadeiros. A docência de 5ª a 8ª série e Ensino Médio iniciou-se em 1994 e o modo de conduzir o processo ensino-aprendizagem apresentava-se um tanto diferente devido ao fato dos educandos serem um pouco mais independentes, mais autônomos que os menores. Lecionei Ciências e Matemática por dois anos e a partir de 1997, apenas Matemática.

Com o passar dos anos, identifiquei-me cada vez mais com a área de Matemática. Trabalhei por doze anos na EEB Dr. Frederico Rolla, nas séries finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, com a disciplina de Matemática. Para iniciar ou finalizar algum conteúdo acabava desenvolvendo projetos com temas de interesses diversos, Como são muitos os conteúdos da disciplina de Matemática e o trabalho com projetos demanda tempo e organização, muitas vezes dispunha de tempo extra-classe para colaborar com os alunos na estruturação e finalização dos projetos.

Entre alguns exemplos aponto o tema Chocolate para todos os gostos, desenvolvido com uma sétima série, e Cerveja uma paixão nacional, desenvolvido com o Ensino Médio, em 2002. Esses trabalhos desenvolvidos, na maioria das vezes, eram socializados nas chamadas Feiras de Matemática (espaço próprio para a divulgação de trabalhos desenvolvidos na área de Matemática, no Estado de Santa Catarina). Considero que o Movimento Feiras de Matemática, assim como a Mostra de Iniciação Científica, que participo com meus educandos desde 1999, contribuíram muito para minha vida profissional, fortalecendo a identificação com a área que trabalho. Atualmente, sou docente de Matemática e do Projeto de Iniciação Científica (PIC) de quatro turmas do Ensino Médio articulado ao Ensino Técnico em

Agropecuária, além de trabalhar com Matemática Aplicada no curso de Tecnólogo em Horticultura na Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul (EAFRS<sup>1</sup>).

Os primeiros contatos com Modelagem Matemática ocorreram de forma gradativa, decorrentes das experiências em sala de aula impulsionadas pelas idéias surgidas quando cursava, na Licenciatura, as disciplinas de Cálculo com a Prof<sup>a</sup> Maria Salete Biembengut (Universidade Regional de Blumenau - FURB). Isso ocorreu em 1993 e 1994, quando era aluna do curso de Educação em Ciências (Licenciatura Plena em Matemática). Já em 1998, participei de um curso de aperfeiçoamento (180 h) em Ensino de Matemática na FURB e o contato com o tema Modelagem Matemática se intensificou.

Em 1998, iniciei a Especialização em Metodologia de Ensino de Matemática e foi então, cursando as disciplinas de Metodologia do Ensino de Modelagem, ministrada pela professora Ms. Maria Auxiliadora Moroneze de Abreu e Tópicos Específicos para o Ensino de Matemática ministrada pelo Professor Ms. Ademir Damázio, na Universidade para o desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí, que percebi o quanto a Modelagem Matemática se fazia importante e presente no ensino. Nestas disciplinas o contato com o tema se intensificou mediante várias leituras realizadas e experiências socializadas. Como trabalho de conclusão, em 2000, apresentei a monografia sobre a utilização da Modelagem Matemática no ensino, sustentado nas leituras realizadas em Biembengut (1996; 1999), Barbosa (1999), Bassanezi (1996), Burak (1994) e D'Ambrósio (1996). O trabalho final intitulado “Modelagem Matemática como estratégia de Ensino-aprendizagem na Classe de Aceleração nível 3” referia-se à experiência com Modelagem Matemática, nas aulas de matemática, em uma turma de educandos com defasagem idade/série.

E finalmente, em 2006, quando fazia a entrevista para a seleção do Mestrado em Ensino de Matemática oferecido pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), demonstrei o meu interesse sobre o tema chamando a atenção da Prof. Marilaine de Fraga Sant'Ana que participava do ato. A partir deste momento comecei a delinear a pesquisa a partir das idéias surgidas nas conversas com a professora e meu interesse em trabalhar com Iniciação Científica.

Quando apresentei meu projeto de dissertação, procurei fundamentá-lo em discussões sobre a concepção da Modelagem<sup>2</sup> como um ambiente de aprendizagem,

---

<sup>1</sup> A EAFRS, mediante projeto de lei assinado em 29 de dezembro de 2008, passou a ser denominada como Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul (IFET). Nesta dissertação, foi utilizada a denominação EAFRS, visto que no período de desenvolvimento do trabalho a presente instituição assim se denominava.

<sup>2</sup> Neste trabalho o termo refere-se à Modelagem Matemática

defendido principalmente por Barbosa (2003) e Skovsmose (2000). Pretendia investigar a contribuição da Modelagem utilizada nos trabalhos de Iniciação Científica para a integração entre as disciplinas de Matemática e as do curso de Técnico Agrícola com Habilitação em Agropecuária. Comecei a me questionar sobre alguns aspectos: um trabalho que envolva modelagem poderá contribuir para o desenvolvimento de competências? Incentivará ao desenvolvimento de iniciação à pesquisa? Estimulará a formação de novos conceitos matemáticos? O argumento que utilizei para a defesa desta idéia era que se o aluno fosse colocado em contato com sua realidade (seu curso técnico) e identificasse problemas dos quais almejava as respostas, refletiria sobre a necessidade de estudo para decidir que estratégias utilizar e que decisão tomar perante os resultados. Sempre acreditei que o aluno mediado pelo orientador, planejaria e executaria sua investigação percebendo a utilização da Matemática na obtenção de respostas para suas indagações.

Desse modo, decidi começar pela leitura dos trabalhos de Spina (2002), Soistak (2006), Machado Júnior (2005), Anacleto (2005), Souza Júnior (2005), Machado (2006) e Santos (2007) em busca de subsídios para a definição real do objeto da pesquisa. Já possuía algum conhecimento a respeito da experiência de autores mais conhecidos no cenário brasileiro, citados anteriormente no estudo da monografia. Procurava por algo que me pudesse auxiliar na definição da minha pesquisa. Resolvi verificar o que já havia sido desenvolvido com Modelagem Matemática em experiências com Ensino Médio ou na área de agropecuária e se havia algo realizado com relação à iniciação à pesquisa e não apenas com temas que levam algumas aulas para realizar a Modelagem.

Com relação à Modelagem Matemática e indústria leiteira, Souza Júnior (2005) desenvolveu um trabalho que objetivou avaliar os modelos de custos na pecuária leiteira, pensando em empregar tais conceitos em escolas rurais e também em propriedades rurais. Porém esse trabalho não surgiu no âmbito educacional, apenas estava relacionado com o tema de agropecuária. Já Soistak (2006) desenvolveu uma experiência com alunos da segunda série do Ensino Médio de uma escola agrícola no Paraná. Nesta experiência, utilizou como tema a cultura da soja descrevendo as etapas da aplicação da Modelagem como alternativa do ensino de Matemática, apontando dificuldades e resultados da aplicação. Embora desenvolvida com alunos nas aulas de Matemática e com tema ligado à realidade dos educandos, a proposta não contemplava o caráter de iniciação à pesquisa que eu almejava. Não era esse o enfoque que pretendia dar a meu trabalho com os alunos na Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul.

Anacleto et al. (2005), relatam um trabalho de Modelagem realizado com o crescimento de frangos, o qual buscou analisar o crescimento do frango, procurando

identificar peso máximo e verificando a existência ou não desse desenvolvimento nos sistemas a pasto ou em aviário. Tratava-se de uma experiência na área de agropecuária, mas não desenvolvida com alunos da Educação Básica. O trabalho possuía caráter semelhante ao de Souza Júnior (2005).

Spina (2002) desenvolveu uma proposta de trabalho visando a inclusão de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral nas séries finais da Educação Básica. Demonstrou por meio de uma experiência com abelhas desenvolvida com alunos das três séries de Ensino Médio, que as atividades com uso da Modelagem contemplam e atendem à interdisciplinaridade e facilitam a resolução de problemas expressivos presentes na realidade não matemática (outra área da realidade). Apontou esta metodologia para transmissão integral e integrada dos conteúdos matemáticos, em sintonia com a realidade em contínua transformação. Este trabalho incluía alguns aspectos ligados ao que eu tinha idealizado, porém eu pretendia trabalhar com grupos pequenos (2 ou 3 alunos) utilizando temas diferentes para esses grupos num mesmo cenário (e que essa aula não fosse somente a de matemática), diferentemente da autora.

O trabalho realizado por Santos (2007) foi desenvolvido no Ensino Fundamental e objetivou a produção de discussões reflexivas num ambiente de Modelagem. Ao observar o trabalho com Modelagem de outra professora, ela analisou os tipos de discussões que surgem na sala de aula e como essas discussões podem servir de oportunidades para a educação crítica. Já Machado Júnior (2005) investigou numa turma de oitava série indícios de envolvimento e aprendizagem de matemática neste ambiente.

Todos esses trabalhos trazem em seu interior referências às idéias de Modelagem Matemática defendidas por Ubiratan D'Ambrósio, Rodney Carlos Bassanezi, Jonei Cerqueira Barbosa, Maria Salett Biembengut, Dionísio Burak, entre outros. Esses pesquisadores já possuem vasto material produzido na área de Modelagem após aplicação em sala de aula com sucesso e sugerem que essa forma de ensino seja praticada no ensino de Matemática. Eles contribuíram para a construção deste meu trabalho e estão informados no decorrer desta pesquisa. Todos eles ajudaram a tornar sólidas as minhas idéias em relação à teoria da utilização de Modelagem Matemática no ensino.

Neste trabalho utilizei a concepção de Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem no qual os educandos da EAFRS foram convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações surgidas no Ensino Técnico em Agropecuária, na área zootécnica com a atividade leiteira e avicultura. Esse estudo está apoiado na teoria de aprendizagem desenvolvida por Lev Semionovitch Vygotski conhecida como sócio-histórica.

Para o autor, a aprendizagem é o resultado da ação de adultos (que teoricamente sabem mais) responsáveis pela mediação no processo de aprendizagem dos educandos. A construção do conhecimento ocorre pela interação do educando com o meio.

Apoiada em Modelagem e na Teoria Sócio-histórica, e jamais desistindo da idéia de trabalhar com Modelagem em busca de integrar disciplinas do Ensino Técnico de Agropecuária na EAFRS, desenvolvi o presente trabalho.

A pretensão desta dissertação é apresentar uma análise do trabalho de Modelagem Matemática, concebida como um ambiente de aprendizagem, proporcionado por um espaço destinado à iniciação à pesquisa básica em nível médio. Seu principal objetivo é o de investigar e analisar a Modelagem Matemática, como ambiente de ensino-aprendizagem, elencando contribuições para o processo de resolução dos problemas, para o desenvolvimento dos projetos de Iniciação Científica e para a construção do conhecimento. Trata-se de um estudo de caso de Modelagem Matemática, através de uma abordagem qualitativa. Os dados coletados durante as aulas do Projeto de Iniciação Científica, encontros para estudo, preparação e apresentação do trabalho dos alunos em amostras em dois grupos de trabalho da primeira série da EAFRS durante um ano de trabalho.

Delimitando a dissertação em quatro capítulos, faço a seguir algumas considerações sobre cada um deles no sentido de demonstrar a evolução pela qual fui conduzida, tanto pela vida quanto pela pesquisa. Também com o intuito de descrever contribuições deixadas pela experiência de Modelagem Matemática em projetos de iniciação à pesquisa no contexto escolar do Ensino Médio Técnico.

O primeiro capítulo reservei à apresentação teórica sobre o tema diretamente ligado ao objeto de estudo. Traz algumas considerações a respeito do ensino de Matemática e o que a Lei de Diretrizes e Base da Educação Nacional e os Parâmetros Curriculares Nacionais regem para o Ensino Médio. Apresento algumas concepções de Modelagem Matemática na visão de pesquisadores e sua relação com o ensino de Matemática, bem como reflexões acerca do papel do professor neste processo de ensino e aprendizagem na sala de aula.

No capítulo dois apresento pressupostos teóricos a respeito da utilização da Teoria Sócio-histórica no desenvolvimento da pesquisa. A intenção inicial era que os estudos pudessem me levar a teóricos que dessem suporte para minhas idéias fundamentando assim a pesquisa. Elucido então uma abordagem geral de como se dá a construção do conhecimento pelo educando.

No capítulo três delinheiro o contexto e a metodologia da pesquisa: caracterização do ambiente e as condições do local da pesquisa - a Escola, sua estrutura e proposta pedagógica e

os sujeitos envolvidos. Descrevo as linhas gerais do Projeto de Iniciação Científica da Escola. Apresento também a questão geradora e os objetivos que direcionaram a pesquisa, abordagem metodológica, os instrumentos de coleta de dados e os procedimentos de análise.

O capítulo quatro destina-se à descrição, reflexões dos dados obtidos e interpretações de resultados. É reservado às descrições dos dois cenários investigativos construídos ao longo dos dois semestres, com os estudantes da EAFRS. A reflexão e a interpretação, em paralelo às descrições de cenas, estão permeadas de falas dos alunos, observações e sua produção em diferentes momentos da realização do trabalho deles nas aulas do Projeto de Iniciação Científica.

Finalizando a pesquisa, apresento um fechamento da análise apontando os resultados das questões de pesquisa e algumas sugestões. Nos apêndices, proporciono uma releitura dos principais modelos obtidos no desenvolvimento da pesquisa nos cenários para investigação. Esse material serve para abordagens de Modelagem no Ensino Médio de Matemática, como um ambiente de aprendizagem, utilizando-se de modelos matemáticos que investigam a lactação de vacas holandesas e sistema de criação de frangos de corte.

## **1 O ENSINO DE MATEMÁTICA E A MODELAGEM MATEMÁTICA**

### **1.1 O Ensino de Matemática e os Parâmetros Curriculares Nacionais**

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) 9394/96, em seu artigo 1º, explicita que a educação escolar “deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social” e que a educação “tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho” (BRASIL, 1996). A escola, procurando exercer sua função social, busca por um ensino de Matemática que atenda realmente ao proposto acima estabelecido e vem ampliando o número de pesquisadores que investigam métodos de ensino.

Em Brasil (2002, p.8-9), o Ensino Médio tem característica de completar a educação básica ao invés de preparar para o ensino superior. “Isso significa preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para o aprendizado permanente, em eventual prosseguimento dos estudos ou diretamente no mundo do trabalho.” E formar para a vida não significa reprodução de dados, identificação de símbolos ou classificação de valores, e sim: “saber se informar, comunicar-se, argumentar, compreender e agir; enfrentar problemas de diferentes naturezas; participar socialmente, de forma prática e solidária; ser capaz de elaborar críticas ou propostas e especialmente, adquirir uma atitude de permanente aprendizado.” E acredita-se que na escola se desenvolve essas e outras habilidades.

Para exercer a sua cidadania é também necessário que se saiba contar, medir, fazer comparações, calcular, resolver problemas com argumentação sobre suas respostas, usar lógica, identificar e conhecer formas, analisar e interpretar informações de modo crítico e ético, além de compreender e utilizar idéias básicas da matemática na interpretação e resolução de situações do seu contexto sociocultural. A Matemática precisa ser vista então como um conhecimento vivo, historicamente acumulado e sistematizado, em permanente evolução e tal que, cada indivíduo, de maneira dinâmica, pode fazer parte desta construção e apropriar-se de conhecimento.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), no Ensino Médio, a Matemática vai além de ser instrumental, colocando-se como Ciência com caráter de investigação e com papel de integrar-se às demais Ciências. Deixa então de ser um conhecimento apenas a ser reproduzido ou repetido. Neste contexto:

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (BRASIL, 2002, p.111).

Kaiser (2005) expõe que os educandos compreenderão a relevância da Matemática se ela for trabalhada por meio de exemplos da vida cotidiana, do ambiente do qual eles fazem parte. Somente assim são adquiridas competências matemáticas.

O ensino de Matemática, dessa forma, necessita de diferentes metodologias que atendam ao fim proposto na citação anterior. Os Parâmetros apontam a Resolução de Problemas como essencial para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o educando está participando dos desafios.

Na resolução de problemas, o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido (BRASIL, 2002, p.113).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio evidenciam que nos últimos anos, os estudos em Educação Matemática também têm posto a Modelagem Matemática (que será tema de estudo posterior) como um caminho para se trabalhar Matemática na escola, sendo entendida ali com a “habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BRASIL, 2006, p.84).

De acordo com o documento acima, a Modelagem Matemática percebida como estratégia de ensino, apresenta intensas conexões com a idéia de resolução de problemas apresentada anteriormente. Perante uma situação-problema ligada ao real, com sua inerente complexidade, o aluno precisa mobilizar uma extensa série de competências:

selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado é matematicamente muito complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que esse melhor corresponda a situação real (BRASIL, 2006, p.85).

Assim, por “visualizar” na Modelagem Matemática uma forma de se trabalhar com problemas e uma possibilidade de contribuir para a aprendizagem de matemática, de modo que o educando se torne um agente de sua própria aprendizagem, direcionei para a pesquisa nesta área. É uma oportunidade para atender aos propósitos estabelecidos pela LDB e PCNs tornando-os reais através da educação escolar.

Pensando numa maneira de promover o ensino e aprendizagem condizentes com os propósitos anteriores, elucido a seguir, alguns aspectos sobre Modelagem Matemática. Ela é vista como uma alternativa eficaz no ensino e aprendizagem de Matemática do Ensino Médio da Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul.

## **1.2 Modelagem Matemática: Várias Concepções**

A Modelagem Matemática não é mais tratada como novidade. De acordo com Biembengut (1999), ela sempre esteve presente na criação de teorias científicas. Na história da Ciência encontram-se registros de que a Modelagem esteve presente, sendo ainda hoje utilizados os conhecimentos adquiridos através dela, como nos exemplos abaixo, porém sem registros do processo que os levaram a estes. Entre algumas das muitas contribuições que foram deixadas para a humanidade podemos citar no Egito, os papiros hieroglíficos (conheciam os quatro pontos cardeais e duração do ano solar, além da agrimensura as margens do Rio Nilo). Não se deve deixar de registrar os conhecimentos dos babilônios com seus modelos de movimento do sol, da lua e dos planetas sob a forma geométrica. Também citamos a civilização grega com seus grandes pensadores: Tales de Mileto, Pitágoras, Hipócrates, Platão, Aristóteles, Euclides, Arquimedes e outros que deixaram contribuições tendo em sua essência o processo de Modelagem.

A Modelagem Matemática vista como estratégia de ensino teve sua origem na Matemática Aplicada, no início do século XX, onde era utilizada pelos matemáticos na resolução de problemas da Biologia, Economia, História, dentre outras, e para resolver questões de defesa e ataque durante a II Guerra Mundial. No Brasil, segundo Burak (2004), começou a ser moldada na década de 80, na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) sob a coordenação do Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi com resultados bastante significativos. Outro marco importante neste trabalho com Modelagem foi a contribuição do Programa de Mestrado em Ensino de Matemática desenvolvido pela Universidade Estadual de

São Paulo (UNESP). O programa preocupava-se com formas alternativas para o ensino de Matemática baseadas em situações vivenciadas pelo educando.

A utilização da Modelagem Matemática no ensino vem ocorrendo como uma alternativa para a motivação dos alunos, opondo-se ao caráter tecnicista, com atividades repetitivas e reprodução de conteúdos do livro didático, em geral relacionada à idéia de projeto (BARBOSA, 2001).

Seu emprego no ensino de Matemática vai, portanto, ao encontro do que apontam os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio quando sugerem como forma de trabalho, o desenvolvimento de projetos e por conseqüência, da modelagem, e também explicitam que “para alcançar os objetivos estabelecidos de promover as competências gerais e o conhecimento de Matemática, a proposta privilegia o tratamento de situações-problema, preferencialmente tomadas em contexto real” (BRASIL, 2002, p. 129).

Modelagem Matemática afinal é uma alternativa pedagógica, um método científico, uma estratégia, um ambiente de aprendizagem ou uma metodologia de ensino e aprendizagem de Matemática? Não se sabe se existe a necessidade de realmente encontrarmos uma definição para ela. O que será relatado a seguir é que a terminologia usada não interfere no objetivo final: solucionar um problema da realidade. Defendo que a compreensão sobre o que vem a ser Modelagem Matemática também pode ser apresentada em termos do processo pelo qual se dá a obtenção do modelo matemático.

Se consultarmos um dicionário (FERREIRA, 1986), encontra-se que modelar é representar mediante um modelo, dar forma a algo e Modelo é a imagem que se quer reproduzir.

Sob esta ótica, a Modelagem pode ser vista como o esforço de descrever matematicamente um fenômeno que é escolhido pelos alunos ou surge naturalmente, com o auxílio do professor. Para Bassanezi (1994, p. 61), a Modelagem Matemática “consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

A Modelagem, como estratégia de ensino-aprendizagem, é utilizada na compreensão e resolução de problemas da realidade, possibilitando usar a Matemática como ferramenta para conhecer e solucionar os problemas oriundos de um tema. Segundo Biembengut (1999, p. 20), “Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. ... é uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias.”

Barbosa (1999) expõe que a Modelagem é um método da Matemática Aplicada, usada na resolução de problemas nas diferentes áreas: economia, biologia, geografia, engenharia, etc. Coloca que a Modelagem procura traduzir termos de situações reais para termos matemáticos, utilizando para isto de uma estrutura matemática chamada modelo. Essa mesma idéia já fora defendida por Biembengut & Hein (1995) quando afirmaram que Modelagem Matemática é uma estratégia utilizada para traduzir ou representar uma situação qualquer do “mundo real” por meio de linguagem matemática e que essa representação é chamada de Modelo Matemático.

No campo da Educação Matemática, Biembengut & Hein (2000) e D’Ambrósio (1986) defendem que Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino e aprendizagem que parte de uma situação, de um tema e sobre este desenvolve-se questões, que tentarão ser respondidas mediante o uso de ferramental matemático e de pesquisa sobre o tema. Procuram explicar, entender, manejar uma porção de realidade numa linguagem matemática.

Nesta última definição surge fortemente a relação entre Matemática e o favorecimento à pesquisa. Bassanezi (2006, p. 32) destaca que Modelagem pode ser utilizada como instrumento de pesquisa e seu uso, pode entre outros, servir como recurso para melhor entendimento da realidade, além de estimular a experimentação.

D’Ambrósio (1986) enfatiza que a proposta de Modelagem realça a conexão da matemática escolar com a vida do aluno e esta ligação da matemática ao real é importante para o ensino, pois “Modelagem é um processo rico de encarar situações reais, e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial” (p.11).

Barbosa (2001) modificou sua conceituação sobre o que vem a ser Modelagem. Defende que “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade”. O termo ambiente de aprendizagem foi alocado pelo autor referindo-se a noção apresentada por Skovsmose (2000) para se referir às condições sob as quais os alunos são estimulados a realizarem estas atividades. O autor aborda que:

O ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, pode-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo (BARBOSA, 2004, p. 75).

Percebe-se que as idéias contidas nestas duas últimas definições traduzem o trabalho feito nas aulas do Projeto de Iniciação Científica pelos educandos da EAFRS. É este cenário, oportunizado pelo Projeto no qual os educandos trabalham com pequenas investigações nos projetos de iniciação científica, que reside o objeto de minha pesquisa. Sendo assim, a concepção de Modelagem Matemática assumida nesta pesquisa é a defendida por Barbosa (2001) como um ambiente de aprendizagem denominado cenário para investigação.

No espaço (ambiente de aprendizagem) oportunizado pela EAFRS em sua matriz curricular, os educandos podem investigar problemas não necessariamente matemáticos, mas que envolvam em sua resolução relações matemáticas. Os educandos têm acesso, uma oportunidade, um convite a indagar sobre algum problema da sua realidade técnica, buscar explicações para ela, refletir sobre os resultados obtidos, interagir com o que faz parte de seus estudos escolares. Eles encaram em seus projetos e refletem questões como: o que vai ocorrer se fizermos ...? Por que ocorreu isso e não aquilo? E é explorando a procura de explicações, encarando estes desafios que o cenário de investigação se constitui. Esta produção reflexiva e construtiva do conhecimento ocorrida no cenário passa a constituir um ambiente de aprendizagem, ou seja, o espaço oportunizado pelo PIC e destinado a reflexão do trabalho desenvolvido ocorre neste ambiente de aprendizagem.

As características que constituem condições específicas para as ações que os alunos e professores desenvolvem neste ambiente são duas: trata-se de tarefas que representam um problema para os alunos e que este tenha referência na realidade deles (SKOVSMOSE, 2000). Por referência o autor abrange os motivos das ações, ou seja, o contexto em que ocorre a ação. Cabe ao professor convidar e incentivar os alunos a formularem questões e procurarem explicações para algum tema.

Os ambientes de aprendizagem se diferenciam uns dos outros pela maneira como se desenvolve o trabalho escolar em sua organização, pela direção dada ao trabalho no sentido do foco de ação, pelos objetivos que o professor pretende alcançar com as atividades e também pelas possibilidades que as atividades podem proporcionar no sentido de desenvolver as potencialidades dos agentes. Skovsmose (2000) distingue seis tipos de ambiente de aprendizagem, resultados da combinação da distinção entre os tipos de referência (Matemática pura, semi-realidade e realidade) e da distinção entre dois paradigmas de prática de sala de aula (exercícios e cenário para investigação).

Diferentes tipos de referência são possíveis. Primeiro, questões e actividades matemáticas podem se referir à matemática e somente a ela. Segundo, é possível se referir a uma semi-realidade; não se trata de uma realidade que “de

facto” observamos, mas uma realidade construída, por exemplo, por um autor de um livro didático de Matemática. Finalmente, alunos e professores podem trabalhar com tarefas com referências a situações da vida real (SKOVSMOSE, 2000, p. 74).

A idéia de referência citada anteriormente como sendo o contexto em que corre a ação ajuda a entender os três tipos citados. A referência à Matemática Pura significa afirmar que as atividades ou problemas podem referir-se à Matemática e somente a ela. Um exemplo, são as atividades cujo objetivo é encontrar o valor de determinados cálculos algébricos. A referência à semi-realidade refere-se a utilização de atividades ou problemas que foram construídos numa realidade idealizada e não numa realidade observada. Como exemplo, os problemas criados pelo professor com dados fictícios. O último tipo de referência, a referência à realidade, apresenta atividades ou problemas da realidade não matemática onde é importante ter sido utilizado dados verídicos para o estudo dos problemas ou na formulação das atividades. Skovsmose (2000) descreve que neste tipo de referência é permitido que se façam outros questionamentos ao contexto do que apenas os primeiros apresentados.

Os paradigmas de práticas de sala de aula, exercício e cenário para investigação, referem-se ao modo como pode se conceber as atividades realizadas. Elas podem ter o caráter de exercício, entendido como aqueles que a professora apresenta, após explanar conteúdo, idéias ou técnicas, geralmente formulados sem questionamento, compilados em uma lista ou situados em alguma página do livro de Matemática. Já no cenário para investigação, as atividades são exploradas a base de questionamentos, exploração do tema em busca de explicações, comparações e apontamentos plausíveis.

Entendo que seria a distinção entre os tipos de referências e paradigmas a responsável por levar os estudantes a produzirem significados para os conceitos envolvidos no estudo e para as atividades realizadas nesta exploração.

Nesta dissertação, dentro da perspectiva acima, partimos da premissa que a Modelagem pode incentivar os educandos dos dois grupos de estudo da EAFRS, participantes da pesquisa, a investigarem situações da área técnica de agropecuária, utilizando-se da Matemática e o envolvimento destes pode ocorrer quando houver o interesse aliado ao convite de um professor a se envolverem com o tema. Será oportunizado um espaço para poderem trabalhar com problemas com referência a situação da realidade de seu curso técnico numa prática de sala de aula constituída por um cenário para investigação. Isso indica que o espaço a ser oportunizado pelo Projeto de Iniciação Científica pode ser considerado um espaço propício, reconhecido como um ambiente de aprendizagem, e o trabalho a ser desenvolvido pelos alunos ocorrerá num cenário de investigação.

### 1.3 Modelo Matemático

A Modelagem Matemática tem sido utilizada por muitos educadores como uma maneira de quebrar a dicotomia que existe entre a matemática escolar formal e a sua utilidade no cotidiano. Os modelos matemáticos são maneiras de estudar e formalizar situações da vida diária. Bassanezi (2006, p. 19), de forma bem simplificada, descreve que o modelo surge “quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela – o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial.” Um modelo é uma imagem que se forma na mente quando compreendemos algo que já conseguimos relacionar a outro conhecido.

Para Biembengut & Hein (2000), um modelo matemático retrata de forma simples aspectos de uma situação que se analisou. Esquemáticamente, segundo Kaiser (2005), tem-se:

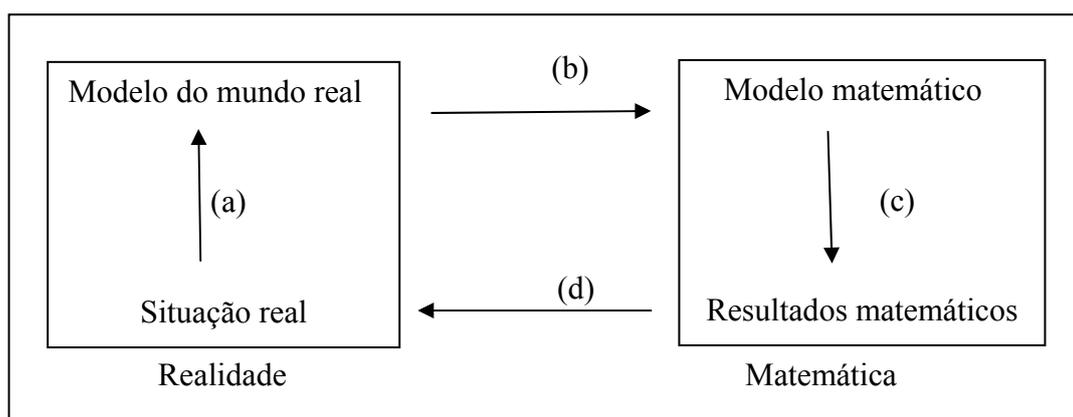


Figura 01: Processo da elaboração do modelo matemático segundo Kaiser (2005)

Fonte: (Kaiser 2005, p.100 e Blum 1996, p. 18)

O processo de elaboração do modelo matemático se dá baseado na percepção da relação da situação real e com o domínio matemático do modelador. Na figura 1, o processo de Modelagem inicia quando se tem uma situação problema da realidade como ponto de partida. Então esta situação é idealizada (a) de forma a se obter um modelo do mundo real. Este modelo real é matematizado (b); ou seja, ocorre a transposição da situação real para um modelo matemático capaz de traduzir a situação investigada. Considerações matemáticas feitas durante o processo de obtenção do modelo produzem resultados matemáticos (c) que devem ser novamente interpretados, analisados e/ou validados dentro da situação real (d).

Caso os resultados não sejam validados, pode ser refeito o processo em busca de outros modelos para solução.

Para se elaborar um modelo matemático temos que compreender, simular e prever resultados. Um modelo de uma situação real constitui uma representação matemática de uma parte da realidade (uma situação concreta, como a determinação de energia elétrica gasta em uma casa, ou um desenho de um recipiente usado para otimizar volume ou a idéia de objeto ou fenômeno como, por exemplo, a previsão do tempo). Esta representação é realizada por meio de objetos, relações e estruturas da Matemática tais como tabelas, relações funcionais, gráficos, etc.

Ao se propor um modelo poderá ocorrer que ele, por ser o resultado de várias aproximações, nem sempre condiz com aquilo que realmente acontece. Por exemplo, afirmar que encontrar um modelo que descreva a curva de lactação das vacas holandesas da EAFRS, talvez não sirva para descrever a lactação do animal num outro ambiente, por exemplo, um ambiente sem fins comerciais.

Há variadas situações contendo fatos matemáticos que para serem resolvidos requerem soluções e decisões. Seja como for a resolução, poderá requerer a formulação matemática. Um “Modelo Matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, o objeto a ser estudado” (problema de situação real) (BIEMBENGUT & HEIN, 2000, p. 12; BASSANEZI, 2006, p. 20).

Para Bassanezi (2006), há dois tipos de modelos: o modelo objeto e o modelo teórico sendo que a importância do modelo matemático incide em se ter uma linguagem concisa que expressa idéias reais de maneira clara e sem ambigüidades. Além disso, proporciona um enorme arsenal de resultados que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas.

Para esse mesmo autor, um modelo matemático pode ser formulado de acordo com a natureza dos fenômenos ou situações analisadas e, classificados de acordo com o tipo de Matemática utilizada em seu processo: linear ou não-linear; estático ou dinâmico; educacional ou aplicativo; estocástico ou determinístico. Em sua obra encontra-se a descrição mais detalhada de cada um desses modelos, bem como exemplificação.

De acordo com Biembengut & Hein (2000), para elaborar um Modelo Matemático há um conjunto de conhecimentos, que podem ser agrupados em três etapas.

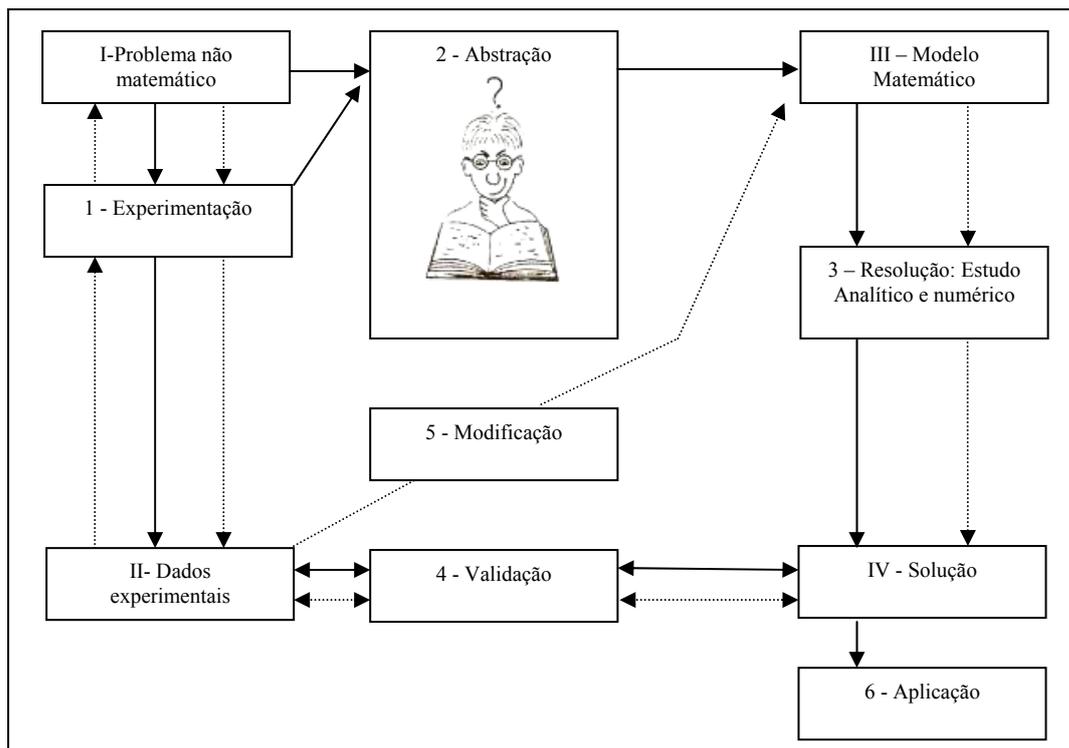
a) Interação: Uma vez definido o que será estudado, é hora de fazer uma coleta de dados a respeito do que se quer estudar utilizando bibliografia apropriada ou colhendo dados no local do experimento e/ou análise de dados já registrados em locais próprio (análise

documental). Está subdividida em duas: reconhecimento do problema e familiarização com o assunto a ser modelado. À medida que o tema começa a ser estudado, o problema torna-se mais familiar. Não há a necessidade de ordem entre estas duas partes da interação.

b) **Matematização:** A matematização é a parte mais trabalhosa e desafiadora do trabalho em busca do modelo. São feitas a formulação e a resolução do problema. Na parte da formulação delimita-se bem o que será analisado e em seguida é feito um levantamento das hipóteses. É válido classificar as informações na busca de selecionar variáveis, constantes e simbologia envolvidas no modelo que irão ser importantes na descrição dessa relação em termo matemático. Pretende-se obter então uma fórmula, ou uma equação, ou um gráfico, ou um desenho, ou um programa, ou uma tabela que conduza à solução. Já na resolução, deve ser utilizado conhecimento matemático aliado ao uso de máquina ou computador para a obtenção de resultados. Nesta etapa, são necessários intuição, criatividade, perseverança e conhecimento para interpretar e decidir pelo conteúdo que melhor será útil na análise dos dados. Quanto mais conhecimento, mais fácil será elaborar o modelo.

c) **Modelo Matemático:** É necessário, para concluir o modelo, uma avaliação para verificar o nível de aproximação da situação-problema e, a partir daí, verificar o grau de confiabilidade na sua utilização. Obtido o modelo que resolve o problema, se avalia o mesmo quanto a representação da situação e a que nível se dá a confiabilidade para a utilização como solução para o problema. É feito então a interpretação do modelo e verificação se o mesmo é adequado ao que foi proposto. Ocorre a comparação entre o objetivo do modelo com a solução. Nem sempre a primeira tentativa de obter o modelo adequado ao problema é bem sucedida. É preciso fazer novos ajustes, retomar a matematização e procurar um novo conhecimento matemático para encontrar o modelo deixando tudo registrado em um relatório, por exemplo, inclusive as tentativas que não geraram sucesso.

As etapas descritas anteriormente por Biembengut & Hein (2000) são praticamente as mesmas explicitadas por Bassanezi (2006, p. 26-32), apenas com uma quantidade diferente de etapas. Para Bassanezi, a Modelagem Matemática de uma situação ou problema real deve seguir uma sequência de etapas visualizadas na figura a seguir. Para o autor, as atividades intelectuais da Modelagem Matemática (figura 02) são: a experimentação (obtenção dos dados), a abstração (seleção de variáveis, problematização, levantamento de hipóteses e simplificação) a resolução (obtenção de equações, gráficos ou figuras), a validação (aceitação ou não do modelo) e a modificação (melhorias ou alterações no modelo).



Nota: As setas contínuas indicam a primeira aproximação. A busca de um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado torna o processo dinâmico indicado pelas setas pontilhadas (notas do autor)

Figura 02: Esquema para o processo da Modelagem Matemática segundo Bassanezi (2006)

Com base nas afirmações anteriores, é possível afirmar que as formas ou etapas de obtenção do modelo matemático são variadas e exigem uma realização ordenada de ações orientadas geralmente pelo professor. Na pesquisa desenvolvida e aqui relatada, o processo de Modelagem ocorreu num ambiente onde os modelos matemáticos foram a pretensão dos trabalhos desenvolvidos pelos educandos. Eles compartilharam com o professor as tarefas de familiaridade com o tema, elaboração da situação-problema, obtenção dos dados, formulação e resolução do problema em termos matemáticos e validação do modelo. Estas tarefas foram conduzidas por meio de indagações que levaram a estudos, formulações e comparações de dados com o que se pretendia em cada trabalho.

#### 1.4 Modelagem Matemática e o Ensino

Várias pesquisas sustentam o uso de Modelagem Matemática no ensino básico e superior (BASSANEZI (2006); BIEMBENGUT & HEIN (2000); BARBOSA (1999, 2001, 2001b, 2002, 2003); FRANCHI (1995); BIEMBENGUT (1990), BURAK (1992); JACOBINI (2004); SPINA (2002); SOISTAK (2006); KAISER (2005, 2007); BLUM (1996); MAULL

(2001), entre outros. A modelagem pode aparecer no currículo em projetos que duram semanas ou meses, em ocasiões que podem requerer aulas ou em atividades simplificadas que podem ser concluídas em uma aula, além disso, ela pode

Servir de motivação para introduzir novos conceitos e/ou aplicar conhecimentos adquiridos anteriormente; A escolha de um tema e a formulação do problema não-matemático a ser modelado podem ficar sob responsabilidade do professor ou do aluno; [...] estar integrada a um programa pré-definido ou pode se constituir numa atividade extra. (BARBOSA, 1999, p. 70).

O desenvolvimento e a organização das atividades de Modelagem dependem do contexto escolar e do nível de flexibilidade do professor perante o método. Muitas vezes o processo de Modelagem não é desenvolvido e executado pelo professor por falta de conhecimento a respeito do assunto. No ensino de Matemática, por meio da Modelagem, o professor possui grande responsabilidade. Seu papel é problematizar e realizar a ligação entre as idéias exploradas no processo de Modelagem e o saber sistematizado, ou seja, ser o mediador<sup>3</sup> da relação ensino-aprendizagem. Ele pode oportunizar um “cenário para investigação”, um ambiente que pode dar suporte ao trabalho de investigação onde os educandos sintam-se envolvidos, participantes de um processo de exploração de questões reais plausíveis de respostas (SKOVSMOSE, 2000).

O professor pode orientar o aprendizado no sentido de adiantar o desenvolvimento potencial de seus educandos, tornando-o real. Nesse ínterim, o ensino deve passar do coletivo para o individual, ou seja, o ambiente influencia a internalização das atividades cognitivas no indivíduo, de modo que o aprendizado gere o desenvolvimento.

Segundo Burak (1994), o professor é o mediador que busca orientar o trabalho, tirar dúvidas, colocar novos pontos de vista com relação ao problema tratado, proporcionar clima de liberdade para seus alunos, colocar questões, propor temas e apontar soluções.

Professor e alunos envolvidos em experiências com Modelagem possuem tarefas diferenciadas dependendo do caso de Modelagem que se deseja desenvolver. Barbosa (2001b), procurando classificar essas experiências utilizou o termo “caso” para designar as possibilidades para o desenvolvimento da Modelagem em sala de aula. O autor propõe três casos, que nada mais são que categorias que diferem pelo grau de envolvimento de professor e/ou aluno no processo de Modelagem.

---

<sup>3</sup> O professor mediador é entendido aqui como aquele que explora o que os alunos sabem e, a partir do que ele sabe, estabelece um diálogo que a intenção de gerar aprendizagem.

Os três casos elucidam a flexibilidade da Modelagem nos mais diferentes contextos escolares. O esquema a seguir ilustra essas três regiões de possibilidades:

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da situação problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Figura 03: Envolvimento de professor e aluno em cada caso no processo de Modelagem segundo Barbosa (2001b)

O caso a ser utilizado na pesquisa e que será descrito posteriormente trata-se de caso de Modelagem 3, em que a partir de um tema não matemático escolhido pelos alunos e professor, ambos são responsáveis pela coleta de informações, formulação do problema e resolução. Neste como em todos os outros casos, o professor é apenas um co-partícipe e age como mediador do conhecimento no processo de aprendizagem. Para Freire<sup>4</sup> (1972) (apud Vargas, 2006, p. 22), o “professor não é mais meramente o que ensina, mas alguém a quem também ensina no diálogo com os estudantes, os quais, por sua vez, enquanto estão ensinando, também aprendem. Eles se tornam conjuntamente responsáveis por um processo no qual todos crescem.”

O nível de envolvimento do professor e aluno no processo de Modelagem descrito por Barbosa (2001b) pode estar relacionado ao tipo de ambiente de aprendizagem de Skovsmose que se pode utilizar. É o caso do ambiente de aprendizagem seis, denominado por Skovsmose como cenário para investigação com referência na realidade, que pode ser relacionado com o nível de envolvimento caso três descrito por Barbosa. Esta relação está pautada na responsabilidade pelo desenvolvimento do trabalho, compartilhada entre o professor e seus alunos, ocorrida no cenário. Destaco também, que nem sempre será possível a relação entre os “casos” de Barbosa com todos os ambientes de aprendizagem citados por Skovsmose.

O que percebo analisando a figura 03 é que, ao avançar do caso 1 ao caso 3, as responsabilidades (tarefas) dos alunos envolvidos na resolução do problema aumentam,

<sup>4</sup> FREIRE, P. *Pedagogia do Oprimido*. 40.ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1972.

conseqüentemente se tornam mais sujeitos de sua aprendizagem. Por sua vez, o professor vai se tornando, com a progressão, aquele que oportuniza ao aluno aprender e também aprende.

Portanto, a Modelagem redefine o papel do professor no momento em que ele perde o caráter de detentor e transmissor do saber para ser entendido como aquele que está na condução (problematizar) das atividades, numa posição de partícipe (BARBOSA, 1999).

Bassanezi e Biembengut<sup>5</sup> (1997) (apud Barbosa, 1999) expõem alguns procedimentos a adotar para desenvolver a Modelagem na sala de aula:

- 1 – escolher um tema central;
- 2 – recolher dados que possam ajudar a elaborar hipóteses;
- 3 – elaborar problemas conforme interesse dos grupos de alunos;
- 4 – selecionar as variáveis essenciais envolvidas nos problemas e formulação das hipóteses;
- 5 – sistematizar conceitos a serem usadas na resolução;
- 6 – interpretação da solução;
- 7 – validação dos modelos.

Caracterizado como um processo cíclico, o processo de Modelagem começa com “um problema real delineado por palavras”, formula-se um modelo matemático e um problema matemático, através de suposições e simplificações; resolve-se o problema e interpreta-se as respostas. O círculo é revisado até gerar uma solução satisfatória baseada em investigação (MAULL & BERRY, 2001).

O processo da Modelagem é visto como um conjunto de etapas evolutivas, que se sucedem numa determinada ordem. Essas etapas podem ser combinadas ou mesmo omitidas em atividades a desenvolver em sala de aula. Precisa-se conduzir o ensino dos conteúdos de Matemática conectados com outros conhecimentos, buscando assim a interdisciplinaridade. A Modelagem poderá ajudar o professor nesta articulação, porém com foco no conhecimento matemático, criatividade, flexibilidade e poder de decisão.

Em relação ao ensino-aprendizagem de Matemática, Barbosa (1999, p. 76) coloca em seu relato que a Modelagem traz algumas vantagens, entre elas podemos destacar:

- relaciona a realidade e o mundo matemático;

---

<sup>5</sup> BASSANEZI, R. & BIEMBENGUT, M.S. modelación matemática: una antigua forma de investigación – un nuevo método de enseñanza. Islas Canarias: *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, diciembre, 1997.

- possibilita o trabalho interdisciplinar; promove nova postura de professor e aluno; reorganiza as relações de conhecimento entre professor e aluno, com uma nova divisão de responsabilidades;
- explora a matemática na escola, levando-se em consideração o contexto social no qual está inserido o aluno;
- o aluno pode manejar a matemática, enquanto processo em construção em oposição à idéia de corpo estruturado e pronto; evidencia o papel social da matemática;
- torna possível a ligação entre vários conteúdos, possibilitando ainda a retomada de conceitos já trabalhados, imprimindo, desse modo, um caráter espiral ao currículo.

Sabe-se que existem também dificuldades/obstáculos para o uso de Modelagem no ensino, mas todo esforço é bem aceito. Para Bassanezi (2006, p. 38), a Modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, em que mais importante que chegar ao modelo bem sucedido é caminhar seguindo etapas na qual o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado.

Neste contexto, professor e aluno interagem no ambiente escolar e o resultado é o conhecimento. A Modelagem proporciona um ambiente de interação e de acordo com Vygostki (1998), é por meio das interações sociais mediadas por um professor que o conhecimento dos educandos se amplia. Portanto podemos afirmar que a Teoria Sócio-histórica da Psicologia e a Modelagem Matemática se relacionam.

Para entendermos um pouco como se dá a apropriação dos conceitos que culminam na construção do conhecimento, transcrevo nas linhas seguintes algumas idéias de Vygotski de acordo com a perspectiva sócio-histórica.

## 2 AS IDÉIAS DE VYGOTSKI

São várias as concepções de aprendizagem que surgiram e foram estudadas até o momento. Uma delas foi estudada e defendida como concepção histórico-cultural que procura compreender como as interações sociais vividas por cada indivíduo são determinantes na formação das funções psicológicas superiores<sup>6</sup>.

Temos hoje uma crescente penetração das idéias de Lev Semenovich Vygotski (1896-1934) na área da psicologia e educação. Sua teoria busca reunir, num mesmo modelo explicativo, tanto os mecanismos cerebrais subjacentes ao funcionamento psicológico, como o desenvolvimento do indivíduo (entendido como ser social) e da espécie ao longo de um processo sócio-histórico, enfatizando o papel da linguagem e da aprendizagem nesse desenvolvimento. Busca-se hoje mais formas de interpretar o conhecimento acumulado, de modo a alcançar uma compreensão mais completa de seus objetos.

Vygotski, com sua formação filosófica, baseava seus estudos no pensamento marxista, buscava respostas concretas aos problemas colocados pela psicologia. Usando método dialético passou a estudar fenômenos psíquicos, defendendo a necessidade de eles serem captados como processos em movimento (MOYSÉS, 2000).

Esta autora destaca que a união das idéias de Vygotski ao trabalho de Luria e Leontiev ocorreu com o objetivo de juntos tentarem explicar as formas mais complexas da vida consciente do homem no seu ambiente social, no trabalho, na família, nas formas histórico-sociais de existência.

A seguir apresento generalizações dos principais marcos teóricos, baseados nos pensamentos de Vygotski e seus colaboradores, são: mediação, processo de internalização, zona de desenvolvimento proximal e formação de conceitos.

### 2.1 A mediação

Uma das primeiras premissas levantadas por Vygotski para o desenvolvimento de posteriores investigações foi a questão da mediação do comportamento por meio de um instrumento. Abstraindo idéias de teorias marxistas, Vygotski introduziu na psicologia o fator

---

<sup>6</sup> Refere-se aquelas funções que envolvem consciência, intenção, planejamento, ações voluntárias e deliberadas, dependem de processos de aprendizagem. Por exemplo, a linguagem e a memória (OLIVEIRA, 1995).

histórico-cultural baseado na idéia de que o trabalho e sua divisão social acabam gerando novos comportamentos, novas atitudes, novos anseios, etc. Esses levam o homem a busca de meios para sua realização.

De acordo com sua teoria, o indivíduo inserido num contexto, por meio de instrumentos e signos, modifica o ambiente e, ao fazê-lo, acaba modificando-se também.

A função do instrumento é servir como um condutor da influência humana sobre o objeto da atividade; ele é orientado externamente; deve necessariamente levar a mudanças nos objetos. Constitui um meio pelo qual a atividade humana externa é dirigida para o controle e domínio da natureza. O signo, por outro lado, não modifica em nada o objeto da operação psicológica. Constitui um meio da atividade interna dirigido para o controle do próprio indivíduo; o signo é orientado internamente (VYGOTSKI, 1998, p. 72).

Por instrumento, concebeu a noção de signo, responsável pela mediação não só do seu pensamento, como o próprio processo social humano. Ao usar signos como desenhos, mapas, esquemas, símbolos numéricos e algébricos, sistema de contagem, estaria o homem a modificar suas próprias funções psicológicas superiores (MOYSÉS, 2000).

O chamado “instrumento psicológico” tornou-se parte da teoria, formando uma relação triangular (estímulo, reflexo e instrumentos), configurado por:

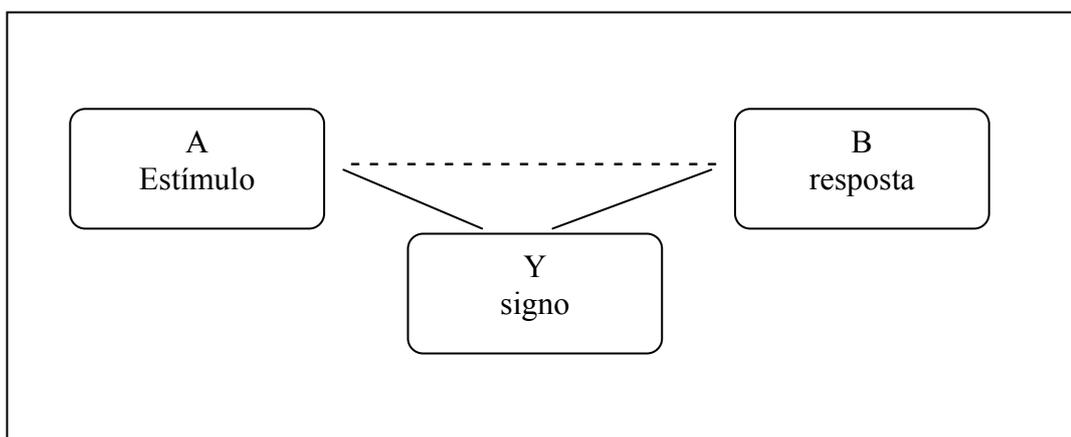


Figura 04: Processo da mediação

Fonte: (Vygotski, 1998, p. 53)

Nas idéias de Vygotski (1998), o estímulo A e o estímulo (reflexo) associado a A, chamado de B se tornam associados, quando mediados por um signo (Y). Concluiu que ao longo da história e do seu próprio desenvolvimento, o sujeito introduz novos símbolos, novos sinais (novos estímulos) na mediação de suas ações. Entre eles pode-se citar: registros de contagem com marcas em troncos de árvores ou utilização de pedras, cuja presença foi percebida em várias culturas primitivas.

A conexão  $A \rightarrow B$  sofre um desdobramento com a presença do instrumento psicológico: A relaciona a Y e Y é que relaciona a B, diferenciando o processo estudado por Pavlov (VYGOTSKI, 1998), (OLIVEIRA, 1995) e (MOYSÉS, 2000).

É possível exemplificar o esquema acima descrito, com uma descrição do que acontecia nos pastoreiros na antiguidade: as pedras amontoadas ou colocadas num recipiente referiam-se ao número de ovelhas no pastoreiro. De acordo com o esquema, A seria as ovelhas, B a quantidade delas e Y, o signo utilizado como mediador que ajudaria o pastor a lembrar e verificar a associação entre A e B. O homem recorre a signos para ampliar a sua capacidade no mundo. As pedras usadas para a contagem das ovelhas permitem que o ser humano armazene informações sobre quantidades muito superiores as que ele poderia guardar na memória. Isto é, as pedras representam a quantidade de ovelhas, a qual pode ser recuperada em momentos posteriores. Elas são signos, pois podem representar a realidade e referir-se a elementos do espaço e tempo presentes.

Moysés (2000) afirma que é preciso salientar que esse instrumento psicológico (signo) tanto pode ser algo introduzido pelo próprio sujeito quanto por alguém de fora (no caso, o professor). A principal característica, no entanto, reside no fato de ter um significado. O exemplo do pastor é típico do primeiro caso. Do segundo caso, um exemplo pode ser o uso de cores para relacionar a sensações, como por exemplo, vermelho – quente, ou as cores do semáforo. A cor funciona como mediadora entre o estímulo e a resposta, levando o indivíduo a recordar-se da resposta solicitada. De acordo com esta autora,

o que se percebe aqui é que, embora o elemento auxiliar – a mediação – seja externo, o sujeito lhe atribui um significado, o que lhe permite se lembrar da palavra dada. Ao contrário de ser um simples automatismo, é algo muito mais complexo. É um processo que envolve o estabelecimento de relações entre idéias, ou seja, nele interferem as funções psíquicas superiores (MOYSÉS, 2000, p. 26).

À medida que o tempo passa, o indivíduo deixa de necessitar do elemento externo (instrumentos) e passa a utilizar signos internos e os significados desses signos vão se tornando cada vez mais independentes do contexto espaço temporal em que esses signos são utilizados. Formam-se então, as representações mentais que substituem os objetos do mundo real.

Na escola utiliza-se bastante o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação. Um exemplo é a chegada do professor na sala no início do dia. Esta chegada estabelece que a aula vai começar e que provavelmente o professor interromperá as atividades que os alunos estavam realizando. A lembrança de que todos os dias isso ocorre foi o objeto

mediador. No decorrer das aulas existem outras situações da ocorrência da mediação como o uso de fotos para ilustrar algum tema, o uso de símbolos para estabelecer regras ou atitudes, etc.

No trabalho de Modelagem desenvolvido percebi a importância de certos recursos como gráficos e símbolos matemáticos na compreensão e continuação de atividades. Neste caso, um gráfico acabou tornando uma atividade direta em atividade mediada e permitiu maior controle do aluno sobre a atividade desenvolvida.

Encaminha-se então a um outro ponto da teoria de Vygotski: o processo de internalização ou interiorização.

## **2.2 O processo de internalização**

Vygotski (1993), baseado em seus experimentos e contribuições de outros autores, defendeu a idéia de que é na interação social e por intermédio dos signos que se dá o desenvolvimento das funções psíquicas superiores. O educando convive, passa por experiências e acaba internalizando o que tem significado para ele.

Chamamos de internalização a reconstrução interna de uma operação externa, ou seja, uma operação que inicialmente representa uma atividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente. Um processo interpessoal é transformado em intrapessoal, que é o resultado de uma série de coisas ocorridas ao longo do desenvolvimento. O processo de internalização consiste numa série de transformações.

Uma função presente no desenvolvimento cultural da criança aparece duas vezes, ou em dois planos distintos. Primeiro, aparece no plano social, e depois, então, no plano psicológico. Em princípio, aparece entre as pessoas e como uma categoria interpsicológica, para depois aparecer na criança, como uma categoria intrapsicológica. Isso é válido para atenção voluntária, a memória lógica, a formação de conceitos e o desenvolvimento da vontade. ... a internalização transforma o próprio processo e muda sua estrutura e funções. As relações sociais ou relações entre as pessoas estão na origem de todas as funções psíquicas superiores (VYGOTSKI, 1998, p. 75).

Essa colocação deixa claro que antes de internalizar algo (função psicológica interna), é preciso ser uma função social, surgida através da interação (OLIVEIRA, 1995 p. 35). Essa passagem do externo para o interno não acontece como uma simples cópia. Ao internalizar uma função psíquica, acontece uma nova reorganização mental. É como se novas teias de relação se formassem com o que acaba de ser internalizado e o que está no ser. O

resultado é o enriquecimento psico-intelectual. Por trás do processo de internalização há um motivo que emana do campo afetivo (vontade ou necessidade do sujeito).

Percebo na EAFRS uma situação que servirá de ilustração para esse processo de internalização. Os alunos, ao iniciarem suas vidas escolares na instituição, começam a desenvolver, provavelmente, o primeiro projeto de iniciação à pesquisa. É como se fossem as primeiras tentativas de andar de um bebê. Com incentivos e encaminhamentos de professores e orientadores, começam a surgir os primeiros registros, as leituras, os primeiros experimentos. A cada avanço, uma pequena vitória, um reconhecimento, um incentivo para a continuação e o resultado será, no final de um determinado período, o registro de informações para posterior análise de dados como o previsto pelo professor/orientador. O motivo que desencadeia essa ação de aceitar o convite a desenvolver o projeto e relatá-lo, pode entre outros ser: a possibilidade de responder a uma curiosidade, a oportunidade de socialização do trabalho na feira da escola, ou em outro evento de mesmo fim, a procura pela aprovação na disciplina ou uma viagem de estudo no final do processo.

No processo de internalização, os aspectos cognitivos e afetivos mostram-se intimamente entrelaçados. O meio faz com que algumas características sejam definidas. O espaço oportunizado pela EAFRS através do Projeto de Iniciação Científica pode propiciar aos educandos experiências, na maioria das vezes, positivas com o desenvolver de uma ação básica de iniciação à pesquisa. O meio em que se realiza o trabalho apresenta características de favorecimento para a pesquisa justificado pelos indícios registrados pelos egressos da Escola que se beneficiaram do conhecimento adquirido com este Projeto ao estudarem em curso superior. Falas dos professores, o desenvolvimento de um trabalho nas aulas, a visualização do produto final, a apresentação desta produção pelos educandos podem contribuir para a internalização das reais vantagens de se desenvolver este tipo de trabalho no Ensino Médio. Em suma, o processo que tem começo em relações interpessoais pode transformar-se em outro intrapsicológico.

### **2.3 A zona de desenvolvimento proximal**

A partir da experiência com educação de crianças pela qual passei nos anos de 1992 a 1996 pude perceber que, desde pequenos, existe nos indivíduos uma relação entre um determinado nível de desenvolvimento e sua capacidade potencial de realizar tarefas e

aprender determinadas coisas. Como direcionei esta pesquisa para a questão do ensino-aprendizagem, foco a atenção para o conceito de zona de desenvolvimento proximal.

Após considerar que desenvolvimento e aprendizado não coincidem e sim que estão relacionados desde os primeiros instantes de vida da criança, Vygotski defende que o aprendizado deve ser combinado de alguma forma com o nível de desenvolvimento do indivíduo. E é por meio do conceito de zona de desenvolvimento proximal que fica melhor explicitado o modo como se dão as relações entre aprendizagem e desenvolvimento.

A zona de desenvolvimento proximal é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes (VYGOTSKI, 1998, p. 112).

Para Vygotski, a zona de desenvolvimento proximal é entendida como o espaço entre o nível de desempenho individual das crianças (o que o indivíduo domina) conhecido como nível de desenvolvimento real (NDR) e o nível a que seriam capazes de atingir inters psicologicamente (capacidade para aprender novas coisas com orientação de adultos, por exemplo) designado como o nível de desenvolvimento potencial (NDP). O NDR revela funções psicológicas superiores que já se desenvolveram enquanto o NDP se refere a funções que ainda estão em processo de amadurecimento.

Estudos realizados por Vygotski mostraram que testes e provas medem o desenvolvimento cognitivo num determinado momento e os resultados podem ser diferentes, em relação ao que ocorreu, pouco tempo depois. Geralmente esses resultados são superiores para alguns indivíduos devido ao amadurecimento do que estava em potencial anteriormente. Isso difere de indivíduo para indivíduo. Vygotski e seus colaboradores realizaram investigações e perceberam que aquilo que um indivíduo não é capaz de fazer sozinho, poderá desempenhá-lo com a instrução de um adulto (ou de alguém mais instruído que ele). Perguntas guias, exemplos ou demonstrações constituem o cerne dessa ajuda (MOYSÉS, 2000, p. 34; OLIVEIRA, 1995, p. 59).

Isso justifica ou explica o fato de desenvolver os projetos de iniciação científica em grupos, orientados por um professor orientador e utilizando o caso de Modelagem Matemática caso 3, descrito no capítulo 1. A função do professor de PIC e do orientador do trabalho a ser desenvolvido pelo aluno é de oportunizar o aparecimento de funções psíquicas superiores não completamente desenvolvidas. Portanto a utilização da Modelagem Matemática como cenário para investigação está apoiada na teoria de Vygotski.

Para Vygotski (1998), a aprendizagem é uma organização ordenada que conduz ao desenvolvimento mental. É um momento intrinsecamente necessário e universal para que se desenvolva no indivíduo características humanas não inatas, mas sim historicamente formadas. Neste sentido, as matérias escolares, os trabalhos desenvolvidos no ambiente escolar são capazes de orientar e estimular o desenvolvimento das funções psíquicas superiores, uma vez que se ligam ao sistema nervoso central. Isso acaba acontecendo na zona de desenvolvimento proximal.

Os trabalhos de iniciação à pesquisa desenvolvidos nas aulas de PIC também contribuem analogamente, uma vez que são feitos segundo o interesse do grupo, é um trabalho cujos atores principais são eles próprios com contribuições de seus professores. Em termos cognitivos o questionamento dirigido, a pesquisa e a validação dos modelos matemáticos, por parte de quem ensina (o professor), desempenham um relevante papel na aprendizagem. O professor atuando como mediador acaba com estas ações criando zonas de desenvolvimento proximal.

Vygotski (1998, p. 117) baseado nos estudos de zona de desenvolvimento proximal afirma que “o bom ensino é aquele que se adianta ao desenvolvimento” e que é função do professor criar zona de desenvolvimento proximal para o surgimento de funções ainda não completamente desenvolvidas nos seus educandos, intervindo no seu nível de desenvolvimento potencial. O desenvolvimento dessas funções no educando diferenciaria a imitação da aprendizagem.

## **2.4 A formação de conceitos**

Segundo Moysés (2000), a questão da formação de conceitos é emanada das aplicações do conceito de zona de desenvolvimento proximal inserida nos trabalhos de Vygotski e seus colaboradores e foi entendida como uma extensão sobre o processo de internalização.

De acordo com a teoria de Vygotski (VYGOTSKI, 1993), há dois tipos de conceitos:

- a) Espontâneos – são aqueles que o indivíduo já domina, aqueles aprendidos no dia a dia, oriundos da observação, manipulação, do contato com fatos, ocasiões, objetos, dos quais o mesmo não tem sequer consciência;

- b) Científicos – conhecimentos sistematizados e transmitidos com intenção. Geralmente aprendidos no contexto escolar. São elaborados intencionalmente. Conhecimento hierarquicamente sistematizado e organizado.

Na formação dos conceitos científicos, o professor tem a tarefa de auxiliar o indivíduo a construir tais conceitos levando-os a estabelecer relações com o objeto de estudo por meio de abstrações em torno das suas propriedades e da compreensão das relações que ele mantém com um conhecimento mais amplo (MOYSÉS, 2000).

Para a elaboração dos conceitos científicos, deve haver uma relação consciente e consentida entre o sujeito e o objeto do conhecimento. Como se trata de uma operação mental, exige-se concentração e atenção sobre o assunto, abstraindo o que lhe é interessante e fundamental para que se chegue a generalizações mais amplas. É um processo de análise e síntese, abstração e generalizações, de um percurso que circula do particular para o geral e desse novamente para o particular.

Quando se examina o processo da formação de conceitos em toda a sua complexidade, este surge como um *movimento* do pensamento dentro da pirâmide de conceitos, constantemente oscilando entre duas direções, do particular para o geral e do geral para o particular. Nossa investigação mostrou que um conceito se forma não pela interação das associações, mas mediante uma operação intelectual em que todas as funções mentais elementares participam de uma combinação específica. Essa operação é dirigida pelo uso das palavras como o meio para centrar ativamente a atenção, abstrair determinados traços, sintetizá-los e simbolizá-los por meio de um signo (VYGOTSKI, 1993, p. 70).

É basicamente, no contexto escolar, que o indivíduo interagindo com colegas e professores, adquire os seus conceitos. Trata-se de um trabalho intencional e de constante interação professor/aluno. Implica na reconstrução do saber mediante estratégias adequadas, onde o professor atua como mediador entre o aluno e o objeto do conhecimento. Vygotski afirma que deverá existir então um diálogo entre ambos para que se torne possível as explicações, os questionamentos, as reflexões e os debates, bem como orientações sobre qual possa ser o caminho usado para responder as indagações, finalizadas pelo ato de defesa/explicação de suas generalizações.

Para Vygotski (1993), esta então é a essência de um ensino voltado para a compreensão. Trata-se de um processo dinâmico construído passo a passo pelos educandos orientados pelo professor. Este, conhecendo a zona de desenvolvimento potencial do educando, o questionará fazendo-o refletir sobre as informações e colocações, provocando um desequilíbrio na sua estrutura cognitiva fazendo-a avançar no sentido de uma nova e mais elaborada reestruturação. Para isto, é fundamental o desenvolvimento da capacidade de isolar

e abstrair apenas o que é de fundamental importância (o essencial), desconsiderando o secundário.

Moysés (2000) afirma que o ponto alto do processo, o momento de internalização, deve ser oportunizado pelo professor, para que o aluno exponha suas colocações a fim de se verificar as relações conseguidas por ele como generalizações e exemplificações, bem como detectar se está ocorrendo, no plano intrapsicológico, uma estrutura das relações que ocorrem no âmbito interpsicológico. Não se trata de imitação ou reprodução.

Ocorre então um movimento no qual os conhecimentos científicos, hoje para o aluno, seja considerado a posteriori real e espontâneo, a medida que são sistematizados, abstraídos e generalizados. Isso significa que dominar um nível mais elevado dos conceitos científicos eleva, conseqüentemente, o nível dos conceitos espontâneos.

A forma metódica e intencional como os conceitos científicos são – ou deveriam ser – trabalhados na escola abre caminho para a revisão e a melhor compreensão dos conceitos espontâneos que cada aluno traz dentro de si. Assim, refletindo o cotidiano de sua classe social, o aluno leva para a escola, sob a forma de conceitos espontâneos, certos conhecimentos e valores, dos quais vai adquirindo progressiva consciência através desse movimento (MOYSÉS, 2000, p. 38).

O processo torna-se então, trabalhar com os conceitos científicos para modificar a compreensão que o aluno tem acerca do conceito espontâneo trazido em sua bagagem. Isto exige, por parte do professor, compreensão dos diferentes significados que os conceitos têm para o aluno, percepção dos vários contextos e sentidos que ele pode estar empregando em tal conceito. Este é um desafio ao se trabalhar com Modelagem Matemática.

Neste trabalho investigamos se no ambiente, oportunizado pelo Projeto de Iniciação Científica, existiram situações nas quais o professor, interagindo com os alunos no ambiente de investigação, pode criar zonas de desenvolvimento que conduzem seus educandos, a buscar respostas para questionamentos de seus trabalhos, fazer abstrações e generalizações. Caso isso ocorrer, o educando ampliará o conhecimento. O produto de um ano de trabalho poderá contribuir para o domínio de conceitos que até então, na sua vida escolar, não eram de seu domínio. Não existe, ao se trabalhar com projetos de iniciação, a ilusão de que não haverá dificuldades apenas porque o tema é de interesse do aluno. O trabalho com Modelagem, apoiado nos estudos de Vygotski, pretende verificar se existirá a ampliação do conhecimento matemático e formação de conceitos ainda não espontâneos para os alunos.

### **3 O CONTEXTO E METODOLOGIA DA PESQUISA**

Destino este capítulo à apresentação do local onde os dados foram coletados, caracterização do ambiente e dos sujeitos envolvidos na pesquisa. Descrevo as linhas gerais do Projeto de Iniciação Científica da Escola, espaço no qual foi desenvolvido a pesquisa. Apresento a questão geradora e os objetivos que buscam direcionar a pesquisa. Na seqüência, apresento a metodologia e os procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa para a coleta dos dados, bem como apontamentos que sugerem uma pesquisa qualitativa.

#### **3.1 O contexto e os participantes da pesquisa**

##### **3.1.1 Caracterização do ambiente – o cenário**

Início esta parte descrevendo a forma como foi selecionado o lócus da pesquisa, bem como a estrutura que compõe o ambiente no qual ocorreu a investigação. Justifico a escolha do ambiente da pesquisa por vários fatores. O primeiro fator que influenciou na escolha, foi o fato de que os alunos do programa de mestrado no qual me insiro deveriam estar em efetiva docência, não podendo adquirir licença da jornada de trabalho, ou seja, deveriam estar inseridos em sala de aula durante o período de matrícula no curso. Outro fator foi que quando resolvi participar do processo de seleção para ingressar no mestrado, encontrava-me em estágio probatório, não sendo permitido o afastamento da instituição para o estudo e execução da pesquisa. Outro fator relevante está relacionado com a intenção de realizar a pesquisa na instituição de ensino da qual faço parte do corpo docente efetivo, produzindo material para o melhor desenvolvimento das aulas, e conseqüentemente, contribuindo com melhorias nas atividades de ensino e iniciação à pesquisa de meus educandos e com os colegas de trabalho do Projeto de Iniciação Científica.

O fato de estar em efetivo exercício com 40 horas de atividade, numa rede pública, fomentou indicativos de maior proximidade com o cenário da investigação. Docente da disciplina de Matemática e do Projeto de Iniciação Científica com as referidas turmas (a carga horária semanal destinada às aulas é de 22 horas, o restante do tempo fica destinado ao trabalho com projetos e organização do Projeto) teria tempo e espaço suficiente para o desenvolvimento da pesquisa, acompanhando de perto as reações e comportamentos dos envolvidos nos dois ambientes distintos de aprendizagem. Diante destes fatores, a escolha foi

a Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul (EAFRS) e não outra instituição como lócus na execução da pesquisa.

O trabalho de investigação foi desenvolvido durante 12 meses e teve como cenário a Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul, uma escola pública de Ensino Técnico da rede federal de educação, localizada na região do Alto Vale Catarinense, na área agrícola da cidade de Rio do Sul.

A EAFRS criada pela Lei Federal nº 8 670 em 30/06/1993, teve suas atividades letivas de Ensino Médio (na época, 2º grau) iniciadas no dia 05 de junho de 1995. Estruturada e fundamentada no modelo pedagógico Sistema Escola Fazenda, a escola atualmente possui 9 turmas no curso de Técnico Agrícola com habilitação em Agropecuária e 3 turmas no curso de Técnico Agrícola com habilitação em Agroecologia funcionando na modalidade de curso concomitante ao Ensino Médio. Já na modalidade de cursos subseqüentes ao Ensino Médio há turmas no curso de Técnico Agrícola com habilitação em Agropecuária e 2 turmas no curso de Técnico Florestal. Todas essas turmas estudando em período integral, por 8 horas diárias.

Em 2005, através do Decreto nº 4.578/05, iniciou estudos para oferta a partir de julho de 2006, de uma turma de Educação de Jovens e Adultos, profissionalizante - PROEJA na área de Agropecuária. Já em 2008, iniciaram atividades na instituição com 1 turma de curso Técnico em Informática, funcionando no período noturno e a primeira turma do Curso Superior em Tecnologia em Horticultura.

A principal finalidade da EAFRS, de acordo com seu Projeto Pedagógico Institucional, é oferecer educação tecnológica com vistas à formação, à qualificação, requalificação e reprofissionalização de jovens e trabalhadores em geral para os diversos setores da economia, especialmente nos de agropecuária e agroindústria além de realizar pesquisa tecnológica e desenvolver novos processos, produtos e serviços, em articulação com setores produtivos acima citados (EAFRS, 2008).

Procurando tornar efetiva a missão da instituição descrita acima e aproveitando a oportunidade de que os cursos técnicos concomitantes oferecidos na instituição possuem Ensino Médio desvinculado do Ensino Técnico e avaliação por competências, resolveu-se oportunizar um espaço a fim de promover integração de disciplinas e incentivo ao espírito investigativo. Essas mudanças no Ensino Técnico Profissional ocorreram devido à aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB – 9394/96) e regulamentação pelo decreto 2208/97. A matriz curricular do Ensino Médio é composta por disciplinas de conteúdos gerais (núcleo comum) e disciplinas da parte diversificada (conforme Art. 26 da LDB 9394/96) e é nesta parte que foi introduzido o espaço anteriormente referido e

denominado de Projeto de Iniciação Científica, conforme podemos visualizar na figura abaixo.

			1ª Série		2ª Série		3ª Série	
			1º Sem.	2º Sem.	1º Sem.	2º Sem.	1º Sem.	2º Sem.
<b>BASE COMUM</b>	<b>LÍNGUAGENS, CÓDIGOS E SUAS TECNOLOGIAS</b>	Língua Portuguesa e Literatura	60 (3)	60 (3)	40 (2)	60 (3)	60 (3)	60 (3)
		Artes		40 (2)			40 (2)	
		Educação Física	60 (3)	60 (3)	40 (2)	60 (3)	60 (3)	60 (3)
		Língua Estrangeira Moderna (Inglês)	40 (2)	40 (2)	40 (2)			
		Informática			40 (2)	40 (2)		
	<b>CIÊNCIAS HUMANAS E SUAS TECNOLOGIAS</b>	História	40 (2)		40 (2)			40 (2)
		Geografia	40 (2)			40 (2)	40 (2)	
		Sociologia					40 (2)	40 (2)
		Filosofia		40 (2)	40 (2)	40 (2)		
	<b>CIÊNCIAS DA NATUREZA, MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS</b>	Biologia	40 (2)	40 (2)	40 (2)	40 (2)		
		Química	40 (2)	40 (2)			40 (2)	40 (2)
		Física			40 (2)	40 (2)	40 (2)	40 (2)
		Matemática	40 (2)	40 (2)	40 (2)	40 (2)	40 (2)	80 (4)
	<b>PARTE DIVERSIFICADA</b>	<b>PROJEOS</b>	Projeto: Iniciação Científica	40 (2)	40 (2)	40 (2)		
			Projeto: Extensão				40 (2)	40 (2)
			Projeto: Orientação para estágio / 2001					
<b>TOTAL DA CARGA HORÁRIA</b>			<b>400 (20)</b>	<b>400 (20)</b>	<b>400 (20)</b>	<b>400 (20)</b>	<b>400 (20)</b>	

Figura 04: Matriz curricular do Ensino Médio da EAFRS/2008

Fonte: EAFRS, 2008

Entre seus objetivos, a EAFRS pretende desenvolver educação profissional nos níveis básico, técnico e tecnológico, capacitando profissionais para o mundo do trabalho, investindo no fortalecimento da cidadania e também busca incentivar e operacionalizar mecanismos de pesquisa e extensão, além de desenvolver metodologias próprias visando à efetiva articulação da educação, produção e pesquisa (EAFRS, 2008).

A Escola, quando comparada com outras instituições públicas de ensino em nível médio, apresenta excelente estrutura e possui recursos à disposição de educandos e professores como: 2 laboratórios de informática equipados com 30 computadores cada e

acesso a Internet e intranet; laboratórios de Física, Biologia, Química e Topografia e Construções; biblioteca equipada com mais de 16416 títulos e espaço apropriado para estudo e pesquisa, funcionando nos três turnos diariamente; 17 salas de aulas, sendo 7 delas em espaço ambiente localizado nos setores; sala de multimeios e auditório que dispõem de televisor, som, aparelho de DVD, projetor de multimídia, computador e retroprojetor.

Além destes recursos, a EAFRS conta com outra estrutura voltada para o ensino técnico nos setores de: agricultura - AGRI I (olericultura), AGRI II (culturas anuais), AGRI III (fruticultura); Agroecologia; Gestão Ambiental; Floresta com viveiro de produção de mudas; fazenda (voltada para produção agropecuária); zootecnia - Zoo I (avicultura), Zoo II (suinocultura e ovinicultura), Zôo III (bovinocultura) - abatedouro, laticínio e apicultura; fabrica de ração e laboratório de sementes. As salas de aulas e os ambientes pedagógicos dos setores possuem amplo espaço e material próprio para estudo e ensino em cada um dos laboratórios.

Convêm destacar aqui os setores de Zootecnia I e Zootecnia III, espaços estruturados e destinados a criação e manejo de aves de corte e postura e de gado bovino, setores estes utilizados pelos personagens desta investigação para coleta de dados. Embora a principal finalidade dos setores é servir de espaço didático, toda a produção obtida nos mesmos é destinada ao refeitório da escola.

A instituição também tem oferecido aos seus alunos, além do currículo básico, atividades extracurriculares, como: danças folclóricas, canto (coral), música (violão), fanfarra, teatro, atividades esportivas como jogos coletivos, capoeira e atletismo. Atividades estas de apoio e lazer que ocorrem no período noturno.

Para garantir o funcionamento dos 280 ha da Escola, atualmente trabalham 49 docentes efetivos e 05 substitutos, 56 técnicos administrativos (entre eles psicólogo, orientador educacional, assistente de aluno, técnico pedagógico que atuam diretamente com alunos e estrutura pedagógica da escola), 29 funcionários terceirizados, 07 vigilantes, totalizando quase 150 colaboradores no atendimento a 990 alunos regularmente matriculados em todas as áreas. Os servidores dividem tarefas de ensino-aprendizagem, tarefas de administração, finanças, manutenção e produção.

Estas características destacam a estrutura da escola e fazem o diferencial em relação a outras instituições. Nessa perspectiva, ter este cenário para o desenvolvimento da pesquisa é um privilégio.

### 3.1.2 Os personagens da pesquisa

Estruturada para acontecer num ambiente escolar, a pesquisa ocorreu com a participação de educandos, professor pesquisador e professor orientador dos trabalhos desenvolvidos pelos educandos. A seguir apresento esses personagens partícipes da investigação.

As turmas 1A e 1C em agosto de 2007, matriculados no curso de Técnico Agrícola (habilitação em agropecuária), continham cerca de 30 alunos em cada turma. Não havia repetentes e as turmas eram formadas em sua maioria de meninos alojados em internato da EAFRS. Os alunos encontravam-se na faixa etária de 15 anos e nesta oportunidade cursavam as disciplinas do Ensino Médio no período da manhã. As características das duas turmas eram diferentes: a turma 1A caracterizava-se como disciplinada, concentrada nas atividades, dedicada aos trabalhos/estudos e organizada; já a 1C apresentava um rendimento inferior, parte dos alunos eram dispersos, pouco dedicados aos estudos, eram desconcentrados e agitados. Tais características evidenciavam-se no decorrer das aulas de Matemática e de PIC. As duas turmas cursavam as mesmas disciplinas tanto no Ensino Médio quanto no técnico e, pelo fato de serem internos, tinham o mesmo tempo destinado aos estudos, tarefas e atividades de lazer. Portanto todos contavam com a mesma estrutura escolar e social durante os cinco dias da semana, ou seja, eles apenas estudavam.

Os educandos, partícipes da pesquisa e devidamente matriculados no curso de Técnico Agrícola, durante a investigação estudavam na 1A e 1C no segundo semestre de 2007 e 2A e 2C em 2008. Dos vários grupos que desenvolveram trabalhos de iniciação à pesquisa do PIC na 1ª série A e C (turno matutino), dois deles, compostos por duplas do sexo masculino com idades que variavam de 14 a 19 anos, mereceram observação especial. Em função do desempenho dos mesmos nas duas disciplinas, mostraram comportamento diferenciado dos demais integrantes da série, possuindo atitude de interesse em aprender novos temas com o intento de utilizar Matemática.

A escolha dos alunos (Fabrício, Sandro, Everton, Herberto e Marcelo)<sup>7</sup> deu-se pelo interesse que eles manifestaram pelo tema dos trabalhos. Não eram amigos ou companheiros inseparáveis em sala, apenas possuíam interesse em comum com o tema escolhido por eles. Um deles (Fabrício) tinha 19 anos, era o mais velho dos alunos. No grupo formado pelo Sandro e o Everton havia compromisso, respeito e dedicação ao trabalho, dividindo todas as

---

<sup>7</sup> Nomes fictícios dados aos Alunos da EAFRS, componentes do grupo de trabalho do projeto analisado.

tarefas do trabalho. Já no grupo do Fabrício e do Marcelo (este último substituído pelo Herberto em 2008 devido a desistência do curso) não havia essa mesma harmonia e dedicação ao trabalho. O grupo deu um grande salto com a entrada do Herberto que trouxe seriedade e compromisso às ações do grupo. A partir de então o trabalho se desenrolou com mais facilidade e qualidade.

No cenário de investigação, atuavam dois tipos de professor: eu, como professora de Matemática e Projeto de Iniciação Científica e, uma das orientadoras dos trabalhos dos dois grupos, e eu, como autora de pesquisa, na qualidade de professora e pesquisadora.

## **3.2 O Projeto de Iniciação Científica - PIC**

### **3.2.1 A descrição do Projeto de Iniciação Científica na EAFRS**

Sabemos que a escola é um espaço cuja responsabilidade é levar o aluno a perceber a necessidade de aprender sempre mais. Para isto, ao invés de oferecer somente informações prontas que muitas vezes não findam em construção de conhecimento, a escola deve proporcionar condições de desenvolver o educando, a fim de assegurar-lhe formação para o exercício da cidadania.

Com esse pensamento, a equipe pedagógica em conjunto com os professores, sentiu-se desafiada a criar um espaço para que aluno e professor pudessem estar à frente de uma iniciação à pesquisa básica. Embora normalmente a iniciação à pesquisa seja pensada somente para o ensino superior, a EAFRS acredita ser essencial oportunizá-la aos alunos do Ensino Médio, uma vez facilitado devido as suas curiosidades, fato que poderá otimizar o aprendizado e a iniciação a prática da pesquisa.

Ciente de sua missão, a EAFRS, em conformidade com o Art. 28 da LDB e dos Parâmetros Curriculares Nacionais (p. 34 e 37) e procurando proporcionar espaço para o desenvolvimento do espírito investigativo aos educandos através da pesquisa, incluiu no ano de 2000 na parte diversificada da matriz curricular do Ensino Médio, o PIC da EAFRS.

Este projeto visa disponibilizar condições teórico-metodológicas básicas para que o aluno se insira no contexto da produção científico-tecnológica, entendendo que a ciência é responsável pela produção e sistematização do conhecimento, que consiste no estabelecimento das relações entre os elementos formando um todo articulado, elevando o grau de desenvolvimento do conhecimento, que é condição essencial para a construção/reconstrução conceitual e da produção tecnológica (GAUER, 2005).

Regulamentado no ano de 2005 o projeto tem como principal papel agir como desfragmentador entre o Ensino Médio e o ensino profissional. O Projeto de Iniciação Científica é um trabalho contínuo de Educação Científica básica e procura incentivar os educandos a terem um primeiro contato com a pesquisa elementar. Inserido na matriz curricular da EAFRS, o objetivo essencial do projeto é despertar maior interesse pelo processo ensino-aprendizagem através da iniciação à pesquisa científica, que proporciona condições para a elaboração e aprofundamento de conhecimentos científicos e tecnológicos. Além disso, contribui para instigar no educando a necessidade de uma nova forma de realizar leituras do mundo, observando como ocorre o trânsito entre o conhecimento empírico e científico (EAFRS, 2008).

Em Bassanezi (2006), a Iniciação Científica é mencionada como um projeto de estudo direcionado que facilita a combinação entre teoria e prática e pode ser realizada em qualquer nível de aprendizagem, sempre supervisionado por um orientador. O autor destaca também que a Iniciação é um processo que fomenta a aprendizagem de disciplinas básicas valorizando-as e recriando suas idéias quando aplicadas à realidade e que a Iniciação Científica pode ser o primeiro passo para o aluno manter contato com a Modelagem Matemática. Pode ser utilizada para o estudo de tópicos ou conceitos isolados, conceitos inter-relacionados ou matéria específica ou como uma disciplina específica. Nos trabalhos acompanhados nas aulas do Projeto de Iniciação Científica e descritos nesta pesquisa, utilizei a concepção de estudo de um tema da área de zootecnia por meio da Modelagem. Não se tinha, a priori, definidos conceitos ou conteúdos envolvidos no processo de Modelagem.

Ao desenvolvermos a Iniciação Científica na EAFRS, oportunizamos a todos os alunos a interação com a experiência seguindo os passos elementares de uma pesquisa básica, não necessariamente utilizando a Modelagem. O aluno é instigado a agir e refletir, oferecendo dessa maneira, uma educação de dimensão crítica onde o aprendizado acontece de forma dialógica.

### **3.2.2 A operacionalização do Projeto de Iniciação Científica na EAFRS**

A consolidação do Projeto de Iniciação Científica como projeto pedagógico veio a somar com as necessidades da escola ao buscar o envolvimento dos docentes, oportunizando uma integração entre distintas áreas do conhecimento. Três ícones que sustentam o projeto: a

coordenação, ligada diretamente aos professores que estão em sala de aula, discutindo, implementando, normatizando e melhorando sempre as metodologias e práticas de ensino; os professores orientadores, que apresentam suas linhas de pesquisa, orientando toda a construção do trabalho do grupo; e os alunos, que interagem com as diversas áreas de conhecimento, se identificando com uma área afim, aquela que mais lhe desperta interesse e curiosidade, desenvolvendo um trabalho de iniciação científica básica, participando como sujeito da aprendizagem e transformador da sua realidade.

A construção do pensamento científico no Projeto de Iniciação Científica é oportunizado aos educandos nos 3 primeiros semestres do Ensino Médio com carga horária de 40 horas semestrais, distribuídas em 2 aulas semanais. Atualmente, o projeto conta com um grupo de 6 professores que compartilham atividades de planejamento, acompanhamento das aulas e avaliação do processo, sendo o grupo liderado por um coordenador (define-se um para cada semestre entre os 6 componentes). No regulamento do Projeto estão definidas as atribuições dos educandos, do professor orientador dos trabalhos, do professor docente e do coordenador do Projeto de Iniciação Científica.

Ao longo dos três semestres o educando desempenha várias atividades. No primeiro semestre é oportunizado ao educando o contato com o espírito científico como o objetivo de desmistificar alguns conceitos da ciência. Procura-se distinguir a atitude científica da atitude costumeira ou do senso comum. Pretende-se evidenciar que o estudo da ciência pode ser visto como uma tentativa de compreender as relações entre determinados aspectos da realidade e dos eventos ocorridos no mundo real. Tentativa esta que, além dos elementos frutos da observação, possui elementos intuitivos, chegando, por fim, as formulações lógicas.

Nesta etapa inicial, os educandos têm os primeiros contatos com textos científicos e são levados a reconhecerem a diferença destes com outras produções textuais, reconhecendo assim a lógica da produção dos textos e, depois de efetuadas leituras, serem capazes de compreender, interpretar e analisar com criticidade. No término do 1º semestre são oferecidas aos educandos noções básicas de metodologia, colocando-os frente a estruturas científicas básicas para a elaboração do projeto de pesquisa.

Paralelamente às informações metodológicas, o educando é provocado a iniciar um trabalho de iniciação à pesquisa. Para tanto deve escolher um tema de seu interesse, que esteja vinculado às linhas de pesquisa dos professores da EAFRS, escolhendo assim, um professor para orientar seu trabalho. Esta escolha é voluntária e baseada na área de atuação dos docentes da instituição. Reunidos em grupos de até 3 elementos fazem o levantamento de possíveis orientadores por tema de interesse, escolhem o tema e iniciam a construção do pré-projeto de

investigação científica. Após definido orientador, ele conduz o grupo a definirem as linhas gerais do projeto e iniciam o processo de implementação do mesmo. As informações passam a ser registradas em arquivos localizados na rede de computadores da EAFRS, da qual os professores e alunos da turma têm acesso. Neste período os alunos acabam desenvolvendo suas tarefas em sua maioria no laboratório de informática e biblioteca escolar.

No início do segundo semestre, com o pré-projeto elaborado contendo: o tema, o problema e a justificativa, cada grupo define objetivos, metodologia e elabora em conjunto com o orientador, o cronograma de execução de cada uma das partes do trabalho. Iniciam então o aprofundamento teórico do tema e posteriormente, a execução dos experimentos em busca de dados. Ao término do semestre, cada grupo de trabalho deve ter realizado um relatório parcial da sua pesquisa devidamente acompanhado de uma ficha na qual se registram os encaminhamentos do orientador.

No último semestre, o espaço das aulas é destinado à coleta final de dados do seu experimento (quando ainda não o fizeram) e discussão dos dados. Estes são devidamente registrados no relatório que atende a algumas normas básicas da metodologia científica. O trabalho termina com a finalização do relatório (que deve possuir no mínimo: elementos pré-textuais que identificam o grupo e a instituição; elementos pós-textuais como introdução, fundamentação teórica, materiais e métodos, análise e discussão dos dados, considerações finais e bibliografia consultada).

O Projeto de Iniciação Científica possui avaliação ao final de cada semestre que é considerada reflexo do processo e culminam em três fases: pré-projeto com linhas gerais, relatório parcial e relatório final. As orientações apresentadas aos grupos e os encaminhamentos feitos nas aulas levam ao resultado final. Podemos afirmar que o resultado final depende muito do nível de interesse e envolvimento dos alunos no trabalho e de ações bem definidas e exigidas pelo professor orientador. Verifica-se que os alunos que passam por essa experiência são destaques perante outros que não tiveram contato com esse tipo de experiência. Essa consideração é feita baseada nas experiências obtidas em outra escola pública que já trabalhei, nos trabalhos expostos em amostras como Feira de Matemática para esse nível de ensino e nos comentários deixados por avaliadores nas avaliações dos trabalhos dos alunos.

Todos os grupos de trabalhos são convidados a socializar seus projetos na Feira de Conhecimento Tecnológico e Científico (FETEC), instituída na EAFRS como o objetivo de oportunizar um espaço onde a socialização dos saberes pudesse acontecer, acreditando ser primordial esse espaço enquanto escola pública. Geralmente os grupos participam com seus

trabalhos de outros eventos afins como Jornadas de Iniciação Científica, Mostras e Congressos, além de Feiras de Matemática (evento que acontece anualmente em nossa região e bastante conhecido no Estado).

Algumas reflexões sobre o Projeto já foram realizadas e registradas em publicações por acreditarmos ser possível introduzir a iniciação científica no Ensino Médio. São considerações sobre o processo de elaboração, implantação e implementação do Projeto de Iniciação Científica da EAFRS. Nelas se encontram discussões a respeito do processo de implementação, resultados alcançados em várias etapas, bem como avanços almejados. Entre as publicações podemos destacar: Civiero (2006; 2008), Oliveira (2007) e Gauer (2005). Sabemos que temos muito a melhorar, mas já foram várias as sementes lançadas e frutos colhidos.

Iniciadas em 2007, na II Jornada da Produção Científica da Educação Profissional e Tecnológica da Região Sul, as discussões sobre a importância da Iniciação Científica no Ensino Médio foram oficializadas no ano de 2008. Ocorreu então o I Encontro Catarinense de Iniciação Científica, sob iniciativa do Colégio Agrícola de Camboriú, com a finalidade de socializar as experiências de iniciação à pesquisa em nível de Educação Básica e Profissional desenvolvidas nas instituições federais de Santa Catarina. Este evento contou com a participação de representantes da EAFRS tendo seu Projeto de Iniciação Científica destacado e apontado pelos participantes do evento como referência para a proposta de pesquisa elementar no Ensino Médio.

### **3.3 Pretensões da pesquisa**

#### **3.3.1 A questão norteadora e os objetivos**

O ensino de Matemática há vários anos vem sofrendo modificações, são métodos que surgem, novos estudos realizados, mais ainda nos deparamos com uma questão que merece atenção: a aprendizagem em Matemática. Alunos concluem séries, anos, e se perguntados sobre o que sabem de matemática, para que serve matemática, poucos respondem. Não percebem relações entre a Matemática e outras disciplinas nem aplicação de conceitos estudados, não têm oportunidade para uma iniciação à pesquisa e na maioria das vezes não conseguem resolver situações problemas de sua vida diária. Para muitos, a escola é mais um lugar para passar horas do dia e espaço para reprodução de textos lidos ou trabalhados na sala.

Em escolas onde há Ensino Técnico Agrícola muitas vezes isso não é diferente. Os educandos possuem dificuldades em integrarem conceitos das mais variadas disciplinas a fim de realizarem a análise, discussão e resolução de problemas reais oriundos da parte técnica, especificamente na área de zootecnia. Apesar de muitos possuírem estrutura à disposição para a prática de iniciação à pesquisa não o fazem. Diante destas considerações, como a Modelagem Matemática, desenvolvida nos trabalhos de iniciação à pesquisa do Projeto de Iniciação Científica, pode contribuir para a análise, discussão e resolução de problemas através da integração das disciplinas de Matemática e do Ensino Técnico em Agropecuária na área de bovinocultura leiteira e avicultura de corte?

Para responder esta indagação e conduzir a pesquisa, alguns objetivos (geral e específicos) foram elencados:

Objetivo Geral - investigar e analisar a Modelagem Matemática, como ambiente de ensino-aprendizagem, elencando contribuições para o processo de resolução dos problemas, para o desenvolvimento dos projetos de Iniciação Científica e para a construção do conhecimento;

Objetivos Específicos - avaliar as dificuldades e as contribuições das atividades referentes à Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem ocorridas nos cenários; apontar contribuições da mediação realizada pelo professor, para o processo de Modelagem ocorrido nos cenários.

### 3.4 A metodologia

A metodologia de investigação empregada nesta pesquisa foi o Estudo de Caso, através de abordagem qualitativa de investigação, considerando que o termo pesquisa qualitativa é adequado a pesquisas que adotam como características:

(a) transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configurados; (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (GARNICA, 2004, p. 86).

Essas características não devem ser vistas como regras, pois a pesquisa qualitativa envolve muita interpretação, uma maneira de abordar o mundo de forma natural.

Esses aspectos assemelham-se aos propósitos inerentes à investigação qualitativa descritos por Bogdan & Biklen (1994). Para os autores, na investigação qualitativa, a fonte direta dos dados é o ambiente natural, sendo o pesquisador o principal instrumento devido ao contato prolongado e direto com o objeto. Considera que o pesquisador deve ater-se aos detalhes do ambiente investigado descrevendo-lhe ao máximo os dados e os analisa em toda a sua riqueza, respeitando o mais próximo possível a forma como estes foram registrados ou transcritos, de forma a prevalecer mais o processo que o resultado final. O pesquisador tende a analisar os seus dados de forma indutiva, não recolhendo dados com o objetivo de confirmar ou refutar hipóteses levantadas anteriormente; ao invés disso, irá construir abstrações à medida que os dados vão surgindo e se ajustando.

A pesquisa qualitativa considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo neste tipo de pesquisa. Descarta a utilização de métodos e técnicas estatísticas, considerando o ambiente natural como a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador como instrumento-chave. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem (SILVA & MENEZES, 2005).

Para a realização dessa pesquisa acompanhei o trabalho de dois grupos de alunos do Ensino Médio da EAFRS, durante cerca de 80 horas do Projeto de Iniciação Científica, no período de agosto de 2007 a julho de 2008. O trabalho de investigação consistiu em observar como os alunos enfrentavam a resolução das questões que envolviam Modelagem Matemática, para a melhor compreensão e entendimento do tema desenvolvido. Desse modo, procurei colocar em evidências alguns aspectos que caracterizam o modo como os alunos perceberam os conceitos matemáticos nas situações de Modelagem e que contribuições esse processo de pesquisa elementar trouxe para os grupos de educandos. Esses aspectos foram evidenciados utilizando-se vários instrumentos de coleta de informações como: observação, entrevista e documentos.

No início dos trabalhos, nas aulas, expliquei aos alunos que os mesmos participariam da pesquisa, mas que seus nomes verdadeiros não iriam constar no meu trabalho. Expliquei que algumas de nossas aulas seriam gravadas e suas falas poderiam servir de material para o

meu trabalho, porém não deveriam ficar preocupados ou apreensivos. Suas ações ou falas deveriam continuar normais sem qualquer preocupação.

### 3.4.1 Observação

Quando se trabalha com pesquisas qualitativas a observação de fatos, comportamentos e cenários de investigação são bastante valorizados. Característico de estudos qualitativos, na observação “os comportamentos a serem observados não são predeterminados, eles são observados e relatados da forma como ocorrem, visando descrever e compreender o que está ocorrendo numa dada situação.” E neste tipo de observação o pesquisador se torna parte do cenário observado e interage por grandes períodos com os sujeitos, a fim de sentir o que significa estar naquela situação, fazendo-se presente no seu cotidiano (ALVES-MAZZOTTI, 1998, p. 166).

É considerado importante nas abordagens qualitativas o fato que a observação permite ao observador uma aproximação dos sujeitos envolvidos. À medida que o observador acompanha in loco as experiências destes, pode compreender o real significado que estes atribuem à realidade e às suas ações. O observador pode ter acesso a uma variedade de informações, algumas de caráter simples, outras de teor sigiloso (LUDKE & ANDRÉ, 1986).

Considerando relevante a observação e a análise das atividades desenvolvidas pelos educandos no ambiente de aprendizagem, utilizei esta técnica na pesquisa. No cenário de investigação procurei descrever em um diário de bordo<sup>8</sup> várias seções de observação ou conversas que ocorreram com os grupos. Neste diário, foram destacadas as interrogações dos alunos, as interferências e as posturas feitas por mim, as constatações dos alunos acerca do problema e sua relação com a Matemática, o comportamento dos alunos, os conteúdos estudados, além de expressar minhas impressões sobre os fatos ocorridos. Ao fazer uso do diário, várias de minhas impressões já tomaram forma de análise dos dados. As notas no diário de bordo são, segundo Bogdan & Biklen (1994, p. 150), “o relato daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha”. Para estes autores, essas notas possuem aspectos descritivos e reflexivos. Descritivos enquanto representam o empenho do pesquisador junto ao ambiente e reflexivo, quando representam as idéias, considerações e preocupações do observador.

---

<sup>8</sup> Diário de bordo foi entendido aqui como um caderno destinado ao registro das informações que ocorriam no desenrolar da aula, feita logo após o término ou mesmo durante a aula.

Além do diário, também utilizei no decorrer das aulas, período de preparação para a amostra e apresentação dos trabalhos nas amostras, gravações em áudio e vídeo. Tais técnicas foram utilizadas privilegiando momentos de discussão das estratégias a serem utilizadas, apontamentos dos alunos em relação ao problema investigado, discussão coletiva em busca da relação da Matemática e o problema a ser respondido, elaboração do relatório final e material para apresentação do trabalho na amostra e as exposições dos trabalhos ocorridas na Feira interna da EAFRS, Feira Regional e Catarinense de Matemática. As informações contidas nestas falas e imagens foram utilizadas para a análise de dados, sendo algumas delas transcritas.

Cabe salientar que em relação à natureza das observações, estava eu na condição de pesquisadora procurando compilar informações a respeito do trabalho dos grupos e ao mesmo tempo era a professora da turma em sala de aula. Creio que a presença no cenário como pesquisadora e professora pode ter interferido na situação observada levando a inferências não coerentes.

### **3.4.2 Entrevista**

Uma entrevista nada mais é que uma conversa a dois para coleta de informações sobre um determinado tema. Realizada por iniciativa do pesquisador é destinada a fornecer informações pertinentes ao objeto de pesquisa. Para Alves & Mazzotti (1998, p. 168), ao escolher esta técnica, “o investigador está interessado em compreender o significado atribuído pelos sujeitos a eventos, situações, processos ou personagens que fazem parte de sua vida cotidiana.”

O tipo de entrevista utilizada nesta pesquisa, como mais uma forma de coleta de dados, foi a entrevista semi-estruturada. Nela, o pesquisador possui uma série de questões para serem respondidas ou preenchidas, sendo formada geralmente pela combinação de questões fechadas e abertas. Neste tipo de entrevista não há a necessidade das questões possuírem seqüência ordenada e em alguns casos, poderão ser formuladas questões no decorrer da própria entrevista, demonstrando possuir um caráter flexível.

Tendo em vista a problemática desta investigação, a entrevista pôde ser considerada como um instrumento indispensável à captura das experiências e impressões dos participantes da pesquisa sobre a realização da mesma além de esclarecer problemas observados sobre o trabalho de modelagem. Foi realizada entrevista com os dois grupos após todo o trabalho de

estudo, relato e apresentação nas amostras, ocorrendo em momentos diferentes no segundo semestre de 2008. O objetivo era: aprofundar questões, conhecer suas impressões em relação à realização do trabalho, à utilização da Modelagem Matemática no mesmo, à integração de disciplinas com a Matemática e à importância do trabalho de Modelagem para o desenvolvimento de iniciação à pesquisa básica. Pensando na importância do registro transcrevi as principais impressões dos grupos acerca da realização do trabalho (Anexo C).

### **3.4.3 Documentos**

Um documento é considerado qualquer registro escrito que possa ser usado como fonte de informação. São exemplos de documentos as atas, relatórios, livros, planos de aula, programas de curso, trabalhos de alunos, etc (ALVES-MAZZOTTI, 1998, p. 169).

Os documentos podem expressar várias idéias defendidas por um grupo ou princípios e normas que regem o comportamento de um grupo. Utilizados só ou combinado a outras técnicas como é o caso desta pesquisa, eles podem ser usados para complementar dados obtidos por meio de outra técnica.

Nesta pesquisa, a utilização desta técnica residiu na capacidade de evidenciar as informações obtidas por meio das observações ou pela entrevista. Trata-se de relatório do projeto científico desenvolvido pelos dois grupos analisados na pesquisa. Nestes relatórios está expresso o produto final obtido pelos alunos no decorrer nas aulas de PIC, ou seja, o trabalho de Modelagem desenvolvido após a interação com o tema e a coleta dos dados a campo (Anexo A e B).

### **3.5 A Análise dos dados**

Depois do término da coleta de dados, que ocorreu de agosto de 2007 a julho de 2008, possuía em mãos uma quantidade de material. Havia estado presente em todos os encontros e aulas, afinal eu era a professora do projeto e orientadora dos grupos. Como resultado da coleta havia as notas registradas no diário de campo (contendo anotações e observações feitas em sala e durante a amostra), as gravações em áudio e vídeo (contendo interações do grupo durante o desenvolvimento do trabalho em sala e apresentação na

amostra), as informações obtidas na entrevista e os relatórios dos trabalhos desenvolvidos pelos alunos. Esses materiais, de acordo com Alves-Mazzotti (1998, p. 170)

[...] precisam ser organizados e compreendidos. Isto se faz através de um processo continuado em que se procura identificar dimensões, categorias, tendências, padrões, relações, desvendando-lhes o significado. Este é um processo complexo, não-linear, que implica um trabalho de redução, organização e interpretação dos dados que se inicia já na fase exploratória e acompanha toda a investigação.

Adotando as sugestões de Alves-Mazzotti (1998), organizei as notas do diário de bordo, revi as observações deixadas, assisti às gravações já as transcrevendo e destacando aspectos que poderiam ser cruzados com as observações e trechos do relatório desenvolvido pelos alunos. Foram destacados certos episódios ou cenas (como assim foram chamados nesta pesquisa) para a realização das análises, em que expressei as minhas impressões seguidas de uma discussão das informações contidas em cada cena. A análise foi realizada à luz da literatura trazida nos dois primeiros capítulos. Segundo Araújo (2002, p. 76), esses episódios são acontecimentos ocorridos durante o desenvolvimento do trabalho e quando transcritos literalmente, relacionam-se à situação em destaque e ajudam na compreensão do fato destacado.

Esse procedimento objetivava coletar indícios da contribuição da Modelagem Matemática, bem como da mediação do professor no ambiente de aprendizagem proporcionado pelo Projeto de Iniciação Científica.

Explanadas as questões sobre metodologia e procedimentos adotados na coleta e análise dos dados, dedicarei o próximo capítulo a apresentar a descrição e análise do trabalho de Modelagem desenvolvido na investigação.

## **4 – DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS**

A pesquisa foi desenvolvida com dois grupos de alunos que exploraram em seus trabalhos temas da área de zootecnia. A configuração de Modelagem Matemática, entendida neste trabalho como ambiente de aprendizagem, foi vista em termos de casos que se pode trabalhar envolvendo professor e aluno, ou seja, possibilidades diferentes de se trabalhar com Modelagem em sala de aula (BARBOSA, 2001). Os trabalhos acompanhados nos cenários para investigação e relatados a seguir podem ser classificados, segundo esse mesmo autor, como caso 3 em que o professor e o aluno trabalham conjuntamente em todas as etapas da Modelagem. Quanto aos cenários para investigação, busquei uma proximidade com a definição representada pelo ambiente seis de Skovsmose (2000), no qual a partir da problematização de um assunto e do aceite/interesse dos alunos, o contexto da aprendizagem é, de certa forma, transferido para fora da sala de aula.

Cabe também salientar que mesmo sendo utilizadas as aulas de PIC como cenário de investigação tornou-se bem clara a presença das etapas pelas quais transcorreu o processo de Modelagem, evidenciando também características descritas por Bassanezi (2006). Desta maneira ficou evidente que o que difere as várias concepções de Modelagem são apenas as etapas de obtenção do modelo, contudo torna-se possível mesclar as etapas defendidas por esses autores.

O estudo sobre os dados da pesquisa foi realizado conforme descrito no capítulo anterior. Para facilitar a organização do trabalho, ele será dividido em episódios ou cenas de períodos de desenvolvimento do trabalho.

### **4.1 Cenário 1 – Primeiro grupo - Lactação**

A Modelagem como um ambiente de aprendizagem foi utilizada com os educandos da EAFRS num projeto de pesquisa básica em nível de Ensino Médio desenvolvido nas aulas de PIC que compõem a matriz curricular (parte diversificada). Os educandos, guiados por seu interesse, foram convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações que surgiram na área do ensino técnico em agropecuária, optando pela Zootecnia com a atividade de bovinocultura leiteira.

No cenário para investigação, o desenvolvimento do trabalho ocorreu a partir de tema não-matemático, onde os alunos e o professor conjuntamente definiram o problema,

metodologia, realizaram o levantamento de dados qualitativos e quantitativos e obtenção dos modelos para a resolução do problema. Compartilhamos, neste tipo de Modelagem, as mais diversas atividades no estudo do tema não-matemático sobre a lactação das vacas holandesas da EAFRS.

#### **4.1.1 A escolha do tema e elaboração da situação problema**

O projeto referente à lactação, tema de interesse de Marcelo e Fabrício, não teve especificamente um dia definido como o primeiro. Ele começou a se desenhar no início de agosto de 2007, quando os projetos de iniciação, dos vários grupos de cada turma, começavam a ficar definidos. Os alunos possuíam um interesse por um tema e já haviam conversado com o professor responsável pelo setor de Zootecnia III, setor este destinado ao estudo de animais de grande porte.

O interesse pela utilização da Matemática no trabalho fica evidente na voz de Fabrício quando expõe:

*Professora, nós gostaríamos de colocar matemática no trabalho e queríamos ver se é possível e como. O que pretendemos é identificar a influência da alimentação das vacas leiteiras da EAFRS para a manutenção da quantidade de leite no período de inverno. Será que dá pra botar matemática nisso? Temos interesse em estudar um tema da área técnica, afinal fazemos um curso de técnico em agropecuária, mas se a matemática fosse envolvida ficaria melhor, mais interessante.*

Nesta fala, o aluno interessa-se por envolver Matemática no estudo do tema de seu interesse, mas sente dificuldade em visualizar possibilidades. Neste cenário, o convite, descrito por Barbosa em sua definição de Modelagem, teve o seu sentido invertido. Os alunos é que se mostraram interessados em convidar a professora (eu) a investigar o tema. Acredito que este fato não descaracteriza o ambiente de aprendizagem. Aproveitando a oportunidade, agradei o convite e expressei interesse especial em estudar o tema, destacando no momento que apenas seria possível comentar sobre a utilização da Matemática no tema após ter mais informações técnicas, uma vez que desconhecia a realidade da EAFRS nesta área. Coloquei

aos alunos que deveríamos nos reunir com o professor de zootecnia para definirmos o que seria possível investigar levando-se em consideração o espaço escolar.

No encontro seguinte, após várias tentativas de uma conversa com os dois orientadores e os dois componentes da equipe, o grupo expôs a idéia do trabalho novamente. O professor Everton (orientador da parte técnica), após ouvir novamente a idéia do grupo, descartou a viabilidade da realização da primeira idéia do trabalho alegando se tratar de um tema complexo e que levaria anos para se chegar a resultados. A EAFRS não continha em seus registros nenhum dado tabulado a esse respeito daquele tema que pudesse ser consultado para a realização do trabalho.

Elencamos a seguir o que poderia ser feito dentro dessa área. Após o levantamento de diversas idéias de trabalhos que poderiam ser realizados, surgiu o tema sobre a lactação dos animais da EAFRS, que também é influenciado pela alimentação. Foi sugerido que o grupo analisasse lactações das vacas da EAFRS, visto que havia registros destes dados desde 2006, e o tema foi aceito. Levantou-se neste mesmo encontro um possível problema merecedor de estudo dentro do tema. Nesta mesma oportunidade foi rascunhado também um cronograma, ficando como tarefa para o grupo a descrição da justificativa, a definição real do problema, o objetivo, as hipóteses, a metodologia de trabalho a ser utilizada e já uma pequena familiarização do tema (leituras em livros e revistas). Esses primeiros ensaios de registro foram orientados por meio de indagações como: O que lhe parece incômodo no estudo de lactações das vacas e que merece estudo? Quais suas inquietações a respeito do tema? Por que vocês querem estudar sobre este assunto? O que pode surgir de respostas para suas indagações? Como você vai proceder para responder suas indagações e quando?

Skovsmose (2000) coloca que atividades deste porte têm referência na realidade e estão associadas à investigação. A própria investigação é o caminho pelo qual a indagação se faz. É uma atividade que não conhece procedimentos a priori, podendo comportar a intuição e as estratégias formais. O espaço oportunizado pelo PIC torna-se propício ao exercício da investigação e essa característica faz com que a Modelagem assuma a associação à ambiente de aprendizagem (6).

Outro aspecto a que convém destacar está relacionado ao papel do professor nesta investigação. De acordo com Vygostki (1998) ele age como um mediador ou um direcionador ao estimular a investigação por meio destas indagações, agindo na zona de desenvolvimento proximal dos educandos envolvidos. O orientador exerce papel importante na realização desta investigação ao indicar mecanismos que podem ser usados, apontar meios úteis a resolução do problema e até mesmo no questionamento de todas as informações já registradas a respeito do

trabalho. Para exemplificar esse papel do professor, observe nas falas, as intervenções feitas com os alunos:

*Fabrício, sua pretensão é somente analisar a influência da alimentação na produção de leite? Nenhuma outra curiosidade ou inquietação vocês tem a respeito do tema? ...*

*Não é interessante, de repente, investigarmos se os animais possuem lactações parecidas? Vocês podem compilar dados a respeito de uma raça de gado leiteiro apenas... (indicação de mecanismos que podem usados)*

*Vocês apontaram, no cronograma, que o trabalho de compilar os valores da produção de cada animal levaria um mês para sua execução, mas não detalharam como realizarão essa tarefa nem como registrarão os resultados. É preciso deixar registrado na metodologia. (questionamentos a respeito das informações já registradas)*

Decorridos cerca de 20 dias, de volta ao cenário, o novo encontro foi marcado pela constatação da dificuldade dos alunos no registro. As informações registradas ficaram somente a título de apontamentos, de pequenos itens. Falas evidenciavam as dificuldades em definir o que realmente desejariam com o trabalho.

*O que a gente quer é estudar sobre a curva de lactação das vacas. (Fabrício)*

*Mas o quê? Pretendem ver sua forma? Querem verificar se elas são iguais para as diversas raças? Pretendem identificar se várias lactações apresentam o mesmo comportamento? (Prof. Morgana)*

Neste encontro percebi como a intervenção do professor pode ajudar seus alunos a realmente expressarem o que desejam realizar. Bastou uma conversa baseada em indagações. Elas foram suficientes o bastante para, ao final do encontro, deixar definido o problema, o objetivo, a justificativa, a metodologia, o cronograma de atuação. Este último encontro com o professor e as falas confirmam o que Vigotski (1998) alertou, que há coisas que o indivíduo não consegue fazer sozinho, mas poderá realizar mediante instrução de alguém mais capaz, no

caso, o professor. Na continuação do encontro, também se destinou espaço para uma conversa a respeito de assuntos referentes à curva de lactação e a relação com a alimentação das vacas. Iniciavam neste momento os pequenos ensaios sobre como a Matemática seria utilizada no trabalho, ocorrendo a visualização do que consiste uma curva de lactação. Os questionamentos surgidos e que poderiam oportunizar a Modelagem neste estudo referiram-se a: As lactações das vacas holandesas da EAFRS obedecem ao padrão descrito nos livros de bovinocultura leiteira? Essas curvas possuem mesmo comportamento de uma lactação para outra? Essa curva pode ser descrita por um modelo matemático relacionando a produção de leite no decorrer do período de lactação?

Após definido o problema do trabalho e os demais itens já citados, os mesmos registraram toda essa produção em arquivos digitalizados e depois de vários encontros com os orientadores é que o material ficou definido e organizado. Percebi que ocorreu uma resistência do grupo em se disciplinar e desenvolver a estruturação do que seria realizado. Havia falta de iniciativa própria do grupo em trabalhar só. Foi preciso acompanhar todos os passos para que fossem realizadas as primeiras leituras e os primeiros escritos. Isso evidencia a ausência do hábito de estudar, registrar e também de lidar com ações não comuns a sua realidade escolar.

#### **4.1.2 A familiarização com o tema e a coleta de dados**

O trabalho desenvolvido pelo grupo objetivava então verificar se as curvas de lactação de 6 vacas holandesas da EAFRS obedeciam todas ao padrão pré-estabelecido e se tais curvas poderiam ser descritas por um modelo matemático. Esse modelo seria utilizado para determinar o pico de lactação (maior produção de leite num ciclo) e período em que ele ocorreria, bem como indicar o valor da lactação do animal em um determinado período. Tratava-se de um tema ligado à área técnica que faz parte do curso, com um problema que de fato os inquietava.

Como passo seguinte, na continuação do segundo semestre de 2007, o grupo produziu uma pesquisa bibliográfica sobre o tema a ser estudado, a fim de obter uma maior familiarização com o assunto. Foram várias leituras de artigos, reportagens em revistas, capítulos de livros e documentários disponíveis na rede mundial de computadores com o propósito de inteirar-se do assunto e descobrir caminhos para as respostas propostas. Este

trabalho rendeu-lhe várias aulas de estudo e relato, cerca de 3 meses (eram 2 aulas semanais de PIC).

Neste período, o grupo já havia visualizado como se desenhava a curva de lactação das vacas e em uma aula de Matemática (estávamos trabalhando funções de 1º e 2º grau), em meio a estudo sobre gráficos, entendimento dos parâmetros das funções, elementos da parábola, o Fabrício fez uma colocação que relacionava a Matemática ao tema que estava estudando:

*Essa curva aí professora, virada pra baixo (referia-se a uma parábola com a concavidade voltada para baixo) é parecida com um pedaço da curva de lactação, né?... É possível achar a função que descreve esta parábola? Mas deve ser difícil!*

Este foi o primeiro momento em que o grupo expressou a possibilidade de uma relação com o que se estudava em Matemática e o tema de estudo do projeto: o desenho da curva de lactação. Segundo Barbosa (2001, p. 6), “a indagação não se limita à explicitação do problema, mas uma atitude que permeia o processo de resolução”. As indagações do aluno já sinalizavam seu pensamento em busca de afirmações das estratégias a serem realizadas para a resolução do problema. Estavam em processo, neste momento, a formação de suas funções psicológicas superiores mediatizadas por um instrumento: o desenho da curva. O processo de estímulo resposta descrito por Vygotski ocorreu neste momento.

Logo após este episódio, em outro momento, agora na aula de PIC, Fabrício interrogou-me sobre possibilidade de se utilizar mais de um tipo de expressão matemática para descrever a produção de leite representada pela curva. Tendo como resposta uma afirmativa, apresentou então, uma nova barreira:

*Vai ser difícil encontrar tal modelo (que ele chamou de função) para descrever a curva de lactação dos animais, né? Mesmo dividindo em mais pedaços, não vai dar não.(Fabrício)*

*Encontramos uma expressão de 1º grau que continha alguns pontos determinados, na aula de matemática, não foi? Foi difícil ou foi algo novo? ... Mesmo aqui sendo diferente, deve ter uma maneira, teremos que pesquisar é claro. Que tal pesquisar em seu livro de matemática para ver se te ajuda alguma coisa! (Prof. Morgana)*

Nas palavras do aluno percebe-se a tradução de um sentimento de impossibilidade de realizar algo que não está em seu nível de desenvolvimento real (conceitos reais). Trata-se de um obstáculo para este aluno que está experienciando um ensino diferente do tradicional. Este aluno, Bassanezi (2006, p. 37) descreve como aquele que está “acostumado a ver o professor como transmissor de conhecimentos e quando colocado no centro do processo de ensino-aprendizagem, sendo responsável pelos resultados e pela dinâmica do processo”. A dinâmica da Modelagem está sendo um obstáculo para o aluno, pois foge da rotina do ensino tradicional, e os estudantes não acostumados ao processo podem se perder e se tornar apáticos nas aulas. Já nas palavras do professor, ele demonstra contornar a situação do obstáculo do aluno e como mediador aponta mecanismos intermediários que podem ser utilizados para resolver o problema de obtenção do modelo. O mediador agiu também no sentido de amenizar o obstáculo criado pelo aluno, não oferecendo no ato uma resposta, mas sim provocando uma nova reflexão com outra indagação.

O semestre terminou com a coleta dos dados organizados em forma de tabela realizada parcialmente. Isto ocorreu pelo fato dos registros das lactações encontrarem-se em valores diários e os alunos estavam organizando em forma de média mensal. Este trabalho rendeu-lhes bastante esforço e tempo. Primeiro, o grupo realizou a compilação dos dados, utilizando tabelas em rascunhos e calculadora. Orientei então para que os mesmos utilizassem as ferramentas do software *Excel*, que até então eles desconheciam.

Jacobini (2004) descreve em seu trabalho que os recursos da informática são imprescindíveis quando se quer trabalhar com Modelagem e sua utilização encontra-se presente na maioria dos atuais trabalhos que a envolve. Destaca que a informática contribui com o processo de Modelagem por diversas razões, entre elas, possibilita o trabalho com aplicações diversas e com dados reais, que é o caso deste trabalho. Bassanezi (2006) faz uso do software na maioria dos trabalhos descritos em sua obra, Barbosa (2001b) também fez utilização do software. Outros softwares também foram utilizados nesta pesquisa, é o caso do *Winplot* e o *Graphmática*, softwares de domínio público e simples de trabalhar.

Oriei a utilização do software visto que eram muitos os dados e diversos gráficos precisariam ser construídos e simulações serem realizadas. A opção pelo *Excel*, deve-se ao fato de ser simples, fácil de usar e disponível nos computadores do laboratório de informática da escola. A primeira produção pode ser visualizada na figura 05.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	<b>animal</b>	<b>248</b>							
2	<b>parto</b>	<b>06/01/2005</b>	<b>1º lactação</b>			<b>parto</b>	<b>15/01/2006</b>	<b>2º lactação</b>	
3									
4	<b>Dias</b>	<b>media mensal</b>	<b>media diaria</b>		<b>Dias</b>	<b>media mensal</b>	<b>media diaria</b>		
5	<b>30</b>	1063	35,4		<b>30</b>	710	23,6		
6	<b>60</b>	982	32,7		<b>60</b>	721	24		
7	<b>90</b>	813	27,1		<b>90</b>	745	24,8		
8	<b>120</b>	619	20,6		<b>120</b>	679	22,6		
9	<b>150</b>	611	20,3		<b>150</b>	669	22,3		
10	<b>180</b>	603	20,1		<b>180</b>	748	24,9		
11	<b>210</b>	552	18,4		<b>210</b>	799	26,6		
12	<b>240</b>	497	16,5		<b>240</b>	691	23		
13	<b>270</b>	546	18,2		<b>270</b>	615	20,5		
14	<b>300</b>	475	19,1		<b>300</b>	679	22,6		
15									

Figura 05: Recorte da planilha utilizada para a tabulação dos dados coletados a campo

Após essa primeira tabulação, chamei a atenção do grupo para que tivesse o cuidado de elaborar quadros, tabelas e gráficos de modo que se tornassem auto-explicativos, elencando uma quantidade mínima de informações necessárias. Percebi que os alunos possuem dificuldades em apresentar informações um pouco mais elaboradas ou com mais formalidade. O resultado do esforço apareceu de forma objetiva (Tabela 01).

Média de produção diária (kg)		
Tempo (em dias)	Lactação 1 (início em 06/01/2005)	Lactação 2 (início em 15/01/2006)
30	35,4	23,6
60	32,7	24
90	27,1	24,8
120	20,6	22,6
150	20,3	22,3
180	20,1	24,9
210	18,4	26,6
240	16,5	23
270	18,2	20,5
300	19,1	22,6

Tabela 01: Produção de leite do animal 248 da EAFRS

*Professora dá pra perceber na tabela que a produção de leite não tem aumento ou diminuição constante, não é sempre o mesmo valor a variação (Fabrício se referindo ao valor da variação na produção de leite). Portanto a curva não poderá ser representada por uma função*

*de 1º grau. Não conheço uma expressão cujo gráfico tenha uma curva como esta aí. (Apontando para a curva encontrada na literatura)*

*Então teremos que procurar mais informações sobre ajuste de curvas em outras fontes. (prof. Morgana)*

No episódio que antecedeu a fala dos alunos, a presença do professor, agindo como mediador, foi necessária para agir na zona de desenvolvimento proximal dos seus educandos. Com algumas orientações, os mesmos compilaram os dados de maneira mais eficiente e melhor organizadas, fazendo com que ações como o domínio das ferramentas do *Excel*, que até então lhes eram desconhecidas, tornassem de domínio para também outras atividades. Cenas como esta, de acordo com Vygotski (1998), mostram que a instrução só é boa quando faz prosseguir o desenvolvimento, isto é, quando desperta e põe em marcha funções que estão em processo de maturação ou na zona de desenvolvimento proximal. E as falas do aluno denotam que existe algo não pertencente ao seu nível de desenvolvimento real, ao comentarem a respeito do valor da variação, do instrumento curva e de uma expressão para representar a produção de leite. Havia uma incapacidade momentânea de resolvê-la, provavelmente presente em seu nível de desenvolvimento potencial.

#### **4.1.3 A resolução, a validação e modificação do modelo**

No primeiro semestre de 2008, após a transferência de Marcelo da EAFRS, Herberto colega de Fabrício integrou-se ao grupo para colaborar no trabalho em andamento (o grupo ao qual pertencia Herberto tinha quatro integrantes). Depois de finalizadas todas as tabelas de controle de produção de leite dos 6 animais escolhidos por no mínimo duas lactações, o grupo iniciou a elaboração das representações gráficas das curvas de lactação. Como desconheciam o uso das ferramentas do *Excel* e *Graphmatica* para a realização desta atividade, inicialmente a fizeram em papel milimetrado. Escolheram a produção do animal 240 e, ao finalizar o esboço gráfico, observaram que uma das curvas não correspondera ao resultado que desejavam encontrar.

Após um estudo dirigido com o professor de informática, Herberto assumiu a atividade e realizou todo o trabalho de elaboração dos gráficos utilizando o *Excel*. A finalização da atividade ficou como tarefa para o próximo encontro e o resultado de duas dessas representações gráficas está descrito a seguir.

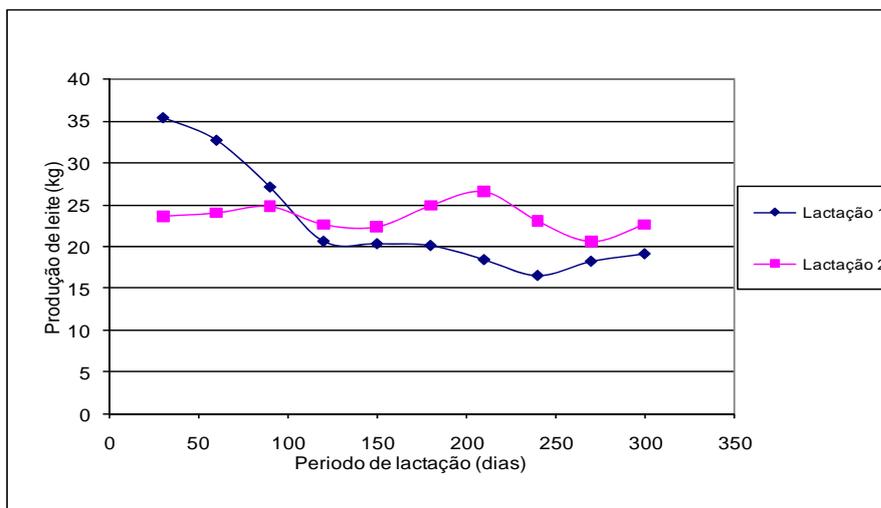


Figura 06: Representação gráfica da curva de lactação do animal 248 da EAFRS

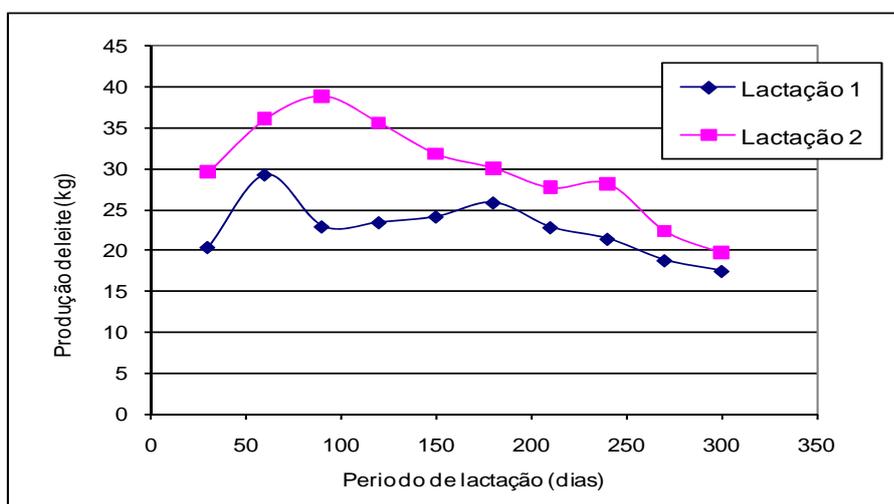


Figura 07: Representação gráfica da curva de lactação do animal 240 da EAFRS

Ao encontrarem as 13 curvas de lactação, Fabrício ficou decepcionado com as curvas obtidas e pensou que todo seu trabalho tinha sido em vão.

*Professora, não acredito que tanto trabalho não serviu pra nada!  
Olha aí, deu tudo errado! Vamos ter que pensar em outra coisa pois  
isso daí não deu nada certo.(Fabrício)*

*Baseado em que você afirma que deu tudo errado? (Prof. Morgana)*

*Olha essas curvas, tão todas diferentes daquelas que vimos no livro e  
no artigo. (Fabrício)*

*Não há curvas com a semelhança esperada? (Prof. Morgana)*

*Ter tem, tem duas. Mas o que é duas para tudo isso? (Fabrício)*

*Mas Fabrício, esses modelos que vocês obtiveram não ajudam vocês a responderem nada a respeito do trabalho? O que vocês podem concluir então sobre as curvas de produção de leite desses animais? Como se comportaram as curvas de um mesmo animal? O que pode ter acontecido com os animais que não tiveram comportamento de lactação similar ao estabelecido pela literatura? (Prof. Morgana)*

Após alguns instantes de frustração, pedi que relessem novamente os objetivos. Então depois de lembrar estes e visualizarem as curvas obtidas por instantes, o Herberto afirmou:

*Professora, nos pensávamos que todas as curvas iriam obedecer ao padrão estabelecido no livro e como não deu, achamos que nosso trabalho tinha dado errado. Vendo estes “gráficos” dá pra concluir que as lactações das vacas holandesas aqui da EAFRS não apresentam o mesmo comportamento na lactação e também dá diferença de uma lactação pra outra no mesmo animal. (Herberto apontando para as curvas dos animais 109 e 248)*

Percebi nas falas dos alunos a decepção perante o estudo não ter correspondido exatamente igual ao visualizado em livros de bovinocultura leiteira. O fato de não ocorrer aquilo que esperavam fez com que obstáculos pedagógicos surgissem. Destaco novamente o desconhecimento do grupo em lidar com algo não comum em sua vida escolar, com algo novo. Para os alunos parecia ser tudo muito difícil e o entusiasmo em buscar por soluções/respostas estava diminuído. Esse sentimento fez com que a atenção deles não se reportasse ao objetivo do trabalho que acabava de ser atingido: o de que os animais não possuem curvas de lactação com mesmo comportamento e que lactações de um mesmo animal apresentaram comportamentos diferentes.

Nós, como professores, precisamos esclarecer a nossos alunos o fato de que nem sempre os resultados dos objetivos são atingidos plenamente (aspectos positivos) ou que os dados obtidos em um experimento poderão não serem iguais a outro já efetuado, mas que tudo o que foi realizado explica a natureza que ele está investigando. O professor deve ter segurança na maneira de conduzir o processo de Modelagem não deixando jamais seus alunos

inseguros ou desestimulados e isto exige conhecimento do tema, da dinâmica e dos conteúdos matemáticos envolvidos como descreve Burak (1994).

Na continuação do trabalho, solicitei ao grupo que escrevessem em seu relatório todas as considerações que perceberam após analisar as curvas e que discutiríamos com o outro orientador do grupo. Ao final deste encontro fiquei satisfeita com a produção de meus alunos, pois eles haviam elaborado o primeiro modelo matemático do trabalho: as figuras que representavam as curvas de lactação dos 6 animais. Suas angústias fizeram parte do que Bassanezi (2006) chama de processo de validação do modelo que consiste em aceitar ou não o modelo. Optaram por continuar a investigação de duas das curvas que apresentaram comportamento parecido com o que havia sido estudado na revisão bibliográfica, tendo como passo seguinte, a busca por uma expressão matemática que melhor se ajustasse ao modelo. Modelo este que tornaria possível a localização aproximada do pico de lactação ou a produção de leite em qualquer período da lactação.

Nesta etapa é que a mediação deixou contribuições significativas para o trabalho que estava sendo desenvolvido. Afirmo isto, pois os alunos já haviam identificado anteriormente que o modelo poderia ser elaborado com uma expressão composta por mais de uma sentença, uma para cada intervalo. Observando a curva do animal 240 em sua lactação 2, Fabrício sugeriu:

*Professora, pelo que já vimos nas aulas de matemática e na curva de lactação do livro, eu acho que dá pra dividir a curva em dois intervalos. Um compreendendo os primeiros 150 dias e outro intervalo para os últimos 150 dias da lactação. A primeira parte parece uma parábola virada pra baixo e a segunda parte é parecida como a reta da função afim. Encontrar uma expressão para representar o segundo intervalo nós já vimos, mas para achar a função de 2º grau, aí não sei não! (Fabrício)*

O que não era do conhecimento deles era a forma eficaz de encontrar a expressão definida pelas duas sentenças, mas o domínio que compreenderia cada sentença já havia sido elencado. Herberto afirmou que no segundo intervalo, a produção de leite possuía uma variação quase constante e que os pontos poderiam ser interpolados em busca da sentença de 1º grau como haviam feito em aula. Como atividade para nosso próximo encontro, sugeri que fizessem pesquisas em sites e livros de Estatística sobre ajuste polinomial de 1º e 2º graus.

Como as tarefas no trabalho com Modelagem não são determinadas a priori, ou seja, podem mudar o foco dependendo dos apontamentos e informações levantadas, é importante que a postura do professor seja flexível. Ele deverá respeitar as opções que os alunos apontam inicialmente, sem induzi-los a uma escolha, uma vez que estas poderão sofrer alterações no decorrer do estudo. Quando o Fabrício escolheu o intervalo para o modelo da curva, ele formulou, segundo Kaiser & Maaß (2007), sua própria solução que está diretamente relacionada com sua capacidade de traçar estratégias e formas para resolver problemas.

Decorridos cerca de quinze dias, o encontro foi marcado pelos estudos em busca de um modelo capaz de descrever a curva de lactação. O que haviam levantado em seus estudos foi caracterizado como “muita letrinha misturada” para se referir a métodos de ajuste polinomial. Quanto ao uso do *Excel* e do *Graphmatica*, Herberto pesquisou com o grupo 2 (frangos de corte) que já haviam feito os ajustes de seu trabalho. Afirmou não compreender muito o que eles faziam, alegando ser meio complicado. Fabrício a esta altura demonstrava desilusão.

Como a maioria das aulas acontecia no laboratório de informática, o cenário para investigação foi constituído por leituras dos textos retirados do livro de estatística e artigos sobre ajuste, além de investigação sobre modos de ajuste que podem ser realizados pelo *Excel*. Essa investigação serviu para que o grupo identificasse métodos para realizar o ajuste desejado através do software, utilizando o *Excel*. Para verificar a confiabilidade de tal software resolvemos realizar os ajustes também utilizando o método dos mínimos quadrados presente em livros de Estatística. Os alunos sentiram dificuldade nesta etapa do trabalho, em alguns momentos eles pensaram em não mais prosseguir. Na entrevista realizada com o grupo após o término do trabalho, os mesmos abordaram que “a principal dificuldade esteve em entender o conteúdo novo para a realização do trabalho. Também destacamos a utilização de programas para encontrar fórmulas e fazer gráficos e tabelas”. Isso ocorre porque o trabalho com Modelagem não contém ações e conteúdos definidos a priori.

Esta etapa foi bastante morosa e de trabalho exaustivo, pois exigiu que os alunos primeiro se familiarizassem com uso do software a fim de realizar o ajuste para cada um dos intervalos anteriormente definidos. Em seguida preencheram tabelas a fim de obter o modelo seguindo as etapas previstas para o ajuste parabólico e linear do método dos mínimos quadrados e posterior comparação com o modelo obtido pelo *Excel*. Este trabalho exigiu cerca de oito aulas para que ficasse pronto, desconsiderando o trabalho de análise do modelo feito posteriormente. Isso ocorreu porque o número de cálculos necessários para os ajustes das curvas e coeficiente que determine a qualidade do mesmo são bastante trabalhosos e também

porque o uso de vários conteúdos matemáticos exigiu estudo sobre determinantes e sistemas lineares. Alguns desses cálculos apresentam-se no interior do trabalho dos alunos contido no anexo A.

O modelo elaborado foi composto por duas sentenças: a primeira parte da curva descrita pela função quadrática, pois, segundo eles, essas funções podem ser utilizadas sempre que “*tem-se uma curva em forma de parábola e pretende-se calcular o máximo da função que será o pico de lactação*”; a segunda parte da curva foi descrita por uma função de 1º grau cuja característica comentada por eles é de que possui “*a variação é constante*”. A qualidade do ajuste foi verificada através do coeficiente de determinação ( $R^2$ ).

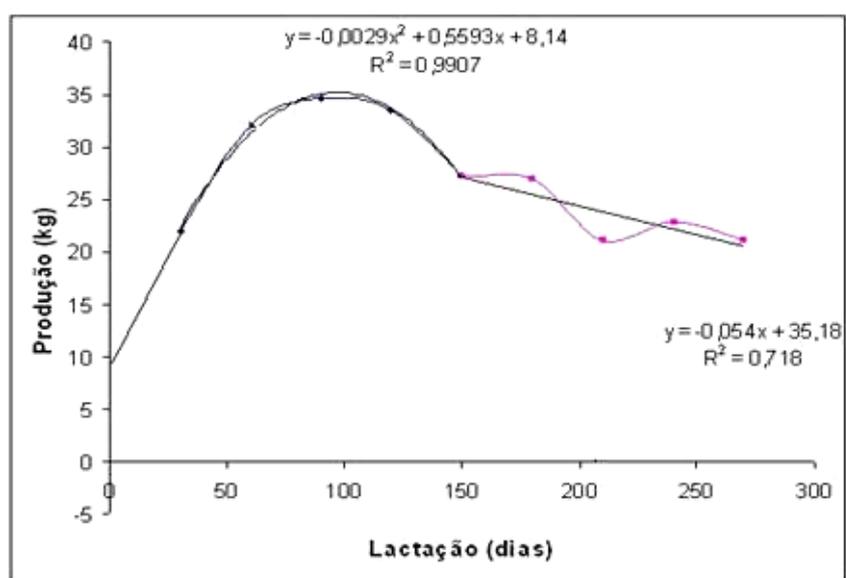


Figura 08: Modelo da Lactação 2 do animal 109, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite.

O tão esperado modelo matemático obtido foi definido por uma função compreendida por duas sentenças, onde  $y$  expressa a produção de leite e  $x$  o período de lactação do animal:

$$y = \begin{cases} -0,00289x^2 + 0,559333x + 8,14, & \text{onde } 0 < x < 150, \text{ com } R^2 = 0,990 \\ -0,054x + 35,18, & \text{com } 150 \leq x \leq 270, \text{ com } R^2 = 0,7180 \end{cases}$$

De posse do modelo, o cenário se fez propício para algumas considerações a respeito do mesmo a fim de verificar se os alunos realmente conheciam o significado do que acabavam de realizar. No diálogo entre professor e aluno, algumas considerações a respeito da relação da matemática com o tema estudado:

*Vocês sabem o que significa cada um dos parâmetros presente nas expressões do modelo? Falo isto, referindo-me as informações que esse modelo pode fornecer a respeito da lactação do animal. (Prof. Morgana)*

*Ah, conseguimos ver o pico (apontando para sua localização). (Herberto)*

*E qual foi o valor da produção de leite no pico? Em que período ele ocorreu? Como encontrar tais valores? (Prof. Morgana)*

*O pico, nós já estudamos e se refere ao vértice da parábola, não é?! Para encontrar não é só fazer o "x vértice e o y vértice"?*

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-0,5593}{2 \cdot (-0,0029)} = 96,7 \quad e \quad y_v = \frac{-\Delta}{4a} = 35,2 \text{kg}$$

*O pico ocorreu do por volta do dia 97 ou período de 30 dias que antecede esta data. A produção máxima foi de 35,2 kg. E olhando a tabela os dados parecem próximos. (Fabrício)*

*E os parâmetros do modelo encontrado, o explicam a situação analisada? (Prof. Morgana)*

*Como assim os parâmetros professora? (Fabrício)*

*Refere-se aos coeficientes a, b e c do termo geral da função do 2º grau ( $y = ax^2 + bx + c$ ) e dos coeficientes a e b da função de 1º grau ( $y = ax + b$ ). O que eles representam para o teu tema? (Prof. Morgana)*

*O coeficiente angular, assim professora? Ele tem valor de  $-0,054$ , né!? (Herberto)*

*E o que ele significa no seu trabalho, para a produção de leite dos animais?(Prof. Morgana)*

*Esse valor indica que a produção de leite está diminuindo constantemente, pois tem valor negativo. E isso é confirmado pela curva, olha só (apontando para a segunda parte da curva). Na primeira sentença do modelo, o valor do "a" indica que a*

*concavidade da parábola esta virada pra baixo e o “c” é o coeficiente linear. (Herberto)*

*O que esses valores têm a ver com a produção de leite? (Prof. Morgana) (pausa)*

*Será que estes valores querem dizer que a produção de leite no início da lactação foi de cerca de 8 litros? (apontando o parâmetro “c” no modelo da primeira sentença) Pois é ali fica que começa a lactação. Se for isso, o 0,559 sendo positivo, indica que a produção de leite aumenta após o início da lactação. Acho que é isso. (Fabrício)*

Essas falas evidenciaram o caráter de validação do modelo e de utilidade da Matemática no entendimento do trabalho que realizavam. Julgo estas falas como indícios de integração da Matemática com outra área do conhecimento. Por meio de indagações, os alunos interpretaram o modelo analisando as implicações das soluções apontadas e após determinados os valores do pico de lactação através do vértice, realizaram a verificação da adequação do modelo. Para isto, utilizaram o modelo encontrado a fim de determinar a produção de leite em certos períodos, comparando com os resultados coletados no trabalho a campo. Em seguida, compararam os modelos das duas curvas analisadas quanto ao pico e produção de leite ao longo do período de lactação.



Figura 09<sup>9</sup>: Primeiro grupo, no cenário, trabalhando na análise e discussão dos dados.

<sup>9</sup> O uso das imagens, envolvendo os alunos da EAFRS, foram devidamente autorizadas por seus responsáveis.

No relatório do trabalho desenvolvido (Anexo A) no ambiente de aprendizagem, caracterizado pelas aulas de Projeto de Iniciação Científica, os alunos registraram os resultados de sua pesquisa contendo a exploração matemática do tema e considerações sobre os objetivos do mesmo. O resultado final desta investigação rendeu-lhes conhecimento da área de bovinocultura leiteira, entendimento de parte da história do setor de zootecnia da Escola, além de domínio de conteúdos matemáticos que lhes eram desconhecidos pela série que cursavam. As contribuições deixadas aos alunos para este tipo de trabalho só foi reconhecida por eles, após todo o trabalho ter sido finalizado quando realizaram as socializações. Até então, para Fabrício era mais um trabalho escolar que lhes exigia bastante estudo, dedicação e comprometimento. A socialização do mesmo está detalhada posteriormente.

Neste cenário para investigação, a Modelagem contribuiu para um tipo de trabalho diferente daquele realizado em muitas escolas, modificando a dinâmica de trabalho da sala de aula que, geralmente, não começa pelo problema. Tanto professor quanto os alunos assumiram nova postura no trabalho ao compartilhar as tarefas. De um lado, o professor atuando como mediador, criando oportunidades para atuar na zona de desenvolvimento proximal dos educandos para o surgimento de funções psicológicas superiores ainda não desenvolvidas em seus alunos, de outro, os alunos realizando tarefas compartilhadas com alguém mais capaz (o professor) diagnosticadas em seu nível de desenvolvimento potencial. Exemplificando, posso citar: estudo do tema, indagações feitas durante o processo, o levantamento e registro de dados, a obtenção e validação dos modelos. Nesta interação “professor x aluno” e “aluno x aluno”, eles acabaram adquirindo novos conceitos, tanto matemáticos quanto zootécnicos.

Na entrevista, contida no anexo C, os alunos colocaram que sentiram dificuldades ao estudar neste ambiente de aprendizagem, ao lidar com conceitos ainda não conhecidos, ao necessitar do uso softwares ou métodos não experimentados. Tratou-se de dificuldades existentes no processo de Modelagem e que podem se transformar em obstáculos para a utilização deste tipo de atividade em sala de aula. Isso lhes pareceu complicado, tendo vontade de desistir durante o processo, mas destacaram que a presença da professora orientadora incentivando-lhes e discutindo todas as etapas, foi essencial para que finalizassem o trabalho. Esta colocação mostra o quanto a presença e a postura do professor é importante para o andamento do trabalho de Modelagem. Não significa um professor que fornece diretamente as informações ou realiza as tarefas, mas aquele que compartilha as atividades levando os alunos a refletir sobre suas ações ou opções feitas. Os alunos abordaram que não

perderam nada em desenvolver o trabalho, pois ele contribuiu para que tivessem contato com outro tipo de experiência, ampliando desta forma os conhecimentos, mudando as concepções anteriores ao trabalho sobre a utilidade da matemática em problemas não matemáticos.

## **4.2 Cenário 2 – Segundo grupo - Sistemas de criação de frangos de corte**

Nesta parte do trabalho destaco o cenário “Sistema de criação de frangos de corte”, organizado também nas aulas do Projeto de Iniciação Científica, no período 2007 e 2008. Adotei nesta parte a mesma sistemática da descrição do cenário: início com o modo que se deu a escolha do tema e da situação problema, coleta dos dados, obtenção e validação dos modelos, permeada de considerações que justificam escolhas ou falas dos alunos e professora.

### **4.2.1 A escolha do tema e elaboração da situação problema**

O tema de estudo sobre frangos de corte despertou o interesse do segundo grupo em setembro de 2007. Na oportunidade, eles haviam desistido do projeto anterior por falta de orientador e desejavam trabalhar com um tema que utilizasse matemática em sua exploração. Tendo este critério, os dois alunos, guiados por seu interesse, expuseram a situação a mim e convidaram-me a ajudá-los em busca do tema. Após interrogá-los sobre área técnica de interesse, entrei em contato com a professora Karla Picolli, da área do Zootecnia I, sobre possibilidades de estudos e em nosso próximo encontro a idéia começou a ser registrada e nascia o projeto. Tratou-se de um tema em que professores e alunos se envolveram a fim de indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, uma situação oriunda da área do Ensino Técnico em Agropecuária na parte de Zootecnia, em particular com a atividade de frangos de corte em dois sistemas de criação.

Nas aulas de Projeto de Iniciação Científica, foi o cenário de investigação (SKOVSMOSE, 2000) onde o projeto de tema não-matemático, se desenvolveu. Neste cenário, os alunos e o professor envolvidos com o trabalho definiram o problema, metodologia, levantamento de dados qualitativos e quantitativos e obtenção dos modelos para a resolução do problema. Professor e alunos compartilharam as mais diversas atividades. O interesse por um trabalho que envolvesse matemática no estudo ficou traduzido na fala de Sandro quando explicita:

*Professora, a gente quer realizar um trabalho de matemática e gostaríamos de uma sugestão. É que gostamos dela e como somos monitores da Zoo I (setor pedagógico da EAFRS destinado a criação de animais de pequeno porte – aves, de repente dá pra fazer alguma coisa envolvendo este ambiente.*

O convite, item presente na definição de Modelagem como ambiente de aprendizagem utilizada neste trabalho, pode ser traduzido pelo interesse do grupo em estudar um tema ligado à Matemática, embora com sentido invertido. Aponto este fato com mais um item levado em consideração para o desempenho do trabalho. O convite partiu do professor quando criou-se, nas aulas, um ambiente capaz de conduzir os alunos a desenvolverem um trabalho no setor em que desempenhavam atividades.

Solicitei que descrevessem um pouco mais suas tarefas no setor e a finalidade do mesmo para a escola. Em nosso próximo encontro com a professora responsável pelo setor, escolhemos o tema de sistemas de criação de frango de corte com a problemática de qual dos sistemas de criação de frangos de corte traz melhores resultados na EAFRS. Na oportunidade discutimos também o provável objetivo, a metodologia e um cronograma, ficando para os alunos a compilação destas informações. Receberam orientações relativas à justificativa da escolha do tema e prováveis respostas. A maneira como se deu essa orientação foi similar àquela realizada com o grupo 1, por meio de indagações.

#### **4.2.2 A familiarização com o tema e a coleta de dados**

Na EAFRS, há dois tipos de alojamento para frangos de corte: um lote com sistema automático de criação (pequena interferência humana para manejo e alimentação) e outro lote com sistema semi-automático (maior presença humana causando estresse nos frangos). O objetivo do trabalho do segundo grupo procurou identificar qual dos sistemas de criação (automático e semi-automático) tem melhores resultados na EAFRS e se os lotes acompanhados poderiam, através de modelos matemáticos, terem sido retirados antes da data estipulada para o abate. Essa investigação aconteceu com estudo bibliográfico a respeito do tema paralelo ao acompanhamento dos dois lotes de frangos de corte no Zoo I. Nas aulas de PIC faziam as leituras, estudavam sobre o tema e registravam as informações necessárias para busca de resposta para o problema e no período em que cuidavam do setor (extraclasse),

acompanhavam o desenvolvimento do lote e registravam dados relativos à evolução do peso médio dos animais, índice de mortalidade e quantidade de ração consumida pelo lote a fim de determinar os índices zootécnicos de cada lote para analisar o desempenho dos mesmos. Cabe salientar que desde o início do trabalho o grupo e a professora justificaram a utilização do termo técnico “peso” como massa, uma vez que esta é a terminologia usada na área de zootecnia.

Ao contrário do grupo 1, os componentes deste grupo de trabalho foram desde o início muito dedicados ao estudo e compilação dos dados, não necessitando de grandes interferências dos orientadores. O material solicitado era produzido até mesmo antes do período estipulado pelo cronograma de trabalho e mantinham o material de estudo e registros sempre organizados. O desempenho eficiente fez com que após 3 meses (lembrando que eram duas aulas por semana), a revisão bibliográfica e a coleta dos dados já estivessem praticamente pronta.

Estas informações a respeito do processo deixam evidentes que o professor tem papel fundamental ao trabalhar com Modelagem, seja conduzindo eficientemente as investigações ou motivando os alunos para a sua realização. Mas cabe destacar que nem sempre os resultados são satisfatórios. Kaiser & Maaß (2007) apontam, que os resultados das atividades, ao se trabalhar com Modelagem, dependem também da capacidade e eficiência dos alunos. Cada aluno tem habilidades e acaba desenvolvendo suas próprias atividades baseadas nelas.

TABELA DE CONTROLE				
DATA	CHEGADA DE RAÇÃO	Nº DE AVES PESADAS	<i>no. aves</i>	PESO MEDIO
23/10	1000 Kg	10	1190	98 g
29/10	600 Kg	18	1180	110 g
05/11	500 Kg	05	1160	307 g
12/11	300 Frangos transferidos	15	1150	606 g
19/11	705 Kg + 220 Kg	10	1130	1.100 Kg
26/11	1700.00 Kg	10	1120	1.750 Kg
03/12	430 Kg	20	1110	2.185 Kg
10/12				2.482

Figura 10: Esboço da tabela de controle de peso médio do lote de frangos (SA)

Nosso primeiro estudo a respeito dos dados coletados foi uma análise das informações contidas nas tabelas de acompanhamento dos dois lotes de frangos de corte, optando por primeiro trabalhar com o lote alojado em sistema de criação automático.

*Que informações há nesta tabela? (Prof. Morgana)*

*Nos dois lotes registramos a data da coleta dos dados (realizada semanalmente), número de aves pesadas e no aviário, quantidade de ração consumida no período, peso médio do lote. (Sandro)*

*E se quisermos saber a variação de peso médio semanal ou a ganho de peso médio diário, temos dados? (Prof. Morgana)*

*Aí teremos que fazer contas, pois não tem pronto agora na tabela, mas é fácil. (Everton)*

A intervenção realizada pela professora caracteriza o sentido investigativo associado ao ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, as indagações feitas aos alunos servem para investigar os dados coletados, através da manipulação das informações já existentes a fim de promover reflexões.

Após determinarem a variação semanal do peso médio do lote constatamos que algumas informações estavam confusas na tabela e se tratava da quantia de frangos mortos/desaparecidos e em que período isto ocorreu. O grupo justificou o fato de que alguns animais acabam desaparecendo ou são transferidos para outro lugar da escola e esse fato não é informado aos monitores. Logo após visualizarem melhor as anotações, apontaram também uma falha no fornecimento da ração ao lote por dois dias, o que rendeu-lhes a inviabilidade do estudo da conversão alimentar semanal do lote naquele momento. Destinamos maior atenção então aos estudos sobre a evolução do peso médio e sua variação semanal, ficando a determinação dos índices zootécnicos para um próximo encontro.

Na ocasião, dialogamos sobre a necessidade de otimizar o registro das informações coletadas em campo. Os dados coletados foram registrados em uma tabela elaborada em conjunto pelos estudantes e orientadora no setor e, para deixar essas informações registradas no trabalho, necessitava de ajustes. Ocorreu então um primeiro estudo investigativo sobre como registrar dados em tabelas de modo organizado e auto-explicativo. Um dos resultados está expresso na tabela 02. Solicitei que apresentassem colocações a respeito da variação do

peso médio, período de abate e relação com expressão matemática que interpolasse os dados coletados.

Idade (Dias)	Nº de Aves	Peso Médio (g)	Varição do Ganho de Peso semanal (g)	Ganho de Peso médio diário (g)
1	1196	38	0	0
7	1180	110	72	12
14	1161	307	197	20,69
21	1150	606	299	28,4
28	1137	1100	494	39,33
35	1126	1750	650	50,35
42	1111	2185	435	52,37
49	1111	2482	297	50,92

Tabela 02: Quadro ilustrativo do desempenho de peso médio e ganho de peso médio semanal das 1196 aves alojadas no galpão automático no dia 23/10/2007 na EAFRS.

Como respostas às colocações, apontaram que:

*a variação do ganho de peso não é constante. Isso caracteriza que a curva não pode ser modelada por uma função de 1º nem de 2º grau. (Everton)*

*Qual o argumento que utilizaram para esta afirmação?(Prof. Morgana)*

*Pois a variação para o mesmo intervalo de tempo não é a mesma, logo não tem característica de função de 1º grau. (Sandro)*

*E por que não pode ser de 2º grau a função que interpola os dados?(Prof. Morgana)*

*(Pausa)*

*Agora eu não sei assim, teremos que ver no gráfico se é ou não.*

*Observando os dados, vocês arriscam um período para a retirada do lote para abate?(Prof. Morgana)*

*Pela variação no peso, deveria ser feita por volta de 35 dias, pois desse momento a diante os frangos consomem mais ração e sua variação de peso cai em relação a semana anterior. Então não vai ser mais vantagem ficar com ele no galpão. (Everton)*

*A variação do peso dos frangos, professora, vai fazer uma curva assim – e descreveu no ar com a mão uma parábola com a concavidade voltada para baixo. (Sandro)*

*Como você explica isto? (Prof. Morgana)*

*É porque a variação de peso sofre aumentos semana a semana (valores diferentes) e depois de 35 dias essa variação começa a reduzir, descrevendo a curva. A conversão alimentar está diminuindo muito quando ele vai ficando maior. (Sandro)*

*Vocês acham que quando encontrarmos um modelo capaz de representar o crescimento dos frangos do lote, a data para melhor realizar o abate permanecerá sendo 35 dias? (Prof. Morgana)*

*Sim, pois caso não fosse, a tabela estaria errada. (não muito convictos da afirmação). (dois alunos)*

*O que a literatura afirma sobre o período de abate? (Prof. Morgana)*

*Indica que seja feita entre 42 a 45 dias. (Sandro)*

Ao indicarem um período para o abate dos frangos, percebi nos alunos a presença do conhecimento reflexivo<sup>10</sup> (SKOVSMOSE, 2001). Eles relacionaram a variação de peso médio do lote com consumo de ração quando indicaram tal data para o abate, ou seja, relacionaram as informações reais que dispunham com conceitos matemáticos internalizados na interpretação das informações que objetivava a busca de respostas para tal questão. A observação do Sandro quanto à variação do peso descrevendo no ar a parábola, mostra indícios da relação com o conteúdo estudado em matemática com o tema não-matemático em estudo. Creio que estas situações não aconteceriam se não fosse oportunizado um cenário para investigação com referência na realidade, ainda mais considerando uma realidade acompanhada pelo grupo (referindo-me ao fato que foram os alunos que acompanharam o desenvolvimento do lote não apenas para a coleta dos dados).

De acordo com a visão de Vygostki (1998), as atividades que permitem que os indivíduos argumentem, defendendo suas idéias e seu ponto de vista, para a organização geral do seu objeto de estudo, propiciam o desenvolvimento das estruturas superiores de pensamento na medida em que exigem compreensão e internalização da função de cada

---

<sup>10</sup> O autor refere-se a conhecimento reflexivo como aquele referente à natureza dos modelos e os critérios usados em sua construção, aplicação e avaliação.

contribuição para o trabalho, como por exemplo o processo de incorporação/assimilação de novos signos, derivados do conhecimento dos alunos, ou então as ações de reflexo e reconstrução de uma idéia, que mexem com as estruturas mentais pré-estabelecidas, exigindo uma nova reorganização baseada nas discussões ocorridas no cenário.

Ficou combinado que o grupo elaboraria dois gráficos para esclarecer o questionamento, um relacionando o peso médio em função da idade e outro mostrando a variação do ganho de peso médio, para então discutir as informações levantadas pelos alunos. Estes gráficos foram confeccionados em papel sem utilização de softwares e foram suficientes para esclarecer para o grupo que a curva do crescimento do lote não possuía comportamento relacionado às funções de 1º e 2º grau. A curva possuía um formato ainda não visualizado em nenhum livro pelos alunos. Já a hipótese apontada por Sandro foi confirmada, tendo a curva da variação de peso médio semanal aspectos semelhantes à parábola. O semestre findou e não tivemos tempo suficiente para elaborar as novas tabelas com os dados coletados nem para a utilização de softwares para a elaboração dos gráficos.

#### **4.2.3 A resolução, a validação e modificação do modelo**

Retomando as atividades no primeiro semestre de 2008, uma das primeiras ações foi uma familiarização sobre softwares que auxiliariam na elaboração de tabelas, gráficos e ajuste de curvas (*Excel* e *Graphmatica*). Utilizamos softwares simples e práticos para auxiliar nos trabalhos com Modelagem. Além disso, relembremos as últimas informações discutidas a respeito do comportamento do crescimento dos frangos, utilizando as tabelas com os dados coletados e o material já elaborado. Utilizamos os dados coletados em campo para determinar os índices zootécnicos dos dois lotes acompanhados, procurando identificar qual deles obteve melhor desempenho. Nesta atividade de obtenção dos índices, não houve dificuldade, visto que utilizamos apenas o conceito de razão.

Para a obtenção dos índices zootécnicos<sup>11</sup>: peso médio (PM), viabilidade (VB), conversão alimentar (CA), idade de abate (IA) e índice de eficiência e produtividade (IEP), foram considerados os valores de peso total do lotes, número de aves abatidas e recebidas, consumo total de ração e idade de duração do lote, valores estes registrados na planilha utilizada no setor de alojamento dos lotes.

---

<sup>11</sup> Refere-se a itens ou critérios utilizados para avaliação de desempenho animal.

Índices Zootécnicos	PM (kg)	VB(%)	CA	IA(dias)	IEP (pontos)
Semi-automático	2,720	94,15	2,43	51	207
Automático	2,574	92,89	1,88	49	260

Tabela 03: Índices zootécnicos dos dois lotes de frangos de corte acompanhado no cenário

A interpretação dos resultados transcorreu de forma natural, uma vez que os alunos dominavam bem o assunto ligado à área técnica. Justificaram no relatório de seu trabalho cada um dos índices e apontaram que o lote alojado em galpão automático obteve melhor resultado na EAFRS, respondendo assim a um dos objetivos do trabalho.

O objetivo consistia em determinar o período ideal para retirada do lote alojado em galpão automático, bem como um modelo capaz de descrever a evolução do peso médio dos frangos. O que já havia sido apontado anteriormente é que neste modelo não seria adequado uma função polinomial de 1º grau, restando então estudar mais sobre o tema ajuste de curva em livros, artigos e softwares. Esta atividade exigiu bastante leitura, estudos na biblioteca e em artigos encontradas na internet. Os estudos em livros de Matemática de Ensino Médio não acrescentaram informações, pois não diagnosticaram nenhum tipo de curva semelhante à elaborada anteriormente no papel. Ao utilizarem o *Excel* para elaborar os gráficos, perceberam que não existe uma curva (modelo) capaz de representar perfeitamente o comportamento de um fenômeno. Ao realizarem o esboço dos dados, ocorriam aproximações e não traços perfeitos como as curvas descritas por funções presentes nos livros de Matemática. A curva (Figura 11) não se parecia com aquelas de familiaridade do grupo até então.

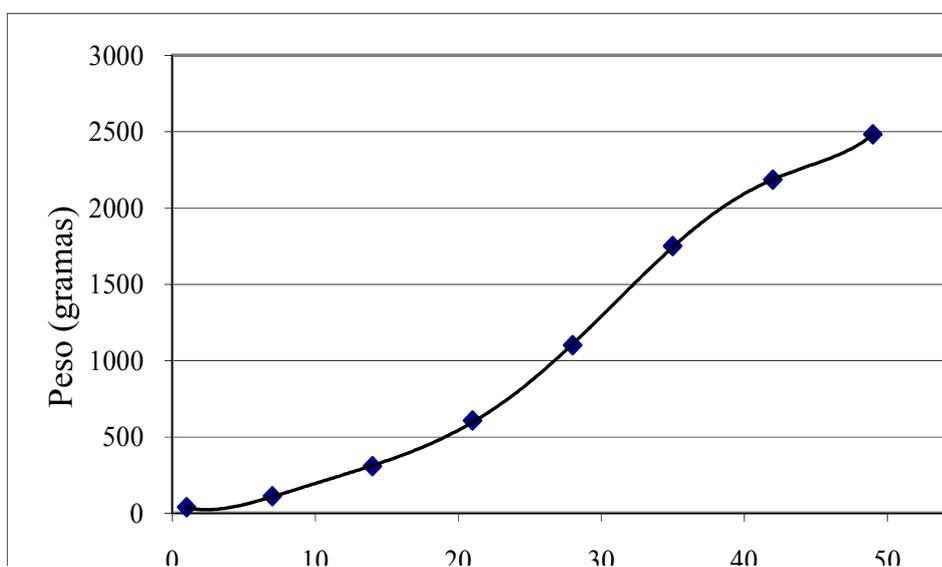


Figura 11: Representação gráfica da evolução de peso médio do lote de frangos (SA)

A elaboração dos modelos ocorreu com a utilização do recurso de acionar linha de tendência para os dados fornecidos. Esse recurso do *Excel* foi utilizado inicialmente pelos alunos para a obtenção de modelo acionando várias linhas de tendência. Iniciaram pelo ajuste polinomial com grau do polinômio variando do 1 a 6 ao sexto. A cada ajuste, os alunos verificaram a função encontrada e o coeficiente de determinação relativo ao ajuste, além de simular a evolução do peso médio e variação para cada um dos modelos. Dentre os ajustes elaborados, os alunos escolheram o ajuste de sexto grau alegando possuir maior semelhança com a curva de dados e também levando em consideração o coeficiente de determinação. O modelo escolhido entre vários pode ser descrito por  $y = 6.10^{-6}x^6 - 0,0009x^5 + 0,0474x^4 - 1,1221x^3 + 13,209x^2 - 46,684x + 72,918$  com  $r^2 = 1$ .

Ao realizarem a simulação da evolução do peso médio, como meio de validação do modelo, com o auxílio das planilhas do *Excel*, os alunos diagnosticaram que este modelo apontava uma diminuição no peso das aves após 36 dias, redução esta não visível no gráfico e apresentando valores negativos para o peso a partir de 47 dias. Surgiu uma ressalva aos estudos. O *Excel* não fornecia dados confiáveis para representar o modelo, passando então para um estudo sobre o *Graphmática* e o *Winplot*.

A utilização do *Graphmática* permitiu então a realização do mesmo ajuste de curva e o resultado foi bem próximo do encontrado, porém da função não. O modelo polinomial obtido foi  $y = -6,7 \cdot 10^{-8}x^6 - 4 \cdot 10^{-6}x^5 + 2,4 \cdot 10^{-5}x^4 + 0,0167x^3 + 0,97x^2 + 1,29x + 40,39$ .

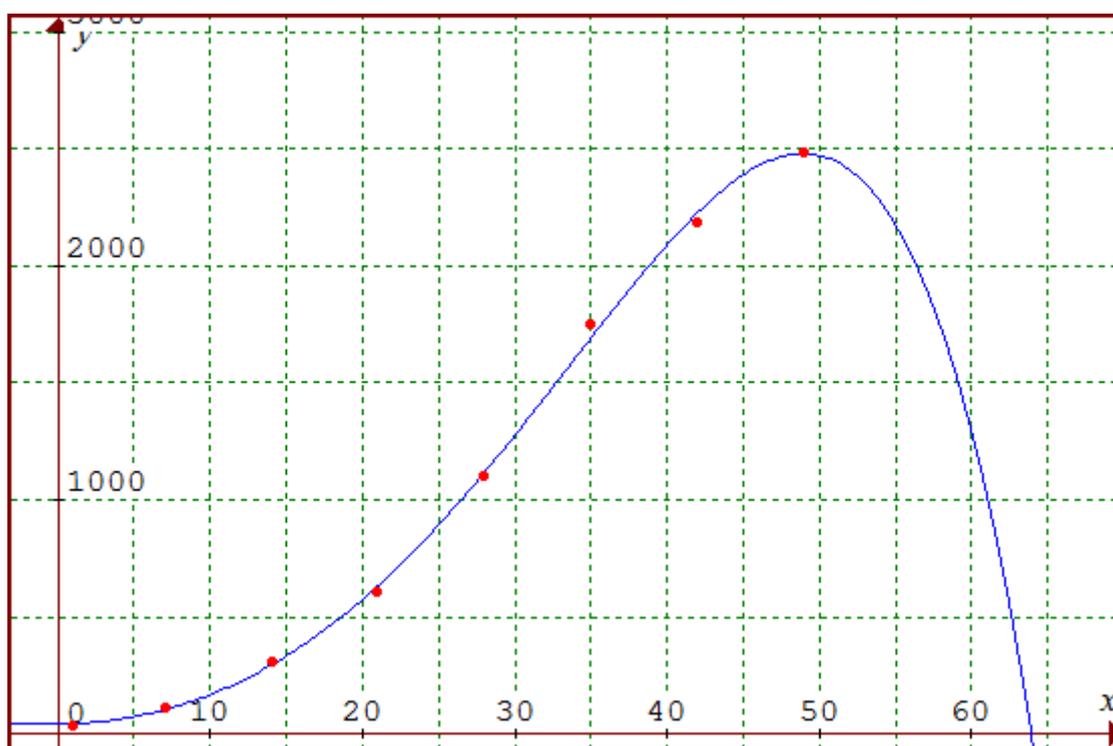


Figura 12: Gráfico da função polinomial de sexto grau

Mas esta ação, pelo uso do *Graphmática* não era suficiente para garantir a validade do modelo. Utilizei o gráfico da representação da função obtida para provocar indagações aos alunos sobre os modelos.

*Vocês acham válido o modelo encontrado? (Prof. Morgana)*

*Sim, foi o que mais se aproximou aos dados, encontramos neste modelo o melhor  $R^2$ . (Sandro)*

*Apesar do  $R^2$  encontrado ser 1, o que significa ser um bom ajuste, vocês consideram um modelo ideal para representar o crescimento do lote de frangos?(Prof. Morgana)*

*Se olharmos os pontos que representam os dados coletados, trata-se de um modelo bom. (Everton)*

*Este modelo serve para fazer previsões futuras do lote? (Prof. Morgana)*

*Aí não, pois no gráfico o peso iria decair e na realidade isso não ocorre com os frangos. Na realidade o peso do frango vai aumentando, aumentando até atingir um valor cada vez mais próximo até não crescer mais. (Sandro)*

*Se levarmos em consideração que um modelo serve para prever novos fatos ou para se fazer considerações futuras a respeito do fenômeno investigado, o modelo encontrado é um bom modelo? (Prof. Morgana)*

*Aí não, né professora, esse modelo polinomial serve apenas para fazer considerações dentro do período que coletamos os dados, daí pra frente não serve mais.*

*E agora? (Silêncio)*

Verifico diante das falas que este cenário para investigação constitui um espaço alternativo, paralelo à aula de Matemática, voltado para indagações e reflexões sobre a função da Matemática no objeto de estudo, não se constituindo apenas como mais um local para o ensino e aprendizagem de técnicas de habilidades Matemáticas. E as discussões ocorridas no grupo fazem com que a aprendizagem ocorra em nível de desenvolvimento potencial,

mediante a realização de tarefas mediadas por um indivíduo mais capaz ou que orienta o processo. Neste tipo de trabalho com Modelagem, Skovsmose (2000) salienta que o professor deixa a zona de conforto e enfrenta o desafio numa zona de risco.

Procurando saída para a última indagação, os alunos, considerando o modelo polinomial, elaboraram uma tabela no *Excel* a fim de determinar a evolução do peso dos frangos diariamente, procurando identificar o período em que a variação diária do peso deixou de aumentar e se não ocorria o mesmo erro que houve quando usamos o *Excel* (tabela 04).

A primeira colocação de Everton, baseado na Figura 12 e tabela 02, apontou como período ideal para abate, 42 dias, alegando ser a partir desta data que o ganho de peso médio diário começou a decair bastante. Logo em seguida, Sandro, baseado na tabela 04, justificou que depois dos 35 dias o lote aumentava seu peso embora crescesse também o consumo de ração, não sendo mais viável mantê-los no galpão. Persistiu na tese de ser por volta dos 35 dias de criação, o período indicado para abate levando-se em consideração a variação de ganho de peso semanal. Cada um dos alunos defendia sua resposta com argumentos, mas tiveram que decidir por usar um único para resolver a questão. Optaram por observar a variação de peso semanal.

Idade (dias)	Peso médio(g)	Variação do ganho de peso (g)
1	42,66672	0
7	102,6606	16,007
14	292,661	36,004
21	632,4935	57,952
28	1117,212	76,754
32	1441,183	82,938
33	1524,83	83,647
34	1608,775	83,945
35	1692,566	83,791
36	1775,707	83,141
37	1857,655	81,949
42	2227,07	66,103
49	2478,396	5,583

Tabela 04: Evolução e variação do ganho de peso médio do lote segundo modelo polinomial obtido pelo *Graphmática*.

Realizaram o mesmo procedimento com os dados coletados do lote alojado em galpão semi-automático e verificaram que o modelo que melhor se ajustava aos pontos foi o modelo polinomial de 2º grau. Quando observada a variação de peso médio semanal, o grupo

ficou surpreso com o fato de que o lote mantinha sua variação de peso cada vez maior até o período em que foi abatido, não caracterizando o momento de desaceleração do crescimento. Surgiram algumas indagações: Será que a linhagem possuía comportamento diferente do que o estimado pela empresa responsável pela linhagem? Que fatores levavam o lote a possuírem crescimento acelerado ainda?

Indaguei-os a respeito do que fazer para melhorar o modelo e optamos então por pesquisar mais sobre curvas de crescimento de animais. Destaquei, também, que seria indicado encontrarmos os modelos obtidos até então através de outro método diferente daquele já utilizado, a fim de comparar os resultados encontrados. Passamos então a estudar artigos em Triola (2005), um método para se realizar os ajustes polinomiais encontrados pelo *Excel* e *Graphmática* e também um modelo que representasse o crescimento de animais em Bassanezi (2006). Sobre este estudo enfatizo dois episódios: o primeiro refere-se à definição de um modelo logístico como aquele que expressaria o crescimento de animais, após visualizada a curva do mesmo (curva em forma de S alongado); o outro refere-se ao fato de que os alunos ao estudarem um artigo sobre esse mesmo tema (crescimento de frangos), apontaram falha no modelo obtido pelo alunos de Matemática II de um curso de Agronomia, quando consideraram apenas ajuste local dos dados coletados a campo naquela experiência, não destacando as limitações deste aspecto no artigo, nem mencionando outro modelo logístico, como o modelo logístico, para ser utilizado para crescimento de animais.

Esta intervenção evidenciou as reflexões acerca das relações “modelo – realidade – modelo obtido” e fez com que surgissem discussões reflexivas (SANTOS, 2007) para o melhor entendimento do trabalho realizado. Essas discussões ocorrem quando o aluno relaciona os conceitos utilizados com a realidade que está analisando, provocando novas indagações na busca do entendimento do seu objeto de estudo. Tal intervenção pode ser caracterizada com construção de conhecimento e se evidencia na fase que realiza a validação do modelo.

O modelo definido por função polinomial, representante da evolução de peso médio do lote alojado em galpão semi-automático, determinado no ajuste de curva mediante utilização do *Excel* e *Graphmática*, foi obtido neste segundo momento através do método dos mínimos quadrados, já a obtenção dos modelos logísticos deu-se através de um ajuste linear descrito em Bassanezi (2006, p. 76-84).

Nesta etapa do trabalho, os encontros intensificaram-se, não sendo suficientes apenas os encontros nas aulas de PIC. A demanda de estudo aumentara, pois os conceitos e/ou conteúdos a serem usados na elaboração dos modelos nem sempre eram conhecidos dos

alunos. Um exemplo a citar foi a resolução de sistema linear proveniente do método dos mínimos quadrados empregado. A quantidade de cálculos utilizados para validação dos modelos foi grande, embora Sandro tenha desenvolvido habilidades em trabalhar com planilha eletrônica. Para todos os métodos utilizados, haviam sido criadas planilhas com fórmulas capazes de agilizar o processo de validação dos modelos. Em momento algum o grupo apresentou indícios referentes à desistência do trabalho, pelo contrário, estavam cada vez mais envolvidos com discussões pertinentes a escolha desse ou daquele modelo. O obstáculo estava presente em mim, que por várias vezes pensei que os alunos desistiriam no caminho, revelando desta maneira que o professor também não está sempre seguro no trabalho com Modelagem. Diante destas constatações, destaco a Modelagem Matemática como uma oportunidade a alunos que tenham talento e prazer em trabalhar com a Matemática. Para eles, a Modelagem contribui ainda mais para o desenvolvimento de habilidades e para construção de novos conceitos.

O *Graphmática* contribuiu para a obtenção do modelo logístico através de um ajuste de dados obtidos a campo, apresentando pequenas diferenças do modelo obtido via ajuste linear. O modelo logístico foi visualizado pelos alunos como uma saída para a representação dos dados obtidos a campo, tendo assim uma possibilidade de validar os mesmos.

O modelo logístico, representante da evolução de peso médio (sistema automático), realizada pelo *Graphmática* não foi aceito pelos alunos, uma vez que o valor de  $a = y^*$  (valor máximo suportável para peso do frango) indicava aproximadamente 2700g como peso máximo a ser atingido pelos frangos de lote. Esse valor correspondia à informação de que a concavidade da curva continha seu ponto de inflexão ( $y = \frac{y^*}{2}$ ) no momento em que o frango atingia 1330g, o que não acontecia se observado os valores da tabela 04 que representava a evolução do peso médio do lote. Os estudos continuaram na tentativa de obter um modelo mais próximo à realidade investigada, tendo como passo seguinte a obtenção do modelo logístico por meio de ajuste linear para posterior visualização da curva, proposta já identificada em Bassanezi (2006).

O modelo empregado apresenta um valor assintótico (capacidade suporte ou valor máximo sustentável) e tem sua expressão dada por  $y = \frac{a}{b \cdot e^{-kx} + 1}$  em caso crescente. Os

parâmetros da curva: a, b e k são calculados após mudança de variável  $z = \ln\left(\frac{a-y}{y}\right)$  e

posterior ajuste linear da função  $y$ , obtendo-se a equação de uma reta  $z = -kx + \ln(b)$ . A curva logística tem como característica a presença do ponto de inflexão (ponto onde a curva muda de concavidade) quando a capacidade inicial ( $y_0$ ) for menor que a população suporte ( $y^*$ ), que é o que acontece neste caso investigado. Este valor foi determinado após observação da tabela 04, ocorrendo em torno do dia 35, usando assim como peso do ponto de inflexão 1750g, ou seja,  $\frac{y^*}{2} = 1750$ , assim  $y^* = a = 3500$  g.

Na tabela 05 se encontram os valores calculados para a variável auxiliar  $z$  baseado nos valores obtidos no experimento, a fim de transformar a curva logística numa reta.

x	y	z
1	38	4,512016
7	110	3,428105
14	307	2,341868
21	606	1,563515
28	1100	0,780159
35	1750	0
42	2185	-0,50778
49	2482	-0,89122

Tabela 05: Valores da auxiliar  $z$  para ajuste linear do modelo logístico.

Através do ajuste linear feito através do Excel, obtivemos  $z = -0,1122x + 4,1659$  e como  $z = -kx + \ln(b)$ , encontramos  $k = 0,1122$ . Se  $\ln(b) = 4,1659$ , então  $e^{4,1659} = b = 64,4506$ . Esses valores foram encontrados e substituídos no termo geral da equação logística

tendo como expressão:  $y = \frac{3500}{64,45066 \cdot e^{-0,1122 x} + 1}$ , onde  $x \in \mathfrak{R} > 0$ ,  $y$  representa o peso

dos frangos em gramas e  $x$ , a idade em dias. A confiabilidade do modelo foi verificado com o auxílio do coeficiente de determinação  $R^2 = 6309633 / 6484318 = 0,9731$ , ou seja, 97,31% da função  $y$  (o peso médio dos frangos) é explicada pela variação da idade do animal.

No cenário ocorreu o processo de modificação de um modelo descrito por Bassanezi (2006). Modificação esta ocorrida pelo fato de constatarmos que o modelo polinomial não é eficiente para fazer considerações fora do período de alojamento e ocorreu devido ao grupo ter realmente confrontado os dados obtidos via modelo com os coletados a campo, mostrando quão importante é o processo de validação do modelo encontrado.

A validação do modelo logístico foi realizada através da simulação dos valores encontrados para a evolução de peso do lote, comparação com os dados coletados no experimento e na visualização gráfica dos três modelos obtidos:

- Modelo que descreve o peso dos frangos segundo ajuste polinomial (linha preta)

$$y = -6,7 \cdot 10^{-8} x^6 - 4 \cdot 10^{-6} x^5 + 2,4 \cdot 10^{-5} x^4 + 0,0167 x^3 + 0,97 x^2 + 1,29 x + 40,39$$

- Modelo logístico obtido pelo ajuste linear (linha verde)

$$y = \frac{3500}{64,45066 \cdot e^{-0,1122 x} + 1}$$

- Modelo logístico obtido pelo *Graphmatica* (linha vermelha) é

$$y = \frac{2677,68}{53,51 \cdot e^{-0,1307 x} + 1}, \text{ com } R^2 = 0,9996.$$

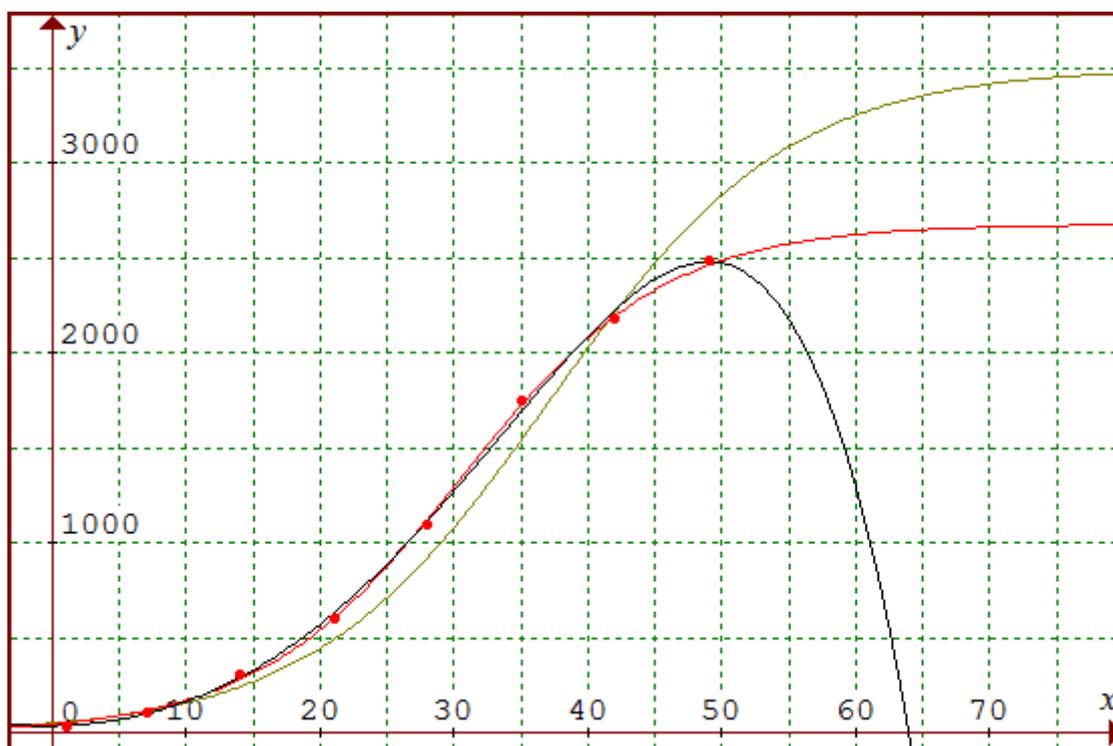


Figura 13: Curvas resultantes do ajuste polinomial e dos modelos logísticos – galpão automático.

De posse dos modelos e das curvas resultantes desses modelos, os alunos confirmaram o modelo logístico como o melhor para representar a dinâmica da evolução de peso médio dos frangos de corte alojados em galpão automático e apontaram a data de abate entre 35 a 40 dias, baseado na inflexão da curva. A utilização do modelo polinomial foi descartado visto tratar de ajuste local, não sendo possível fazer considerações fora do período

de alojamento dos animais. Não satisfeitos ainda com o modelo obtido, os alunos indicaram a necessidade de validar o modelo promovendo uma comparação com os dados que a empresa fornecedora das aves propõe para lotes, em busca da comprovação da eficiência do modelo logístico.

Depois de levantar informações sobre o peso médio estipulado para criação destas aves em alojamento automático, os alunos elaboraram os mesmos modelos obtidos com os dados do experimento e alcançaram modelos suficientes para confirmar a escolha do modelo logístico como eficiente neste tipo de crescimento de frangos de corte (Fig. 13).

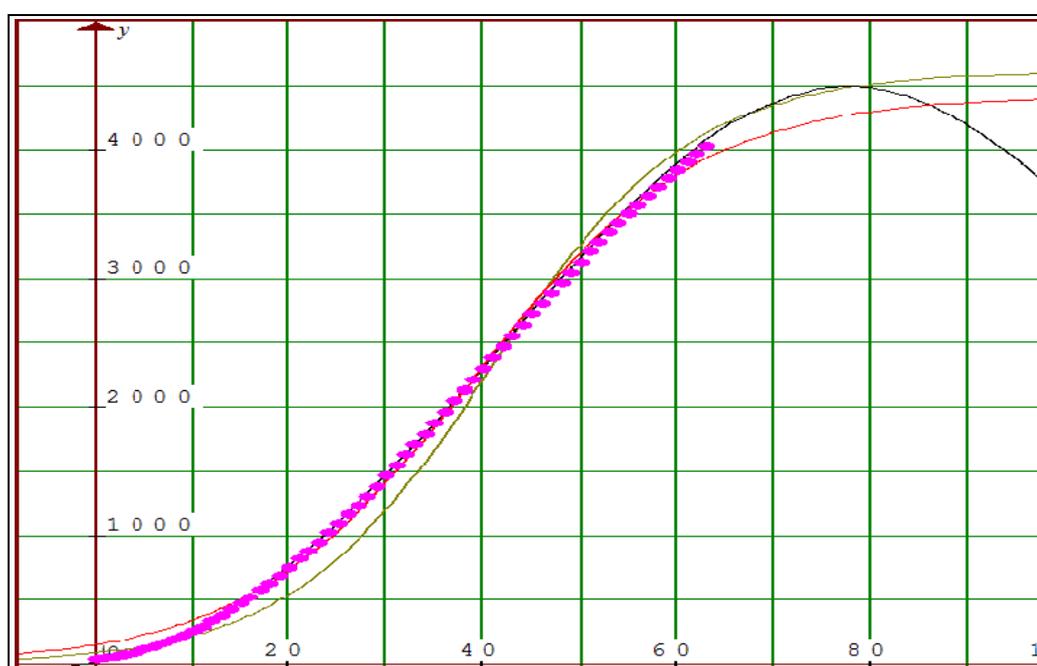


Figura 14: Curvas resultantes do ajuste polinomial e dos modelos logísticos – frangos AgRoss

Depois de visualizarem as curvas e elaborarem tabelas que simulavam a evolução de peso médio dos animais, os alunos apontaram o modelo logístico como escolhido. Perceberam que o desenvolvimento do lote alojado em sistema automático possuiu semelhanças com o modelo logístico, quando comparado ao comportamento do modelo estipulado pela empresa para os frangos. Já o lote alojado em sistema semi-automático (está descrito no Anexo B) apresentou crescimento mais lento, não sendo possível a determinação do ponto de inflexão na curva do crescimento através do modelo polinomial.

Ao elaborarem os modelos, os alunos presenciaram duas situações: na primeira, obtiveram modelos matemáticos que descreviam a evolução de peso médio dos frangos no intervalo acompanhado representados por função polinomial; posteriormente obtiveram

modelos matemáticos recomendado para crescimento de animais capazes de apontar considerações sobre o futuro desenvolvimento caso os frangos permanecessem alojados. Apoiados no coeficiente de determinação avaliaram a qualidade dos modelos obtidos. A facilidade do grupo em lidar com as planilhas construindo fórmulas e tabelas auxiliou-os na avaliação dos modelos. E o interessante foi que nas discussões a respeito da escolha de estratégias ou desenvolvimento de cálculos, a primeira sugestão apontada não era facilmente aceita pelo outro colega, sendo preciso argumentar convincentemente as colocações propostas. Os obstáculos para alunos pareciam não existir, ler e interpretar as informações nos livros e no trabalho, bem como explicar o que significavam os modelos obtidos acontecia de forma natural. Após a realização do trabalho, eles expuseram a insegurança sentida em certas etapas do trabalho, mas não a demonstraram anteriormente.



Figura 15: Segundo grupo, no cenário, trabalhando na análise e discussão dos dados.

Para Sandro e Everton foi gratificante a possibilidade de integrar a teoria com a prática, de relacionar um tema da área técnica com Matemática, de poderem participar ativamente da elaboração do projeto, do desenvolvimento e execução do objeto de investigação, de confrontar os dados com as idéias levantadas a priori, de realizar tarefas explorando softwares até então desconhecidos, de contar com a colaboração dos professores em cada etapa do trabalho. Penso que o fato de participarem atentos das atividades que compunham o projeto e se sentirem responsáveis por ele, além de ser um tema de interesse deles e estar vinculado à sua área de estudo, foram pontos fortes que levaram ao sucesso do trabalho. A postura do professor neste ambiente de aprendizagem foi responsável para que os

alunos atingissem o nível de desenvolvimento potencial, e o projeto relacionado à sua área de estudo foi, de acordo com Vygotski (1993), um motivo a mais para que eles elaborassem conceitos científicos, que são resultados de constante relação entre sujeito e objeto do conhecimento. Para isto exige-se concentração e atenção, o que não era difícil para o grupo.

O professor, neste cenário, ao criar as zonas de desenvolvimento proximal, estimulou funções que ainda estavam em processo de maturação. Como resultado, o que os alunos foram capazes de atingir foi muito bom. Isso denota que o professor conseguiu, por meio da sua interação baseada em indagações e reflexões, levar os alunos a atingirem o nível de desenvolvimento potencial, que está diretamente ligado ao propósito deste tipo de ambiente de aprendizagem, ou seja, da Modelagem Matemática.

Na entrevista, o grupo salientou que a falta de tempo para o desenvolvimento do trabalho foi a maior dificuldade encontrada, devido a quantidade de estudos necessários para a obtenção dos modelos. Destacaram que a atuação da professora como orientadora do trabalho foi de fundamental importância ao indagar sobre estratégias escolhidas, ao estudo orientado e pelas várias contribuições mediante o surgimento de dúvidas. Perguntados sobre como foi vista pelo grupo a idéia de ter que estudar coisas novas, buscar alternativas diferentes das que possuíam, utilizar conteúdos matemáticos não familiares até então na busca dos modelos, eles afirmaram ter sido bom, devido a curiosidade em saber se era possível desenvolver estes modelos. Agora eles percebem que a Matemática ajuda resolver problemas de outras áreas, por exemplo, as da agropecuária. Só que este processo necessita de estudo de caminhos alternativos para a resolução e de conteúdos necessários para a execução de estratégias escolhidas. Para este grupo, pareceu-me que os obstáculos para o trabalho com Modelagem não se tornaram aparentemente evidentes. Não houve resistência ao se modificar as tarefas de professor e aluno, geralmente diferentes na sala de aula.

Os alunos destacaram que a realização deste trabalho lhes forneceu subsídios para o desenvolvimento de uma próxima investigação, além de despertar o interesse pela pesquisa. Para eles, não houve perdas e sim, ganhos de uma visão mais ampla sobre o uso da Matemática em várias situações, como na área de Agropecuária. Melhorou também a capacidade de trabalhar em grupo, visto que sempre discutiam sobre qual o melhor caminho ou o melhor resultado, fato não comum na vida escolar em que prevalece o trabalho individual. Contribuiu também para adquirir novos conhecimentos em Matemática e em Zootecnia, sendo vários conceitos ampliados ou elaborados.

Quanto ao uso da Matemática e ao estudo de novos conteúdos, o grupo enfatizou que no curso técnico já haviam utilizado alguns cálculos para verificar o desempenho dos animais.

O estudo de novos conteúdos e execução de determinadas estratégias, os ajustes de curva por exemplo, os levaram inicialmente a pensarem que seria complicado, porém perceberam, ao estudarem o material, que tudo era uma questão de assimilar o assunto. Esta informação me remete a lembrar dos estudos de Kaiser & Maaß (2007), ao afirmarem que as atitudes positivas dos alunos contribuem para o sucesso do trabalho com Modelagem e para o desenvolvimento de várias habilidades.

A seguir, apresento algumas considerações e descrevo o processo de preparação do projeto para as várias socializações feitas pelos alunos.

### **4.3 A preparação do material para a apresentação e as socializações**

Como descrevi anteriormente, os integrantes deste cenário são estudantes do Ensino Médio e aceitaram participar da pesquisa ou propuseram o trabalho (segundo grupo) por acreditarem que a proposta de trabalhar com Modelagem era interessante. Mesmo sendo trabalhos envolvendo grupo reduzido de estudantes (apenas 4 alunos) considere importante a socialização dos resultados da investigação a fim de promover a valorização do trabalho dos alunos, mostrando aos colegas que é possível por meio da Matemática explorar situações com referência na realidade não matemática. Solicitei então aos alunos a socializar os seus trabalhos, começando pelo ambiente escolar.

Essa socialização só foi possível na escola, considerando público externo, porque a EAFRS promove anualmente, no mês de agosto, uma amostra de projetos desenvolvidos por seus alunos, na instituição. Denomina-se FETEC e tem como principais expositores, os alunos que finalizaram seus projetos nos três semestres do Ensino Médio do Projeto de Iniciação Científica. Os alunos são convidados a realizar a socialização, descaracterizando a obrigação e sua aceitação também depende do aval do professor orientador. Para a exposição, é elaborado pelos alunos um material que serve de guia para a apresentação e consiste em slides que contêm a identificação, justificativa, objetivos, metodologia, teoria que fundamenta o tema, dados coletados e resultados do trabalho. Esse material é elaborado sem critérios específicos, contando apenas as partes que o grupo julga imprescindível existir para melhor apresentar o seu trabalho. Outro elemento presente no momento da socialização é o relatório do projeto desenvolvido que deve ser elaborado de acordo com as normas técnicas trabalhadas nas aulas do Projeto de Iniciação Científica, que constam nos anexos A e B.

A preparação para a socialização ocorre sempre no período que antecede a FETEC (mês de agosto), durante as aulas de Extensão Rural, orientada pelos professores orientadores dos projetos e dos professores do PIC. Estes auxiliam na revisão, impressão do relatório e da apresentação e contribuem até na dinâmica do estande.



Figura 15: Grupo 1 em apresentação do trabalho na IX FETEC em 28 de agosto de 2008.



Figura 16: Grupo 2 em apresentação do trabalho na IX FETEC em 28 de agosto de 2008.

Ao apresentarem seus trabalhos, os integrantes mostraram aos ouvintes o projeto, desde o tema, os reais motivos que geraram a investigação, o que objetivavam, formas utilizadas para coletar dados no experimento, até apresentação dos modelos. Fizeram interpretações dos mesmos utilizando-se da matemática e relacionando os resultados com o que ocorre num ambiente específico para a produção. Destacaram as dificuldades enfrentadas, responderam questionamentos de colegas e de professores de Matemática.

Na exposição do trabalho, os próprios alunos sentiram que o empenho foi válido e mais do que um certificado de participação, essa oportunidade foi muito importante para sua vida escolar e de iniciantes na pesquisa básica. A seguir alguns relatos feitos pelos grupos.

*Ao expor o trabalho, sentimos uma mistura de nervosismo, ansiedade e de segurança. Sabíamos bem o que nós tínhamos feito. Foi uma alegria em finalmente ter bons resultados nas feiras que participamos.*

*Agora que acabou a pesquisa percebemos que a concepção da utilização da matemática em resolução de problemas na área técnica não é a mesma que no início. Vimos que podemos usar a matemática em muitas coisas, na forma de auxílio à agropecuária. Podemos usar como exemplo nosso trabalho que ajudaria muito em uma propriedade rural. Os produtores de leite poderiam acompanhar a produção de seus animais vendo até que ponto seria rentável ficar com eles na propriedade.*

*Houve vontade de desistir em muitas ocasiões, mas agora vimos que valeu a pena aquele trabalho todo. Ainda bem que a professora sempre incentivou a continuar no trabalho. (Grupo 1)*

*Com a apresentação de nosso trabalho nas feiras sentimos todo nosso trabalho sendo valorizado e mais do que isso, nos sentimos realizados em conseguir chegar a nossos objetivos.*

*Agora que acabou a pesquisa percebemos que a concepção da utilização da matemática em resolução de problemas na área técnica não é a mesma que no início, pois verificamos que a matemática pode ser utilizada em várias áreas não só na matéria de sala de aula, mas*

*na área que atuamos como técnicos, melhorando o controle e desempenho da produção garantindo assim melhores retornos.*

*Não tivemos vontade de desistir. O trabalho correu muito bem mesmo com o pouco tempo para sua realização. (Grupo 2)*

Após a primeira socialização ocorrida, os grupos já participaram de duas outras socializações em eventos similares (Feira Regional e Feira Catarinense de Matemática). Sua visão do trabalho e importância de tê-los desenvolvidos foi reforçado ainda mais, pois foram novos ambientes com público diferenciado que prestigiaram os trabalhos.

*Nas Feiras de Matemática, no início dava um frio na barriga, mas depois de apresentarmos umas duas ou três vezes, já passava. Devia ser porque nós sabíamos que a maioria dos adultos que ali estavam entendiam muito bem de Matemática, pois o foco principal era a Matemática e não o projeto como um todo. Na Feira Catarinense este sentimento parecia menor devido aos vários comentários positivos dos nossos trabalhos. Foi bem legal ouvir diversas vezes: Mas foi vocês mesmos que fizeram isto tudo? Ficou muito bom, parabéns pelo que conseguiram fazer! Parabéns, vocês dominam muito bem o trabalho! Vocês deveriam participar do FEBRACE, está muito bem organizado o trabalho, parabéns! (grupos 1 e 2)*

*Ouvir aquilo, enchia a nossa bola como se diz, e a gente se sentia muito bem valorizado e agradecido pelas vezes que a professora não deixou a gente desistir. (grupo 1)*

Nas socializações do trabalho feitas na FETEC e em duas Feiras de Matemática (regional e estadual) que participaram, constatei que os grupos apresentaram facilidades na exposição do trabalho. Dominavam os modelos encontrados e justificavam o porquê de terem elaborado tais modelos. Outro fato que convém destacar é que o grupo 1, depois de finalizado o trabalho, observou que o resultado alcançado foi além do que os mesmos pensavam em conseguir fazer e perceberam que mais do que um trabalho de um projeto, aquilo era o resultado de vários conhecimentos articulados e passíveis de compreensão. Depois de todos aqueles comentários a respeito do trabalho, este se fez mais significativo para o grupo. Para o

grupo 2, esse sentimento não foi demonstrado com tanta ênfase, visto que para eles, as emoções não sofreram grandes oscilações durante todo o processo.

Essas socializações deixaram evidentes que as atividades de Modelagem desenvolvidas no decorrer das aulas possibilitaram aos alunos o estudo de temas que não pertenciam necessariamente à disciplina de Matemática e envolvidos com seu professor em formular hipóteses, simplificar conceitos que se relacionavam aos modelos, analisar e validar esses modelos, realizar mudanças, quando necessário, fez com o cenário para investigação com referência a realidade, se tornasse real. Mais do que aplicar a Matemática, essa experiência serviu para ampliar a compreensão sobre o papel dos modelos matemáticos no ambiente em que vivem. Foi uma oportunidade dos envolvidos de interpretar e agir sobre uma situação social, sobre o contexto real. Nesse caso, a Modelagem passou a ter um caráter de geradora de algum tipo de crítica. As reflexões surgidas em diversos episódios situam na dimensão do conhecimento reflexivo (SKOVSMOSE, 2001) e referem-se às indagações surgidas no decorrer do processo a respeito da obtenção e validação do modelo.

Percebi através das socializações e observação dos relatórios dos trabalhos realizados que a Modelagem contribuiu para o desenvolvimento de habilidades como criatividade, observação, reflexão perante os resultados e a resolução de problemas. Desenvolveu também capacidades como: buscar informações nas mais diferentes fontes como artigos, revistas especializadas, livros, documentos escolares; utilizar recursos diversos como softwares que não eram de seu hábito e promover comparações entre os resultados obtidos; analisar as possíveis soluções e decidir pela mais adequada ou por retomar o processo de investigação quando as soluções não satisfizeram adequadamente o problema; avaliar os resultados obtidos bem como as conseqüências destes; comparar os resultados com as hipóteses levantadas inicialmente.

A respeito do conhecimento matemático adquirido no trabalho pelos alunos, analisei o item baseada na referência que Skovsmose (2001) aplica ao processo de Modelagem. Para este autor há três tipos de conhecimento relacionado à Modelagem: o conhecimento matemático, o conhecimento tecnológico e conhecimento reflexivo. Se o conhecimento tecnológico refere-se a como construir e usar um modelo e o conhecimento reflexivo refere-se à natureza dos modelos e critérios utilizados para sua construção, aplicação e validação, a construção destes conhecimentos pode ser visualizada tanto na elaboração do material (relatório final) como nas exposições do trabalho na amostra. Ao socializarem o trabalho, eles descrevem que critérios levaram em consideração para a elaboração de modelo e validação e a finalidade do modelo construído. O conhecimento tecnológico pode ser diagnosticado nos

episódios em que necessitaram da utilização de softwares para construir e verificar a validade dos modelos. Como resultado, o conhecimento matemático em si surgiu devido ao diagnóstico dos outros dois.

A seguir, apresento nas considerações finais, os resultados do trabalho realizado no ambiente de aprendizagem.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao optar por mais um trabalho na área de Modelagem Matemática, procurei identificar contribuições deste ambiente de aprendizagem, nos cenários para investigação, para a análise, discussão e resolução de problemas através da integração das disciplinas de Matemática e do Ensino Técnico em Agropecuária. O que me motivou para o estudo foram as potencialidades da Escola com o seu Projeto de Iniciação Científica. Via neste espaço uma oportunidade de trabalhar com Modelagem associada à idéia de projetos. Portanto, a Modelagem não foi utilizada com o sentido de estratégia de ensino, mas sim como um ambiente em que, professor e alunos aceitaram o convite e investigaram um tema não matemático.

Desenvolvido nas aulas do Projeto de Iniciação Científica, no segundo e terceiro semestres do Ensino Médio da Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul, os dois grupos de alunos e o professor compartilharam dois cenários para investigação. O primeiro cenário se desenvolveu baseado em uma investigação sobre a lactação de vacas holandesas, e o segundo, sobre sistemas de criação de frangos de corte, ambos os temas com referência à realidade não matemática e pertencentes ao estudo técnico desenvolvido na EAFRS.

Ao elaborar a diretriz deste trabalho procurei por um embasamento teórico condizente com o seu propósito. Para tanto, as leituras realizadas destacaram diferenças e semelhanças entre as várias concepções de Modelagem. Ative-me bastante às partes referentes à escolha do tema e problema, quantidade de alunos nos grupos e opção por investigações não pertencentes à matemática. Também busquei embasamento que identificam maneira de como, o trabalho compartilhado de “professor e alunos” e “aluno x aluno”, pode contribuir na aprendizagem. Por este motivo foram apresentadas discussões iniciais, nos dois primeiros capítulos.

Trabalhar com Modelagem nos Projetos de Iniciação Científica, nos cenários para investigação, caracterizou uma modificação no modo de conduzir o ensino em sala de aula ao compartilharmos as tarefas. Tratou-se de um desafio, pois qualquer cenário para investigação coloca desafios para o professor que com ele trabalha, mesmo contribuindo para o processo ensino-aprendizagem. A prática com este tipo de trabalho leva-me a apontar que trabalhar com ambiente de aprendizagem oportunizou as discussões e reflexões em aula através das investigações e provocou mudanças na educação matemática. As atividades desenvolvidas nos cenários possibilitaram aos alunos uma nova atribuição de sentidos para elas, qualificando

o processo de aprendizagem, melhorando a relação “professor x aluno” e modificando a visão da real função de professor e aluno em sala de aula. Elas potencializaram a reflexão sobre a Matemática e o seu papel social no contexto em que está inserida.

A utilização da Modelagem no trabalho com os Projetos de Iniciação Científica proporcionou não apenas a exploração da aplicação de Matemática e conseqüentemente aprendizagem de novos conteúdos/conceitos da disciplina, mas também privilegiou indagações sobre o próprio conteúdo utilizado, outras investigações relacionadas ao tema, discussões a respeito do trabalho como um todo e sua relação na sociedade em que se insere e a importância da socialização de todo o conhecimento abordado com a comunidade. Creio que são nestas ações que o conhecimento matemático justifica o que se aprende e para que se aprende e torna importante o cenário de investigação proporcionado pelo PIC. Todas essas contribuições enriquecem o trabalho realizado em PIC.

Durante a realização do trabalho, a Modelagem contribuiu para reorganizar as relações de conhecimento entre professor e aluno, com uma nova divisão de responsabilidades nas etapas do trabalho. Explicito isto pois percebi mudança no modo de conceber a utilidade da Matemática por parte dos alunos, embora tenham existido dificuldades durante o processo. Entre elas, cito a resistência do primeiro grupo com este novo estilo de trabalho e, pelo segundo grupo, a falta de tempo hábil em sala para a realização de todas as tarefas e estudos. Registro a existência de momentos em que houve obstáculos no desenvolvimento da pesquisa: obstáculos para os alunos e obstáculos para professor. Quanto aos obstáculos para os alunos, ocorreu com o primeiro grupo quando constatei durante todo o processo a resistência ao novo, oportunizada pela divisão de responsabilidades em que o professor não fica sendo mais o transmissor do conhecimento. Houve momentos de ausência de motivação para a realização de trabalho, faltas às aulas e dificuldades em estudarem sozinhos.

Quanto ao obstáculo para o professor, não me refiro a dúvidas com relação a condução das atividades de Modelagem, ocasionadas por falta de conhecimento do tema ou por tempo a ser utilizado no planejamento. Tratou-se da insegurança em supor que os educandos não conseguiriam compreender e utilizar os métodos estatísticos. Momentos em que pareceu impossível a compreensão dos educandos a respeito do ajuste linear com mudança de variável, realizado em busca do modelo logístico. Declaro que se trata de um obstáculo apenas do professor, pois para os alunos, mediante as leituras efetuadas em conjunto e estudos no livro de Modelagem pareceu nada mais que uma simples realização de etapas em busca do resultado. Para eles nada parecia impossível, estavam sempre dispostos a investigar, a efetuar cálculos, a aprender lidar com os softwares. Este grupo apresentou uma

capacidade enorme de seguir em frente, mesmo que fossem nos períodos fora da aula, apresentavam iniciativa e habilidade de sempre refletir sobre o significado do que haviam encontrado ou feito. Eles aproveitavam as zonas de desenvolvimento proximal criadas pelo professor, tornando em pouco tempo, conceitos espontâneos (indutivo) em conceitos científicos (dedutivo). Estes novos conceitos é que são os responsáveis por dar novos sentidos aos primeiros conceitos que os alunos já tinham elaborado antes de iniciar o trabalho com Modelagem.

O trabalho com Modelagem na sala de aula, num primeiro momento, pareceu difícil, pois os alunos não estavam acostumados a realizar investigações, refletirem sobre os dados coletados, tomarem decisões e fazerem questionamentos sobre um tema. Num segundo momento, o processo passou a ter características de cenários para investigação, quando passou-se a investigar mais sobre o tema, organizar dados coletados, selecionar estratégias, comprovar idéias através da manipulação de informações, anotar as conclusões oriundas das discussões e reflexões. Da metade do processo em diante, os alunos já se questionavam sobre outros fatos que eram desconhecidos até então, concretizando assim a validação dos modelos. Essa dificuldade teve menor ênfase no trabalho com o segundo grupo.

O professor possui papel importante no trabalho com Modelagem. Em relação às dificuldades e obstáculos citados, estive constantemente motivando os grupos para que não desistissem, principalmente o primeiro grupo. Além do caráter motivador, o professor precisa querer trabalhar com este tipo de ambiente, muitas vezes abandonando sua prática atual. Esse não foi o meu caso, visto que já trabalhava com projetos anteriormente. Destaco também, que ao trabalhar com a Modelagem, tomei cuidado de ouvir e atender às colocações dos alunos, respeitando suas idéias procurando não induzi-los a utilizarem estratégias apontadas por mim. Este fato acabou levando o processo de obtenção de modelos a tomar caminhos diferentes dos previamente pensados pelo professor. Refiro-me a este fato, pois o modelo obtido pelo primeiro grupo resultou em algo diferente daquele que eu tratei ao reescrevê-lo no apêndice.

No trabalho com a Modelagem, os espaços que foram oportunizados para discussão e estudos do tema e sua relação com a matemática fizeram com que se tornasse real a relação de um tema da realidade e a matemática. Foi possível e eficaz a exploração da matemática na escola, levando-se em consideração o contexto social no qual estavam inseridos os alunos.

Outro aspecto que considero importante no meu papel de professora neste cenário refere-se às várias oportunidades em que criei, por meio de questionamentos e promovendo reflexões sobre os modelos, zonas de desenvolvimento proximal para que os alunos conseguissem realizar tarefas que não seriam capazes de fazer sozinhos, ou seja, atingir o

nível de desenvolvimento potencial. Este tipo de ação só foi possível porque o cenário para investigação propicia a interação entre os envolvidos no processo. Dessa forma consegui, através de todo o processo de Modelagem orientar e estimular o desenvolvimento de funções superiores como capacidade para resolver os problemas abordados por cada grupo, formação de novos conceitos matemáticos e zootécnicos, que acabam por contribuir para a construção de conhecimento.

No desenvolvimento do trabalho de Modelagem, vários conteúdos matemáticos foram estudados e envolvidos no processo de obtenção dos modelos, entre eles, razão, a Estatística com o ajuste de curva e elaboração de tabelas e gráficos, funções, sistemas de equações lineares, além do uso de softwares. Foi expressivo o uso da informática no processo de organização dos dados, elaboração, validação e modificação dos modelos. Eles serviram para organizar dados obtidos em campo, ampliar domínio de diversos recursos como softwares que não eram de seu hábito, promover comparações entre os resultados obtidos, analisar as possíveis soluções e decidir pela mais adequada ou por retomar o processo de investigação quando as soluções não satisfizeram adequadamente o problema, avaliar os resultados obtidos bem como as conseqüências destes, além de comparar os resultados com as hipóteses levantadas inicialmente. O modelo, para cada um dos grupos, permitiu que eles percebessem a relação da Matemática com a área técnica que estudam. Como resultado temos os registros escritos dos dois trabalhos e estão presentes nos anexos 1 e 2.

Além de possibilitar um trabalho interdisciplinar, a Modelagem contribuiu para que a matemática utilizada nos estudos fosse vista como processo em construção em oposição a idéia de corpo estruturado e pronto. Foi possível perceber a ligação entre os vários conteúdos, possibilitando a retomada de conceitos já trabalhados em aula, imprimindo, desse modo, um caráter espiral ao currículo.

Constater, através das socializações e observação dos relatórios dos trabalhos realizados, que a Modelagem contribuiu para o desenvolvimento de habilidades como observação, reflexão perante os resultados e a resolução de problemas ligados à realidade não matemática. Desenvolveu também capacidades de buscar informações nas mais diferentes fontes como artigos, revistas especializadas, livros, documentos escolares. Este trabalho incentivou a continuação de outras investigações na área de agropecuária, além de atribuir maior sentido ao trabalho realizado por eles, tornando-os mais autônomos e cooperativos.

Poder desenvolver esta pesquisa, fez-me perceber que a utilização da Modelagem não depende apenas do comprometimento e conhecimento do professor, os alunos podem reagir diferentemente e a qualidade do trabalho ser alterado. Nos cenários, procurando manter

a mesma postura de mediador com os dois grupos, os modelos foram obtidos, embora as características do processo tenham sido muito diferentes de um para o outro. Portanto, nem sempre, o professor pode obter resultados semelhantes com grupos diferentes, o que caracteriza não existir “receita de sucesso” para se trabalhar com Modelagem. Este fato torna a utilização da Modelagem ainda mais intrigante e desafiadora.

Por fim, quero destacar o material elaborado após o desenvolvimento de todo o trabalho com os alunos, a fim de fornecer subsídios a outros professores que adotam o trabalho com Modelagem. Trata-se de um material simples, reduzido e de fácil implementação, constituído de uma sequência de atividades corrigidas e melhoradas ao longo da elaboração desta dissertação. Elaborei-os com o intuito de proporcionar uma relação da Matemática com o contexto em que o indivíduo se insere, mostrando que a ela pode ser uma ferramenta útil para a compreensão da realidade que nos cerca.

Morgana Scheller, abril de 2009.

## BIBLIOGRAFIA

ALMEIDA, L. M. W.; BORSSOI, A. H. Modelagem Matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de equações diferenciais ordinárias. **Educação Matemática Pesquisa**, v 6, n 2, 91-122, 2004.

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira, 1998.

ANACLETO, B. et al. Análise do crescimento de frangos. In: **IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática**. Feira de Santana: 2005.

ARAUJO, J. L. de. **Cálculo, tecnologia e modelagem matemática**: as discussões dos alunos. Rio Claro: UNESP, 2002. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2002.

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre Modelagem Matemática ? **Zetetiké**, Campinas: UNICAMP, v. 5, n. 11, p.67-85, jan./jun. 1999.

\_\_\_\_\_. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001. Disponível em: <http://sitesuol.com.br>. Acesso em: 20 dez. 2007.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática**: concepções e experiências de futuros professores. Rio Claro: UNESP, 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2001b.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim, v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003.

\_\_\_\_\_. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática, 2., 2003, Santos. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2003. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

\_\_\_\_\_. A "contextualização" e a Modelagem na educação matemática do ensino médio. In: Encontro Nacional De Educação Matemática, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004. 1 CD-ROM.

BASSANEZI, R. C.; BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na matemagicalândia**. Blumenau: FURB, 1996.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática, **Dynamics**. Blumenau, v. 1, n. 7, p. 55-83, 1994.  
BIEMBENGUT, M. S. **Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º. e 2º. graus**. Rio Claro: UNESP, 1990. Dissertação (Mestrado

em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 1990.

BIEMBENGUT, M. S. **Qualidade no ensino de Matemática na engenharia**: uma proposta metodológica e curricular. Florianópolis: UFSC, 1997. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção e Sistemas), Universidade Federal de Santa Catarina, 1997.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática**. Blumenau: FURB, 1999.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Uma proposta para o ensino de cálculo. **Temas e Debates**, Blumenau: SBEM, n. 6, p. 44-5, 1995.

\_\_\_\_\_. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

BLUM, W. Applications and Modelling in mathematics teaching and mathematics education – some important aspects of practice and of research. In: SLOVER, C. et al. **Advances and perspectives in the teaching of mathematical modeling and applications**. Yorklyn: Water Street Mathematics, 1995.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Lisboa: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ensino Médio – ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC; SEB, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio – ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Lei 9394/96. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília: 1996.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Campinas: UNICAMP, 1992. Tese (Doutorado em Psicologia Educaional), Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, 1992.

\_\_\_\_\_. Critérios norteadores para adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário. **Zetetiké**. Campinas: UNICAMP, Ano 2, n.2, p.47-60, 1994.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

BURAK, D.; SOISTAK, A. V. F. Modelagem Matemática: uma alternativa de ensino aprendizagem da matemática. In: **IV Conferencia Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática**. Feira de Santana: 2005.

CAUS, F.; KUNESKI, H. Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul. **Uso da modelagem matemática no estudo de curvas de lactação de vacas leiteiras holandesas da EAFRS**. Rio do Sul: EAFRS, 2008. Relatório de Iniciação Científica.

CARRAHER, T. N. et al. **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo: Cortez, 1988.

CARVALHO, J. B. P. O que é Educação Matemática? **Temas & Debates**. Blumenau: SBEM. Ano 4, n.3, p.17-26, 1991.

CASTRO, C. de M. **A prática da pesquisa**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1978.

CIVIERO, P. A. G. et al. **Projeto de Iniciação Científica no Ensino Médio**: olhar voltado para a re-construção de saberes. Blumenau: FURB, 2006.

CIVIERO, P. A. G. et al. **O processo de orientação de trabalhos do Projeto de Iniciação Científica e sua avaliação na FETEC – EAFRS**. In: I FONAIIC. Camboriú, 2008.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação e matemática. Campinas: Summus, UNICAMP, 1986.

\_\_\_\_\_. Como ensinar matemática hoje? **Temas & Debates**. Blumenau: SBEM. Ano 2, p.57-63, 1994.

\_\_\_\_\_. **Educação Matemática**: Da teoria a Prática. Campinas: Papirus, 1996.

\_\_\_\_\_. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo: SBEM, Ano 6, n. 7, p. 5 – 9, jul. 1999. Entrevista concedida a Célia Carolina Pires.

DANTE, L. R. Algumas reflexões sobre Educação Matemática? **Temas & Debates**. Blumenau: SBEM. Ano 4, n.3, p.43-49, 1991.

EAFRS - ESCOLA AGROTÉCNICA FEDERAL DE RIO DO SUL. Coordenação Geral de Ensino. **Projeto Pedagógico Institucional**. Rio do Sul: EAFRS, 2008.

FERREIRA, A. B. H. **Novo dicionário da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986.

FRANÇA, E. et al. **Matemática na vida e na escola**: 6ª série. São Paulo: Ed. do Brasil, 1999.

FIorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o Ensino de Matemática no Brasil. **Zetetiké**. Campinas: Ano 3, n.4, p.1-37. 1995.

FRANCHI, R. H. O. L. Cursos de Cálculo: uma proposta alternativa. **Temas & Debates**. Blumenau: SBEM. Ano 3, n. 6, p.39-43, 1995.

FREITAS, M. T. A abordagem sócio-histórica como orientadora da pesquisa qualitativa. **Cadernos de pesquisa**. São Paulo, n. 116, p. 21-39, jul. 2002. Disponível em: <[www.scielo.br/pdf/spp/v14n2/9782.pdf](http://www.scielo.br/pdf/spp/v14n2/9782.pdf)>. Acesso em: 24 ago. 2008.

FURASTÉ, P. A. **Normas Técnicas para o Trabalho Científico**: Elaboração e Formatação. Explicação das Normas da ABNT. 14. ed. Porto Alegre: s.n., 2007.

GADOTTI, M. Perspectivas atuais da educação. **Perspectivas**. São Paulo, v.14, n. 2, p. 3-11, abr./jun. 2000. Disponível em: <[www.scielo.br/pdf/spp/v14n2/9782.pdf](http://www.scielo.br/pdf/spp/v14n2/9782.pdf)> Acesso em: 24 ago. 2008.

GARNICA, A. V. M. História Oral e Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GAUER, A. J. (Coordenador). **Regulamento da disciplina de Iniciação Científica da EAFRS**. Apostila. Rio do Sul. Março/2005.

ISOLANI, C. M. M., et al. **Matemática e interação**: 6ª série. Curitiba: Módulo, 1999.

JACOBINI, O. R. **A Modelagem Matemática como instrumento de ação política na sala de aula**. Rio Claro: UNESP, 2004. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2004.

KAISER, G.; MAAß, K. Modelling in Lower Secondary Mathematics Classrooms – Problems and Opportunities. In: W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Eds.), **Applications and Modelling in Mathematics Education**. Nova York: Springer, 2007, p. 99-108.

KAISER, G. Mathematical Modelling in School – Examples and Experiences. In: Henn, Hans-Wolfgang; Kaiser, Gabriele (Hrsg.), **Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation**. Festband für Werner Blum. Hildesheim: Franzbecker, 2005, p. 99-108.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO JUNIOR, A. G. **Modelagem matemática no ensino aprendizagem**: ação e resultados. Belém: UFP, 2005. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), Núcleo de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, 2005.

MACHADO, E. S. **Modelagem matemática e resolução de problemas**. Porto Alegre: PUCRS, 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Em Ciências e Matemática), Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2006.

MALHEIROS, A. P. S. **A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem**. Rio Claro: UNESP, 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2004.

MAULL, W.; BERRY, J. Na investigation of student working styles in a mathematical modelling activity. **Teaching mathematics and its applications**. 2001. V.20, n.2, p.78-88.

MEIRA, L. O “mundo-real” e o dia-a-dia no ensino de matemática. **Educação Matemática em revista**. Blumenau: SBEM, n.1, 2º sem., p.19-27. 1993.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotski à Educação Matemática**. 2.ed. Campinas: Papirus, 2000.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotski: aprendizado e desenvolvimento um momento sócio-histórico**. 3.ed. São Paulo: Scipione, 1995.

OLIVEIRA, F.P.Z. et al. **Iniciação Científica no Ensino Médio: um olhar voltado para a re-elaboração de saberes**. Rio do Sul, 2007. (texto não publicado)

PASSOS, E. G.; BACK, S. L. Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul. **Modelagem Matemática na análise de sistemas de criação de frangos de corte**. Rio do Sul: EAFRS, 2008. Relatório de Iniciação Científica.

REGO, T. C. **Vygotski: uma perspectiva histórico-cultural da educação**. 4.ed. Petrópolis: Vozes, 1995.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação e do Desporto. **Proposta Curricular de Santa Catarina: Disciplinas curriculares**. Florianópolis: COGEN, 1998.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação e do Desporto. **Proposta Curricular de Santa Catarina: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio: Temas Multidisciplinares**. Florianópolis: COGEN, 1998.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação e do Desporto. **Tempo de aprender: subsídios para as classes de aceleração de aprendizagem nível 3 e para toda a escola**. Florianópolis: DIEF, 2000.

SANTOS, M. A. **A Produção de Discussões Reflexivas em um Ambiente de Modelagem Matemática**. Feira de Santana: UFBA e UEFS, 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências), Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana, 2007.

SILVA, E. L da; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 4. Ed. Florianópolis: UFSC, 2005.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema**. Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

SOUZA JUNIOR, A. J. et al. Modelagem Matemática na Indústria de Laticínio. In: **XXVIII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional**, 2005, São Carlos. Anais. São Carlos: SBMAC, 2005, CD ROM.

SPINA, C. O. C. **Modelagem matemática no processo ensino aprendizagem do cálculo diferencial e integral para o Ensino Médio**. Rio Claro: UNESP, 2002. Dissertação

(Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2002.

TRIOLA, Mário F. **Introdução à Estatística**. São Paulo: LTC, 2005.

VARGAS, P. R. R. **Modelagem Matemática: um ambiente de ensino e aprendizagem significativa na 8ª série do Ensino Fundamental**. Canoas: ULBRA, 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil, 2006.

VYGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. 6.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

VYGOTSKI, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

## APÊNDICE

Nos apêndices, apresento um material elaborado a partir dos modelos obtidos no desenvolvimento da pesquisa, no trabalho junto com os dois grupos. Esse material pode ser usado para o desenvolvimento de atividades de Modelagem no Ensino Médio ou sofrer modificações para se adaptar a qualquer grau de escolaridade. As atividades foram corrigidas e melhoradas ao longo do estudo e elaboração desta dissertação.

### APÊNDICE A – Curva de lactação de vacas holandesas

#### 1 – Familiarização com o tema e o problema

Os bovinos leiteiros precisam de fibras para produzir leite, geralmente utilizam alimentos volumosos ricos em fibras que auxiliam na boa produção de leite. Não é possível também abusar, pois pode ocorrer redução do teor de energia e principalmente baixa na produção de leite. Ao implantar uma alimentação de vacas leiteiras é necessário considerar vários aspectos: nível de produção; o estágio da lactação; idade do animal; número de lactações; consumo de matéria seca; massa corporal e valores nutricionais dos alimentos fornecidos. Isto tudo interfere na produção de leite do animal.

A ingestão de alimentos, principalmente a matéria seca oferecida ao animal, mantém uma relação de dependência com produção de leite e o peso corporal do mesmo em seu ciclo de lactação (figura 01). Ela tem modelo típico de mudança.

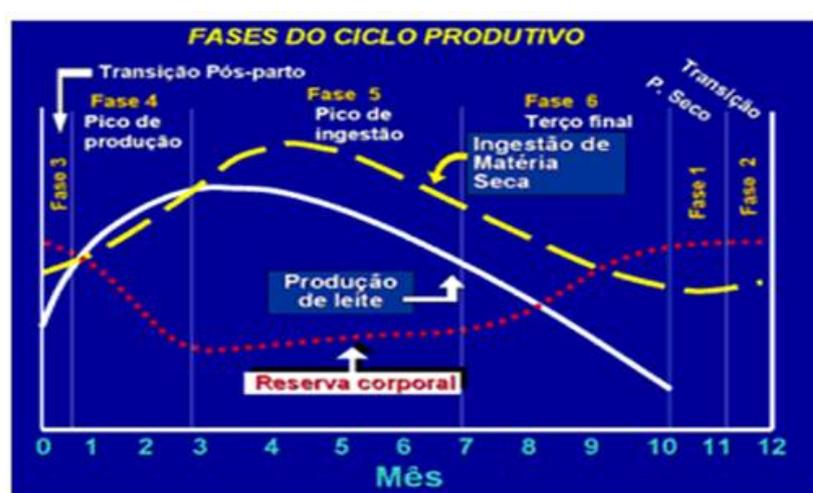


Figura 1: Ciclo de lactação e mudanças esperadas na produção de leite, na ingestão de matéria seca e no peso corporal. (COSTA, 2004)

De acordo com Costa (2004), a produção de leite, logo após o parto, tende a aumentar gradativamente, devido a reservas corporais armazenadas pelo animal no período seco, até atingir o pico de produção (em torno da 8ª a 10ª semana). Entre a 5ª e a 6ª semana de lactação, as vacas não conseguem ter um consumo de alimentos (matéria seca) razoável de acordo com a quantidade de leite produzido, ou seja, a produção de leite exige mais do animal do que ele consegue consumir de alimento, tendo como conseqüência uma redução em seu peso. Isso ocorre porque o tamanho do rúmen reduz com o crescimento do feto e a vaca destina suas reservas para a produção de leite tendo seu rúmen de tamanho pequeno. Neste período devem-se fornecer alimentos mais concentrados ricos em nutrientes para que o animal não perca muito peso.

Quando o rúmen recupera seu porte normal, conseqüentemente a ingestão de alimentos chega ao seu máximo (pico de ingestão). Isso ocorre por volta do quarto mês e o animal começa então a recuperar suas reservas corporais destinando-as ao novo feto e reduz a produção de leite. A partir disso, o feto começa a crescer, diminuindo gradativamente o tamanho do rúmen, ingestão de alimento e produção de leite até o momento da secagem da vaca. No período seco a vaca torna a acumular reservas corporais para o início da próxima lactação. E o ciclo recomeça novamente.

O ciclo de lactação de uma vaca leiteira é de, aproximadamente, 12 a 13 meses. Começa no dia do nascimento do bezerro, se estende pelos próximos 300 dias e termina com cerca de 45-60 dias de período seco. Segundo Carvalho (2007), existem três (3) estágios de lactação: terço inicial, terço médio, terço final, e ainda há o período seco. A produção e composição de leite, o consumo de alimentos e peso dos animais são afetados e mudam de acordo com o estágio de lactação em que os animais se encontram.

A curva de lactação representa o gráfico de produção de leite de uma vaca ao decorrer de sua lactação em um período de aproximadamente 10 meses. Ela auxilia a compreensão do sistema de produção leiteira. O entendimento ou dinâmica da curva serve de ferramenta aos produtores na previsão de produção de leite de seu rebanho em seus estágios de lactação, servindo como base para seleção do rebanho. Também possibilita a identificação de certos erros de manejo no rebanho, além de acompanhar a evolução da produção leiteira do animal e observar suas variações (MEYER, 2003).

As curvas de lactação e os parâmetros calculados a partir delas (pico e persistência da lactação) vêm sendo utilizados há muito tempo para auxílio no manejo das vacas. Segundo Coldebella (2003), a curva de lactação é definida pelo gráfico da produção diária de leite ao longo do tempo. Essa produção de leite aumenta desde o parto até o pico de produção em um

período de poucas semanas, e então, se segue um declínio até a secagem. Assim, com o estudo da curva de lactação podemos acompanhar este desenvolvimento fisiológico, favorecendo nas decisões relacionadas ao manejo.

Segundo Keown & Van Vleck (1973), citado por Meyer(2003) e Coldebella(2003), a curva de lactação pode ser dividida em três segmentos:

- 1- Do parto até pico de produção, que não é linear e aumenta a taxa declinante até o pico (que ocorre entre a 6ª e 8ª semana).
- 2- Do pico até aproximadamente 270 dias após o parto, que é linear e declina a taxa de forma constante (o ideal é que o animal apresentasse queda de produção após o pico de lactação de no máximo 10% a cada 30 dias, isto é, capaz de manter pelo menos 90% da produção a cada 30 dias após o pico de lactação).
- 3- No final da lactação, em que a produção declina a taxa crescente.

A visualização das curvas reais, no sentido de se utilizar médias não ajustadas, é de grande interesse para propósitos de manejo, uma vez que a variação fisiológica da produção de leite ao longo de uma lactação pode confundir técnicos no que tange a expectativa de produção para um dado animal em determinado estágio de lactação. Pretende-se fornecer, com as curvas médias reais dos animais, a expectativa de produção para os animais de acordo com o nível de produção do rebanho e ordem de parição.

As curvas podem ser estudadas por meio de modelos matemáticos (gráficos e funções). Pesquisas afirmam que o modelo matemático mais adequado será diferente para cada região geográfica e para cada situação climática (Coldebella, 2003). Baseadas nestas informações:

*As curvas de lactação das vacas holandesas da EAFRS apresentam mesmo comportamento (formato)? O pico de lactação pode ser visualizado nas curvas? Um mesmo animal possui curvas de lactação com mesmo padrão? Como podemos determinar a produção de leite em qualquer data da lactação? Em que momento ocorreu o pico de lactação ?*

## **2 – Dados coletados**

Na EAFRS (setor de Zootecnia 3), as vacas holandesas têm suas lactações registradas diariamente nesses últimos dois anos. Observe alguns valores médios mensais de lactações de seis animais pertencentes ao plantel da Escola, coletado pelos alunos:

Tabela 1 – Lactação do animal 240, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite. (Nascimento: 17/11/1999 atualmente está em sua 6ª lactação)

Média de produção diária (kg)		
Período de lactação (dias)	Lactação 1 (início em 3/05/2005)	Lactação 2 (início em 07/05/2006)
30	20,4	29,5
60	29,2	36
90	22,9	38,8
120	23,4	35,5
150	24,1	31,7
180	25,8	30
210	22,8	27,6
240	21,4	28,1
270	18,8	22,3
300	17,5	19,6

Tabela 2 – Lactação do animal 242, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite (Nascimento:21/07/1999 atualmente esta em sua 6ª lactação)

Média de produção diária (kg)		
Período de lactação (dias)	Lactação 1 (início em 13/02/2005)	Lactação 2 (início em 01/07/2006)
30	23,2	26,4
60	26,6	36,6
90	22,3	31,9
120	25,8	32,4
150	23,4	30,5
180	22,3	27,7
210	23,7	24,3
240	21,5	20,3
270	19,7	12,9
300	18	10,3

Tabela 3 – Lactação do animal 109, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite (Nasc:29/07/2002 atualmente está em sua 3ª lactação)

Média de produção diária (kg)		
Período de lactação (dias)	Lactação 1 (início em 09/10/2006)	Lactação 2 (início em 12/08/2007)
30	17,9	22
60	18,3	32,1
90	16,7	34,6
120	17,1	33,5
150	14,1	27,2
180	15,3	26,9
210	18,4	21,1
240	15,7	22,9
270	13,1	21,1
300	12,1	

Tabela 4 – Lactação do animal 231, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite (Nasc: 27/12/1998 atualmente está em sua 7ª lactação)

Média de produção diária (kg)			
Período de lactação (dias)	Lactação 1 (início em 13/02/2005)	Lactação 2 (início em 1/07/2006)	Lactação 3 (início em 26/06/07)
30	27,6	32	30,8
60	28,3	34,5	31,3
90	28,3	30,2	32,4
120	27,2	26	31,5
150	24,7	26	27,5
180	23,3	24,2	24,8
210	23,7	25,9	22,4
240	21	20	20,4
270	17,7	10,5	18,9
300	13,2	12,4	21,2

Tabela 5 – Lactação do animal 248, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite

Média de produção diária (kg)		
Período de lactação (dias)	Lactação 1 (início em 06/01/2005)	Lactação 2 (início em 15/01/2006)
30	35,4	23,6
60	32,7	24
90	27,1	24,8
120	20,6	22,6
150	20,3	22,3
180	20,1	24,9
210	18,4	26,6
240	16,5	23
270	18,2	20,5
300	19,1	22,6

Tabela 6 – Lactação do animal 243, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite

Média de produção diária (kg)		
Período de lactação (dias)	Lactação 1 (início em 10/05/2005)	Lactação 2 (início em 13/02/2007)
30	18,7	28,8
60	18,9	25,3
90	17	26,6
120	17,8	27,7
150	20,9	28,8
180	24,9	29,1
210	22,6	31,4
240	22,9	28,2
270	22,3	26,3
300	19	21,6

### 3 – A apresentação e explicação dos modelos

*As curvas de lactação das vacas holandesas da EAFRS apresentam mesmo comportamento (formato)? O pico de lactação pode ser visualizado nas curvas? Um mesmo animal possui curvas de lactação com mesmo padrão?*

Estas primeiras indagações são discutidas para a busca de respostas, surgindo assim os modelos. Iniciamos pela observação das tabelas dos diversos animais. Por elas, podemos constatar que a produção média diária dos animais sofreu variações ao longo dos meses e os valores apresentados podem ser mais bem analisados se visualizados em forma de curva que relacionam a produção de leite do animal com o período de lactação.

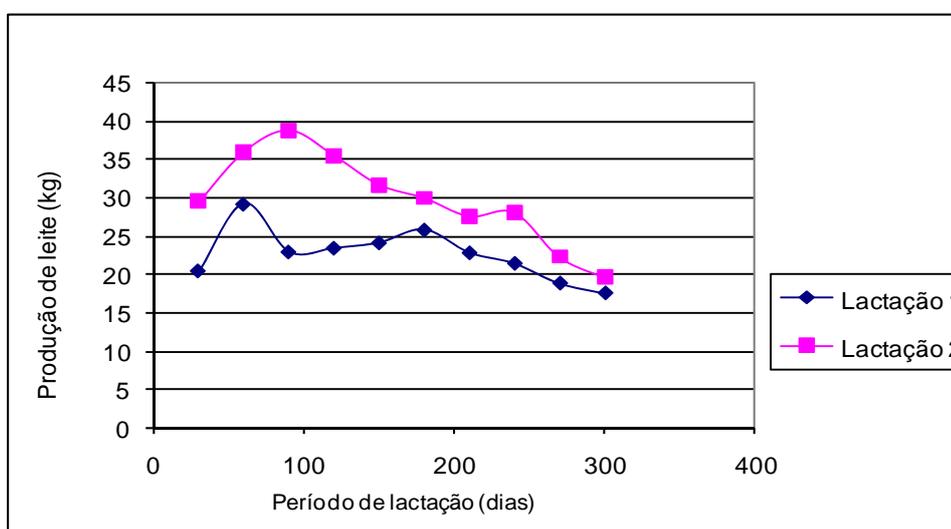


Figura 2: Curvas de lactação do animal 240, da raça Holandesa Pura, do setor de Zoo 3 da EAFRS, em quilos de leite (Lac. 1 iniciada em 03/05/2005 e a 2 em 07/05/2006)

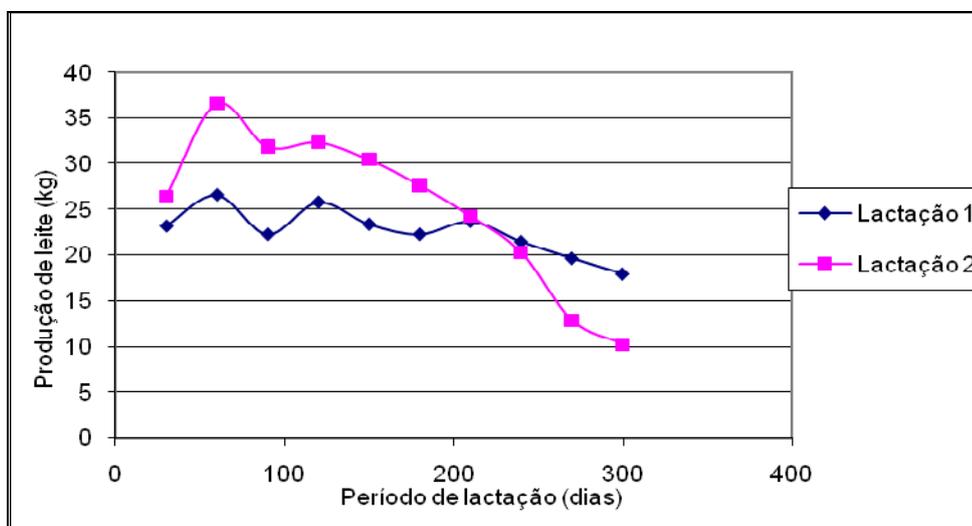


Figura 3: Curvas de Lactação registradas do animal 242, ...

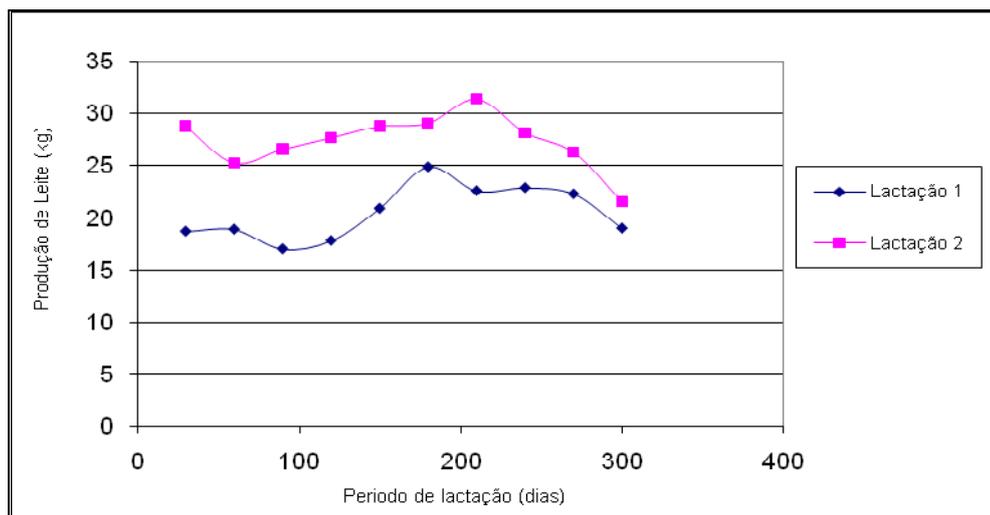


Figura 4: Curvas de Lactação registradas do animal 243, ...

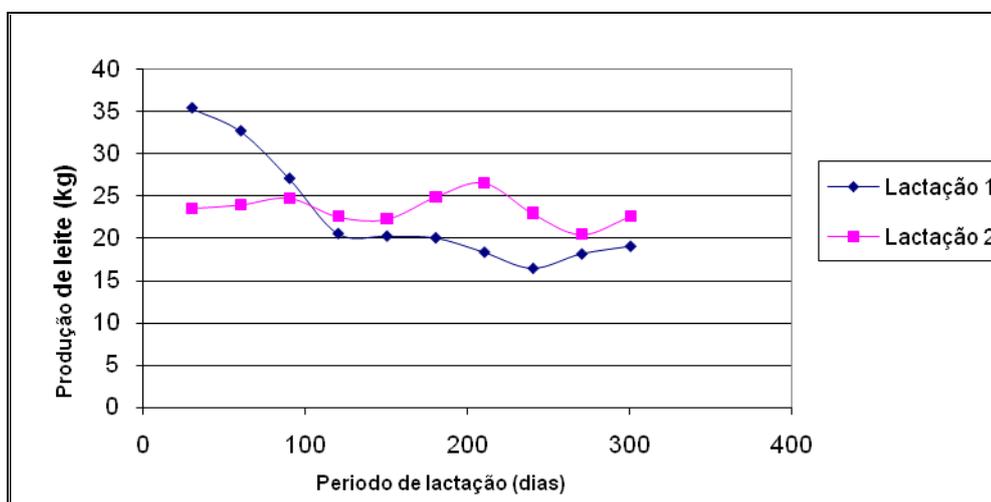


Figura 5: Curvas de Lactação registradas do animal 248, ...

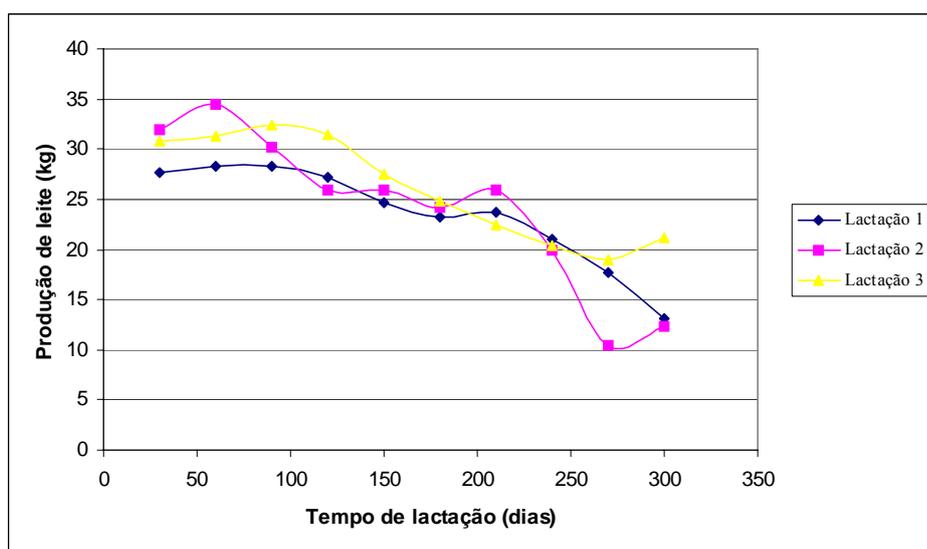


Figura 6: Curvas de Lactação registradas do animal 231, ...

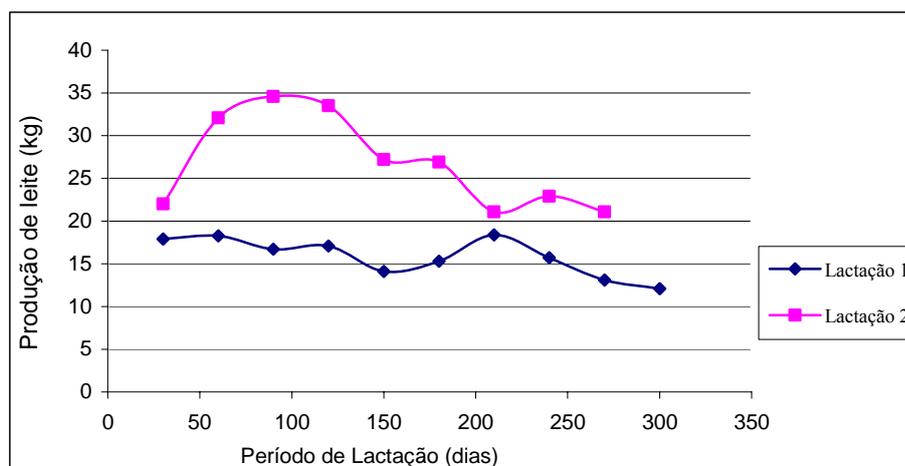


Figura 7: Curvas de Lactação registradas do animal 109, ...

Alguns aspectos podem ser observados em cada curva, entre eles podemos destacar: a presença ou não do pico de lactação, o período de ocorrência e a comparação com a curva de lactação descrita pela literatura como padrão, ou talvez normal, para animais em lactação.

A visualização das várias curvas de lactação dos seis animais da raça holandesa permite afirmarmos que elas não apresentam mesmo comportamento considerando a não uniformidade do desenho delas. Entre lactações de um mesmo animal, as curvas apresentaram comportamento parecido, exceto os animais 248 e 109, porém não obedecendo à curva citada por Costa (2004). Como as curvas não obedeceram a um mesmo padrão, não foi possível visualizar o pico de lactação em todas elas.

Os primeiros modelos obtidos, as tabelas e os gráficos, retrataram de forma bem simplificada a produção de leite das vacas holandesas da EAFRS no período analisado. Algumas curvas de lactação possuem variação totalmente deslocada do padrão.

*Como podemos determinar a produção de leite em qualquer data da lactação? Em que momento ocorreu o pico de lactação?*

Como é conhecida uma quantidade de pontos que representam valores da produção de leite é possível encontrar uma forma analítica que represente melhor a curva. Trata-se de determinar uma função que interpole esses dados realizando então um ajuste de curva. Estudamos então os valores das lactações 2 dos animais 240 e 109, cujos valores foram informados anteriormente.

Para obter um melhor ajuste, a curva foi dividida em duas partes, procurando obter um modelo quadrático para representar a lactação até 90 dias, período propício para a presença do pico, e um modelo linear a partir dos 90 dias até os 300 dias que finalizam a lactação. Primeiramente foi realizado o ajuste referente aos dados do animal 240. Esta escolha é realizada de acordo com as duas primeiras informações apresentadas anteriormente sobre a curva e baseadas em Coldebella (2003), sendo desconsiderado o terceiro segmento.

A obtenção do modelo matemático foi realizada através da utilização da linha de tendência, dispositivo presente no *Excel* e também com o uso de um método estatístico denominado método dos mínimos quadrados (TRIOLA, 2005), definidos por:

$$y = a.x^2 + b.x + c, \text{ onde: } \begin{cases} a.\sum x^4 + b.\sum x^3 + c.\sum x^2 = \sum x^2.y \\ a.\sum x^3 + b.\sum x^2 + c.\sum x = \sum x.y \\ a.\sum x^2 + b.\sum x + c.n = \sum y \end{cases}, \text{ usando os dados}$$

das quatro primeiras linhas da tabela 01, lactação 2, para a primeira parte do modelo e,

$$y = a.x + b, \text{ onde: } \begin{cases} a.\sum x^2 + b.\sum x = \sum x.y \\ a.\sum x + b.n = \sum y \end{cases} \text{ usando os dados referentes às}$$

últimas 8 linhas da tabela 01, lactação 02, para determinar a segunda sentença do modelo.

Realizados os cálculos na busca dos coeficientes, foram obtidos os sistemas lineares definidos por:

$$\begin{cases} 4c + 300b + 27000a = 139,8 \\ 300c + 27\ 000b + 2700000a = 10797 \\ 27000c + 2700000b + 286740000a = 981630 \end{cases}$$

para o ajuste parabólico e, para o ajuste linear

$$\begin{cases} 8b + 1560a = 233,6 \\ 1560b + 3420000a = 42348 \end{cases}$$

O modelo obtido após a resolução dos sistemas e que descreve a curva de lactação do animal em função do período de lactação, foi definido por uma expressão compreendida por duas sentenças, tendo como resultado final:

$$y = \begin{cases} -0,0027x^2 + 0,4777x + 17,5, \text{ onde } 0 < x \leq 90 \\ -0,0848x + 45,729, \text{ com } 90 < x \leq 300, \end{cases}$$

onde  $y$  representa a produção de leite do animal bovino em quilogramas de leite e  $x$ , o tempo de lactação.

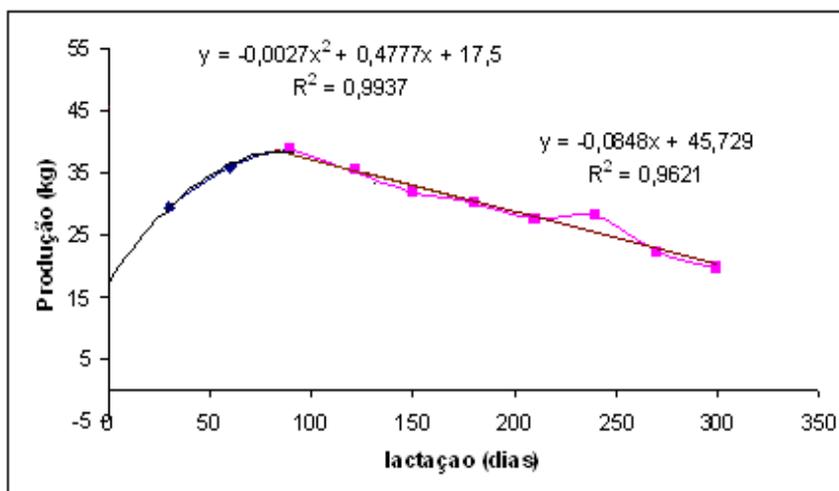


Figura 8: Representação gráfica do modelo da Lactação 2 do animal 240, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite.

A expressão obtida permite determinar qual foi o valor aproximado da produção de leite da vaca 240 a partir do período de sua lactação. Por exemplo, o animal produziu quanto leite no quadragésimo dia de sua lactação?

$$y = -0,0027 \cdot (40)^2 + 0,4777 \cdot (40) + 17,5 = 32,3 \text{ kg}$$

logo, a vaca 240 produziu aproximadamente 32,3 kg de leite neste dia.

A função  $y$  definida pela expressão acima representa os dados da curva de maneira bem eficaz podendo ser utilizada para obtenção de outros dados a respeito da produção de leite do animal. O modelo acima ficou dividido em duas partes: uma função de segundo grau que é representativa do início da lactação até os 90 dias e outra descrita por uma função de primeiro grau compreendendo o intervalo entre 90 e 300 dias, período que se encerra a lactação do animal. Através dele é possível determinar a produção em qualquer um dos dias da lactação do animal, além de determinar o pico de lactação.

Ao verificar a qualidade do ajuste, este foi analisado utilizando-se do coeficiente de determinação  $R^2$ . Ele serve para indicar quanto da variação da produção de leite pode ser explicada pela variação do tempo de uma lactação. Por exemplo, o ajuste obtido na segunda parte da lactação pode ser explicado pelo coeficiente de determinação  $R^2 = 0,9937$ , considerado satisfatório (quanto mais próximo do 1 melhor é o ajuste). Indica que 99,37% da variação da lactação pode ser explicada pela variação do período de lactação.

O coeficiente de determinação que indica o quanto a curva de regressão explica o ajuste da parábola, foi obtido através da seguinte razão:

$$R^2 = \frac{\text{variação explicada}}{\text{variação total}} \quad R^2 = \frac{47,276}{47,62} = 0,99$$

onde a variação explicada =  $\sum (Y_{est} - \bar{Y})^2$  e variação total =  $\sum (Y - \bar{Y})^2$ . Para a obtenção das variações,  $Y_{est}$  representa o valor da produção de leite oriunda do modelo encontrado para determinado período,  $\bar{Y}$  é o valor médio das lactações registradas em campo e consideradas no ajuste, e  $Y$  como o valor da produção de leite no período considerado.

Os parâmetros das funções encontradas também podem ser usados para algumas considerações a respeito do modelo. Baseado na primeira sentença do modelo é possível confirmar que a lactação apresentava comportamento crescente em seu início (parâmetro  $b = 0,4777$ ) e uma produção inicial de leite projetada em torno de 17,5 kg (parâmetro “c”). Já o valor de -0,0848 presente na segunda sequência do modelo, representando o parâmetro “a” na função de primeiro grau, indica que a produção de leite decresce constantemente a partir dos 90 dias de lactação como estabelece Coldebella (2003).

*Em que período da lactação ocorreu o pico?*

Percebemos que a produção de leite aumenta no decorrer do tempo a partir do ponto inicial, atingindo um valor máximo conhecido com pico de lactação. A velocidade com que a produção de leite foi aumentando ou reduzindo não foi uniforme e esta pode ser confirmada pela taxa de variação na produção de leite de um mês para outro.

O pico de produção, na linguagem técnica, representa o ponto máximo de produção de leite do animal. Como matematicamente já foi encontrado o modelo que determina a produção de leite em função ao período de lactação, através da função é possível identificar o valor que o pico de lactação e o período que ocorreu. Trata-se de encontrar as coordenadas do vértice da parábola, o valor máximo da sentença definida por  $y = -0,0027x^2 + 0,4777x + 17,5$

$$X_v = \frac{-b}{2a} \quad X_v = \frac{-0,4777}{2 * -0,0027} \cong 88 \text{ dias} \quad e$$

$$Y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$$

$$y_v = \frac{-(0,4777^2 - 4 * (-0,0027) * 17,5)}{4 * (-0,0027)} \cong 38,6 \text{ kg de leite}$$

De acordo com o modelo, como estamos trabalhando com média dos 30 dias anteriores, o pico de produção ocorreu entre 58 e 88 dias de lactação com uma produção máxima de 38,6 kg de leite. Isso se deve ao fato de o pico estar compreendido num intervalo de tempo médio. Esse valor fica dentro da margem estabelecida por Costa (2004) conforme

pode ser visto na figura 1, mas não situa-se dentro do período estipulado por Coldebella(2003) quando refere-se à localização entre a 6<sup>a</sup> e a 8<sup>a</sup> semana de lactação.

### **Bibliografia utilizada nos estudos do modelo**

CARVALHO, L. A. Et al. Alimentação de vacas em lactação. In: **Sistema de Produção de leite**. EMBRAPA Gado Leiteiro. Disponível em:

<<http://sistemaproducao.cnptia.embrapa.br/FontesHTML/Leite/LeiteZonadaMataAtlantica/alimentacao3.html>> Acessado em 16 out. 2007.

CAUS, F.; KUNESKI, H. Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul. **Uso da modelagem matemática no estudo de curvas de lactação de vacas leiteiras holandesas da EAFRS**. Rio do Sul: EAFRS, 2008. Relatório de Iniciação Científica.

COLDEBELLA, A. **Contagem de células somáticas e produção de leite em vacas holandesas confinadas**. Piracicaba: [s.n.], 2003

COSTA, M. L. **Alimentação de vacas em lactação**. Disponível em: <<http://www.rehagro.com.br/siterehagro/publicacao.do?cdnoticia=468>> Acesso em: 14 out. 2004.

EMBRAPA. **O sistema de produção de leite implantado no CNP-Gado de Leite**. Coronel Pacheco: EMBRAPA, 1978.

LEDIC, I. L. **Manual de bovinotecnia leiteira: Alimentos Produção e fornecimento**.

MOLENTO, C. F. M. et all. Curva de lactação de vacas holandesas do Estado do Paraná, Brasil. **Ciência Rural**, Santa Maria, v.34, n.5, p. 1585-1591, set-out, 2004.

TRIOLA, M. F. **Introdução à Estatística**. São Paulo: LTC, 2005.

## **APÊNDICE B – Sistemas de criação de frango de corte**

### **1 – Familiarização com o tema e o problema**

A avicultura de corte brasileira foi uma das atividades que mais se desenvolveu nas últimas décadas, caracterizando-se atualmente pelo confinamento das aves em ambiente fechado com total controle sobre o processo produtivo e uso de linhagens híbridas de frangos mais resistentes e produtivas, incorporando tecnologias modernas de criação com padrões de manejo e alimentação, tornando a carne de frango uma das principais fontes de proteína animal, de baixo custo para a população brasileira (LIMA, 1995).

No Brasil, segundo Figueredo et.all (2001), os sistemas para criação de animais domésticos são bastante diversificados, abrangendo uma ampla utilização de tecnologias, com sistemas completamente extensivos/extratvistas até sistemas superintensivos com máximo uso de equipamentos, como no caso do confinamento total dos animais e aves. No caso da avicultura voltada à produção de frangos de corte, opta-se atualmente pelo sistema de criação confinada, em aviários modelos semi-automático e automático e, em algumas situações, em ambientes climatizados.

Atualmente, o modelo de galpão semi-automático vem sendo menos utilizado pelos avicultores. Sua grande vantagem é o baixo custo de implantação, no entanto requer uma quantidade maior de mão-de-obra que pode ser considerada uma desvantagem. Nestes modelos de galpões são utilizados equipamentos semi-automáticos (bebedouros pendulares e comedouros tubulares) que tecnicamente tendem a gerar uma menor eficiência em relação ao desenvolvimento do lote, uma vez que necessita uma circulação maior de pessoas no interior do galpão para a reposição manual da ração e limpeza dos bebedouros, bem como a regulagem individual dos equipamentos. Isto acaba dificultando o manejo e causando um decréscimo na produtividade do lote caso o manejo seja executado de maneira incorreta ou cause um nível de estresse excessivo por perturbar demais os animais em função das entradas constantes do tratador no interior do galpão.

O modelo de criação automático é bastante utilizado atualmente, porém tem um alto custo de instalação se comparado ao modelo semi-automático. Como os modelos dos equipamentos são automatizados (bebedouros nipples e comedouros helicoidais) há uma facilidade no manejo alimentar, o tratador tende a deslocar-se menos no interior do galpão perturbando menos os frangos, possibilitando um melhor desenvolvimento do lote. Outra

vantagem é que podemos alojar um número maior de aves, que pode ser de 18 aves/m<sup>2</sup>, enquanto que nos modelos semi-automáticos a média é de 14 aves/m<sup>2</sup>.

A avaliação de desempenho de um lote pode ser realizado através do cálculo do Índice de Eficiência e Produtividade (I.E.P) e serve para que possamos verificar possíveis falhas no decorrer da criação e encontrar maneiras de melhorar o desempenho das aves. A fórmula utilizada para calcular o IEP é:

$$IEP = \frac{PM \times VB}{CA \times IA} \times 100$$

Para se determinar o IEP utilizamos os índices zootécnicos: Peso Médio (PM); Viabilidade (VB); Conversão Alimentar (CA) e Idade de Abate (IA). O resultado do IEP é dado em pontos sendo ideal que seja acima de 280 pontos. Porém, somente o resultado obtido no IEP não pode ser utilizado para avaliação de produtividade de um lote, devemos, sempre que possível, analisar índices zootécnicos individualmente auxiliados pelas observações anotadas na planilha de controle (LANA, 2000).

O peso médio deve estar dentro de uma faixa padrão estipulada pela empresa. Para encontrá-lo usamos:  $PM = \frac{\text{peso total do lote}}{\text{número de aves abatidas}}$

A viabilidade é expressa em percentual (%) tendo como objetivo demonstrar se o lote foi viável ou não. A margem ideal é de 3 a 5% de mortalidade. Para determiná-la fazemos:

$$VB = \frac{\text{número de aves abatidas}}{\text{número de aves recebidas}} \times 1000$$

A conversão alimentar expressa a quantidade de ração consumida para converter em um quilograma de peso vivo. Esta deve estar dentro da média de 1,8 sendo que quanto menor o valor, melhor será o resultado. Para determiná-la:  $CA = \frac{\text{consumo total de ração}}{\text{peso total do lote}}$

O tempo de criação do lote (do dia de recebimento ao dia de apanha) que segundo a média brasileira deveria estar entre 42 a 45 dias.  $IA = \text{Idade de abate}$ .

Na EAFRS existem os dois tipos de sistemas de criação, automático e semi-automático, atuando num modo de atividade pedagógica. Foram acompanhados e registrados os dados de dois lotes, um criado em cada sistema. Baseadas nas informações obtidas:

*Qual dos dois sistemas de criação de frangos de corte apresenta melhores resultados na EAFRS? Os lotes de frangos de corte alojados na EAFRS poderiam ter sido abatidos antes do período realizado? Há um modelo matemático capaz de descrever a evolução de peso médio do lote alojado em galpão automático?*

## 2 – Dados coletados

No lote alojado em galpão automático, que será o objeto de maior estudo, entraram 1196 aves da linhagem AgRoss 308. Destas, 1111 permaneceram por 49 dias, consumindo um total de 5377 kg de ração e no momento do abate elas possuíam 2860 kg.

Após o acompanhamento, os lotes obtiveram como dados, os valores da tabela 1.

Tabela 1 – Evolução, variação do ganho de peso médio e ganho de peso médio diário de frangos de corte alojados em galpões modelo Semi-automático (SA) e Automático (AUT) durante os períodos de 03 de agosto a 23 de outubro e 23 de outubro a 10 de dezembro respectivamente, EAFRS – SC.

Idade (dias)		Evolução do peso médio (g)		Variação do ganho de peso semanal (g)		Ganho de peso médio diário (g)	
SA	AUT	SA	AUT	SA	AUT	SA	AUT
1	0	42	38	0	0	0	0
7	7	150	110	108	72	15,42	12
14	14	341	307	191	197	21,35	20,69
21	21	673	606	332	299	30,04	28,4
28	28	973	1100	300	494	33,25	39,33
35	35	1420	1750	447	650	39,37	50,35
42	42	1842	2185	422	435	42,85	52,37
49	49	2485	2482	643	297	49,85	50,96
51	-	2720	-	244	-	52,68	-

## 3 – A apresentação e explicação dos modelos

*Qual dos dois sistemas de criação de frangos de corte apresenta melhores resultados na EAFRS?*

Para determinarmos qual dos lotes obteve melhor desempenho, determinamos os índices zootécnicos dos dois lotes. Tratou-se apenas de razões, facilmente obtidas. Os resultados destes índices estão apresentados na tabela 2.

Tabela 2 – Índices zootécnicos obtidos na criação de lotes de frangos de corte alojados em galpões modelo semi-automático e automático, durante os períodos de 03/09/2008 a 23/10/2008 e 23/10/2008 a 10/12/2008, respectivamente na EAFRS – SC.

Índices Zootécnicos	P M (Kg)	VB	C A	IA(dias)	IEP
Semi-automático	2,720	94,15	2,43	51	207
Automático	2,574	92,89	1,88	49	260

Analisando a tabela 2, podemos observar que o peso médio final dos frangos de corte alojados no galpão SA foi superior ao dos frangos criados no galpão AUT. Possivelmente esse fato refere-se à idade de abate, que foi superior nos frangos alojados no galpão AS e a estação do ano em que foram criadas as aves, uma vez que os frangos de corte possuem a tendência de ingerir uma quantidade menor de ração em épocas do ano mais quentes, principalmente na fase final, o que pode ser constatado ao verificarmos o período de alojamento das aves no galpão AUT.

Ao analisarmos o índice conversão alimentar, verificamos que o lote de frangos alojado no galpão AUT mostrou um melhor resultado. Tal fato pode ser explicado pela eficiência que este sistema oferece no que diz respeito ao menor desperdício de ração, facilidade e qualidade de manejo que pode resultar numa melhor produtividade do lote. Outro fator relevante é a idade de abate, pois, segundo Carvalho (2001) a relação peso médio e conversão alimentar vai piorando à medida que o frango vai ficando mais velho, justificando a conversão alimentar abaixo da expectativa no lote de frangos de corte alojados no galpão SA.

Observando o valor do IEP, podemos verificar que o lote alojado em galpão AUT obteve melhores resultados. Os frangos ali alojados apresentaram melhor conversão alimentar, porém com mais mortes. Então, ao analisarmos os índices zootécnicos individualmente, observarmos que somente o uso do IEP pode mascarar a avaliação de um lote de frangos de corte, independente do modelo de galpão utilizado na criação das aves, se um dos índices estiver muito acima ou abaixo do esperado.

*Os lotes de frangos de corte alojados na EAFRS poderiam ter sido abatidos antes do período realizado?*

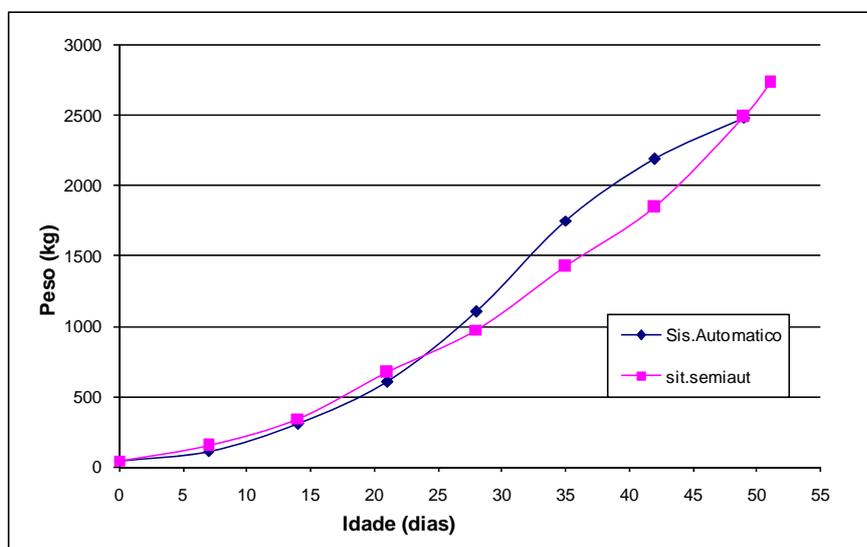


Figura 1 – Representação gráfica da evolução do peso médio dos lotes

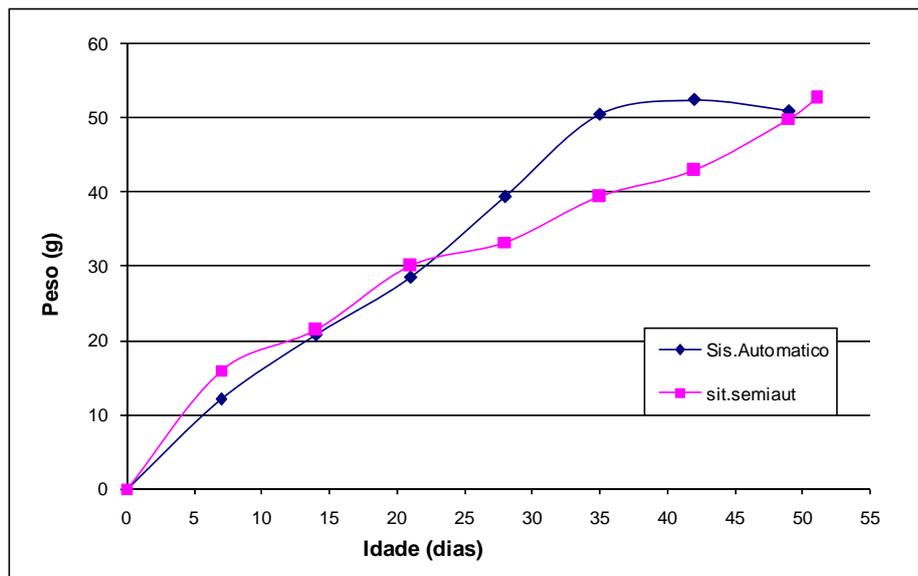


Figura 2 – Representação gráfica do ganho de peso médio diário

Como os índices zootécnicos dos dois lotes apenas não são suficientes para determinar se os mesmos poderiam ter sido retirados antes e nem em qual época, utilizamos modelos matemáticos para explicar e responder estas questões, visto que um modelo matemático é uma função que se ajusta a dados reais ou os descreve. Eles são úteis para controle da produtividade da granja (planilhas, tabelas, gráficos) e oferecem dados capazes de gerar informações zootécnicas que promovam a melhor interpretação dos resultados demonstrando, por exemplo, a evolução do peso médio do animal em função do tempo de vida e quantidade de alimento consumido.

Analisando a evolução do peso médio vivo do lote e ganho de peso médio diário, foi possível observar que durante as pesagens nas três primeiras semanas de vida o lote de frangos alojados no galpão SA obteve um ganho de peso médio superior aos frangos alojados no galpão AUT. A partir da quarta semana houve uma inversão da situação e os frangos alojados no galpão automático tiveram um desenvolvimento melhor. Esta melhora no desempenho das aves deve-se à disponibilidade e acesso à ração, uma vez que o sistema AUT permite uma reposição constante do alimento, independente da presença do tratador. Os equipamentos utilizados para fornecimento de ração em galpões modelo SA podem ser considerados de menor eficiência uma vez que, a disponibilidade do alimento está relacionada diretamente com a presença e o manejo realizado pelo tratador no que diz respeito ao abastecimento e regulagem dos comedouros.

O lote alojado em galpão AUT, pelo que pode se observar na tabela 2, possui uma redução no ganho de peso médio diário após os 42 dias. Essa redução indica que o lote não está mais em crescimento acelerado e quando reduz o ganho de peso médio pode ser realizado o abate, levando em consideração que não há mais vantagem na conversão alimentar. Dessa maneira o abate poderia ter sido feito por volta dos 42 dias. Sobre o outro lote não podemos emitir um período, visto que ele permanece com sua variação de peso sempre crescente.

*Há um modelo matemático capaz de descrever a evolução de peso médio do lote alojado em galpão automático?*

Como se conhece um conjunto de valores finito a respeito da evolução do peso médio do lote alojado em galpão AUT (tabela 01), é possível obter uma curva que se ajuste aos dados. Buscar por uma função ou expressão que revele as tendências do conjunto de pontos que se tem afirmaria ou não a data ideal para retirada do lote.

### O primeiro modelo

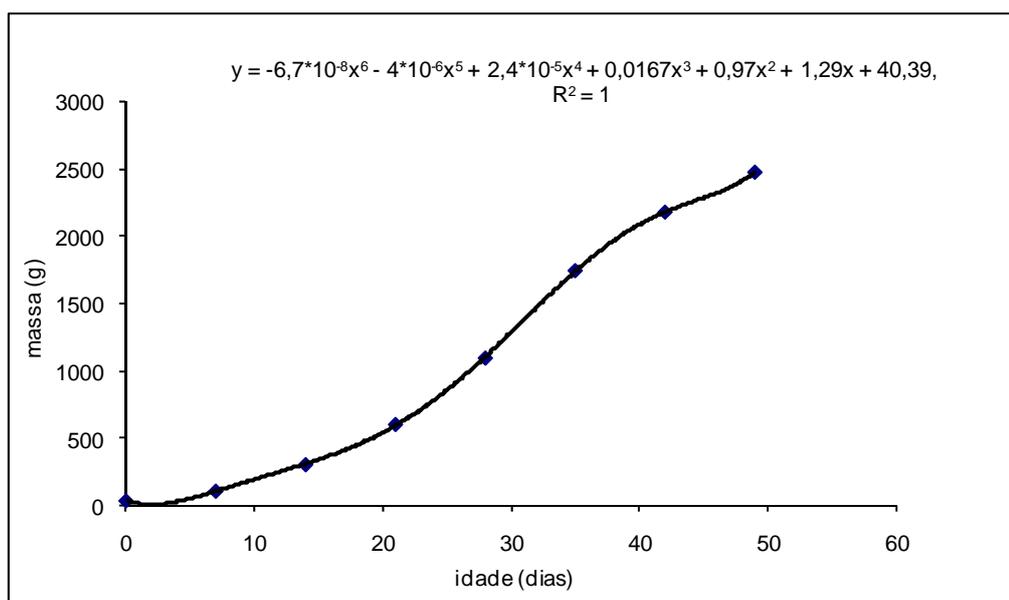


Figura 3 – Representação gráfica da função polinomial obtida pelo *Graphmática*

Observamos, com o apoio do *Graphmática* (o *Excel* não se mostrou eficiente neste caso), que o melhor ajuste polinomial entre os muitos realizados, refere-se ao polinomial de sexto grau. Se for intenção do professor, também é possível obter este modelo através de um ajuste que utiliza um método estatístico bastante conhecido, o método dos mínimos quadrados. A qualidade do ajuste obtido foi medida pelo grau de ajustamento de variáveis e é denominado coeficiente de determinação ( $R^2$ ) (TRIOLA, 2005). Este coeficiente é

determinado pela razão entre a variação explicada e a variação total, onde a variação explicada =  $\sum (Y_{est} - \bar{Y})^2$  e variação total =  $\sum (Y - \bar{Y})^2$ . Para a obtenção das variações,  $Y_{est}$  representa o valor do peso médio dos frangos oriundo do modelo encontrado para as idades determinadas na coleta,  $\bar{Y}$  é o valor dos pesos médios dos frangos obtidas em campo e consideradas no ajuste, e  $Y$  como o valor do peso dos animais nas datas consideradas na coleta. No caso do modelo encontrado na figura 3, temos como resultado:

$$R^2 = \frac{\text{variação explicada}}{\text{variação total}} = \frac{6477973}{6434318} = 0,9990, \text{ ou seja, } 99,90\% \text{ da função } y - \text{ o peso médio}$$

dos frangos – é explicada pela variação da idade do animal. O coeficiente de determinação tem valor considerado bom.

No modelo obtido através de ajuste de curva realizado pelo *Graphmatica*, percebe-se que existe uma correlação entre o peso dos frangos e a idade, pois o  $R^2$  possui valor muito próximo a 1. A função obtida através do ajuste,  $y = -6,7 \cdot 10^{-8}x^6 - 4 \cdot 10^{-6}x^5 + 2,4 \cdot 10^{-5}x^4 + 0,0167x^3 + 0,97x^2 + 1,29x + 40,39$  ( $y$  é peso em gramas e o  $x$  é a idade em dias) explica quase 100% os dados a respeito do peso médio do lote a partir pela variação da idade dos animais, tendo domínio  $D = \{x \in \mathbb{R} | 0 < x \leq 49\}$ . O modelo permite que se conheça o valor do peso dos frangos e também da idade em qualquer período compreendido pelo domínio e não apenas nos dias nos quais os dados de coleta, porém não é possível fazer considerações após a retirada dos animais.

A partir do modelo polinomial obtido, foi possível elaborar uma tabela simulando o valor, o peso dos frangos em todo o tempo de alojamento e compará-la com os dados coletados.

Tabela 3 – Evolução do peso médio dos frangos segundo modelo matemático obtido

Idade (dias)	Peso (g)	Variação do peso (g)
1	42,66672	0
7	102,6606	16,007
32	1441,183	82,938
33	1524,83	83,647
34	1608,775	83,945
35	1692,566	83,791
36	1775,707	83,141
37	1857,655	81,949
42	2227,07	66,103

Essa simulação permitiu que fosse identificado até que dia a variação do ganho de peso permaneceu crescente, indicando que o dia de retirada do lote. Estas informações sugerem a elaboração de outro modelo para explicar o crescimento dos frangos.

### O segundo modelo – o modelo logístico

Procurando um modelo que explique melhor o desenvolvimento dos animais, investigamos o modelo logístico. Ele parte do pressuposto de um valor assintótico  $y^*$  (valor máximo suportável) conhecido e tem sua expressão dada por  $y = \frac{a}{b.e^{-kx} + 1}$  em caso

crescente. Onde os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $k$  são calculados após mudança de variável  $z = \ln\left(\frac{a-y}{y}\right)$  e posterior ajuste linear de  $z$  em função de  $x$ , obtendo-se então uma reta de equação  $z = -kx + \ln(b)$ .

A curva deste modelo é simétrica com relação ao seu ponto de inflexão. Apresenta o formato de S alongado (figura 4), cujo ponto de inflexão tem ordenada igual a metade de  $y^*$ .

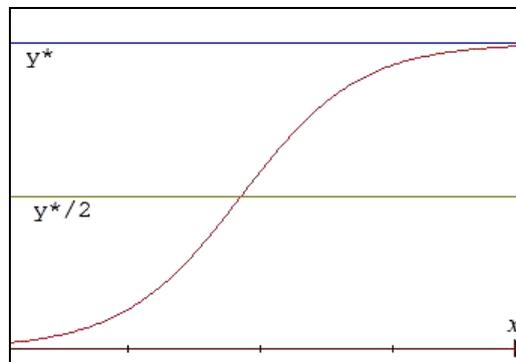


Figura 4 – Curva estilo modelo logístico

Pelos dados (tabela 3) podemos observar que o ponto de inflexão acontecendo em torno do dia 35, considera o frango com 1750g, ou seja,  $\frac{y^*}{2} = 1750$ , assim  $y^* = a = 3500$  g. O valor de  $a = y^*$  também poderia ser estimado através de outros métodos, um deles chama-se método de Ford-Walford (Bassanezi, 2006). Na tabela abaixo se encontram os valores calculados para a variável auxiliar  $z$  nos dados experimentais, a fim de transformar a curva logística numa reta.

Tabela 4 – Evolução de peso médio dos frangos alojados em galpão semi-automático, anexando a variável auxiliar

x(idade)	y(peso)	z
1	38	4,512016
7	110	3,428105
14	307	2,341868
21	606	1,563515
28	1100	0,780159
35	1750	0
42	2185	-0,50778
49	2482	-0,89122

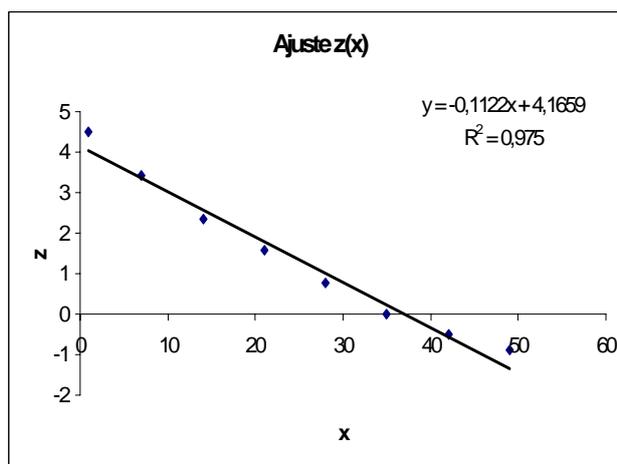


Figura 5 – Ajuste linear para obtenção do modelo logístico – galpão automático

Após os cálculos do ajuste linear, transformamos a curva logística na reta de equação  $z = -kx + \ln(b)$ . Neste caso,  $z = -0,1122x + 4,1659$  e portanto, encontramos os valores de  $b$  e  $k$ .

Se  $\ln(b) = 4,1659$ , então  $e^{4,1659} = b$ , logo  $b = 64,45066$  e  $k = 0,1122$ , o modelo logístico que representa a evolução do peso médio dos frangos do lote é:

$$y = \frac{3500}{64,45066 \cdot e^{-0,1122x} + 1}, \text{ onde } x > 0 \text{ (real)}$$

Este modelo que encontramos possui  $R^2 = 6309633 / 6484318 = 0,9731$ , ou seja, 97,31% da função  $y$  - o peso médio dos frangos - é explicada pela variação da idade do animal. Além deste modelo obtido pelo ajuste linear, realizamos o ajuste de curva em busca do modelo logístico com a utilização do próprio *Graphmática*.

A seguir encontram-se os três modelos obtidos para descreverem o crescimento dos frangos de corte alojados em galpão automático na EAFRS, visualizados na figura 6:

Modelo que descreve o peso dos frangos segundo ajuste polinomial

$$y = -6,7 \cdot 10^{-8}x^6 - 4 \cdot 10^{-6}x^5 + 2,4 \cdot 10^{-5}x^4 + 0,0167x^3 + 0,97x^2 + 1,29x + 40,39$$

Modelo logístico obtido pelo ajuste linear  $y = \frac{3500}{64,45066 \cdot e^{-0,1122x} + 1}$

Modelo logístico obtido pelo *graphmática* é  $y = \frac{2677,68}{53,51 \cdot e^{-0,1307x} + 1}$ , com  $R^2 =$

0,9996.

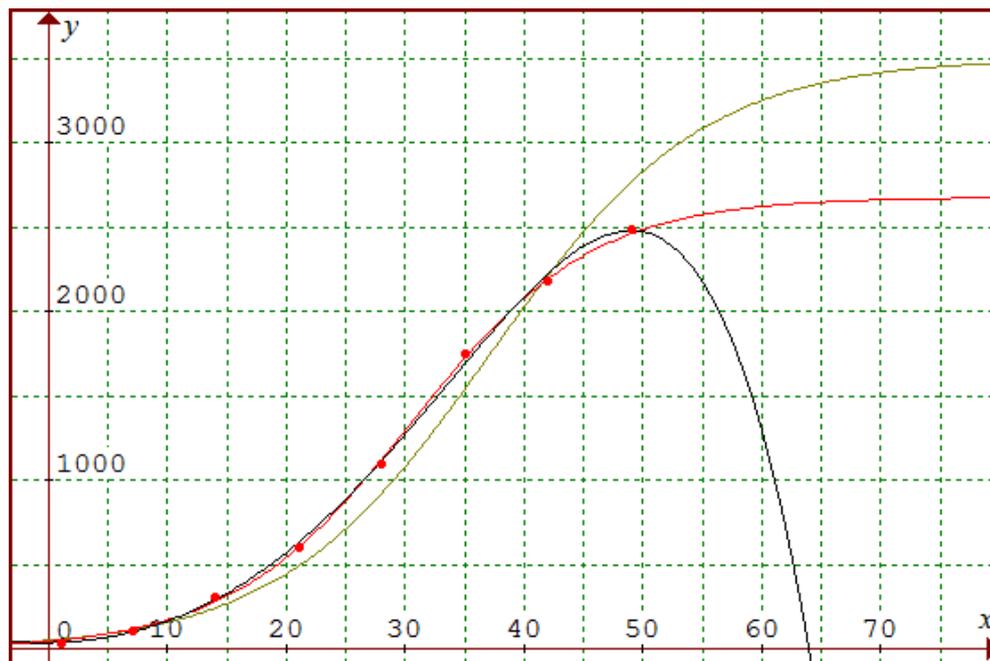


Figura 6 – Curvas resultantes do ajuste polinomial e do modelo logístico obtido – galpão automático

Concluimos que o modelo polinomial (linha preta) e logístico realizado pelo *Graphmática* (vermelho) se ajustam mais aos valores coletados no experimento, pelo menos é o que se pode visualizar. O ajuste polinomial é indicado para análise da evolução dos frangos dentro do período analisado (domínio), porém apresenta qualidade de ajuste superior que o modelo logístico (linha verde) realizado através do método de ajuste linear, que além de explicar a evolução do peso dos animais no período serve para fazer simulações ou considerações fora do período analisado. A partir da Modelagem Matemática estabelecida foi possível analisar o desenvolvimento dos animais abrangendo qualquer idade após o seu alojamento (através do modelo logístico), incluindo o período em que estes já haviam sido retirados. Sendo assim é possível prever, com boa aproximação, dados como peso médio em qualquer idade previsto,

Buscando verificar a eficiência do modelo logístico, é possível realizar uma investigação sobre os valores que a empresa responsável pela linhagem desses frangos indica como a boa evolução, a fim de se realizar melhor análise da evolução do peso médio de frangos do lote. Fica então a sugestão de uma análise matemática que está descrita no Anexo B desta dissertação.

### **Bibliografia utilizada nos estudos do modelo**

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006.

BIEMBENGUT, M.S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 3.ed. São Paulo: Contexto, 2003.

CARVALHO, A. F. **Manejo Final e da Retirada**. In: Conferencia de Ciência e Tecnologias Avícolas – APINCO, 2001.

COEFICIENTE de determinação. Disponível em: <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Coeficiente\\_de\\_determina%C3%A7%C3%A3o](http://pt.wikipedia.org/wiki/Coeficiente_de_determina%C3%A7%C3%A3o)> Acessado em 17 abr. 2008.

FIGUEIREDO, E. A. P. et.all. **Diferentes Denominações e Classificação Brasileira de Produção Alternativa de Frangos**. In: Conferencia de Ciência e Tecnologias Avícolas – APINCO, 2001.

HELLMEISTER FILHO, P. **Efeitos de Fatores Genéticos e do Sistema de Criação sobre o Desempenho e o Rendimento de Carcaça de Frangos Tipo Caipira**. Tese (Doutorado). Piracicaba, 2002.

LANA, G. Q. **Avicultura**. Campinas: Rural, 2000.

LIMA, J. F. et alii. **Relato Setorial Avicultura**. Revisado 1995. Disponível em: <<http://www.bndes.gov.br/conhecimento/relato/rsfrango.pdf>> Acesso em: 25 ago. 2008.

PASSOS, E. G.; BACK, S. L. Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul. **Modelagem Matemática na análise de sistemas de criação de frangos de corte**. Rio do Sul: EAFRS, 2008. Relatório de Iniciação Científica.

TRIOLA, M. F. **Introdução à Estatística**. São Paulo: LTC, 2005.

## **ANEXOS**

### **ANEXO A – Relatório do trabalho desenvolvido pelo grupo 1**

**SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL**  
**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO MÉDIA E TECNOLÓGICA  
ESCOLA AGROTÉCNICA FEDERAL DE RIO DO SUL

**USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO  
ESTUDO DE CURVAS DE LACTAÇÃO DE  
VACAS LEITEIRAS HOLANDEAS DA EAFRS**

**Fernando Caus**  
**Hugo Kuneski**

Rio do Sul -SC  
Novembro 2008

**Fernando Caus**  
**Hugo kuneski**

**USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO  
ESTUDO DE CURVAS DE LACTAÇÃO DE  
VACAS LEITEIRAS HOLANDEASAS DA EAFRS**

Relatório apresentado à Comissão de Avaliação da XXIV Feira Catarinense de Matemática, como requisito para avaliação da mesma, sob orientação dos Prof. **Morgana Scheller** e **Everton Eduardo Lopes Dias Juffo**.

Rio do Sul-SC  
Novembro 2008

## SUMÁRIO

<b>RESUMO.....</b>	<b>138</b>
<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>139</b>
<b>1 DESENVOLVIMENTO .....</b>	<b>141</b>
<b>1.1 Alimentação de vacas leiteiras .....</b>	<b>141</b>
1.1.1 A alimentação, lactação e as reservas corporais das vacas em lactação .....	141
<b>1.2 Alimentação nos estágios de lactação.....</b>	<b>142</b>
1.2.1 Alimentação no terço inicial .....	142
1.2.2 Alimentação no terço médio .....	143
1.2.3 Alimentação no terço final.....	143
1.2.4 Alimentação no período seco.....	143
<b>1.2 Alimentos para vacas em lactação.....</b>	<b>145</b>
1.3.1– Alimentos concentrados.....	146
1.3.2 Matéria Seca .....	146
<b>1.4 Raças bovinas leiteiras.....</b>	<b>147</b>
1.4.1 Raça Holandesa.....	147
<b>1.5 Curva de lactação.....</b>	<b>148</b>
<b>2 MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>150</b>
<b>3 APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....</b>	<b>152</b>
1.3 Análise e Discussão dos Resultados.....	154
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>166</b>
<b>AGRADECIMENTOS .....</b>	<b>168</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>169</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>170</b>

## RELAÇÃO DE QUADROS E FIGURAS

FIGURA 1: CICLO DE LACTAÇÃO E MUDANÇAS ESPERADAS NA PRODUÇÃO DE LEITE, NA INGESTÃO DE MATÉRIA SECA E NO PESO CORPORAL.....	110
TABELA 1 – LACTAÇÃO DO ANIMAL 240, DA RAÇA HOLANDESA PURA, DO SETOR DE ZOOTECNIA 3 DA EAFRS, EM QUILOS DE LEITE. (NASCIMENTO: 17/11/1999 ATUALMENTE ESTA EM SUA 6ª LACTAÇÃO) .....	113
TABELA 2 – LACTAÇÃO DO ANIMAL 242, DA RAÇA HOLANDESA PURA, DO SETOR DE ZOOTECNIA 3 DA EAFRS, EM QUILOS DE LEITE (NASCIMENTO:21/07/1999 ATUALMENTE ESTA EM SUA 6ª LACTAÇÃO) .....	113
TABELA 3 – LACTAÇÃO DO ANIMAL 109, DA RAÇA HOLANDESA PURA, DO SETOR DE ZOOTECNIA 3 DA EAFRS, EM QUILOS DE LEITE (NASC:29/07/2002 ATUALMENTE ESTA EM SUA 3ª LACTAÇÃO) .....	113
TABELA 4 – LACTAÇÃO DO ANIMAL 231, DA RAÇA HOLANDESA PURA, DO SETOR DE ZOOTECNIA 3 DA EAFRS, EM QUILOS DE LEITE (NASC: 27/12/1998 ATUALMENTE ESTA EM SUA 7ª LACTAÇÃO) .....	114
TABELA 5 – LACTAÇÃO DO ANIMAL 248, DA RAÇA HOLANDESA PURA, DO SETOR DE ZOOTECNIA 3 DA EAFRS, EM QUILOS DE LEITE.....	114
TABELA 6 – LACTAÇÃO DO ANIMAL 243, DA RAÇA HOLANDESA PURA, DO SETOR DE ZOOTECNIA 3 DA EAFRS, EM QUILOS DE LEITE.....	114
FIGURA 2: LACTAÇÕES REGISTRADAS DO ANIMAL 240, DA RAÇA HOLANDESA PURA, DO SETOR DE ZOOTECNIA 3 DA EAFRS, EM QUILOS DE LEITE, SENDO A LACTAÇÃO 1 INICIADA EM 03/05/2005 E LACTAÇÃO 2 INICIADA EM 07/05/2006.....	115
FIGURA 3: LACTAÇÕES REGISTRADAS DO ANIMAL 242, DA RAÇA HOLANDESA PURA, DO SETOR DE ZOOTECNIA 3 DA EAFRS, EM QUILOS DE LEITE, SENDO A LACTAÇÃO 1 INICIADA EM 13/02/2005 E A LACTAÇÃO 2 INICIADA EM 01/07/2006 .....	115
FIGURA 4: LACTAÇÕES REGISTRADAS DO ANIMAL 243, DA RAÇA HOLANDESA PURA, DO SETOR DE ZOOTECNIA 3 DA EAFRS, EM QUILOS DE LEITE, SENDO A LACTAÇÃO 1 INICIADA EM 10/05/2005 E A LACTAÇÃO 2 INICIADA EM 13/02/2007 .....	115
FIGURA 5: LACTAÇÕES REGISTRADAS DO ANIMAL 248, DA RAÇA HOLANDESA PURA, DO SETOR DE ZOOTECNIA 3 DA EAFRS, EM QUILOS DE LEITE, SENDO A LACTAÇÃO 1 INICIADA EM 06/01/2005 E A LACTAÇÃO 2 INICIADA EM 15/01/2006 .....	116
FIGURA 6: LACTAÇÕES REGISTRADAS DO ANIMAL 231, DA RAÇA HOLANDESA PURA, DO SETOR DE ZOOTECNIA 3 DA EAFRS, EM QUILOS DE LEITE, SENDO A LACTAÇÃO 1 INICIADA EM 13/02/2005, A LACTAÇÃO 2 INICIADA EM 01/07/2006 E A LACTAÇÃO 3 INICIADA EM 26/06/2007 .....	116
FIGURA 7: LACTAÇÕES REGISTRADAS DO ANIMAL 109, DA RAÇA HOLANDESA PURA, DO SETOR DE ZOOTECNIA 3 DA EAFRS, EM QUILOS DE LEITE, SENDO A LACTAÇÃO 1 INICIADA EM 09/10/2006 E A LACTAÇÃO 2 INICIADA EM 12/08/2007 .....	116
FIGURA 8: MODELO DA LACTAÇÃO 2 DO ANIMAL 240, DA RAÇA HOLANDESA PURA, DO SETOR DE ZOOTECNIA 3 DA EAFRS, EM QUILOS DE LEITE. ....	118
FIGURA 9: MODELO DA LACTAÇÃO 2 DO ANIMAL 109, DA RAÇA HOLANDESA PURA, DO SETOR DE ZOOTECNIA 3 DA EAFRS, EM QUILOS DE LEITE. ....	165

## RESUMO

As curvas de lactações mostram o comportamento da lactação do animal. Com elas torna-se possível a identificação do ponto de maior produtividade, do instante em que a produção começa a diminuir até o momento de secagem do animal pois a representação gráfica expõe a produção de leite de um animal ao longo de uma lactação. Esse trabalho teve por objetivo verificar se os animais selecionados da raça holandesa da EAFRS possuem lactação que obedeça a um mesmo padrão e se essa lactação pode ser descrita por um modelo matemático, bem como verificar se todos os animais apresentam mesmo comportamento na curva de lactação. Para que isso fosse possível obteve-se dados de planilhas de controle de produção leiteira do setor de zootecnia III da EAFRS relativos a seis animais da raça holandesa de diferentes idades e com diferentes número de lactações. Foram obtidos e analisados os dados de duas lactações de cada animal entre o período de 2005 e 2008. Os valores dessas lactações após analisados foram modelados em forma de gráficos, descrevendo desta maneira as chamadas curvas de lactação de cada animal. Para a obtenção dos modelos, trabalhou-se com o ajuste de curvas. Os modelos que descreveram a curva de lactação foram obtidos através de software Microsoft *Excel* e de método estatístico denominado ajuste linear e ajuste parabólico através do método dos mínimos quadrados. Após a realização do presente trabalho constatou-se que as curvas de lactação da maioria dos animais analisados não se adequaram ao modelo descrito na literatura. Apenas duas das curvas de lactação, as do animal 109 e do animal 240, foram modeladas matematicamente. O modelo da curva de lactação encontrado, que descreve o valor da produção em função dos dias de lactação, ficou dividido em duas partes: uma que descreve a parte inicial da lactação ajustada por modelo parabólico (função de 2º grau) e outra parte, ajustada ao modelo linear (função de 1º grau). Através desses modelos pode-se perceber que existiu diferença nas curvas de lactação entre um animal e outro, e também na curva de lactação 1 e 2 do mesmo animal. Verificou-se que o pico de lactação não ocorreu no período estipulado pelo padrão, provavelmente explicado pelo tratamento e manejo dos animais na EAFRS.

## INTRODUÇÃO

Sendo de grande importância econômica a produção leiteira está presente em boa parte das propriedades rurais servindo como fonte alternativa de renda ou diretamente com propriedades que tem a produção leiteira como principal renda, variam de pequenas, médias e grandes propriedades.

Existem várias pesquisas e trabalhos para auxiliarem o produtor leiteiro, são diversas em vários segmentos, uma dessas pesquisas é sobre a curva de lactação. As curvas de lactação e os parâmetros calculados a partir delas, pico e persistência da lactação, vem sendo utilizado há muito tempo para auxiliar o manejo do gado leiteiro.

A curva de lactação serve de base nas decisões referente ao manejo e como ferramenta para obter maior produtividade. Existe um padrão que a literatura nos traz, o ideal seria que a vaca obedecesse esse padrão. Então busca-se que a lactação de um animal siga esse padrão, com ele conseqüentemente a produtividade será maior.

Como a prática é diferenciada da teoria por vários motivos, as oscilações são inevitáveis, essas oscilações acontecem pelos motivos práticos, manejo, alimentação, clima etc, se o manejo for de modo incorreto ou faltou alimentação por exemplo, é difícil o produtor observar que esses erros causarão diminuição na produção, então observando as curvas podemos também perceber aonde ocorreram os erros.

Diante dessas informações obtidas, vimos a necessidade de verificar se os 06 animais escolhidos da raça holandesa da EAFRS possuem ou possuíram lactação que pode ser descrita por um modelo matemático, bem como verificar se todos os animais apresentam mesmo comportamento da curva de lactação. Para tanto identificamos o tipo de alimentação e manejo adequado para que a produção leiteira não seja afetada negativamente, tendo assim curvas de lactações de acordo com as que pesquisamos na literatura.

Analisamos dados obtidos no setor de zootecnia III da EAFRS de 06 animais da raça holandesa registrados em planilhas do setor. Esses dados são referentes a lactações dos anos entre 2005 a 2008 desses animais cuja idade e número de lactações são quantidades diferentes. Pouco se sabe sobre o manejo nesse período de tempo. Os dados foram compilados e registrados em tabelas e utilizado de software para a representação gráfica.

Nosso trabalho é dividido em duas partes: a primeira refere-se à pesquisas bibliográficas sobre gado leiteiro, raça holandesa, manejo de gado leiteiro, alimentação nos

períodos da lactação e período seco e sobre curvas de lactações e seu real significado. A segunda parte consiste no registro, análise e discussão dos dados coletados sobre as lactações dos animais da EAFRS. Nesta etapa introduzimos a parte matemática nos dados obtidos dos animais e com eles obtivemos gráficos que nos mostram as curvas de lactações dos mesmos, com isso podemos compará-los.

## **1 DESENVOLVIMENTO**

### **1.1 Alimentação de vacas leiteiras**

Os bovinos leiteiros precisam de fibras para produzir leite, no caso os volumosos são ricos em fibras, no que resulta numa boa produção de leite. Não é possível também abusar desta oportunidade, pois pode ocorrer redução do teor de energia e principalmente baixa na produção de leite.

Quando falamos em alimentação de vacas leiteiras a ser implantada é necessário considerar vários aspectos:

- Nível de produção
- O estágio da lactação
- Idade do animal
- Número de lactações
- Consumo de matéria seca
- A massa corporal
- Valores nutricionais dos alimentos fornecidos

Segundo a Carvalho (2007) existem três (3) estágios de lactação: terço inicial, terço médio, terço final, e ainda há o período seco. A produção e composição de leite, o consumo de alimentos e peso dos animais são afetados e mudam de acordo com o estágio de lactação em que os animais se encontram.

#### **1.1.1 A alimentação, lactação e as reservas corporais das vacas em lactação**

O ciclo de lactação de uma vaca leiteira é de, aproximadamente, 12 a 13 meses. Ela começa no dia do nascimento do bezerro, se estende pelos próximos 300 dias e termina com cerca de 45-60 dias de período seco.

A figura a seguir mostra que a produção de leite, a ingestão de matéria seca e o peso corporal do animal em seu ciclo de lactação. Ela tem modelo típico de mudança. De acordo com Costa (2004), essas 4 fases de alimentação e produção de leite estão bem distintas.

**Figura 1:** Ciclo de lactação e mudanças esperadas na produção de leite, na ingestão de matéria seca e no peso corporal.



Fonte: Costa, 2004

A produção de leite, logo após o parto, tende a aumentar gradativamente devido às reservas corporais armazenadas no período seco, até atingir o pico de produção (em torno da 8ª a 10ª semana). Entre a 5ª e a 6ª semana de lactação, as vacas não conseguem ter um consumo de alimentos (matéria seca) de acordo com a quantidade de leite produzido, ou seja, a produção de leite cresce mais do que o animal consegue consumir de alimento. Isso ocorre porque o tamanho do rumem diminuiu com o crescimento do feto, então levará algumas semanas para ele voltar ao seu tamanho normal. Neste período deve-se fornecer alimentos mais concentrados ricos em nutrientes para que a mesma não perca muito peso.

Quando o rumem recupera seu porte normal conseqüentemente a ingestão de alimentos chega ao seu máximo pico de ingestão por volta do quinto mês, então ela começa recuperar suas reservas corporais destinadas ao feto. A partir disso o feto começa a crescer, diminuindo gradativamente o tamanho do rumem, ingestão de alimento, produção de leite até o momento da secagem da vaca.

## 1.2 Alimentação nos estágios de lactação

### 1.2.1 Alimentação no terço inicial

Nas primeiras semanas após o parto as vacas não conseguem consumir alimentos suficientes para sustentar o aumento de produção de leite que atingira o pico. Isso irá

acontecer em torno de 5 a 7 semanas após o parto, cerca de 9 a 10 semanas após o parto a vaca atinge o pico de consumo de alimento. Por isso é importante que recebam uma dieta que possa permitir a maior ingestão de nutrientes possível, evitando que elas percam muito peso e tenham a vida reprodutiva comprometida.

As pastagens devem ser de excelente qualidade e fornecidas em quantidade suficiente para permitir a ingestão de matéria seca. Uma prática recomendada é o manejo dos pastos em rotação. Os volumosos devem ser de boa qualidade com suplementação, com concentrados e mistura minerais. Animais de alto potencial de produção devem consumir no mínimo 4% do seu peso vivo em matéria seca, no pico de consumo.

Animais mantidos em pastagens, no período de menor crescimento dos pastos há necessidade de fornecer suplementação com volumosos. Pode ser fornecido capim elefante, cana-de-açúcar com silagem, feno ou forrageiras de inverno. Já para animais de alta produção ou em sistema de confinamento o fornecimento de silagem de milho ou sorgo deve ser a vontade. Para cada quilogramas de leite produzido, deve ser consumido ao menos um quilograma de matéria seca, caso contrário a vaca pode perder peso em excesso e ficar mais vulnerável a problemas metabólicos.

### **1.2.2 Alimentação no terço médio**

Nessa fase as que já recuperaram grande parte das reservas corporais gastas no início da lactação, e devem estar “cobertas”. A produção de leite começa a decair e devem ganhar peso preparando sua condição corporal para o próximo parto.

Para o fornecimento de concentrado deve ser feito com 18 a 20% de proteína bruta, na proporção de 1kg para cada 3kg de leite produzido acima de 5kg.

### **1.2.3 Alimentação no terço final**

Na parte final da lactação as reservas corporais já devem estar recuperadas, a produção de leite é bem menor dos períodos anteriores. As vacas devem ser alimentadas cuidando para que elas não ganhem peso em excesso, mas tenham alimento suficiente para repor as reservas corporais.

É o período onde acontece o encerramento da lactação, a secagem do leite e início da preparação para o próximo parto e a lactação subsequente.

### **1.2.4 Alimentação no período seco**

Já quando o animal estiver no período seco, o preparo da alimentação deve considerar:

- Peso das vacas
- Estágio corporal por pontuação
- Número de lactações

O número de lactações somente é importante para vacas de primeira e segunda cria, pois elas ainda se encontram em fase de crescimento corporal. Portanto devem receber nutrição específica, isso quer dizer quando ela é nova recebe menos matéria seca, e quando é velha recebe mais matéria seca.

A secagem das vacas em lactação tem por objetivo proporcionar ao animal um descanso afim de prepará-las para a próxima lactação. Consiste em interromper sua lactação, nesse período a vaca não produz leite, mas utiliza os nutrientes para o feto e para regenerar as células produtoras de leite do úbere.

Para um aumento na produção leiteira são procurados animais com alto potencial de produção. Fatores decisivos acompanham o mérito genético do rebanho: Nutrição e manejo são os principais fatores.

Técnicas alimentares específicas para cada fase de produção do animal é uma das melhores maneiras. O manejo alimentar das vacas secas contribuem por elas não estarem em lactação, não aumentam o lucro líquido da propriedade, e muitas vezes o produtor não adota um manejo diferenciado para esse animal.

“O programa das vacas secas inicia o próximo ciclo de lactação, exercendo uma grande influencia na ocorrência de desordem metabólicas (cetose, deslocamento do abomaso, síndrome da vaca gorda e febre do leite), na mudança da condição corporal, no fornecimento de nutrientes necessário para o rápido crescimento do feto e na otimização da reprodução na próxima lactação.” (criar e recriar, 2008)

Para uma boa regeneração das células epiteliais desgastadas, um bom acúmulo de colostro e assim assegurar um bom desempenho do feto, o período seco deve durar 60 dias em média.

No período seco as vacas devem ser agrupadas em 2 grupos diferentes. O primeiro grupo formado por animais que iniciam o período de repouso, da primeira a sexta semana, o segundo grupo é dos animais nas duas e três últimas semanas que antecedem o parto. Essa prática de dividir em dois grupos leva em conta a diminuição do consumo entre eles. No início do período seco pode ser fornecido alimentos com pastagens de boa qualidade, feno ou silagem. No final do período seco ocorre um grande crescimento fetal.

“Existe uma elevação da pressão internas nos órgãos digestivos diminuindo desta forma o espaço ocupado pelos alimentos, esse fato associado com a grande variação do hormonal no período pré-parto, ou seja, um aumento de estrógeno e corticóides na concentração sanguínea e uma queda nas concentrações de progesterona, reduzem o consumo de

matéria seca em até 30%, predispondo o animal a um balanço energético negativo com isso aumenta o catabolismo de gordura, elevando as concentrações de ácidos graxos não esterificados na circulação, onde serão posteriormente acumulados no fígado, podendo causar problemas metabólicos e diminuindo a posterior produção leiteira” ( Idem)

Aproximadamente 21 dias antes do parto aumenta-se conseqüentemente a relação concentrada para volumoso. Essa prática consiste em elevação da intensidade energética da dieta final do período seco, assim compensando a redução de consumo de alimentos. O consumo de concentrado adapta os microorganismos do rumem a uma dieta rica em aminoácidos, e favorece o desenvolvimento das papilas ruminais, as papilas são pequenos “dedos” na parede do rumem com crescimento das mesmas, aumentando a superfície de contato do rumem, assim ocorre uma maior absorção dos ácidos graxos voláteis, ocorre uma variação no PH do rumem diminuindo riscos de acidose no início da lactação, período onde grande quantidade de grãos são introduzidos na dieta. O alongamento das papilas se completa de 4 a 5 semanas.

Pesquisas mostram que o fornecimento de proteína na dieta pode ter um efeito benéfico, pois mantém as reservas protéicas do animal, conseqüentemente diminuindo as desordem metabólicas. Não devemos esquecer das exigências em proteínas não degradáveis no rumem, vitaminas, minerais e outros aditivos, que são bastante úteis na alimentação das vacas secas.

## **1.2 Alimentos para vacas em lactação**

Para se fornecer alimentos para um animal em lactação deve-se observar aspectos fundamentais como nível de produção, o estágio da lactação, a idade da vaca, o consumo esperado de matéria seca, a condição corporal, tipos e valor nutritivo dos alimentos a serem utilizados. O estágio de lactação em que o animal se encontra afeta a produção a composição do leite, mudanças no peso vivo do animal e consumo de alimentos.

É importante fornecer uma quantidade maior de alimentos nas duas primeiras lactações da vida, pois continuarão em crescimento e necessitam valores nutricionais mais elevados. Orienta-se adicionar 20% a mais para novilhas de primeira cria e 10% para vacas de segunda cria, para um maior consumo de matéria seca a alimentação deve ser feita separadamente das vacas mais velhas assim evita-se a dominância. As vacas não devem parir nem magras nem gordas para evitar conseqüências negativas.

Um plano de alimentação para vacas em lactação deve considerar os três estágios da curva de lactação, pois cada animal tem exigências nutricionais distintas.

### **1.3.1– Alimentos concentrados**

Energia é a base de qualquer dieta e se for deficiente as proteínas, vitaminas, minerais serão subtilizados pelos animais. A importância que as proteínas exercem desde da estrutura do corpo (músculos, cartilagens, unhas, pelo, etc) até de mecanismos complexos de transporte e metabolismo orgânico, com isso é necessário conhecer as exigências em qualidade e quantidade para que as dietas sejam beneficiadas com estes nutrientes para que possam promover alta produtividade.

A composição de certos alimentos pode variar devido ao estágio vegetativo. Usa-se a análise bromatológica para se ter a composição química e energética dos alimentos. No caso de não ter disponibilidade desta análise, existe tabelas aonde contem informações que servem de guia na formulação das rações.

Alimentos com menos de 18% de fibra bruta na matéria seca são alimentos concentrados. Dependendo do valor nutricional, energia ou proteína são classificados como energéticos ou protéicos. Alimentos protéicos possuem mais de 20% de proteína, podendo ter elaborado valor energético, como soja que possui mais de 75% de NDT.

Para fornecer alimentação complementar não é tão simples, deve-se ter informações concretas quanto a qualidade e disponibilidade dos alimentos volumosos.

A suplementação com concentrados parece ser inevitável, para vacas de médio e alto potencial no estágio inicial da lactação ou em períodos de baixa disponibilidade de pasto quando esta suplementação é eficiente economicamente. Isto advem em virtude também, destas vacas não terem capacidade digestiva de ingerirem alimentos volumosos que atendam todas as suas necessidades. No período pré parto tem a finalidade de atender as necessidades da gestação, adaptar o rumem e fazer com que atinja o pico de lactação retornando ao cio sem que ocorra balanço negativo da energia. (LEDIC, p. 95-96).

### **1.3.2 Matéria Seca**

Quando se retira toda água de um alimento sobra matéria seca. É na matéria seca que encontramos os nutrientes como os carboidratos, gorduras, proteínas, vitaminas, minerais e fibras.

Quanto menos água tiver mais terá de matéria seca e maior será a quantidade de nutrientes, então devemos saber a quantidade de matéria seca do alimento. É necessário fazer um cálculo de matéria seca, para podermos avaliar se a quantidade de alimento que estamos fornecendo aos animais podem ser consumidos ou se são suficientes

A quantidade de matéria seca consumida por uma vaca dependerá de fatores como: Peso do animal, quantidade de leite que está produzindo, estágio de lactação, número de lactações, manejo, condições corporais e principalmente tipo, a quantidade, palatabilidade dos animais, digestibilidade das forragens.

Experiências mostraram que uma vaca leiteira consome entorno de 3kg de matéria seca por dia para cada 100kg de peso vivo. O consumo de matéria seca de uma vaca é de 15% menos nas 3 primeiras semanas de lactação comparado ao final da lactação. O maior consumo de matéria seca ocorre normalmente entre os 50 a 98 dias após o parto (7<sup>a</sup> a 14<sup>a</sup> semana). O consumo de matéria seca dos animais diminui quando todo o alimento volumoso fornecido é fermentado (silagem). O consumo de silagem de milho pode ser aumentado com a adição de suplementos protéicos como farelo de soja, uréia e fenos. (KIRCHOF, 1997)

#### **1.4 Raças bovinas leiteiras**

Em se tratando de produção de leite, as raças que apresentam melhores índices em termo de produção são: Holandesa, Jersey, Simental, Ayrshire, Pardo suíça, Girolando, Gir leiteiro, Guernsey, Normando, Pitangueiras.

Dentre as várias raças de bovinos leiteiros, em Santa Catarina destacam-se duas delas: a raça Holandesa e a raça Jersey. Essas duas raças são as que melhores se adaptaram no estado e com maiores níveis de produção.

##### **1.4.1 Raça Holandesa**

Pouco se sabe sobre a origem da raça holandesa, havendo anotações desde o ano 2000 a.c. segundo a Associação Brasileira de criadores de Bovinos da Raça Holandesa (ABCBRH). Alguns afirmam que foi domesticada nas terras planas e pantanosas da Holanda setorial e da Frísia (Países Baixos) e também na Frísia Oriental (Alemanha). O Brasil foi considerado o detentor do maior rebanho mundial de HVB (Holandesa, Vermelha, Branca) até início de 1980.

Há registros de alguns livros genealógicos da raça holandesa já na metade do século XIX. A raça consolidou-se em aproximadamente em 21 países, com rebanho mundial de gado holandês e cruzado estimado em 67 milhões de cabeça. O plantel brasileiro é um dos mais expressivos com mais de 2 milhões de animais registrados a partir de 1934, quando foi fundado a associação brasileira de criadores da raça holandesa.

A média brasileira de produção leiteira dos animais em controle leiteiro oficial foi de 8 mil e 47 kg na idade adulta (2X e 305 dias) em 2000. O estado do Paraná apresenta maior média nacional, notando-se que em vacas adultas controladas a produção média foi de 9 mil e 110 Kg de leite.

Segundo ABCBRH, a raça se adapta as condições climáticas das mais variadas regiões, apresentando longevidade, eficiência produtiva e fácil manejo. A raça holandesa é uma das mais produtivas mundialmente, e inclusive no Brasil, é de grande importância estudar os fatores genéticos e ambientais que interferem em seu desempenho produtivo e reprodutivos.

A raça holandesa é uma das maiores em tamanho, sua coloração pode ser vermelho e branco ou preto e branco, não havendo diferença na produção de leite entre eles. São animais de grande porte corporal e muito pesados, possui grande capacidade de ingestão de alimentos que proporciona uma grande produção leiteira, possui um grande úbere e tronco bem desenvolvido, e os membros têm desenvolvimento médio e são vigorosos, os bezerros desta raça são pesados e apresenta um bom aumento de peso.

“O leite desse animal possui taxa de gordura próxima a 3,5%, São animais que exigem cuidado especial quanto a alimentação e manejo, quando bem tratados podem ter média de produção em torno de 40kg leite por lactação. Essa raça possui melhor conversão alimentar e portanto é mais eficiente”(ATIÊ, 1988, p. 14)

## **1.5 Curva de lactação**

A curva de lactação representa o gráfico de produção de leite de uma vaca ao decorrer de sua lactação em um período de aproximadamente 10 meses. Auxilia para a compreensão do sistema de produção leiteira. O entendimento ou dinâmica da curva serve de ferramenta aos produtores na previsão de produção e leite de seu rebanho nos seus estágios de lactação servido como base para seleção do rebanho. Ela também possibilita a identificação de certos erros de manejo no rebanho. Através dela podemos acompanhar a evolução da produção leiteira do animal e observar suas variações.

As curvas de lactações descrevem o desempenho do animal em relação à produção de leite, auxiliando nas decisões tomadas para as técnicas de manejo. (MEYER, 2003). Elas e os parâmetros calculados a partir delas: pico e persistência da lactação, vem sendo utilizado a muito tempo para auxílio no manejo das vacas.

Segundo Coldebella (2003), a curva de lactação é definida pelo gráfico da produção diária de leite ao longo do tempo. Essa produção de leite aumenta desde o parto até o pico de produção em um período de poucas semanas, e então, se segue um declínio até a secagem. Assim, com o estudo da curva de lactação podemos acompanhar este desenvolvimento fisiológico, favorecendo nas decisões relacionadas ao manejo.

Segundo Keown & Van Vleck (1973) citado por Meyer(2003) e Coldebella(2003), a curva de lactação pode ser dividida em três segmentos:

- 4- Do parto até pico de produção, que não é linear e aumenta a taxa declinante até o pico (que ocorre entre a 6ª e 8ª semana).
- 5- Do pico até aproximadamente 270 dias após o parto, que é linear e declina a taxa de forma constante (o ideal é que o animal apresentasse queda de produção após o pico de lactação de no máximo 10% a cada 30 dias, isto é, capaz de manter pelo menos 90% da produção a cada 30 dias após o pico de lactação).
- 6- No final da lactação, em que a produção declina a taxa crescente.

As curvas podem ser estudadas por meio de modelos matemáticos (gráficos e funções). Pesquisas afirmam que o modelo matemático mais adequado será diferente para cada região geográfica e para cada situação climática. Vários pesquisadores tem proposto modelos na forma de função para descrever, estimar ou analisar a produção de leite de vacas leiteiras. O mais citado foi o desenvolvido por Wood (1967) (MEYER, 2003).

A visualização das curvas reais, no sentido de se utilizar médias não ajustadas, é de grande interesse para propósitos de manejo, uma vez que a variação fisiológica da produção de leite ao longo de uma lactação pode confundir técnicos no que tange a expectativa de produção para um dado animal em determinado estágio de lactação. Pretende-se fornecer, com as curvas médias reais dos animais, a expectativa de produção para os animais de acordo com o nível de produção do rebanho e ordem de parição.

## 2 MATERIAIS E MÉTODOS

O experimento foi realizado na Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul, na qual existe o setor de zootecnia responsável pela produção leiteira. Para a realização do trabalho foram descritos e coletados dados (produção de leite) de 6 animais da raça pura holandesa do plantel da Escola entre os anos de 2005 e 2008. Os dados da lactação (média mensal) de cada animal foram coletados das planilhas de anotações diárias que existem no setor e registradas em forma de média mensal em planilhas do Microsoft Excel. Após feita a compilação partiu-se para a análise matemática utilizando de gráficos, que está descrita posteriormente. Os ajustes de curva, em busca dos modelos matemáticos que descrevessem a curva de lactação, foram obtidos utilizando-se de métodos estatísticos denominado método dos mínimos quadrados. Também utilizou-se o Excel para a obtenção dos modelos mediante os ajustes.

A seguir, descrevemos um pouco sobre o destino do leite e o processo de manejo dos animais, local do experimento e atividades do setor da Zôo III.

O produto, no caso o leite, é destinado ao consumo e industrialização interna e parte é vendido. Nesse mesmo setor se encontra o setor de laticínios, que faz o processamento do leite. Os responsáveis pelo setor são: O professor Everton Eduardo Lopes Dias Juffo especialista em zootecnia, um funcionário terceirizado, alunos monitores semestrais e um técnico agrícola que é responsável pelo laticínio.

A Escola oportuniza aos alunos a monitoria do setor e estes são responsáveis pelas atividades em geral do setor no período de um semestre. Em média são 5 monitores por semestre, sendo eles selecionados pelo professor responsável, os monitores recebem certificados de monitoria no final do curso o qual enriquece o currículo.

O setor consiste em uma sala de aula, laticínios, resfriador, sala de ordenha, sala de espera, sala de alimentação, depósito de ração e ferramentas, silagem, bretes com balança e pastagem.

As atividades do setor são feitas em 2 períodos do dia: o primeiro com início às 4 h e o segundo às 16 h. Os monitores preparam o trato nos coxos da baía, em seguida os animais são conduzidos dos piquetes de pastagem onde passam a noite para a sala de espera: É feita a primeira ordenha do dia.

A ordenha: Consiste em um pré-preparo dos equipamentos, dentro da sala de ordenha os animais são alinhados em 2 fileiras uma em cada um dos lados, ficando em posição diagonal 3 em cada uma das filas. É preparada uma solução de água com iodo para ser feita a limpeza e

desinfecção dos tetos, em seguida são secados com papel toalha e então mergulhados em um recipiente com água sanitária.

O equipamento é acoplado aos tetos dos animais para a retirada mecânica do leite, é feita a anotação da quantidade do leite tirado baseando-se em um copo medidor que acompanha o aparelho. Esse equipamento mede a quantidade de leite por quilos. Esses dados são arquivados em planilhas para se ter um controle de produção, histórico e demais controles internos.

Após o término da ordenha é passado selante com a função de obstruir o estigma (canal por aonde ocorre a saída do leite). O passo seguinte é conduzi-las para as baias onde é fornecido o alimento suplementar que consiste em: silagem (matéria seca) e ração, essa devidamente balanceada de acordo com a fase que de lactação que cada animal se encontra. Os animais ficam por determinado tempo nesse local para se alimentar, e paralelamente é feita a retirada de carrapatos e observações dos animais para verificação se a necessidade de outros cuidados. Em seguida são encaminhadas para os piquetes de pastagens aonde permanecem até a próxima ordenha.

O leite é encaminhado por sistema fechado até a sala do leite aonde tem um tanque de expansão e permanece por um determinado tempo. O destino final do leite é o laticínio ou a cozinha interna.

### 3 APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os dados de lactação (produção média mensal) coletados no setor de zootecnia 3 da EAFRS foram compilados e organizados em tabelas. Para tanto foram coletados dados de 6 animais, eis: animal 240, animal 248, animal 242, animal 109, animal 243 e animal 231. Trata-se de animais com idade variando entre 8 e 10 anos, variando entre 3 e 7 lactações.

Tabela 2 – Lactação do animal 240, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite. (Nascimento: 17/11/1999 atualmente esta em sua 6ª lactação)

Média de produção diária (kg)		
Período de lactação (dias)	Lactação 1 (início em 3/05/2005)	Lactação 2 (início em 07/05/2006)
30	20,4	29,5
60	29,2	36
90	22,9	38,8
120	23,4	35,5
150	24,1	31,7
180	25,8	30
210	22,8	27,6
240	21,4	28,1
270	18,8	22,3
300	17,5	19,6

Fonte: Setor de Zôo 3

Tabela 2 – Lactação do animal 242, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite (Nascimento:21/07/1999 atualmente esta em sua 6ª lactação)

Média de produção diária (kg)		
Período de lactação (dias)	Lactação 1 (início em 13/02/2005)	Lactação 2 (início em 01/07/2006)
30	23,2	26,4
60	26,6	36,6
90	22,3	31,9
120	25,8	32,4
150	23,4	30,5
180	22,3	27,7
210	23,7	24,3
240	21,5	20,3
270	19,7	12,9
300	18	10,3

Fonte: Setor de Zôo 3

Tabela 3 – Lactação do animal 109, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite (Nasc:29/07/2002 atualmente esta em sua 3ª lactação)

Tempo em dias	Média de produção diária (kg)	
	Lactação 1 (início em 09/10/2006)	Lactação 2 (início em 12/08/2007)
30	17,9	22
60	18,3	32,1
90	16,7	34,6
120	17,1	33,5
150	14,1	27,2
180	15,3	26,9
210	18,4	21,1
240	15,7	22,9
270	13,1	21,1
300	12,1	

Fonte: Setor de Zôo 3

Tabela 4 – Lactação do animal 231, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite (Nasc: 27/12/1998 atualmente esta em sua 7ª lactação)

Período de lactação (dias)	Média de produção diária (kg)		
	Lactação 1 (início em 13/02/2005)	Lactação 2 (início em 01/07/2006)	Lactação 3 (início em 26/06/07)
30	27,6	32	30,8
60	28,3	34,5	31,3
90	28,3	30,2	32,4
120	27,2	26	31,5
150	24,7	26	27,5
180	23,3	24,2	24,8
210	23,7	25,9	22,4
240	21	20	20,4
270	17,7	10,5	18,9
300	13,2	12,4	21,2

Fonte: Setor de Zôo 3

Tabela 5 – Lactação do animal 248, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite

Média de produção diária (kg)		
Tempo em dias	Lactação 1 (início em 06/01/2005)	Lactação 2 (início em 15/01/2006)
30	35,4	23,6
60	32,7	24
90	27,1	24,8
120	20,6	22,6
150	20,3	22,3
180	20,1	24,9
210	18,4	26,6
240	16,5	23
270	18,2	20,5
300	19,1	22,6

Fonte: Setor de Zôo 3

Tabela 6 – Lactação do animal 243, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite

Média de produção diária (kg)		
Tempo em dias	Lactação 1 (início em 10/05/2005)	Lactação 2 (início em 13/02/2007)
30	18,7	28,8
60	18,9	25,3
90	17	26,6
120	17,8	27,7
150	20,9	28,8
180	24,9	29,1
210	22,6	31,4
240	22,9	28,2
270	22,3	26,3
300	19	21,6

Fonte: Setor de Zôo 3

### 1.3 Análise e Discussão dos Resultados

Para melhor visualização das informações sobre as lactações dos animais obtivemos, com a ajuda do Microsoft Excel, uma curva que representa as várias lactações desses 6 animais. Alguns aspectos foram observados em cada curva, entre eles podemos destacar: a

presença ou não do pico de lactação e a comparação com a curva de lactação descrita pela literatura como padrão, ou talvez normal, para animais em lactação.

Figura 2: Lactações registradas do animal 240, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite, sendo a Lactação 1 iniciada em 03/05/2005 e Lactação 2 iniciada em 07/05/2006

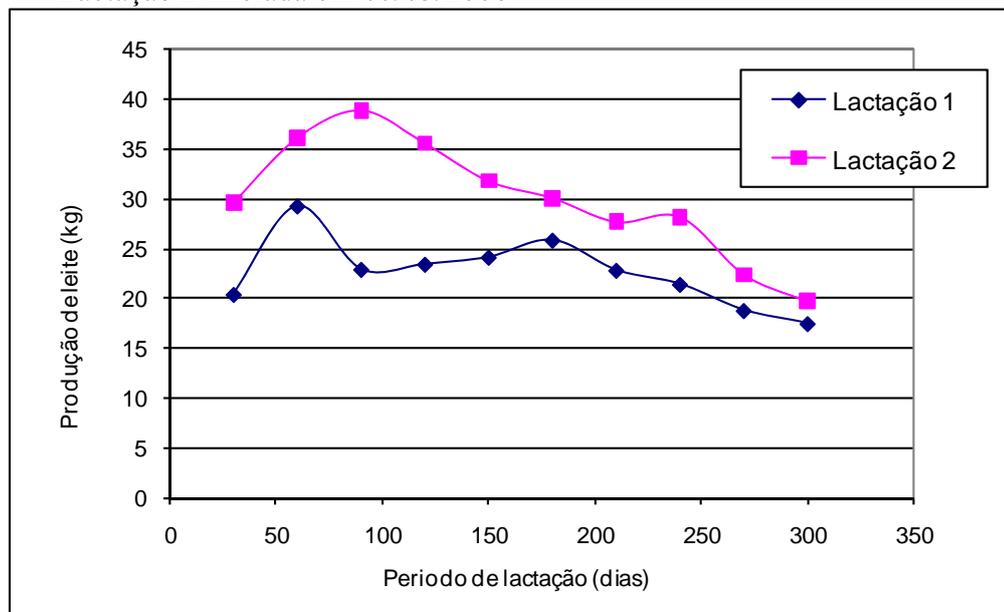


Figura 3: Lactações registradas do animal 242, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite, sendo a Lactação 1 iniciada em 13/02/2005 e a Lactação 2 iniciada em 01/07/2006

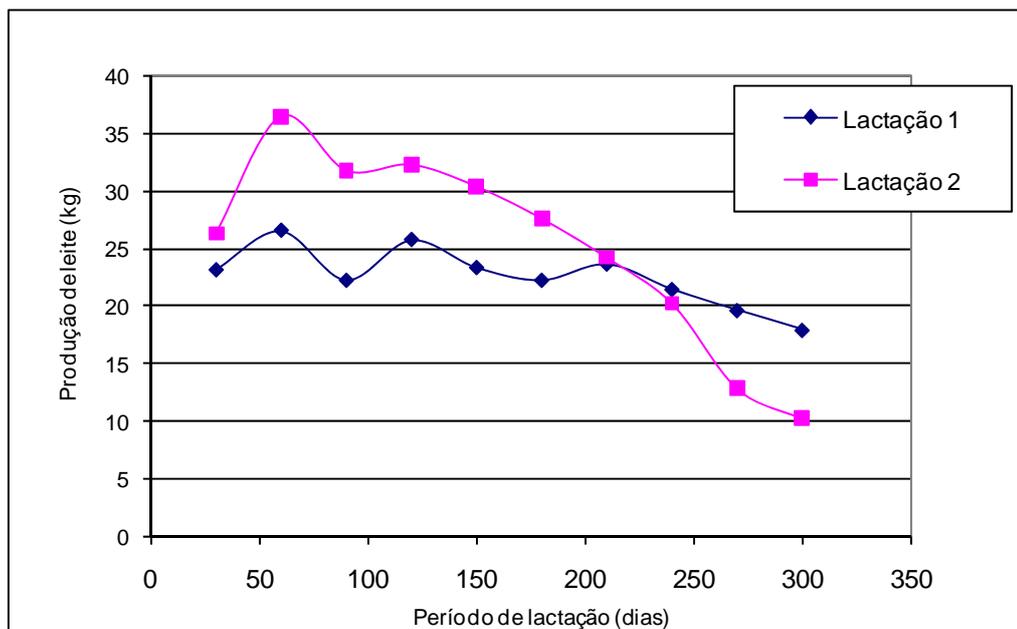


Figura 4: Lactações registradas do animal 243, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite, sendo a Lactação 1 iniciada em 10/05/2005 e a Lactação 2 iniciada em 13/02/2007

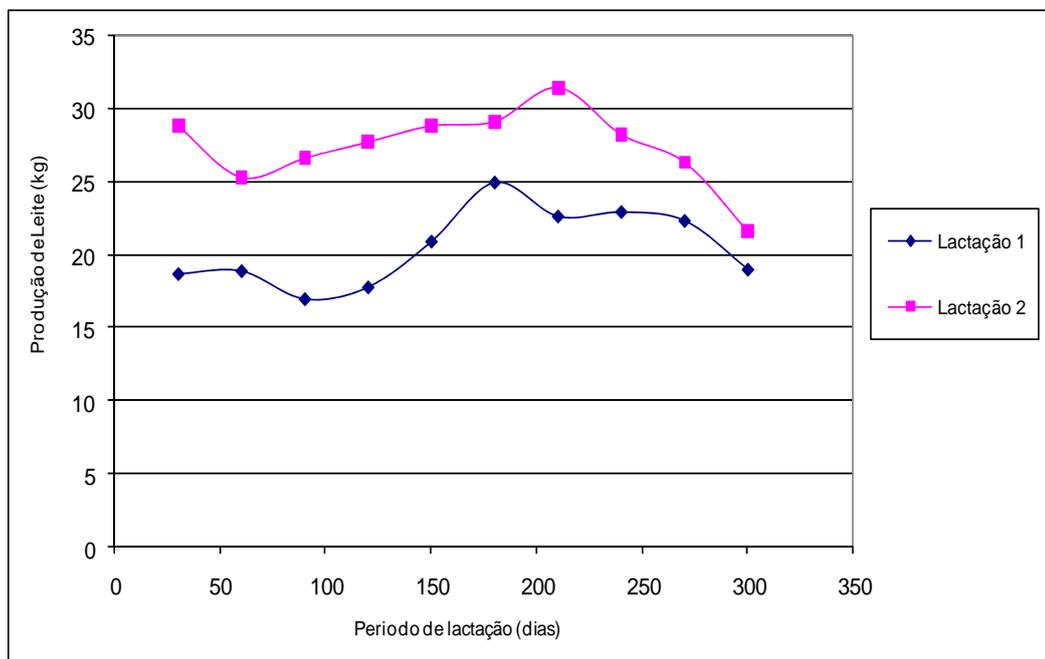


Figura 5: Lactações registradas do animal 248, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite, sendo a Lactação 1 iniciada em 06/01/2005 e a Lactação 2 iniciada em 15/01/2006

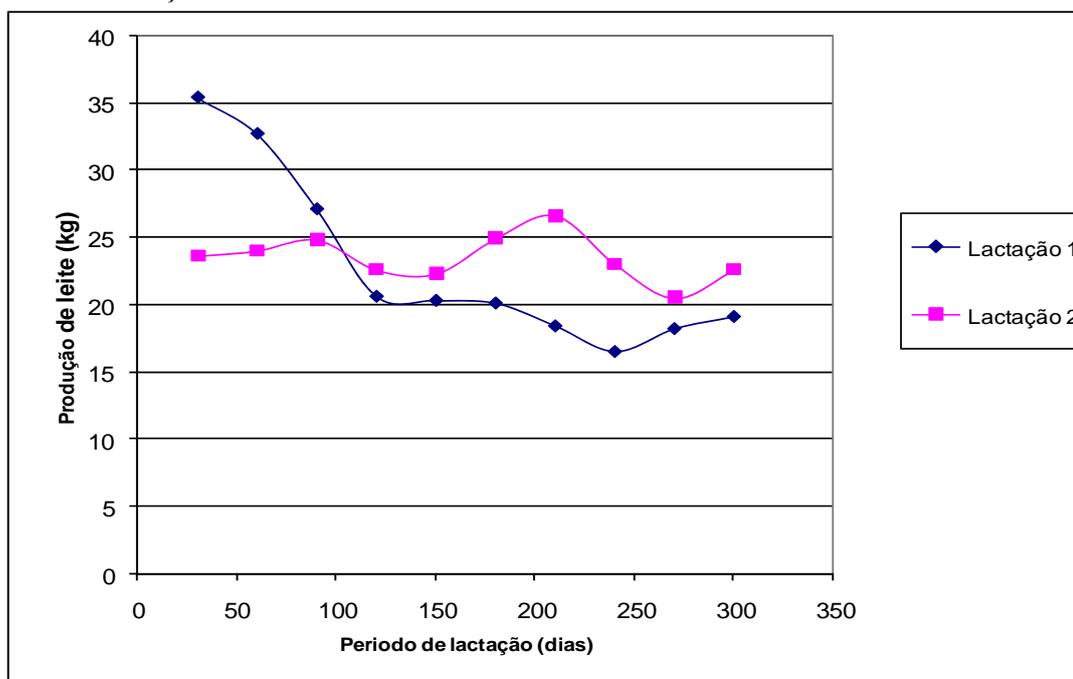


Figura 6: Lactações registradas do animal 231, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite, sendo a Lactação 1 iniciada em 13/02/2005, a Lactação 2 iniciada em 01/07/2006 e a Lactação 3 iniciada em 26/06/2007

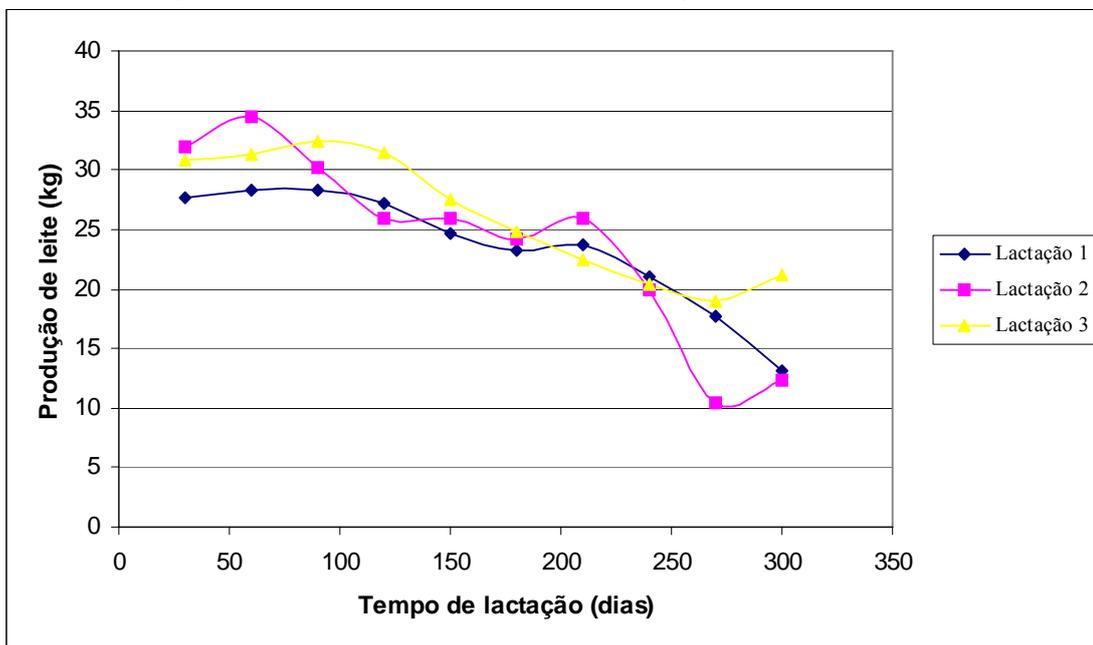
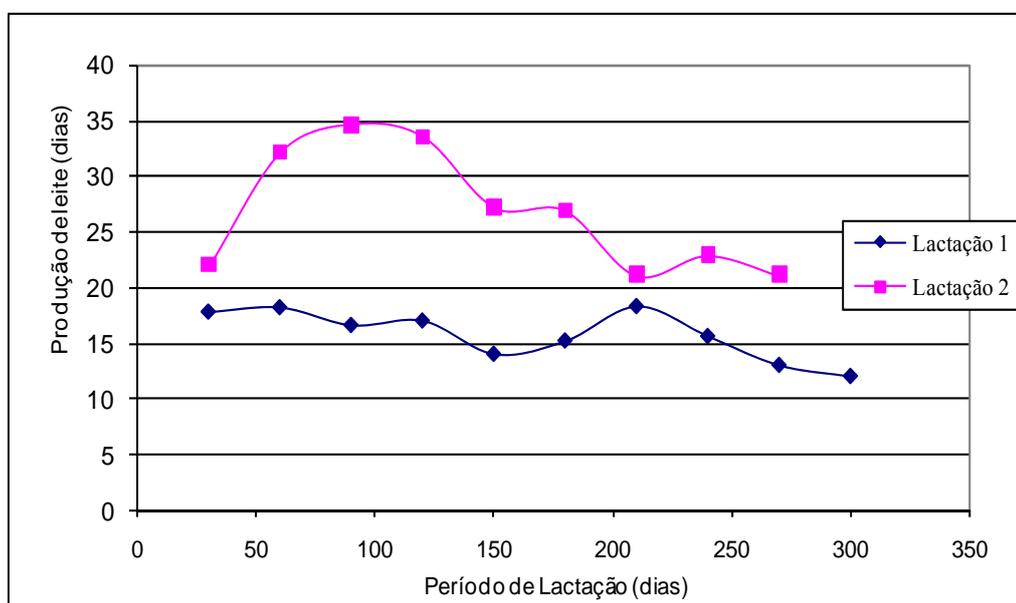


Figura 7: Lactações registradas do animal 109, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite, sendo a Lactação 1 iniciada em 09/10/2006 e a Lactação 2 iniciada em 12/08/2007



Em nosso experimento foram analisados os dados referente a lactações de 6 animais de diferentes idades. Os dados observados trazem os gráficos de produção de leite desses

animais, o desempenho entre uma lactação e outra descritas nos modelos anteriormente citados.

Após realizada a pesquisa bibliográfica e a coleta de dados, analisamos as curvas de lactações. Teoricamente os livros trazem o estudo das curvas de lactações com curvas bem dimensionadas obedecendo um certo padrão. Em nossa análise observamos que a curva não obedece a um único padrão como o padrão literário, ou seja, na prática, as curvas de lactação por nós observadas e analisadas são diferentes daquelas trazidas em livros e varia de um animal para o outro bem como entre uma lactação e outra do mesmo animal.

Os modelos obtidos foram diferentes do que indicava a literatura sobre a curva de lactação. Os gráficos mostraram que o pico de produção não aconteceu no estágio considerado normal e ocorreu uma oscilação muito grande na produção de leite entre animais e entre lactações de um mesmo animal, o que torna diferente o estudo das curvas de lactações por nós obtidas.

A lactação 2 da Fig. 7 e da Fig. 2 são as que mais se assemelham com o padrão literário, conseqüentemente a mesma figura mostra muita diferença entre uma lactação e outra do mesmo animal. Fazendo uma análise entre as duas lactações percebemos que a 2ª teve melhor desempenho se mostrando próximo ao padrão, embora ambas as lactações ocorrerem em meses próximos de seus respectivos anos.

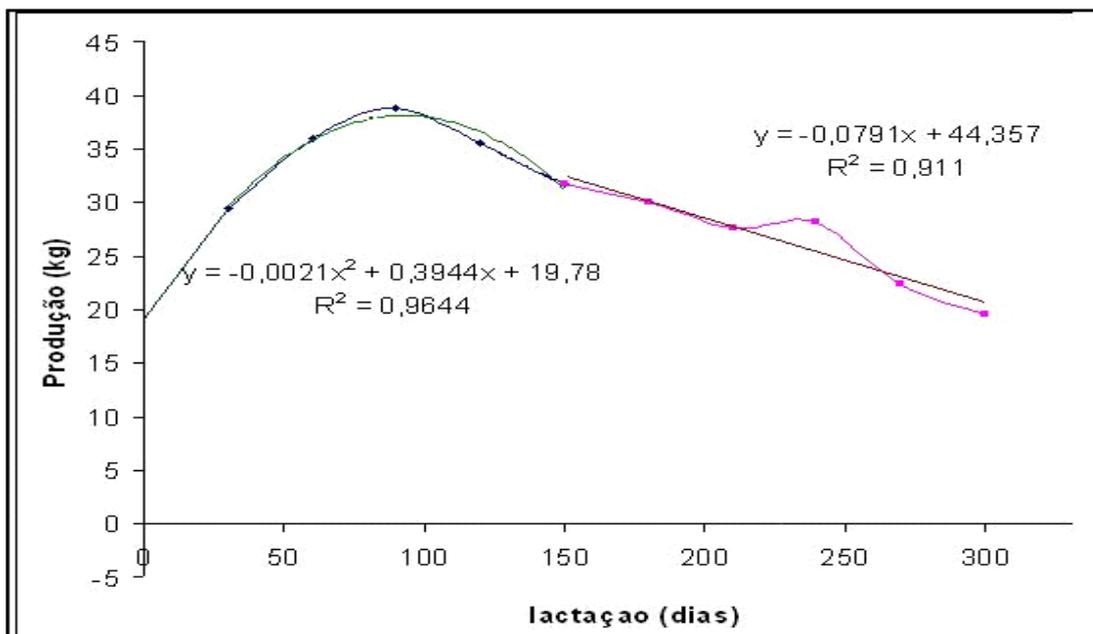
Percebemos que na maioria dos animais analisados a segunda lactação teve um desempenho melhor. Não podemos afirmar qual o motivo exato dessa diferença de produção, mas pode estar ligada diretamente ao manejo e alimentação.

Para atender a um dos objetivos do trabalho que refere-se a obtenção de modelo matemático capaz de descrever a lactação do animal, partiu-se para a regressão e obtenção das curvas. Esse modelo para melhor ajuste está dividido em duas partes, pois vimos que parte da curva assemelha-se a uma parábola e outra parte a uma reta, oriundas de função de segundo e primeiro grau respectivamente.

Foram estudadas as curvas de produção por lactação ajustadas por função polinomial obtidas por software que ajudaram a obter as regressões em busca de modelos matemáticos que auxiliassem na estimativa de produção de leite na lactação a partir de resultados parciais. Alguns parâmetros são importantes nesta observação: produção inicial, produção no pico, tempo de pico, persistência e produção total de leite estimada na lactação.

Neste trabalho utilizamos ajuste polinomial com auxílio do software Excel e método estatístico. O método utilizado foi o conhecido “ método dos mínimos quadrados”. O modelo foi dividido em duas partes e obtido através de dois ajustes. A seguir apresentamos o modelo matemático obtido.

Figura 8: Modelo da Lactação 2 do animal 240, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite.



Para conseguirmos o melhor ajuste deve-se dividi-la em duas partes, obtendo um modelo quadrático para lactação até 150 dias e um modelo linear a partir dos 150 dias até os 300 dias que finalizam a lactação

A obtenção do modelo matemático foi feita através de um método estatístico denominado Parábola dos mínimos quadrados.

A parábola dos mínimos quadrados que se ajusta ao conjunto de pontos  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_N, Y_N)$ , tem a equação:

$Y = c + bX + aX^2$ , cujas constantes  $a$ ,  $b$  e  $c$  são determinadas mediante a resolução das equações:

$$y = a.x^2 + b.x + c, \text{ onde: } \begin{cases} a.\sum x^4 + b.\sum x^3 + c.\sum x^2 = \sum x^2.y \\ a.\sum x^3 + b.\sum x^2 + c.\sum x = \sum x.y \\ a.\sum x^2 + b.\sum x + c.n = \sum y \end{cases}$$

denominadas equações normais da parábola de mínimos quadrados.

	x	y	x <sup>2</sup>	x <sup>3</sup>	x <sup>4</sup>	x.y	x <sup>2</sup> .y
	30	29,5	900	27000	810000	885	26550
	60	36	3600	216000	12960000	2160	129600
	90	38,8	8100	729000	65610000	3492	314280
	120	35,5	14400	1728000	207360000	4260	511200
	150	31,7	22500	3375000	506250000	4755	713250
somatório	450	171,5	49500	6075000	792990000	15552	1694880

Encontrados os valores dos coeficientes e substituídos no termo geral, obtivemos o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 5c + 450b + 49500a = 171,5 \\ 450c + 49500b + 6075000a = 15552 \\ 49500c + 6075000b + 792990000a = 1694880 \end{cases}$$

Para a resolução do sistema linear, que busca os valores de a, b e c, utilizou-se da regra de Cramer, abaixo descrita:

Determinante Geral

$$\begin{vmatrix} 5 & 450 & 49500 \\ 450 & 49500 & 6075000 \\ 49500 & 6075000 & 792990000 \end{vmatrix}$$

$$D = 5,103E+11$$

D<sub>c</sub> =

$$\begin{vmatrix} 171,5 & 450 & 49500 \\ 15552 & 49500 & 6075000 \\ 1694880 & 6075000 & 792990000 \end{vmatrix}$$

$$D_c = 1,00937E+13$$

$$c = D_c/D$$

$$c = 19,78$$

D<sub>b</sub> =

$$\begin{vmatrix} 5 & 171,5 & 49500 \\ 450 & 15552 & 6075000 \\ 49500 & 1694880 & 792990000 \end{vmatrix}$$

$$D_b = 2,01277E+11$$

$$b = D_b/D$$

$$b = 0,394429$$

Da =

5	450	171,5
450	49500	15552
49500	6075000	1694880

$$Da = -1081350000$$

$$a = Da/D$$

$$a = -0,00212$$

Obtidos os valores de a, b e c e substituídos no termo geral da parábola, chegou-se ao modelo  $y = -0,0021x^2 + 0,3944x + 19,78$ , onde  $x < 150$  com  $R^2 = 0,9644$  (coeficiente de determinação). Este função permite a obtenção dos valores da lactação deste animal no intervalo anterior a 150 dias.

Isso significa que y representa a quantidade de leite (em quilos de leite) produzida pelo animal em função do tempo, no intervalo de tempo de 150 primeiros dias de lactação. A função y explica com 96,44% os valores a respeito da produção de leite, o que é considerado satisfatório.

Para obtermos o índice de determinação, que indica o quanto a curva de regressão explica o ajuste da parábola, calculou-se:

$$r^2 = \frac{\text{variação explicada}}{\text{variação total}}$$

, onde:

$$\text{variação explicada} = \sum (Y_{est} - \bar{Y})^2 \text{ e variação total} = \sum (Y - \bar{Y})^2.$$

variação total			variação explicada			
y	ymédio	(y-ym) <sup>2</sup>	x	y est	ymédio	(yest-ym) <sup>2</sup>
29,5	34,3	23,04	30	29,70489	34,3	21,115054
36	34,3	2,89	60	35,81378	34,3	2,2915178
38,8	34,3	20,25	90	38,10666	34,3	14,490691
35,5	34,3	1,44	120	36,58355	34,3	5,2146097
31,7	34,3	6,76	150	31,24444	34,3	9,3364469
$\sum$ 171,5	171,5	54,38				52,44832

$$r^2 = \frac{52,44832}{54,38}$$

$$R^2 = 0,964$$

Através do modelo acima conseguimos saber, em média, com quantos dias o animal atingiu seu pico de lactação e qual foi o máximo de quilos de leite que ele atingiu e quando o mesmo atingiu o pico. Esse modelo só é representativo até os 150 dias da lactação que

caracteriza uma função do segundo grau. Após os 150 dias usamos uma modelagem que representa uma função de primeiro grau e que será descrita posteriormente.

O pico de produção na linguagem técnica representa o ponto máximo de produção de leite do animal. Como matematicamente já encontramos o modelo que determina a produção de leite em função ao período de lactação, através dela chegaremos ao número que representa o pico de lactação descrito por Y vértice e o período que aconteceu, em X vértice.

$$X_v = \frac{-b}{2a} \quad X_v = \frac{-0,3944}{2 * -0,0021} = 93,4$$

De acordo com o modelo percebemos que o pico de produção ocorreu entre 63 e 93,4 dias de lactação. Ou seja o pico não aconteceu exatamente nos 93,4 dias depois do início da lactação mas sim entre esse período de tempo, ficando dentro da margem estabelecida pela literatura conforme pode ser visto na figura 1, mas não situa-se dentro do período estipulado por Coldebella(2003) estipulado entre a 6ª e a 8ª semana de lactação.

$$Y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$$

$$Y_v = \frac{-\Delta}{4a} \quad Y_v = \frac{-(0,3944^2 - 4 * (-0,0021) * 19,78)}{4 * (-0,0021)} = 38,3$$

Seguindo a modelagem matemática, o cálculo acima aponta que o máximo de quilos de leite que o animal atingiu na lactação, ou seja o pico se deu quando o animal atingiu em média 38,3 kg de leite.

Após o pico de lactação o animal decresce sua produção gradativamente, conseqüentemente a curva apresenta comportamento decrescente e constante, o que caracteriza um ajuste linear. Para a obtenção do modelo neste intervalo compreendido entre 150 e 300 dias utilizamos o método estatístico denominado reta dos mínimos quadrados. Não consideramos aqui o intervalo posterior ao pico e sim o intervalo de 150 a 300 dias de lactação.

A reta dos mínimos quadrados que se ajusta ao conjunto de pontos  $(X_1, Y_2)$ ,  $(X_2, Y_2)$ , ...,  $(X_N, Y_N)$ , tem a equação  $Y = b + aX$ , cujas constantes a e b são determinadas mediante a resolução das equações:

$$y = a.x + b, \text{ onde: } \begin{cases} a.\sum x^2 + b.\sum x = \sum x.y \\ a.\sum x + b.n = \sum y \end{cases}$$

denominada equações normais da reta de mínimos quadrados.

	x	X <sup>2</sup>	y	x*y
	150	22500	31,7	4755
	180	32400	30	5400
	210	44100	27,6	5796
	240	57600	28,1	6744
	270	72900	22,3	6021
	300	90000	19,6	5880
somatorio	1350	319500	159,3	34596

Encontrados os valores dos coeficientes e substituídos no termo geral, obtivemos o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 6b + 1350a = 159,3 \\ 1350b + 319500a = 34596 \end{cases}$$

Para a resolução do sistema linear, que busca os valores de a e b, utilizou-se da regra de Cramer, abaixo descrita:

Determinante Geral

$$\begin{vmatrix} 6 & 1350 \\ 1350 & 319500 \end{vmatrix}$$

$$D = 94500$$

Db

$$\begin{vmatrix} 159,3 & 1350 \\ 34596 & 319500 \end{vmatrix}$$

$$Db = 4191750 \quad b = Db/D \quad b = 44,35714$$

Da

$$\begin{vmatrix} 6 & 159,3 \\ 1350 & 34596 \end{vmatrix}$$

$$Da = 4191750 \quad a = Da/D \quad a = -0,07914$$

Obtidos os valores de a, b e c, os substituímos no termo geral, obtendo o modelo  $y = -0,0791x + 44,357$ , com  $150 \leq x \leq 300$ , onde o y representa a quantidade de leite produzida a

produção do animal em função do período (dias) de lactação. Conforme observado após os 150 dias de produção até os 300, a lactação se torna decrescente até o momento de secagem desse animal. Podemos visualizar na função esse decréscimo através do coeficiente angular negativo. Segundo COLDEBELLA(2003), esse decréscimo a partir do pico deveria ser no máximo de 10%.

O ajuste obtido nessa segunda parte da lactação pode ser explicado pelo coeficiente de determinação  $R^2 = 0,911$ , considerado satisfatório. Indica que 91,1% da variação da lactação pode ser explicada pela variação do período de lactação.

Para obtermos o índice de determinação, calculou-se:

$$r^2 = \frac{\text{variação explicada}}{\text{variação total}}$$

variação total			variação explicada			
y	ymédio	(y-ym) <sup>2</sup>	x	y est	ymédio	(yest-ym) <sup>2</sup>
31,7	26,55	26,5225	150	32,48614	26,55	35,237758
30	26,55	11,9025	180	30,11194	26,55	12,687417
27,6	26,55	1,1025	210	27,73774	26,55	1,4107263
28,1	26,55	2,4025	240	25,36354	26,55	1,4076873
22,3	26,55	18,0625	270	22,98934	26,55	12,6783
19,6	26,55	48,3025	300	20,61514	26,55	35,222563
$\Sigma$ 159,3	159,3	108,295				98,644451

$$r^2 = \frac{98,644451}{108,295} \quad \mathbf{R^2 = 0,911}$$

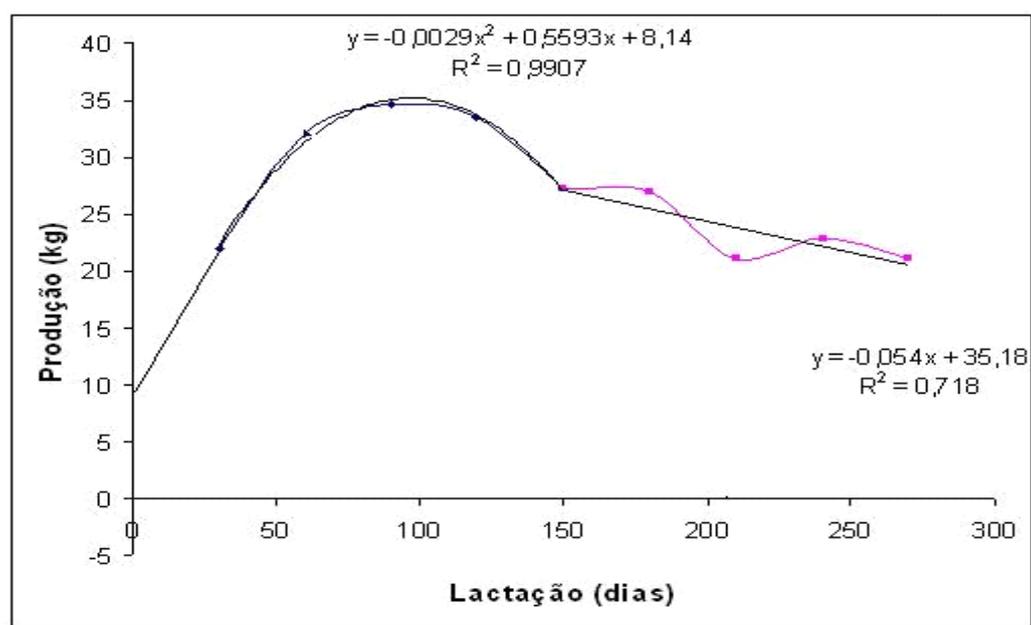
O modelo matemático obtido então, descreve a lactação do animal em função do período de lactação, foi definido por uma função compreendida por duas sentenças, tendo como resultado final:

$$y = \begin{cases} -0,0021x^2 + 0,3944x + 19,78, & \text{onde } 0 < x < 150 \\ -0,0791x + 44,357, & \text{com } 150 \leq x \leq 300 \end{cases}$$

A partir do modelo acima observamos que este se divide em duas partes, uma função de segundo grau que é representativa do início da lactação até os 150 dias e outra descrita por uma função de primeiro grau compreendendo o intervalo de 150 até os 300 dias, período que se encerra a lactação do animal. E através dele podemos determinar a produção em qualquer um dos dias da lactação do animal, além de determinar o pico de lactação.

Baseado no modelo é possível confirmar que a lactação apresentava inicialmente comportamento crescente ( $b = 0,3944$ , valor positivo) com uma produção inicial de leite de 19,78 kg.

Figura 9: Modelo da Lactação 2 do animal 109, da raça Holandesa Pura, do setor de Zootecnia 3 da EAFRS, em quilos de leite.



O modelo matemático obtido então, foi definido por uma função compreendida por duas sentenças, tendo como resultado final:

$$y = \begin{cases} -0,00289x^2 + 0,559333x + 8,14, \text{ onde } 0 < x < 150, \text{ com } \mathbf{R^2 = 0,990} \\ -0,054x + 35,18, \text{ com } 150 \leq x \leq 270, \text{ com } \mathbf{R^2 = 0,7180} \end{cases}$$

O pico de lactação deu-se aos 96,7 dias, isso corresponde ao intervalo entre 66 e 96 dias da lactação, também ocorrendo fora do período indicado pela literatura segundo Coldebella (2003). Esse pico aponta que o máximo de quilos de leite que o animal atingiu na lactação, ou seja o pico se deu quando o animal atingiu em média 35,2 kg de leite.

Percebeu-se que o modelo obtido no ajuste da lactação do animal 240, teve índices de correlação (entre valor de lactação e período) mais satisfatório que os do animal 109 conforme visualização e valores obtidos.

Outra aspecto a destacar foi que a primeira parte do ajuste obteve índices mais satisfatórios que a segunda parte da lactação. Podemos aprofundar o estudo em busca de uma modelagem mais precisa, por exemplo, um ajuste exponencial. Mas isso é um outra etapa do trabalho.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa teve por objetivo analisar a curva de lactação das vacas da EAFRS de em busca de regularidades de um padrão. Buscávamos encontrar um modelo matemático que expressasse a produção de leite ao longo de uma lactação, modelo este utilizado para a identificação do ponto de maior produtividade (pico de lactação) e o levantamento do decréscimo na produção de leite do pico até o momento de secagem do animal.

Tomamos por base estudos na literatura que mostrou como deveria se comportar as curvas de lactações dos animais. De acordo com o estudado, vimos que a curva no momento inicial deve ser crescente indicando que a produção irá aumentar gradativamente nos primeiros 2 meses aproximadamente chegando ao pico máximo de produção. A partir disso o pico, que persiste por alguns dias, a produção começa a diminuir gradativamente até o momento de secagem do animal que acontece por volta de 10 meses após o início da lactação.

Analisando os dados por nós obtidos de duas lactações de cada animal, cada uma das vacas apresentou curvas de lactação de comportamento diferente, não obedecendo o mesmo padrão. Um mesmo animal apresentou curvas diferentes também em suas duas lactações.

Como cada animal do experimento mostrou uma situação diferente fazendo com que o estudo da curva de lactação fosse mais complexo. Obtivemos curvas diferentes daquelas que a literatura nos mostra, o que nos permite afirmar que o manejo afeta diretamente na curva de lactação e conseqüentemente com a produção.

Apenas duas lactações das analisadas foram ajustadas e obtidos modelos polinomiais. Com essa modelagem matemática foi possível identificar, com uma margem satisfatória de exatidão, o valor de produção atingido no pico de lactação, bem como a produção em qualquer um dos períodos compreendidos no domínio.

O modelo matemático obtido é constituído por duas sentenças, uma que descreve a produção do início da lactação até os 150 dias da mesma, a outra parte dos 150 dias até o momento em que se encerra a lactação por volta dos 300 dias. Verificou-se que o pico de lactação não se deu conforme o período em que a literatura mostrava. Mesmo sabendo que o modelo poderia ser constituído da primeira parte até o pico de lactação, resolvemos dividi-lo até os 150 primeiros por assemelhar-se melhor com a função polinomial de segundo grau e o restante do período com uma função polinomial de primeiro grau.

Após um período de muitos meses de estudos, análises e escritos deixamos registrado que foram muitos os ensaios para desistir do trabalho, visto que a parte de modelagem exige muito esforço, estudo e domínio de conteúdos não comuns a nos. Foram vários momentos de

estudo com a professora, várias tentativas de obtenção dos modelos. Portanto eles não foram frutos de uma primeira tentativa, houve fracasso em método e leituras em cima de leituras. Houveram resistências a coisas novas em momento inicial, ficando tudo esquecido no momento em fizemos a primeira apresentação na nossa feira interna, a FETEC. Neste momento já apresentamos o nosso trabalho na FETEC, na Feira Regional de Matemática, na Feira Catarinense de Matemática e agora nos resta a apresentação no III MICTI – Mostra de Iniciação Científica e Tecnológica Interdisciplinar.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradecemos aos professores que nos auxiliaram em nossa pesquisa, Fátima Peres Z. De Oliveira, Ricardo Scopel Velho, Paula Civiero. E principalmente os professores orientadores professora Morgana Scheller e Everton Eduardo L. Dias Juffo. E todos que nos apoiaram para a conclusão da nossa pesquisa.

## BIBLIOGRAFIA

ATIÊ, Flavia. **Gado leiteiro –uma proposta adequada de manejo**. Editora Nobel, 1988.

CARVALHO, Limírio de Almeida. Et al. Alimentação de vacas em lactação. In: **Sistema de Produção de leite**. EMBRAPA Gado Leiteiro. Disponível em

<http://sistemaproducao.cnptia.embrapa.br/FontesHTML/Leite/LeiteZonadaMataAtlantica/alimentacao3.html> acessado em 16/10/2007

\_\_\_\_\_. Sistema de produção de leite. [on-line] Disponível na internet via www. URL: <http://sistemasdeproducao.cnptia.embrapa.br/FontesHTML/Leite/LeiteZonadaMataAtlantica/alimentacao3.html>.

**Criar e recriar**: manejo de vacas secas. [on-line] Disponível na Internet via WWW. URL: <http://www.criareplantar.com.br/pecuaria/bovinodeleite/zootecnia.php?tipoConteudo=texto&idConteudo=38>. Acessado 13/03/2008

COLDEBELLA, Arlei, **Contagem de células somáticas e produção de leite em vacas holandesas confinadas**, Piracicaba, 2003

COSTA, Marcos Lana. **Alimentação de vacas em lactação**. [on-line] Disponível na internet via www. URL: <http://www.rehagro.com.br/siterehagro/publicacao.do?cdnoticia=468>. 14 out. 2004.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: ensino médio. 1.ed. São Paulo: Ática. 2004.

EMBRAPA. **O sistema de produção de leite implantado no CNP-Gado de Leite**. Coronel Pacheco: EMBRAPA, 1978.

KIRCHOF, Breno. **Alimentação da vaca leiteira**. Guaíba: agropecuária, 1997.

LEDIC, Ivan Luz. **Manual de bovinotecnia leiteira: Alimentos Produção e fornecimento**.

MEYER, Paula Marques. **Fatores não nutricionais que afetam as concentrações de nitrogênio uréico no leite**. Piracicaba, 2003.

MOLENTO, Carla forte Maiolino. Et all. Curva de lactação de vacas holandesas do Estado do Paraná, Brasil. **Ciência Rural**, Santa Maria, v.34, n.5, p. 1585-1591, set-out, 2004.

TRIOLA, Mário F. **Introdução à Estatística**. São Paulo: LTC, 2005.

VOLACO, Murilo da Silva. **Fatores de meio ambiente sobre o intervalo entre partos em rebanhos leiteiros no Paraná**. Dissertação (Mestrado em Ciências Veterinárias) - Curso de Pós-Graduação em Ciências Veterinárias. Curitiba: UFPR, 2005.

## ANEXOS

Anexo 1 – Cálculos referente ao ajuste para obtenção dos modelos matemático referente a lactação 2 do animal 109.

Ajuste parabólico

	x	y	x <sup>2</sup>	x <sup>3</sup>	x <sup>4</sup>	x.y	x <sup>2</sup> .y
	30	22	900	27000	810000	660	19800
	60	32,1	3600	216000	12960000	1926	115560
	90	34,6	8100	729000	65610000	3114	280260
	120	33,5	14400	1728000	207360000	4020	482400
	150	27,2	22500	3375000	506250000	4080	612000
somatório	450	149,4	49500	6075000	792990000	13800	1510020

$$\begin{cases} 5c + 450b + 49500a = 149,5 \\ 450c + 49500b + 6075000a = 13800 \\ 49500c + 6075000b + 792990000a = 1510020 \end{cases}$$

determinante geral =D

$$\begin{vmatrix} 5 & 450 & 49500 \\ 450 & 49500 & 6075000 \\ 49500 & 6075000 & 792990000 \end{vmatrix}$$

$$D = 5,103E+11$$

Dc=

$$\begin{vmatrix} 149,4 & 450 & 49500 \\ 13800 & 49500 & 6075000 \\ 1510020 & 6075000 & 792990000 \end{vmatrix}$$

$$Dc = 4,15384E+12 \quad c = Dc/D \quad c = 8,14$$

Db=

$$\begin{vmatrix} 5 & 149,4 & 49500 \\ 450 & 13800 & 6075000 \\ 49500 & 1510020 & 792990000 \end{vmatrix}$$

$$Db = 2,85428E+11 \quad b = Db/D \quad b = 0,559333$$

Da=

$$\begin{vmatrix} 5 & 450 & 149,4 \\ 450 & 49500 & 13800 \\ 49500 & 6075000 & 1510020 \end{vmatrix}$$

$$Da = -1474200000 \quad a = Da/D \quad a = -0,00289$$

$$y = -0,00289x^2 + 0,559333x + 8,14$$

Ajuste linear

	x	y	x <sup>2</sup>	x*y
	150	27,2	22500	4080
	180	26,9	32400	4842
	210	21,1	44100	4431
	240	22,9	57600	5496
	270	21,1	72900	5697
somatório	1050	119,2	229500	24546

Sistema da equação

$$\begin{cases} 5b + 1050a = 119,2 \\ 1050b + 229500a = 24546 \end{cases}$$

Determinante geral-D

$$\begin{vmatrix} 5 & 1050 \\ 1050 & 229500 \end{vmatrix}$$

$$D = 90000$$

Db

$$\begin{vmatrix} 119,2 & 1050 \\ 24546 & 229500 \end{vmatrix}$$

$$Db = 3166200 \quad b = Db/D \quad b = 35,18$$

Da

$$\begin{vmatrix} 5 & 119,2 \\ 1050 & 24546 \end{vmatrix}$$

$$Da = -4860 \quad a = Da/D \quad a = -0,054$$

$$y = -0,00289x^2 + 0,559333x + 8,14$$

$$Y=35,18 + (-0,054)x$$

Margem de Acerto  
modelo parabólico

variação total			variação explicada			
y	Y médio	(y-ym) <sup>2</sup>	x	y est	Y médio	(yest-ym) <sup>2</sup>
22	29,88	62,0944	30	22,31899	29,88	57,168872
32,1	29,88	4,9284	60	31,29598	29,88	2,0049994
34,6	29,88	22,2784	90	35,07097	29,88	26,94617
33,5	29,88	13,1044	120	33,64396	29,88	14,167395
27,2	29,88	7,1824	150	27,01495	29,88	8,2085115
$\Sigma$ 149,4	149,4	109,59				108,49595

$$r^2 = \frac{108,49595}{109,59} \quad r^2 = 0,990$$

modelo linear

variação total			variação explicada			
y	Y médio	(y-ym) <sup>2</sup>	x	y est	Y médio	(yest-ym) <sup>2</sup>
27,2	23,840	11,2896	150	27,08	23,84	10,4976
26,9	23,84	9,3636	180	25,46	23,84	2,6244
21,1	23,84	7,5076	210	23,84	23,84	0
22,9	23,84	0,8836	240	22,22	23,84	2,6244
21,1	23,84	7,5076	270	20,6	23,84	10,4976
$\Sigma$ 119,2	119,2	36,552				26,244

$$r^2 = \frac{26,244}{36,552} \quad r^2 = 0,7180$$

$$X_v = \frac{-b}{2a} \quad X_v = \frac{-0,5593}{2 * -0,00289} = 96,7$$

Anexo 2 – Animais do setor do Zootecnia da EAFRS



Anexo 3 – Trabalho de coleta e análise de dados e obtenção dos modelos



**ANEXO B – Relatório do trabalho desenvolvido pelo grupo 2**

**SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL**  
**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA  
ESCOLA AGROTÉCNICA FEDERAL DE RIO DO SUL

**MODELAGEM MATEMÁTICA NA ANÁLISE DE SISTEMAS DE  
CRIAÇÃO DE FRANGO DE CORTE**

**Edson Granemann dos Passos**  
**Sergio Luiz Back**

Rio do Sul- SC  
Novembro de 2008

**Edson Granemann dos Passos**  
**Sergio Luiz Back**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NA ANÁLISE DE SISTEMAS DE  
CRIAÇÃO DE FRANGO DE CORTE**

Relatório apresentado à Comissão de Avaliação da XXIV Feira Catarinense de Matemática, como requisito para avaliação da mesma, sob orientação das Professoras Morgana Scheller e Karla Paola Picoli.

Rio do Sul-SC  
Novembro de 2008

## RESUMO

Este trabalho teve como objetivo determinar o período ideal para realizar o abate de frangos de corte, bem como analisar os índices zootécnicos resultantes da produção destes animais, comparando os resultados obtidos na criação das aves em galpões modelo semi-automático e automático através do Índice de Eficiência e Produtividade. Para tanto, acompanhou-se e registrou-se dados referentes ao desempenho de peso médio de dois lotes frangos de corte alojados no setor de Zootecnia I, da Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul, nos dias 03/09/2007 e 23/10/2007, em galpões modelos semi-automático e automático, respectivamente. Utilizando-se de Modelagem Matemática estudou-se a evolução do peso médio dos lotes. Os dados coletados sofreram ajuste de curva a fim de se determinar um modelo que relacionasse o peso dos frangos de acordo com a idade. Foram obtidos três tipos de modelos: modelo polinomial capaz de fornecer dados mediante ajuste local, obtido através de método estatístico denominado método dos mínimos quadrados; modelo logístico obtido por software graphmática e modelo logístico obtido mediante ajuste linear. Este último modelo é o mais indicado para descrever o crescimento de animais e através dele foi possível determinar que o lote alojado em galpão automático poderia ter sido retirado por volta dos 35 dias. Em todos os três tipos de modelos buscou-se determinar a correlação entre a idade e o peso dos frangos através do coeficiente de determinação. O lote de frangos de corte alojado no galpão automático obteve um índice de eficiência e produtividade de 260 pontos, superior ao lote alojado no galpão semi-automático, assim como os índices de conversão alimentar e viabilidade, que atingiram médias de 1,88:1 e 92,89%, mantendo a superioridade observada anteriormente. Com relação ao índice zootécnico peso médio, observou-se que o lote alojado no galpão semi-automático obteve um melhor resultado, atingindo um peso de 2,720 kg. Ao final desse trabalho verificou-se, com o uso da modelagem matemática, que o lote de frangos de corte alojado no galpão automático obteve melhor desempenho, tendo sido possível analisar o desenvolvimento de peso médio diário das aves e o desempenho dos lotes, projetando ainda futuras taxas de crescimento dos animais, com bom índice de aproximação e produzindo informações sobre a idade mais adequada para se fazer o abate.

## SUMÁRIO

<b>RESUMO.....</b>	<b>177</b>
<b>LISTA DE QUADROS E FIGURAS .....</b>	<b>179</b>
<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>180</b>
<b>1 DESENVOLVIMENTO .....</b>	<b>182</b>
1.1 Origem e evolução das aves .....	182
1.2 História e evolução da avicultura brasileira .....	183
1.3 Sistemas de produção .....	184
1.3.1 Galpão Semi-automático .....	185
1.3.2 Galpão Automático .....	185
1.3.3 Climatizado.....	185
1.4 Manejo com as aves.....	186
1.5 Avaliação do desempenho do lote.....	188
1.5.1 Peso médio.....	189
1.5.2 Viabilidade.....	189
1.5.3 Conversão Alimentar.....	189
1.5.4 Idade de Abate.....	190
1.6 Fundamentação Matemática.....	190
1.6.1 Função polinomial de 2º grau.....	190
1.6.2 Ajuste de curva .....	191
1.6.3 Ajuste linear do modelo logístico .....	191
1.6.4 Sistemas de Equações .....	192
1.6.5 Determinantes.....	193
1.6.6 Coeficiente de determinação - R <sup>2</sup> .....	193
<b>2 MATERIAL E MÉTODOS .....</b>	<b>195</b>
<b>3 APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS .....</b>	<b>197</b>
3.1 Apresentação, análise e discussão dos Dados.....	197
3.1.1 Os modelos matemáticos .....	202
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>218</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>220</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>222</b>

## LISTA DE QUADROS E FIGURAS

Tabela 1 – Índices zootécnicos obtidos na criação de lotes de frangos de corte alojados em galpões modelo semi-automático e automático, durante os períodos de 03/09/2008 a 23/10/2008 e 23/10/2008 a 10/12/2008, respectivamente na EAFRS – SC.....	124
Tabela 2 – Evolução e variação do peso médio de frangos de corte alojados em galpões modelo Semi-automático (SA) e Automático (AUT) durante os períodos de 03 de agosto a 23 de outubro e 23 de outubro a 10 de dezembro respectivamente, EAFRS – SC. ....	124
Figura 1 – Evolução média do peso vivo de frangos de corte em alojados galpões modelo semi-automático e automático, durante os períodos de 03 de agosto a 23 de outubro e 23 de outubro a 08 de dezembro respectivamente, EAFRS – SC. ....	200
Figura 2 – Ganho de peso médio diário de frangos de corte alojados em galpões modelo semi-automático e automático, durante os períodos de 03 de agosto a 23 de outubro e 23 de outubro a 08 de dezembro respectivamente, EAFRS – SC. ....	201
Figura 3 – Variação do ganho de peso semanal de frangos de corte alojados em galpões modelo semi-automático e automático, durante os períodos de 03 de agosto a 23 de outubro e 23 de outubro a 08 de dezembro respectivamente, EAFRS SC. ....	201
Figura 4 – Evolução do peso médio dos frangos alojados em galpão semi-automático em 03/09/2007 na EAFRS.....	203
Figura 5 – Ajuste linear mediante mudança de variável para obtenção do modelo logístico ....	208
Figura 6 – Curvas resultantes do ajuste polinomial e dos modelos logísticos da evolução do peso médio dos frangos alojados em galpão semi-automático.....	209
Figura 7 – Evolução do peso médio dos frangos alojados em galpão automático .....	211
Figura 8 – Variação do peso médio dos frangos alojados em galpão automático.....	212
Figure 9 – Ajuste linear para obtenção do modelo logístico – galpão automático.....	213
Figura 10 – Curvas resultantes do ajuste polinomial e do modelo logístico obtido – modelo automático .....	131
Figura 11 – Evolução do peso médio dos frangos da linhagem AgRoss .....	215
Figure 12 – Ajuste linear para obtenção do modelo logístico – Agi ross.....	216
Figura 13 - Curvas resultantes do ajuste polinomial e do modelo logístico - AgRoss.....	216

## INTRODUÇÃO

A avicultura de corte brasileira foi uma das atividades que mais se desenvolveu nas últimas décadas, caracterizando-se atualmente pelo confinamento das aves em ambiente fechado com total controle sobre o processo produtivo e uso de linhagens híbridas de frangos mais resistentes e produtivas, incorporando tecnologias modernas de criação com padrões de manejo e alimentação, tornando a carne de frango uma das principais fontes de proteína animal, de baixo custo para a população brasileira (LIMA, 1995).

De uma atividade voltada para subsistência, à avicultura brasileira modernizou-se significativamente, transformando-se numa atividade sofisticada, altamente produtiva, incorporando tecnologias estrangeiras e importando linhagens híbridas de frangos de corte, mais resistentes e produtivas. Os reflexos desses avanços, resultantes de esforços de produtores e empresas que vem concentrando seus esforços em atividades e pesquisas nas áreas de genética, nutrição, sanidade e manejo, impulsionaram o setor resultando no aumento do consumo de carne de frango.

Segundo Lana (2000) o frango de corte moderno foi selecionado geneticamente para ter uma taxa de crescimento elevada. As linhagens comerciais de frangos de corte encontradas atualmente no mercado são várias, tais como: Ross, Hubbard, Arbor Acres, Isa Vedette, Peterson, Hybro, Indian River, Pilch e Avian Farm, e cada linhagem possui determinadas características que se manifestam em função do manejo e ambiente fornecido aos indivíduos, independe do sistema de criação a que são submetidos os animais.

No entanto, independentemente da linhagem escolhida, a criação de frangos de corte deve ser realizada de acordo com técnicas de manejo e padrões de instalação adequados, de forma a obter máximo desempenho produtivo das aves e resultado econômico compatível com a atividade (ENGLERT,1998).

Para tanto necessitamos de instalações adequadas, que tem por objetivo fornecer um ambiente propício ao desenvolvimento animal, técnicas modernas de criação, material genético e controle sanitário capazes de garantir a eficiência produtiva dos lotes de frangos de corte.

Atualmente a criação confinada de frangos de corte pode ser realizada em aviários semi-automáticos ou automáticos, diferenciados pelo sistema de abastecimento de alimentos

(ração e água) e também pelo controle interno da temperatura. No entanto sabemos que, independente do modelo de aviário utilizado na criação das aves, para alcançar a eficiência produtiva devemos primar pela qualidade do produto final e buscar atingir taxas excelentes conversão alimentar e crescimento diário e baixa porcentagem de mortalidade no decorrer as criação. Surge um problema: qual dos dois modelos de aviários traz melhores resultados?

Sabendo que dispúnhamos de dois sistemas de aviários mais utilizados hoje em dia, procuramos então com este trabalho analisarmos qual dos sistemas de criação de frango de corte, semi-automático e automático, que se apresenta mais viável em termos de produtividade para a Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul. Portanto, o objetivo deste trabalho foi o de analisar, através da modelagem matemática, os índices zootécnicos resultantes da produção de frangos de corte, comparando os resultados obtidos na criação das aves em galpão semi-automático e automático através do Índice de Eficiência e Produtividade.

Utilizando modelos matemáticos na análise dos Índices Zootécnicos e do desenvolvimento de cada lote, vimos que os princípios da matemática são de grande auxílio na análise do desenvolvimento dos animais. A modelagem matemática que se ajusta ao crescimento dos frangos permite analisar todas as etapas do crescimento dos animais, podendo se informar qual o período mais adequado para se fazer a retirada dos frangos (abate) ou analisar o desempenho do lote. Os modelos obtidos também permitem que se faça uma perspectiva do crescimento dos frangos fora do período em que permaneceram nos aviários. Baseado nos modelos pode-se concluir qual o sistema de criação obteve melhor desempenho, ou seja, qual seria mais viável a ser utilizado.

Para tanto foi acompanhadas primeiramente as 976 aves alojadas no galpão semi-automático no dia 03/09/2007 e após foi acompanhado das 1196 aves alojadas no galpão automático no dia 23/10/2007 onde o processo de acompanhamento consistia na coleta de dados que eram realizados semanalmente, consistindo na pesagem de aproximadamente 10% dos animais, e no controle da mortalidade, além da pesagem da ração armazenada, os dados obtidos eram anotados em uma planilha de controle. Posteriormente fez-se um estudo em busca da obtenção de modelos que descrevessem o desempenho dos animais.

O presente trabalho esta dividido em duas partes: na primeira parte do trabalho foi feitos uma pesquisa bibliográfica sobre a criação de frangos de corte e sobre os modelos de aviários e seu procedimento, na segunda parte foram pesquisados modelos matemáticos que se ajustassem ao crescimento dos frangos dentro e fora do período que eles estavam alojados.

## 1 DESENVOLVIMENTO

### 1.1 Origem e evolução das aves

A ave pode ser definida como “um animal que possui penas”. Na escala da evolução ela é descendente direta dos répteis (as aves possuem escamas nas pernas até hoje) sendo que sua origem data cerca de 150 milhões de anos, a partir do Archaeopteryx, que teria tido seu habitat na região conhecida hoje como Índia. Então podemos dizer que o Archaeopteryx foi o primeiro precursor das aves.

A origem da galinha doméstica (*Gallus domesticus*) remonta a milhares de anos. Há evidências de que as galinhas já eram conhecidas na Suméria no II Milênio A.C. Provavelmente todas as galinhas domésticas que conhecemos hoje descendem da mesma espécie, denominada galinha vermelha do mato de Bankiva (*Gallus gallus*), aves selvagens ainda encontradas nas selvas do Sudoeste Asiático. Acredita-se que as galinhas foram as primeiras aves a serem domesticadas pelo homem há aproximadamente 4.000 anos, e foi um dos primeiros animais a serem domesticados pelo homem.

Para Gessulli (1999), a humanidade aprendeu a conviver harmoniosamente com os animais a partir da domesticação do cão há cerca de 12.000 a 14.000 anos atrás, milênios depois, vieram às cabras e ovelhas e perto de 7.000 a.C. o homem domesticou os porcos e as plantas (início da agricultura) e dentre todas as aves domésticas as galinhas, são as que apresentaram maior valor econômico para a humanidade.

A domesticação destas aves foi favorecida por uma série de fatores, tais como: o fato dos filhotes alimentarem-se sozinhos ao nascer, o que ajuda na dieta de sementes e gramíneas, a facilidade de reprodução em cativeiro, dispensando condições especiais ou fatores ambientais específicos; a existência de uma “ordem social” entre as galinhas que permite a manutenção de um grande número de aves num mesmo local (ARENALES & ROSSI, 2001).

Não sabemos exatamente a época em que o homem conseguiu trazer a galinha selvagem para seu quintal. Aparentemente a domesticação se deu aos poucos, pela aproximação da galinha, que estava acostumada a conviver nos arredores das florestas e habitações humanas. A domesticação das aves teve duas finalidades: adorno e briga; as que não serviam para estes fins eram abatidas para consumo. Sua criação foi introduzida na

Europa e espalhada, posteriormente, por todo o mundo, principalmente durante o período das grandes colonizações, através de contatos comerciais e militares entre as regiões do mundo antigo. Ainda existem, na Ásia, algumas espécies de galinhas selvagens, o que não acontece em nenhuma outra parte do mundo.

## 1.2 História e evolução da avicultura brasileira

No Brasil, comenta-se que a avicultura teve início com Pedro Álvares Cabral, ao trazer os primeiros exemplares de aves de raça pura. No entanto, há fortes indícios de que a galinha caipira foi introduzida no Brasil muitos anos antes do nosso descobrimento, através dos corsários franceses.

Segundo Arenales & Rossi (2001), com a introdução das raças de galinha asiáticas e orientais, durante o período colonial, a galinha da terra, que era formada basicamente pela Leghorn européia, foi se transformando e deu origem assim à vulgarmente conhecida como galinha crioula. Das diversas raças de galinhas que “colonizaram” o Brasil, podemos citar as aves oriundas da França e Portugal, das classes mediterrânea e asiática.

Ao longo da história do Brasil praticou-se uma avicultura familiar e tradicional, conhecida como criação de “fundo de quintal” ou criação de frango caipira.

Nas pequenas propriedades produziam-se ovos e carne para consumo próprio com venda do excedente, ou seja. Aquilo que não era consumido pela família era comercializado.

A partir de 1900/1910, profissionais liberais de São Paulo, Rio de Janeiro e Belo Horizonte, principalmente, deram o pontapé inicial para a avicultura industrial, quando desenvolveram a avicultura nos moldes estrangeiros, buscando acompanhar as inovações americanas e inglesas, já que o costume de criar, abater e vender aves prontas ao consumo surgiu nos EUA, principalmente depois da Segunda Guerra Mundial. No Brasil este hábito tornou-se comum somente a partir da década de 70.

Aquelas galinhas, que antes eram criadas pelas famílias, soltas pelos quintais, cruzando-se ao acaso, apelidadas de caipiras<sup>12</sup> por não ter um genótipo definido e produzindo carnes e ovos de excelentes qualidades estavam com seus dias contados. O Brasil entrava na

---

<sup>12</sup> Tratava-se de uma ave resultante de vários cruzamentos aleatórios sem a interferência do homem.

era da industrialização da avicultura. Impulsionado pelo modelo de modernização avícola americano pós-guerra, o Brasil aderiu aos modelos de criação cada vez mais intensivos e tecnificados.

A partir de 1960, a avicultura brasileira toma impulso e surgem pequenas empresas familiares e os primeiros abatedouros em São Paulo e Rio de Janeiro, sendo que até aí a região avícola mais importante era a região sudeste. Em 1970, acompanhando o “boom” da soja, a região Sul toma a dianteira com a implantação de um sistema de produção integrada (Sadia, Perdigão, Seara, Avipal, entre outras) e hoje corresponde com 50% da produção brasileira.

A avicultura brasileira industrial sofreu ao longo dos anos um intenso processo de transformação e modernização, ocasionado pelos avanços nas áreas de genética, sanidade, nutrição, ambiência e manejo resultando em uma produção de carne de frango e ovos altamente produtiva e competitiva, gerando uma grande estabilidade em relação à competitividade mundial de produção, e exportação deste produto. Por esses e outros motivos, tem sido uma das atividades agropecuárias mais organizadas, destacando-se das demais criações pelos resultados alcançados não só em produtividade e volume de abate, como também no desempenho econômico, onde têm significado de forma significativa para a economia do Brasil. Outro fator favorável à criação de frango no Brasil é a alta produção interna de grãos como o milho, que servem de alimento para o plantel (PICOLI, 2007).

### **1.3 Sistemas de produção**

No Brasil, os sistemas para criação de animais domésticos são muito diversificados, abrangendo uma ampla utilização de tecnologias, com sistemas completamente extensivos/extratvistas até sistemas superintensivos com máximo uso de equipamentos, como no caso do confinamento total dos animais e aves (FIGUEIREDO et alii, 2001).

No caso da avicultura voltada à produção de frangos de corte, opta-se atualmente pelo sistema de criação confinada, em aviários modelos semi-automático e automático e, em algumas situações, em ambientes climatizados.

---

### **1.3.1 Galpão Semi-automático**

Atualmente o modelo de galpão semi-automático vem sendo menos utilizado pelos avicultores. Sua grande vantagem é o menor custo de implantação, no entanto requer uma quantidade maior de mão-de-obra que pode ser considerada uma desvantagem. Nestes modelos de galpões são utilizados equipamentos semi-automáticos (bebedouros pendulares e comedouros tubulares) que tecnicamente tendem a gerar uma menor eficiência em relação ao desenvolvimento do lote, uma vez que necessita uma circulação maior de pessoas no interior do galpão uma vez que há necessidade de reposição manual da ração e limpeza dos bebedouros, bem como a regulação individual dos equipamentos, dificultando o manejo e causando um decréscimo na produtividade do lote caso o manejo seja executado de maneira incorreta ou cause um nível de estresse excessivo por perturbar demais os animais em função das entradas constantes do tratador no interior do galpão.

### **1.3.2 Galpão Automático**

O modelo de criação automático é muito utilizado atualmente, porém tem um alto custo de instalação se comparado ao modelo semi-automático. Como os modelos dos equipamentos são automatizados (bebedouros nipples e comedouros helicoidais) a uma facilidade no manejo alimentar, o tratador tende a deslocar-se menos no interior do galpão perturbando menos os frangos, possibilitando um melhor desenvolvimento do lote. Outra vantagem é que podemos alojar um número maior de aves, que pode ser de 18 aves/m<sup>2</sup>, enquanto que nos modelos semi-automáticos a média é de 14 aves/m<sup>2</sup>.

Para reduzir os custos de implantação muitos produtores optam em trabalhar com aviários mistos, ou seja, utilizar equipamentos automáticos e semi-automáticos no mesmo galpão. Exemplo: bebedouros tipo nipple e comedouros tipo tubular ou então bebedouro tipo pendular e comedouro tipo helicoidal.

### **1.3.3 Climatizado**

Os aviários climatizados são considerados de alta tecnologia e preparados especialmente para manter a temperatura no interior das instalações dentro da zona de conforto térmico das aves, durante todas as fases de sua vida, independente da temperatura externa.

Possuem um alto custo de instalação, pois, além de utilizar comedouros e bebedouros automáticos necessitam de equipamentos automatizados de climatização, com ventilação com uso de exaustores e refrigeração via pad-cooling. Pelo alto nível de controle sobre a temperatura ambiente podemos alojar em média 22 ave/m<sup>2</sup>.

#### **1.4 Manejo com as aves**

Manejo consiste em todas as práticas que são realizadas desde a instalação do lote no galpão até a apanha. Segundo Albuerquerque (2007), a palavra manejo é originada do termo latim: “manus”, e significa uma ciência multidisciplinar que estuda alternativas em busca de uma melhora nas relações entre as aves e o seu ambiente de criação assim como o seu criador.

Atualmente a adoção de práticas e manejos que respeitem as necessidades dos animais são primordiais para diminuir ou evitar o aparecimento de agentes estressores, que geram desconforto e interferem no crescimento, engorda, fertilidade e saúde dos animais. Sendo assim, técnicas de manejo adequadas à fase de vida do animal geram produtividade e qualidade do produto final.

O manejo realizado com frangos de corte depende de sua idade e necessidades térmicas, nutricionais e sanitárias, podendo ser dividido em manejo na fase inicial, crescimento e final.

O manejo inicia com o preparo das instalações para o recebimento do lote, envolvendo limpeza e desinfecção das instalações e equipamentos para que estes sejam livres de agentes patogênicos que possam levar a um decréscimo de produção ou até mesmo a morte.

Nos primeiros dias de vida o pintinho não consegue manter sua temperatura corporal nem suporta as mudanças de temperatura ambiente. Nesta fase de vida ele é considerado pecilotérmico e necessita de uma estrutura adequada para suprir suas necessidades térmicas chamada de “pinteiro”. Neste ambiente serão instalados, além dos comedouros e bebedouros, fontes de calor que terão a função de fornecer aos pintinhos uma temperatura de aproximadamente 32°C. Esta temperatura vai diminuindo semanalmente até chegar aos 18°C, na terceira semana de vida, quando o animal já é considerado homeotérmico e consegue controlar sua própria temperatura corporal, acionando mecanismos de produção e dissipação de calor, conforme a necessidade. O controle da temperatura, umidade e ventilação são

fundamentais para o bom desempenho do lote, uma vez que 80% da energia consumida pelo animal vai para manutenção da temperatura corporal e 20% é destinado ao seu crescimento (AGROCERES, 2008).

Na primeira semana de vida do pintinho é utilizado o programa de luz de adaptação que consiste em fornecer 23 horas luz e uma hora escuro para que haja uma adaptação dos animais onde no caso de queda de energia estes já estarão adaptados o que não vai gerar um grande estresse dos animais. A intensidade de luz deve estar sempre em torno de 20 lumens/m<sup>2</sup>.

À medida que a ave cresce devemos aumentar o espaço físico até ocupar toda área do galpão, substituir os equipamentos infantis pelos adultos, dependendo do modelo de galpão adotado e iniciar o manejo com as cortinas de forma a fornecer aos animais conforto térmico e um ambiente livre de gases.

A ampliação do espaço físico poderá ser realizada a partir do 3º dia de vida, sempre observando para que não haja falta de espaço ou de equipamentos que pode levar a maior competitividade por alimento e água, morte por amontoamento ou por excesso de calor podendo gerar ainda o canibalismo. Se necessária, a substituição dos equipamentos poderá iniciar no 5º dia e deverá ocorrer gradativamente.

Sempre que necessário devemos regular a altura dos comedouros e bebedouros, facilitando o consumo do alimento, evitando o desperdício de ração e a umidade excessiva da cama. A cama, que forma o leito das aves, deverá ser mantida seca e fofa, evitando a formação de gases no interior do galpão e machucados nos peitos e cochas dos frangos, o que depreciaria a carne dos animais. Esta deverá ser revolvida sempre que houver necessidade, geralmente duas a três vezes por semana.

É importante salientar que o excesso de umidade na cama pode reduzir a capacidade de dissipação de calor por condução, se estiver compacta e úmida e reduzir a capacidade de perda de calor por evapotranspiração se liberar excesso de gases.

O material que compõe da cama deve ter capacidade amortecimento, 20% de umidade, capacidade de absorção e liberação de umidade, baixa condutibilidade térmica, livre de substancias tóxicas e matérias que machuquem o frango, material com baixa produção de pó e partículas de tamanho homogêneo.

Devemos lembrar que o frango de corte necessita de 14 horas luz para comer e converter, sabendo que em certas épocas do ano não temos esta quantidade de luz natural

podemos utilizar um programa de luz de compensatório, que consiste em fornecer artificialmente a quantidade de horas luz necessárias para fechar as quatorze horas que não são fornecidas naturalmente. Podemos utilizar luz à noite para estimular o consumo de ração nas horas mais frescas do dia, principalmente no verão.

Devemos diariamente monitorar o desenvolvimento dos frangos e retirar qualquer animal que apresente algum tipo de anomalia ou que esteja morto. As aves mortas ou descartadas deverão ser compostadas.

A compostagem de carcaças é o método mais indicado atualmente por não gerar resíduos de contaminação ambiental e após a decomposição poderá ser utilizada como matéria orgânica e utilizada na adubação de lavouras. Podemos optar também pela incineração, no entanto este procedimento é pouco utilizado por ser de alto custo de implantação e manutenção.

Na última semana de vida realizamos a inspeção pré-abate, que consiste em analisar as condições do lote, observando: consumo de ração, ganho de peso, conversão alimentar e mortalidade. A partir daí podemos definir a data que será realizada o carregamento das aves para o abate. Devemos retirar a ração de oito a doze horas antes do horário previsto para a apanha dos frangos, sendo que a água será retirada somente no momento da apanha.

O manejo de apanha consiste em capturar os frangos para conduzi-los ao local de abate devemos ter certos cuidados ao realizarmos este manejo: deve ser realizado por profissionais, com rapidez, de preferência a noite, utilizando luzes azul ou roxa, facilitando a captura.

### **1.5 Avaliação do desempenho do lote**

A avaliação de desempenho de um lote pode ser realizado através do cálculo do Índice de Eficiência e Produtividade (I.E.P) e serve para que possamos verificar possíveis falhas no decorrer da criação e encontrar maneiras de melhorar o desempenho das aves. A fórmula utilizada para calcular o do Índice de Eficiência e Produtividade é a seguinte:

$$\text{IEP} = \frac{\text{PM} \times \text{VB}}{\text{CA} \times \text{IA}} \times 100$$

Para aplicar a fórmula utilizamos os índices zootécnicos Peso Médio (PM); Viabilidade (VB); Conversão Alimentar (CA) e Idade de Abate (IA). O resultado do I.E.P é dado em pontos sendo ideal que seja acima de 280 pontos. Porém somente o resultado obtido no I.E.P não pode ser utilizado para avaliação de produtividade de um lote, devemos, sempre que possível analisar índices zootécnicos individualmente auxiliados pelas observações anotadas na planilha de controle (LANA, 2000).

### 1.5.1 Peso médio

$$\text{PM} = \frac{\text{Peso total do lote}}{\text{N}^\circ \text{ de aves abatidas}}$$

**N° de aves abatidas**

O peso médio é encontrado dividindo o peso total do lote pelo número de aves abatidas. Este deve estar dentro de uma faixa padrão estipulada pela empresa.

### 1.5.2 Viabilidade

$$\text{VB} = \frac{\text{N}^\circ \text{ de aves abatidas}}{\text{N}^\circ \text{ de aves recebidas}} \cdot 100$$

**N° de aves recebidas**

A viabilidade é expressa em percentual (%) possui como objetivo demonstrar se o lote foi viável ou não. Para calcular a viabilidade utiliza-se o número de aves abatidas dividido pelo número de aves recebidas vezes cem sendo ideal uma margem de 3 a 5% de mortalidade.

### 1.5.3 Conversão Alimentar

$$\text{CA} = \frac{\text{Consumo total de ração}}{\text{Peso total do lote}}$$

**Peso total do lote**

A conversão alimentar é calculada através da divisão do consumo total de ração do lote dividido pelo peso total do lote sendo assim o resultado expresso em quantidade de ração consumida para converter em um quilograma de peso vivo. Esta deve estar dentro da média de 1.8 sendo que quanto menor o valor melhor será o resultado.

### 1.5.4 Idade de Abate

#### **IA = Idade de abate**

O tempo de criação do lote (do dia de recebimento ao dia de apanha) que segundo a média brasileira deveria estar entre 42 a 45 dias.

## 1.6 Fundamentação Matemática

Para estudo do tema alguns tópicos merecem revisão e pequena conceituação. Serão indispensáveis na interpretação e elaboração dos modelos.

### 1.6.1 Função polinomial de 2º grau

A função quadrática é também chamada de função polinomial 2º grau. Denominamos função quadrática a função real  $y$ , definida pela lei de  $y = ax^2 + bx + c$ , com  $a, b, e c \in \mathfrak{R}$  e  $a \neq 0$ . O gráfico de uma função quadrática é uma curva chamada parábola. Ela, que representa a função quadrática, pode ter a concavidade voltada para cima ou para baixo. A concavidade é voltada para cima se o coeficiente  $\mathbf{a} > 0$  e voltada para baixo se  $\mathbf{a} < 0$ . O coeficiente  $\mathbf{b}$  indica se a parábola ao cortar o eixo  $\mathbf{y}$  apresenta comportamento crescente ou decrescente. Caso o valor de  $\mathbf{b}$  for positivo a parábola intercepta o eixo  $\mathbf{y}$  crescendo e decrescendo se  $\mathbf{b}$  for negativo. O coeficiente  $\mathbf{c}$  da função indica em que ponto do eixo  $\mathbf{y}$  a parábola o intercepta. Os zeros são os pontos onde a função possui valor nulo. Costuma-se dizer que os valores em que a parábola corta o eixo  $\mathbf{x}$ . A função possuirá 2 zeros se  $\Delta > 0$ , 1 se  $\Delta = 0$  e nenhum se  $\Delta < 0$ .

A partir da lei da função quadrática, podemos determinar o seu domínio e sua imagem. O domínio é todos os valores de  $\mathbf{x}$  que podem ser usados na função ( $x \in \mathfrak{R}$ ) e imagem são todos os valores de  $\mathbf{y}$  que são assumidos pela função. Para determinarmos a imagem da função quadrática, analisamos o seu gráfico. O vértice da parábola é um ponto de máximo se  $\mathbf{a} < 0$ , ou um ponto de mínimo se  $\mathbf{a} > 0$ .

### 1.6.2 Ajuste de curva

O ajuste de curvas é um método que consiste em encontrar uma curva que se ajuste a uma série de pontos e que possivelmente cumpra uma série de parâmetros adicionais. Um método estatístico bastante utilizado é o da parábola dos mínimos quadrados.

Para Bassanezi (2006), uma regressão ou um ajuste de curva é um recurso útil quando se quer expressar a tendência de uma variável  $y$  em função de uma função de uma variável independente  $x$ . Essa curva de tendência é útil a muitas situações, contribuindo para que se faça previsões ou investigações sobre o processo.

Um método utilizado para ajuste de curva é o conhecido Método dos mínimos quadrados através do ajuste parabólico. O objetivo deste método é ajustar os pontos de uma tabela com  $n$  pontos a uma função polinomial de grau 2. A parábola dos mínimos quadrados que se ajusta ao conjunto de pontos  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_N, Y_N)$ , tem a equação:  $Y = c + bx + ax^2$ , cujas constantes  $a$ ,  $b$  e  $c$  são determinadas mediante a resolução das equações denominadas equações normais da parábola de mínimos quadrados:

$$y = a.x^2 + b.x + c, \text{ onde: } \begin{cases} a.\sum x^4 + b.\sum x^3 + c.\sum x^2 = \sum x^2.y \\ a.\sum x^3 + b.\sum x^2 + c.\sum x = \sum x.y \\ a.\sum x^2 + b.\sum x + c.n = \sum y \end{cases}$$

A qualidade deste ajuste pode ser verificada em função do coeficiente de determinação  $R^2$ .

### 1.6.3 Ajuste linear do modelo logístico

A curva logística é indicada para modelar dinâmica de populações (BASSANEZI, p. 295, 2006). A principal característica da curva é a tendência da variável independente em estabilizar ( $y^* = a$  pode ser estimado pelo método de Ford-Walford). Outra característica é a existência de um ponto de inflexão na curva quando  $y_0 < y^*/2$  e se localiza no ponto  $y = y^*/2$



### 1.6.5 Determinantes

A teoria dos determinantes surgiu durante as pesquisas realizadas com objetivo de se encontrarem processos que vissem a facilitar a resolução de um sistema de equações lineares. Estudando as matrizes quadradas associadas a um sistema de equações lineares, verificou-se ser possível associar a cada matriz quadrada um único número real, chamado determinante da matriz.

Para realizarmos o seu cálculo, inicialmente iremos introduzir certas regras que permitem o cálculo de determinantes, nos casos particulares da matriz quadrada (de elementos numéricos) de ordem 1, 2 ou 3 e, a seguir, após o domínio dessas regras, apresentaremos uma definição geral para determinantes de uma matriz quadrada de ordem  $n$ .

O cálculo do determinante de uma matriz quadrada de 3ª ordem geralmente é feita através da regra de Sarrus, que consiste no seguinte: Repetem-se duas primeiras colunas; Multiplicam-se os elementos das diagonais principais uma de cada vez, obtendo um valor único dos vários produtos; Multiplicam-se os elementos das diagonais secundárias, uma a uma e some os produtos; Subtrai-se o segundo valor do primeiro. (DANTE, 2004)

### 1.6.6 Coeficiente de determinação - $R^2$

O coeficiente de determinação ou simplesmente  $R^2$  é o quadrado do coeficiente de correlação de Pearson “ $r$ ”. Ele é uma medida da proporção da variabilidade em uma variável que é explicada pela variabilidade da outra, ou seja, deve ser interpretado como a proporção de variação total da variável dependente que é explicada pela variação da variável independente  $X$ .

$R^2$  = parcela de  $y$  que é explicada por  $x$

Uma correlação perfeita é aquela que se aproxima do 1, mas na prática é difícil acontecer, porque existem muitos fatores que determinam as relações entre variáveis na vida real. Se o  $r = 0,9$ , então o  $R^2 = 0,81$  ou 81%. Então cerca de 81% do peso dos frangos pode ser explicado para variação da idade, por exemplo. Esse valor mostra que há uma forte relação direta entre as variáveis analisadas. Valores próximos de Zero, significa que existe pouco relacionamento entre as variáveis. (TRIOLA, 2005)

O coeficiente de determinação indica o quanto a curva de regressão explica o ajuste da parábola, enquanto que o coeficiente de correlação deve ser usado como uma medida de força da relação entre as variáveis. Para determinar o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) que no nosso caso é um índice de correlação não linear, usamos a seguinte fórmula:

$$R^2 = \frac{\textit{Variação explicada}}{\textit{Variação total}}$$

Sendo que a variação explicada é encontrada por  $(\textit{Variação total} - \sum (y^{\text{est}} - y)^2)$  e a variação total é obtida por  $\sum (y - \bar{y})^2$ .

## 2 MATERIAL E MÉTODOS

O experimento foi conduzido no setor de Zootecnia I da Escola Agrotécnica Federal de Rio do Sul (EAFRS), localizada no Alto Vale do Itajaí, município de Rio do Sul, Santa Catarina. Foram estudados os índices zootécnicos resultantes da criação de dois lotes de frangos de corte, criados em sistema de confinamento e alojados em galpões semi-automático e automático, utilizando-se de modelagem matemática para analisar os resultados obtidos nos dois modelos de aviários.

O período de alojamento do primeiro lote ocorreu entre os dias 03/09/2008 a 23/10/2008, em galpão modelo semi-automático, totalizando 51 dias de avaliação e o segundo lote foi alojado entre os dias 23/10/2008 a 10/12/2008, em galpão modelo automático, totalizando 49 dias de avaliação.

Foram alojados 976 cabeças e 1 196 cabeças de pintinhos de 01 dia de vida no primeiro e segundo período experimental respectivamente, da linhagem AgRoss 308 da empresa Agrocerec Ross.

Os aviários onde foram alojadas as aves eram de duas águas, com pé direito de 2,80 metros, largura de 8 metros, comprimento de 28 metros, cobertura com telhas de barro e piso de concreto, sendo utilizado como cama aviária maravalha. Os comedouros e bebedouros instalados no galpão modelo semi-automático eram modelo tubular e pendular e no galpão automático comedouros e bebedouros modelo helicoidal e nipple, respectivamente.

Para recebimentos dos pintinhos, nos dois períodos experimentais, foi montada uma estrutura conhecida como “pinteiro”. No momento do recebimento as aves foram contadas e pesadas por amostragem, sendo posteriormente alojadas no interior das instalações, previamente aquecidas pelo uso de campânulas, tendo sido imediatamente estimulado o consumo de água e fornecida ração duas após o horário de chegada.

Os frangos foram alimentados com ração balanceada farelada elaborada na EAFRS a partir de núcleo industrial, milho e farelo de soja, conforme indicação da empresa fornecedora do núcleo. O fornecimento de ração foi á vontade seguindo o programa linear de arraaçamento recomendado pela indústria avícola: 1º ao 21º dia de vida ração inicial, 22º ao 35º dia de vida ração de crescimento e 36º ao abate ração final.

Os manejos realizados com as aves alojadas nos galpões modelos semi-automático e automático levaram em consideração suas fases de vida e consistiram basicamente em: ampliação do espaço físico, retirada da fonte de calor, manejo de cortinas, regulagem dos equipamentos (comedouros e bebedouros), revolvimento de cama, controle do desenvolvimento do lote e retirada dos animais mortos ou que apresentavam algum tipo problema, tal como deficiência locomotora.

De posse dos dados coletados a campo, partiu-se para o processo de modelagem que consistiu em determinação dos índices zootécnicos, obtenção dos modelos que determinavam a evolução do peso médio dos animais nos dois lotes. Esses modelos foram obtidos mediante o uso de software e métodos estatísticos descritos posteriormente.

Os animais foram pesados por amostragem (10% do número total de aves vivas) a cada sete dias, tendo sido realizada nove pesagens no lote de frangos de corte alojado no galpão semi-automático<sup>13</sup> e oito pesagens no lote de frangos de corte alojado no galpão automático, sendo que a última pesagem ocorreu na retirada das aves para abate. A evolução média do peso vivo foi analisada a partir da soma dos valores correspondentes a cada animal nas sucessivas pesagens dividindo-se pelo número de aves pesadas, a variação do ganho de peso semanal foi obtida a partir da diferença de peso entre pesagens consecutivas e o ganho médio diário dividindo a e o número de dias transcorridos entre elas. Para tal procedimento foi utilizada uma balança digital com capacidade até 20 kg e precisão de 5 gramas.

Os valores referentes a pesagem dos lotes de cada sistema de alojamento foram registrados em planilhas de anotações do Microsoft Excel. Depois de feita a compilação partiu-se para a análise matemática utilizando de gráficos, que está descrita posteriormente. Os ajustes de curva, em busca dos modelos matemáticos que descrevessem a evolução de peso médio dos lotes, foram obtidos utilizando-se de métodos estatísticos denominados método dos mínimos quadrados e ajuste linear para o modelo logístico. Também se utilizou de software Microsoft Excel, *Graphmática* e *Winplot* para a obtenção dos modelos mediante os ajustes.

---

<sup>13</sup> Em função da estrutura de funcionamento da escola os frangos alojados no galpão semi-automático foram abatidos aos 51 dias de vida, dois dias após o lote completar sua 7ª semana de vida, gerando uma pesagem a mais que os frangos alojados no galpão automático.

### 3 APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

#### 3.1 Apresentação, análise e discussão dos Dados

Ao utilizarmos os índices zootécnicos obtidos no decorrer da criação das aves criadas nos galpões modelos semi-automático e automático para realizar o cálculo de eficiência e produtividade constatamos que o Índice de Eficiência e Produtividade (I.E.P) foi melhor para o lote de frangos de corte alojados no galpão automático (Tabela 1).

Lana (2000) comenta que, atualmente, são esperados Índices de Eficiência e Produtividade em torno de 280 a 300 pontos como resultado da criação de um lote de frangos de corte comercial, sendo assim podemos observar que, neste experimento, ambos os lotes obtiveram I.E.P. abaixo da média nacional. Supõe-se então, que nas condições do presente experimento, o estresse imposto aos frangos em função da finalidade didática da criação dos lotes que faz com que as aves não recebam as melhores condições de conforto e técnicas adequadas de manejo, influenciaram negativamente nos índices de produtividade.

Analisando a Tabela 1, podemos observar que o peso médio final dos frangos de corte da linhagem AgRoss 308 alojados no galpão modelo semi-automático foi superior ao frangos criados no galpão modelo automático. Possivelmente esse fato se deva a idade de abate, que foi superior nos frangos alojados no galpão semi-automático, e a estação do ano em que foram criadas as aves, uma vez que os frangos de corte possuem a tendência de ingerir uma quantidade menor de ração em épocas do ano mais quentes, principalmente na fase final, o que pode ser constatado ao verificarmos o período de alojamento das aves no galpão automático.

**Tabela 1 – Índices zootécnicos obtidos na criação de lotes de frangos de corte alojados em galpões modelo semi-automático e automático, durante os períodos de 03/09/2008 a 23/10/2008 e 23/10/2008 a 10/12/2008, respectivamente na EAFRS – SC.**

Índices Zootécnicos	P M (Kg)	VB	C A	IA(dias)	IEP
Semi-automático	2,720	94,15	2,43	51	207
Automático	2,574	92,89	1,88	49	260

Segundo Lana (2000) um dos fatores que podem influenciar na produtividade dos animais é o estresse causado pelo desconforto térmico, pois a temperatura, acima ou abaixo da faixa de termoneutralidade altera a troca de calor para o ambiente, bem como a taxa de consumo de ração e o ganho de peso corporal da ave.

Outro fator relevante é o peso médio inicial dos pintinhos alojados no galpão semi-automático apresentaram ao chegar na granja (Tabela 2). Se compararmos com os pintinhos alojados no galpão automático observaremos uma diferença de 4 gramas, que provavelmente está vinculado a idade da matriz, uma vez que, quanto mais velha a poedeira maior será o tamanho do ovo, conseqüentemente maior será o peso do pintinho.

Ao analisarmos o índice conversão alimentar verificamos que o lote de frangos alojado no galpão automático mostrou um melhor resultado. Tal fato pode ser explicado pela eficiência que o sistema automático oferece, no que diz respeito ao menor desperdício de ração, facilidade e qualidade de manejo que pode resultar numa melhor produtividade do lote. Outro fator relevante é a idade de abate, pois, segundo Carvalho (2001) a relação peso médio – conversão alimentar vai piorando à medida que o frango vai ficando mais velho, justificando a conversão alimentar abaixo da expectativa no lote de frangos de corte alojados no galpão semi-automático.

O baixo índice viabilidade nos mostra que a mortalidade de 5,85% e 7,11% dos lotes alojados nos galpões semi-automático e automático, respectivamente, foi acima do esperado, possivelmente em função do alto grau de desuniformidade que os lotes apresentaram o que desencadeou um grande número de aves descartadas. Segundo Englert (1998), índices de mortalidade de até 3% em lotes de frangos de corte são considerados normais nas condições da avicultura atual.

Então, ao analisarmos os índices zootécnicos individualmente, podemos observar que somente o uso do Índice de Eficiência e Produtividade (IEP) pode mascarar a avaliação de um lote de frangos de corte, independente do modelo de galpão utilizado na criação das aves, se um dos índices estiver muito acima ou abaixo do esperado.

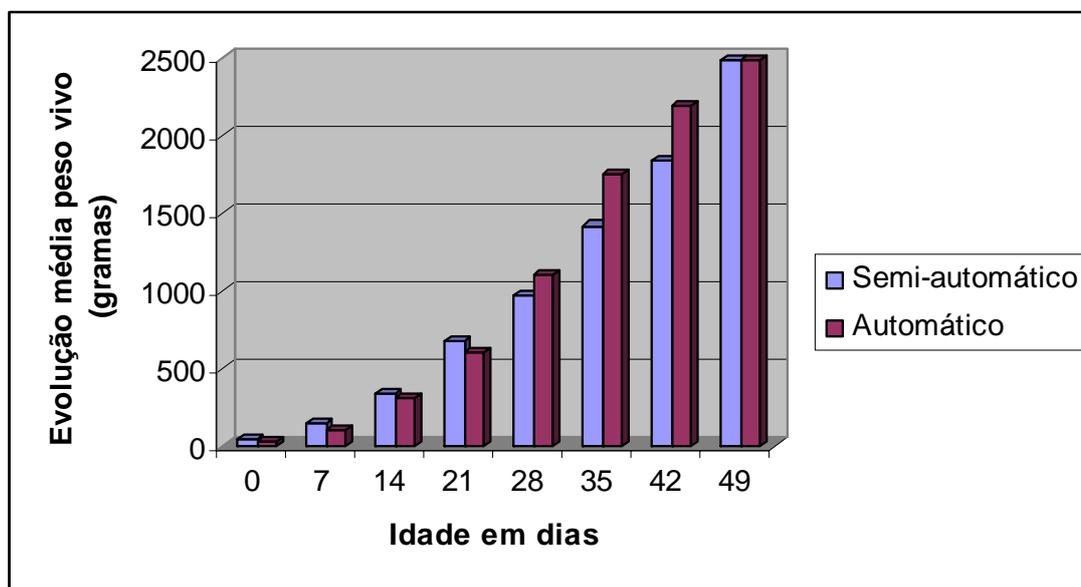
**Tabela 2 – Evolução e variação do peso médio de frangos de corte alojados em galpões modelo Semi-automático (SA) e Automático (AUT) durante os períodos de 03 de agosto a 23 de outubro e 23 de outubro a 10 de dezembro respectivamente, EAFRS – SC.**

Idade (dias)		Nº de Aves		Evolução do peso médio (gramas)		Variação do ganho de peso semanal (gramas)		Ganho de peso médio diário (gramas)	
SA	AUT	SA	AUT	SA	AUT	SA	AUT	SA	AUT
1	0	976	1196	42	38	0	0	0	0
7	7	966	1180	150	110	108	72	15,92	12
14	14	945	1161	341	307	191	197	21,35	20,69
21	21	937	1150	673	606	332	299	30,04	28,4
28	28	932	1137	973	1100	300	494	33,25	39,33
35	35	926	1126	1420	1750	447	650	39,37	50,35
42	42	921	1111	1842	2185	422	435	42,85	52,37
49	49	919	861	2485	2482	643	297	49,85	50,92
51	-	919	-	2720	-	244	-	52,68	-

Para que possamos manter a produtividade da granja devemos utilizar planilhas capazes de gerar informações zootécnicas que promovam a melhor interpretação dos resultados demonstrando, por exemplo, a evolução do peso do animal em função do tempo de vida (Tabela 2) e quantidade de alimento consumido.

Analisando a evolução do peso vivo do lote e ganho de peso médio diário, num período de 49 dias (Figura 1 e 2), foi possível observar que durante as pesagens nas três primeiras semanas de vida o lote de frangos alojados no galpão semi-automático obteve um ganho de peso médio superior aos frangos alojados no galpão automático. A partir da quarta semana houve uma inversão da situação e os frangos alojados no galpão automático tiveram um desenvolvimento melhor. Essa melhora no desempenho das aves deve-se a disponibilidade e acesso a ração, uma vez que o sistema automático permite uma reposição constante do alimento independente da presença do tratador. Os equipamentos utilizados para fornecimento de ração em galpões modelo semi-automático podem ser considerados de menor eficiência uma vez que, a disponibilidade do alimento está relacionada diretamente com a presença e o manejo realizado pelo tratador no que diz respeito a abastecimento e regulação dos comedouros.

**Figura 1 – Evolução média do peso vivo de frangos de corte em alojados galpões modelo semi-automático e automático, durante os períodos de 03 de agosto a 23 de outubro e 23 de outubro a 08 de dezembro respectivamente, EAFRS – SC.**

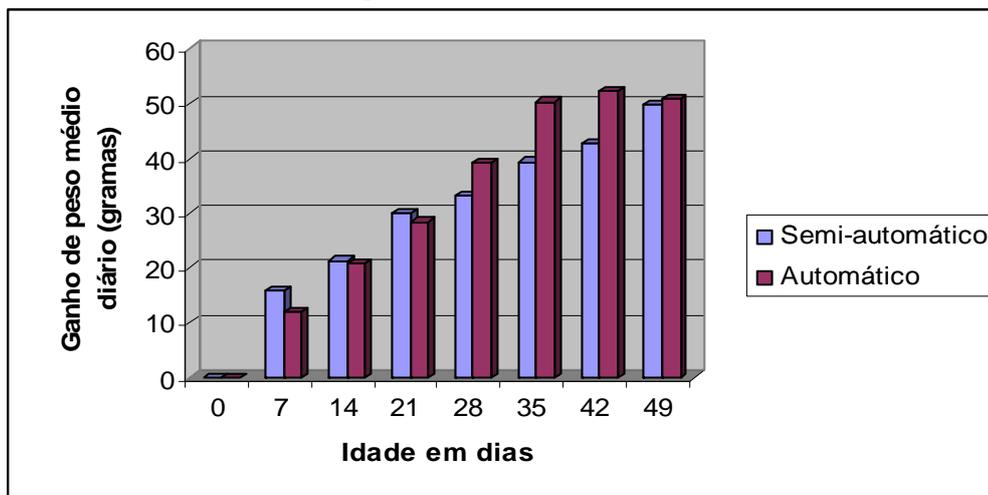


Observou-se que, o número de machos e fêmeas existentes nos lotes pode ter gerado diferença no ganho de peso médio. Embora os lotes tivessem sido adquiridos como mistos, verificou-se um número maior de machos alojados no galpão automático. Hellmeister Filho (2002) comenta que, diferenças no desempenho de frangos de corte estão relacionadas com diversos fatores, entre eles o sexo.

Segundo Hellmeister (2002) o uso das linhagens auto-sexáveis evidenciou um grande diferencial do peso vivo entre frangos de corte, machos e fêmeas, principalmente a partir dos 25 dias de vida aproximadamente, sendo que machos, criados sob as mesmas condições que as fêmeas, apresentam pesos corporais significativamente maiores.

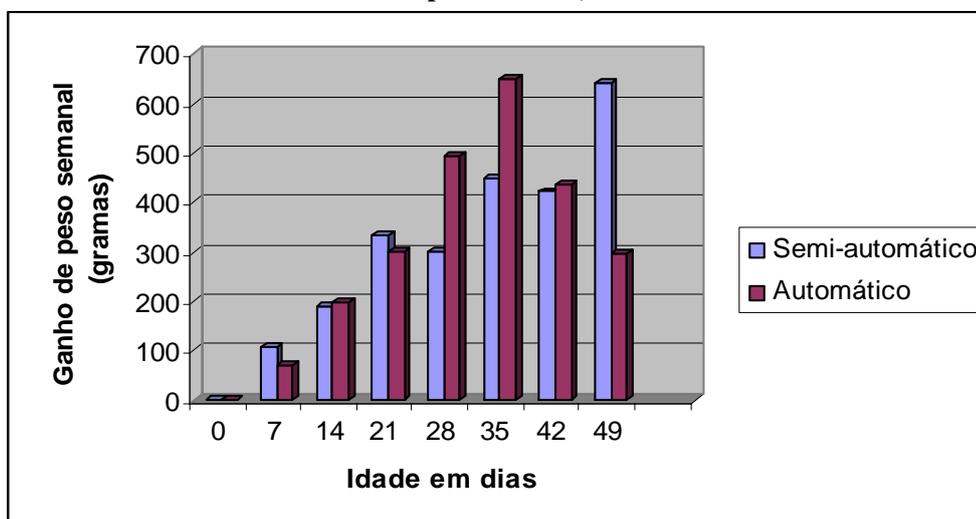
A diferença de ganho de peso entre machos e fêmeas foi observada por Picoli (2004) ao estudar os efeitos dos sistemas de pastejo sobre o desempenho produtivo de frangos de corte de ambos os sexos e Alberton et alli. (2007) ao analisar a influencia das linhagens no desempenho de frangos de corte.

**Figura 2 – Ganho de peso médio diário de frangos de corte alojados em galpões modelo semi-automático e automático, durante os períodos de 03 de agosto a 23 de outubro e 23 de outubro a 08 de dezembro respectivamente, EAFRS – SC.**



Observou-se uma variação acentuada no ganho de peso semanal (Figura 3 e Tabela 1). Tal situação pode ser explicada se considerarmos o ambiente de produção animal como fator relevante ao desempenho animal. Segundo Souza (2007) o conceito de ambiente é amplo, uma vez que inclui todas as condições que afetam o desenvolvimento dos animais. Neste caso poderíamos levar em conta o ambiente térmico (temperatura, umidade, velocidade do vento e outros), o ambiente acústico e aéreo (ruídos, gases e poeiras) e o ambiente social (hierarquia do grupo, tratador) e pode ter forte influência sobre o bem-estar e desempenho do animal, principalmente de levarmos em consideração a fase de vida que o animal se encontra.

**Figura 3 – Variação do ganho de peso semanal de frangos de corte alojados em galpões modelo semi-automático e automático, durante os períodos de 03 de agosto a 23 de outubro e 23 de outubro a 08 de dezembro respectivamente, EAFRS SC.**



Sabendo que os pintinhos ao nascer são animais pecilotermos, ou seja, ainda não produzem calor corporal próprio e possuem a temperatura corporal igual à temperatura ambiente e, decorridas duas semanas de vida, já produzem calor corporal próprio passando pra animais homeotermos podemos afirmar que a temperatura ambiente deve permanecer dentro de uma estreita faixa de temperatura para que não haja alteração das funções normais das aves.

Neste caso, se submetemos os frangos a zonas de desconforto térmico ocorrerá um decréscimo da produção e da resistência do organismo, e os extremos de temperatura podem ser fatais. É importante salientar que a capacidade de termorregulação das aves adultas com relação ao frio é maior do que com relação ao calor e que o gasto de energia para manter a homeotermia é equivalente a 80% do total de energia consumida, restando 20% para produção. Então devemos considerar que a manutenção da temperatura ambiente é de extrema importância na avicultura (PICOLI, 2007).

Outra situação agravante ocorrida a partir da 4ª semana de vida dos frangos de corte, alojados nos galpões semi-automático e automático, foi o aparecimento de doenças entéricas<sup>14</sup>, com maior incidência no lote alojado no galpão automático. Torres (1989) comenta, que uma péssima conversão alimentar e peso abaixo do esperado são resultantes de diversos fatores depressivos, dentre eles o surto de doenças previsíveis, porém controláveis, como as entéricas cujos sinais clínicos observados normalmente são anorexia, diarreia e apatia, ocasionando prejuízos na conversão alimentar e diminuição no crescimento e ganho de peso das aves.

### **3.1.1 Os modelos matemáticos**

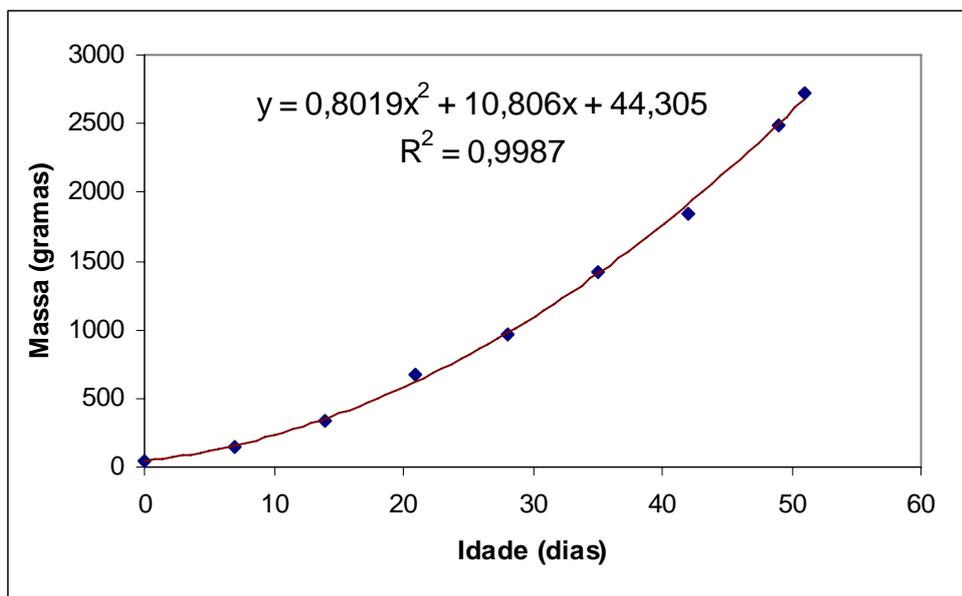
Os índices zootécnicos dos dois lotes apenas, não são suficientes para determinar se os mesmos poderiam ter sido retirados antes e nem em qual época. Utilizaremos modelos matemáticos para explicar e responder estas questões, visto que um modelo matemático é uma função que se ajusta a dados do mundo real ou os descreve.

---

<sup>14</sup> Enterite é a inflamação do intestino delgado causada por uma infecção viral ou bacteriana. A inflamação frequentemente compromete o estômago e o intestino grosso, interferindo na absorção dos nutrientes.

Utilizando-se softwares como Microsoft Excel, o *Graphmática* e o *Winplot*, além de métodos estatísticos, procurou-se analisar um pouco mais sobre o peso médio dos animais e também perspectiva futuras para os dois lotes.

**Figura 4 – Evolução do peso médio dos frangos alojados em galpão semi-automático em 03/09/2007 na EAFRS**



A figura anterior relaciona o peso médio dos frangos, alojados em galpão semi-automático, no decorrer da idade. Este modelo foi obtido mediante um ajuste de curva utilizando o Microsoft Excel. Também foi realizado e avaliado o ajuste dos mesmos dados utilizando o software *Graphmática*, mas os resultados do ajuste ficaram bem próximos. Foi utilizado o ajuste polinomial quadrático, visto que foi o que melhor que assemelhava a curva formada pela união dos pontos no intervalo observado. O ajuste, conforme podemos observar (fig. 1) representa consideravelmente os dados coletados do ponto de vista visual. Após vários modelos, optamos pelo que melhor se ajustou aos dados, baseado no coeficiente de determinação.

Baseando-se no modelo obtido e a visualização gráfica, é importante analisar o domínio do modelo do lote. O domínio, ou seja, o período ( $x$ ) que torna sentido fazer considerações para este modelo é  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 51\}$ , ou seja, todos os números reais maiores que zero e menores ou iguais a 51, onde  $x$  representa a idade do lote dos frangos (figura 4).

Para avaliar a qualidade do ajuste realizado determinamos o coeficiente de determinação e podemos perceber que existe uma correlação entre o peso dos frangos e a

idade de quase 100%. O modelo polinomial obtido através do ajuste,  $y = 0,8019x^2 + 10,806x + 44,305$  ( $y$  é peso em gramas e o  $x$  é a idade em dias), explica com 99,87% os dados a respeito do peso médio do lote a partir pela variação da idade dos animais. O modelo permite que se conheça o valor do peso dos frangos e também da idade em qualquer período compreendido pelo domínio e não apenas nos dias nos quais os dados foram coletados, mas não é possível fazer considerações após a retirada dos animais.

A obtenção deste mesmo modelo matemático pode ser obtida através de um método estatístico denominado parábola dos mínimos quadrados e para determinar os valores indicados no sistema a seguir necessita da elaboração da tabela.

**Tabela 3 – Peso médio dos frangos alojados em galpão semi-automático**

x (idade)	y (peso)	$x^2$	$x^3$	$x^4$	xy	$x^2y$
0	42	0	0	0	0	0
7	150	49	343	2401	1050	7350
14	341	196	2744	38416	4774	66836
21	673	441	9261	194481	14133	296793
28	973	784	21952	614656	27244	762832
35	1420	1225	42875	1500625	49700	1739500
42	1842	1764	74088	3111696	77364	3249288
49	2485	2401	117649	5764801	121765	5966485
51	2729	2601	132651	6765201	139179	7098129
$\Sigma$	10655	9461	401563	17992277	435209	19187213

Os valores obtidos através da tabela são substituídos no termo geral:

$$\begin{cases} a \cdot \Sigma x^4 + b \cdot \Sigma x^3 + c \cdot \Sigma x^2 = \Sigma x^2 \cdot y \\ a \cdot \Sigma x^3 + b \cdot \Sigma x^2 + c \cdot \Sigma x = \Sigma x \cdot y \\ a \cdot \Sigma x^2 + b \cdot \Sigma x + c \cdot n = \Sigma y \end{cases}$$

Formando-se então o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 9c + 247b + 9461a = 10655 \\ 247c + 9461b + a = 435209 \\ 9461c + 401563b + 17992277a = 19187213 \end{cases}$$

Para sua resolução foi utilizado um dispositivo matemático denominado regra de Cramer,

Determinante **geral matriz = D**

$$\begin{vmatrix} 9 & 247 & 9461 \\ 247 & 9461 & 401563 \\ 9461 & 401563 & 17992277 \end{vmatrix}$$

$$D = 12997587120$$

Determinante **c**

$$\begin{vmatrix} 10655 & 247 & 9461 \\ 435209 & 9461 & 401563 \\ 19187213 & 401563 & 17992277 \end{vmatrix}$$

$$D_c = D_c/D$$

$$c = 44,3049$$

Determinante **b**

$$\begin{vmatrix} 9 & 10655 & 9461 \\ 247 & 435209 & 401563 \\ 9461 & 19187213 & 17992277 \end{vmatrix}$$

$$D_b = D_b/D$$

$$b = 10,80614$$

Determinante **a**

$$\begin{vmatrix} 9 & 247 & 10655 \\ 247 & 9461 & 435209 \\ 9461 & 401563 & 19187213 \end{vmatrix}$$

$$D_a = D_a/D$$

$$a = 0,801939$$

Encontrados os valores de a, b e c e substituídos no termo geral da função polinomial, temos o modelo y que expressa o valor do peso em função dos dias.  $y = 0,8019x^2 + 10,806x + 44,305$  (y é peso em gramas e o x é a idade em dias) explica com 99,87% os dados a respeito do peso dos animais, o mesmo obtido pelo Microsoft Excel. Por constatar erros na determinação das curvas de regressão, o Excel contou com ajuda de outros softwares: *Graphmatica* e *Winplot*.

A qualidade do ajuste obtido é medida pelo grau de ajustamento de variáveis e é denominado coeficiente de determinação (TRIOLA, 2005). O coeficiente de determinação  $R^2$ , encontrada através do ajuste de curvas feito com o auxílio do Excel, é determinado pela razão entre a variação explicada e a variação total:

$$R^2 = \frac{\text{variação explicada}}{\text{variação total}}$$

$$R^2 = \frac{7947617}{7957897} = 0,9987, \text{ ou seja, } 99,87\% \text{ da função } y - \text{ o peso médio dos frangos - é}$$

explicada pela variação da idade do animal.

$$\text{Variação total} = \sum (y - \bar{y})^2$$

y	y médio	(y-y médio) <sup>2</sup>
42	1183,889	1303910
150	1183,889	1068926
341	1183,889	710461,9
673	1183,889	261007,6
973	1183,889	44474,17
1420	1183,889	55748,4
1842	1183,889	433110,1
2485	1183,889	1692890
2729	1183,889	2387368
$\Sigma$		7957897

Variação total = 7957897

$$\text{Variação explicada} = (V. T - \sum (y_{est} - y)^2)$$

X	y	y est	(y <sub>est</sub> - y) <sup>2</sup>
0	42	45,305	10,92303
7	150	160,2401	104,8596
14	341	353,7614	162,8533
21	673	625,8689	2221,341
28	973	976,5626	12,69212
35	1420	1405,843	200,4348
42	1842	1913,709	5142,123
49	2485	2500,161	229,8529
51	2729	2682,153	2194,651
$\Sigma$			10279,73

Variação explicada = 7947617

A partir do modelo descrito pela função polinomial de 2º grau foi possível elaborar uma tabela simulando o valor o peso do frango em todos os dias da criação e compará-la com os dados coletados no experimento. Porém, foi analisado que modelo polinomial somente se

ajustava com melhor ajuste dentro do domínio estabelecido pelo período de acompanhamento do lote, sendo impossível fazer qualquer consideração do lote fora do período de alojamento, tais como: peso máximo ou peso com 60 dias, por exemplo. Por isso, fez-se necessário que obtivéssemos outra função (modelo matemático) que se ajustasse aos pontos obtidos, porém que fosse possível fazer observações e/ou inferências a respeito de seu crescimento fora da idade de acompanhamento.

Em livros de modelagem e outros artigos verificou-se que um modelo que melhor explica o desenvolvimento de animais é o modelo logístico. Este modelo usado para modelar a dinâmica de populações, parte do pressuposto de um valor assintótico conhecido e tem sua

expressão dada por  $y = \frac{a}{b \cdot e^{-kx} + 1}$  em caso crescente. Onde os coeficientes a b e k são

calculados após mudança de variável  $z = \ln\left(\frac{a-y}{y}\right)$  e posterior ajuste linear da função y, obtendo-se então uma reta de equação  $z = -kx + \ln(b)$ .

Depois da obtenção do modelo descrito pela função polinomial, foi elaborada uma tabela com os valores (pesos) em todos os dias de sua criação (alojamento). Através dela, foi visto que a variação do peso só aumentava e que não era possível determinar o ponto de inflexão da curva de crescimento somente com os dados que tínhamos em posse. Foi utilizado então como ponto de inflexão o peso 2485g referente ao peso médio dos frangos no dia 49, obtendo assim 4970g como valor assintótico.

A tabela seguir fornece os dados do peso médio dos frangos do lote alojado no galpão semi-automático, bem como a variação semanal do ganho de peso.

**Tabela 4 – Variação do ganho de peso semanal do lote alojado em galpão semi-automático**

Idade(dias)	Peso médio (g)	Variação do Ganho de peso semanal (g)
0	42	0
7	150	108
14	341	191
21	673	332
28	973	300
35	1420	447
42	1842	422
49	2485	643
51	2729	244

Na tabela abaixo se encontram os valores calculados para a variável auxiliar  $z$  nos dados experimentais, a fim de transformar a curva logística numa reta.

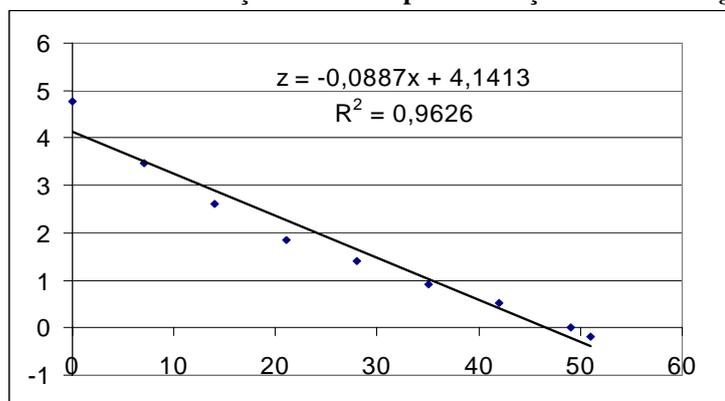
De acordo com o modelo adotado,  $a = y^* = 4970\text{g}$  como valor assintótico. Fazendo a mudança de variável para o modelo  $z = \ln\left(\frac{a-y}{y}\right)$ , obtemos uma variável auxiliar  $z$  e transformamos o modelo logístico em uma equação linear. Os valores de  $z$  para esta variável auxiliar estão calculados na tabela 5.

**Tabela 5 – Evolução de peso médio dos frangos alojados em galpão semi-automático, anexando a variável auxiliar**

x(idade)	y(peso)	z
0	42	4,765019
7	150	3,469894
14	341	2,608214
21	673	1,853927
28	973	1,412915
35	1420	0,916291
42	1842	0,529542
49	2485	0
51	2729	-0,19701

Após os cálculos do ajuste linear, transformamos a curva logística na reta de equação  $z = -kx + \ln(b)$ . Neste caso,  $z = -0,0887x + 4,1413$ .

**Figura 5 – Ajuste linear mediante mudança de variável para obtenção do modelo logístico**



No ajuste linear anterior temos:  $z = -kx + \ln(b)$ , temos  $z = -0,0887x + 4,1413$  e portanto:  $\ln(b) = 4,1413$ , então  $e^{4,1413} = b$ , logo  $b = 62,884518$  e  $k = 0,0887$ .

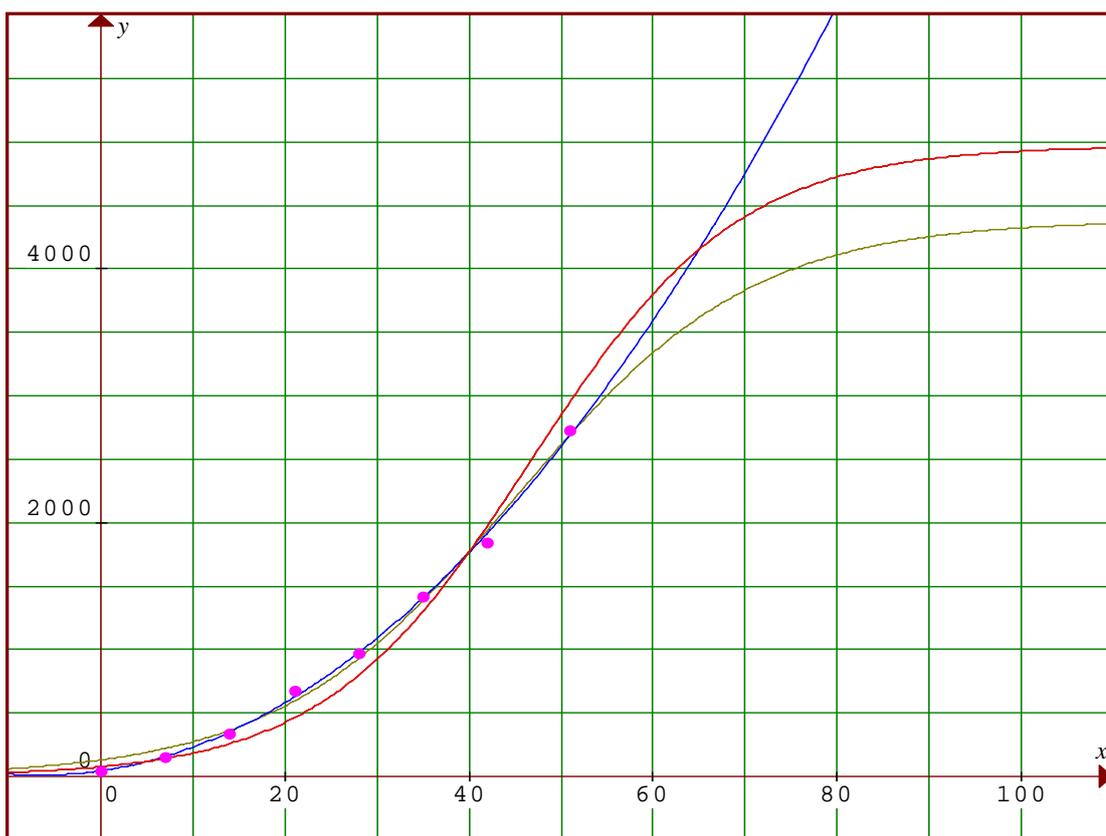
Substituindo no termo geral do modelo logístico, resulta em:

$$y = \frac{4970}{62,88452 \cdot e^{-0,0887 \cdot x} + 1}$$
, onde  $x$  pode ser qualquer número real maior que zero. A curva de crescimento dos frangos é representada por “ $y$ ” (peso) em função de “ $x$ ” (idade).

Este modelo que encontramos possui coeficiente de determinação  $R^2 = 7957897 / 7726539 = 0,9709$ , ou seja, 97,09% da função  $y$  - o peso médio dos frangos - é explicada pela variação da idade do animal. É considerado um bom valor.

Além desse modo de obtenção do modelo, foi realizado um ajuste utilizando-se do *Graphmática*, um pouco diferente do modelo obtido por ajuste. A seguir encontram-se os três modelos obtidos para o lote estudado.

**Figura 6 – Curvas resultantes do ajuste polinomial e dos modelos logísticos da evolução do peso médio dos frangos alojados em galpão semi-automático.**



O três modelos obtidos foram:

Modelo que descreve o peso dos frangos segundo ajuste polinomial  $y = 0,8019x^2 + 10,806x + 44,305$ , com  $0 \leq x \leq 51$  cujo  $R^2 = 0,9987$ .

$$\text{Modelo logístico encontrado através de ajuste linear } y = \frac{4970}{62,88452 \cdot e^{-0,0887 x} + 1}$$

onde  $x \geq 0$  e com  $R^2 = 0,9709$ .

$$\text{Modelo logístico de ajuste obtido pelo } \textit{Graphmática} \text{ é } y = \frac{4383,86}{32,49 \cdot e^{-0,0774 x} + 1} \text{ onde}$$

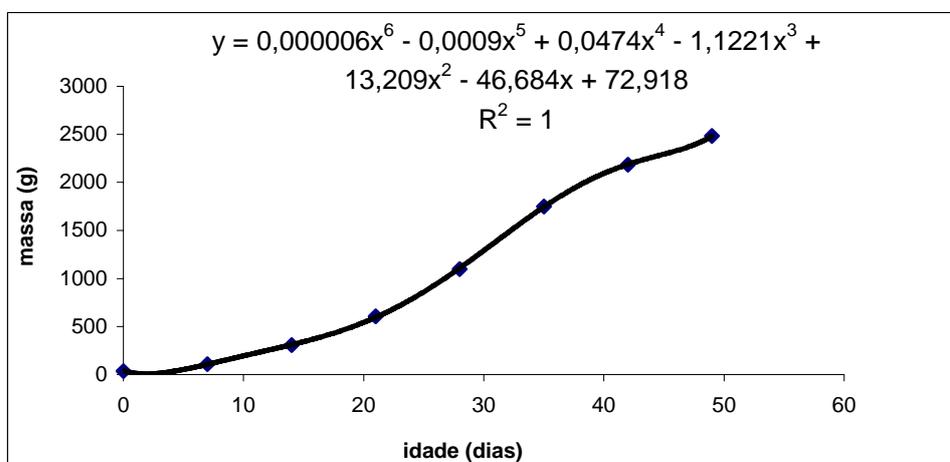
$x \geq 0$  e com  $R^2 = 0,9955$

Na figura 6 é possível verificar três curvas resultantes dos ajustes. O ajuste polinomial (de cor azul) representa melhor um ajuste feito com os pontos obtidos no experimento, porém somente no período da análise. É um ajuste local que não permite fazer projeções em outro período senão o do alojamento do lote. É indicado apenas para análise dentro deste período de alojamento, pois apresenta o melhor coeficiente de determinação, sendo inútil em considerações fora deste período. Os outros dois ajustes logísticos apresentaram melhores resultados enquanto modelo matemático, pois podem sugerir informações do lote tanto dentro como fora do período de acompanhamento. A diferença é que o primeiro ajuste (de cor verde) foi feito através do software *Graphmática* e posteriormente foi visto que esse não se ajusta perfeitamente fora do período analisado, pois não atinge o valor assintótico alto (peso médio máximo que o lote poderia atingir). O segundo ajuste (vermelho) foi realizado pelo método de ajuste linear do modelo logístico. Ele se apresenta melhor ajustado aos pontos tanto no período analisado como fora dele atingindo o valor assintótico encontrado, determinando um valor de mais do 4 kg como peso médio máximo atingido pelos animais do lote.

A partir da modelagem matemática estabelecida foi possível analisar o desenvolvimento dos animais abrangendo qualquer idade após o seu alojamento (através do modelo logístico), incluindo o período em que estes já haviam sido retirados. Sendo assim é possível prever com boa aproximação dados como peso médio em qualquer idade previsto, podendo assim estipular qual o melhor dia para se fazer a retirada dos frangos ou verificar qual o peso máximo que o animal pode atingir.

A seguir encontramos os modelos que descrevem a evolução de peso médio dos frangos alojados no galpão com sistema automático.

Figura 7 – Evolução do peso médio do lote de frangos alojados em galpão automático



Utilizando os mesmos passos já realizados anteriormente com os dados dos frangos alojados em galpão semi-automático, foi obtido o modelo polinomial, porém com comportamento diferentemente do outro sistema. Foi observado, com ajuda do Microsoft Excel e do *Graphmática*, que o melhor ajuste polinomial não se dava com o ajuste quadrático. Utilizamos então um ajuste polinomial de 6º grau, visto que foi o que melhor que ajustou a curva formada pela união dos pontos. Neste caso, como no outro exemplo, apoiamos-nos no coeficiente de determinação para a escolha dentre os vários modelos obtidos.

No modelo acima obtido com auxílio do Excel, percebe-se que existe uma correlação entre o peso dos frangos e a idade de quase 100%. A função obtida através do ajuste,  $y = 6.10^{-6}x^6 - 0,0009x^5 + 0,0474x^4 - 1,1221x^3 + 13,2095x^2 - 46,684x + 72,918$  ( $y$  é peso em gramas e o  $x$  é a idade em dias) explica com 100% os dados a respeito do peso médio do lote a partir pela variação da idade dos animais, com  $D = \{x \in \mathbb{R} | 0 < x \leq 49\}$ .

O coeficiente de determinação  $R^2$ , encontrado através do ajuste de curvas feito da mesma forma do que no sistema semi-automático utilizando auxílio do Excel, é determinado pela razão entre a variação explicada e a variação total:  $R^2 = 0,9990$ , ou seja, 99,90% da função  $y$  - o peso médio dos frangos - é explicada pela variação da idade do animal. O coeficiente de determinação tem valor considerado satisfatório.

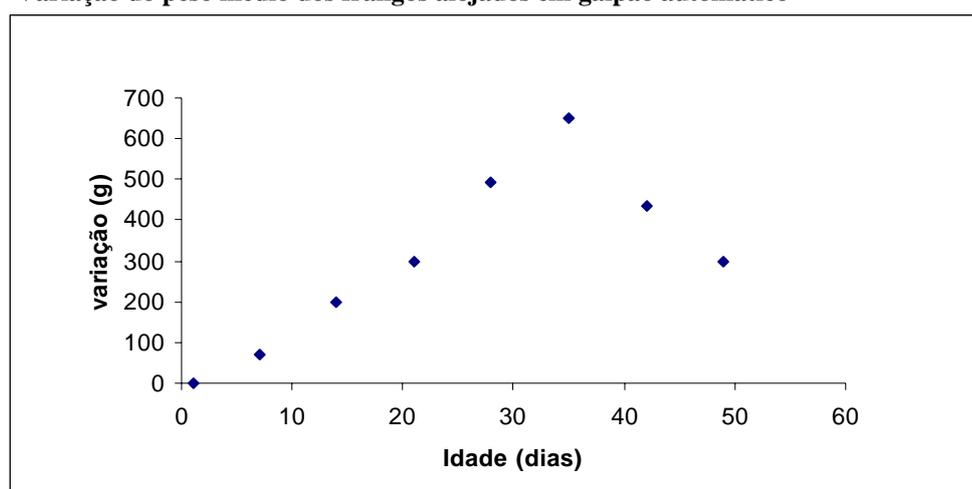
A partir do modelo obtido via Excel, novamente foi possível elaborar uma tabela simulando o valor o peso do frango em todo o tempo de alojamento e compará-la com os dados coletados. Para nossa surpresa o peso médio dos frangos reduzia bruscamente, tendo valores negativos para o dia 48. Portanto o modelo não era ideal. Continuamos o estudo de

ajuste no *Graphmatica* e encontramos o modelo expresso pela expressão  $y = -6,7 \cdot 10^{-8}x^6 - 4 \cdot 10^{-6}x^5 + 2,4 \cdot 10^{-5}x^4 + 0,0167x^3 + 0,97x^2 + 1,29x + 40,39$ , cuja simulação correspondia melhor com os dados coletados a campo e possuía o mesmo  $R^2 = 6477973 / 6434318 = 0,9990$ . Essa simulação permitiu que fosse identificado o dia em que a variação do peso foi a maior possível e que será considerado o ponto de inflexão na curva logística. Ele ocorreu por volta dos 35 dias e como consequência ajuda a determinar o valor assintótico do modelo logístico (peso máximo que o frango poderia atingir = 3500g). Modelo este que descreve o comportamento do crescimento de animais.

**Tabela 6 – Evolução do peso médio dos frangos segundo modelo matemático obtido**

Idade (dias)	Peso (g)	Varição do peso (g)
1	42,66672	0
21	632,4935	57,952
28	1117,212	76,754
32	1441,183	82,938
33	1524,83	83,647
34	1608,775	83,945
35	1692,566	83,791
36	1775,707	83,141

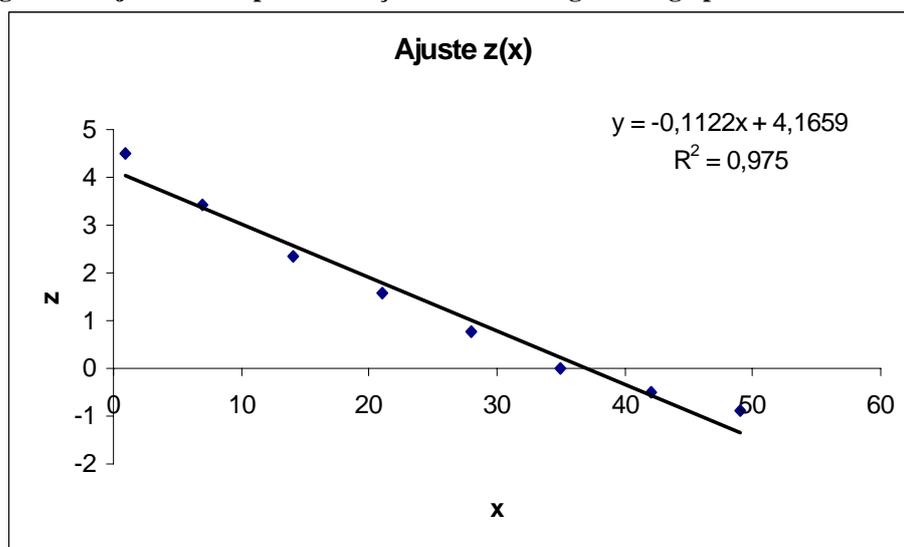
**Figura 8 – Variação do peso médio dos frangos alojados em galpão automático**



Na figura acima podemos observar que o lote apresentou uma variação no crescimento cada vez maior até por volta de 35 dias, decrescendo em seguida. A partir da simulação do modelo matemático descrito pela uma função polinomial foi possível a construção de uma

tabela (ver quadro anterior) com os prováveis pesos em qualquer período de alojamento. Também foi possível conferir se o ponto de inflexão realmente seria em torno do dia 35, usando assim como peso do ponto de inflexão 1750g, ou seja,  $\frac{y^*}{2} = 1750$ , assim  $y^* = a = 3500$  g. Depois de realizada a mudança de variável e o ajuste linear obtivesse a equação da reta.

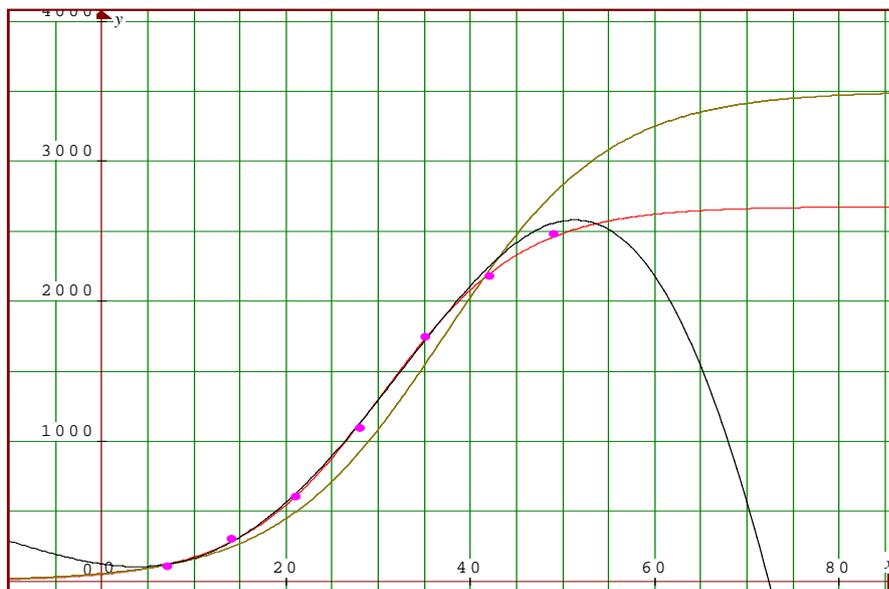
**Figure 9 – Ajuste linear para obtenção do modelo logístico – galpão automático**



No ajuste acima temos:  $z = -kx + \ln(b)$ , encontramos a equação da reta  $z = -0,1122x + 4,1659$  e portanto, encontramos os valores de  $b$  e  $k$ . Se  $\ln(b) = 4,1659$ , então  $e^{4,1659} = b$ , logo  $b = 64,45066$  e  $k = 0,1122$ , o modelo logístico que representa a evolução do peso médio dos frangos do lote é  $y = \frac{3500}{64,45066 \cdot e^{-0,1122 \cdot x} + 1}$ , onde  $x > 0$  (real)

Este modelo que encontramos possui  $R^2 = 6309633 / 6484318 = 0,9731$ , ou seja, 97,31% da função  $y$  - o peso médio dos frangos - é explicada pela variação da idade do animal.

Figura 10 – Curvas resultantes do ajuste polinomial e do modelo logístico obtido – modelo automático



Como no modelo do lote anterior, pode ser visto novamente que o modelo polinomial (preto) e logístico realizado pelo *Graphmática* (vermelho) se ajustam mais aos valores coletados no experimento, pelo menos é o que se pode visualizar. Este ajuste é melhor para análise da evolução dos frangos dentro do período analisado (domínio), porém apresentam um ajuste inferior do que o modelo logístico realizado através do método de ajuste linear (Ford Walford), que além de explicar a evolução do peso dos animais no período serve para fazer simulações fora do período analisado. Este modelo permitiu considerar que o lote poderia ter sido retirado antes do período, por volta de 35 dias (ponto de inflexão). O valor assintótico (peso máximo) estipulado encontrado através do método condiz com o que pode ser o peso máximo do animal e o modelo contribui para uma melhor análise fora do período analisado.

Modelo que descreve o peso dos frangos segundo ajuste polinomial

$$y = -6,7 \cdot 10^{-8}x^6 - 4 \cdot 10^{-6}x^5 + 2,4 \cdot 10^{-5}x^4 + 0,0167x^3 + 0,97x^2 + 1,29x + 40,39$$

Modelo logístico obtido pelo ajuste linear  $y = \frac{3500}{64,45066 \cdot e^{-0,1122x} + 1}$

Modelo logístico obtido pelo software *Graphmática* é  $y = \frac{2677,68}{53,51 \cdot e^{-0,1307x} + 1}$ ,

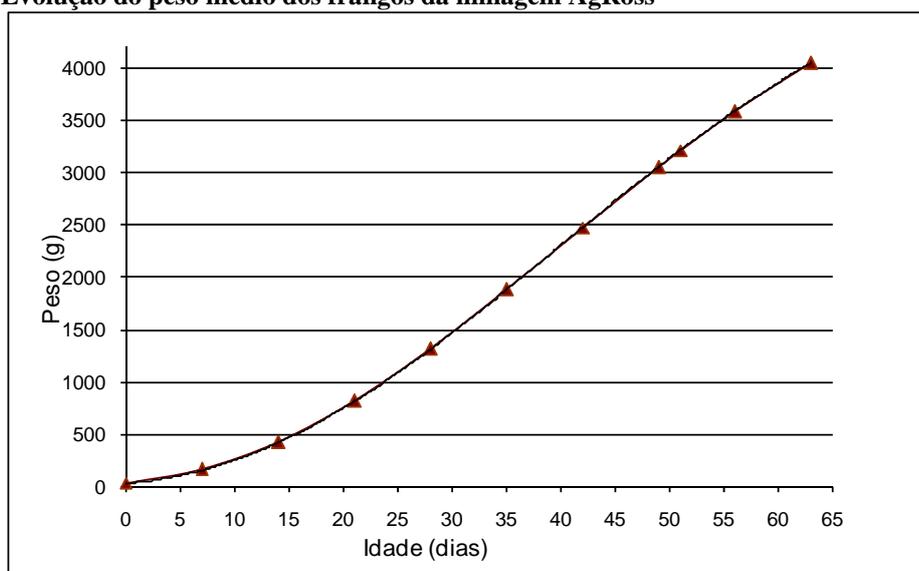
com  $R^2 = 0,9996$ .

A partir da modelagem matemática estabelecida foi possível analisar o desenvolvimento dos animais abrangendo qualquer idade após o seu alojamento (através do

modelo logístico), incluindo o período em que estes já haviam sido retirados. Sendo assim é possível prever com boa aproximação dados como peso médio em qualquer idade previsto, podendo assim estipular o melhor dia para se fazer a retirada dos frangos por volta dos 35 dias e verificou que o peso máximo que o animal pode atingir seria 3500g. Viu-se que o lote alojado em galpão automático obteve uma evolução de peso médio mais parecido com o crescimento de animais e mais adaptado ao modelo logístico.

Buscando uma melhor análise da evolução do peso médio de frangos alojados em galpão foram obtidos os valores que a empresa responsável pela linhagem desses frangos indica como a provável evolução. Com esses valores podemos fazer um comparativo do desenvolvimento desses animais aqui na EAFRS em busca de resultados, embora que na escola o processo de criação possui fins didáticos e não comerciais. Fica então apenas a sugestão de uma análise matemática.

**Figura 11 – Evolução do peso médio dos frangos da linhagem AgRoss**



O modelo obtido através de ajuste de curva feito através do Microsoft Excel descreve a evolução do peso médio dos frangos da linhagem AgRoss segundo  $y = 0,00000001x^6 + 0,0000007x^5 - 0,0004x^4 + 0,0101x^3 + 1,3047x^2 + 8,3511x + 42$  ( $y$  é peso em gramas e o  $x$  é a idade em dias). O ajuste explica com quase 100% os dados a respeito do peso médio do lote a partir pela variação da idade dos animais.

O coeficiente de determinação obtido foi  $R^2 = 19024740 / 19029499 = 0,9997$ , ou seja, 99,97% da função  $y$  - o peso médio dos frangos - é explicada pela variação da idade do animal.

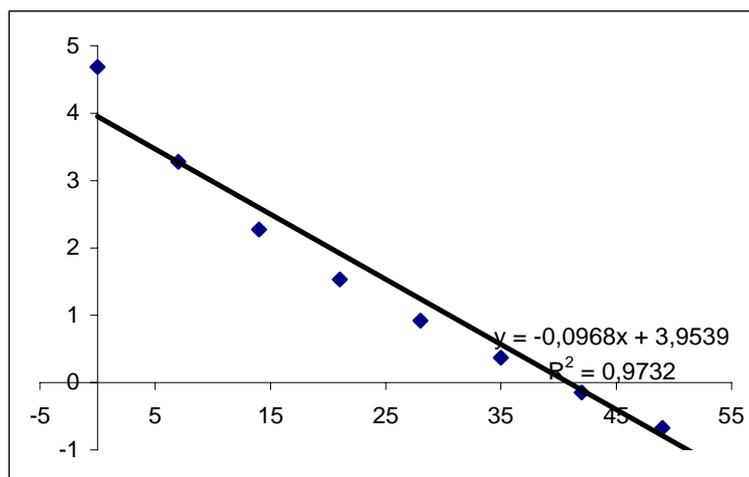
De forma análoga ao modelo alojado em galpão automático, o valor assintótico foi obtido através de uma tabela onde obtemos os pesos em todos os dias da criação, porém esta já havia sido fornecida pela empresa Agroceres Ross. Obtemos assim como valor assintótico 4610g.

Depois de obtido o ajuste linear (Figura 12) e determinado os valores de b e k chegou ao modelo logístico que representa a evolução de peso médio dos frangos AgRoss, assim determinado:

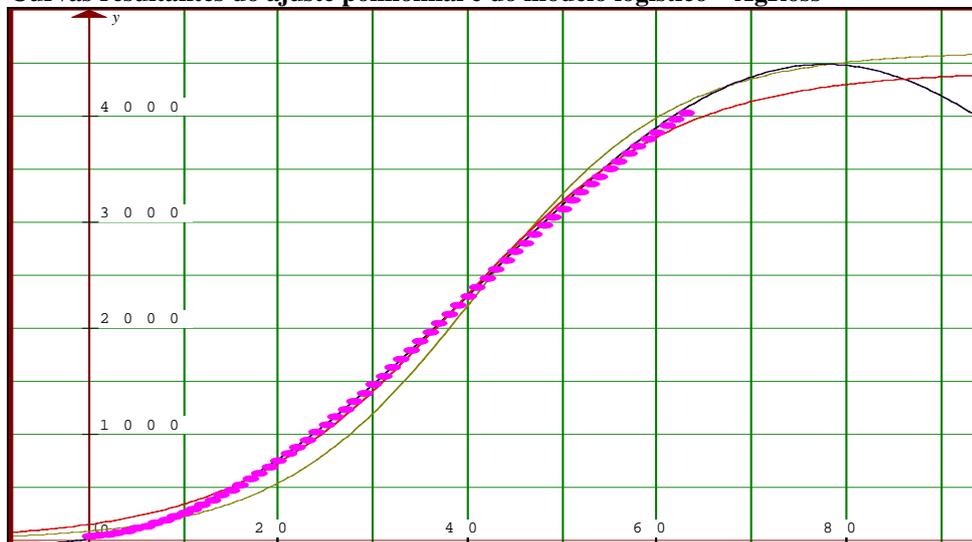
$$y = \frac{4610}{52,13831 \cdot e^{-0,0968 x} + 1} \text{ com } x > 0, \text{ com } R^2 = 18784810 / 19029499 = 0,9871, \text{ ou}$$

seja, 98,71% da função y - o peso médio dos frangos - é explicada pela variação da idade do animal.

**Figure 12 – Ajuste linear para obtenção do modelo logístico – Agi ross**



**Figura 13 - Curvas resultantes do ajuste polinomial e do modelo logístico – AgRoss**



Modelo que descreve o peso dos frangos AgRoss segundo ajuste polinomial

$$y = 0,00000001x^6 + 0,0000007x^5 - 0,0004x^4 + 0,0101x^3 + 1,3047x^2 + 8,3511x + 42$$

Modelo logístico obtido pelo ajuste linear  $y = \frac{4610}{52,13831 \cdot e^{-0,0968x} + 1}$

Modelo logístico via *Graphmática* é  $y = \frac{4424,42}{28,25 \cdot e^{-0,0859x} + 1}$ , com  $R^2 = 0,9975$

Após a análise dos outros gráficos é possível verificar que a função polinomial (preta) é mais indicada para análises dentro do período do acompanhamento do lote por se ajustar melhor aos dados obtidos a campo. Porém não é indicado para análise fora do período de acompanhamento visto que há um decréscimo do peso do frango logo após o período que foi realizado o abate. As outras duas funções logísticas feitas pelo *Graphmática* (vermelha) e realizada através do ajuste linear do modelo logístico (verde) apresentam semelhança sendo que a realizada pela regressão se apresenta um pouco melhor por atingir o valor assintótico estipulado. Quanto ao modelo de crescimento de frangos podemos registrar que o lote alojado em galpão automático obteve uma modelagem mais parecida com o estipulado pela Agrocere, empresa responsável pela linhagem. Os ajustes foram considerados bons considerando o coeficiente de determinação e houveram pequenas diferenças entre o ajuste obtido pelo *Graphmática* e pelo ajuste linear. Percebemos que o ajuste polinomial resumiu-se a um ajuste local não tendo valor para a área agropecuária.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Levando em consideração os objetivos iniciais que nortearam a realização deste trabalho de analisar, através da modelagem matemática, os índices zootécnicos resultantes da produção de frangos de corte, comparando os resultados obtidos na criação das aves em galpão semi-automático e automático com o uso do Índice de Eficiência de Produtividade, verificamos ser possível utilizar a modelagem matemática para acompanhar e estimar os índices zootécnicos alcançados pelos lotes de frango.

Constatamos que, através do uso da modelagem matemática utilizada, foi possível analisar o desenvolvimento diário dos animais, qual modelo de galpão produziu os melhores índices de desempenho na criação do lote de frangos de corte e realizar projeções sobre as taxas de crescimento dos frangos de corte, com praticamente 100% de exatidão.

Observamos também que, com relação à modelagem matemática utilizada neste experimento, tivemos a possibilidade de analisar todas as etapas do crescimento dos animais, podendo informar, que lote alojado em galpão automático poderia ter sido abatido por volta dos 35 dias de alojamento. O modelo que descreve melhor o crescimento dos animais é o modelo logístico obtido através de ajuste linear, embora o ajuste polinomial indicasse melhor ajuste no período de alojamento dos animais.

Com relação ao uso do cálculo do Índice de Eficiência e Produtividade concluímos que o modelo de galpão automático seria mais recomendado para criação de um lote de frangos de corte, por apresentar uma pontuação superior ao lote criado no modelo semi-automático, 207 e 260 pontos respectivamente.

Através da análise individual dos índices zootécnicos, observamos que o lote alojado no galpão automático apresentou desempenho superior ao lote alojado no galpão semi-automático no que diz respeito à Conversão Alimentar e Viabilidade, atingindo médias de 92,89% e 1,88:1 respectivamente. Com relação ao Peso Médio observamos que o lote alojado no galpão semi-automático apresentou uma evolução de peso vivo superior atingindo 2,720 kg.

É importante salientar que nas condições do presente experimento, o estresse imposto aos frangos em função dos manejos serem realizados pelos alunos, com o objetivo de propiciar momentos de aprendizagem, faz com que, normalmente, as aves não recebam as

melhores condições de conforto e técnicas adequadas de manejo o que influenciam negativamente nos resultados produtivos dos lotes.

Ao término deste trabalho verificamos que há necessidade de dar continuidade ao experimento para que possamos sanar as dúvidas existentes e auxiliar novos grupos de iniciação científica interessados em utilizar a matemática como apoio na produção zootécnica, uma vez que os princípios da matemática são de grande auxílio na análise do desenvolvimento e desempenho dos animais.

Gostaríamos de deixar registrado que os modelos que obtivemos foram resultado de vários ajustes, várias tentativas falhas com uso de métodos que não gerava bons resultados. Folhas de papel, arquivos novos, textos estudados foram inúmeros. Muitos foram os modelos obtidos via Excel ou *Grafmática* e analisados nas planilhas do Excel para comparação em busca de melhores índices. Em muitos dos encontros realizados, a grande quantidade de textos e programas para estudo parecia-nos não serem possíveis. Mas é claro que isso não era registrado a professora orientadora. Aprendemos muito e nem pensávamos conseguir tanto. Fica o registro de gratidão em termos realizado o trabalho.

Hoje já apresentamos o trabalho na FETEC, Feira de Conhecimento Científico e Tecnológico da EAFRS, na Feira Regional de Matemática em Rio do Sul, na Feira Catarinense de Matemática em São José, SC e ainda temos pela frente a exposição no III MICTI em Camboriú, SC.

## BIBLIOGRAFIA

- AGROCERES. **Manual de manejo de Frango** AgRoss. Disponível em: <<http://www.agroceres.com.br>>. Acesso em: 30 maio. 2008.
- ALBERQUERQUE, Ricardo de. Manejo: Fator essencial na qualidade da produção. Disponível em <http://www.Aveworld.com.br/index.php?Documento=122> (Acessado em 07/12/2007).
- ALBERTON, A. et alli. Influência da Linhagem no Desempenho dos Frangos de Corte. II Jornada Nacional da Produção Científica em Educação Profissional e Tecnológica. São Luís/MA, 2007
- ARENALES, M. C. & ROSSI, F. **Criação orgânica de frangos de corte e aves de postura**. Viçosa: CPT, 2001.
- AVICULTURA: disponível em <http://pt.wikipedia.org/wiki/Avicultura>. Acessado em 16/11/2007.
- BASSANEZI, RODNEI. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006.
- BIEMBENGUT, M.S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 3.ed. São Paulo: Contexto, 2003.
- CARVALHO, A. F. Manejo Final e da Retirada. In: Conferencia de Ciência e Tecnologias Avícolas – APINCO, 2001.
- Coeficiente de determinação. Disponível em [http://pt.wikipedia.org/wiki/Coeficiente\\_de\\_determina%C3%A7%C3%A3o](http://pt.wikipedia.org/wiki/Coeficiente_de_determina%C3%A7%C3%A3o). Acessado em 17/04/2008.
- DANTE, L.R. **Matemática: Contexto e Aplicações**. Volume único. São Paulo: Ática, 2000.
- DANTE, L. R. **Matemática: ensino médio**. 1.ed. São Paulo: Ática, 2004.
- ENGLERT, S. **Avicultura**. 7.ed. Porto Alegre: Agropecuária, 1998.
- FIGUEIREDO, E. A. P. et alii. Diferentes Denominações e Classificação Brasileira de Produção Alternativa de Frangos. In: Conferencia de Ciência e Tecnologias Avícolas – APINCO, 2001.
- GESSULLI, O. P. **Avicultura Alternativa – Caipira**, Porto Feliz: OPG Editores, 1999.
- GIOVANI, J. R. e BONJORNO, J. R.. **Matemática 1: 2º grau**, São Paulo: FTD, 1992.
- HELLMEISTER FILHO, P. Efeitos de Fatores Genéticos e do Sistema de Criação sobre o Desempenho e o Rendimento de Carcaça de Frangos Tipo Caipira. Tese (Doutorado). Piracicaba, 2002.
- LANA, G. Q. **Avicultura**. Campinas: Ed. Rural, 2000.
- LIMA, J. F. et alii. Relato Setorial Avicultura. Revisado 1995. Disponível em <<http://www.bndes.gov.br/conhecimento/relato/rsfrango.pdf>> Acesso em 25 agosto 2008.
- OLIVEIRA, L. de. **Modelagem matemática no crescimento de suínos de corte**. Relatório de iniciação científica - PIBIC. Departamento de Matemática, UFOP, Ouro Preto, 2006.
- PICOLI, Karla Paola. Apostila didática utilizada na disciplina de Zootecnia I no curso de Técnico em Agropecuária. Escola Agrotécnica de Rio do Sul. EAFRS, 2007

PICOLI, Karla Paola. Avaliação de sistemas de produção de frangos de corte no pasto. Dissertação (Mestrado em Agroecossistemas). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2004.

RAUEN, F. J.. **Elementos de Iniciação à Pesquisa**: Inclui orientações para a referenciação de documentos eletrônicos. Rio do Sul: Nova Era, 1999.

SOUZA, P. **Avicultura e Clima Quente**: Como Administrar o Bem-Estar às Aves? Disponível em <[www.cnpsa.embrapa.br/down.php?tipo=artigos&cod\\_artigo=221](http://www.cnpsa.embrapa.br/down.php?tipo=artigos&cod_artigo=221)> Acesso em 25 agosto 2008.

TORRES, A. P. **Alimentos e Nutrição das Aves Domésticas**. 2.ed. São Paulo: Nobel, 1989.

TRIOLA, Mário F. **Introdução à Estatística**. São Paulo: LTC, 2005.

## ANEXOS

Anexo 1 – Lote de frangos de corte alojados no galpão automático



Anexo 2 – Lote de frangos de corte alojados no galpão semi-automático



Anexo 3– Manejo de limpeza e desinfecção do galpão



Anexo 4– Trabalho de elaboração do relatório final



Anexo 5– Exposição do trabalho na FETEC realizada na EAFRS no dia 28 de agosto de 2008



Anexo 6– Exposição do trabalho na XII Feira Regional de Matemática realizada em Rio do Sul em 23 de setembro de 2008.



Anexo 6– Exposição do trabalho na XXIV Feira Catarinense de Matemática realizada em São José em 05 e 06 de novembro de 2008.



## ANEXO C – Entrevista realizada com os educandos

Na sequência apresento as transcrições, obtidas na entrevista, das colocações dos alunos em relação ao desenvolvimento do trabalho. A entrevista foi feita por mim após o desenvolvimento do trabalho, apresentação da Feira da EAFRS e outras duas Feiras de Matemática. Meu objetivo foi aprofundar questões, conhecer suas impressões em relação à: realização do trabalho, utilização da Modelagem Matemática no trabalho, integração de disciplinas com a Matemática e importância do trabalho de Modelagem para o desenvolvimento de iniciação a pesquisa básica

Pergunta 01 – Que dificuldades surgiram no decorrer da pesquisa?

Para nosso grupo a principal dificuldade esteve em entender o conteúdo novo para a realização do trabalho. Também destacamos a utilização de programas para encontrar formular e fazer gráficos e tabelas. (Grupo 1)

A principal dificuldade que encontramos esteve relacionada a falta de tempo disponível para a realização deste trabalho. Foi muita tarefa para pouco tempo disponível em aula, o que nos levava a trabalhar em horários noturnos destinados às tarefas das outras disciplinas e ao lazer. (Grupo 2)

Pergunta 02 – Houve vontade em desistir da pesquisa durante o desenvolvimento da pesquisa?

Sim, pois durante todo o trabalho nós esperávamos por resultados que não vinham. Demorava para se saber se o resultado da pesquisa dava ou não certo. Achávamos que sempre iríamos encontrar resultados exatamente iguais os dos livros. (Grupo 1)  
Não tivemos vontade de desistir. (Grupo 2)

Pergunta 03 – Como foi ter um professor, digo, dois professores orientadores no desenrolar do trabalho de vocês? Eles atenderam às expectativas de vocês?

A presença da professora Morgana foi muito importante. Ela nos orientava na pesquisa sem medir esforço, tempo. Superou as expectativas sempre motivando. Brigou um pouquinho também, mas era pro nosso bem. (Risos) (Grupo 1)

Com certeza a presença da professora orientadora foi de fundamental importância, pois esta apresentava o material no qual juntamente com ela fosse realizado o trabalho, além de esclarecer várias dúvidas que surgiram no decorrer da pesquisa. Suas orientações e indagações nos levavam a avançar e sem estas orientações não teríamos como dar continuidade ao trabalho realizado. (Grupo 2)

Pergunta 04 – Como foi vista pelo grupo a idéia de ter que estudar coisas novas, buscar alternativas diferentes das que possuíam, utilizar conteúdos matemáticos não familiares até então na busca dos modelos?

No início era complicado, difícil de entender, mas encaramos como um conteúdo de sala de aula e a vontade de entender fez com que nós se dedicássemos e buscássemos resultados positivos (Grupo 1)

Foi muito bom, pois nosso objetivo era encontrar este modelo e nós, mais que a professora, estávamos curiosos e interessados em verificar se realmente era possível desenvolver este modelo. Agora vemos que a Matemática serve para ajudar a

resolver problemas de outras áreas, por exemplo, as da agropecuária. Só que necessita de muito tempo para estudo de caminhos alternativos para a resolução, bem como estudo de conteúdos necessários para a execução da estratégia que queríamos usar. (Grupo 2)

Pergunta 05 – Qual a importância de desenvolver o trabalho de iniciação científica para vocês?

É muito importante para nossa aprendizagem, no currículo e futuramente abre portas como projetos de pesquisa em universidades. O PIC deu toda a base para conseguirmos isso. (Grupo 1)

Desenvolver este trabalho foi fundamental, pois nos dá uma base de como se começar e desenvolver um projeto, levando o aluno a conhecer e se interessar por ele. (Grupo 2)

Pergunta 06 – O que ganharam e o que perderam em desenvolver este trabalho?

Não perdemos nada, só ganhamos aprendizado e oportunidades. (Grupo 1)

Ganhamos uma visão mais ampla sobre o uso da matemática em várias situações, utilizando-a em nossa área técnica. Quanto a perder, não perdemos nada.. (Grupo 2)

Pergunta 07 – Que contribuições trouxe o desenvolvimento do trabalho de Iniciação Científica para vocês?

Trouxe para a gente novas experiências, conhecimento e bem mais conhecimento na matemática. (Grupo 1)

Achamos que o trabalho melhorou nossa capacidade de trabalhar em grupo, pois sempre estávamos a discutir qual o melhor caminho, qual o melhor resultado, coisa que não estávamos habituados quando prevalece o trabalho individual. Contribuiu também para adquirir novos conhecimentos. Foi bom porque ainda não tínhamos feito um trabalho de investigação tão longo e tão estruturado quanto este. (Grupo 2)

Pergunta 08 – Como se sentiram ao apresentar o trabalho na amostra?

Sentimos uma mistura de nervosismo, ansiedade e de segurança. Sabíamos bem o que nós tínhamos feito. Foi uma alegria em finalmente ter bons resultados nas feiras que participamos. (Grupo 1)

Com a apresentação de nosso trabalho nas feiras sentimos todo nosso trabalho sendo valorizado e mais do que isso, nos sentimos realizados em conseguir chegar a nossos objetivos. (Grupo 2)

Pergunta 09 – Agora que acabou a pesquisa e no início da mesma, a concepção da utilização da Matemática num tema de agropecuária é a mesma?

Não é a mesma, vimos que podemos usar a matemática em muitas coisas, de forma de auxílio a agropecuária. Podemos usar como exemplo nosso trabalho que ajudaria muito em uma propriedade rural. Os produtores de leite poderiam acompanhar a produção de seus animais vendo até que ponto seria rentável ficar com eles na propriedade. (Grupo 1)

Nossa visão mudou em relação a antes pois verificamos que a matemática pode ser utilizada em várias áreas não só na matéria de sala de aula, mas na área que atuamos como técnicos, melhorando o controle e desempenho da produção garantindo assim melhores retornos. Agora, quando estudamos em sala de aula algum conteúdo, conseguimos perceber relação com alguma outra área antes não percebida. A disciplina de Matemática deixou de ser apenas ela desvinculada do resto. (Grupo 2)

Pergunta 10 – O trabalho favoreceu/estimulou o grupo a continuar a trabalhar com pesquisa básica?

Sim, percebemos as vantagens que o trabalho proporcionou, as oportunidades que tivemos em mostrar ele em eventos e isso nos estimulou a dar continuidade e ir mais além no trabalho de pesquisa (Grupo 1)

Certamente, só que agora quando nossos professores falam em pesquisa, esta palavra vem acompanhada da lembrança do PIC e é claro que todo o processo parece menos intenso pois já sabemos como se processo o início, o meio e o final. Agora se torna mais fácil parece. Encarar um novo trabalho parecerá menos trabalhoso e algumas de nossas ações como buscar material sobre o tema, ocorrerá com maior facilidade. (Grupo 2)

Pergunta 11 – Em relação à Matemática utilizada no trabalho na medida em que surgiam os problemas era de domínio do grupo? Como foi o estudo de novos conceitos matemáticos?

Tínhamos a base, aquilo que se tem nos livros de Ensino Médio, mas a nossa orientadora fazia papel de professora nos auxiliando nas dúvidas. Pesquisamos em livros, vimos exemplos e a professora dava suporte para que conseguíssemos entender e executar a parte matemática. (Grupo 1)

Em nosso curso técnico conhecemos várias áreas da agricultura e pecuária, desta forma alguns cálculos utilizados para verificar o desempenho dos animais já eram de nosso conhecimento. Porém, partindo para a parte da matemática e olhando os cálculos e ajustes que teríamos que realizar, achamos que seria complicado. Mas após estudo do material, e indagações e os exemplos propostos pela professora, aí então percebemos que era uma questão de entender o assunto. Para isto nós e a professora estudamos em livros e apostilas que nos davam exemplos da aplicação destes modelos e após o entendimento ficou fácil. O trabalho correu muito bem mesmo com o pouco tempo para sua realização. (Grupo 2)