

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL - UFRGS
INSTITUTO DE FÍSICA
BACHARELADO EM FÍSICA**

Brenda Bertotto Malabarba

**INVESTIGANDO OS NEUTRINOS CÓSMICOS ULTRAENERGÉTICOS NOS
FORMALISMOS DE DINÂMICA DE EVOLUÇÃO QCD NÃO-LINEAR**

PORTO ALEGRE

2017

Brenda Bertotto Malabarba

**INVESTIGANDO OS NEUTRINOS CÓSMICOS ULTRAENERGÉTICOS NOS
FORMALISMOS DE DINÂMICA DE EVOLUÇÃO QCD NÃO-LINEAR**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Física, pelo Curso de Bacharelado em Física - Pesquisa Básica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS.

Orientador: Prof. Dr. Magno Valério Trindade Machado

Porto Alegre

2017

Agradecimentos

Muitas pessoas são responsáveis pela existência do trabalho aqui apresentado, direta ou indiretamente.

Gostaria de agradecer primeiramente meus pais e meu irmão, que são os responsáveis por eu ter entrado neste curso, e também, por eu nunca ter desistido do mesmo. Vocês sempre me disseram que não poderiam ajudar nas "minhas coisas", pois não tinham como entender, mas vocês me ajudaram em coisas muito mais importantes que matemática e física, vocês me mantiveram determinada em seguir meus sonhos e me deram todo apoio pra ficar nessa área mesmo não sabendo no que eu trabalharia ou se existiam empregos nessa área.

Aos meus amigos gostaria de agradecer pelas discussões que tivemos tomando café, pelas horas passadas no LIEF estudando e pelas risadas divididas ao longo desses quatro anos.

Em especial, gostaria de agradecer ao meu namorado Dean Valois, por ter me ajudado tantas vezes que perdi as contas, muito obrigada por todas as vezes que disse: vai dar tudo certo. Muito obrigada pelos tempos livres assistindo anime e intervalos em meio aos estudos passados nos bancos da física. Além disso, muito obrigada por ter aceito todos os desafios que surgiram, por ter ido ao IMPA e ao IFT e principalmente o de sair da UFRGS e ir para São Paulo para encarar essa nova etapa. Sem você eu não teria tido coragem pra ir tão longe.

A Juliana Harmatiuk, por ter me aguentado nos piores e melhores momentos, por me entender, pelos cascudos dados, pelas ajudas na formatação do LATEX e pelas horas de procrastinação compartilhadas.

Cynthia Bortolotto, que mesmo de longe continuou presente o tempo todo, muito obrigada pela ajuda em matemática e por ser essa grande amiga. Por todas as caronas, todas as danças e todos os encontros às sextas e sábados à noite pra fazer o TCC, mesmo que o seu TCC estivesse quase pronto. Muito obrigada por trazer sorvete no meio da noite quando as coisas iam mal, e por me aguentar mesmo nos dias, foram vários, em que eu fui insuportável.

Alexandre Weber, que tantas vezes ficou duas horas no ônibus ouvindo sobre as "loucuras" que eu estava estudando, por estar sempre ali quando precisei, e por ter sido quem esteve todos os dias ao meu lado enquanto estudávamos para entrar na UFRGS.

E ao Gabriel Caixinhas, que foi meu primeiro amigo na física, e agora é meu melhor amigo da química e o melhor *partner* de dança. Muito obrigada pelo seu apoio, pelos abraços diários mesmo com meu péssimo humor nos últimos meses.

Enfim, gostaria de agradecer a todos os professores que me inspiraram ao longo da minha graduação, que demonstravam em aula amar tudo isso. Em especial agradeço ao

professor Dimiter Hadjimichef pelas aulas maravilhosas, por ter me permitido assistir suas aulas nesse último semestre, e pelas conversas que tivemos.

Ao professor, e meu orientador, Magno Machado por ter sido um professor e orientador excepcional, por todas as aulas extras dadas para apenas dois orientandos, por todos o tempo despendido em explicações, muitas vezes bobas, e principalmente por ter aceito me orientar a um ano e meio atrás, sem isso, certamente muita coisa teria sido diferente.

Resumo

Neutrinos ultraenergéticos vem despertando interesse na comunidade científica devido a sua propriedade de transmissão de informação a grandes distâncias, dado que estes não sofrem desvios devido a campos eletromagnéticos, e a probabilidade de serem absorvidos em sua trajetória é muito baixa. A emissão de neutrinos e fóton de um ponto no espaço está também associada a existência da aceleração de partículas (raios cósmicos), estes podem, portanto, retornar informações importantes acerca da formação de raios cósmicos fora do nosso raio de observação direta atual.

Para se extrair informações, como energia das partículas aceleradas por exemplo, se faz necessário compreender a interação dos neutrinos com a matéria. A interação destes com nucleons pode ser mensurada através de sua seção de choque e, dadas as altas energias dos neutrinos provenientes de raios cósmicos, o cálculo de sua seção de choque exige um estudo sobre a interação dos constituintes dos nucleons, suas interações com neutrinos e sobre os modelos atuais que descrevem esta interação.

Neste trabalho será apresentado brevemente os modelos de parametrizações: Modelo Assintótico, utilizando Teorema de Froissart, QCD perturbativa em ordem NLO e Modelo de Dipolo de Cor.

As previsões dadas pelos três diferentes modelos foram então comparadas entre si e também com os dados obtidos pelo Telescópio de Neutrino IceCube. Em particular comparamos as abordagens teóricas distintas com o número de eventos medidos no telescópio de neutrinos ultraenergéticos, de onde pode-se ver que existe uma grande diferença entre os modelo de Dipolo e NLO comparados ao modelo de Block na região de energia entre 10 TeV e 10^3 TeV , enquanto que há uma concordância no formato das curvas para energias superiores a estas.

Palavras-Chave : IceCube, Neutrinos Ultraenergético, NLO, Dipolo de Cor;

Abstract

Ultrahigh energy neutrinos have come to interest of the scientific community because of their properties of information transmission since they neither interact with electromagnetic fields nor are absorbed by opaque matter along their propagation. The emission of neutrinos and photons are a characteristic of particles being accelerated (cosmic rays). So neutrinos could return information about the acceleration of cosmic rays in the region above our observation radius.

To obtain information, like the energy of the accelerated particles, it's necessary to understand the interaction of neutrinos with matter. The interaction between neutrinos and nucleons can be measured through determinations of the interaction cross-section, because of the high energy in the process, it's necessary to describe the nucleons' constituents, the way those ones interact with neutrinos and the models that describe the interaction.

We will present briefly three parametrization models: Asymptotic model, using the Froissart Theorem, Perturbative QCD in NLO order and Color Dipole Model.

After that, the estimation obtained with the models will be compared to one another and with the neutrinos' IceCube telescope data. Specially, we had compared the three distinct models with the event number that were measured at the neutrinos' IceCube telescope.

Key-Words: IceCube, Ultrahigh Energy Neutrinos, NLO, Color Dipole;

Sumário

| | | |
|------------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 1 |
| 2 | NEUTRINOS: PROPRIEDADES E DETECÇÃO | 5 |
| 2.1 | Propriedades | 6 |
| 2.2 | Fontes Astrofísicas de Neutrinos | 11 |
| 2.3 | Detecção | 15 |
| 3 | EMBASAMENTO TEÓRICO | 19 |
| 3.1 | Interação Fraca | 19 |
| 3.1.1 | Paridade | 20 |
| 3.1.2 | Propagador | 21 |
| 3.2 | DIS - Espalhamento Inelástico Profundo | 22 |
| 4 | FUNÇÕES DE ESTRUTURA | 27 |
| 4.1 | Modelo Assintótico | 27 |
| 4.2 | QCD perturbativa em ordem NLO | 30 |
| 4.3 | Modelo de Dipolo de Cor | 32 |
| 5 | CÁLCULO NUMÉRICO E ANÁLISE DE RESULTADOS | 35 |
| 6 | CONCLUSÃO | 39 |
| A | MODELO DE PÁRTONS | 41 |
| A.1 | Função de Distribuição de Pártons | 43 |
| B | QCD - PRÓXIMA ORDEM DOMINANTE (NLO) | 45 |
| | REFERÊNCIAS | 47 |

Abreviações

- AGN - Galáxia de Núcleo Ativo;
- AMANDA - Antarctic Muon And Neutrino Detector Array;
- CP - Carga e Paridade;
- BFKL - Modelo de parametrização criado por Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov;
- BK - Modelo de parametrização criado por Balitsky-Kovchegov;
- Bóson de Gauge - Bóson que é descrito por uma teoria de calibre;
- CGC - Color Glass Condensate;
- DGLAP - Modelo de parametrização criado por Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi;
- DOM - Módulo Ótico Digital;
- eV - Elétron-Volt;
- GRB - Erupção de Raios Cósmicos;
- JIMWLK - Modelo de parametrização criado por Jalilian-Marian, Iancu, McLerran, Weigert, Leonidov and
- LHC - Large Hadron Collider; Kovner;
- LO - Ordem Dominante, ordem zero em α_S ;
- M_\odot - Massa Solar;
- Modelo Assintótico - Modelo de Block;
- NLO - Próxima Ordem Dominante, primeira ordem em α_S ;
- PDF - Parton Distribution Function;
- QCD - Cromodinâmica Quântica;
- QED - Eletrodinâmica Quântica;
- SNR - Remanescentes de Supernova;
- u - quark up;

- d - quark down;
- s - quark strange;
- c - quark charm;
- t - quark top;
- b - quark bottom.

1 Introdução

No modelo padrão as partículas elementares podem ser divididas em dois grandes grupos: férmions (constituintes da matéria de spin semi-inteiro) e bósons (mediadores de interações, apresentam spin inteiro). Dentro da família dos férmions podem se distinguir ainda dois subgrupos, os bárions e os léptons. Os léptons são divididos em três famílias ou gerações e a cada família corresponde uma partícula carregada e seu neutrino associado de mesmo sabor, os férmions e bósons, segundo o modelo padrão estão apresentados na Tabela (1).

| Férmions | | | | | |
|----------|---|---|---------|-----------|------------|
| Bárions | | | Léptons | | |
| u | c | t | e | μ | τ |
| d | s | b | ν_e | ν_μ | ν_τ |

Tabela 1 – Férmions e suas subdivisões entre léptons e bárions

Neutrinos são partículas sem carga e que interagem muito fracamente com a matéria, interagindo apenas através da força fraca, a qual é mediada pelos bósons W^\pm e Z^0 . Os bósons da interação fraca, embora exerçam papel análogo aos bósons da interação forte (glúons) e da interação eletromagnética (fótons), em suas respectivas teorias, apresentam peculiaridades em relação aos outros bósons. Estes, por exemplo, possuem grandes massas, aproximadamente 90 GeV , que implicam em um curto alcance de interação para teoria de interações fracas, e os bósons W^\pm possuem carga fraca e elétrica, permitindo que estes apresentem autointeração.

As primeiras evidências da existência do neutrino são provenientes do experimento de decaimento beta, que até então era descrito pela relação de decaimento de um nêutron em um próton e um elétron (apresentada abaixo), no ano de 1930.

$$n \rightarrow p + e^-$$

Assumindo este formato para a reação, se esperava medir um momentum bem definido para o elétron resultante da mesma, no entanto, o que se detectou foi um espectro contínuo para o momentum deste. Para explicar os resultados, Pauli sugeriu a existência de uma terceira partícula resultante da reação: esta deveria ser neutra e sem massa. Foi Fermi quem propôs uma teoria plausível para a existência de tal partícula que ele veio a chamar de neutrino, do italiano pequena partícula neutra. Com a presença desta terceira partícula a reação do decaimento beta fica então descrita pela equação abaixo.

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

O neutrino do elétron foi detectado apenas em 1956 por Clyde Cowan e Fred Reines, através do experimento do decaimento beta inverso de partículas de um reator nuclear. Em 1962, detectou-se o segundo sabor de neutrino, o neutrino do múon, através do decaimento do pión, equacionado abaixo.



O neutrino do tau foi detectado em 2000 quando o *Direct Observation of the NU Tau* (DONUT) o observou em reações com núcleos de ferro.

Neutrinos podem ser emitidos de decaimentos de partículas instáveis como o nêutron livre e o pión, mas também são emitidos o tempo todo pela matéria, ocorrendo em grandes quantidades em reações nucleares como as realizadas nas estrelas, sendo estes neutrinos bastante energéticos comparados aos emitidos por um ser humano, por exemplo. Além dos neutrinos estelares, outros neutrinos muito energéticos e de fontes incertas são detectados advindos do universo, os quais podem provir de remanescentes de supernovas, raios cósmicos, galáxias de núcleo ativo (AGNs), erupções de raios gama (GRBs), etc., tais neutrinos apresentam como uma de suas características principais uma altíssima energia associada e, conseqüentemente, ao interagir com a matéria caracterizam interações com alto momentum transferido.

Suas energias típicas são da ordem de 10^{11} GeV , o que caracteriza um comprimento de onda de Broglie da ordem de $10^{-11} \text{ GeV}^{-1}$. Sabendo-se que o raio típico de um próton é aproximadamente 1 fm , que equivale a $0,5 \text{ GeV}^{-1}$ (em unidades naturais), e que esse comprimento de onda característico diminui com o aumento da energia, se tem que o comprimento de onda característico destas partículas é muito menor que o raio do próton, e portanto, estas são capazes de investigar partículas ainda menores que o próton que o constituem, sendo capazes de perceber a existência de quarks e glúons em seu interior.

Essa característica, de prescrutar o interior do párton, esta associada a um espalhamento profundo. Além de profundo o espalhamento estudado será inelástico, dado que o alvo, presente no estado inicial, não estará presente no final da interação. O espalhamento inelástico profundo neutrino-nucleon ($\nu_l - n$) pode ser equacionado, de forma genérica, como está apresentado abaixo.



A equação acima simboliza o caso em que a partícula mediadora é não-carregada ou carregada, respectivamente, e X é o que resulta do espalhamento do neutrino-nucleon, onde o nucleon esta presente apenas no início da reação.

Dadas as características dessa partículas a questão que surge é como é possível detectá-la. A detecção dos neutrinos não se dá de forma direta como é o caso de outras partículas

como os fótons e elétrons, pois, além de muito pouco massivas, estas não possuem carga ou emitem qualquer tipo de radiação que possa ser detectada ao longo de sua trajetória. Para tal, deve-se então detectar os resultados da interação dos mesmos com a matéria.

Devido sua baixa interação, é necessário utilizar imensos telescópios constituídos de uma grande quantidade de material propício a interação, a fim de que o número de interações seja suficiente para obterem-se medidas significativas. O material que constitui o telescópio é escolhido de forma a se detectar os resultados destas interações. O gelo transparente ou a água são boas opções, uma vez que permitem fazer uma medida da luz Cherenkov liberada pelo léptons resultantes da interação dos neutrinos com os nucleons.

Uma saída para aumentar a probabilidade de interação seria alterar as substâncias usadas para torna-las mais densas, mantendo a propriedade de não absorver radiação no visível. Um possível candidato seria a água pesada, no entanto este tipo de material não se encontra disponível em grandes quantidades na natureza, como é o caso do gelo, sendo necessária sua fabricação em laboratório e impossibilitando a construção de uma telescópio tão grande quanto o que se encontra naturalmente na Antártica. Na Antártica são encontradas formações naturais de blocos de gelo transparentes com um comprimento de milhares de quilômetros que podem ser utilizadas como um detector natural de neutrinos. O primeiro telescópio de neutrinos construído com este princípio foi o AMANDA (Antarctic Muon And Neutrino Detector Array) com 1900 *m* de profundidade que foi sucedido pelo IceCube com 2800 *m* de profundidade.

No telescópio IceCube é medida a radiação Cherenkov emitida pela partícula proveniente da interação de um neutrino com um núcleo. Esta partícula pode ser um elétron, um múon ou um tau, sendo que a probabilidade de se medir um múon é muito mais alta do que as outras citadas devido a conservação de helicidade imposta as partículas na reação (1.1), que pode ser generalizada por:

$$\pi^+ \rightarrow l^+ + \nu_l, \quad (1.2)$$

onde *l* designa o lépton produzido.

Dadas as altas energias dos neutrinos que chegam ao detector, a interação entre estes e um núcleo gerará um lépton altamente energético, com uma velocidade final maior que a velocidade da luz no meio. Quando isso ocorrer o múon gerará ondas de luz que viajarão mais lentamente do que ele próprio, luz esta produzida devido a excitação dos átomos ao longo de seu percurso no gelo, criando um cone de luz. Este processo é análogo ao que ocorre quando um objeto viaja mais rápido que a velocidade do som no ar.

Estas ondas de luz são chamadas de radiação Cherenkov e são espalhadas por bolhas de ar e partículas de poeira encontradas no meio. O sinal destes espalhamentos é então detectado no IceCube e analisado obtendo-se a taxa de interações por energia eletromagnética da radiação espalhada que é proporcional à seção de choque dos neutrinos incidentes cuja

relação é dada na Equação (1.3), (CHEN; DEV; SONI, 2014).

$$\frac{dN}{dE_{EM}} = T\Omega N_{eff}(E_\nu)\sigma(E_\nu)\Phi(E_\nu), \quad (1.3)$$

onde E_ν é a energia dos neutrinos incidentes, E_{EM} é a energia eletromagnética equivalente, T é o tempo de exposição, Ω é o ângulo sólido, N_{eff} é o número efetivo de alvos (nucleons), σ é a seção e choque dos neutrinos e Φ é o fluxo de neutrinos incidentes.

O cálculo da seção de choque pode ser realizado através de diversos modelos de parametrização, cada qual com um regime de validade na escala de energia e momentum transferido pela partícula. Para o caso de neutrinos ultraenergéticos no entanto não é tão simples obter a seção de choque devido a restrições na banda de energia alcançada pelos aceleradores de partículas atuais. Para tal, então, é necessário fazer além de uma parametrização no regime conhecido de energias uma extrapolação para o regime que deseja-se estudar como veremos no Capítulo 5.

Este trabalho será dividido em três capítulos:

- **Capítulo 2 - Neutrinos: Propriedades e Detecção:** falaremos das propriedades intrínsecas destes férmions, de como estes interagem com a matéria em especial como estes interagem com os materiais que constituem os detectores de neutrinos e quais são estes aparatos utilizados para medi-los, dando ênfase para o IceCube e o AMANDA
- **Capítulo 3 - Embasamento Teórico:** Uma breve revisão sobre espalhamento elástico seguido de uma analogia deste com o espalhamento inelástico e profundamente inelástico usando como base o espalhamento elétron-nucleon e depois focando no espalhamento de real interesse, neutrino-nucleon. Faremos também uma pequena revisão sobre alguns pontos interessantes da força fraca comparando-a com a força forte e eletromagnética.
- **Capítulo 4 - Funções de Estrutura:** Abordaremos os modelos utilizados na parametrização da seção de choque neutrino-nucleon, sendo estes o modelo assintótico, NLO e modelo de dipolo.
- **Capítulo 5 - Cálculo Numérico e Análise de Resultados:** Nesta seção falaremos rapidamente do método de integração utilizado no cálculo numérico das mesmas e sobre suas diferenças, além de uma discussão sobre os resultados obtidos e o que é medido pelos detectores de neutrinos atuais como o IceCube.

2 Neutrinos: Propriedades e Detecção

Em 1930 notou-se um problema no decaimento beta, onde um núcleo radioativo dá origem a um núcleo filho e emite um elétron livre, dada pela equação abaixo.



Assumindo o referencial no centro de massa, encontra-se que a equação que descreve a energia dos elétrons emitidos é dada por

$$E_e = \left(\frac{m_A^2 - m_B^2 + m_e^2}{2m_A} \right). \quad (2.1)$$

Pela Equação (2.1) fica claro que E_e é constante uma vez que essa depende apenas das massas das partículas envolvidas na reação, e a princípio, massas são invariantes. No entanto, ao medir os valores de energia experimentalmente o que se obtém é que a energia dos elétrons resultantes possui uma distribuição contínua, e valor máximo obtido para essa distribuição contínua de energias é equivalente ao valor obtido pela Equação (2.1).

Como forma de explicar este fenômeno, Niels Bohr sugeriu o abandono da conservação de energia propondo que a um nível atômico o sistema não possui simetria de translação temporal tal qual um sistema clássico, ou seja, um sistema microscópico não precisaria ser invariância do Grupo de Galileu. Contrário a Bohr, Pauli propõem a existência de um terceiro elemento resultante do decaimento, uma partícula sem massa e sem carga que estaria sendo emitida juntamente ao elétron. Esta partícula seria a responsável pela grande variação nas energias medidas. Fermi, por sua vez, nomeou esta partícula como neutrino, pequena partícula neutra em italiano, e hoje se sabe que a bem da verdade a partícula emitida se trata de um anti-neutrino do elétron, devido a conservação de número de lépton imposta a reação. A existência de uma terceira partícula sem massa e sem carga, assim como o fóton, explicaria a não detecção da mesma até o momento, e ao mesmo tempo restauraria a conservação de energia e momentum do sistema.

No decaimento do pión notava-se também uma inconsistência na conservação de momentum. No decaimento do pión em um múon, a direção de propagação da partícula filha muda abruptamente, 90° em relação a direção de propagação do pión. Após a descoberta do neutrino no decaimento beta, foi natural supor que novamente ele estava presente na reação, tornando o momentum e a energia do sistema conservado, sendo a reação expressa então pela equação abaixo.

$$\pi^- = \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

As previsões teóricas desta partícula, até então hipotética, mantinham a conservação de energia e momentum válida. No entanto, até 1950 esta partícula ainda não havia sido

detectada fazendo com que a comunidade científica suspeitasse que a mesma não passava de um artifício teórico, cuja única função era manter as leis de conservação intactas.

A dificuldade na detecção da mesma se deve ao fato de que o neutrino interage muito fracamente com a matéria, podendo viajar milhares de anos-luz no chumbo sem interagir uma única vez. Para que haja uma probabilidade não nula de medir uma interação desta partícula com a matéria, é necessário uma fonte de neutrinos com fluxo extremamente alto ou um detector gigantesco. Cowan e Reines foram os primeiros a efetivamente detectar um neutrino usando uma fonte de decaimentos beta inverso e, como detector, um grande tanque de água, (GRIFFITHS, 1997).

No decaimento beta se obtém como resultado um antineutrino, já no decaimento β^+ se obtém um neutrino. Uma característica das antipartículas em relação a partícula é a inversão da carga elétrica, que pode ser facilmente verificada. Dado que neutrinos não possuem carga elétrica, qual a diferença entre estes? Veremos a seguir que além da carga elétrica uma partícula pode ter associadas diversas outras números quânticos que mudam completamente em relação a sua antipartícula, veja alguns destes na Tabela (2).

2.1 Propriedades

Uma partícula pode ter associada a si diversos números quânticos e propriedades intrínsecas. No caso dos neutrinos, tem-se o número leptônico, spin, helicidade, "número de sabor" e carga fraca. A diferença entre o neutrino e o antineutrino se encontra na suas helicidade e número leptônico, como pode ser visto na tabela (2). O número de leptônico, assim como a carga, deve ser conservado nas interações entre partículas e o mesmo vale para helicidade.

Pode-se ver na Tabela 2 as principais propriedades associadas à família dos léptons. Ilustraremos rapidamente o significado e/ou a necessidade das propriedades de helicidade, quiralidade e número leptônico.

Helicidade e Quiralidade

A helicidade deve ser definida uma vez que os operadores de spin não comutam com o Hamiltoniano de Dirac (\hat{H}_D), ou seja, spin não é mais uma quantidade conservada do sistema. Isso se deve ao fato de que o Hamiltoniano de Dirac incorpora em si informações de spin diferente do que ocorria com o Hamiltoniano de Schrödinger, no qual a informação de spin era imposta ad hoc. Ao utilizarmos um Hamiltoniano que leva em consideração momentum angular e momentum angular intrínseco a quantidade conservada se torna o momentum angular total e não mais os outros dois separadamente. Com isso acaba-se perdendo informações sobre o spin de uma partícula livre. Uma maneira de resolver este

| | N° Lépton | N° Elétron | N° Múon | N° Tau | Helicidade | Spin | Quiralidade |
|------------------|------------------|-------------------|----------------|---------------|------------|------|-------------|
| e^- | 1 | 1 | 0 | 0 | ND | 1/2 | esquerda |
| μ^- | 1 | 0 | 1 | 0 | ND | 1/2 | esquerda |
| τ^- | 1 | 0 | 0 | 1 | ND | 1/2 | esquerda |
| ν_e | 1 | 1 | 0 | 0 | esquerda | 1/2 | esquerda |
| ν_μ | 1 | 0 | 1 | 0 | esquerda | 1/2 | esquerda |
| ν_τ | 1 | 0 | 0 | 1 | esquerda | 1/2 | esquerda |
| e^+ | -1 | -1 | 0 | 0 | ND | 1/2 | direita |
| μ^+ | -1 | 0 | -1 | 0 | ND | 1/2 | direita |
| τ^+ | -1 | 0 | 0 | -1 | ND | 1/2 | direita |
| $\bar{\nu}_e$ | -1 | -1 | 0 | 0 | direita | 1/2 | direita |
| $\bar{\nu}_\mu$ | -1 | 0 | -1 | 0 | direita | 1/2 | direita |
| $\bar{\nu}_\tau$ | -1 | 0 | 0 | -1 | direita | 1/2 | direita |

Tabela 2 – Números quânticos associados aos léptons, onde ND = não definido

problema é utilizando a helicidade, que retorna informação indireta do spin em relação a direção de propagação da partícula. A helicidade é definida como:

$$h \equiv \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{p}}{p}. \quad (2.2)$$

O operador helicidade fica, então, definido, representado na base dos espinores de Dirac, como:

$$\hat{h} = \frac{\hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{p}}}{p} = \frac{\hat{\Sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}}{2p} = \frac{1}{2p} \begin{pmatrix} \sigma \cdot \hat{\mathbf{p}} & 0 \\ 0 & \sigma \cdot \hat{\mathbf{p}} \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Embora o operador helicidade elimine o problema da não comutação do operador de spin com o Hamiltoniano de Dirac, a aplicação do operador helicidade sobre estados de partículas massivas não está bem definido, pois este só configura uma equação de autovalores no caso de partículas sem massa. Partículas massivas não são autoestados do operador helicidade, pois para estas sempre é possível encontrar um referencial no qual a mesma se encontra em repouso, como a definição de helicidade é a projeção do spin na direção de propagação da partícula, para que a partícula seja autoestado do operador helicidade é necessário e suficiente que esta tenha direção de propagação e spin invariantes segundo as transformações do Grupo de Poincaré, o que não é verificado para as partículas massivas.

Sendo que a helicidade tem este problema ao tratar partículas massivas é interessante definir outra quantidade que esteja bem definida para todos os estados de férmions. Definiremos então a quiralidade, a qual não tem uma interpretação bem definida, mas seu operador é formado a partir das matrizes de Pauli-Dirac que carregam informação sobre o spin associados aos espinores de Dirac. O operador que retornará a quiralidade

das partículas é definido matematicamente como:

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (2.4)$$

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

A matriz γ^5 é uma representação específica do operador de rotação do Grupo de Poincaré na representação de Pauli-Dirac. Realizar uma rotação é equivalente a adicionar uma fase ao sistema. Para os espinores de Dirac ao realizar-se esta rotação é possível que a função de onda recaia no estado inicial ou que esta se encontre transladada de forma que:

$$\psi^f = R(\theta)\psi^i = -1\psi^i, \quad (2.6)$$

os estados que se transformam desta forma são ditos estados de quiralidade esquerda, enquanto que os estados que retornam à sua função inicial, ou seja, que possuem autovalor associado ao operador quiralidade +1, são ditos estados de quiralidade direita.

Avaliando agora o resultado da aplicação da γ^5 sobre um espinor de Dirac, vemos que

$$\gamma^5 |u_+\rangle = + |u_+\rangle, \quad (2.7)$$

$$\gamma^5 |u_-\rangle = - |u_-\rangle, \quad (2.8)$$

onde $|u_+\rangle$ é um estado com helicidade definida direita e $|u_-\rangle$ tem helicidade definida esquerda. Isto implica que existe uma relação entre helicidade e quiralidade mesmo que suas definições não sejam análogas.

A diferença entre quiralidade e helicidade é que a helicidade é uma propriedade que pode ser efetivamente medida, mas que só está definida para partículas sem massa, enquanto a quiralidade é associada a uma transformação do Grupo de Poincaré e está bem definida para toda e qualquer partícula. Todavia, a quiralidade, diferente da helicidade, não é uma quantidade conservada, logo, o operador quiralidade não comuta com o operador Hamiltoniano de Dirac no caso de partículas massivas.

$$[\hat{H}_D, \hat{Q}] = 2mc^2 I, \quad (2.9)$$

onde esta relação é obtida utilizando a representação matricial dos operadores quiralidade ($\equiv \hat{Q}$) e Hamiltoniano de Dirac.

A relação entre os autoestados de helicidade e quiralidade podem ser obtidos através da decomposição dos estados de helicidade em suas componentes quirais. Estas componentes são obtidas ao aplicar o operado de projeção quiral nos autoestados de helicidade, de forma que um autoestado de helicidade sempre pode ser escrito como a combinação linear de suas projeções nas autobases de quiralidade. Isto é possível dado que a quiralidade sempre está definida para uma estado de helicidade, mas o contrário não é verdade.

Números Quântico Leptônico e Sabor

O número leptônico foi proposto por Konopinski e Mahmoud em 1953 para determinar quais reações poderiam ou não ocorrer afirmando que o número de lépton deveria ser conservado nas reações, análogo à conservação de carga. Utilizando essa nova lei de conservação, tem-se que o decaimento beta é permitido caso a partícula emitida não seja um neutrino, e sim um antineutrino

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (2.10)$$

onde já estamos antecipando a conservação de número quântico leptônico eletrônico. No entanto esta lei de conservação ainda permitia processos que não eram observados como

$$\mu^- \rightarrow e^- + \gamma \quad (2.11)$$

O fato de que múons nunca decaíam em elétrons mostrava que deveria existir mais alguma simetria que não estava sendo levada em consideração. O valor conservado nessas reações foi dito número leptônico eletrônico e muônico. Todas as reações devem ter o mesmo valor de número leptônico do elétron, múon e tau nos reagentes e nos produtos. A cada partícula fica atribuído um valor para tal quantidade conservada, como mostra Tabela (2).

No entanto detectando-se neutrinos solares notou-se que havia um problema na quantidade de neutrinos chegando a superfície terrestre. Os neutrinos produzidos no Sol podem ser considerados apenas de um sabor (ν_e), e a reação predominante no Sol é o processo pp que é descrito pelas seguintes equações

| Processo 1 | Processo 2 | Processo 3 |
|--|---|---|
| $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$ | ${}^3\text{He} + p \rightarrow \alpha + e^+ + \nu_e$ | $d + p \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$ |
| $p + p + e^- \rightarrow d + \nu_e$ | ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow p + p + \alpha$ | ${}^7\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu_e$ |
| $d + p \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$ | ${}^3\text{He} + \alpha \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$ | ${}^7\text{Li} + p \rightarrow \alpha + \alpha$ |
| | | ${}^7\text{Be} + p \rightarrow {}^8\text{B} + \gamma$ |
| | | ${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + \nu_e + e^+$ |
| | | ${}^8\text{Be} \rightarrow \alpha + \alpha$ |

Estas equações prevem apenas a produção de neutrinos do elétrons. Além disso, a taxa de neutrinos produzidos no Sol pode ser estimada em $2 \times 10^{38} \nu_e s^{-1}$ através de dados sobre a composição e características como temperatura e densidade solar, que são bem conhecidas no modelo padrão solar.

Para detectar estes neutrinos é necessário um detector bastante massivo, uma vez que a seção de choque dos neutrinos é pequena e o Sol se encontra muito distante da Terra. Um dos detectores de neutrinos solares é o detector de radiação Cherenkov *Super-Kamiokande* com 50.000 ton de água. Os neutrinos são detectados através do espalhamento elástico

$\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$, onde o elétron resultante tem energia relativística e a radiação Cherenkov emitida por este poderá ser detectada. Calculando através dos dados de radiação Cherenkov detectada o fluxo de neutrinos, obteve-se que o valor do fluxo é abaixo da metade do previsto teoricamente.

No experimento *SNO - Sudbury Neutrino Observatory*, além dos neutrinos do elétrons é possível medir o fluxo total de neutrinos chegando ao detector. O *SNO* consiste de uma detector cilíndrico de 1000 ton de água pesada (D_2O), contidos em um diâmetro de 12 m. Os valores obtidos para o fluxo de neutrinos chegando ao detector foram

$$\begin{aligned}\phi(\nu_e) &= (1,76 \pm 0.10) \times 10^{-6} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}, \\ \phi(\nu_\mu) + \phi(\nu_\tau) &= (3,14 \pm 0,63) \times 10^{-6} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1},\end{aligned}$$

enquanto o valor previsto teoricamente é de

$$\phi(\nu_e) = (5,1 \pm 0.09) \times 10^{-6} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}.$$

Os dados do *SNO* mostram, então, que o fluxo total de neutrinos é consistente com o valor esperado do fluxo de neutrinos do elétron provenientes do Sol. Como é impossível que as reações nucleares no Sol produzam neutrinos do múon e do elétron devido a conservação do número eletrônico, caso o número eletrônico seja realmente uma quantidade conservada isso implica na mudança de sabor dos neutrinos associada ao fato destes percorrerem uma longa distância.

Oscilação de Sabor

Como já mencionado, os neutrinos pertencem à família dos léptons que é constituída pelas partículas e^- , μ^- , τ^- e seu respectivos neutrinos que não possuem carga elétrica.

| Geração | 1 | 2 | 3 |
|----------|---------|-----------|------------|
| Carga -e | e^- | μ^- | τ^- |
| Neutro | ν_e | ν_μ | ν_τ |

Tabela 3 – Famílias dos léptons

Os estados físicos dos neutrinos do Hamiltoniano livre são os autoestados massa que satisfazem a equação de autovalores ($\hbar = c = 1$)

$$\hat{H}\psi = i\frac{\partial\psi}{\partial t} = E\psi \quad (2.12)$$

Podemos escrever o estado ψ como uma parte puramente espacial e outra puramente temporal. Resolvendo a equação de autovalores encontraremos que os estados podem ser escritos como

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \phi(\mathbf{x})e^{-iEt}, \quad (2.13)$$

Os autoestados do hamiltoniano de massa são denotados por ν_1 , ν_2 e ν_3 e estes autoestados são independentes entre si, ou seja, eles geram uma base para o Hamiltoniano acima. Então todo autoestado do Hamiltoniano pode ser escrito como:

$$|\psi\rangle = A_1(x) |\nu_1\rangle + A_2(x) |\nu_2\rangle + A_3(x) |\nu_3\rangle, \quad (2.14)$$

a cada combinação de valores de A_1 , A_2 e A_3 corresponde um autoestado da interação fraca, ou seja, existem 9 valores de constantes possíveis tais que estas geram os autoestados fracos medidos. Podemos relacionar estas duas bases através da aplicação de uma matriz unitária U

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Um estado fraco viaja então como uma superposição de autoestados de massa, até que este interaja e então colapse em um estado fraco específico. Isto permite que, dado um estado inicial de uma sabor determinado, após se propagar no espaço, vai existir um ângulo de mistura entre os sabores de neutrinos definidos pela superposição dos autoestados de massa. Esse ângulo determina uma probabilidade de que o estado colapse para um dos sabores de neutrinos, que pode ser distinto do seu sabor inicial. Ou seja, mesmo que para uma reação o sabor do neutrino esteja bem definido, é impossível prever com certeza o sabor do neutrino que será detectado após este viajar uma distância x até o detector.

A oscilação de sabor dos neutrinos permite que, embora as reações obedeçam as leis de conservação, durante a propagação os neutrinos mudem de sabor, fazendo com que cheguem aos detectores todos os três sabores de neutrinos, dada uma reação que ocorre a uma longa distância. Estas oscilações são importantes para a cinemática dos detectores de neutrinos cósmicos, como o IceCube.

2.2 Fontes Astrofísicas de Neutrinos

O estudo dos neutrinos tem como um dos principais objetivos obter informações acerca das fontes de raios cósmicos. Estes podem ser provenientes da interação dos raios cósmicos com a atmosfera ou mesmo de interações que ocorrem nos pontos de aceleração dos raios cósmicos, como veremos a seguir.

Neutrinos provenientes da interação de raios cósmicos com a atmosfera (neutrinos atmosféricos) não fornecem informações sobre a localização da fonte primária dos raios que os geraram. No entanto, estes carregam informação de como estes interagem com a matéria. Este tipo de neutrino é de bastante utilidade no entendimento da propagação e geração do mesmo, sendo fonte de informação para o estudo sobre a oscilação de sabor, por exemplo.

Por outro lado, neutrinos que são produzidos no ponto de aceleração dos raios cósmicos carregam em si informações sobre a localização e sobre a energia destas partículas aceleradas.

Porém não é possível identificar o evento que desencadeou a aceleração. Os pontos de aceleração de partículas na galáxia são desconhecidos, muito embora hajam candidatos bastantes prováveis à assumir o cargo. Um indício sobre a posição destas fontes é dado pela detecção de fluxo de neutrinos e raios gama em uma dada região do espaço.

Raios Cósmicos e Neutrinos Atmosféricos

Raios cósmicos são feixes de partículas carregadas que viajam no meio interestelar a uma velocidade próxima a da luz. Estes são constituídos de 90% prótons, 9% hélio e alguns núcleos mais pesados. Sua grande maioria é relativística, tendo energia cinética muito maior que a energia de repouso das partículas que o constituem, e uma pequena fração destes apresenta energias ultrarrelativísticas, acima de 10^{20} eV.

A interação dos raios cósmicos com os núcleos presentes na atmosfera terrestre produzem neutrinos. Os neutrinos atmosféricos podem ser usados como base para a procura de neutrinos ultraenergéticos, que são o foco deste trabalho. A produção de neutrinos atmosféricos é devido ao decaimento de mésons produzidos pela interação dos raios cósmicos com os "núcleos do ar", produzindo chuveis de partículas, incluindo neutrinos, da forma que está apresentada na Tabela 4 e 5, (HAVERHOEK, 2006):

Decaimento de Partículas Pesadas

| Decaimento | Tempo(s) | Decaimento | Tempo(s) |
|---|-----------------------|---|------------------------|
| $K^- \rightarrow \pi^0 + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ | $1,24 \times 10^{-8}$ | $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ | $5,2 \times 10^{-8}$ |
| $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ | $1,24 \times 10^{-8}$ | $K^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0$ | $5,2 \times 10^{-8}$ |
| $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$ | $1,24 \times 10^{-8}$ | $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ | $0,89 \times 10^{-10}$ |
| $K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ | $1,24 \times 10^{-8}$ | $K^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ | $0,89 \times 10^{-10}$ |
| $K^- \rightarrow \pi^- + \pi^0$ | $1,24 \times 10^{-8}$ | | |

Tabela 4 – Reações do chuvaire de partículas, para partículas pesadas

Decaimento de Partículas Leves

| Decaimento | Tempo(s) | Decaimento | Tempo(s) |
|---|------------------------|---|-----------------------|
| $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ | $2,60 \times 10^{-8}$ | $\mu^+ \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ | $2,20 \times 10^{-6}$ |
| $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ | $2,60 \times 10^{-8}$ | $\mu^- \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ | $2,20 \times 10^{-6}$ |
| $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ | $0,83 \times 10^{-16}$ | | |

Tabela 5 – Reações do chuvaire de partículas, para partículas leves

Os fótons produzidos no decaimento do pión neutro dão início à componente eletromagnética do EAS (*Extensive Air Shower*). A componente eletromagnética irá apresentar formação de pares, Espalhamento Compton e Efeito Fotoelétrico, dependendo das condições de energia das partículas incidentes. Isso reflete diretamente na energia das partículas produzidas:

- **Formação de pares** - Componente dominante da interação EM para altas energias. Fóton cria um par elétrons pósitron;
- **Espalhamento Compton** - Ocorre para energias onde a seção de choque para a produção de pares diminui com a energia.
- **Efeito Fotoelétrico** - Um átomo absorve um fóton emitindo um elétron. Processo dominante para energias menores que $1MeV$.

Os múons perdem energia em sua propagação devido a processos como produção de pares, bremsstrahlung e espalhamentos múltiplos, mas como são bastante massivos não interagem fortemente com a matéria tendo, portanto, um tempo de vida média relativamente alto em comparação ao elétron, resultando em uma probabilidade elevada de chegar aos detectores.

Para baixas energias, alguns poucos GeV , a fração entre neutrinos do elétron e neutrinos do múon é de $\frac{\nu_\mu}{\nu_e} = 2$, com o aumento da energia essa razão diminui, uma vez que os múons com energias mais altas tem um tempo de vida médio mais alto propiciando que estes cheguem a Terra sem decair ou que interajam com outras partículas no caminho. Quando as energias dos píons e káon chegam à $E_\pi = 115 GeV$ e $E_K = 850 GeV$ estes mésons apresentam uma probabilidade de interagir com partículas no meio maior que a probabilidade de decair em partículas mais elementares fazendo com que não haja mais a emissão de neutrinos de quaisquer sabores. Estes neutrinos são a principal base para neutrinos ultraenergéticos, que serão estudados a seguir.

Raios Cósmicos e Neutrinos Astrofísicos

Supõe-se que a produção de neutrinos ultraenergéticos ocorre na região de aceleração dos raios cósmicos. O fenômeno de aceleração a grandes escalas ainda não tem fonte conhecida, pois não se sabe se a aceleração ocorre na galáxia como um todo ou se é devido a fontes discretas pontuais.

Tratando uma escala menor como o Sistema Solar, sabe-se que ambos os casos ocorrem. Experimentos espaciais tem evidências da aceleração de partículas devido a ondas de choque interplanetárias associadas a ventos solares e também devido a erupções solares. A observação destes fenômenos no Sistema Solar também detectou a produção de raios gama provenientes do decaimento de um méson pión neutro.

No caso de raios cósmicos galáticos ainda é impossível fazer a observação das reações diretamente, podendo observar-se apenas seus produtos. Alguns dos raios cósmicos podem interagir com as partículas que os permeiam enquanto estes são acelerados e ao interagirem com prótons e fótons do ambiente estes podem produzir neutrinos e raios gama. Existem duas formas de interação hadrônica que produzem neutrinos: interação entre dois prótons e interação de próton com fótons

| Interação 1 | Interação 2 |
|---|-------------------------------------|
| $p + p \rightarrow \pi^0 + X,$ | $p + \gamma \rightarrow \pi^+ + n,$ |
| $p + p \rightarrow \pi^\pm / K^\pm + X$ | , |

onde os mésons presentes ao fim da reação decairão em neutrinos, como já foi mostrado neste trabalho previamente.

Essas interações produzem neutrinos do elétron e do múon, sendo que a razão entre a quantidade de neutrinos do elétron e do múon continua sendo, o mesmo que para neutrinos atmosféricos, de $[\nu_\mu : \nu_e] = [2 : 1]$, e neste caso esta razão independe da energia das partículas mãe, pois não há perda de energia devido a interação dos múon com matéria. Porém, devido a oscilação de sabor o que se espera medir na Terra é uma relação $[\nu_\mu : \nu_e] : [\nu_\tau = 1 : 1 : 1]$.

A detecção de neutrinos é um fator crucial na observação de possíveis pontos de aceleração de raios cósmicos. Esses pontos podem ser observados a partir da emissão de raios gama. Além de fontes de raios cósmicos léptons acelerados também podem ser fonte de raios gama, porém, para este caso não há emissão de neutrinos juntamente a raios gama. Ou seja, para se identificar um ponto de aceleração é necessário que se detecte tanto raios gama quanto neutrinos partindo deste ponto. Existem suposições sobre as possíveis fontes dos raios cósmicos, como (SNR), (AGN's) e (GRB). Discutiremos muito brevemente cada caso a seguir.

Remanescentes de Supernovas (SNR)

O colapso de uma supernova pode levar a uma estrela de nêutrons, um pulsar ou a buracos negros. A forma como buracos negros podem gerar raios cósmicos será discutida na seção seguinte sobre AGNs.

Uma estrela de nêutrons é composta de nucleons muito compactados incluindo matéria estranha. A pressão de degenerescência dos nucleons está em equilíbrio com a forte gravidade. No caso em que o equilíbrio não é atingido, esta estrela colapsa em um buraco negro.

Estrelas deste tipo apresentam massa de $0,1 - 2,5 M_\odot$ e um raio de $10 - 20 \text{ km}$ o que é 10^5 vezes menor que o raio solar. Por conta destas características, a gravidade é tão forte nesta estrela que efeitos relativísticos não podem ser desconsiderados.

Pulsares são estrelas de nêutrons com momentum angular associado. Elas são caracterizadas pela emissão de pulsos causada pela anisotropia da atmosfera provavelmente relacionada ao alto campo magnético presente neste objeto. Os pulsares ainda podem ser divididos segundo a natureza dos pulsos emitidos, sendo que estes pulsos podem apresentar comprimentos de onda característicos das ondas de raio-X ou raios gama.

Núcleos de Galáxia Ativas (AGN)

Galáxias de núcleos ativo são galáxias que possuem em seu interior um buraco negro acretando massa a si mesmo. Estes buracos negros são uma grande fonte de radiação eletromagnética, sendo com isso poderosos aceleradores de raios cósmicos. Ao acelerar prótons, por conta da alta densidade de radiação na vizinhança do buraco negro, estes podem interagir muito eficientemente com radiação decaindo posteriormente em neutrinos, vide (MURASE, 2017).

Erupção de Raios Gama (GRB)

As erupções de raios gama podem ser de longa ou curta duração. As erupções de longa duração são provenientes do colapso de uma estrela massiva em um buraco negro enquanto que as de curta duração podem ser devido a fusão de duas estrelas de nêutron ou uma estrela de nêutron e um buraco negro, liberando grande quantidade de energia, vide (TAMBORRA,).

2.3 Detecção

A detecção de neutrinos cósmicos é feita, por exemplo, em telescópios de água pura completamente transparente com dimensões de cerca de milhares de quilômetros, formações como essa ocorrem naturalmente no Polo Sul.

O detector protótipo para a detecção de neutrinos foi o AMANDA, que tinha entre 800 m e 1000 m de profundidade no gelo. A tais profundidades o gelo se encontra contaminado por bolhas de ar, o que dificulta a detecção dos raios Cherenkov emitidos quando partículas ultrarelativísticas atravessam o meio. Isto levou à construção de um segundo telescópio mais profundo, o IceCube cujo esquema pode ser visto na Figura 1.

O telescópio IceCube possui uma profundidade no gelo de 2500 m , seus detectores de fótons, os DOMs, formam estruturas de cerca de 1 km^3 distribuídos em 80 colunas, sendo que em cada uma destas há 60 detectores, todas presas em torno de todo volume de gelo. Os DOMs detectam a radiação Cherenkov emitida em um decaimento devido a interação de uma neutrino com um átomo presente na água, uma vez que os neutrinos interagem por força fraca e não emitem nenhum sinal que possa ser medido por detectores de forma direta.

Radiação Cherenkov

A radiação Cherenkov ocorre quando alguma partícula carregada viaja mais rápido que a luz no meio. Esta partícula é emitida com um ângulo, relativo à partícula carregada, que é dependente do meio. Ao emitir fótons angulados em θ_c , forma-se um cone de luz em torno do eixo onde a partícula está se propagando, como pode ser visto na Figura (2).

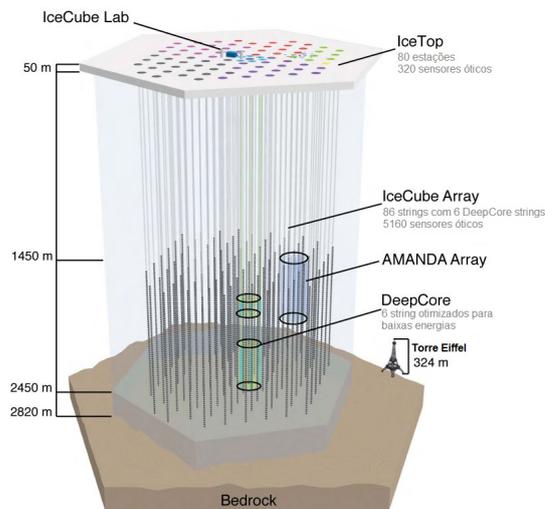


Figura 1 – Esquema do Observatório de Neutrinos IceCube, adaptada de (HICKFORD, 2012)

Devido o espalhamento dos fótons na água, se observa a propagação da radiação como uma frente de onda esférica.

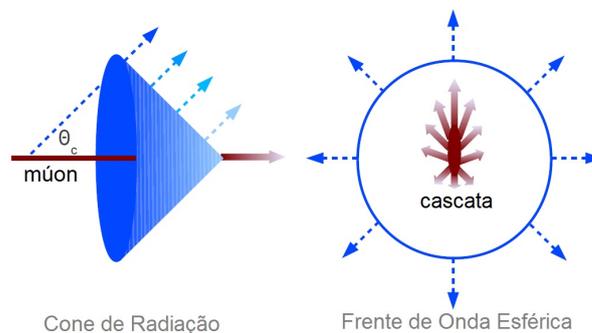


Figura 2 – Esquema emissão de radiação Cherenkov devido emissão de partículas muito energéticas na água, adaptada de (HICKFORD, 2012)

A velocidade da luz no meio é dada por:

$$c_n = \frac{c}{n(\lambda)}, \quad (2.16)$$

onde n é o índice de refração do meio. O ângulo de espalhamento Cherenkov é, por sua vez, dado por

$$\theta_c = \frac{1}{n(\lambda)\beta}, \quad (2.17)$$

onde $\beta = \frac{v}{c}$.

Como as partículas que emitem radiação Cherenkov são ultrarelativísticas, ou seja, sua velocidade é muito próxima a velocidade da luz no vácuo pode-se aproximar o valor de β

por 1, obtendo

$$\theta_c = \frac{1}{n(\lambda)}. \quad (2.18)$$

Isso mostra que para partículas com essa característica, o ângulo de emissão da radiação será dependente unicamente do meio, esta radiação, os fótons emitidos, poderá sofrer dois processos, ser absorvida ou espalhada. O espalhamento será dependente da composição do meio como será visto a seguir.

Propriedades do Meio - Características do Gelo

Sendo a detecção dos neutrinos indireta, é necessário interpretar os sinais recebidos através do espalhamento da radiação Cherenkov, ou seja, deve-se analisar o espalhamento de fótons no meio, o qual dependerá das propriedades do meio.

As características do gelo Antártico são dependentes da profundidade a que está sendo analisado. A profundidades menores que 1300 *m* existe a formação de bolhas de ar no gelo, motivo pelo qual o telescópio AMANDA foi substituído pelo IceCube. Ao serem incididas pelos fótons, estas bolhas, que possuem índice de refração diferente do do gelo, espalharão os mesmos.

Para regiões mais profundas, as bolhas de ar serão convertidas em cristais de ar hidratados (clatratos) devido a pressão, e estes clatratos formados apresentarão o índice de refração idêntico ao do gelo, e com isso não haverá mais espalhamento de fótons devido ao ar no meio. Para regiões abaixo de 1300 *m* o espalhamento é devido a presença de poeira formada por partículas de minerais. A absorção esta relacionada apenas à presença de poeira no meio, uma vez que gelo transparente e bolhas de ar não absorvem radiação.

Assim que a radiação Cherenkov é detectada a informação sobre a mesma é enviada diretamente aos centros de análise do IceCube que se localizam sobre o mesmo. A partir da radiação eletromagnética medida, é possível obter informação sobre direção e energia do múon gerado pelo espalhamento inicial.

Neste trabalho, estaremos interessados em estudar neutrinos cósmicos ultraenergéticos com um momentum transferido médio de $Q^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$, em uma região onde o momentum relativo entre o nucleon e seus constituintes (variável de Bjorken), tem valor médio $x = 10^{-7}$. Falaremos em detalhes sobre estas quantidades e qual a implicação de trabalhar nesta região cinemática no capítulo 3. O que nos interessa agora é ver que este momentum transferido é característico de neutrinos ultraenergéticos em uma faixa de energia de $E_\nu = 10^6 \text{ GeV}$ à $E_\nu = 10^{11} \text{ GeV}$ (BASU, 2002).

O IceCube pode obter dados de neutrinos em uma faixa de energias de 300 *TeV* à 1 *EeV*, isso é equivalente à $3 \times 10^5 \text{ GeV}$ à $1 \times 10^9 \text{ GeV}$, e com isso, dadas as extrapolações nesta região é possível fazer uma comparação entre as previsões teóricas e os dados obtidos no IceCube atualmente.

No próximo capítulo veremos um pouco sobre o formalismo desta física de altas energias, e em seguida voltaremos nossa atenção novamente tanto para os valores previsto quanto para os dados obtidos.

3 Embasamento Teórico

Como já foi dito na introdução, neutrinos são léptons que interagem puramente via interação fraca e possuem massa desprezível, sendo que a soma das massas dos mesmo é dada por $\sum_{\nu} m_{\nu} < 0.58 \text{ eV}$, (HICKFORD, 2012).

Todavia, além de ser necessário conhecer bem os neutrino também é necessário compreender o alvo, nucleon. A profundidade a qual o alvo será estudado dependerá do tipo de colisão que se deseja avaliar, ou melhor dizendo, da energia que o projétil possui.

Os neutrinos aqui estudados são altamente energéticos. Pode-se mostrar que para as energias de interesse nesse estudo, a colisão será do tipo profundamente inelástica, que implica que o projétil será capaz de perscrutar o interior do alvo, sendo capaz de identificar a presença de glúons e quarks. Para tratarmos esta colisão entre um neutrino e um nucleon é necessária uma descrição completa dos constituintes do nucleon e da sua dinâmica. Os quarks, constituintes do nucleon, interagem entre si através da força forte, fraca e também eletromagnética. Estas forças apresentam dominância uma sobre a outra em determinadas escalas de distâncias.

Neste capítulo, então, faremos uma breve revisão sobre a força fraca e também sobre a força forte. Em seguida, falaremos um pouco sobre espalhamento elástico e definiremos o espalhamento inelástico e profundamente inelástico em analogia ao primeiro. Por fim, apresentaremos três modelos distintos para o cálculo das seções de choque na interação neutrino-nucleon: o modelo assintótico, NLO e o modelo de dipolo.

3.1 Interação Fraca

Entre as forças elementares a mais conhecida é a força eletromagnética e sua teoria quântica, a QED. A QED foi a primeira a ser construída e embasou a construção da QCD e depois da interação eletrofraca. Esta é uma teoria autoconsistente com várias características similares à QCD. Por exemplo, ambas possuem bósons interagentes de spin 1 não massivos, ambas conservam carga e paridade e tem o vértice de interação com o mesmo formato, embora uma possua apenas um bóson e uma carga enquanto a outra possui oito bósons e 3 cargas distintas.

A interação fraca difere dessas duas por possuir bósons massivos e carregados. Além disso o vértice de interação da força fraca não conserva carga e paridade isoladamente e sim ambos como um todo (simetria CP).

3.1.1 Paridade

A não conservação de paridade na força fraca foi percebida na análise de dados experimentais. O experimento de decaimento beta com núcleos de Cobalto foi o responsável pela determinação da não conservação de paridade empiricamente. Neste, se notou que a emissão de elétrons, quando estes tinham momenta \mathbf{p} ou $-\mathbf{p}$, não era igual. Dependendo da direção de propagação havia uma emissão maior ou menor, que é equivalente a dizer que, perante uma troca de paridade a reação fraca de decaimento não permanecia inalterada.

Esta medida implica, portanto, na não existência da conservação de paridade nesta reação. Dado que a força fraca é a responsável pelo decaimento beta, conclui-se que não há conservação de paridade na força fraca.

Podemos definir um operador paridade, tal que este inverta a paridade do sistema, e verificar matematicamente a conservação ou não perante transformação de paridade nas teorias. Aplicar o operador paridade sobre um estado é equivalente a fazer uma reflexão em relação à origem do sistema de coordenadas. Um exemplo simples de autoestado para o operador paridade é dado por qualquer equação com dependência par em seus expoentes, $ax^2 + bx^4 + cx^6 + \dots$. A aplicação do operador paridade, P , sob o sistema é representada por

$$\hat{P}\psi(x, t) = \psi(x, t)' = \psi(-x, t). \quad (3.1)$$

O operador paridade é idempotente de ordem dois, ou seja, seu quadrado é igual a identidade, e é unitário, uma vez que a física deve ser invariante sob sua aplicação, e isso implica que o mesmo é hermitiano.

$$\hat{P}\hat{P}^\dagger = \hat{I}, \quad (3.2)$$

$$\hat{P}\hat{P}\hat{P}^\dagger = \hat{P}\hat{I}, \quad (3.3)$$

$$\hat{P}^\dagger = \hat{P}. \quad (3.4)$$

Esta simetria fica aparente na teoria fraca olhando para a sua corrente de probabilidade.

A corrente de Dirac é uma corrente vetorial dada por $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$, idêntica as correntes da QCD e QED. No entanto, para a força fraca, teremos uma corrente expressa por

$$j_{weak}^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi, \quad (3.5)$$

onde γ^5 é o operador quiral na representação de espinores de Dirac.

Não é difícil ver que, dado o formato desta corrente, não haverá conservação de paridade, uma vez que esta apresenta contribuição da matriz de Dirac γ^5 , então, para a corrente da força fraca teremos

$$\hat{P}j^\mu = -j^\mu. \quad (3.6)$$

A representação matemática da corrente da força fraca é classificada como vetor-axial. Um vetor-axial é aquele que pode ser definido através de uma regra de transformação (A) dada por

$$\mathbf{x}' = \det(A)A\mathbf{x}, \quad (3.7)$$

enquanto para vetores, sob a mesma transformação de coordenadas A , temos apenas que:

$$\mathbf{x}' = A\mathbf{x}. \quad (3.8)$$

Além da corrente, os propagadores desta teoria também diferem em relação aos propagadores da QED e da QCD.

3.1.2 Propagador

Propagadores são funções que dão a probabilidade de uma partícula viajar entre dois pontos do espaço-tempo, ou de viajarem com uma certa energia e momento associados. Este elemento da teoria apresenta diversas interpretações, dependendo apenas da representação em que se está trabalhando.

Propagadores podem ser interpretados como os estados intermediários em um diagrama de Feynman (também ditos partículas virtuais) e estes devem respeitar o princípio da incerteza de Heisenberg, uma vez que estes não pertencem a camada de massa. Podem ser vistos igualmente como o inverso do operador de campo, ou a função de Green associada e este, de um ponto de vista mais matemático ou como o quanta de um campo quantizado. No caso da força fraca, o campo a ser quantizado se trata de um campo vetor-axial. Essa propriedade foi anexada ao mesmo devido à assimetria de paridade vista na seção anterior.

Os propagadores da força fraca são os bósons Z^\pm e W^0 , sendo que os dois primeiros apresentam carga elétrica e o segundo é neutro. Todos os três são bastante massivos o que faz com que suas representações matemáticas dos diagramas de Feynman ganhem termos devido a sua massa. Algumas características dos bósons das três teorias podem ser vistas na Tabela (6).

| | Z^0 | W^+ | W^- | g | γ |
|----------------|---------|---------|---------|----------|----------|
| Cor | NA | NA | NA | Colorido | NA |
| Carga Elétrica | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 |
| Massa | $90GeV$ | $89GeV$ | $89GeV$ | 0^1 | 0^1 |

Tabela 6 – Propriedades dos Propagadores: NA = Não se Aplica.

Glúons são formados a partir de combinações lineares de pares de cor e anticor, onde existem 9 possíveis combinações dessas cores capazes de gerar glúons. No entanto uma destas é proibida: a nona combinação se trata de um singlete expresso por $\frac{\bar{r}r + \bar{g}g + \bar{b}b}{\sqrt{3}}$, esse

¹ massa teórica

estado se trata de um estado "sem cor". Na QCD todo estado sem cor se trata de um estado estável, caso este estado sem cor existisse, os glúons poderiam se propagar longas distâncias, assim como os fótons. De fato, isso nunca foi observado, sendo a força forte uma força de curto alcance, isso implica que este estado se trata de um estado proibido.

Sendo assim, os estados acessíveis aos glúons são aqueles que possuem duas cores associadas a si, veja tabela (7), e que são linearmente independentes entre si, e também linearmente independentes do estado de singlete descrito acima, de forma que não haja nenhuma combinação linear dos mesmo que retorne um estado proibido e que estes oito formem uma base completa para a teoria.

| Glúons | | | |
|--|--|--|--|
| $\frac{r\bar{b}+b\bar{r}}{\sqrt{2}}$ | $\frac{r\bar{g}+g\bar{r}}{\sqrt{2}}$ | $\frac{b\bar{g}+g\bar{b}}{\sqrt{2}}$ | $\frac{r\bar{r}-b\bar{b}}{\sqrt{2}}$ |
| $-i\frac{r\bar{b}-b\bar{r}}{\sqrt{2}}$ | $-i\frac{r\bar{g}-g\bar{r}}{\sqrt{2}}$ | $-i\frac{b\bar{g}-g\bar{b}}{\sqrt{2}}$ | $\frac{r\bar{r}+b\bar{b}-2g\bar{g}}{\sqrt{6}}$ |

Tabela 7 – Formato dos glúons em termos dos estados de cor

Na QED e QCD, as regras de Feynman para o propagador correspondem a

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}. \quad (3.9)$$

Na força fraca o propagador pode ser visto como a troca de um bóson massivo e nas regras de Feynman a dependência nesse vínculo fica explícita como

$$\frac{-i}{q^2 - m_{m_W}^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{m_W^2} \right), \quad (3.10)$$

onde m_W é a massa do bóson de gauge W^\pm . O termo a mais quando comparado ao propagador da QED e QCD, é proveniente da soma sobre todos os estados de polarização do campo na teoria fraca.

Essas equações são obtidas ao se determinar o inverso do operador de campo de cada teoria, que, por sua vez, pode ser encontrado partindo do Lagrangiano dos mesmos e quantizando os diferentes campos.

3.2 DIS - Espalhamento Inelástico Profundo

Interações altamente energéticas entre neutrinos e nucleons são dominadas pelo espalhamento inelástico profundo, onde o nucleon se converte em diversas partículas que denotaremos por X .

No caso do processo via corrente neutra, a reação fica denotada pela seguinte expressão

$$\nu_l + n \rightarrow \nu_l + X, \quad (3.11)$$

enquanto para corrente carregada temos que

$$\nu_l + n \rightarrow l + X. \quad (3.12)$$

Pode-se fazer uma analogia entre o espalhamento elástico elétron-próton e o espalhamento inelástico profundo, partindo da descrição do espalhamento elástico, que é mais intuitiva e simples, e em seguida generalizando para o caso inelástico e para o caso específico de espalhamento inelástico profundo.

A equação invariante de Lorentz que descreve de forma mais geral o espalhamento elástico $e^\pm p \rightarrow e^\pm p$ é a formula de Rosenbluth abaixo, (THOMSON, 2016)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{E_3}{E_1} \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right), \quad (3.13)$$

onde, no limite em que $Q^2 \ll m_p^2$, G_E e G_M são aproximadamente idênticas a transformada de Fourier da distribuição de momentum de carga elétrica e magnética do próton e τ é a razão $\frac{Q^2}{4m_p^2}$.

Podemos expressar esta fórmula explicitamente em termos invariantes de Lorentz e para tal definiremos algumas quantidades invariantes de Lorentz.

A variável y é a medida da inelasticidade da colisão. É definida como a razão entre o momentum transferido para o alvo e o momentum inicial do projétil, levando em consideração a direção de ambos através do produto interno

$$y \equiv \frac{p_p \cdot q}{p_p \cdot p_e}, \quad (3.14)$$

pode-se ver que quanto mais próximo de 1 for este valor maior é a inelasticidade do problema, uma vez que caso $y = 1$ isso implica que o elétron transferiu todo seu momentum para o projétil.

A variável x é a elasticidade do processo. É a fração do momentum que um quark do próton carrega no modelo de pártons, (veja Apêndice (A)).

$$x \equiv \frac{Q^2}{2p_p \cdot q}. \quad (3.15)$$

Tanto y quanto x tem seus valores definidos no intervalo $[0, 1]$, sendo que para $x = 1$ e $y = 0$ estamos tratando do caso elástico. Além disso, pode-se demonstrar, que o momentum transferido pelo bóson mediador q é tal que ele será tipo espaço, $q^2 < 0$, com quadrado negativo. Definiremos esta quantidade da seguinte maneira

$$Q^2 \equiv -q^2, \quad (3.16)$$

a qual é chamada de virtualidade do bóson de gauge.

Agora, reagrupando os termos da Equação (3.13) da seguinte maneira

$$f_1(Q^2) = G_M^2, \quad (3.17)$$

$$f_2(Q^2) = \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{(1 + \tau)}, \quad (3.18)$$

e utilizando as quantidades definidas em (3.14) e (3.16), encontraremos a seguinte expressão para o espalhamento elástico elétron-próton

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha}{Q^4} \left[\left(1 - y - \frac{m_p^2 y^2}{Q^2} \right) f_2(Q^2) + \frac{1}{2} y^2 f_1(Q^2) \right]. \quad (3.19)$$

Para o caso inelástico podemos generalizar a Equação (3.19).

A uma das diferenças claras entre as expressões encontradas para o caso elástico e inelástico é a dependência em x , definido na Equação (3.15), para o caso inelástico. Neste caso teremos uma diferencial dupla, em x e em Ω .

Isso ocorre pois, para o caso elástico, o projétil e o alvo permaneceram no estado final intactos, já para o caso inelástico haverá momentum transferido entre o projétil e o alvo, e a fração desse momentum transferido será mensurada por x .

Para o caso inelástico, mostrado da figura (3) temos que

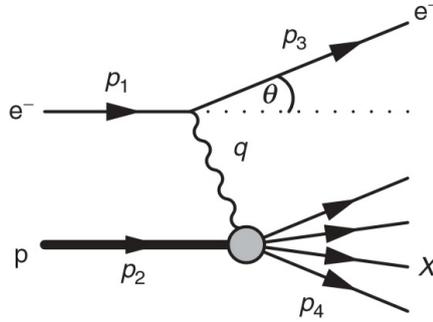


Figura 3 – Diagrama do espalhamento inelástico elétron-próton, retirado de (THOMSON, 2016).

$$p_4^2 = (p_2 + q)^2, \quad (3.20)$$

$$p_4^2 = p_2^2 + 2p_2q + q^2, \quad (3.21)$$

$$p_4^2 = m_p^2 + 2p_2q - Q^2 \Rightarrow p_4^2 - m_p^2 + Q^2 = 2p_2q, \quad (3.22)$$

já para o caso elástico, sabendo que $p_2 = p_4$ e $p_2^2 = p_4^2 = m_p^2$, obtemos que

$$p_4^2 - m_p^2 + Q^2 = 2p_2q, \quad (3.23)$$

$$p_2^2 - m_p^2 + Q^2 = 2p_2q, \quad (3.24)$$

$$m_p^2 - m_p^2 + Q^2 = 2p_2q, \Rightarrow Q^2 = 2p_2q \Rightarrow x = 1. \quad (3.25)$$

Essa pequena demonstração deixa clara a independência do espalhamento elástico com a variável x .

Para definir a seção de choque diferencial do espalhamento profundamente inelástico ainda se fazem necessárias algumas quantidades além daquelas já definidas. Precisaremos da expressão para a energia do centro de massa do sistema, a qual pode ser escrita como

$$s \equiv (p_e + p_p)^2 = 2p_p \cdot p_e + m_p^2 + m_e^2. \quad (3.26)$$

Como a massa de repouso do elétron é muito menor que a massa de repouso do próton, podemos escrever a Equação (3.26) como

$$s \approx 2p_p \cdot p_e + m_p^2. \quad (3.27)$$

Também teremos que definir duas novas funções F_1 e F_2 análogas à f_1 e f_2 presentes na equação para seção de choque diferencial de colisões elásticas. Essas novas funções não têm um formato específico, dado que dependem de modelos, ao final deste capítulo introduziremos três diferentes modelos e suas respectivas funções de estrutura, F_1 , F_2 e F_3 que será introduzida na equação para o espalhamento neutrino-nucleon.

Com estes novos parâmetros, podemos escrever finalmente, a equação para a seção de choque diferencial de uma colisão profundamente inelástica elétron-próton

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[\left(1 - y - \frac{m_p^2 y^2}{Q^2} \right) \frac{F_2(x, Q^2)}{x} + y^2 F_1(x, Q^2) \right], \quad (3.28)$$

onde as funções f_1 e f_2 foram substituídas por F_1 e F_2 . Estas possuem a mesma interpretação associada às funções f_1 e f_2 , respectivamente.

Para o espalhamento inelástico profundo tem-se que $Q^2 \gg m_p^2 y^2$. Usando este fato pode-se obter a partir da Equação (3.28) a seguinte equação

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} \approx \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[(1 - y) \frac{F_2(x, Q^2)}{x} + y^2 F_1(x, Q^2) \right]. \quad (3.29)$$

No entanto, para a interação elétron-próton, estamos levando em consideração apenas dois tipos de interação, via força elétrica (interação devido a carga elétrica presente em ambas partículas interagentes) e via força magnética (interação devido ao spin associado a ambas partículas interagentes). No caso da interação entre neutrinos e a matéria devemos ainda levar em consideração mais uma força de interação, a força fraca, pois tanto neutrino quanto a matéria possuem carga deste tipo.

Mesmo os neutrinos não possuindo carga elétrica, existirá uma contribuição desta força para a seção de choque destes devido a carga elétrica associada aos bósons da teoria.

No limite em que os férmions da interação inelástica tem massa desprezível, caso compatível com os neutrinos, pode-se reescrever a Equação (3.28) como

$$\frac{d^2\sigma^{e\pm p}}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha^2 s}{Q^4} \left[(1 - y) F_2(x, Q^2) + y^2 x F_1(x, Q^2) \right], \quad (3.30)$$

que é idêntica a

$$\frac{d^2\sigma^{e^\pm p}}{dxdy} = \frac{4\pi\alpha^2 sx}{Q^4} \left[\frac{(1-y)F_2(x, Q^2)}{x} + y^2 F_1(x, Q^2) \right]. \quad (3.31)$$

Essa equação é a mesma obtida para aproximação de $Q^2 \gg m^2 y^2$ a menos de uma troca de variáveis na diferencial $Q^2 \rightarrow y$.

Além de supormos que os férmions não possuem massa ainda temos que anexar à seção de choque a informação sobre violação de paridade e sobre a interação de carga fraca. A equação análoga à Equação (3.31) para neutrinos e antineutrinos será dada por

$$\frac{d^2\sigma^{(\nu/\bar{\nu})p}}{dxdy} = \frac{G_{FS}^2}{2\pi} \left[(1-y)F_2^{(\nu/\bar{\nu})p}(x, Q^2) + y^2 x F_1^{(\nu/\bar{\nu})p}(x, Q^2) \pm y \left(1 - \frac{y}{2}\right) x F_3^{(\nu/\bar{\nu})p}(x, Q^2) \right], \quad (3.32)$$

onde as funções $F_2^{(\nu/\bar{\nu})p}(x, Q^2)$, $F_1^{(\nu/\bar{\nu})p}(x, Q^2)$ e $F_3^{(\nu/\bar{\nu})p}(x, Q^2)$ são chamadas de funções de estrutura. Estas funções descrevem a distribuição de pártons e antipártons no alvo provado. Estas levam em consideração os quarks de valência, os quarks de mar e a distribuição de glúons dependente da energia transferida, ou virtualidade, Q^2 . Em especial, F_3 pode ser descrita completamente em termos das distribuições dos quarks de valência.

Podemos dar uma interpretação para estas funções utilizando o modelo pártons, veja (Apêndice A), tal que as funções podem ser expressas por

$$F_2^{\nu p} = 2x F_1^{\nu p} = 2x[d(x) + \bar{u}(x)], \quad (3.33)$$

$$x F_3^{\nu p} = 2x[d(x) - \bar{u}(x)]. \quad (3.34)$$

Para o caso da colisão de neutrinos com nucleons as funções serão expressas por uma média entre a colisão de neutrinos com nêutrons e neutrinos com prótons, ficando com:

$$F_2^{\nu N} = \frac{F_2^{\nu p} + F_2^{\nu n}}{2} = \frac{2x[d(x) + \bar{u}(x)] + 2x[\bar{d}(x) + u(x)]}{2} = 2x F_1^{\nu N}, \quad (3.35)$$

$$x F_3^{\nu N} = \frac{2x[d(x) - \bar{u}(x)] + 2x[\bar{d}(x) - u(x)]}{2}, \quad (3.36)$$

onde, $F_i^{\nu n} = \bar{F}_i^{\nu p}$ com $i = 1, 2, 3$. Usando isso, podemos escrever a seção de choque diferencial para neutrino-nucleon em função apenas de F_2 e F_3 , como

$$\frac{d^2\sigma^{\nu N}}{dxdy} = \frac{G_{FS}^2}{2\pi} \left[\left(1 - y + \frac{y^2}{2}\right) F_2^{\nu N}(x, Q^2) + y \left(1 - \frac{y}{2}\right) x F_3^{\nu N}(x, Q^2) \right]. \quad (3.37)$$

As seções de choque, portanto, estão diretamente ligadas às funções de estrutura, que por sua vez, são dependentes de modelos.

4 Funções de Estrutura

As funções de estrutura descrevem a distribuição partônica dos hádrons em um nucleon. Estas são escritas em termos de PDFs, como mostrado no capítulo anterior, e estas PDFs são extraídas de dados experimentais de colisões realizadas no LHC através de ajustes numéricos dos dados coletados no mesmo.

Essas distribuições serão dependentes de modelos, sendo que cada modelo possui uma região de validade como mostra a Figura (4). A seguir, falaremos um pouco sobre três modelos distintos e, no capítulo seguinte, mostraremos os diferentes valores de seção de choque obtidos atualmente por cada um deles e a sua comparação com os dados obtidos pelo telescópio de neutrinos IceCube.

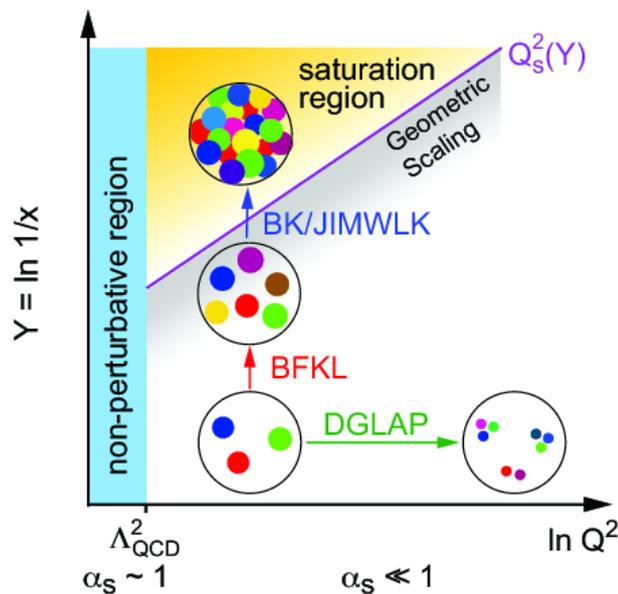


Figura 4 – Regiões de validade dos modelos de parametrização DGLAP, Escalamento Geométrico, Saturação, BFKL, BK/JIMWLK e a região não perturbativa

Apresentaremos três modelos distintos para a obtenção das seções de choque. Os modelos que vamos estudar serão o assintótico, QCD perturbativa em próxima ordem (*NLO*) e aproximação de dipolo de cor, onde a aproximação de dipolo de cor se trata de um dos modelos de saturação.

4.1 Modelo Assintótico

As condições de Froissart de unitariedade e analiticidade aplicadas sobre as seções de choque de colisões profundamente inelásticas conduzem a uma dependência na variável x para a função de estrutura do próton que não deve crescer mais rapidamente que $\ln^2 1/x$ para valores de x muito pequenos.

No modelo padrão partônico, a seção de choque diferencial da interação neutrino com um isoescalar N , definido como $N = \frac{p+n}{2}$, onde n simboliza um nêutron e p um próton, pode ser escrita como:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = \frac{2G_F^2 m_p E_\nu}{\pi} \left(\frac{M_V^2}{Q^2 + M_V^2} \right)^2 \times [xq_i(x, Q^2) + x\bar{q}_i(x, Q^2)(1-y)^2]. \quad (4.1)$$

Essa equação pode ser obtida através do modelo de pártons apresentado no Apêndice (A). O índice i é referente à corrente carregada ou neutra, $i = CC, NC$. E a variação entre a energia do neutrino e do lépton produzido como $E_\nu - E_l \equiv \nu$, o parâmetro de Bjorken x e a inelasticidade y são dadas por

$$x \equiv \frac{Q^2}{2m\nu}, \quad y \equiv \frac{\nu}{E_\nu}, \quad x, y \in [0, 1]$$

A probabilidade de distribuição de quarks nessa colisão, com corrente carregada, pode ser expressa como uma combinação de todos os possíveis sabores de quarks, da seguinte maneira

$$q_i = \left[\frac{u_v(x, Q^2) + d_v(x, Q^2)}{2} + \frac{u_s(x, Q^2) + d_s(x, Q^2)}{2} + \frac{t_s(x, Q^2) + s_s(x, Q^2)}{2} + \frac{c_s(x, Q^2) + b_s(x, Q^2)}{2} \right],$$

os índices v e s na expressão representam quarks de mar e quarks de valência, respectivamente.

Nota-se que mesmo nesta expressão geral, não existe contribuição de quarks s, t, b e c de valência. Isso se deve ao fato de que os prótons e nêutrons são formados apenas por quarks do tipo up e down. As contribuições dos outros sabores são devidos a possíveis flutuações do vácuo da QCD entre pares de quarks e antiquarks de todos os sabores e a probabilidade destas flutuações diminui com o aumento da massa destes. Para a distribuição de probabilidade dos antiquarks teremos uma expressão similar a dos quarks. No entanto, uma vez que não existem antiquarks de valência, a distribuição se dará apenas com quarks de mar da seguinte maneira

$$\bar{q}_i = \left[\frac{\bar{u}_s(x, Q^2) + \bar{d}_s(x, Q^2)}{2} + \frac{\bar{c}_s(x, Q^2) + \bar{b}_s(x, Q^2)}{2} + \frac{\bar{t}_s(x, Q^2) + \bar{s}_s(x, Q^2)}{2} \right] \quad (4.2)$$

Para a obtenção das funções de estrutura para x muito pequeno vamos assumir que:

- Quando x muito pequeno a contribuição dos quarks de valência é muito pequena;
- Todos os quarks de mar tem a mesma contribuição para a densidade de probabilidade, $d_s = \bar{d}_s = u_s = \bar{u}_s = s_s = \bar{s}_s = c_s = \bar{c}_s$.

Utilizando isso, encontramos que as PDFs presentes na Equação (4.1) podem ser identificadas como

$$F_2^p = \sum_i e_i^2 x [q_i + \bar{q}_i], \quad (4.3)$$

onde $i = 1, \dots, 4$, pois apenas 4 dos sabores terão contribuição significativa. Aqui, F_2^p é a função de estrutura do próton na interação ep . Pode-se igualmente obter que:

$$xU(x, Q^2) = \frac{9}{20} F_2^p(x, Q^2), \quad (4.4)$$

onde $2xQ(x, Q^2) \equiv xq_{CC} = x\bar{q}_{CC}$. Substituindo isso na equação (4.1), podemos expressar a seção de choque para corrente carregada como:

$$\frac{d^2\sigma_{CC}}{dx dy} = \frac{2G_F^2 m E_\nu}{\pi} \left[\frac{M_W^2}{M_W^2 + Q^2} \right]^2 \times \left[\frac{9}{10} F_2^p(x, Q^2) \right] (2 - 2y + y^2), \quad (4.5)$$

no caso da corrente neutra, levando em consideração o ângulo de mistura, vide (GANDHI et al., 1998), é possível mostrar que a função de estrutura apresenta a seguinte relação com as PDFs, vide (BERGER et al., 2008)

$$2,65xU(x, Q^2) = 1.19F_2^p(x, Q^2). \quad (4.6)$$

Substituindo esta relação na Equação (4.1) para a seção de choque, encontra-se que

$$\frac{d^2\sigma_{NC}}{dx dy} = \frac{2G_F^2 m E_\nu}{\pi} \left[\frac{M_Z^2}{M_Z^2 + Q^2} \right]^2 \times [0,298F_2^p(x, Q^2)] (2 - 2y + y^2). \quad (4.7)$$

No trabalho apresentado nos artigos (BERGER et al., 2008) e (BERGER; BLOCK; TAN, 2008) pode-se ver que uma função que nos retorna uma interpolação excelente dos dados para $x < x_p$, onde $x_p = 0.09$, é dada por

$$F_2^p = (1 - x) \left(\frac{F_p}{1 - x_p} + A(Q^2) \ln \left[\frac{x_p}{x} \frac{1 - x}{1 - x_p} \right] + B(Q^2) \ln^2 \left[\frac{x_p}{x} \frac{1 - x}{1 - x_p} \right] \right), \quad (4.8)$$

onde $A(Q^2)$ e $B(Q^2)$ são dados pelas seguintes expressões

$$\begin{aligned} A(Q^2) &= a_0 + a_1 \ln Q^2 + a_2 \ln^2 Q^2, \\ B(Q^2) &= b_0 + b_1 \ln Q^2 + b_2 \ln^2 Q^2, \end{aligned}$$

sendo, x_p , F_p , a_i e b_i constantes determinadas através do ajuste estatístico de χ^2 dos dados obtidos para a seção de choque neutrino-nucleon para $x < x_p$. Para o caso em que $x > x_p$ a função de estrutura que melhor ajusta-se aos dados assumindo este modelo é dada por

$$F_2^p(x, Q^2) = \frac{F_p}{x_p^{\alpha(Q^2)} (1 - x_p)} x^{\alpha(Q^2)} (1 - x), \quad (4.9)$$

onde α é escolhido de forma a tornar a função contínua no intervalo $x \in [0, 1]$, ou seja, é escolhido tal que a derivada primeira das funções seja igual no ponto x_p . Utilizando essas expressões para a seção de choque diferencial, é possível obter os valores para a seção de choque em função da energia do neutrino incidente utilizando integração numérica, a qual será apresentada no Capítulo 5.

4.2 QCD perturbativa em ordem NLO

A banda de energia que deseja-se estudar encontra-se em um região em que os colisores de partículas atuais ainda não alcançam e fica impossível obter expressões para as PDFs diretamente, como é feito usualmente. Uma maneira de contornar este problema é utilizar as parametrizações conhecidas com energias mais baixas e em seguida evoluir a equação utilizando a equação para de evolução temporal DGLAP em LO ou NLO até alcançarmos as energias desejadas.

A seção de choque diferencial para o caso de corrente neutra pode ser escrito de forma genérica como

$$\frac{d^2\sigma^{\nu\bar{\nu}N}}{dx dy} = \frac{G_F^2}{2\pi} \left(\frac{M_Z^2}{M_Z^2 + Q^2} \right)^2 s \left[F_2(1-y) + F_1xy^2 + F_3xy\left(1 - \frac{y}{2}\right) \right], \quad (4.10)$$

onde as funções de estrutura F_i serão obtidas utilizando QCD NLO.

A equação DGLAP em LO e NLO consiste de uma expansão em primeira e segunda ordem em potências de α_s na construção das funções de estrutura. Isso só é possível devido à dependência inversa entre a constante de acoplamento e a energia do processo, veja Apêndice (B). Para energias muito altas, como as utilizadas nos processos aqui estudados, a constante de acoplamento da força forte é pequena e a teoria pode ser tratada com formalismo perturbativo.

As funções de estrutura, de modo geral, podem ser escritas como a convolução das distribuição de pártons, q_i , com as funções de estrutura partônicas, $F_i^{q_i}$, veja (BASU, 2002)

$$F_i = q_j \otimes F_j^{q_j} + \bar{q}_j \otimes F_j^{\bar{q}_j} + g \otimes F_j^g, \quad (4.11)$$

onde q_i representa a função distribuição de pártons, \bar{q}_i a função distribuição de antipártons e g a função distribuição de glúons. As funções de estrutura partônicas em ordem zero, LO, ficam dadas por

$$\hat{F}_i^0(z) = K_i \delta(1-z), \quad (4.12)$$

onde $2K_1 = K_2 = ((C_V^f)^2 + (C_A^f)^2)$ e $K_3 = (2C_V C_A)$, sendo C_V^f e C_A^f os constituintes do vértice de interação fraca, onde o primeiro se refere a parte vetorial e o segundo a parte vetor-axial da mesma. K_1 e K_2 correspondem as interações com conservação de paridade (eletromagnética e forte), enquanto K_3 corresponde a interação sem conservação da mesma (interação fraca).

A expressão para a função de estrutura partônica em primeira ordem em α_s é dada por

$$\hat{F}_i^q = K_i \left\{ \delta(1-z) + \frac{2\alpha_s}{3\pi} \left[\zeta P_{qq}(z) + P_{qq}(z) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + C_i^q(z) \right] \right\}. \quad (4.13)$$

Nota-se que o primeiro termo dessa equação se trata do termo de ordem zero mostrado na Equação (4.12)

$$\hat{F}_i^q = \underbrace{K_i \delta(1-z)}_{\text{zero}} + \underbrace{K_i \frac{2\alpha_s}{3\pi} \left[\zeta P_{qq}(z) + P_{qq}(z) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + C_i^q(z) \right]}_{\text{primeira}}, \quad (4.14)$$

onde P_{qq} é uma função separação, C_i^q são as funções coeficientes, e μ é apenas uma constante de normalização para tornar os termos adimensionais em n dimensões e

$$\zeta = \frac{2}{4-n} + \gamma - \ln 4\pi. \quad (4.15)$$

A função de estrutura partônica para glúons em primeira ordem de α_s fica dada por

$$\hat{F}_i^g = K_i \frac{\alpha_s}{4\pi} \left[\zeta P_{gq}(z) + P_{gq}(z) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + C_i^g(z) \right]. \quad (4.16)$$

Essa expressão não apresenta termos de ordem zero em α_s como ocorria com a distribuição para quarks. Com isso as funções de estrutura ficam dadas por

$$F_1(x, Q^2) = \sum_{j=1}^{n_f} K_{q_j}^{pc} \left\{ (q_j + \bar{q}_j) + \alpha_s(Q^2) [C_1^q(z) \otimes (q_j + \bar{q}_j) + 2C_1^g(z) \otimes g] \right\}, \quad (4.17)$$

$$F_2(x, Q^2) = \sum_{j=1}^{n_f} x K_{q_j}^{pc} \left\{ (q_j + \bar{q}_j) + \alpha_s(Q^2) [C_2^q(z) \otimes (q_j + \bar{q}_j) + 2C_2^g(z) \otimes g] \right\}, \quad (4.18)$$

$$F_3(x, Q^2) = \sum_{j=1}^{n_f} K_{q_j}^{pc} \left\{ (q_j - \bar{q}_j) + \alpha_s(Q^2) [C_3^q(z) \otimes (q_j - \bar{q}_j)] \right\}, \quad (4.19)$$

onde pode-se notar que a função de estrutura F_3 não apresenta contribuições das PDFs para os glúons. Essas expressões foram obtidas para a corrente neutra. Analogamente pode-se obter a expressão para a corrente carregada

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy}^{\nu\bar{\nu}N} = \frac{G_F^2}{2\pi} \left(\frac{M_W^2}{M_W^2 + Q^2} \right)^2 s \left[F_2(1-y) + F_1xy^2 \pm F_3xy(1 - \frac{y}{2}) \right]. \quad (4.20)$$

A notação neste caso é idêntica a utilizada para o caso de corrente neutra, no entanto para a corrente carregada a seção de choque é independente do sabor, e, com isso, temos que $2K_1 = K_2 = K_3 = \frac{1}{2}$, simplificando bastante as expressões.

Novamente, discutiremos melhor os resultados obtidos por esse método no Capítulo (5).

4.3 Modelo de Dipolo de Cor

Os últimos dois métodos se apoiaram sobre a teoria do modelo de pártons, embora o primeiro o utilize apenas para motivar a utilização do teorema de Froissart da determinação da funções de estrutura.

O modelo de dipolo cor difere substancialmente dos dois apresentados. Este modelo interpreta a interação neutrino-nucleon como se o bóson interagente da força fraca flutuasse (flutuação quântica) em um par quark-antiquark e este par é que interage então com o nucleon, como mostra a Figura (5)

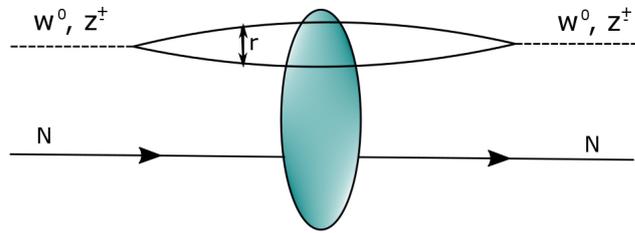


Figura 5 – Esquema interação de dipolo de cor com nucleon

Neste modelo o estado inicial e final do sistema é descrito como uma função de onda do bóson interagente, ψ^{Z^0, W^\pm} , e modelada pela seção de choque dipolo-nucleon (σ_{dipolo}). Desta forma a função de estrutura neutrino-nucleon fica dada por

$$F_{T,L}^{CC,NC}(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2} \int d^2r \int_0^1 dz |\psi_{T,L}^{W^\pm, Z^0}|^2 \sigma_{dipolo}, \quad (4.21)$$

onde o índice L, T é referente a polarização longitudinal e transversal do bóson mediador, respectivamente, z é a fração de momentum transversal do quark e r é o tamanho transversal do dipolo de cor.

As funções de estrutura serão determinadas a partir das funções de estrutura longitudinais e transversais, como mostra a equação abaixo

$$F_2 = F_T + F_L, \quad (4.22)$$

Usando as relações entre F_1 , F_2 e F_3 mostradas anteriormente, podemos obter as seções de choque diferenciais a menos da determinação da seção de choque de dipolo σ_{dipolo} .

A seção de choque de dipolo não pode ser determinada por primeiros princípios, uma vez que esta contém informação da estrutura do nucleon que se encontra no regime não

perturbativo, logo σ_{dipolo} é também dependente de modelo. Um dos modelos utilizados é o modelo CGC. Utilizando este modelo a seção de choque de dipolo é dada por, veja (MACHADO, 2004) e (TAEELS, 2017)

$$\sigma_{dipolo} = \sigma_0 \begin{cases} N_0 \left(\frac{rQ_{sat}}{2} \right)^{\left(\gamma_{sat} - \frac{\ln r^2 Q_{sat}^2}{2k\lambda Y} \right)} & , rQ_{sat} \leq 2, \\ 1 - e^{-a \ln^2 brQ_{sat}} & , rQ_{sat} > 2, \end{cases} \quad (4.23)$$

onde γ_{sat} e k são coeficientes determinados com LO na região de saturação.

O modelo CGC é baseado no fato de que no referencial de momentum infinito, os quarks de valência apresentam um tempo de vida muito maior que o tempo de vida dos glúons. Se o projétil penetrar o nucleon, e caso este conseguir apenas visualizar uma densa quantidade de cargas de cor, então este se encontra em uma região do espaço de fase tal que os quarks parecerão congelados, fazendo papel de cargas de cor fixas que geram a radiação de glúons.

Esta separação entre as dinâmicas dos glúons se movendo e os quarks congelados dá o nome ao modelo de *Color Glass Condensate*, sendo que esta dinâmica é característica do vidro. Além disto os glúons se encontram em um regime onde estes se comportam aproximadamente como um condensado de Bose-Einstein. Quanto à referência a cor no nome é óbvia devido a carga de cor associada aos quarks e glúons ali presentes.

Utilizando estas relações para as funções de estrutura, é possível determinar as seções de choque no modelo de dipolo de cor utilizando o modelo CGC para a determinação da seção de choque de dipolo.

5 Cálculo Numérico e Análise de Resultados

Uma vez conhecidas as expressões para a seção de choque diferencial, no modelo assintótico, pode-se realizar uma integral dupla sobre as variáveis x e y a fim de se obter a seção de choque total da interação neutrino-nucleon para cada modelo. Os valores obtidos através da integração numérica foram em seguida comparados aos valores obtidos pelo telescópio de neutrinos IceCube para o número de eventos com neutrinos ultraenergéticos.

As expressões obtidas para as seções de choque diferenciais do modelo assintótico apresentada na Seção (4.1) para a corrente carregada

$$\frac{d^2\sigma_{CC}}{dxdy} = \frac{2G_F^2 m E_\nu}{\pi} \left[\frac{M_W^2}{M_W^2 + Q^2} \right]^2 \times \left[\frac{9}{10} F_2^p(x, Q^2) \right] (2 - 2y + y^2), \quad (5.1)$$

e também para a corrente neutra

$$\frac{d^2\sigma_{NC}}{dxdy} = \frac{2G_F^2 m E_\nu}{\pi} \left[\frac{M_Z^2}{M_Z^2 + Q^2} \right]^2 \times [0.298 F_2^p(x, Q^2)] (2 - 2y + y^2), \quad (5.2)$$

são integradas em duas partes, devido a definição da F_2^P do modelo que apresenta formato logaritmo quadrado até $x = 0,09$ e exponencial para $0,09 < x \leq 1$.

Os resultados dessas integrais são apresentados na Figura (6), onde pode-se notar que as curvas apresentam formato logaritmo como era previsto levando em conta que o gráfico tem em seus eixos o logaritmo da integral, ou seja, a curva apresenta, em verdade, um formato de logaritmo quadrado que é o previsto pelo Teorema de Froissart.

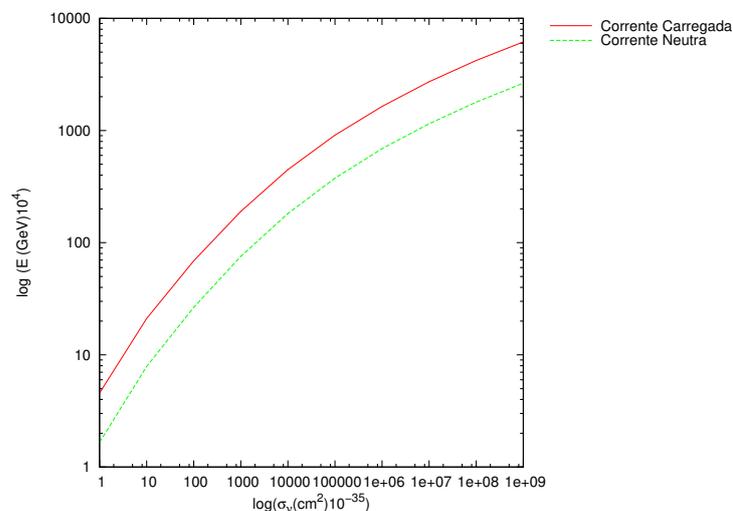


Figura 6 – Gráfico da seção de choque no modelo assintótico para o caso de corrente neutra e de corrente carregada. Dados retirados de (BLOCK; MCKAY, 2010)

No modelo de dipolo, dada a pequena contribuição da função de estrutura F_3 utilizou-se a função obtida para a NLO. Já para F_2 e F_1 , temos que, $F_2 = F_T + F_L$ e $F_1 = F_T$, ou seja

$$F_2^{CC,NC} = \frac{Q^2}{4\pi^2} \int d^2r \int_0^1 dz \left(|\psi_T^{W^\pm, Z^0}|^2 + |\psi_L^{W^\pm, Z^0}|^2 \right), \quad (5.3)$$

$$F_1^{CC,NC} = \frac{Q^2}{4\pi^2} \int d^2r \int_0^1 dz \left(|\psi_0^{W^\pm, Z^0}|^2 \right), \quad (5.4)$$

e

$$F_3(x, Q^2) = \sum_{j=1}^{n_f} K_{q_j}^{pc} \left\{ (q_j - \bar{q}_j) + \alpha_s(Q^2) [C_3^q(z) \otimes (q_j - \bar{q}_j)] \right\}. \quad (5.5)$$

Bastando então realizar a integral dupla da equação para a seção de choque diferencial na interação neutrino-nucleon dada pela Equação (3.37). Os dados obtidos para a seção de choque neste modelo estão apresentados na Figura (7), onde pode-se ver, que diferente da seção de choque obtida para o modelo assintótico esta curva apresenta um formato mais linear, e aparenta crescer indefinidamente, enquanto que a curva do modelo assintótico parecia ter saturado seu crescimento.

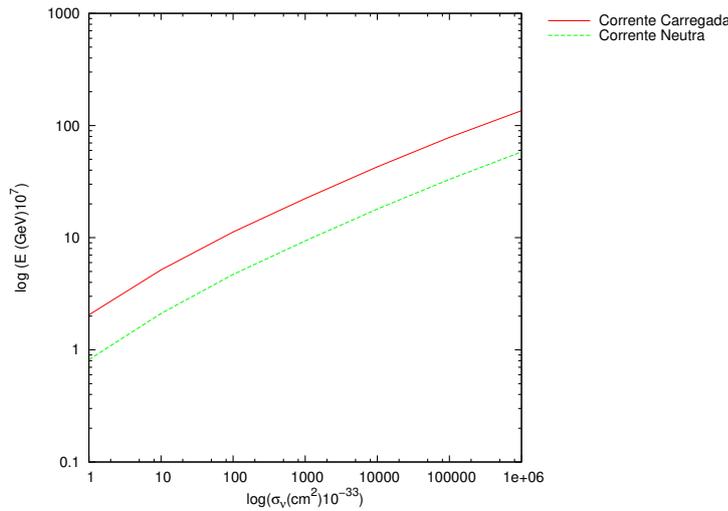


Figura 7 – Gráfico da seção de choque no modelo de dipolos. Dados retirados de (MACHADO, 2004)

O mesmo pode ser realizado para o modelo de DGLAP em NLO utilizando as funções de estrutura e seção de choque diferencial obtidas na seção 4.2. Os dados obtidos para este modelo estão apresentados juntamente aos dados dos outros dois modelos e também dos dados obtidos no telescópio de neutrino IceCube, na Figura (8).

As curvas apresentadas na Figura (8) foram geradas a partir da Equação (1.3), onde a seção de choque apresentada na equação foi substituída pelas seções de choque obtidas por cada modelo. Observando as curvas para o modelo de dipolo e para DGLAP em NLO, apresentados na Figura (8), vemos que ambos apresentam um comportamento similar: diminuem de forma linear com o aumento da energia em toda a região cinemática

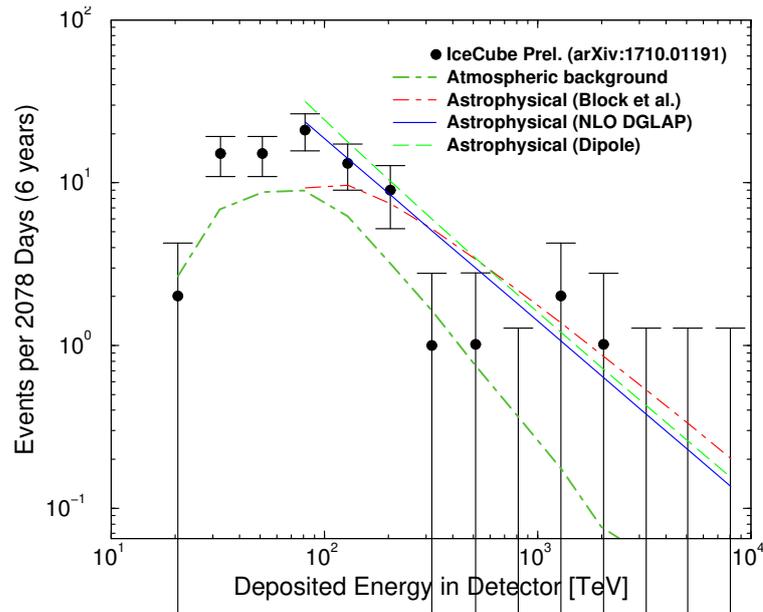


Figura 8 – Gráfico do número de eventos nos modelos assintótico, dipolo e NLO comparados com os dados obtidos pelo telescópio de neutrinos IceCube. Os dados correspondem a uma exposição de 2078 dias.

prescritada pelos modelos. Já o modelo assintótico (*Block et. al.*) apresenta essa característica para energias acima de $10^3 TeV$, e abaixo disso possui uma curvatura acompanhando as medidas de background e também os dados com menor barra de erro, mostrando que para energias não tão altas seu modelo pode apresentar uma descrição melhor da física dos fenômenos nesta região, embora este não interpole os dados.

Pode-se ver que para os três modelos encontra-se uma grande desvio entre as previsões e as medidas no telescópio de neutrinos IceCube para energias baixas, sendo que para NLO e modelo de dipolo encontram-se estimativas com valores superiores aos medidos e para o modelo assintótico as previsões apresentam valores inferiores ao que foi medido. Apesar disso todos os três modelos apresentam uma boa concordância entre si para altas energias.

6 Conclusão

Este trabalho me permitiu explorar diversas áreas e modelos em física de partículas. A começar por um entendimento da importância do estudo de física de neutrinos no contexto atual e da importância do seu descobrimento para o desenvolvimento de física de partículas.

Propiciando um estudo desde os artefatos astrofísicos de interesse que podem ser melhor compreendidos com a obtenção de informação carregadas por neutrinos astrofísicos, levando com isso a um estudo sobre as propriedades tanto dos neutrinos, como das teorias que regem a interação entre os quarks do nucleons provados e também a interação entre bósons carregados com carga elétrica e fraca com estes, nos conduzindo a um estudo rápido sobre a QCD, em especial da QCD perturbativa, e da força fraca e suas assimetrias.

Além disso, abordamos os formalismos dos espalhamentos entre partículas, partindo do espalhamento elástico, visto ainda em cadeiras de quântica na graduação e chegando ao espalhamento inelástico e profundamente inelástico utilizando para a interação neutrino-nucleon.

Ao final deste trabalho, pode-se mostrar três diferentes modelos de parametrização para uma região cinemática não alcançada, ainda, pelos colisores de partículas. Mostrando as regiões cinemáticas onde estes concordam parcialmente ($E_\nu > 10^6 \text{ GeV}$) e também onde há grandes divergências entre os resultados ($E_\nu < 10^6 \text{ GeV}$).

Viu-se que o modelo assintótico, ou modelo de Block, apresenta um formato que concorda com os dados obtidos pelo IceCube, embora este ainda não consiga interpola-los, também vimos que o modelo de NLO, apesar de não apresentar o formato desejado na região de ($E_\nu > 10^6 \text{ GeV}$) parece ser o modelo que melhor interpola os dados atualmente, infelizmente, dada a grande barra de erros isto não pode garantir que este descreve corretamente a física da interação, enquanto que o modelo de dipolo acaba interpolando corretamente apenas os dados com grandes barras de erro, fazendo com que não se possa afirmar nada conclusivamente, apenas que, ele se comporta de forma similar ao modelo de NLO possuindo uma inclinação maior que este.

A Modelo de Pártons

Párton foi o nome dado aos possíveis constituintes dos prótons e nêutrons, hoje se sabe que estes tais pártos não se tratam de uma única partícula contituente e sim dos quarks (férmions) e dos glúons (bósons) que compoem os hádrons. O modelo de pártos propõe que os prótons e nêutrons são formados por partículas pontuais chamadas de pártos (hoje os pártos são conhecidos como quarks e glúons). Nesse modelo o espalhamento profundamente inelástico é interpretado como o espalhamento elástico entre o elétrons e um párton constituinte do hádron, como mostra a Figura (9)

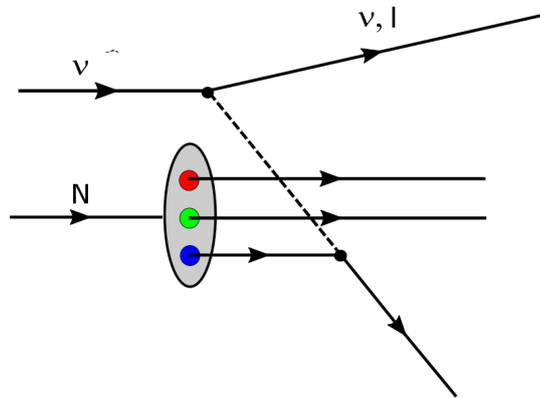


Figura 9 – Esquema interação neutrino nucleon no modelo de pártos mediante a troca de um bóson Z^0 ou W^\pm

Vamos definir o referencial de momentum infinito como sendo o referencial em que a energia cinética do próton é muito maior que sua energia de repouso. Neste referência o quadrimomentum do próton fica dado por

$$p_p = (E_p, 0, 0, E_p), \quad (\text{A.1})$$

assumindo sua propagação ao longo do eixo z . Assumindo que o próton é constituído por partículas pontuais, podemos dizer que o momentum do próton é a soma dos momenta de todas as partículas que o constituem.

$$p_p = \sum_{i=1}^N p_i, \quad (\text{A.2})$$

onde N é o número total de partículas que o constituem. Caso se assuma que o momentum é dividido igualmente entre estas partículas teremos que o momentum de uma delas (p_q) é dado por

$$p_q = \frac{p_p}{N}, \quad (\text{A.3})$$

de modo mais geral, pode-se dizer que sendo $0 < \xi < 1$, o momentum de um dos pártons é dado por

$$p_q = \xi p_p \quad (\text{A.4})$$

Suponha agora o espalhamento no limite descrito acima, entre um elétron e um próton, onde o momentum inicial do elétrons será p_e e o final p'_e , e o momentum inicial do párton será $p_q = \xi p_p$ e seu momentum final $p'_q = \xi p - p'$.

Na interação há a troca de um fóton virtual entre o próton e o elétron com virtualidade q . O momentum final do párton será então dado por $\xi p_p + q$. Dado que o quadrimomentum é uma quantidade conservada igual ao quadrado da massa da partícula, temos que:

$$(\xi p_p)^2 = m_q^2, \quad (\text{A.5})$$

e também

$$\begin{aligned} (p'_q)^2 &= m_q^2, \\ (p'_q)^2 &= (\xi p_p + q)^2, \\ &= (\xi p_p)^2 + \xi p_p \cdot q + \xi q \cdot p_p + q^2, \end{aligned}$$

mas $q \cdot p_p = p_p \cdot q$, logo

$$\begin{aligned} (p'_q)^2 &= (\xi p_p)^2 + 2\xi p_p \cdot q + q^2, \\ m_q^2 &= (\xi p_p)^2 + 2\xi p_p \cdot q + q^2, \\ m_q^2 &= m_q^2 + 2\xi p_p \cdot q + q^2 \\ 0 &= 2\xi p_p \cdot q + q^2. \end{aligned}$$

Com isso obtemos que

$$\xi = \frac{-q^2}{2p_p \cdot q} = \frac{Q^2}{2p_p \cdot q} \equiv x, \quad (\text{A.6})$$

que é exatamente a definição utilizada para o parâmetro de Bjoken que foi apresentada na Equação (3.15) no Capítulo 4.

Além disso nessa representação podemos definir as variáveis da colisão elétron quark em termos das variáveis da colisão elétron próton.

$$x_q = \frac{Q^2}{2p_q \cdot q} = \frac{Q^2}{2x p_p \cdot q} = \frac{Q^2}{2p_p \cdot q} \cdot \frac{2p_p \cdot q}{Q^2} = 1 \quad (\text{A.7})$$

Logo, todo o momentum absorvido pelo próton, nesse moleto, é na realidade absorvido por um único quark.

Podemos fazer os mesmo para as outras variáveis e obteremos que

$$s_q = s x, \quad x_q = 1, \quad \text{e} \quad y_q = y.$$

Com o uso destas variáveis, é possível expressar as equação para a seção de choque diferencial como foi feito na Seção 3.2

O modelo de pártons ainda é capaz de determinar a relação de Callen-Gross, $F_2(x) = 2xF_1(x)$. Essa relação provém do fato de que o momento magnético dos quarks pode ser relacionado diretamente com sua carga. Dado que F_1 representa a parte eletromagnética da interação e F_2 a parte puramente magnética, pode-se relacionar as duas de acordo com a relação de Callen-Gross mostrada acima. Pode-se também determinar um formato para as funções de estrutura dos pártons, toda via, sua forma completa não pode ser determinada, havendo a necessidade de se extraírem as PDF de medidas de espalhamentos inelásticos em colisores.

A.1 Função de Distribuição de Pártons

Os quarks dentro dos prótons interagem através da troca de glúons. A dinâmica de interação destas partículas gerará uma distribuição de momentum do próton e essa distribuição pode ser expressa em termos de PDFs. Para cada constituinte da partícula que se deseja descrever, haverá uma distinta PDF que ditará como esse constituinte estará distribuído dentro desta estrutura. Por exemplo, dado um próton, teremos uma PDF para os quarks u, uma para os quarks d e outras duas para suas respectivas anti partículas. Além disso, deviso as altas energias nas quais trabalharemos, é possível que existam pares de partículas e antipartículas de outros sabores, as quais possuem massas maiores, e por isso, suas probabilidades de existirem são menores.

Em alguns casos, dada a grande massa de uma destas pode-se desconsiderar a probabilidade de existência da mesma. Isso pode ocorrer para o próton com os quarks t e c por exemplo.

A PDF de um quark u é representada por:

$$u^p(x)\delta x \tag{A.8}$$

Essa é a probabilidade de se encontrar quarks u com um certo momentum x . A integral sobre todos os possíveis x nos dá o número médio de quarks previsto dentro de um próton e o mesmo pode ser feito para todos os quarks. Essa probabilidade não é conhecida *a priori* e deve ser obtida experimentalmente, isso se dá, pelo fato de que a constante de acoplamento da força forte é bastante grande, $\alpha_s \approx 1$ o que impede que se utilize a teoria da perturbação para determinar estas funções.

A seção de choque da colisão profundamente inelástica entre um elétron e um próton pode ser obtida através da definição das funções de distribuição de pártons e da expressão para seção de choque elástica entre os mesmos.

Usaremos apenas que a carga do quark de sabor i é dada por Q_i e a probabilidade deste ter um momentum entre $x \rightarrow x + \delta x$ é $q_i^p \delta x$. Com isso, obtemos que

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[(1-y) + \frac{y^2}{2} \right]. \quad (\text{A.9})$$

Esta seção de choque carrega informação apenas sobre um tipo de sabor. Diferenciando esta sobre x e também somando sobre todos os possíveis sabores, teremos que a seção de choque diferencial da colisão elétron próton no modelo de párton é descrita por

$$\frac{d^2\sigma^{ep}}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[(1-y) + \frac{y^2}{2} \right] \sum_i Q_i^2 q_i^p. \quad (\text{A.10})$$

Se compararmos esta equação com a expressão geral para a seção de choque de uma colisão profundamente inelástica elétron-próton, obteremos que

$$F_2^{ep} = 2xF_1^{ep} = x \sum_i Q_i^2 q_i^p, \quad (\text{A.11})$$

que são as expressões apresentadas na Seção (3.2).

B QCD - Próxima Ordem Dominante (NLO)

O parâmetro de acoplamento da força forte (α_s) depende da energia do processo. Isso é válido também para as constantes de acoplamento da força eletromagnética e fraca. Na QCD tanto os quarks quanto os glúons são portadores de carga de cor, o fato de tanto os bósons quanto os férmions da teoria possuírem carga implica que ambos podem interagir, de forma a termos ligações entre quarks, formando prótons e nêutrons por exemplo, e também ligações entre glúons.

Além disso, um glúon se propagando pode possuir laços tanto de glúons quanto de quarks (pares quark-antiquark), como na Figura (10).



Figura 10 – Laço de quark-antiquark e laço de glúons, ambos permitidos na QCD

Os loops agem imergindo as partículas em um mar de quarks e glúons, onde os quarks elevam o valor da "constante" de acoplamento forte enquanto os glúons surtem efeito contrário, diminuindo o seu valor. Como resultado da soma das contribuições dos diagramas de Feynman pertinentes na QCD (análogo à QED), obtém-se:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi}(33 - 2n_f) \ln \frac{Q^2}{\mu^2}}, \quad (\text{B.1})$$

Equation B.1 – Retirada de (ANSELMINO et al., 2013)

onde o fator 33 provém de $11n_c$, onde n_c é o número de cores e deve-se ao fator de cor associado aos loops de glúons. Aqui, n_f é o número de sabores efetivos que constituem os loops de pares de quarks.

Uma vez que $11n_c - 2n_f > 0$, a Equação (B.1) mostra que $\alpha_s(Q^2)$ diminui para grandes valores de Q^2 .

Os laços de férmions e glúons geram um efeito de blindagem, para os férmions, e antiblindagem, para os glúons. Como a geração de laços de glúons é muito maior que a de laços de quarks para altas energias, temos um efeito de antiblindagem sobre o sistema, que é a característica principal da QCD, denominada liberdade assintótica. Esta é a razão pela qual se espera que a teoria de perturbação seja válida em QCD para altas energias.

Essa também é uma justificativa para o modelo de pártons, para o fato de se utilizar que os quarks podem ser tratados como partículas livres quando sondados por partículas altamente energéticas.

No entanto, o contrário também é válido, e com a diminuição das energias de interação, a força forte deve se tornar realmente forte, chegando a um limite onde a teoria de perturbação já não é mais válida. Nesse limite teríamos o confinamento de quarks e glúons. Deve então, existir um limite para μ tal que a teoria de perturbação seja válida. Esse valor é expresso em termos do parâmetro Λ_{QCD} que é definido por

$$\Lambda_{QCD}^2 = \mu^2 \exp\left\{-\frac{1}{b_0 a_s(\mu^2)}\right\}, \quad (B.2)$$

em que $b_0 = \frac{33-2n_f}{12\pi}$. Assim, a Equação (B.1) fica determinada como

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{b_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2}}, \quad (B.3)$$

onde tanto μ quanto Λ_{QCD} não são previstos pela QCD e devem ser determinados experimentalmente através da medição de grandezas que dependam dessas quantidades. Espera-se que a região perturbativa seja válida até regiões espaciais da ordem de $10^{-13}cm$ que corresponde a um valor para Λ_{QCD} de $200MeV$. A Equação (B.2) pode ser escrita também como:

$$\frac{1}{\alpha_s(Q^2)} = 2b_0(\ln Q - \ln \Lambda_{QCD}). \quad (B.4)$$

Tomando a derivada em relação a $\ln Q$ obtemos que:

$$\frac{1}{\alpha_s} \frac{d\alpha_s}{d \ln Q} = -2b_0 a_s(Q^2) = -2\beta(\alpha_s), \quad (B.5)$$

e sempre podemos escrever $\beta(\alpha_s)$ como uma série de potências da forma:

$$\beta(\alpha_s) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i \alpha_s^{i+1} = b_0 \alpha_s + b_1 \alpha_s^2 + b_2 \alpha_s^3 + \dots \quad (B.6)$$

A expressão para β é denominada equação do grupo de renormalização e os coeficientes b_j estão associados a diagramas de Feynman que contém j laços.

A cada ordem de α_s utilizada obteremos as relações para *leading order* (LO), b_0 , *next to leading order* (NLO), b_1 , *next next to leading order* (NNLO), b_2 , assim por diante.

Referências

- ANSELMINO, M. et al. *Introdução à QCD Perturbativa*. Rio de Janeiro: LTC, 2013. Citado na página 45.
- BASU, R. arXiv : hep-ph / 0208125v2 22 Oct 2002 NLO corrections to ultra-high energy neutrino-nucleon scattering , saturation and small x. *High Energy Physics - Phenomenology [hep-ph]*, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 30.
- BERGER, E. L. et al. Ultrahigh energy neutrino scattering. *Physical Review D*, v. 77, n. 5, p. 053007, 2008. ISSN 1550-7998. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.77.053007>. Citado na página 29.
- BERGER, E. L.; BLOCK, M. M.; TAN, C.-i. Analytic Expression for the Joint x and Q² Dependences of the Structure Functions of Deep Inelastic Scattering. *Physics Review Letters*, v. 2, p. 1–4, 2008. Citado na página 29.
- BLOCK, M. M.; MCKAY, D. W. arXiv : 1008 . 4555v1 [hep-ph] 26 Aug 2010. *Physics*, p. 1–8, 2010. Citado na página 35.
- CHEN, C. Y.; DEV, P. S.; SONI, A. Standard model explanation of the ultrahigh energy neutrino events at IceCube. *Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology*, v. 89, n. 3, p. 1–9, 2014. ISSN 15507998. Citado na página 4.
- GANDHI, R. et al. Neutrino interactions at ultrahigh energies. *Physical Review D*, v. 58, n. 9, p. 093009, 1998. ISSN 0556-2821. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.58.093009>. Citado na página 29.
- GRIFFITHS, D. *Introduction to elementary particles*. Alemanha, Weinheim: wiley, 1997. Citado na página 6.
- HAYERHOEK, J. D. Ultra High Energy Cosmic Ray Extensive Air Shower simulations using CORSIKA. n. April, 2006. Citado na página 12.
- HICKFORD, S. V. A Cascade Analysis for the IceCube Neutrino Telescope. 2012. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 19.
- MACHADO, M. V. T. Ultrahigh energy neutrinos and non-linear QCD dynamics. *High Energy Physics - Phenomenology [hep-ph]*, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 36.
- MURASE, K. Active Galactic Nuclei as High-Energy Neutrino Sources. *Neutrino Astronomy*, p. 15–31, 2017. Disponível em: http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9789814759410_{_}0002. Citado na página 15.
- TAEELS, P. Quantum Chromodynamics at small Bjorken-x. *High Energy Physics - Phenomenology [hep-ph]*, 2017. Citado na página 33.
- TAMBORRA, I. Diffuse emission of high-energy neutrinos from gamma-ray burst fireballs. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. Citado na página 15.
- THOMSON, M. *Modern Particle Physics*. New York: Cambridge University Press, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.