

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

PAULO HENRIQUE LORENA INÁCIO DE OLIVEIRA

**O CONTÁGIO DA CRISE AMERICANA DE 2008 SOBRE OS PAÍSES DO BRIC:
UMA ABORDAGEM VIA CÓPULAS NÃO PARAMÉTRICAS**

Porto Alegre

2017

PAULO HENRIQUE LORENA INÁCIO DE OLIVEIRA

**O CONTÁGIO DA CRISE AMERICANA DE 2008 SOBRE OS PAÍSES DO BRIC:
UMA ABORDAGEM VIA CÓPULAS NÃO PARAMÉTRICAS**

Dissertação de mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia, com ênfase em Economia Aplicada.

Orientador: Prof. Dr. Flávio Augusto Ziegelmann

Porto Alegre

2017

CIP - Catalogação na Publicação

Oliveira, Paulo Henrique Lorena Inácio de
O contágio da crise americana de 2008 sobre os
países do BRIC : uma abordagem via cópulas não
paramétricas / Paulo Henrique Lorena Inácio de
Oliveira. -- 2016.
76 f.

Orientador: Flávio Augusto Ziegelmann .

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do
Rio Grande do Sul, Faculdade de Ciências Econômicas,
Programa de Pós-Graduação em Economia, Porto Alegre,
BR-RS, 2016.

1. Contágio financeiro. 2. Cópulas. 3. Estimadores
kernel. 4. Dados financeiros. I. Ziegelmann , Flávio
Augusto, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os
dados fornecidos pelo(a) autor(a).

PAULO HENRIQUE LORENA INÁCIO DE OLIVEIRA

**O CONTÁGIO DA CRISE AMERICANA DE 2008 SOBRE OS PAÍSES DO BRIC:
UMA ABORDAGEM VIA CÓPULAS NÃO PARAMÉTRICAS**

Dissertação de mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia, com ênfase em Economia Aplicada.

Aprovada em Porto Alegre, 12 de junho de 2017.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Flávio Augusto Ziegelmann – orientador
UFRGS

Prof. Dr. Hudson da Silva Torrent
UFRGS

Prof. Dr. João Frois Caldeira
UFRGS

Prof. Dr. Paulo de Andrade Jacinto
UFPR

À minha mãe, à minha família e aos meus benfeitores.

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos à minha mãe e meus irmãos por todo apoio que me deram durante toda minha vida. Ao meu diletíssimo pai, pelos maravilhosos momentos de convivência que tivemos até que ele deste mundo partisse. A todos os meus familiares e amigos.

Minha gratidão eterna aos professores Flávio Ziegelmann, pelo conhecimento transmitido e pela paciência e compreensão com relação a alguns problemas pelos quais passei durante o mestrado; Hudson Torrent, pelo seu zelo, correção e dedicação aos seus alunos e pelo seu particular auxílio em momentos nos quais muito precisei; Marcelo Portugal, pelas suas aulas magistrais eivadas de exemplar didática; Nelson Seixas; Guilherme Macedo. Agradeço outrossim a todos os demais professores do programa.

Agradeço profundamente a todos os funcionários do PPGE pela presteza, dedicação e atenção aos alunos. Agradeço também a todos os colegas pela excelente convivência durante esta jornada.

Ao Altíssimo Senhor, ofereço minha ilimitada e infinita gratidão! Pela sua misericórdia, pelo seu amor, pela sua perfeita compreensão. Que o meu agradecimento ecoe eternamente!

RESUMO

Os mercados financeiros são de extrema relevância para as diversas economias do mundo. Sua efetividade na atração de capitais e investimentos é notória. Atualmente, o fluxo financeiro entre os diversos países é muito intenso, devido ao fenômeno da globalização. Tal situação provoca transmissão de crises financeiras entre diferentes países. Neste contexto, a avaliação de contágio financeiro torna-se um tema bastante relevante. A presente dissertação almejou verificar se houve contágio financeiro da crise americana de 2008 sobre os países do BRIC (Brasil, Rússia, Índia e China). Para tanto, foram utilizadas duas metodologias distintas. Uma delas, devido a Fermanian *et al.* (2002), foi empregada para estimação não paramétrica das cópulas via *kernel*. Assim, pode-se averiguar se houve aumento significativo nas medidas de dependência. A outra, desenvolvida por Remillard e Scaillet (2009), é um teste de comparação entre duas cópulas empíricas que investiga se houve mudança na estrutura de dependência no período de crise. Os dois procedimentos metodológicos indicaram a ocorrência de contágio da crise americana de 2008 sobre todos os países do BRIC.

Palavras-chave: Contágio financeiro. Cópulas. Estimadores *kernel*. Dados financeiros.

ABSTRACT

Financial markets are extremely relevant to the world's diverse economies. Its effectiveness in attracting capital and investments is notorious. Currently, the financial flow between the various countries is very intense, due to the phenomenon of globalization. This situation leads to the transmission of financial crises between different countries. In this context, the evaluation of financial contagion becomes a very relevant issue. The present dissertation aimed to verify if there was financial contagion of the 2008 US crisis on the BRIC countries (Brazil, Russia, India and China). For that, two different methodologies were used. One of them, due to Fermanian et al. (2002), was used for non-parametric estimation of copula via kernel. Thus, it can be verified if there was a significant increase in the measures of dependence. The other, developed by Remillard and Scaillet (2009), is a test of comparison between two empirical copulas that investigates if there was a change in the dependency structure in the crisis period. The two methodological procedures indicated the occurrence of contagion of the American crisis of 2008 on all BRIC countries.

Keywords: Financial contagion. Copulas. Kernel Estimators. Financial data.

LISTA DE ABREVIATURAS

ACF	Autocorrelation Function
AIC	Akaike Information Criterion
AR	Autoregressive
ARCH	Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
ARMA	Autoregressive–Moving-Average
BRIC	Brasil, Rússia, Índia e China
BSE	Bombay Stock Exchange
EGARCH	Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
EUA	Estados Unidos da América
f.d.p	função densidade de probabilidade
FMI	Fundo Monetário Internacional
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
i.i.d	independente e identicamente distribuída
IBOVESPA	Índice da Bolsa de Valores de São Paulo
K-S	Kolmogorov-Smirnov
LM ARCH	Lagrange Multiplier Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
LTD	Left Tail Decreasing
MA	Moving-Average
NBER	National Bureau of Economic Research
PACF	Partial Autocorrelation Function
PQD	Positive Quadrant Dependence
RTS	Russian Trading System
S&P500	Standard & Poor's 500
SSE	Shanghai Stock Exchange
TGARCH	Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	REVISÃO DE LITERATURA	12
3	MODELAGEM ARMA-GARCH	18
3.1	MODELOS <i>ARMA</i>	18
3.2	MODELOS <i>AR</i> E <i>GARCH</i>	19
3.3	MODELOS <i>TGARCH</i> (<i>P,Q,R</i>)	20
3.4	MODELOS <i>EGARCH</i> (<i>P,Q,R</i>)	20
3.5	MODELOS <i>ARMA-GARCH</i>	21
3.6	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS	22
4	ESTIMAÇÃO NÃO PARAMÉTRICA DAS CÓPULAS E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	24
4.1	CÓPULAS	24
4.1.1	Definição informal.....	24
4.1.2	Definição formal.....	25
4.1.3	Teorema de Sklar	26
4.1.4	Dependência do quadrante positivo	27
4.1.5	Dependência cauda esquerda decrescente	27
4.2	ESTIMAÇÃO NÃO PARAMÉTRICA DAS CÓPULAS.....	28
4.2.1	Vantagens do método.....	28
4.2.2	Estimador Kernel para cópulas	28
4.2.3	Teste para igualdade entre duas cópulas	30
4.3	ANÁLISE DOS RESULTADOS	31
4.3.1	Dados e estatísticas descritivas.....	32
4.3.2	Resultados das modelagens das séries dos retornos.....	37
4.3.3	Verificação empírica de contágio financeiro	39
4.3.4	Resultados dos testes para igualdade entre duas cópulas	43
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	44
	REFERÊNCIAS	47

APÊNDICE A - TESTES ESTATÍSTICOS	51
APÊNDICE B – ACFS E PACFS	54
APÊNDICE C – TABELAS DAS DISTRIBUIÇÕES MARGINAIS.....	66
APÊNDICE D – RESULTADOS DOS TESTES ESTATÍSTICOS	72

1 INTRODUÇÃO

Os mercados financeiros possuem considerável importância para as diversas economias do mundo devido à sua efetiva funcionalidade na atração de capitais e investimentos. Atualmente, existe um intenso fluxo comercial e financeiro entre diversos países, deveras aumentado devido ao fenômeno da globalização. Esse aumento no trânsito financeiro global, no entanto, acarretou uma sobrecarga na parcela de risco.

Com o aumento das conexões financeiras entre os diversos países, especialmente a partir da década de 90, o nível de interdependência entre os mercados financeiros recrudesciu. Assim, crises econômicas iniciadas em determinado país ou região podem se propagar para outros países. Portanto, a avaliação da estrutura de dependência entre os diversos mercados é um tema extremamente relevante tanto para investidores quanto para formuladores de políticas públicas.

O termo contágio financeiro passou a ser utilizado com frequência a partir da década de 90 com a eclosão de crises em países emergentes. Existem diferentes maneiras de se abordar essa interdependência e procuram-se meios cada vez mais precisos de identificá-la.

A dissertação terá como escopo principal investigar se houve contágio da crise americana de 2008 (crise do *subprime*) sobre os países do BRIC (Brasil, Rússia, Índia e China). Os dados utilizados serão aqueles que correspondem aos retornos dos valores de fechamento diário de índices de bolsas de valores dos Estados Unidos, Brasil, Rússia, Índia e China.

O período avaliado nesta pesquisa corresponde ao intervalo de tempo que vai do início de janeiro de 2004 até o final de dezembro de 2013. Este período é dividido em três subperíodos denominados de pré-crise, crise e pós-crise. Os seguintes índices de ações foram utilizados: S&P500 para os Estados Unidos, IBOVESPA para o Brasil, RTS para a Rússia, BSE para a Índia e SSE para a China.

Há diversas metodologias que podem ser utilizadas para verificar a existência de contágio entre mercados financeiros. O objetivo da dissertação é empregar a metodologia de cópulas para a verificação empírica de contágio financeiro. Desenvolvida por Sklar em 1959, essa metodologia é bastante adotada nas áreas de seguros e finanças. As cópulas serão estimadas por uma abordagem não paramétrica baseada nos estimadores *kernel*. A opção de se escolher um método não paramétrico para se estimar as cópulas advém da flexibilidade de não se impor formas paramétricas predeterminadas.

As estimações não paramétricas das cópulas serão efetivadas de acordo com o procedimento descrito em Fermanian *et al.* (2002). Depois de estimadas, as cópulas empíricas

são utilizadas para se calcular os níveis de dependência nos períodos antes, durante e depois da crise. Um aumento nos níveis de dependência a partir da crise implica a existência do contágio. Um segundo método adotado para se verificar o contágio financeiro gerado pela crise do *subprime* será o teste proposto por Remillard e Scaillet (2009). Através desta abordagem, observa-se a ocorrência de mudança na estrutura de dependência a partir da crise. Testa-se, assim, a igualdade entre duas cópulas empíricas. Esses procedimentos estão detalhadamente esclarecidos na parte metodológica do presente trabalho.

A estrutura da dissertação é composta, além da introdução e da conclusão, pela revisão de literatura, que apresentará, de forma sistemática, a maneira como o tema tem sido desenvolvido ao longo do tempo até o presente; por um capítulo que tratará da modelagem ARMA-GARCH usada para ajustar os dados univariados; por um quarto capítulo que versará sobre cópulas e sua estimação não paramétrica. Neste mesmo capítulo, será efetuada a análise empírica dos resultados. E, por fim, pelas considerações finais. Estas irão sugerir possíveis direções para pesquisas futuras.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Contágio tem sido um dos conceitos mais discutidos na literatura de finanças internacionais a partir da última década do século passado. A interligação entre mercados financeiros internacionais tem sido tema recorrente de trabalhos teóricos e empíricos.

O aumento do fluxo comercial e financeiro entre os diversos países, a partir da década de 90, e as diversas crises ocorridas desde então fizeram da avaliação de contágio um tema extremamente relevante. Sua importância é crucial tanto para investidores quanto para formuladores de políticas públicas.

As últimas décadas têm assistido a uma crescente integração das economias a nível internacional, o que tornou os mercados financeiros de cada país mais expostos a influências externas. A transmissão internacional de choques de rentabilidade entre os mercados financeiros pode ter implicações importantes no que se refere à gestão de carteiras, especialmente, nos processos de diversificação internacional do risco.

A integração financeira mundial fortaleceu bastante o processo de globalização econômica. Diversos fatores acarretaram o desencadeamento deste fenômeno de globalização financeira durante as últimas décadas. Dois importantes marcos iniciais que contribuíram para a mundialização das finanças foram o desenvolvimento do euro-mercado, a partir dos anos 60 e o colapso do sistema Bretton Woods, no início da década de 70. A queda deste último originou o início do regime de taxas de câmbio flutuantes. A partir de então, a desregulamentação dos mercados financeiros, iniciada na década de 80; a liberalização dos fluxos de capitais e o desenvolvimento de novas tecnologias de informação e comunicação aceleraram este processo até os dias atuais. Acrescente-se que, de acordo com Ocampo, Spiegel e Stiglitz (2008), vários países abriram suas contas capitais e liberalizaram seus mercados financeiros nos anos 90. Todas essas transformações no sistema financeiro, intensificadas a partir da década de 80, têm permitido maior facilidade na circulação de capital entre os países. Conforme vários autores, como Stiglitz (1999), esse excessivo grau de mobilidade do capital, acentuado sobremaneira a partir de meados dos anos 90, é uma das causas para ocorrência de contágio.

É preciso ainda ressaltar que, consoante *Marçal et al.* (2011), esse recrudescimento dos fluxos comerciais e financeiros globais implica necessariamente uma parcela maior de risco.

No caso dos mercados emergentes, particularmente nos países da América Latina, por exemplo, as crises ocorridas até os anos 80 eram atribuídas a políticas internas inconsistentes. O longo histórico de pesadas dívidas externas, crises bancárias, desvalorizações sucessivas e recessões profundas é por demais conhecido no que se refere aos países latino-americanos. As

crises financeiras eram consideradas eventos que aconteciam em mercados individuais. Não havia, pois, um caráter sistêmico. Até aquela época, não se dava muita atenção à possibilidade de transmissão de crises entre países.

Todavia, ao longo dos anos 90, a situação alterou-se. Assistiu-se ao desencadear de uma série de graves crises financeiras. Todas essas crises tinham como característica notável o fato de que tanto o momento de ocorrência quanto a intensidade pareciam não estar relacionados com os problemas fundamentais com os quais os países se defrontavam. Ademais, as consequências nefastas advindas dos episódios de instabilidade não se limitavam aos países de origem, mas eram rapidamente transmitidas a diversos mercados com estruturas e dimensões por demais distintas em todo o mundo.

O processo de globalização potencializou a ocorrência de episódios de contágio. O impressionante aumento nos fluxos internacionais de capitais, oriundo das novas tecnologias e da liberalização dos mercados financeiros internacionais, resultou no aumento da interdependência entre as economias e na possibilidade da transmissão internacional de choques.

A crise do Mecanismo Europeu de Taxas de Câmbio em 1992, a crise do México em 1994/1995, a crise do Sudeste Asiático em 1997/1998, a crise da Rússia em 1998, a crise do Brasil em 1999 e a crise da Argentina em 2001/2002 são exemplos de crises que eclodiram a partir da década de 90 do século passado. Seus efeitos não ficaram concentrados estritamente dentro das fronteiras dos países de origem, ao contrário, foram rapidamente transmitidos para outros mercados, muitos dos quais com poucas ligações comerciais ou financeiras.

A crise financeira do Sudeste Asiático em 1997/1998 gerou uma transmissão de efeitos negativos para diversos outros mercados emergentes. Desde então, a hipótese de contágio entre mercados financeiros ganhou força.

A moratória russa de 1998 acarretou fuga de capitais externos de diversas economias em desenvolvimento. Tais economias possuíam características, em termos de rentabilidade, liquidez, fundamentos macroeconômicos e aspectos políticos, bastante diferentes. Ainda assim, o ataque especulativo e a fuga de capitais atingiram esses mercados indiscriminadamente. Como consequência, houve queda do valor dos ativos em bolsa e, em muitos casos, forte desvalorização da moeda nacional.

O que surpreende, portanto, é o fato de uma crise que tem origem em um único país afetar, de maneira imprevisível, países muito distantes e que não têm muitas relações com o país onde a crise se originou. A crise do Sudeste Asiático, por exemplo, atingiu o México e o Chile. A crise da Rússia atingiu bruscamente o México, a Argentina e diversos outros países da

América Latina, dentre os quais o Brasil. Logo após a declaração de moratória pela Rússia, o México sentiu os efeitos da crise. A taxa de câmbio mexicana sofreu uma elevada desvalorização, a taxa de juros um significativo aumento e o mercado acionário teve uma súbita queda. Efeitos similares foram observados na Argentina: a taxa de juros disparou e o índice Merval despencou. Tratou-se, portanto, de um notório caso de contágio.

A última crise financeira, a crise do subprime, originada nos Estados Unidos em 2008, foi a mais intensa das últimas décadas. Seus efeitos se propagaram para a maioria dos países, inclusive para os emergentes. Foi considerada a mais grave crise financeira internacional desde os anos de 1930. Ocasinou um drástico desaquecimento da economia mundial. Houve uma elevação da incerteza quanto aos mercados emergentes. O aumento da aversão ao risco e da preferência pela liquidez por parte dos investidores estrangeiros resultou numa súbita fuga de capitais da economia brasileira. O mercado de capitais do Brasil foi alvo de saída expressiva de capitais devido à crise internacional. Este fato gerou queda nos preços dos ativos e maiores volatilidades nos retornos dos ativos negociados.

É necessário se fazer distinção entre contágio e interdependência ou interligação. Quando crises financeiras são propagadas devido à correlação entre as variáveis econômicas dos países ou quando são transmitidas por conta do transbordamento gerado por ligações externas tais como o comércio, trata-se de casos de interdependência.

Não existe unanimidade no que se refere à definição de contágio. No entanto, concorda-se que o contágio, de uma maneira geral, está relacionado à propagação de crises econômicas gerada pelo aumento das conexões entre os países.

Uma das definições mais aceitas de contágio, conforme Forbes e Rigobon (1999 e 2000) é a de propagação de choques além do que poderia ser explicado pelos fundamentos. Essa definição se adequa bem aos impactos da crise russa sobre o mercado de ações brasileiro em 1998. Esses dois países não possuíam quaisquer ligações comerciais fortes nem competiam nos mesmos mercados. Além do mais, tinham poucas ligações financeiras diretas. Portanto, não se consegue vislumbrar relações entre os fundamentos desses países. Ainda assim, a crise da Rússia de 1998 veio a afetar o Brasil.

Outra definição bastante usada de contágio, segundo Edwards (2000), refere-se à situação em que a extensão e a magnitude transmitidas internacionalmente pela crise são maiores do que a esperada.

Há, portanto, uma falta de consenso quanto à definição de contágio. Pericoli e Sbracia (2003) apresentam cinco diferentes definições. A primeira define contágio como o aumento significativo da probabilidade de crise em um país condicionada ao acontecimento de uma crise

em outro país. A segunda o define como o transbordamento da volatilidade de um país em crise para o mercado financeiro de outros países. A terceira como um acentuado crescimento de co-movimentos de preços e quantidades entre mercados, condicionado ao acontecimento de uma crise em um mercado ou grupo de mercados. A quarta como alteração no canal de transmissão de choques entre mercados. A quinta como excesso de co-movimentos não explicados pelos fundamentos.

O contágio, quando definido como co-movimento entre as rentabilidades, esteve presente nas crises do Sudeste Asiático, da Rússia e 11 de setembro. Quando considerado como movimento dos preços não explicado pelos fundamentos, ocorreu apenas durante a crise da Rússia. Quando compreendido como aumento sensível na frequência e grau de associação temporal das rentabilidades extremas dos mercados, foi observado nas crises do Sudeste Asiático, Rússia, Brasil e 11 de setembro. E quando considerado como uma mera transmissão internacional de choques, fez-se presente em todas essas crises, ainda que com intensidades distintas.

O Banco Mundial apresenta três diferentes definições de contágio: a ampla, a restritiva e a muito restritiva. Na definição ampla, o contágio é identificado como o processo geral de transmissão de choque entre os países. Os choques tanto podem ser positivos como negativos. Ou seja, não acontece apenas em momentos de crise. Pela definição restritiva, contágio é a transmissão dos choques para outros países além de qualquer elo fundamental entre eles e além dos choques comuns. Ou seja, é o excesso de co-movimentos não explicados pelos fundamentos. Essa definição é frequentemente explicada pelo comportamento de manada. De acordo com a definição muito restritiva, o contágio ocorre quando correlações entre países aumentam durante tempos de crise relativamente às correlações em tempos normais. Pode-se interpretar a definição muito restritiva como a mudança do mecanismo de transmissão que ocorre durante um período de turbulência. É, normalmente, conhecida como *shift contagion*. Esta definição coincide com a de Forbes e Rigobon (2002).

A definição adotada na dissertação será a de *shift contagion*. Ou seja, o contágio será considerado como uma mudança no padrão de correlação entre os retornos dos índices de bolsas de valores de diferentes países quando comparados períodos de calma e de crises financeiras.

Existem diversas maneiras de se testar a ocorrência de contágio entre países após uma crise financeira. Para Forbes e Rigobon (2000), a mais comum é baseada no coeficiente de correlação entre mercados. Mede-se a correlação nos retornos entre dois mercados em um período estável. Após a ocorrência de uma crise, verifica-se se houve um aumento significativo

no coeficiente de correlação. Caso o coeficiente de correlação apresente esse aumento, conclui-se, então, que o contágio ocorreu. Trata-se, no caso, de um *shift contagion*.

Ainda segundo os mesmos autores, além do coeficiente de correlação, há outras três metodologias que também podem ser utilizadas para verificação empírica de contágio financeiro ou mesmo para medição de como os choques são transmitidos internacionalmente. Trata-se dos modelos *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH) e *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH), e de técnicas de cointegração. Trabalhos mais recentes adotam outras metodologias, tais como cópulas, modelos GARCH multivariados, análise fatorial, suavização exponencial, etc. São exemplos de trabalhos que avaliam o contágio financeiro através de cópulas os de Abbara (2009), Becerra e Melo (2008), Santos e Valls Pereira (2011) e Viale *et al.* (2008).

Há algumas vantagens pertinentes em se utilizar a definição de *shift contagion*. De acordo com Forbes e Rigobon (2000), embora tal definição seja restritiva, por não incluir os fundamentos, ela é uma alternativa simples para se testar a existência de contágio, porquanto basta comparar as interligações entre dois mercados estimadas para os períodos anterior à crise e de crise através dos coeficientes de correlação ou das outras metodologias acima citadas.

É relevante estudar a propagação internacional de choques entre os mercados financeiros por diversas razões. São três as mais importantes. A primeira é que o contágio pode ter profundas implicações na gestão de carteiras e, particularmente, nos processos de diversificação internacional do risco. Observe-se que uma parte do risco é específica aos países ou mercados de investimentos. Logo, a diversificação internacional dos investimentos deveria possibilitar a diminuição desse tipo de risco. Contudo, se os co-movimentos entre os mercados aumentarem em decorrência do contágio gerado por uma crise financeira em algum país, os benefícios da diversificação poderiam ser colocados em xeque precisamente quando seriam mais necessários. Assim, os testes à existência de contágio podem ser encarados como testes à eficácia da diversificação internacional de investimentos de carteira.

Verifica-se, desde finais do século passado, uma tendência de integração dos mercados financeiros a nível mundial. Esse fenômeno é comumente designado por globalização. Daí advém a segunda razão de se estudar o contágio, qual seja, fornecer subsídios aos formuladores de políticas públicas para que tenham orientação no intuito de efetuarem eventuais reformas na arquitetura financeira internacional ou mesmo na de cada país individualmente.

A terceira razão da importância em se compreender o fenômeno do contágio é a possibilidade de se aferir o papel e a eficácia das intervenções de instituições financeiras

internacionais nos cenários de crise. Há uma preocupação com o fato de que um choque negativo num país possa impactar significativamente outras economias mesmo que os fundamentos destas sejam saudáveis e que existam poucas relações entre os países. Em tal contexto, se existir contágio, é possível justificar-se uma intervenção multilateral ou a intervenção de instituições financeiras internacionais como o Fundo Monetário Internacional (FMI), por exemplo, seja através de ajuda financeira direta aos países afetados, seja regulando a transparência das informações financeiras divulgadas. Assim, os testes à existência de contágio poderiam se constituir numa maneira de se testar a plausibilidade de uma intervenção financeira internacional.

Muitos autores têm buscado analisar o efeito contágio para as economias emergentes, como Forbes e Rigobon(2000); Filleti et al. (2008) e Viale et al. (2008), entre outros. Também há trabalhos que analisam o efeito contágio na economia brasileira decorrente da crise do subprime em 2008, como os de Carvalho (2011); Santos e Valls Pereira (2011) e outros. Destaque-se também os trabalhos de Kuusk *et al.* e o de Lee (2011). O trabalho de Santos e Valls Pereira (2011) analisa o contágio entre os índices do mercado financeiro dos Estados Unidos, Japão, Inglaterra e Brasil através da abordagem de cópulas.

3 MODELAGEM ARMA-GARCH

Para se implementar as estimações das cópulas, deve-se, antes, estimar as distribuições marginais, porquanto as funções de distribuição acumulada de seus resíduos padronizados servirão de argumento para as cópulas. Para tanto, adota-se a metodologia ARMA-GARCH, que serve para filtrar a heterocedasticidade e a autocorrelação das séries, de maneira que os resíduos padronizados comportem-se como um ruído branco. De posse dos resíduos padronizados, portanto, calcula-se a integral de probabilidade transformada para que se tenha argumentos propícios para serem usados nas cópulas.

3.1 MODELOS ARMA

Enquanto nos modelos tradicionais de regressão a explicação da variável sob análise é dada por um certo número de regressores, os modelos de tipo *ARMA* permitem que tal variável seja explicada por valores passados ou defasados dela própria e dos termos de erro estocástico. Os modelos *ARMA*, portanto, não estão embasados em qualquer teoria econômica. Trata-se de modelos univariados, pois outras variáveis não são utilizadas, mas apenas a própria variável que se autoexplica.

Os modelos *ARMA* são uma composição de processos autoregressivos(*AR*) e de médias móveis(*MA*).

Um processo autoregressivo é uma regressão da variável por ela mesma. A inclusão ou não do intercepto na regressão depende da média do processo ser ou não diferente de zero. Se a média for diferente de zero, então o intercepto é incluído. Segue abaixo a equação de um processo *AR* de ordem p ($AR(p)$) com inclusão de intercepto.

$$Y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \theta_i Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

Já um processo de médias móveis é uma combinação de choques passados ou, simplesmente, uma combinação linear de termos de erro de um ruído branco. Logo abaixo está a equação de um processo *MA* de ordem q ($MA(q)$).

$$Y_t = \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \varphi_j \varepsilon_{t-j}$$

O sinal negativo utilizado na equação dos processos *MA* é devido à convenção e também porque um componente *MA* pode ser entendido, sob certas condições, como um *AR* invertido. Um processo de médias móveis de ordem q tem uma memória de exatamente q períodos.

A composição de processos *AR* e *MA* gera processos do tipo *ARMA* como abaixo descrito.

$$Y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \theta_i Y_{t-i} - \sum_{j=1}^q \varphi_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$

É importante destacar que processos do tipo *ARMA* prescindem que a variável Y_t seja estacionária.

3.2 MODELOS *ARCH* e *GARCH*

Os modelos *ARCH* e *GARCH* baseiam-se na heterocedasticidade autoregressiva condicional. A designação através da sigla *ARCH* advém de seu nome em inglês: *autoregressive conditional heteroskedasticity*. O *GARCH* é o modelo *ARCH* generalizado.

Originalmente, o modelo *ARCH* foi proposto por Engle em 1982. Sua generalização deu-se por meio de Bollerslev em 1986.

Os modelos econométricos de séries temporais anteriores ao surgimento da modelagem *ARCH* enfatizavam apenas o primeiro momento condicional. As dependências temporais de ordem superior eram tidas como perturbações aleatórias consideradas em seus momentos incondicionais. Assim, foram desenvolvidas técnicas que permitissem a modelagem temporal de variâncias e covariâncias. Os modelos de tipo *GARCH* respaldam-se na estimação da variância condicional, em vez de considerá-la constante ao longo do tempo.

Esses modelos se adaptam bem às séries financeiras devido ao fato estilizado delas não terem, em geral, distribuição normal padrão.

As equações que regem o modelo *ARCH*(q) são as que seguem abaixo.

$$\varepsilon_t = \sigma_t u_t, u_t \sim i. i. d. (0,1);$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

São necessárias algumas restrições ao modelo para garantir a estacionariedade e a positividade da variância condicional. Deixa-se de expor aqui quais são essas restrições no intuito de explicitá-las apenas quando for abordado o modelo *ARMA-GARCH*, embora não sejam exatamente as mesmas.

Com o propósito de se atenuar a problemática de que os modelos $ARCH(q)$ precisam de muitos parâmetros para serem ajustados corretamente, desenvolveu-se o modelo $ARCH$ generalizado ou $GARCH$. Para um $GARCH(p,q)$, equação da variância passa a ser:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Ressalte-se que um modelo $GARCH(p,q)$ pode ser interpretado como um processo autoregressivo em ε_t^2 . Modelos $GARCH$ não são estocásticos, pois σ_t^2 é determinístico uma vez que depende de fatores passados e conhecidos. O que é estocástico é ε_t^2 .

Séries cuja heterocedasticidade condicional são moldadas por um modelo $GARCH$ são leptocúrticas, ou seja, possuem curtose superior a 3. Este fato será observado empiricamente no decorrer deste trabalho.

3.3 MODELOS TGARCH(p,q,r)

Evidências empíricas contradizem a idéia de que os impactos dos choques aleatórios são simétricos. Os choques nos retornos de ações, por exemplo, são assimétricos, pois os negativos são seguidos por maiores aumentos na volatilidade do que os positivos. Os modelos anteriores supõem que os impactos dos choques aleatórios são simétricos. Outra dificuldade apresentada pelos modelos $GARCH$ é que seus parâmetros têm de ser positivos como condição de que a estacionariedade da série seja mantida. Para solucionar esses problemas, Zakoïan propôs, em 1994, o modelo $TGARCH$, modelo autoregressivo de heterocedasticidade condicional generalizado com limiar. Assim o propôs:

$$\sigma_t^a = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^a + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^a + \sum_{k=1}^r \gamma_k d_{\varepsilon_{t-k} \leq 0} |\varepsilon_{t-k}|^a,$$

em que $d(\cdot)$ é a variável *dummy* igual a 1 se o erro satisfaz a condição imposta entre parênteses ; e 0, caso contrário. O coeficiente a representa o expoente da variância.

É possível constatar que o modelo $GARCH$ é um caso especial do $TGARCH$.

3.4 MODELOS EGARCH(p,q,r)

Em 1991, também no intuito de debelar as dificuldades do modelo $GARCH$ simétrico, Nelson propôs o modelo autoregressivo de heterocedasticidade condicional generalizado

exponencial, conhecido como *EGARCH*. Este modelo possibilita a absorção de impactos assimétricos com um benefício adicional: a viabilidade de que alguns coeficientes sejam negativos. Segue abaixo sua equação.

$$\ln\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i [|u_{t-i}| - E(|u_{t-i}|)] + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln\sigma_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^r \gamma_k u_{t-k}$$

O operador logaritmo evita que a variância seja negativa, portanto os parâmetros do modelo podem o ser. Os coeficientes γ tem o papel de ajustar a assimetria dos efeitos. Para que os impactos sejam assimétricos, basta se ter algum $\gamma_k \neq 0$. Também é possível reparar a presença do chamado efeito alavancagem para $\gamma_k < 0$. Isso denota que choques negativos aumentam a volatilidade do modelo mais do que choques positivos.

3.5 MODELOS *ARMA-GARCH*

As séries temporais dos retornos sob análise neste estudo foram ajustadas através de modelagem *ARMA-GARCH* ou *ARMA-EGARCH*. Apenas para uma série, devido à dificuldade de ajustá-la por meio dos dois modelos previamente citados, tentou-se o modelo *ARMA-TGARCH*, no entanto este não obteve o êxito almejado.

Os processos *ARMA-GARCH* e seus variantes, como o *ARMA-EGARCH*, por exemplo, caracterizam-se por modelar tanto a média condicional da série, por meio de sua parte *ARMA*, quanto a variância condicional, através da parte *GARCH*.

Modelam-se os retornos dos índices com a finalidade de se obter seus resíduos padronizados para que se possa transformá-los com a intenção de obter os argumentos usados nas funções cópulas. Os modelos do tipo *ARMA-GARCH* são os mais apropriados para se ajustar séries financeiras. A razão é que tais tipos de séries distinguem-se por, em geral, possuírem uma estrutura autoregressiva tanto na média quanto na variância.

Com o propósito de se ratificar empiricamente a variação da volatilidade, ao longo do tempo, de séries financeiras, o Apêndice B apresenta a função de autocorrelação (ACF) e a função de autocorrelação parcial (PACF) de cada uma das séries dos retornos e de seus quadrados.

Os retornos dos valores de fechamento diário dos índices das bolsas de valores sob consideração foram calculados da seguinte maneira:

$$r_t = 100 \ln\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right)$$

I_t representa o valor de fechamento diário do índice no período t e \ln se refere ao logaritmo natural.

A modelagem *ARMA-GARCH* dos retornos diários, então, obedece às seguintes equações:

$$r_t = \mu + \sum_{i=1}^p \theta_i r_{t-i} - \sum_{j=1}^q \varphi_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t u_t, \quad u_t \sim i.i.d. (0,1);$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Faz-se imprescindível destacar que algumas restrições ao modelação necessárias para garantir a estacionariedade e a positividade da variância condicional. Assim, as raízes do polinômio $1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i L^i - \sum_{j=1}^p \beta_j L^j$ devem estar fora do círculo unitário para que a variância seja estacionária. Para que a variância condicional seja sempre positiva, uma condição suficiente é que $\omega > 0$ e $\alpha_i, \beta_j \geq 0, \forall i, j; i, j = \{1, 2, \dots, \max[p, q]\}$. Ademais, uma condição necessária para que a variância condicional exista é que o parâmetro de persistência seja menor que a unidade, ou seja, $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$.

Caso a modelagem mais propícia para os retornos seja do tipo *ARMA-EGARCH*, a equação da variância deve ser substituída pela do modelo *EGARCH*. E, neste caso, as raízes do polinômio $1 - \sum_{j=1}^p \beta_j L^j$ devem estar fora do círculo unitário, a fim de que a variância seja estacionária. Conforme Nelson (1991), a estacionariedade estrita é alcançada se $\sum_{i=1}^q \alpha_i^2 < \infty$.

3.6 DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS

Qualquer que seja o modelo escolhido para o ajuste, resíduos são gerados a partir da modelagem. Se esses resíduos forem padronizados, passarão a ter uma distribuição de probabilidade com média zero e variância 1. A distribuição de probabilidade desses resíduos padronizados deve ser escolhida de antemão para se testar os diversos ajustes possíveis para cada série de retorno considerada.

A distribuição normal é simétrica e possui curtose zero. Ainda que todas as séries sob análise apresentem assimetria e excesso de curtose, a normal foi uma das distribuições testadas. Todavia, tornou-se evidente a necessidade de se testar também as distribuições *t-student* e *t-student* assimétrica. A distribuição *t-student* se acomoda melhor ao excesso de curtose. E sua

versão assimétrica resolve também o problema da assimetria. Portanto, era extremamente natural trabalhar com essas duas distribuições de probabilidade. E era ainda de se esperar que elas fossem as mais adequadas.

A função densidade de probabilidade da distribuição *t-student* é dada por:

$$f(u_t|\nu) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})\sqrt{\pi\sigma_t^2(\nu-2)}} \exp\left(1 + \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2(\nu-2)}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}$$

$\nu > 2$ é um parâmetro positivo que determina o grau de curtose da distribuição e $\Gamma(\cdot)$ é a função gama definida abaixo.

$$\Gamma(u) = \int_0^{\infty} x^{u-1} e^{-x} dx, u > 0$$

A distribuição *t-student* é simétrica, no entanto apresenta caudas mais pesadas.

A função densidade de probabilidade da distribuição *t-student* assimétrica é dada por:

$$g(u_t|\nu, \lambda) = \begin{cases} bc \left(1 + \frac{1}{\nu-2} \left(\frac{bz+a}{1-\lambda}\right)^2\right)^{-(\nu+1)/2}, & z < -a/b \\ bc \left(1 + \frac{1}{\nu-2} \left(\frac{bz+a}{1+\lambda}\right)^2\right)^{-(\nu+1)/2}, & z \geq -a/b \end{cases}$$

Com as as constantes a , b e c definidas como:

$$a = 4\lambda c \left(\frac{\nu-2}{\nu-1}\right), b^2 = 1 + 3\lambda^2 - a^2, c = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})\sqrt{\pi(\nu-2)}}$$

Os parâmetros ν e λ designam os graus de liberdade e a assimetria, respectivamente.

4 ESTIMAÇÃO NÃO PARAMÉTRICA DAS CÓPULAS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este é o capítulo mais importante da dissertação. Nele, as definições informal e formal de cópulas serão apresentadas, assim como a metodologia não paramétrica utilizada para se estimar as cópulas. Por fim, os resultados obtidos serão exibidos e analisados.

4.1 CÓPULAS

Além de se definir cópulas, o importante teorema de Sklar será introduzido por ser de fundamental importância para a compreensão do conteúdo referente a este tema. Ademais, dependência do quadrante positivo e dependência cauda esquerda decrescente também serão explanadas a seguir.

4.1.1 Definição informal

Cópulas são funções que ligam funções de distribuição acumulada conjuntas a suas respectivas marginais univariadas. Segundo Nelsen (2006), as cópulas são funções de distribuição multivariadas cujas marginais possuem distribuição de probabilidade uniforme no intervalo $(0,1)$. O primeiro pesquisador a desenvolver a teoria de cópulas foi Sklar em 1959. É de sua autoria o teorema central acerca desse tipo de função.

Conhecer a estrutura de dependência entre os ativos financeiros é de fundamental importância para o gerenciamento do risco em finanças e na área de seguros, por exemplo. Medir essa dependência pela avaliação das correlações revela-se adequado num contexto de riscos multivariados normalmente distribuídos; ou para se avaliar dependência linear. A crescente proporção de riscos não lineares, especialmente nos derivativos, e o comportamento não normal da maioria das séries financeiras têm estimulado a busca por outras ferramentas. Neste contexto, percebe-se a relevância do estudo das cópulas, porquanto se trata de uma das mais importantes ferramentas alternativas.

A cópula de uma distribuição multivariada pode ser considerada como a parte descrevendo sua estrutura de dependência como oposta ao comportamento de cada uma de suas marginais. Uma propriedade interessante da cópula é sua invariância sob transformação estritamente crescente das margens. Outra é seu elo direto com medidas de associação invariantes em escala tais como o tau de Kendall e o Rho de Spearman.

A estimação de cópulas tem sido desenvolvida, principalmente, no contexto de amostras independentes e identicamente distribuídas bivariadas. E também através de métodos de máxima verossimilhança e de metodologias não paramétricas baseadas em distribuições empíricas.

Neste trabalho, as cópulas foram estimadas por uma abordagem não paramétrica baseada nos estimadores Kernel.

4.1.2 Definição formal

Considere-se um processo estritamente estacionário $\{Y_t, t \in Z\}$ tomando valores em R^n e assumase que os dados consistem numa realização de $\{Y_t; t = 1, \dots, T\}$.

Denota-se por $f(y)$ a f.d.p. e por $F(y)$ a f.d.a. de $Y_t = (Y_{1t}, \dots, Y_{nt})'$ no ponto $y = (y_1, \dots, y_n)'$. A distribuição conjunta F fornece informação completa referente ao comportamento de Y_t .

A ideia por trás das cópulas é separar dependência e comportamento marginal dos elementos constitutivos de Y_t .

As f.d.p. e f.d.a. marginais de cada elemento Y_{jt} no ponto $y_j, j = 1, \dots, n$ serão escritas como $f_j(y_j)$ e $F_j(y_j)$, respectivamente.

Uma cópula descreve como a distribuição conjunta F é “acoplada” a suas marginais univariadas F_j .

Definição formal de Cópula

Uma cópula n -dimensional é uma função C que obedece às seguintes propriedades:

- a) $dom C = [0,1]^n$
- b) C é *grounded*, isto é, para cada u em $[0,1]^n$, $C(u) = 0$ se pelo menos uma coordenada $u_j = 0, j = 1, \dots, n$.
- c) C é n -crescente, isto é, para cada a e b em $[0,1]^n$, tal que $a \leq b$, o C -volume $V_C([a, b])$ da caixa $[a, b]$ é positivo.
- d) Se todas as coordenadas de u valem 1 exceto u_j , então $C(u) = u_j, j = 1, \dots, n$.

A razão pela qual cópulas são úteis em revelar a ligação entre a distribuição conjunta e suas marginais advém do seguinte teorema.

4.1.3 Teorema de Sklar

Teorema de Sklar

Seja F uma função de distribuição n -dimensional com marginais F_1, \dots, F_n . Então, existe uma n – cópula C tal que, para todo y em R^n ,

$$F(y_1, \dots, y_n) = C(F_1(y_1), \dots, F_n(y_n)) \quad (1)$$

Se F_1, \dots, F_n são todas contínuas, então C é unicamente definida; do contrário, C é unicamente determinada em $rangeF_1 \times \dots \times rangeF_n$. Reciprocamente, se C é uma n – cópula e F_1, \dots, F_n são funções de distribuição, então a função F definida por (1) é uma função de distribuição n -dimensional com marginais F_1, \dots, F_n .

Como corolário imediato do teorema de Sklar, tem-se:

$$C(u_1, \dots, u_n) = F\left(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_n^{-1}(u_n)\right) \quad (2)$$

, onde $F_1^{-1}, \dots, F_n^{-1}$ são quase-inversas de F_1, \dots, F_n .

Assim, cópulas são distribuições multivariadas uniformes que descrevem a estrutura de dependência de variáveis aleatórias.

Transformações estritamente crescentes de variáveis aleatórias subjacentes resultam em variáveis transformadas possuidoras de mesma cópula.

Da expressão (2), pode-se observar que a estrutura de dependência personificada pela cópula pode ser recuperada através do conhecimento da distribuição conjunta F e de suas marginais F_j .

Cópulas caracterizam independência e comonotonicidade entre as variáveis aleatórias. De fato, n variáveis aleatórias são independentes se e somente se $C(u) = \prod_{j=1}^n u_j$, para todo u .

Cada variável aleatória é, quase com certeza, uma função estritamente crescente de qualquer uma das outras se e somente se $C(u) = \min(u_1, \dots, u_n)$, para todo u .

As cópulas estão intimamente relacionadas a medidas padrão de dependência entre duas variáveis aleatórias Y_{1t} e Y_{2t} , cuja cópula é C .

Seguem as expressões do *tau* de Kendall, do *rho* de Spearman, do *gamma* de Gini e do *beta* de Blomqvist.

$$\tau_{Y_1, Y_2} = 1 - 4 \int_0^1 \int_0^1 \frac{\partial C(u_1, u_2)}{\partial u_1} \frac{\partial C(u_1, u_2)}{\partial u_2} du_1 du_2$$

$$\rho_{Y_1, Y_2} = 12 \int_0^1 \int_0^1 C(u_1, u_2) du_1 du_2 - 3$$

$$\gamma_{Y_1, Y_2} = 4 \int_0^1 [C(u_1, 1 - u_1) + C(u_1, u_1)] du_1 - 2$$

$$\beta_{Y_1, Y_2} = 4C(1/2, 1/2) - 1$$

Serão apresentadas, a seguir, as duas medidas de dependência utilizadas no presente trabalho para medir o nível de dependência entre os retornos dos índices.

4.1.4 Dependência do quadrante positivo

Cópuas podem ser usadas para analisar como duas variáveis aleatórias se comportam juntas quando são simultaneamente pequenas (ou grandes). Isto será útil no exame do comportamento conjunto de retornos pequenos, especialmente naqueles muito negativos (grandes perdas), o que é de imenso interesse no gerenciamento de risco. Este tipo de comportamento é melhor descrito pelo conceito conhecido como PQD (*Positive Quadrant Dependence*).

Duas variáveis aleatórias Y_{1t} e Y_{2t} são PQD se, para todo (y_1, y_2) em R^2 ,

$$P[Y_{1t} \leq y_1, Y_{2t} \leq y_2] \geq P[Y_{1t} \leq y_1]P[Y_{2t} \leq y_2]$$

Ou seja, duas variáveis aleatórias são PQD se a probabilidade delas serem simultaneamente pequenas é pelo menos tão grande quanto seria se elas fossem independentes.

Aplicando-se o teorema de Bayes, a mesma inequação pode ser reescrita como

$$P[Y_{1t} \leq y_1 | Y_{2t} \leq y_2] \geq P[Y_{1t} \leq y_1]$$

Pode-se reescrever a inequação acima em termos de cópuas:

$$C(u_1, u_2) \geq u_1 u_2, \text{ para todo } (u_1, u_2) \text{ em } [0,1]^2.$$

4.1.5 Dependência cauda esquerda decrescente

A condição PQD pode ser reforçada requerendo-se que a probabilidade condicional seja uma função não crescente de y_2 . Isto implica que a probabilidade de que o retorno Y_{1t} tenha um valor pequeno não cresce à medida que os valores dos outros retornos cresçam. Isso corresponde à particular monotonicidade nas caudas.

Diz-se que uma variável aleatória Y_{1t} é LTD (*Left Tail Decreasing*) em Y_{2t} , se $P[Y_{1t} \leq y_1 | Y_{2t} \leq y_2]$ é uma função não decrescente de y_2 para todo y_1 . A notação é $LTD(Y_1|Y_2)$. Isto é equivalente à condição de que, para todo u_1 em $[0,1]$, $C(u_1, u_2)/u_2$ é não crescente em u_2 , ou $\frac{\partial C(u_1, u_2)}{\partial u_2} \leq \frac{C(u_1, u_2)}{u_2}$ para quase todos u_2 .

Portanto, conceitos como independência, PQD e LTD podem ser caracterizados em termos de cópulas e, assim, podem ser checados, ao menos localmente, uma vez que as cópulas sejam empiricamente conhecidas.

4.2 ESTIMAÇÃO NÃO PARAMÉTRICA DAS CÓPULAS

Existem diversas maneiras de se estimar cópulas mesmo que de forma não paramétrica. Dentre os diversos métodos não paramétricos, escolheu-se aquele que utiliza os estimadores kernel.

4.2.1 Vantagens do método

A estimação não paramétrica das cópulas foi feita através da utilização dos estimadores kernel. Esta abordagem tem a vantagem de fornecer uma reconstituição suave da função cópula sem colocar, a priori, nenhuma parametrização na estrutura de dependência entre as marginais. Ademais, estimadores não paramétricos de cópulas podem conduzir a procedimentos de teste da independência entre as marginais.

O método não paramétrico aqui utilizado foi desenvolvido por Fermanian et al. (2002). Ele apresenta a vantagem de ser computacionalmente barato, além de não haver problemas de compatibilidade entre as propriedades das cópulas e dos estimadores não paramétricos de funções densidade de probabilidade.

4.2.2 Estimador Kernel para cópulas

Para dados $u_{ij} \in (0,1)$, $i = 1, \dots, d$, $j = 1, \dots, n$, assume-se que a f.d.a. F_j de Y_{jt} é tal que a equação $F_j(y) = u_{ij}$ admite uma única solução denotada por ζ_{ij} .

Para se construir os estimadores, faz-se necessário introduzir *kernels*, isto é, funções reais simétricas e delimitadas $k_{ij}(x)$ em R tais que

$$\int k_{ij}(x)dx = 1, \quad i = 1, \dots, d, \quad j = 1, \dots, n \text{ e}$$

$$K_i(x; h) = \prod_{j=1}^n k_{ij}(x_j/h_j), i = 1, \dots, d$$

A *bandwidth* h é uma matriz diagonal cujo determinante é $|h|$. As *bandwidths* individuais h_j são funções positivas de T tais que

$$|h| + (T|h|)^{-1} \rightarrow 0 \text{ quando } T \rightarrow \infty.$$

A f.d.p. de Y_{jt} em y_{jt} , isto é $f_j(y_{ij})$, será estimada por

$$\hat{f}_j(y_{ij}) = (Th_j)^{-1} \sum_{t=1}^T k_{ij}((y_{ij} - Y_{jt})/h_j)$$

Já a f.d.p. de Y_t em $y_i = (y_{i1}, \dots, y_{in})'$, isto é $f(y_i)$, será estimada por

$$\hat{f}(y_i) = (T|h|)^{-1} \sum_{t=1}^T K_i(y_i - Y_t; h)$$

Portanto, estimadores da distribuição acumulada de Y_{jt} , em pontos distintos y_{ij} são obtidos por

$$\hat{F}_j(y_{ij}) = \int_{-\infty}^{y_{ij}} \hat{f}_j(x) dx$$

Já estimadores da distribuição acumulada de Y_t em pontos distintos y_i são obtidos por

$$\hat{F}(y_i) = \int_{-\infty}^{y_{i1}} \dots \int_{-\infty}^{y_{in}} \hat{f}(x) dx$$

Se um *kernel* gaussiano singular $k_{ij}(x) = \varphi(x)$ é adotado, obtém-se

$$\begin{aligned} \hat{F}_j(y_{ij}) &= T^{-1} \sum_{t=1}^T \Phi((y_{ij} - Y_{jt})/h_j) \\ \hat{F}(y_i) &= T^{-1} \sum_{t=1}^T \prod_{j=1}^n \Phi((y_{ij} - Y_{jt})/h_j) \end{aligned}$$

Observe-se que φ e Φ denotam a f.d.p. e a f.d.a. de uma variável gaussiana padrão, respectivamente.

Para estimar a cópula nos pontos $u_i, i = 1, \dots, d$ com $u_{ij} \leq u_{ij}$ para $i < l$, usa-se o método *plug-in*. Da expressão (2), tem-se que

$$\hat{C}(u_i) = \hat{F}(\hat{\zeta}_i)$$

$$\text{onde } \hat{\zeta}_i = (\hat{\zeta}_{i1}, \dots, \hat{\zeta}_{in})' \text{ e } \hat{\zeta}_{ij} = \inf_{y \in \mathbb{R}} \{y: \hat{F}_j(y) \geq u_{ij}\}$$

De fato, $\hat{\zeta}_{ij}$ corresponde ao *kernel* estimado no *quantil* de Y_{jt} com nível de probabilidade u_{ij} . Observe-se que esse mesmo tipo de estimativa foi utilizada em gestão de risco e seleção de portfólio nos trabalhos de Gourigieroux *et al.* (1999) e Scaillet (2000).

Optou-se por selecionar o valor da *bandwidth* segundo a regra de ouro adotada por Fermanian *et al.* (2002), pela qual, $h_i = \sigma_i T^{-1/5}$. O *kernel* escolhido foi o gaussiano.

4.2.3 Teste para igualdade entre duas cópulas

O intuito deste teste é apurar a validade da hipótese de duas estruturas de dependência serem idênticas. No caso do presente trabalho, o interesse é averiguar se as cópulas estimadas em períodos de estabilidade são iguais às estimadas no período de crise.

Este teste foi desenvolvido por Remillard e Scaillet (2009). Sua implementação depende da estimativa das cópulas empíricas, do uso do princípio de *Cramér-von Mises* e da técnica multiplicador teorema do limite central.

Sejam duas amostras independentes, vetores de valores em \mathbf{R}^d , $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_{n_1}$, com função de distribuição acumulada \mathbf{F} e marginais $\mathbf{F}_1, \dots, \mathbf{F}_d$ e $\mathbf{Y}_1, \dots, \mathbf{Y}_{n_2}$ com função de distribuição acumulada \mathbf{G} e marginais $\mathbf{G}_1, \dots, \mathbf{G}_d$. Os vetores $\mathbf{X}_i, i = 1, \dots, n_1$ e $\mathbf{Y}_i, i = 1, \dots, n_2$ possuem tamanho d e entradas denotadas por X_{il} e Y_{il} , com $l = 1, \dots, d$. Dessa maneira, as cópulas \mathbf{C} e \mathbf{D} associadas a primeira e a segunda amostra são unicamente determinadas, para quaisquer $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)$ por

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{C}[\mathbf{F}_1(x_1), \dots, \mathbf{F}_d(x_d)] \text{ e } \mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{D}[\mathbf{G}_1(x_1), \dots, \mathbf{G}_d(x_d)]$$

Esse teste tem como hipótese nula $\mathbf{H}_0: \mathbf{C} = \mathbf{D}$ e $\mathbf{H}_1: \mathbf{C} \neq \mathbf{D}$. As estatísticas da concepção do teste são baseadas nos quadrados das diferenças entre as cópulas empíricas \mathbf{C}_{n_1} e \mathbf{D}_{n_2} definidas, para quaisquer $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_d) \in [0, 1]^d$, por

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{n_1}(\mathbf{u}) &= \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} I(U_{i,n_1} \leq \mathbf{u}) = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} \prod_{l=1}^d I(U_{il,n_1} \leq u_l) \\ \mathbf{D}_{n_2}(\mathbf{u}) &= \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} I(V_{i,n_2} \leq \mathbf{u}) = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} \prod_{l=1}^d I(V_{il,n_2} \leq u_l) \end{aligned}$$

em que $\mathbf{U}_{i,n_1} = (U_{il,n_1}, \dots, U_{id,n_1})$, $\mathbf{V}_{i,n_2} = (V_{il,n_2}, \dots, V_{id,n_2})$, e para qualquer $l \in \{1, \dots, d\}$,

$$U_{il,n_1} = \frac{n_1}{n_1 + 1} F_{l,n_1}(X_{il}) = \frac{\text{rank}(X_{il})}{n_1 + 1}, \quad 1 \leq i \leq n_1$$

$$V_{il,n_2} = \frac{n_2}{n_2 + 1} G_{l,n_2}(Y_{il}) = \frac{\text{rank}(Y_{il})}{n_2 + 1}, \quad 1 \leq i \leq n_2$$

com

$$F_{l,n_1}(x_l) = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} I(X_{i,l} \leq x_l) \text{ e}$$

$$G_{l,n_2}(x_l) = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} I(Y_{i,l} \leq x_l),$$

Sendo as funções de distribuição empíricas de $(X_{il})_{i=1}^{n_1}$ e $(Y_{il})_{i=1}^{n_2}$ definidas, respectivamente, para qualquer $x_l \in \mathbf{R}$.

As estatísticas do teste em apreço dependem dos funcionais do processo empírico a seguir:

$$E_{n_1,n_2} = (C_{n_1} - D_{n_2}) / \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

Para se testar a hipótese nula, é preciso se fazer uso do princípio de *Cramér-von Mises*. Tendo em vista que \mathbf{C} e \mathbf{D} são desconhecidos, o cálculo dos valores de p é realizado com a utilização da técnica multiplicador teorema do limite central. Isso permite estimar o valor de p da estatística de teste através de simulações. Detalhes sobre o método de simulação para se computar os valores de p, o comportamento assintótico de \mathbf{E}_{n_1,n_2} , as expressões para o cálculo das estatísticas de teste e as provas dos resultados teóricos podem ser consultados em Remillard e Scaillet (2009).

4.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste tópico, todos os resultados obtidos computacionalmente no decorrer da pesquisa serão apresentados. De início, serão exibidas as estatísticas descritivas para que se tenha uma noção geral acerca das séries de retornos com as quais se está trabalhando. As informações obtidas mediante as estatísticas descritivas conduzem a uma boa percepção de características importantes de cada uma das séries.

Os resultados da modelagem dos retornos diários também serão anunciados e comentados. Do mesmo modo, serão exibidos os resultados concernentes às medidas de dependência, calculadas via cópulas estimadas por método não paramétrico. Enfim, os resultados dos testes de igualdade entre cópulas serão expostos e interpretados.

4.3.1 Dados e estatísticas descritivas

Esta pesquisa abrange os países do bloco denominado BRIC, isto é, Brasil, Rússia, Índia e China; e os Estados Unidos. Observe-se, destarte, que três continentes estão enfocados: América, Ásia e Europa. No caso da América, tem-se um representante da América do Norte e outro da América do Sul.

Cada um desses cinco países é representado pelo seu principal índice de ações. Assim, o Brasil é retratado pelo IBOVESPA; a Rússia pelo RTS; a Índia pelo BSE; a China pelo SSE e os Estados Unidos pelo S&P500. Considerou-se, portanto, que cada um desses índices retrata o mercado financeiro dos países em apreço.

O estudo foi realizado num cenário situado no intervalo de tempo que vai do início de 2004 ao final de 2013. Assim, o primeiro dado de índice utilizado é do dia 02/01/2004 para todos os países. Note-se, contudo, que o primeiro dia gerador de dado referente a retorno diário foi 05/01/2004 para todas as séries. O último dado de retorno foi o do dia 30/12/2013 para Brasil e Rússia, por não ter havido pregão no último dia do ano, e o referente ao dia 31/12/2013 para Índia, China e Estados Unidos. Todos os dados foram obtidos no sítio <http://finance.yahoo.com/>.

Este intervalo de tempo foi dividido em três períodos. O primeiro é denominado de período pré-crise e vai do dia 02/01/2004 até 30/11/2007. O segundo, chamado de crise, vai de 01/12/2007 a 01/06/2009. E o terceiro, designado de período pós-crise, estende-se do dia 02/06/2009 até 31/12/2013.

A escolha do intervalo de tempo supracitado deveu-se ao fato dele abarcar três períodos distintos, dois deles de maior estabilidade e um de crise financeira. Trata-se da crise americana do *subprime*. Essa divisão do intervalo de tempo em períodos possibilita avaliar a hipótese de contágio financeiro, tendo em vista que viabiliza a comparação do nível de dependência em períodos distintos.

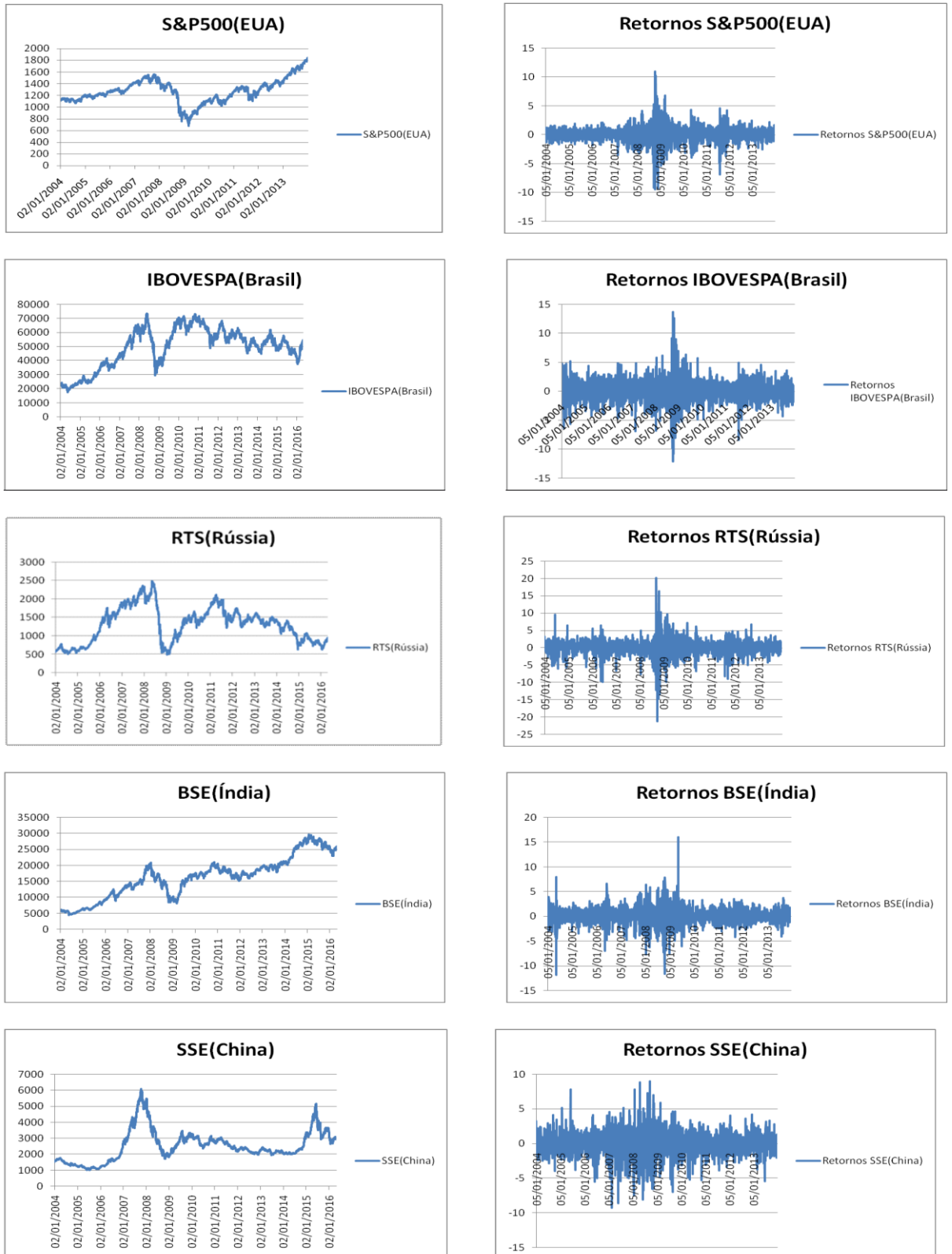
A escolha da data inicial teve como intuito conceber um período pré-crise o mais estável possível. Por essa razão, datas mais antigas foram evitadas, resguardando-se, assim, o período

pré-crise, de eventos extremos críticos como, por exemplo, a crise argentina do final de 2001 ou a queda das ações de empresas de alta tecnologia em 2002.

As datas adotadas para início e final do período de crise foram aquelas divulgadas oficialmente pelo National Bureau of Economic Research (NBER). Como o dia 31/05/2009 caiu num domingo, os dados do período de crise foram pegos até o dia 01/06/2009 e os dados do período seguinte começaram a ser tomados a partir do dia 02/06/2009. A escolha da data final do intervalo de tempo tentou originar um período pós-crise de estabilidade em todos os países considerados.

Uma análise preliminar dos dados pode ser feita ao se avaliar os gráficos dos índices de ações e dos seus retornos. Esses gráficos estão traçados considerando-se todo o intervalo de tempo. Eles podem ser visualizados na Figura 1. É possível aferir como a crise, partindo dos Estados Unidos, afetou intensamente os outros mercados.

Figura 1 - Índices de ações e seus retornos diários.



Fonte: Elaborado pelo autor. (2016)

As estatísticas descritivas alusivas às séries dos retornos diários para os três períodos em estudo estão discriminadas nas tabelas 1, 2 e 3. Nota-se que as médias dos retornos são positivas para todas as séries no período pré-crise e negativas no período de crise. Esse fato era de se esperar, dado que a queda nos índices de ações foi bastante acentuada durante o período de crise. No período pós-crise, naturalmente, as médias voltam a assumir valores superiores às do período pré-crise. Para o Brasil e a China, elas ainda continuam negativas.

A volatilidade dos retornos diários pode ser averiguada via desvio padrão. Espera-se que o desvio padrão revele valores maiores no período de crise. E é exatamente isso que se verifica. Ou seja, a volatilidade dos retornos no período de crise é maior do que no período de estabilidade anterior. Após o passar da crise, o desvio padrão volta a apresentar valores condizentes com um período de estabilidade. Portanto, os períodos pré-crise e pós-crise manifestam um nível de volatilidade bem menor do que o constatado durante a crise. A volatilidade, durante o período de crise, aumentou para todas as séries. O valor do desvio padrão chega a aumentar, do período pré-crise para a crise, 227% para o S&P500. Para o IBOVESPA, RTS, BSE e SSE, esse incremento é de 82,71%; 135,76%; 90,47% e 61,65%, respectivamente.

Uma medida útil para oferecer uma noção sobre os valores extremos e o peso das caudas é a curtose. Em todas as situações, a curtose é maior que 3, o que indica caudas curtas e pesadas, isto é, a distribuição é mais alta e afunilada que a normal. São casos de distribuições leptocúrticas. Depreende-se daí não ser apropriado o ajuste dos dados através de uma distribuição normal.

A assimetria é negativa para todas as séries tanto no período pré-crise quanto no pós-crise. Isso significa que há uma maior recorrência de valores extremos negativos. Durante a crise, esse padrão é modificado, isto é, a assimetria passa a ser positiva para todas as séries, exceto para o RTS.

Outro indicativo de que a distribuição normal não é adequada para o ajuste dos dados é o resultado do teste Jarque-Bera. Em todos os casos, a hipótese nula foi rejeitada, o que assinala não normalidade.

Tabela 1 - Estatísticas descritivas dos retornos diários do período pré-crise

Estatística	IBOVESPA(Brasil)	RTS(Rússia)	BSE(Índia)	SSE(China)	S&P500(EUA)
Mínimo	-6.8565	-9.8403	-11.8092	-9.2561	-3.5343
Máximo	5.1643	9.6186	7.9311	7.8903	2.8790
Mediana	0.1613	0.2183	0.1963	0.0366	0.0739
Média	0.1064	0.1356	0.1196	0.1164	0.0294
Desvio padrão	1.6572	1.6557	1.4886	1.5778	0.7534
Assimetria	-0.2869	-0.6391	-0.7547	-0.4293	-0.2951
Curtose	3.7512	7.7247	9.5074	6.5381	4.8667
Teste Jarque-Bera (p-valor)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Número de observações	970	1006	976	1002	985

Pré-crise

Tabela 2 - Estatísticas descritivas dos retornos diários do período de crise

Estatística	IBOVESPA(Brasil)	RTS(Rússia)	BSE(Índia)	SSE(China)	S&P500(EUA)
Mínimo	-12.0961	-21.1994	-11.6044	-8.0437	-9.4695
Máximo	13.6766	20.2039	15.9900	9.0343	10.9572
Mediana	0.0706	0.0000	-0.0303	0.0000	0.0081
Média	-0.0459	-0.1934	-0.0782	-0.1632	-0.1272
Desvio padrão	3.0278	3.9034	2.8353	2.5505	2.4636
Assimetria	0.1450	-0.1590	0.3303	0.0734	0.0256
Curtose	6.0141	8.7306	6.0978	4.2419	6.1669
Teste Jarque-Bera (p-valor)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Número de observações	369	369	359	377	375

Crise

Tabela 3 - Estatísticas descritivas dos retornos diários do período pós-crise

Estatística	IBOVESPA(Brasil)	RTS(Rússia)	BSE(Índia)	SSE(China)	S&P500(EUA)
Mínimo	-8.4307	-9.0052	-6.0084	-6.9827	-6.8958
Máximo	5.7473	7.2388	3.7035	4.6789	4.6317
Mediana	0.0281	0.0795	0.0455	0.0035	0.0843
Média	-0.0028	0.0245	0.0325	-0.0191	0.0604
Desvio padrão	1.4001	1.7823	1.1679	1.3106	1.0741
Assimetria	-0.2209	-0.2784	-0.0837	-0.4714	-0.4617
Curtose	4.9262	5.1415	4.1369	5.4984	6.8395
Teste Jarque-Bera (p-valor)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Número de observações	1138	1154	1138	1144	1156

Pós-crise

4.3.2 Resultados das modelagens das séries dos retornos

Esses resultados são de extrema relevância, pois fornecem os dados necessários para se obter os argumentos adequados para o cálculo das medidas de dependência. E é por meio dessas medidas que se pode avaliar a ocorrência de contágio do mercado financeiro americano sobre os mercados dos países do BRIC no período de crise.

Trabalha-se com cinco séries de retornos, quatro referentes aos países do BRIC e uma aos Estados Unidos. Cada uma delas é dividida em três partes relacionadas aos períodos de pré-crise, crise e pós-crise. Considerando-se o interesse em se avaliar a dependência entre os mercados financeiros do BRIC e o mercado norte-americano, realizou-se o pareamento das séries dos retornos de cada um dos países do BRIC com a série de retorno do S&P500. Somente após ter sido realizado esses quatro pareamentos é que se procedeu a divisão dos dados em três partes concernentes aos períodos acima mencionados.

Ao se empreender o pareamento, constatou-se que, para cada um dos períodos, seja qual for a dupla de séries, o número de observações não é o mesmo para cada um dos pares. A razão desse fato está na existência de feriados nacionais e outros eventos atípicos. Por isso, procedeu-se à eliminação de datas em que não houve pregão em ambas as bolsas de valores. Dessa forma, cada par passou a ter o mesmo número de observações. Observa-se, então, que se passa a ter quatro séries concernentes aos retornos diários do S&P500, uma para cada par do BRIC. Depreende-se, pois, que se alcança um número total de 24 séries de retornos.

Ressalte-se que, para se proceder ao pareamento do S&P500 com os índices BSE(Índia) e SSE(China), fez-se necessário defasar as séries de retorno da Índia e da China em um dia, por causa de questões condizentes ao fuso horário. Quando o pregão da S&P500 se inicia, os pregões tanto da BSE quanto da SSE já se encerraram. Deduz-se daí que a influência do S&P500 nos índices BSE e SSE dá-se apenas no dia seguinte. Logo, cada dia de pregão americano é pareado com o dia seguinte do pregão indiano ou chinês.

Para cada uma das 24 séries temporais, foram testados modelos do tipo *ARMA-GARCH* e *ARMA-EGARCH*, com resíduos padronizados seguindo as distribuições normal, *t-student* e *t-student* assimétrica. Ainda que se tenha verificado, nas estatísticas descritivas, assimetria e excesso de curtose, testou-se também a distribuição normal para os resíduos padronizados. Inicialmente, foram testados os modelos com ordens mais baixas, a fim de se encontrar algum que modelasse bem os dados. Caso, eventualmente, mais de um cumprisse esse papel, então se escolhia aquele com o menor AIC (critério de informação de Akaike). E se nenhum satisfizesse as condições da boa modelagem, então se passava a testar ordens mais altas.

Considerou-se um modelo bem ajustado aos dados aquele que respeitasse os seguintes preceitos: todos os parâmetros deveriam assumir valores estimados estatisticamente significativos a um nível de significância de 5%, exceto a constante ω ; não deveria haver correlação serial nos resíduos padronizados nem nos quadrados dos resíduos padronizados; não poderia haver presença de heterocedasticidade remanescente.

A ausência de correlação serial na série dos resíduos padronizados e na dos quadrados dos resíduos padronizados foi testada por meio do teste de Ljung-Box ponderado. A hipótese nula é a ausência de correlação serial. Se o p-valor for maior que 5%, então a hipótese nula não pode ser rejeitada. Logo, estaria estatisticamente garantida a ausência de autocorrelação.

A ausência de heterocedasticidade remanescente foi testada através do teste *ARCH-LM* ponderado. A hipótese nula é a ausência do efeito *ARCH*. Se o p-valor for maior que 5%, então a hipótese nula não pode ser rejeitada. Logo, estaria estatisticamente garantida a ausência de qualquer heterocedasticidade remanescente.

Em virtude de terem sido feitos testes ponderados, o número de defasagens adotado varia conforme a ordem do modelo. Este número é tanto maior quanto mais elevada for a ordem do modelo.

Destaque-se que, na análise dos resíduos, foram adotados os resíduos padronizados. Os resíduos ordinários não são muito informativos, pelo fato de não possuírem variância constante. Ao se padronizar os resíduos, dividindo-os pela estimativa de seu desvio-padrão, obtém-se resíduos padronizados com média zero e variância igual a 1. Para um modelo ser adequado, seus resíduos padronizados devem se comportar como ruído branco. Tal comportamento é testado justamente pelos testes supracitados.

Todos os resultados das modelagens escolhidas para ajustar as séries de retornos diários nos três períodos estão apresentados no Apêndice C. Como já era de se esperar, nenhum dos modelos escolhidos apresenta distribuição normal para os resíduos padronizados. Pelas informações tabeladas, pode-se conferir que todos os parâmetros, exceto ω assumem estimativas estatisticamente significativas a um nível de significância de 5%.

Por fim, como as marginais das cópulas devem ter distribuição uniforme (0,1), é imprescindível a realização do teste de Kolmogorov-Smirnov, cuja hipótese nula, neste caso, é que os resíduos padronizados transformados sejam uniformemente distribuídos no intervalo (0,1). Os resíduos padronizados são transformados através da integral de probabilidade transformada, que fornece a função de distribuição acumulada dos resíduos padronizados. Se o p-valor for superior a 5%, então a hipótese nula não pode ser rejeitada. Assim, estaria garantido

estatisticamente que os resíduos padronizados transformados podem ser considerados como tendo distribuição uniforme (0,1).

Todos os resultados dos testes realizados são apresentados no Apêndice D. É importante destacar que, somente após se obter resultados favoráveis em todos esses testes, pode-se proceder às estimações das cópulas.

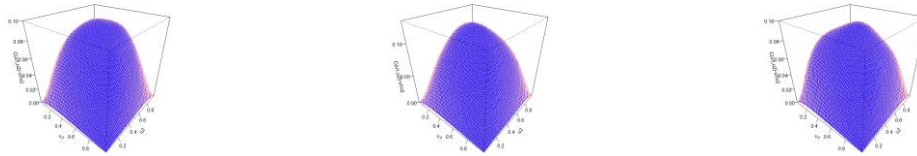
4.3.3 Verificação empírica de contágio financeiro

A comprovação empírica de contágio financeiro foi realizada por meio das medidas de dependência PQD e LTD, bem como através do teste para igualdade entre duas cópulas. Um aumento significativo nas medidas de dependência PQD e LTD, em relação ao período de estabilidade anterior, pode ser considerado como uma evidência da presença de contágio financeiro. Ou seja, caso haja um aumento considerável no valor dessas medidas a partir do período de crise, infere-se a existência de contágio financeiro. Foi também investigado o nível de dependência que passou a imperar no novo período de estabilidade após a crise.

Os cálculos dessas medidas de dependência foram realizados a partir dos resultados obtidos para as estimações das cópulas. O método utilizado para se estimar as cópulas foi aquele desenvolvido por Fermanian *et al.* (2002). Trata-se da metodologia não paramétrica anteriormente explicada. Todas as cópulas estimadas são do tipo bivariadas. Cada par de variáveis é formado por dados representativos de um dos países do BRIC e pelos correspondentes dados referentes aos Estados Unidos. Ressalte-se que esses cálculos foram efetuados para os três períodos considerados: pré-crise, crise e pós-crise. Reitere-se que os valores das *bandwidths* foram obtidos pela expressão de bolso $h_i = \sigma_i T^{-1/5}$. O *kernel* adotado em todas as estimações foi o gaussiano. Todos esses procedimentos e estimações foram feitos por intermédio do programa computacional *R*.

Observe-se que, de acordo com as figuras de 2 a 5, os valores da medida PQD, calculados pela expressão $C(u_1, u_2) - u_1 u_2$, são, preponderantemente, positivos para os três períodos em apreço. Isso aponta para existência de uma quantidade positiva de PQD. Percebe-se que o valor da medida sempre atinge um valor máximo, em geral próximo aos centros das distribuições, e passa a diminuir quando vai se deslocando para os extremos.

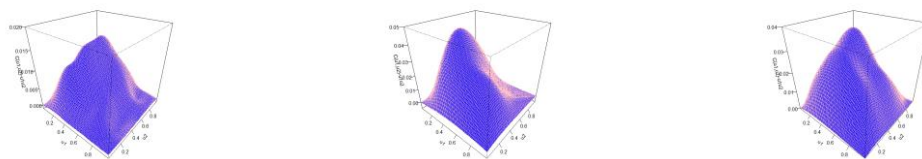
Figura 2 - PQD, Brasil, pré-crise, crise, pós-crise



No caso do Brasil, como se vê na Figura 2, assim como para todos os outros, houve uma elevação no valor da PQD no período de crise comparativamente ao período anterior. No período pós-crise, o valor da PQD retornou ao mesmo patamar do período pré-crise. Isso aponta para um maior nível de dependência a partir da crise. Ou seja, pode-se afirmar que a estrutura de dependência se alterou na direção de um maior grau de interligação. Após a crise, o nível de dependência voltou a ser o mesmo do período pré-crise.

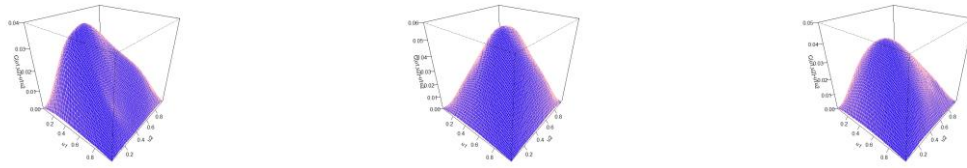
Para a China, a estrutura de dependência em relação aos Estados Unidos também se tornou maior no período de crise. Entretanto, ao contrário do Brasil, esse nível de dependência não voltou ao patamar anterior após a passagem da crise. O que se constatou para o caso da China, como se pode vislumbrar na Figura 3, é que a dependência passou a ser maior no período pós-crise em comparação com o período pré-crise. Ou seja, o impacto da crise na China gerou uma maior dependência com relação a mercado financeiro americano.

Figura 3 - PQD, China, pré-crise, crise, pós-crise



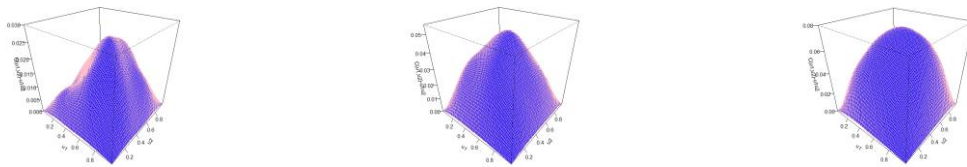
No que se refere à Índia, a estrutura de dependência após a crise passou a ser ligeiramente maior. Essa elevação não foi tão acentuada, comparativamente ao período pré-crise, como no caso da China. Isso pode ser visualizado na Figura 4.

Figura 4 - PQD, Índia, pré-crise, crise, pós-crise



A situação da Rússia pode ser observada na Figura 5. Houve um aumento no valor da PQD no período de crise. E no período pós-crise, o valor da PQD tornou-se ainda maior. Ou seja, após a crise, o nível de dependência da Rússia em relação ao mercado financeiro americano passou a ser mais acentuado até mesmo que no período de crise.

Figura 5 - PQD, Rússia, pré-crise, crise, pós-crise



Desses resultados, pode-se depreender que a crise americana do subprime, acarretou um significativo aumento no nível de dependência entre os mercados financeiros do BRIC e o mercado financeiro americano. Esse nível de dependência voltou para o patamar anterior à crise apenas para o Brasil. Para os demais países do BRIC, a estrutura de dependência em relação ao mercado americano passou a ter um nível maior. Para Rússia, esse grau de dependência tornou-se maior até mesmo do que o constatado durante a crise.

Os resultados concernentes à medida de dependência LTD estão apresentados nas Figuras de 6 a 9. O valor desta medida é calculado pela expressão $\frac{C(u_1, u_2)}{u_2} - \frac{\partial C(u_1, u_2)}{\partial u_2}$. Os resultados alcançados através desta medida de dependência foram exatamente os mesmos obtidos por meio da PQD. Ou seja, por mais esta via, verificou-se que a crise americana do *subprime* afetou a estrutura de dependência entre os mercados financeiros do BRIC e o mercado financeiro americano. A partir do início da crise, a dependência ficou mais acentuada. Retornou ao nível anterior apenas para o Brasil. Portanto, as conclusões a partir da LTD são as mesmas previamente obtidas por meio da PQD.

Figura 6: LTD, Brasil, pré-crise, crise, pós-crise

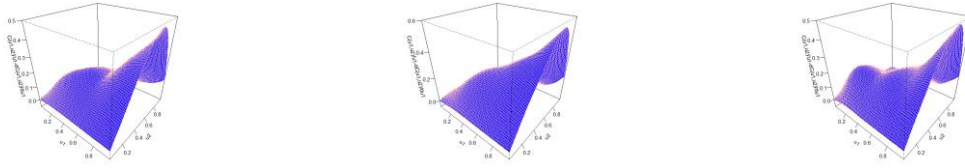


Figura 7: LTD, China, pré-crise, crise, pós-crise

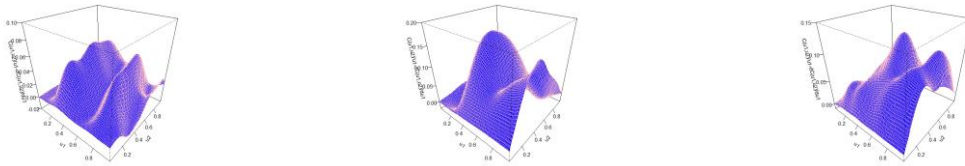


Figura 8: LTD, Índia, pré-crise, crise, pós-crise

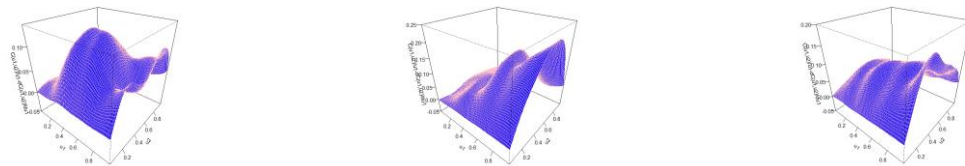
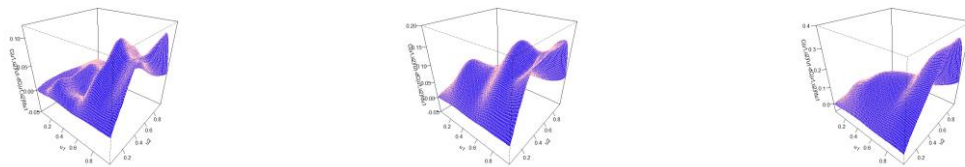


Figura 9: LTD, Rússia, pré-crise, crise, pós-crise



Um aumento nos valores da medida de dependência LTD indica maior sensibilidade na associação em eventos extremos. Portanto, com valores de LTD maiores durante a crise, como seus eventos são mais extremos, sua transmissão ocorre de forma mais efetiva do que

aconteceria se os valores fossem o mesmo do período anterior. Então, pode-se concluir por contágio da crise americana para os mercados do BRIC.

4.3.4 Resultados dos testes para igualdade entre duas cópulas

Os testes para igualdade entre duas cópulas foram realizados, assim como todos os outros procedimentos empíricos, através do programa computacional *R*. O objetivo desse teste, desenvolvido por Remillard e Scaillet (2009), é comparar as cópulas em períodos distintos. A hipótese nula é que a estrutura de dependência seja a mesma nos dois períodos comparados. Portanto, o teste verifica se os níveis de dependência são idênticos para dois períodos diversos.

O teste em apreço demonstrou que houve mudança na estrutura de dependência a partir da crise em todas as situações. Esse resultado reforça os resultados anteriores obtidos por meio das medidas de dependência. Ou seja, por meio desse teste, certifica-se uma alteração na estrutura de dependência no período de crise em relação ao período pré-crise. E, de acordo com os resultados anteriores, essa alteração é na direção de um aumento no nível de dependência.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O escopo primordial desta dissertação era a verificação de contágio da crise americana do *subprime* sobre os mercados financeiros dos países do BRIC. Procedeu-se a esta investigação através da aplicação das metodologias de Fermanian *et al.* (2002) e de Remillard e Scaillet (2009). Considera-se que essa questão é de grande relevância tanto para investidores quanto para formuladores de políticas públicas alusivas ao mercado financeiro.

A avaliação do efeito contágio entre mercados financeiros é feita, na maior parte das vezes, por meio da análise do coeficiente de correlação. Tal metodologia é utilizada em enorme número de estudos sobre contágio. Trata-se do método mais antigo e tradicional. Outras metodologias foram desenvolvidas, posteriormente, para lidar com este tipo de problema. Optou-se, nesta dissertação, por dois procedimentos metodológicos ainda pouco usados para se enfrentar a problemática do contágio entre mercados financeiros.

As metodologias escolhidas apresentam benefícios e inconvenientes. Uma das desvantagens é o fato de não calcular diretamente os níveis de dependência. Outra é a impossibilidade de se introduzir parâmetros que possam variar no tempo, por não se tratar de método paramétrico. Algumas vantagens importantes, contudo, podem ser listadas, como a agilidade computacional e o fato de uma especificação paramétrica inapropriada não interferir nos resultados.

A definição de contágio financeiro adotada foi aquela popularizada por Forbes e Rigobon (2001). Trata-se do que se denomina de *shift contagion*. Tal definição estabelece que o contágio deve ser considerado como uma mudança do mecanismo de transmissão que ocorre durante um período de turbulência. Ou seja, é uma alteração no padrão de correlação entre os retornos dos índices dos diferentes mercados considerados quando se compara períodos de estabilidade e de crises financeiras.

Os retornos diários dos índices de cada país em apreço foram modelados via *ARMA-GARCH*. A escolha de tal tipo de modelagem deveu-se ao fato dos dados terem grande chance de possuírem uma estrutura autorregressiva tanto na média quanto na variância. Precisava-se obter resíduos padronizados que se comportassem como ruído branco, daí a necessidade de se filtrar tanto a autocorrelação quanto a heterocedasticidade de todas as séries modeladas. O intervalo de tempo total foi dividido em três períodos: pré-crise, crise e pós-crise. Estimou-se separadamente, pois, para cada um dos períodos considerados. Portanto, cada uma dessas estimações gerou modelos distintos para um ajuste adequado.

Ambos os procedimentos empregados apontaram para o contágio da crise americana para os países do BRIC. Os dois procedimentos foram aplicados separadamente e indicaram, de forma independente, a transmissão da crise financeira dos Estados Unidos para os países do BRIC. Pode-se afirmar, então, que os dois procedimentos se complementam e reforçam a conclusão favorável ao contágio. Pelo primeiro procedimento, constatou-se um aumento significativo do nível de dependência, enquanto, pelo segundo, verificou-se uma alteração na estrutura de dependência.

Destaque-se que, embora o contágio tenha sido verificado para todos os países do BRIC, os mercados financeiros da China, Índia e Rússia, foram mais acometidos pela crise americana do *subprime* que o mercado financeiro do Brasil, tendo em vista que a variação no grau de dependência para este foi menor.

Uma possibilidade de trabalho futuro nesta mesma temática é estimar as cópulas por alguns tipos de metodologias não paramétricas mais recentes como a proposta por Geenes *et al.* (2014). Outra linha de pesquisa possível é incluir mais países para se testar o contágio da crise. Uma ideia é considerar países desenvolvidos como Reino Unido, Alemanha e Canadá, e comparar o nível de transmissão da crise para esses países com aquele verificado para os países do BRIC.

Os mercados financeiros dos mais diferentes países são de extrema importância para a economia mundial. Diversas crises econômicas de repercussão global eclodiram nas últimas décadas. Houve muitos tipos distintos de abordagens para estudá-las. A última grande crise aconteceu nos EUA e é conhecida como a crise do *subprime*. Esta crise teve efeitos globais e acarretou, portanto, bastante apreensão a praticamente todas as outras economias do mundo. O estudo da extensão e dos efeitos de tal crise tornou-se então imprescindível. Neste contexto, a presente dissertação avalia empiricamente o contágio da crise americana do *subprime* sobre os países do BRIC.

A parte central do presente trabalho consiste na utilização de dois procedimentos metodológicos usados para identificação de contágio financeiro. Um deles, devido a Fermanian *et al.* (2002), é empregado para estimação não paramétrica das cópulas. O outro, desenvolvido por Remillard e Scaillet (2009), é um teste de comparação entre duas cópulas. Antes, porém, de se iniciar as estimações não paramétricas das cópulas, é necessário modelar-se as séries de retornos. Cada uma dessas séries torna-se bem ajustada através de uma modelagem *ARMA-GARCH*. As ordens de cada um desses ajustes variam de acordo com o país considerado e com o período em apreço.

O conceito de contágio adotado neste trabalho foi o de *shift contagion*. As duas metodologias adotadas como esteio fundamental para este estudo não têm sido encontradas com frequência na literatura a respeito do mesmo tema. Através desses dois métodos, foi possível averiguar a existência de *shift contagion* da crise americana sobre os países do BRIC. É mais uma maneira de se fazer tal tipo de constatação que se distingue do método mais antigo e tradicional da análise do coeficiente de correlação, o qual é bastante empregado em inúmeros estudos acerca do mesmo tema.

A pesquisa empírica realizada para esta dissertação mostrou a ocorrência de contágio da crise americana sobre todos os países do BRIC. Esse resultado foi alcançado por duas vias: a verificação de um aumento significativo no nível de dependência e uma alteração na estrutura de dependência. Cada uma dessas vias reflete o respectivo procedimento metodológico escolhido. Outro resultado importante da pesquisa é o fato de os mercados financeiros dos países do BRIC passarem a ter um novo grau de dependência com relação ao mercado americano após o evento da crise do *subprime*. O único país que voltou a um patamar semelhante ao anterior à crise foi o Brasil.

Como acréscimo, o presente trabalho também fornece como informações relevantes as estatísticas descritivas das séries analisadas bem como os resultados das estimações ARMA-GRACH efetuadas. Ainda se encontram, nesta dissertação, gráficos e tabelas que possibilitam uma apreciação mais detalhada do assunto em questão.

Os métodos empregados neste estudo possuem vantagens e desvantagens. Como inconveniente, por exemplo, pode-se relatar o fato de não calcular diretamente os níveis de dependência, bem como a impossibilidade de se introduzir parâmetros que possam variar no tempo. Entre os benefícios, é possível destacar a agilidade computacional e resultados não influenciados por uma especificação paramétrica inapropriada.

Existem algumas possibilidades de trabalhos futuros acerca do mesmo problema. Uma delas é estimar as cópulas por alguns tipos de metodologias não paramétricas mais recentes como a proposta por Geenes *et al.* (2014). Outra é incluir mais países para se testar o contágio da crise. Podem-se selecionar alguns países desenvolvidos e se comparar o impacto que a crise teve em seus respectivos mercados financeiros com aquele ocasionado nos países do BRIC.

REFERÊNCIAS

- ABBARA, O. *Modelagem de dependência em séries financeiras multivariadas*. 2009. Dissertação de Mestrado em Estatística – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.
- ALLEN, F.;GALE, D. Financial fragility, liquidity, and asset prices. *Journal of the European Economic Association*, Cidade, v.2, n.6, p. 1015-1048, 2004.
- BECERRA, O., MELO, L. Medidas de riesgo financiero usando cópulas: teoría y aplicaciones”. *Borradores de Economía*, 489:01-93, 2008.
- BESSLER, D., YANG, J. The structure of interdependence in international stock markets. *Journal of International Money and Finance*, 22(2):261-287, 2003.
- BOGDANSKI, J., TOMBINI, A., WERLANG, D., ET AL. Implementing inflation targeting in Brazil. *Banco Central do Brasil Working Paper No. 1*,1:1-29, 2000.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of econometrics*, 31(3):307-327, 1986.
- CARVALHO, J. Redes bayesianas: um método para avaliação de interdependência e contágio em séries temporais multivariadas. Master's thesis, Universidade de São Paulo, 2011.
- CHERUBINI, U., ICER, T., LUCIANO, E. Multivariate option pricing with copulas. *Applied Mathematics Working Paper Series*, 5:1-24, 2002.
- CORSETTI, G., PERICOLI, M., SBRACIA, M. Some contagion, some interdependence': More pitfalls in testes of financial contagion. *Journal of International Money and Finance*, 24(8):1177-1199, 2005.
- DURANTE, P., RYCHLIK, W., JAWORSKI, P., HARDLE, W. *Copula Theory and Its Applications*. Lecture Notes in Statistics, 2009.
- EDWARDS, S. Contagion. *The World Economy*, 23(7):873-900, 2000.
- EFRON, B. *The jackknife, the bootstrap, and other resampling plans*. Stanford: Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, 1982. V. 38.
- ENGLE, R. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 50:987-1007, 1982.
- FAN, J.;YAO, Q., *Nonlinear time series: Nonparametric and parametric methods*. New York: Springer Verlag, 2003.
- FERMANIAN, J. Goodness-of-fit tests for copulas. *Journal of multivariate analysis*, 95(1):119-152, 2005.

- FERMANIAN, J.; SCAILLET, O. *Nonparametric estimation of copulas for time series*. FAME, International Center for Financial Asset Management and Engineering, 2002.
- FERNANDEZ, C., STEEL, M. On bayesian modeling of fat tails and skewness. *Journal of the American Statistical Association*, 93:359-371, 1998.
- FILLETI, J., HOTTA, L., ZEVALLOS, M. Analysis of contagion in emerging markets. *Journal of Data Science*, 6:601-626, 2008.
- FORBES, K., R. RIBOBON. Contagion in Latin America: Definitions, Measurement, and Policy Implications. *NBER Working Paper 7885*, 2000.
- FORBES, K., RIGOBON, R. Measuring contagion: Conceptual and empirical issues. *International financial contagion*, 1:43-66, 2001.
- FORBES, K., RIGOBON, R. No Contagion, only Interdependence: Measuring Stock Market Co-Movements. *Journal of Finance*, Vol.57, N.5, Pág. 2223-2261, 2002.
- FORTIN, I., KUZMICS, C. Tail-dependence in stock-return pairs. *Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management*, 11:89-107, 2002.
- GIACOMINI, E., HÄRDLE, W., SPOKOINY, V. Inhomogeneous dependence modeling with time-varying copulae. *Journal of Business and Economic Statistics*, 27(2): 224-234, 2009.
- GOURIGEROUX, C., LAURENT, J., SCAILLET, O. Sensitivity analysis of values at risk. *Journal of Empirical Finance*, 7(3-4):225-245, 2000.
- JOE, H. *Multivariate models and dependence concepts*. London: Chapman & Hall/CRC, 1997. V. 73.
- JONES, C. The global financial crisis of 2007-2009. *A Supplement to Macroeconomics*, 1:1-45, 2009.
- KING, M., WADHWANI, S. Transmission of volatility between stock markets. *Review of Financial Studies*, 3(1):5-33, 1990.
- KUUSK, A., PAAS, T., VIKKMAA, K. Financial contagion of the 2008 crisis: is there any evidence of financial contagion from the US to the baltic states. *Eastern Journal of European Studies*, 2:61-76, 2011.
- LAMBERT, P., LAURENT, S. Modelling financial time series using garch-type models with a skewed student distribution for the innovations. Technical report, UCL, 2001.
- LEE, H. Contagion in international stock markets during the subprime mortgage crisis. *International Journal of Economics and Financial Issues*, 2(1):41-53, 2011.
- LEHMANN, E. Some concepts of dependence. *The Annals of Mathematical Statistics*, 37:1137-1153, 1966.

- LI, D. On default correlation: a copula function approach. *Journal of Fixed Income*, 9(4):43-54, 2000.
- LINTNER, J. Security prices, risk, and maximal gains from diversification. *The Journal of Finance*, 20(4):587-615, 1965.
- LOMBARDI, I., GALVAO, A., LAURINI, M., VALLS PEREIRA, P. A dinâmica do contágio entre Brasil e Argentina. Technicalreport, Workingpaper IBMEC-SP, 2004.
- MARÇAL, E., VALLS PEREIRA, P. Testing the contagion hypotheses using multivariate volatility models. *Revista de Econometria*, 28:193-218, 2008.
- MARÇAL, E. et al. Evaluation of contagion or interdependence in the financial crisis of Asia and Latin America, considering the macroeconomic fundamentals. *Applied Economics*, 43(1):2365-2379, 2011.
- MENDES, B.M. Asymmetric extreme interdependence in emerging equity markets. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 21(6):483-498, 2005a.
- MENDES, B. Computing conditional var using time-varying copulas. *Revista Brasileira de Finanças*, 3(2):pp-251, 2005b.
- MESQUITA, M., TOROS, M. Considerações sobre a atuação do Banco Central na crise de 2008. *Banco Central do Brasil – Trabalhos para Discussão*, 202:1-39, 2010.
- MIKOSCH, T. Copulas: Tales and facts. *Extremes*, 9(1):3-20, 2006.
- MORETTIN, P. *Econometria financeira: um curso em séries temporais financeiras*. Edgard Blucher, 2008.
- NELSEN, R. *An introduction to copulas*. Springer Verlag, 2006.
- NELSEN, R., CAO, C. Inequality constraints in the univariategarch model. *Journal of Business & Economic Statistics*, vol 10:229-235, 1992.
- OCAMPO, J.; SPIEGEL, S.; STIGLITZ, J. *Capital Market Liberalization and Development*. New York, USA: Oxford University Press, 2008.
- PALARO, H., HOTTA, L. Using conditional copula to estimate value at risk. *Journal of Data Science*, 4(1):93-115, 2006.
- PATTON, A. Modelling asymmetric exchange rate dependence. *International Economic Review*, 47(2):527-556, 2006.
- PERICOLI, M., SEBRACIA, M., A primer on financial contagion. *Journal of Economic Surveys*, 17(4):571-608, 2003.
- REBUCCI, A., CICCARELLI, M. Measuring contagion with a bayesian time-varying coefficient model. *Working papers = Documentos de trabajo: Serie AD*, 20(20):1-35, 2003.

REMILLARD, B., SCAILLET, O. Testing for equality between two copulas. *Journal of Multivariate Analysis*, 100(3):377-386, 2009.

RODRIGUEZ, J. Measuring financial contagion: A copula approach. *Journal of Empirical Finance*, 14(3):401-423, 2007.

SANTOS, R., VALLS PEREIRA, P. Modelando contágio financeiro através de cópulas. *Textos para Discussão da Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas*, 292:1-70, 2011.

SHARPE, W. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance*, 19(3):425-442, 1964.

SILVA FILHO, O., ZIEGELMANN, F., DUEKER, M. Modelling dependence dynamics through copulas with regime switching. *Insurance: Mathematics and Economics*, 50(3):346-356, 2012.

SKLAR, A. Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. *Publ. Inst. Statist. Univ. Paris*, 8(1):11, 1959.

STIGLITZ, J.E. Globalization and its Discontents. *W.W. Norton Company*, New York, 2002.

TAYLOR, J. The financial crisis and the policy responses: An empirical analysis of what went wrong, 2009.

TSAY, R. *Analysis of financial time series*, volume 543. Wiley-Interscience, 2005.

VALLS PEREIRA, P. Cópulas: uma alternativa para estimação de modelos de risco multivariados. *EESP – Textos para Discussão*, 179:1-39, 2009.

VIALE, A. et al. On the structure of financial contagion: Econometric tests and Mercosur evidence. In: LACEA-LAMES, Rio de Janeiro, 2008. A1-41, 2008.

APÊNDICE A - TESTES ESTATÍSTICOS

Neste apêndice, sucintas explicações dos testes estatísticos utilizados na presente dissertação serão apresentadas.

A.1 TESTE JARQUE-BERA

Por meio deste teste, averigua-se se os momentos da série estimada são iguais aos da normal. Sob a hipótese nula, a assimetria é igual a zero e a curtose é igual a 3, dados iguais aos da normal. Portanto, deve-se testar a hipótese conjunta:

$$H_0: E(\varepsilon_t^s)^3 = 0 \text{ e } E(\varepsilon_t^s)^4 = 3$$

$$H_1: E(\varepsilon_t^s)^3 \neq 0 \text{ ou } E(\varepsilon_t^s)^4 \neq 3$$

A estatística utilizada é a seguinte:

$$JB = \frac{T}{6} \left[\frac{\sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_t^s)^3}{T} \right]^2 + \frac{T}{24} \left[\frac{\sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_t^s)^4}{T} - 3 \right]^2 \xrightarrow{d} \chi_2^2$$

Perceba-se que a rejeição da hipótese nula indica não normalidade, entretanto a não rejeição não indica normalidade. A não rejeição da hipótese nula assinala apenas que o terceiro e quarto momentos da distribuição empírica coincidem com os da normal.

A.2 TESTE DE LJUNG-BOX

É uma versão generalizada, oriunda de uma pequena alteração proposta por Ljung e Box, do teste de Box-Pierce. Já é um fato notório na literatura especializada que o teste de Ljung-Box apresenta melhores resultados do que o teste de Box-Pierce.

As hipóteses do teste são:

H_0 : Os dados são i.i.d.(independentes e identicamente distribuídos). Ou seja, os dados não apresentam correlação serial.

H_1 : Os dados não são i.i.d., portanto eles exibem correlação serial.

A estatística do teste é:

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}$$

O tamanho da amostra é indicado por n , $\hat{\rho}_k$ é a autocorrelação da amostra na defasagem k e h é o número de defasagens que estão sendo testadas.

Sob H_0 , $Q \sim \chi_{(h)}^2$. Para um nível de significância α , rejeita-se H_0 se $Q > \chi_{1-\alpha, h}^2$, em que $\chi_{1-\alpha, h}^2$ é o α -quantil da distribuição qui-quadrado com h graus de liberdade.

O teste de Ljung-Box pode ser usado, por exemplo, para testar se os resíduos padronizados dos modelos *ARMA-GARCH* apresentam correlação serial. Neste caso, os dados aplicados nesse teste de hipóteses são os resíduos padronizados do modelo *ARMA-GARCH* sob análise. A ausência de correlação serial é condição suficiente para que os resíduos padronizados

comportem-se como ruído branco, tendo em vista que, necessariamente, eles possuem média zero e variância 1.

A.3 TESTE LM ARCH

Este teste identifica sinais de heterocedasticidade condicional. Para efetivá-lo, faz-se necessário efetuar a seguinte regressão:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \beta_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \beta_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + \dots + \beta_h \hat{\varepsilon}_{t-h}^2 + u_t$$

As hipóteses do teste são as seguintes:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_h = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \text{ ou } \beta_2 \neq 0 \text{ ou } \dots \text{ ou } \beta_h \neq 0$$

Demonstra-se que:

$$LM - ARCH_h = T X R^2 \xrightarrow{d} \chi_h^2, \text{ sob } H_0.$$

A hipótese nula é rejeitada se o valor calculado exceder o valor tabelado.

A.4 TESTES DE LJUNG-BOX E LM ARCH PONDERADOS

As estatísticas de teste ponderadas foram desenvolvidas por Fisher e Gallagher em 2012. Além de serem muito versáteis, têm se mostrado muito eficientes, aumentando o poder dos testes estatísticos. Isso vale inclusive tanto para o teste de Ljung-Box quanto para o LM ARCH. Portanto, a eficiência desses testes supera a dos testes tradicionais. Isso já foi demonstrado em diversos experimentos de simulação realizados pelos mais diversos autores.

No caso do teste de Ljung-Box, por exemplo, a estatística do teste passa a ser escrita com a presença do ponderador. Sua nova expressão é:

$$\tilde{Q} = n(n+2) \sum_{k=1}^h \frac{(h-k+1)}{h} \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}$$

Os ponderadores são derivados através de técnicas de análise multivariada na matriz de auto correlação ou na matriz de auto correlação parcial.

É possível dizer que os ponderadores colocam mais peso na primeira auto correlação e menor peso na auto correlação de defasagem h (correspondente ao peso $\frac{1}{h}$). Isto está de acordo com o fato de que a primeira auto correlação é calculada usando as informações de todas as n observações. A segunda autocorrelação, por sua vez, já se ampara em $n - 1$ observações, enquanto a h° autocorrelação sustenta-se em $n - h$ observações. Por conseguinte, colocar mais ênfase nas primeiras auto correlações parece ser o procedimento mais preciso. Essa mesma linha de raciocínio mantém-se para as auto correlações parciais.

A.5 TESTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

Trata-se de um teste não paramétrico conveniente para se aferir a igualdade entre duas distribuições de probabilidade contínuas e unidimensionais. Tanto é apropriado para comparar uma amostra com uma distribuição de probabilidade de referência, quanto para comparar duas amostras. Sua estatística mensura a distância máxima vertical entre a função de distribuição

acumulada empírica de uma amostra e a função de distribuição acumulada de uma distribuição de probabilidade de referência ou entre as funções de distribuição acumulada empírica de duas amostras.

A hipótese nula é que a amostra seja delineada de acordo com a distribuição de probabilidade de referência. E, para o caso de duas amostras, é que elas sejam delineadas de acordo com a mesma distribuição.

O teste K-S, como também é conhecido, para duas amostras é um dos mais úteis e gerais métodos não paramétricos para comparação de duas amostras.

A função de distribuição acumulada empírica para n observações i.i.d. X_i é definida como:

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{[-\infty, x]}(X_i)$$

$I_{[-\infty, x]}$ é a função indicadora, igual a 1 se $x \geq X_i$ e igual a 0, caso contrário.

A estatística do teste K-S para uma dada função de distribuição acumulada $F(x)$ é:

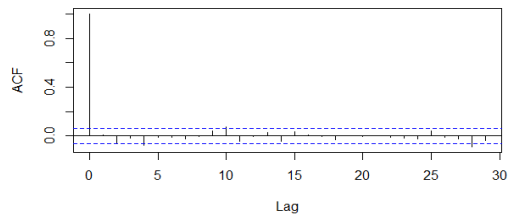
$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)|$$

Ou seja, é o supremo do conjunto de distâncias entre a distribuição acumulada e a distribuição empírica.

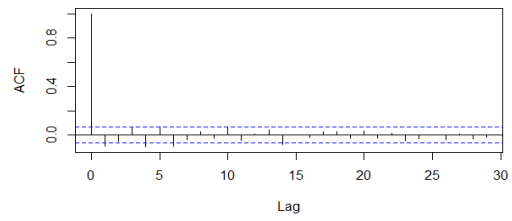
Se D_n for maior que o valor crítico, rejeita-se H_0 , caso contrário, não se pode rejeitar H_0 .

APÊNDICE B – ACFs e PACFs

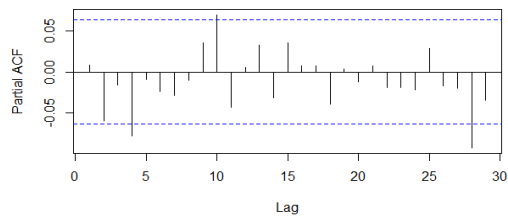
Retornos IBOVESPA(Brasil), pré-crise



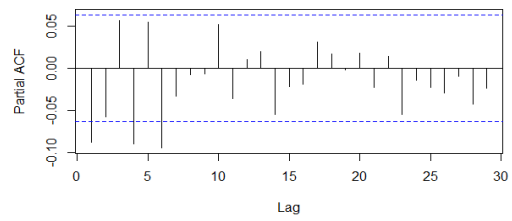
Retornos S&P500(EUA), pré-crise



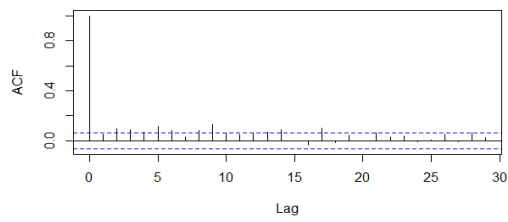
Retornos IBOVESPA(Brasil), pré-crise



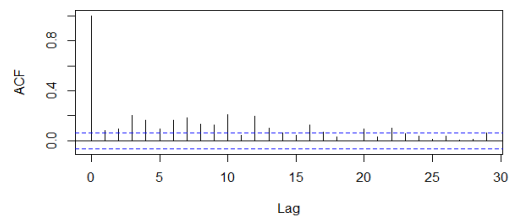
Retornos S&P500(EUA), pré-crise



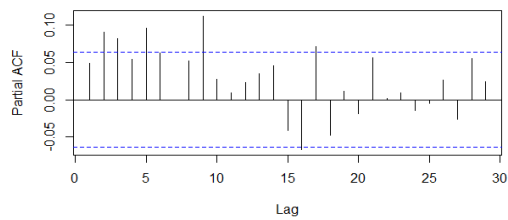
Quadrados dos retornos IBOVESPA(Brasil), pré-crise



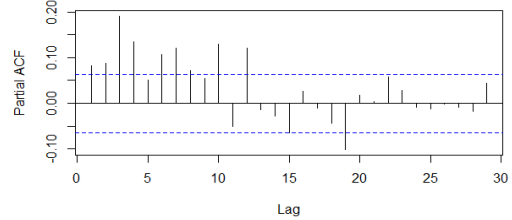
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pré-crise



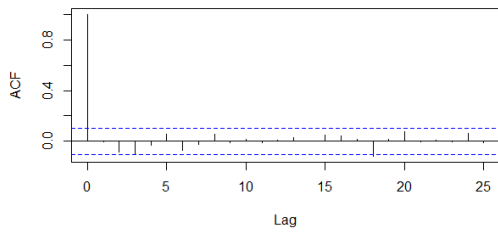
Quadrados dos retornos IBOVESPA(Brasil), pré-crise



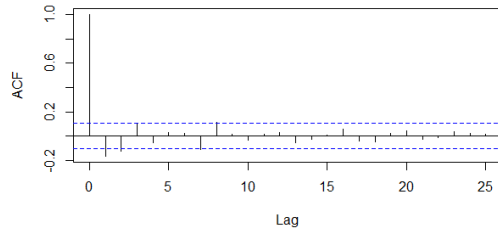
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pré-crisis



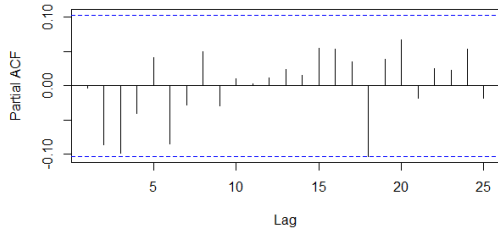
Retornos IBOVESPA(Brasil), crise



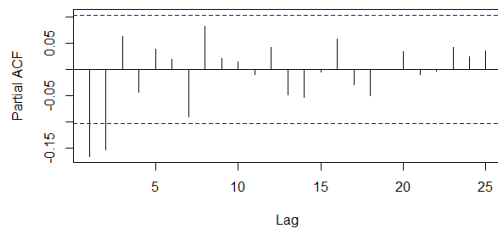
Retornos S&P500(EUA), crise



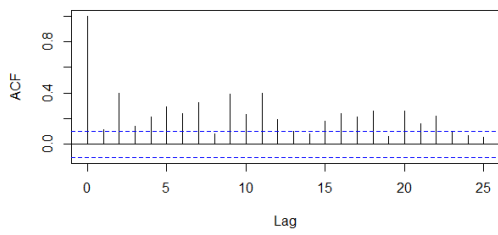
Retornos IBOVESPA(Brasil), crise



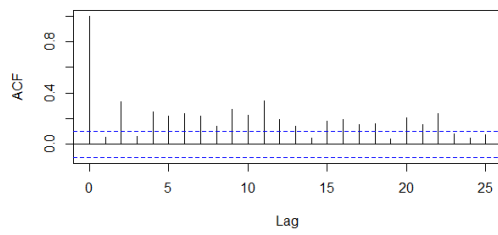
Retornos S&P500(EUA), crise



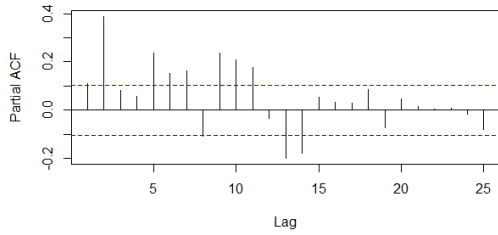
Quadrados dos retornos IBOVESPA(Brasil), crise



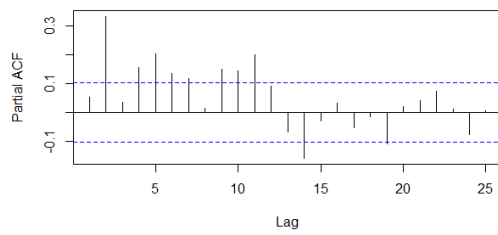
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), crise



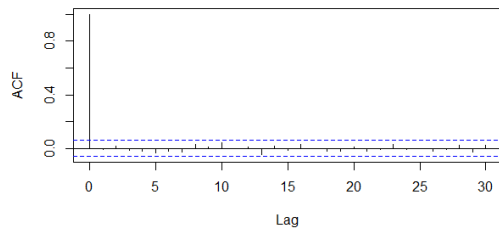
Quadrados dos retornos IBOVESPA(Brasil), crise



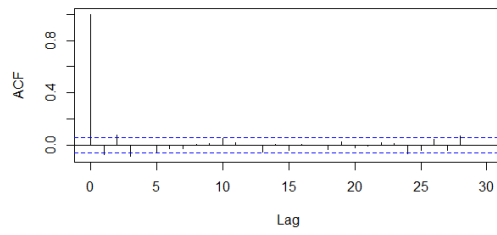
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), crise



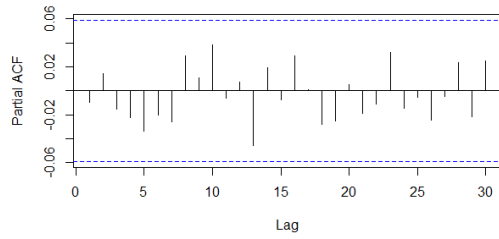
Retornos IBOVESPA(Brasil), pós-crise



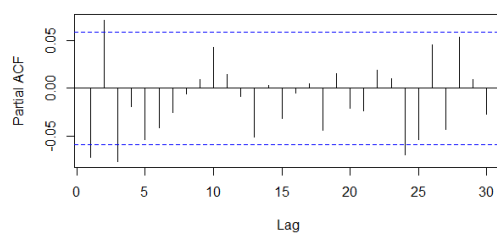
Retornos S&P500(EUA), pós-crise



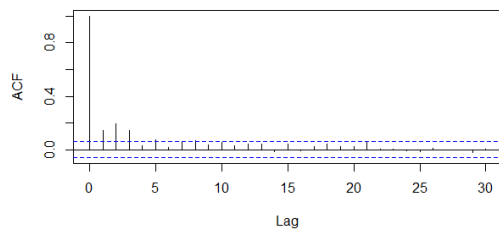
Retornos IBOVESPA(Brasil), pós-crise



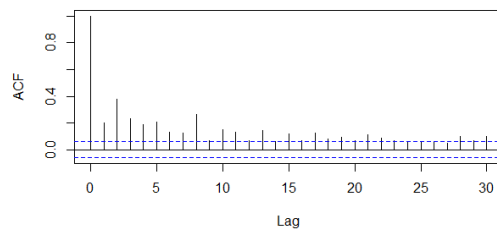
Retornos S&P500(EUA), pós-crise



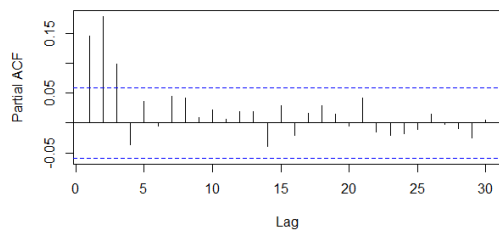
Quadrados dos retornos IBOVESPA(Brasil), pós-crise



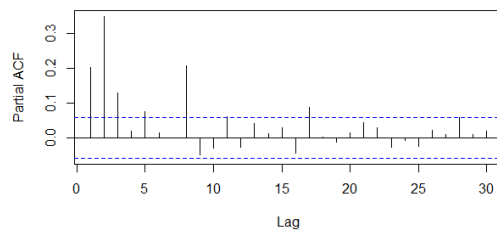
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pós-crise



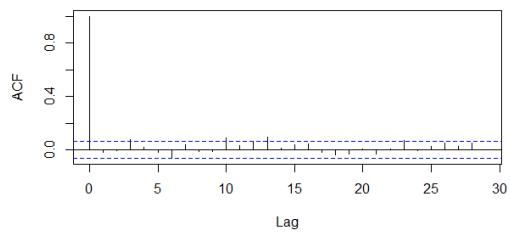
Quadrados dos retornos IBOVESPA(Brasil), pós-crise



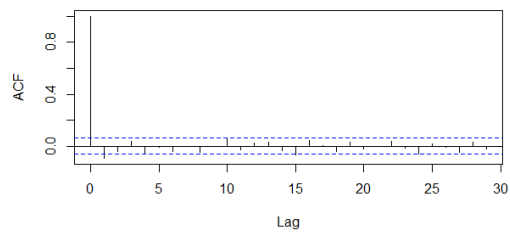
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pós-crise



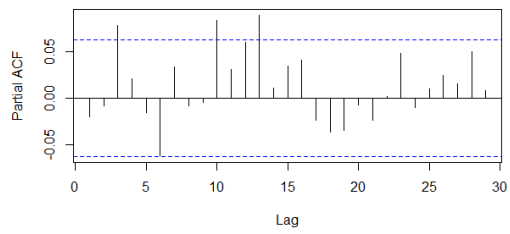
Retornos SSE(China), pré-crise



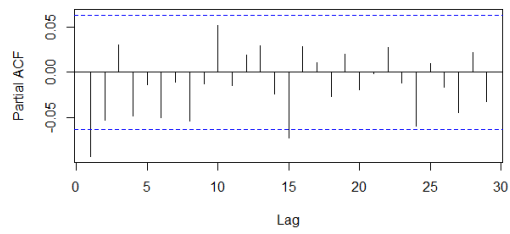
Retornos S&P500(EUA), pré-crise



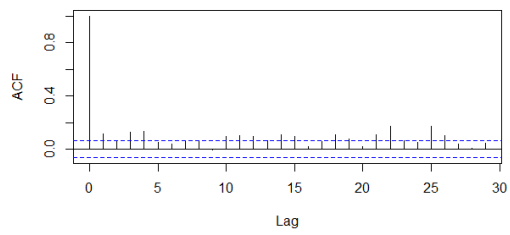
Retornos SSE(China), pré-crise



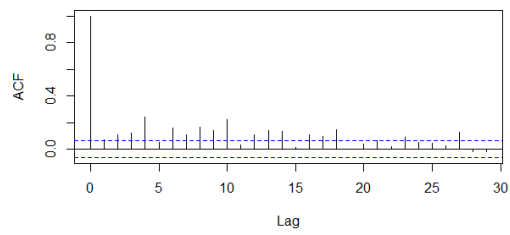
Retornos S&P500(EUA), pré-crise



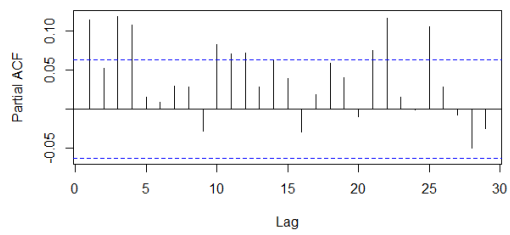
Quadrados dos retornos SSE(China), pré-crise



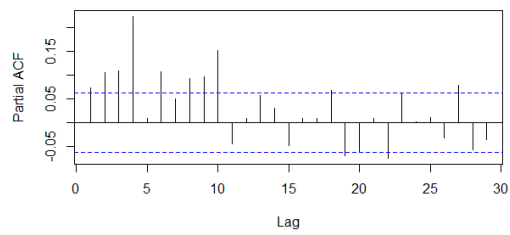
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pré-crisis



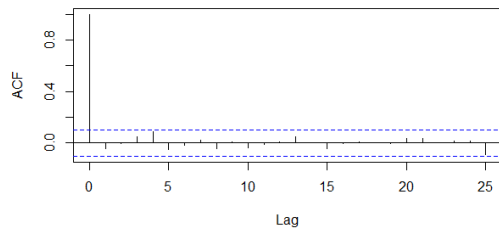
Quadrados dos retornos SSE(China), pré-crise



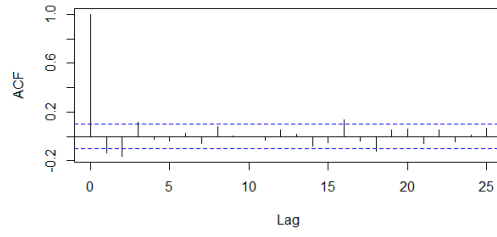
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pré-crise



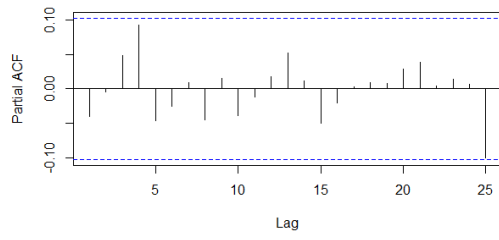
Retornos SSE(China), crise



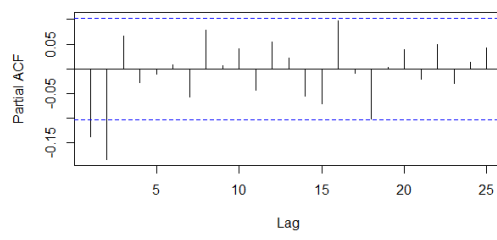
Retornos S&P500(EUA), crise



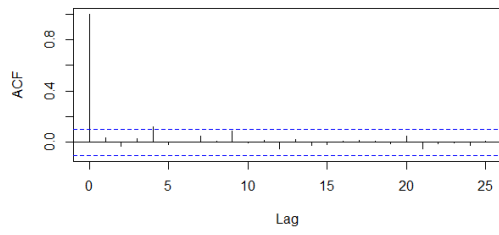
Retornos SSE(China), crise



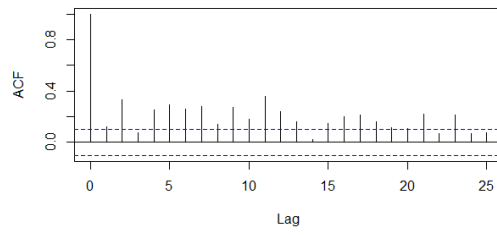
Retornos S&P500(EUA), crise



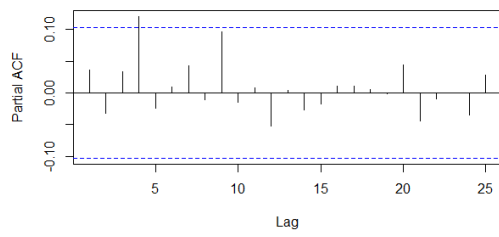
Quadrados dos retornos SSE(China), crise



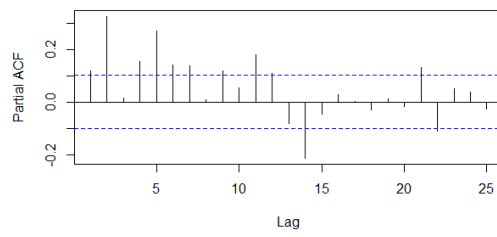
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), crise



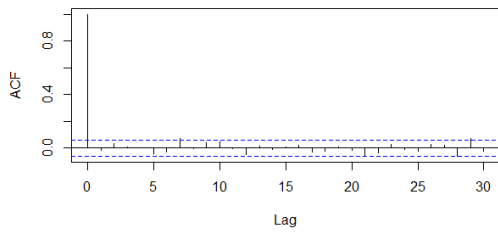
Quadrados dos retornos SSE(China), crise



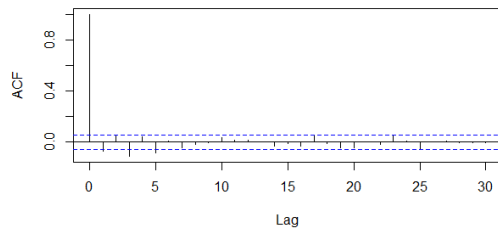
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), crise



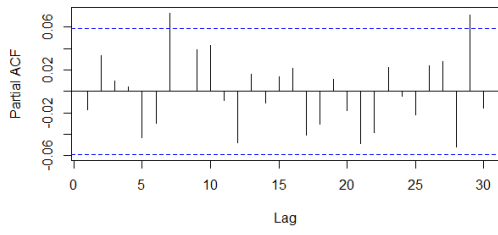
Retornos SSE(China), pós-crise



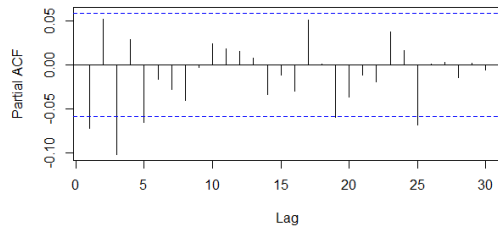
Retornos S&P500(EUA), pós-crise



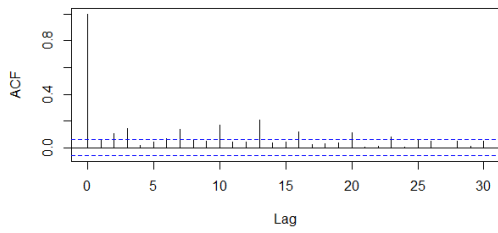
Retornos SSE(China), pós-crise



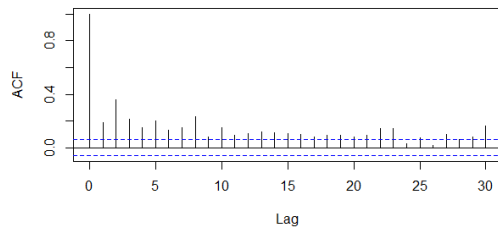
Retornos S&P500(EUA), pós-crise



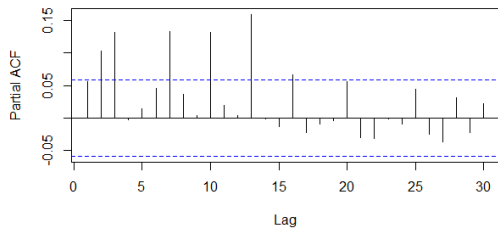
Quadrados dos retornos SSE(China), pós-crise



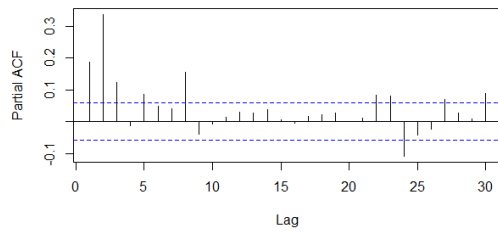
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pós-crise



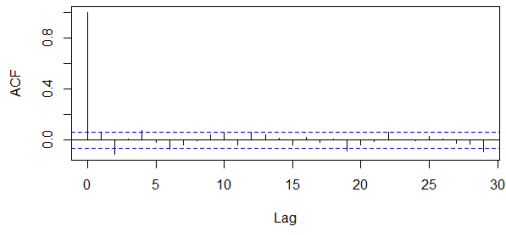
Quadrados dos retornos SSE(China), pós-crise



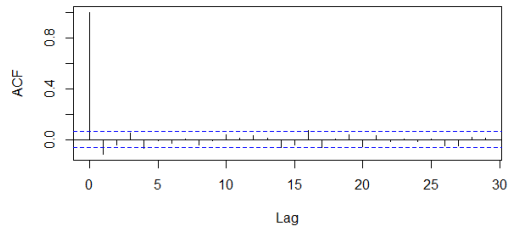
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pós-crise



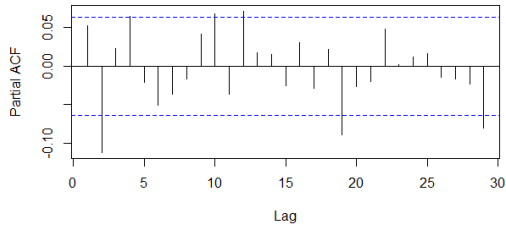
Retornos BSE(Índia), pré-crise



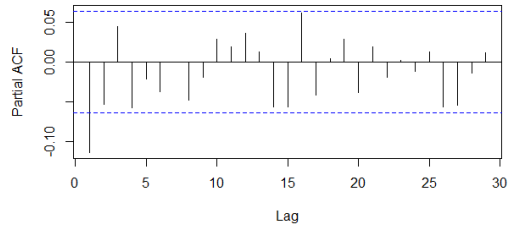
Retornos S&P500(EUA), pré-crise



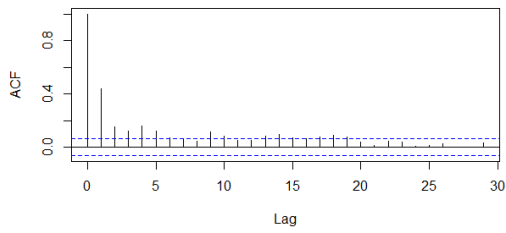
Retornos BSE(Índia), pré-crise



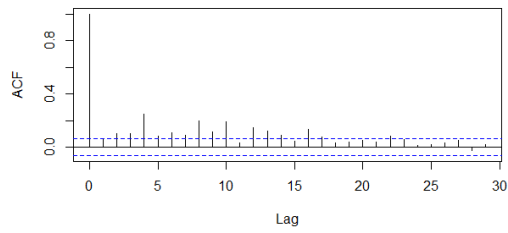
Retornos S&P500(EUA), pré-crise



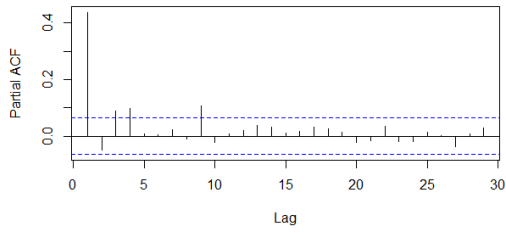
Quadrados dos retornos BSE(Índia), pré-crise



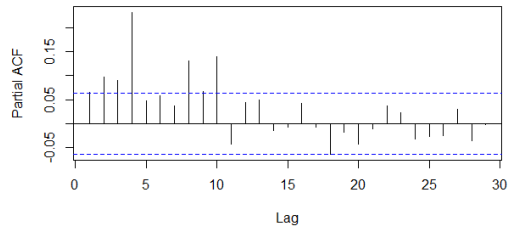
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pré-crisis



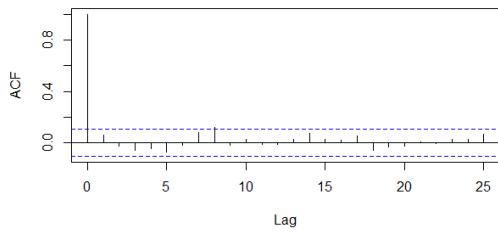
Quadrados dos retornos BSE(Índia), pré-crise



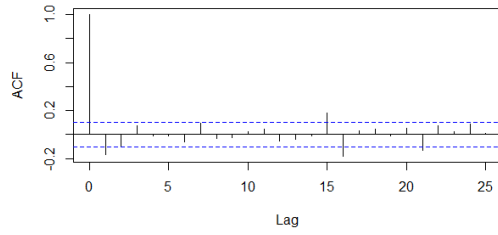
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pré-crise



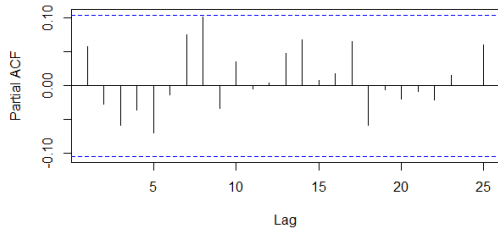
Retornos BSE(Índia), crise



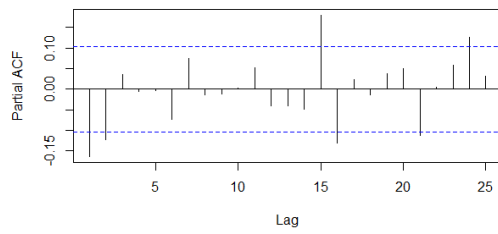
Retornos S&P500(EUA), crise



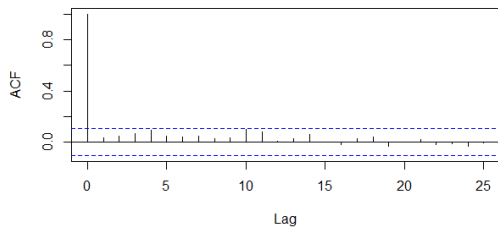
Retornos BSE(Índia), crise



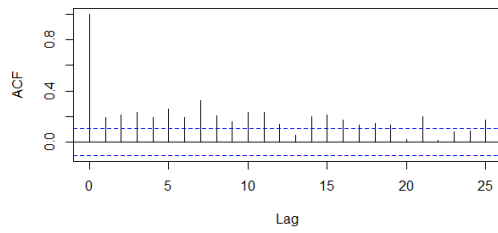
Retornos S&P500(EUA), crise



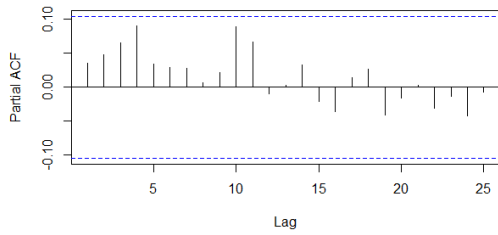
Quadrados dos retornos BSE(Índia), crise



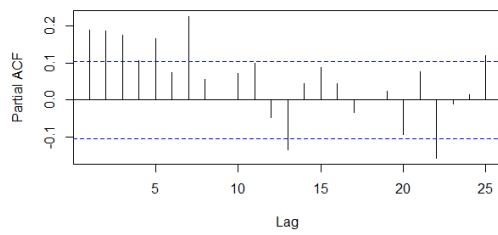
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), crise



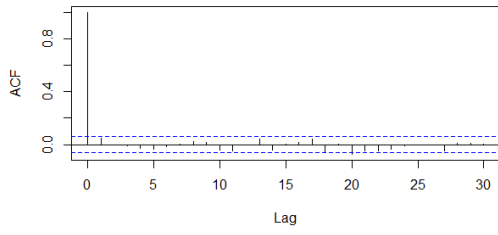
Quadrados dos retornos BSE(Índia), crise



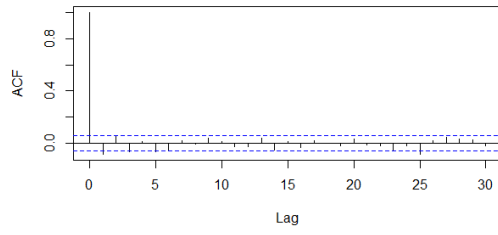
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), crise



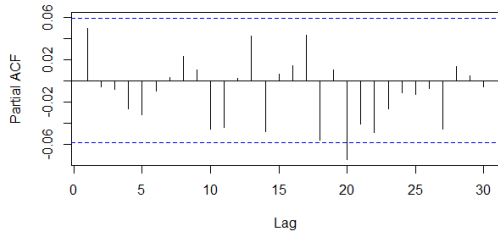
Retornos BSE(Índia), pós-crise



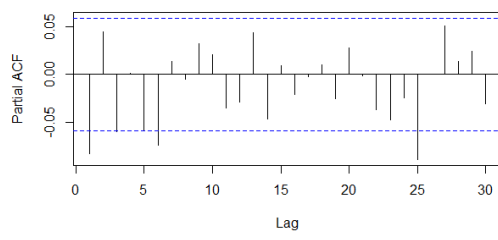
Retornos S&P500(EUA), pós-crise



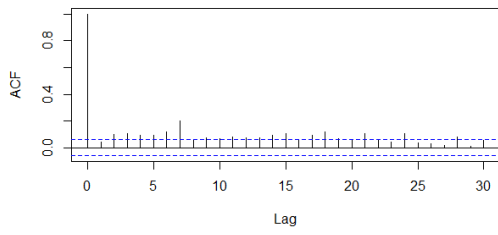
Retornos BSE(Índia), pós-crise



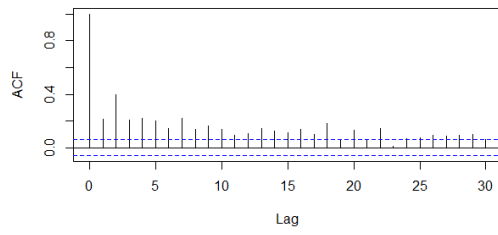
Retornos S&P500(EUA), pós-crise



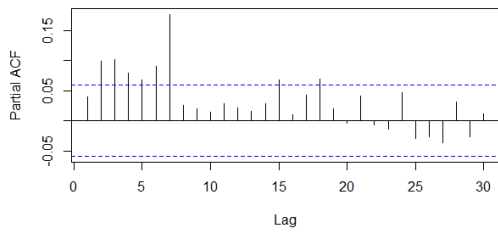
Quadrados dos retornos BSE(Índia), pós-crise



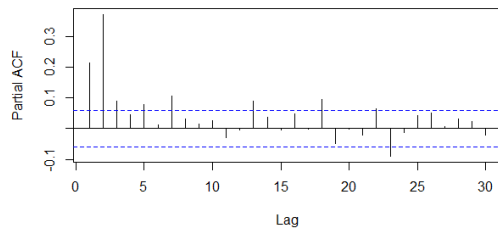
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pós-crise



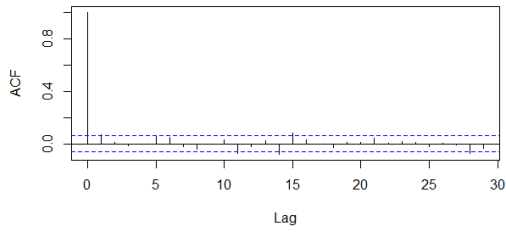
Quadrados dos retornos BSE(Índia), pós-crise



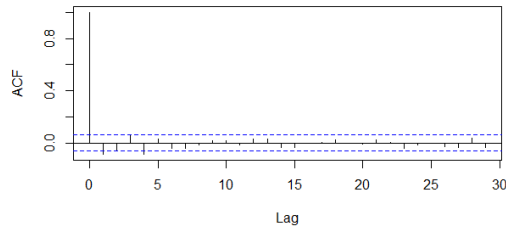
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pós-crise



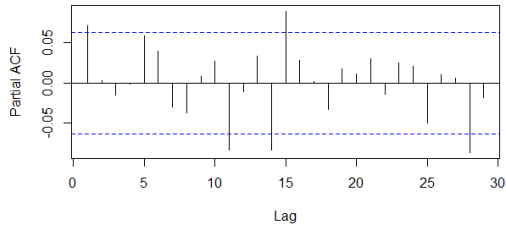
Retornos RTS(Rússia), pré-crise



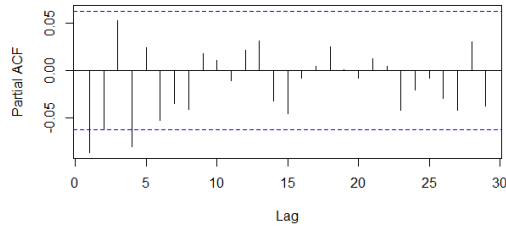
Retornos S&P500(EUA), pré-crise



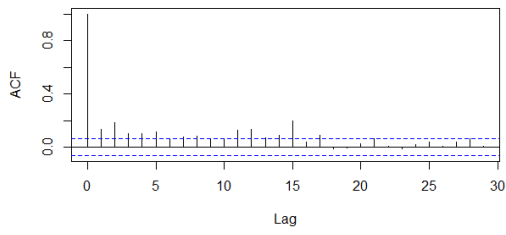
Retornos RTS(Rússia), pré-crise



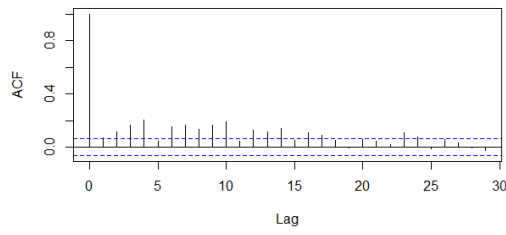
Retornos S&P500(EUA), pré-crise



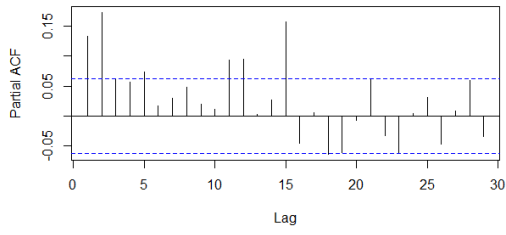
Quadrados dos retornos RTS(Rússia), pré-crise



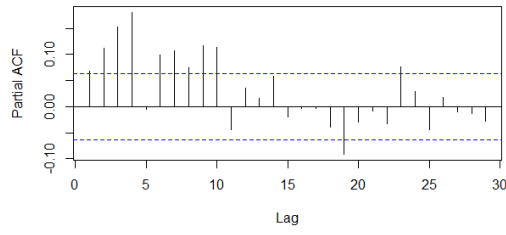
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pré-crise



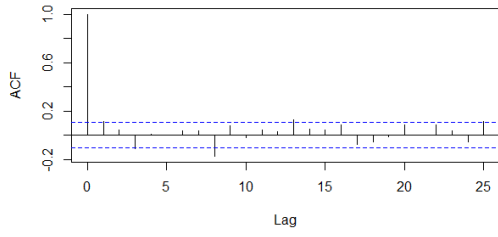
Quadrados dos retornos RTS(Rússia), pré-crise



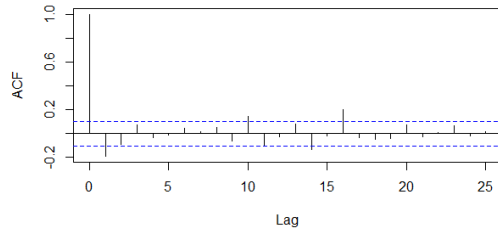
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pré-crise



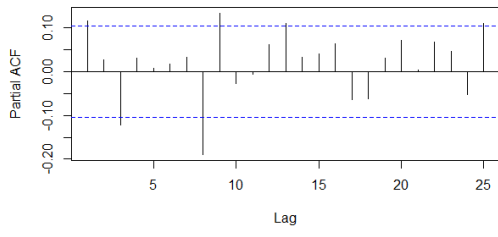
Retornos RTS(Rússia), crise



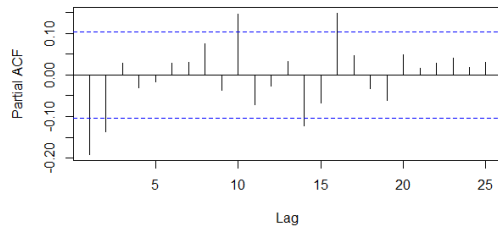
Retornos S&P500(EUA), crise



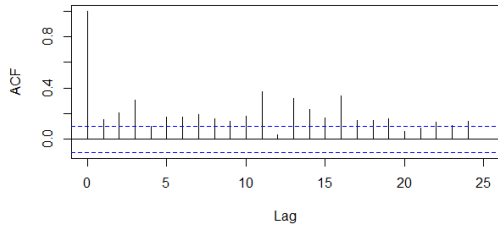
Retornos RTS(Rússia), crise



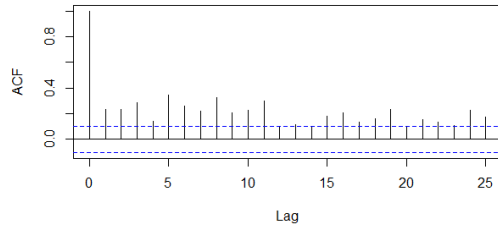
Retornos S&P500(EUA), crise



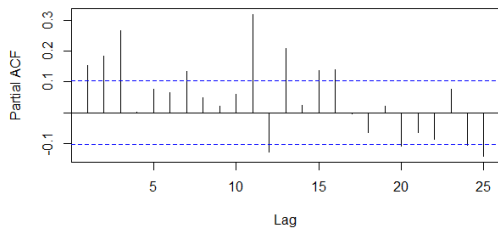
Quadrados dos retornos RTS(Rússia), crise



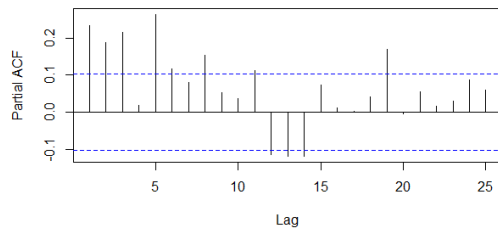
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), crise



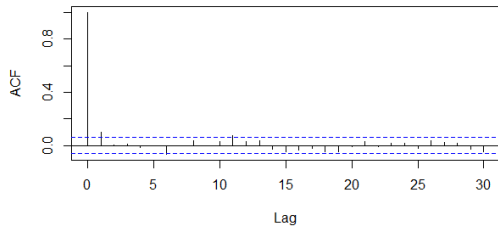
Quadrados dos retornos RTS(Rússia), crise



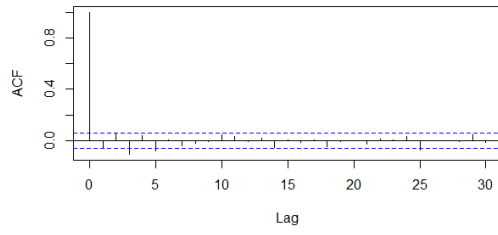
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), crise



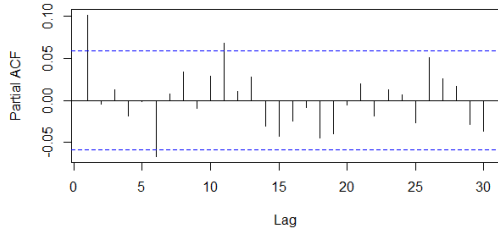
Retornos RTS(Rússia), pós-crise



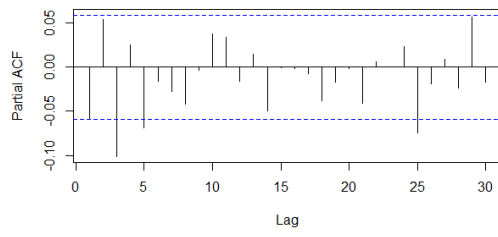
Retornos S&P500(EUA), pós-crise



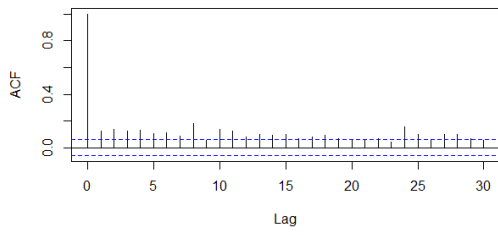
Retornos RTS(Rússia), pós-crise



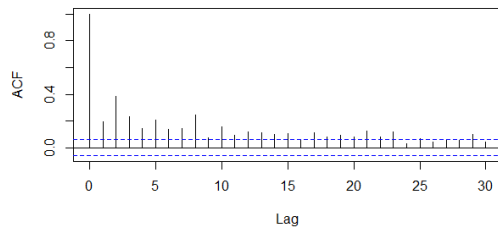
Retornos S&P500(EUA), pós-crise



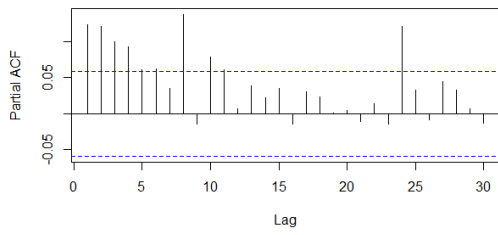
Quadrados dos retornos RTS(Rússia), pós-crise



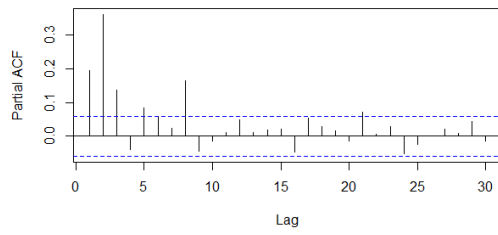
Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pós-crise



Quadrados dos retornos RTS(Rússia), pós-crise



Quadrados dos retornos S&P500(EUA), pós-crise



APÊNDICE C – TABELAS DAS DISTRIBUIÇÕES MARGINAIS

Tabela 4: Séries temporais ajustadas pelos modelos ARMA-GARCH

Série	IBOVESPA (Brasil)	S&P500 (EUA)	RTS (Rússia)	S&P500 (EUA)
Modelo	ARMA(0,0)- GARCH(1,1)	ARMA(2,2)- EGARCH(2,1)	ARMA(1,1)- EGARCH(1,1)	ARMA(1,0)- EGARCH(2,2)
Distribuição dos erros	T-student assimétrica	T-student assimétrica	T-student	T-student
μ	0.1491***	-	0.2372***	0.0395***
θ_1	-	-1.3821***	0.1235***	-0.0435**
θ_2	-	-0.7481***	-	-
φ_1	-	1.3609***	-0.0764***	-
φ_2	-	0.6884***	-	-
ω	0.0858*	-0.0197***	0.0752***	-0.0263***
α_1	0.0570***	-0.2248***	-0.1134***	-0.2761***
α_2	-	-0.0777**	-	0.1358***
β_1	0.9122***	0.9642***	0.9137***	1.0000***
β_2	-	-	-	0.0322***
γ_1	-	-0.2090***	0.2009***	-0.2479***
γ_2	-	0.2660***	-	-0.2970***
λ	0.8591***	0.8416***	-	-
ν	14.7415**	9.3133***	4.4311***	7.9314***

Nota: *, **, *** indicam nível de significância de 10%, 5% e 1% respectivamente.

Pré-crise

Tabela 5: Séries temporais ajustadas pelos modelos ARMA-GARCH

Série	BSE (Índia)	S&P500 (EUA)	SSE (China)	S&P500 (EUA)
Modelo	ARMA(1,1)- EGARCH(2,2)	ARMA(1,1)- EGARCH(1,1)	ARMA(1,1)- GARCH(1,1)	ARMA(1,1)- EGARCH(1,1)
Distribuição dos erros	T-student	T-student	T-student assimétrica	T-student
μ	0.2022***	0.0405**	-	0.0387**
θ_1	-0.4900***	0.4958***	1.0000***	0.6378***
θ_2	-	-	-	-
φ_1	0.5875***	-0.5698***	-0.9828***	-0.6931***
φ_2	-	-	-	-
ω	0.0644***	-0.0254***	0.0589*	-0.02140***
α_1	-0.1867***	-0.1493***	0.0670***	-0.1259***
α_2	-0.1981***	-	-	-
β_1	-0.0725***	0.9669***	0.9182***	0.9721***
β_2	0.8969***	-	-	-
γ_1	0.2452***	0.0418***	-	0.0563***
γ_2	0.2284***	-	-	-
λ	-	-	0.9761***	-
ν	6.6015***	7.2701***	3.9104***	8.1205***

Nota: *, **, *** indicam nível de significância de 10%, 5% e 1% respectivamente.

Pré-crise

Tabela 6: Séries temporais ajustadas pelos modelos ARMA-GARCH

Série	IBOVESPA (Brasil)	S&P500 (EUA)	RTS (Rússia)	S&P500 (EUA)
Modelo	ARMA(4,4)- EGARCH(1,1)	ARMA(0,1)- EGARCH(1,1)	ARMA(1,1)- GARCH(1,0)	ARMA(1,0)- GARCH(1,1)
Distribuição dos erros	T-student assimétrica	T-student	T-student	T-student assimétrica
μ	-0.8158***	-	-	-
θ_1	-0.1970***	-	0.9942***	-0.1721***
θ_2	1.5005***	-	-	-
θ_3	0.3572***	-	-	-
θ_4	-0.6687***	-	-	-
φ_1	0.1605***	-0.1790***	-0.9577***	-
φ_2	-1.6439***	-	-	-
φ_3	-0.3212***	-	-	-
φ_4	0.8430***	-	-	-
ω	0.0229***	0.0078**	10.1059***	0.0538
α_1	-0.1992***	-0.1048***	0.9990**	0.0971***
α_2	-	-	-	-
β_1	0.9906***	0.9884***	-	0.8944***
β_2	-	-	-	-
γ_1	-0.0556***	0.1345***	-	-
γ_2	-	-	-	-
λ	0.7811***	-	-	0.8976***
ν	19.3695***	11.3257*	2.8182***	14.3317

Nota: *, **, *** indicam nível de significância de 10%, 5% e 1% respectivamente.

Crise

Tabela 7: Séries temporais ajustadas pelos modelos ARMA-GARCH

Série	BSE (Índia)	S&P500 (EUA)	SSE (China)	S&P500 (EUA)
Modelo	ARMA(0,0)- EGARCH(1,1)	ARMA(1,0)- GARCH(1,1)	ARMA(0,0)- EGARCH(1,1)	ARMA(1,1)- EGARCH(1,1)
Distribuição dos erros	T-student	T-student	T-student	T-student assimétrica
μ	-	-	-	0.1230**
θ_1	-	-0.1515***	-	0.2947***
θ_2	-	-	-	-
φ_1	-	-	-	-0.4727***
φ_2	-	-	-	-
ω	0.9465	0.0835	0.0587***	0.0236***
α_1	-0.1316***	0.1142***	-0.1807***	-0.1100***
α_2	-	-	-	-
β_1	0.9504***	0.8765***	0.9608***	0.9829***
β_2	-	-	-	-
γ_1	0.1681***	-	-0.2178***	0.1590***
γ_2	-	-	-	-
λ	-	-	-	0.8648***
ν	6.3872***	7.8838**	3.7355***	36.6052

Nota: *, **, *** indicam nível de significância de 10%, 5% e 1% respectivamente.

Crise

Tabela 8: Séries temporais ajustadas pelos modelos ARMA-GARCH

Série	IBOVESPA (Brasil)	S&P500 (EUA)	RTS (Rússia)	S&P500 (EUA)
Modelo	ARMA(0,0)- EGARCH(1,1)	ARMA(2,2)- EGARCH(2,1)	ARMA(1,0)- EGARCH(1,1)	ARMA(2,2)- EGARCH(2,1)
Distribuição dos erros	T-student assimétrica	T-student assimétrica	T-student assimétrica	T-student assimétrica
μ	-	-	-	-
θ_1	-	-1.1129***	0.0625**	-1.5555***
θ_2	-	-0.9670***	-	-0.9618***
φ_1	-	1.1049***	-	1.5743***
φ_2	-	0.9707***	-	0.9886***
ω	0.0287*	0.0066	0.0133***	0.0046
α_1	-0.1110***	-0.4034***	-0.0588***	-0.4226***
α_2	-	0.1461***	-	0.1618***
β_1	0.9474***	0.9426***	0.9866***	0.9356***
β_2	-	-	-	-
γ_1	0.1233***	-0.1795**	0.1023***	-0.2340***
γ_2	-	0.3245***	-	0.3638***
λ	0.9275***	0.8267***	0.9372***	0.8348***
ν	13.7974***	6.5646***	7.3941***	6.6494***

Nota: *, **, *** indicam nível de significância de 10%, 5% e 1% respectivamente.

Pós-crise

Tabela 9: Séries temporais ajustadas pelos modelos ARMA-GARCH

Série	BSE (Índia)	S&P500 (EUA)	SSE (China)	S&P500 (EUA)
Modelo	ARMA(0,0)- EGARCH(1,1)	ARMA(0,0)- EGARCH(1,1)	ARMA(0,0)- GARCH(1,1)	ARMA(2,2)- EGARCH(2,1)
Distribuição dos erros	T-student	T-student assimétrica	T-student	T-student assimétrica
μ	-	-	-	0.0545***
θ_1	-	-	-	0.0332***
θ_2	-	-	-	0.9130***
φ_1	-	-	-	-0.0567***
φ_2	-	-	-	-0.9179***
ω	0.0067**	0.0092	0.0345**	-0.0081
α_1	-0.1096***	-0.2541***	0.0296***	-0.3981***
α_2	-	-	-	0.1499***
β_1	0.9739***	0.9494***	0.9519***	0.9233***
β_2	-	-	-	-
γ_1	0.0976***	0.1269***	-	-0.2191***
γ_2	-	-	-	0.3560***
λ	-	0.8226***	-	0.8217***
ν	14.7345**	6.5109***	4.6701***	7.1283***

Nota: *, **, *** indicam nível de significância de 10%, 5% e 1% respectivamente.

Pós-crise

APÊNDICE D – RESULTADOS DOS TESTES ESTATÍSTICOS

Tabela 10: Testes estatísticos aplicados e o correspondente p-valor

Série	IBOVESPA (Brasil)	S&P500 (EUA)	RTS (Rússia)	S&P500 (EUA)
Modelo	ARMA(0,0)- GARCH(1,1)	ARMA(2,2)- EGARCH(2,1)	ARMA(1,1)- EGARCH(1,1)	ARMA(1,0)- EGARCH(2,2)
Distribuição dos erros	T-student assimétrica	T-student assimétrica	T-student	T-student
Teste de Ljung-Box ponderado para os resíduos padronizados	Q(1): 0.7331 Q(2): 0.5687 Q(5): 0.2989	Q(1): 0.3881 Q(11): 1.0000 Q(19): 0.9958	Q(1): 0.2975 Q(5): 0.9849 Q(9): 0.4148	Q(1): 0.8352 Q(2): 0.4088 Q(5): 0.0722
Teste de Ljung-Box ponderado para os quadrados dos resíduos padronizados	Q ² (1): 0.1372 Q ² (5): 0.5014 Q ² (9): 0.7172	Q ² (1): 0.9534 Q ² (8): 0.9424 Q ² (14): 0.4719	Q ² (1): 0.5107 Q ² (5): 0.3227 Q ² (9): 0.4466	Q ² (1): 0.8751 Q ² (11): 0.9174 Q ² (19): 0.8699
Teste LM ARCH ponderado	Lag[3]: 0.9831 Lag[5]: 0.9820 Lag[7]: 0.9911	Lag[4]: 0.8251 Lag[6]: 0.9614 Lag[8]: 0.9907	Lag[3]: 0.3079 Lag[5]: 0.5987 Lag[7]: 0.6457	Lag[5]: 0.5208 Lag[7]: 0.9013 Lag[9]: 0.3997
Teste de Kolmogorov- Smirnov	0.3613	0.2402	0.7863	0.1963

Pré-crise

Tabela 21: Testes estatísticos aplicados e o correspondente p-valor

Série	BSE (Índia)	S&P500 (EUA)	SSE (China)	S&P500 (EUA)
Modelo	ARMA(1,1)- EGARCH(2,2)	ARMA(1,1)- EGARCH(1,1)	ARMA(1,1)- GARCH(1,1)	ARMA(1,1)- EGARCH(1,1)
Distribuição dos erros	T-student	T-student	T-student assimétrica	T-student
Teste de Ljung-Box ponderado para os resíduos padronizados	Q(1): 0.9158 Q(5): 0.9998 Q(9): 0.8954	Q(1): 0.5945 Q(5): 0.3019 Q(9): 0.4026	Q(1): 0.3552 Q(5): 0.7612 Q(9): 0.1938	Q(1): 0.7423 Q(5): 0.4589 Q(9): 0.5645
Teste de Ljung-Box ponderado para os quadrados dos resíduos padronizados	Q ² (1): 0.4721 Q ² (11): 0.0793 Q ² (19): 0.0598	Q ² (1): 0.1429 Q ² (5): 0.1182 Q ² (9): 0.1470	Q ² (1): 0.7702 Q ² (5): 0.9681 Q ² (9): 0.9034	Q ² (1): 0.2592 Q ² (5): 0.4228 Q ² (9): 0.5738
Teste LM ARCH ponderado	Lag[5]: 0.6682 Lag[7]: 0.9262 Lag[9]: 0.8356	Lag[3]: 0.3198 Lag[5]: 0.1241 Lag[7]: 0.1846	Lag[3]: 0.8060 Lag[5]: 0.8927 Lag[7]: 0.7360	Lag[3]: 0.5930 Lag[5]: 0.3181 Lag[7]: 0.4936
Teste de Kolmogorov- Smirnov	0.3975	0.1395	0.0851	0.0971

Pré-crise

Tabela 32: Testes estatísticos aplicados e o correspondente p-valor

Série	IBOVESPA (Brasil)	S&P500 (EUA)	RTS (Rússia)	S&P500 (EUA)
Modelo	ARMA(4,4)- EGARCH(1,1)	ARMA(0,1)- EGARCH(1,1)	ARMA(1,1)- GARCH(1,0)	ARMA(1,0)- GARCH(1,1)
Distribuição dos erros	T-student assimétrica	T-student	T-student	T-student assimétrica
Teste de Ljung-Box ponderado para os resíduos padronizados	Q(1): 0.4564 Q(23): 1.0000 Q(39): 0.9999	Q(1): 0.7616 Q(2): 0.9068 Q(5): 0.8597	Q(1): 0.8340 Q(5): 1.0000 Q(9): 0.7966	Q(1): 0.5167 Q(2): 0.2665 Q(5): 0.4465
Teste de Ljung-Box ponderado para os quadrados dos resíduos padronizados	Q ² (1): 0.1827 Q ² (5): 0.4992 Q ² (9): 0.4285	Q ² (1): 0.0102 Q ² (5): 0.0550 Q ² (9): 0.0985	Q ² (1): 0.3949 Q ² (2): 0.5675 Q ² (5): 0.1684	Q ² (1): 0.0542 Q ² (5): 0.2486 Q ² (9): 0.2133
Teste LM ARCH ponderado	Lag[3]: 0.4511 Lag[5]: 0.6777 Lag[7]: 0.5446	Lag[3]: 0.5819 Lag[5]: 0.8796 Lag[7]: 0.8015	Lag[2]: 0.6963 Lag[4]: 0.1115 Lag[6]: 0.1062	Lag[3]: 0.8069 Lag[5]: 0.9569 Lag[7]: 0.6433
Teste de Kolmogorov- Smirnov	0.8482	0.3589	0.9808	0.1562

Crise

Tabela 43: Testes estatísticos aplicados e o correspondente p-valor

Série	BSE (Índia)	S&P500 (EUA)	SSE (China)	S&P500 (EUA)
Modelo	ARMA(0,0)- EGARCH(1,1)	ARMA(1,0)- GARCH(1,1)	ARMA(0,0)- EGARCH(1,1)	ARMA(1,1)- EGARCH(1,1)
Distribuição dos erros	T-student	T-student	T-student	T-student assimétrica
Teste de Ljung-Box ponderado para os resíduos padronizados	Q(1): 0.1653 Q(2): 0.2584 Q(5): 0.3641	Q(1): 0.6290 Q(2): 0.7366 Q(5): 0.7006	Q(1): 0.4093 Q(2): 0.6075 Q(5): 0.5865	Q(1): 0.9624 Q(5): 0.9999 Q(9): 0.9570
Teste de Ljung-Box ponderado para os quadrados dos resíduos padronizados	Q ² (1): 0.7488 Q ² (5): 0.9799 Q ² (9): 0.9974	Q ² (1): 0.0985 Q ² (5): 0.3734 Q ² (9): 0.1330	Q ² (1): 0.3887 Q ² (5): 0.6232 Q ² (9): 0.3858	Q ² (1): 0.0653 Q ² (5): 0.2707 Q ² (9): 0.2107
Teste LM ARCH ponderado	Lag[3]: 0.9658 Lag[5]: 0.9829 Lag[7]: 0.9924	Lag[3]: 0.7744 Lag[5]: 0.9356 Lag[7]: 0.1582	Lag[3]: 0.7372 Lag[5]: 0.4022 Lag[7]: 0.1911	Lag[3]: 0.7428 Lag[5]: 0.9206 Lag[7]: 0.8896
Teste de Kolmogorov- Smirnov	0.6592	0.3658	0.5361	0.9277

Crise

Tabela 54: Testes estatísticos aplicados e o correspondente p-valor

Série	IBOVESPA (Brasil)	S&P500 (EUA)	RTS (Rússia)	S&P500 (EUA)
Modelo	ARMA(0,0)- EGARCH(1,1)	ARMA(2,2)- EGARCH(2,1)	ARMA(1,0)- EGARCH(1,1)	ARMA(2,2)- EGARCH(2,1)
Distribuição dos erros	T-student assimétrica	T-student assimétrica	T-student assimétrica	T-student assimétrica
Teste de Ljung-Box ponderado para os resíduos padronizados	Q(1): 0.3882 Q(2): 0.5769 Q(5): 0.8809	Q(1): 0.7826 Q(11): 1.0000 Q(19): 1.0000	Q(1): 0.5546 Q(2): 0.9895 Q(5): 0.6450	Q(1): 0.1879 Q(11): 1.0000 Q(19): 0.9937
Teste de Ljung-Box ponderado para os quadrados dos resíduos padronizados	Q ² (1): 0.4555 Q ² (5): 0.4339 Q ² (9): 0.6351	Q ² (1): 0.2706 Q ² (8): 0.4402 Q ² (14): 0.3870	Q ² (1): 0.3581 Q ² (5): 0.6996 Q ² (9): 0.7583	Q ² (1): 0.3324 Q ² (8): 0.3936 Q ² (14): 0.6041
Teste LM ARCH ponderado	Lag[3]: 0.7921 Lag[5]: 0.7961 Lag[7]: 0.8749	Lag[4]: 0.6925 Lag[6]: 0.2973 Lag[8]: 0.4035	Lag[3]: 0.3359 Lag[5]: 0.6106 Lag[7]: 0.8159	Lag[4]: 0.2610 Lag[6]: 0.5209 Lag[8]: 0.6558
Teste de Kolmogorov- Smirnov	0.7577	0.0941	0.7492	0.1233

Pós-crise

Tabela 65: Testes estatísticos aplicados e o correspondente p-valor

Série	BSE (Índia)	S&P500 (EUA)	SSE (China)	S&P500 (EUA)
Modelo	ARMA(0,0)- EGARCH(1,1)	ARMA(0,0)- EGARCH(1,1)	ARMA(0,0)- GARCH(1,1)	ARMA(2,2)- EGARCH(2,1)
Distribuição dos erros	T-student	T-student assimétrica	T-student	T-student assimétrica
Teste de Ljung-Box ponderado para os resíduos padronizados	Q(1): 0.1342 Q(2): 0.2245 Q(5): 0.5081	Q(1): 0.0880 Q(2): 0.1444 Q(5): 0.3735	Q(1): 0.6619 Q(2): 0.6738 Q(5): 0.8183	Q(1): 0.6422 Q(11): 1.0000 Q(19): 0.9998
Teste de Ljung-Box ponderado para os quadrados dos resíduos padronizados	Q ² (1): 0.0512 Q ² (5): 0.2189 Q ² (9): 0.3673	Q ² (1): 0.0746 Q ² (5): 0.2171 Q ² (9): 0.1814	Q ² (1): 0.3725 Q ² (5): 0.2895 Q ² (9): 0.1262	Q ² (1): 0.3357 Q ² (8): 0.3013 Q ² (14): 0.4143
Teste LM ARCH ponderado	Lag[3]: 0.7476 Lag[5]: 0.9515 Lag[7]: 0.9287	Lag[3]: 0.2836 Lag[5]: 0.4949 Lag[7]: 0.2457	Lag[3]: 0.5641 Lag[5]: 0.3604 Lag[7]: 0.0962	Lag[4]: 0.1515 Lag[6]: 0.2527 Lag[8]: 0.2969
Teste de Kolmogorov- Smirnov	0.9351	0.1079	0.1367	0.5266

Pós-crise

APÊNDICE E – GRÁFICOS RET., CÓPULAS E CURVAS DE NÍVEL

Figura 10: Brasil x EUA, pré- crise, crise, pós- crise. RET. , cópulas e curvas de nível

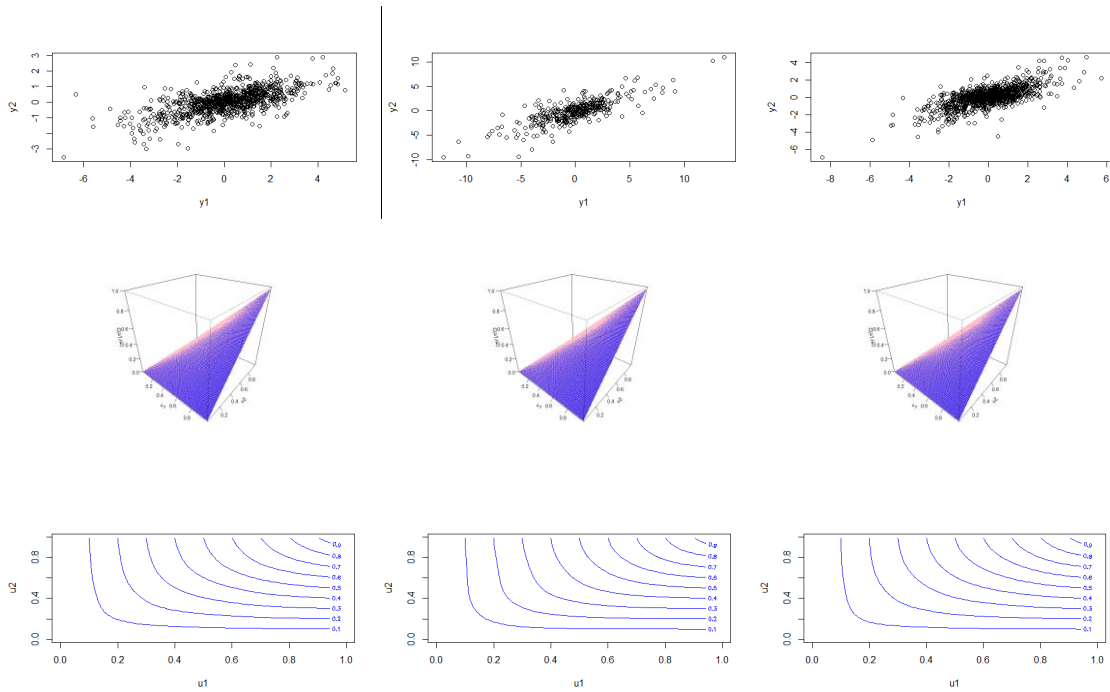


Figura 11: China x EUA, pré- crise, crise, pós- crise. RET. , cópulas e curvas de nível

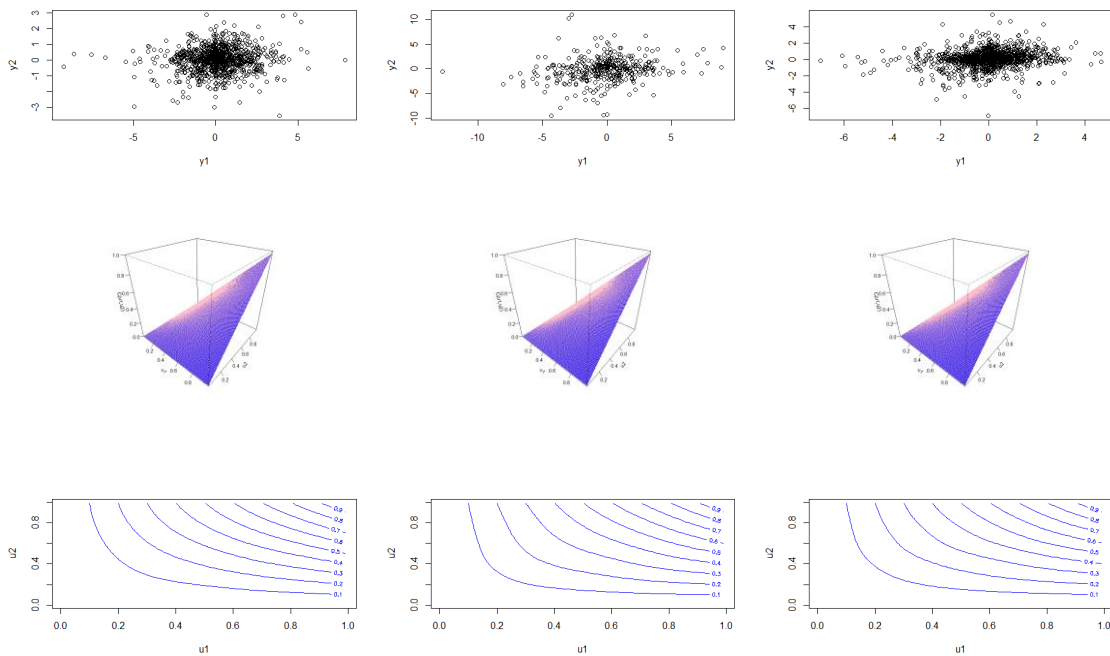


Figura12: Índia x EUA, pré-crise, crise, pós-crise. RET. , cópulas e curvas de nível

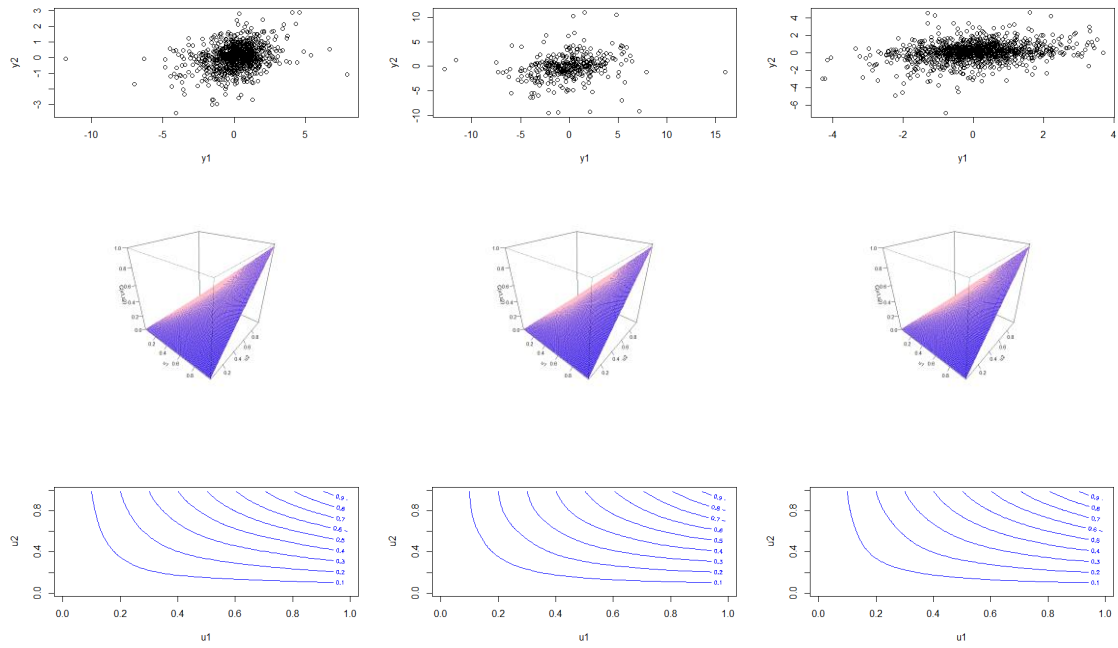


Figura 13: Rússia x EUA, pré-crise, crise, pós-crise. RET. , cópulas e curvas de nível

