UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA

RAQUEL MARCHETTO

O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DE PROGRESSÕES ARITMÉTICAS E GEOMÉTRICAS, E SUA RELAÇÃO COM FUNÇÕES AFINS E EXPONENCIAIS

Porto Alegre
2017

RAQUEL MARCHETTO

O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DE PROGRESSÕES ARITMÉTICAS E GEOMÉTRICAS, E SUA RELAÇÃO COM FUNÇÕES AFINS E EXPONENCIAIS

Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Maria Cristina Varriale

Porto Alegre
2017

RAQUEL MARCHETTO

O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DE PROGRESSÕES ARITMÉTICAS E GEOMÉTRICAS, E SUA RELAÇÃO COM FUNÇÕES AFINS E EXPONENCIAIS

Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Profª. Drª. Marilaine de Fraga Sant'Ana - PPGEMat/UFRGS

Profª. Drª. Rosandra Santos Mottola Lemos – UNISINOS/UERGS

Prof. Dr. Vilmar Trevisan- IME/UFRGS

Profª. Drª. Maria Cristina Varriale - PPGEMat/UFRGS - Orientadora

AGRADECIMENTOS

Agradeço...

... a Deus, pela vida e pelas pessoas que colocou em meu caminho.

... aos colegas, pelas trocas de ideias e experiências que contribuíram na construção de novos conhecimentos.

... a direção do Colégio Bom Retiro por autorizar e dar suporte a esta pesquisa.

... aos alunos participantes da pesquisa que contribuíram com os registros analisados.

... ao meu pai, minha mãe e meu irmão, pela presença em minha vida.

... aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRGS, principalmente a minha orientadora Profª. Drª. Maria Cristina Varriale, pela dedicação de seu tempo, pela paciência e pelos ensinamentos que possibilitaram a elaboração dessa pesquisa.

... ao meu companheiro Alex, agradeço pela compreensão nos momentos de estudo e ausências, compartilhando comigo a realização dos meus sonhos e metas.

... a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para a concretização dessa dissertação.

A menos que modifiquemos a nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo.

(Albert Einstein)

RESUMO

Esta pesquisa teve por objetivo verificar como é que o aluno consegue por si próprio manipular os recursos, tais como gráficos disponibilizados pelo software GeoGebra, para auxiliar nas práticas diárias de sala de aula, mais especificamente no que tange a construir a conexão entre as progressões aritméticas e as funções afins, bem como entre as progressões geométricas e as funções exponenciais. Este software possibilita fazer análises a partir de diferentes registros tais como: gráficos, tabelas e registros algébricos, seguindo a teoria dos registros semióticos de Duval. Como metodologia, desenvolvemos roteiros de atividades com duas turmas do 2º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Visconde de Bom Retiro. Os alunos foram convidados a construir, verificar e interpretar seus próprios resultados, refletindo e analisando estratégias para responder à questão: Quais relações os alunos conseguem evidenciar, através da comparação entre gráficos (obtidos com o GeoGebra) de funções afins e exponenciais, com progressões aritméticas e geométricas, respectivamente? Ao final da pesquisa, os registros coletados possibilitaram a validação qualitativa da proposta, mostrando que os alunos avançaram na compreensão dos conteúdos abordados.

Palavras-chave: Função Afim, Função Exponencial, Progressão Aritmética, Progressão Geométrica, Software GeoGebra.

ABSTRACT

The aim of this research was to verify how the student can himself manipulate the resources, such as plots made available by the GeoGebra software, to aid in the daily classroom practices, specifically in the construction of the connection between arithmetic progressions and linear functions, as well as between geometric progressions and exponential functions. This software makes possible to analyze from different registers such as: plots, tables and algebraic records, following the theory of semiotic records of Duval. Our methodology consisted in developing activity scripts with students of two classes of the 2nd year of the High School of Visconde de Bom Retiro State College. More specifically, they were asked to build, verify and interpret their own results, speculating and analyzing strategies to answer the question: What relations are the students able to highlight through comparing plots (obtained with GeoGebra) of linear and exponential functions, with arithmetic progressions and geometric, respectively? At the end of the research, the collected records made possible the qualitative validation of the proposal, showing that the students improved their understanding of the focused contents.

Keywords: Linear Function, Exponential Function, Arithmetic Progression, Geometric Progression, GeoGebra software.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Tipos de transformação de representações semióticas..32

Figura 2.2: Gráficos e características da função afim..36

Figura 2.3: Gráfico da função exponencial: (a) crescente (a = 2); (b) decrescente (a = 1/2)....37

Figura 2.4: Representação gráfica da sequência $a_i = (-1)^i/(4i)$, i= 1, 2, 3,..., 8....................38

Figura 2.5: Representação gráfica da progressão aritmética (10, 12, 14, 16, 18, 20, ...)..........40

Figura 2.6: Representação gráfica da função afim $f(x) = 2x + 8$...41

Figura 2.7: Representação gráfica da progressão geométrica (7, 21, 63, 189, 567,...).............42

Figura 2.8: Representação gráfica da função exponencial $f(x) = \frac{1}{4} \cdot 3^x$.................................43

Figura 3.1: Tela de trabalho do GeoGebra..49

Figura 3.2: Barra de ferramentas do GeoGebra..50

Figura 3.3: Gráfico da idade do grupo de alunos...51

Figura 3.4: Resposta de um aluno...51

Figura 3.5: Resposta de um aluno...52

Figura 3.6: Resposta de um aluno...52

Figura 3.7: Grupo de alunos trabalhando..54

Figura 4.1: Resposta dada por alguns alunos na Questão 1...56

Figura 4.2: Resposta dada por alguns alunos na Questão 4...57

Figura 4.3: Resposta dada por um aluno na Questão 7..58

Figura 4.4: Resposta dada por alguns alunos na Questão 8...59

Figura 4.5: Resposta dada por um aluno na Questão 9..59

Figura 4.6: Resposta dada por um aluno nas Questões 10 e 11...60

Figura 4.7: Resposta dada por um aluno nas Questões 12 e 13...61

Figura 4.8: Resposta dada por alguns alunos na Questão 1...62

Figura 4.9: Resposta dada por um aluno nas Questões 2 e 3...63

Figura 4.10: Resposta dada por um aluno na Questão 6, itens b, c, d, e.....................................64

Figura 4.11: Resposta dada por um aluno nas Questões 7 e 8..65

Figura 4.12: Representação gráfica de uma reta proposta na Atividade 1.................................67

Figura 4.13: Representação gráfica de uma PA: pontos...69

Figura 4.14: Representação gráfica de algumas funções exponenciais.....................................70

Figura 4.15: Resposta dada por um aluno na Questão 2...72

Figura 4.16: Resposta dada por um aluno na Questão 4..72
Figura 4.17: Resposta dada por um aluno na Questão 5, item a..73
Figura 4.18: Resposta dada por um aluno na Questão 5, item b..74
Figura 4.19: Resposta dada por um aluno na Questão 5, item c..74
Figura 4.20: Resposta dada por um aluno na Questão 5, item d..75
Figura 4.21: Resposta dada por um aluno na Questão 6..75

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1: Relação de trabalhos analisados..19
Quadro 2.2: Quadro das quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática.......26
Quadro 3.1: Cronograma completo de atividades..48

LISTA DE ABREVIAÇÕES E SIGLAS

PA	Progressão Aritmética
PG	Progressão Geométrica
TI	Tecnologia da Informação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO...13
1.1 Minha trajetória..14
1.2 Justificativa e objetivos da pesquisa...15
1.3 Estrutura da pesquisa...16

2 REVISÃO DA LITERATURA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA............................18
2.1 Trabalhos prévios..18
2.1.1 Pesquisa de Fonsêca (2013)..20
2.1.2 Pesquisa de Arruda (2013)...21
2.1.3 Pesquisa de Schu e Pacini (2013)...21
2.1.4 Pesquisa de Souza (2015)...23
2.1.5 Pesquisa de Boschetto (2015)..24
2.1.6 Pesquisa de Santos e Silva (2016)...25
2.2 O uso de tecnologias digitais no Ensino de Matemática...25
2.3 A escolha do software GeoGebra..30
2.4 Registros de representação semiótica utilizados na Matemática...........................31
2.5 O estudo de funções..33
2.5.1 A Função Afim...35
2.5.2 A Função Exponencial...36
2.6 O estudo de progressões...38
2.6.1 Progressão Aritmética e a relação com uma Função Afim.................................39
2.6.2 Progressão Geométrica e a relação com uma Função Exponencial....................42

3 METODOLOGIA DA PESQUISA...45
3.1 Caracterização da pesquisa...45
3.2 A coleta e o tratamento dos dados..46
3.3 Recursos básicos do software GeoGebra..48
3.4 Perfil do grupo de alunos que participaram da pesquisa...50
3.5 Descrição das atividades desenvolvidas...53

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS...55
4.1 Apresentação das atividades diagnósticas..55
4.1.1 Apresentação e análise dos dados da Atividade Diagnóstica - Parte I: Função Afim...56
4.1.2 Apresentação e análise dos dados da Atividade Diagnóstica - Parte II: Função Exponencial..62
4.2 Apresentação e análise dos dados do Roteiro 01 - Estudo da Função Afim.......................66
4.3 Apresentação e análise dos dados do Roteiro 02 - Estudo da Progressão Aritmética........68
4.4 Apresentação e análise dos dados do Roteiro 03 - Estudo da Função Exponencial...........69
4.5 Apresentação e análise dos dados do Roteiro 04 – Estudo da Progressão Geométrica......71
4.6 Apresentação e análise dos dados da Atividade de verificação...71

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS..77

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS...80

APÊNDICE A: Termo de Consentimento Informado...83

APÊNDICE B: Questionário...84

APÊNDICE C: Atividade Diagnóstica - Parte I: Função Afim...85

APÊNDICE D: Atividade Diagnóstica - Parte II: Função Exponencial............................89

APÊNDICE E: Roteiro 01 - Estudo da Função Afim...93

APÊNDICE F: Roteiro 02 - Estudo da Progressão Aritmética..97

APÊNDICE G: Roteiro 03 - Estudo da Função Exponencial...105

APÊNDICE H: Roteiro 04 – Estudo da Progressão Geométrica.....................................111

APÊNDICE I: Atividade de verificação..118

APÊNDICE J: Autorização de utilização de nome do colégio..122

PRODUTO FINAL 123

1 INTRODUÇÃO

A procura de relações entre os conteúdos matemáticos está associada à descoberta de significados que promovem o entendimento de conceitos que são desenvolvidos através do raciocínio lógico. Esse trabalho favorece a construção e a observação de gráficos de forma contextualizada e relevante para o aluno, permitindo que se estabeleçam conexões entre os conceitos matemáticos, funções e progressões, explorando ao máximo as relações existentes entre eles, sob diferentes formas de representação.

A meu ver, o estudo da Matemática nas escolas geralmente me parece feito de forma totalmente dissociada, os conteúdos são abordados individualmente sem qualquer relação entre eles. Na relação entre Educação/Matemática/Informática com a escolha do software GeoGebra o que pretendemos, com esse trabalho, é provocar nos discentes a percepção de relações do conhecimento matemático, de maneira a permitir-lhes a apropriação do seu conhecimento para aplicá-lo em diferentes situações. À medida que os alunos desenvolvem uma investigação, fortalecem a capacidade de fazer relações compreendendo os significados. Evita-se, dessa forma, que se ofereçam fórmulas desnecessárias para resolver problemas, visto que o aluno passa a desenvolver a capacidade de representar suas próprias ideias matemáticas.

> Para compreender os aspectos essenciais da Álgebra, é importante todo um percurso em que os alunos têm contato com um grande número de experiências algébricas informais que envolvem a análise de padrões e relações numéricas e a sua representação e generalização por meio de diferentes processos. De fato, o desafio lançado pela generalização de um padrão numérico e a compreensão do que traduz essa generalização constituem aspectos que muitas vezes estão envolvidos nas investigações numéricas e que apoiam o desenvolvimento do raciocínio algébrico. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013, p. 69)

Por meio desse trabalho, queremos mostrar que o aluno tem condições de construir, confiando em sua capacidade de abstrair relações, desenvolvendo também sua habilidade de comunicação, de argumentação e de generalização, uma vez que ele transitou pelos diferentes tipos de representações (tabelas, gráficos, expressões analítica) fazendo uso da ferramenta tecnológica como um suporte para as práticas pedagógicas.

1.1 Minha trajetória

Vinda de uma família do interior de Bento Gonçalves no estado do Rio Grande do Sul, desde criança sempre manifestei o desejo de ser docente, brincando de bonecas ou até mesmo com os próprios amigos de escolinha na qual eu era a professora. Com o passar dos anos fui me identificando cada vez mais e me inspirando em vários professores que tive na infância, especialmente os de Matemática, disciplina que sempre gostei e com a qual mais me identifiquei. Dessa forma, ao concluir o Ensino Fundamental (antigo ensino de 1º grau), ingressei no curso normal (Magistério), todos os dias tinha que acordar muito cedo para pegar o único ônibus que ia até a cidade que ficava a 20 km de casa. E foi assim, durante longos quatro anos, que em 2001 com muito esforço e dedicação conclui o Magistério já tendo em mente cursar a graduação na área de educação.

Em 2002, prestei vestibular e ingressei no curso de Licenciatura Plena em Matemática na Universidade de Caxias do Sul (UCS) em Caxias do Sul. Tornando-se inviável continuar morando no interior com os pais, tive que, aos 18 anos, sair de casa e ir morar na “cidade grande” dividindo um apartamento. Neste mesmo, ano comecei a trabalhar em uma Escola de Educação Infantil, como atendente, já recebendo o retorno do Magistério que havia cursado.

Em 2006, com praticamente metade do curso de graduação realizado, fui chamada pelo Governo do Estado do Rio Grande do Sul para trabalhar como contratada emergencial em escolas estaduais de ensino nos níveis Fundamental e Médio como docente de Matemática. Atualmente continuo trabalhando 40 horas semanais no Colégio Estadual Visconde de Bom Retiro, 20 horas como docente em turmas de 2º e 3º anos do Ensino Médio na disciplina de Matemática e 20 horas como Vice-Diretora.

No ano de 2009, conclui a graduação e em 2010 ingressei no curso de Pós- Graduação Lato Sensu Especialização em Ensino da Matemática, o qual foi concluído no ano de 2012, com a apresentação do trabalho “A praticidade e a influência da informática no ensino-aprendizagem da matemática”.

Até os dias de hoje venho participando de cursos de aperfeiçoamento e atualização na área da Educação o que enriquece, amplia e norteia novas concepções e paradigmas, para melhorar e aprimorar o trabalho docente realizado. Acredito que, para transformar a Educação, é necessário estar sempre buscando novas experiências e conhecimentos; em busca disso, em 2014, ingressei no Programa de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática. Com o avanço tecnológico, temos que nos motivar e enfrentar os problemas que estão diretamente ligados às novas tecnologias, pois os discentes interessam-se mais pelos contatos sociais através de um computador do que ficar sentado em uma cadeira na sala de aula. Devemos repensar nossos métodos de ensino, procurando estabelecer relações entre os conteúdos curriculares e sua aplicação, provocando questionamentos que indaguem os discentes e os levem à pesquisa.

Com o intuito de continuar minha formação e compreender melhor o processo de aprendizagem, busquei com esta pesquisa verificar como atividades utilizando o software GeoGebra poderiam facilitar o entendimento de progressões aritméticas e geométricas através da representação gráfica relacionando-as com funções afins e exponenciais, respectivamente.

1.2 Justificativa e objetivos da pesquisa

No que diz respeito ao ensino da Matemática, minha prática docente tem me levado a considerar que existe uma supervalorização de teoremas, regras e fórmulas. Existe uma carência de metodologias e atividades, nas quais os alunos possam de fato apreender os conceitos e aplicá-los na resolução de problemas que priorizem uma aprendizagem mais expressiva. Surge daí a necessidade de se trabalhar com propostas de ensino que promovam um ambiente que permita ao discente estabelecer conexões entre os conteúdos matemáticos.

A escolha do tema foi motivada principalmente pelas minhas inquietações pessoais como professora de Matemática, por verificar que, ao trabalhar com as progressões aritméticas e geométricas, os alunos não demonstravam interesse em saber o que os valores da "sequência" significavam, só queriam aplicar a "fórmula" correspondente e calcular. Dessa forma, buscamos com o presente trabalho apresentar uma proposta com roteiros de atividades que evidenciem as conexões de Progressões Aritméticas e Geométricas com funções afins e exponenciais, respectivamente.

A procura de significados para termos de uma expressão analítica é frequentemente associada à sua representação através de gráficos. Buscando relações que envolvem a expressão analítica de forma contextualizada e relevante para o aluno, esta pesquisa permite que se estabeleçam associações entre os conceitos de funções e progressões aproveitando ao máximo as relações existentes. Essas explorações estão centradas na análise e representação gráfica dos conteúdos abordados na pesquisa, permitindo ao aluno estabelecer correspondências para a construção do seu conhecimento.

Considera-se esta pesquisa importante, pelo fato de poder verificar como atividades utilizando o software GeoGebra (software já conhecido pelos alunos) podem facilitar o entendimento e a aprendizagem de progressões aritméticas e geométricas, através da representação gráfica relacionando-as com funções afins e exponenciais.

Esta pesquisa objetivou verificar como o aluno pode visualizar e compreender a relação entre progressões e funções, ilustrando-as através de gráficos, tendo como recurso pedagógico o software GeoGebra, mediante roteiro de atividades por nós elaboradas, e que foram realizadas por alunos do 2º ano do ensino médio. Com o intuito de responder a pergunta de pesquisa: Quais relações os alunos conseguem evidenciar, através da comparação entre gráficos (obtidos com o GeoGebra) de funções afins e exponenciais, com progressões aritméticas e geométricas, respectivamente?, a pesquisa teve como objetivos:

* Investigar (diagnóstica) quais são os conhecimentos prévios dos alunos referentes ao conteúdo funções afins e exponenciais.

* Verificar como um roteiro de atividades, envolvendo gráficos traçados com o auxílio do software GeoGebra, promove a manipulação e a compreensão dos conteúdos no contexto das práticas diárias de sala de aula.

Expostas as justificativas e os objetivos de como se desencadeará essa investigação, passo a apresentar a estrutura de organização desta pesquisa, indicando o que será tratado em cada um dos capítulos que seguem.

1.3 Estrutura da pesquisa

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos. Após ter apresentado, nesta introdução, minha trajetória, os objetivos e a relevância desta pesquisa, o segundo capítulo compreende uma pequena revisão de literatura de trabalhos já desenvolvidos, bem como o referencial teórico, que enfatizam as relações de funções afins e exponenciais com progressões aritméticas e geométricas; destaca também o uso do software GeoGebra relacionado ao estudo da pesquisa.

No terceiro capítulo apresento as considerações sobre a metodologia da pesquisa, no qual justifico a opção metodológica e sua coerência com os procedimentos adotados. Apresento o contexto da pesquisa e as etapas do seu desenvolvimento, os procedimentos e os instrumentos de produção dos dados. Descrevo o software GeoGebra, o perfil dos alunos participantes da pesquisa e as atividades por eles realizadas.

O quarto capítulo é reservado para a apresentação e análise dos dados, no qual elaboro a articulação que traz compreensões acerca das relações de funções afins e exponenciais com progressões aritméticas e geométricas, respectivamente. Faço uma discussão dos resultados, em que retomo a pergunta que norteia esta pesquisa e procuro apresentar argumentos fundamentados sob o suporte teórico, na tentativa de mostrar indícios que construam uma resposta à pergunta geradora da pesquisa.

Nas considerações finais, quinto capítulo, traçamos uma síntese geral com os resultados alcançados ao longo da pesquisa, constituindo o fechamento do trabalho.

2 REVISÃO DA LITERATURA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será apresentada uma seleção de trabalhos correlatos com o que desenvolveremos, bem como o referencial teórico que guiará a dissertação. Na revisão da literatura, nos restringiremos a artigos e dissertações que enfatizam as relações de funções afins e exponenciais com progressões aritméticas e geométricas, respectivamente, por serem esses os temas que permeiam a problemática envolvida neste trabalho. Já o referencial teórico evidenciará a importância da utilização de gráficos, para estimular e reforçar a aprendizagem dos tópicos matemáticos estudados. Serão elencados benefícios e a relevância da facilidade proporcionada pelo uso de tecnologias, em especial o software GeoGebra, permitindo a sua manipulação e a experimentação pelo aluno ao explorar os elementos gráficos envolvidos.

O estudo será baseado nas orientações curriculares para o ensino médio (BRASIL, 2006), nos parâmetros curriculares nacionais de Matemática (BRASIL, 1999) e nos autores que defendem a importância da representação gráfica, o uso de tecnologias e atividades investigativas para aprimorar a aprendizagem; dentre eles destacam-se os autores: Borba et al. (2014), Gravina e Santarosa (1999), Gravina (2001, 2015), Borba e Penteado (2012), Ponte, Brocardo e Oliveira (2013). Também serão evidenciados os diferentes tipos de representação, analítica e gráfica, dos conteúdos matemáticos abordados; aqui usamos como suporte os registros semióticos apresentados pelo autor Duval (2003, 2009).

2.1 Trabalhos prévios

O estudo de funções e progressões segundo me consta é comumente tratado de forma dissociada, sem qualquer conexão entre eles. Pelos componentes curriculares adotados e seguindo a sequência dos livros didáticos utilizados, as funções afim e exponencial são trabalhadas no primeiro ano do ensino médio, enquanto que as progressões aritméticas e geométricas são estudadas no segundo ano.

Poucas são as referências que abordam a temática referente às relações de funções afins e exponenciais com progressões aritméticas e geométricas. Nessa revisão da literatura selecionamos os seis trabalhos apresentados no Quadro 2.1.

Quadro 2.1: Relação de trabalhos analisados

Pesquisador	**Título**	**Instituição**	**Tipo de publicação**	**Ano**
Naciara Pereira Dantas da Fonsêca	Uma Proposta Alternativa para o Ensino de Progressões Relacionadas a Funções	UFRN – Universidade Federal do Rio Grande do Norte	Dissertação	2013
Alexandre Goulart Arruda	Ensino de Juros Compostos, Progressão Geométrica e Função Exponencial	UFV – Universidade Federal de Viçosa	Dissertação	2013
Angela Maria Pacini Schu; Anderson Adilson Pacini	Análise e representação de progressão aritmética e geométrica com o uso do microsoft/excel	UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Artigo	2013
Antonio Marcos de Souza	A sequência Fedathi para uma aprendizagem significativa da função afim: uma proposta didática com o uso do software geogebra	UFC – Universidade Federal do Ceará	Dissertação	2015
Viviane Cristina Boschetto	Função afim e suas propriedades através da resolução de problemas	UNESP - Universidade Estadual Paulista	Dissertação	2015
Matheus de Lucas Pereira Dos Santos; Breno Araújo da Silva	As relações entre progressão aritmética e a função afim com o aplicativo geogebra	UFAC – Universidade Federal do Acre	Artigo	2016

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Após a seleção dos trabalhos apresentados no Quadro 2.1, procedemos da seguinte forma: leitura dos trabalhos apresentados, identificação de como foi abordada a temática, relações de funções afins e exponenciais com progressões aritméticas e geométricas. Com essa leitura foi possível perceber que as relações de funções afins e exponenciais com progressões aritméticas e geométricas vêm sendo exploradas a partir de diferentes enfoques. Entretanto, em se tratando dos recortes que apresentamos a seguir, identificamos que a maioria das publicações encontradas evidencia somente uma das relações, ou de funções afins com progressões aritméticas, ou de funções exponenciais com progressões geométricas.

Da nossa leitura observamos que, apesar de usualmente funções e progressões serem trabalhadas de forma dissociada, há um empenho por parte de pesquisadores em mostrar a importância do estudo das relações de funções afins e exponenciais com progressões aritméticas e geométricas. A seguir seguem as propostas de cada pesquisa supracitada.

2.1.1 Pesquisa de Fonsêca (2013)

Fonsêca (2013) demonstra em sua dissertação que, a partir do estudo de progressões aritméticas e progressões geométricas pode-se fazer uma interligação com funções afins e funções exponenciais, respectivamente. Em seu trabalho são desenvolvidos dois capítulos nos quais são tratadas as definições, características, propriedades e representações gráficas das funções afim e exponencial, e em seguida é demonstrada a sua relação com a progressão aritmética e geométrica, respectivamente.

A proposta de Fonsêca (2013) com esse trabalho foi de apresentar uma maneira de ensinar esses conteúdos, que foram abordados em sua pesquisa, de forma integrada. Basicamente contempla um estudo dos temas: funções afins, funções exponenciais progressões aritméticas e progressões geométricas, propondo uma sequência metodológica que levem o aluno a aprender os conteúdos de forma expressiva e integrada. O aporte teórico adotado na pesquisa foram os Parâmetros Curriculares Nacionais, e alguns livros didáticos que deram suporte aos conceitos e definições dos conteúdos abordados.

O trabalho apresenta a construção de gráficos de função afim e de função exponencial, mas não mostra a representação gráfica de uma progressão aritmética ou de uma progressão geométrica. Quando relaciona as progressões às funções, o autor demonstra a recorrência da fórmula do termo geral da progressão aritmética e da progressão geométrica, apresentando a demonstração direta da relação com as funções afim e exponencial, respectivamente.

Através dessa pesquisa, Fonsêca (2013) concluiu que quando os alunos são levados a pensar sobre determinada situação e a partir dali chegam a uma conclusão, os resultados são mais satisfatórios, e, quando os conteúdos se relacionam entre si, a sua compreensão fica mais fácil. A pesquisa corrobora com a discussão da importância de se relacionar função afim e exponencial com progressão aritmética e geométrica, respectivamente, desenvolvendo estratégias que levem o aluno a manipular a sua aplicabilidade estabelecendo conexões que permitam uma melhor compreensão e aprendizagem do que é estudado. Entretanto, o autor não apresenta nenhuma aplicação deste método, junto a um grupo de alunos.

2.1.2 Pesquisa de Arruda (2013)

Em sua pesquisa Arruda (2013) aponta as semelhanças, diferenças, e relações existentes entre progressão geométrica, juros compostos e função exponencial, no que se refere ao ensino desses conteúdos, através da resolução de problemas. O trabalho inicia com uma investigação histórica mostrando que esses temas surgiram de forma correlacionada. Posteriormente apresenta conceitos e definições sobre cada conteúdo abordado.

No referencial teórico, Arruda (2013) buscou tomar conhecimento do que normatiza o currículo básico comum sobre esses assuntos, bem como as orientações pedagógicas presentes nos parâmetros curriculares nacionais. A partir da fundamentação teórica, foi feita uma análise de livros didáticos de matemática. Com a análise dos livros, o trabalho destaca os aspectos positivos e negativos de cada obra, evidenciando como os temas são abordados, se há ausência de algum deles, a qualidade das informações presentes e a preocupação em deixar explícita a relação existente entre os conteúdos.

A metodologia adotada na pesquisa de Arruda (2013) foi de apresentar sugestões de problemas contextualizados que possam contribuir para o ensino de progressão geométrica, juros compostos e função exponencial de forma independente ou correlacionados. O autor também teve a preocupação de mostrar quais habilidades o governo federal espera que os alunos possuam para resolver situações-problemas que constam no exame nacional do ensino médio envolvendo esses conteúdos.

Mesmo enfatizando que os conteúdos de progressão geométrica, juros compostos e função exponencial estão relacionados, Arruda (2013) em sua pesquisa não deixa explícito quais são as relações existentes. Verificamos ao analisar esta pesquisa de Arruda (2013) que o autor tem uma preocupação em identificar as relações, mas que em sua pesquisa não encontrou suporte para que os temas sejam trabalhados de forma correlacionada. Na busca dessas relações, Arruda (2013) acredita que a sequência de problemas apresentados em sua pesquisa sirva de conexão entre os três temas abordados, mas que é muito difícil encontrar autores que tenham a preocupação de explorar um conteúdo já ensinado previamente, ao introduzir um novo assunto.

2.1.3 Pesquisa de Schu e Pacini (2013)

O artigo de Schu e Pacini (2013) procurou relacionar o uso do software, planilha eletrônica conhecida como Microsoft/Excel, com o ensino da Progressão Aritmética (PA) conectada à Função Afim e com o ensino da Progressão Geométrica (PG) conectada à Função Exponencial, com o objetivo de relacionar conceitos e ferramentas, para que o aluno possa atribuir significado e construir conceitos a partir do Excel.

A metodologia adotada foi de um estudo de caso com uma turma do 3º ano do Ensino Médio com 38 alunos. Para a concretização do estudo, a sequência de atividades guiadas foi pensada a partir da análise de um questionário com sondagem de conteúdos. A apresentação das atividades aos alunos foi feita de forma coletiva através da apresentação de slides com o Microsoft/PowerPoint.

O referencial teórico do artigo relaciona-se principalmente com os autores: Fiorentini (2006), Piaget (1982), Moraes (1998), Vygotsky (2007), Pires (2000) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (2002).

Schu e Pacini (2013) em seu artigo fazem alguns apontamentos conclusivos:

> Usar a Informática como ferramenta de aprendizagem, desenvolver habilidades e competências, relacionar conteúdos que em geral são trabalhados de forma descontextualizada e isoladamente, propor mudanças de variáveis e cálculos algébricos, bem como retomar conteúdos, foram possíveis dentro de nossa proposta pedagógica. Essa visão da Matemática como uma maneira de pensar, como uma ligação e não simplesmente como uma matéria, é gratificante. Durante a escrita desse parágrafo uma aluna usou o Facebook®, eufórica, para dizer que as PGs estão também em Biologia e Geografia explicando, detalhadamente, suas observações e descobertas. Gostar de aprender, comunicar o que se está aprendendo com argumentação e representação também foi habilidades desenvolvidas especialmente nas conversas entre os próprios alunos.
>
> Também o software Excel pode proporcionar para o aluno uma autonomia ao buscar o conhecimento, ao fazer suas próprias hipóteses e confirmá-las ou refutá-las. É claro que também percebemos que há experiências já assimiladas, ideias e esquemas que fazem parte da experiência dos alunos e que essas ideias podem provocar uma transformação. (SCHU; PACINI, 2013, p.15)

Com a análise do artigo de Schu e Pacini (2013) verificou-se que a compreensão do processo de apropriação de conhecimentos pedagógico-tecnológicos em matemática abrange diferentes aspectos como a capacidade de descoberta, de fazer relações e de buscar soluções. Os estudos sobre o ensino da Progressão Aritmética (PA) vinculada à Função Afim e o ensino da Progressão Geométrica (PG) vinculada à Função Exponencial por Schu e Pacini (2013) corroboram com a proposta dessa pesquisa de dissertação que mostrará a importância de serem trabalhadas as relações entre os conteúdos.

2.1.4 Pesquisa de Souza (2015)

Souza (2015) em sua dissertação apresenta uma proposta de ensino da Função Afim, estruturada a partir dos pressupostos da teoria da Aprendizagem Significativa e da proposta metodológica de ensino Sequência Fedathi, utilizando como recurso tecnológico auxiliar o software Geogebra. Esta abordagem tem como objetivo oferecer condições para que os alunos, a partir de atividades pré-elaboradas, construam o conceito de Função Afim, partindo de um problema e, em seguida aprofundem este conceito fazendo simulações no ambiente do Geogebra. Foram apresentadas pelo autor as concepções a partir do livro didático sobre: a Função Afim; situações que recaem em uma Função Afim; a conexão entre Função Afim e a geometria analítica; a conexão entre Função Afim e Progressão Aritmética; a conexão entre Função Afim e exemplos de aplicações à Física.

A pesquisa inicia com um enfoque sobre o uso de tecnologias, depois mais especificamente sobre o uso do software GeoGebra como suporte pedagógico nas aulas de Matemática. Também são feitos apontamentos sobre a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, os Mapas Conceituais de Novak e a apresentação da Sequência Fedathi, proposta metodológica adotada na pesquisa de Souza (2015), com o intuito de melhorar o ensino da Matemática. A proposta sugere que o conteúdo não seja exposto ou apresentado diretamente ao aluno, sem que antes seja dada a este a oportunidade de pensar, raciocinar, refletir e propor soluções.

A pesquisa de Souza (2015) foi direcionada a alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública do Estado do Ceará. Como procedimento metodológico de investigação, foram utilizadas sessões didáticas estruturadas a partir da análise ambiental e teórica, seguindo as etapas da Sequência Fedathi. As sessões utilizadas foram: construção do conceito de Função Afim a partir da resolução de um problema; representação algébrica e gráfica da Função Afim com o auxílio do software Geogebra; análise do comportamento da Função Afim a partir da variação do coeficiente a com o auxílio do Geogebra; análise do comportamento da Função Afim a partir da variação dos coeficientes a e b com o auxílio do Geogebra.

A coleta de dados foi feita por um questionário e atividades desenvolvidas pelos alunos seguindo as sessões didáticas realizadas com o software GeoGebra. Durante o processo de construção e diferenciação de conceitos pelos alunos, o professor pesquisador Souza (2015) evitou dar respostas prontas às perguntas dos alunos.

Os resultados da análise qualitativa da pesquisa de Souza (2015) evidenciaram que os alunos vivenciaram o processo de construção do conceito assumindo uma postura autônoma em relação ao seu processo de aprendizagem. As conclusões do trabalho de Souza (2015) mostram que os alunos construíram o conceito de Função Afim a partir de um problema, bem como a posterior diferenciação deste conceito através de simulações no Geogebra e da utilização de Mapas Conceituais.

A pesquisa de Souza (2015) corrobora com a discussão de que o uso de tecnologias contribui como uma nova forma de lidar com a informação e o conhecimento, deixando de dar prioridade ao ensino restrito aos livros. Entretanto, a relação que seria de importância ao nosso estudo que é a conexão entre Função Afim e Progressão Aritmética foi apresentada pelo autor de forma teórica e não foi utilizada de forma exploratória na sessão didática desenvolvida com os alunos.

2.1.5 Pesquisa de Boschetto (2015)

A dissertação de Boschetto (2015) desenvolveu uma proposta de sequência didática para ensinar os conceitos relacionados à função afim com uso da metodologia de resolução de problemas e do programa computacional GeoGebra.

A metodologia adotada no trabalho de Boschetto (2015) de caráter qualitativo utilizou como instrumentos de coleta a sequência desenvolvida com os alunos da primeira série do ensino médio, baseada no trabalho de conceitos através da resolução de problemas com o uso do software GeoGebra. A sequência de atividades buscou dar ênfase para: a transferência da linguagem de situações-problema para a simbologia matemática; a localização de pontos no plano cartesiano e construção de gráficos de função afim; a determinação da lei de função afim conhecendo seus valores em dois pontos distintos; as Funções afins e progressões aritméticas; a construção e análise de gráficos de função afim através do GeoGebra.

O referencial teórico da pesquisa de Boschetto (2015) constituiu-se nos autores: Borba e Penteado (2012), Oliveira (2012), Polya (2006), Dante (1989) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

A conclusão da pesquisa de Boschetto (2015) confirma que a experimentação com o uso das tecnologias torna o aluno mais autônomo na formação do seu conhecimento e a aprendizagem foi verificada através de diferentes resoluções de problemas e uma participação ativa dos mesmos, fazendo com que gerassem conjecturas e verificassem os resultados obtidos. As visualizações práticas em gráficos através do software geram boa compreensão e auxiliam o aluno a investigar e sanar suas dúvidas.

A pesquisa de Boschetto (2015) deixa uma evidente preocupação com a abordagem da Função Afim, mas, ao fazer a relação com a Progressão Aritmética, apresenta uma única atividade abordando que a aplicação de qualquer PA de razão r na função afim gera a sequência formada pelas imagens $f(x)$ que têm razão $a.r$, no qual a é o coeficiente angular da função, não apresentando relação entre as representações gráficas, somente utilizando demonstração usando valores genéricos, que segundo Boschetto (2015), fizeram com que os alunos tivessem dificuldades de compreensão.

2.1.6 Pesquisa de Santos e Silva (2016)

O artigo de Santos e Silva (2016) é fruto de um trabalho com atividades realizadas no ano de 2016 para ensinar matemática a professores em formação inicial e também a estudantes do segundo e terceiro ano do Ensino Médio, com o objetivo de revisar o tema progressão aritmética e função afim, bem como suas relações, utilizando software GeoGebra.

Com embasamento teórico em Borba e Penteado (2010), Lorenzato (2010) e estando de acordo com as orientações curriculares de matemática do Ensino Médio, foi desenvolvida uma atividade com o uso do GeoGebra em que foi construída uma Progressão Aritmética e mostrada sua relação com a função afim.

Após o desenvolvimento da atividade, Santos e Silva (2016) concluíram que com novos métodos de ensino pode-se despertar nos alunos um maior interesse e um melhor aprendizado e rendimento, favorecendo a compreensão dos assuntos abordados, além de num mesmo ambiente apresentar representações diferentes de um mesmo conteúdo.

Como resultado o artigo de Santos e Silva (2016) mostra que a compreensão do processo de apropriação de conhecimentos pedagógico através do uso de tecnologias é benéfica. Mas não apontam nenhuma conclusão que evidencie que através da atividade desenvolvida, os envolvidos conseguiram estabelecer a relação existente entre uma Progressão Aritmética com uma função afim.

2.2 O uso de tecnologias digitais no Ensino de Matemática

A forma acelerada com que as inovações tecnológicas vêm tomando espaço durante as últimas décadas é uma característica marcante da nossa sociedade. A cada dia surgem novos softwares ou versões mais atualizadas que permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a Educação.

Segundo Borba et al. (2014), quando olhamos parte das pesquisas em educação matemática desenvolvidas nos últimos 30 anos no Brasil, notam-se diversas perspectivas e propostas em relação ao uso pedagógico de tecnologias para investigação matemática.

No Quadro 2.2 a seguir, reproduzimos um quadro em que Borba et al. (2014) apresenta resumidamente aspectos e elementos que caracterizam quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática.

Quadro 2.2: Quadro das quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática

	Tecnologias	**Natureza ou base tecnológica das atividades**	**Perspectivas ou noções teóricas**	**Terminologia**
Primeira fase (1985)	Computadores; calculadoras simples e científicas.	LOGO Programação.	Construcionismo; micromundo.	Tecnologias informáticas (TI).
Segunda fase (início dos anos 1990)	Computadores (popularização); calculadoras gráficas.	Geometria dinâmica (Cabri Géomètre; Geometriks); múltiplas representações de funções (Winplot, Fun, Mathematica); CAS (Maple); jogos.	Experimentação, visualização e demonstração; zona de risco; conectividade; ciclo de aprendizagem construcionista; seres-humanos-com-mídias.	TI; software educacional; tecnologia educativa.
Terceira fase (1999)	Computadores, laptops e internet.	Teleduc; e-mail; chat; fórum; google.	Educação a distância online; interação e colaboração online; comunidades de aprendizagem.	Tecnologias da informação e comunicação (TIC).
Quarta fase (2004)	Computadores; laptops; tablets; telefones celulares; internet rápida.	GeoGebra; objetos virtuais de aprendizagem; Applets; vídeos; YouTube; WolframAlpha; Wikipédia; Facebook; ICZ; Second Life; Moodle.	Multimodalidade; telepresença; interatividade; internet em sala de aula; produção e compartilhamento online de vídeos; performance matemática digital.	Tecnologias digitais (TD); tecnologias móveis ou portáteis.

Fonte: BORBA et al. (2014, p.39)

Com esse quadro os autores sintetizam as quatro fases da tecnologia no Brasil. “A 1ª fase é caracterizada pelo uso do software LOGO, que teve início em 1985, na qual pesquisadores investigavam acerca de possibilidades do uso de TI na transformação de práticas pedagógicas e didáticas” (BORBA et al., 2014, p.18). A 2ª fase teve início na primeira metade dos anos 1990, com a acessibilidade e a popularização do uso de computadores pessoais, houve muitas perspectivas sobre como professores, pesquisadores e estudantes viam o papel do computador nas suas vidas pessoais e profissionais. Mas, conforme Borba et al. (2014) “muitos nunca utilizaram um computador durante essa fase, por razões de desconhecimento de sua existência, desinteresse, falta de oportunidade ou medo”. Na 3ª fase, por volta de 1999, a internet começa a ser utilizada como fonte de informação e como meio de comunicação. Nessa fase surge e se consolida o termo “tecnologia de informação e comunicação”, bem como investigações sobre questões de como Matemática é transformada em ambientes virtuais, entre outros. A 4ª fase, segundo os autores, é a que estamos vivendo, com o advento da internet rápida em meados de 2004, em que se torna comum o uso da expressão “tecnologias digitais”. Apesar de estarmos na quarta fase em relação à presença e uso das tecnologias digitais no ensino, segundo Borba et al. (2014), uma considerável parcela de professores nunca utilizaram esses recursos em suas aulas, ou seja, não chegaram nem na 1ª fase ainda.

Nos PCNs+, encontramos:

> Nesse contexto, as calculadoras e o computador ganham importância como instrumentos que permitem a abordagem de problemas com dados reais ao mesmo tempo que o aluno pode ter a oportunidade de se familiarizar com as máquinas e os softwares. Este tema estruturador permite o desenvolvimento de várias competências relativas à contextualização sociocultural, como a análise de situações reais presentes no mundo contemporâneo e a articulação de diferentes áreas do conhecimento. Contribui também para a compreensão e o uso de representações gráficas, identificação de regularidades, interpretação e uso de modelos matemáticos e conhecimento de formas específicas de raciocinar em Matemática. (BRASIL, 2002, p. 127)

A possibilidade da utilização de novas tecnologias no ensino da Matemática traz situações de desafio que despertam novas perceptivas quanto ao ensino. A presença de computadores em sala de aula pode propiciar o enriquecimento das atividades de ensino da Matemática proporcionando grandes avanços no processo de ensino-aprendizagem, através de diferentes formas de utilização, explorando ao máximo os seus recursos.

> O acesso à informática deve ser visto como um direito e, portanto, nas escolas públicas e particulares o estudante deve poder usufruir de uma educação que

> no momento atual inclua, no mínimo, uma “alfabetização tecnológica”. Tal alfabetização deve ser vista não como um Curso de Informática, mas, sim, como um aprender a ler essa nova mídia. Assim, o computador deve estar inserido em atividades essenciais, tais como aprender a ler, escrever, compreender textos, entender gráficos, contar, desenvolver noções espaciais etc. E, nesse sentido, a informática na escola passa a ser parte da resposta a questões ligadas à cidadania. (BORBA; PENTEADO, 2012, p. 17)

Em contato com as tecnologias é possível utilizar softwares, que constituem um importante instrumento para a aquisição de novos conhecimentos, como ferramenta no auxílio de resolução de problemas para obter resultados eficientes no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, estando de acordo com Orientações Curriculares para o Ensino Médio, donde extraímos:

> Já se pensando na Tecnologia para a Matemática, há programas de computador (softwares) nos quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos, referidos a seguir como programas de expressão. Os programas de expressão apresentam recursos que provocam, de forma muito natural, o processo que caracteriza o “pensar matematicamente”, ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas. São características desses programas: [...] oferecer diferentes representações para um mesmo objeto matemático – numérica, algébrica, geométrica; [...] permitir a manipulação dos objetos que estão na tela. (BRASIL, 2006, p. 88)

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio ainda destacam que

> No uso de tecnologia para o aprendizado da Matemática, a escolha de um programa torna-se um fator que determina a qualidade do aprendizado. É com a utilização de programas que oferecem recursos para a exploração de conceitos e ideias matemáticas que está se fazendo um interessante uso de tecnologia para o ensino da Matemática. Nessa situação, o professor deve estar preparado para interessantes surpresas: é a variedade de soluções que podem ser dadas para um mesmo problema, indicando que as formas de pensar dos alunos podem ser bem distintas; a detecção da capacidade criativa de seus alunos, ao ser o professor surpreendido com soluções que nem imaginava, quando pensou no problema proposto; o entusiástico engajamento dos alunos nos trabalhos, produzindo discussões e trocas de ideias que revelam uma intensa atividade intelectual. (BRASIL, 2006, p. 89-90)

No que diz respeito à informática no ensino da matemática deve existir uma coerência entre conteúdos, objetivos e métodos. Conforme Borba e Penteado (2012, p.37) “as atividades, além de naturalmente trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da disciplina: a experimentação”. A autossuficiência provocada pela utilização da informática desenvolve no discente a construção do conhecimento através do processo de investigação. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 141): “a riqueza de explorações que as investigações proporcionam facilita o estabelecimento de conexões entre temas matemáticos, aspecto que, por vezes, é descurado na prática em virtude das dificuldades de concretização".

A integração teoria e prática torna-se muito interessante com a intervenção da informática, visto que

> Investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é o estilo de conjectura – teste – demonstração. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013, p. 10)

Os softwares educativos servem para auxiliar o professor a utilizar o computador como ferramenta pedagógica de maneira mais fácil, rápida e eficiente. Calculadoras gráficas e softwares que possibilitam o traçado de gráficos de funções têm sido utilizados de forma acentuada ao longo dos anos. A partir da incorporação dos novos recursos procura-se mudança nos métodos de ensino; entretanto, é importante que os educadores sejam bastantes críticos e objetivos ao utilizarem esta ferramenta em aula, para que os conceitos não sejam distorcidos e sejam trabalhados de forma coerente. Por isso, segundo Gravina e Santarosa (1999), pode-se dizer que os ambientes informatizados apresentam-se como simples ferramentas de suporte ao processo de ensino e aprendizagem.

> Mas os ambientes informatizados, na forma que se apresentam hoje, por si só, não garantem a construção do conhecimento. Para que haja avanço no conhecimento matemático, é importante que o professor projete as atividades para serem desenvolvidas. Uma tarefa difícil é conciliar o que se julga importante a ser aprendido (e é matemática socialmente aceita que fornece os parâmetros para tal) com a liberdade de ação do aluno. (GRAVINA; SANTAROSA, 1999, p.86)

É interessante uma reflexão de como o ensino da matemática pode vir a se utilizar dos recursos da informática, e de seus programas. Existem várias maneiras de se utilizar softwares matemáticos; basta escolher um software computacional adequado ao que se pretende desenvolver.

> Quando decidimos que a tecnologia informática vai ser incorporada em nossa prática, temos que, necessariamente, rever a relevância da utilização de tudo o mais que se encontra disponível. Certamente, ao fazermos nossas opções, corremos o risco de deixar de lado certas coisas que julgávamos importante. Mas, aqui, novamente, é preciso considerar qual é o objetivo da atividade que queremos realizar e saber se ela não pode ser desenvolvida com maior qualidade pelo uso, por exemplo, de um software específico. Não significa que vamos abandonar as outras mídias, mas temos que refletir sobre sua adequação. (BORBA; PENTEADO, 2012, p.64)

2.3 A escolha do software GeoGebra

O software Geogebra foi utilizado como recurso nesta pesquisa para agilizar a elaboração das representações gráficas a fim de permitir e facilitar a alternância entre os registros analíticos e gráficos que representam as relações de funções afins e exponenciais com progressões aritméticas e geométricas.

A característica mais destacável do GeoGebra é a percepção dupla dos objetos: cada expressão na janela de Álgebra corresponde a um objeto na Zona de Gráficos e vice-versa. O GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação analítica; sendo assim, então uma ferramenta que oportuniza dinamizar e consolidar significativamente o trabalho pedagógico em matemática. Gravina e Santarosa salientam esta propriedade:

> Quanto ao potencial das múltiplas representações, considerando que um mesmo objeto matemático pode receber diferentes representações e que estas registram diferentes facetas do mesmo, uma exploração que transita em diferentes sistemas torna-se significativa no processo de construção do conceito. (GRAVINA; SANTAROSA, 1999, p. 79)

Em particular, a partir de uma função básica e de seu gráfico, Gravina e Santarosa (1999) afirmam que o aluno passa a explorar o recurso de múltiplas representações, no caso analítica e geométrica, favorecendo a construção de relações entre operações algébricas na expressão da função e movimentos geométricos em gráficos.

> Por exemplo, a uma função pode-se associar uma representação gráfica que evidencia variações qualitativas, [...] ou ainda um fenômeno cujo comportamento é dado pela função. Ou ainda, pode-se estudar família de funções sob o ponto de vista de operações algébricas e correspondentes movimentos geométricos nos gráficos associados. (GRAVINA; SANTAROSA, 1999, p. 79-80)

A representação dinâmica confere ao software uma distinção dos registros previamente apresentados (língua natural, geométrico, gráfico, sistemas de numeração). A análise do comportamento de funções pode ser feito através do estudo da variação observada no gráfico de funções a partir dos comandos e alterações realizadas nos coeficientes das representações algébricas destas funções. A partir de uma construção é possível aplicar movimento a seus elementos, sendo preservadas as propriedades geométricas. Para o estudo das funções e das equações da geometria analítica, existe a possibilidade de trabalhar com diversos sistemas de coordenadas, entre as quais as coordenadas cartesianas.

Conforme as Orientações Curriculares para o Ensino Médio destacam que

> Para o estudo das funções, das equações e das desigualdades da geometria analítica (retas, círculos, cônicas, superfícies), tem-se uma grande variedade de programa de expressão. Em muitos desses programas, pode-se trabalhar tanto com coordenadas cartesianas como com coordenadas polares. Os recursos neles disponibilizados facilitam a exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea, e isso ajuda o aluno a entender o conceito de função, e o significado geométrico do conjunto-solução de uma equação – inequação. (BRASIL, 2006, p. 89)

A utilização de softwares proporcionam diferentes modos de ensinar e aprender matemática. Sobre a importância do uso dos ambientes de geometria dinâmica, Gravina (2001) afirma que

> Os ambientes de geometria dinâmica também incentivam o espírito de investigação matemática: sua interface interativa, aberta à exploração e à experimentação, disponibiliza os experimentos de pensamento. Manipulando diretamente os objetos na tela do computador, e com realimentação imediata, os alunos questionam o resultado de suas ações/operações, conjeturam e testam a validade das conjeturas. (GRAVINA, 2001, p. 89-90)

Segundo Gravina e Santarosa (1999), a aprendizagem da Matemática depende de ações que caracterizem o "fazer matemática": experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar. Para tanto, o professor deve projetar desafios que estimulem o questionamento, a colocação de problemas e a busca de solução.

2.4 Registros de representação semiótica utilizados na Matemática

"A Matemática é, por excelência, uma área de conhecimento que depende de sistemas de representação que fazem uso da linguagem natural e de signos" (GRAVINA, 2015); são os chamados sistemas de representação semiótica. Gravina (2015) afirma que com as tecnologias digitais, novas possibilidades de criação, produção e veiculação de conhecimento aparecem com a possibilidade de interagir com sistemas dinâmicos de representação, exercendo um contínuo processo de ação/reação entre sujeito e ferramenta.

A aprendizagem matemática a partir dos registros de representação semiótica considera a necessidade de assimilação conceitual dos conceitos matemáticos. Duval (2003) salienta que os conceitos e conteúdos matemáticos são abstrações desencadeadas por processos de generalização, daí a necessidade das representações semióticas para que ocorra a apreensão do objeto matemático.

As representações semióticas utilizadas em Matemática são classificadas por Duval (2003), em quatro tipos de registros distintos:

- Língua Natural: consiste em uma representação na forma de associações verbais através da argumentação e dedução a partir de observações ou definições conceituais;

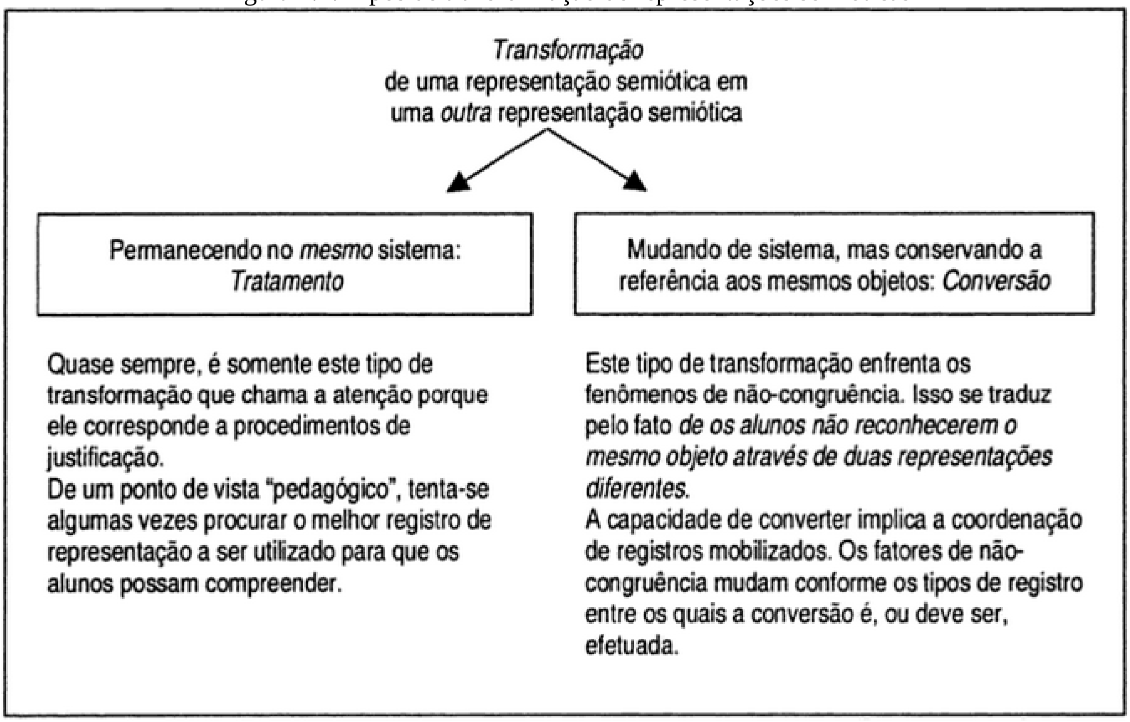
- Figuras Geométricas: construções com instrumentos de figuras planas ou em perspectiva e com apreensão operatória;

- Sistemas de Escrita: representações numéricas, algébricas ou simbólicas;

- Gráficos Cartesianos: mudanças de sistema de coordenadas, interpolação e extrapolação.

Existe a possibilidade de troca a todo o momento dos diferentes registros de representação. Duval (2003) identifica dois tipos distintos de transformações das representações semióticas: os Tratamentos e a Conversões que são apresentados na Figura 2.1.

Figura 2.1: Tipos de transformação de representações semióticas



Fonte: DUVAL (2013, p.15)

O *Tratamento* é a transformação de uma representação em outra, dentro do mesmo registro. A *Conversão* são transformações que consistem na mudança de registro, por exemplo, a passagem do registro gráfico para a forma analítica e vice-versa. Duval (2003) propõe, visando a compreensão em Matemática, que se envolva a apropriação de ao menos dois Registros de Representação Semiótica. Neste trabalho será utilizada a *Conversão*, pois o objeto matemático continuará a ser o mesmo; o que mudará será seu registro de representação propiciando a compreensão em suas diferentes dimensões, estabelecendo um vínculo entre o aprender e o entender Matemática.

A *Conversão* dos registros está em acordo com o PCNs+ (2002) que afirmam que é necessário dominar códigos e nomenclaturas da linguagem matemática, compreender e interpretar desenhos e gráficos e relacioná-los à linguagem discursiva. Duval (2009) afirma que representações diferentes de um mesmo objeto matemático apresentam conteúdos diferentes, ou seja, são situações diferentes trabalhar com um gráfico ou com a forma analítica, embora representem o mesmo objeto matemático. Ainda segundo Duval (2009), a passagem de um sistema de representação para outro é fator frequente na atividade matemática, porém, não tem nada de evidente e espontâneo para a maioria dos alunos.

Gravina (2015) procura mostrar o quão importante são os registros de representação no processo de aprendizagem matemática, salientando que uma característica dos softwares de geometria dinâmica é a representação semiótica que informa relação funcional entre objetos geométricos.

Neste trabalho foi escolhido o software GeoGebra, que possibilita a representação de um mesmo objeto por diferentes formas de registros e com a vantagem de que podem ser visualizadas ao mesmo tempo, o que torna a percepção conceitual dos objetos matemáticos mais expressiva.

2.5 O estudo de funções

O conteúdo de funções é um dos mais estudados na Educação Básica, começando no Ensino Fundamental com uma breve introdução, sendo aprofundado no Ensino Médio e até mesmo no Superior, em alguns casos. Funções servem para descrever fenômenos através de modelos matemáticos que expressam e relacionam grandezas. Conforme as Orientações Curriculares para o Ensino Médio

> O estudo de Funções pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. Também é interessante provocar os alunos para que apresentem outras tantas relações funcionais e que, de

> início, esbocem qualitativamente os gráficos que representam essas relações, registrando os tipos decrescimento e decrescimento (mais ou menos rápido). (BRASIL, 2006, p. 72)

De acordo com os PCNs+

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções.
>
> [...] o ensino pode ser iniciado diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente. (BRASIL, 2002, p.121)

Segundo os PCNs de matemática para o Ensino Médio, ao estudo de funções deve ser dada menor ênfase à linguagem formal. O ensino não deve deixar de mostrar que o conteúdo estudado permite analisar de forma crítica e analítica as situações cotidianas.

> Usualmente, a ênfase para o ensino de funções se dá via álgebra. Assim é comum encontrarmos em livros didáticos um grande destaque para a expressão analítica de uma função e quase nada para os aspectos gráficos ou tabulares. Tal destaque muitas vezes está ligado à própria mídia utilizada. Sabemos que é difícil a geração de diversos gráficos num ambiente em que predomina o uso de lápis e papel e, então, faz sentido que não se dê muita ênfase a esse tipo de representação. (BORBA; PENTEADO, 2012, p. 31-32)

Ainda de acordo com os PCNs,

> Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. (BRASIL, 1999, p. 43-44)

Para a compreensão e análise do comportamento de gráficos de funções, como as alterações que estes sofrem quando ocorrem mudanças nos parâmetros de suas equações, utiliza-se como recurso softwares, que auxiliam na compreensão de conceitos e representação gráfica. O software GeoGebra auxilia no ensino das funções, sendo sua dinâmica entre os sistemas algébrico e geométrico de representação uma poderosa ferramenta para o estudo do comportamento das funções. Este software permite estudar graficamente, algebricamente e numericamente as taxas de variação média e instantânea, que mudam de acordo com a posição de um ponto sobre o gráfico da função. No software, as funções também podem ser definidas em termos de parâmetros, os quais podem ser alterados através de controles deslizantes, permitindo a visualização e a percepção de como varia o comportamento da função, em decorrência de cada alteração de parâmetro.

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio é importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes (BRASIL, 2006, p. 72).

A abordagem dada ao ensino de funções enfatiza a importância de se trabalhar de forma integrada com as diversas formas de representação: 1) na forma de linguagem escrita, através de uma situação-problema; 2) na forma da lei de formação, que associa cada elemento x a um dos elementos y da função; 3) através de uma tabela de pares ordenados; 4) pela representação gráfica. Conforme Borba e Penteado (2012) essa nova abordagem só ganha força com ambientes computacionais que geram gráficos vinculados a tabelas e expressões.

Conforme os PCNs+ (2002) os problemas de aplicação não devem ser deixados para o final do estudo, mas devem ser motivo e contexto para o aluno aprender funções. A riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas. Além disso, o ensino de funções possibilita ao aluno aprender a ter um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas.

2.5.1 A Função Afim

Quando nos referirmos à função afim, destacamos como referência Giovanni e Bonjorno (2005), Iezzi et al. (2005), Dante (2013), Gonçalves (2016) e Gomes (2017).

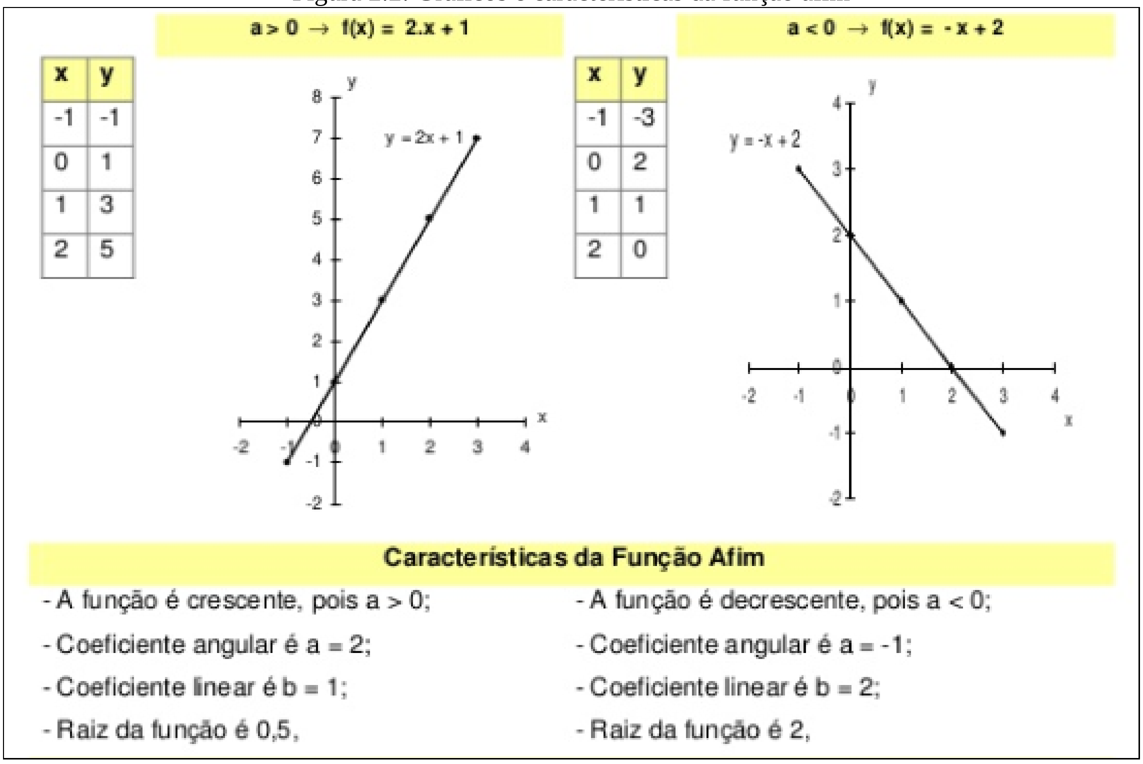
Utilizadas em problemas contextualizados, as funções afim descrevem situações em que, na relação entre as variáveis, observa-se uma proporcionalidade.

Como podemos representar uma função de várias maneiras, é possível fazer a conversão de uma representação para outra. A representação gráfica é uma ferramenta poderosa na análise de uma função, e com ela podemos determinar a lei de formação da função, bem como seu comportamento (crescente ou decrescente).

Chama-se função polinomial do 1º grau, ou função afim, a qualquer função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada pela lei de formação $f(x)=ax+b$, sendo $a \neq 0$ com a e $b \in \mathbb{R}$. Na função $f(x)=ax+b$, o número a é chamado de coeficiente de x ou coeficiente angular e está relacionado com a inclinação da reta em relação ao eixo O*x*. O número *b* é chamado de termo constante ou coeficiente linear que é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo O*y*.

O gráfico de coordenadas cartesianas pode ser montado de acordo com os valores de *a* e *b* e será sempre uma reta oblíqua aos eixos x e y como observado na Figura 2.2. Vale lembrar que para determinarmos uma reta e esta será única, dois pontos distintos são suficientes.

Figura 2.2: Gráficos e características da função afim



Fonte: GONÇALVES (2016, p. 53)

Vale destacar que se chama raiz ou zero de uma função o valor de *x* tal que *f*(*x*)=0. Para uma função afim, será o valor da abscissa do ponto em que a reta corta o eixo O*x*.

2.5.2 A Função Exponencial

Frequentemente, lidamos com funções do tipo $y = f(x)$ em que a taxa de variação da variável dependente y é proporcional ao próprio y; neste caso $y = f(x)$ é uma função exponencial. Essa funções são aplicadas em diversas áreas do conhecimento como matemática financeira, crescimento de populações, intensidade sonora, pH de substâncias e outras. Assim como uma função afim, a função exponencial também pode apresentar diversos tipos de representações, com a possibilidade de conversão entre elas.

Quando nos referirmos à função exponencial, destacamos como referência Giovanni e Bonjorno (2005), Iezzi et al. (2005), Dante (2013), Gonçalves (2016) e Gomes (2017).

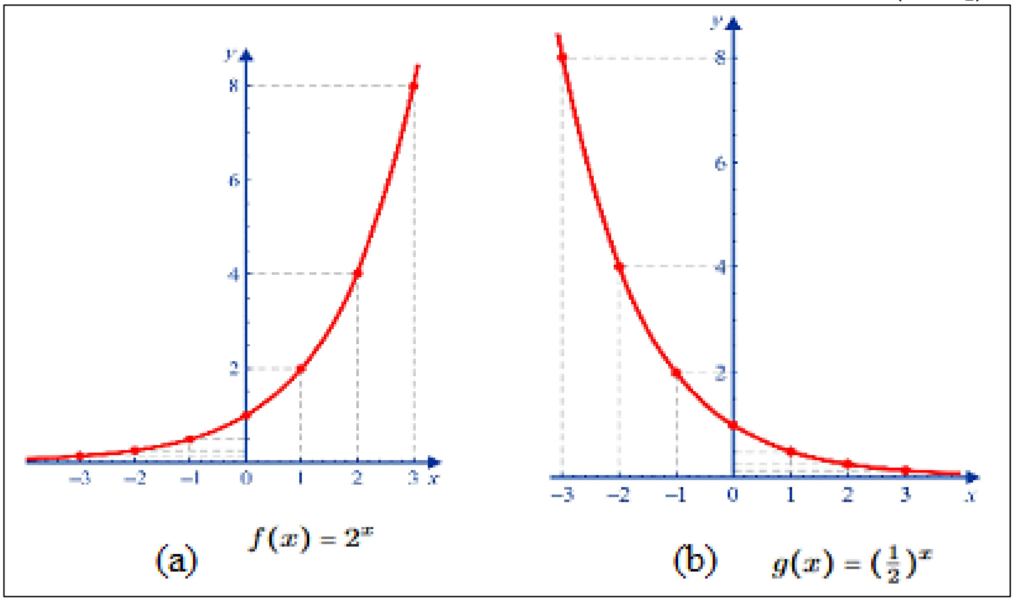
Chamamos de funções exponenciais aquelas nas quais temos a variável aparecendo no expoente. A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = a^x$, com a sendo um número real, $a > 0$ e $a \neq 1$, é chamada função exponencial de base a.

A função é restrita para $a \neq 1$, pois caso a fosse igual a 1, teríamos uma função constante, e não exponencial, uma vez que teríamos $f(x) = 1^x$, e um elevado a qualquer número x real resultará sempre um. A base a não pode ser igual a zero, porque na potenciação, aprendemos que 0^0 é indeterminado e, portanto, $f(x) = 0^x$ seria um valor indeterminado quando $x=0$. Além disso, a não pode ser negativo, pois neste caso, ao tentarmos calcular $a^{\frac{1}{n}}$, na qual n é par, por exemplo: $(-3)^{\frac{1}{2}}$, não obteríamos um valor real, visto que não existem raízes reais de radicando negativo e índice par.

Quando queremos representar o gráfico de uma função exponencial, fixamos alguns valores para x, determinamos o valor de $y=f(x)$, correspondente, e construímos uma tabela com os pontos $(x, f(x))$ que localizaremos no plano cartesiano para, finalmente, traçarmos a curva do gráfico.

As funções exponenciais podem ser classificadas como crescentes ou decrescentes, dependendo do valor da base a. Em todo o domínio da função, quando $a > 1$, a função exponencial será crescente, Figura 2.3 (a), e quando $0 < a < 1$, teremos uma função exponencial decrescente, como ilustrado na Figura 2.3 (b).

Figura 2.3: Gráfico da função exponencial: (a) crescente ($a = 2$); (b) decrescente $\left(a = \frac{1}{2}\right)$



Fonte: GOMES (2017, p. 466)

2.6 O estudo de progressões

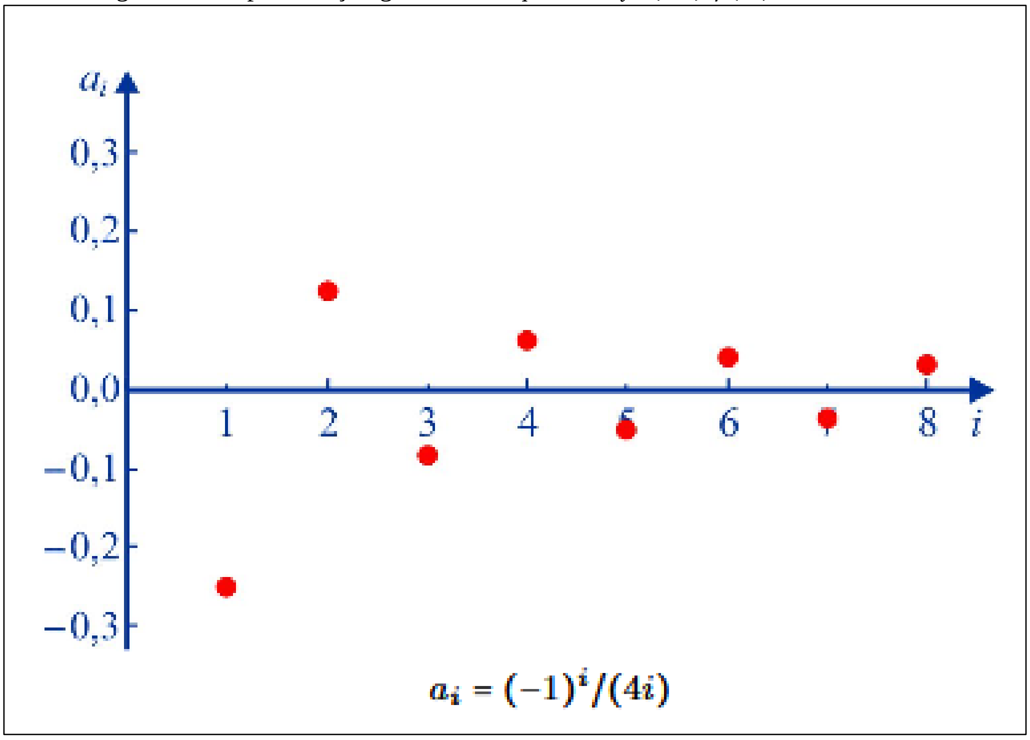
Quando nos referirmos a sequências e progressões, destacamos como referência Giovanni e Bonjorno (2005), Iezzi et al. (2005), Paiva (2009), Dante (2013), Gonçalves (2016) e Gomes (2017).

Apresentaremos as sequências, dando ênfase aos dois tipos principais: as progressões aritméticas e geométricas. As sequências têm muitas aplicações, tanto em nosso cotidiano como dentro da própria matemática. Uma sequência é uma função cujo domínio é o conjunto de números naturais $N=\{1, 2, 3,...\}$. Se n é um número natural, o valor da função em n é expresso por a_n. Como os números naturais são ordenados, podemos representar os valores da função por meio da lista ordenada de termos

$$a_1, a_2, a_3,..., a_n,...$$

em que: a_1 é o primeiro termo, a_2 o segundo termo, ..., e a_n é o enésimo termo da sequência. As sequências podem ser facilmente representadas no plano Cartesiano, bastando para isso que associemos ao i-ésimo termo o par ordenado (i, a_i) como mostra a Figura 2.4.

Figura 2.4: Representação gráfica da sequência $a_i = (-1)^i/(4i)$, i= 1, 2, 3,..., 8



Fonte: GOMES (2017, p. 538)

Existem poucos trabalhos desenvolvidos sobre progressões. Entretanto o aluno ficará mais motivado e entenderá melhor as progressões quando reconhecer e/ou identificar sua relação com funções. Esta importância da relação é explorada nos documentos oficiais como PCNs+ que afirmam

> Com relação às sequências, é preciso garantir uma abordagem conectada à ideia de função, na qual as relações com diferentes funções possam ser analisadas. O estudo da progressão geométrica infinita com razão positiva e menor que 1 oferece talvez a única oportunidade de o aluno estender o conceito de soma para um número infinito de parcelas, ampliando sua compreensão sobre a adição e tendo a oportunidade de se defrontar com as ideias de convergência e de infinito. Essas ideias foram e são essenciais para o desenvolvimento da ciência, especialmente porque permitem explorar regularidades. O ensino desta unidade deve se ater à lei de formação dessas sequências e a mostrar aos alunos quais propriedades decorrem delas. Associar às sequências seus gráficos e relacionar os conceitos de sequência crescente ou decrescente aos correspondentes gráficos permite ao aluno compreender melhor as ideias envolvidas, ao mesmo tempo que dá a ele a possibilidade de acompanhar o comportamento de uma sequência sem precisar decorar informações. (BRASIL, 2002, p.121)

Conforme as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006),

> as progressões aritmética e geométrica podem ser definidas como, respectivamente, funções afim e exponencial, em que o domínio é o conjunto dos números naturais. Não devem ser tratadas como um tópico independente, em que o aluno não as reconhece como funções já estudadas. Devem-se evitar as exaustivas coletâneas de cálculos que fazem simples uso de fórmulas (“determine a soma...”, “calcule o quinto termo...”). (BRASIL, 2006, p. 75)

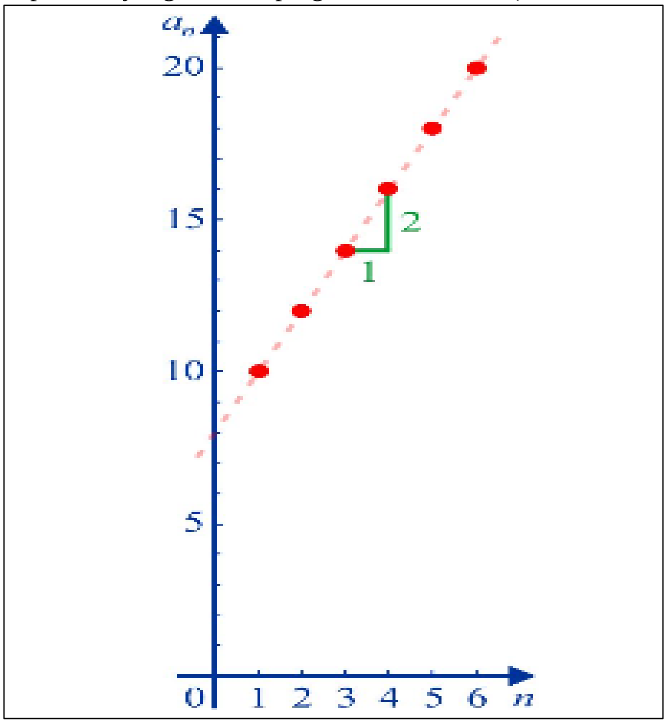
2.6.1 Progressão Aritmética e a relação com uma Função Afim

Uma progressão aritmética é uma sequência na forma a_1, a_1+r, a_1+2r, a_1+3r, a_1+4r, a_1+5r,..., em que a_1 é o primeiro termo e r é a razão da sequência. O termo geral de uma progressão aritmética é

$$a_n = a_1 + (n-1)\ .\ r.$$

Os pontos vermelhos apresentados na Figura 2.5 constituem a representação gráfica da progressão aritmética com $a_1 = 10$ e $r = 2$. Nos pontos: (1, 10), (2, 12), (3, 14), (4, 16), (5, 18), (6, 20),..., a coordenada vertical de cada ponto fornece o elemento (termo) da sequência, enquanto a sua posição (ordem) é dada pela coordenada horizontal.

Figura 2.5: Representação gráfica da progressão aritmética (10, 12, 14, 16, 18, 20, ...)



Fonte: GOMES (2017, p. 552)

A linha tracejada que aparece no gráfico serve apenas para indicar que a progressão aritmética é a versão discreta da função afim, na qual a variável – que aqui denominamos *n* – só pode assumir os valores inteiros positivos 1, 2, 3,... A razão *r* da sequência é a inclinação da reta associada à função afim, conforme indicado em verde na Figura 2.5.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais, tem-se:

> O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, [...] Um primeiro exemplo disso pode ser observado com relação às funções. O ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui. [...] As sequências, em especial progressões aritméticas e progressões geométricas, nada mais são que particulares funções. (BRASIL, 1999, p. 255)

A relação entre as funções afins e as Progressões Aritméticas se dá como segue. Para determinar a função afim $f(x)$ relacionada com uma PA $(a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...)$, podemos começar por escrever a fórmula do seu termo geral, isto é, em

$$a_n = a_1 + (n-1) \,.\, r,$$

substituímos a_1 e r, pelos seus valores. Por exemplo, para a PA (10, 12, 14, 16,...), que corresponde a a_1=10 e $r = 2$ obtemos:

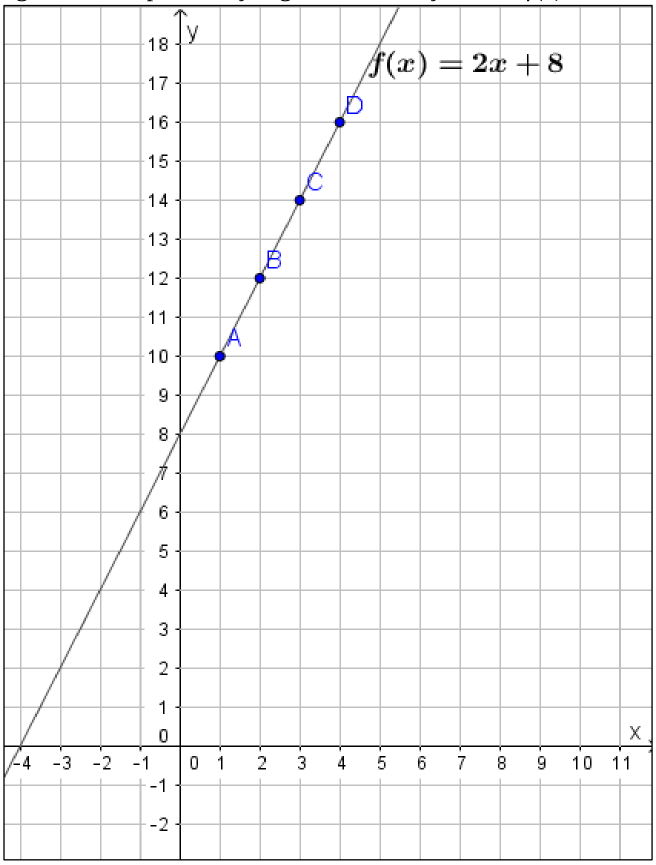
$$a_n = 10 + (n-1) \,.\, 2$$

$$a_n = 10 + 2n - 2$$

$$a_n = 2n + 8, \text{ para } n = 1, 2, 3, \ldots$$

Após estender o domínio, partindo do conjunto dos naturais $\mathbb{N}$ ($n \in \mathbb{N}$) para $\mathbb{R}$, visto que $x \in \mathbb{R}$, basta agora, substituir n por x *e* a_n por $f(x)$, para obter a função afim: $y=f(x)=2x+8$, cujo gráfico é apresentado na Figura 2.6, juntamente com os pontos $(1, a_1)$, $(2, a_2)$, $(3, a_3)$, ..., (n, a_n), ... da PA relacionada com esta função afim.

Figura 2.6: Representação gráfica da função afim $f(x) = 2x + 8$



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Outra forma de se obter a função afim relacionada com uma PA cujo primeiro termo é a_1 e a razão é r, sem passar pela construção da fórmula do seu termo geral, consiste em escrever:

$$f(x) = ax + b;$$

na expressão acima a é igual ao valor de r da PA, e b, o valor em que a reta intercepta o eixo Oy, isto é que corresponde a $x = 0$, é igual ao valor de $a_1 - r$, que teria um termo a_0 da PA, que antecedesse o a_1. No mesmo exemplo acima, com $a = r = 2$, e $b = a_1 - r = 10 - 2 = 8$, obtemos, como anteriormente:

$$f(x) = 2x + 8.$$

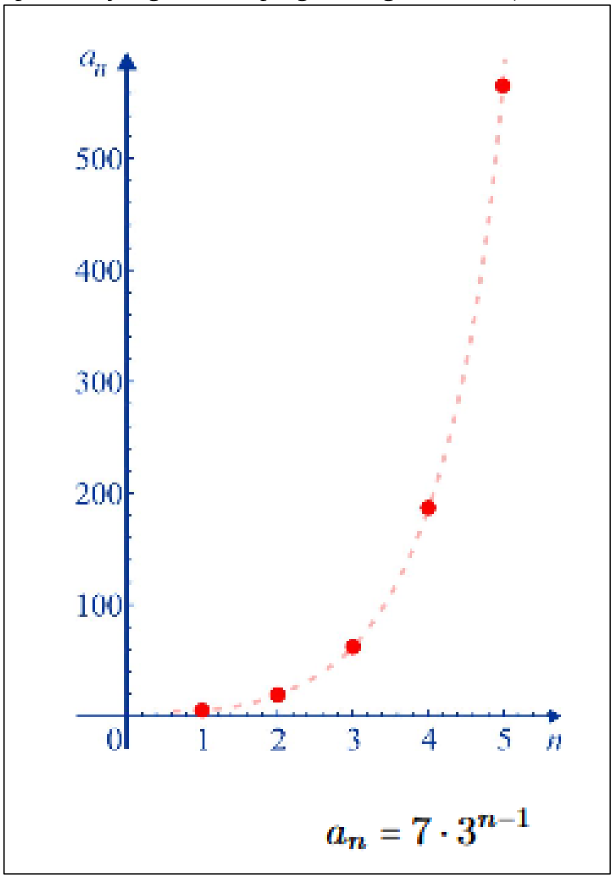
2.6.2 Progressão Geométrica e a relação com uma Função Exponencial

Além das progressões aritméticas, que são a versão discreta da função afim, há um segundo tipo importante de sequência, denominado progressão geométrica, que está associado à função exponencial. Uma progressão geométrica é uma sequência na forma a_1, $a_1.\ q$, $a_1.\ q^2$, $a_1.\ q^3$, $a_1.\ q^4$, $a_1.\ q^5$,... em que a_1 é o primeiro termo e q é a razão da sequência. O termo geral de uma progressão geométrica é

$$a_n = a_1 .\ q^{n-1}.$$

Os pontos vermelhos apresentados na Figura 2.7 constituem a representação gráfica da progressão geométrica com $a_1 = 7$ e $q = 3$. Nos pontos: (1, 7), (2, 21), (3, 63), (4, 189), (5, 567), ..., a coordenada vertical de cada ponto fornece o elemento (termo) da sequência, enquanto a sua posição (ordem) é dada pela coordenada horizontal.

Figura 2.7: Representação gráfica da progressão geométrica (7, 21, 63, 189, 567,...)



Fonte: GOMES (2017, p. 565)

Notemos que o gráfico é formado apenas pelos pontos vermelhos. A linha tracejada foi incluída apenas para salientar que a progressão geométrica é a versão discreta da função exponencial. O gráfico da progressão geométrica é composto pelos pontos da curva definida pela função exponencial.

A relação entre as funções exponenciais e as Progressões Geométricas se dá como segue. Para determinar a função exponencial $f(x)$ relacionada com uma PG (a_1, a_2, a_3, ..., a_n,...), podemos começar por escrever a fórmula do seu termo geral, isto é, em

$$a_n = a_1 \,.\, q^{n-1},$$

substituímos a_1 e q, pelos seus valores. Por exemplo, para a PG $\left(\frac{3}{4}, \frac{9}{4}, \frac{27}{4}, \frac{81}{4}, \ldots\right)$, em que $a_1 = \frac{3}{4}$ e $q = 3$ obtemos:

$$a_n = \frac{3}{4} \,.\, 3^{n-1}$$

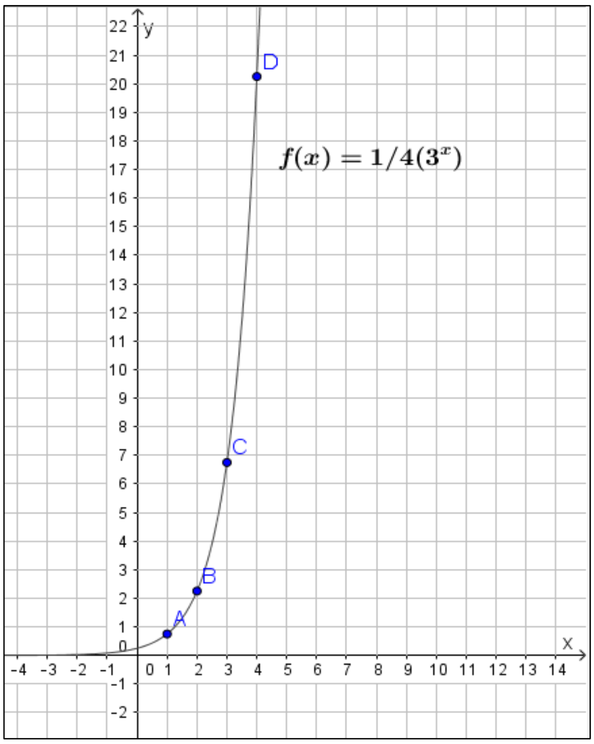
$$a_n = \frac{3}{4} \,.\, 3^{n} \,.\, 3^{-1}$$

$$a_n = \frac{3}{4} \,.\, 3^{n} \,.\, \frac{1}{3}$$

$$a_n = \frac{1}{4} \,.\, 3^{n}, \text{ para } n = 1, 2, 3, \ldots$$

Após estender o domínio, partindo do conjunto dos naturais $\mathbb{N}$ ($n \in \mathbb{N}$) para $\mathbb{R}$, visto que $x \in \mathbb{R}$, basta agora, substituir n por x *e* a_n por $f(x)$, para obter a função exponencial: $y = f(x) = \frac{1}{4} \,.\, 3^x$, cujo gráfico é apresentado na Figura 2.8, juntamente com os pontos (1, a_1), (2, a_2), (3, a_3), ..., (n, a_n), ... da PG relacionada com esta função exponencial.

Figura 2.8: Representação gráfica da função exponencial $f(x) = \frac{1}{4} \,.\, 3^x$



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Outra forma de se obter a função exponencial relacionada com uma PG cujo primeiro termo é a_1 e a razão é q, sem passar pela construção da fórmula do seu termo geral, consiste em escrever:

$$f(x) = b \cdot a^x,$$

no qual a é igual ao valor de q da PG, e para b, o valor em que a reta intercepta o eixo Oy, isto é que corresponde a $x = 0$, é igual ao valor de $\frac{a_1}{q}$, que teria um termo a_0 da PG, que antecedesse o a_1. No mesmo exemplo acima, com $a = q = 3$, e $b = \frac{a_1}{q} = \frac{\frac{3}{4}}{3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$, obtemos, como anteriormente:

$$f(x) = \frac{1}{4} \cdot 3^x.$$

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Este capítulo apresenta os procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa, aí incluídos a forma de coleta dos dados e a descrição das atividades realizadas ao longo da aplicação dos roteiros elaborados, abordando funções e progressões com o uso do software GeoGebra.

3.1 Caracterização da pesquisa

O estudo apresenta uma *pesquisa qualitativa* através do preenchimento de um questionário, além da aplicação de uma atividade diagnóstica, bem como da execução de um roteiro de atividades utilizando o software GeoGebra, sobre função afim, progressão aritmética, função exponencial e progressão geométrica. O objetivo desta pesquisa foi verificar quais relações os alunos conseguem evidenciar através da comparação entre gráficos (obtidos com o GeoGebra) de funções afins e exponenciais, com gráficos para progressões aritméticas e geométricas, respectivamente.

A metodologia de *pesquisa qualitativa* é aquela na qual o pesquisador busca obter resultados através da averiguação descritiva junto a certo número de pessoas. A análise de dados será feita a partir da transcrição do questionário e de todo o material coletado, resultante das diversas atividades realizadas, destacando os diversos aspectos que foram surgindo relacionados às conexões e representações das funções afins e exponenciais com as progressões aritméticas e geométricas, tendo como auxílio a representação gráfica no software GeoGebra.

Borba e Araújo (2012) enfatizam que a *pesquisa qualitativa* deve ter por trás uma visão de conhecimento que esteja em sintonia com procedimentos. Por isso, foram priorizados, para a coleta de dados, o questionário e os registros dos roteiros de atividades realizadas. Na condição de pesquisadora, nosso interesse consistiu em verificar como é que os sujeitos experimentaram, interpretaram e estruturaram suas próprias experiências, estabelecendo estratégias e procedimentos que permitiram fazer considerações na busca da resposta à pergunta da pesquisa:

<u>Quais relações os alunos conseguem evidenciar, através da comparação entre gráficos (obtidos com o GeoGebra) de funções afins e exponenciais, com progressões aritméticas e geométricas, respectivamente?</u>

Através da *pesquisa qualitativa* fica mais fácil de responder à pergunta, pois está mais relacionada com o levantamento de dados sobre a compreensão e a interpretação dos alunos, com caráter exploratório, sem o intuito de obter números como resultados.

Bogdan e Biklen (1994, p. 47-50) definem cinco características da *investigação qualitativa*, como resumimos a seguir:

1) a fonte direta de coletas de dados é o ambiente natural e o investigador o instrumento principal (a presença do pesquisador, no ambiente no qual se desenvolve a pesquisa, é de extrema importância, uma vez que o fenômeno estudado só é compreendido de maneira abrangente se observado no contexto em que ocorre, visto que o mesmo sofre a ação direta desse ambiente);

2) é descritiva (os dados coletados são mais uma forma de palavras ou figuras do que números; incluem entrevistas transcritas, notas de campo, fotografias, produções pessoais, depoimentos ou outra forma de documento, através dos quais o pesquisador qualitativo tenta analisar em toda a sua riqueza, respeitando, no possível, a forma de registro ou transcrição);

3) interesse maior pelo processo do que pelos resultados ou produtos (o pesquisador tem como interesse principal estudar um problema e verificar como ele se mostra nas atividades, procedimentos e nas interações cotidianas);

4) os dados são analisados de forma indutiva (indução é um método mental por intermédio do qual, partindo-se de dados particulares, suficientemente constatados, infere-se uma verdade geral; não há preocupação em comprovar hipóteses);

5) tem um significado extremamente importante (o enfoque dos dados pesquisados deve sempre demonstrar a perspectiva dos significados atribuídos pelos participantes; o significado ou sentido que eles dão aos fenômenos vivenciados é foco da *pesquisa qualitativa*).

3.2 A coleta e o tratamento dos dados

Na pesquisa foram utilizadas atividades exploratórias selecionadas e adaptadas para a apresentação de ferramentas do Geogebra, envolvendo a interrogação direta dos participantes. Procuramos, por meio desse conjunto de atividades específicas, estruturadas com base no referencial teórico adotado, desenvolver a capacidade dos alunos quanto ao estabelecimento de conexões entre as diferentes formas de representação de uma função, como o gráfico, a tabela, a forma analítica, e a competência para resolver problemas de outras áreas de conhecimento, envolvendo as ideias trabalhadas em sala de aula.

O foco da pesquisa foi o de verificar como os roteiros aplicados aos alunos facilitaram a compreensão de conceitos relacionados às funções afins e exponenciais e as suas relações com progressões aritméticas e geométricas, respectivamente.

O trabalho de produção dos dados desta pesquisa foi realizado através da aplicação de quatro roteiros de atividades, e uma atividade final de verificação sobre função afim, progressão aritmética, função exponencial e progressão geométrica, em um grupo de 38 alunos do 2º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Visconde de Bom Retiro, na cidade de Bento Gonçalves (RS), no qual a pesquisadora é docente.

O objetivo geral da oficina foi de verificar como o uso de softwares permite que o aluno manipule variáveis e parâmetros, auxiliando no contexto das práticas diárias de sala de aula, a fim de construir e verificar seus próprios resultados, através da interpretação de gráficos, no que tange às relações entre Progressão Aritmética e Progressão Geométrica, com Função Afim e Função Exponencial.

A definição do tema da pesquisa baseou-se na atividade docente da pesquisadora e, principalmente, nas dificuldades observadas durante a interpretação gráfica de representações de progressões aritméticas e geométricas que são trabalhadas no 2º ano do Ensino Médio. Deste modo, os roteiros foram elaborados com a preocupação de desenvolver habilidades que permitam ao aluno explorar diferentes representações, através de explorações com o software GeoGebra.

As atividades foram trabalhadas com os objetivos específicos de:

* Investigar (diagnóstica) quais são os conhecimentos prévios dos alunos referentes ao conteúdo funções afins e funções exponenciais.

* Verificar como um roteiro de atividades, envolvendo gráficos traçados com o auxílio do software GeoGebra, promove a manipulação e a compreensão dos conteúdos no contexto das práticas diárias de sala de aula.

* Analisar e estabelecer conexões de Progressões Aritméticas e Geométricas com funções afins e exponenciais, respectivamente, seguindo um roteiro de atividades utilizando o software GeoGebra.

* Estender o domínio de *n* nas progressões de naturais para reais e expressar a fórmula do termo geral da progressão aritmética e da progressão geométrica como uma função afim ou exponencial, respectivamente.

* Criar situações-problema a quais o aluno possa perceber e identificar qual função está associada à progressão (aritmética ou geométrica) da situação-problema.

Após realizar a atividade diagnóstica, que durou dois períodos de aula (50 min. cada um), os roteiros (cada um com quatro atividades) foram desenvolvidos no Laboratório de Informática do colégio acima citado, com duração total de 12 períodos de aula. Por fim, dedicamos pouco mais de um período de aula para a atividade de verificação.

O cronograma completo está apresentado no Quadro 3.1.

Quadro 3.1: Cronograma completo de atividades

Atividade	**Duração**
Questionário (Apêndice B)	20 min
Atividade Diagnóstica - Parte I: Função Afim (Apêndice C)	50 min
Atividade Diagnóstica - Parte II: Função Exponencial (Apêndice D)	50 min
Roteiro 01 - Estudo da Função Afim (Apêndice E)	2 h e 30 min
Roteiro 02 - Estudo da Progressão Aritmética (Apêndice F)	2 h e 30 min
Roteiro 03 - Estudo da Função Exponencial (Apêndice G)	2 h e 30 min
Roteiro 04 – Estudo da Progressão Geométrica (Apêndice H)	2 h e 30 min
Atividade de verificação (Apêndice I)	1 h

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Durante a realização das atividades, além de seguir e preencher os roteiros, os alunos foram ouvidos em suas discussões e conclusões. Todo o material que foi respondido pelos alunos, foi recolhido como fonte de dados, para uso exclusivo da pesquisadora com a respectiva assinatura do Termo de Consentimento Informado (Apêndice A) por parte dos discentes.

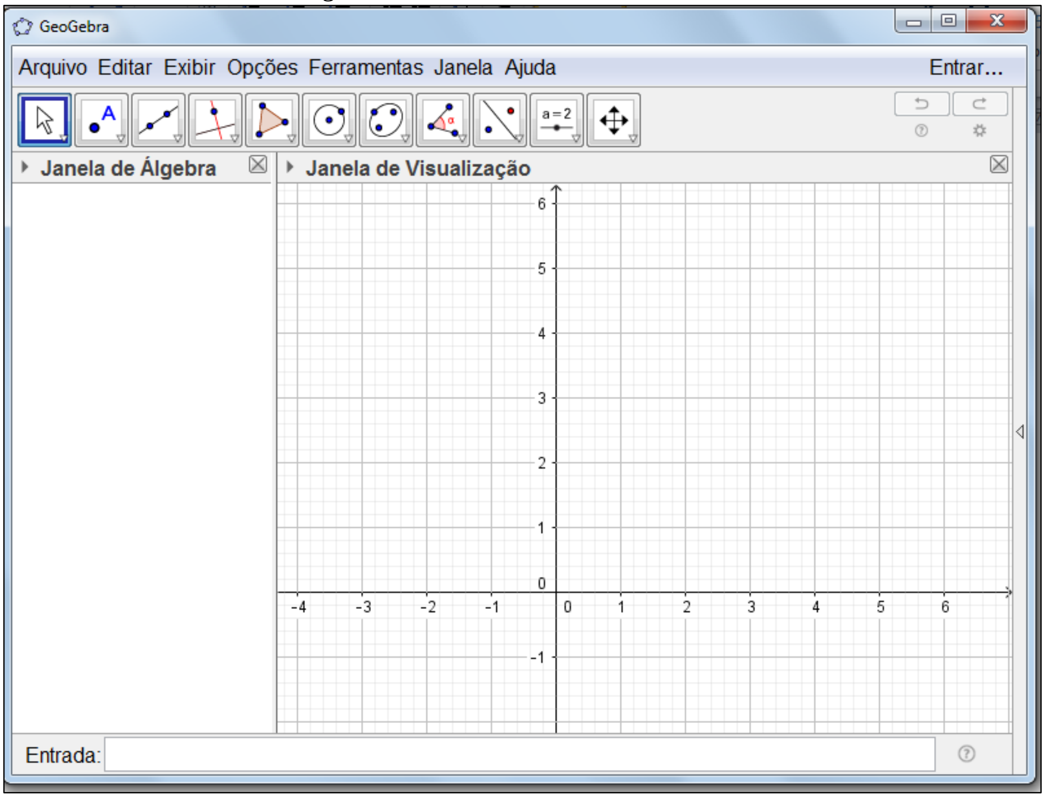
3.3 Recursos básicos do software GeoGebra

> Criado em 2001 por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um software gratuito, de matemática dinâmica, desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino. O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao

> mesmo tempo, representações diferentes (algébrica e gráfica) de um mesmo, objeto que interagem entre si. (INSTITUTO GEOGEBRA NO RIO DE JANEIRO)

Os recursos disponibilizados no GeoGebra facilitam a exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea, o que ajuda o aluno a entender, por exemplo, o conceito de função, e o significado geométrico do conjunto solução de uma equação. Sua tela de trabalho, mostrada na Figura 3.1, é composta por algumas áreas principais como: caixa de entrada (parte inferior), janela de álgebra (à esquerda), janela de visualização (na qual é feita a representação geométrica) e barra de ferramentas, no qual são encontrados os objetos e recursos disponibilizados pelo software.

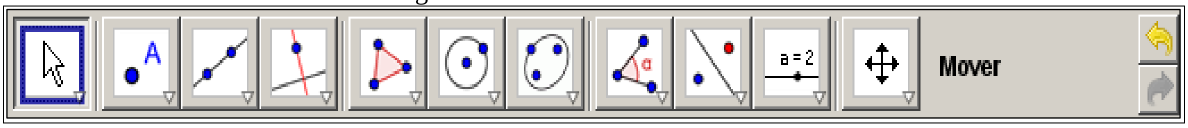
Figura 3.1: Tela de trabalho do GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Na interface inicial do software, temos a barra de ferramentas (Figura 3.2) de acesso rápido. Cada ícone desta barra tem várias opções, relacionadas com as funções descritas no desenho do ícone. Estas opções são acessadas clicando na seta do canto inferior direito de cada ícone. A exploração das ferramentas é fundamental para a execução dos exercícios. Para ativar cada função na parte geométrica, é necessário primeiro clicar no ícone e depois na janela geométrica.

Figura 3.2: Barra de ferramentas do GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Na janela geométrica, o software disponibiliza em linguagem clássica da geometria recursos para construção de figuras a partir das propriedades que as definem. O processo de construção é feito mediante escolhas que são encontradas nos diferentes menus – pontos, retas, círculos, retas paralelas, retas perpendiculares – e o software retorna as respectivas equivalências algébricas (coordenadas, equações, etc.).

3.4 Perfil do grupo de alunos que participaram da pesquisa

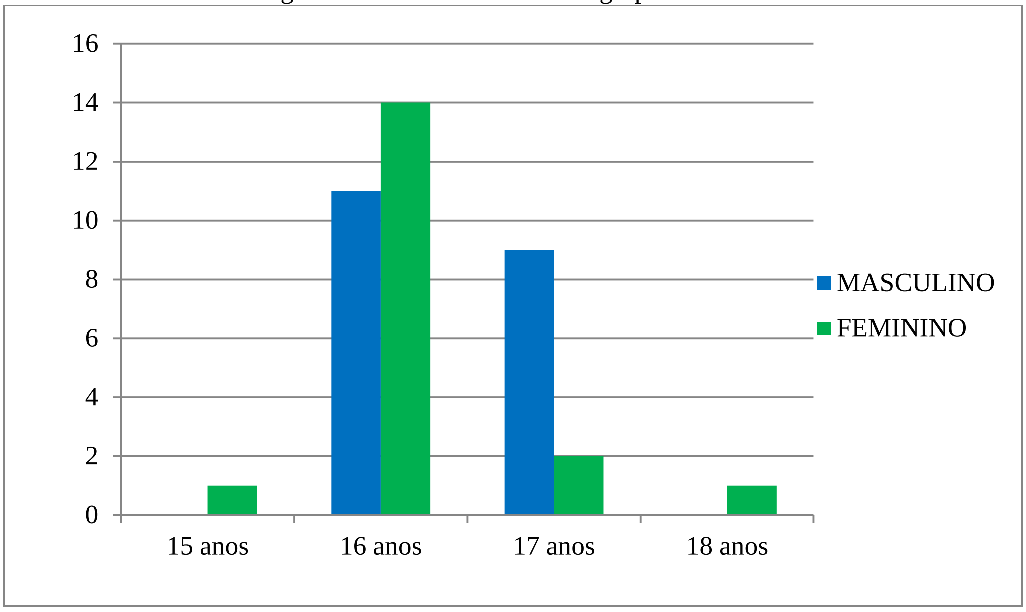
Participaram da pesquisa duas turmas de 2º ano do ensino médio, num total de 38 alunos, que inicialmente responderam um questionário (Apêndice B), para compor o perfil dos participantes. Nos parágrafos seguintes, descreveremos apenas os dados que consideramos relevantes para a pesquisa, do perfil do grupo de alunos, a saber: idade, utilização de computadores, dificuldades em relação à disciplina de matemática, e conhecimento do software GeoGebra.

Como dito acima, o primeiro instrumento aplicado foi o questionário. Tal questionário está constituído de nove questões, duas delas fechadas com múltipla escolha e as demais são questões abertas. Segundo Gil (2008), nas questões abertas, solicita-se aos respondentes que ofereçam suas próprias respostas. Este tipo de questão possibilita ampla liberdade de resposta. Já em relação às questões fechadas, são as mais comumente utilizadas, porque conferem maior uniformidade às respostas.

Construir um questionário consiste basicamente em traduzir os objetivos da pesquisa em questões específicas. As respostas proporcionarão dados ao pesquisador para descrever as características da população pesquisada (GIL, 2008, p. 121).

Observando a idade do grupo, percebemos que a maioria está na idade escolar adequada, como mostrado na Figura 3.3.

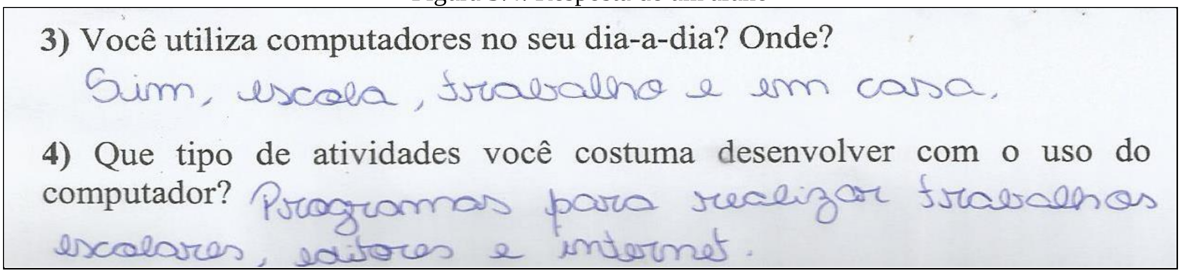
Figura 3.3: Gráfico da idade do grupo de alunos



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Trinta e seis dos alunos afirmaram no questionário que utilizam computadores em seu dia-a-dia, em casa (lazer, pesquisas), no trabalho e na escola, como exemplificado na Figura 3.4.

Figura 3.4: Resposta de um aluno



3) Você utiliza computadores no seu dia-a-dia? Onde?

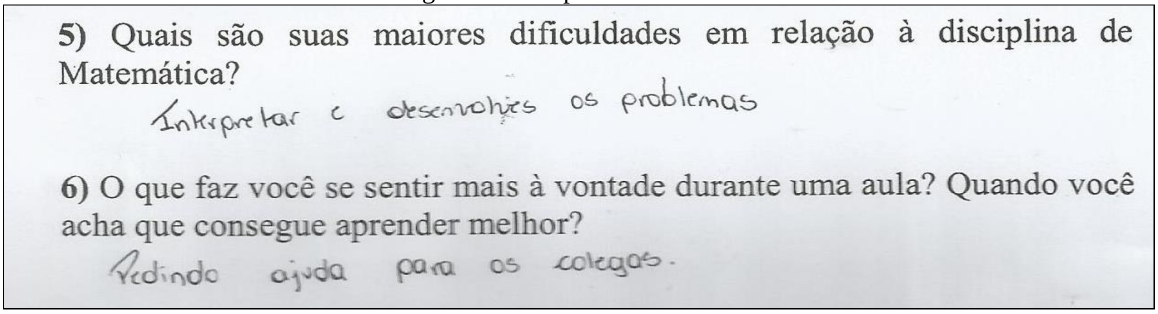
Sim, escola, trabalho e em casa.

4) Que tipo de atividades você costuma desenvolver com o uso do computador? Programas para realizar trabalhos escolares, editores e internet.

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Quanto às dificuldades em relação à disciplina de Matemática, as respostas aos questionários mostram que os alunos tem dificuldade em entender como se resolve determinada questão, interpretação das questões ou problemas, compreensão dos conteúdos e suas diferenças, entendimento das explicações dadas pelo professor, falta de atenção na hora da resolução. Perante estas dificuldades expostas pelos alunos, eles responderam que trabalhar em grupos ou com o auxilio dos colegas os deixam mais à vontade durante a aula e que desta forma acham que conseguem aprender melhor, como enfatizado na resposta do aluno, apresentada na Figura 3.5.

Figura 3.5: Resposta de um aluno



5) Quais são suas maiores dificuldades em relação à disciplina de Matemática?

Interpretar e desenvolver os problemas

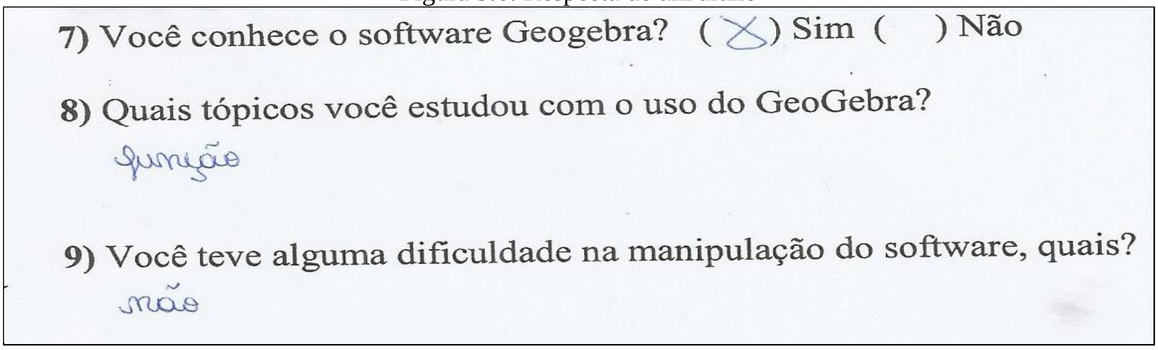
6) O que faz você se sentir mais à vontade durante uma aula? Quando você acha que consegue aprender melhor?

Pedindo ajuda para os colegas.

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Nos questionamentos em relação ao software GeoGebra, Figura 3.6, oito dos alunos que responderam à pesquisa destacaram que não conheciam. No que diz respeito aos tópicos estudados com o auxílio do software, todos os 30 que já utilizaram destacaram o estudo de função e que não tiveram nenhuma dificuldade em sua manipulação.

Figura 3.6: Resposta de um aluno



7) Você conhece o software Geogebra? (X) Sim (   ) Não

8) Quais tópicos você estudou com o uso do GeoGebra?

função

9) Você teve alguma dificuldade na manipulação do software, quais?

não

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Verificamos com os dados dos questionários sobre a utilização do computador, que o uso da tecnologia está presente nas atividades mais corriqueiras da vida cotidiana, fazendo parte também do mercado de trabalho informal ou formal. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1999), sugere-se a importância de recursos tecnológicos a partir das seguintes perspectivas: ela deve estar presente também na escola, visto que na sociedade, a tecnologia está presente nas atividades mais comuns do dia-a-dia e no trabalho, que faz parte da vida humana.

Com relação à tecnologia estar presente na escola, é porque a escola possui Laboratório de Informática, podendo o estudante usufruir de uma educação com o auxilio da tecnologia. Entretanto, conforme afirmam Borba e Penteado (2012), não basta equipar um laboratório de informática com sofisticados computadores; é necessário que professores e alunos sejam preparados para uma utilização adequada, para que seja possível uma acessibilidade satisfatória dos equipamentos tecnológicos disponíveis para utilização.

Os PCN (1999) evidenciam que a tecnologia digital favorece a busca e percepção de regularidades, além de possibilitar o desenvolvimento de estratégias para resolver problemas, por estimular a investigação, a comunicação e o debate de fatos e ideias, possibilitados pela observação, experimentação, comparação, estabelecimento de relações entre fatos ou fenômenos. Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) afirmam que a atividade investigativa capacita o educando a resolver problemas, já que os conduz à busca de estratégias diversificadas para suplantar obstáculos e erros cometidos, levando ao constante questionamento de suas ideias e ao levantamento de novas questões, até atingir soluções.

3.5 Descrição das atividades desenvolvidas

Nessa seção serão apresentadas as atividades propostas ao grupo de alunos e as etapas seguidas para a elaboração dos roteiros. As atividades utilizadas para a pesquisada foram adaptadas de Giovanni e Bonjorno (2005), Iezzi et al. (2005), Paiva (2009), Fainguelernt e Nunes (2012), Souza (2013), Suguimoto (2013) e Dante (2013).

Em um primeiro momento, foi feita a explanação sobre a proposta da pesquisadora ao grupo de alunos do 2º ano do Ensino Médio e o seu vínculo com a dissertação de mestrado da mesma. Os alunos foram informados de que as atividades desenvolvidas e os relatos expostos seriam utilizados para guiar a análise e desenvolvimento da pesquisa da dissertação, e para tanto foi assinado o Termo de Consentimento Informado (Apêndice A).

Em um segundo momento, foi aplicado ao grupo de alunos um questionário (Apêndice B) para a sondagem de aspectos gerais, com o objetivo de traçar o seu perfil, apresentado na seção anterior.

Em um terceiro momento, foram aplicadas as atividades diagnósticas sobre funções afins e exponenciais (Apêndice C e D), a fim de verificar o que os alunos sabiam sobre os temas.

Após a verificação dos conhecimentos prévios dos alunos, foram desenvolvidos quatro roteiros de atividades com o uso do software GeoGebra, que foi escolhido por ser de conhecimento da maioria dos alunos do grupo. Os roteiros foram trabalhados no Laboratório de Informática do Colégio, Figura 3.7, sendo que alguns alunos trabalharam em duplas, enquanto outros preferiram trabalhar individualmente. Inicialmente os alunos aprenderam a fazer a instalação do software.

Figura 3.7: Grupo de alunos trabalhando

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

No Roteiro 01 (Apêndice E) foram trabalhadas e discutidas atividades utilizando o software GeoGebra envolvendo função afim. O grupo foi auxiliado a abrir o software e foram apresentados os elementos que aparecem na tela inicial, como utilizar os ícones e suas funções, o campo de entrada e as possibilidades que o GeoGebra oferece que vão muito além do estudo de funções.

No Roteiro 02 (Apêndice F) foram trabalhadas e discutidas atividades utilizando o software GeoGebra envolvendo progressão aritmética. No Roteiro 03 (Apêndice G) foram trabalhadas e discutidas atividades utilizando o software GeoGebra envolvendo funções exponenciais. No Roteiro 04 (Apêndice H) foram trabalhadas e discutidas atividades utilizando o software GeoGebra envolvendo progressão geométrica.

A cada roteiro desenvolvido, foi feita uma pausa para a discussão das atividades realizadas, evidenciando quais as dificuldades encontradas pelo grupo durante a sua execução.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

Com base nos estudos apresentam-se neste capítulo os dados, a análise dos dados coletados e os resultados obtidos nesta pesquisa. Para melhor organização, dividiu-se este capítulo em seções. Na primeira, apresentam-se os dados e os resultados das atividades diagnósticas, primeiro instrumento aplicado aos alunos para uma sondagem, para verificar o que já era de conhecimento dos alunos sobre funções afins e exponenciais. Nas demais seções, serão apresentadas os roteiros aplicados e por fim a atividade de verificação desenvolvida. Dessa forma, tenta-se responder à questão da pesquisa:

<u>Quais relações os alunos conseguem evidenciar, através da comparação entre gráficos (obtidos com o GeoGebra) de funções afins e exponenciais, com progressões aritméticas e geométricas, respectivamente?</u>

4.1 Apresentação das atividades diagnósticas

De acordo com os PCNs (1999) a avaliação diagnóstica ou inicial é aquela que fornece os dados e informações para elaboração e construção dos conteúdos, compreendida como "um conjunto de atuações que tem a função de alimentar, sustentar e orientar a intervenção pedagógica". Com o intuito de verificar a realidade dos alunos que iriam participar do processo, foram aplicadas duas atividades diagnósticas, antes de ser trabalhado com os roteiros e com o software GeoGebra. As atividades diagnósticas foram aplicadas em sala de aula com objetivo de verificar o conhecimento prévio de cada aluno, identificando quais conhecimentos os alunos possuíam sobre funções afins e exponenciais, para a posterior elaboração dos roteiros de atividades.

> Em primeiro lugar, há que partir para a perspectiva de uma avaliação diagnóstica. [...] a avaliação deverá ser assumida como um instrumento de compreensão do estágio de aprendizagem em que se encontra o aluno, tendo em vista tomar decisões suficientes e satisfatórias para que possa avançar no seu processo de aprendizagem. Se for importante aprender aquilo que se ensina na escola, a função da avaliação será possibilitar ao educador condições de compreensão do estágio em que o aluno se encontra, tendo em vista trabalhar com ele para que saia do estágio defasado em que se encontra e possa avançar em termos dos conhecimentos necessários. [...] Para que a avaliação diagnóstica seja possível, é preciso compreendê-la e realizá-la comprometida com uma concepção pedagógica. [...] preocupada com a perspectiva de que o educando deverá apropriar-se criticamente de conhecimentos e habilidades necessárias à sua realização como sujeito crítico. (LUCKESI, 2005, p.81-82)

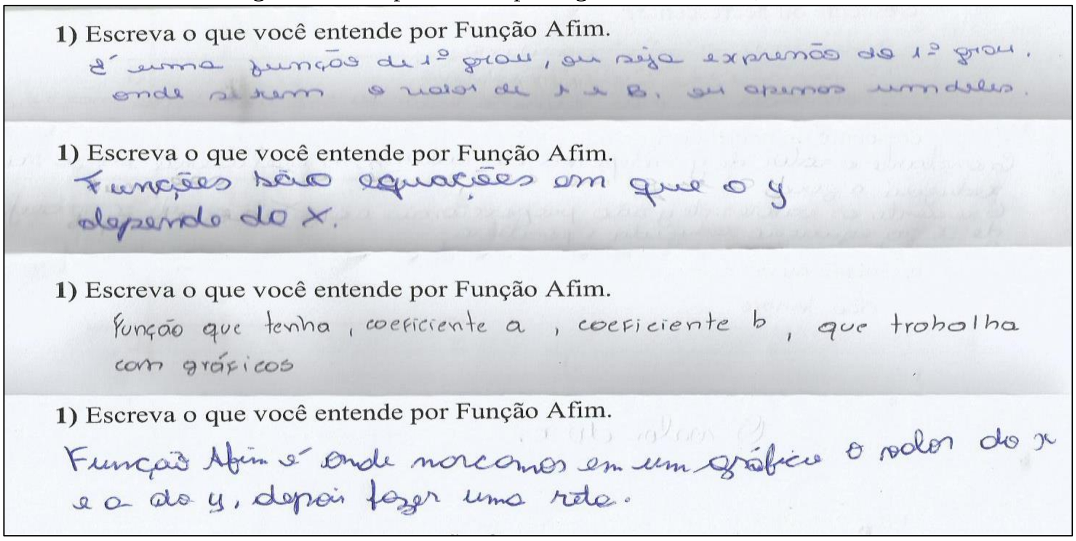
Com as informações prévias (dados) que obtivemos por meio das atividades diagnósticas, foi possível, posteriormente, no momento da aplicação dos roteiros, enriquecer as atividades de ensino, diversificando os conhecimentos, atribuindo significado e sentido aos conteúdos desenvolvidos. As atividades diagnósticas possibilitaram verificar quais eram os conhecimentos prévios dos alunos em relação a funções afins e exponenciais, para a decisão do que deveria ser reforçado no sentido de superar as defasagens, antes de iniciada a proposta da pesquisa de relacionar progressões aritméticas e geométricas com funções afins e exponenciais. De acordo com Luckesi (2005), uma atividade diagnóstica garantirá um instrumento mais objetivo de tomada de decisão, e em função disso, a ação do docente poderá ser mais adequada e mais eficiente na perspectiva da melhoria da aprendizagem.

4.1.1 Apresentação e análise dos dados da Atividade Diagnóstica - Parte I: Função Afim

A Atividade Diagnóstica - Parte I: Função Afim (Apêndice C) foi entregue impressa aos alunos e realizada individualmente em sala de aula em um período de aula com duração de 50 minutos, como dito anteriormente, com o objetivo de verificar os conhecimentos existentes referentes aos conteúdos de funções afins.

Em relação à Questão 1, sobre o que entendem por Função Afim, podemos constatar que os alunos tem uma ideia do que é uma função afim; demonstraram um pouco de dificuldade em expressar com palavras, mas sabiam destacar alguns elementos, como podemos observar na Figura 4.1: coeficientes *a* e *b*; representa uma equação em que a variável *y* depende do valor de *x*; pode ser representado por gráfico que é uma reta.

Figura 4.1: Resposta dada por alguns alunos na Questão 1


1) Escreva o que você entende por Função Afim.
é uma função de 1º grau, ou seja expressão do 1º grau, onde existem o valor de A e B, ou apenas um deles.

1) Escreva o que você entende por Função Afim.
Funções são equações em que o y depende do x.

1) Escreva o que você entende por Função Afim.
Função que tenha, coeficiente a, coeficiente b, que trabalha com gráficos

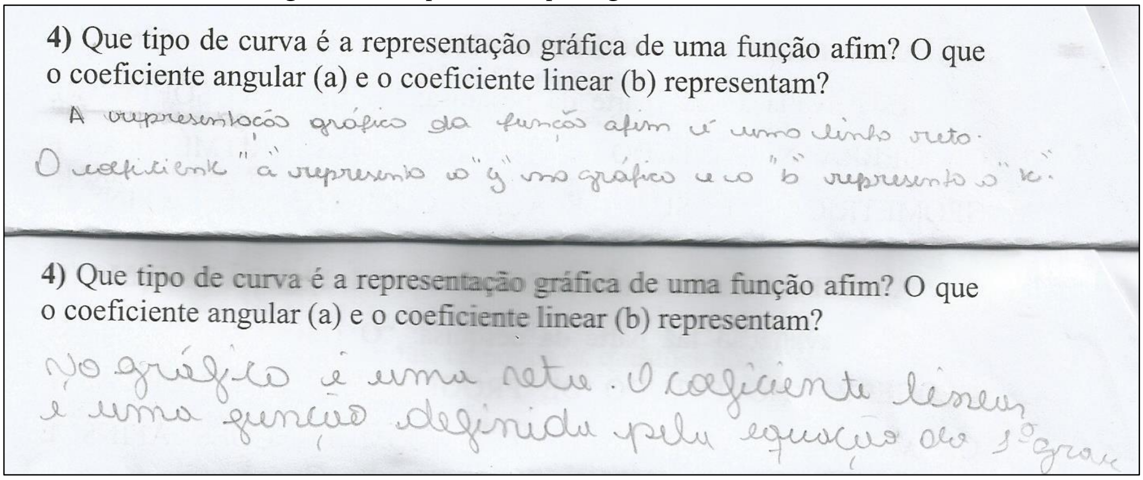
1) Escreva o que você entende por Função Afim.
Função Afim é onde marcamos em um gráfico o valor do x e o do y, depois fazer uma reta.

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro dos alunos A, S, J e G

Na Questão 2, na qual era para identificar quais eram as funções afins e na Questão 3, para indicar o *a* (coeficiente angular) e o *b* (coeficiente linear) na função, os alunos não apresentaram ter dificuldade, pois responderam corretamente as questões.

Quanto ao questionamento da Questão 4 da representação gráfica de uma função afim (Figura 4.2), todos souberam dizer que é uma reta, mas os alunos mostram pelas respostas que estão confusos em relação ao que representa graficamente o *a* (coeficiente angular) e o *b* (coeficiente linear), apesar de (como vimos anteriormente) saberem indicar quais são os valores de *a* e de *b* na função algébrica, não sabem interpretá-los no gráfico.

Figura 4.2: Resposta dada por alguns alunos na Questão 4


4) Que tipo de curva é a representação gráfica de uma função afim? O que o coeficiente angular (a) e o coeficiente linear (b) representam?

A representação gráfica da função afim é uma linha reta.
O coeficiente "a" representa o "y" no gráfico e o "b" representa o "x".

4) Que tipo de curva é a representação gráfica de uma função afim? O que o coeficiente angular (a) e o coeficiente linear (b) representam?

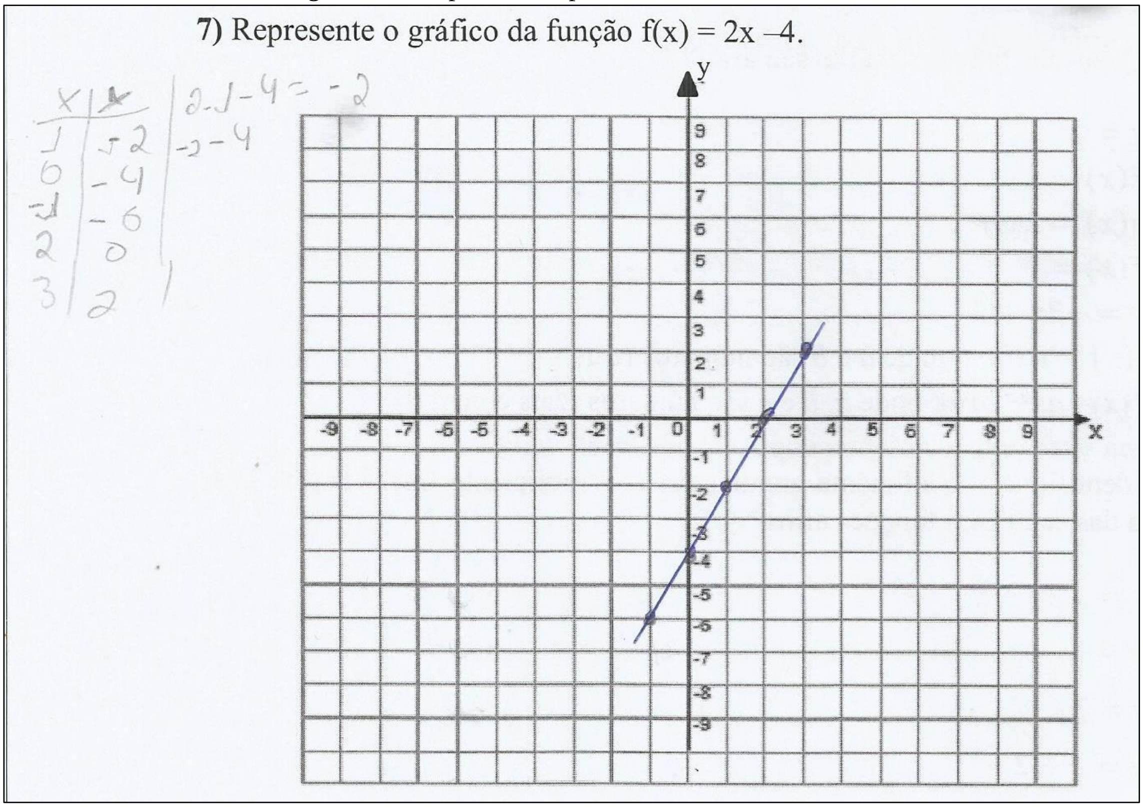
No gráfico é uma reta. O coeficiente linear é uma função definida pela equação do 1º grau

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro dos alunos C e V

Conforme Dante (2013), no gráfico da função afim $f(x)=ax+b$, o aluno terá a oportunidade de estabelecer os conceitos aprendidos, sendo importante verificar a compreensão que eles têm dos termos: crescente, decrescente ou constante, reforçando a utilização da linguagem matemática para justificar a argumentação. Nas Questões 5 e 6, foram feitas essas verificações, na Questão 5, os alunos associaram corretamente cada função à classificação em constante, crescente ou decrescente, e na Questão 6, os discentes utilizaram a linguagem matemática, como destaca Dante (2013), justificando que para ser: constante, só existirá o valor de *b*, ou seja, $a = 0$; crescente, quando o *a* for positivo, ou seja, $a > 0$; e decrescente, quando o *a* for negativo, ou seja, $a < 0$.

Fainguelernt e Nunes (2012) afirmam que tabelas e gráficos são formas comuns utilizadas para representar uma função, seguindo a ideia na Questão 7, na qual era para representar o gráfico da função $f(x)=2x-4$; os alunos adotaram a construção de tabelas para auxiliá-los, como observado na Figura 4.3, atribuindo valores para *x* e encontrando os valores para $y=f(x)$, posteriormente colocando os pontos no gráfico e traçando a reta.

Figura 4.3: Resposta dada por um aluno na Questão 7

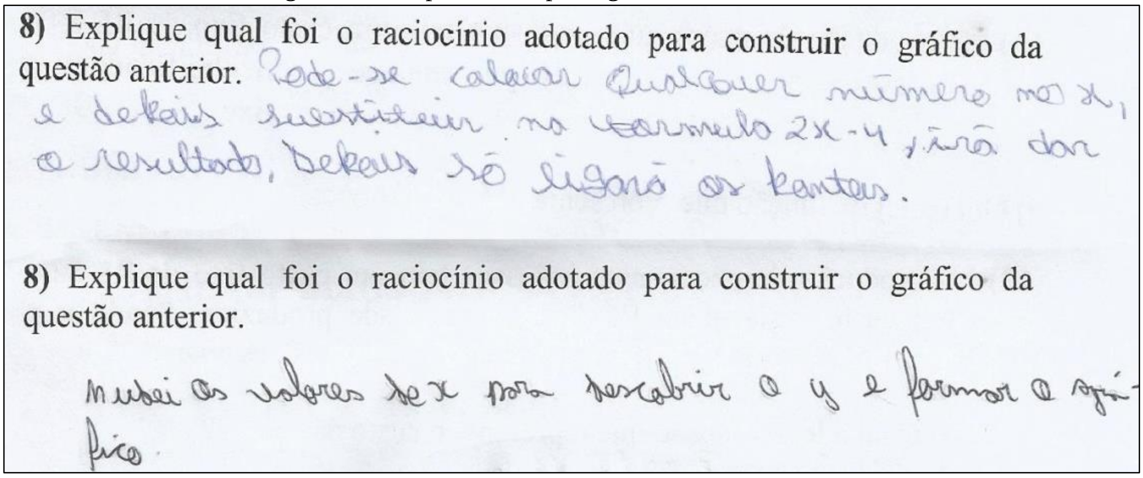


Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno T

Percebemos que a conversão do registro analítico (algébrico) para o registro gráfico não apresentou dificuldades para os alunos, embora os mesmos tenham adotado tabelas. Segundo Duval (2003), a passagem de um registro a outro não foi feita diretamente, foi necessário passar para um terceiro registro o que caracteriza uma representação intermediária. Na questão, os alunos realizam a conversão do registro analítico (algébrico) para o tabular e, destes dois registros, realizam uma conversão para o registro gráfico.

Na Questão 8, que era para explicar o raciocínio adotado na construção do gráfico, os alunos confirmam a ideia de que foram atribuídos valores para *x*, como podemos observar na Figura 4.4, ignorando a relação com os coeficientes *a* (coeficiente angular) e *b* (coeficiente linear) da função.

Figura 4.4: Resposta dada por alguns alunos na Questão 8



8) Explique qual foi o raciocínio adotado para construir o gráfico da questão anterior. Pode-se colocar qualquer número no x, e depois substituir no formulo 2x-4, irá dar o resultado, depois só ligará os pontos.

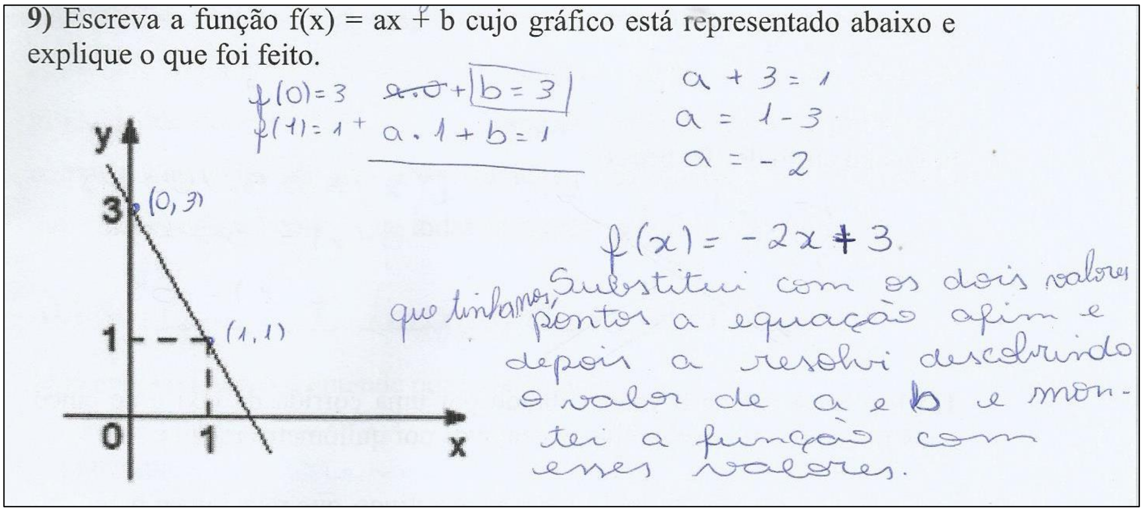
8) Explique qual foi o raciocínio adotado para construir o gráfico da questão anterior.

Mudei os valores de x para descobrir o y e formar o gráfico.

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro dos alunos L e B

A Questão 9, apresentava o gráfico e solicitava que os alunos escrevessem a função $f(x)=ax+b$ correspondente e explicassem o processo realizado. Somente dois alunos encontraram a expressão analítica da função (Figura 4.5), mas ainda sem relacionar com os coeficientes *a* (coeficiente angular) e *b* (coeficiente linear).

Figura 4.5: Resposta dada por um aluno na Questão 9



9) Escreva a função f(x) = ax + b cujo gráfico está representado abaixo e explique o que foi feito.

$f(0)=3 \quad \cancel{a.0} + \boxed{b=3}$

$f(1)=1 + a.1+b=1$

$a+3=1$

$a=1-3$

$a=-2$

$f(x)=-2x+3.$

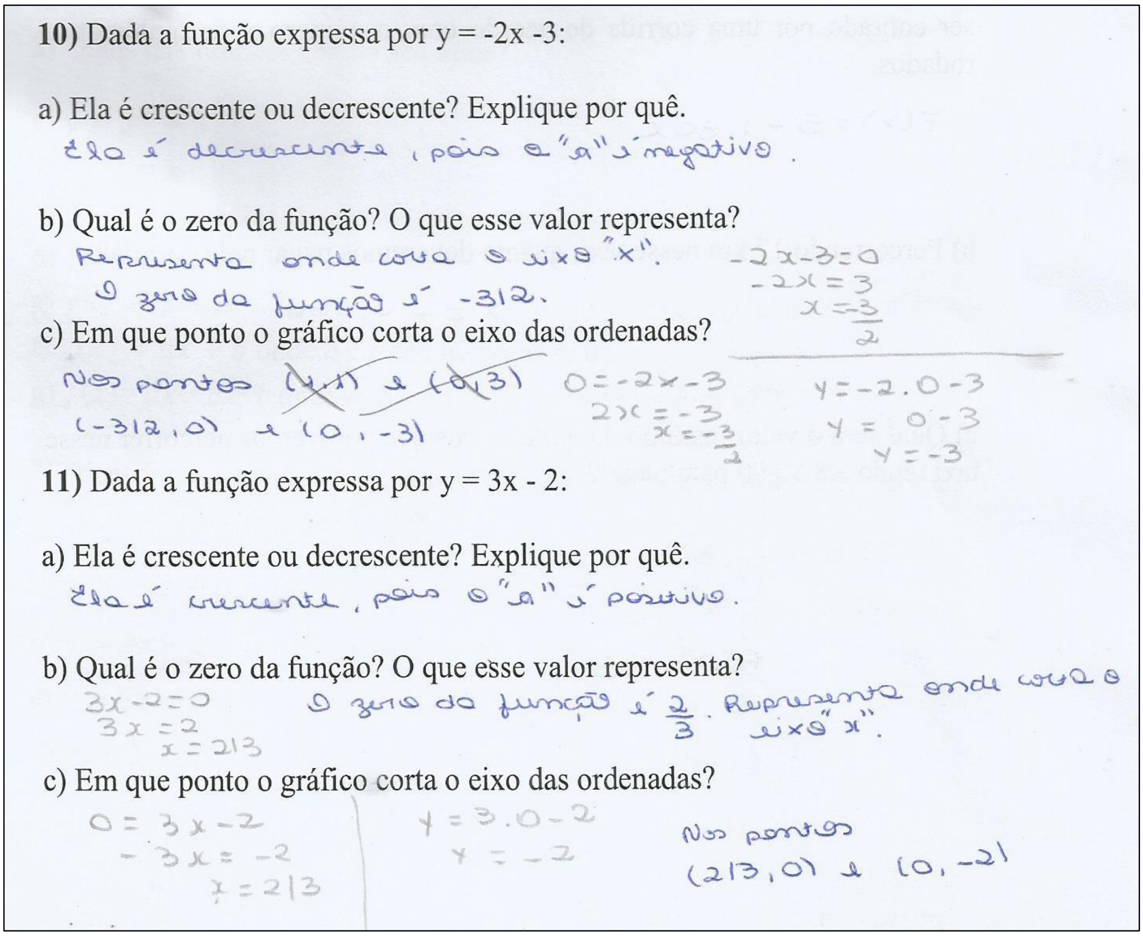
Substitui com os dois valores que tínhamos, pontos a equação afim e depois a resolvi descobrindo o valor de a e b e montei a função com esses valores.

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno B

As duas respostas para a Questão 9, deixam claro que a conversão neste sentido do registro gráfico para o analítico (algébrico) não foi muito explorada pelos alunos quando estudaram função afim. E isso vai ao encontro da ideia de Duval (2003) de que realizar a conversão em um sentido não garante que o aluno saiba realizá-la no sentido contrário, pois os alunos demonstraram saber fazer a conversão do registro analítico (algébrico) para o registro gráfico, mas, no entanto no sentido contrário do registro gráfico para o analítico (algébrico) apresentaram dificuldades.

As Questões 10 e 11 apresentavam funções e solicitava para verificar se era crescente ou decrescente, qual o zero da função e o que esse valor representa, e ainda, em que ponto o gráfico corta o eixo das ordenadas. Conforme observado na Figura 4.6, os itens a e b de cada questão são de entendimento de todos os alunos, mas já no item c evidenciamos dificuldades em relação ao ponto em que a reta corta o eixo das ordenadas; existe um conflito com o zero da função; os alunos determinaram os pontos que correspondem a $x = 0$ e a $y = 0$, mas não têm claro que o eixo das ordenadas é o eixo O*y*.

Figura 4.6: Resposta dada por um aluno nas Questões 10 e 11



10) Dada a função expressa por y = -2x -3:

a) Ela é crescente ou decrescente? Explique por quê.

Ela é decrescente, pois o "a" é negativo.

b) Qual é o zero da função? O que esse valor representa?

Representa onde corta o eixo "x". O zero da função é -3/2.

$-2x-3=0$
$-2x=3$
$x=\frac{-3}{2}$

c) Em que ponto o gráfico corta o eixo das ordenadas?

Nos pontos ~~(x,1)~~ e ~~(0,3)~~ (-3/2,0) e (0,-3)

$0=-2x-3$
$2x=-3$
$x=-\frac{3}{2}$

$y=-2.0-3$
$y=0-3$
$y=-3$

11) Dada a função expressa por y = 3x - 2:

a) Ela é crescente ou decrescente? Explique por quê.

Ela é crescente, pois o "a" é positivo.

b) Qual é o zero da função? O que esse valor representa?

$3x-2=0$
$3x=2$
$x=2/3$

O zero da função é $\frac{2}{3}$. Representa onde corta o eixo "x".

c) Em que ponto o gráfico corta o eixo das ordenadas?

$0=3x-2$
$-3x=-2$
$x=2/3$

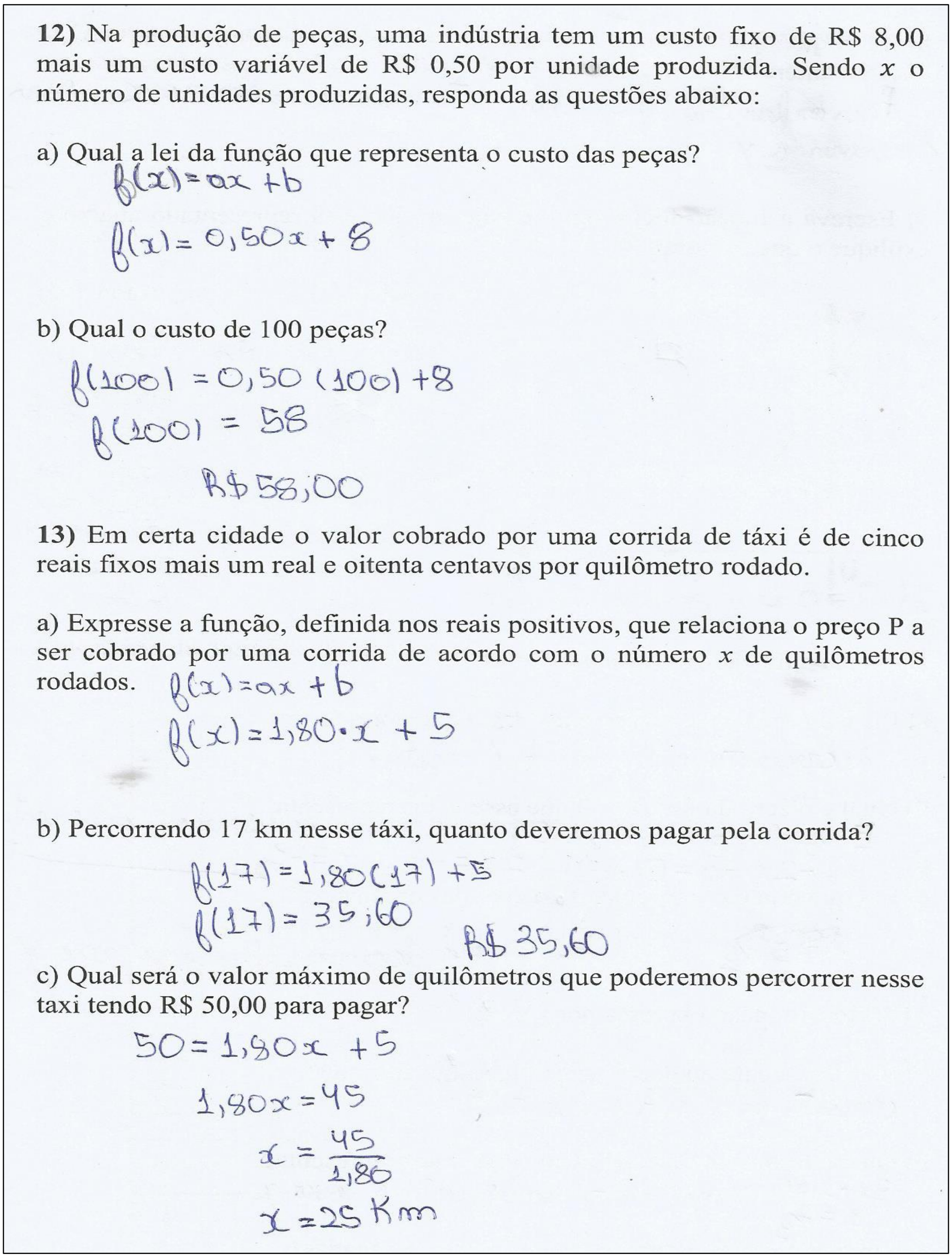
$y=3.0-2$
$y=-2$

Nos pontos (2/3,0) e (0,-2)

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno A

Em relação às Questões 12 e 13, que sugerem que os alunos se utilizem das funções afins fornecendo informações para a discussão de problemas, percebemos que metade dos alunos não respondeu a estas questões, e durante a sua realização relataram que não tinham trabalhado com questões deste tipo e não sabiam resolvê-las. Na Figura 4.7, segue a resolução de um aluno que teve contato prévio com este tipo de questão. Observa-se na Questão 13, letra a, que apesar do problema chamar a função de P o aluno continua usando *f*(*x*), isso algumas vezes dificulta a aprendizagem do aluno, pois ele está acostumado sempre a visualizar uma função como *f*(*x*), mas, quando aparece representada de outra forma, muitas vezes não identifica uma função P(*x*).

Figura 4.7: Resposta dada por um aluno nas Questões 12 e 13



12) Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R$ 8,00 mais um custo variável de R$ 0,50 por unidade produzida. Sendo x o número de unidades produzidas, responda as questões abaixo:

a) Qual a lei da função que representa o custo das peças?

$f(x) = ax + b$

$f(x) = 0{,}50x + 8$

b) Qual o custo de 100 peças?

$f(100) = 0{,}50\,(100) + 8$

$f(100) = 58$

R$ 58,00

13) Em certa cidade o valor cobrado por uma corrida de táxi é de cinco reais fixos mais um real e oitenta centavos por quilômetro rodado.

a) Expresse a função, definida nos reais positivos, que relaciona o preço P a ser cobrado por uma corrida de acordo com o número x de quilômetros rodados. $f(x) = ax + b$

$f(x) = 1{,}80 \cdot x + 5$

b) Percorrendo 17 km nesse táxi, quanto deveremos pagar pela corrida?

$f(17) = 1{,}80\,(17) + 5$

$f(17) = 35{,}60$

R$ 35,60

c) Qual será o valor máximo de quilômetros que poderemos percorrer nesse taxi tendo R$ 50,00 para pagar?

$50 = 1{,}80x + 5$

$1{,}80x = 45$

$x = \frac{45}{1{,}80}$

$x = 25$ Km

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno G

Segundo Dante (2013), grande parte das funções utilizadas para representar problemas práticos são funções afins, pois são mais fáceis de trabalhar, além de poder ser utilizadas em questões atuais e importantes, estimando o comportamento de grandezas ao longo do tempo.

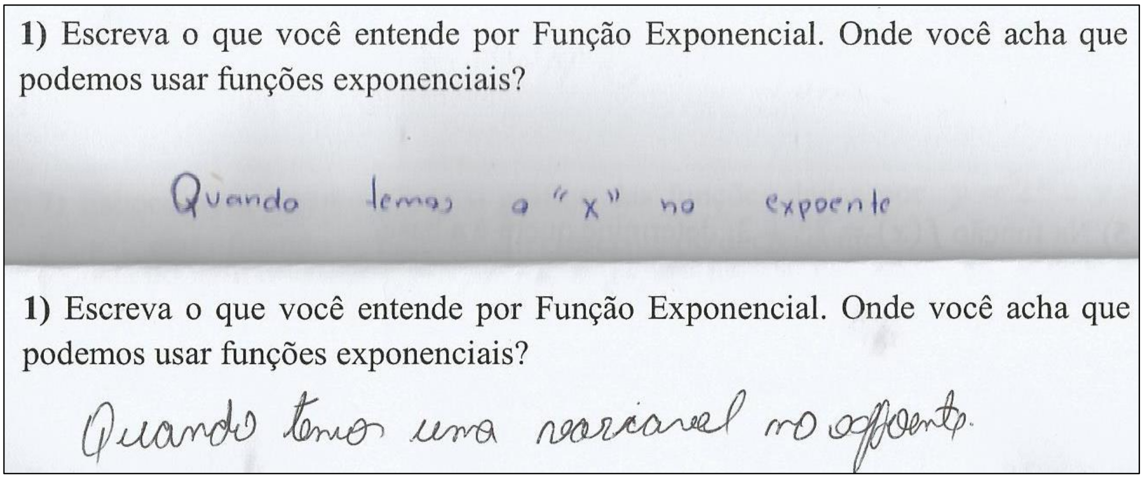
Ao findar a análise da Atividade Diagnóstica - Parte I: Função Afim, constatamos que os alunos apresentaram dificuldades quanto ao entendimento da representação gráfica dos coeficientes a (coeficiente angular) e b (coeficiente linear), na conversão do registro gráfico para o analítico (algébrico) e na resolução de problemas que envolvam funções afins (conteúdo ensinado no ano anterior).

4.1.2 Apresentação e análise dos dados da Atividade Diagnóstica - Parte II: Função Exponencial

Após ser desenvolvida a Atividade Diagnóstica - Parte I: Função Afim, na aula seguinte foi entregue impressa aos alunos a Atividade Diagnóstica - Parte II: Função Exponencial (Apêndice D), que foi realizada individualmente em sala de aula em um período de aula com duração de 50 minutos, como dito anteriormente, com o objetivo de verificar os conhecimentos existentes referentes aos conteúdos de funções exponenciais.

No questionamento da Questão 1, que foi sobre o que entendem por Função Exponencial e em que momentos podemos usar essas funções, constatamos pelas respostas que os alunos visualizam a função exponencial como uma função que tem “letra” no expoente; podemos observar isso na Figura 4.8. Quanto à sua utilização, alguns dos alunos elencaram a escola e nada mais.

Figura 4.8: Resposta dada por alguns alunos na Questão 1


1) Escreva o que você entende por Função Exponencial. Onde você acha que podemos usar funções exponenciais?

Quando temos a "x" no expoente

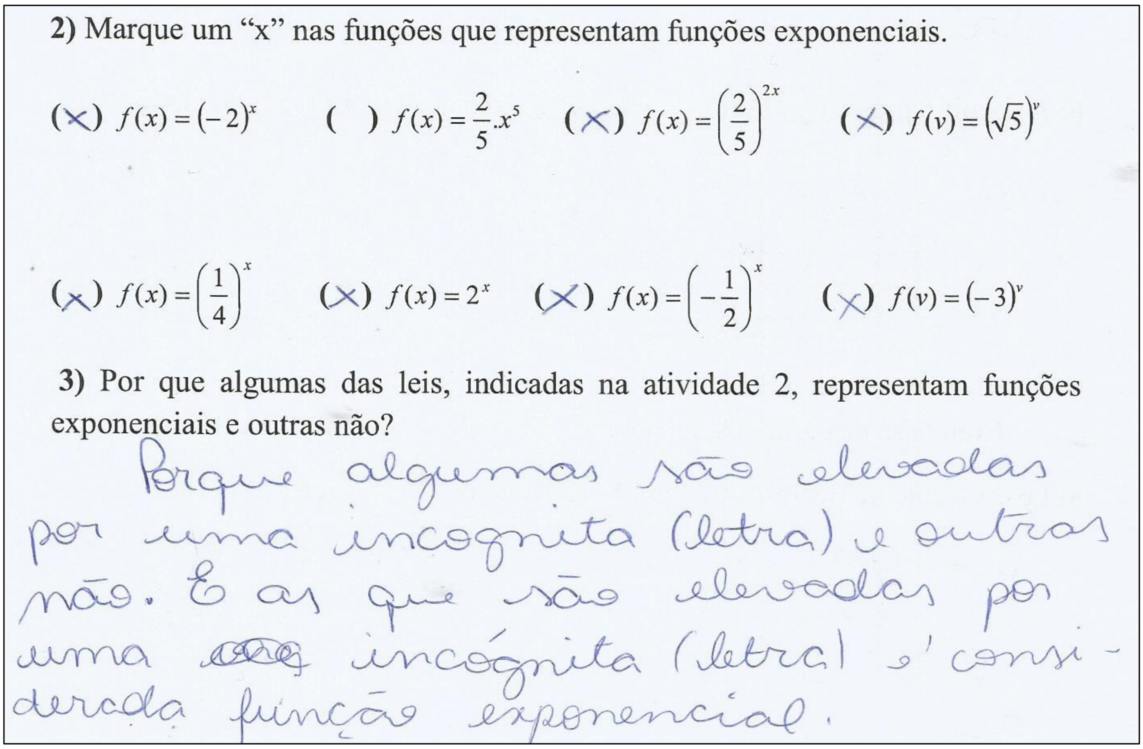
1) Escreva o que você entende por Função Exponencial. Onde você acha que podemos usar funções exponenciais?

Quando temos uma variavel no expoente.

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro dos alunos J e R

Como a definição para os alunos de que a função exponencial é aquela em que tem incógnita no expoente, evidentemente que, na Questão 2, na qual era para identificar quais representavam funções exponenciais e na Questão 3, dizer por que algumas representavam tais funções e outras não, o raciocínio equivocado dos alunos continuou o mesmo, como observamos na Figura 4.9.

Figura 4.9: Resposta dada por um aluno nas Questões 2 e 3



2) Marque um "x" nas funções que representam funções exponenciais.

(x) $f(x)=(-2)^x$ ( ) $f(x)=\frac{2}{5}.x^5$ (x) $f(x)=\left(\frac{2}{5}\right)^{2x}$ (x) $f(v)=\left(\sqrt{5}\right)^v$

(x) $f(x)=\left(\frac{1}{4}\right)^x$ (x) $f(x)=2^x$ (x) $f(x)=\left(-\frac{1}{2}\right)^x$ (x) $f(v)=(-3)^v$

3) Por que algumas das leis, indicadas na atividade 2, representam funções exponenciais e outras não?

Porque algumas são elevadas por uma incognita (letra) e outras não. E as que são elevadas por uma ~~[illegible]~~ incógnita (letra) é' considerada função exponencial.

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno B

Na Questão 4, eram solicitados alguns cálculos, sendo que para sua resolução era somente substituir os valores ou no *x* ou no *y*. Nesta atividade, os alunos não apresentaram dificuldades, alguns depois de substituídos os valores cometeram erros nas operações. Na Questão 5, todos identificaram corretamente a base da função que estava sendo solicitada.

Quanto à Questão 6, que consistia na visualização de dois gráficos de funções exponenciais, no item a, os alunos responderam corretamente apenas observando as curvas dos gráficos; já nos itens b, c, d, e, observados na Figura 4.10, como os alunos não tem presente o entendimento da definição da função exponencial, os que tentaram responder os itens, demonstraram um conflito de ideias, e uma mistura com conceitos da função afim, como o valor de *a*, ser positivo ou negativo para determinar o crescimento ou decrescimento da função.

Figura 4.10: Resposta dada por um aluno na Questão 6, itens b, c, d, e

b) Qual dos seguintes valores a base a poderia assumir?

(I) $a = -\frac{1}{3}$ (II) $a = 5$ (III) $a = \frac{2}{5}$

c) Indique o critério que foi adotado, para escolher o valor que você indicou na resposta do item b.

Para ser decrescente o "a" tem que ser negativo

d) Qual dos seguintes valores a base b poderia assumir?

(I) $b = - 6$ (II) $b = \frac{7}{2}$ (III) $b = \frac{3}{5}$

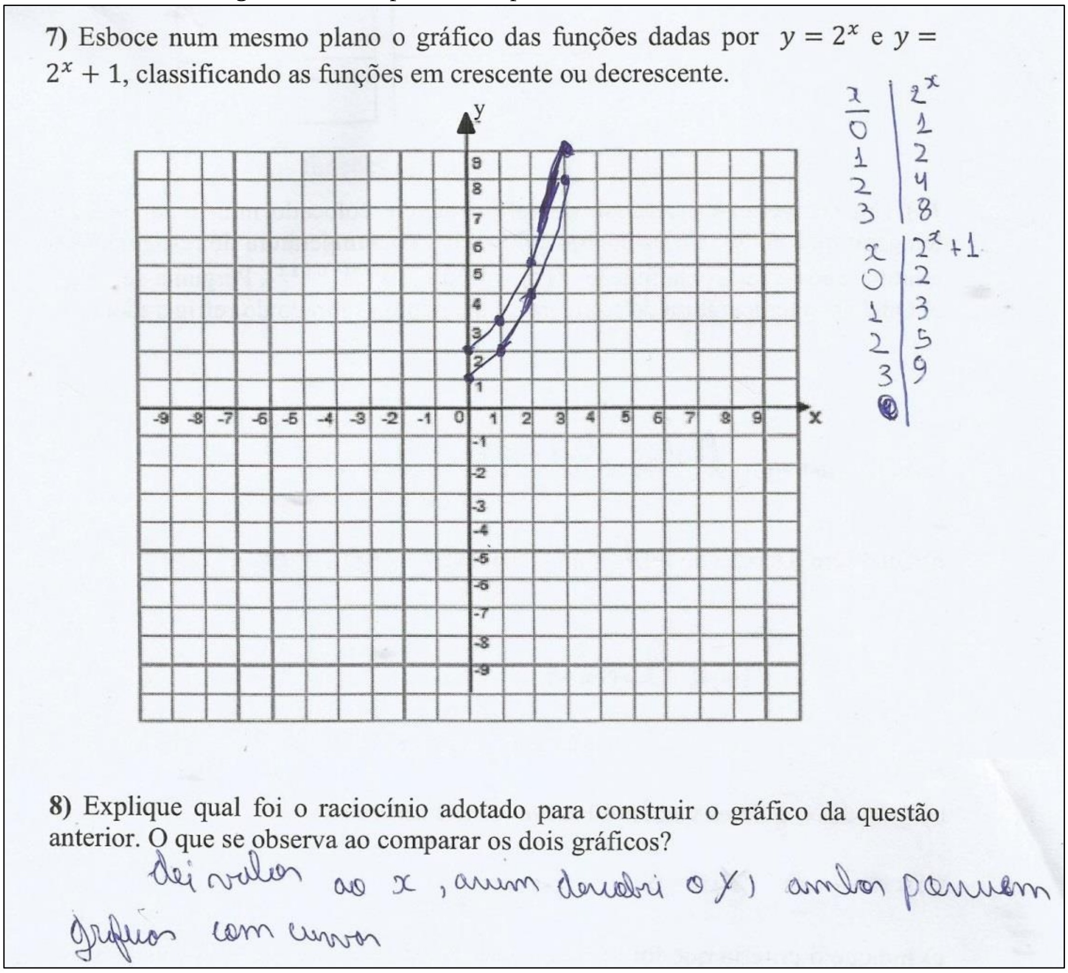
e) Indique o critério que foi adotado, para escolher o valor que você indicou na resposta do item d.

Porque o resultado de b(y) é 3,5 onde passa no eixo y.

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno A

Na Questão 7, que solicitava a construção de duas funções exponenciais em um mesmo plano cartesiano, Figura 4.11, e na Questão 8, na qual era para explicar o raciocínio adotado na construção dos gráficos e o que se observa ao compará-los, apenas dois alunos se desafiaram e se propuseram a tentar resolver a questão, apesar de todos afirmarem que nunca trabalharam com gráficos dessas funções.

Figura 4.11: Resposta dada por um aluno nas Questões 7 e 8



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno G

A Questão 9 apresentava diversos gráficos e funções, tendo por objetivo associar cada gráfico à sua função e explicar o porquê da escolha da relação. Como os próprios alunos relataram durante a realização da atividade, esta questão foi respondida no “chute”, pois os alunos não tiveram no ano anterior o estudo gráfico da função exponencial.

Em relação à Questão 10, que sugere que os alunos utilizem funções exponenciais para a resolução de uma situação-problema, percebemos que os alunos não realizaram esta questão e que nunca resolveram questões deste gênero.

Ao analisamos esta Atividade Diagnóstica - Parte II: Função Exponencial, verificamos que os alunos possuem defasagem[1] no estudo da função exponencial, desde a sua definição, passando pela representação gráfica e aplicação em situações-problema.

[1] Aqui utilizamos o termo defasagem do aluno para significar que o aluno não demonstra possuir as competências e habilidades previamente ensinadas e relacionadas ao conteúdo abordado.

4.2 Apresentação e análise dos dados do Roteiro 01 - Estudo da Função Afim

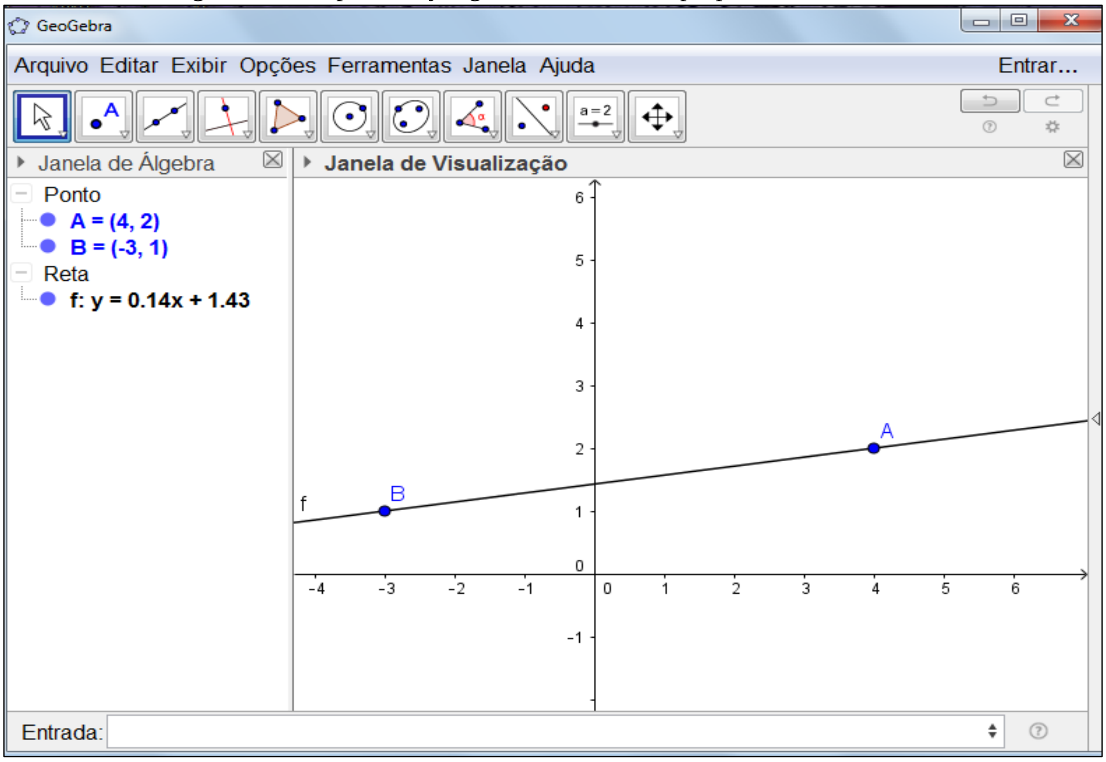
O Roteiro 01 - Estudo da Função Afim (Apêndice E) foi elaborado a partir das defasagens evidenciadas na análise da Atividade Diagnóstica - Parte I: Função Afim. Para o desenvolvimento deste roteiro, os alunos fizeram uso do software GeoGebra no Laboratório de Informática do colégio, sendo disponibilizados três períodos de aula, num total de 2 horas e 30 minutos. Mesmo com a grande maioria dos alunos já possuindo um conhecimento do software, foi apresentada a página oficial do GeoGebra, e mostrado ao grande grupo de alunos como fazer seu download, as principais áreas e os principais comandos deste software. Após a breve explanação sobre o software, os alunos iniciaram as atividades, que lhes foram disponibilizadas impressas. Com relação ao Roteiro 01 - Estudo da Função Afim, os participantes optaram por trabalhar em computadores individualmente, para um melhor aproveitamento e contato/manuseio direto com o software nas atividades desenvolvidas; em alguns momentos, discutiam as resoluções com os colegas ao seu lado.

Durante a realização das atividades propostas pelo roteiro, verificamos algumas dificuldades dos alunos que não conheciam o software, em encontrar os ícones necessários para os comandos nas ferramentas do programa, o que gerou algumas dúvidas e questionamentos pelos que estavam tendo um primeiro contato com a tecnologia utilizada.

Depois da exploração inicial e com o andamento do desenvolvimento das atividades, iam sendo promovidas discussões em relação a cada atividade que se concluía. Não cabe aqui analisar todas as respostas escritas pelos alunos, mas sim quais os procedimentos adotados e quais as dificuldades encontradas pelos alunos em sua resolução; nossa discussão abordará somente aspectos referentes à manipulação e à compreensão dos conteúdos abordados.

Através da Atividade 1, que tratava da construção de uma função afim a partir de pontos, os alunos constataram que, a partir de apenas dois pontos, é possível obter uma reta (Figura 4.12), que é a representação gráfica de uma função afim, evidenciando que a raiz, ou seja, o valor que intercepta o eixo x, é o zero da função. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1999) defendem o estudo dos conceitos geométricos, pois esses estimulam desenvolver um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada o mundo que vive. Dessa maneira, é interessante associar a aprendizagem dessa geometria com recursos tecnológicos, uma vez que nossa sociedade está em constante desenvolvimento.

Figura 4.12: Representação gráfica de uma reta proposta na Atividade 1



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno F

Na Atividade 2, foi abordada uma situação problema em que a construção da função afim foi feita a partir de dados inseridos em uma tabela. Borba e Penteado (2012) afirmam que é dever do professor sugerir contextos que assumam a participação da Informática na condução dos objetivos. O software no auxílio do estudo de função, em uma situação contextualizada, é uma alternativa para que o aluno possa construir o conceito de forma considerável, uma vez que é possível fazer uma construção com precisão, rapidez e de rápida manipulação do comportamento das funções.

Na Atividade 3, construção de funções afins a partir de seletores, uma dificuldade encontrada pelos alunos foi a utilização do termo "Seletor", visto que, para construí-lo utilizaram o comando "Criar Controle Deslizante" do menu de Ferramentas do GeoGebra. Com esta atividade foi feito o estudo da função graficamente (geometricamente), a partir da qual é possível visualizar e compreender o que representam os valores de *a* e de *b*, elementos que compõem a lei de uma função.

A Atividade 4, estudo da função afim, trabalha com as famílias das funções, o que tornou possível ao aluno compreender melhor o que acontece quando são alterados os valores dos coeficientes na lei da função $f(x)=ax+b$.

> O recurso de múltiplas representações, no caso analítica e geométrica, favorece a construção de relações entre operações algébricas na expressão da função e movimentos geométricos em gráficos. Em uma família, a função básica é a que tem a expressão algébrica mais simples, e as demais funções são obtidas a partir de operações algébricas sobre a expressão da função básica. Os gráficos dos elementos da família são identificados a partir de movimentos geométricos aplicados ao gráfico da função básica: translação vertical ou horizontal; dilatação ou contração nas direções horizontais e verticais; reflexões. Com a possibilidade de plotar simultaneamente diversos elementos da família, o aluno explora o tipo de movimento aplicado ao gráfico da função básica. (GRAVINA; SANTAROSA, 1999, p. 85)

De acordo com nossa expectativa prévia contatamos que após a realização do Roteiro 01 - Estudo da Função Afim, os alunos puderam compreender e ter um melhor entendimento (comparado com a atividade diagnóstica parte I, apresentada anteriormente) quanto à representação gráfica dos coeficientes *a* (coeficiente angular) e *b* (coeficiente linear) desta função.

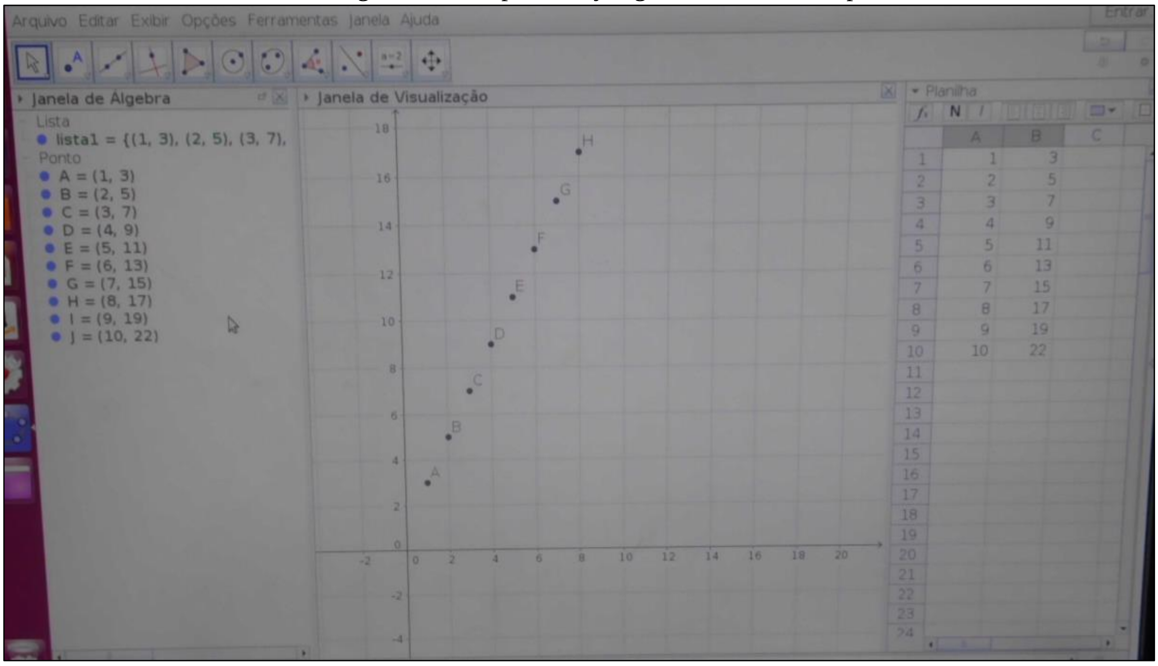
Após a aplicação das quatro atividades do Roteiro 01 - Estudo da Função Afim, decidimos que a Atividade 2 deveria ser a última atividade a ser apresentada neste roteiro (alteração que já será implementada posteriormente no Roteiro 03 - Estudo da Função Exponencial), pois a exploração de situações-problema teria uma melhor compreensão após serem manuseadas as diferentes variações da função afim. Esta melhoria será contemplada quando da confecção do produto final dessa dissertação, que deverá servir como sugestão, para no futuro, outros docentes adotarem esta abordagem no ensino dos conteúdos envolvidos.

4.3 Apresentação e análise dos dados do Roteiro 02 - Estudo da Progressão Aritmética

O Roteiro 02 - Estudo da Progressão Aritmética (Apêndice F) foi elaborado após os alunos já terem tomado um contato introdutório com os elementos básicos de uma PA. Para o desenvolvimento deste roteiro os alunos fizeram uso do software GeoGebra no Laboratório de Informática do colégio, sendo disponibilizados três períodos de aula, num total de 2 horas e 30 minutos. Os alunos desenvolveram as atividades propostas que foram disponibilizadas impressas.

A Atividade 1 consistia em reconhecer uma progressão aritmética. Através de diferentes questionamentos, os alunos puderam identificar e construir algumas PAs, definindo para cada uma, razão, primeiro termo, termo geral, verificando se é crescente, decrescente ou constante e observando a sua representação gráfica que é dada por pontos como observado na Figura 4.13.

Figura 4.13: Representação gráfica de uma PA: pontos



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Nas Atividades 2 e 3, foi explorada a relação existente de uma progressão aritmética com uma função afim, e foram determinadas funções afins que correspondem a progressões aritméticas.

Na Atividade 4, também foram determinadas funções afins que correspondem a progressões aritméticas, sendo essas últimas construídas a partir de situações-problema.

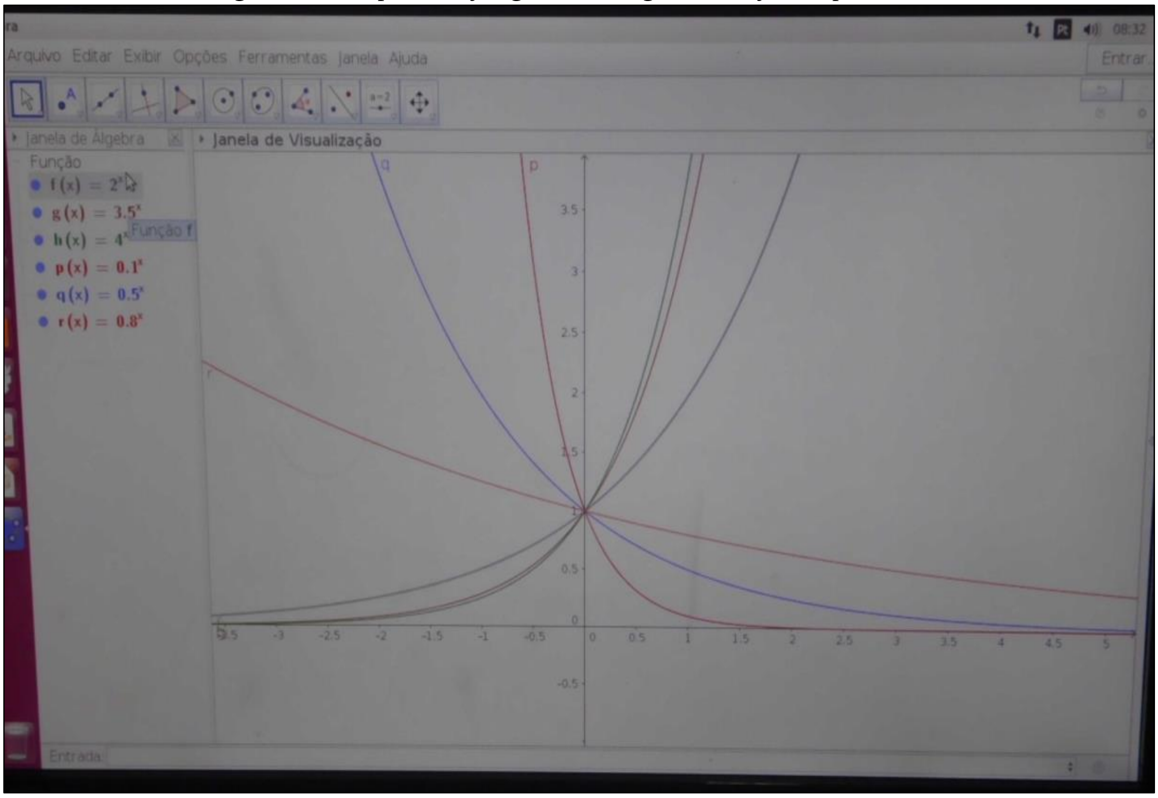
4.4 Apresentação e análise dos dados do Roteiro 03 - Estudo da Função Exponencial

O Roteiro 03 - Estudo da Função Exponencial (Apêndice G) foi elaborado a partir das defasagens evidenciadas na análise da Atividade Diagnóstica - Parte II: Função Exponencial. Para o desenvolvimento deste roteiro os alunos fizeram uso do software GeoGebra no Laboratório de Informática do colégio, sendo disponibilizados três períodos de aula, num total de 2 horas e 30 minutos.

Este roteiro vem a ser equivalente ao Roteiro 01, mas agora, em vez da função afim, trataremos da função exponencial. Além disso, a resolução de situações-problema envolvendo a função exponencial constitui aqui a última atividade deste roteiro, tal como sugerido após aplicar o Roteiro 01.

Nas Atividades 1, 2 e 3, foi explorada a construção do gráfico de uma função exponencial, a construção da função a partir de seletores e o estudo da função exponencial. Como já havia sido previsto com a análise da atividade diagnóstica sobre funções exponenciais, os alunos tiveram dificuldades na interpretação dos valores dos parâmetros, bem como no entendimento de quando a função é crescente ou decrescente (Figura 4.14). Como os alunos nunca tinham trabalhado com gráfico das funções exponenciais, mas apenas com cálculos de valores em funções exponenciais, sem no entanto significado nenhum, a visualização gráfica da função possibilitou também o entendimento e a observação do que é crescer mais rapidamente ou mais lentamente.

Figura 4.14: Representação gráfica de algumas funções exponenciais



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Com a Atividade 4, foi possível aplicar os conceitos que foram concebidos a partir das atividades anteriores, na resolução de situações-problemas envolvendo funções exponenciais.

A utilização do software GeoGebra contribuiu muito para o estudo das funções exponenciais, visto que a visualização da construção dos gráficos no software evidenciou claramente as propriedades/características desse tipo de função, o que de repente manualmente não seria possível de ser observado pelo erro na colocação de pontos ou ao traçar a curva. Além disso, existe a possibilidade de serem trabalhadas funções que assumam valores muitos altos ou muito pequenos que usualmente são evitados por dificuldade na manipulação de tais valores.

4.5 Apresentação e análise dos dados do Roteiro 04 – Estudo da Progressão Geométrica

O Roteiro 04 – Estudo da Progressão Geométrica (Apêndice H) foi elaborado após os alunos já terem tomado um contato prévio com os elementos básicos de uma PG. Para o desenvolvimento deste roteiro, os alunos fizeram uso do software GeoGebra no Laboratório de Informática do colégio, sendo disponibilizados três períodos de aula, num total de 2 horas e 30 minutos.

A Atividade 1 consistia em reconhecer uma progressão geométrica, através de diferentes questionamentos. Os alunos puderam identificar e construir algumas PGs, definindo para cada uma, razão, primeiro termo, termo geral, verificando se é crescente, decrescente ou constante e observando a sua representação gráfica que é dada por pontos.

Nas Atividades 2 e 3, foi explorada a relação existente de uma progressão geométrica com uma função exponencial, e foram determinadas funções exponenciais que correspondem a progressões geométricas.

Na Atividade 4, também foram determinadas funções exponenciais que correspondem a progressões geométricas, sendo essas últimas construídas a partir de situações-problema.

Borba e Penteado (2012) explanam que, além de trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, as novas mídias, como os computadores com softwares gráficos, permitem que o aluno experimente bastante. Os computadores reorganizam o pensamento e contribuem para modificar as práticas do ensino tradicional; esses autores destacam ainda que as tecnologias digitais tornaram-se importantes aliadas em atividades de investigação.

4.6 Apresentação e análise dos dados da atividade de verificação

A atividade de verificação (Apêndice I) foi elaborada e aplicada com o intuito de verificar se o aluno conseguiu perceber e identificar qual representação está evidenciada nos gráficos e qual função está associada à progressão (aritmética ou geométrica) envolvida nas situações-problema. Esta atividade foi realizada pelos alunos individualmente em sala de aula, com duração de uma hora.

Na Questão 1, todos os alunos relacionaram corretamente o gráfico com a sua respectiva função algébrica. Na Questão 2, observada na Figura 4.15, os alunos identificaram corretamente a sequência como sendo uma Progressão Geométrica e obtiveram a função correta, mas alguns somente não mencionaram que é uma função exponencial.

Figura 4.15: Resposta dada por um aluno na Questão 2

2) (1 acerto) A sequência representada por (10, 100, 1000, ...) é uma PA ou uma PG? O que levou você a identificar o tipo de sequência apresentada?

A sequência representada é uma PG. Identifiquei a sequência, pois dividindo o 2º termo pelo anterior obtive a $q=10$ e assim sucessivamente, ou seja, cada um dos termos a partir do segundo é igual ao produto do anterior pela razão.

* **(1 acerto)** Que tipo de função está relacionada a esta sequência? Obtenha-a.

A função relacionada é a exponencial.

$f(x) = b \cdot a^x \rightarrow f(x) = 1 \cdot 10^x$

$f(x) = \frac{10}{10} \cdot 10^x$

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno A

Na Atividade 3, os alunos conseguiram identificar que a situação-problema dá origem a uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$, com primeiro termo, 500 mil; acertaram também que a função relacionada seria exponencial.

Na Atividade 4, apresentada na Figura 4.16, os alunos conseguiram identificar que a situação-problema descreve e dá origem a uma progressão aritmética que está relacionada a uma função afim.

Figura 4.16: Resposta dada por um aluno na Questão 4

4) (1 acerto) Victor se aprimora no videogame cada vez que ele joga. Ele obtém 20 pontos no primeiro jogo, 25 pontos no segundo, 30 no terceiro e assim por diante. Com base nessas informações qual a sequência que pode ser construída, uma PA ou PG?

PA (20,25,30...)

Pode-se construir uma PA pois vai aumentando de 5 em 5 cada jogo que ele joga.

* **(1 acerto)** Que tipo de função está relacionada a esta sequência? Obtenha-a.

Se relaciona a uma função afim

$F(x) = ax + b$

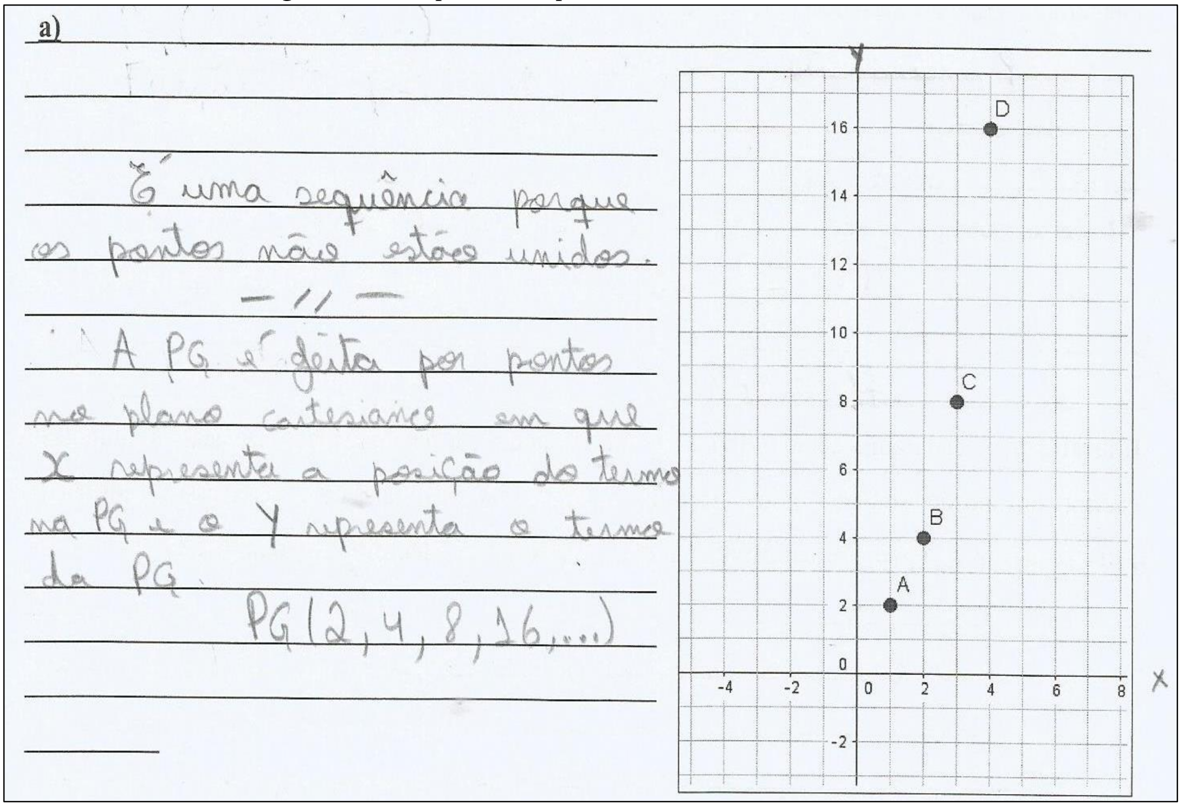
$F(x) = 5x + 20 - 5$

$F(x) = 5x + 15$

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno G

Na Atividade 5, foram apresentados quatro gráficos que deveriam ser identificados como sendo de uma Progressão Aritmética, Progressão Geométrica, Função Afim ou Função Exponencial, justificando e apresentando as sequências ou funções representadas. No item a, Figura 4.17 o gráfico representa uma progressão geométrica, o que foi identificado por quase todos os alunos.

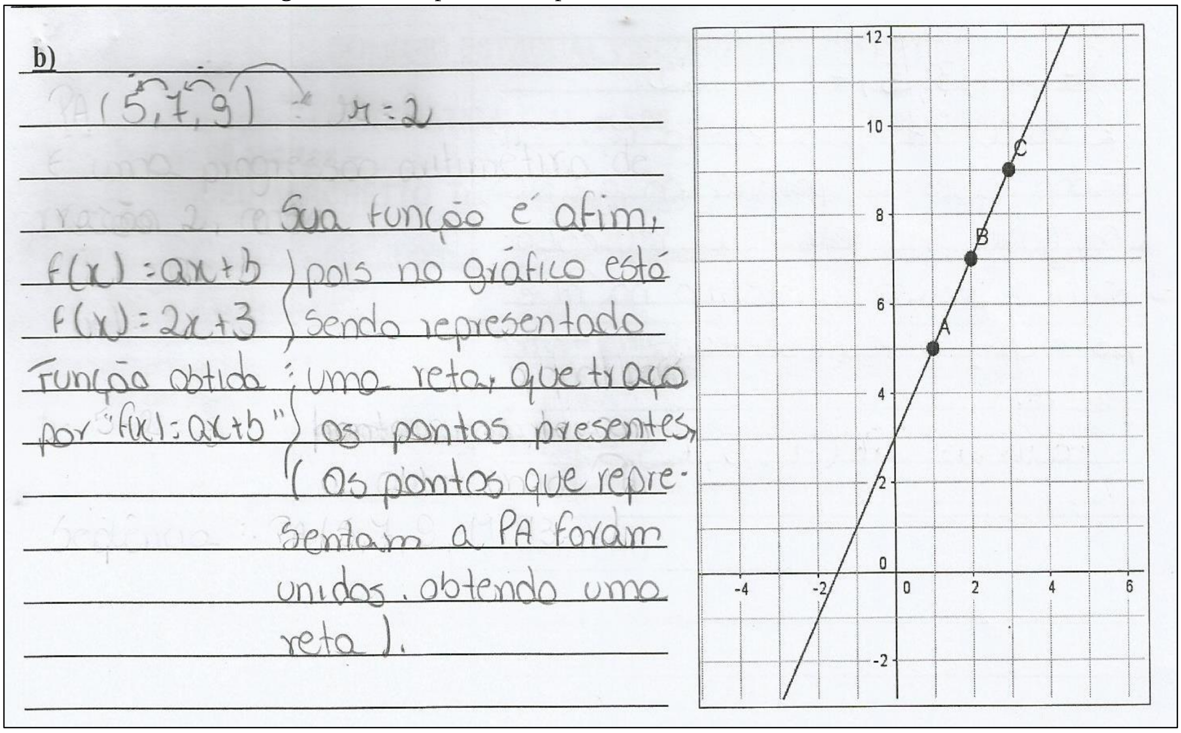
Figura 4.17: Resposta dada por um aluno na Questão 5, item a



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno S

No item b, da Questão 5, Figura 4.18, o gráfico representa uma função afim, que foi identificada corretamente pelos alunos. Os alunos destacam que é de uma função afim, pois está traçada uma reta. Obtiveram a função analítica sem dificuldades, e alguns alunos inclusive escreveram a PA relacionada à função afim.

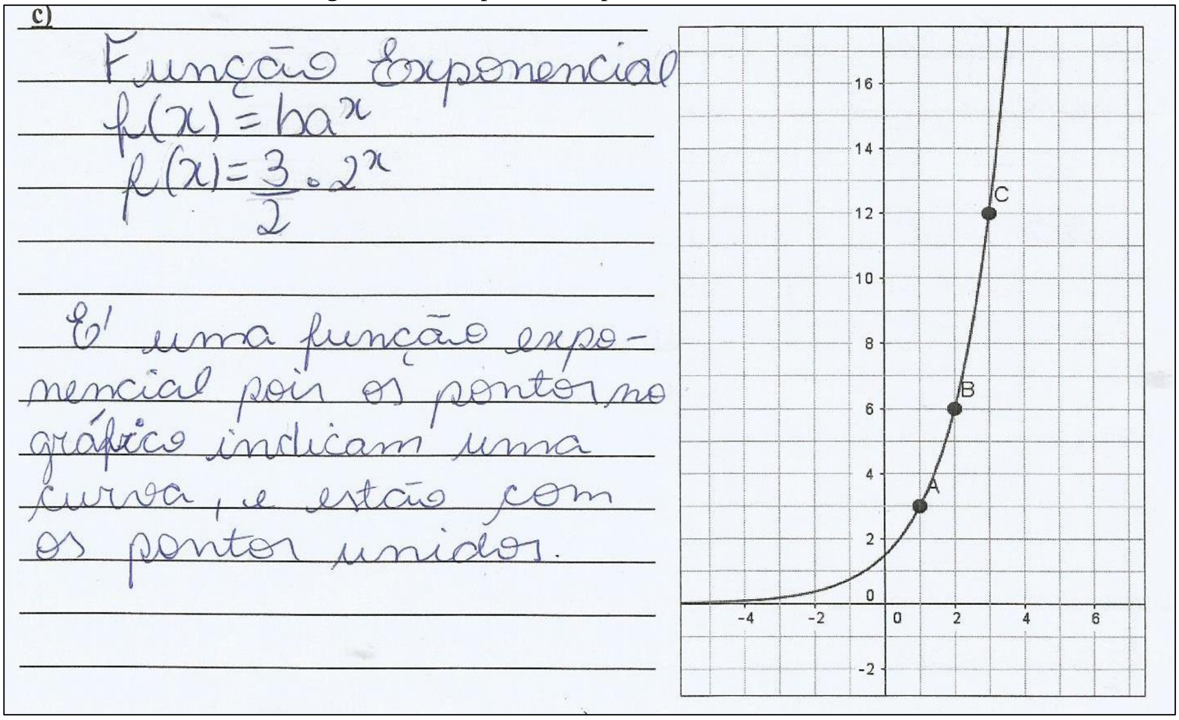
Figura 4.18: Resposta dada por um aluno na Questão 5, item b



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno D

No item c, da Questão 5, Figura 4.19, o gráfico representa uma função exponencial, e foi identificada corretamente pelos alunos, inclusive escrevendo a sua forma algébrica (analítica).

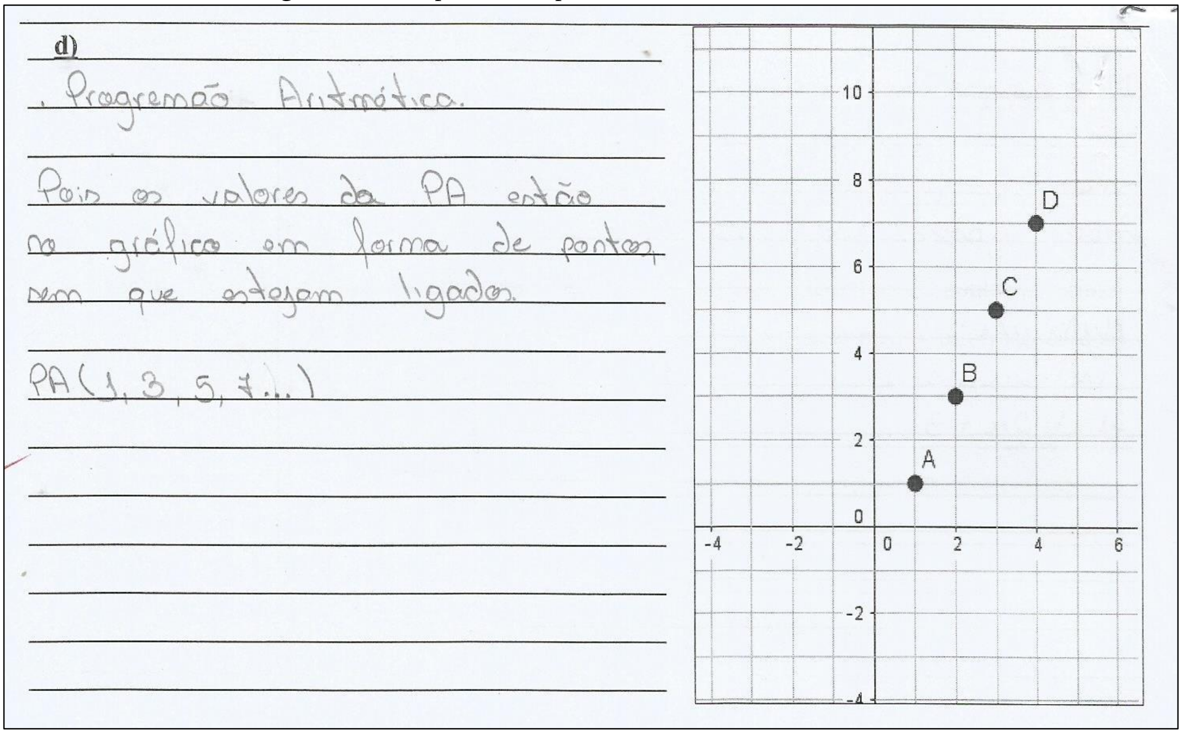
Figura 4.19: Resposta dada por um aluno na Questão 5, item c



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno B

No item d, da Questão 5, Figura 4.20, o gráfico representa uma progressão aritmética; notamos que os alunos identificaram corretamente como sendo uma PA, e compreenderam que sua representação gráfica é feita através de pontos.

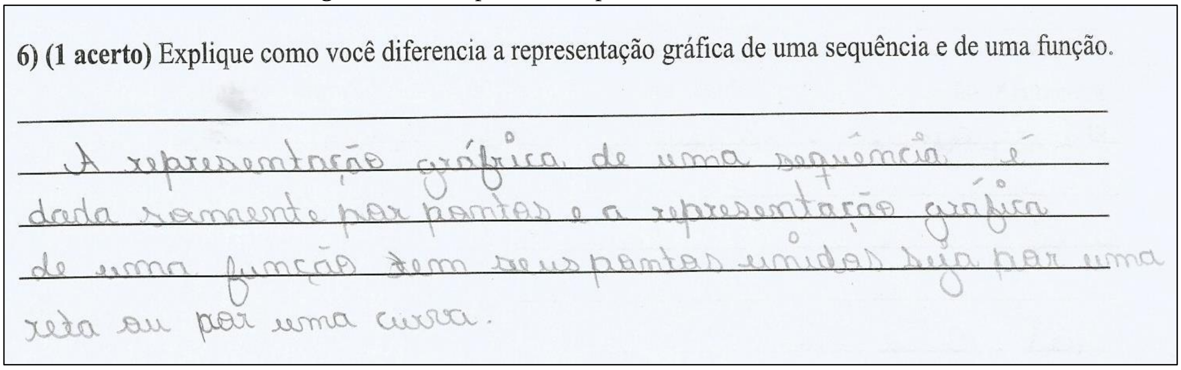
Figura 4.20: Resposta dada por um aluno na Questão 5, item d



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno A

Na Questão 6, Figura 4.21, os alunos foram instigados a fazer uma análise de como se diferencia a representação gráfica de uma sequência de uma função. Pelas respostas, verificamos que os alunos compreenderam a diferença entre a representação gráfica de sequências (progressões) e funções.

Figura 4.21: Resposta dada por um aluno na Questão 6



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora, registro do aluno P

Após a aplicação e análise da atividade de verificação, podemos constatar pelas respostas dadas às questões analisadas, que os alunos demonstraram conseguir estabelecer a relação entre uma progressão aritmética e a sequência formada pelas imagens dos elementos dessa progressão por uma função afim; e a relação entre uma progressão geométrica e a sequência formada pelas imagens dos elementos dessa progressão por uma função exponencial.

No que tange as representações, verificamos que os alunos superaram a dificuldade salientada inicialmente na atividade diagnóstica (conversão do registro gráfico para o analítico), pois apresentaram na atividade de verificação entendimento das representações gráficas, bem como a habilidade para fazer as conversões algébricas necessárias.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observando as dificuldades de duas turmas de alunos do 2º ano do Ensino Médio em compreender quais são as aplicações das progressões aritméticas e geométricas, e sentindo a necessidade de facilitar o entendimento e a aprendizagem desses conteúdos, planejamos este trabalho de dissertação, que consiste em uma proposta diferenciada de ensino e aprendizagem através de roteiros de atividades, com o auxílio do software GeoGebra, visando evidenciar as conexões de Progressões Aritméticas e Geométricas com funções afins e exponenciais, respectivamente.

Acompanhamos o desenvolvimento dos alunos envolvidos, ao avançarem nas atividades propostas, sendo que eles mostraram evolução na compreensão das associações entre os conceitos de funções e progressões, enquanto transitavam entre os registros analíticos (algébricos) e geométricos.

Para atender aos objetivos da pesquisa, aplicamos um roteiro de atividades que nos permitiu chegar a algumas conclusões quanto à pergunta norteadora da pesquisa: <u>Quais relações os alunos conseguem evidenciar, através da comparação entre gráficos (obtidos com o GeoGebra) de funções afins e exponenciais, com progressões aritméticas e geométricas, respectivamente?</u>

Findamos a coleta de dados, com a atividade de verificação, que nos permitiu concluir que os alunos conseguiram estabelecer as relações existentes entre progressões aritméticas e geométricas, com funções afins e exponenciais, respectivamente. Temos evidências de que a obtenção dos resultados deve-se em boa parte, pelas leituras dos diferentes tipos de representações, que o software GeoGebra proporcionou aos alunos; estes resultados contribuíram para a superação de defasagens, atribuindo significados aos conteúdos estudados e um avanço no nosso ensino, bem como na aprendizagem dos alunos.

Constatamos que o uso do software GeoGebra em suas diferentes representações, permitindo que os alunos transitassem entre os registros das representações semióticas, analíticos (algébricos) e geométricos, corroborou o que nos ensina a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003, 2009), a saber: mobilizando o objeto de estudo em diferentes registros de representações, obtém-se a compreensão deste objeto de forma mais ampla.

Além de tornar as aulas mais dinâmicas, a utilização do software instigou reflexões nos alunos, que os levaram à compreensão das relações entre progressões aritméticas e funções afins, e entre progressões geométricas e funções exponenciais. Neste sentido, consideramos respondida a pergunta norteadora da nossa pesquisa. Através da comparação entre gráficos (obtidos com o GeoGebra), ficaram evidenciadas percepções dos alunos de que existem relações entre progressões e funções correspondentes. Mais especificamente, foram por eles claramente identificadas as relações entre funções afins e progressões aritméticas, e também entre funções exponenciais e progressões geométricas.

Os resultados positivos obtidos mostram que o uso de tecnologias pode trazer relevantes contribuições para se repensar o processo de ensino, pois auxiliam na construção do conhecimento, estimulando o pensamento matemático acerca do objeto de estudo. Além dos alunos demonstrarem mais autonomia, eles também se mostraram estar mais motivados nas explorações das atividades investigativas. Devemos ter cuidado para não utilizar a tecnologia simplesmente como elemento de motivação, pois, conforme alertam Borba e Penteado (2012), a motivação pode ser passageira, não implicando em mudanças efetivas na prática pedagógica. Portanto, a proposta pedagógica com o uso de softwares deve estimular problemas abertos, a experimentação, a visualização e a simulação, para que os alunos possam ser instigados a interagir e manipular construções de relações expressivas entre representações, explorando e analisando situações geométricas com qualidade.

A experiência com este trabalho foi sem duvida de grande valor, na medida em que os alunos utilizaram o software GeoGebra para estabelecer conexões de Progressões Aritméticas e Geométricas com funções afins e exponenciais, enriquecendo as experiências vivenciadas por eles na sala de aula. Os alunos conseguiram expressar a progressão aritmética como uma função afim e a progressão geométrica como uma função exponencial, identificando a função que está associada a cada progressão, o que vai ao encontro das ideias de Gravina e Santarosa (1999) que sugerem que o suporte oferecido pelos ambientes informatizados acelera o processo de apropriação de conhecimento, promovendo ideias matemáticas com significado ao aluno.

Esse trabalho permitiu que os alunos estabelecessem conexões entre conceitos matemáticos previamente estudados (funções) com novos conceitos (progressões) que estavam sendo apresentados naquele momento, favorecendo consequentemente uma melhor compreensão e aprendizagem de todos os conteúdos envolvidos. Essas explorações estiveram centradas em diferentes formas de representações, permitindo ao aluno a construção e a apropriação do seu conhecimento. O estabelecimento dessas conexões favorece o raciocínio, principalmente na resolução de problemas aplicados, sobrepondo-o ao simples uso mecânico de fórmulas.

Ao findar esta dissertação, podemos constatar que a interação dos alunos com a tecnologia enriquece as relações entre os elementos visualizados na tela do software, levando o aluno a uma melhor compreensão dos conceitos e propriedades geométricas em suas construções. Este recurso pode, portanto, dar as condições e o suporte necessários aos professores para enriquecer suas ações pedagógicas inovando na forma de ensinar progressões.

Podemos dizer que ao final da aplicação desta proposta os resultados observados na aprendizagem dos alunos atenderam ao objetivo que previamente definimos, no sentido de aprimorar o trabalho docente. A partir das suas produções, foi possível observar o entendimento em constante progresso, de progressões aritméticas e geométricas, através da representação gráfica relacionando-as com funções afins e exponenciais.

Atribuímos o resultado positivo desta dissertação à metodologia e à estrutura adotadas na aplicação dos roteiros de atividades. Ao final dessa experiência, disponibilizamos como produto final, o conjunto de roteiros construídos nesta pesquisa, que poderão servir de auxílio como ferramenta pedagógica para quem quiser explorar o estudo de progressões aritméticas e geométricas em conexão com funções afins e exponenciais, respectivamente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARRUDA, Alexandre Goulart. **Ensino de juros compostos, progressão geométrica e função exponencial**. 2013. 135 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2013. Disponível em: <http://www.locus.ufv.br/handle/123456789/5890>. Acesso em: 25 de maio de 2017.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto Editora, 1994.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática** Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

BORBA. Marcelo de Carvalho; DA SILVA, Ricardo Scucuglia R.; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática.** Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2012.

BOSCHETTO, Viviane Cristina. **Função afim e suas propriedades através da resolução de problemas**. 2015. 81 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São José do Rio Preto, 2015. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/138524>. Acesso em: 19 de março de 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática – Ensino Médio. Brasília: MEC, 1999.

_______. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCN+: Ensino Médio - orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 2002.

_______. Secretaria da educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2006.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. v. 1, São Paulo: Ática, 2013.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus, p. 11-33, 2003.

________. **Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Roâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman; NUNES, Katia Regina Ashton. **Matemática: práticas pedagógicas para o Ensino Médio**. Porto Alegre: Penso Editora, 2012.

FONSÊCA, Naciara Pereira Dantas da. **Uma Proposta Alternativa para o Ensino de Progressões Relacionadas a Funções**. 2013. 41 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Caicó, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/18658>. Acesso em: 25 de maio de 2017.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6ª Ed. São Paulo: Atlas, 2008. Disponível em: <https://ayanrafael.files.wordpress.com/2011/08/gil-a-c-mc3a9todos-e-tc3a9cnicas-de-pesquisa-social.pdf>. Acesso em: 24 de abril de 2017.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. **Matemática Completa**. São Paulo: FTD, v.1, 2005.

GOMES, Francisco Magalhães. **Matemática básica**. v. 1: Operações, equações, funções e sequências. 2017. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~chico/ma091/page14.html>. Acesso em: 04 de abril de 2017.

GONÇALVES, Antonio Roberto. **Matemática para Cursos de Graduação Contexto e Aplicações**. 2016. Disponível em: <https://pt.slideshare.net/DiegoAlves48/apostila-matematica-basica-31264334>. Acesso em: 04 de abril de 2017.

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria Costi. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. **INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO**: teoria & prática. Porto Alegre, v. 2, n. 1, maio, 1999. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/20962>. Acesso em: 22 de março de 2017.

GRAVINA, Maria Alice. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. 2001. 277 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001. Disponível em: < http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/2545>. Acesso em: 23 de março de 2017.

_________. O potencial semiótico do GeoGebra na aprendizagem da Geometria: uma experiência ilustrativa. **VIDYA** (Revista Eletrônica). Santa Maria, v. 35, p. 237-253, 2015. Disponível em: <http://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/605/561>. Acesso em: 22 de março de 2017.

HOHENWARTER, Markus. **Software livre GeoGebra**. Disponível em: <http://www.geogebra.org>. Acesso em: 19 de março de 2017.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática: ciência e aplicações**. v.1. São Paulo: Saraiva, 2005.

INSTITUTO GEOGEBRA NO RIO DE JANEIRO. **GEOGEBRA**. Disponível em: <http://www.geogebra.im-uff.mat.br>. Acesso em: 19 de março de 2017.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da Aprendizagem Escolar**: estudos e proposições. São Paulo: Cortez, 2005.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. v. 1. São Paulo: Moderna, 2009.

PONTE João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

SANTOS, Matheus de Lucas Pereira dos; SILVA, Breno Araújo da. As relações entre progressão aritmética e a função afim com o aplicativo geogebra. **Anais do X Simpósio Linguagens e Identidades da/na Amazônia Sul-Ocidental**. 2016. Disponível em: <http://revistas.ufac.br/revista/index.php/simposioufac/article/viewFile/902/499>. Acesso em: 19 de março de 2017.

SCHU, Angela Maria Pacini; PACINI, Anderson Adilson. Análise e representação de progressão aritmética e geométrica com o uso do Microsoft/Excel. **VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática**. Portal de Eventos da ULBRA. 2013. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/view/948>. Acesso em: 25 de maio de 2017.

SOUZA, Antonio Marcos de. **A sequência Fedathi para uma aprendizagem significativa da função afim: uma proposta didática com o uso do software geogebra**. 2015. 157 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/12959>. Acesso em: 19 de março de 2017.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo olhar Matemática**. v. l, São Paulo: FTD, 2013.

SUGUIMOTO, Alexandre Shuji. **Utilização do Geogebra como auxílio no ensino de funções**. 2013. 54 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – PROFMAT do Departamento de Matem ática, Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013. Disponível em: <http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/handle/123456789/341>. Acesso em: 17 de abril de 2017.

APÊNDICE A: Termo de Consentimento Informado

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, RG _________________, aluno(a) do 2º ano do Ensino Médio do Colégio Visconde de Bom Retiro, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada **O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DE PROGRESSÕES ARITMÉTICAS E GEOMÉTRICAS, E SUA RELAÇÃO COM FUNÇÕES AFINS E EXPONENCIAIS**, desenvolvida pela pesquisadora Raquel Marchetto. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é orientada pela Profª. Drª. Maria Cristina Varriale.

Tenho ciência de que minha participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação à contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

* Investigar (diagnóstica) quais são os conhecimentos prévios dos alunos referentes ao conteúdo funções afins e exponenciais.

* Verificar como um roteiro de atividades, envolvendo gráficos traçados com o auxílio do software GeoGebra, promove a manipulação e a compreensão dos conteúdos no contexto das práticas diárias de sala de aula.

* Analisar e estabelecer conexões de Progressões Aritméticas e Geométricas com funções afins e exponenciais, respectivamente, seguindo um roteiro de atividades utilizando o software GeoGebra.

* Levar o aluno a expressar a fórmula do termo geral da progressão aritmética e da progressão geométrica como uma função afim ou exponencial, respectivamente.

* Criar situações-problema nos quais o aluno possa perceber e identificar qual função está associada à progressão (aritmética ou geométrica) da situação-problema.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade. A colaboração dos participantes se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em aula em que será observado(a) e sua produção analisada. No caso de fotos, obtidas durante a participação, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Fui ainda informado(a) de que posso me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Bento Gonçalves, 06 de abril de 2017.

Assinatura do Responsável:

Assinatura da pesquisadora:

Assinatura do Orientador da pesquisa:

APÊNDICE B: Questionário

Caro aluno!

Este questionário visa coletar dados para a pesquisa sobre: "O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DE PROGRESSÕES ARITMÉTICAS E GEOMÉTRICAS, E SUA RELAÇÃO COM FUNÇÕES AFINS E EXPONENCIAIS". Lembrando que todos os dados da pesquisa ficarão em sigilo.

QUESTIONÁRIO

SÉRIE:_______________ TURMA: ___________

NOME: ____

1) IDADE: _______________

2) SEXO: ( ) Masculino ( ) Feminino

3) Você utiliza computadores no seu dia-a-dia? Onde?

4) Que tipo de atividades você costuma desenvolver com o uso do computador?

5) Quais são suas maiores dificuldades em relação à disciplina de Matemática?

6) O que faz você se sentir mais à vontade durante uma aula? Quando você acha que consegue aprender melhor?

7) Você conhece o software Geogebra? ( ) Sim ( ) Não

8) Quais tópicos você estudou com o uso do GeoGebra?

9) Você teve alguma dificuldade na manipulação do software, quais?

APÊNDICE C: Atividade Diagnóstica - Parte I: Função Afim

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA – PARTE I: FUNÇÃO AFIM

Esta avaliação faz parte da pesquisa: "O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DE PROGRESSÕES ARITMÉTICAS E GEOMÉTRICAS, E SUA RELAÇÃO COM FUNÇÕES AFINS E EXPONENCIAIS". Tem por objetivo verificar os conhecimentos existentes referentes ao conteúdo funções afins, buscando detectar dificuldades de aprendizagem. As respostas servirão para identificar as competências e habilidades desenvolvidas pelos alunos acerca do estudo das funções afins. Lembre que todas as respostas ficarão em sigilo.

1) Escreva o que você entende por Função Afim.

2) Quais das funções abaixo são afins?

a) $y = x^2 + 5$
b) $f(x) = x$
c) $g(x) = 2x + 1$
d) $f(x) = 7$
e) $y = -3x + 5$
f) $h(x) = ax + b$ onde a e b são números reais.
g) $f(x)= ax^2+bx+c$ onde a, b e c são números reais com $a \neq 0$.

3) Identifique o coeficiente angular (a) e o coeficiente linear (b) de cada uma das seguintes funções afins:

a) $y = -2x + 5$ a: b:

b) $y = 4x - 1$ a: b:

c) $y = 3x$ a: b:

d) $y = x + 2$ a: b:

e) $y = 5$ a: b:

4) Que tipo de curva é a representação gráfica de uma função afim? O que o coeficiente angular (a) e o coeficiente linear (b) representam?

5) Associe as funções abaixo às suas respectivas classificações:

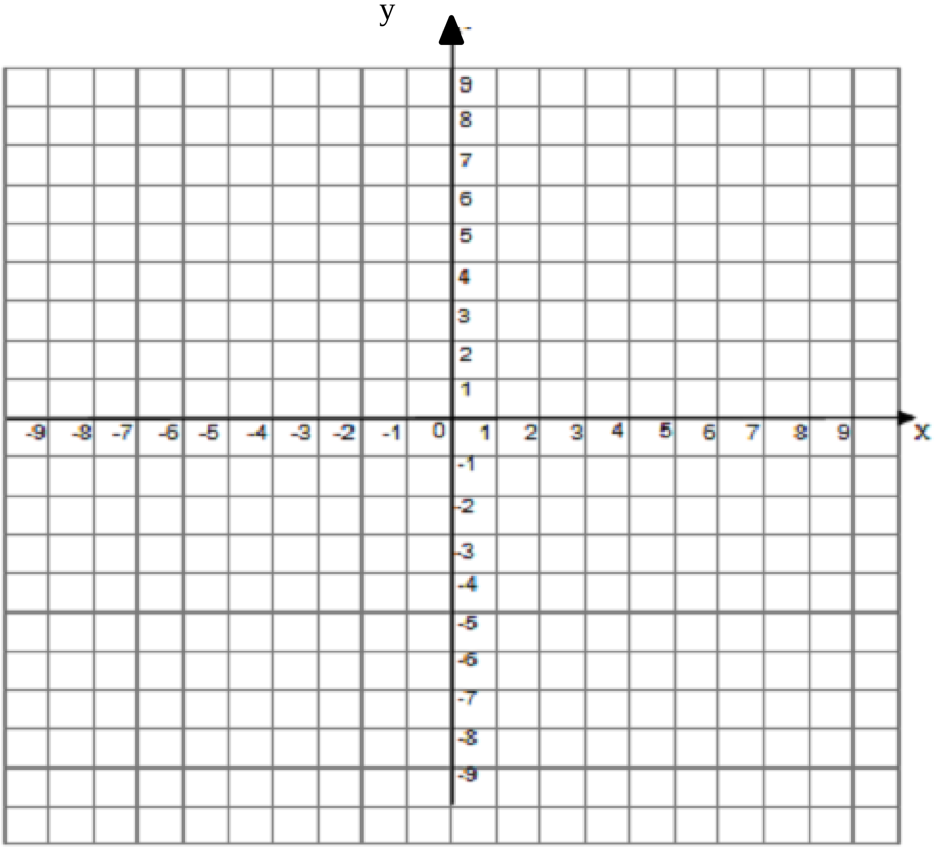
(a) constante (b) crescente (c) decrescente

( ) $f(x)=2$ ( ) $f(x)=-3x+7$ ( ) $f(x)=2x+3$

( ) $f(x)=-5x-2$ ( ) $f(x)=2x-1$ ( ) $f(x)=8$

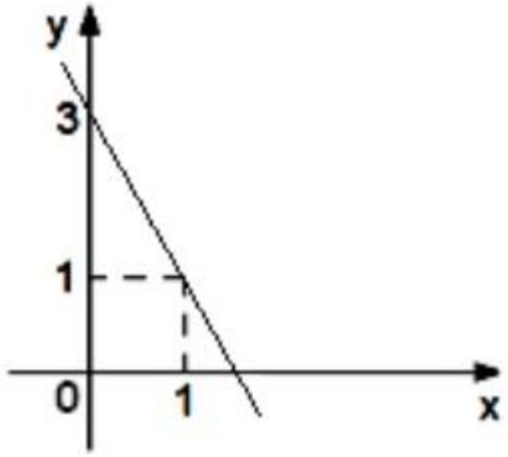
6) O que determina a classificação de uma função afim em constante, crescente ou decrescente?

7) Represente o gráfico da função $f(x)=2x-4$.



8) Explique qual foi o raciocínio adotado para construir o gráfico da questão anterior.

9) Escreva a função $f(x)= ax+b$ cujo gráfico está representado abaixo e explique o que foi feito.



10) Dada a função expressa por $y = -2x - 3$:

a) Ela é crescente ou decrescente? Explique por quê.

b) Qual é o zero da função? O que esse valor representa?

c) Em que ponto o gráfico corta o eixo das ordenadas?

11) Dada a função expressa por $y = 3x - 2$:

a) Ela é crescente ou decrescente? Explique por quê.

b) Qual é o zero da função? O que esse valor representa?

c) Em que ponto o gráfico corta o eixo das ordenadas?

12) Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R$ 8,00 mais um custo variável de R$ 0,50 por unidade produzida. Sendo x o número de unidades produzidas, responda as questões abaixo:

a) Qual a lei da função que representa o custo das peças?

b) Qual o custo de 100 peças?

13) Em certa cidade o valor cobrado por uma corrida de táxi é de cinco reais fixos mais um real e oitenta centavos por quilômetro rodado.

a) Expresse a função, definida nos reais positivos, que relaciona o preço P a ser cobrado por uma corrida de acordo com o número x de quilômetros rodados.

b) Percorrendo 17 km nesse táxi, quanto deveremos pagar pela corrida?

c) Qual será o valor máximo de quilômetros que poderemos percorrer nesse taxi tendo R$ 50,00 para pagar?

APÊNDICE D: Atividade Diagnóstica - Parte II: Função Exponencial

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA – PARTE II: FUNÇÃO EXPONENCIAL

Esta avaliação faz parte da pesquisa: "O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DE PROGRESSÕES ARITMÉTICAS E GEOMÉTRICAS, E SUA RELAÇÃO COM FUNÇÕES AFINS E EXPONENCIAIS". Tem por objetivo verificar os conhecimentos existentes referentes ao conteúdo funções exponenciais, buscando detectar dificuldades de aprendizagem. As respostas servirão para identificar as competências e habilidades desenvolvidas pelos alunos acerca do estudo das funções exponenciais. Lembre que todas as respostas ficarão em sigilo.

1) Escreva o que você entende por Função Exponencial. Onde você acha que podemos usar funções exponenciais?

2) Marque um "x" nas funções que representam funções exponenciais.

( ) $f(x) = (-2)^x$ **( )** $f(x) = \frac{2}{5}.x^5$ **( )** $f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^{2x}$ **( )** $f(v) = \left(\sqrt{5}\right)^v$

( ) $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ **( )** $f(x) = 2^x$ **( )** $f(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^x$ **( )** $f(v) = (-3)^v$

3) Por que algumas das leis, indicadas na atividade 2, representam funções exponenciais e outras não?

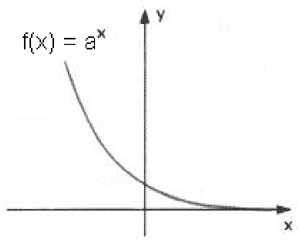
4) Considere as funções de **IR** em **IR** dadas por: $f(x) = 2.3^x$; $g(x) = 5^x - 2$ e $h(x) = 5^{x-2}$. Calcule:

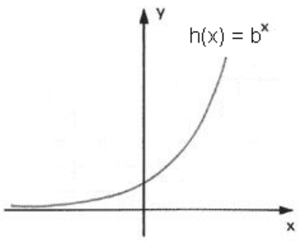
a) $f(-3)$ b) $h(3) + g(-1)$ c) $2.f(0) - 3.g(0)$

d) x tal que $f(x) = 18$ e) x tal que $h(x) = 1$

5) Na função $f(x) = 2^x + 3$, determine quem é a base.

6) A seguir temos os gráficos das funções exponenciais f(x) = a^x e h(x) = b^x .





Com base nos gráficos, responda:

a) f é crescente ou decrescente? E h é crescente ou decrescente?

b) Qual dos seguintes valores a base a poderia assumir?

(I) $a = -\frac{1}{3}$ (II) $a = 5$ (III) $a = \frac{2}{5}$

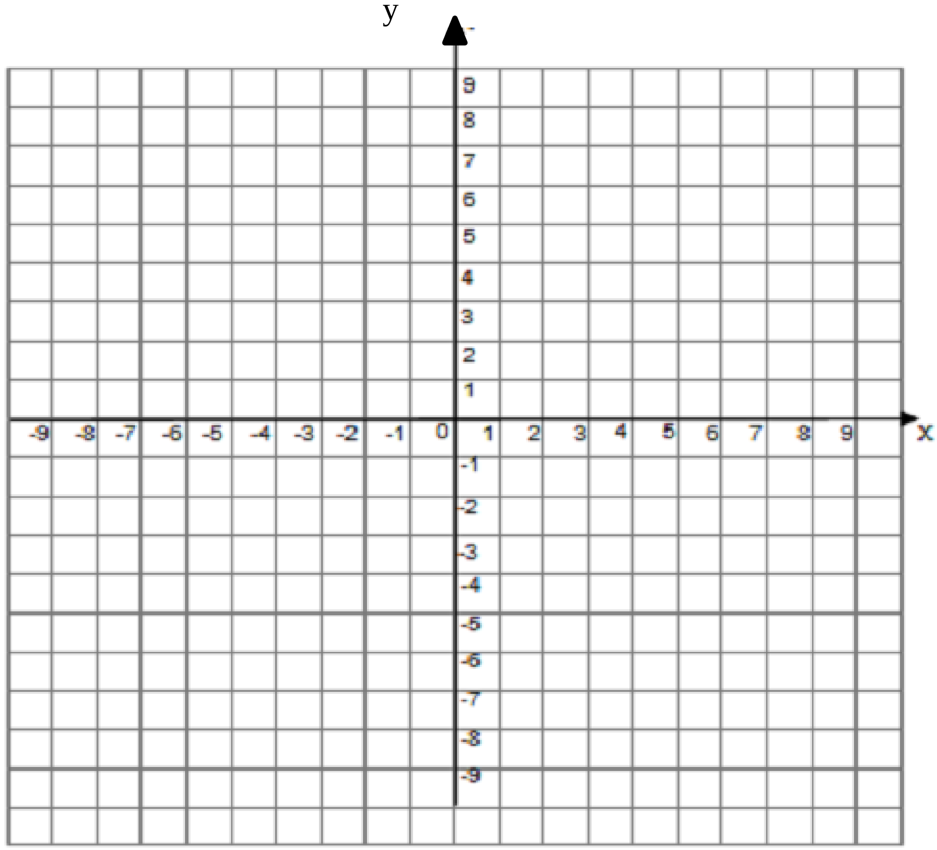
c) Indique o critério que foi adotado, para escolher o valor que você indicou na resposta do item b.

d) Qual dos seguintes valores a base b poderia assumir?

(I) $b = -6$ (II) $b = \frac{7}{2}$ (III) $b = \frac{3}{5}$

e) Indique o critério que foi adotado, para escolher o valor que você indicou na resposta do item d.

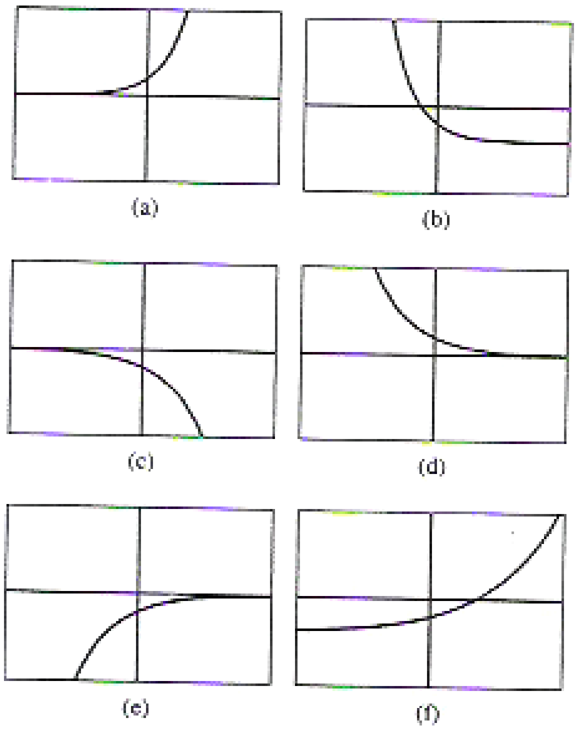
7) Esboce num mesmo plano o gráfico das funções dadas por $y = 2^x$ e $y = 2^x + 1$, classificando as funções em crescente ou decrescente.



8) Explique qual foi o raciocínio adotado para construir o gráfico da questão anterior. O que se observa ao comparar os dois gráficos?

9) Associe cada gráfico a sua função e explique o porquê da sua escolha.

$(\_\_\_)y = 3^x$
$(\_\_\_)y = 2^{-x}$
$(\_\_\_)y = -2^x$
$(\_\_\_)y = -0,5^x$
$(\_\_\_)y = 3^{-x} - 2$
$(\_\_\_)y = 1,5^x - 2$



10) Um refrigerante é retirado do refrigerador e colocado num lugar onde a temperatura é de 30° C. De acordo com a Física, a temperatura do refrigerante, t minutos após é dada pela função: $f(t) = 30 - 20 \,.\, 2^{(-0,01.t)}$. Pergunta-se:

a) Qual era a temperatura do refrigerante quando foi retirado do refrigerador?

b) Qual será o tempo do refrigerante quando ele atingir 20° C?

APÊNDICE E: Roteiro 01 - Estudo da Função Afim

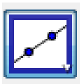
ROTEIRO 01: ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM

* Abra o software GeoGebra no ícone 

na tela de seu computador após ser instalado.

ATIVIDADE 1: CONSTRUÇÃO DE UMA FUNÇÃO AFIM A PARTIR DE PONTOS

a) Na caixa de entrada digite (-2, -1) tecle Enter e (0, 3) tecle Enter. Descreva o que acontece.

b) Clique no ícone , selecione os dois pontos e descreva o que aconteceu.

c) Na caixa de entrada digite **raiz[a]**, tecle enter e descreva o que aconteceu.

d) Na caixa de entrada digite **Interseção[a,x=0]**, tecle enter e descreva o que aconteceu.

e) Abra uma nova tela em branco, escolha dois novos pontos e realize os mesmos procedimentos adotados anteriormente e faça o que indica as letras **a, b, c, d** descrevendo os passos feitos e suas observações.

ATIVIDADE 2: CONSTRUÇÃO DE UMA FUNÇÃO AFIM A PARTIR DE UMA TABELA INSERIDA NO GEOGEBRA PARA UMA DETERMINADA SITUAÇÃO-PROBLEMA

a) Uma pizzaria oferece serviço de entrega e cobra por isso uma taxa fixa de R$1,50 mais R$0,60 por quilômetro rodado no trajeto entre o estabelecimento e o local da entrega. Utilize o recurso planilha do software GeoGebra e nela insira os dados do problema sob forma de tabela. Descreva de que forma você montou essa tabela.

____

____

____

____

____

____

____

b) Depois de colocados os dados na planilha, ao selecioná-los você pode escolher "criar lista de pontos" que fica no terceiro menu. Fazendo isso, ele plota todos os pontos na janela gráfica. Selecione dois pontos e trace o gráfico realizando o mesmo procedimento da Atividade 1. Os dados da tabela são de uma função? Se for, qual a função obtida a partir desses pontos?

____

____

____

____

c) O que representam as letras ***x*** e ***y*** que aparecem na equação da função obtida?

____

____

____

d) Responda as questões e descreva os procedimentos adotados utilizando o GeoGebra. Qual será o valor da taxa se o local da entrega for a 13 km da pizzaria? E se o local for a 8,5 Km?

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 3: CONSTRUÇÃO DE FUNÇÕES AFINS A PARTIR DE SELETORES

a) Insira a função $f(x)$=ax+b no campo de entrada. Irá abrir uma nova caixa clique em **Criar Controle Deslizante**. Chamaremos esse controle de seletor.

b) Foram criados dois seletores **a** e **b**. Movimente o seletor **a** e faça uma análise das principais modificações no gráfico da função de acordo com os valores desse parâmetro. Justifique suas afirmações.

____

____

____

____

____

c) Movimente o seletor **b** e faça uma análise das principais modificações no gráfico da função de acordo com os valores desse parâmetro. Justifique suas afirmações.

____

____

____

____

d) Em que circunstâncias a reta *f* fica paralela ao eixo x?

____

____

____

____

ATIVIDADE 4: ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM

a) Seja a função h(x)= - 3x + 2. Construa o gráfico de h(x) no campo de entrada. Execute cada comando e anote o que acontece com o gráfico quando h(x) é multiplicado por 2?

____

____

____

____

b) Subtraia 2 em h(x). Qual é o comportamento do gráfico?

___

___

___

c) Some 3 em h(x). Fazendo esses procedimentos quais as conclusões que você chegou acerca da variação das funções?

___

___

___

d) Como fazer para que a raiz seja fixa e exista uma família de funções afins que tem a mesma raiz?

___

___

___

e) Que comportamento da função permite identificar o papel do coeficiente linear no gráfico?

___

___

___

f) Quando se varia o coeficiente angular têm-se mudanças na inclinação da reta em torno de um ponto, no caso o ponto (0, b). O que se pode esperar ao fixar o coeficiente angular e variar o termo independente?

___

___

___

g) Analisando a variação do parâmetro **a**, com base nos estudos já realizados, o que ocorre nos casos em que:

a > 0: ___

a < 0: ___

a = 0: ___

h) Analisando a variação do parâmetro **b**, com base nos estudos já realizados, o que ocorre nos casos em que:

b > 0: ___

b < 0: ___

b = 0: ___

APÊNDICE F: Roteiro 02 - Estudo da Progressão Aritmética

ROTEIRO 02: ESTUDO DA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

* Abra o software GeoGebra no ícone na tela de seu computador após ser instalado.

ATIVIDADE 1: RECONHECENDO UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

a) Como você define uma Progressão Aritmética?

b) Sendo a sequência (1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ...)

* Qual é o 1º termo da sequência (a_1)? ______________________________

* Qual é o 8º termo dessa sequência? _______________________________

* Qual é o 20º termo dessa sequência e como você o encontrou?

* Como chamamos a diferença entre cada termo e o seu anterior? Calcule-a.

* Sabendo que *n* representa a posição de um número, qual é a posição *n* do número 91?

*Encontre 123º termo dessa sequência.

* Qual é a fórmula geral para encontrar qualquer termo dessa sequência?

____

____

____

* Construa uma tabela com os 10 primeiros termos da sequência.

n	1	2								
a_n		4			13					

* Utilize o recurso planilha do software GeoGebra e monte a tabela que você construiu anteriormente. Depois de colocados os dados na planilha, selecione-os e escolha "criar lista de pontos" que fica no terceiro menu. Escreva o que você observa que aconteceu com esse procedimento.

____

____

____

____

____

* Classifique a sequência em crescente, decrescente ou constante. Justifique sua resposta.

____

____

____

c) Sendo a sequência (70, 60, 50,...)

* Qual é o 1º termo da sequência (a_1)? ______________________________

* Qual é o 10º termo dessa sequência e como você o encontrou?

____

____

____

* Qual é a fórmula geral para encontrar qualquer termo dessa sequência?

____

____

____

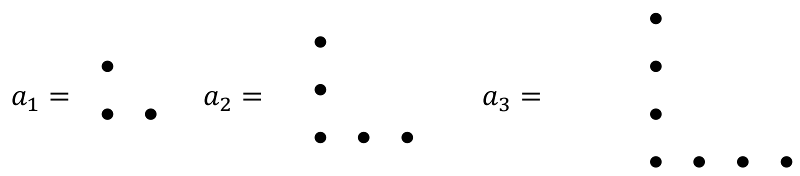
* Construa uma tabela com os 10 primeiros termos da sequência.

n	1	2								
a_n										

* Utilize o recurso planilha do software GeoGebra e monte a tabela que você construiu anteriormente. Depois de colocados os dados na planilha, selecione-os e escolha "criar lista de pontos" que fica no terceiro menu. Escreva o que você observa que aconteceu com esse procedimento.

* Classifique a sequência em crescente, decrescente ou constante. Justifique sua resposta.

d) Observe a sequência de figuras abaixo. A quantidade de bolinhas representa uma PA$(a_1, a_2, a_3, \ldots)$.



* Complete a tabela abaixo que relaciona a ordem da figura e o número de bolinhas.

Ordem	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de bolinhas								

* Quantas bolinhas terá na 10ª figura?

* Construa no GeoGebra o gráfico que representa a ordem da figura e a quantidade de bolinhas existentes na figura.

* Generalize uma fórmula geral para encontrar qualquer número de bolinhas.

____

____

____

____

e) O que você pode concluir depois de ter observado no GeoGebra a representação gráfica das três sequências anteriores?

____

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 2: RELACIONANDO A PROGRESSÃO ARITMÉTICA COM UMA FUNÇÃO

a) Se unirmos os pontos obtidos nos gráficos das sequências da Atividade 1 que tipo de curva obtemos?

____

____

b) Escreva o tipo de função que está relacionada à Progressão Aritmética.

____

____

____

c) Verifique quais são as funções obtidas pelas sequências das letras **b**, **c**, e **d** da Atividade 1. Explique como você obteve cada função.

* letra b: ____

____

____

____

* letra c: ____

____

____

____

* letra d: ____

____

____

d) O que estas funções tem em comum com as fórmulas gerais encontradas na Atividade 1? Explique.

____

____

____

____

____

e) Qual a relação existente entre a função afim ($y = f(x) = ax + b$) tendo x a variável independente e y a variável dependente e a fórmula do termo geral de uma Progressão Aritmética?

____

____

____

____

f) O termo $\boldsymbol{a_n}$ na fórmula do termo geral de uma PA corresponde a qual variável em uma função afim?

____

____

____

____

g) A letra $\boldsymbol{n}$ na fórmula do termo geral de uma PA corresponde a qual variável em uma função afim?

____
____
____

h) Comparando a fórmula do termo geral de uma PA com a fórmula da função afim correspondente, quais são os coeficientes angular e linear desta última?

____
____
____

ATIVIDADE 3: DETERMINANDO A FUNÇÃO AFIM QUE CORRESPONDE A UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA ESPECÍFICA

a) Represente graficamente no GeoGebra a sequência (2, 4, 6, 8, 10...).

* Descreva como você fez para construir o gráfico.

____
____
____
____

* Qual é a lei de formação da função afim relacionada à Progressão Aritmética? Explique como você fez para encontrá-la.

____
____
____
____
____

* Insira no GeoGebra a função que você acabou de determinar, e verifique se o seu raciocínio está correto. Esta função é crescente, decrescente ou constante?

____
____
____

b) Represente graficamente no GeoGebra a sequência (6, 3, 0, -3, -6...).

* Descreva como você fez para construir o gráfico.

____

____

____

____

* Qual é a lei de formação da função afim relacionada à Progressão Aritmética? Explique como você fez para encontrá-la.

____

____

____

____

____

* Insira no GeoGebra a função que você acabou de determinar, e verifique se o seu raciocínio está correto. Esta função é crescente, decrescente ou constante?

____

____

____

c) Construa a Progressão Aritmética que corresponde a uma função afim constante. Explique quais foram os passos realizados e qual foi a função obtida.

____

____

____

____

____

d) Sempre teremos uma função afim relacionada a uma Progressão Aritmética? Justifique.

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 4: DETERMINANDO A FUNÇÃO AFIM QUE CORRESPONDE A UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA EM SITUAÇÕES-PROBLEMA

a) Marcelo criou uma conta em uma rede social. Nesse mesmo dia, três pessoas começaram a segui-lo. Após 1 dia, ele já tinha 20 seguidores e após 2 dias, já eram 37 seguidores. Marcelo percebeu que, a cada novo dia, ele ganhava 17 seguidores. Construa a PA que representa a sequência apresentada no problema.

____

____

* Construa no GeoGebra o gráfico que representa a PA encontrada na questão anterior.

* Qual é a lei de formação da função afim relacionada a esta Progressão Aritmética?

____

____

____

* Considerando que o crescimento dos seguidores permaneça constante, após quantos dias ele terá 1040 seguidores? Explique o que você fez para encontrar a quantidade de dias.

____

____

____

____

____

b) Elabore uma situação-problema em que se possa identificar uma sequência que forme uma PA. Em sua resolução construa a PA que representa a sequência apresentada no problema e determine a lei de formação da função afim relacionada a esta Progressão Aritmética.

____

____

____

____

____

____

____

____

____

APÊNDICE G: Roteiro 03 - Estudo da Função Exponencial

ROTEIRO 03: ESTUDO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

* Abra o software (programa) GeoGebra no ícone .

ATIVIDADE 1: CONSTRUÇÃO DO GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO EXPONENCIAL

a) Na caixa de entrada digite **f(x) = 2^x** e tecle Enter. Observe que “^” indica a operação de potenciação.

b) Na caixa de entrada digite **Interseção[f,x=0]**, tecle enter e descreva o que aconteceu.

c) No campo entrada insira os pontos A($-2,\frac{1}{4}$), B($-1,\frac{1}{2}$), C(0,1), D(1,2), E(2,4), e após cada ponto tecle enter e explique o que acontece.

ATIVIDADE 2: CONSTRUÇÃO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL A PARTIR DE SELETORES

a) Insira a função $\boldsymbol{f(x) = a^x}$ no campo de entrada. Irá abrir uma nova caixa; clique em **Criar Controle Deslizante**. Foi criado o seletor **a**.

* Movimente o seletor **a** e faça uma análise das principais modificações no gráfico da função de acordo com os valores desse parâmetro. Para que valores reais de **a** o gráfico da função é crescente?

* Para que valores reais de **a** o gráfico da função é decrescente?

* O que acontece com o gráfico se o seletor **a** for igual a 1?

* Quais valores **a** não pode assumir? Por quê?

____

____

____

____

b) Insira a função $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{b}\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{x}}$ no campo de entrada. Lembre que o símbolo " * " indica uma multiplicação. Irá abrir uma nova caixa; clique em **Criar Controle Deslizante**. Foram criados os setores **a** e **b**.

* Movimente o seletor **b** e faça uma análise das modificações no gráfico da função de acordo com os valores desse parâmetro. Mostre exemplos e justifique suas afirmações.

____

____

____

____

____

____

c) Insira função $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{b}\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{c}$ no campo de entrada. Irá abrir uma nova caixa clique em **Criar Controle Deslizante**. Foram criados três seletores **a**, **b** e **c**. Fixe o seletor **a** em 2, o **b** em 1; movimente o seletor **c** e faça uma análise das principais modificações no gráfico da função de acordo com os valores desse parâmetro. Justifique suas afirmações.

____

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 3: ESTUDO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

a) A partir do que foi visto, construa os gráficos das funções num mesmo sistema de coordenadas: $f(x) = 2^x$, $g(x) = (3{,}5)^x$, $h(x) = 4^x, p(x) = (0{,}1)^x, q(x) = (0{,}5)^x, r(x) = (0{,}8)^x$. Não esqueça que no GeoGebra a vírgula é representada pelo ".". Para melhor destaque, utilize cores e ou traços diferentes para cada um deles. A opção de mudança de cor pode ser encontrada nas propriedades de cada objeto criado. Observe todos os gráficos e as leis da função que o originaram, e a seguir responda:

* Qual é a característica comum a todos os gráficos?

____

____

____

* Qual é a característica comum aos gráficos das funções $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$?

____

____

____

* O que as leis de formação das funções $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ têm em comum, além do expoente?

____

____

____

* Qual é a característica comum aos gráficos das funções $p(x)$, $q(x)$ e $r(x)$?

____

____

____

* O que as leis de formação das funções $p(x)$, $q(x)$ e $r(x)$, têm em comum, além do expoente?

____

____

____

* De acordo com suas observações acima, pode-se concluir que:

1) O gráfico da função exponencial da forma $y = a^x$ sempre passa pelo ponto ____________.

2) A função exponencial da forma $y = a^x$é crescente quando ____________________________

____.

3) A função exponencial da forma $y = a^x$é decrescente quando __________________________

____.

b) Construa num mesmo plano o gráfico das funções: $f(x) = 5^x, g(x) = 5^{x+1}, h(x) = 5^{x+2}$ e $p(x) = 5^{x+3}$. Para melhor destaque utilize cores e ou traços diferentes para cada um deles.

* Analise os gráficos obtidos e diga o que você observa.

____

____

____

____

____

* E se subtrairmos um número do x que está no expoente, o que acontece? Construa exemplos para mostrar.

____

____

____

____

____

* E se multiplicarmos um número pelo x que está no expoente, o que acontece? Construa exemplos para mostrar.

____

____

____

____

c) Construa em um mesmo plano o gráfico das funções $f(x) = 3^x$ e $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

* O que você observa comparando os gráficos das funções $f(x)$ e $g(x)$?

____

____

____

____

ATIVIDADE 4: RESOLVENDO SITUAÇÕES-PROBLEMAS ENVOLVENDO FUNÇÃO EXPONENCIAL COM O GEOGEBRA

a) A produção de uma indústria vem diminuindo ano a ano. Num certo ano, ela produziu mil unidades de seu principal produto. A partir daí, a produção anual passou a seguir a lei $y=1000.\,(0{,}9)^x$. Qual foi o número de unidades produzidas no segundo ano desse período recessivo? Essa função é crescente ou decrescente? Construa o gráfico no GeoGebra e a partir daí, responda ao problema; escreva suas conclusões.

____

____

____

____

____

____

____

____

____

b) O número de bactérias de uma cultura, t horas após o início de certo experimento é dado pela expressão $N(t) = 1200.2^{0{,}4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias? Essa função é crescente ou decrescente? Construa o gráfico no GeoGebra e a partir daí, responda ao problema; escreva suas conclusões.

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

c) Uma imobiliária acredita que o valor ***v*** de um imóvel no litoral varia segundo a lei $v(t) = 60000.(0,9)^t$, em que ***t*** é o número de anos contados a partir de hoje. Construa o gráfico no GeoGebra e analise os dados fornecidos para responder as questões e escrever as conclusões.

* Esta função é crescente ou decrescente? Como se pode afirmar este fato a partir da lei da função $f(t) = ba^t$?

____

____

____

____

* Qual é o valor atual desse imóvel? Na lei da função $f(t) = ba^t$, onde consta este valor atual?

____

____

____

____

* Quanto valerá esse imóvel daqui a 2 anos? Como você fez para verificar o valor no gráfico?

____

____

____

____

* Daqui a quantos anos o imóvel valerá R$35429,40? Como fazer para encontrar esse valor no gráfico?

____

____

____

____

APÊNDICE H: Roteiro 04 – Estudo da Progressão Geométrica

ROTEIRO 04: ESTUDO DA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

* Abra o software GeoGebra no ícone na tela de seu computador após ser instalado.

ATIVIDADE 1: RECONHECENDO UMA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

a) Como você define uma Progressão Geométrica?

b) Sendo a sequência (2, 4, 8, ...).

* Qual é o 1º termo da sequência (a_1)? ______________________________

* Qual é o 9º termo dessa sequência? ______________________________

* Qual é o 15º termo dessa sequência e como você o encontrou?

* Como chamamos o quociente entre cada termo e o seu anterior? Calcule-o.

* Sabendo que n representa a posição de um número, qual é a posição n do número 1024?

*Encontre 23º termo dessa sequência.

* Qual é a fórmula geral para encontrar qualquer termo dessa sequência?

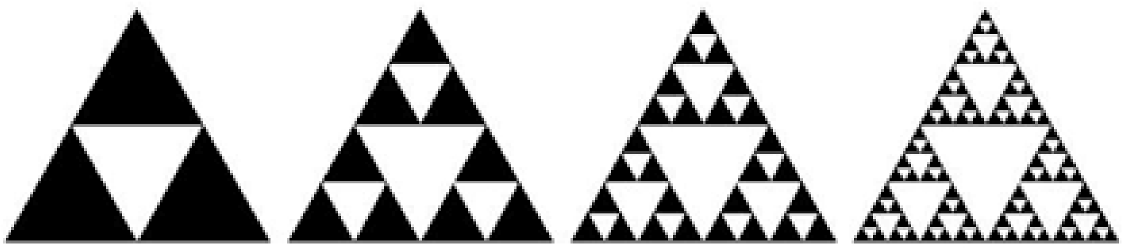
* Construa uma tabela com os 10 primeiros termos da sequência.

n	1	2								
a_n		4			32					

* Utilize o recurso planilha do software GeoGebra e monte a tabela que você construiu anteriormente. Depois de colocados os dados na planilha, selecione-os e escolha "criar lista de pontos" que fica no terceiro menu. Escreva o que você observa que aconteceu com esse procedimento.

* Classifique a sequência em crescente, decrescente ou constante. Justifique sua resposta.

c) Observe o padrão geométrico do Triângulo de Sierpinski, construído a partir de um triângulo equilátero, dividido em 4 triângulos equiláteros congruentes, cujo triângulo do centro é desconsiderado, restando dessa forma apenas 3 triângulos equiláteros coloridos.



1ª figura 2ª figura 3ª figura 4ª figura

A quantidade de triângulos coloridos na sequência de figuras acima representa uma PG em que: a_1= número de triângulos coloridos na 1ª figura, a_2= número de triângulos coloridos na 2ª figura, a_3= número de triângulos coloridos na 3ª figura e assim sucessivamente.

* De acordo com as informações quantos triângulos coloridos irão compor a 5ª figura?

___

___

___

* Complete a tabela abaixo que relaciona a quantidade de triângulos coloridos em cada figura:

Figura	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de triângulos coloridos	3	9						

* Construa no GeoGebra o gráfico que representa a ordem da figura e o número de triângulos coloridos em cada figura.

* Escreva uma fórmula geral para encontrar qualquer número de triângulos coloridos.

___

___

___

___

* Qual seria a figura que possuiria 59049 triângulos coloridos?

___

___

d) O que você pode concluir depois de ter observado no GeoGebra a representação gráfica das duas sequências anteriores (itens b e c)?

___

___

___

___

___

___

ATIVIDADE 2: RELACIONANDO A PROGRESSÃO GEOMÉTRICA COM UMA FUNÇÃO

a) Se unirmos os pontos obtidos nos gráficos das sequências da Atividade 1 (itens b e c) que tipo de curva obtemos?

___

___

___

b) Verifique quais são as funções obtidas pelas sequências das letras **b** e **c** da Atividade 1. Explique como você obteve cada função.
* letra b: ___

___

___

* letra c: ___

___

___

c) Qual a relação existente entre a função exponencial ($y = f(x) = ba^x$), sendo x a variável independente e y a variável dependente, e a fórmula do termo geral de uma Progressão Geométrica?

___

___

___

___

d) O termo $\boldsymbol{a_n}$ na fórmula do termo geral de uma PG corresponde a qual variável em uma função exponencial?

___

___

___

e) O que os coeficientes b e a de uma função exponencial representam da Progressão Geométrica?

___

___

___

ATIVIDADE 3: DETERMINANDO A FUNÇÃO EXPONENCIAL QUE CORRESPONDE A UMA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA ESPECÍFICA

a) Represente graficamente no GeoGebra a sequência (2, 8, 32,...).

* Descreva como você fez para construir o gráfico.

____

____

____

* Qual é a lei de formação da função exponencial ($y = f(x) = ba^x$), relacionada à Progressão Geométrica? Explique como você fez para encontrá-la.

____

____

____

____

____

* Insira no GeoGebra a função que você acabou de determinar, e verifique se o seu raciocínio está correto. Esta função é crescente, decrescente ou constante?

____

____

____

b) Represente graficamente no GeoGebra a sequência (2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$,...).

* Descreva como você fez para construir o gráfico.

____

____

____

____

* Qual é a lei de formação da função exponencial ($y = f(x) = ba^x$), relacionada à Progressão Geométrica? Explique como você fez para encontrá-la.

____

____

____

____

____

* Insira no GeoGebra a função que você acabou de determinar, e verifique se o seu raciocínio está correto. Esta função é crescente, decrescente ou constante?

___

___

___

ATIVIDADE 4: DETERMINANDO A FUNÇÃO EXPONENCIAL QUE CORRESPONDE A UMA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA EM SITUAÇÕES-PROBLEMA

a) Um biólogo acompanhou o crescimento da folha circular de uma planta aquática. Durante suas observações percebeu que a cada mês o diâmetro da folha triplicava. No início de suas observações o biólogo mediu a folha e obteve um cm de diâmetro. Construa a PG que representa a sequência apresentada no problema.

___

___

* Construa no GeoGebra o gráfico que representa a PG encontrada na questão anterior.

* Qual é a lei de formação da função exponencial relacionada a esta Progressão Geométrica?

___

___

___

* Considerando que o crescimento das folhas continue, após quantos meses elas terão 2187 cm de diâmetro? Explique o que você fez para encontrar a quantidade de meses.

___

___

___

___

___

b) Um carro novo foi comprado por R$ 60000,00. A cada ano este carro sofre uma desvalorização de 5%, em função do seu uso. Construa a PG que representa a sequência apresentada no problema.

___

___

* Construa no GeoGebra o gráfico que representa a PG encontrada na questão anterior.

* Qual é a lei de formação da função exponencial relacionada a esta Progressão Geométrica?

____

____

____

* Calcule o valor do carro, em reais, 7 anos após a sua compra.

____

____

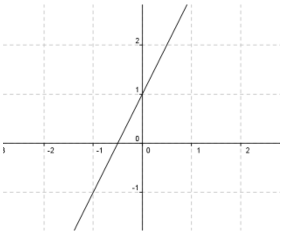
____

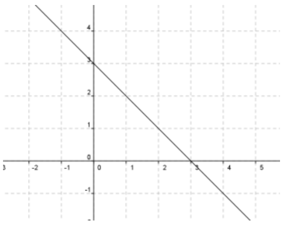
____

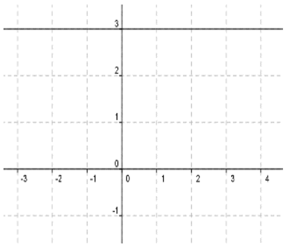
APÊNDICE I: Atividade de verificação

ATIVIDADE DE VERIFICAÇÃO

1) Relacione os gráficos abaixo com suas respectivas funções:

(1) 

(2) 

(3) 

( ) $f(x) = -x + 3$ ***( )*** $f(x) = 3$ ***( )*** $f(x) = 2x + 1$

2) A sequência representada por (10, 100, 1000, ...) é uma PA ou uma PG? O que levou você a identificar o tipo de sequência apresentada?

____

____

____

* Que tipo de função está relacionada a esta sequência? Obtenha-a.

____

____

____

3) A cada quinquênio, a dívida de um município que inicialmente é de 500 mil reias, cai pela metade. Com base nessas informações, qual a sequência que pode ser construída? Escreva a sequência e identifique-a como PA ou PG.

____

____

____

* Que tipo de função está relacionada a esta sequência? Obtenha-a.

____

____

____

4) Victor se aprimora no videogame cada vez que ele joga. Ele obtém 20 pontos no primeiro jogo, 25 pontos no segundo, 30 no terceiro e assim por diante. Com base nessas informações qual a sequência que pode ser construída, uma PA ou PG?

____

____

____

* Que tipo de função está relacionada a esta sequência? Obtenha-a.

____

____

____

5) Identifique cada gráfico abaixo como sendo de uma Progressão Aritmética, Progressão Geométrica, Função Afim ou Função Exponencial. Justifique e apresente as sequências ou funções apresentadas nos gráficos.

a)______________________________________

____

____

____

____

____

____

____

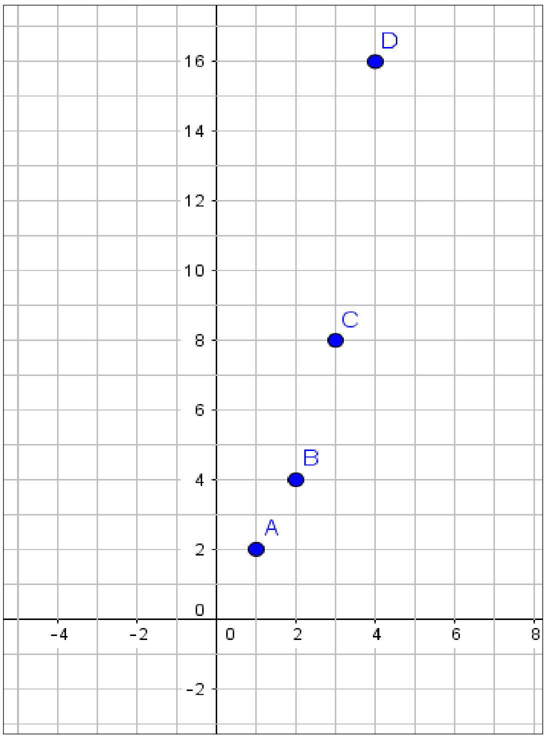
____

____

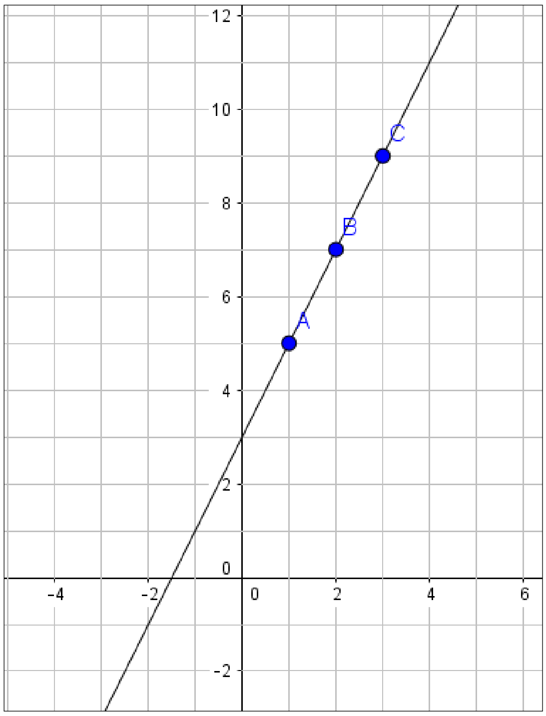
____

____

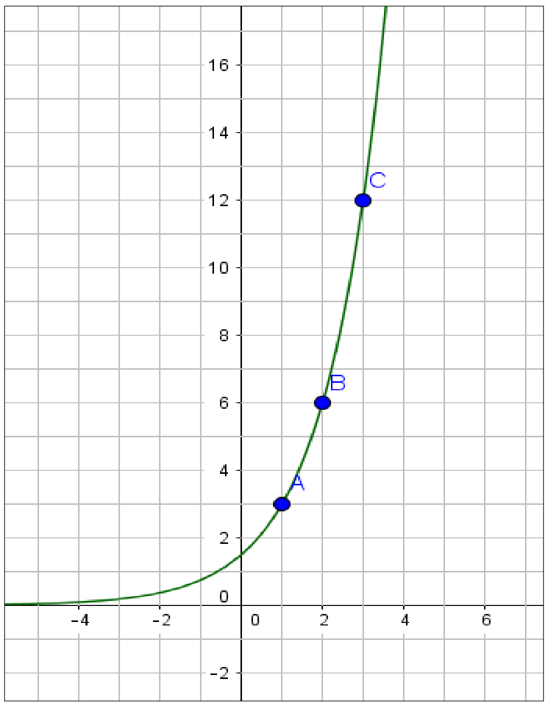
____



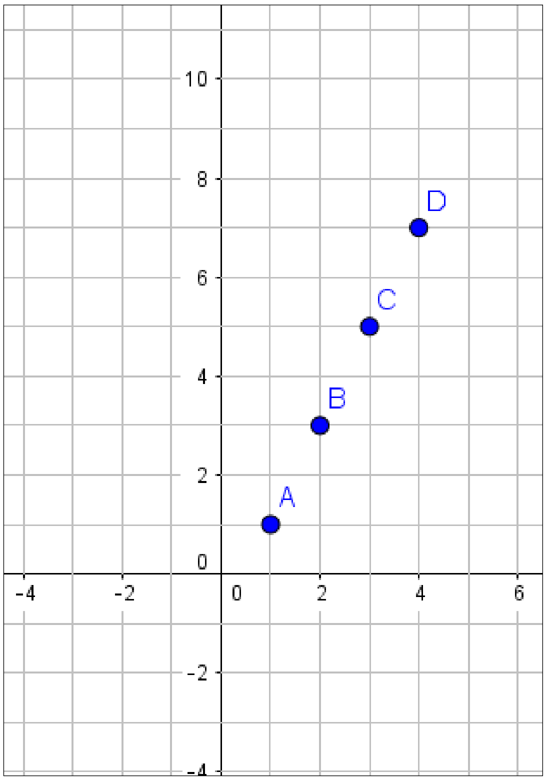
b)



c)



d)____



6) Explique como você diferencia a representação gráfica de uma sequência e de uma função.

APÊNDICE J: Autorização de utilização de nome do colégio

Colégio Estadual Visconde de Bom Retiro
Rua Luiz Casemiro Frâncio, 244 - Bairro Santa Rita – Fone (54)3453-1256
95700-720, Bento Gonçalves – RS
bomretirosecretaria@gmail.com

AUTORIZAÇÃO DE UTILIZAÇÃO DE NOME DO COLÉGIO

Eu, Alexandre Misturini, Id Func. 2375907/02, no exercício de minhas atribuições como diretor do colégio no período 2016/2018, autorizo o uso de nome do COLÉGIO ESTADUAL VISCONDE DE BOM RETIRO situado na cidade de Bento Gonçalves-RS, pela mestranda RAQUEL MARCHETTO em sua dissertação intitulada: “O Uso do Software GeoGebra no Estudo de Progressões Aritméticas e Geométricas e sua Relação com Funções Afins e Exponenciais”.

Bento Gonçalves, 15 de setembro de 2017.

COLÉGIO ESTADUAL VISCONDE DE BOM RETIRO
DECRETO CRIAÇÃO Nº 4883 DE 22/02/54 - DO-23/02/54
DECR. TRANSF. E DESIG. Nº39334 DE 12/03/99-DO-15/03/99
BENTO GONÇALVES - RS

Alexandre Misturini
Diretor - Id.Func. 2375907/02

ALEXANDRE MISTURINI
DIRETOR

PRODUTO FINAL

O produto final aqui apresentado é resultado da Dissertação de Mestrado intitulada “O uso do software GeoGebra no estudo de progressões aritméticas e geométricas, e sua relação com funções afins e exponenciais”. Na esperança de que nosso trabalho possa ser útil para outros educadores, como uma proposta de ensino diferenciada, apresentamos os roteiros de atividades revisados, envolvendo os conteúdos: funções afins; progressões aritméticas; funções exponenciais e progressões geométricas, que foram aplicados nesta pesquisa. São quatro roteiros, compostos por quatro atividades cada um, e podem ser aplicados em sala de aula com o auxílio do software GeoGebra, para uma melhor compreensão do objeto de estudo. A previsão de duração de cada roteiro é de três períodos (50 minutos cada), mas é apenas uma referência, podendo variar consideravelmente dependendo do tamanho e do envolvimento do grupo de alunos participantes. Sugerimos aos educadores, interessados nesse trabalho, que o adaptem se assim acharem necessário.

As atividades desses roteiros visam fazer com que os estudantes estabeleçam relações entre a sequência dos elementos de uma progressão aritmética e uma função afim; e entre a sequência dos elementos de progressão geométrica e uma função exponencial, utilizando dois diferentes tipos de representações, a saber: a algébrica e a gráfica.

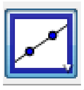
A seguir estão apresentados os roteiros de atividades que formam o produto didático desta dissertação.

ROTEIRO 01: ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM

* Abra o software GeoGebra no ícone GeoGebra na tela de seu computador após ser instalado.

ATIVIDADE 1: CONSTRUÇÃO DE UMA FUNÇÃO AFIM A PARTIR DE PONTOS

a) Na caixa de entrada digite (-2, -1) tecle Enter e (0, 3) tecle Enter. Descreva o que acontece.

b) Clique no ícone , selecione os dois pontos e descreva o que aconteceu.

c) Na caixa de entrada digite **raiz[a]**, tecle enter e descreva o que aconteceu.

d) Na caixa de entrada digite **Interseção[a,x=0]**, tecle enter e descreva o que aconteceu.

e) Abra uma nova tela em branco, escolha dois novos pontos e realize os mesmos procedimentos adotados anteriormente e faça o que indica as letras **a, b, c, d** descrevendo os passos feitos e suas observações.

ATIVIDADE 2: CONSTRUÇÃO DE FUNÇÕES AFINS A PARTIR DE SELETORES

a) Insira a função $f(x)=ax+b$ no campo de entrada. Irá abrir uma nova caixa clique em **Criar Controle Deslizante**. Chamaremos esse controle de seletor.

b) Foram criados dois seletores **a** e **b**. Movimente o seletor **a** e faça uma análise das principais modificações no gráfico da função de acordo com os valores desse parâmetro. Justifique suas afirmações.

____

____

____

____

____

c) Movimente o seletor **b** e faça uma análise das principais modificações no gráfico da função de acordo com os valores desse parâmetro. Justifique suas afirmações.

____

____

____

____

d) Em que circunstâncias a reta *f* fica paralela ao eixo x?

____

____

____

____

ATIVIDADE 3: ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM

a) Seja a função h(x)= - 3x + 2. Construa o gráfico de h(x) no campo de entrada. Execute cada comando e anote o que acontece com o gráfico quando h(x) é multiplicado por 2?

____

____

____

b) Subtraia 2 em h(x). Qual é o comportamento do gráfico?

____

____

____

c) Some 3 em h(x). Fazendo esses procedimentos quais as conclusões que você chegou acerca da variação das funções?

____

____

____

d) Como fazer para que a raiz seja fixa e exista uma família de funções afins que tem a mesma raiz?

____

____

____

e) Que comportamento da função permite identificar o papel do coeficiente linear no gráfico?

____

____

____

f) Quando se varia o coeficiente angular têm-se mudanças na inclinação da reta em torno de um ponto, no caso o ponto (0, b). O que se pode esperar ao fixar o coeficiente angular e variar o termo independente?

____

____

____

g) Analisando a variação do parâmetro **a**, com base nos estudos já realizados, o que ocorre nos casos em que:

$a > 0$: ____

$a < 0$: ____

$a = 0$: ____

h) Analisando a variação do parâmetro **b**, com base nos estudos já realizados, o que ocorre nos casos em que:

$b > 0$: ____

$b < 0$: ____

$b = 0$: ____

ATIVIDADE 4: CONSTRUÇÃO DE UMA FUNÇÃO AFIM A PARTIR DE UMA TABELA INSERIDA NO GEOGEBRA PARA UMA DETERMINADA SITUAÇÃO-PROBLEMA

a) Uma pizzaria oferece serviço de entrega e cobra por isso uma taxa fixa de R$1,50 mais R$0,60 por quilômetro rodado no trajeto entre o estabelecimento e o local da entrega. Utilize o recurso planilha do software GeoGebra e nela insira os dados do problema sob forma de tabela. Descreva de que forma você montou essa tabela.

____

____

____

____

____

____

b) Depois de colocados os dados na planilha, ao selecioná-los você pode escolher "criar lista de pontos" que fica no terceiro menu. Fazendo isso, ele plota todos os pontos na janela gráfica. Selecione dois pontos e trace o gráfico realizando o mesmo procedimento da Atividade 1. Os dados da tabela são de uma função? Se for, qual a função obtida a partir desses pontos?

____

____

____

____

c) O que representam as letras ***x*** e ***y*** que aparecem na equação da função obtida?

____

____

____

d) Responda as questões e descreva os procedimentos adotados utilizando o GeoGebra. Qual será o valor da taxa se o local da entrega for a 13 km da pizzaria? E se o local for a 8,5 Km?

____

____

____

ROTEIRO 02: ESTUDO DA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

* Abra o software GeoGebra no ícone na tela de seu computador após ser instalado.

ATIVIDADE 1: RECONHECENDO UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

a) Como você define uma Progressão Aritmética?

b) Sendo a sequência (1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ...)

* Qual é o 1º termo da sequência (a_1)? ______________________________

* Qual é o 8º termo dessa sequência? ______________________________

* Qual é o 20º termo dessa sequência e como você o encontrou?

* Como chamamos a diferença entre cada termo e o seu anterior? Calcule-a.

* Sabendo que *n* representa a posição de um número, qual é a posição *n* do número 91?

*Encontre 123º termo dessa sequência.

* Qual é a fórmula geral para encontrar qualquer termo dessa sequência?

___

___

___

* Construa uma tabela com os 10 primeiros termos da sequência.

n	1	2								
a_n		4			13					

* Utilize o recurso planilha do software GeoGebra e monte a tabela que você construiu anteriormente. Depois de colocados os dados na planilha, selecione-os e escolha "criar lista de pontos" que fica no terceiro menu. Escreva o que você observa que aconteceu com esse procedimento.

___

___

___

___

___

* Classifique a sequência em crescente, decrescente ou constante. Justifique sua resposta.

___

___

___

c) Sendo a sequência (70, 60, 50,...)

* Qual é o 1º termo da sequência (a_1)? ___

* Qual é o 10º termo dessa sequência e como você o encontrou?

___

___

___

* Qual é a fórmula geral para encontrar qualquer termo dessa sequência?

___

___

___

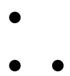
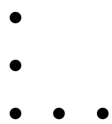
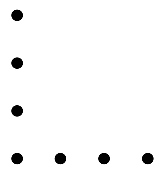
* Construa uma tabela com os 10 primeiros termos da sequência.

n	1	2								
a_n										

* Utilize o recurso planilha do software GeoGebra e monte a tabela que você construiu anteriormente. Depois de colocados os dados na planilha, selecione-os e escolha “criar lista de pontos” que fica no terceiro menu. Escreva o que você observa que aconteceu com esse procedimento.

* Classifique a sequência em crescente, decrescente ou constante. Justifique sua resposta.

d) Observe a sequência de figuras abaixo. A quantidade de bolinhas representa uma PA$(a_1, a_2, a_3, \ldots)$.

$a_1 =$  $a_2 =$  $a_3 =$ 

* Complete a tabela abaixo que relaciona a ordem da figura e o número de bolinhas.

Ordem	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de bolinhas								

* Quantas bolinhas terá na 10ª figura?

* Construa no GeoGebra o gráfico que representa a ordem da figura e a quantidade de bolinhas existentes na figura.

* Generalize uma fórmula geral para encontrar qualquer número de bolinhas.

____

____

____

____

e) O que você pode concluir depois de ter observado no GeoGebra a representação gráfica das três sequências anteriores?

____

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 2: RELACIONANDO A PROGRESSÃO ARITMÉTICA COM UMA FUNÇÃO

a) Se unirmos os pontos obtidos nos gráficos das sequências da Atividade 1 que tipo de curva obtemos?

____

____

b) Escreva o tipo de função que está relacionada à Progressão Aritmética.

____

____

____

c) Verifique quais são as funções obtidas pelas sequências das letras **b**, **c**, e **d** da Atividade 1. Explique como você obteve cada função.

* letra b: ____

____

____

____

* letra c: ____

____

____

____

* letra d: ____

____

____

d) O que estas funções tem em comum com as fórmulas gerais encontradas na Atividade 1? Explique.

____

____

____

____

____

e) Qual a relação existente entre a função afim ($y = f(x) = ax + b$) tendo x a variável independente e y a variável dependente e a fórmula do termo geral de uma Progressão Aritmética?

____

____

____

____

f) O termo $\boldsymbol{a_n}$ na fórmula do termo geral de uma PA corresponde a qual variável em uma função afim?

____

____

____

____

g) A letra $\boldsymbol{n}$ na fórmula do termo geral de uma PA corresponde a qual variável em uma função afim?

____
____
____

h) Comparando a fórmula do termo geral de uma PA com a fórmula da função afim correspondente, quais são os coeficientes angular e linear desta última?

____
____
____

ATIVIDADE 3: DETERMINANDO A FUNÇÃO AFIM QUE CORRESPONDE A UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA ESPECÍFICA

a) Represente graficamente no GeoGebra a sequência (2, 4, 6, 8, 10...).

* Descreva como você fez para construir o gráfico.

____
____
____
____

* Qual é a lei de formação da função afim relacionada à Progressão Aritmética? Explique como você fez para encontrá-la.

____
____
____
____
____

* Insira no GeoGebra a função que você acabou de determinar, e verifique se o seu raciocínio está correto. Esta função é crescente, decrescente ou constante?

____
____
____

b) Represente graficamente no GeoGebra a sequência (6, 3, 0, -3, -6...).

* Descreva como você fez para construir o gráfico.

___

___

___

___

* Qual é a lei de formação da função afim relacionada à Progressão Aritmética? Explique como você fez para encontrá-la.

___

___

___

___

___

* Insira no GeoGebra a função que você acabou de determinar, e verifique se o seu raciocínio está correto. Esta função é crescente, decrescente ou constante?

___

___

___

c) Construa a Progressão Aritmética que corresponde a uma função afim constante. Explique quais foram os passos realizados e qual foi a função obtida.

___

___

___

___

___

d) Sempre teremos uma função afim relacionada a uma Progressão Aritmética? Justifique.

___

___

___

___

___

ATIVIDADE 4: DETERMINANDO A FUNÇÃO AFIM QUE CORRESPONDE A UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA EM SITUAÇÕES-PROBLEMA

a) Marcelo criou uma conta em uma rede social. Nesse mesmo dia, três pessoas começaram a segui-lo. Após 1 dia, ele já tinha 20 seguidores e após 2 dias, já eram 37 seguidores. Marcelo percebeu que, a cada novo dia, ele ganhava 17 seguidores. Construa a PA que representa a sequência apresentada no problema.

____

____

* Construa no GeoGebra o gráfico que representa a PA encontrada na questão anterior.

* Qual é a lei de formação da função afim relacionada a esta Progressão Aritmética?

____

____

____

* Considerando que o crescimento dos seguidores permaneça constante, após quantos dias ele terá 1040 seguidores? Explique o que você fez para encontrar a quantidade de dias.

____

____

____

____

____

b) Elabore uma situação-problema em que se possa identificar uma sequência que forme uma PA. Em sua resolução construa a PA que representa a sequência apresentada no problema e determine a lei de formação da função afim relacionada a esta Progressão Aritmética.

____

____

____

____

____

____

____

____

____

ROTEIRO 03: ESTUDO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

* Abra o software (programa) GeoGebra no ícone .

ATIVIDADE 1: CONSTRUÇÃO DO GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO EXPONENCIAL

a) Na caixa de entrada digite **f(x) = 2^x** e tecle Enter. Observe que “^” indica a operação de potenciação.

b) Na caixa de entrada digite **Interseção[f,x=0]**, tecle enter e descreva o que aconteceu.

c) No campo entrada insira os pontos A(-2,$\frac{1}{4}$), B(-1,$\frac{1}{2}$), C(0,1), D(1,2), E(2,4), e após cada ponto tecle enter e explique o que acontece.

ATIVIDADE 2: CONSTRUÇÃO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL A PARTIR DE SELETORES

a) Insira a função $\boldsymbol{f(x) = a^x}$ no campo de entrada. Irá abrir uma nova caixa; clique em **Criar Controle Deslizante**. Foi criado o seletor **a**.

* Movimente o seletor **a** e faça uma análise das principais modificações no gráfico da função de acordo com os valores desse parâmetro. Para que valores reais de **a** o gráfico da função é crescente?

* Para que valores reais de **a** o gráfico da função é decrescente?

* O que acontece com o gráfico se o seletor **a** for igual a 1?

* Quais valores **a** não pode assumir? Por quê?

____

____

____

____

b) Insira a função $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{b}\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{x}}$ no campo de entrada. Lembre que o símbolo " * " indica uma multiplicação. Irá abrir uma nova caixa; clique em **Criar Controle Deslizante**. Foram criados os setores **a** e **b**.

* Movimente o seletor **b** e faça uma análise das modificações no gráfico da função de acordo com os valores desse parâmetro. Mostre exemplos e justifique suas afirmações.

____

____

____

____

____

____

c) Insira função $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{b}\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{c}$ no campo de entrada. Irá abrir uma nova caixa clique em **Criar Controle Deslizante**. Foram criados três seletores **a**, **b** e **c**. Fixe o seletor **a** em 2, o **b** em 1; movimente o seletor **c** e faça uma análise das principais modificações no gráfico da função de acordo com os valores desse parâmetro. Justifique suas afirmações.

____

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 3: ESTUDO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

a) A partir do que foi visto, construa os gráficos das funções num mesmo sistema de coordenadas: $f(x) = 2^x$, $g(x) = (3{,}5)^x$, $h(x) = 4^x, p(x) = (0{,}1)^x, q(x) = (0{,}5)^x, r(x) = (0{,}8)^x$. Não esqueça que no GeoGebra a vírgula é representada pelo ".". Para melhor destaque, utilize cores e ou traços diferentes para cada um deles. A opção de mudança de cor pode ser encontrada nas propriedades de cada objeto criado. Observe todos os gráficos e as leis da função que o originaram, e a seguir responda:

* Qual é a característica comum a todos os gráficos?

____

____

____

* Qual é a característica comum aos gráficos das funções $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$?

____

____

____

* O que as leis de formação das funções $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ têm em comum, além do expoente?

____

____

____

* Qual é a característica comum aos gráficos das funções $p(x)$, $q(x)$ e $r(x)$?

____

____

____

* O que as leis de formação das funções $p(x)$, $q(x)$ e $r(x)$, têm em comum, além do expoente?

____

____

____

* De acordo com suas observações acima, pode-se concluir que:

1) O gráfico da função exponencial da forma $y = a^x$ sempre passa pelo ponto ____________.

2) A função exponencial da forma $y = a^x$é crescente quando ___________________________

____.

3) A função exponencial da forma $y = a^x$é decrescente quando _________________________

____.

b) Construa num mesmo plano o gráfico das funções: $f(x) = 5^x, g(x) = 5^{x+1}, h(x) = 5^{x+2}$ e $p(x) = 5^{x+3}$. Para melhor destaque utilize cores e ou traços diferentes para cada um deles.

* Analise os gráficos obtidos e diga o que você observa.

____

____

____

____

____

* E se subtrairmos um número do x que está no expoente, o que acontece? Construa exemplos para mostrar.

____

____

____

____

____

* E se multiplicarmos um número pelo x que está no expoente, o que acontece? Construa exemplos para mostrar.

____

____

____

____

c) Construa em um mesmo plano o gráfico das funções $f(x) = 3^x$ e $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

* O que você observa comparando os gráficos das funções $f(x)$ e $g(x)$?

____

____

____

____

ATIVIDADE 4: RESOLVENDO SITUAÇÕES-PROBLEMAS ENVOLVENDO FUNÇÃO EXPONENCIAL COM O GEOGEBRA

a) A produção de uma indústria vem diminuindo ano a ano. Num certo ano, ela produziu mil unidades de seu principal produto. A partir daí, a produção anual passou a seguir a lei $y=1000.\ (0,9)^x$. Qual foi o número de unidades produzidas no segundo ano desse período recessivo? Essa função é crescente ou decrescente? Construa o gráfico no GeoGebra e a partir daí, responda ao problema; escreva suas conclusões.

____
____
____
____
____
____
____
____
____

b) O número de bactérias de uma cultura, t horas após o início de certo experimento é dado pela expressão $N(t) = 1200.2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias? Essa função é crescente ou decrescente? Construa o gráfico no GeoGebra e a partir daí, responda ao problema; escreva suas conclusões.

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

c) Uma imobiliária acredita que o valor ***v*** de um imóvel no litoral varia segundo a lei $v(t) = 60000.(0,9)^t$, em que ***t*** é o número de anos contados a partir de hoje. Construa o gráfico no GeoGebra e analise os dados fornecidos para responder as questões e escrever as conclusões.

* Esta função é crescente ou decrescente? Como se pode afirmar este fato a partir da lei da função $f(t) = ba^t$?

____
____
____
____

* Qual é o valor atual desse imóvel? Na lei da função $f(t) = ba^t$, onde consta este valor atual?

____
____
____
____

* Quanto valerá esse imóvel daqui a 2 anos? Como você fez para verificar o valor no gráfico?

____
____
____
____

* Daqui a quantos anos o imóvel valerá R$35429,40? Como fazer para encontrar esse valor no gráfico?

____
____
____
____

ROTEIRO 04: ESTUDO DA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

* Abra o software GeoGebra no ícone na tela de seu computador após ser instalado.

ATIVIDADE 1: RECONHECENDO UMA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

a) Como você define uma Progressão Geométrica?

b) Sendo a sequência (2, 4, 8, ...).

* Qual é o 1º termo da sequência (a_1)? ______

* Qual é o 9º termo dessa sequência? ______

* Qual é o 15º termo dessa sequência e como você o encontrou?

* Como chamamos o quociente entre cada termo e o seu anterior? Calcule-o.

* Sabendo que n representa a posição de um número, qual é a posição n do número 1024?

*Encontre 23º termo dessa sequência.

* Qual é a fórmula geral para encontrar qualquer termo dessa sequência?

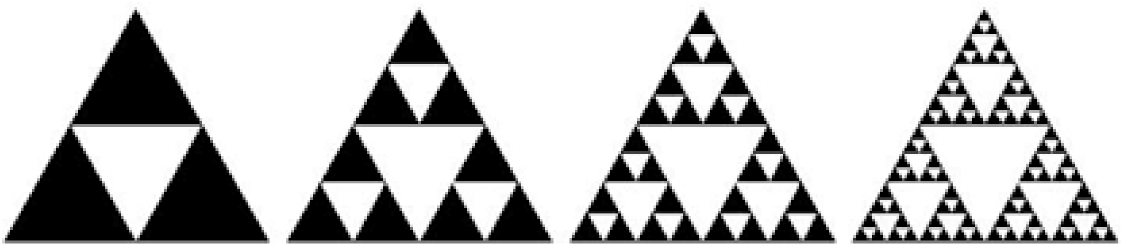
* Construa uma tabela com os 10 primeiros termos da sequência.

n	1	2								
a_n		4			32					

* Utilize o recurso planilha do software GeoGebra e monte a tabela que você construiu anteriormente. Depois de colocados os dados na planilha, selecione-os e escolha “criar lista de pontos” que fica no terceiro menu. Escreva o que você observa que aconteceu com esse procedimento.

* Classifique a sequência em crescente, decrescente ou constante. Justifique sua resposta.

c) Observe o padrão geométrico do Triângulo de Sierpinski, construído a partir de um triângulo equilátero, dividido em 4 triângulos equiláteros congruentes, cujo triângulo do centro é desconsiderado, restando dessa forma apenas 3 triângulos equiláteros coloridos.



1ª figura 2ª figura 3ª figura 4ª figura

A quantidade de triângulos coloridos na sequência de figuras acima representa uma PG em que: a_1= número de triângulos coloridos na 1ª figura, a_2= número de triângulos coloridos na 2ª figura, a_3= número de triângulos coloridos na 3ª figura e assim sucessivamente.

* De acordo com as informações quantos triângulos coloridos irão compor a 5ª figura?

____
____
____

* Complete a tabela abaixo que relaciona a quantidade de triângulos coloridos em cada figura:

Figura	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de triângulos coloridos	3	9						

* Construa no GeoGebra o gráfico que representa a ordem da figura e o número de triângulos coloridos em cada figura.

* Escreva uma fórmula geral para encontrar qualquer número de triângulos coloridos.

____
____
____
____

* Qual seria a figura que possuiria 59049 triângulos coloridos?

____
____

d) O que você pode concluir depois de ter observado no GeoGebra a representação gráfica das duas sequências anteriores (itens b e c)?

____
____
____
____
____
____

ATIVIDADE 2: RELACIONANDO A PROGRESSÃO GEOMÉTRICA COM UMA FUNÇÃO

a) Se unirmos os pontos obtidos nos gráficos das sequências da Atividade 1 (itens b e c) que tipo de curva obtemos?

____

____

____

b) Verifique quais são as funções obtidas pelas sequências das letras **b** e **c** da Atividade 1. Explique como você obteve cada função.

* letra b: ____

____

____

* letra c: ____

____

____

c) Qual a relação existente entre a função exponencial ($y = f(x) = ba^x$), sendo x a variável independente e y a variável dependente, e a fórmula do termo geral de uma Progressão Geométrica?

____

____

____

____

d) O termo $\boldsymbol{a_n}$ na fórmula do termo geral de uma PG corresponde a qual variável em uma função exponencial?

____

____

____

e) O que os coeficientes b e a de uma função exponencial representam da Progressão Geométrica?

____

____

____

ATIVIDADE 3: DETERMINANDO A FUNÇÃO EXPONENCIAL QUE CORRESPONDE A UMA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA ESPECÍFICA

a) Represente graficamente no GeoGebra a sequência (2, 8, 32,...).

* Descreva como você fez para construir o gráfico.

____

____

____

* Qual é a lei de formação da função exponencial ($y = f(x) = ba^x$), relacionada à Progressão Geométrica? Explique como você fez para encontrá-la.

____

____

____

____

____

* Insira no GeoGebra a função que você acabou de determinar, e verifique se o seu raciocínio está correto. Esta função é crescente, decrescente ou constante?

____

____

____

b) Represente graficamente no GeoGebra a sequência (2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$,...).

* Descreva como você fez para construir o gráfico.

____

____

____

____

* Qual é a lei de formação da função exponencial ($y = f(x) = ba^x$), relacionada à Progressão Geométrica? Explique como você fez para encontrá-la.

____

____

____

____

____

* Insira no GeoGebra a função que você acabou de determinar, e verifique se o seu raciocínio está correto. Esta função é crescente, decrescente ou constante?

____

____

____

ATIVIDADE 4: DETERMINANDO A FUNÇÃO EXPONENCIAL QUE CORRESPONDE A UMA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA EM SITUAÇÕES-PROBLEMA

a) Um biólogo acompanhou o crescimento da folha circular de uma planta aquática. Durante suas observações percebeu que a cada mês o diâmetro da folha triplicava. No início de suas observações o biólogo mediu a folha e obteve um cm de diâmetro. Construa a PG que representa a sequência apresentada no problema.

____

____

* Construa no GeoGebra o gráfico que representa a PG encontrada na questão anterior.

* Qual é a lei de formação da função exponencial relacionada a esta Progressão Geométrica?

____

____

____

* Considerando que o crescimento das folhas continue, após quantos meses elas terão 2187 cm de diâmetro? Explique o que você fez para encontrar a quantidade de meses.

____

____

____

____

____

b) Um carro novo foi comprado por R$ 60000,00. A cada ano este carro sofre uma desvalorização de 5%, em função do seu uso. Construa a PG que representa a sequência apresentada no problema.

____

____

* Construa no GeoGebra o gráfico que representa a PG encontrada na questão anterior.

* Qual é a lei de formação da função exponencial relacionada a esta Progressão Geométrica?

____

____

____

* Calcule o valor do carro, em reais, 7 anos após a sua compra.

____

____

____

____