

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

ANDRÉ LUIS KORZENOWSKI

PREMISSAS E SUPOSIÇÕES PARA CONSTRUÇÃO DE
GRÁFICOS DE CONTROLE:
UM *FRAMEWORK* PARA VERIFICAÇÃO

Porto Alegre
2009

ANDRÉ LUIS KORZENOWSKI

**PREMISSAS E SUPOSIÇÕES PARA CONSTRUÇÃO DE
GRÁFICOS DE CONTROLE:
UM *FRAMEWORK* PARA VERIFICAÇÃO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção, modalidade Acadêmica, na área de concentração em Sistemas de Qualidade.

Orientadora: Liane Werner, Dra.

Porto Alegre
2009

ANDRÉ LUIS KORZENOWSKI

**PREMISSAS E SUPOSIÇÕES PARA CONSTRUÇÃO DE
GRÁFICOS DE CONTROLE:
UM *FRAMEWORK* PARA VERIFICAÇÃO**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção na modalidade Acadêmica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Profa. Liane Werner, Dra.

Orientador PPGE/UFGRS

Prof. Flávio Sanson Fogliatto, Ph.D.

Coordenador PPGE/UFGRS

Banca Examinadora:

Professora Carla Schwengber ten Caten, Dr^a. (PPGE/UFGRS)

Professor Lorí Viali, Dr. (Depto. Matemática/PUCRS)

Professor Adriano Mendonça Souza, Dr. (Depto. Estatística/UFSM)

*Dedico este trabalho a minha esposa Ângela,
companheira em todos os momentos.*

RESUMO

O presente trabalho propõe um *framework* que inclui a organização de procedimentos e técnicas estatísticas para a verificação da premissa e suposições dos gráficos de controle. Ao final do *framework* o usuário tem a indicação de qual gráfico é mais propício a condição dos dados em relação as suposições verificadas. O método é dividido em 4 fases que engloba a verificação da premissa de estacionariedade e das suposições de normalidade, independência e homocedasticidade. Procedimentos com o objetivo de adequar os dados as suposições são apresentados. Esta dissertação apresenta sugestões para solução dos problemas relacionados a violação da suposição de homocedasticidade. Descreve os principais modelos de obtenção de resíduos independentes e normal e identicamente distribuídos como solução para a violação de independência. São efetuados dois estudos de simulação Monte Carlo onde, como principais resultados, obteve-se: (i) um procedimento eficiente para verificação da premissa de que o processo encontra-se sob controle antes da implantação dos gráficos de controle e; (ii) o efeito da não normalidade na probabilidade de erros do tipo I nos gráficos \bar{X} e S de Shewhart. Além disso, apresenta a relação entre tamanho de amostra e não normalidade como aspecto importante na construção de gráficos de controle do tipo \bar{X} e S de Shewhart em relação ao erro do tipo I.

Palavras-chave: Controle Estatístico do Processo, Suposições e Violações das Suposições de Gráficos de Controle, Erro do Tipo I.

ABSTRACT

This paper proposes a framework that includes the organization of procedures and statistical techniques for the verification of the control chart's premise and assumptions. At the end of the framework is an indication of which chart has more favorable data condition on assumptions noted. The method is divided into 4 phases which includes verification of the stationarity premise and assumptions of normality, independence and homoscedasticity. Procedures with the goal of matching the data were been presented. This Master's work presents suggestions for solving problems related to violation of the homoscedasticity assumption. Describes the main types of models to intend get normal independent and identically distributed residuals as a solution to the violation of assumptions in the original data. Two studies are performed in Monte Carlo simulation and the main results obtained is: (i) an efficient procedure for verifying the premise that the process is under control before the implantation of control charts, (ii) the effect of non-normality in the probability of Type I error in and S Shewhart's control charts. In addition, shows the relationship between sample size and non-normality as important factor in building and S Shewhart's control charts on the error of Type I.

Key words: Statistical Process Control, Assumptions and violations of the assumptions of Shewhart's Control Charts, Type I error.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACF: função de autocorrelação;

AIC: critério para verificação de ajustamento de modelos de previsão aos dados;

AR: modelo autoregressivo;

ARL: número médio de pontos necessários para que o gráfico indique que o processo encontra-se fora de controle (erro do tipo II);

ARMA: modelo autoregressivo de média movel;

CUSUM: gráfico de soma cumulativa;

EWMA: gráfico de média móvel exponencialmente ponderada;

Gráfico \bar{X} : gráfico de Shewhart para médias;

Gráfico R: gráfico de Shewhart para amplitude;

Gráfico S: gráfico de Shewhart para desvio-padrão;

i.i.d.: independente e identicamente distribuído;

i.n.i.d.: independente, normal e identicamente distribuído;

IMCC: gráfico de Shewhart para medidas individuais;

MA: modelo de média móvel;

MCUSUM: gráfico multivariado de soma cumulativa;

MEWMA: gráfico multivariado de média móvel exponencialmente ponderada;

MR: gráfico de Shewhart para média móvel;

PACF: função de autocorrelação parcial;

SQR: soma de quadrados dos resíduos.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
1.1 Tema e Objetivos	11
1.2 Justificativa	12
1.3 Método de trabalho	13
1.4 Delimitações do trabalho	14
1.5 Estrutura do trabalho	15
2. ARTIGO 1: GRÁFICOS DE SHEWHART: VERIFICAÇÃO DAS SUPOSIÇÕES E SUGESTÕES PARA TRATAR AS VIOLAÇÕES	16
3. ARTIGO 2: COMPARAÇÕES ENTRE O TESTE DE BAI & PERRON E OS GRÁFICOS DE CONTROLE CUSUM E DE MEDIDAS INDIVIDUAIS DE SHEWHART NA IDENTIFICAÇÃO DE QUEBRAS ESTRUTURAIS EM SÉRIES TEMPORAIS	42
4. ARTIGO 3: ERRO DO TIPO I NOS GRÁFICOS \bar{X} E S SOB DADOS NÃO NORMAIS: EVIDÊNCIAS A PARTIR DE SIMULAÇÃO MONTE CARLO	58
5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	79
6. CONCLUSÕES	83
REFERÊNCIAS	86
APÊNDICES	90
1. ALGORITMO DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO DO ARTIGO 2	91
2. ALGORITMO DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO DO ARTIGO 3	97
3. COMPROVANTE DE SUBMISSÃO DO ARTIGO 1	99
4. COMPROVANTE DE ACEITE E APRESENTAÇÃO DO ARTIGO 2 EM CONFERÊNCIA INTERNACIONAL	100
5. COMPROVANTE DE SUBMISSÃO DO ARTIGO 2	101
6. COMPROVANTE DE SUBMISSÃO DO ARTIGO 3	102

1. INTRODUÇÃO

Uma série de procedimentos e ferramentas vêm sendo desenvolvidas no intuito de executar o controle da qualidade dos itens produzidos e em função disso, o controle estatístico da qualidade tem cada vez mais espaço. Observa-se o desenvolvimento de procedimentos e técnicas estatísticas cada vez mais apuradas no intuito de produzir itens de consumo dentro das normas e especificações, com durabilidade assegurada e garantias de qualidade. Entre as ferramentas mais simples e eficientes estão os gráficos de controle, que foram inicialmente propostos por Shewhart¹ em 1924. Entretanto, novos tipos de gráficos foram e continuam sendo desenvolvidos após os gráficos de Shewhart. Gráficos de controle capazes de identificar menores mudanças na linha de produção, como por exemplo os gráficos de soma cumulativa (CUSUM) ou de médias móveis exponencialmente ponderados (EWMA). Além destes, gráficos multivariados, que buscam analisar aspectos relacionados da produção simultaneamente. Por outro lado, os gráficos de Shewhart ainda são os mais utilizados por causa da sua simplicidade.

Antes da implementação de gráficos de controle, é necessário verificar uma premissa importante: se o processo onde os dados foram inicialmente coletados estão sob controle. Havendo causas especiais de variação neste processo, a construção do gráfico pode ficar comprometida. As estimativas de variabilidade utilizadas para a construção dos limites podem sofrer alterações com isso e, desta forma, gerar intervalos mais amplos do que o necessário. Certificando-se de que os dados são provenientes de um processo estacionário (sob controle), as verificações das suposições podem ser efetuadas.

Os gráficos de controle propostos por Shewhart, são construídos sobre suposições de modelos matemáticos e estatísticos que utilizam. A suposição é de que as amostras coletadas sejam provenientes de uma população de dados independentes, Normal e identicamente distribuídos – i.n.i.d. (MONTGOMERY, 2004). Quando as suposições de modelos matemáticos não são atendidas, seus resultados não podem ser garantidos em termos probabilísticos (MOOD et al, 1974). Quando isso ocorre, estudos demonstram que o desempenho dos gráficos de controle ficam comprometidos, aumentando a possibilidade de resultados equivocados. Por exemplo, Korzenowski et al (2008) mostraram resultados de

¹ Walter Andrew Shewhart (18/03/1891 – 11/03/1967) foi físico, engenheiro e estatístico e é conhecido como o pai do controle estatístico da qualidade.

identificação de pontos fora de controle através de dois gráficos de controle e os procedimentos gráficos detectaram um número excessivamente superior de pontos fora de controle devido a presença de autocorrelação nas séries observadas. Noorossana e Vaghefi (2005) mostram que a autocorrelação deteriora o desempenho do gráfico de controle MCUSUM.

Freqüentemente encontram-se dados não Normais em processo industriais (LIN e CHOU, 2004). O fato dos dados não serem provenientes de uma distribuição normal pode ser equacionado aplicando-se o procedimento desenvolvido por Box-Cox. Com isso, pode-se obter uma transformação adequada onde os dados passam a atender a suposição de normalidade (MASON et al, 2003). Além disso espera-se que, com amostras suficientemente grandes, a distribuição da média, que é a estatística utilizada num dos principais gráficos de Shewhart, tenha convergência para um modelo de distribuição Normal. Este resultado é esperado devido ao teorema do limite central (LIN e CHOU, 2004).

No que tange a suposição de independência das observações, a solução utilizada é ajustar os dados através de um modelo matemático e então obter os resíduos, que são a diferença entre os reais valores observados e os valores esperados devido ao ajuste do modelo. Assim, gera-se o gráfico de controle com os resíduos (MONTGOMERY, 2004). O sistema será considerado fora de controle quando algum resíduo for maior que os limites de controle.

Supor que os dados i.n.i.d. refere-se ao fato deles serem não autocorrelacionados, provenientes de uma distribuição Normal e esta distribuição possuir média e variância constante ao longo da série. Espera-se que o próprio gráfico de controle aponte quaisquer alterações na média. A variância normalmente é controlada pelos gráficos de variabilidade, tais como os gráficos de amplitude (R) e de desvio-padrão (S), mas esta variância ser constante é uma importante suposição da construção destas ferramentas e sua influência no desempenho dos gráficos de controle carece de investigação. Uma transformação, como a de Box-Cox citada anteriormente, pode minimizar os efeitos da não homogeneidade de variâncias durante o processo. Um tratamento similar ao utilizado no caso da violação da independência também pode ser utilizado.

Observa-se que mesmo quando os gráficos de controle propostos por Shewhart não têm suas suposições atendidas, existem alternativas para se executar o controle estatístico do

processo. Entretanto, é necessário saber verificar a premissa e as suposições para a construção do gráfico de controle adequado a situação dos dados.

1.1 Tema e Objetivos

O tema desta dissertação são os gráficos de controle de qualidade propostos por Shewhart. Este tema contempla as áreas de engenharia de qualidade, concentrando em gráficos de controle e nas suposições estatísticas destas ferramentas.

O objetivo geral deste trabalho é elaborar um *framework* orientativo para a verificação das premissas e suposições e como devem ser verificadas durante a construção dos gráficos de controle propostos por Shewhart, além da proposição de alternativas quando elas não são atendidas. Para a correta construção de gráficos de controle é necessário verificar que os dados sejam independentes e provenientes de uma população normal e identicamente distribuída. Por identicamente distribuída entende-se que a variância dos dados seja constante em todas as observações. A premissa que deve ser verificada é a de que o processo esteja controlado durante a coleta inicial dos dados, antes mesmo da implementação dos gráficos de controle. O resultado final é a construção de um *framework* dos procedimentos de verificação dessas premissas e suposições com a indicação do tipo de gráfico de controle a ser utilizado.

Os objetivos específicos são:

- Descrever os princípios para aplicação dos gráficos de controle e procedimentos estatísticos necessários para verificação das suposições dos gráficos de controle propostos por Shewhart;
- Descrever um procedimento capaz de verificar a estacionariedade da série de dados para verificar se o processo encontra-se sob controle, antes mesmo da implementação do gráfico de controle;
- Investigar a influência da violação da suposição de normalidade no desempenho de um gráfico de controle de Shewhart, quanto ao erro do tipo I, em dados provenientes de diferentes distribuições.

1.2 Justificativa

Os gráficos de controle podem ser usados no acompanhamento on-line do processo, ou ainda, determinar se dados passados estavam ou não sob controle. Evidentemente, após serem construídos, os gráficos tem sua aplicação de maior utilidade no acompanhamento de amostras futuras. Segundo Smeti et al (2007), os gráficos de controle foram desenvolvidos e devem ser avaliados sobre as suposições de que as observações do processo são i.n.i.d. Porém, frequentemente estas suposições são violadas e isto pode acarretar significantes efeitos nas propriedades dos gráficos de controle. Os principais efeitos abordados na literatura dizem respeito ao aumento no número de alarmes falsos e aumento no número médio de pontos necessários para que o gráfico avise que o processo está fora de controle (ARL). Todavia, violações a estas suposições ainda precisam ser investigadas mais profundamente.

Uma alternativa, segundo Montgomery (2004), na violação da suposição de independência, é a utilização de gráficos de resíduos, onde a autocorrelação pode ser extraída através do ajuste de um modelo de previsão. Com isso, analisam-se não mais os dados originais, mas os resíduos. O autor recomenda a utilização de ajuste de modelos auto-regressivos na obtenção dos resíduos, porém, nem em função da consistência, robustez e confiabilidade destes modelos, eles podem ser utilizados indiscriminadamente. Modelos de previsão também possuem suposições que dão suporte a sua construção. Violar as suposições destes modelos pode gerar efeitos similares a violação das suposições dos gráficos de controle.

As publicações que abordam a utilização de gráficos construídos sobre resíduos não referem, geralmente, a necessidade da verificação das suposições destes modelos. Somente que as suposições dos gráficos de controle precisam ser atendidas. Em alguns casos, as suposições podem ser coincidentes e logo, não sendo recomendada a utilização dos gráficos de controle por violação delas, o mesmo deveria ocorrer com os modelos ajustados para a obtenção dos resíduos, ou seja, os modelos não deveriam ser utilizados (MINGOTI e YASUKAWA, 2008; JARRET e PAN, 2007; SMETI et al, 2007; NOOROSSANA e VAGHEFI, 2005; JING et al, 2000; CAULCUTT, 1995; ALWAN e ROBERTS, 1988; ALWAN, 1992).

Percebe-se que, um gráfico de controle construído sem as devidas verificações pode comprometer seu desempenho. No atual momento econômico mundial, onde as empresas

buscam aprimorar os padrões de qualidade de seus itens para sobreviver a concorrência, a utilização de uma ferramenta que não indica que o processo saiu de controle gera desperdícios de matéria prima, aumento da taxa de quebra e por conseqüência, aumento dos custos de produção. Se esta ferramenta aponta um estado fora de controle, o processo deve ser interrompido e a causa deve ser identificada. Se tratar-se de um alarme falso, desperdiçou-se tempo e novamente ter-se-ão consumido recursos. Se estes fatos ocorrem freqüentemente, a ferramenta perde credibilidade. O problema pode não estar na ferramenta em si, mas na falta de uma correta implementação, sendo assim, o trabalho que está sendo proposto visa auxiliar neste importante aspecto: a correta implementação desta ferramenta.

1.3 Método de trabalho

O método do trabalho é apresentado segundo dois aspectos: a caracterização do tipo de pesquisa e a descrição das etapas, técnicas e ferramentas que serão utilizadas para atingir os objetivos da pesquisa.

Assim, este trabalho será executado sob o enfoque de uma pesquisa aplicada e quantitativa, pois objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática e dirigida à solução de problemas específicos, tendo seus resultados verificados estatisticamente. É também uma pesquisa explicativa e experimental, pois visa identificar os fatores que determinam ou contribuem para a ocorrência de fenômenos como o número de alarmes falsos na utilização de gráficos de controle (SILVA 2005).

O desenvolvimento do presente trabalho realizou-se em 3 etapas: pesquisa bibliográfica, investigação exploratória e proposta de um framework de verificação de premissas e suposições para a aplicação de gráficos de controle. A etapa de pesquisa bibliográfica contém o levantamento do referencial teórico em livros e bases de dados nacionais e internacionais acerca dos gráficos de controle propostos por Shewhart, bem como dos efeitos da violação de suas suposições. Com a pesquisa bibliográfica, foram identificados os principais procedimentos metodológicos, fornecendo bases para o desenvolvimento dos processos de simulação e para a proposta do *framework* de verificação das premissas e suposições dos gráficos de controle propostos por Shewhart. Esta fundamentação elaborada é apresentada neste trabalho através de um ensaio teórico.

Na etapa de investigação exploratória foram conduzidos dois estudos de simulação Monte Carlo. No primeiro, buscou-se experimentar a capacidade de um procedimento econométrico em identificar mudanças de nível em uma série de dados. Os resultados obtidos foram comparados com dois gráficos de controle consagrados na literatura. No segundo estudo foram simuladas séries de dados não normais, a fim de identificar o efeito da violação da suposição de normalidade no desempenho de dois gráficos propostos por Shewhart, em relação ao erro do tipo I.

Na etapa final, foi desenvolvida uma proposta de *framework* de verificação de premissas e suposições para gráficos de controle. Esta proposta consistiu no desenvolvimento de um fluxograma onde cada etapa suposição é apontada e são sugeridos procedimentos estatísticos para sua verificação.

1.4 Delimitações do trabalho

Neste trabalho foi utilizada simulação de Monte Carlo, com dados pseudo-aleatórios gerados através de um sistema computacional. Os procedimentos propostos não foram testados em dados reais mas, os dados simulados buscaram exemplificar as principais ocorrências em processos produtivos da indústria.

O estudo da não-normalidade restringiu-se aos gráficos e S pois, utilizam as estatísticas de interesse mais comuns nos processos produtivos (média e desvio-padrão). Este estudo não verificou o desempenho do gráfico R, mesmo quando simuladas pequenas amostras pois o interesse da pesquisa era a verificação do impacto da não-normalidade no controle da média e do desvio-padrão.

Dentre as soluções apresentadas para correção das suposições, a violação da homocedasticidade não apresenta um procedimento gráfico na literatura, diferentemente do caso da violação a independência. Sugere-se neste caso a transformação dos dados, a fim de obter o atendimento dessa suposição, ou a construção de um gráfico baseado em resíduos, entretanto, estas soluções não foram verificadas neste estudo.

1.5 Estrutura do trabalho

Esta dissertação está estruturada em formato de artigos científicos. Assim, este primeiro capítulo apresenta uma introdução geral de todo o trabalho, bem como o tema e os objetivos gerais e específicos. Apresenta ainda o método e as delimitações do trabalho além da forma como está estruturado.

O capítulo 2 apresenta o primeiro artigo, onde foi elaborado um ensaio teórico baseado no levantamento bibliográfico. Este artigo está estruturado com uma introdução sobre gráficos de controle de Shewhart. Após, apresenta o levantamento da literatura sobre esses gráficos de controle, bem como o uso de modelos de previsão para obtenção de resíduos como solução para a violação de algumas de suas suposições. São discutidos os principais modelos matemáticos para obtenção de resíduos e são apresentadas as considerações finais.

O capítulo 3 apresenta o segundo artigo. Este artigo utilizou simulação de Monte Carlo para comparar o desempenho de dois gráficos de controle e um procedimento econométrico a fim de identificar mudanças de nível na série observada. Na realização dessa simulação foi forçada a existência de autocorrelação além da inclusão de diferentes níveis de variabilidade. Este artigo busca verificar a capacidade deste procedimento econométrico para verificar a premissa para construção dos gráficos de controle propostos por Shewhart.

O terceiro artigo é apresentado no Capítulo 4 e contempla a verificação do desempenho dos gráficos e S de Shewhart quando do controle do processo em dados não normais em relação ao erro do tipo I. Também procurou-se observar o impacto do tamanho da amostra nesse tipo de erro, tanto em dados normais como em dados não-normais. Este trabalho também foi realizado através de simulação Monte Carlo.

No capítulo 5 é apresentado o *framework* a ser utilizado na implementação de gráficos de controle em processos produtivos. Esta estrutura contempla a indicação dos gráficos que devem ser utilizados, quando disponíveis. As principais conclusões, comentários finais e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no capítulo 6.

2. ARTIGO 1: GRÁFICOS DE SHEWHART: VERIFICAÇÃO DAS SUPOSIÇÕES E SUGESTÕES PARA TRATAR AS VIOLAÇÕES

Artigo submetido para

Gestão e Produção

**GRÁFICOS DE CONTROLE DE SHEWHART:
VERIFICAÇÃO DAS SUPOSIÇÕES E SUGESTÕES PARA TRATAR AS VIOLAÇÕES**

André Luis Korzenowski*

UNIFIN – União das Faculdades Integradas de Negócios
PPGEP/UFRGS – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção
DEST/UFRGS – Depto. de Estatística
UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Liane Werner, Dr^a.

PPGEP/UFRGS – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção
DEST/UFRGS – Depto. de Estatística
UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

RESUMO

O objetivo deste artigo é apresentar uma descrição das suposições, como elas devem ser verificadas e algumas implicações do seu não atendimento, além de uma descrição dos principais modelos de previsão que podem ser utilizados para a obtenção de resíduos. Construir gráficos de controle baseados em resíduos é a principal alternativa para evitar os problemas causados pela violação das suposições dos gráficos de controle. As principais suposições relatadas na literatura para os gráficos de controle são normalidade, homocedasticidade e independência entre as observações. Inclui-se a necessidade de se efetuar verificações de estacionariedade na série antes da implantação dos procedimentos gráficos, em função da correta construção dos limites de controle. São apresentados os principais testes estatísticos recomendados na literatura para verificação das suposições.

Palavras-Chave: *Controle Estatístico do Processo, Suposições Gráficos de Controle, Violações das Suposições de Gráficos de Controle.*

ABSTRACT

This article aims to provide a description of assumptions, as they should be checked and some implications of their non attendance for the construction of control charts. A description of the forecasting models that can be used for find residuals. Building Control charts based on residuals is the main alternative to avoid the problems caused by the violation of the assumptions of the control charts. The main assumptions reported in the literature to control charts are normality, homoscedasticity and independence among the observations. This includes the need to make findings of stationarity in the series before the introduction of procedures to correct construction of the limits of control. The main statistical tests recommended in the literature for verification of the assumptions are presented here.

Keywords: *Statistical Process Control, Control Charts Assumptions, Violations of the Assumptions of Control Charts.*

1. INTRODUÇÃO

Entre as ferramentas mais simples e eficientes para se efetuar o controle estatístico do processo estão os gráficos de controle, que foram inicialmente propostos por Shewhart¹ em

* Av. Osvaldo Aranha, 99. 5º andar. Porto Alegre-RS-Brasil. CEP:91035-190.
Telefone: +55 51 3308-3491. E-mail: andre@korzenowski.com

1924. Entretanto, novos tipos de gráficos foram e continuam sendo desenvolvidos após os gráficos de Shewhart. Gráficos capazes de identificar menores mudanças nos processos das linhas de produção, como por exemplo o EWMA e o CUSUM, além de gráficos multivariados. Por outro lado, os gráficos de Shewhart ainda são os mais utilizados.

Gráficos de controle são procedimentos estatísticos que apóiam-se sobre algumas suposições matemáticas. Quando suposições não são atendidas, resultados não podem ser garantidos em termos probabilísticos (MOOD et al, 1974). Na ocorrência disso, estudos demonstram que ocorre aumento no número de falsos alarmes e aumento do número de observações necessárias para identificar que o processo encontra-se fora de controle (ARL). Para exemplificar isto, Korzenowski et al (2008) simularam um modelo auto-regressivo para identificação de pontos fora de controle através de dois gráficos de controle e de um teste utilizado em econometria para identificação de quebras estruturais. Em comparação com o procedimento que identifica quebras estruturais, os procedimentos gráficos detectaram um número excessivamente superior de pontos fora de controle, inclusive maior do que o número de pontos fora de controle simulados, ou seja, alarmes falsos. Isto, de certo modo era esperado pela presença de autocorrelação nos dados analisados. Noorossana e Vaghefi (2005) mostram que a autocorrelação deteriora o desempenho do gráfico de controle MCUSUM mensurado através do ARL.

As principais suposições dos procedimentos de gráficos de controle são a independência das observações e a aderência dos dados a um modelo de distribuição normal (MONTGOMERY, 2004). O fato dos dados não serem provenientes de uma distribuição normal não parece preocupar, pois há poucos estudos referenciados na literatura sobre o assunto porém, não atender a suposição de normalidade no gráfico de controle \bar{X} de Shewhart, gera alterações no seu desempenho (MONTGOMERY, 2001; LIN e CHOU, 2007; KORZENOWSKI e WERNER, 2009). Por outro lado, aplicando o procedimento desenvolvido por Box-Cox, em geral, obtém-se uma transformação adequada onde os dados geralmente passam a atender a suposição de normalidade (MASON et al, 2003). Aplicar uma transformação nos dados pode gerar estatísticas viesadas dependendo do tipo de transformação utilizada, mas também pode minimizar o efeito da violação da homocedasticidade (MONTGOMERY, 2001; MILLIKEN e JOHNSON, 1992).

¹ Walter Andrew Shewhart (18/03/1891 – 11/03/1967) foi físico, engenheiro e estatístico e é conhecido como o pai do controle estatístico da qualidade.

No que tange a independência das observações, uma das soluções encontradas é ajustar os dados através de um modelo matemático e então obter os resíduos. Assim, gera-se o gráfico de controle com os resíduos (MONTGOMERY, 2004). O sistema será considerado fora de controle quando os resíduos forem grandes o suficiente para apontar que o processo deva ser interrompido pela presença de uma causa especial de variação.

Deste modo observa-se que, mesmo quando os gráficos de controle não têm suas suposições atendidas, existem alternativas para se executar o controle estatístico do processo. Este trabalho investiga as suposições às quais baseiam-se os gráficos de Shewhart, apresenta alguns testes estatísticos para sua verificação e sugere alternativas de solução quando do não atendimento das suposições.

Assim, nesta primeira seção foi apresentada uma contextualização, justificativa e objetivo deste trabalho. Na seção dois é apresentada uma revisão sobre gráficos de controle de Shewhart e suas suposições. Nesta seção ainda são apresentados alguns procedimentos para verificação dessas suposições. Na seção três é apresentada a solução para atendimento das suposições de independência e homocedasticidade através do uso de modelos de previsão para obtenção de resíduos independentes e Normal e identicamente distribuídos (i.n.i.d.). Na seção quatro são apresentados os principais modelos de previsão, métodos para identificação de seus parâmetros, suas suposições e aplicações. A seção cinco apresenta as considerações finais e sugestões para novos estudos.

2. GRÁFICOS DE CONTROLE DE SHEWHART E SUAS SUPOSIÇÕES

Segundo Alves e Samohyl (2006), os gráficos de controle, têm sido cada vez mais importantes pelo fato de desempenharem papel primordial no controle de qualidade na indústria moderna. Quando ocorrem variações nos processos devido a desajustes e desgastes nos equipamentos de produção ou alteração na qualidade da matéria-prima utilizada, por exemplo, isso é refletido nas amostras selecionadas que começam a gerar itens não-conformes (WERNER, 1996). O surgimento desses itens não conformes pode levar o processo além das linhas de controle indicando que o processo está fora de controle.

Sob o ponto de vista do controle de qualidade, ou mais especificamente, do controle estatístico do processo, tem-se, em linhas gerais, uma seqüência de observações ao longo do tempo em um determinado processo produtivo. Essas observações podem ser únicas ou múltiplas a cada instante do tempo e isto depende do tipo de processo que está sendo

analisado. Em processos onde a análise é destrutiva, por exemplo, amostras de tamanho n igual a 1 são comuns. Já em processos com uma variabilidade maior, amostras maiores do que a unitária são em geral necessárias para se proceder o acompanhamento adequado através do controle de qualidade. Korzenowski e Werner (2009) mostraram evidências, através de simulação Monte Carlo, que não existem diferenças quanto ao erro do tipo I em gráficos de controle de Shewhart do tipo \bar{X} , considerando amostras de tamanho n igual a 3, 5, 7, 10, 15, 20 e 25 em dados com distribuição normal. Considerando distribuições assimétricas, o tamanho da amostra necessário está relacionado ao nível de assimetria da distribuição original dos dados. Do mesmo modo, tanto maior será o erro do tipo I dos gráficos de controle quanto maior for a assimetria observada.

Segundo Alves e Samohyl (2006) os gráficos de controle de Shewhart são ferramentas estatísticas que proporcionam uma grande sensibilidade na detecção de causas identificáveis esporádicas ou intermitentes. Para casos em que há uma causa especial identificável no sistema que gera uma pequena e constante variação na média ou na variabilidade, o gráfico de controle de Shewhart apresentará uma tendência nos valores plotados para as amostras.

Os gráficos de Shewhart são classificados de acordo com o tipo de variável e/ou controle que se deseja implementar. Para isso tem-se os gráficos para variáveis contínuas e discretas, bem como diferentes gráficos para mensurar as variabilidades. Em um processo produtivo, geralmente as amostras têm tamanho superior a um. Algumas estatísticas são calculadas a partir destas, como média amostral e desvio padrão amostral, e essas seqüências de estatísticas são apontadas em gráficos. A partir delas, também são estabelecidos limites de controle, que definem quando o processo está ou não sob controle.

Os principais gráficos de Controle de Shewhart são o gráfico de médias (\bar{X}), gráfico de amplitude (R) e gráfico de desvio-padrão (S). O gráfico \bar{X} busca observar o desempenho médio do processo acompanhando a variabilidade entre as médias nos sucessivos períodos de tempo, enquanto os gráficos R ou S buscam identificar a variabilidade do processo inerente a cada período de tempo, sendo que são utilizados em par com o gráfico \bar{X} (WERNER, 1996). A definição em relação a qual gráfico, R ou S, será utilizado está em características do processo produtivo ou do processo de amostragem. Para amostras relativamente pequenas pode-se utilizar o gráfico R. Já em amostras maiores, o desvio-padrão fornece uma medida

mais robusta de acompanhamento, sendo aplicado, por exemplo, em processos automatizados (MONTGOMERY, 2004; JURAN et al, 1974).

Algumas séries de dados observadas em processo produtivos têm características peculiares que não torna viável a obtenção de mais de um item para observação. Nestes processos, o tamanho da amostra usado na monitoração ao longo do tempo é n igual a 1. Isto pode ocorrer quando a inspeção é automática e então cada unidade é analisada ou ainda quando o processo produtivo é tão lento que é inviável esperar até obter um tamanho de amostra maior do que um para proceder à análise. Nestas situações os gráficos de controle para medidas individuais (IMCC) são extremamente úteis, pois foram desenvolvidos especificamente para estes casos. O IMCC também possui um par que é utilizado para monitorar a variabilidade do processo. Trata-se do gráfico de médias móveis (MR).

Outros gráficos foram desenvolvidos no intuito de identificar mudanças menores no nível da série como por exemplo os gráficos CUSUM e EWMA (MONTGOMERY, 2004; ALVES e SAMOHYL, 2006). Considerando tanto estes quanto os gráficos de Shewhart, é importante ressaltar que o monitoramento é confiável apenas se suas suposições forem atendidas (MOOD, 1974).

As principais suposições dos gráficos de Shewhart, segundo Montgomery (2004), são a aderência dos valores observados a um modelo de distribuição normal e a independência entre as observações. Entretanto, destaca-se que, antes de sua construção, é necessário observar um processo até que se tenha uma seqüência de valores observados. Existe alguma controvérsia em relação ao número mínimo de subgrupos observados necessários para se implementar um gráfico de controle. É necessário que o processo que está sendo acompanhado não apresente causas especiais (pontos fora de controle) durante esta fase de observação prévio a sua implementação. Quanto maior o volume de dados observados, maior será a chance de que isto ocorra. Por outro lado, uma janela de observação muito restrita pode não trazer informação suficiente para uma construção adequada dos limites de controle (MONTGOMERY, 2004).

A questão que se coloca então é: Como saber se o processo encontra-se fora de controle se ainda não se consegue construir o gráfico que indicará se o processo está fora de controle? A alternativa aqui pode ser verificar a presença de pontos fora de controle observando se há mudanças de nível na série.

Korzenowski et al (2008) apresentaram um estudo comparativo entre gráficos de controle e um procedimento econométrico (Teste de Bai e Perron) para verificação de mudanças de nível (presença de quebras estruturais) em séries temporais. Os resultados foram significativos em relação a capacidade do procedimento de Bai e Perron identificar a presença de quebras estruturais na série. Assim, este procedimento pode ser utilizado nesta fase de diagnóstico, antes da construção dos gráficos, verificando a estabilidade dos dados observados. Outro ponto favorável ao teste de Bai e Perron é que ele não apresenta suposições comuns às suposições dos gráficos de controle. Por outro lado, os autores destacam que, apesar dos resultados serem melhores do que os obtidos através do gráfico IMCC e CUSUM na identificação de pontos fora de controle, esse procedimento não serviria como ferramenta de controle de qualidade pois é necessária uma janela ao final da série para a verificação da mudança de nível, o que não é interessante no controle estatístico do processo.

O grande problema na maior parte das análises estatísticas é o atendimento a suposição de normalidade. Montgomery (2001) e Milliken & Johnson (1992) descrevem que os procedimentos lineares, tais como a análise de variância, são extremamente robustos a desvios de normalidade. De fato, Montgomery (2001) afirma que moderados desvios frente a suposição de normalidade não necessariamente implicam em séria violação de sua suposição. O autor afirma ainda que os principais problemas seriam ligeiras divergências em relação ao nível de significância e poder adotados no caso do ajuste de modelos lineares. Korzenowski e Werner (2009) mostraram que o que se observa nos gráficos de controle é um aumento do número de alarmes falsos (aumento do erro do tipo I). Essa diferença é maior tanto quanto maior for o desvio dos dados em relação ao modelo de distribuição Normal, que pode ser verificado através da medida de assimetria. Outros problemas em relação ao desempenho dos gráficos na ausência de normalidade, tal como seu comportamento em relação ao erro do tipo II, ainda não foram estudados.

Entre as possibilidades de testes estatísticos para verificação de aderência aos modelos de distribuição normal, os mais comumente utilizados são o teste de Shapiro-Wilk (1965), para pequenas amostras e o de Kolmogorov-Smirnov, para amostras maiores. Lilliefors (1967) desenvolveu uma adaptação ao teste de Kolmogorov-Smirnov, conhecida como Lilliefors K-S que apresenta resultados mais poderosos que os outros testes de normalidade. Estes testes encontram-se implementados na maior parte dos pacotes estatísticos. Na presença de autocorrelação, o teste de Jarque-Bera (1980) apresenta resultados

mais robustos pois considera a presença de dependência entre as observações em sua construção (JARQUE, BERA; 1980, 1981).

No caso do não atendimento da suposição de normalidade, uma atitude conservadora seria a de aplicar uma transformação aos dados na tentativa de que estes encontrem aderência ao modelo normal. Assim, a suposição pode ser atendida (MASON et al, 2003). As mais usuais transformações são o logaritmo natural (neperiano) e a raiz quadrada. Entretanto, Box & Cox desenvolveram um algoritmo capaz de identificar a melhor transformação. Trata-se de um procedimento relativamente simples que informa qual o expoente (fracionário ou não) aos quais os dados devem ser elevados para proceder a transformação destes em dados normalmente distribuídos. Um detalhamento deste algoritmo pode ser encontrado em Mason et al (2003) e sua aplicação em séries temporais em Bisgaard & Kulahci (2008).

Outra importante suposição destacada na literatura é a suposição de independência entre as observações. Esta suposição tem gerado grande discussão (PEDRINI et al, 2008; PAN & JARRET, 2007; ALWAN, 1992; ALWAN & ROBERTS, 1988) e, de fato, a maior parte dos dados observados em linhas de produção apresentam problemas de autocorrelação. Isto ocorre por causa do *setup* das máquinas ou diferenças entre lotes da matéria-prima, por exemplo. Isto afeta não somente a atual observação mas uma seqüência de observações futuras. Se este efeito não é tão grande, ou significativo, ele pode não ser percebido, porém na seqüência das observações ele pode vir a apontar falsos alarmes ou ainda, mascarar o processo, retardando o aparecimento de sinais fora de controle. Algumas das razões para a ocorrência de autocorrelação são apresentadas por Gujarati (2000).

Entre os procedimentos para se identificar a presença de autocorrelação, pode-se citar o teste de hipóteses das carreiras (seqüências) e o teste *d* de Durbin-Watson (GUJARATI, 2000). Outros procedimentos também podem ser utilizados para a verificação da presença de autocorrelação. Os mais comuns são os correlogramas das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial bem como das estatísticas Q de Box-Pierce e Ljung-Box (ENDERS, 2003).

Além de pressupor a normalidade e a independência entre as observações, gráficos de controle pressupõe que os subgrupos sejam identicamente distribuídos. Deste modo, outra suposição a ser verificada é que o processo sob controle apresenta variância constante (homocedasticidade) em todos os subgrupos selecionados. Para verificar esta suposição, os

testes mais indicados são os testes de Park, teste de Glejser, teste de Goldfeld-Quandt, teste de Breusch-Pagan-Godfrey e o teste geral de heterocedasticidade de White (GUJARATI, 2000). Uma possibilidade simples é obter duas amostras aleatórias independentes de tamanho $n^* = n/2$ dos resíduos da regressão e efetuar um teste F para comparação de igualdade de variâncias. Problemas de violação a suposição de homocedasticidade (subgrupos heterocedásticos) não apresentam problemas referenciados na literatura porém, os modelos de previsão utilizados para resolver a questão de autocorrelação em geral apresentam esta suposição. Seu efeito será discutido quando da abordagem sobre os modelos de previsão.

A Tabela 1 apresenta um resumo dos testes que podem ser utilizados para a verificação de cada uma das suposições dos gráficos de controle, bem como de sua premissa.

Tabela 1. Suposições dos gráficos de controle e testes e procedimentos de verificação recomendados na literatura

Violação	Testes e procedimentos sugeridos para verificação
Processo sob controle	Teste de Bai e Perron
Normalidade	Teste de Shapiro-Wilk Teste de Lilliefors-KS
Independência	Teste de hipóteses das carreiras Teste d de Durbin-Watson Correlogramas – ACF e PACF Estatística Q de Box-Pierce e Ljung-Box
Homocedasticidade	Teste de Park Teste de Glejser Teste de Goldfeld-Quandt Teste de Breusch-Pagan-Godfrey Teste geral de heterocedasticidade de White Teste F de comparação de igualdade de variâncias sobre duas amostras aleatórias de tamanho $n^* = n/2$ dos resíduos da regressão

3. USO DE MODELOS DE PREVISÃO: UMA SOLUÇÃO PARA O ATENDIMENTO DAS SUPOSIÇÕES DE INDEPENDÊNCIA E HOMOCEDASTICIDADE

Montgomery (2004) recomenda a utilização de ajuste de modelos auto-regressivos na obtenção dos resíduos. Entretanto, modelos de previsão como estes também possuem suposições a serem atendidas e as publicações na área não referem à necessidade dessa verificação. O que comumente se observa nas publicações é que os modelos de ajuste devem ser utilizados quando as suposições dos gráficos de controle não são atendidas. O fato é que, em alguns casos, as suposições podem ser coincidentes e logo, não sendo recomendada a utilização dos gráficos por violação das suposições, o mesmo deveria ocorrer com os modelos de previsão ajustados para a obtenção dos resíduos. Isto ocorre pois, espera-se que, com o

ajuste do modelo, as suposições sejam atendidas, mas ainda assim são necessárias as verificações.

A solução consiste no ajuste de um modelo matemático que apresente os valores esperados para a seqüência de observações no tempo. De posse desta seqüência esperada, pode-se calcular a diferença entre os valores esperados e os valores realmente observados (resíduos). Este procedimento é discutido e apresentado em Montgomery (2004). Segundo o autor, a obtenção dos valores esperados ocorrem basicamente através do ajuste de modelos de Box & Jenkins (Modelos ARIMA). Supõe-se que os resíduos sejam independentes e normal e identicamente distribuídos. Com esta solução, uma série de procedimentos foram desenvolvidos e um novo campo de pesquisa iniciou na Engenharia de Qualidade: o estudo dos gráficos de controle baseados em resíduos. Em geral, esses procedimentos são similares aos gráficos de controle de Shewhart mas, ao invés de grafar os dados originais, deve-se fazê-lo com os resíduos.

Outros métodos sugerem a incorporação da autocorrelação no cálculo dos limites de controle, o que permitiria a construção dos gráficos de controle sem a necessidade de modelagens estatísticas (JIANG et al, 2000; MINGOTI e FIDELIS, 2001; MOREIRA Jr. e ten CATEN, 2004; SMETI et al, 2007).

Jiang et al (2000) propôs um gráfico de controle auto-regressivo de média móvel (ARMA). Este gráfico consiste em controlar uma estatística ARMA ajustada diretamente nos dados originais. Estudos de simulação feitos por Jiang et al (2000) apontam que o ARMA Chart é competitivo com o EWMA para observações independentes e identicamente distribuídas, mas apresenta melhores resultados que o Gráfico de Causas Especiais (SCC) e o Gráfico de Médias Móveis Exponencialmente Ponderado para Dados Auto-Correlacionados (EWMAST) para observações auto-correlacionadas. Gráficos SCC representam as idéias apontadas anteriormente onde se ajusta um modelo matemático com o intuito de remover a autocorrelação e os resíduos são plotados nos gráficos tradicionais. Já os gráficos EWMAST aplicam a média móvel exponencial (EWMA) nos dados provenientes do processo autocorrelacionado sem identificar os parâmetros do processo. Este tipo de gráfico demonstrase eficiente, segundo Jiang et al (2000), em algumas regiões de parâmetros. Já o SCC, assim como os gráficos de Shewhart para observações independentes, é efetivo apenas para grandes mudanças de nível na série de dados.

Mingoti e Yasukawa (2008) sugerem uma metodologia de Geoestatística para obter estimativas do desvio-padrão do processo, que então seriam incorporadas nos gráficos de controle de Shewhart. Este procedimento de Geoestatística foi desenvolvido por Mingoti e Fidelis (2001). Neste caso, a autocorrelação estaria automaticamente incorporada nos limites de controle via a nova forma de estimação de desvio-padrão do processo, sem a necessidade de identificação e ajuste de modelos de séries temporais. Mingoti e Yasukawa (2008) citam outros procedimentos que envolvem a transformação do controle uni-variado para multivariado através da separação da seqüência de n observações do processo em grupos de tamanhos g , inter-seccionados ou não, e construídos preservando-se a ordem das observações na seqüência. Assim o problema pode ser visto como um caso g -variado com uma amostra de tamanho $n/2$ se n for par e os grupos não tiverem intersecção. Segundo este enfoque, testes estatísticos como o de Hotelling poderiam então ser usados para o monitoramento da média do processo uni-variado e a autocorrelação é incorporada no gráfico de controle.

Mingoti e Neves (2005) apud Mingoti e Yasukawa (2008) mostraram que os estimadores construídos via metodologia de geoestatística são melhores que a variância amostral s^2 . Sendo assim, Mingoti e Yasukawa (2008) compararam as cartas de controle de Shewhart construídas através da metodologia de geoestatística com as obtidas via séries temporais e com as cartas usuais como CUSUM e EWMA quando aplicadas a processos autocorrelacionados. Neste estudo os autores limitaram-se ao estudo de modelos AR(1) e ARMA (1,1) com correlações altas e moderadas. Eles observaram que a introdução de um parâmetro média móvel teve uma grande influência no comportamento da série, equilibrando a parte auto-regressiva. Os autores concluem que, quanto maior a autocorrelação, mais indicados são os tradicionais gráficos de Shewhart construídos com as estimativas de variabilidade de geoestatística pois estes apresentam melhor desempenho, tanto em controle quanto fora de controle. Já o gráfico construído via resíduos dos modelos de séries temporais teve um comportamento similar aos resultados do gráfico de Shewhart construído com o desvio padrão amostral. Os resultados para os gráficos CUSUM e EWMA, mostraram que esses não são adequados para processos autocorrelacionados uma vez que apresentam um alto número de alarme falsos.

Smeti et al (2007) executaram um estudo para verificar a toxicidade da água tratada através de gráficos de controle. Devido a este tipo de observação apresentar autocorrelação serial, os autores apresentam duas abordagens: gráficos de controle para resíduos provenientes de um ajuste de séries temporais (ARIMA) e ajuste dos limites de controle de gráficos

tradicionais através da incorporação da autocorrelação nas estimativas de variabilidade. Ainda segundo os autores, a abordagem da incorporação da autocorrelação nas estimativas de variabilidade é admissível apenas em casos onde ocorre autocorrelação de pequena magnitude, enquanto que a primeira não apresentaria este tipo de limitação. Os autores comparam os resultados entre os gráficos de controle tradicionais de Shewhart e os gráficos de resíduos para medidas individuais. Concluíram que os gráficos tradicionais de Shewhart são inefetivos em função da presença de autocorrelação o que gera um aumento de alarmes falsos, principalmente quando a variabilidade é estimada através da média da amplitude móvel e encobre os reais alarmes quando a variabilidade é obtida via a estimativa de desvio-padrão amostral.

Moreira Jr e ten Caten (2004) apresentam uma proposta para monitorar os dados autocorrelacionados, diretamente nas observações, através de um procedimento relativamente simples. Esse gráfico de controle consiste em juntar o gráfico ajustado ARIMA com o gráfico de resíduos, sugeridos por Alwan e Roberts (1988), em um só. Suponha-se que a seqüência de observações seja autocorrelacionada e ajustada adequadamente por um modelo ARIMA qualquer. A seqüência ajustada pelo modelo seria a linha central do gráfico, enquanto os limites inferiores e superiores dariam-se por $\hat{y} \pm 3\sigma$. A estimativa de σ é o desvio-padrão dos resíduos. Assim, um gráfico de resíduos tem como linha média a média dos resíduos enquanto o gráfico proposto possui como linha média a série observada. Este fato torna os limites de controle estático (fixo) ou móvel. O estudo de caso apresentado pelos autores aponta, quando analisados os dados a luz dos gráficos tradicionais de Shewhart a presença de três pontos fora de controle. Utilizando-se tanto os gráficos para resíduos, após ajustado um modelo ARIMA, quanto a alteração proposta, observa-se apenas um ponto fora de controle.

A seção 4 abordará os principais métodos de previsão para obtenção de resíduos que atendam as suposições dos gráficos de controle. Esta seção também aborda as suposições destes modelos e como podem ser obtidos (identificados).

4. MODELOS MATEMÁTICOS DE PREVISÃO PARA OBTENÇÃO DE RESÍDUOS

Os artigos verificados, em geral, não ressaltam a verificação das suposições de estacionariedade ou de homocedasticidade dos dados antes de prover o ajuste do modelo, apesar de Moreira Jr. e ten Caten (2004) destacarem a necessidade do modelo ARIMA ser bem ajustado. Do mesmo modo, a verificação da manutenção da autocorrelação dos resíduos

obtidos, através de um teste estatístico como os destacados anteriormente, não é abordada nos estudos apresentados. O caso da permanência de autocorrelação nos resíduos após o ajuste do modelo poderia comprometer o estudo pois conduziria a resultados errôneos. Além disso, a violação a suposição de homocedasticidade pode, em tese, ser remediada pelo ajuste de modelos de previsão, tendo em vista que esse ajuste poderia gerar resíduos i.n.i.d.

Como observado, o meio mais comum de remoção de autocorrelação de um conjunto de dados está na obtenção de resíduos. Espera-se que os resíduos apresentem média zero e desvio-padrão constante, além de serem independentes. Nas seções 2 e 3 foram abordadas as questões de identificação de autocorrelação, heterocedasticidade e de normalidade dos dados, tendo em vista que estes aspectos tratam de suposições necessárias para a utilização de gráficos de controle.

Busca-se discutir nesta seção qual é o melhor ajuste para obtenção de resíduos, através da avaliação de diferentes modelos de previsão, bem como da correta verificação do ajustamento e suposições aos quais esses modelos estão sujeitos. Nesta seção explorar-se-á alguns métodos de previsão existentes para obtenção de resíduos que possuam média zero e sejam i.n.i.d.

O mais básico modelo de previsão é o ajuste linear por máxima verossimilhança. Este modelo está presente na maior parte dos pacotes estatísticos, porém tem como suposição o fato das observações serem i.n.i.d. Como o objetivo é ajustar um modelo para solucionar as violações dos gráficos de controle, não se pode optar por um ajuste que tenha exatamente as mesmas suposições, pois neste caso, estaria-se violando as suposições do modelo ajustado também. Assim o primeiro modelo apresentado é o modelo de ajuste linear por mínimos quadrados. Neste caso, os dados não precisam ser normais mas necessitam ser i.i.d. Para casos onde os dados sejam independentes, porém não normais e tão pouco identicamente distribuídos, pode-se ajustar o modelo linear por mínimos quadrados generalizados (ponderados) para a obtenção dos resíduos i.n.i.d. sendo este o segundo modelo apresentado. Quando é violada a suposição de independência deve-se ajustar um modelo de Box-Jenkins que é apresentado na sub-seção 4.3. Esta sub-seção descreve como identificar o modelo e como verificar a qualidade de seu ajuste aos dados. Destaca-se que os procedimentos de verificação de ajustamento do modelo aos dados são válidos para os demais modelos apresentados anteriormente. A ordem de apresentação dos modelos foi definida pelo grau de

complexidade de seu ajuste e a Tabela 2 apresenta um quadro resumo de suas suposições e por conseqüência, quais violações pretende-se resolver com cada um deles.

Tabela 2. Modelos de previsão para obtenção de resíduos i.n.i.d., suas suposições e aplicações

Modelo	Suposições	Aplicação
Modelo linear por mínimos quadrados	Dados i.i.d.; Resíduos i.n.i.d.	Violação da suposição de normalidade
Modelo linear por mínimos quadrados generalizados	Dados independentes; Resíduos i.n.i.d.	Violação da suposição de normalidade e homocedasticidade
Modelo de Box-Jenkins	Dados identicamente distribuídos; Resíduos i.n.i.d.	Violação da suposição de normalidade e de independência

4.1. Ajuste de modelos lineares por mínimos quadrados

O ajuste de modelos lineares por função de máxima verossimilhança exige que os valores Y_i sejam oriundos de uma distribuição de probabilidade conhecida. Vale ressaltar que dados provenientes de distribuições que pertencem a família exponencial constroem estatísticas completas que por sua vez geram melhores estimadores. Quando a distribuição de probabilidade dos dados não é conhecida não se pode garantir que a distribuição dos pertença a classe de distribuições da família exponencial, e por conseqüência, os parâmetros β_0 , β_1 e σ^2 não podem ser estimados por máxima verossimilhança. Para este caso, sejam Y_1, Y_2, \dots, Y_n variáveis aleatórias não-correlacionadas, com média $\beta_0 + \beta_1 x_1, \beta_0 + \beta_1 x_2, \dots, \beta_0 + \beta_1 x_n$ e variância σ^2 isto é, que satisfaçam o modelo linear dado por (1), os valores de β_0 e β_1 podem ser obtidos pelo procedimento denominado mínimos quadrados ordinários, que consistem na minimização da expressão (2) e os estimadores $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ são denominados estimadores de mínimos quadrados e são apresentados em (3) e (4).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

onde $E(\varepsilon_i) = 0$ e $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$ para $i=1,2,\dots,n$.

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \quad (2)$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3)$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} \quad (4)$$

Para se obter os estimadores $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ é necessário encontrar os valores que minimizem $L(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2$ e estes serão exatamente os mesmos estimadores $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ obtidos por máxima verossimilhança. Entretanto, o método dos mínimos quadrados aponta um estimador para σ^2 baseado nos estimadores $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$, dado pela equação (5), diferentemente do que ocorre no estimador de σ^2 por máxima verossimilhança (6).

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-2} \left[\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2 \right] \quad (5)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \right] \quad (6)$$

Segundo Mood et al (1974), os estimadores de máxima verossimilhança possuem as propriedades ótimas desejadas e pode-se obter intervalos de confiança além de se efetuar testes de hipóteses devido ao fato da distribuição ser conhecida. Além disso, estes estimadores são não-viesados, uniformes e de variância mínima. Por ter distribuição não conhecida, os estimadores de mínimos quadrados, por sua vez, não apresentam suposições tão fortes que lhe garantam o mesmo status dos estimadores de máxima verossimilhança. Os estimadores de mínimos quadrados são não-viesados e de variância mínima apenas na classe de estimadores de funções lineares.

Em relação à autocorrelação, Mood et al (1974) prova que se os dados não são independentes, ou seja, se são autocorrelacionados, os estimadores de mínimos quadrados não são os melhores estimadores não-viesados para β_0 e β_1 . O mesmo pode-se dizer em relação a homocedasticidade. Deste modo, este modelo só é robusto a violação da normalidade mas seus resíduos devem ter média zero e serem i.n.i.d. (MONTGOMERY, 2001; GUJARATI, 2000; MILLIKEN e JOHNSON, 1992).

4.2. Ajuste de modelos lineares por mínimos quadrados generalizados: alternativa para o problema da heterocedasticidade

Em relação ao modelo linear apresentado anteriormente, observa-se que os erros devem ter distribuição normal com média zero e variância constante (MONTGOMERY, 2001; GUJARATI, 2000; MILLIKEN e JOHNSON, 1992). O mesmo valeria para o ajuste por máxima verossimilhança, porém isto é obtido pelo fato dos valores Y_i já serem i.n.i.d. De

fato, o que necessita ser testado é a presença ou não de homocedasticidade. A Figura 1 mostra o exemplo de um ajuste linear de um modelo de aprendizagem. Neste caso, espera-se que o número de erros de digitação diminua com as horas de prática. Porém, espera-se que a variabilidade deste número de erros diminua também.

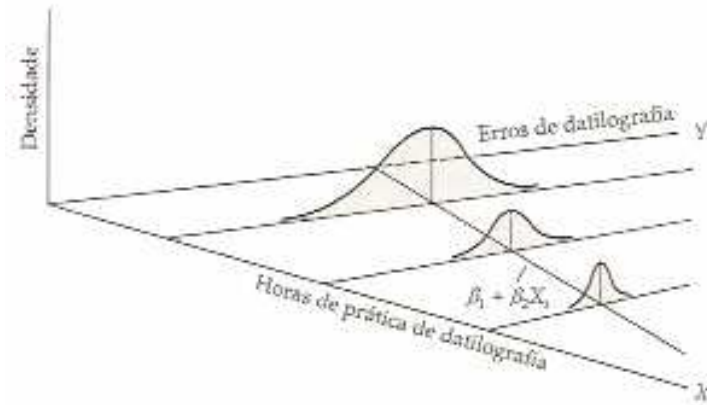


Figura 1. Ajuste de um modelo de aprendizagem do erro com heterocedasticidade
Fonte: Gujarati (2000)

Gujarati (2000) afirma que “heterocedasticidade nunca foi um motivo para rejeitar um modelo que de outro modo seria bom”. Segundo o autor, se forem mantidas todas as suposições do modelo linear por máxima verossimilhança, inclusive a $E(\varepsilon_i^2) = \sigma_i^2$ em um ambiente de heterocedasticidade, a aplicação da minimização de mínimos quadrados ordinário leva ao mesmo estimador de β_1 apresentado em (3). Entretanto, a variância desse estimador se dará pela expressão (7).

$$\text{var}(\beta_i) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^n (x_i^2)^2} \quad (7)$$

Os estimadores de mínimos quadrados ordinários sob a suposição de heterocedasticidade não serão mais os melhores estimadores lineares não-viesados. Eles ainda continuarão sendo lineares e não-viesados porém não mais pode-se garantir que sejam de variância mínima na classe dos estimadores lineares não-viesados. Por não utilizarem a informação adicional da variância desigual da variável dependente, o método de mínimos quadrados ordinários não será mais confiável em termos de intervalos de confiança e testes de hipóteses. Já o método de mínimos quadrados generalizados leva esta alteração em conta explicitamente e portanto, é capaz de produzir os melhores estimadores lineares não viesados e de variância mínima.

Considerando o modelo linear definido em (1) tem-se, com uma pequena alteração, a expressão apresentada em (8) onde para cada i é conhecido.

$$\frac{Y_i}{\sigma_i} = \beta_0 \frac{x_{0i}}{\sigma_i} + \beta_1 \frac{x_i}{\sigma_i} + \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \quad (8)$$

O objetivo disso é transformar os estimadores de β_0 , β_1 e σ^2 não-viesados nos melhores estimadores lineares não-viesados de variância mínima. Isto ocorre porque com esta transformação na equação, os erros heterocedásticos passam a ser homocedásticos como demonstrado em (9) por Gujarati (2000).

$$\begin{aligned} \text{var}(\varepsilon_i^*) &= E(\varepsilon_i^*)^2 = E\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma_i}\right)^2 = \\ &= \frac{1}{\sigma_i^2} E(\varepsilon_i)^2, \text{ pois } \sigma_i \text{ é conhecido} \\ &= \frac{1}{\sigma_i^2} (\sigma_i^2) = 1, \text{ pois } E(\varepsilon_i)^2 = \sigma_i^2 \end{aligned} \quad (9)$$

O estimador $\hat{\beta}_1$ de mínimos quadrados generalizados passa a ser conforme a equação (10) e sua variância é dada por (11).

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (\omega_i) \sum_{i=1}^n (\omega_i x_i y_i) - \sum_{i=1}^n (\omega_i x_i) \sum_{i=1}^n (\omega_i y_i)}{\sum_{i=1}^n (\omega_i) \sum_{i=1}^n (\omega_i x_i^2) - \sum_{i=1}^n (\omega_i x_i)^2} \quad (10)$$

$$\text{var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sum_{i=1}^n (\omega_i)}{\sum_{i=1}^n (\omega_i) \sum_{i=1}^n (\omega_i x_i^2) - \sum_{i=1}^n (\omega_i x_i)^2} \quad (11)$$

onde $\omega_i = 1/\sigma_i^2$.

O estudo utilizando simulação de Monte-Carlo realizado por Davidson & MacKinnon (1993) apud Gujarati (2000), mostra que os estimadores de mínimos quadrados ordinários superestimam de modo verdadeiro o erro-padrão das estimativas. O autor afirma que se insistirmos em utilizar os procedimentos de teste usuais, apesar da heterocedasticidade, sejam quais forem as conclusões a que chegarmos ou as inferências que fizermos, elas podem ser bastante enganosas (GUJARATI, 2000).

A detecção da heterocedasticidade pode ser efetuada informalmente através da análise gráfica. Sob um ponto de vista mais formal, alguns testes de hipóteses podem ser utilizados na verificação da heterocedasticidade, como citado anteriormente.

Quando σ_i^2 for conhecido, a solução encontra-se em obter a estimativa de mínimos quadrados generalizados conforme (10) também conhecido como método de mínimos quadrados ordinários ponderados, ou simplesmente mínimos quadrados generalizados. Por outro lado, quando σ_i^2 não for conhecido, a solução é obter uma estimativa consistente para σ_i^2 , sendo isto possível através do procedimento de White (estimadores heterocedásticos consistentes de White).

Considerando o não atendimento da suposição de homocedasticidade, mas o atendimento da suposição de independência, uma alternativa pode ser o ajuste de um modelo deste tipo e a utilização dos resíduos em gráficos de controle. Entretanto, a capacidade deste procedimento em identificar corretamente causas de variação especiais nos processos produtivos ainda não foi verificada. Uma outra alternativa para o problema da heterocedasticidade está na transformação dos dados originais através do procedimento de Box & Cox citado anteriormente (MASON et al, 2003; BISGAARD & KULAHCI, 2008).

4.3. Ajuste de modelos lineares do tipo de Box-Jenkins: alternativa para o problema da autocorrelação

Considerando que $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) \neq 0 \quad \forall (i \neq j)$ mas mantendo todas as demais hipóteses do modelo clássico de mínimos quadrados ordinários, pode-se reescrever (1) como (12).

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t \quad (12)$$

onde t indica a observação no instante de tempo t . Pode-se ainda admitir que o erro seja gerado como apresentado em (13).

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad -1 < \rho < 1 \quad (13)$$

onde ρ é o coeficiente de autocorrelação e ε é o erro estocástico tal que satisfaça as mesmas suposições do modelo de mínimos quadrados ordinários apresentadas em (1) e que $\text{cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+p}) = 0$; $p \neq 0$. Este procedimento apresentado em (12) por Enders (2003) é conhecido como esquema auto-regressivo de primeira ordem de Markov e é geralmente indicado por AR(1). A utilização de mínimos quadrados ordinários, levando em conta a

autocorrelação, consiste na estimativa dos parâmetros β_1 e σ^2 conforme as expressões (14) e (15).

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=2}^n (x_i - \rho x_{i-1})(y_i - \rho y_{i-1})}{\sum_{i=2}^n (x_i - \rho x_{i-1})^2} + C \quad (14)$$

$$\text{var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=2}^n (x_i - \rho x_{i-1})^2} + D \quad (15)$$

onde C e D são fatores de correção que podem ser desconsiderados na prática, conforme Gujarati (2000). Vale ressaltar que, mesmo que seja utilizado a variância do estimador como apresentada em (15), caso β_1 seja estimado como em (3), isto resultará em intervalos de confiança mais amplos do que a estimativa $\hat{\beta}_1$ apresentada em (14) (GUJARATI, 2000). Por outro lado, desconsiderar a presença de autocorrelação faz com que todos os resultados sejam potencialmente errôneos. A começar pelo fato da variância dos resíduos ser superestimada, o que provavelmente superestimar o R^2 , além de fazer com que os testes t e F não sejam mais válidos.

4.3.1. Ajuste de modelos auto-regressivos de média móvel

Tendo em vista o objetivo da aplicação do ajustamento destes modelos, não serão abordadas as questões relativas a tendência ou sazonalidade, assim como os modelos com integração. Esse estudo será focado apenas nos modelos auto-regressivos puros, média móvel puros e autoregressivos com média móvel estacionários – AR(1), AR(2), MA(1) e ARMA(1,1). Os demais modelos podem ser obtidos a partir das generalizações utilizadas nestes.

Em (16), pode-se observar uma caracterização simples de um modelo auto-regressivo de primeira ordem – AR(1). Considere porém um vetor de erros aleatórios com média zero, i.i.d. Então, o processo Y_t é dito auto-regressivo de ordem p se (17) ocorre.

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (16)$$

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (17)$$

onde ϕ_i são os parâmetros do modelo de ordem p e ε_t é o vetor de erros ou resíduos aleatórios (MORETIN & TOLOI, 2006).

Um processo auto-regressivo de ordem p será estacionário se a expressão $1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p = 0$ apresentar raízes fora do círculo unitário. Isto significa dizer que, em um AR(1), o processo será estacionário sempre que $|\phi_1| < 1$. Já em um AR(2), o processo será estacionário se as condições expressas em (18) forem atendidas.

$$\begin{aligned} \phi_1 + \phi_2 &< 1 \\ \phi_2 - \phi_1 &< 1 \\ -1 &< \phi_2 < 1 \\ -2 &< \phi_1 < 2 \end{aligned} \tag{18}$$

Um processo média móvel de ordem q – MA(q), por sua vez, pode ser representado como em (19).

$$y_t = \theta_0 \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \tag{19}$$

onde θ_i são os parâmetros do modelo de ordem q e ε_t é um vetor de erros aleatórios com média zero e σ^2 constante (ruído branco i.i.d.). Um processo deste tipo é sempre estacionário pois $MA(q) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ é sempre finito.

Outro aspecto importante acerca dos modelos auto-regressivos e de médias móveis é que eles podem ser invertíveis. Assim, um modelo auto-regressivo que seja estacionário é também invertível e deste modo pode ser expresso como um modelo de médias móveis. Do mesmo modo, se as raízes de um modelo de médias móveis forem em módulo maiores do que 1, este modelo será então equivalente a um modelo auto-regressivo de ordem infinita.

4.3.2. Identificação dos parâmetros de um modelo auto-regressivos de média móvel

Box & Jenkins (1976) desenvolveram uma abordagem para identificação e estimação dos modelos de séries temporais. Trata-se de um método de 3 estágios que consiste em selecionar o modelo mais adequado com o propósito de estimar e efetuar previsões para séries temporais uni-variadas. Na fase de identificação, utiliza-se basicamente as funções de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (PACF).

A ACF consiste na obtenção da correlação entre a variável y_t e ela mesma defasada p observações. Chama-se essa defasagem p de *lag*. Graficamente, é representada num plano cartesiano onde num dos eixos tem-se os *lags* e no outro a correlação. Entretanto, a correlação existente entre a variável y_t e ela mesma defasada 2 tempos y_{t-2} ($lag=2$), nada mais é do que

o produto entre a correlação entre y_t e y_{t-1} e a correlação entre y_{t-1} e y_{t-2} . Assim, a correlação entre y_{t-1} e y_{t-2} é chamada de PACF².

Segundo Enders (2003) plotar a série y_t facilita o trabalho de identificar dados faltantes, outliers e quebras estruturais nos dados. A presença de tendência ou sazonalidade também influenciará na estimativa do modelo e pode ser informalmente identificada quando da apresentação gráfica dos dados da série y_t . Como foi exposto anteriormente, devido ao tipo de aplicação a que se destina o ajuste destas séries temporais, este estudo está restrito aos casos sem a presença de sazonalidade ou tendência (casos estacionários), que por suposição, devem ser os casos de séries de dados provenientes de linhas produtivas onde deseja-se proceder o controle da qualidade.

As ACF e PACF podem gerar vários modelos plausíveis, segundo Enders (2003). Nesse sentido, as proposições de Box & Jenkins (1976) consideram também critérios de ajustamento. Estes critérios são: parcimonia, inversibilidade e checagem diagnóstica.

Como princípio da parcimonia entende-se que deve-se verificar o custo da inclusão de mais parâmetros no modelo. O coeficiente de determinação (R^2) pode aumentar com a inclusão de novas variáveis, e portanto novos parâmetros, mas será que este aumento é significativo sob o ponto de vista prático. É a isto que o princípio da parcimonia se refere: a economia de recursos. Box & Jenkins (1976) argumentam que modelos parcimoniosos apresentam melhores previsões do que modelos super-parametrizados. Estes modelos ajustam bem os dados sem a incorporação de coeficientes desnecessários. Por exemplo, viu-se que um modelo do tipo AR(1) inversível pode ser escrito como um modelo MA(∞). Por sua vez, um modelo MA(∞) pode ser muito bem ajustado pelos modelo MA(2) ou MA(3). Entretanto, o modelo AR(1) é o mais parcimonioso, pois apresenta apenas um parâmetro a ser estimado.

A necessidade de um modelo ser inversível provém da utilização das ACF e PACF na identificação dos modelos. Isto porque, segundo Enders (2003) estas funções implicitamente assumem que a série y_t pode ser representada por um modelo auto-regressivo, ou seja, que uma série MA(q) possa ser invertida. Garantido isso, as ACF e PACF podem

² Detalhes de como obter os valores da ACF e da PACF a partir dos parâmetros do modelo podem ser visualizados em Enders (2003), Gujarati (2000), Montgomery et al (2008) e Moretin e Tolo (2006).

aproximar muito bem o verdadeiro processo gerador da série. Cabe ressaltar que as estatísticas t e as estatísticas Q de Box-Jung também auxiliam na verificação de estacionariedade. Enders (2003) destaca que se deve verificar com certa suspeitas modelos AR(1) com valores ρ estimados próximos de 1.

Por fim, um bom modelo é aquele que ajusta bem os dados. Um R^2 elevado depende muitas vezes de muitos parâmetros o que contrária o princípio da parcimônia. A soma dos quadrados de resíduos (SQR) será também menor quanto mais parâmetros estiverem contidos no modelo.

4.3.3. Verificando a qualidade do ajustamento do modelo auto-regressivo de média móvel

A parcimônia, segundo Enders (2003), recomenda a utilização de critérios como AIC ou SBC para verificação do ajuste do modelo. O critério mais geral AIC seleciona os $(1+p+q)$ parâmetros de um modelo ARMA de forma que maximize o logaritmo da função de máxima verossimilhança incluindo o alvo de cada parâmetro estimado. Para outros modelos o critério funciona da mesma forma. Assim, dado um valor T , seleciona-se os valores p e q que minimizem a expressão (20). O incremento de mais parâmetros reduzirá a soma de quadrados dos resíduos (SQR) porém o custo marginal de aumentar um parâmetro é igual a 2. Minimizar este critério significa que cada parâmetro está equilibrado em termos de ajustamento e custo.

$$AIC = T \ln(SQR) + 2(1 + p + q) \quad (20)$$

Outra alternativa para a verificação é a divisão do conjunto de dados e ajuste de um modelo em cada uma das partes. Assim, suponha que se deseje ajustar um modelo em uma amostra de tamanho T . Dividindo essa amostra em duas sub-amostras pode-se ajustar três modelos, um na série de principal, um na série de tamanho t_m e outra na série de tamanho $t_n = T - t_m$. Para testar a hipótese de que todos os coeficientes sejam iguais usa-se o teste F como apresentado em (21).

$$F_{(n, T-2n)g.l.} = \frac{(SQR - SQR_1 - SQR_2) / n}{(SQR_1 + SQR_2) / (T - 2n)} \quad (21)$$

onde n é o número de parâmetros estimados ($n=p+q+1$ se o intercepto está incluído no modelo, ou $n=p+q$ caso contrário) e SQR é a soma dos quadrados dos resíduos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo Smeti et al (2007), os gráficos de controle foram desenvolvidos e devem ser avaliados sobre as suposições de que as observações do processo são i.n.i.d. Porém, frequentemente estas suposições são violadas e isto pode acarretar significantes efeitos nas propriedades dos gráficos de controle. O não atendimento das suposições dos gráficos de controle, segundo os autores, causa aumento no ARL e no número de alarmes falsos.

A alternativa apresentada na presença de autocorrelação (violação da suposição de independência) é a utilização de gráficos de resíduos, onde a autocorrelação pode ser extraída através do ajuste de um modelo de previsão. Com isso, analisam-se não mais os dados originais, mas os resíduos. Entretanto, não se sabe ao certo o que ocorre quando não são atendidas as suposições dos modelos de previsão.

Os aspectos mais importantes a serem ressaltados apontam a necessidade da correta verificação das suposições dos modelos e, principalmente, se os resíduos atendem as suposições. Deve-se verificar nos resíduos se os testes estatísticos de autocorrelação apresentam resultados favoráveis antes da aplicação dos gráficos de controle. Do mesmo modo, a presença de heterocedasticidade deve ser verificada e suas correções devem ser aplicadas a fim de garantir que os dados sejam i.n.i.d.

Em relação a suposição de normalidade, os estudos apresentados anteriormente apontam que, o não atendimento dessa suposição gera aumento no erro do tipo I, isto é, no número de alarmes falsos nos gráficos de Shewhart. O ajustamento inadequado de modelos de previsão pode gerar resíduos não normais, porém identicamente distribuídos. O desempenho dos gráficos baseados em resíduos nestes casos deve ser similar aos gráficos de Shewhart, entretanto, deve-se considerar que a não normalidade dos resíduos é sinal de ajustamento inadequado e conseqüentemente, os valores esperados podem estar incorretos.

Outro aspecto a ser considerado é que os gráficos de controle tem sua aplicação de maior utilidade no acompanhamento de amostras futuras. A construção de gráficos baseadas em modelos de previsão apresenta problemas justamente em relação ao acompanhamento destas amostras futuras. Tendo em vista que o gráfico é construído sobre resíduos de um modelo de previsão, o acompanhamento futuro deve ser efetuado a partir dos resíduos entre os valores futuros observados e os valores projetados (previstos) pelo modelo. A projeção nestes modelos se dá em uma única trajetória entre as possíveis trajetórias (uma única série de

valores previstos) e tem, por definição, probabilidade zero de acontecer. Por isso, nestes modelos, as projeções são efetuadas em intervalos de confiança. Deve ser razoavelmente simples obter um contra-exemplo onde o valor observado esteja dentro do intervalo de confiança da projeção e simultaneamente seja apontado como fora de controle no gráfico. Deste modo, os gráficos não teriam sua aplicação de maior utilidade atendida, isto é, sua aplicação no acompanhamento de amostras futuras.

A alternativa exagerada é, a cada nova observação, promover um novo ajustamento da série e conseqüente obtenção de novos resíduos, incluindo esta última observação. Pode-se ainda considerar um horizonte curto de previsão, antes de um novo reajustamento e nova obtenção da série de resíduos. Num horizonte mais longo, os intervalos de confiança destes modelos de previsão tendem ao infinito e desta forma, qualquer variação no processo não poderia ser considerada com um ponto fora-de-controle.

Além disso, necessita-se verificar se a robustez dos modelos matemáticos supera o não atendimento de suas suposições e se isto interfere nos resultados obtidos pelos procedimentos gráficos de controle baseados em resíduos. Este estudo poderia ser efetuado através de um experimento planejado com dados gerados por simulação de Monte Carlo e traria grande contribuição ao tema. Do mesmo modo, verificar o efeito da violação da homocedasticidade no desempenho dos gráficos de controle de Shewhart e ajustar o modelo de mínimos quadrados generalizados, produzindo um gráfico de resíduos, são outras sugestões de pesquisas futuras.

REFERÊNCIAS

- ALVES, C. da C.; SAMOBYL, R. W. (2006) O monitoramento de processos industriais via gráficos de controle CUSUM. In: Qualimetria. Available at: <http://www.qualimetria.ufsc.br/artigos.htm> [Accessed January 9, 2007].
- ALWAN, L. C. (1992) Effects of autocorrelation on control chart performance. In: Communications in Statistics – Theory and Methods, 21: 4, 1025-1049.
- ALWAN, L. C.; ROBERTS, H. V. (1988) Time-Series Modeling for Statistical Process Control. In: Journal of Business & Economic Statistics, 6: 1, 87-95.
- BISGAARD, S.; KULAHCI, M. (2008) Box-Cox Transformations and Time Series Modeling – Part I. In: Quality Engineering, 20: 376-388.
- BOX, G.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G.C. (1970) Time series analysis: forecasting and control. San Francisco: Holden-Day.
- DEMING, W. E. (1967) Walter A. Shewhart, 1891-1967. In: American Statistician 21:39-40.
- ENDERS, W. (2003) Applied Econometric Time Series. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.

- GUJARATI, D. N. (2000) *Econometria Básica*. São Paulo: MAKRON Books Ltda. 3 ed.
- JARQUE, C. M.; BERA, K. (1980) Efficient tests for normality, homocedasticity and serial independence of regression residuals. In: *Economics Letters*, 6:255-259.
- JARQUE, C. M.; BERA, K. (1981) Efficient tests for normality, homocedasticity and serial independence of regression residuals: Monte Carlo Evidence. In: *Economics Letters*, 7: 313-318.
- JARRET, J. E.; PAN, X. (2007) The quality control chart for monitoring multivariate autocorrelated processes. In: *Computacional Statistics & Data Analysis*, 51: 3862-3870.
- JIANG, W.; TSUI, K-L.; WOODALL, W. H. (2000) A new SPC Monitoring Method: The ARMA Chart. In: *Technometrics*, 42: 4, 399-410.
- JURAN, J. M.; GRZYNA Jr., F. M.; BINGHAM Jr., R. S. (1974) *Quality Control Handbook*. New York: Mcgraw-Hill. 3 ed.
- KORZENOWSKI, A. L.; WERNER, L. (2009) Erro do Tipo I nos Gráficos e S para dados não-normais: Evidências a partir de simulação Monte Carlo. Submetido para publicação.
- KORZENOWSKI, A. L.; WERNER, L.; MORAIS, I. A. C. D. (2008) Control graphs and Bai & Perron test comparisons for the identification of structural changes in time series. In *Book of Abstracts*. Praha: ISBIS-2008.
- LILLIEFORS, H. (1967) On the Kolmogorov–Smirnov test for normality with mean and variance unknown. In: *Journal of the American Statistical Association*. 62: 399–402.
- LIN, Y-C.; CHOU, C-Y. (2007) Non-normality and the variables parameters control charts. In: *European Journal of Operational Research*, 176: 361-373.
- MASON, R. L.; GUNST, R. F.; HESS, J. L. (2003) *Statistical Design and Analysis of Experiments: With Application to Engineering and Science*. 2 ed. Hoboken: John Wiley & Sons.
- MILLIKEN, G. A.; JOHNSON, D. E., (1992) *Analysis of Messy Data. Volume 1: Design of Experiments*. Chapman & Hall/CRC, Boca Ratón.
- MINGOTI, S. A., FIDELIS, M. T. (2001) Aplicando geoestatística no controle estatístico de processos. In: *Produto & Produção*, 5: 2, 55-70.
- MINGOTI, S. A.; YASUKAWA, F. R. S. (2008) Uma comparação de gráficos de controle para a média de processos autocorrelacionados. In: *Revista Eletrônica Sistemas & Gestão*, 3:1, 55-73.
- MONTGOMERY, D. C.; JENNINGS, C. L.; KULAHCI, M. (2008) *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.
- MONTGOMERY, D. (2001) *Design and Analysis of Experiments*. Hoboken: John Wiley & Sons.
- MONTGOMERY, D. (2004) *Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade*. Rio de Janeiro: LTC.
- MOOD, A. M.; GRAYBILL, F. A.; BOES, D. C. (1974) *Introduction to the Theory of Statistics*, New York: Mc-Graw-Hill, Inc.
- MOREIRA JUNIOR, F. de J.; TEN CATEN, C. S. (2004) Proposta de uma carta de controle estatístico de dados autocorrelacionados. In: *XXIV Encontro Nacional de Engenharia de Produção*. Florianópolis, SC, Brazil.

MORETIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. (2006) *Análise de Séries Temporais*. São Paulo: Ed. Edgar Blücher Ltda. 2 ed.

NOOROSSANA, R.; VAGHEFI, S. J. M. (2005) Effect of Autocorrelation on Performance of MCUSUM Control Chart. In: *Quality and Reliability Engineering International*. 22: 2.

PEDRINI, D. C.; TEN CATEN, C. S.; MOREIRA JR., F. De J. (2008) Proposal of an Alternative to Control Chart Based on Residuals. In: *Book of Abstracts*. Praha: ISBIS-2008.

PORTUGAL, M. S. (1995) *Notas Introdutórias sobre o Princípio de Máxima Verossimilhança: Estimacão e Teste de Hipóteses*. Porto Alegre: DECON / UFRGS.

SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. (1965) An analysis of variance test for normality (complete samples). In: *Biometrika*, 52: 3-4, 591–611.

SMETI, E. M.; KORONAKIS, D. E.; GOLFINOPOULOS, S. K. (2007) Control Charts for the toxicity of finished water - Modeling the structure of toxicity. In: *Water Research*, 41: 2679-2689.

WERNER L. (1996) *Controle Estatístico da Qualidade*. In: *Cadernos de matemática e estatística*. Vol 32. B. Porto Alegre: UFRGS.

3. ARTIGO 2: COMPARAÇÕES ENTRE O TESTE DE BAI & PERRON E OS GRÁFICOS DE CONTROLE CUSUM E DE MEDIDAS INDIVIDUAIS DE SHEWHART NA IDENTIFICAÇÃO DE QUEBRAS ESTRUTURAIS EM SÉRIES TEMPORAIS

Artigo submetido para

*Computational Statistics & Data Analysis**

* Este artigo foi submetido em Lingua Inglesa.

Comparações entre o teste de Bai & Perron e os gráficos de controle CUSUM e de medidas individuais de Shewhart na identificação de quebras estruturais em séries temporais

André Luis Korzenowski*

UNIFIN – União das Faculdades Integradas de Negócios
PPGEP/UFRGS – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção
DEST/UFRGS – Depto. de Estatística
UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Liane Werner, Dr^a.

PPGEP/UFRGS – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção
DEST/UFRGS – Depto. de Estatística
UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Igor A. C. de Moraes, Dr.

UNISINOS – Universidade do Vale do Rio dos Sinos

RESUMO

O presente artigo tem como principal objetivo comparar os resultados alcançados na identificação de quebras estruturais múltiplas através do teste de Bai e Perron, Gráfico de Controle de Medidas Individuais (IMCC) e Gráfico de Controle de Soma Cumulativa (CUSUM). Foi utilizado o procedimento de Monte Carlo para gerar 1.000 séries temporais através do pacote R, com padrão AR(1) e apresentando de 2 a 4 quebras estruturais na média de cada série gerada. O teste de bai e Perron identificou o verdadeiro número de quebras em 70,1% dos casos. Os gráficos IMCC e CUSUM acertaram 13% e 15,1% das vezes e não diferem estatisticamente entre si. Foi encontrada associação significativa entre resposta dos testes e o sinal do coeficiente auto regressivo.

Palavras Chaves: Séries Temporais, Quebras Estruturais, Gráficos de Controle, Controle da Qualidade.

1. INTRODUÇÃO

A literatura na área de estatística e econometria em muito avançou nos últimos anos no sentido de testar mudanças estruturais ocorridas em séries de tempo: Mudanças significativas nos parâmetros do modelo ou no comportamento de variáveis observadas ao longo do tempo são caracterizadas por possuírem quebra estrutural. Ressalta-se que essas podem ocorrer devido à mudança de nível ou tendência na série, ou ainda devido a alterações na sua variabilidade. Nesse caso, o sistema passa a ter um comportamento diferente entre os

* Av. Osvaldo Aranha, 99. 5º andar. Porto Alegre-RS-Brasil. CEP:91035-190.
Telefone: +55 51 3308-3491. E-mail: andre@korzenowski.com

regimes que governam os dados, reduzindo a aplicabilidade de modelos lineares, da mesma forma que no poder dos testes de raiz unitária (DIAS, CASTRO Jr., 2005; MORAIS, 2003).

Em se tratando de séries temporais, principalmente as relacionadas a variáveis econômicas, o Brasil é um campo vasto de pesquisas, uma vez que as constantes mudanças ocorridas na política econômica do País contribuíram para gerar diversas quebras estruturais (MORAIS, 2003).

Sob o ponto de vista do Controle de Qualidade, ou mais especificamente, do Controle Estatístico do Processo, tem-se, em linhas gerais, uma seqüência de observações ao longo do tempo em um determinado processo produtivo. Segundo Samohyl & Alves (2006), os gráficos de controle, têm sido cada vez mais importantes pelo fato de desempenharem papel primordial no controle de qualidade na indústria moderna. Quando ocorrem variações nesses processos devido a desajustes e desgastes nos equipamentos de produção, alteração na qualidade da matéria-prima utilizada, entre outros, isso é refletido nas amostras selecionadas que começam a gerar itens não-conformes (WERNER, 1996). Ressalta-se que o surgimento desses pode levar o processo além das linhas de controle (processo fora de controle).

Os gráficos de controle de Shewhart são ferramentas estatísticas aparentemente simples de serem utilizadas, e segundo Alves e Samohyl (2006) proporcionam uma grande sensibilidade na detecção de causas identificáveis esporádicas ou intermitentes. Em eventos em que há uma causa identificável no sistema que gera uma pequena e constante variação na média ou na variabilidade, o gráfico de controle de Shewhart apresentará uma tendência nos valores plotados para as amostras. A similaridade característica de uma série de tempo e as observações de vários processos produtivos abrem a possibilidade de investigação desses aspectos, em especial a partir do gráfico de controle de medida individual – IMCC (MONTGOMERY, 2004) ou na identificação de valores extremos (ALVES, 2003) ou ainda na existência de um parâmetro não-observável que muda a estrutura dos dados (BAI e PERRON, 2003).

Os gráficos de soma cumulativa (CUSUM) e o Gráfico de média móvel exponencialmente ponderada (EWMA), são ferramentas úteis para identificar mudanças estruturais. Porém, tais técnicas são mais sensíveis para detectar pequenos desvios da média de um processo com um número médio de amostras menor, por exemplo, do que o esperado nos tradicionais gráficos de Shewhart (ALVES e SAMOHYL, 2006; VARGAS et al, 2004).

Dado que há diversas técnicas que podem ser aplicadas sobre objetos de análise semelhantes em duas áreas de conhecimento, como por exemplo, a economia e a engenharia de produção. O objetivo deste trabalho é comparar a utilização de gráficos de controle e o procedimento econométrico desenvolvido por Bai e Perron (2003) para identificação da existência de quebras estruturais múltiplas em séries temporais. Para tanto, em um primeiro momento, serão simuladas 1000 séries temporais e depois, as mesmas serão comparadas quanto às capacidades de acerto de cada um dos procedimentos apontados por Montgomery (2004) e Bai e Perron (2003).

2. GRÁFICOS DE CONTROLE

Segundo Werner (1996), gráficos de controle são ferramentas eficientes para identificar quando o processo produtivo encontra-se fora de controle, seja por alteração de nível, seja por aumento da variabilidade do processo. A construção de um gráfico de controle, se dá a partir de uma seqüência de amostras, geralmente de tamanho $n > 1$, e que geram uma seqüência de estatísticas que são posteriormente apontadas em gráficos. Entretanto, existem muitas situações onde o processo produtivo é tão lento que é inviável esperar que se obtenha uma amostra de tamanho superior 1 para proceder à análise. Nestas situações os gráficos de controle de medidas individuais (IMCC) são extremamente úteis. Vale destacar que o IMCC é composto de dois gráficos: o gráfico I (medidas individuais), utilizado para monitorar a variação média e o gráfico MR (amplitude média), utilizado para monitorar a variabilidade do processo.

Apesar da aplicabilidade dessa técnica no controle do processo a partir da definição dos limites, se a variação é sutil demais, é possível que o IMCC não consiga detectar a presença de uma quebra estrutural nos dados. Nesse caso, vários autores recomendam a utilização de técnicas diferentes, como os gráficos CUSUM ou EWMA. Para maiores detalhes sobre esses procedimentos ver Montgomery (1997); Vargas et al. (2004); Samohyl & Alves (2006).

Vargas et al. (2004) realizaram um estudo comparativo entre os dois métodos. Suas conclusões apontam que, para mudanças na média, com magnitude menor do que um desvio-padrão, os gráficos EWMA apresentam resultados melhores ao nível de significância de 5%. Entretanto, variações pequenas (menores do que um desvio-padrão), podem ser na realidade ruído branco e, portanto, não podem ser consideradas como quebras estruturais. Por outro

lado, os gráficos CUSUM apresentam indícios de rompimento do limite de controle significativamente mais rápidos do que os gráficos EWMA, ao nível de 5%. Assim, parece imprescindível que as verdadeiras quebras sejam identificadas o quanto antes. Seguindo os apontamentos do autor, o gráfico CUSUM parece apresentar melhores propriedades estatísticas e, desta forma, optou-se pela sua utilização como complemento do IMCC neste estudo.

Cabe salientar que este trabalho visa identificar apenas o número de quebras e não sua localização, apesar dos procedimentos dos gráficos de controle indicar onde ocorreu o rompimento do limite no processo.

3. TESTE DE BAI E PERRON (2003)

O artigo publicado por Bai e Perron (2003) tem como objetivo aplicar um teste a uma série de dados para identificar a presença ou não, de uma ou mais quebras estruturais na média do processo. Ressalta-se que na ausência de quebra estrutural, uma série de dados pode ser representada por uma única equação, ou seja, os parâmetros são constantes no tempo. Porém, diante de mudanças estruturais, independente da origem, é bem provável que esses parâmetros tenham comportamentos distintos ao longo do tempo. Nesse caso, é errôneo supor que apenas uma equação, com parâmetros únicos e constantes, represente o comportamento de todos os dados. Tal fato foi bem explorado por Quandt (1972) quando da proposta de se testar a existência de uma mudança de regime em uma série de dados. A partir de então, uma extensa literatura se desenvolveu nessa área de pesquisa em econometria. Para aprofundar os conhecimentos sobre estes gráficos consulte Hansen (2001) e Hamilton (1994).

Ressalta-se ainda que o teste proposto por Bai e Perron (2003) pode ser utilizado para determinar o número de regimes em uma série de dados, antes de se aplicar os modelos de mudança de regime markoviano. Porém, nada garante que os resultados sejam idênticos. Apenas que aqui já é possível verificar quantas mudanças estruturais podem estar caracterizando o processo gerador de dados. O maior problema apontado nesse tipo de teste é o fato de o parâmetro que gera a mudança de regime ser desconhecido, o que, portanto, dificulta sua modelagem. Para uma ampla discussão sobre modelos de mudança de regime markoviano, e sua aplicação em séries de tempo, ver Kim et al (2000).

Intuitivamente, a proposta é testar a hipótese nula de ausência de quebra estrutural contra uma hipótese alternativa de presença de uma ou mais quebras na série de dados. O teste

é feito a partir de uma regressão linear usando-se os mínimos quadrados ordinários para se estimar os parâmetros do modelo. Porém, como tanto o momento da quebra, identificado como T_j , quanto o número de quebras estruturais, dado por m , são desconhecidos, as estimativas devem ser feitas considerando a presença de um componente não-observável, o que resulta em problemas de identificação. Dessa forma, a proposta de Bai e Perron (2003) contempla uma transformação no processo de determinação dos mínimos quadrados para contornar essas dificuldades.

Considere o modelo de regressão múltipla com m quebras no nível apresentado na equação (1)

$$y_t = x_t' \beta + z_t' \delta_j + u_t \quad (1)$$

onde:

y_t é a observação no instante do tempo t ;

β é um vetor de parâmetros da regressão;

z_t representa a amplitude da quebra estrutural;

δ_j é uma variável indicadora de presença da j -ésima quebra;

u_t é um vetor de erros aleatórios e normal e identicamente distribuídos;

$t = T_{j-1} + 1, \dots, T_j$ considerando o número de quebras dado por $j = 1, \dots, m+1$. Por convenção, $T_0 = 0$ e $T_{m+1} = T$.

Note que, na medida em que o número de quebras estruturais é m , então, tem-se $m + 1$ regimes a encontrar. Suponha uma série de dados sem quebra estrutural, então $m = 0$ e $j = 1$, ou seja, tem-se apenas um regime. Assim, o espaço amostral utilizado para estimar os parâmetros da equação (1) será dado por: $t = T_{1-1} + 1, \dots, T_1$, ou então, $t = 1, 2, \dots, T$. Nesse caso, a série de dados pode ser representada por uma única equação e, usam-se todos os dados para encontrar os parâmetros do modelo.

Agora suponha uma série de dados que contenha apenas uma quebra estrutural ($m = 1$), então, $j = 2$ e o espaço amostral utilizado para estimar os parâmetros da equação (1) será dado por $t = T_1 + 1, T_1 + 2, \dots, T$. Note que, sem quebra estrutural, o espaço amostral iniciava na primeira observação. Agora, com a presença de uma quebra estrutural, o espaço amostral inicia-se em T_1 , sendo que T_1 representa o período, desconhecido, onde ocorre a quebra estrutural.

A compreensão desse ponto é de fundamental importância para entender o processo de estimação proposto por Bai e Perron (2003). O fato de se ter uma quebra estrutural com $j = 2$, significa que se têm duas equações a estimar, uma para o regime 1, $j = 1$, e outra para o regime 2, $j = 2$. Por consequência m quebras estruturais geram $m + 1$ regimes. Como apontado pelo autor, o momento T_1 da quebra não é conhecido. Sendo assim, a primeira estimativa divide a amostra de dados de tal forma que se tenha, para a primeira equação, os dados que vão de $t = 1, \dots, T_1$ e, para a segunda equação, os dados de $t = T_1 + 1, \dots, T$.

Para cada estimativa em diferentes pontos de quebra é obtida a soma ao quadrado dos resíduos da equação (1). As mesmas são armazenadas e, ao final, a estimativa que produziu a menor soma ao quadrado dos resíduos, é a que representa o ponto de quebra ótimo. Assim, o objetivo do teste é estimar os coeficientes da equação (1), junto com os pontos de quebra quando se têm T observações disponíveis.

Apesar de intuitivamente simples, tal procedimento é complexo do ponto de vista computacional. Parece evidente que, quanto mais quebras estruturais estiverem sendo contempladas, ou seja, quanto maior for o valor de m , mais complexo fica a estimativa do modelo e mais recursos computacionais serão demandados.

4. METODOLOGIA

Neste trabalho é utilizada a simulação de Monte Carlo para gerar um total de 1.000 séries a partir de uma estrutura básica de um modelo autoregressivo de ordem um (AR(1)), onde os erros $u \sim N(0,1)$. O modelo gerado é dado pela equação (2):

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \sum_{j=2}^m \gamma_j D_j + u \quad (2)$$

onde:

y_t é a observação no instante do tempo t ;

α é um número aleatório com distribuição uniforme e variação de -2 a 2, e representa a média inicial da série;

ρ é um número aleatório com distribuição uniforme e variação de -0,3 a 0,3, e representa o componente autoregressivo;

y_{t-1} é a primeira defasagem da variável dependente;

γ_j é um número aleatório com distribuição uniforme e variação de -5 a 5, que define uma mudança de nível na série;

m é um número aleatório com distribuição de Poisson com parâmetro $\lambda = 2$ e define o número de quebras estruturais na série; e

D_j é uma variável *dummy*.

A Figura 1 exibe dois exemplos de séries geradas a partir do algoritmo. A fim de garantir a existência de quebras estruturais múltiplas, ao valor gerado m foi adicionado duas unidades. Com isso, caso fossem gerados valores iguais à zero, um ou dois, os valores seriam deslocados para dois, três e quatro, respectivamente. Estabeleceu-se também um limite superior como sendo quatro quebras estruturais.

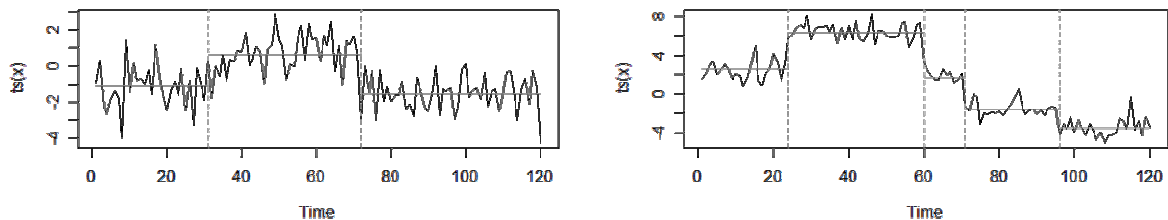


Figura 1. Séries temporais simuladas, com possíveis quebras estruturais na média

Como o enfoque econométrico aqui abordado difere um pouco do estabelecido em uma análise de controle estatístico do processo, tão logo uma quebra tenha sido identificada pelos procedimentos gráficos, os valores da média, desvio-padrão e limites de controle são recalculados para este novo nível. Tal procedimento é executado pois parte-se do princípio que em séries econômicas, as mudanças de nível permaneçam por algum tempo antes da aparição de uma nova quebra. Pelo exposto, foram desenvolvidos algoritmos que automatizassem o procedimento de ajuste dos parâmetros do gráfico.

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Figura 2 apresenta um gráfico de barras com a distribuição de quebras nas 1.000 séries simuladas. Aproximadamente 600 dessas (60,5% do total) foram geradas com 4 quebras estruturais, sendo que as demais apresentaram duas ou três quebras, 13% e 26,5%, respectivamente.

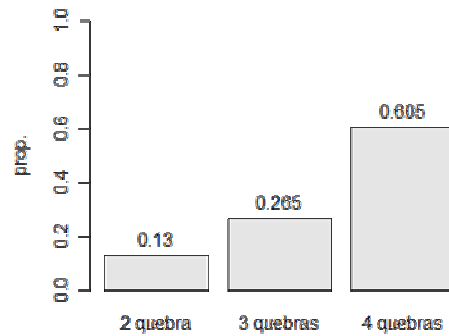


Figura 2. Distribuição de freqüência do nº de quebras nas séries simuladas

Já a Figura 3 apresenta os gráficos box-plot comparativos entre o número real de quebras geradas nas séries e o número de quebras identificados pelos procedimentos de Bai e Perron (2003), IMCC e CUSUM. De acordo com os resultados, observa-se que, enquanto a mediana, o terceiro quartil e o máximo das séries geradas são iguais a quatro, como era esperado devido à distribuição de quebras observada na Figura 2, o Procedimento de Bai e Perron (2003) apresenta uma figura muito similar, porém com mediana em três. Além disso, o procedimento de Bai e Perron (2003) localizou em uma das séries geradas apenas uma quebra estrutural. Por sua vez, os procedimentos IMCC e CUSUM apresentaram uma variabilidade muito maior nas respostas. O gráfico IMCC identificou em 50% dos casos menos do que seis quebras estruturais. Já o gráfico CUSUM, identificou a presença de quatro ou menos quebras em 50% dos casos. Observam-se ainda valores extremos nos dois procedimentos gráficos. Houve pelo menos um caso, onde o IMCC identificou 14 e o CUSUM 15 quebras estruturais.

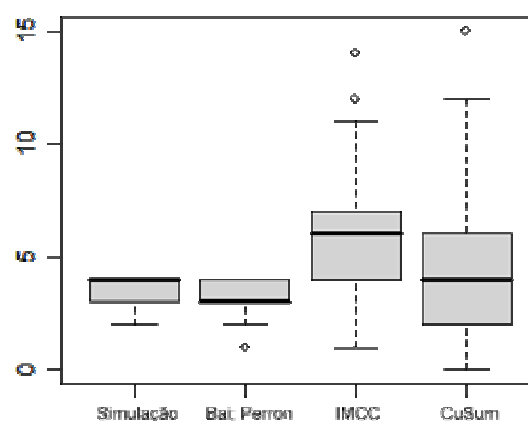


Figura 3. Gráfico Box-Plot do nº de quebras geradas e identificadas pelos procedimentos

Em relação ao limite inferior dos gráficos box-plot dos procedimentos IMCC e CUSUM, observa-se que, em ambos, foram identificados menos quebras do que o mínimo

gerado neste experimento. Ressalta-se que o gráfico CUSUM chegou a não identificar a presença de quebras estruturais nas séries geradas.

A Figura 4 apresenta a distribuição de frequência dos três procedimentos em relação ao número de quebras estruturais identificadas, comparando estas respostas ao verdadeiro valor de quebras gerado em cada série. A coluna central de cada gráfico da Figura 4 aponta a proporção de casos onde houve concordância entre o resultado do procedimento e o real número de quebras geradas na série simulada. A coluna denominada de “menor” exibe a proporção de vezes onde o procedimento identificou um número menor de quebras do que o gerado na série simulada. Por outro lado, a coluna identificada como “maior”, exibe a proporção de vezes onde o procedimento identificou um número maior de séries do que o gerado na série simulada.

Como pode ser observado na Figura 4, o procedimento de Bai e Perron (2003) identificou corretamente o número de quebras estruturais em aproximadamente 70% das séries geradas. O gráfico CUSUM identificou corretamente em aproximadamente 15% dos casos e o IMCC em apenas 13% dos casos. Em relação à identificação de um número menor de quebras estruturais do que o gerado nas séries simuladas, destaca-se o gráfico CUSUM, que identificou desta maneira 34,4% das séries. Já o gráfico IMCC identificou um número maior do que o gerado nas séries simuladas em aproximadamente 83% dos casos.

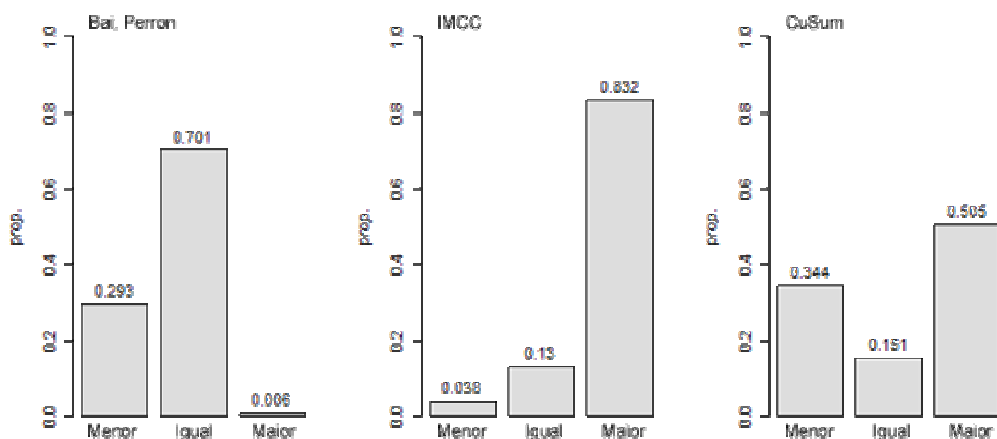


Figura 4. Distribuição de frequência do nº de quebras identificadas pelos procedimentos

A despeito desses resultados, é possível que a grande diferença de desempenho identificado entre os procedimentos pode estar sendo influenciada por algumas características do processo gerador de dados. O principal aspecto a ser considerado é a violação da suposição de independência que ocorre pelo fato do processo gerador ser autoregressivo. Este aspecto afeta o desempenho dos gráficos de controle IMCC e CUSUM, gerando um maior número de alarmes falsos. Além disso, o modelo AR(1) simulado pode ter tanto um componente autoregressivo negativo quanto positivo. Para verificar em que medida essa diferença influencia nos resultados a Figura 5 apresenta dois exemplos de séries temporais geradas. Na série da Figura 5(a), o intervalo entre a primeira e segunda quebras tem $n = 5$. Esta série tem ainda o fator autoregressivo $\rho = 0,19$. Por outro lado, a série da Figura 5(b) apresenta intervalo maior entre as primeiras quebras $n = 9$ e um componente autoregressivo negativo $\rho = -0,03$.

Ao analisar todas as séries simuladas observou-se que aquelas com fator autoregressivo negativo tendem a apresentar um comportamento aparentemente mais oscilatório, enquanto séries com fator autoregressivo positivo aparentam comportamento mais suave. Ressalta-se que isto pode ter influenciado no resultado dos testes, principalmente nos gráficos de controle, onde mudanças na variabilidade da série também são identificadas como fora de controle.

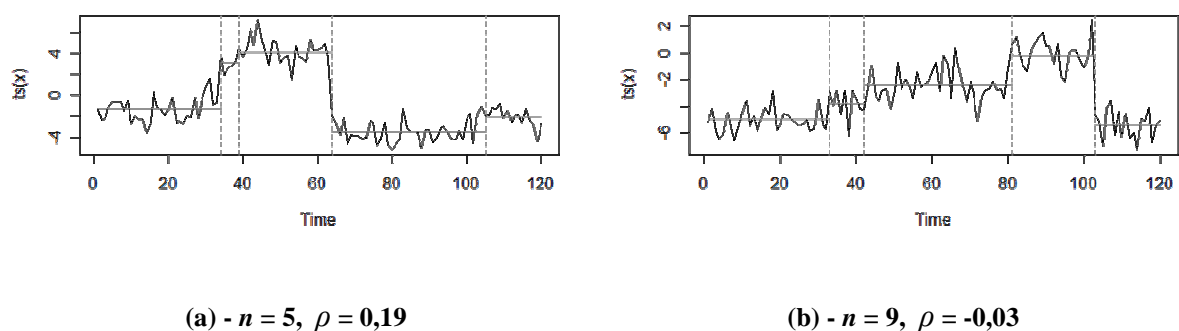


Figura 5. Séries geradas com as características que influenciaram nos resultados dos testes

Além disso, um intervalo relativamente pequeno entre as quebras simuladas pode interferir na capacidade do procedimento de Bai e Perron (2003) em identificar a presença de pelo menos uma dessas quebras. Outro fato não considerado durante o procedimento de Monte Carlo, é que não foi garantida a existência de diferenças significativas entre as médias

dos intervalos entre quebras. Com isso, possivelmente algumas quebras não foram identificadas por não serem significativas dentro do contexto da série.

Comparando a proporção de acertos através do teste de Kruskal-Wallis, foi identificada a presença de diferenças significativas ao nível de significância de 5% entre os três procedimentos ($K - W\chi_{2g.l.}^2 = 951,8796$; $p\text{-valor} < 0,001$). Os resultados do procedimento de comparações múltiplas após o teste de Kruskal-Wallis são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Resultados dos testes de comparações múltiplas complementares ao teste de Kruskal-Wallis

Procedimento	Média dos Ranks
Bai e Perron (2003)	2061,00 ^a
CUSUM	1236,00 ^b
IMCC	1204,50 ^b

Z crítico = 75,369 ($\alpha = 0,05$)
^{a,b} – Procedimentos seguidos de mesma letra não diferem significativamente

Observa-se que, segundo o procedimento complementar ao teste de Kruskal-Wallis, não existem indícios na amostra de diferenças significativas ao nível de 5% entre os procedimentos gráficos quanto à proporção de acertos no número de quebras estruturais nas séries analisadas. O procedimento de Bai e Perron (2003), por sua vez, sinaliza diferenças significativas em relação aos demais, apresentado maior número de identificações corretas no número de quebras estruturais das séries geradas.

Em relação ao parâmetro ρ , do modelo autoregressivo, a proporção de valores positivos e negativos simulados é apresentada na Figura 6. A diferença observada entre o número de valores negativos e positivos não é significativo ao nível de 5% conforme o teste qui-quadrado ($\chi_{2g.l.}^2 = 0,196$; $p\text{-valor} = 0,658$).

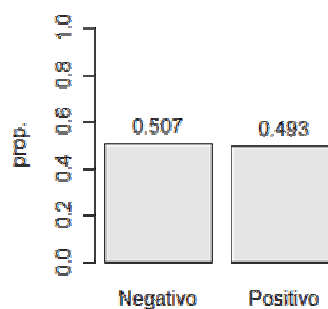


Figura 6. Proporção de valores ρ negativos e positivos na simulação

Por outro lado, a Tabela 2, apresenta resultados de distribuição conjunta, considerando o sinal do componente autoregressivo ρ em relação à proporção de vezes onde cada um dos procedimentos identificou menor quantidade, igual número ou mais quebras do que as geradas na simulação.

Tabela 2. Distribuição conjunta do sinal do componente ρ vs. resultados do procedimento de Bai; Perron e gráficos IMCC e CUSUM

Procedimento		ρ	
		Negativo	Positivo
Bai e Perron (2003) ¹	Menor	0,180*	0,113
	Igual	0,326	0,375
	Maior	0,001	0,005
CUSUM ²	Menor	0,030	0,008
	Igual	0,086	0,044
	Maior	0,391	0,441
IMCC ³	Menor	0,169	0,175
	Igual	0,087	0,064
	Maior	0,251	0,254

¹- $\chi^2 = 21,221$; p-valor < 0,0001

²- $\chi^2 = 29,121$; p-valor < 0,0001

³- $\chi^2 = 3,431$; p-valor = 0,1799

*- Significativo ao nível de 5%.

Através da análise de resíduos, observa-se que com valores de ρ negativos, os procedimentos de Bai e Perron (2003) e CUSUM tendem a identificar um número menor de quebras estruturais do que o número gerado na série simulada. Além disso, o gráfico CUSUM ainda tem uma concentração em acerto do número de quebras estruturais significativa (acima do esperado) quando o ρ é negativo. O gráfico IMCC não apresenta diferenças significativas entre os valores observados e esperados em função do ρ na simulação.

6. CONCLUSÕES

Comparar procedimentos com objetivos similares de identificar possíveis quebras estruturais, normalmente utilizados em áreas distintas, é a contribuição desse trabalho. Ainda mais considerando que não foram localizados na literatura estudos semelhantes com a utilização destas ferramentas.

A comparação entre os procedimentos escolhidos para identificação do número de quebras estruturais em séries temporais apresenta resultados que confirmam a existência de diferenças entre eles. Enquanto o teste proposto por Bai e Perron (2003) tem um percentual de acerto elevado, os gráficos de controle não conseguem identificar com a mesma proporção o número de quebras exato nas séries simuladas. Além disso, Bai e Perron (2003) é bem mais preciso que os gráficos IMCC e CUSUM na identificação de quebras estruturais, isto é, a variabilidade é bem menor.

Entretanto, o procedimento de Bai e Perron (2003) apresentou características que podem ser classificadas como mais liberais, tendo identificado menor número de quebras estruturais em 29,3% dos casos. Os demais procedimentos, quando não acertaram o número exato de quebras estruturais, mais freqüentemente identificaram um número maior de quebras do que o gerado nas séries, de onde se conclui que a violação a suposição de independência nos procedimentos gráficos gerou efeito no aumento do número de alarmes falsos.

Outros fatores importantes, e que podem estar interferindo na capacidade dos procedimentos em identificar o número correto de quebras estruturais nas séries simuladas é que, em algumas séries, o tamanho de cada intervalo entre séries foi relativamente pequeno, a mudança de nível não ser significativamente grande e, por fim, o sinal do componente ρ autoregressivo, que por vezes é positivo ou negativo.

O procedimento proposto por Bai e Perron (2003) utiliza mínimos quadrados, ajustando equações de regressão linear para identificar, através da estatística de soma de resíduos ao quadrado, o número de quebras estruturais. O problema é que, quando se têm intervalos pequenos entre quebras, este procedimento nem sempre consegue ajustar as $m + 1$ equações existentes, de forma a obter diferenças significativas para essas quebras. Este fato ocorreu na série da figura 5(a), por exemplo, onde se tem um período entre quebras de tamanho $n = 5$ e o teste identificou apenas três das quatro quebras. Outro problema do procedimento de Bai e Perron (2003) é que, devido a necessidade de um intervalo, quebras localizadas próximas dos extremos da série não podem ser identificadas. Por causa disso, sua utilização no controle estatístico do processo fica prejudicada. Por outro lado, principalmente em função de sua acurácia na correta identificação de quebras estruturais, pode ser utilizado para a verificação da premissa da implementação de gráficos de controle (que os dados estejam sobre controle quando de sua implementação).

Por outro lado, o gráfico IMCC, no caso da figura 5(a), identifica sete quebras estruturais e isto se deve basicamente aos picos encontrados na série nos momentos entre quebras. O CUSUM, por sua vez, identifica seis quebras nesta mesma série. Este aspecto é interessante pois, segundo a literatura, o gráfico CUSUM deveria encontrar mais quebras do que o IMCC. De fato, aqui se tem um ponto importante a ser ressaltado: segundo Montgomery (2004), o IMCC acusa quebras estruturais não só quando algum ponto avança além dos limites de controle, mas também após uma série de pontos acima da média, mesmo que dentro dos limites. Em se tratando de séries econômicas, tal fato pode não caracterizar uma quebra estrutural significativa. Ao considerar isso, espera-se que o número de quebras identificadas por série para este gráfico seja menor. Outros ajustes nos parâmetros do gráfico CUSUM também poderiam alterar seu desempenho, como por exemplo o aumento do valor H , que proporcionaria uma amplitude maior na banda sob controle e, por consequência, esperar-se-ia um número menor de quebras identificadas.

Bai e Perron (2003) identifica o mesmo número de quebras gerado na simulação, como apontado na Figura 5(b), entretanto, os gráficos IMCC e CUSUM identificam sete e oito quebras estruturais respectivamente. Ressalta-se que são observados nesta série, vários picos devidos à variabilidade, o que gera pontos não-conformes os quais os gráficos identificam como quebras.

Como sugestão de pesquisa futura, aplicar os mesmos procedimentos considerando o aspecto da mudança estrutural devida a alteração de variabilidade a fim de testar a hipótese de que a técnica de gráficos pode apresentar melhores resultados na identificação deste tipo de quebra estrutural. Confirmando essa hipótese, estas ferramentas podem ser muito úteis em séries temporais que se caracterizam por possuírem altas volatilidades, como séries de dados provenientes do mercado financeiro. Além disso, garantir que as quebras sejam significativas e reaplicar a mesma metodologia pode trazer resultados diversos aos aqui encontrados. Do mesmo modo, um trabalho de simulação que vise obter o poder não só destes procedimentos, mas de outros indicados quando da presença de autocorrelação, tal como os gráficos baseados em resíduos, são outras sugestões de pesquisas futuras.

REFERÊNCIAS

ALVES, C. C.; SAMOHYL, R. W. (2006) O monitoramento de processos industriais via gráficos de controle CUSUM. In: *Qualimetria*. Available at: <http://www.qualimetria.ufsc.br/artigos.htm> [Accessed January 9, 2007].

ALVES, C. C. (2003) *Thesis*. Gráficos de controle CUSUM: um enfoque dinâmico para a análise estatística de processos. Master's in Production Engineering – UFSC.

BAI, J.; PERRON, P. (2003) Computation and Analysis of Multiple Structural Change Modes. In: *Journal of Applied Econometrics*, 18:1-22.

DIAS, J.; de CASTRO Jr., V. (2005) Análise de quebra estrutural na formação bruta de capital fixo do Brasil. In: *Revista de Economia*. 29(6).

HAMILTON, J. D. (1994) *Time Series Analysis*. Princeton: Princeton University Press.

HANSEN, B. E. (2001) The new econometrics of structural changes. In: *Journal of Economic Perspectives*, 15(4):117-128.

KIM, C., NELSON, C. R. (2000) *State-space models with regime switching*. Cambridge: MIT Press.

MONTGOMERY, D. C. (1997) *Introduction to Statistical Quality Control*. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons.

MORAIS, I. A. C. D. (2003) *Thesis*. Mudança de regime markoviano: Uma aplicação a séries econômicas brasileiras. Master's in Economics – UFRGS.

QUANDT, R. E. (1972) A new approach to estimating Switching regressions. In: *Journal of the American Statistical Association*, 338(67):306-310.

VARGAS, V. C. C.; LOPES, L. F. D.; SOUZA, A. M. (2004) Comparative study of the performance of the CUSUM and EWMA control charts. In: *Computers & Industrial Engineering*, 46:707-724.

WERNER, L. (1996) Controle Estatístico da Qualidade. In: *Cadernos de matemática e estatística*. Vol 32. B. Porto Alegre: UFRGS.

4. ARTIGO 3: ERRO DO TIPO I NOS GRÁFICOS \bar{x} E S SOB DADOS NÃO NORMAIS: EVIDÊNCIAS A PARTIR DE SIMULAÇÃO MONTE CARLO

Artigo submetido para

Revista Produção

**Erro do tipo I nos gráficos \bar{X} e S sob dados não normais:
Evidências a partir de simulação Monte Carlo**

André Luis Korzenowski*

UNIFIN – União das Faculdades Integradas de Negócios
PPGEP/UFRGS – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção
DEST/UFRGS – Depto. de Estatística
UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Liane Werner, Dr^a.

PPGEP/UFRGS – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção
DEST/UFRGS – Depto. de Estatística
UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

RESUMO

O objetivo deste artigo é verificar o desempenho dos gráficos de média e desvio-padrão de Shewhart em relação ao erro do tipo I quando da violação da suposição de normalidade. Foram realizadas 2500 simulações de séries de tamanho 200 com amostras (subgrupos) de tamanho $n = 3, 5, 7, 10, 15, 20$ e 25 das distribuições Normal, Binomial, Poisson, Exponencial, Qui-quadrado, Gamma e Weibull. Verificou-se que ocorre aumento no erro do tipo I quando os dados são não Normais no gráfico de médias. O mínimo tamanho da amostra necessário está relacionada ao grau de assimetria da distribuição dos dados. Em relação ao gráfico S, este aumento é significativamente superior e seu desempenho é influenciado pelo tipo de distribuição e tamanho da amostra. No gráfico S, para distribuições discretas, o erro do tipo I diminui com o aumento da amostra. Já em distribuições contínuas, o erro do tipo I aumenta quando aumenta o tamanho da amostra. O erro do tipo I no gráfico S também é superior nas distribuições com maior assimetria em relação a distribuição Normal.

Palavras Chaves: *Gráficos de Controle de Shewhart, Suposição de Normalidade, Erro do Tipo I.*

ABSTRACT

This article aims to review the performance of the average and standard deviation Shewhart's Control Charts on the Type I error when the violation of the assumption of normality. It's performed 2500 simulations of size 200 with a series of samples (subgroups) of size $n = 3, 5, 7, 10, 15, 20$ and 25 of Normal distributions, Binomial, Poisson, Exponential, Chi-square, Gamma and Weibull. It was found that growth occurs in the Type I error when data are not normal in the graph of averages. The minimum sample size required is related to the degree of asymmetry in the distribution of data. On the graph S, the increase is significantly higher and their performance is influenced by the type of distribution and sample size. In the graph S for discrete distributions, the Type I error decreases with increasing sample. Already in continuous distributions, the Type I error increases when the sample size increases. The error of type I in the graph S is also higher with greater asymmetry in the distributions for normal distribution.

Keywords: *Shewhart Control Charts, Assumption of Normality, Error of Type I.*

* Av. Osvaldo Aranha, 99. 5º andar. Porto Alegre-RS-Brasil. CEP:91035-190.
Telefone: +55 51 3308-3491. E-mail: andre@korzenowski.com

1. INTRODUÇÃO

Gráficos de Controle são ferramentas eficientes para identificar quando um processo produtivo encontra-se fora de controle. Entretanto, estas ferramentas exigem certos cuidados na sua implementação em função de suas suposições. As principais suposições destacadas na literatura são a normalidade dos dados, a independência entre as observações e a homocedasticidade – dados identicamente distribuídos (MONTGOMERY, 2004). Por normalidade, neste contexto, entende-se que os dados coletados em certo subgrupo sejam provenientes de uma população com distribuição normal. Já independência, aponta para a inexistência de autocorrelação na série de observações. A suposição de homocedasticidade é fruto da necessidade de que as observações sejam identicamente distribuídas, mas não é muito destacada na literatura.

Considerando testes de hipóteses estatísticos, a abordagem em relação as probabilidades de erro é afirmar que comete-se erro do tipo I quando rejeitamos a hipótese nula e ela é verdadeira. Em contrapartida, o erro do tipo II ocorre quando não rejeitamos a hipótese nula e ela é falsa. No caso de gráficos de controle, alarmes falsos são erros do tipo I e pontos que o gráfico assinala-la sob controle quando o processo está fora de controle são erro do tipo II. Em geral, o erro do tipo II é mensurado em gráficos de controle através do número médio de observações necessárias para identificar que o processo passou ao estado fora de controle (ARL).

O não atendimento das suposições tem gerado certa discussão na literatura, principalmente no caso da presença de autocorrelação (PEDRINI et al, 2008; JARRET & PAN, 2007; CAULCUTT, 1995, ALWAN & ROBERTS, 1988). Os estudos citados abordam como questões principais do não atendimento das suposições o aumento do ARL e o elevado número de alarmes falsos.

Por outro lado, Lin e Chou (2004) afirmam que dados não normais são comumente encontrados em processos industriais. De fato, grande parte das séries observadas nas linhas de produção deve apresentar algum problema relacionado às suposições dos modelos de gráficos de controle. Montgomery (2001) e Mulliken e Johnson (1992), considerando modelos lineares de análise de variância, afirmam que afastamentos da suposição de normalidade não são problemas efetivos devido ao fato destes modelos apresentarem robustez frente à desvios moderados da normalidade. Os autores destacam que, neste caso, observa-se

apenas um leve aumento no erro do tipo I e uma leve redução no poder do teste F da análise de variância. Moore (1957) sugere que, em relação ao gráfico de médias (\bar{X}) de Shewhart os erros dependem do grau de não normalidade e também do tamanho da amostra (ou subgrupo) e então, em geral, esses erros podem ser reduzidos utilizando-se um tamanho de amostra maior. Isto ocorre porque, segundo Wheeler e Chambers (1986), se as medidas observadas são normalmente distribuídas, a média amostral também será normalmente distribuída. Entretanto, se as medidas não são normalmente distribuídas, a distribuição da média amostral será aproximadamente normal quando a amostra for suficientemente grande, de acordo com o teorema do limite central (LIN e CHOU, 2004; WHEELER E CHAMBERS, 1986).

Por outro lado, Moore (1957) sugere que os erros não serão reduzidos no caso de medidas de variabilidade, tal como a utilizada no gráfico de amplitude (Gráfico R) de Shewhart, independente do tamanho da amostra utilizado. Segundo o autor, a magnitude dos erros do tipo I e II é ligeiramente grande e varia enormemente de acordo com o nível de significância nominal envolvido. Ainda que o nível de erro nominal seja tão pequeno quanto 5%, o desvio-padrão estimado pela amplitude pode apresentar uma diferença de até 44% no nível de significância envolvido (MOORE, 1957).

A prática usual em utilizar gráficos \bar{X} e S de Shewhart consiste em coletar amostras de tamanhos iguais (por exemplo, 4 ou 5 unidades amostrais) de um processo em um intervalo de tempo constante (LIN e CHOU, 2004; STOUMBOS et al, 2000). Seja X a variável de qualidade de interesse, e suponha que $f_{\theta}(x)$ seja a distribuição de probabilidade de X, indexada por θ um vetor de um ou mais parâmetros. Um processo estável em operação com $\theta = \theta_0$ é dito um processo estatisticamente sob controle. Entretanto, se algo ocorrer no processo que altere θ para um valor diferente de θ_0 então o processo será dito fora de controle. Esta variação deve ser o suficientemente grande para que a observação esteja além dos limites de controle, que são construídos sobre um intervalo de confiança baseado na distribuição de probabilidade de X. Esse resultado, além dos limites de controle, é tão pouco provável para $\theta = \theta_0$ que pode-se concluir que, nestas condições $\theta = \theta_1$ (STOUMBOS et al, 2000).

Considerando que, uma série de dados independentes e identicamente distribuídos observados ao longo do tempo em um processo produtivo pode ser explicada através de um modelo linear então, as idéias expostas por Montgomery (2001) e Mulliken e Johnson (1992)

podem ser aplicadas ao contexto do controle de qualidade. Assim o questionamento que surge é: Como desvios em relação a normalidade afetam o desempenho de gráficos de controle de Shewhart tais como o gráfico \bar{X} e S em relação ao erro do tipo I?

Cox (1954) efetuou um estudo com objetivo de prever a média e o coeficiente de variação da amplitude em pequenas amostras aleatórias ($n \leq 5$) de uma população com dadas medidas de curtose e assimetria. Além disso, procurou mostrar como esses resultados podem ser utilizados para avaliar o efeito da não normalidade em aplicações comuns da amplitude. Sua principal conclusão é que, se a curtose é conhecida, é possível aproximar uma correção para a não-normalidade nos métodos que utilizam as amplitudes em pequenas amostras, tais como o gráfico de controle para amplitude de Shewhart. No seu conjunto, segundo o autor, estes métodos são menos afetados pela não-normalidade do que métodos que utilizam variâncias em pequenas amostras.

Moore (1957) mostra como certos desvios da normalidade podem afetar as probabilidades associadas com os limites de controle obtidos pela distribuição Normal. O autor destaca que, o ajuste de gráficos de controle, utilizando a distribuição Normal quando os dados não são normalmente distribuídos, faz com que os vários níveis de probabilidade utilizados não sejam iguais aos verdadeiros níveis de probabilidade verificados. No caso da média, esses erros dependem do grau de não-normalidade e também do tamanho da amostra e, em geral, podem ser reduzidos com a utilização de uma amostra maior. Por outro lado, afirma ainda que os erros são independentes do tamanho da amostra quando avaliado seu efeito na variabilidade. Na maior parte dos casos, as estimativas do desvio-padrão estão sub-estimadas e o aumento do tamanho da amostra implica, muitas vezes, em resultados piores do que os observados com amostras menores. O autor conclui que amostras em torno de 7 ou 8 são provavelmente os mais razoáveis tamanhos de amostra para uso na estimação dos parâmetros média e desvio-padrão do processo, a não ser que a distribuição de probabilidade seja bem conhecida.

Segundo Nagendra e Rai (1971), a eficiência de um gráfico de controle em detectar alterações no nível da série depende principalmente de três fatores: o tamanho da série do gráfico, o tamanho da amostra e o intervalo de amostragem. Assim, os autores estabelecem uma função que minimize o custo de identificar essas variações no nível da série buscando um tamanho de amostra e intervalo entre amostragens ótimos. Estes valores são identificados, entre outros fatores, em função dos limites de controle que são construídos sobre a suposição

de normalidade. Segundo os autores, freqüentemente variáveis aleatórias industriais não são conformes com a suposição de normalidade e isto afetaria o tamanho da amostra e o intervalo entre amostragens ótimo. Os autores identificam que, para valores fixos de custos, o tamanho da amostra aumenta quanto maior a assimetria e praticamente permanece o mesmo em relação a variações na curtose das distribuições não-normais experimentadas.

Lin e Chou (2005) efetuaram um estudo comparando o efeito de dados provenientes das distribuições t de Student e qui-quadrado (χ^2) no desempenho do gráfico de controle \bar{X} de parâmetros variáveis (VP \bar{X}). Segundo os autores, com pequenas amostras e ampla ação nos limites, o gráfico VP \bar{X} apresenta pequeno risco de falsos alarmes quando o processo encontra-se sob controle. Quando o VP \bar{X} utiliza tamanhos de amostra maiores e estreita ação nos limites de controle, a distribuição amostral da média é aproximadamente Normal e portanto, o efeito da não normalidade pode ser ignorado. Lin e Chou (2005) concluem após alguns exemplos numéricos que, quando ignorado o efeito da não normalidade e ajustando os limites do modo tradicional, a taxa de alarmes falsos podem ser intoleráveis.

O objetivo deste artigo é apresentar os resultados de um procedimento de simulação de Monte Carlo onde são verificados os erros do tipo I em gráficos de controle tradicionais de Shewhart do tipo \bar{X} e S quando da falha na suposição de normalidade. Neste enfoque, observa-se também o desempenho em relação a diferentes tamanhos de amostra e diferentes níveis de significância. A seção 2 deste trabalho apresenta a metodologia adotada na simulação deste estudo. A seção 3 apresenta a discussão e os resultados obtidos via simulação Monte Carlo. A seção 4 apresenta considerações finais sobre os resultados encontrados e sugestões de novas pesquisas.

2. METODOLOGIA

Neste estudo foram geradas séries de amostras com observações independentes e identicamente distribuídas oriundas de distribuições Binomial, Poisson, t de Student, Exponencial, Qui-Quadrado (χ^2), Gamma e Weibull. Em todos os casos, as unidades amostrais simuladas foram independentes e identicamente distribuídas, importantes suposições dos gráficos de controle de Shewhart. Também foram geradas amostras provenientes da distribuição Normal, a fim de possibilitar a comparação dos resultados e verificação do efeito do tamanho da amostra no desempenho do gráfico de controle.

Destaca-se que a maior parte destas distribuições tem aplicações na área de Engenharia de Produção. É o caso das distribuições Exponencial, Gamma e Weibull, por exemplo. Estas distribuições são importantes nos estudos de confiabilidade e delas originaram-se as leis de falhas Exponencial e de Weibull (MEYER, 1982). Apesar de simétrica e similar a distribuição Normal Padrão (com média zero e desvio-padrão igual a um), a distribuição t de Student foi utilizada no estudo de Lin e Chou (2005) que comparou o desempenho de algumas variações de gráficos do tipo \bar{X} , principalmente o gráfico para médias de parâmetros variáveis (VP \bar{X}). Além das distribuições t com 4, 10 e 30 graus de liberdade, Lin e Chou (2005) também simularam três distribuições Gamma, com parâmetro de forma (κ) igual a 4, 2 e 1 e parâmetro de escala (θ) igual a 1. Destaca-se que a distribuição Gamma (1,1) é a distribuição Exponencial com média igual a 1.

Foram simuladas amostras provenientes das distribuições Binomial e Poisson por tratarem-se de distribuições discretas que em geral são analisadas através de gráficos por atributos ou proporções. Estas distribuições, em condições especiais, podem ser aproximadas pela distribuição Normal. Neste estudo, procurou-se evitar estas condições. O mesmo acontece com as demais distribuições contínuas. Pelo teorema do limite central, a distribuição amostral da média é aproximadamente Normal para tamanhos de amostra suficientemente grandes independente da distribuição original dos dados. A Tabela 1 apresenta as funções de probabilidade e os respectivos parâmetros utilizados nesta simulação.

As características teóricas de cada distribuição de probabilidade simulada são apresentadas na Tabela 2 e a Figura 1 traz os gráficos dessas distribuições sobrepostos a curva normal com média e desvio-padrão idênticos a distribuição simulada e a Figura 2 traz todas as distribuições contínuas simuladas sobrepostas.

Como algumas distribuições são casos particulares de outras, como por exemplo, a Distribuição Exponencial para a Gamma ou a Weibull para a Gamma, e conseqüentemente para a Exponencial, buscou-se parametrizar as distribuições de modo que apresentassem características distintas em relação aos 4 primeiros momentos centrais, ou seja, média, variância, assimetria e curtose. Do mesmo modo, buscou-se parametrizá-las de modo que as distribuições não obtivessem boa aproximação pela curva de distribuição Normal.

O método de simulação utilizado para a estimação das probabilidades de erro do tipo I é descrito nos 9 passos a seguir.

- **Passo 1:** Gerar uma amostra (subgrupo) de tamanho n proveniente de uma determinada distribuição de probabilidade;
- **Passo 2:** Calcular a média amostral \bar{X} e o desvio-padrão amostral S para esta amostra;
- **Passo 3:** Repetir os passos um e dois k vezes para obter k médias amostrais, denotadas por $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_k$ e k desvios-padrão amostrais, denotados por S_1, S_2, \dots, S_k .
- **Passo 4:** Grafar as k médias amostrais no gráfico \bar{X} e os k desvios-padrão no gráfico S e contabilizar o número de pontos fora de controle em ambos os gráficos, com limites construídos a 1,96 e 3 sigmas (desvios-padrão do processo, equivalente a 5% e 0,27% de significância);
- **Passo 5:** Calcular a proporção p_{1i} de pontos \bar{X}_i fora de controle, definido como $1 - [(\text{limite inferior} < \text{número de } \bar{X}_i < \text{limite superior})/k]$ e a proporção p_{2i} de pontos S_i fora de controle, definido como $1 - [(\text{limite inferior} < \text{número de } S_i < \text{limite superior})/k]$;
- **Passo 6:** Repetir os passos um a cinco m vezes para obter $m \times 2$ proporções, denotadas por $p_{11}, p_{12}, \dots, p_{1m}$ e $p_{21}, p_{22}, \dots, p_{2m}$;
- **Passo 7:** Calcular os estimadores do erro do tipo I $\bar{p}_i = p_{ii} / m$;
- **Passo 8:** Repetir os passos um a sete para os tamanhos de amostra n iguais a 3, 5, 7, 10, 15, 20 e 25.
- **Passo 9:** Repetir os passos um a oito para as distribuições apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1. Funções de probabilidade e parâmetros adotados para a simulação

Distribuição	Função de Probabilidade	Parâmetros	
Normal	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$\mu = 3$ $\sigma = 2$	μ : média σ : desvio - padrão
Binomial	$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	$n = 5$ $p = 0,4$	n : tamanho da amostra p : prob. de sucesso
Poisson	$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$	$\lambda = 4$	λ : taxa de ocorrências
t de Student	$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{\nu}\right)^{-\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}$	$\nu = 5$	ν : graus de liberdade
Gamma	$f(x) = x^{\kappa-1} \frac{e^{-x/\theta}}{\Gamma(\kappa)\theta^\kappa}$	$\kappa = 3$ $\theta = 2$	κ : parâmetros de forma θ : parâmetro de escala
Exponencial	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$	$\lambda = 3$	λ : inverso da média
χ^2	$f(x) = \frac{(1/2)^{\kappa/2}}{\Gamma(\kappa/2)} x^{(\kappa/2)-1} e^{-x/2}$	$\kappa = 2$	κ : graus de liberdade
Weibull	$f(x) = \frac{\kappa}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\kappa-1} e^{-(x/\lambda)^\kappa}$	$\lambda = 1$ $\kappa = 1,5$	λ : parâmetro de escala κ : parâmetro de forma

Fonte: Meyer (1982); James (1986).

Tabela 2. Caracterização das distribuições simuladas

Distribuição	Momentos		
	Média	Variância	Assimetria
Normal	3,0000	4,0000	0,0000
Binomial	2,0000	1,2000	0,1826
Poisson	4,0000	4,0000	0,5000
t de Student	0,0000	1,6667	0,0000
Gamma	6,0000	12,0000	1,1547
Exponencial	0,3333	0,1111	2,0000
χ^2	2,0000	4,0000	2,0000
Weibull	0,9027	0,3757	7,4617

Fonte: Meyer (1982); James (1986).

Neste artigo, os valores de k e m são respectivamente 200 e 2.500, sendo suficiente para resultados com boa acurácia numérica. No estudo de Lin e Chou (2005), foram simuladas 250 séries de tamanho 20.000. Analisando um processo com intervalo a cada uma hora, em turnos de 24 horas/dia, levaria 2,3 anos para se chegar ao número de 20.000 observações proposto por Lin e Chou (2005). Como em geral, os processos sofrem pequenas alterações durante sua vida útil devido a alterações no produto demandado pelos clientes, ou ainda, devido a indicativos de pontos fora de controle, o que gera interferências no processo, optou-se pela execução de uma série mais curta, com a observação de amostras em uma série temporal de tamanho k igual a 200. Além disso, estando o processo estabilizado (sob controle), busca-se implementar o controle de capacidade deste processo que, se não atende as especificações, culminará em alterações de *setup* que influenciarão os resultados gráficos de controle da qualidade. Em geral, estas alterações buscam reduzir a variabilidade e alterar o nível da série para valores próximos ao alvo ou próximos as especificações do projeto. Com base nestes aspectos, optou-se por reduzir o tamanho da série para k igual a 200 e aumentar m para 2.500 replicações da simulação. Assim, buscou-se que os resultados apresentem a acurácia matemática necessária.

Gráficos de controle são geralmente construídos sobre 3 sigmas o que representa um nível de confiança, baseado na distribuição Normal Padrão, de 99,73%. Além da avaliação com 3 sigmas, foi efetuada a análise ao nível de 95% de confiança (1,96 sigmas pela distribuição Normal Padrão). Moore (1957) destaca que em diferentes níveis de significância,

o desempenho do Gráfico R sofre alterações em função da não normalidade dos dados, mas não aborda estes aspectos em relação ao gráfico S.

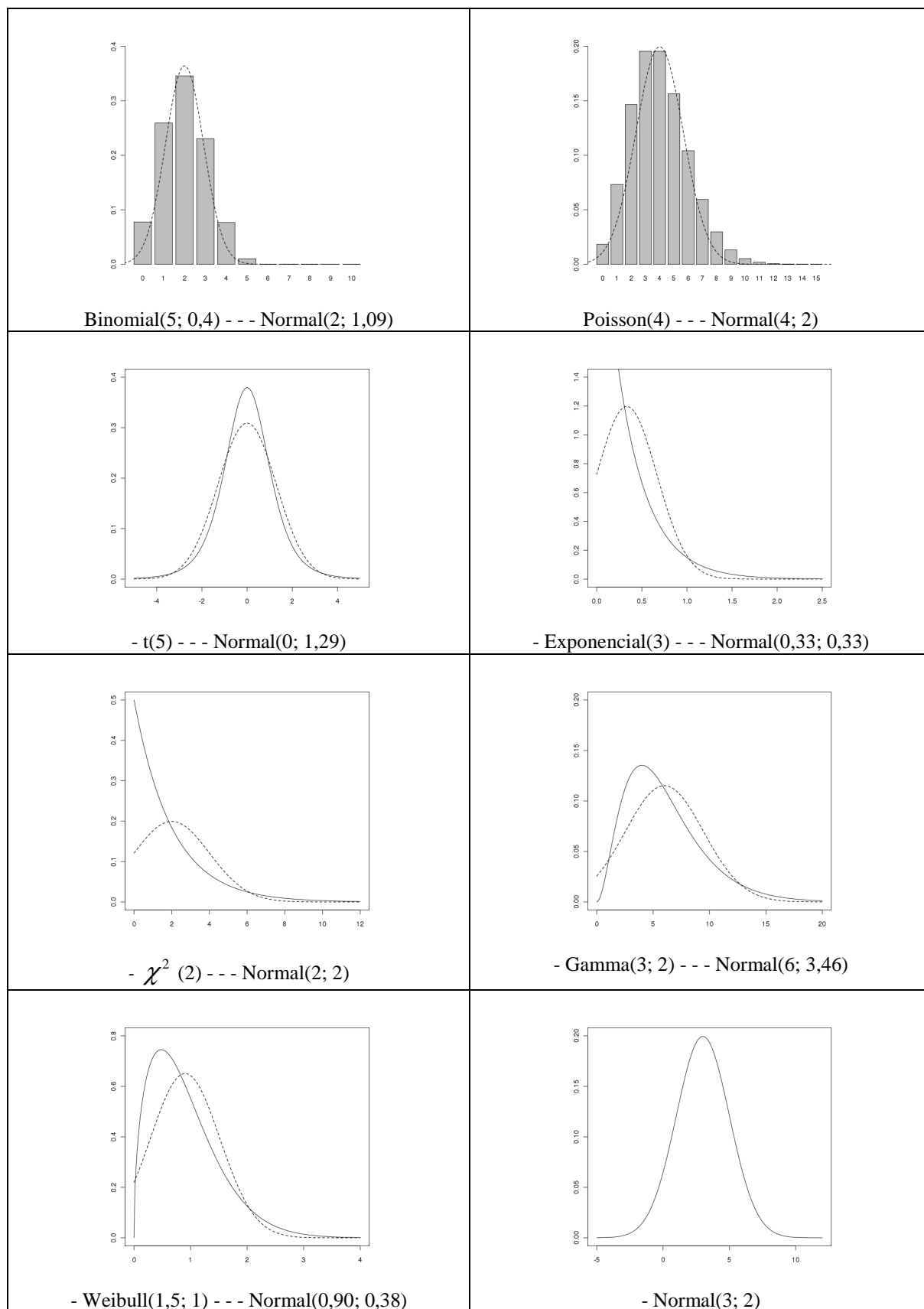


Figura 1. Distribuições de probabilidade simuladas sobrepostas a curva da distribuição Normal com mesma média e desvio-padrão

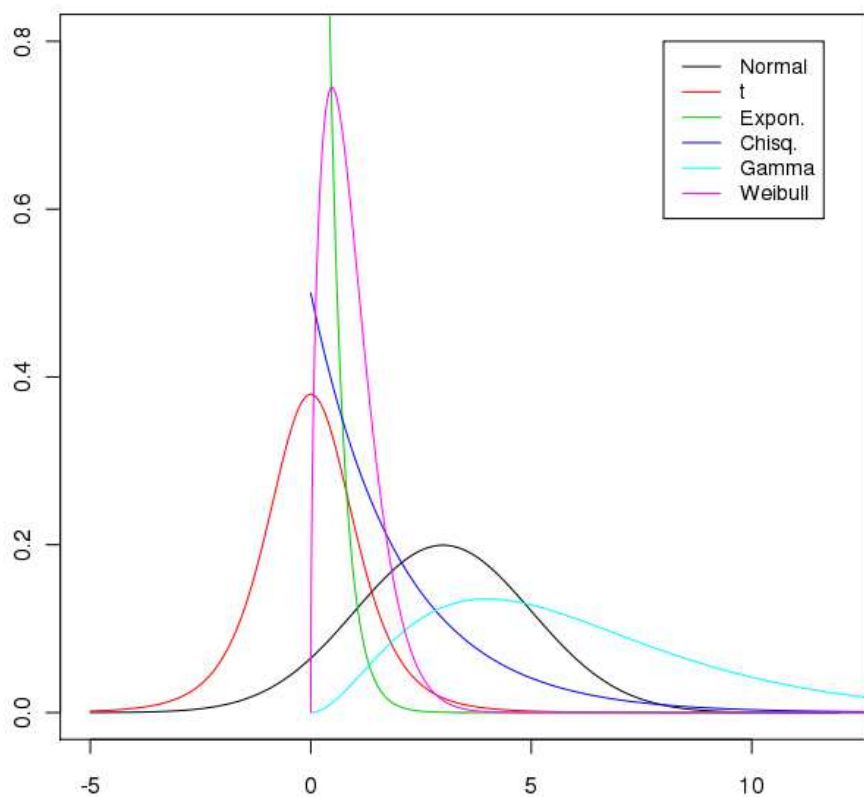


Figura 2. Funções densidade de probabilidade contínuas geradas na simulação

A simulação e análise dos resultados foi efetuada com auxílio do pacote estatístico R v. 2.8.1 e o algoritmo comentado da simulação, para replicação do estudo, está disponível em apêndice.

3. RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados obtidos via simulação Monte Carlo. Inicialmente será verificado o erro do tipo I nos gráficos \bar{X} e S para os subgrupos simulados a partir da distribuição Normal. Na sequência serão discutidos os resultados verificados quando as distribuições simuladas são discretas e por fim, os resultados para distribuições contínuas.

A Tabela 3 apresenta as probabilidades de erro do tipo I para os gráficos \bar{X} e S quando analisados dados normalmente distribuídos e a Figura 3 apresenta os gráficos de controle \bar{X} e S de uma série simulada dos dados normalmente distribuídos com limites de controle com nível de significância de 5% e 0,27% para amostra de tamanho 3 e 25. Observa-

se que, no caso da amostra de tamanho 25, as observações encontram-se mais concentradas em torno da linha central, tanto no gráfico \bar{X} quanto no gráfico S, o que era esperado.

Tabela 3. Probabilidade de erro do tipo I no gráfico \bar{X} e S por diferentes tamanhos de amostra para 95% de confiança ($\alpha=0,05$) e 3 sigmas ($\alpha=0,0027$) na simulação de dados normalmente distribuídos

α	Gráfico	n							Média
		3	5	7	10	15	20	25	
0,0500	\bar{X}	0,0498	0,0498	0,0495	0,0494	0,0494	0,0494	0,0494	0,0495
	S	0,0503	0,0494	0,0493	0,0494	0,0495	0,0500	0,0488	0,0495
0,0027	\bar{X}	0,0028	0,0026	0,0027	0,0027	0,0027	0,0026	0,0026	0,0027
	S	0,0056	0,0040	0,0032	0,0030	0,0027	0,0028	0,0027	0,0034

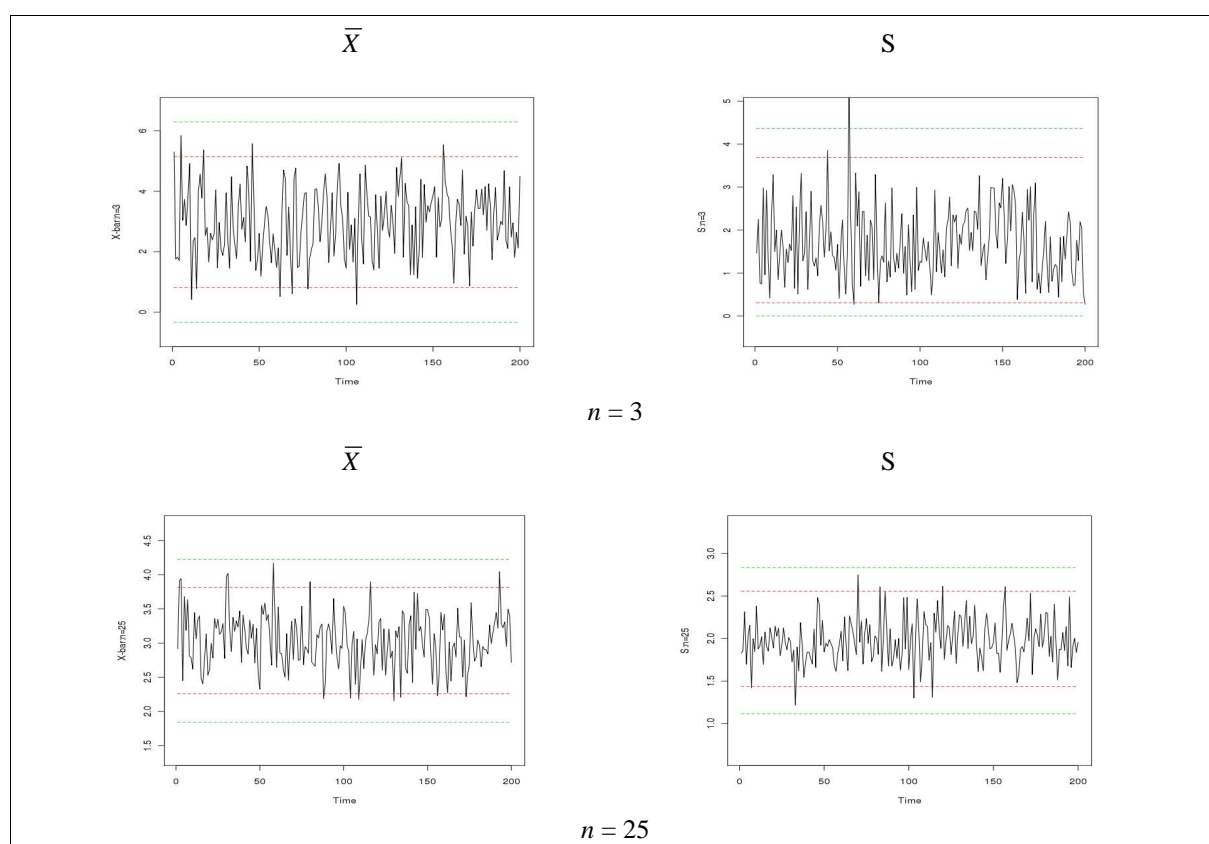


Figura 3. Gráficos \bar{X} e S de amostras simuladas normalmente distribuídas com tamanho $n=3$ e 25

Observando-se a Tabela 3, verifica-se que, no caso da distribuição normal, aproximadamente 5% dos valores lançados nas cartas \bar{X} e S de Shewhart rendeu alarmes falsos, quando adotado o nível de significância de 5% (o que era esperado). O mesmo acontece em relação a esta distribuição quando o gráfico \bar{X} é construídos sobre um intervalo de 3 sigmas (nível de significância igual a 0,27%), independentemente do tamanho da amostra. Este resultado é importante pois, apesar das discussões de custos na implementação de gráficos de controle no controle da qualidade levantadas por Nagendra e Rai (1971), o que se observa é que no caso da distribuição normal, em relação ao desempenho do gráfico de

médias, é indiferente o tamanho da amostra em qualquer um dos níveis de significância simulados.

O gráfico S com 5% de significância obteve resultados conforme o esperado. Por outro lado, o gráfico com 0,27% de significância apresentou resultados diferentes. Apesar da robustez da estatística S e do atendimento da suposição de normalidade, os dados só alcançam o verdadeiro nível de significância com amostras maiores do que 10. Isto fica evidente ao analisar-se os gráficos da Figura 3, onde percebe-se que, no caso do gráfico S , a série de desvios-padrão é mais homogênea quando o tamanho da amostra é maior. Assim, para os casos de amostragens com n menores do que 10, mesmo que atendidas as suposições, o erro do tipo I é maior do que o valor nominal.

A Tabela 4 apresenta as probabilidades de erro do tipo I dos gráficos \bar{X} e S para as distribuições discretas simuladas. Em relação aos dados gerados a partir dessas distribuições observa-se, em relação ao gráfico \bar{X} , construído com intervalo de 1,96 sigmas, que a verdadeira probabilidade do erro do tipo I é levemente superior à 5% (Bimomial: Média=6,27%; Poisson: Média=5,41%). Além disso, verifica-se um pequeno acréscimo nessa probabilidade com o aumento do tamanho da amostra, ao contrário do que poderia se imaginar, devido ao teorema do limite central.

Tabela 4. Probabilidade de erro do tipo I no gráfico \bar{X} e S por diferentes tamanhos de amostra para 95% de confiança ($\alpha=0,05$) e 3 sigmas ($\alpha=0,0027$) na simulação de dados discretos

α	Distrib.	Gráfico	n							Média
			3	5	7	10	15	20	25	
0,0500	Binomial	\bar{X}	0,0596	0,0616	0,0567	0,0601	0,0658	0,0659	0,0692	0,0627
		S	0,0904	0,0226	0,0369	0,0321	0,0308	0,0321	0,0318	0,0395
	Poisson	\bar{X}	0,0528	0,0527	0,0525	0,0541	0,0550	0,0551	0,0563	0,0541
		S	0,0519	0,0529	0,0545	0,0588	0,0598	0,0607	0,0616	0,0572
	Média	\bar{X}	0,0562	0,0572	0,0546	0,0571	0,0604	0,0605	0,0628	0,0584
		S	0,0712	0,0378	0,0457	0,0455	0,0453	0,0464	0,0467	0,0484
0,0027	Binomial	\bar{X}	0,0024	0,0032	0,0032	0,0041	0,0045	0,0049	0,0053	0,0039
		S	0,0032	0,0009	0,0014	0,0006	0,0008	0,0007	0,0008	0,0012
	Poisson	\bar{X}	0,0040	0,0036	0,0034	0,0035	0,0035	0,0035	0,0034	0,0036
		S	0,0078	0,0064	0,0059	0,0058	0,0054	0,0054	0,0052	0,0060
	Média	\bar{X}	0,0032	0,0034	0,0033	0,0038	0,0040	0,0042	0,0044	0,0038
		S	0,0055	0,0037	0,0037	0,0032	0,0031	0,0031	0,0030	0,0036

Considerando o gráfico \bar{X} construído com intervalo de 3 sigmas, as distribuições Binomial e Poisson possuem comportamentos diversos. Enquanto os resultados obtidos a partir dos dados de distribuição Binomial apresentam valores crescentes de probabilidade do erro do tipo I, os dados provenientes da distribuição de Poisson apresentam uma leve redução com o aumento do tamanho da amostra. Destaca-se que as séries de amostras simuladas com distribuição Binomial e tamanho de amostra n igual a 3 apresenta probabilidade de erro do tipo I menor do que o nível de significância adotado em 3 sigmas ($p\text{-valor} < 0,0027$).

Considerando o gráfico S para a distribuições Binomial, observa-se que, independente do nível de significância adotado e do tamanho da amostra, a probabilidade do erro do tipo I é menor do que o esperado. Exceção ocorre ao nível de significância de 5% com amostra de tamanho n igual a 3, onde o nível descritivo é maior ($p\text{-valor} = 0,0904$). Além disso, essa probabilidade possui relação inversa ao tamanho da amostra, isto é, para amostras maiores o erro do tipo I é menor no gráfico S . Observando o gráfico da distribuição Binomial da Figura 1, percebe-se que os valores centrais são mais prováveis em relação a curva normal, e portanto, é de se esperar que a variabilidade seja menor quanto maior o tamanho da amostra. Também pode-se visualmente comparar isto através dos gráficos de controle apresentados na Figura 4, onde observa-se que, para amostras maiores, os valores grafados são mais homogêneos em torno da linha central.

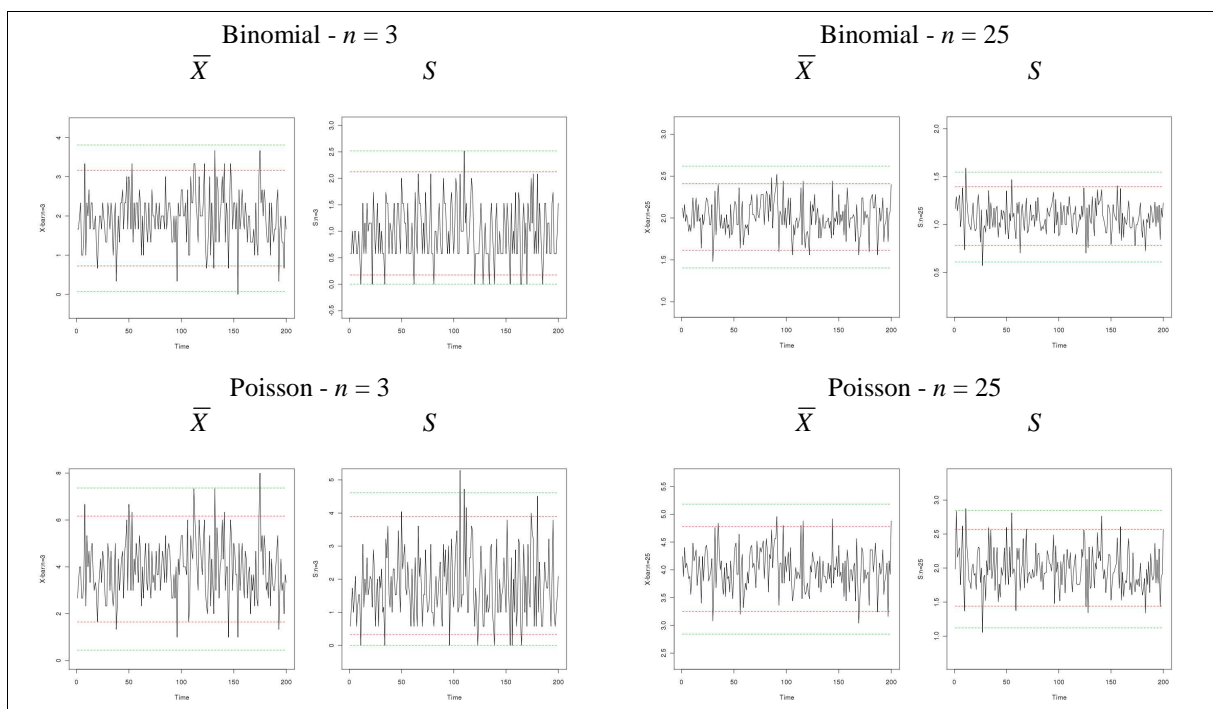


Figura 4. Gráficos \bar{X} e S de amostras simuladas em distribuições discretas com tamanho $n = 3$ e 25

Em relação à distribuição de Poisson, considerando o nível de 5%, há um leve aumento na probabilidade de erro do tipo I do gráfico S conforme aumenta o tamanho da amostra. Aumentando os limites de controle para 3 sigmas, este comportamento inverte-se, isto é, conforme aumenta o tamanho da amostra, diminui a probabilidade de erro do tipo I, apesar de, para os tamanhos de amostra selecionados, essa probabilidade ser sempre superior ao nível de significância para 3 sigmas ($p\text{-valor} > 0,0027$).

A Tabela 5 apresenta as probabilidades de erro do tipo I dos gráficos \bar{X} e S para as distribuições não-normais contínuas simuladas. Analisando os dados provenientes das distribuições contínuas simuladas, no que diz respeito ao gráfico \bar{X} , as distribuições apresentam probabilidade de erro do tipo I maior do que o nível de significância adotado, tanto para 1,96 quanto para 3 sigmas, com exceção da distribuição t de Student. Em geral, essa probabilidade diminui com o aumento do tamanho da amostra, com exceção da distribuição Weibull para o nível de significância de 5%. As distribuições Exponencial e Qui-quadrado (χ^2) simuladas tem comportamento semelhante quando o tamanho da amostra varia entre 3 e 25, inclusive na magnitude do erro em consideração ao nível adotado, seja 5% ou 0,27%. Observa-se ainda que, a medida que o tamanho da amostra aumenta, o erro do tipo I diminui. A distribuição Gamma apresenta probabilidades de erro do tipo I ainda menores que as das distribuições Exponencial e χ^2 , com comportamento similar em relação as variações no tamanho da amostra. Já os dados provenientes da distribuição Weibull apresentam certa estabilidade em relação à probabilidade de erro do tipo I, não sofrendo variações severas quando comparadas ao nível de 5% em relação aos diferentes tamanhos de amostra. Destaca-se que, com o aumento do tamanho da amostra, o erro do tipo I sofre um leve aumento, passando de 0,0509 quando $n=3$ para 0,0591 quando $n=25$. Quando analisada sobre 3 sigmas, os dados oriundos da distribuição Weibull apresentam comportamento similar ao das distribuições Exponencial, χ^2 e Gamma.

O gráfico S apresenta comportamento similar para todas as distribuições contínuas simuladas, com exceção da distribuição t . No geral, o erro do tipo I aumenta conforme aumenta o tamanho da amostra. Ocorre que quanto maior a amostra, mais representativa da população ela será e deste modo, mais provavelmente serão observados valores extremos que representarão melhor a distribuição bem como influenciam no cálculo do desvio-padrão. Observa-se que, as distribuições com maior assimetria são justamente as distribuições que apresentam maior probabilidade de erro do tipo I neste gráfico. Destaca-se que, em média, o erro do tipo I é substancialmente maior do que o nível de significância (para $\alpha=5\%$: $p\text{-valor}$

médio igual a 15,69%). Considerando o gráfico construído sob 3 sigmas, o erro do tipo I médio é de 4,15%, também muito superior ao nível de significância de 0,27% adotado.

Tabela 5. Probabilidade de erro do tipo I no gráfico \bar{X} e S por diferentes tamanhos de amostra para 95% de confiança ($\alpha = 0,05$) e 3 sigmas ($\alpha = 0,0027$) na simulação de dados contínuos

α	Distrib.	Gráfico	n						Média	
			3	5	7	10	15	20		25
0,0500	t	\bar{X}	0,0624	0,0589	0,0542	0,0493	0,0421	0,0379	0,0340	0,0484
		s	0,0797	0,0992	0,1143	0,1286	0,1460	0,1567	0,1656	0,1272
	Gamma	\bar{X}	0,0529	0,0546	0,0542	0,0546	0,0541	0,0533	0,0530	0,0538
		s	0,0788	0,0942	0,1050	0,1175	0,1280	0,1346	0,1394	0,1139
	Exponencial	\bar{X}	0,0615	0,0623	0,0637	0,0623	0,0614	0,0585	0,0564	0,0609
		s	0,1336	0,1800	0,2074	0,2329	0,2547	0,2650	0,2752	0,2213
	χ^2	\bar{X}	0,0615	0,0616	0,0631	0,0635	0,0609	0,0588	0,0565	0,0608
		s	0,1335	0,1806	0,2073	0,2324	0,2535	0,2659	0,2757	0,2213
	Weibull	\bar{X}	0,0509	0,0539	0,0553	0,0570	0,0577	0,0586	0,0591	0,0561
		s	0,0749	0,0875	0,0959	0,1033	0,1103	0,1152	0,1177	0,1007
	Média	\bar{X}	0,0578	0,0583	0,0581	0,0573	0,0552	0,0534	0,0518	0,0560
		s	0,1001	0,1283	0,1460	0,1629	0,1785	0,1875	0,1947	0,1569
0,0027	t	\bar{X}	0,0101	0,0077	0,0063	0,0047	0,0031	0,0025	0,0018	0,0052
		s	0,0235	0,0273	0,0309	0,0336	0,0378	0,0408	0,0438	0,0340
	Gamma	\bar{X}	0,0087	0,0069	0,0057	0,0050	0,0046	0,0041	0,0038	0,0055
		s	0,0208	0,0218	0,0228	0,0244	0,0267	0,0267	0,0277	0,0244
	Exponencial	\bar{X}	0,0188	0,0149	0,0127	0,0101	0,0081	0,0066	0,0058	0,0110
		s	0,0433	0,0510	0,0552	0,0628	0,0744	0,0832	0,0899	0,0657
	χ^2	\bar{X}	0,0184	0,0148	0,0103	0,0103	0,0079	0,0068	0,0059	0,0106
		s	0,0436	0,0508	0,0550	0,0636	0,0746	0,0829	0,0892	0,0657
	Weibull	\bar{X}	0,0077	0,0063	0,0054	0,0050	0,0048	0,0046	0,0046	0,0055
		s	0,0172	0,0175	0,0174	0,0174	0,0182	0,0182	0,0191	0,0179
	Média	\bar{X}	0,0127	0,0101	0,0081	0,0070	0,0057	0,0049	0,0044	0,0076
		s	0,0297	0,0337	0,0363	0,0404	0,0463	0,0504	0,0539	0,0415

A distribuição t , é uma distribuição que apresenta maior probabilidade nas caudas quando comparada com a distribuição Normal padrão. Entretanto, pode-se observar no gráfico da Figura 1 que, quando comparada com a distribuição Normal com média e desvio-padrão iguais ao da distribuição t simulada, esta distribuição apresenta maior curtose (t_5 gl: Curtose = 6; Normal(0; 1,67): Curtose = 0), ou seja, menos probabilidade nas caudas em comparação com a Normal.

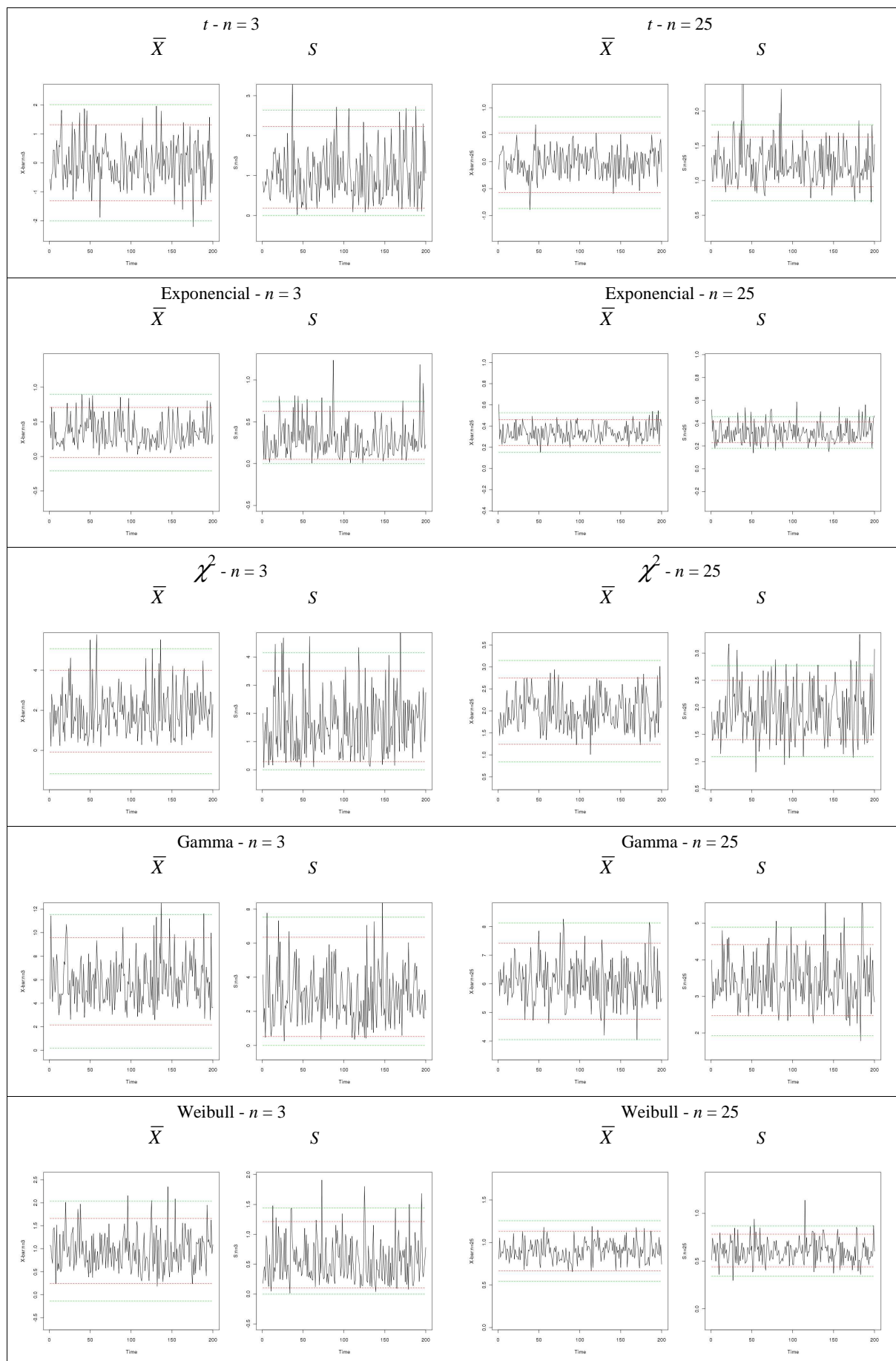


Figura 5. Gráficos \bar{X} e S de amostras simuladas em distribuições contínuas com tamanho $n = 3$ e 25

Assim como no caso das distribuições discretas simuladas, a Figura 5 apresenta os gráficos \bar{X} e S para as distribuições contínuas. Nesta figura pode ser observado que séries com amostra maior são mais homogêneas em relação a linha central no gráfico das médias, o que não ocorre no gráfico S .

De certo modo, os resultados referentes ao gráfico S para os dados contínuos não normais poderiam ser esperados. Moore (1957) verificou o desempenho do gráfico R (baseado na medida de variabilidade amplitude) e observou que o aumento do tamanho da amostra não melhora a situação do erro do tipo I no gráfico S para dados contínuos. O autor observa que, frequentemente, menores tamanhos de amostra apresentaram melhores resultados de desempenho do gráfico R . Os resultados do gráfico S para dados provenientes de distribuições contínuas apresentam resultados similares. O mesmo não se pode afirmar em relação as distribuições discretas como visto.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Gráficos de controle são comumente usados no controle de qualidade das indústrias modernas. A adequada utilização destas ferramentas é fundamental na percepção da existência de problemas nas linhas de produção. Um gráfico construído sob violação de suas suposições pode acarretar vários problemas. Estudos destacam o aumento do erro do tipo I (alarmes falsos) na presença de dependência entre as observações (autocorrelação serial). Em relação a suposição de normalidade, poucos estudos foram apresentados sobre o assunto. Entre os apresentados, o objetivo geral era de comparar o desempenho entre diferentes tipos de gráficos, como os estudos de Lin e Chou (2004; 2005), por exemplo. Desta forma, este artigo tem sua relevância por discutir o desempenho dos gráficos \bar{X} e S de Shewhart no que diz respeito ao número de alarmes falsos na violação da suposição de normalidade para dois níveis de significância e diferentes tamanhos de amostra.

Os resultados apontaram que, em dados independentes e normal e identicamente distribuídos, observam-se alarmes falsos no gráfico \bar{X} na exata proporção do nível de significância adotado. Entretanto, quando da ocorrência de dados independentes e identicamente distribuídos, porém não-normais, ocorre aumento no erro do tipo I. Esse aumento é proporcionalmente maior quanto menor é o nível de significância adotado. Assim, para um nível de significância de 5% (1,96 sigmas) a probabilidade de erro do tipo I média, independente do tamanho da amostra, é de 5,60%, ou seja, 0,60% maior. Já considerando o

nível de significância de 0,27% (3 sigmas), a probabilidade de erro do tipo I, independente do tamanho da amostra é em média de 0,76%, ou seja, 0,49% maior.

No caso do gráfico S os resultados apontam que, conforme o tamanho da amostra cresce, o erro do tipo I também aumenta, na maior parte dos casos. Isto só não acontece quando os dados são provenientes das distribuições discretas simuladas. Além disso, não só o erro para amostras pequenas é significativamente maior do que o nível de significância adotado, como esse erro praticamente dobra quando considera-se o aumento no tamanho das amostras de 3 para 25.

Os resultados demonstram que o gráfico \bar{X} de Shewhart pode ser considerado robusto em relação a leves desvios da normalidade, tais como os observados nas distribuições com assimetria menor do que 1,5. Nestas condições, o efeito a considerar é o aumento do erro do tipo I, assim como ocorre nos modelos lineares (MONTGOMERY, 2001; MULLIKEN e JOHNSON, 1992).

Moore (1957) afirma que amostras de tamanho 7 ou 8 são as mais razoáveis para uso quando não se conhece muito acerca da distribuição dos dados. Pode-se admitir que, para a implementação destes gráficos, não são necessárias amostras maiores do que 3 ou 5, caso os dados sejam discretos. Considerando que os dados sejam contínuos, amostras de tamanho 10 são suficientes para dados com assimetria não maior do que 1,5, sendo possível utilizar amostras entre 5 e 7 considerando apenas um leve aumento do erro do tipo I. No caso dos dados serem provenientes de distribuições com assimetrias mais severas (>2) como no caso das distribuições Exponencial, χ^2 e Weibull simuladas, torna-se necessário a utilização de amostras maiores.

Considerando o gráfico S, estas conclusões não se aplicam. A probabilidade de erro do tipo I para dados não normais neste gráfico é significativamente superior, principalmente quando a variável observada é contínua. No caso das distribuições Exponencial e χ^2 , a probabilidade de erro do tipo I pode chegar a mais de 27%, quando de fato, o nível de significância adotado era de 5%. Novamente, Quando o gráfico S foi construído com nível de significância para 3 sigmas (p-valor = 0,27%), estas mesmas distribuições chegaram a computar erros do tipo I médios acima de 6%. Entretanto, apesar dos resultados apresentarem esse aumento na probabilidade do erro do tipo I, essa probabilidade é menor quanto menor for o tamanho da amostra, convergindo com a possibilidade de utilização de amostras não maiores do que 7 para distribuições com leves desvios da normalidade.

Destaca-se que outros estudos, como Cox (1954) e Moore (1957), apontaram que o desempenho do gráfico R, recomendado para amostras menores do que 10, sofre um aumento no número de alarmes falsos sob não normalidade. Sabe-se ainda que, em amostras pequenas, o desvio-padrão pode ser satisfatoriamente bem aproximado pela amplitude e que a distribuição amostral da amplitude tem distribuição de probabilidade aproximadamente χ^2 desde que os dados sejam provenientes de uma população com distribuição Normal. Sendo os dados Normais, a distribuição de probabilidade do desvio-padrão também será χ^2 . Caso os dados não sejam normais, essas duas distribuições convergem para a distribuição χ^2 assintoticamente (para amostras grandes) pelo teorema do limite central.

Para pesquisas futuras, deixa-se como sugestão medir o desempenho dos gráficos R e S em amostras de tamanho inferior a 10 quando os dados não são provenientes de uma população com distribuição Normal. A verificação do desempenho dos gráficos de variabilidade, tal como os gráficos R e S, na presença de autocorrelação além da verificação do impacto nos erros do tipo I e II de procedimentos como os de Box-Cox nos dados, com objetivo de transformá-los em dados com distribuição Normal também devem ser considerados para futuras pesquisas.

REFERÊNCIAS

- ALWAN, L. C.; ROBERTS, H. V. (1988). Time-Series Modeling for Statistical Process Control. In: *Journal of Business & Economic Statistics*, 6: 1, 87-95.
- CAULCUTT, R. (1995). The Rights and Wrongs of Control Charts. In: *Applied Statistics*. 44:3, 279-288.
- COX, D. R. (1954). The mean and coefficient of variation of range in small samples from non-normal populations. In: *Biometrika*. 41: 3/4, 469-481.
- JAMES, B. J. (1996). *Probabilidade: um curso em nível intermediário*. Rio de Janeiro: IMPA- CNPq.
- JARRET, J. E.; PAN, X. (2007). The quality control chart for monitoring multivariate autocorrelated processes. In: *Computational Statistics & Data Analysis*, 51: 3862-3870.
- LIN, Y-C.; CHOU, C-Y. (2004). On the design of variable sample size and sampling intervals \bar{X} charts under non-normality. In: *Internacional Journal of Production Economics*. 96: 249-261.

- LIN, Y-C.; CHOU, C-Y. (2005). Non-normality and the variable parameters \bar{X} control charts. In: *European Journal of Operational Research*. 176: 361-373.
- MILLIKEN, G. A.; JOHNSON, D. E., (1992). *Analysis of Messy Data. Volume 1: Design of Experiments*. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton.
- MONTGOMERY, D. (2001). *Design and Analysis of Experiments*. Hoboken: John Willey & Sons.
- MONTGOMERY, D. (2004). *Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade*. Rio de Janeiro: LTC.
- MOORE, P. (1957). Normality in Quality Control Charts. In: *Applied Statistics*. 6: 3, 171-179.
- PEDRINI, D. C.; TEN CATEN, C. S.; MOREIRA JR., F. De J. (2008). Proposal of an Alternative to Control Chart Based on Residuals. In: *Book of Abstracts*. Praha: ISBIS-2008.
- RAI, G.; NAGENDRA, Y. (1971). Optimum sample size and sampling interval for controlling the mean of non-normal variables. In: *Journal of the American Statistical Association*. 66: 335, 637-640.
- STOUMBOS, Z. G.; REYNOLDS JR., M. R.; RYAN, T. P.; WOODALL, W. H. (2000). The state of statistical process control as we proceed into the 21st century. In: *Journal of the American Statistical Association*. 95: 451, 992-998.
- WHEELER, D. J.; CHAMBERS, D. S. (1986). *Understanding Statistical Process Control*. Knoxville: Statistical Process Control, Inc.

5. UM *FRAMEWORK* PARA VERIFICAÇÃO DA PREMISSA E SUPOSIÇÕES

Destacou-se nos artigos apresentados nos capítulos 2 a 4 a necessidade da verificação da premissa e das suposições e as conseqüências de suas violações. Em função disso, procurar-se-á descrever os principais procedimentos estatísticos que podem ser utilizados para a verificação de cada suposição os gráficos de controle através de um *framework* de verificação. A Figura 1 apresenta então a proposição desse *framework* de verificação das premissas e suposições através dos testes estatísticos apresentados.

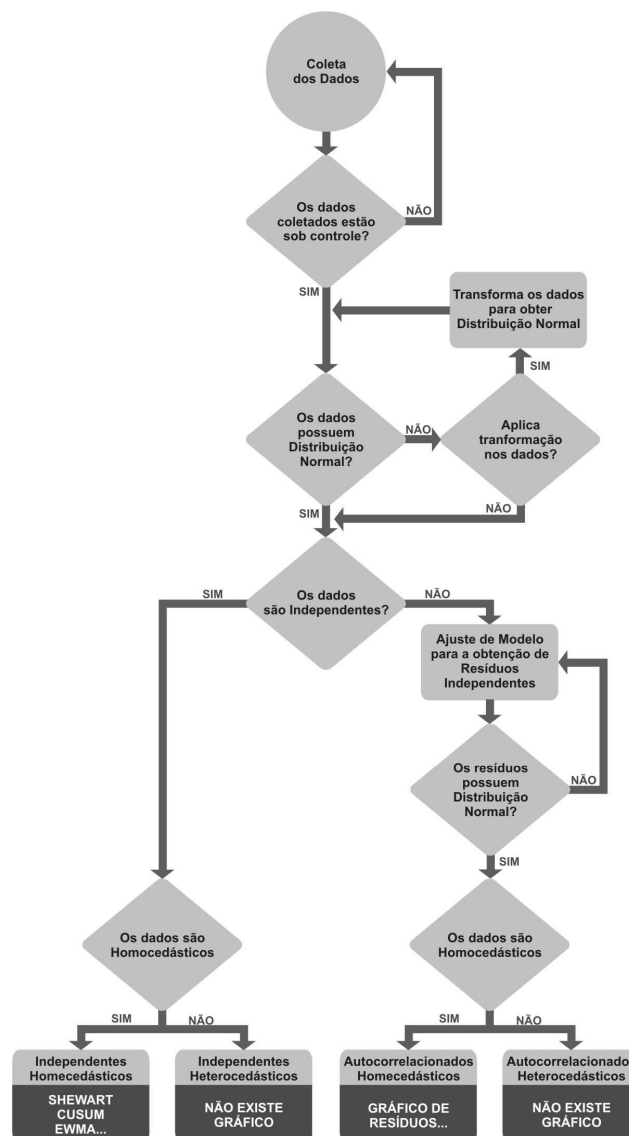


Figura 1. Framework para verificação das suposições para escolha de gráfico de controle

A implementação de um gráfico de controle deve iniciar-se com a coleta de amostras durante um certo período de tempo, até que se tenha uma série de tamanho suficiente para verificar, através do teste de Bai e Perron, se o processo encontra-se sob controle. Passando por esta etapa, necessita-se verificar se as amostras selecionadas são valores provenientes de uma população com distribuição normal.

Para verificação de aderência ao modelo Normal, são recomendados os testes de Shapiro-Wilk (1965), para pequenas amostras, e a correção de Lilliefors (1967) para o teste de Kolmogorov-Smirnov. Na presença de autocorrelação, a normalidade pode ser testada através do teste de Jarque-Bera (1980), que apresenta resultados mais robustos nestas condições. No caso dos dados não serem normalmente distribuídos, pode-se aplicar uma transformação nos dados através do procedimento de Box-Cox (MASON et al, 2003) a fim de que esta suposição seja atendida. Dependendo do nível de assimetria dos dados, pode-se decidir buscar amostras maiores a fim de tentar que a distribuição aproxime-se da distribuição Normal, ou ainda, assumir o aumento do erro do tipo I gerado pela decisão de aplicar os procedimentos gráficos sob a violação desta suposição.

Passando pela etapa de verificação de normalidade, precisa-se verificar a suposição de independência entre as observações. A violação a esta suposição encaminha o responsável pela implementação da ferramenta à construção de gráficos baseados em resíduos, ou a outra solução que contemple a presença de autocorrelação serial. No caso da obtenção dos resíduos, é necessário o ajuste de um modelo do tipo Box-Jenkins, que deve ser ajustado considerando os critérios da parcimônia, inversibilidade e checagem diagnóstica, conforme discutido no Artigo 1. Dentre eles, o mais importante é a checagem da suposição de normalidade dos resíduos através dos testes de normalidade apresentados.

A identificação da presença de autocorrelação se dá, geralmente, através da construção das funções de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (PACF). Estas funções são calculadas considerando as diferenças entre os valores da série original e os valores da própria série defasada (*lag*) um certo número de tempos. Após a construção dessas funções, é possível testar a significância do valor da função para cada *lag* e assim, identificar se a série apresenta autocorrelação. Este teste, segundo Enders (2003) utiliza as estatísticas Q de Box-Pierce e Ljung-Box. Além destes procedimentos, Gujarati (2000) destaca o teste de hipóteses das carreiras e o teste de hipóteses d de Durbin-Watson para a verificação da não observância de independência entre as observações amostradas.

Na árvore de decisão, a próxima etapa é a verificação da suposição de homocedasticidade. Pode-se verificar a violação da suposição de homocedasticidade através do teste de Park, teste de Glejser, teste de Goldfeld-Quandt, teste de Breusch-Pagan-Godfrey ou ainda através do teste geral de homocedasticidade de White. O procedimento de Bai e Perron também é capaz de identificar mudanças na variabilidade, desde que esta seja constante durante uma seção da série e passe a outra constante, maior ou menor que a inicial, em outra seção da série.

Homocedasticidade é também uma suposição importante nos modelos de séries temporais, tais como os de Box-Jenkins (ARIMA). Uma das soluções recomendadas para remoção da autocorrelação é o ajuste de um modelo deste tipo para obtenção de resíduos e então, a construção de gráficos de controle baseados nesses resíduos. A verificação da presença de heterocedasticidade nos resíduos pode ser efetuada através dos mesmos testes diagnósticos apresentados anteriormente. Entretanto, não foram encontrados estudos que identifiquem o efeito desta violação nos erros do tipo I e II em gráficos de controle baseados em resíduos.

No caso dos dados independentes e homocedásticos, gráficos de controle como os tradicionais de Shewhart são indicados. Do mesmo modo, gráficos adaptados como os apresentados por Lin e Chou (2004) podem ser utilizados. Na intenção de identificar menores alterações na média do processo, podem ser utilizados gráficos como o CUSUM ou EWMA. Considerando dados independentes mas não idênticamente distribuídos (heterocedásticos) a literatura não apresenta um procedimento gráfico a ser utilizado nesta situação, do mesmo modo que não é conhecido o efeito desta violação nas probabilidades de erro do tipo I e II nos gráficos recomendados para a situação homocedástica.

No caso de dados autocorrelacionados, onde obteve-se resíduos independentes e idêntica e normalmente distribuídos, a opção de gráfico de controle são os gráficos baseados em resíduos. Entretanto, na violação da suposição de homocedasticidade, também não há um procedimento gráfico a ser utilizado, bem como não é conhecido o efeito desta violação nas probabilidades de erro do tipo I nos gráficos tradicionais para a situação homocedástica.

Entende-se que a utilização desta árvore de tomada de decisão é útil no intuito de verificar a premissa e suposições necessárias para a implementação de gráficos de controle da qualidade. Existem outras alternativas de gráficos, além das apresentadas ao final deste

fluxograma, porém é importante que antes da utilização de cada gráfico, suas suposições sejam verificadas a fim de evitar acréscimos no erro do tipo I, o que pode inviabilizar a confiança dos resultados observados.

6. CONCLUSÕES

Nesta dissertação, discutiu-se sobre as principais suposições dos gráficos de controle tradicionais de Shewhart que são: independência entre as observações e a aderência dos dados a um modelo de distribuição Normal com variância constante. Isto quer dizer que os dados observados precisam ser independentes, Normais e identicamente distribuídos (i.n.i.d.). Foi apresentado ainda que, de modo geral, o não atendimento das suposições gera aumento no erro do Tipo I, o que pode comprometer a qualidade das informações obtidas através dos gráficos de controle.

O primeiro artigo faz um apanhado geral, baseado na literatura, sobre os principais efeitos no desempenho dos gráficos de controle quando os dados violam as suposições. Os resultados apresentados nesta revisão apontam o aumento do número de alarmes falsos (erro do tipo I) e o aumento do ARL (erro do tipo II) como principais conseqüências da não observância da independência entre as observações, por exemplo. A correta identificação da presença de autocorreção é fundamental para que se defina qual o melhor gráfico a ser utilizado frente a esta situação. Os tradicionais gráficos de Shewhart, por exemplo, não podem ser utilizados nestas condições. Assim, foram apresentados os principais testes estatísticos para verificação da premissa e suposições dos gráficos de Shewhart e descreveu-se os principais modelos de obtenção de resíduos que podem ser utilizados na tentativa de resolver os problemas causados pela violação das suposições.

Segundo Montgomery (2004), a construção de gráficos de controle consiste, inicialmente, na observação e coleta de dados para que o gráfico possa ser construído. É de fundamental importância que os dados observados nesta fase de implementação atendam, além das suposições do modelo, a uma premissa básica: que nesta fase de coleta inicial o processo encontre-se sob controle. Supondo que uma seqüência de observações independentes e idêntica e normalmente distribuídas (i.n.i.d.) tomadas ao longo do tempo com intervalos idênticos, pode ser representada por uma série temporal, o procedimento de Bai e Perron mostrou-se eficiente para checar se esta importante premissa é violada. No artigo 2 apresentado nesta dissertação, fez-se uma comparação entre o desempenho de dois tipos de gráficos de controle e esse procedimento e os resultados encontrados apontam que este

procedimento é capaz de identificar corretamente a existência de mudanças de nível (quebras estruturais) na série.

A importância de verificação desta premissa se dá principalmente pelo fato de que, caso o processo esteja fora de controle, os dados superestimarão a variabilidade do processo, construindo assim, limites de controle maiores, afetando a probabilidade de erro do tipo I. Destaca-se que o procedimento de Bai e Perron, apesar de adequado para a verificação desta premissa, não deve ser utilizado como ferramenta de controle de qualidade. Isto porque sua construção exige uma janela no final da série de dados e isto é contrário a idéia de controle da qualidade, onde busca-se identificar o mais rapidamente possível as variações no processo. Por outro lado, o procedimento de Bai e Perron é indiferente a presença de autocorrelação e não aderência a curva de distribuição normal. Desta forma, este procedimento é uma ferramenta eficiente para verificação desta premissa na construção de gráficos de controle, mas não para uso no controle do processo.

Segundo Lin e Chou (2004; 2007), a maior parte dos dados encontrados em processos industriais não aderem-se a curva de distribuição normal. No artigo 3 é apresentada uma simulação onde compara-se o efeito de diferentes desvios da normalidade em relação ao erro do tipo I. Tratando-se de modelos lineares, desvios da normalidade são punidos com leves aumentos em relação ao erro do tipo I e erro do tipo II, segundo Montgomery (2001) e Mulliken e Johnson (1992). Entretanto, observou-se que o erro do tipo I, principalmente em um nível de significância menor, tal como o utilizado na construção de gráficos com limites de controle em 3 sigmas, apresenta, dependendo ainda do desvio da normalidade, um acréscimo no erro do tipo I. Assim, no caso de gráficos de controle, os desvios da normalidade podem influenciar significativamente os resultados.

Na construção dos gráficos, necessita-se que a média e a variância permanecem constantes ao longo de toda a série observada. A questão da suposição de homocedasticidade (variância constante) é renegada na literatura, tanto que não existem alternativas gráficas que corrijam este tipo de violação. Talvez pelo fato dos gráficos de controle serem avaliados aos pares, sendo um responsável pela identificação de variações na média do processo, por exemplo, e outro pela identificação de variações na variabilidade do processo. Entretanto, estudos mais aprofundados devem ainda ser efetuados para ver o efeito da presença de heterocedasticidade (variância não constante) nos erros do tipo I e II dos gráficos de controle.

Um dos aspectos discutidos diz respeito ao tamanho da amostra em cada observação ao longo do tempo. Moore (1957) aponta que os melhores tamanhos de amostra são valores entre 7 e 8. O autor garante bons resultados com estes tamanhos de amostra independente da distribuição dos dados. Rai e Nagendra (1971) constataram, a partir de uma função que minimize os custos de controle, através de gráficos de qualidade, que o tamanho da amostra, para custos fixos, aumenta conforme aumenta a assimetria do conjunto de dados observados. No artigo 3 evidenciou-se que para dados com distribuição Normal, não há diferença no erro do tipo para tamanhos de amostra variando de 3 a 25. Para dados provenientes de distribuições com assimetria menor do que 1,5, necessita-se de amostras com tamanho entre 5 e 7. Já para dados provenientes de populações com assimetria maior do que 1,5, o erro do tipo I reduz-se com o aumento do tamanho da amostra, porém não atingindo o nível de significância adotado em amostras de tamanho 25.

Segundo Nagendra e Rai (1971), a eficiência de um gráfico de controle em detectar alterações no nível da série depende do tamanho da série do gráfico, do tamanho da amostra e do intervalo de amostragem. Junte-se a isto o atendimento das premissas e suposições para que se tenha em mãos uma ferramenta robusta para o controle estatístico da qualidade. Com esse objetivo, foi apresentado um *framework* para a verificação das violações na implementação de gráficos de controle.

Para pesquisas futuras, sugere-se verificar se a robustez dos modelos de previsão supera o não atendimento das suposições destes modelos, em gráficos de resíduos. Além disso, verificar o impacto no poder dos gráficos de controle em relação às diversas violações das suposições, inclusive considerando diferentes tamanhos de amostras. Por fim, destaca-se que não há solução própria na literatura no caso de dados heterocedásticos autocorrelacionados ou não. Do mesmo modo, não se conhece o impacto do não atendimento desta suposição nos gráficos tradicionais. Estabelecer o efeito da heterocedasticidade e propor sugestões, ou até mesmo gráficos de controle para este tipo de violação, é a principal sugestão deste trabalho para pesquisas futuras.

REFERÊNCIAS

- ALVES, C. da C. (2003) *Thesis*. Gráficos de controle CUSUM: um enfoque dinâmico para a análise estatística de processos. Master's in Production Engineering – UFSC.
- ALVES, C. da C.; SAMOHYL, R. W. (2006) O monitoramento de processos industriais via gráficos de controle CUSUM. In: *Qualimetria*. Available at: <http://www.qualimetria.ufsc.br/artigos.htm> [Accessed January 9, 2007].
- ALWAN, L. C. (1992) Effects of autocorrelation on control chart performance. In: *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 21: 4, 1025-1049.
- ALWAN, L. C.; ROBERTS, H. V. (1988) Time-Series Modeling for Statistical Process Control. In: *Journal of Business & Economic Statistics*, 6: 1, 87-95.
- BAI, J.; PERRON, P. (2003) Computation and Analysis of Multiple Structural Change Modes. In: *Journal of Applied Econometrics*, 18:1-22.
- BISGAARD, S.; KULAHCI, M. (2008) Box-Cox Transformations and Time Series Modeling – Part I. In: *Quality Engineering*, 20: 376-388.
- BOX, G.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G.C. (1970) *Time series analysis: forecasting and control*. San Francisco: Holden-Day.
- CAULCUTT, R. (1995) The Rights and Wrongs of Control Charts. In: *Applied Statistics*. 44:3, 279-288.
- COX, D. R. (1954) The mean and coefficient of variation of range in small samples from non-normal populations. In: *Biometrika*. 41: 3/4, 469-481.
- DEMING, W. E. (1967) Walter A. Shewhart, 1891-1967. In: *American Statistician* 21:39-40.
- DIAS, J.; de CASTRO Jr., V. (2005) Análise de quebra estrutural na formação bruta de capital fixo do Brasil. In: *Revista de Economia*. 29(6).
- ENDERS, W. (2003) *Applied Econometric Time Series*. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.
- GUJARATI, D. N. (2000) *Econometria Básica*. São Paulo: MAKRON Books Ltda. 3 ed.
- HAMILTON, J. D. (1994) *Time Series Analysis*. Princeton: Princeton University Press.

- HANSEN, B. E. (2001) The new econometrics of structural changes. In: *Journal of Economic Perspectives*, 15(4):117-128.
- JAMES, B. J. (1996) *Probabilidade: um curso em nível intermediário*. Rio de Janeiro: IMPA-CNPq.
- JARQUE, C. M.; BERA, K. (1980) Efficient tests for normality, homocedasticity and serial independence of regression residuals. In: *Economics Letters*, 6:255-259.
- JARQUE, C. M.; BERA, K. (1981) Efficient tests for normality, homocedasticity and serial independence of regression residuals: Monte Carlo Evidence. In: *Economics Letters*, 7: 313-318.
- JARRET, J. E.; PAN, X. (2007) The quality control chart for monitoring multivariate autocorrelated processes. In: *Computational Statistics & Data Analysis*, 51: 3862-3870.
- JIANG, W.; TSUI, K-L.; WOODALL, W. H. (2000) A new SPC Monitoring Method: The ARMA Chart. In: *Technometrics*, 42: 4, 399-410.
- JURAN, J. M.; GRZYNA Jr., F. M.; BINGHAM Jr., R. S. (1974) *Quality Control Handbook*. New York: Mcgraw-Hill. 3 ed.
- KIM, C., NELSON, C. R. (2000) *State-space models with regime switching*. Cambridge: MIT Press.
- KORZENOWSKI, A. L.; WERNER, L. (2009) Erro do Tipo I nos Gráficos e S para dados não-normais: Evidências a partir de simulação Monte Carlo. Submetido para publicação.
- KORZENOWSKI, A. L.; WERNER, L.; MORAIS, I. A. C. D. (2008) Control graphs and Bai & Perron test comparisons for the identification of structural changes in time series. In Book of Abstracts. Praha: ISBIS-2008.
- LILLIEFORS, H. (1967) On the Kolmogorov–Smirnov test for normality with mean and variance unknown. In: *Journal of the American Statistical Association*. 62: 399–402.
- LIN, Y-C.; CHOU, C-Y. (2004) On the design of variable sample size and sampling intervals \bar{X} charts under non-normality. In: *Internacional Journal of Production Economics*. 96: 249-261.
- LIN, Y-C.; CHOU, C-Y. (2005) Non-normality and the variable parameters \bar{X} control charts. In: *European Journal of Operational Research*. 176: 361-373.

- MASON, R. L.; GUNST, R. F.; HESS, J. L. (2003) *Statistical Design and Analysis of Experiments: With Application to Engineering and Science*. 2 ed. Hoboken: John Willey & Sons.
- MILLIKEN, G. A.; JOHNSON, D. E., (1992) *Analysis of Messy Data. Volume 1: Design of Experiments*. Chapman & Hall/CRC, Boca Ratón.
- MINGOTI, S. A., FIDELIS, M. T. (2001) Aplicando geoestatística no controle estatístico de processos. In: *Produto & Produção*, 5: 2, 55-70.
- MINGOTI, S. A.; YASUKAWA, F. R. S. (2008) Uma comparação de gráficos de controle para a média de processos autocorrelacionados. In: *Revista Eletrônica Sistemas & Gestão*, 3:1, 55-73.
- MONTGOMERY, D. (2001) *Design and Analysis of Experiments*. Hoboken: John Willey & Sons.
- MONTGOMERY, D. (2004) *Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade*. Rio de Janeiro: LTC.
- MONTGOMERY, D. C.; JENNINGS, C. L.; KULAHCI, M. (2008) *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.
- MOOD, A. M.; GRAYBILL, F. A.; BOES, D. C. (1974) *Introduction to the Theory of Statistics*, New York: Mc-Graw-Hill, Inc.
- MOORE, P. (1957) Normality in Quality Control Charts. In: *Applied Statistics*. 6: 3, 171-179.
- MORAIS, I. A. C. D. (2003) *Thesis*. Mudança de regime markoviano: Uma aplicação a séries econômicas brasileiras. Master's in Economics – UFRGS.
- MOREIRA JUNIOR, F. de J.; ten CATEN, C. S. (2004) Proposta de uma carta de controle estatístico de dados autocorrelacionados. In: *XXIV Encontro Nacional de Engenharia de Produção*. Florianópolis, SC, Brazil.
- MORETIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. (2006) *Análise de Séries Temporais*. São Paulo: Ed. Edgar Blücher Ltda. 2 ed.
- NOOROSSANA, R.; VAGHEFI, S. J. M. (2005) Effect of Autocorrelation on Performance of MCUSUM Control Chart. In: *Quality and Reliability Engineering International*. 22: 2.
- PEDRINI, D. C.; ten CATEN, C. S.; MOREIRA JR., F. De J. (2008) Proposal of an Alternative to Control Chart Based on Residuals. In: *Book of Abstracts*. Praha: ISBIS-2008.

- PORTUGAL, M. S. (1995) *Notas Introdutórias sobre o Princípio de Máxima Verossimilhança: Estimação e Teste de Hipóteses*. Porto Alegre: DECON / UFRGS.
- QUANDT, R. E. (1972) A new approach to estimating Switching regressions. In: *Journal of the American Statistical Association*, 338(67):306-310.
- RAI, G.; NAGENDRA, Y. (1971) Optimum sample size and sampling interval for controlling the mean of non-normal variables. In: *Journal of the American Statistical Association*. 66: 335, 637-640.
- SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. (1965) An analysis of variance test for normality (complete samples). In: *Biometrika*, 52: 3-4, 591-611.
- SILVA, E.L.D. (2005) *Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação*. Available at: <http://www.posarq.ufsc.br/download/metPesq.pdf> [Accessed September 6, 2008].
- SMETI, E. M.; KORONAKIS, D. E.; GOLFINOPOULOS, S. K., (2007) Control Charts for the toxicity of finished water - Modeling the structure of toxicity. In: *Water Research*, 41: 2679-2689.
- STOUMBOS, Z. G.; REYNOLDS JR., M. R.; RYAN, T. P.; WOODALL, W. H. (2000) The state of statistical process control as we proceed into the 21st century. In: *Journal of the American Statistical Association*. 95: 451, 992-998.
- VARGAS, V. C. C.; LOPES, L. F. D.; SOUZA, A. M. (2004) Comparative study of the performance of the CUSUM and EWMA control charts. In: *Computers & Industrial Engineering*, 46:707-724.
- WERNER, L. (1996) Controle Estatístico da Qualidade. In: *Cadernos de matemática e estatística*. Vol 32. B. Porto Alegre: UFRGS.
- WHEELER, D. J.; CHAMBERS, D. S. (1986) *Understanding Statistical Process Control*. Knoxville: Statistical Process Control, Inc.

APÊNDICES

1. Algoritmo da simulação de Monte Carlo do Artigo 2

```

#-----#
#      Algoritmo p/ Gerar e Analisar Séries Simuladas      #
#      Procedimento de Bai & Perron e CuSum Control Chart  #
#-----#
#      Andre Luis Korzenowski - andre@korzenowski.com      #
#-----#

#-----#
#      TABULAR XBAR.ONE CHART                              #
#-----#

tab.xone <- function(x) {
  #require(qcc)
  n <- length(x)
  tp <- 10
  d2 <- 1.128
  .in <- 9
  .out <- 3

  y <- x[1:tp]
  center <- mean(y)
  MR <- abs(y[1:tp-1]-y[2:tp])
  MRbar <- mean(MR)
  UCL <- rep(center + (3*MRbar/d2), n)
  LCL <- rep(center - (3*MRbar/d2), n)

  #
  cont.in.u <- rep(0, n)
  cont.out.u <- rep(0, n)
  cont.in.l <- rep(0, n)
  cont.out.l <- rep(0, n)
  quebra <- rep(0, n)
  #
  for (j in 2:n) {
    ifelse(x[j] > center, cont.in.u[j] <- 1 + cont.in.u[j-1], cont.out.u[j] <- 0)
    ifelse(x[j] > UCL, cont.out.u[j] <- 1 + cont.out.u[j-1], cont.out.u[j] <- 0)
    ifelse(x[j] < center, cont.in.l[j] <- 1 + cont.in.l[j-1], cont.out.l[j] <- 0)
    ifelse(x[j] < LCL, cont.out.l[j] <- 1 + cont.out.l[j-1], cont.out.l[j] <- 0)
    if ( cont.in.u[j] == .in | cont.out.u[j] == .out | cont.in.l[j] == .in | cont.out.l[j] == .out
  ) {
      quebra[j] <- j #- max(cont.in.u[j], cont.out.u[j], cont.in.l[j], cont.out.l[j])
      y <- x[quebra[j]:j]
      tp <- length(y)
      center <- mean(y)
      MR <- abs(y[1:tp-1] - y[2:tp])
      MRbar <- mean(MR)
      UCL[j:n] <- center + (3*MRbar/d2)
      LCL[j:n] <- center - (3*MRbar/d2)
    }
  }
  #
  t.xone <- data.frame(cont.out.l, cont.in.l, LCL, x, UCL, cont.in.u, cont.out.u, quebra)
  #return(t.xone)
  result <- t.xone$quebra[t.xone$quebra>0]
  if (sum(result)==0) result <- 0
  return(result)
}

#-----#
#      TABULAR CUSUM CHART                                #
#-----#

tab.cusum <- function(x) {
  require(qcc)
  n <- length(x)

```

```

tp <- 10
H <- 5
k <- 1

y <- x[1:tp]
n. <- length(y)
center <- mean(y)
std.dev <- sd.xbar.one(y)
k <- ((k/2)*(std.dev))
limite <- rep(H, n)

#
z.f.pos <- x - center - k
cusum.pos <- rep(0, n)
cusum.pos[1] <- max(0, z.f.pos[1])
N.pos <- rep(0, n)
ifelse(cusum.pos[1] > 0, N.pos[1] <- 1, N.pos[1] <- 0)
#
z.f.neg <- -x + center - k
cusum.neg <- rep(0, n)
cusum.neg[1] <- max(0, z.f.neg[1])
N.neg <- rep(0, n)
ifelse(cusum.neg[1] > 0, N.neg[1] <- 1, N.neg[1] <- 0)
#
quebra <- rep(0, n)
#
for (j in 2:n){
  cusum.pos[j] <- max(0, cusum.pos[j-1]+z.f.pos[j])
  ifelse(cusum.pos[j] > 0, N.pos[j] <- 1+N.pos[j-1], N.pos[j] <- 0)
  cusum.neg[j] <- max(0, cusum.neg[j-1]-z.f.neg[j])
  ifelse(cusum.neg[j] > 0, N.neg[j] <- 1+N.neg[j-1], N.neg[j] <- 0)
  if (max(cusum.pos[j], cusum.neg[j]) > limite[j]){
    quebra[j] <- j - max(N.pos[j], N.neg[j])
    y <- x[quebra[j]:j]
    n. <- length(y)
    center <- mean(y)
    std.dev <- sd.xbar.one(y)
    k <- ((k/2)*(std.dev))
    #
    z.f.pos <- x - center - k
    cusum.pos[j] <- max(0, z.f.pos[j])
    ifelse(cusum.pos[j] > 0, N.pos[j] <- 1, N.pos[j] <- 0)
    #
    z.f.neg <- -x + center - k
    cusum.neg[j] <- max(0, z.f.neg[j])
    ifelse(cusum.neg[j] > 0, N.neg[j] <- 1, N.neg[j] <- 0)
  }
}
#
t.cusum <- data.frame(N.neg, cusum.neg, limite, cusum.pos, N.pos, quebra)
#print(t.cusum)
return(t.cusum$quebra[t.cusum$quebra>0])
}

# Aponta caminho do diretório e carrega pacotes exigidos
setwd("C:/Users/Windows/Documents/Docs_Andre/Statistics/mat02284 - M O N O G R A F I A/Algoritmos")
require(strucchange)
require(qcc)

# Abre uma janela de gráfico com tamanho definido e estabelece alguns parâmetros
windows(height = 3)

# Num de simulações do modelo
simula <- 1000
n <- 120 # Tamanho da série

```

```

# Objeto do tipo lista onde será salvo informações de cada simulação
foo<-list(0,matrix(0,5,2),array(0,120))
# Objeto do tipo lista onde será salvo toda a simulação
modell.dt <- list()

# inicio do for das simulações
for(j in 1:simula){

  modell.dt[[j]]<-foo # posição j da simulação recebe primeiro conj simulado

  alp <- round(runif(1, -2, 2), 2)          # alpha do modelo gerado nesta simulação
  bet <- round(runif(1, -.3, .3), 2)      # beta do modelo gerado nesta simulação

  m <- rpois(1,2)+2 # número de quebras estruturais (mínimo 2)
  if(m > 4) m <- 4 # número de quebras estruturais (máximo 4)

  modell.dt[[j]][[1]] <- m # grava na lista o número de quebras

  # sorteia posição das quebras
  int <- round(100/m,0)
  quebra <- 1
  x1 <- 11
  x2 <- x1 + int
  for (i in 1:m){
    quebra <- c(quebra, sample(x1:x2,1))
    x1 <- 11 + (i*int)
    x2 <- x1 + int
  }
  quebra <- c(quebra, 120)
  modell.dt[[j]][[2]] <- quebra
  z <- length(quebra)
  eq <- data.frame(A=quebra[1:z-1], B=quebra[2:z]) # limites da cada equação numa tabela
  x <- array(alp,n) # Vetor que receberá a série gerada nesta simulação

  # vetor que define os "saltos" (tamanho do degrau na quebra)
  dummy <- round(runif(1, -5, 5), 1)
  for (i in 1:m){
    dummy. <- round(runif(1, -5, 5), 1)
    while ( abs(dummy[i] - dummy.) < 1 ) dummy. <- round(runif(1, -5, 5), 1)
    dummy <- c(dummy, dummy.)
  }

  # salva os parâmetros da simulação
  modell.dt[[j]][[3]] <- c(alp, bet, dummy)

  # inicio do for em i que gera a série
  for(i in 1:dim(eq)[1]){
    # inicio do for em tp que gera cada pedaço sem quebra
    for (tp in eq[i,1]:eq[i,2]){
      x[tp+1] <- alp + bet * x[tp] + dummy[i] + rnorm(1,0,1)
    } # fim do for em tp
  } # fim do for em i
  # Excluí primeiro valor de x ( x[1]=alpha ) e transforma em série temporal
  x <- ts(x[2:121])
  modell.dt[[j]][[4]] <- x # Salva x na lista

#-----#
#                 Bai & Perron                 #
#-----#

foo <- breakpoints(x~1)
modell.dt[[j]][[5]] <- length(foo$breakpoints) # Salva número de quebras
modell.dt[[j]][[6]] <- foo$breakpoints # Salva posição das quebras

# Salva resultados de concordância entre gerado e Bai&Perron na lista
modell.dt[[j]][[7]] <- modell.dt[[j]][[1]]==modell.dt[[j]][[5]]

```

```

#-----#
#                               #
#                               #
#-----#

modell.dt[[j]][[10]] <- tab.cusum(x)
modell.dt[[j]][[11]] <- modell.dt[[j]][[1]]==length(modell.dt[[j]][[10]])

#-----#
#                               #
#                               #
#-----#

plot(ts(x), bg="white", fg=1)
for(i in 1:dim(eq)[1]){
  segments(eq[i,1], mean(x[eq[i,1]:eq[i,2]]), eq[i,2], mean(x[eq[i,1]:eq[i,2]]), col=2)
  if(i > 1) abline(v=eq[i,1], col="green", lty=2)
}
}
# Salva a lista
save(modell.dt, file="modell.Rdata")

#-----#
#                               #
#                               #
#-----#

result1 <- array(0, simula)
result2 <- array(0, simula)
for(i in 1:simula){
  result1[i] <- modell.dt[[i]][[7]]
  result2[i] <- modell.dt[[i]][[11]]
  cat("simulação ", i, "\n")
  cat("simulado:   ", length(modell.dt[[i]][[2]])-2, "\n")
  cat("Bai&Perron:  ", length(modell.dt[[i]][[6]]), "\n")
  cat("Cusum Chart: ", length(modell.dt[[i]][[10]]), "\n\n")
}
print(table(result1)/simula)
print(table(result2)/simula)

load("modell.Rdata")

# Informações na lista carregada:
# modell.dt[[i]][[1]]:número de quebras
# modell.dt[[i]][[2]]:posição das quebras (incluindo extremos)
# modell.dt[[i]][[3]]:parâmetros da simulação
# modell.dt[[i]][[4]]:série temporal
# modell.dt[[i]][[5]]:número de quebras Bai&Perron
# modell.dt[[i]][[6]]:posição das quebras Bai&Perron
# modell.dt[[i]][[7]]:concordancia gerados e Bai&Perron
# modell.dt[[i]][[8]]:tab. xone(x)
# modell.dt[[i]][[9]]:concordancia gerados e tab. xone
# modell.dt[[i]][[10]]:tab. cusum(x)
# modell.dt[[i]][[11]]:concordancia gerados e tab. cusum

# Finalizando entrada de dados em modell.dt
for (i in 1:simula){
  modell.dt[[i]][[8]] <- tab.xone(modell.dt[[i]][[4]])
  modell.dt[[i]][[9]] <- modell.dt[[i]][[1]]==length(modell.dt[[i]][[8]])
}

#-----#
#                               #
#                               #
#-----#

gerado.quebras <- array(0, simula)
Bai.quebras <- array(0, simula)
xone.quebras <- array(0, simula)
cusum.quebras <- array(0, simula)
Bai.acerto <- array(0, simula)

```

```

xone.acerto <- array(0, simula)
cusum.acerto <- array(0, simula)
Bai.xone <- array(0, simula)
Bai.cusum <- array(0, simula)
xone.cusum <- array(0, simula)
Bai.xone.dif <- array(0, simula)
Bai.cusum.dif <- array(0, simula)
xone.cusum.dif <- array(0, simula)

for(i in 1:simula){
#   gerado.quebras[i] <- model1.dt[[i]][[1]]
#   Bai.quebras[i] <- model1.dt[[i]][[5]]
#   xone.quebras[i] <- length(model1.dt[[i]][[8]])
#   cusum.quebras[i] <- length(model1.dt[[i]][[10]])
#Bai.acerto[i] <- model1.dt[[i]][[7]]
#xone.acerto[i] <- model1.dt[[i]][[9]]
#cusum.acerto[i] <- model1.dt[[i]][[11]]
}
for(i in 1:simula){
  ifelse(model1.dt[[i]][[5]]>model1.dt[[i]][[1]], Bai.acerto[i] <- 1,
        ifelse(model1.dt[[i]][[5]]==model1.dt[[i]][[1]], Bai.acerto[i] <- 0, Bai.acerto[i] <- -1))

  ifelse(length(model1.dt[[i]][[8]])>model1.dt[[i]][[1]], xone.acerto[i] <- 1,
        ifelse(length(model1.dt[[i]][[8]])==model1.dt[[i]][[1]], xone.acerto[i] <- 0, xone.acerto[i] <-
-1))

  ifelse(length(model1.dt[[i]][[10]])>(model1.dt[[i]][[1]]), cusum.acerto[i] <- 1,
        ifelse(length(model1.dt[[i]][[10]])==(model1.dt[[i]][[1]]), cusum.acerto[i] <- 0,
cusum.acerto[i] <- -1))
}

ro <- array(0, simula)
for (i in 1:simula) ifelse(model1.dt[[i]][[3]][2]>0, ro[i]<-1, ro[i]<-0)
foo <- table(ro, xone.acerto); print(foo)
chisq.test(foo); chisq.test(foo)$residuals

#   ifelse(model1.dt[[i]][[5]]>length(model1.dt[[i]][[8]]), Bai.xone.dif[i] <- 1,
#   ifelse(model1.dt[[i]][[5]]==length(model1.dt[[i]][[8]]), Bai.xone.dif[i] <- 0, Bai.xone.dif[i]
<- -1))
#   ifelse(model1.dt[[i]][[5]]>length(model1.dt[[i]][[10]]), Bai.cusum.dif[i] <- 1,
#   ifelse(model1.dt[[i]][[5]]==length(model1.dt[[i]][[10]]), Bai.cusum.dif[i] <- 0,
Bai.cusum.dif[i] <- -1))
#   ifelse(length(model1.dt[[i]][[8]])>length(model1.dt[[i]][[10]]), xone.cusum.dif[i] <- 1,
#   ifelse(length(model1.dt[[i]][[8]])==length(model1.dt[[i]][[10]]), xone.cusum.dif[i] <- 0,
xone.cusum.dif[i] <- -1))
}

#----- Gráficos
boxplot(data.frame(Simulação=gerado.quebras, Bai.Perron=Bai.quebras, X.One=xone.quebras, Cusum=cusum.quebras))

par(mfrow=c(1, 3))

foo <- factor(cusum.acerto, labels=c("1", "Confere"))
x <- barplot(table(foo), ylim=c(0, 1000))
text(x, table(foo), as.character(table(foo)), pos=3)
x <- barplot(prop.table(table(foo)), ylim=c(0, 1), ylab=c("prop. "))
text(x, prop.table(table(foo)), as.character(prop.table(table(foo))), pos=3)

foo <- factor(gerado.quebras, labels=c("2 quebra", "3 quebras", "4 quebras"))
x <- barplot(table(foo), ylim=c(0, 600) )
text(x, table(foo), as.character(table(foo)), pos=3)

par(mfrow=c(1, 3))

foo <- factor(Bai.acerto, labels=c("-", "", "+"))
x <- barplot(prop.table(table(foo)), ylim=c(0, 1), ylab=c("prop. "))

```

```

title("Bai & Perron")
text(x, prop.table(table(foo)), as.character(prop.table(table(foo))), pos=3)

foo <- factor(xone.acerto, labels=c("-", "", "+"))
x <- barplot(prop.table(table(foo)), ylim=c(0, 1), ylab=c("prop. "))
title("IMCC")
text(x, prop.table(table(foo)), as.character(prop.table(table(foo))), pos=3)

foo <- factor(cusum.acerto, labels=c("-", "", "+"))
x <- barplot(prop.table(table(foo)), ylim=c(0, 1), ylab=c("prop. "))
title("CuSum")
text(x, prop.table(table(foo)), as.character(prop.table(table(foo))), pos=3)

par(mfrow=c(1, 1))

#----- Gráficos das Série
caminho <- "C:/Users/Windows/Documents/Docs_Andre/Statistics/mat02284 - M O N O G R A F I
A/Algoritmos/dadosFinais"
setwd(caminho)

load("modell.Rdata")

windows(height = 3, width = 6)
for (j in 1:1000) {
  x <- modell.dt[[j]][[4]]
  quebra <- modell.dt[[j]][[2]]
  z <- length(quebra)
  eq <- data.frame(A=quebra[1:z-1], B=quebra[2:z])
  plot(ts(x), bg="white", fg=1)
  for(i in 1:dim(eq)[1]) {
    segments(eq[i, 1], mean(x[eq[i, 1]:eq[i, 2]]), eq[i, 2], mean(x[eq[i, 1]:eq[i, 2]]), col=2)
    if(i > 1) abline(v=eq[i, 1], col="green", lty=2)
  }
  foo <- readline("s/n?")
  if (foo=="s") savePlot(filename = paste("Rplot_", j, ".png", sep=""), type = "png")
}

```


2. Algoritmo da simulação de Monte Carlo do Artigo 3

```
#####
#           Algoritmo de simulação do Erro do Tipo I nos gráficos X-bar e S           #
#                                                                                       #
# Algoritmo desenvolvido para simulação do desempenho dos gráficos X-bar e S frente #
# a dados não-normais. Verifica a proporção de erros do tipo I em 95% de confiança #
# e em 3 sigmas.                                                                                   #
# to Run this algorithm write into your Console                                                 #
# source("/home/andre/Desktop/Dissertação/erroTipo2/a1.simula.R")                               #
#                                                                                       #
# Desenvolvido por André L. Korzenowski em 08 de maio de 2009.                                 #
# Contato: andre@korzenowski.com                                                             #
#####

# Set work directory and require nedded packages
setwd("/home/andre/Desktop/Dissertação/erroTipo2")
require(qcc)

# Fix random seed
set.seed(25)

# Set simulation parameters
n <- c(3, 5, 7, 10, 15, 20, 25) # Sample Size
N <- 200 # Time Serie Size
m <- 2500 # Number of simulations
results <- as.data.frame(matrix(0, m, 6))
a <- 0 # counter to Final Results line
Final_Results <- as.data.frame(matrix(0, 7, 6))
# distr <- c("norm(3, 2)", "binom(5, 0.4)", "pois(4)", "t(5)", "exp(3)", "chisq(2)", "gamma(3, 2)", "weibull(1.5,
1)")

# A simple function to count type I errors
count_eI <- function(x, limits){ #
  ifelse ( x < limits[1] | x > limits[2], 1, 0) }

# simulation begin
for (j in n){
  b <- 0 # counter to graph name
  for (i in 1:m){
    #####
    distr <- "weibull" # change for each distribution simulated
    # simulation of n x N data
    data <- matrix(data = rweibull(N*j, shape=1.5, scale=1), nrow = N, byrow = TRUE)
    #####
    # Compute statistics and limits of control
    media <- apply(data, 1, mean)
    desvio <- apply(data, 1, sd)
    X1 <- qcc(data, type="xbar", confidence.level=0.95, plot=F)$limits
    X2 <- qcc(data, type="xbar", nsigmas = 3, plot=F)$limits
    S1 <- qcc(data, type="S", confidence.level=0.95, plot=F)$limits
    S2 <- qcc(data, type="S", nsigmas = 3, plot=F)$limits
    # Count error type I in series
    eI <- matrix(data = 0, nrow = N, ncol = 4)
    for (k in 1:N){
      eI[k,1] <- count_eI(media[k], limits = X1)
      eI[k,2] <- count_eI(media[k], limits = X2)
      eI[k,3] <- count_eI(desvio[k], limits = S1)
      eI[k,4] <- count_eI(desvio[k], limits = S2)
    } # End for k
    results[i,1:2] <- c(distr, j)
    results[i,3:6]<- apply(eI, 2, mean) # Compute p-value

    #####
    if (i == 10 | i == 200 | i == 500 | i == 1000){
      b <- b+1 # counter to graph name
    }
  }
}
#####
```

```

# TIME SERIES GRAPHS

plot.ts(media, ylim=c(X2[1]-.5,X2[2]+0.5), ylab=paste("X-bar:n=", j, sep=""))
lines(x=1:N, y=rep(X1[1],N), lty=2, col=2)
lines(x=1:N, y=rep(X1[2],N), lty=2, col=2)
lines(x=1:N, y=rep(X2[1],N), lty=2, col=3)
lines(x=1:N, y=rep(X2[2],N), lty=2, col=3)
savePlot(filename = paste("X-bar.plot_",distr,"-n_",j,"-",b,".png", sep=""), type = "png")

plot.ts(desvio, ylim=c(S2[1]-0.5,S2[2]+0.5), ylab=paste("S:n=", j, sep=""))
lines(x=1:N, y=rep(S1[1],N), lty=2, col=2)
lines(x=1:N, y=rep(S1[2],N), lty=2, col=2)
lines(x=1:N, y=rep(S2[1],N), lty=2, col=3)
lines(x=1:N, y=rep(S2[2],N), lty=2, col=3)
savePlot(filename = paste("S.plot_",distr,"-n_",j,"-",b,".png", sep=""), type = "png")
}
#####

} # End for i
write.csv2(results, paste(distr,"-n_",j, sep="")) # Save parcial results
a <- a+1 # counter to Final Results line
Final_Results[a,1:2] <- c(distr, j)
Final_Results[a,3:6] <- apply(results[,3:6], 2, mean)
} #End for j
write.csv2(Final_Results, paste(distr,"Final -n_",j, sep="")) # Save Final results

alarm()
cat("Troque a distr no algoritmo e rode novamente ¥n")

# End of simulation

```

3. Comprovante de Submissão do Artigo 1



Página inicial > Usuário > Autor > Submissões > #GP-86 > Resumo

#GP-86 : Gráficos de Controle de Shewhart: Verificação das sup...

RESUMO | AVALIAÇÃO | EDIÇÃO

Submissão

Autores	Andre Luis Korzenowski
Título	Gráficos de Controle de Shewhart: Verificação das suposições e sugestões para tratar as violações
Documento Original	GP-86-12880-61701-1-SM.CDT 2009-05-21
Doc. Sup.	Nenhum INCLUIR DOCUMENTO SUPLEMENTAR
Submetido por	Andre Luis Korzenowski <input type="text"/>
Data de submissão	May 21, 2009 - 12:59 AM
Seção	Artigos
Editor	Nenhum designado
Comentários do Autor	Esse artigo foi escrito em formato .odt, do writer do Open-office. Esse artigo é fruto da dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção no autor na UFRGS.

Status

Status	Aguardando designação
Iniciado	2009-05-21
Última alteração	2009-05-21

Metadados da Submissão

[EDITAR METADADOS](#)

Autores

Nome	Andre Luis Korzenowski <input type="text"/>
Instituição	UFRGS
País	Brasil
Resumo da Biografia	Professor - Depto. de Estatística - UFRGS Professor - Faculdade São Francisco de Assis/ UNIFIN Mestrando em Eng. de Produção - UFRGS
Contato Principal para correspondência.	

Título e Resumo

Título	Gráficos de Controle de Shewhart: Verificação das suposições e sugestões para tratar as violações
Resumo	O objetivo deste artigo é apresentar uma descrição das suposições, como elas devem ser verificadas e algumas implicações do seu não atendimento, além de uma descrição dos principais modelos de previsão que podem ser utilizados para a obtenção de resíduos. Construir gráficos de controle baseados em resíduos é a principal alternativa para evitar os problemas causados pela violação das suposições dos gráficos de controle. As principais suposições relatadas na literatura para os gráficos de controle são normalidade, homocedasticidade e independência entre as observações. Inclui-se a necessidade de se efetuar verificações de estacionariedade na série antes da implantação dos procedimentos gráficos, em função da correta construção dos limites de controle. São apresentados os principais testes estatísticos recomendados na literatura para verificação das suposições.

Indexação

Área e sub-área do	Sistemas de Qualidade; Controle Estatístico do Processo
Conhecimento Acadêmico	
Palavras-chave	Controle Estatístico do Processo; Suposições Gráficos de Controle; Violações das Suposições de Gráficos de Controle
Idioma	pt

Agências de Financiamento

Agências	---
----------	-----

4. Comprovante de Aceite e Apresentação do Artigo 2 em Conferência Internacional



Vršovická 68, 101 00 Prague 10, CZECH REPUBLIC

ACTION M AGENCY

phone: (+420) 26731 2333-4

fax: (+420) 26731 0503

e-mail: actionm@action-m.com

http: //www.action-m.com



ISBIS-2008 - International Symposium on Business and Industrial Statistics
Prague, Czech Republic, July 1 – 4, 2008

To: Mr. André Korzenowski
UFRGS
Engineering School
Department of Production
351 Bernardi Av., Ap 305
91040-030 Porto Alegre
Brazil

Prague, July 4, 2008

CONFIRMATION OF PARTICIPATION

We hereby confirm that Mr. André Korzenowski has attended and presented a paper on the ISBIS-2008 - International Symposium on Business and Industrial Statistics held on July 1 - 4, 2008 in Andel's Hotel Prague, Czech Republic.

Milena Zelthamlová, Action M Agency
On behalf of ISBIS-2008 Organisers



5. Comprovante de Submissão do Artigo 2

Elsevier Editorial System(tm) for Computational Statistics and Data Analysis
Manuscript Draft

Manuscript Number:

Title: Comparisons among Bai & Perron test, Individual Measurements Shewhart Control Chart and Cumulative Sum Control Chart to identify structural changes in time series

Article Type: Research Paper

Section/Category: III. Special Applications

Keywords: Time Series; Control Charts; Quality Control; Structural Changes; Switching

Corresponding Author: MS Andre Luis Korzenowski, M.D.

Corresponding Author's Institution:

First Author: Andre Korzenowski

Order of Authors: Andre Korzenowski; Andre Luis Korzenowski, M.D.; Liane Werner, Dr.; Igor Morais, Dr.

6. Comprovante de Submissão do Artigo 3

Andre Luis Korzenowski Meus Dados Alterar Senha Submissão de artigo Sair

pt br es

pt br es

REVISTA PRODUÇÃO

Submissão de artigos

Enviar Artigo

Artigos enviados

T6_0002_0127

Erro do tipo I nos gráficos X-bar e S sob dados não normais: Evidências a partir de simulação Monte Carlo

Autores: Andre Luis korzenowski e Liane Werner.

Tema: 02. Gestão da Qualidade

Palavras-Chave: Gráficos de Controle de Shewhart, Suposição de Normalidade, Erro do Tipo I.

Enviado por Andre Luis Korzenowski em 21/05/2009

T6_0002_0127.doc STATUS: Novo Artigo

HOME

SOBRE NÓS

MISSÃO

CORPO EDITORIAL

Editores

Editores Associados