

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL – UFRGS  
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO  
MESTRADO ACADÊMICO EM ADMINISTRAÇÃO

LUCAS DA SILVA MONTEIRO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

UMA NOVA APLICAÇÃO PARA O MÉTODO LASSO: INDEX TRACKING NO  
MERCADO BRASILEIRO

PORTO ALEGRE  
OUTUBRO DE 2017

LUCAS DA SILVA MONTEIRO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

UMA NOVA APLICAÇÃO PARA O MÉTODO LASSO: INDEX TRACKING NO  
MERCADO BRASILEIRO

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como quesito parcial para obtenção do título de Mestre em Administração.

Orientador: Prof. Dr. João Frois Cadeira.

BANCA EXAMINADORA:

---

Prof. Dr. João Frois Caldeira (Orientador) – PPGA/UFRGS

---

Prof. Dr. Hudson da Silva Torrent – PPGE/UFRGS

---

Prof. Dr. Tiago Pascoal Filomena – PPGA/UFRGS

---

Prof. Dr. Flavio Augusto Ziegelmann – PPGE/UFRGS

PORTO ALEGRE  
OUTUBRO DE 2017

#### CIP - Catalogação na Publicação

Monteiro, Lucas da Silva

Uma nova aplicação para o método LASSO: index tracking no mercado brasileiro / Lucas da Silva Monteiro. -- 2017.

76 f.

Orientador: João Frois Caldeira.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Administração, Programa de Pós-Graduação em Administração, Porto Alegre, BR-RS, 2017.

1. LASSO. 2. Index tracking. 3. Otimização. 4. Mercado de Capitais. 5. Estratégia de negociação. I. Caldeira, João Frois, orient. II. Título.

## Resumo

Diante das evidências registradas na literatura de que, de forma geral, os fundos ativos não têm sido bem-sucedidos na tarefa de bater seus *benchmarks*, os fundos passivos – que buscam reproduzir as características de risco e retorno de um índice de mercado definido – vem ganhando espaço como alternativa de investimento na carteira dos investidores. A estratégia de reproduzir um índice é chamada de *index tracking*. Nesse sentido, o objetivo deste trabalho consiste em introduzir a técnica LASSO como método endógeno de seleção e otimização de ativos para a execução de um *index tracking* no mercado brasileiro e compara-lo com a execução de um *index tracking* pela técnica de seleção por participação dos ativos no índice de referência (otimizado por cointegração). A utilização da técnica LASSO, tal como proposta, constitui uma novidade na aplicação para o mercado financeiro brasileiro. Os testes comparativos foram realizados com as ações do índice Ibovespa entre os anos de 2010 e 2016. Sabendo das limitações relativas ao período de análise, os resultados sugerem, entre outros pontos, que o método LASSO gera *tracking errors* mais voláteis do que o método *ad hoc* tradicional e, dessa forma, gera menor aderência da carteira de réplica ao *benchmark* ao longo do tempo.

**PALAVRAS-CHAVE:** Mercado de capitais, *index tracking*, otimização, LASSO, estratégia passiva.

## Abstract

Given the evidence in the literature that, in general, the active funds have not been successful in the task of hitting their benchmarks, the passive funds - which seek to reproduce the risk and return characteristics of a defined market index - come gaining space as an investment alternative in the investor portfolio. The strategy of reproducing an index is called index tracking. In this sense, the objective of this study is to introduce the LASSO technique as an endogenous method of selection and optimization of assets for the execution of an index tracking in the Brazilian market and to compare it with the performance of an index tracking by the technique of selection by participation in benchmark index (optimized by cointegration). The LASSO technique, as proposed, is innovative as application to the Brazilian financial market. The comparative tests were carried out with the stocks of the Ibovespa index between 2010 and 2016. Regarding the limitations related to the analysis period, the results suggest, among others, that the LASSO method generates more volatile tracking than the traditional *ad hoc* proceeding, and thus, generates a portfolio that is less adhered to the benchmark over time.

**KEY-WORDS:** Capital markets, index tracking, optimization, LASSO, passive strategy.

## Lista de Figuras

Figura 1 - Gráficos dos tracking errors diários por sAtivos_Método (corretagem zero) .....	36
Figura 2 - Gráficos de retornos diários por sAtivos_Método (corretagem zero) .....	38
Figura 3 - Gráficos das correlações dos retornos diários por sAtivos_Método (corretagem zero) .....	39
Figura 4 - Gráficos de retornos acumulados por sAtivos_Método (corretagem zero) .....	41
Figura 5 - Gráficos dos tracking errors acumulados por sAtivos_Método (corretagem zero) .....	42

## Lista de Tabelas

Tabela 1 - Estatísticas do Ibovespa.....	34
Tabela I. 1 - Resultados para 8 ativos com balanceamento mensal .....	51
Tabela I. 2 - Resultados para 10 ativos com balanceamento mensal .....	52
Tabela I. 3 - Resultados para 12 ativos com balanceamento mensal .....	53
Tabela I. 4 - Resultados para 14 ativos com balanceamento mensal .....	54
Tabela I. 5 - Resultados para 8 ativos com balanceamento trimestral .....	55
Tabela I. 6 - Resultados para 10 ativos com balanceamento trimestral .....	56
Tabela I. 7 - Resultados para 12 ativos com balanceamento trimestral .....	57
Tabela I. 8 - Resultados para 14 ativos com balanceamento trimestral .....	58
Tabela I. 9 - Resultados para 8 ativos com balanceamento semestral.....	59
Tabela I. 10 - Resultados para 10 ativos com balanceamento semestral.....	60
Tabela I. 11 - Resultados para 12 ativos com balanceamento semestral.....	61
Tabela I. 12 Resultados para 14 ativos com balanceamento semestral.....	62
Tabela I. 13 - Resultados para 8 ativos com balanceamento anual .....	63
Tabela I. 14 - Resultados para 10 ativos balanceamento anual.....	64
Tabela I. 15 - Resultados para 12 ativos com balanceamento anual .....	65
Tabela I. 16 - Resultados para 14 ativos com balanceamento anual.....	66
Tabela II. 1 - Tracking error médio .....	67
Tabela II. 2 - Volatilidade dos tracking errors diários.....	68
Tabela II. 3 - Retorno médio diário .....	69
Tabela II. 4 - Correlação entre os retornos diários e Ibovespa.....	70
Tabela II. 5 - Beta com relação ao Ibovespa .....	71
Tabela II. 6 - Retorno cumulativo .....	72
Tabela II. 7 - Volatilidade anualizada .....	73
Tabela II. 8 - Tracking error cumulativo .....	74
Tabela II. 9 - Assimetria dos retornos diários .....	75
Tabela II. 10 - Information Ratio .....	76

## SUMÁRIO

### Sumário

Lista de Figuras .....	6
Lista de Tabelas .....	7
1. Introdução.....	7
1.1. Organização da dissertação.....	10
2. Revisão da literatura .....	11
2.1. Index tracking .....	11
2.2. Endereçamento endógeno: alternativa pela família LASSO .....	17
3. Metodologia e Dados.....	22
3.1. Cointegração .....	23
3.2. Aplicação da cointegração para otimização de carteiras .....	25
3.3. LASSO.....	26
3.4. Estratégia empírica e dados .....	28
4. Resultados.....	32
5. Conclusões.....	42
Referências Bibliográficas.....	46
ANEXO I – Tabelas dos resultados.....	51
ANEXO II – Tabelas de síntese estatística.....	67

## 1. Introdução

Ao longo dos anos, os investidores vêm buscando estratégias de investimento ativas que sejam capazes de ter performance superior ao índice de referência de mercado de forma consistente. Contudo, a literatura sugere que, de forma geral, os fundos ativos não têm sido bem-sucedidos na tarefa de bater seus *benchmarks* (Frino; Gallagher, 2001; Malkiel, 1995). Nesse sentido, fundos passivos – que buscam reproduzir as características de risco e retorno de um índice de mercado definido – vem ganhando espaço como alternativa de investimento na carteira dos investidores, como mostram Appel, Gormley e Keim (2016). À essas estratégias dá-se o nome de *index tracking*. De forma geral, a estratégia de investimento passiva entra no portfólio de um investidor através dos chamados fundos passivos, que por característica são veículos mais diversificados em comparação aos fundos ativos, como os *hedge funds* clássicos. Dessa forma, como lembram Chen e Huang (2010), os fundos passivos acabam naturalmente por reduzir a exposição dos investidores a riscos não sistemáticos. Além de sua utilização em fundos passivos, estratégias de *index tracking* constituem a base da elaboração de estratégias *long-short* através de carteiras cointegradas e podem, ainda, ser estendidas para estratégias conhecidas como *enhanced index*<sup>1</sup>.

A execução de um *index tracking* pela replicação cheia (*full replication*), ou seja, construir um portfólio comprando os mesmos ativos que compõe o *benchmark*, na mesma proporção em que se encontram no *benchmark*, esbarra em problemas operacionais que a torna muitas vezes inviável. Outra forma possível de executar a réplica de um índice é através de derivativos, tradicionalmente contratos futuros. Esta última também traz seus custos e riscos (SANT'ANNA ET. AL., 2017). Uma alternativa às metodologias acima é a chamada *partial replication* (réplica parcial), onde se procura replicar um determinado *benchmark* através da seleção de um grupo limitado de ativos que façam parte dele e que sejam capazes de, em conjunto, capturar sua dinâmica ao longo do tempo. A réplica parcial exige que se encaminhem questões como a seleção dos ativos que serão utilizados e o método de otimização da carteira que definirá o peso de cada ativo na carteira de *tracking* (ALEXANDER; DIMITRIU, 2002).

De forma mais simples, a escolha dos ativos para compor a carteira *tracking* se dá pela sua participação no índice de referência, em uma estratégia de seleção *ad hoc* (ALEXANDER,

---

<sup>1</sup> *Enhanced index* são estratégias que buscam reproduzir um determinado benchmark adicionado de um excesso de retorno, ou prêmio.

1999; ALEXANDER, 2001; ALEXANDER; DIMITRIU, 2002; ALEXANDER; DIMITRIU, 2005.a; CALDEIRA; PORTUGAL, 2010). Por sua vez, a definição dos pesos de cada ativo dentro da carteira *tracking* é um problema de otimização, que pode adotar duas principais formas: otimização por média-variância e otimização por cointegração.

Tradicionalmente, a otimização de carteira é feita por média-variância, e busca encontrar a combinação de pesos dos ativos em uma carteira de forma a minimizar a variância do portfólio para um determinado nível de retorno. A otimização por média-variância trabalha com a série de retorno dos ativos – séries diferenciadas – e que, portanto, não incorporam a informação de longo prazo presente nos preços. Além disso, a técnica é extremamente sensível ao vetor de retornos esperados. Sobretudo, a variância do portfólio é calculada com base em matrizes de covariâncias passadas, que são instáveis por característica e que, por isso, exige frequentes balanceamentos da carteira para a manutenção dos pesos ótimos. Por último, quando aplicada a uma carteira replicante, a otimização por média-variância não assegura erros estacionários, levando ao distanciamento da carteira de réplica e da carteira de referência no longo prazo – a menos que seja balanceada com alta frequência.

A otimização por cointegração, por sua vez, soluciona os problemas mais importantes encontrados na otimização por média variância. A técnica de cointegração utiliza os preços em vez dos retornos e, assim, incorpora informações de longo prazo. Por isso, gera carteiras com pesos mais estáveis e menos concentradas. Por construção, uma carteira de *tracking* construída através da técnica de cointegração é ligada à carteira de referência no longo prazo e os seus erros de curto prazo (*spreads* ou *tracking errors*) são estacionários. O pioneirismo no uso de cointegração para alocação de ativos foi de Lucas (1997). No mercado internacional, ótimos resultados foram encontrados por Alexander (1999), Alexander, Giblin e Weddington (2001), Alexander e Dimitriu (2002), Alexander e Dimitriu (2005a), Alexander e Dimitriu (2005b) e Focardi, Fabozzi e Mitov (2016). No Brasil, destacam-se Caldeira e Portugal (2010) e Sant’Anna et. al. (2017). Merecem referência, também, estudos que buscaram endereçar o contexto de otimização em *index tracking* de maneiras alternativas. Alexander e Dimitriu (2004) utilizaram técnica de análise de componentes principais para selecionar um portfólio ótimo para *index tracking*. No mesmo ano, Focardi e Fabozzi (2004) utilizaram metodologia baseada em *clusters* com o objetivo de construir uma carteira de *tracking* ótima. Por sua vez, Corielli e Marcellino (2006) utilizaram análise fatorial múltipla para selecionar um portfólio com menores erros de *tracking* no longo prazo.

A quebra do processo em dois passos (escolha e otimização) pode ser campo fértil para a discricionariedade do pesquisador na escolha dos ativos, independentemente do processo de otimização que venha a ser utilizado posteriormente. Por isso, endogeneizar o processo de escolha através de algum critério que sintetize os dois passos em apenas um torna o processo menos discricionário. Nesse contexto, recupera-se o método de regressão penalizada chamado *Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (LASSO)*, que encolhe os coeficientes das variáveis explicativas do modelo permitindo que alguns deles assumam valor nulo. Assim, o LASSO é capaz de determinar o grupo de variáveis que são mais relevantes para o modelo e selecioná-las. Dessa forma, a técnica produz de forma simultânea a seleção de variáveis e a estimação dos seus respectivos coeficientes.

Tomando o que se sabe sobre a família LASSO e recuperando o conceito de *index tracking* com carteira otimizada por cointegração, uma questão surge: poderia algum modelo LASSO ser utilizado para, em um único passo, selecionar os ativos mais relevantes para replicar um índice de mercado e estimar seus pesos? Pensando no mercado de ações brasileiro, uma regressão que tome como variável dependente o logaritmo natural do índice de mercado e como variáveis dependentes o logaritmo dos preços de um conjunto vasto de ações, um modelo LASSO poderia fazer restar não nulos apenas os parâmetros das ações que, em conjunto, tenham a capacidade de replicar o índice. Ao mesmo tempo, o modelo realizaria a estimação dos parâmetros. Na ocorrência de resíduos estacionários, o modelo apresentaria cointegração.

Nesse sentido, o objetivo deste trabalho consiste em introduzir a técnica LASSO como método endógeno de seleção e otimização de ativos para a execução de um *index tracking* no mercado brasileiro e compara-lo com a execução de um *index tracking* pela técnica tradicional de seleção por participação dos ativos no índice de referência com otimização por cointegração. A utilização da técnica LASSO tal como proposta, constitui uma novidade na aplicação para o mercado financeiro brasileiro.

A utilização da técnica LASSO neste contexto e sua comparação com o método tradicional de seleção por participação, chamado aqui de ADHOC, constitui a principal contribuição deste trabalho. A comparação entre as técnicas foi aplicada para o mercado brasileiro, no contexto de um *index tracking* diário do Ibovespa, entre os anos de 2010 e 2016.

A medida central de análise para verificar a qualidade de tração dos modelos é o *tracking error*. Nesse sentido, ao longo do período analisado, os modelos ADHOC se mostraram superiores aos modelos que se utilizam da técnica LASSO. A vantagem dos modelos ADHOC

sobre os modelos LASSO se mostrou tanto maior quanto maior a janela utilizada para o rebalanceamento das carteiras. Olhando para os resultados por número de ativos em carteira, a diferença na média dos *tracking errors* diários entre o método LASSO e ADHOC foi estável em torno de -0,02 p.p. Um ponto chave para os resultados parece ser a diferença na volatilidade dos retornos e, conseqüentemente, dos *tracking errors* dos modelos. De forma geral, o método LASSO gerou *tracking errors* diários com volatilidade cerca de 1.9 vezes maior do que aqueles gerados pelo método ADHOC (0,97% vs 0,49%).

A explicação da superioridade do modelo *ad hoc* tradicional frente ao modelo LASSO pode residir na própria lógica de construção de cada um. A metodologia LASSO busca a escolha de ações em um modelo que tenha sido aderente ao índice em uma janela passada – um ajuste estatístico. Já o método por participação, por construção, torna-se mais estável à medida em que os ativos utilizados na regressão em um período tendem a permanecer com alta participação no índice oficial ao longo do tempo, influenciando seus retornos a todo instante. De certa forma, é como se os modelos ADHOC construídos trabalhassem com uma informação implícita com relação ao futuro: uma espécie de garantia em trabalhar com ações que continuarão tendo participação estável no índice. A lógica de construção de cada tipo de modelo implica, portanto, em uma tarefa mais árdua para os modelos LASSO na execução do *tracking*.

Por fim, em que pese a densidade técnica de modelos de *index tracking* com escolha endógena de ativos – incluindo neste grupo, agora, o modelo LASSO –, a metodologia de escolha de ativos por participação no índice combinada com otimização por cointegração parece ser um método, além de aderente, bastante prático. O menor peso computacional, a lógica mais direta e a praticidade da metodologia tradicional de escolha de ativos por participação no índice, portanto, justifica sua efetiva utilização. Nesse sentido, os resultados encontrados estão em linha com os achados anteriores da literatura financeira.

## 1.1. Organização da dissertação

A dissertação está organizada da forma que segue.

No capítulo 2, será feita a revisão da literatura existente sobre a estratégia *index tracking* e demais pontos que permeiam a importância de sua utilização. Primeiramente, serão abordados os principais aspectos na elaboração de uma estratégia *index tracking*, a saber, a seleção de ativos e a otimização da carteira formada por eles. Na sequência, será introduzida a ideia de

seleção endógena de ativos a partir de técnicas de regularização. Serão abordados os principais conceitos e especificidades da família LASSO, foco deste trabalho.

No capítulo 3, será realizada a formalização metodológica. Primeiramente será feito o desenvolvimento econométrico da técnica de cointegração e sua aplicação na otimização de carteiras – modelo que será seguido na formação do procedimento *ad hoc* para *index tracking*. Posteriormente, será revisada a técnica de regressão penalizada LASSO. Por último, será descrita a estratégia empírica a ser abordada bem os dados que serão utilizados

O capítulo 4 apresenta os resultados. Por fim, o capítulo 5 traz as conclusões.

## 2. Revisão da literatura

Primeiramente, serão abordados os principais aspectos na elaboração de uma estratégia *index tracking*, a saber, a seleção de ativos e a otimização da carteira formada por eles. Será descrita a vantagem teórica de se trabalhar com a otimização por cointegração. Na sequência, será introduzida a ideia de selecionar e otimizar uma carteira de réplica de forma endógena, a partir de métodos de regularização. Será dada atenção aos métodos de regularização família LASSO que, aplicados no contexto de *index tracking*, utiliza boa parte do arcabouço teórico aplicado na otimização por cointegração.

### 2.1. *Index tracking*

Ao longo dos anos, os investidores vêm buscando estratégias de investimento ativas que sejam capazes de ter performance superior ao índice de referência de mercado de forma consistente. Contudo, a literatura sugere que, de forma geral, os fundos ativos não têm sido bem-sucedidos na tarefa de bater seus *benchmarks* (Frino; Gallagher, 2001; Malkiel, 1995). Nesse sentido, fundos passivos – que buscam reproduzir as características de risco e retorno de um índice de mercado definido – vem ganhando espaço como alternativa de investimento na carteira dos investidores, como mostram Appel, Gormley e Keim (2016). À essas estratégias dá-se o nome de *index tracking*.

*Index tracking* é o nome dado à estratégia que tem por objetivo replicar uma carteira base em termos de retorno e volatilidade. É costume aplicar a técnica de *index tracking* para

replicar um índice de referência de mercado, a exemplo dos índices representativos do mercado de ações. A construção bem-sucedida de um *index tracking* permite, ainda, que sejam elaboradas estratégias de investimento mais sofisticadas a partir dela – como são os casos das estratégias *enhanced index* e *portfolios long-short*<sup>2</sup>.

A tarefa de replicar um índice de mercado exige endereçar duas questões: selecionar os ativos que serão utilizados para montar a carteira de réplica (carteira *tracking*) e, posteriormente, definir o peso de cada ativo dentro dessa carteira.

A forma mais óbvia de se replicar um índice de mercado é a chamada *full replication* (réplica cheia, ou completa). A *full replication* se baseia na ideia de construir um portfólio comprando os mesmos ativos que compõe o *benchmark*, na mesma proporção em que se encontram no *benchmark*. Essa forma de *tracking*, apesar de simples à primeira vista, carrega consigo uma série de desvantagens práticas. Em primeiro lugar, caso o índice de mercado seja constituído por muitos ativos, o custo de transação de adquiri-los em conjunto pode ser muito elevado. Além disso, a metodologia de rebalanceamento do índice de referência e suas regras próprias de inclusão/exclusão de ativos podem agravar o problema dos custos de transação, especialmente em casos de mudanças frequentes. Ainda, como argumenta Sant’Anna et. al. (2017), o rebalanceamento do portfólio pode ser problemático em períodos de elevada volatilidade. Por último, o problema de liquidez deve ser considerado. Em fundos de ações passivos que buscam replicar algum índice de desempenho de ações de empresas de menor capitalização, a liquidez dos ativos pode, em alguns casos, ser um impeditivo para a negociação sem que haja distorção nos preços e, por fim, no desempenho da carteira de *tracking*.

Uma forma mais barata de executar a réplica de um índice é através da utilização de derivativos, tradicionalmente contratos futuros. Porém, esta metodologia também possui alguns problemas. O primeiro deles é que os contratos futuros, de maneira geral, existem apenas para os índices mais importantes em cada mercado. Além do mais, o vencimento frequente dos contratos exige que se façam balanceamentos periódicos nas carteiras de *tracking* através da rolagem dos contratos, o que adiciona custos e riscos (SANT’ANNA ET. AL., 2017).

Alternativa às metodologias acima é a chamada *partial replication* (réplica parcial), onde se procura replicar um determinado *benchmark* através da seleção de um grupo limitado de ativos que façam parte dele e que sejam capazes de, em conjunto, capturar sua dinâmica ao

---

<sup>2</sup> É possível ver a construção dessas estratégias a partir de um *index tracking* em Alexander e Dimitriu (2002), Alexander e Dimitriu (2005a) e Caldeira e Portugal (2010), entre outras.

longo do tempo. Apesar desta metodologia teoricamente não ser capaz de replicar o índice de mercado de forma tão perfeita quanto uma *full replication*, ela carrega a vantagem de poder ser operacionalizada mais facilmente. Comprar um número reduzido de ativos incorre em menores custos de transação, especialmente quando busca-se a réplica de um índice utilizando ações. Além disso, a possibilidade de trabalhar com um número restrito de ativos abre a possibilidade de que se escolham ativos de maior liquidez, reduzindo ou mesmo eliminando os potenciais problemas que a baixa liquidez pode causar – sobretudo quando a carteira de réplica permite tanto posições compradas quanto vendidas. Uma vez que se tenha a intenção de executar a estratégia de *index tracking* através de uma réplica parcial, o problema da seleção de quais ativos serão utilizados deve ser endereçado para que, posteriormente, os pesos de cada um deles dentro da carteira de *tracking* possa ser definido. Dessa forma, a *partial replication* pode ser entendida esquematicamente como um problema de dois passos: seleção e otimização.

Em forma simples e direta, dentro do contexto da réplica de um índice de ações, a escolha dos ativos para compor a carteira *tracking* se dá pela sua participação no índice de referência (ALEXANDER, 1999; ALEXANDER, 2001; ALEXANDER; DIMITRIU, 2002; ALEXANDER; DIMITRIU, 2005.a; CALDEIRA; PORTUGAL, 2010). Como um índice representativo do mercado de ações de um país é uma carteira formada pela soma ponderada das ações que o compõem (PINDYCK; ROTEMBERG, 1993), ressalvadas suas demais especificidades, espera-se que uma carteira formada pela combinação de um número suficiente de ativos pertencentes a este índice tenha maior capacidade de replicar suas características de retorno e volatilidade, do que uma carteira formada por ações estranhas ao *benchmark*. Em que pese vantagem lógica de se trabalhar com os ativos com maior peso no índice de referência, a seleção de quais e quantos ativos utilizar dentro da carteira de *tracking* está sujeito a metodologia escolhida. A escolha pode ser feita (i) de forma exógena, onde algum método qualquer de seleção é utilizado, mesmo um método *ad hoc*, para que depois se empregue a otimização dos pesos, ou (ii) de forma endógena, onde a rotina de otimização enderece ao mesmo tempo tanto o problema de escolha dos ativos quanto da participação relativa de cada um deles dentro da carteira de réplica – nesse caso, os dois passos são resumidos a apenas um. Tradicionalmente, como em Alexander (1999), Alexander (2001), Alexander e Dimitriu (2002), Alexander e Dimitriu (2005.a) e Caldeira e Portugal (2010), empregam-se métodos onde os ativos com maior participação no índice são selecionados. Nesses casos, o método é considerado procedimento *ad hoc*.

Por sua vez, a definição dos pesos de cada ativo dentro da carteira de *tracking* – o segundo passo – é um problema de otimização, que pode adotar duas principais formas: otimização por média-variância e otimização por cointegração. O foco da otimização será atacar o *tracking error*, medido pela diferença entre o retorno do índice de referência e o retorno da carteira de *tracking*. Especificamente, a otimização por média-variância buscará minimizar a variância do *tracking error*, enquanto a otimização por cointegração objetivará minimizar o próprio *tracking error*.

Modelos de otimização de carteiras por média-variância buscam encontrar a combinação de pesos dos ativos em uma carteira de forma a minimizar a variância do portfólio para um determinado nível de retorno. Por trabalhar com a série de retorno dos ativos – sua série de preços tomadas em primeira derivada –, elimina-se de partida toda informação de longo prazo presente na série de preços. Trabalhando com retornos, as medidas estatísticas de maior importância são as correlações e covariâncias, que são medidas de curto prazo e, portanto, instáveis. A análise de média-variância traz alguns problemas adicionais. Primeiramente, conforme Caldeira e Portugal (2010), a otimização por média-variância possui grande sensibilidade ao vetor de retornos esperados, implicando que mesmo pequenas alterações nos componentes desse vetor acabem por causar alterações significativas na ponderação ótima estimada para a carteira. Em segundo lugar, a variância do portfólio é calculada com base em matrizes de covariâncias passadas, que são difíceis de estimar, e que são instáveis e mutáveis ao longo do tempo. Isso leva a um novo problema, qual seja, o de que o portfólio necessita ser frequentemente balanceado para manter-se ótimo, gerando custos de transação significativos. Quando aplicada para calibrar uma carteira de *tracking*, embora a otimização por média-variância resulte em carteiras eficientes, não assegura a estacionariedade dos erros (*tracking errors*) – que provavelmente adotarão característica de passeio aleatório. A não estacionariedade dos erros faz com que a carteira de *tracking* se distancie da carteira de referência ao longo do tempo. Além do mais, caso o número de observações utilizadas seja relativamente pequeno, o fenômeno dos clusters de volatilidade, característico das séries financeiras (TSAY, 2005), e eventuais *outliers* podem afetar os resultados.

A otimização por análise de cointegração, por sua vez, resolve os problemas teóricos mais importantes presentes na análise de média-variância. A cointegração é uma técnica que se aplica a variáveis não estacionárias que, segundo Alexander, Giblin e Weddington (2001), utiliza a informação contida nas tendências estocásticas presentes nas séries de interesse para avaliar a relação entre elas. Por isso, a análise de cointegração não perde o conteúdo

informacional de longo prazo. Quando se trabalha com séries financeiras, isso significa realizar uma análise tendo como base os preços dos ativos, em vez de seus retornos. Como consequência, otimizações de portfólio baseados na cointegração dos ativos gera ponderações mais estáveis ao longo do tempo. Sobretudo, a técnica é capaz de assegurar que o *tracking error* seja estacionário, aumentando a aderência da carteira replicante à carteira base ao longo do tempo, justamente pelo fato de capturar o equilíbrio de longo prazo entre elas (DUNIS; HO, 2005). Um ponto a se destacar, conforme Alexander e Dimitriu (2002), é que a utilização da análise de cointegração para inferências de longo prazo não é, sob nenhum aspecto, impeditivo para que se utilizem outros conceitos estatísticos (como o coeficiente de correlação) para análises de curto prazo.

Alexander e Dimitriu (2002) mostram que quanto maior a força da cointegração conseguida em um portfólio de *tracking*, maior será a estabilidade dos pesos de cada ação na carteira e, conseqüentemente, menores serão os custos de transação associados à novas calibrações. Em seu estudo, as estratégias com calibragem anual foram mais estáveis e, assim, geraram menores custos de transação.

Para entender a otimização por cointegração, é necessário dar mais atenção a tal conceito. A seguir, será explicado o conceito de cointegração. A parte estatisticamente mais densa está presente no capítulo 3.

Se os preços de dois ativos compartilham uma tendência estocástica comum, então eles estão intimamente ligados no longo prazo, e o *spread* entre seus preços reverterá à média. Cointegração, aplicado no contexto de séries financeiras, refere-se à existência da tendência estocástica comum e, portanto, do movimento conjunto dos preços dos ativos no longo prazo. Eventuais desvios de curto prazo serão corrigidos em direção ao equilíbrio. Nesse sentido, a técnica de cointegração aplicada a finanças consiste em mensurar os movimentos conjuntos de longo prazo no preço dos ativos sem deixar de considerar sua dinâmica de curto prazo. Trabalha-se, portanto, com todo o conjunto informacional retido, direta ou indiretamente, nos preços.

Bossaerts (1988) realizou uma investigação empírica da existência de cointegração no contexto da precificação de ativos, com dados mensais de ações negociadas na NYSE entre 1926 e 1984. O modelo clássico de precificação de ativos, conhecido por *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), originalmente presente em Sharpe (1964) e desenvolvido por Lintner (1965) Mossin (1966) e Merton (1973), analisa a relação entre os ativos sob a ótica do retorno e implica

que os seus preços são colineares. Bossaerts (1988) utilizou uma abordagem de detecção de cointegração baseada em correlações canônicas de séries temporais – que mistura técnicas encontradas em Box e Tiao (1977), Tiao e Tsay (1986) e Phillips (1987) – e encontrou evidências da existência de cointegração no preço das ações.

Tendo em vista a existência de cointegração entre os preços das ações, é natural a extensão da técnica para a otimização de portfólios. A ideia de que a otimização do portfólio ocorra baseada em cointegração, e não em correlação, é algo relativamente novo quando comparada com a história da literatura financeira. Os pioneiros do uso da cointegração em séries financeiras foram Lucas (1997) e Alexander (1999). Lucas (1997) estudou alocação ótima com séries cointegradas considerando investidores avessos ao risco. Ele mostrou que a combinação de ativos através de técnicas de cointegração é capaz de reduzir a volatilidade de longo prazo em comparação a técnicas não baseadas em cointegração. Alexander (1999) utilizou a técnica de cointegração para replicar com sucesso o índice EAFE, criado pelo banco JP Morgan, que reúne os mercados europeu, asiáticos e do extremo oriente, utilizando os índices próprios dos países que estão nesses mercados (em moedas locais).

Posteriormente, Alexander e Dimitriu (2005a) compararam abordagens teóricas e empíricas da otimização de carteiras baseadas em cointegração com métodos tradicionais de otimização. Mesmo com a forte relação que os portfólios baseados em cointegração guardam com o *benchmark*, a técnica de cointegração se mostrou apenas marginalmente superior às alternativas. Não houve evidências robustas em favor de qualquer método.

No Brasil, Caldeira e Portugal (2010) aplicaram a metodologia de cointegração para otimização de carteiras nas estratégias de *index tracking* e *long-short*, com dados diários no período de 2000 até 2008. Os autores mostraram que é possível replicar um *benchmark* com um número pequeno de ações combinadas em uma carteira, com estabilidade nos pesos e baixos custos de transação.

Sant’Anna et. al. (2017) compararam a utilização de técnicas de correlação e cointegração na montagem de portfólios para *index tracking*, tanto para o Brasil quanto para os EUA, em estudo similar ao realizado por Alexander e Dimitriu (2005a). Porém, em vez de determinar os ativos através de um método *ad hoc* de seleção, os autores trataram o problema de forma endógena por meio de simulações. Os autores concluíram não haver evidências de vantagens de uma metodologia sobre outra, especialmente para o caso brasileiro.

Merecem referência, também, estudos que buscaram endereçar o contexto de otimização em *index tracking* de maneiras alternativas. Alexander e Dimitriu (2004) utilizaram técnica de análise de componentes principais para selecionar um portfólio ótimo para *index tracking*. No mesmo ano, Focardi e Fabozzi (2004) utilizaram metodologia baseada em *clusters* com o objetivo de construir uma carteira de *tracking* ótima. Por sua vez, Corielli e Marcellino (2006) utilizaram análise fatorial múltipla para selecionar um portfólio com menores erros de *tracking* no longo prazo.

## 2.2. Endereçamento endógeno: alternativa pela família LASSO

A réplica parcial objetivando a construção de um *index tracking* é, tradicionalmente, um problema de dois passos: seleção dos ativos e otimização. A quebra do processo, dessa forma, pode ser campo fértil para a discricionariedade do pesquisador na escolha dos ativos, independentemente do processo de otimização que venha a ser utilizado posteriormente. Por isso, endogeneizar o processo de escolha através de algum critério que sintetize os dois passos em apenas um, torna o processo menos discricionário. Tomando por base o procedimento de *index tracking* por cointegração, selecionar os ativos que farão parte do modelo trata-se, no fundo, de determinar quais e quantas variáveis devem participar do modelo de regressão.

A escolha das variáveis que farão parte de um modelo de regressão muitas vezes não é algo trivial. Apesar de a inclusão de variáveis explicativas poder contribuir para a calibragem do modelo e trazer ganhos de previsão, a inclusão de um número muito elevado de variáveis independentes não muito relevantes na explicação da variável dependente pode prejudicar a aderência do modelo (Nasekin, 2013). Dessa forma, conforme Song e Bickel (2011), se faz necessário identificar quais variáveis são realmente importantes para o efeito explicativo do modelo – sobretudo quando elas possuem algum tipo de estrutura de dependência, como correlação serial. Algumas vezes, torna-se imperativo reduzir o tamanho do modelo, a exemplo dos casos em que há alta dimensionalidade, ou seja, quando o tamanho da amostra é menor do que o número de variáveis explicativas – e cuja consequência, por definição, é o problema de multicolinearidade.

Konzen e Ziegelmann (2016) lembram que uma das possíveis formas de se determinar os ativos elegíveis como preditores é a investigação dos resultados de todas as possíveis combinações para o modelo de regressão. Porém, segundo eles, testar todas as possíveis

combinações na presença de um vasto número de candidatos pode ter elevado custo computacional – sendo, muitas vezes, impraticável. Como exemplo, em um universo de 50 ações, o teste de todas as possíveis combinações em um modelo de regressão exigiria algo como  $(11 \times 10^{14})$  diferentes testes. Dessa forma, algumas técnicas foram desenvolvidas para endereçar o problema.

Uma alternativa simples é a chamada *subset selection*, mas que, segundo Hastie et. al. (2001) é factível apenas com um número relativamente limitado de variáveis explicativas – não mais que cerca de 40. Outras alternativas possíveis, como *forward elimination* e *backward elimination*, conforme Berk (1978), podem não ser consistentes em alguns casos. Nesse sentido, surgem as técnicas de regularização, também conhecidas por regressão penalizada. A regularização consiste em buscar o melhor ajuste de um modelo não pela minimização do seu erro, representado pela soma dos resíduos quadráticos, mas pela minimização de uma função de erro da seguinte forma:

$$Erro_{modelo} = Erro_{dados} + \lambda \times complexidade_{modelo} \quad \text{Equação (1)}$$

Na equação (1), o primeiro termo ( $Erro_{modelo}$ ) é a soma dos resíduos quadráticos. O segundo, por sua vez, representa o termo de regularização, que penaliza a complexidade do modelo com um determinado grau de intensidade  $\lambda$ . Dentre as técnicas de regularização, destaca-se a chamada *ridge regression*, que consiste em encolher os coeficientes através da imposição de uma penalidade lambda na sua norma  $L_2$ . A *ridge regression* é tal que:

$$\hat{\beta}^{ridge} = \arg \min_{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k} \left\{ \sum_{t=1}^n (y_t - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt})^2 + \lambda \sum_{j=1}^k \beta_j^2 \right\}, \quad \text{Equação (2)}$$

onde  $\beta$  é o vetor de parâmetros  $k \times 1$ ,  $Y = (y_1, \dots, y_n)'$  é o vetor de dados para a variável dependente,  $X$  é a matriz  $k \times n$  de dados da série dos preditores e  $\lambda \geq 0$  é o parâmetro de encolhimento.

A *ridge regression* tem a capacidade de encolher os coeficientes ao impor uma penalização na soma dos seus quadrados, mas, por construção, retorna sempre coeficientes  $\hat{\beta}_j^{ridge}$  não nulos. Consequentemente, não pode ser utilizada como técnica de seleção de variáveis. Nesse contexto, Tibshirani (1996) propôs o método de regularização chamado *Least Absolute Shrinkage and Selection Operator* (LASSO), que encolhe os coeficientes das variáveis explicativas do modelo permitindo que alguns deles assumam valor nulo. Assim, o LASSO é capaz de determinar o grupo de variáveis que são mais relevantes para

o modelo e selecioná-las. Dessa forma, a técnica produz de forma simultânea a seleção de variáveis e a estimação dos seus respectivos coeficientes. Conforme Nasekin (2013), um modelo que exclui variáveis irrelevantes se torna mais parcimonioso e possui menor erro de previsão. As estimativas são obtidas por um modelo de minimização do erro nos dados sujeito a penalização na norma  $L_1$  dos coeficientes:

$$\hat{\beta}^{LASSO} = \arg \min_{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k} \left\{ \sum_{t=1}^n (y_t - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt})^2 \right\} \text{ subject to } \sum_{j=1}^k |\beta_j| \leq a, \quad \text{Equação (3)}$$

onde  $a$  é o parâmetro de ajuste que determina a intensidade do encolhimento. Escrito em forma de uma função Lagrangeana, a equação (3) toma a seguinte forma:

$$\hat{\beta}^{LASSO} = \arg \min_{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k} \left\{ \sum_{t=1}^n (y_t - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt})^2 + \lambda \sum_{j=1}^k |\beta_j| \right\}, \quad \text{Equação (4)}$$

onde o parâmetro  $\lambda \geq 0$  passa a representar a intensidade do encolhimento. Dessa forma o parâmetro de encolhimento  $\lambda$  desempenha papel fundamental no modelo. À medida em que se reduz  $\lambda$  para zero ou próximo de zero,  $\lambda$  atinge um valor  $\lambda_{OLS}$  tal que o termo de regularização se torna insignificante e os parâmetros estimados pelo método LASSO serão equivalentes aos obtidos por um modelo OLS. De outra forma, tomando  $\hat{\beta}^{LASSO}$  como o vetor  $k \times 1$  de parâmetros estimados obtidos através da regressão LASSO e  $\hat{\beta}^{OLS}$  como o vetor  $k \times 1$  de parâmetros estimados obtidos através da regressão OLS, quando  $\lambda = \lambda_{OLS}$ ,  $\hat{\beta}^{LASSO} = \hat{\beta}^{OLS}$ . À medida que cresce o valor de  $\lambda$ , os parâmetros da regressão vão sendo encolhidos até o caso em que reste no modelo apenas o intercepto, ou seja, todos os demais parâmetros são encolhidos a zero. Seguindo a notação de Medeiros, Vasconcelos e Freitas (2016), esse ponto é o de  $\lambda_c$ . Portanto,  $\lambda_{OLS} \leq \lambda \leq \lambda_c$ .

Uma vez que o LASSO se propõe a selecionar as variáveis que compõem o modelo final, é desejável que a estimativa seja consistente, no sentido de selecionar o modelo verdadeiro mesmo quando o número de possíveis variáveis explicativas tende ao infinito. Essa consistência foi objeto de estudo de Zhao e Yu (2006) e Zou (2006), que mostraram que, no fundo, a consistência do modelo está ligada ao montante  $\lambda$  que é utilizado na regularização. Ambos os trabalhos identificaram que, em circunstâncias específicas, o LASSO não é consistente na seleção das variáveis. Para sanar a questão, Zou (2006) propôs o *adaptive* LASSO (adaLASSO) – uma modificação do LASSO original. O adaLASSO objetiva impor penalidades distintas para cada coeficiente através da atribuição de pesos individuais  $\omega_j$ . O objetivo é que

as variáveis mais relevantes para o modelo sejam menos penalizadas do que aquelas menos relevantes. O adaLASSO é tal que:

$$\hat{\beta}^{adaLASSO} = \arg \min_{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k} \left\{ \sum_{t=1}^n (y_t - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt})^2 + \lambda \sum_{j=1}^k \omega_j |\beta_j| \right\}, \quad \text{Equação (5)}$$

O  $\omega_j$  é o vetor que define os pesos individuais para cada coeficiente, sendo que  $\omega_j = |\hat{\beta}_j^{ridge}|^{-\tau}$  e  $\tau > 0$ . Uma vez que o parâmetro  $\tau$  assume apenas valores positivos, os coeficientes que tendem a ser mais importantes (com maior  $\hat{\beta}_j^{ridge}$ ) tornam-se menos penalizados pelo peso  $\omega_j$ .

Konzen e Ziegelmann (2016) lembram que um modelo adaLASSO para séries temporais que considere a inclusão de variáveis defasadas estabelecerá os pesos  $\omega_j$  apenas de acordo com os respectivos coeficientes estimados pela *ridge regression*. Mais além, os autores notam que em séries temporais as variáveis com menor defasagem geralmente possuem informações mais relevantes. Sendo assim, Konzen e Ziegelmann (2016) adaptam algumas ideias presentes em Park e Sakaori (2013) e propõem uma variação do modelo adaLASSO, que chamam de *Weighted Lag Adaptive LASSO*, ou WLadaLASSO. A ideia do WLadaLASSO é que um determinado peso  $\omega_j$  seja influenciado tanto pelo seu respectivo  $\hat{\beta}_j^{ridge}$  quanto pela defasagem da variável, de forma que as variáveis mais distantes no tempo sejam mais penalizadas. O modelo WLadaLASSO é dado por:

$$\hat{\beta}^{WLadaLASSO} = \arg \min_{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k} \left\{ \sum_{t=1}^n (y_t - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt})^2 + \lambda \sum_{j=1}^k \omega_j |\beta_j| \right\}, \quad \text{Equação (6)}$$

sendo que, agora,  $\omega_j = (|\hat{\beta}_j^{ridge}| e^{-\alpha l})^{-\tau}$ ,  $\tau > 0$ ,  $\alpha \geq 0$  e  $l$  é a ordem da defasagem.

Ao propor o novo modelo, Konzen e Ziegelmann (2016) inspiram-se em Medeiros e Mendes (2012) e comparam a capacidade de estimação e previsão dos métodos de regularização da família LASSO. Os autores identificam superioridade do modelo WLadaLasso sobre os modelos LASSO e adaLASSO quando se trata da identificação de variáveis com pequenas amostras, sendo que a superioridade aumenta à medida que são incluídos possíveis *lags* para as variáveis independentes e conforme cresce o grau de dependência linear entre as variáveis. O método LASSO e adaLASSO são similares. Destaca-se que no caso em que há baixa dependência linear nas variáveis dependentes e com *lags* reduzidos, o método LASSO possui marginalmente maior taxa de acerto no quesito inclusão de variáveis relevantes no modelo.

Conforme o tamanho da amostra cresce, todos os modelos da família desempenham de forma muito parecida nesse quesito – nota-se superioridade marginal do modelo WLadaLASSO para amostras muito grandes. Quando o foco passa da identificação do modelo para a acuracidade dos parâmetros estimados, o tamanho da amostra possui papel relevante. Em geral, para amostras grandes (2000 observações), o modelo WLadaLASSO se mostra mais adequado. Para amostras intermediárias (500 observações), os resultados do modelo adaLASSO e WLadaLasso se aproximam e superam levemente o modelo LASSO. Em amostras menores (50 observações), contudo, o modelo LASSO mostra consistentemente resultados melhores. Bem como no caso da identificação, em previsões o WLadaLASSO é claramente superior em pequenas amostras quando há grande número de possíveis *lags* envolvidos e conforme cresce a dependência linear entre as variáveis. Quando tanto a amostra quanto o número de possíveis *lags* são reduzidos, o WLadaLASSO possui pior desempenho que seus pares. Quando o LASSO e adaLASSO são comparados, o mesmo padrão de desempenho verificado no quesito acuracidade emerge.

Todos os modelos da família LASSO oferecem a possibilidade de encolher os parâmetros de uma determinada regressão com intensidade calibrada pelo parâmetro de encolhimento  $\lambda$ . Conforme  $\lambda$  cresce, o encolhimento dos parâmetros aumenta e alguns deles passam a assumir valor nulo. Por isso, o modelo LASSO é uma ferramenta útil em modelos com esparsidade ou em modelos em que existem muitas variáveis candidatas a preditoras e não se sabe, a priori, quais delas realmente são relevantes para o modelo. Exemplo desse último é caso pode ser encontrado em Medeiros, Vasconcelos e Freitas (2016), onde os autores estimam um modelo para a inflação brasileira pelo método LASSO com algumas variáveis candidatas a preditoras.

Tomando o que se sabe sobre a família LASSO e recuperando o conceito de *index tracking* com carteira otimizada por cointegração, uma questão surge: poderia algum modelo LASSO ser utilizado para, em um único passo, selecionar os ativos mais relevantes para replicar um índice de mercado e estimar seus pesos (representados pelos betas normalizados)? Pensando no mercado de ações brasileiro, uma regressão que tome como variável dependente o logaritmo natural do índice de mercado e como variáveis dependentes o logaritmo dos preços de um conjunto vasto de ações, um modelo LASSO poderia fazer restar não nulos apenas os parâmetros das ações que, em conjunto, tenham a capacidade de replicar o índice. Na ocorrência de resíduos estacionários, o modelo apresentaria cointegração.

Nesse sentido, o objetivo deste trabalho consiste em introduzir a técnica LASSO como método endógeno de seleção e otimização de ativos para a execução de um *index tracking* no mercado brasileiro e compara-lo com a execução de um *index tracking* pela técnica de seleção por participação dos ativos no índice de referência (otimizado por cointegração). Tendo conhecimento das possibilidades de regularização, optou-se por utilizar, no decorrer deste trabalho, o método LASSO sem adaptação de peso no parâmetro de encolhimento e sem defasagens. Uma vez que a estratégia *index tracking* via cointegração se propõe a replicar as realizações diárias do índice através das realizações diárias de preço das ações, não faz sentido a inclusão de variáveis defasadas no modelo, isto é, utilizar o modelo WLadaLASSO. Para as duas opções restantes, qual sejam LASSO e adaLASSO, temos que (i) consistência, que jogaria a favor da utilização do adaLASSO, não parece ser problema, haja vista que serão utilizadas apenas ações componentes do próprio índice para seu *tracking*; e (ii) como o horizonte de amostra para as regressões será de 12 meses (cerca de 252 dias úteis), o método LASSO deve apresentar bom desempenho devido ao tamanho da amostra, conforme Konzen e Ziegelmann (2016). A utilização da técnica LASSO tal como proposta neste trabalho constitui uma novidade na aplicação para o mercado financeiro brasileiro.

Resta, por fim, uma discussão a respeito de por que utilizar a técnica LASSO em vez de simplesmente rodar uma regressão com inúmeros ativos e selecionar apenas aqueles que possuíssem coeficientes acima de um determinado valor de corte. Algumas são as razões para isso: (i) não se pode negar que o estabelecimento de um critério de corte seria arbitrário; (ii) os coeficientes da regressão simples seriam afetados pelas covariâncias entre os diversos ativos (iii) depois de rodada a regressão simples e escolhidos os ativos, haveria de ser rodada uma nova regressão apenas com as ações escolhidas, a fim de determinar a calibragem do portfólio sem a interferência daqueles ativos que não seriam considerados no modelo.

### 3. Metodologia e Dados

Neste capítulo serão apresentados os conceitos fundamentais para a construção de uma estratégia *index tracking* por meio de cointegração, bem como as metodologias de regressão penalizada necessárias ao desenvolvimento deste trabalho. Primeiramente, será feita uma revisão econométrica da técnica de cointegração. Posteriormente, os conceitos econométricos serão incorporados de forma objetiva à construção da estratégia *index tracking*. Na sequência,

será estabelecida uma discussão econométrica da técnica LASSO. Por último, será feita a descrição dos dados que serão utilizados na estratégia empírica.

### 3.1. Cointegração

Engle e Granger (1987) definiram que os componentes de um vetor  $\mathbf{X}$  são cointegrados de ordem  $d, b$ , ou seja,  $CI(d, b)$ , se todos os componentes desse vetor forem integrados de ordem  $b$  e se existir um vetor  $\boldsymbol{\beta}$  que permita que uma combinação linear entre os componentes do vetor  $\mathbf{X}$  sejam integrados de ordem  $d-b$ , com  $b > 0$ . O vetor  $\boldsymbol{\beta}$  é chamado de vetor de cointegração.

O conceito de cointegração é muito importante para a teoria econômica, especialmente nas teorias de equilíbrio. Relações de equilíbrio entre variáveis significa que elas não podem se mover de forma independente entre si no longo prazo, uma vez que suas tendências estocásticas estão ligadas. Dessa forma, desvios da relação de equilíbrio de longo prazo são temporários. Como lembra Enders (2010), grande número de variáveis econômicas são integradas de ordem 1, e as teorias de equilíbrio envolvem variáveis não estacionárias que podem ser combinadas linearmente e gerar resíduos estacionários – sendo, assim,  $CI(1, 1)$ .

Deve-se notar que, diferentemente da definição de Engle e Granger (1987), para um vetor  $\mathbf{X}$  ser cointegrado não é necessário que todos os parâmetros que o compõe sejam integrados de mesma ordem. Supondo um vetor  $\mathbf{Z}_t$ , composto tanto por parâmetros  $I(2)$  quanto  $I(1)$ , pode haver um vetor  $\boldsymbol{\gamma}$  de cointegração entre os parâmetros  $I(2)$  que forme uma combinação linear (1), que por sua vez é cointegradas com os parâmetros  $I(1)$  de  $\mathbf{Z}_t$  através de  $\boldsymbol{\beta}$ . Esse tipo de ocorrência é chamado por Granger e Lee (1990) de multicointegração.

De forma geral, cointegração ocorrerá quando a tendência estocástica de uma variável puder ser expressa por uma combinação linear das tendências estocásticas das outras variáveis constantes no vetor cointegrado. A observação de que variáveis cointegradas possuem tendências estocásticas em comum foi feita por Stock e Watson (1988).

Variáveis cointegradas têm uma relação de equilíbrio de longo prazo, de forma que quaisquer desequilíbrios de curto prazo devam ser temporários. A característica de retorno ao equilíbrio de longo prazo faz com que os movimentos de curto prazo das variáveis estejam ligados à magnitude dos desequilíbrios observados. Assim, modelos dinâmicos de correção de erros podem ser construídos – modelos em que a dinâmica de curto prazo das variáveis sofre influência do desvio em relação ao equilíbrio (ENDERS, 2010).

Segundo a metodologia de Engle e Granger (1987), para determinar se duas variáveis I(1) são cointegradas, deve-se estimar a seguinte regressão de longo prazo:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 z_t + \varepsilon_t, \quad \text{Equação (7)}$$

Se as variáveis  $\{y_t\}$  e  $\{z_t\}$  forem cointegradas, uma regressão OLS levará à estimação de parâmetros  $\beta_0$  e  $\beta_1$  super consistentes, no sentido de que eles convergem mais rapidamente para o verdadeiro valor populacional do que uma regressão que utilize as variáveis em primeira diferença. O resíduo da equação (7) deve ser estacionário, sob a hipótese de cointegração. Para testar essa condição, faz-se uso do teste aumentado de Dickey e Fuller (ADF).

Dickey e Fuller (1979) formalizaram um teste para detectar a presença de raiz unitária em séries temporais. A presença de raiz unitária implica que o processo é não estacionário, possuindo tendência estocástica. Dickey e Fuller (1979) consideram três diferentes equações para testar a presença de raiz unitária:

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \\ \Delta y_t &= a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \\ \Delta y_t &= a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t \end{aligned}$$

O teste DF envolve uma regressão para estimar o valor de  $\gamma$  associado aos valores críticos tabulados por Dickey e Fuller e determinar, através de um teste  $t$ , se podemos ou não rejeitar a hipótese nula  $\gamma = 0$ , ou seja, de não estacionariedade. É importante notar que os valores críticos dependem da inclusão ou não do intercepto e da tendência determinística, por isso deve-se ter cuidado ao identificar o modelo.

Em um processo auto regressivo de ordem  $p$ , podemos utilizar algumas manipulações algébricas e mostrar que:

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t, \quad \text{Equação (8)}$$

Na equação (8),  $\gamma = -(1 - \sum_{i=1}^p a_i)$  e  $\beta_i = -\sum_{j=1}^p a_j$ . O teste  $\gamma = 0$ , nesse caso, corresponde à presença de pelo menos uma raiz unitária no sistema. Fazer o teste nesse formato significa realizar o teste ADF (Augmented Dickey Fuller). Os valores críticos permanecem inalterados.

### 3.2. Aplicação da cointegração para otimização de carteiras

A estratégia *index tracking* tem como objetivo compor uma carteira (carteira de *tracking*) para replicar um determinado índice de referência em suas características de retorno e volatilidade. Quando se utiliza a técnica de cointegração para otimizar os pesos dos ativos que compõem a carteira de *tracking*, assegura-se que essa possua uma relação de longo prazo estável com o índice de referência, mesmo que eventuais desvios (erros) de curto prazo ocorram. Os erros do processo de *tracking*, chamado de *tracking errors*, devem ser estacionários e devem apresentar baixa correlação com a série de retornos do índice que se deseja replicar. Estatisticamente, o *tracking error* deve se comportar aproximadamente como um ruído branco, com média zero e variância constante ao longo do tempo. É calculado como:

$$TE_t = RetT_t - RetI_t, \quad \text{Equação (9)}$$

Na equação (9),  $RetT_t$  representa o retorno do portfólio de *tracking* no tempo  $t$ , enquanto  $RetI_t$  representa o retorno do índice de referência no tempo  $t$ .

A otimização da carteira baseada em cointegração será realizada, nesse estudo, pelo procedimento de Engle e Granger (1987), que segue dois passos: estimar uma regressão de cointegração entre as séries não estacionárias e, posteriormente, testar a estacionariedade dos resíduos. Um cuidado que deve ser tomado é que o teste de Engle-Granger pode sofrer de viés em amostras pequenas. No escopo deste trabalho, esse claramente não é um problema, devido ao grande volume de dados que será utilizado. Outro ponto que deve ser destacado é que um outro teste, o de Johansen, é considerado superior em sistemas multivariados. Contudo, como argumenta Alexander (1999), o método de Engle-Granger geralmente é preferido em aplicações práticas pelo fato de ser mais direto, além de possuir uma característica importante: o critério de otimização de Engle-Granger baseia-se em escolher os pesos de forma que o portfólio tenha variância mínima, algo extremamente desejável para a gestão de riscos, enquanto o método de Johansen busca a máxima estacionariedade.

De forma prática, o primeiro passo a ser dado para montar uma estratégia de *index tracking* é escolher as ações que serão utilizadas para compor a carteira de *tracking*. A seleção das ações é parte importante do processo, pois a quantidade e as características das ações escolhidas para participar da carteira de *tracking* influenciará a qualidade de sua aderência ao *benchmark*. Segundo Alexander, Giblin e Weddington (2001), os critérios de seleção podem ser os mais variados, dependendo das preferências dos investidores. Na literatura, é comum que

os pesquisadores trabalhem com as ações que compõem o índice de referência e que possuem elevada liquidez, para facilitar a busca por vetores de cointegração e afastar o risco de liquidez na operação das ações. Neste trabalho, pretende-se testar a estratégia em construção utilizando um número  $s$  fixo de ações ao longo do tempo. Devem ser testados diferentes valores para  $s$ , a fim de ver qual obtém melhor resultado.

O segundo passo consiste em realizar a otimização da carteira através de uma equação de regressão. No caso do mercado de ações brasileiro, a equação de regressão possui a seguinte forma:

$$\ln(\text{Ibov}_t) = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j \ln(P_{j,t}) + \varepsilon_t, \quad \text{Equação (10)}$$

A variável exógena,  $\ln(\text{Ibov}_t)$ , representa o logaritmo natural da série do índice Ibovespa<sup>3</sup> no tempo  $t$ . Já  $\ln(P_{j,t})$  corresponde ao logaritmo natural dos preços de cada  $j$  ação no tempo  $t$ . Utilizar as séries em logaritmo natural não altera suas propriedades de integração e cointegração. Porém, há uma vantagem neste método, qual seja, de que o *tracking error*  $\{\varepsilon_t\}$  passa a ser entendido em formato de retorno, enquanto os  $\beta_j$  correspondem aos respectivos pesos de cada ação. Por fim, os pesos são normalizados para que sua soma seja 1. No caso da Equação (10), o *tracking error* deve ser idêntica e independentemente normalmente distribuído, com média zero e variância constante ( $\varepsilon_t \sim i. i. d. N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ ).

Sequencialmente um teste ADF deve ser realizado na série de resíduos a fim de verificar a estacionariedade e, assim, confirmar a cointegração. Seguindo Alexander (2005a), utilizaremos o teste ADF na seguinte forma:

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \gamma \hat{\varepsilon}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta \hat{\varepsilon}_{t-i} + \mu_t, \quad \text{Equação (11)}$$

A hipótese nula testada na equação acima é de ausência de cointegração, ou seja,  $\gamma = 0$ , contra a hipótese alternativa  $\gamma < 0$ .

### 3.3. LASSO

O modelo LASSO, originalmente proposto por Tibshirani (1996), serve para encolher os parâmetros de um modelo de regressão permitindo que alguns deles assumam valor nulo. Assim, a técnica produz de forma simultânea a seleção das variáveis relevantes no modelo e a

---

<sup>3</sup> Escolhido por ser o índice oficial do mercado de ações no Brasil

estimação de seus respectivos coeficientes. As estimativas são obtidas por um modelo de minimização do erro nos dados sujeito a penalização na norma  $L_1$  dos coeficientes:

$$\hat{\beta}^{LASSO} = \arg \min_{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k} \left\{ \sum_{t=1}^n (y_t - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt})^2 \right\} \text{ subject to } \sum_{j=1}^k |\beta_j| \leq a, \quad \text{Equação (12)}$$

onde  $a$  é o parâmetro de ajuste que determina a intensidade do encolhimento. Escrito em forma de uma função Lagrangeana, a equação (12) toma a seguinte forma:

$$\hat{\beta}^{LASSO} = \arg \min_{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k} \left\{ \sum_{t=1}^n (y_t - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt})^2 + \lambda \sum_{j=1}^k |\beta_j| \right\}, \quad \text{Equação (13)}$$

onde parâmetro  $\lambda \geq 0$  passa a representar a intensidade do encolhimento. Posto em formato matricial, o modelo é tal que:

$$\hat{\beta}^{LASSO} = \arg \min_{\hat{\beta}} \left\{ \|Y - X\beta\|_2^2 + \lambda \sum_{j=1}^k |\beta_j| \right\}, \quad \text{Equação (14)}$$

onde  $\beta$  é o vetor de parâmetros  $k \times 1$ ,  $Y = (y_1, \dots, y_n)'$  é o vetor de dados para a variável dependente,  $X$  é a matriz  $k \times n$  de dados da série dos preditores e  $\lambda \geq 0$  é o parâmetro de encolhimento.

Dessa forma o parâmetro de encolhimento  $\lambda$  desempenha papel fundamental no modelo. À medida em que se reduz  $\lambda$  para zero ou próximo de zero,  $\lambda$  atinge um valor  $\lambda_{OLS}$  tal que o termo de regularização se torna insignificante e os parâmetros estimados pelo método LASSO serão equivalentes aos obtidos por um modelo OLS. De outra forma, tomando  $\hat{\beta}^{LASSO}$  como o vetor  $k \times 1$  de parâmetros estimados obtidos através da regressão LASSO e  $\hat{\beta}^{OLS}$  como o vetor  $k \times 1$  de parâmetros estimados obtidos através da regressão OLS, quando  $\lambda = \lambda_{OLS}$ ,  $\hat{\beta}^{LASSO} = \hat{\beta}^{OLS}$ . À medida que cresce o valor de  $\lambda$ , os parâmetros da regressão vão sendo encolhidos até o caso em que reste no modelo apenas o intercepto, ou seja, todos os demais parâmetros são encolhidos a zero. Seguindo a notação de Medeiros, Vasconcelos e Freitas (2016), esse ponto é o de  $\lambda_c$ . Portanto,  $\lambda_{OLS} \leq \lambda \leq \lambda_c$ .

Conseqüentemente, a questão que deve ser endereçada é qual o valor atribuir a  $\lambda$ . Um método para avaliar o melhor parâmetro  $\lambda$  foi proposto por Tibshirani (1996) e detalhado por Efron e Tibshirani (1993). Tal método é chamado de *K-fold cross validation* (KFCV). Conforme explicado em Nasekin (2013), o método assume que o erro quadrático dos resíduos (RSE) calculado dentro da amostra provavelmente estará subestimado. Assim a amostra original deve ser separada entre amostra de estimação e amostra de avaliação. Tal separação

deve ser realizada  $K$  vezes e o RSE médio computado será a referência de valor para a estatística de validação cruzada (CV). O  $\lambda$  escolhido seria aquele que gerasse o menor CV. Conforme Konzen e Ziegelmann (2016), em vez de tomar o RSE médio como estatística de referência, é possível utilizar algum outro critério de informação, como o *Bayesian Information Criterion* (BIC).

### 3.4. Estratégia empírica e dados

Nessa seção, será descrita a base de dados utilizada, bem como adaptações feitas na base a partir de testes estatísticos para que se possa trabalhar corretamente com a metodologia proposta. Serão discutidas, também, algumas questões metodológicas aplicadas na realização dos testes – cujos resultados serão descritos no capítulo 4.

A base coletada refere-se aos preços de fechamento de todas as ações que participaram da composição do índice Ibovespa em qualquer momento entre o início de 2009 e o fim de 2016. Os preços coletados estão previamente ajustados para eventos corporativos que influenciam o preço das ações, tais como dividendos, *splits*, *inplits*, bonificações, etc. Trabalhar com as ações que constituíram o Ibovespa traz a vantagem de que há um filtro natural de ações com elevada liquidez, tendo em vista que este é um dos principais aspectos considerados na composição do índice. Sobretudo, ativos pouco líquidos ficam sujeitos a maiores distorções entre o preço de fechamento – referência deste trabalho – e o preço segundo o qual tais ativos poderiam, de fato, ser negociados no mercado (CALDEIRA; PORTUGAL, 2010). Além disso, espera-se, por construção, que as ações que compõem o índice possuam mais aderência a ele do que ações que são estranhas ao benchmark. Por fim, elimina-se um potencial problema de *missing values* devido ao fato de haver alguma ação sem dados de negociação em algum dia útil<sup>4</sup>. A coleta dos foi feita por meio do *software* Economática, presente nos laboratórios da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

De posse dos dados, alguns ajustes foram necessários. Em primeiro lugar, tal qual Caldeira e Portugal (2010), optou-se por trabalhar apenas com as 50 principais ações constituintes do Ibovespa no período de formação das carteiras, isto é, as principais ações que constituíam o índice no momento em que as regressões são rodadas. É importante levar em

---

<sup>4</sup> Uma vez que a liquidez é um critério importante para a composição do Ibovespa, as ações que o compõem raramente ficam sem negócios em um dia útil.

consideração, também, que alguns eventos corporativos que ocorreram ao longo dos anos tem o potencial de distorcer a base de dados. Exemplos são aquisições, fusões e incorporações. Nesse sentido, para manter a robustez da base de dados, algumas ações que estariam presentes na base foram ignoradas – são os casos de CLSC5, CLSC6, BRTO4, séries de TMAR, séries de TNLP e UBBR11. Nas ações onde ocorreu troca de código de negociação, manteve-se, em todo o horizonte, o código mais atualizado disponível. Por fim, para empresas que participavam do Ibovespa com ações de mais de uma classe, foi mantida apenas a classe com maior participação no índice. A base final de dados, dessa forma, contou com 87 ações mais o índice Ibovespa, em 1979 dias de negociação.

Discussão necessária em casos que envolvem *index tracking* diz respeito à reconstrução ou não do índice de referência, como realizado em Alexander e Dimitriu (2002), por exemplo, e tratado em Beasley, Meade e Chang (2003). Um índice de referência, qualquer que seja e quaisquer os seus critérios de construção, sofre modificações na sua estrutura ao longo dos períodos de rebalanceamento. Essas modificações podem ser menos relevantes, como no caso do índice Dow Jones<sup>5</sup>, por exemplo, ou mais relevantes, como no caso do Ibovespa. A variação na composição dos índices, por sua vez, afeta a aderência de estratégias de *tracking* – principalmente porque um grupo fixo de ações que atuam como regressores em um determinado momento podem não ter feito parte do índice em algum momento do passado dentro da janela de estimação, ou mesmo porque a própria característica do índice pode mudar ao longo do período de *backtesting*. Por isso, alguns autores reconstróem o índice de referência retroativamente de acordo com a composição mais recente até o momento de rodar as equações de *tracking*. No Brasil, o índice Ibovespa é relativamente instável, seja pelos frequentes eventos corporativos de fusão, aquisição, incorporação, ou pelo fato de empresas entrarem e saírem da listagem de empresas abertas com frequência. Essas questões tornam extremamente difícil a frequente reconstrução do índice para períodos longos no passado. Dessa forma, optou-se, como em Caldeira e Portugal (2010) e Sant’Anna et.al. (2017), por trabalhar com a série do Ibovespa efetivo, sem reconstruí-lo retroativamente.

A estratégia de cointegração em dois passos segundo Engle e Granger (1987) necessita que as séries com as quais se trabalha sejam integradas de ordem 1 (I1) – portanto, passeios aleatórios. Uma vez que a transformação logarítmica será adotada para a execução da equação de regressão, tal qual a Equação 10, foram realizados os testes de raiz unitária tanto no logaritmo

---

<sup>5</sup> O Dow Jones é um índice de referência para o mercado de ações nos EUA.

dos preços quanto nas suas primeiras diferenças logarítmicas, tomando como base temporal todo o período compreendido por este trabalho (2009 a 2016). Como era de se esperar, todas as séries mostraram-se passeios aleatórios: não estacionariedade no logaritmo do preço e estacionariedade nas primeiras diferenças logarítmicas. Caso alguma série não apresentasse característica de passeio aleatório, haveria de ser removida da base.

A execução de um *index tracking* por cointegração passa por alguns momentos básicos: (i) escolher as ações que serão utilizadas para executar o *tracking*; (ii) executar uma regressão sobre a base de dados, utilizando um período específico de tempo amostral (período de formação), e conferir os resultados; (iii) medir o modelo fora da amostra (período de teste); e (iv) reiniciar o processo a cada novo rebalanceamento.

Neste trabalho, o período amostral, a cada rebalanceamento, correspondeu aos 12 meses anteriores ao momento em que se rodaram as regressões. Esse período, comumente visto na literatura, carrega uma janela de observação adequada aos dados: não é curta ao ponto de tirar a robustez das regressões (uma vez que estamos trabalhando com dados diários), nem tão longa a ponto de que a estrutura do índice nesse ínterim seja profundamente alterada. Quanto ao período de balanceamento, foram testadas algumas janelas: mensais, trimestrais, semestrais e anuais.

O caso da escolha de quais ações devem participar do *tracking* (passo 1) é algo mais sensível. Método comum é, de forma *ad hoc*, selecionar as  $s$  ações de maior participação no índice de referência, a exemplo de Alexander (2001), Alexander e Dimitriu (2002), Alexander e Dimitriu (2005.a), Caldeira e Portugal (2010) e Sant'Anna et. al. (2017). Métodos alternativos de seleção também foram testados, com destaque para a utilização de componentes principais em Alexander e Dimitriu (2004), clusters em Focardi e Fabozzi (2004) e análise fatorial em Corielli e Marcellino (2006). Neste trabalho, serão utilizadas duas abordagens distintas para a escolha das ações: uma delas será a abordagem padrão difundida na literatura de escolher as ações com maior participação no índice de referência (esse método será chamado de ADHOC no restante deste trabalho); a outra, será a escolha das ações através da técnica de regressão penalizada LASSO, em uma proposta nova no contexto brasileiro. Em ambos os casos serão testados modelos separados que incluam 8, 10, 12 e 14 ações. A utilização das técnicas será descrita na sequência, por passos.

O primeiro passo é verificar as ações que constituem o índice no fechamento do mês  $t$  e recuperar a série diária do logaritmo de seus preços de  $t-12$  até  $t$ .

De posse dos dados amostrais, o passo 2 consiste em rodar as regressões para cada modelo, ADHOC e LASSO. No método ADHOC, o modelo será dado por:

$$\ln(\text{Ibov}_t) = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j \ln(P_{j,t}) + \varepsilon_t, \text{ subject to } \beta_j \geq 0, \quad \text{Equação (15)}$$

onde  $\ln(\text{Ibov}_t)$  corresponde ao logaritmo natural da série do Ibovespa e  $\ln(P_{j,t})$  corresponde ao logaritmo natural da série das ações selecionadas. A restrição imposta ao modelo diz respeito ao fato de trabalhar-se apenas com posições compradas – não sendo permitidas, portanto, posições vendidas. A restrição foi imposta a fim de proporcionar uma dinâmica mais próxima daquilo que efetivamente pode ser praticado no mercado brasileiro, uma vez que posições vendidas muitas vezes não se tornam viáveis devido aos custos de transação e liquidez que envolvem o aluguel da ação. Ademais, o valor do aluguel de uma ação e sua disponibilidade em termos de liquidez tem alta variabilidade de acordo com as condições de mercado – de tal forma que uma estimação dos custos de aluguel envolvido em posições vendidas poderia distorcer os resultados e afastá-los daquilo que seria possível de ser executado de fato. Por sua vez, carteiras que englobam apenas posições compradas, quando se limita o número de ativos (que são líquidos), torna-se viável para uma diversidade maior de investidores. O teste ADF é realizado nos resíduos para verificar sua estacionariedade e, conseqüentemente, a existência de cointegração. Por fim, os coeficientes da regressão são normalizados para que sua soma seja um e, assim, representem o peso de cada ação no portfólio.

No método LASSO, executa-se a regressão penalizada

$$\hat{\beta}^{LASSO} = \arg \min_{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k} \left\{ \sum_{t=1}^n (y_t - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{jt})^2 + \lambda \sum_{j=1}^k |\beta_j| \right\}, \text{ subject to } \beta_j \geq 0,$$

Equação (16)

onde  $\beta$  é o vetor de parâmetros  $k \times 1$ ,  $Y = (y_1, \dots, y_n)'$  é o vetor da série do logaritmo natural do índice Ibovespa,  $X$  é a matriz  $k \times n$  de dados do logaritmo do preço das ações e  $\lambda \geq 0$  é o parâmetro de encolhimento. Nesse contexto,  $\lambda$  desempenha um papel fundamental, pois sua escolha determina o padrão de penalização da regressão e, conseqüentemente, o encolhimento dos parâmetros  $\beta_j$ . Neste trabalho, utilizou-se o pacote *penalized*<sup>6</sup> de Goeman, J. (2010) para o software estatístico R Project<sup>7</sup>, a fim de variar o valor de  $\lambda$  até que restassem no modelo de

<sup>6</sup> Utilizou-se a versão atualizada do pacote: Jelle J. Goeman (2017). Penalized R package, version 0.9-50.

<sup>7</sup> R Core Team (2017). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.

regressão parâmetros  $\beta_j$  não nulos apenas para a quantidade  $s$  ativos de interesse a cada teste. A vantagem de se utilizar tal pacote reside no fato de ser possível permitir  $\lambda$  variar segundo os valores em que ele é capaz de alterar o conjunto de parâmetros ativos (não nulos), conforme Park e Hastie (2007). Dessa forma, quando um conjunto de  $s$  ativos é escolhido e os resíduos da modelagem se mostram estacionários (através da realização do teste ADF), adota-se o procedimento de normalização para que a soma dos parâmetros  $\beta_j$  seja igual a um e, assim, representem o peso de cada ação no portfólio – tal qual no método ADHOC.

É interessante notar que o procedimento LASSO, tal como proposto, utiliza-se da ideia já amplamente testada de *index tracking* via otimização por cointegração, na medida em que o LASSO busca, ao fim de tudo, parâmetros que correspondam a um vetor de cointegração – gerando resíduos estacionários. A regressão acabará por encontrar apenas um vetor de cointegração, que leve aos resíduos com menor erro quadrático médio. Entretanto, isso não significa que não possam haver outros vetores de cointegração.

Na sequência do procedimento, o passo 3 consiste em medir o desempenho do *tracking* para fora da amostra e, por último, o passo 4 corresponde ao balanceamento da carteira a partir de um novo início do processo (passo 1).

## 4. Resultados

Nesta seção, serão abordados os resultados dos modelos de *tracking* do Ibovespa em todas as combinações testadas. Foram testados modelos com 8, 10, 12 e 14 ativos, com janelas de balanceamento mensais, trimestrais, semestrais e anuais, para situações com corretagem zero e corretagem de 0,5% sobre o valor de cada operação. A variação de modelos com diferentes números de ativos e janelas de rebalanceamento é feita de forma similar a Caldeira e Portugal (2010) e Santana et. al. (2017), ambas aplicações para o mercado brasileiro que seguem o exemplo da literatura internacional<sup>8</sup>. Os períodos de avaliação fora da amostra seguem em linha com os períodos de rebalanceamento das carteiras – 1 mês, 3 meses, 6 meses e 1 ano, correspondendo às frequências de rebalanceamento anuais de 12x, 4x, 2x e 1x. A corretagem, por sua vez, foi escolhida por estar em linha com a taxa usualmente praticada em operações de

---

<sup>8</sup> Em Caldeira e Portugal (2010) são testadas janelas de rebalanceamento de 1, 2 e 3 meses, enquanto Santana et. al. (2017) utilizam 1, 2, 3, 6 e 12 meses.

renda variável no mercado brasileiro. Sobretudo, introduzir o custo operacional básico proporciona maior aderência ao que efetivamente pode ser realizado no mercado de ações brasileiro.

Algumas métricas de avaliação serão utilizadas para retratar o desempenho das carteiras que buscam replicar o Ibovespa. Abaixo serão descritas as medidas de avaliação utilizadas para as estratégias:

- (i) Assimetria: Assimetria dos retornos aritméticos diários;
- (ii) Beta: Medido sobre os retornos aritméticos diários de cada carteira e os retornos aritméticos diários do Ibovespa;
- (iii) Correlação (cor): Correlação entre os retornos aritméticos diários de cada carteira e os retornos aritméticos diários do Ibovespa;
- (iv) *Information Ratio* (IR): Corresponde à divisão do CAGR dos retornos aritméticos pela volatilidade anualizada dos retornos aritméticos;
- (v) Média: Média dos retornos aritméticos diários;
- (vi) Retornos cumulativos (ret.cum): Retorno aritmético acumulado no período;
- (vii) *Tracking error* cumulativo (te.cum): *Tracking error* acumulado no período;
- (viii) *Tracking error* médio (te.medio): Média *tracking error* diário;
- (ix) Volatilidade do *tracking error* (te.vol): Volatilidade dos *tracking errors* diários;
- (x) *Turnover* médio: Corresponde ao giro médio da carteira a cada rebalanceamento. Por giro, nesse caso, entende-se a troca de qualquer posição. Como o portfólio está sempre 100% comprado, a venda de uma posição implica necessariamente uma compra para substituí-la. Por isso, ao medir o *turnover* considerou-se apenas um desses movimentos, a fim de não incorrer em dupla contagem. Para computar custos de transação, considerou-se tanto as compras quanto as vendas;
- (xi) Volatilidade (vol): Volatilidade anualizada dos retornos aritméticos diários.

As medidas serão analisadas a cada ano separadamente e, por fim, para o período cheio. Os resultados para o Ibovespa são estáticos, uma vez que as medidas dizem respeito tão somente ao resultado do índice, não havendo nenhum custo de transação associado nem modificações nos períodos de balanceamento. A Tabela 1, abaixo, mostra o retrato do desempenho do Ibovespa durante o período analisado.

**Tabela 1 - Estatísticas do Ibovespa**

Estatística	IBOVESPA							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1715	-0,5101	0,2619	-0,0250	0,1840	0,3330	0,1618	0,0515
beta	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
cor	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
curtose	0,9198	3,1261	0,2987	0,2971	0,6466	0,1143	0,9195	1,2319
IR	0,0513	-0,7336	0,3425	-0,7538	-0,1154	-0,5714	1,4613	-0,0790
media	0,0001	-0,0007	0,0004	-0,0006	0,0000	-0,0005	0,0015	0,0000
ret.cum	0,0104	-0,1811	0,0740	-0,1550	-0,0291	-0,1331	0,3894	-0,1219
te.cum	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
te.medio	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
te.vol	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
turnover.medio	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
vol	0,2037	0,2468	0,2160	0,2056	0,2524	0,2330	0,2664	0,2329

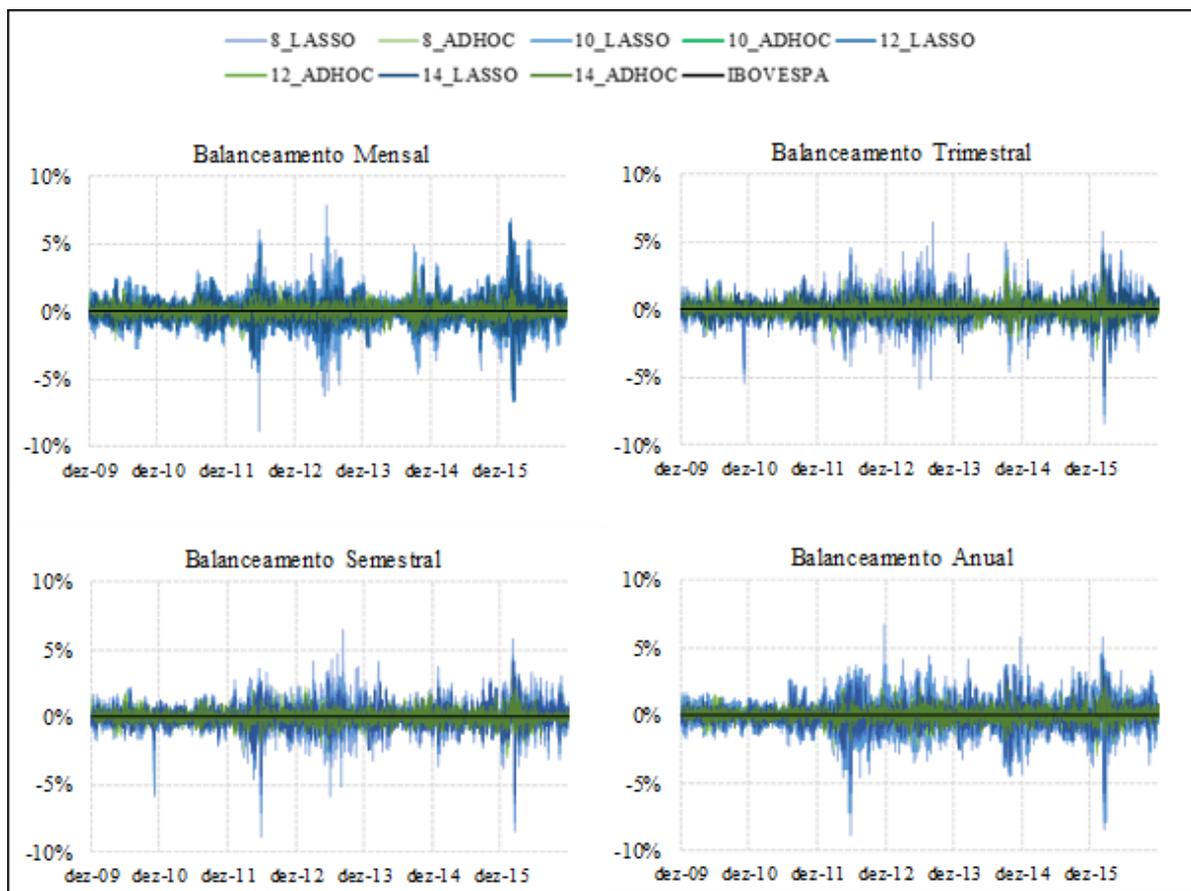
Nota: Base de dados: Econômica. Cálculos realizados pelo autor.

O Ibovespa apresentou uma clara tendência negativa ao longo do período analisado. Considerando-se o período cheio, o índice teve desempenho negativo de 12,19%, com média anual de -0,35% e mediana de -2,91% (correspondente ao ano de 2014). Depois da recuperação dos preços ocorrida em 2009 e 2010, na esteira da crise de 2008, o Ibovespa entrou em trajetória marcadamente negativa, até 2015. Nota-se, em 2016, uma recuperação bastante acentuada no índice, que subiu aproximadamente 39% nesse ano, registrando a maior volatilidade anualizada dentre todos os anos tabelados (26,64%). O resultado fortemente positivo do índice modifica substancialmente a média dos retornos, de tal forma que, excluído 2016, a média dos retornos seria de -6,90%. Porém, mesmo a alta forte no último ano de análise não foi capaz de apagar o resultado no período cheio. Em termos de volatilidade dos retornos, o índice apresentou média de volatilidade anualizada dos retornos diários de 23,20%, com baixa dispersão. Consequentemente, o *information ratio* do índice acabou sendo negativo em 7,90%.

Os resultados para as carteiras de *index tracking* estão colocadas de forma completa no ANEXO I, da Tabela I.1 à Tabela I.16. As tabelas do ANEXO II, por sua vez, agrupam os resultados do ANEXO I segundo as estatísticas de referência, descritas no início deste capítulo, a fim de tornar mais fácil a comparação entre os diferentes modelos testados. Além da separação por número de ativos, janela de rebalanceamento e corretagem, as análises serão segregadas para cada método de seleção dos ativos. O método que emprega a estratégia de seleção pelos maiores participantes do Ibovespa será chamado de ADHOC, enquanto o método que emprega a técnica de seleção por regressão penalizada da norma L1 dos coeficientes será chamada pelo seu próprio nome (LASSO).

O *index tracking* através do método de seleção LASSO acabou por gerar *tracking errors* diários de média negativa em todos os modelos. A Figura 1 mostra de forma gráfica os resultados para os modelos sem corretagem – a dinâmica dos modelos com corretagem é a mesma. Os resultados completos estão postos no ANEXO I e agregados por estatística no ANEXO II. Para o método LASSO, o *tracking error* médio diário cresce, em termos absolutos, à medida que se aumentam os períodos de rebalanceamento da estratégia – como era de se esperar. Nos modelos de corretagem zero, a média do *tracking error* diário sai de -0,007% nos modelos de balanceamento mensal para -0,039% nos modelos de balanceamento anual; nos modelos de corretagem 0,5%, esses valores são de -0,021% e -0,042%. A introdução da corretagem piora levemente a aderência dos modelos, sendo que, como era de se esperar, quanto mais frequentes os rebalanceamentos, maior a interferência desse custo. Para o método do LASSO, a média dos *tracking errors* diários é, em termo absoluto, cerca de 0,007% menor no modelo sem corretagem em comparação ao modelo com corretagem. A penalização do modelo que inclui corretagem, contudo, decai à medida que se aumenta o período de balanceamento. Em termos de número de ativos considerados em cada modelo, este não parece desempenhar um papel relevante, uma vez que o desempenho nos modelos com diferentes números de ativos é homogêneo (-0,023% e -0,031% nos modelos sem e com corretagem). Nota-se, porém, que à medida que se aumenta o número de ativos envolvidos, a vantagem do modelo sem corretagem decai marginalmente. A menor tração dos modelos ao Ibovespa se deu nos anos de 2012, 2014 e 2016. Nos anos de 2012 e 2014, considerando todos os modelos LASSO rodados, a média dos *tracking errors* diários foi de -0,095% e -0,097%, respectivamente. Em 2016, o modelo passa a ter desempenho marcadamente superior ao Ibovespa, com a média dos *tracking errors* diários em 0,122%. O ano de 2016 foi o único em que a média dos *tracking errors* diários assumiu valor positivo.

**Figura 1 - Gráficos dos *tracking errors* diários por sAtivos\_Método (corretagem zero)**



Nota: Cálculos realizados pelo autor.

O *tracking error* diário médio dos modelos construídos a partir do método de seleção ADHOC foi, em termos absolutos, menor do que aqueles conseguidos pelo método LASSO e, portanto, mais aderentes ao Ibovespa. A média dos *tracking errors* diários no método ADHOC foi de apenas -0,006%. Ponto interessante é que tanto o período de rebalanceamento quanto o número de ativos envolvidos não apresentaram ligação direta com os *tracking errors* diários – em termos de rebalanceamento o melhor resultado foi encontrado na janela mensal, enquanto o número de ativos com melhor desempenho foi 8. Conforme o balanceamento das carteiras torna-se menos frequente, maior a diferença absoluta dos resultados no *tracking error* diário entre os modelos LASSO e ADHOC. Com balanceamento mensal, enquanto a média dos *tracking errors* diários no método LASSO é de -0,014%, para o método ADHOC esse valor é de -0,005% (diferença de -0,008 p.p.). Já no balanceamento anual, a média dos *tracking errors* diários no método LASSO é de -0,041%, enquanto o método ADHOC apresenta -0,004% (diferença de -0,037 p.p.). Olhando para os resultados por número de ativos em carteira, a diferença na média dos *tracking errors* diários entre o método LASSO e ADHOC é estável em torno de -0,02 p.p. Analisando os dados a cada ano, percebe-se que o método LASSO gerou

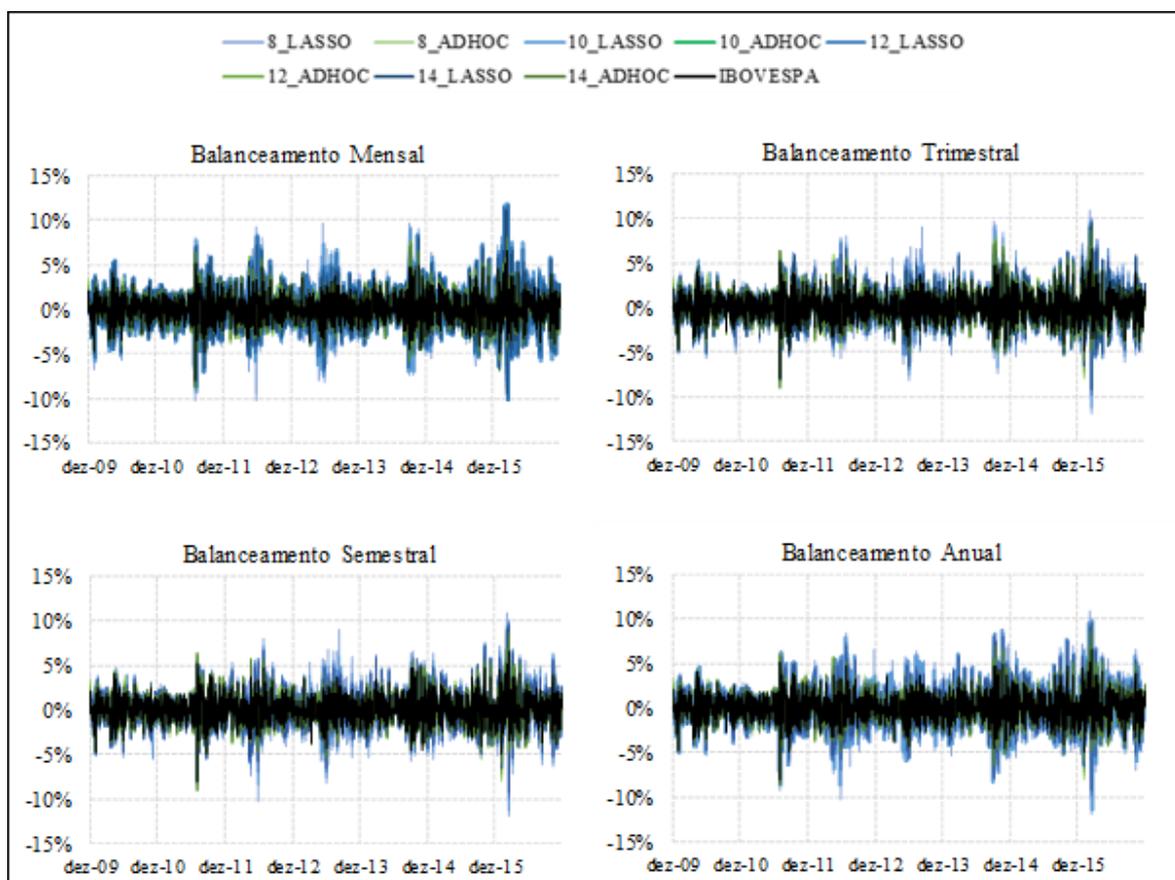
*tracking errors* diários médios mais negativos do que aqueles gerados pelo método ADHOC em quase todos os anos – a exceção foi o ano de 2016, devido à excepcionalidade da média positiva dos *tracking errors* gerados pelo LASSO.

Em termos de volatilidade dos *tracking errors*, que estão compilados no ANEXO II, tabela II.2, a inclusão dos custos de corretagem praticamente não altera os resultados. De forma geral, o método LASSO gera *tracking errors* diários com volatilidade cerca de 1.9 vezes maior do que aqueles gerados pelo método ADHOC (0,97% vs 0,49%). É interessante notar que tanto para o método LASSO quanto para o método ADHOC, os anos de 2010 e 2011 foram os que registraram menor volatilidade dos *tracking errors diários*: 0,64% e 0,66% para o LASSO; 0,39% e 0,35% para o ADHOC. A partir de então os modelos carregam marginalmente maior volatilidade nos *tracking errors*. Em ambos os modelos, o pico de volatilidade dos *tracking errors* é observado no ano de 2016 – 1,25% e 0,55% para o LASSO e ADHOC, respectivamente. Como era de se esperar, em ambos os modelos a volatilidade dos *tracking errors* decresce levemente à medida que um maior número de ativos é adicionado – em linha com o que prega a teoria de diversificação de portfólios. Para o LASSO, 8 ativos geram valor de 1,28%, enquanto 14 ativos geram 0,74%. No ADHOC, esses valores são de 0,57% e 0,42%, respectivamente. Quanto ao tempo de balanceamento, este não parece ter relação direta com a volatilidade dos *tracking errors diários*.

Quando se trata da média dos retornos diários gerados por cada modelo, percebe-se, assim como nos *tracking errors*, a influência do custo de corretagem nos resultados. O método LASSO gera retornos médios de -0,024% (-0,020% na média dos modelos sem corretagem e -0,027% na média dos modelos com corretagem). Por sua vez, o método ADHOC gera retornos médios de -0,003% (-0,001% na média dos modelos sem corretagem e -0,005% na média dos modelos com corretagem). De toda forma, as metodologias acabam por ter retornos médios diários menores do que aquele do Ibovespa, de 0,003%. A Figura 2 mostra de forma gráfica os resultados dos retornos diários para os modelos de corretagem zero. O número de ativos envolvidos tem influência direta no retorno diário médio nos modelos LASSO. Conforme o número de ativos aumenta, o retorno diário médio cresce marginalmente (isto é, torna-se menos negativo): sem corretagem, o retorno médio diário sai de -0,0243% (8 ativos) para -0,0226% (14 ativos); com corretagem, o retorno médio diário sai de -0,0318% (8 ativos) para -0,0294% (14 ativos). Além disso, tal qual é percebido nos *tracking errors*, a vantagem do modelo sem corretagem decai à medida que se trabalha com um número maior de ativos. Nos métodos ADHOC o número de ativos não parece desempenhar papel relevante. Quando se trata do

período de balanceamento, tanto no método LASSO quanto no ADHOC a vantagem dos modelos sem corretagem decai à medida que se eleva o período de balanceamento. Porém, enquanto no método LASSO percebe-se uma piora dos retornos diários médios com a diminuição da frequência de balanceamento, tal fenômeno não é direto no método ADHOC. Analisando os retornos diários a cada ano, nota-se que a média para o método LASSO é positiva apenas em 2016. No método ADHOC, os retornos médios diários são positivos em 2010, 2012 e 2016. Para o Ibovespa, os valores positivos se dão em 2010, 2012, 2014 e 2016.

**Figura 2 - Gráficos de retornos diários por sAtivos\_Método (corretagem zero)**

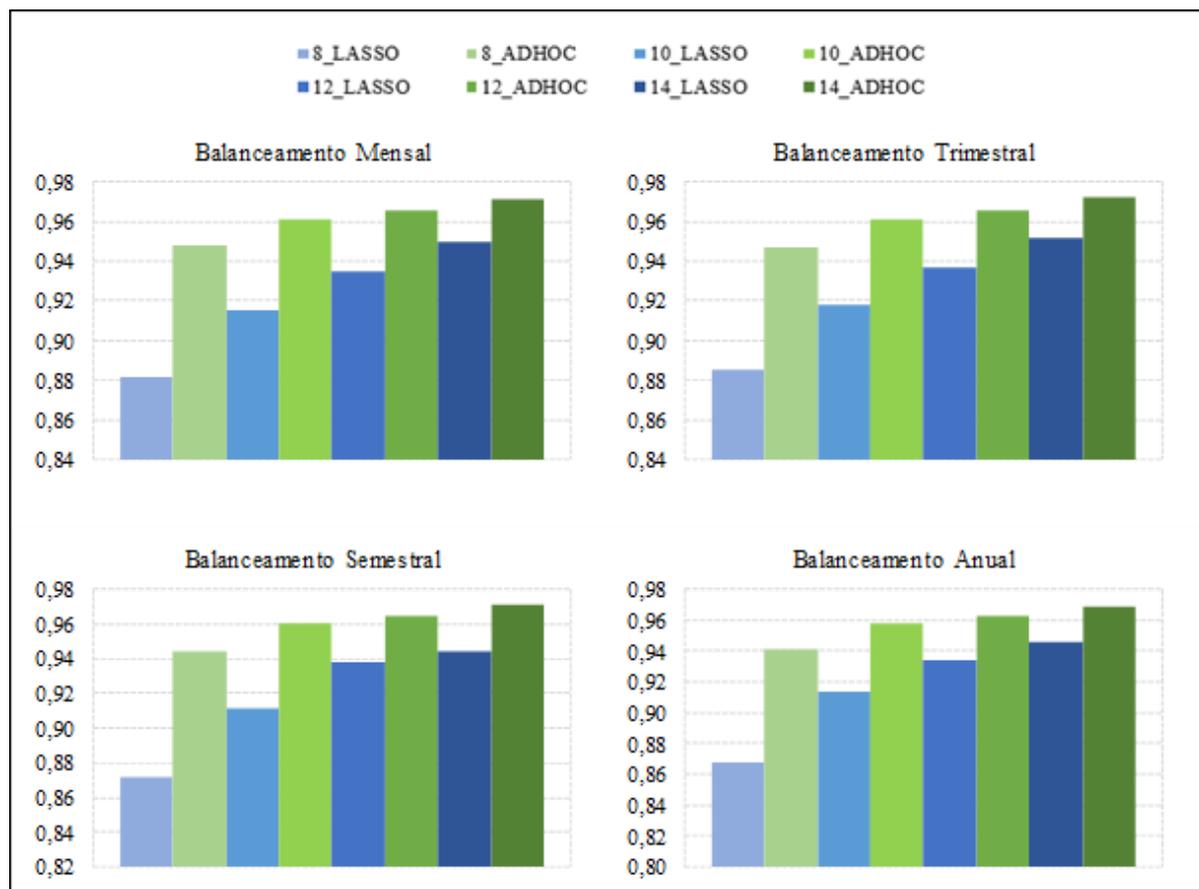


Nota: Cálculos realizados pelo autor.

Analisando a volatilidade anualizada dos retornos diários, a inclusão do custo de corretagem não tem interferência significativa nos resultados. Os modelos LASSO apresentaram volatilidade anualizada média de 33,8% no período cheio, enquanto os modelos ADHOC se mostram mais parcimoniosos, com volatilidade de 26,6%. De toda forma, as duas metodologias geraram retornos mais voláteis do que aqueles gerados pelo índice Ibovespa. Para ambas as metodologias, o aumento do número de ativos faz a volatilidade dos retornos decair – sendo que essa diferença é mais marcante no método LASSO. A frequência de balanceamento, por sua vez, não parece ser um determinante para a volatilidade dos retornos.

Todos os modelos testados possuem retornos diários altamente correlacionados com os retornos do Ibovespa, sendo que a inclusão dos custos de corretagem tem efeito pífio sobre o resultado. A Figura 3 mostra o nível das correlações – a Tabela II.4 mostra os resultados completos. Os modelos construídos a partir de metodologia de seleção ADHOC possuem correlação de retornos diários de 0,96 em relação ao Ibovespa. Por seu turno, o retorno diário dos modelos construídos a partir da seleção pelo método LASSO tem correlação de 0,91 com os retornos diários do Ibovespa. A vantagem dos modelos ADHOC sobre os modelos LASSO é percebido em todos os anos monitorados. Em ambos os modelos, o ano de maior correlação foi 2011 (0,95 para o LASSO e 0,98 para o ADHOC). A menor correlação é observada em 2013 (0,86 para o LASSO e 0,92 para o ADHOC). Percebe-se aumento da correlação conforme o número de ativos envolvidos nos modelos aumenta.

**Figura 3 - Gráficos das correlações dos retornos diários por sAtivos\_Método (corretagem zero)**



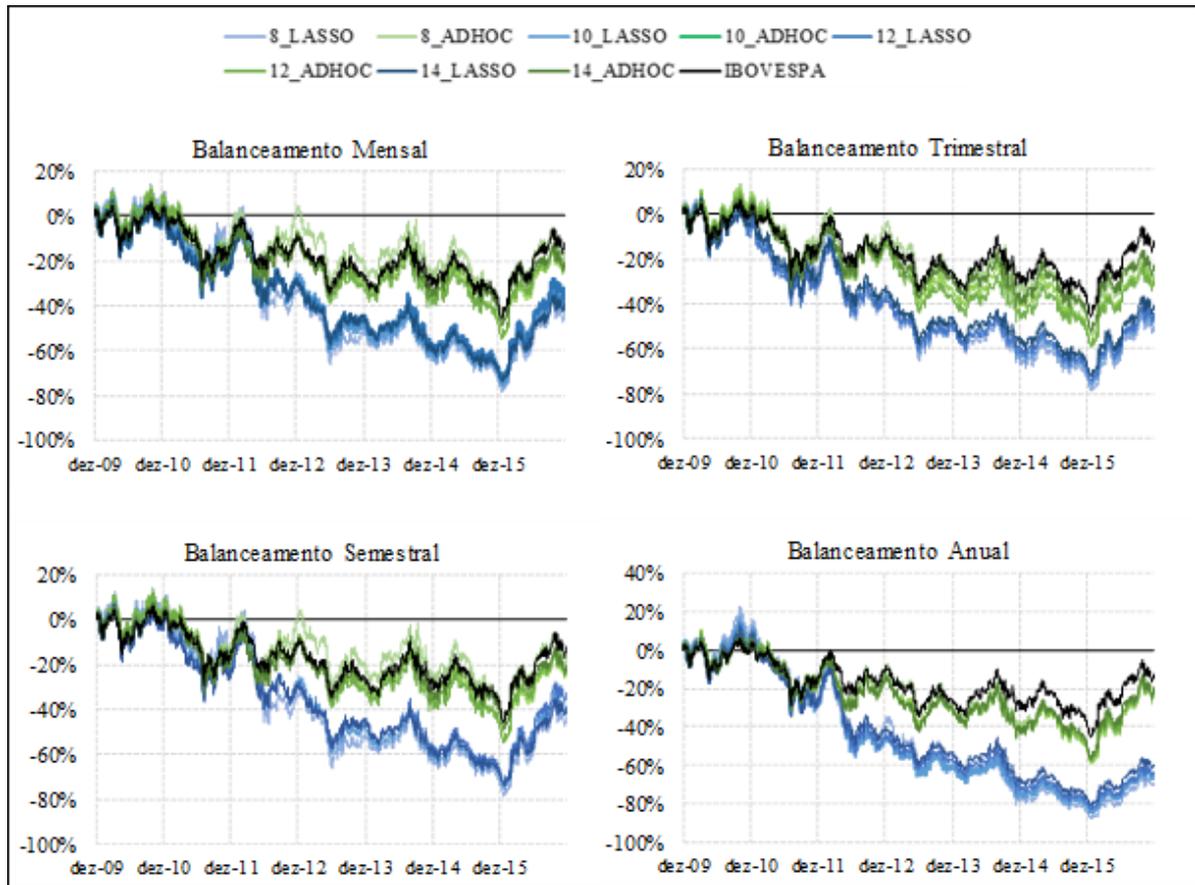
Nota: Cálculos realizados pelo autor.

Ao longo do tempo, os modelos ADHOC se mostraram mais aderentes ao *benchmark* do que os modelos LASSO. A Figura 4 e a Figura 5 mostram, respectivamente, os retornos acumulados e os *tracking errors* acumulados dos modelos de corretagem zero. Apesar de os

valores serem pouco distintos dos modelos de corretagem 0,5%, a dinâmica permanece a mesma – a Tabela II.6 e a Tabela II.8, ambas no ANEXO II, trazem os resultados completos. Ao longo dos 7 anos de análise, o *tracking error* cumulativo dos modelos LASSO foi de -42,2% (-54,41% de retorno), contra -13,1% (-25,29% de retorno) dos modelos ADHOC. Olhando para o passeio completo, nos modelos LASSO nota-se aumento do *tracking error* à medida em que se reduz a frequência do rebalanceamento (ou seja, aumenta-se a janela) e diminui-se o número de ativos envolvidos. Portanto, considerando-se o período completo de análise, os modelos LASSO são mais aderentes quando há mais ativos envolvidos e quando mais curta é a janela de rebalanceamento. Por sua vez, os modelos desenvolvidos pelo método ADHOC não mostram relação direta entre os *tracking errors* gerados e a frequência de rebalanceamento ou número de ativos envolvidos. No período cheio, o Ibovespa demonstrou clara tendência negativa, retornando -12,19%. Os modelos LASSO obtiveram retornos negativos de 2010 a 2015, sendo que em 2016 o resultado foi fortemente positivo. Em contraste, tanto os modelos ADHOC quanto o Ibovespa tiveram retornos positivos em 2010, 2012 e 2016. A inclusão da corretagem penalizou os modelos LASSO em 6,2 p.p. no retorno agregado. Nos modelos ADHOC, a penalização foi de 5,6 p.p. Durante o período analisado, os retornos do modelo LASSO se mostraram mais negativos quanto menor o número de ativos envolvidos no modelo e quanto menor o período de balanceamento. Nos modelos ADHOC esses fenômenos não são observados.

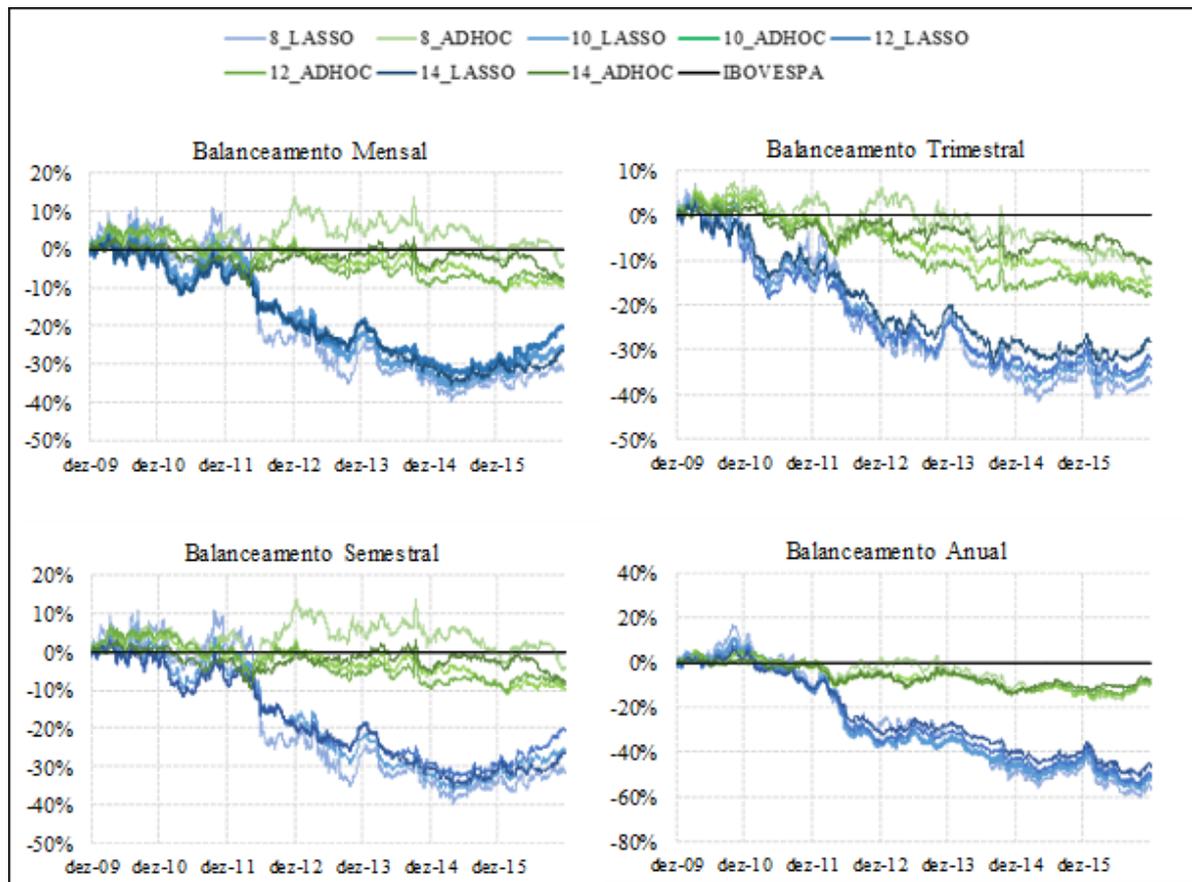
Tendo ficado claro o viés negativo dos retornos durante o período de análise, tanto para o Ibovespa quanto para os modelos de *tracking*, naturalmente o *information ratio* se mostrou negativo para todos os modelos: -32,2% para o LASSO, -15,4% para o ADHOC e -7,9% para o Ibovespa. Em termos de número de ativos envolvidos nos modelos, nota-se muita proximidade entre o IR conseguido pelos modelos para cada  $n$  ativos, especialmente quando se inclui os custos de corretagem. Por outro lado, o período de balanceamento parece ser grande determinante do IR, notadamente nos modelos LASSO. À medida em que se diminui a frequência do balanceamento, o IR decai fortemente. Para balanceamentos mensais, o IR dos modelos LASSO é de -23,6%, enquanto balanceamentos anuais possuem IR de -40,9%.

Figura 4 - Gráficos de retornos acumulados por sAtivos\_Método (corretagem zero)



Nota: Cálculos realizados pelo autor.

Figura 5 - Gráficos dos *tracking errors* acumulados por sAtivos\_Método (corretagem zero)



Nota: Cálculos realizados pelo autor.

## 5. Conclusões

Este trabalho objetivou comparar a execução de um *index tracking* pela técnica de seleção por participação dos ativos no índice de referência com uma metodologia endógena que endereça tanto a questão da seleção dos ativos quanto de sua participação na carteira de *tracking*. Para esta última, utilizou-se a técnica de regressão penalizada LASSO, que é capaz de selecionar os ativos que devem compor o *tracking* – mantendo seus parâmetros não nulos – e determinar a ponderação do portfólio. A utilização da técnica LASSO tal como proposta, constituiu uma novidade na aplicação para o mercado financeiro brasileiro. A comparação entre as técnicas foi aplicada para o mercado brasileiro, no contexto de um *index tracking* diário do Ibovespa, entre os anos de 2010 e 2016, em um total de 1979 dias de negociação. A base final de dados, dessa forma, contou com 87 ações mais o índice Ibovespa. Foram testados modelos com 8, 10, 12 e 14 ativos, com janelas de balanceamento mensais, trimestrais e anuais, para

situações com corretagem zero e corretagem de 0,5% sobre o valor de cada operação. Os períodos de avaliação fora da amostra seguem em linha com os períodos de rebalanceamento das carteiras.

O primeiro ponto a se observar é que todos os modelos testados possuem retornos diários altamente correlacionados com os retornos do Ibovespa. Nota-se que as maiores correlações são conseguidas pelos modelos ADHOC – 0,96 vs 0,91 dos modelos LASSO. A vantagem dos modelos ADHOC sobre os modelos LASSO é percebido em todos os anos monitorados. O grau de correlação com o índice alcançado pelo método ADHOC está em linha com a literatura prévia para o mercado brasileiro, ficando levemente acima dos 0,94 conseguidos por Caldeira e Portugal (2010) e levemente abaixo dos 0,97 alcançados por Santana et. al. (2017). Alta correlação dos retornos diários frente ao *benchmark* também é observado na literatura internacional.

A medida central de análise para verificar a qualidade de tração dos modelos é o *tracking error*. Nesse sentido, ao longo do período analisado, os modelos que utilizam a seleção de ativos pelo critério de participação no índice (chamados de ADHOC) se mostraram superiores aos modelos que se utilizam da técnica LASSO. A vantagem dos modelos ADHOC sobre os modelos LASSO se mostrou tanto maior quanto maior a janela utilizada para o rebalanceamento das carteiras. Olhando para os resultados por número de ativos em carteira, a diferença na média dos *tracking errors* diários entre o método LASSO e ADHOC foi estável em torno de -0,02 p.p. Olhando para o período completo, percebe-se que tanto a frequência de rebalanceamento quanto o número de ativos envolvidos no modelo possuem papel importante na explicação dos *tracking errors* cumulativos dos modelos LASSO. Essa classe de modelos mostrou-se mais aderente ao Ibovespa quanto mais ativos são envolvidos e quanto mais curta é a janela de rebalanceamento. Por sua vez, os modelos desenvolvidos pelo método ADHOC não mostram relação direta entre os *tracking errors* cumulativos gerados e a frequência de rebalanceamento ou número de ativos envolvidos.

Outro ponto chave para os resultados parece ser a diferença na volatilidade dos retornos e, conseqüentemente, dos *tracking errors* dos modelos. De forma geral, o método LASSO gerou *tracking errors* diários com volatilidade cerca de 1.9 vezes maior do que aqueles gerados pelo método ADHOC (0,97% vs 0,49%). Como era de se esperar, em ambos os modelos a volatilidade dos *tracking errors* decresceu levemente à medida que um maior número de ativos foi adicionado. Quanto ao tempo de balanceamento, este não pareceu ter relação direta com a

volatilidade dos *tracking errors* diários. A maior volatilidade nos modelos construídos a partir do método de seleção LASSO contribuiu para que, ao longo do tempo, sua tração ao Ibovespa tivesse menor aderência quando comparado à aderência propiciada pelos modelos ADHOC.

A execução da estratégia *index tracking* através de um método que utiliza ações com maior participação no índice de referência e otimiza seus pesos pela técnica de cointegração já havia sido testada com sucesso na literatura, inclusive para o caso brasileiro. Dessa forma os modelos que chamamos de ADHOC serviram como um *benchmark* para a avaliação do novo método proposto, baseado em LASSO. De forma geral, a técnica LASSO, aplicada nesse contexto, é uma extensão da técnica de cointegração, uma vez que tem base na ideia de regressão e avaliação da estacionariedade dos resíduos. Nos testes realizados neste trabalho, o modelo *ad hoc* tradicional, de escolha de ações por participação combinada com otimização por cointegração, mostrou-se superior em termos de *tracking error* frente aos modelos LASSO.

A explicação da superioridade do modelo *ad hoc* tradicional frente ao modelo LASSO pode residir na própria lógica de construção de cada um. A metodologia LASSO busca a escolha de ações em um modelo que tenha sido aderente ao índice em uma janela passada – tão somente isso. Já o método por participação, por construção, torna-se mais estável à medida em que os ativos utilizados na regressão em um período tendem a permanecer com alta participação no índice oficial ao longo do tempo, influenciando seus retornos a todo instante. Nesse sentido, se há maior estabilidade nos ativos utilizados, a otimização busca apenas calibrar os pesos e, por fim, contribuir para a aderência do modelo. De certa forma, é como se os modelos ADHOC construídos trabalhassem com uma informação implícita com relação ao futuro: uma espécie de garantia em trabalhar com ações que continuarão tendo participação estável no índice. A lógica de construção de cada tipo de modelo implica, portanto, em uma tarefa mais árdua para os modelos LASSO na execução do *tracking*.

Tomando o exposto acima, cabe, neste ponto, uma reflexão a respeito do universo de ações utilizada nos modelos de *tracking*. Para não incorrer em problemas de liquidez, *missing values* e outros, optou-se por utilizar ações que fizessem parte do índice de referência – é isso que permitiu saber quais ações com maior participação no índice e incorporá-las nos modelos ADHOC. Teoricamente, na eventualidade de não conhecermos a composição do índice ou trabalharmos com ações estranhas ao *benchmark*, o método LASSO seria o mais adequado para lidar com o problema. Afinal, o modelo LASSO é uma ferramenta construída para lidar com

modelos com esparsidade ou modelos em que existem muitas variáveis candidatas a preditoras e não se sabe, a priori, quais delas realmente são relevantes.

Por fim, em que pese a densidade técnica de modelos de *index tracking* com escolha endógena de ativos – incluindo neste grupo, agora, o modelo LASSO –, a metodologia de escolha de ativos por participação no índice combinada com otimização por cointegração parece ser um método, além de aderente, bastante prático. O menor peso computacional, a lógica mais direta e a praticidade da metodologia tradicional de escolha de ativos por participação no índice, portanto, justifica sua efetiva utilização. Nesse sentido, os resultados encontrados estão em linha com os achados anteriores da literatura financeira.

## Referências Bibliográficas

- ALEXANDER, C. Optimal hedging using cointegration. **Philosophical Transactions of the Royal Society**, v. 357, p. 2039-2058, 1999.
- ALEXANDER, C.; DIMITRIU, A. The cointegration alpha: Enhanced index tracking and long-short equity Market neutral strategies. **ISMA discussion Papers in Finance**, n. 08, 2002.
- ALEXANDER, C.; DIMITRIU, A. Sources of over-performance in equity markets. **Journal of Portfolio Management**, v. 30, n. 04, p.170–185, 2004.
- ALEXANDER, C.; DIMITRIU, A. Indexing and statistical arbitragem: tracking error or cointegration? **Journal of Portfolio Management**, v. 31, p. 50-63, 2005a.
- ALEXANDER, C.; DIMITRIU, A. Indexing, cointegration and equity Market regimes. **International Journal of Finance and Economics**, v. 10, p. 213-231, 2005b.
- ALEXANDER, C.; GIBLIN, C. I.; WEDDINGTON, W. Cointegration and Asset Allocation: A New Active Hedge Fund Strategy. **Research in International Business and Finance**, v. 16, p. 65-90, 2001.
- APPEL, I. R.; GORMLEY, T. A.; KEIM, D.B. Passive investors, not passive owners. **Journal of Financial Economics**, v. 121, n. 1, p. 111–141, 2016.
- AVELLANEDA, M.; LEE, J. -H. Statistical arbitrage in the US equity market. **Quantitative Finance**, v. 10, p. 761-782, 2010.
- BEASLEY, J.; MEADE, N.; CHANG, T. J. An evolutionary heuristic for the index tracking problem. **European Journal of Operational Research**, v. 148, n. 3, p. 621-643, 2003.
- BERK, K. N. Comparing subset regression procedures. **Technometrics**, v. 20, n.1, p. 1-6, 1978.
- BOSSAERTS, P. Common nonstationary components of asset prices. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 12, p. 347-364, 1988.
- BOX, G. E. P.; TIAO, G. C. A canonical analysis of multiple time series. **Biometrika**, v. 64, n. 2, p. 355-365, 1977.
- CALDEIRA, J. F.; MOURA, G. V. Selection of a Portfolio of Pairs Based on Cointegration: A Statistical Arbitrage Strategy. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 11, n. 1, p. 49-80, 2013.

- CALDEIRA, J. F.; PORTUGAL, M. Estratégia Long-Short, Neutra ao Mercado, e Index Tracking Baseadas em Portfólios Cointegrados. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 8, n.4, p. 469-504, 2010.
- CARHART M.M. On Persistence in Mutual Funds Performance. **The Journal of Finance**, v. 52, n.1, p. 57-82, 1997.
- CHEN, J.-H.; HUANG, C.-Y. An analysis of the spillover effects of exchange-traded funds. **Applied Economics**, v. 42, n. 9, p. 1155–1168, 2010.
- CHEN, Z.; KNEZ, P. J. Measurement of Market Integration and Arbitrage. **Review of Financial Studies**, v. 8, n. 2, p. 287-325, 1995.
- CORIELLI, F.; MARCELLINO, M. Factor based index tracking. **Journal of Banking & Finance**, v. 30, n. 8, p. 2215–2233, 2006.
- DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. **Journal of the American Statistical Association**, v. 74, n. 366, p. 427-431, 1979.
- EFRON, B.; TIBSHIRANI, R.J. **An Introduction to the Bootstrap**. Chapman & Hall/CRC, 1993.
- ENDERS, W. **Applied Econometric Time Series**. 3. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2010.
- ENGLE, R.F.; GRANGER, C. W. J. Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing. **Econometrica**, v. 55, n. 2, p. 251-276, 1987.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies. **The Journal of Finance**, v. 51, n.1, p. 55-84, 1996.
- FOCARDI, S.; FABOZZI, F. (2004). A methodology for index tracking based on time-series clustering. **Quantitative Finance**, v. 4, n. 4, p. 417–425, 2004.
- FOCARDI, S. M.; FABOZZI, F. J.; MITOV, I. K. A new approach to statistical arbitrage: Strategies based on dynamic factor models of prices and their performance. **Journal of Banking and Finance**, v. 65, p. 134-155, 2016.
- FRINO, A., & GALLAGHER, D. R. Tracking S&P 500 index funds. **Journal of Portfolio Management**, v. 28, p. 44–55, 2001.

- GATEV, E.; GOETZMANN, W.N.; ROUWENHORST. Pairs Trading: Performance of a Relative-Value Arbitrage Rule. **The Review of Financial Studies**, v. 19, n. 3, p. 777-827, 2006.
- GOEMAN, J. J. L1 penalized estimation in the Cox proportional hazards model. **Biometrical Journal**, v. 52, n. 1, p. 80-84, 2010.
- GRANGER, C. W. J.; LEE, T.-H. **Multicointegration**. In: G. F. Rhodes, Jr and T. B. Fomby (eds), **Advances in Econometrics: Cointegration, Spurious Regressions and Unit Roots**, JAI Press, New York, p. 17—84, 1990.
- HASTIE T, TIBSHIRANI R, FRIEDMAN J. J. H. **The Elements of Statistical Learning**, vol. 1, New York: Springer, 2001.
- JEGADEESH, N. Evidence of Predictable Behavior of Security Returns. **The Journal of Finance**, v. 45, n. 3, p. 881-898, 1990.
- KONZEN, E.; ZIEGELMANN, F. A. LASSO-Type Penalties for Covariate Selection and Forecasting in Time Series. **Journal of Forecasting**, v. 35, n. 7, p. 592–612, 2016.
- LEHMANN, B. N. Fads, Martingales, and Market Efficiency. **Quarterly Journal of Economics**, v. 105, n. 1, p. 1-28, 1990.
- LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **The Review of Economics and Statistics**, v. 47, n. 1, p. 13-37, 1965.
- LUCAS, A. **Strategic and Tactical Allocation and the Effect of Long-Run Equilibrium Relations**, 1997. 32 f.. Research Memorandum, Free University of Amsterdam, 1997.
- MALKIEL, B. G. Returns from investing in equity mutual funds 1971 to1991. **Journal of Finance**, v. 50, n. 2, p. 549–572, 1995.
- MEDEIROS M. C.; MENDES E. F. Estimating high-dimensional time series models. CREATES Research Papers 2012-37, School of Economics and Management, University of Aarhus, 2012.
- MEDEIROS, M. C.; VASCONCELOS, G. F. R.; FREITAS, E. H. Forecasting Brazilian Inflation with High Dimensional Models. **Brazilian Review of Econometrics**, v. 36, n. 2, p. 223-254, 2016.

- MERTON, R. C. An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, v. 41, n. 5, 867-887, 1973.
- MOSSIN, J. Equilibrium in a Capital Asset Market. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, v. 34, n. 4, p. 768-783, 1966.
- NASEKIN, Sergey. *High-Dimensional Lasso Quantile Regression Applied to Hedge Funds' Portfolio*, 2013. Dissertação (Master of Science in Economics and Management Science), Center of Applied Statistics and Economics Humboldt-Universität zu Berlin, Berlin.
- PARK, H.; SAKAORI, F. Lag weighted lasso for time series model. **Computational Statistics**, v. 28, n. 2, p. 493-504, 2013.
- PERLIN, M.S. Evaluation of pairs-trading strategy at the Brazilian financial Market. **Journal of Derivatives & Hedge Funds**, v. 15, n. 2, p. 122-136, 2009.
- PHILLIPS, P.C.B. Time Series Regression With A Unit Root. **Econometrica**, v. 55, n. 2, p. 277-301, 1987.
- PINDYCK, R.S.; ROTEMBERG, J.J. The comovement of stock prices. **Quarterly Journal of Economics**, v. 108, n. 4, p. 1073-1103, 1993.
- SANT'ANNA, L.; FILOMENA, T; CALDEIRA, J. F. Index Tracking and enhanced indexing using cointegration and correlation with endogenous portfolio selection. **The Quarterly Review of Economics and Finance**, v. 65, p. 146-157, 2017
- SONG, S.; BICKEL, P. J. Large vector autoregressions. ArXiv e-prints [on-line]. 2011, Disponível na internet: < <https://arxiv.org/abs/1106.3915> >
- SHARPE, W.F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. **The Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.
- STOCK, J.; WATSON, M. Testing for common trends. **Journal of the American Statistical Association**, v. 83, n. 404, p. 1097-1107, 1988.
- TIAO, G.C; TSAY, R.S. **A canonical correlation approach to modeling multivariate time series**, Working Paper, Carnegie Mellon University, Statistics Department, Pittsburgh, FL., 1986.
- TIBSHIRANI, R. Regression shrinkage and selection via the lasso. **Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)**, v. 58, n. 1, p. 267-288, 1996.

TSAY, R. S. **Analysis of Financial Time Series**, 2. ed. Hoboken, New Jersey: John Willey & Sons, 2005.

ZHAO, P.; YU, B. On model selection consistency of lasso. **Journal of Machine Learning Research**, v. 7, p. 2541–2563, 2006.

ZOU, H. The adaptive lasso and its oracle properties. **Journal of the American Statistical Association**, v. 101, n. 476, p. 1418–1429, 2006.

## ANEXO I – Tabelas dos resultados

**Tabela I. 1 - Resultados para 8 ativos com balanceamento mensal**

Número de ativos:	8															
Balanceamento	mensal															
Corretagem zero																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1577	-0,2099	-0,1903	0,0215	0,2998	0,2994	0,3819	0,1631	-0,0228	-0,4930	0,2757	-0,1844	0,3869	0,4085	0,5513	0,2056
beta	1,2205	1,3152	1,4745	1,6615	1,4051	1,3662	1,6805	1,4543	1,1022	1,0043	1,0459	1,0802	1,1670	1,1847	1,0369	1,0873
cor	0,8870	0,9443	0,8371	0,7834	0,9230	0,9141	0,9263	0,8814	0,9519	0,9620	0,9165	0,9269	0,9555	0,9633	0,9545	0,9476
curtose	1,0580	2,6317	2,6472	0,8353	2,2398	0,5992	1,7343	2,2298	0,5623	2,8892	0,4171	0,6582	1,7552	0,4779	2,9487	1,8009
IR	0,1433	-0,5674	-0,5550	-0,6038	-0,5307	-0,7328	1,9864	-0,2035	0,2406	-0,7081	0,6621	-0,7802	-0,2369	-0,5953	1,1647	-0,0921
media	0,0003	-0,0006	-0,0007	-0,0009	-0,0006	-0,0010	0,0032	0,0000	0,0003	-0,0007	0,0007	-0,0007	-0,0001	-0,0006	0,0013	0,0000
ret.cum	0,0402	-0,1951	-0,2111	-0,2633	-0,2039	-0,2552	0,9602	-0,4345	0,0567	-0,1825	0,1632	-0,1869	-0,0730	-0,1706	0,3371	-0,1601
te.cum	0,0297	-0,0140	-0,2851	-0,1083	-0,1748	-0,1221	0,5709	-0,3125	0,0463	-0,0014	0,0892	-0,0320	-0,0439	-0,0375	-0,0522	-0,0382
te.medio	0,0002	0,0000	-0,0011	-0,0003	-0,0006	-0,0005	0,0017	-0,0001	0,0002	0,0000	0,0004	-0,0001	-0,0001	-0,0001	-0,0001	0,0000
te.vol	0,0086	0,0087	0,0146	0,0191	0,0113	0,0104	0,0162	0,0132	0,0047	0,0044	0,0062	0,0058	0,0063	0,0056	0,0055	0,0055
turnover.medio	0,3162	0,2827	0,3449	0,3368	0,3331	0,2479	0,1758	0,2886	0,1341	0,1112	0,1300	0,1344	0,2292	0,1393	0,1705	0,1456
vol	0,2803	0,3438	0,3804	0,4360	0,3843	0,3483	0,4834	0,3843	0,2358	0,2577	0,2464	0,2396	0,3083	0,2866	0,2894	0,2673
Corretagem 0,5%																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1629	-0,2137	-0,1904	0,0088	0,2902	0,2850	0,3856	0,1586	-0,0391	-0,5043	0,2766	-0,1908	0,3807	0,4038	0,5447	0,1995
beta	1,2102	1,3154	1,4659	1,6546	1,4112	1,3647	1,6810	1,4524	1,0970	1,0036	1,0425	1,0782	1,1717	1,1827	1,0370	1,0865
cor	0,8846	0,9419	0,8342	0,7788	0,9233	0,9138	0,9266	0,8799	0,9521	0,9625	0,9163	0,9269	0,9564	0,9631	0,9536	0,9476
curtose	1,1113	2,6116	2,7123	0,8518	2,2190	0,5472	1,7467	2,2458	0,5660	2,8810	0,4348	0,6540	1,7412	0,4777	2,9795	1,8173
IR	0,0059	-0,6428	-0,6420	-0,6715	-0,6093	-0,7968	1,9016	-0,2862	0,1699	-0,7513	0,5912	-0,8352	-0,3193	-0,6439	1,0708	-0,1572
media	0,0002	-0,0008	-0,0008	-0,0010	-0,0008	-0,0011	0,0031	-0,0002	0,0003	-0,0007	0,0007	-0,0008	-0,0002	-0,0007	0,0013	0,0000
ret.cum	0,0016	-0,2216	-0,2437	-0,2933	-0,2351	-0,2773	0,9191	-0,5578	0,0399	-0,1933	0,1453	-0,1997	-0,0988	-0,1843	0,3102	-0,2594
te.cum	-0,0088	-0,0405	-0,3176	-0,1383	-0,2059	-0,1441	0,5298	-0,4359	0,0294	-0,0123	0,0713	-0,0448	-0,0696	-0,0511	-0,0791	-0,1375
te.medio	0,0000	-0,0001	-0,0012	-0,0004	-0,0008	-0,0006	0,0016	-0,0002	0,0001	0,0000	0,0003	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0001
te.vol	0,0086	0,0088	0,0146	0,0192	0,0114	0,0104	0,0162	0,0133	0,0047	0,0044	0,0062	0,0057	0,0063	0,0055	0,0055	0,0055
turnover.medio	0,3166	0,2829	0,3452	0,3378	0,3335	0,2482	0,1762	0,2890	0,1341	0,1112	0,1302	0,1344	0,2296	0,1394	0,1707	0,1457
vol	0,2787	0,3447	0,3795	0,4367	0,3858	0,3480	0,4833	0,3845	0,2347	0,2574	0,2457	0,2391	0,3092	0,2862	0,2897	0,2671

**Tabela I. 2 - Resultados para 10 ativos com balanceamento mensal**

Número de ativos:	10															
Balanceamento	mensal															
Corretagem zero																
	LASSO								ADHOC							
<b>Estatística</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>FULL</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>FULL</b>
assimetria	-0,0973	-0,2315	0,3601	0,0822	0,2989	0,4391	0,4014	0,2931	-0,1246	-0,2972	0,4185	-0,1948	0,2891	0,3848	0,3859	0,1968
beta	1,1931	1,2763	1,4000	1,5028	1,3577	1,3322	1,6376	1,3979	1,0824	1,0592	1,1138	1,0329	1,1796	1,1826	1,0961	1,1103
cor	0,9058	0,9505	0,9006	0,8431	0,9444	0,9429	0,9359	0,9149	0,9567	0,9792	0,9447	0,9407	0,9598	0,9695	0,9713	0,9610
curtose	0,9514	2,1993	1,1642	0,6585	2,0915	0,5391	1,9141	2,1240	0,2778	2,5916	0,6650	0,5362	1,6773	0,2804	2,5317	1,7432
IR	-0,0377	-0,6609	-0,2140	-0,7278	-0,6214	-0,7161	2,1267	-0,1854	0,2006	-0,8301	0,4157	-0,9051	-0,2009	-0,6690	1,4490	-0,1288
media	0,0001	-0,0008	-0,0001	-0,0010	-0,0008	-0,0009	0,0032	0,0000	0,0003	-0,0009	0,0005	-0,0008	-0,0001	-0,0007	0,0016	0,0000
ret.cum	-0,0101	-0,2191	-0,0718	-0,2667	-0,2255	-0,2357	0,9915	-0,3798	0,0462	-0,2216	0,1058	-0,2043	-0,0623	-0,1902	0,4357	-0,2188
te.cum	-0,0205	-0,0380	-0,1458	-0,1117	-0,1964	-0,1026	0,6021	-0,2579	0,0358	-0,0406	0,0319	-0,0493	-0,0332	-0,0570	0,0463	-0,0969
te.medio	0,0000	-0,0001	-0,0005	-0,0004	-0,0008	-0,0004	0,0017	-0,0001	0,0002	-0,0002	0,0002	-0,0002	-0,0001	-0,0002	0,0002	0,0000
te.vol	0,0076	0,0078	0,0107	0,0140	0,0094	0,0085	0,0149	0,0108	0,0044	0,0035	0,0055	0,0048	0,0062	0,0051	0,0048	0,0050
turnover.medio	0,2901	0,3100	0,2905	0,3278	0,3412	0,2553	0,2048	0,2860	0,2085	0,0891	0,1192	0,0889	0,2659	0,1212	0,1149	0,1397
vol	0,2683	0,3314	0,3357	0,3664	0,3629	0,3292	0,4662	0,3559	0,2304	0,2670	0,2546	0,2257	0,3102	0,2842	0,3007	0,2691
Corretagem 0,5%																
	LASSO								ADHOC							
<b>Estatística</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>FULL</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>FULL</b>
assimetria	-0,1063	-0,2390	0,3662	0,0730	0,2916	0,4234	0,4041	0,2894	-0,1478	-0,3030	0,4219	-0,1982	0,2823	0,3839	0,3838	0,1921
beta	1,1838	1,2759	1,3912	1,4945	1,3643	1,3317	1,6387	1,3961	1,0776	1,0593	1,1102	1,0318	1,1854	1,1806	1,0960	1,1099
cor	0,9038	0,9475	0,8981	0,8384	0,9447	0,9427	0,9361	0,9135	0,9568	0,9795	0,9443	0,9407	0,9610	0,9692	0,9710	0,9611
curtose	0,9976	2,1869	1,2211	0,6554	2,0643	0,4775	1,9217	2,1345	0,2907	2,5821	0,6919	0,5294	1,6628	0,2851	2,5367	1,7561
IR	-0,1646	-0,7445	-0,3107	-0,8071	-0,7046	-0,7864	2,0221	-0,2752	0,0874	-0,8613	0,3545	-0,9436	-0,2955	-0,7111	1,3841	-0,1906
media	0,0000	-0,0009	-0,0002	-0,0011	-0,0009	-0,0010	0,0031	-0,0002	0,0002	-0,0009	0,0005	-0,0009	-0,0002	-0,0008	0,0016	-0,0001
ret.cum	-0,0439	-0,2475	-0,1039	-0,2957	-0,2568	-0,2589	0,9432	-0,5141	0,0201	-0,2299	0,0900	-0,2128	-0,0920	-0,2018	0,4162	-0,3082
te.cum	-0,0544	-0,0664	-0,1779	-0,1408	-0,2277	-0,1257	0,5538	-0,3922	0,0096	-0,0488	0,0161	-0,0578	-0,0629	-0,0687	0,0269	-0,1863
te.medio	-0,0002	-0,0002	-0,0006	-0,0006	-0,0009	-0,0005	0,0016	-0,0002	0,0001	-0,0002	0,0001	-0,0003	-0,0002	-0,0003	0,0001	-0,0001
te.vol	0,0076	0,0080	0,0107	0,0141	0,0095	0,0085	0,0149	0,0108	0,0043	0,0035	0,0055	0,0048	0,0062	0,0051	0,0048	0,0050
turnover.medio	0,2903	0,3106	0,2910	0,3285	0,3415	0,2554	0,2052	0,2864	0,2086	0,0890	0,1193	0,0889	0,2663	0,1214	0,1149	0,1398
vol	0,2668	0,3324	0,3345	0,3664	0,3645	0,3292	0,4664	0,3560	0,2294	0,2670	0,2539	0,2255	0,3114	0,2838	0,3007	0,2690

**Tabela I. 3 - Resultados para 12 ativos com balanceamento mensal**

Número de ativos:	12															
Balanceamento	mensal															
Corretagem zero																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,0504	-0,1990	0,3806	0,1126	0,2895	0,4613	0,4263	0,3243	-0,1472	-0,4037	0,4097	-0,1933	0,2907	0,3901	0,4463	0,1910
beta	1,1763	1,2462	1,3751	1,3522	1,2574	1,3077	1,5483	1,3345	1,0575	1,0779	1,1462	1,0395	1,1803	1,1816	1,0964	1,1153
cor	0,9310	0,9587	0,9159	0,8914	0,9643	0,9543	0,9444	0,9352	0,9571	0,9820	0,9614	0,9501	0,9631	0,9718	0,9740	0,9661
curtose	0,9621	1,9388	1,0681	0,7403	1,2938	0,5037	2,4334	2,2045	0,2912	3,3434	0,3707	0,5502	1,8033	0,3408	2,2442	1,8295
IR	-0,1385	-0,7103	-0,1708	-0,6620	-0,6572	-0,7279	2,3250	-0,1632	0,2824	-0,8230	0,3437	-0,9949	-0,2730	-0,5298	1,5361	-0,1208
media	0,0000	-0,0008	0,0000	-0,0007	-0,0008	-0,0009	0,0032	0,0000	0,0003	-0,0009	0,0005	-0,0009	-0,0002	-0,0005	0,0017	0,0000
ret.cum	-0,0357	-0,2279	-0,0554	-0,2064	-0,2163	-0,2324	1,0155	-0,3233	0,0635	-0,2230	0,0885	-0,2238	-0,0845	-0,1501	0,4607	-0,2063
te.cum	-0,0461	-0,0468	-0,1293	-0,0515	-0,1872	-0,0993	0,6262	-0,2014	0,0531	-0,0419	0,0145	-0,0688	-0,0553	-0,0169	0,0714	-0,0844
te.medio	-0,0001	-0,0002	-0,0004	-0,0001	-0,0008	-0,0004	0,0017	0,0000	0,0002	-0,0002	0,0001	-0,0003	-0,0002	0,0000	0,0002	0,0000
te.vol	0,0063	0,0069	0,0097	0,0100	0,0068	0,0075	0,0129	0,0089	0,0042	0,0034	0,0049	0,0044	0,0060	0,0050	0,0046	0,0047
turnover.medio	0,2618	0,2952	0,2786	0,3062	0,3287	0,2471	0,2101	0,2727	0,1439	0,0973	0,1520	0,1141	0,2653	0,1511	0,1675	0,1517
vol	0,2574	0,3209	0,3242	0,3118	0,3291	0,3193	0,4368	0,3324	0,2250	0,2709	0,2575	0,2249	0,3093	0,2833	0,2999	0,2689
Corretagem 0,5%																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,0647	-0,2075	0,3863	0,0946	0,2768	0,4447	0,4297	0,3188	-0,1665	-0,4097	0,4156	-0,1944	0,2831	0,3875	0,4461	0,1872
beta	1,1668	1,2453	1,3678	1,3428	1,2643	1,3066	1,5488	1,3325	1,0516	1,0774	1,1432	1,0383	1,1861	1,1803	1,0960	1,1148
cor	0,9298	0,9557	0,9141	0,8879	0,9644	0,9540	0,9443	0,9341	0,9567	0,9822	0,9608	0,9499	0,9641	0,9714	0,9733	0,9659
curtose	1,0110	1,9352	1,1212	0,7009	1,2853	0,4473	2,4470	2,2197	0,3021	3,3435	0,3964	0,5446	1,7896	0,3439	2,2526	1,8439
IR	-0,2563	-0,7916	-0,2688	-0,7576	-0,7459	-0,7991	2,2102	-0,2563	0,2027	-0,8566	0,2689	-1,0429	-0,3652	-0,5839	1,4391	-0,1874
media	-0,0001	-0,0010	-0,0002	-0,0009	-0,0009	-0,0010	0,0031	-0,0001	0,0003	-0,0009	0,0004	-0,0010	-0,0003	-0,0006	0,0016	-0,0001
ret.cum	-0,0655	-0,2546	-0,0869	-0,2356	-0,2468	-0,2550	0,9658	-0,4637	0,0454	-0,2319	0,0691	-0,2343	-0,1134	-0,1653	0,4318	-0,3036
te.cum	-0,0759	-0,0735	-0,1608	-0,0806	-0,2177	-0,1219	0,5764	-0,3418	0,0349	-0,0509	-0,0049	-0,0794	-0,0843	-0,0322	0,0424	-0,1817
te.medio	-0,0003	-0,0003	-0,0005	-0,0003	-0,0009	-0,0005	0,0016	-0,0002	0,0002	-0,0002	0,0000	-0,0004	-0,0003	-0,0001	0,0002	-0,0001
te.vol	0,0063	0,0071	0,0097	0,0100	0,0069	0,0075	0,0129	0,0089	0,0042	0,0034	0,0049	0,0045	0,0060	0,0050	0,0046	0,0047
turnover.medio	0,2621	0,2956	0,2790	0,3066	0,3292	0,2474	0,2104	0,2731	0,1440	0,0973	0,1522	0,1142	0,2657	0,1512	0,1676	0,1519
vol	0,2556	0,3216	0,3232	0,3109	0,3309	0,3191	0,4370	0,3323	0,2239	0,2708	0,2569	0,2247	0,3105	0,2831	0,3000	0,2688

**Tabela I. 4 - Resultados para 14 ativos com balanceamento mensal**

Número de ativos:	14															
Balanceamento	mensal															
Corretagem zero																
	LASSO								ADHOC							
<b>Estatística</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>FULL</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>FULL</b>
assimetria	-0,0833	-0,2127	0,3345	-0,0249	0,3154	0,4496	0,4080	0,2892	-0,1656	-0,4163	0,4149	-0,1521	0,2521	0,4117	0,3436	0,1581
beta	1,1708	1,2315	1,3426	1,2808	1,2044	1,2890	1,4855	1,2961	1,0393	1,0791	1,1219	0,9740	1,1631	1,1495	1,0657	1,0896
cor	0,9511	0,9664	0,9346	0,9237	0,9693	0,9645	0,9533	0,9496	0,9726	0,9828	0,9660	0,9553	0,9664	0,9789	0,9804	0,9715
curtose	0,8148	1,9965	0,7797	0,4630	1,3492	0,4014	2,4529	2,1151	0,3978	3,3502	0,4284	0,4778	1,6319	0,2151	1,7455	1,7411
IR	-0,1197	-0,7447	-0,1767	-0,7241	-0,7675	-0,7651	2,1632	-0,2133	0,1070	-0,8041	0,3960	-0,7365	-0,2736	-0,4143	1,1210	-0,1193
media	0,0000	-0,0009	0,0000	-0,0008	-0,0009	-0,0009	0,0029	-0,0001	0,0002	-0,0008	0,0005	-0,0006	-0,0002	-0,0003	0,0013	0,0000
ret.cum	-0,0300	-0,2343	-0,0548	-0,2064	-0,2407	-0,2383	0,8981	-0,3884	0,0233	-0,2179	0,0993	-0,1544	-0,0831	-0,1134	0,3247	-0,1988
te.cum	-0,0405	-0,0532	-0,1288	-0,0515	-0,2116	-0,1051	0,5088	-0,2665	0,0129	-0,0368	0,0253	0,0006	-0,0540	0,0198	-0,0647	-0,0769
te.medio	-0,0001	-0,0002	-0,0004	-0,0002	-0,0009	-0,0004	0,0015	-0,0001	0,0001	-0,0002	0,0001	0,0000	-0,0002	0,0001	-0,0002	0,0000
te.vol	0,0053	0,0062	0,0084	0,0078	0,0058	0,0067	0,0113	0,0076	0,0032	0,0034	0,0044	0,0039	0,0056	0,0042	0,0038	0,0041
turnover.medio	0,2407	0,2807	0,3031	0,2443	0,3258	0,2090	0,1908	0,2534	0,1497	0,0984	0,1559	0,1313	0,2620	0,1391	0,1680	0,1537
vol	0,2507	0,3146	0,3102	0,2851	0,3136	0,3114	0,4152	0,3179	0,2177	0,2710	0,2508	0,2096	0,3038	0,2736	0,2896	0,2612
Corretagem 0,5%																
	LASSO								ADHOC							
<b>Estatística</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>FULL</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>FULL</b>
assimetria	-0,1018	-0,2216	0,3412	-0,0350	0,3003	0,4311	0,4091	0,2830	-0,1826	-0,4229	0,4127	-0,1514	0,2439	0,4071	0,3426	0,1529
beta	1,1615	1,2310	1,3349	1,2745	1,2117	1,2876	1,4858	1,2945	1,0338	1,0788	1,1194	0,9725	1,1688	1,1488	1,0663	1,0894
cor	0,9504	0,9639	0,9329	0,9211	0,9695	0,9644	0,9532	0,9487	0,9716	0,9829	0,9658	0,9552	0,9672	0,9786	0,9799	0,9713
curtose	0,8533	1,9953	0,8367	0,4520	1,3421	0,3532	2,4698	2,1369	0,4166	3,3499	0,4511	0,4770	1,6217	0,2217	1,7509	1,7559
IR	-0,2317	-0,8225	-0,2875	-0,8080	-0,8562	-0,8271	2,0593	-0,3027	0,0227	-0,8381	0,3168	-0,8012	-0,3665	-0,4682	1,0287	-0,1890
media	-0,0001	-0,0010	-0,0002	-0,0009	-0,0011	-0,0010	0,0028	-0,0002	0,0001	-0,0009	0,0004	-0,0007	-0,0003	-0,0004	0,0012	-0,0001
ret.cum	-0,0577	-0,2593	-0,0888	-0,2298	-0,2701	-0,2573	0,8553	-0,5074	0,0049	-0,2270	0,0793	-0,1677	-0,1118	-0,1281	0,2982	-0,2984
te.cum	-0,0681	-0,0782	-0,1628	-0,0749	-0,2410	-0,1242	0,4659	-0,3855	-0,0055	-0,0460	0,0053	-0,0127	-0,0827	0,0051	-0,0911	-0,1765
te.medio	-0,0002	-0,0003	-0,0006	-0,0003	-0,0011	-0,0005	0,0014	-0,0002	0,0000	-0,0002	0,0001	-0,0001	-0,0003	0,0001	-0,0002	-0,0001
te.vol	0,0053	0,0064	0,0084	0,0078	0,0059	0,0067	0,0114	0,0077	0,0033	0,0034	0,0044	0,0039	0,0056	0,0042	0,0038	0,0041
turnover.medio	0,2408	0,2812	0,3035	0,2447	0,3263	0,2092	0,1909	0,2537	0,1498	0,0984	0,1561	0,1314	0,2624	0,1392	0,1681	0,1538
vol	0,2489	0,3152	0,3090	0,2844	0,3155	0,3111	0,4153	0,3178	0,2167	0,2709	0,2503	0,2093	0,3050	0,2735	0,2899	0,2612

**Tabela I. 5 - Resultados para 8 ativos com balanceamento trimestral**

Número de ativos:	8															
Balanceamento	trimestral															
Corretagem zero																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1124	-0,0407	0,2858	0,2064	0,3129	0,3472	0,0458	0,2015	-0,0215	-0,5195	0,2777	-0,2702	0,3808	0,3749	0,5303	0,2002
beta	1,2060	1,2301	1,3931	1,6000	1,4228	1,3857	1,6095	1,4143	1,1178	1,0141	1,0631	1,0707	1,1602	1,1832	1,1038	1,1028
cor	0,8810	0,9287	0,8590	0,8048	0,9115	0,9258	0,9150	0,8849	0,9565	0,9663	0,9226	0,9153	0,9518	0,9655	0,9493	0,9473
curtose	0,7503	1,2827	0,6122	0,6480	1,7989	0,3143	1,4975	1,5481	0,6586	2,9694	0,6296	0,5645	1,7156	0,3897	4,0705	2,1938
IR	-0,2062	-0,6750	-0,4541	-0,3988	-0,7448	-0,6614	1,6701	-0,2525	0,2743	-0,7464	0,3364	-0,8000	-0,3066	-0,6488	1,0553	-0,1577
media	-0,0001	-0,0008	-0,0005	-0,0004	-0,0011	-0,0008	0,0028	-0,0001	0,0004	-0,0007	0,0004	-0,0007	-0,0002	-0,0007	0,0013	0,0000
ret.cum	-0,0575	-0,2207	-0,1590	-0,1630	-0,2934	-0,2307	0,7827	-0,4990	0,0653	-0,1933	0,0837	-0,1924	-0,0944	-0,1853	0,3269	-0,2636
te.cum	-0,0679	-0,0396	-0,2330	-0,0080	-0,2643	-0,0975	0,3934	-0,3771	0,0548	-0,0123	0,0098	-0,0374	-0,0652	-0,0521	-0,0624	-0,1417
te.medio	-0,0002	-0,0001	-0,0008	0,0002	-0,0011	-0,0004	0,0013	-0,0002	0,0002	0,0000	0,0001	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0001	-0,0001
te.vol	0,0087	0,0084	0,0125	0,0171	0,0122	0,0101	0,0157	0,0125	0,0046	0,0042	0,0061	0,0062	0,0065	0,0054	0,0064	0,0057
turnover.medio	0,3993	0,4579	0,4049	0,5548	0,5617	0,4951	0,3917	0,4652	0,2724	0,1875	0,2454	0,2856	0,4753	0,3399	0,3457	0,3003
vol	0,2788	0,3269	0,3502	0,4087	0,3940	0,3488	0,4687	0,3723	0,2380	0,2590	0,2489	0,2405	0,3077	0,2856	0,3098	0,2712
Corretagem 0,5%																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1087	-0,0628	0,2922	0,1981	0,3130	0,3345	0,0489	0,1980	-0,0345	-0,5226	0,2833	-0,2728	0,3844	0,3674	0,5353	0,1999
beta	1,2011	1,2323	1,3898	1,5941	1,4284	1,3871	1,6102	1,4143	1,1138	1,0136	1,0611	1,0678	1,1630	1,1848	1,1021	1,1021
cor	0,8786	0,9273	0,8580	0,8005	0,9113	0,9239	0,9154	0,8836	0,9569	0,9663	0,9220	0,9142	0,9522	0,9655	0,9479	0,9469
curtose	0,7790	1,3326	0,6400	0,6923	1,7738	0,3306	1,5155	1,5699	0,6629	2,9779	0,6485	0,5692	1,6957	0,4002	4,0822	2,2039
IR	-0,2624	-0,7141	-0,4943	-0,4430	-0,7826	-0,7036	1,6119	-0,2975	0,2273	-0,7697	0,2955	-0,8392	-0,3633	-0,6873	0,9964	-0,2011
media	-0,0002	-0,0009	-0,0005	-0,0005	-0,0012	-0,0009	0,0027	-0,0002	0,0003	-0,0008	0,0004	-0,0008	-0,0003	-0,0007	0,0013	-0,0001
ret.cum	-0,0730	-0,2342	-0,1729	-0,1813	-0,3096	-0,2461	0,7554	-0,5609	0,0539	-0,1993	0,0734	-0,2015	-0,1120	-0,1965	0,3087	-0,3246
te.cum	-0,0835	-0,0532	-0,2469	-0,0264	-0,2805	-0,1130	0,3661	-0,4390	0,0434	-0,0182	-0,0005	-0,0465	-0,0829	-0,0634	-0,0807	-0,2027
te.medio	-0,0003	-0,0002	-0,0009	0,0001	-0,0012	-0,0004	0,0012	-0,0002	0,0002	-0,0001	0,0000	-0,0002	-0,0003	-0,0003	-0,0002	-0,0001
te.vol	0,0088	0,0085	0,0125	0,0173	0,0123	0,0102	0,0157	0,0126	0,0046	0,0042	0,0061	0,0062	0,0065	0,0054	0,0065	0,0057
turnover.medio	0,3996	0,4585	0,4055	0,5552	0,5626	0,4964	0,3925	0,4660	0,2725	0,1874	0,2457	0,2856	0,4765	0,3406	0,3464	0,3007
vol	0,2784	0,3280	0,3498	0,4094	0,3957	0,3498	0,4687	0,3728	0,2371	0,2589	0,2485	0,2401	0,3083	0,2859	0,3098	0,2711

**Tabela I. 6 - Resultados para 10 ativos com balanceamento trimestral**

Número de ativos:	10															
Balanceamento	trimestral															
Corretagem zero																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1095	-0,1595	0,5183	0,0394	0,3523	0,3780	0,0280	0,1977	-0,1229	-0,3248	0,3959	-0,2600	0,3502	0,3707	0,4399	0,2178
beta	1,1868	1,2003	1,3542	1,4240	1,3571	1,3481	1,5274	1,3516	1,0940	1,0587	1,1142	1,0167	1,1853	1,1679	1,1357	1,1160
cor	0,9036	0,9498	0,9079	0,8631	0,9374	0,9449	0,9287	0,9179	0,9629	0,9805	0,9488	0,9321	0,9611	0,9678	0,9681	0,9610
curtose	0,8225	1,3854	0,9058	0,3990	1,9603	0,2213	1,5549	1,6049	0,3901	2,5910	0,7602	0,5454	1,6617	0,3033	3,1135	2,0051
IR	-0,2572	-0,8447	-0,2491	-0,5435	-0,6672	-0,6686	1,7680	-0,2478	0,2255	-0,8487	0,2105	-0,9342	-0,2796	-0,6964	1,4233	-0,1700
media	-0,0001	-0,0010	-0,0001	-0,0006	-0,0009	-0,0008	0,0027	-0,0001	0,0003	-0,0009	0,0003	-0,0008	-0,0002	-0,0007	0,0017	0,0000
ret.cum	-0,0688	-0,2635	-0,0802	-0,1843	-0,2438	-0,2223	0,7747	-0,4630	0,0522	-0,2262	0,0534	-0,2095	-0,0870	-0,1958	0,4449	-0,2807
te.cum	-0,0792	-0,0824	-0,1542	-0,0294	-0,2147	-0,0891	0,3854	-0,3411	0,0417	-0,0451	-0,0206	-0,0545	-0,0579	-0,0627	0,0555	-0,1588
te.medio	-0,0003	-0,0004	-0,0005	0,0000	-0,0009	-0,0003	0,0012	-0,0002	0,0002	-0,0002	0,0000	-0,0003	-0,0002	-0,0003	0,0002	-0,0001
te.vol	0,0076	0,0069	0,0098	0,0121	0,0098	0,0086	0,0135	0,0100	0,0041	0,0034	0,0053	0,0051	0,0062	0,0051	0,0054	0,0050
turnover.medio	0,4126	0,4997	0,4160	0,5174	0,5760	0,5087	0,3592	0,4688	0,3505	0,1234	0,2543	0,2165	0,4952	0,3351	0,2125	0,2759
vol	0,2675	0,3119	0,3221	0,3392	0,3654	0,3325	0,4382	0,3430	0,2314	0,2665	0,2536	0,2242	0,3113	0,2812	0,3126	0,2705
Corretagem 0,5%																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1070	-0,1796	0,5283	0,0407	0,3525	0,3644	0,0310	0,1963	-0,1342	-0,3261	0,4016	-0,2635	0,3567	0,3618	0,4426	0,2181
beta	1,1817	1,2022	1,3508	1,4176	1,3622	1,3494	1,5279	1,3514	1,0893	1,0586	1,1120	1,0155	1,1879	1,1692	1,1352	1,1156
cor	0,9015	0,9484	0,9068	0,8592	0,9371	0,9432	0,9289	0,9168	0,9634	0,9805	0,9481	0,9319	0,9615	0,9676	0,9675	0,9608
curtose	0,8567	1,4285	0,9412	0,4170	1,9316	0,2366	1,5679	1,6214	0,4064	2,5939	0,7800	0,5349	1,6452	0,3171	3,1234	2,0164
IR	-0,3159	-0,8876	-0,2977	-0,5926	-0,7130	-0,7144	1,7112	-0,2975	0,1627	-0,8632	0,1694	-0,9660	-0,3382	-0,7342	1,3849	-0,2102
media	-0,0002	-0,0011	-0,0002	-0,0007	-0,0010	-0,0009	0,0026	-0,0002	0,0003	-0,0009	0,0003	-0,0009	-0,0003	-0,0008	0,0016	-0,0001
ret.cum	-0,0843	-0,2777	-0,0958	-0,2010	-0,2616	-0,2382	0,7500	-0,5296	0,0375	-0,2300	0,0429	-0,2164	-0,1055	-0,2067	0,4329	-0,3362
te.cum	-0,0948	-0,0966	-0,1697	-0,0460	-0,2325	-0,1050	0,3606	-0,4077	0,0270	-0,0489	-0,0310	-0,0615	-0,0763	-0,0736	0,0436	-0,2143
te.medio	-0,0003	-0,0004	-0,0006	-0,0001	-0,0010	-0,0004	0,0012	-0,0002	0,0001	-0,0002	-0,0001	-0,0003	-0,0003	-0,0003	0,0002	-0,0001
te.vol	0,0076	0,0070	0,0098	0,0122	0,0099	0,0087	0,0135	0,0101	0,0041	0,0034	0,0053	0,0051	0,0062	0,0051	0,0055	0,0050
turnover.medio	0,4130	0,5008	0,4171	0,5185	0,5776	0,5100	0,3598	0,4699	0,3506	0,1237	0,2549	0,2168	0,4963	0,3356	0,2132	0,2765
vol	0,2670	0,3129	0,3217	0,3392	0,3669	0,3334	0,4383	0,3434	0,2303	0,2665	0,2533	0,2240	0,3119	0,2816	0,3126	0,2705

**Tabela I. 7 - Resultados para 12 ativos com balanceamento trimestral**

Número de ativos:	12															
Balanceamento	trimestral															
Corretagem zero																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1377	-0,1557	0,4880	-0,0660	0,2797	0,4176	0,0839	0,1887	-0,1598	-0,4242	0,3759	-0,1840	0,3771	0,3620	0,4103	0,1984
beta	1,1561	1,1955	1,3346	1,3211	1,2328	1,3113	1,4545	1,2940	1,0699	1,0806	1,1388	1,0302	1,1730	1,1586	1,1356	1,1180
cor	0,9269	0,9554	0,9236	0,8908	0,9608	0,9566	0,9469	0,9369	0,9635	0,9824	0,9625	0,9470	0,9633	0,9685	0,9705	0,9658
curtose	0,7037	1,4365	0,6768	0,5709	0,9691	0,2421	1,5312	1,3856	0,3634	3,4005	0,4216	0,4964	1,8897	0,3626	2,8600	2,0986
IR	-0,3653	-0,8577	-0,2490	-0,5811	-0,6001	-0,6881	1,8331	-0,2495	0,1985	-0,8363	0,1898	-1,0867	-0,3716	-0,5200	1,4190	-0,1840
media	-0,0003	-0,0010	-0,0001	-0,0006	-0,0007	-0,0008	0,0026	-0,0001	0,0003	-0,0009	0,0003	-0,0010	-0,0003	-0,0005	0,0017	-0,0001
ret.cum	-0,0928	-0,2649	-0,0777	-0,1772	-0,1944	-0,2198	0,7502	-0,4433	0,0449	-0,2271	0,0485	-0,2430	-0,1142	-0,1449	0,4424	-0,2997
te.cum	-0,1032	-0,0839	-0,1517	-0,0222	-0,1653	-0,0866	0,3608	-0,3214	0,0345	-0,0460	-0,0255	-0,0881	-0,0851	-0,0118	0,0531	-0,1778
te.medio	-0,0004	-0,0004	-0,0005	0,0000	-0,0007	-0,0003	0,0011	-0,0002	0,0002	-0,0002	-0,0001	-0,0004	-0,0003	0,0000	0,0002	-0,0001
te.vol	0,0063	0,0065	0,0088	0,0097	0,0068	0,0074	0,0113	0,0083	0,0039	0,0034	0,0048	0,0045	0,0059	0,0050	0,0053	0,0047
turnover.medio	0,4753	0,4960	0,4730	0,5547	0,5541	0,4676	0,3358	0,4787	0,2759	0,1493	0,3354	0,2460	0,4669	0,3718	0,2740	0,2954
vol	0,2540	0,3089	0,3121	0,3049	0,3239	0,3194	0,4092	0,3217	0,2262	0,2715	0,2555	0,2236	0,3074	0,2787	0,3118	0,2696
Corretagem 0,5%																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1353	-0,1757	0,4992	-0,0626	0,2791	0,4050	0,0866	0,1872	-0,1701	-0,4254	0,3848	-0,1849	0,3818	0,3532	0,4139	0,1992
beta	1,1502	1,1975	1,3308	1,3153	1,2376	1,3121	1,4548	1,2935	1,0659	1,0802	1,1360	1,0293	1,1758	1,1599	1,1347	1,1175
cor	0,9250	0,9539	0,9223	0,8868	0,9604	0,9556	0,9470	0,9358	0,9638	0,9823	0,9615	0,9466	0,9635	0,9683	0,9696	0,9654
curtose	0,7433	1,4809	0,7132	0,5835	0,9471	0,2583	1,5412	1,4038	0,3792	3,4084	0,4434	0,4873	1,8732	0,3757	2,8738	2,1108
IR	-0,4344	-0,9009	-0,3064	-0,6412	-0,6544	-0,7319	1,7774	-0,3041	0,1483	-0,8535	0,1345	-1,1218	-0,4260	-0,5657	1,3697	-0,2272
media	-0,0003	-0,0011	-0,0002	-0,0007	-0,0008	-0,0009	0,0025	-0,0002	0,0002	-0,0009	0,0003	-0,0011	-0,0004	-0,0005	0,0016	-0,0001
ret.cum	-0,1100	-0,2792	-0,0955	-0,1955	-0,2129	-0,2342	0,7275	-0,5139	0,0334	-0,2317	0,0343	-0,2508	-0,1312	-0,1579	0,4271	-0,3576
te.cum	-0,1205	-0,0981	-0,1694	-0,0406	-0,1837	-0,1010	0,3381	-0,3920	0,0230	-0,0506	-0,0396	-0,0958	-0,1021	-0,0247	0,0377	-0,2357
te.medio	-0,0005	-0,0004	-0,0006	-0,0001	-0,0008	-0,0004	0,0011	-0,0002	0,0001	-0,0002	-0,0001	-0,0005	-0,0004	-0,0001	0,0002	-0,0001
te.vol	0,0064	0,0066	0,0088	0,0098	0,0068	0,0075	0,0113	0,0084	0,0039	0,0034	0,0048	0,0046	0,0059	0,0050	0,0053	0,0048
turnover.medio	0,4757	0,4975	0,4746	0,5559	0,5557	0,4691	0,3362	0,4800	0,2761	0,1495	0,3359	0,2467	0,4679	0,3728	0,2747	0,2961
vol	0,2533	0,3099	0,3116	0,3049	0,3253	0,3199	0,4093	0,3220	0,2253	0,2714	0,2551	0,2235	0,3080	0,2791	0,3118	0,2696

**Tabela I. 8 - Resultados para 14 ativos com balanceamento trimestral**

Número de ativos:	14															
Balanceamento	trimestral															
Corretagem zero																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1310	-0,1834	0,4605	-0,0458	0,3268	0,3933	0,1072	0,1899	-0,1381	-0,4396	0,3806	-0,2062	0,3686	0,3493	0,4091	0,1836
beta	1,1724	1,1889	1,2849	1,2498	1,1437	1,2885	1,4117	1,2546	1,0441	1,0808	1,1105	0,9579	1,1593	1,1341	1,1050	1,0918
cor	0,9558	0,9638	0,9474	0,9229	0,9615	0,9653	0,9555	0,9516	0,9779	0,9829	0,9702	0,9460	0,9680	0,9766	0,9807	0,9720
curtose	0,6584	1,4287	0,5077	0,3936	1,1579	0,1665	1,5516	1,3995	0,4875	3,4126	0,5015	0,2319	1,7591	0,2153	2,0589	1,9274
IR	-0,1720	-0,8802	-0,2043	-0,6383	-0,5703	-0,7597	1,8686	-0,2328	0,1357	-0,8018	0,3492	-0,8178	-0,3949	-0,4188	1,1989	-0,1394
media	-0,0001	-0,0011	-0,0001	-0,0006	-0,0006	-0,0009	0,0025	-0,0001	0,0002	-0,0008	0,0005	-0,0007	-0,0003	-0,0003	0,0014	0,0000
ret.cum	-0,0430	-0,2680	-0,0598	-0,1777	-0,1712	-0,2363	0,7356	-0,4050	0,0295	-0,2176	0,0863	-0,1702	-0,1194	-0,1133	0,3599	-0,2290
te.cum	-0,0534	-0,0869	-0,1338	-0,0227	-0,1421	-0,1031	0,3463	-0,2831	0,0191	-0,0365	0,0123	-0,0153	-0,0902	0,0198	-0,0294	-0,1071
te.medio	-0,0002	-0,0004	-0,0005	0,0000	-0,0006	-0,0004	0,0011	-0,0001	0,0001	-0,0002	0,0001	-0,0001	-0,0003	0,0001	0,0000	0,0000
te.vol	0,0051	0,0059	0,0071	0,0075	0,0057	0,0066	0,0101	0,0070	0,0029	0,0034	0,0041	0,0043	0,0054	0,0042	0,0041	0,0041
turnover.medio	0,4253	0,4652	0,4467	0,5018	0,5219	0,4258	0,3060	0,4397	0,2916	0,1518	0,2883	0,2992	0,4805	0,3283	0,2905	0,2971
vol	0,2498	0,3045	0,2929	0,2784	0,3002	0,3110	0,3937	0,3071	0,2175	0,2714	0,2472	0,2081	0,3023	0,2706	0,3002	0,2617
Corretagem 0,5%																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1299	-0,2012	0,4714	-0,0428	0,3244	0,3804	0,1095	0,1878	-0,1428	-0,4412	0,3865	-0,2103	0,3727	0,3368	0,4121	0,1834
beta	1,1672	1,1904	1,2810	1,2448	1,1477	1,2898	1,4120	1,2542	1,0401	1,0804	1,1079	0,9567	1,1623	1,1348	1,1041	1,0913
cor	0,9546	0,9625	0,9463	0,9196	0,9611	0,9645	0,9556	0,9506	0,9778	0,9828	0,9700	0,9456	0,9682	0,9763	0,9800	0,9716
curtose	0,6959	1,4700	0,5423	0,4081	1,1334	0,1893	1,5588	1,4191	0,5160	3,4205	0,5278	0,2148	1,7412	0,2338	2,0717	1,9416
IR	-0,2369	-0,9213	-0,2627	-0,6990	-0,6269	-0,7999	1,8161	-0,2860	0,0815	-0,8192	0,2993	-0,8680	-0,4516	-0,4620	1,1468	-0,1847
media	-0,0001	-0,0011	-0,0002	-0,0007	-0,0007	-0,0010	0,0025	-0,0002	0,0002	-0,0009	0,0004	-0,0007	-0,0004	-0,0004	0,0014	-0,0001
ret.cum	-0,0590	-0,2813	-0,0768	-0,1945	-0,1890	-0,2493	0,7150	-0,4748	0,0176	-0,2223	0,0738	-0,1805	-0,1368	-0,1251	0,3443	-0,2930
te.cum	-0,0694	-0,1002	-0,1508	-0,0396	-0,1598	-0,1161	0,3256	-0,3529	0,0072	-0,0412	-0,0001	-0,0256	-0,1077	0,0080	-0,0451	-0,1711
te.medio	-0,0002	-0,0005	-0,0005	-0,0001	-0,0007	-0,0005	0,0010	-0,0002	0,0000	-0,0002	0,0000	-0,0001	-0,0004	0,0001	-0,0001	-0,0001
te.vol	0,0051	0,0060	0,0071	0,0076	0,0057	0,0067	0,0101	0,0071	0,0029	0,0034	0,0041	0,0043	0,0054	0,0042	0,0042	0,0041
turnover.medio	0,4256	0,4659	0,4478	0,5030	0,5233	0,4271	0,3066	0,4406	0,2919	0,1521	0,2888	0,2998	0,4817	0,3294	0,2909	0,2977
vol	0,2490	0,3053	0,2923	0,2783	0,3014	0,3116	0,3937	0,3073	0,2166	0,2714	0,2466	0,2080	0,3030	0,2708	0,3002	0,2616

**Tabela I. 9 - Resultados para 8 ativos com balanceamento semestral**

Número de ativos:	8															
Balanceamento	semestral															
Corretagem zero																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1816	-0,3285	-0,1591	0,2011	0,2127	0,3845	-0,0151	0,0964	0,0190	-0,5104	0,2425	-0,3117	0,2775	0,3690	0,4997	0,2017
beta	1,1804	1,1153	1,4126	1,6159	1,2234	1,4035	1,5909	1,3628	1,1055	1,0094	1,0536	1,0012	0,9808	1,1719	1,2035	1,0790
cor	0,8852	0,9435	0,8311	0,7918	0,9002	0,9237	0,9112	0,8715	0,9544	0,9683	0,9136	0,8985	0,9461	0,9650	0,9586	0,9442
curtose	0,7427	1,7285	1,3950	0,4557	0,3761	0,3499	1,4982	1,5042	0,5664	3,0544	0,6828	0,9138	0,3281	0,3462	2,9435	2,0298
IR	-0,1068	-1,0601	-0,9507	-0,5061	-0,6956	-0,4493	1,6871	-0,3429	0,2452	-0,6887	0,3587	-0,9618	-0,1468	-0,6009	1,0751	-0,1165
media	0,0000	-0,0013	-0,0015	-0,0006	-0,0009	-0,0005	0,0028	-0,0003	0,0003	-0,0007	0,0005	-0,0009	0,0000	-0,0006	0,0015	0,0000
ret.cum	-0,0290	-0,3093	-0,3490	-0,2123	-0,2386	-0,1591	0,7848	-0,6070	0,0579	-0,1772	0,0893	-0,2203	-0,0384	-0,1700	0,3596	-0,1978
te.cum	-0,0394	-0,1282	-0,4229	-0,0573	-0,2095	-0,0259	0,3954	-0,4851	0,0474	0,0039	0,0154	-0,0654	-0,0093	-0,0369	-0,0298	-0,0759
te.medio	-0,0001	-0,0006	-0,0019	0,0000	-0,0009	0,0000	0,0013	-0,0003	0,0002	0,0000	0,0001	-0,0003	0,0000	-0,0001	0,0000	0,0000
te.vol	0,0083	0,0063	0,0140	0,0180	0,0101	0,0104	0,0156	0,0125	0,0046	0,0041	0,0064	0,0063	0,0053	0,0053	0,0069	0,0056
turnover.medio	0,5697	0,4818	0,8154	0,7203	0,7374	0,5681	0,6226	0,6562	0,3257	0,2033	0,3714	0,2980	0,4872	0,5173	0,4276	0,3662
vol	0,2716	0,2918	0,3671	0,4195	0,3430	0,3540	0,4652	0,3643	0,2359	0,2573	0,2491	0,2291	0,2617	0,2830	0,3345	0,2662
Corretagem 0,5%																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1768	-0,3308	-0,1601	0,1903	0,2030	0,3671	-0,0156	0,0913	0,0037	-0,5120	0,2452	-0,3162	0,2772	0,3612	0,5007	0,1995
beta	1,1772	1,1130	1,4098	1,6113	1,2270	1,4088	1,5944	1,3633	1,1026	1,0084	1,0518	0,9998	0,9815	1,1759	1,2037	1,0789
cor	0,8824	0,9434	0,8292	0,7878	0,8994	0,9228	0,9123	0,8703	0,9552	0,9683	0,9133	0,8973	0,9458	0,9653	0,9582	0,9440
curtose	0,7376	1,7498	1,4417	0,4901	0,3770	0,3693	1,5110	1,5256	0,5590	3,0727	0,7038	0,9050	0,3239	0,3459	2,9442	2,0356
IR	-0,1481	-1,0851	-0,9860	-0,5304	-0,7238	-0,4735	1,6375	-0,3740	0,2176	-0,7020	0,3264	-0,9812	-0,1830	-0,6299	1,0392	-0,1438
media	0,0000	-0,0014	-0,0016	-0,0007	-0,0009	-0,0005	0,0027	-0,0003	0,0003	-0,0007	0,0004	-0,0009	-0,0001	-0,0006	0,0014	0,0000
ret.cum	-0,0402	-0,3160	-0,3620	-0,2230	-0,2493	-0,1684	0,7625	-0,6420	0,0512	-0,1805	0,0812	-0,2248	-0,0479	-0,1788	0,3478	-0,2391
te.cum	-0,0507	-0,1349	-0,4360	-0,0681	-0,2202	-0,0353	0,3731	-0,5201	0,0407	0,0006	0,0072	-0,0698	-0,0188	-0,0457	-0,0415	-0,1172
te.medio	-0,0001	-0,0007	-0,0019	-0,0001	-0,0009	0,0000	0,0012	-0,0004	0,0002	0,0000	0,0001	-0,0003	-0,0001	-0,0002	0,0000	0,0000
te.vol	0,0084	0,0063	0,0141	0,0181	0,0101	0,0105	0,0156	0,0125	0,0046	0,0040	0,0064	0,0064	0,0054	0,0053	0,0069	0,0057
turnover.medio	0,5697	0,4832	0,8186	0,7237	0,7395	0,5695	0,6246	0,6583	0,3257	0,2035	0,3716	0,2988	0,4879	0,5188	0,4278	0,3668
vol	0,2717	0,2912	0,3672	0,4205	0,3444	0,3557	0,4656	0,3649	0,2351	0,2571	0,2487	0,2291	0,2619	0,2839	0,3347	0,2662

**Tabela I. 10 - Resultados para 10 ativos com balanceamento semestral**

Número de ativos:	10															
Balanceamento	semestral															
Corretagem zero																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1869	-0,3405	-0,0730	0,0442	0,3377	0,4328	-0,0257	0,0827	-0,1004	-0,3245	0,3055	-0,2195	0,2896	0,3886	0,4233	0,2130
beta	1,1580	1,1109	1,4187	1,3896	1,1815	1,3623	1,4717	1,3002	1,0846	1,0555	1,1034	0,9769	1,0465	1,1750	1,1905	1,0968
cor	0,9030	0,9514	0,8819	0,8520	0,9427	0,9506	0,9308	0,9113	0,9611	0,9822	0,9536	0,9142	0,9637	0,9707	0,9690	0,9605
curtose	0,6693	1,8080	1,0924	0,5345	0,4457	0,2838	1,8242	1,4994	0,5457	2,6637	0,7335	0,6280	0,5650	0,3209	2,5844	1,8198
IR	-0,2001	-1,0727	-0,8076	-0,8435	-0,4823	-0,5129	1,6237	-0,3696	0,1979	-0,8354	0,0467	-0,9353	-0,0981	-0,6266	1,4339	-0,1378
media	-0,0001	-0,0013	-0,0011	-0,0011	-0,0005	-0,0005	0,0024	-0,0003	0,0003	-0,0009	0,0002	-0,0008	0,0000	-0,0006	0,0018	0,0000
ret.cum	-0,0523	-0,3092	-0,2805	-0,2828	-0,1526	-0,1713	0,6840	-0,6005	0,0455	-0,2216	0,0117	-0,2054	-0,0269	-0,1767	0,4694	-0,2299
te.cum	-0,0627	-0,1281	-0,3545	-0,1278	-0,1235	-0,0381	0,2947	-0,4786	0,0350	-0,0405	-0,0623	-0,0505	0,0022	-0,0436	0,0800	-0,1080
te.medio	-0,0002	-0,0006	-0,0015	-0,0005	-0,0005	-0,0001	0,0010	-0,0003	0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002	0,0000	-0,0002	0,0003	0,0000
te.vol	0,0074	0,0059	0,0118	0,0122	0,0073	0,0084	0,0125	0,0097	0,0041	0,0033	0,0049	0,0056	0,0047	0,0050	0,0060	0,0049
turnover.medio	0,5675	0,5384	0,7401	0,5692	0,6164	0,5652	0,6097	0,6087	0,4058	0,2633	0,2769	0,2845	0,3456	0,5229	0,3372	0,3363
vol	0,2612	0,2882	0,3474	0,3353	0,3164	0,3339	0,4213	0,3323	0,2299	0,2652	0,2499	0,2197	0,2741	0,2821	0,3273	0,2660
Corretagem 0,5%																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1825	-0,3433	-0,0732	0,0417	0,3310	0,4144	-0,0265	0,0798	-0,1145	-0,3243	0,3070	-0,2243	0,2923	0,3757	0,4212	0,2106
beta	1,1548	1,1084	1,4159	1,3845	1,1843	1,3676	1,4737	1,3001	1,0815	1,0543	1,1022	0,9756	1,0473	1,1795	1,1917	1,0970
cor	0,9002	0,9513	0,8800	0,8487	0,9421	0,9499	0,9315	0,9103	0,9621	0,9821	0,9537	0,9139	0,9638	0,9707	0,9688	0,9605
curtose	0,6655	1,8371	1,1351	0,5456	0,4441	0,3027	1,8283	1,5114	0,5536	2,6817	0,7499	0,6144	0,5637	0,3245	2,5837	1,8303
IR	-0,2418	-1,1011	-0,8431	-0,8677	-0,5128	-0,5380	1,5740	-0,4018	0,1614	-0,8521	0,0243	-0,9564	-0,1229	-0,6553	1,4025	-0,1631
media	-0,0001	-0,0014	-0,0012	-0,0012	-0,0005	-0,0006	0,0024	-0,0004	0,0003	-0,0009	0,0001	-0,0009	0,0000	-0,0007	0,0017	0,0000
ret.cum	-0,0632	-0,3167	-0,2929	-0,2910	-0,1627	-0,1805	0,6635	-0,6337	0,0370	-0,2258	0,0061	-0,2099	-0,0337	-0,1855	0,4597	-0,2669
te.cum	-0,0736	-0,1356	-0,3669	-0,1360	-0,1336	-0,0473	0,2741	-0,5118	0,0265	-0,0447	-0,0679	-0,0549	-0,0046	-0,0524	0,0703	-0,1450
te.medio	-0,0003	-0,0007	-0,0016	-0,0006	-0,0005	-0,0001	0,0009	-0,0004	0,0001	-0,0002	-0,0002	-0,0003	0,0000	-0,0002	0,0003	-0,0001
te.vol	0,0074	0,0058	0,0118	0,0122	0,0073	0,0085	0,0125	0,0097	0,0041	0,0033	0,0049	0,0056	0,0047	0,0050	0,0060	0,0049
turnover.medio	0,5675	0,5409	0,7442	0,5712	0,6185	0,5666	0,6105	0,6107	0,4058	0,2641	0,2773	0,2853	0,3458	0,5237	0,3380	0,3369
vol	0,2613	0,2876	0,3475	0,3353	0,3173	0,3355	0,4215	0,3327	0,2290	0,2650	0,2496	0,2194	0,2743	0,2831	0,3278	0,2660

**Tabela I. 11 - Resultados para 12 ativos com balanceamento semestral**

Número de ativos:	12															
Balanceamento	semestral															
Corretagem zero																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1891	-0,3501	0,0399	-0,0220	0,3444	0,4772	0,0678	0,1290	-0,1395	-0,3976	0,2884	-0,1300	0,2908	0,4069	0,4166	0,1926
beta	1,1539	1,1067	1,3948	1,2527	1,1622	1,3346	1,3926	1,2589	1,0530	1,0900	1,1569	1,0026	1,0112	1,1345	1,1789	1,0944
cor	0,9488	0,9594	0,9126	0,9073	0,9448	0,9625	0,9518	0,9379	0,9643	0,9840	0,9639	0,9323	0,9658	0,9706	0,9707	0,9650
curtose	0,4244	1,8502	0,7555	0,6314	0,4691	0,3327	1,9180	1,4470	0,5778	3,3283	0,7915	0,6449	0,4633	0,3953	2,5214	1,9495
IR	-0,2031	-1,0587	-0,7404	-0,8575	-0,4575	-0,6344	1,6737	-0,3656	0,2298	-0,7993	0,0566	-1,1192	-0,1535	-0,4492	1,3684	-0,1442
media	-0,0001	-0,0013	-0,0009	-0,0010	-0,0004	-0,0007	0,0023	-0,0003	0,0003	-0,0008	0,0002	-0,0010	0,0000	-0,0004	0,0017	0,0000
ret.cum	-0,0503	-0,3015	-0,2444	-0,2434	-0,1421	-0,2050	0,6525	-0,5725	0,0511	-0,2185	0,0147	-0,2474	-0,0406	-0,1223	0,4428	-0,2380
te.cum	-0,0607	-0,1204	-0,3183	-0,0884	-0,1129	-0,0718	0,2631	-0,4506	0,0407	-0,0375	-0,0593	-0,0925	-0,0115	0,0108	0,0534	-0,1161
te.medio	-0,0002	-0,0006	-0,0013	-0,0004	-0,0004	-0,0003	0,0009	-0,0003	0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0005	0,0000	0,0001	0,0002	-0,0001
te.vol	0,0053	0,0053	0,0101	0,0082	0,0069	0,0074	0,0100	0,0078	0,0038	0,0034	0,0048	0,0050	0,0043	0,0046	0,0057	0,0046
turnover.medio	0,4524	0,5311	0,6731	0,5989	0,6013	0,5547	0,4854	0,5610	0,3926	0,2553	0,3464	0,3748	0,3862	0,5874	0,3490	0,3756
vol	0,2477	0,2847	0,3301	0,2838	0,3105	0,3231	0,3898	0,3127	0,2224	0,2734	0,2592	0,2211	0,2643	0,2723	0,3236	0,2642
Corretagem 0,5%																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,1874	-0,3525	0,0412	-0,0230	0,3392	0,4591	0,0676	0,1268	-0,1531	-0,3975	0,2922	-0,1376	0,2928	0,3931	0,4140	0,1904
beta	1,1510	1,1043	1,3921	1,2481	1,1649	1,3400	1,3939	1,2588	1,0501	1,0888	1,1556	1,0002	1,0119	1,1387	1,1800	1,0944
cor	0,9471	0,9593	0,9111	0,9036	0,9443	0,9619	0,9522	0,9369	0,9652	0,9838	0,9637	0,9317	0,9659	0,9705	0,9704	0,9648
curtose	0,4298	1,8806	0,7892	0,6411	0,4656	0,3473	1,9191	1,4578	0,5883	3,3473	0,8083	0,6380	0,4621	0,3975	2,5239	1,9610
IR	-0,2383	-1,0873	-0,7755	-0,8901	-0,4883	-0,6582	1,6320	-0,3975	0,1938	-0,8147	0,0307	-1,1480	-0,1821	-0,4860	1,3353	-0,1724
media	-0,0001	-0,0013	-0,0010	-0,0010	-0,0005	-0,0008	0,0023	-0,0003	0,0003	-0,0009	0,0002	-0,0011	-0,0001	-0,0004	0,0017	0,0000
ret.cum	-0,0590	-0,3089	-0,2559	-0,2527	-0,1521	-0,2137	0,6365	-0,6054	0,0430	-0,2225	0,0080	-0,2534	-0,0481	-0,1329	0,4326	-0,2784
te.cum	-0,0694	-0,1278	-0,3299	-0,0978	-0,1229	-0,0805	0,2472	-0,4835	0,0325	-0,0415	-0,0660	-0,0984	-0,0190	0,0003	0,0433	-0,1565
te.medio	-0,0002	-0,0006	-0,0014	-0,0004	-0,0005	-0,0003	0,0008	-0,0004	0,0001	-0,0002	-0,0002	-0,0005	-0,0001	0,0000	0,0002	-0,0001
te.vol	0,0054	0,0053	0,0101	0,0083	0,0070	0,0075	0,0100	0,0079	0,0037	0,0034	0,0048	0,0050	0,0043	0,0046	0,0058	0,0046
turnover.medio	0,4524	0,5324	0,6769	0,6007	0,6034	0,5559	0,4858	0,5627	0,3926	0,2557	0,3468	0,3756	0,3862	0,5883	0,3502	0,3762
vol	0,2475	0,2841	0,3300	0,2839	0,3114	0,3246	0,3900	0,3130	0,2216	0,2732	0,2590	0,2207	0,2645	0,2734	0,3240	0,2642

**Tabela I. 12 Resultados para 14 ativos com balanceamento semestral**

Número de ativos:	14															
Balanceamento	semestral															
Corretagem zero																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,2144	-0,3597	0,1349	-0,0510	0,4389	0,4809	0,1148	0,1595	-0,1748	-0,3997	0,2936	-0,2001	0,2872	0,3658	0,4295	0,1668
beta	1,1460	1,1045	1,3335	1,2172	1,0174	1,3308	1,3629	1,2160	1,0399	1,0898	1,1372	0,9878	1,0111	1,1191	1,1373	1,0787
cor	0,9595	0,9685	0,9317	0,9211	0,9338	0,9636	0,9587	0,9440	0,9748	0,9846	0,9727	0,9414	0,9668	0,9716	0,9804	0,9710
curtose	0,4437	1,8745	0,6128	0,5640	0,6379	0,3380	1,8708	1,4853	0,5846	3,3443	0,7437	0,5560	0,4749	0,3492	1,8237	1,6795
IR	-0,1750	-1,0090	-0,6685	-0,9073	-0,4821	-0,6425	1,7394	-0,3429	0,0964	-0,7956	0,0752	-1,0448	-0,1193	-0,3890	1,3185	-0,1416
media	-0,0001	-0,0012	-0,0008	-0,0010	-0,0004	-0,0007	0,0023	-0,0003	0,0002	-0,0008	0,0002	-0,0009	0,0000	-0,0003	0,0016	0,0000
ret.cum	-0,0426	-0,2840	-0,2066	-0,2465	-0,1326	-0,2068	0,6588	-0,5323	0,0209	-0,2174	0,0190	-0,2254	-0,0315	-0,1044	0,4075	-0,2300
te.cum	-0,0530	-0,1030	-0,2806	-0,0915	-0,1035	-0,0736	0,2694	-0,4104	0,0105	-0,0363	-0,0550	-0,0704	-0,0024	0,0287	0,0182	-0,1081
te.medio	-0,0002	-0,0005	-0,0011	-0,0004	-0,0004	-0,0003	0,0009	-0,0003	0,0001	-0,0002	-0,0002	-0,0003	0,0000	0,0002	0,0001	-0,0001
te.vol	0,0047	0,0047	0,0084	0,0072	0,0062	0,0073	0,0091	0,0070	0,0031	0,0033	0,0041	0,0046	0,0043	0,0044	0,0045	0,0041
turnover.medio	0,4491	0,5160	0,6090	0,6036	0,6735	0,5941	0,4616	0,5626	0,4441	0,2473	0,2921	0,3439	0,3804	0,5633	0,3392	0,3631
vol	0,2433	0,2815	0,3091	0,2717	0,2750	0,3218	0,3788	0,3000	0,2173	0,2732	0,2525	0,2157	0,2640	0,2684	0,3091	0,2588
Corretagem 0,5%																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,2135	-0,3621	0,1382	-0,0523	0,4316	0,4599	0,1142	0,1567	-0,1811	-0,3997	0,2946	-0,2064	0,2894	0,3500	0,4280	0,1647
beta	1,1431	1,1020	1,3309	1,2132	1,0188	1,3365	1,3640	1,2158	1,0369	1,0886	1,1359	0,9864	1,0119	1,1235	1,1381	1,0788
cor	0,9582	0,9684	0,9304	0,9177	0,9325	0,9630	0,9591	0,9431	0,9751	0,9844	0,9730	0,9410	0,9668	0,9713	0,9801	0,9709
curtose	0,4518	1,9068	0,6393	0,5718	0,6367	0,3570	1,8714	1,4969	0,6068	3,3624	0,7628	0,5437	0,4741	0,3582	1,8200	1,6878
IR	-0,2109	-1,0378	-0,7034	-0,9426	-0,5216	-0,6679	1,6988	-0,3765	0,0552	-0,8104	0,0527	-1,0719	-0,1474	-0,4257	1,2867	-0,1695
media	-0,0001	-0,0012	-0,0008	-0,0010	-0,0005	-0,0008	0,0023	-0,0003	0,0001	-0,0009	0,0002	-0,0010	0,0000	-0,0004	0,0015	0,0000
ret.cum	-0,0512	-0,2915	-0,2173	-0,2562	-0,1439	-0,2160	0,6437	-0,5682	0,0120	-0,2212	0,0133	-0,2310	-0,0389	-0,1147	0,3981	-0,2695
te.cum	-0,0617	-0,1104	-0,2913	-0,1012	-0,1147	-0,0829	0,2544	-0,4463	0,0015	-0,0401	-0,0607	-0,0760	-0,0098	0,0184	0,0087	-0,1476
te.medio	-0,0002	-0,0005	-0,0012	-0,0005	-0,0005	-0,0003	0,0008	-0,0003	0,0000	-0,0002	-0,0002	-0,0004	0,0000	0,0001	0,0001	-0,0001
te.vol	0,0047	0,0047	0,0084	0,0073	0,0063	0,0074	0,0091	0,0070	0,0031	0,0033	0,0041	0,0046	0,0043	0,0044	0,0045	0,0041
turnover.medio	0,4491	0,5173	0,6120	0,6058	0,6751	0,5960	0,4620	0,5642	0,4441	0,2481	0,2923	0,3449	0,3807	0,5641	0,3398	0,3637
vol	0,2430	0,2809	0,3089	0,2718	0,2758	0,3234	0,3789	0,3003	0,2166	0,2730	0,2521	0,2155	0,2642	0,2695	0,3094	0,2588

**Tabela I. 13 - Resultados para 8 ativos com balanceamento anual**

Número de ativos:	8															
Balanceamento	anual															
Corretagem zero																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,2026	-0,4089	-0,1293	0,1319	0,3103	0,3940	-0,0339	0,0812	0,0101	-0,4955	0,2156	-0,3780	0,2699	0,3275	0,4045	0,1928
beta	1,1571	1,1933	1,4133	1,3827	1,2924	1,5069	1,5796	1,3720	1,1069	1,0105	1,0544	0,9072	1,1193	1,1066	1,2641	1,0948
cor	0,9122	0,9382	0,7871	0,7984	0,8513	0,9192	0,9127	0,8681	0,9589	0,9710	0,9113	0,8513	0,9463	0,9599	0,9674	0,9411
curtose	0,7806	2,7899	1,2167	0,0977	0,9816	0,2139	1,6080	1,5270	0,5539	3,2135	0,6601	0,8255	1,5011	-0,0367	2,1737	2,0804
IR	0,3233	-1,0343	-0,3844	-0,7174	-1,2759	-0,7911	1,8929	-0,4189	0,0362	-0,7279	0,3515	-0,8310	-0,4859	-0,7782	1,6348	-0,1325
media	0,0005	-0,0014	-0,0004	-0,0009	-0,0024	-0,0012	0,0029	-0,0004	0,0001	-0,0007	0,0005	-0,0007	-0,0005	-0,0008	0,0020	0,0000
ret.cum	0,0835	-0,3247	-0,1491	-0,2554	-0,4889	-0,3022	0,8728	-0,6904	0,0085	-0,1870	0,0878	-0,1820	-0,1451	-0,2090	0,5692	-0,2258
te.cum	0,0731	-0,1436	-0,2230	-0,1005	-0,4598	-0,1691	0,4835	-0,5685	-0,0019	-0,0059	0,0139	-0,0271	-0,1160	-0,0759	0,1798	-0,1039
te.medio	0,0003	-0,0007	-0,0007	-0,0003	-0,0024	-0,0007	0,0015	-0,0004	0,0000	0,0000	0,0001	-0,0001	-0,0005	-0,0003	0,0006	0,0000
te.vol	0,0070	0,0075	0,0161	0,0144	0,0135	0,0120	0,0153	0,0127	0,0044	0,0039	0,0065	0,0073	0,0064	0,0050	0,0071	0,0059
turnover.medio	0,5000	0,6795	0,9154	0,8299	0,7304	0,6358	0,4815	0,7121	0,5000	0,1859	0,4225	0,3999	0,4393	0,7291	0,6928	0,4783
vol	0,2584	0,3139	0,3878	0,3560	0,3832	0,3820	0,4611	0,3681	0,2351	0,2569	0,2499	0,2191	0,2986	0,2686	0,3482	0,2710
Corretagem 0,5%																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,2022	-0,4099	-0,1269	0,1339	0,3046	0,3787	-0,0321	0,0795	-0,0053	-0,4949	0,2170	-0,3863	0,2669	0,3077	0,3968	0,1870
beta	1,1545	1,1926	1,4130	1,3782	1,2956	1,5110	1,5830	1,3728	1,1042	1,0101	1,0527	0,9042	1,1203	1,1107	1,2682	1,0955
cor	0,9111	0,9379	0,7848	0,7956	0,8504	0,9186	0,9133	0,8671	0,9595	0,9710	0,9105	0,8500	0,9464	0,9598	0,9676	0,9409
curtose	0,7927	2,8172	1,2409	0,1099	0,9776	0,2326	1,6025	1,5386	0,5406	3,2181	0,6704	0,8338	1,4875	-0,0211	2,1508	2,0821
IR	0,3027	-1,0504	-0,4067	-0,7345	-1,2849	-0,7996	1,8742	-0,4350	0,0148	-0,7339	0,3332	-0,8474	-0,4996	-0,7988	1,6026	-0,1497
media	0,0004	-0,0014	-0,0004	-0,0010	-0,0025	-0,0012	0,0029	-0,0004	0,0001	-0,0007	0,0004	-0,0007	-0,0005	-0,0008	0,0020	0,0000
ret.cum	0,0781	-0,3297	-0,1581	-0,2615	-0,4941	-0,3065	0,8656	-0,7060	0,0035	-0,1884	0,0832	-0,1853	-0,1493	-0,2154	0,5596	-0,2519
te.cum	0,0677	-0,1486	-0,2321	-0,1066	-0,4650	-0,1733	0,4762	-0,5840	-0,0070	-0,0073	0,0092	-0,0304	-0,1202	-0,0823	0,1703	-0,1300
te.medio	0,0003	-0,0007	-0,0008	-0,0004	-0,0025	-0,0007	0,0015	-0,0005	0,0000	0,0000	0,0001	-0,0001	-0,0005	-0,0004	0,0006	-0,0001
te.vol	0,0070	0,0075	0,0162	0,0144	0,0136	0,0121	0,0154	0,0128	0,0044	0,0039	0,0065	0,0074	0,0064	0,0050	0,0071	0,0060
turnover.medio	0,5000	0,6795	0,9192	0,8352	0,7322	0,6396	0,4835	0,7149	0,5000	0,1859	0,4224	0,4007	0,4399	0,7296	0,6956	0,4790
vol	0,2581	0,3139	0,3888	0,3561	0,3846	0,3833	0,4618	0,3688	0,2344	0,2568	0,2497	0,2187	0,2988	0,2696	0,3492	0,2712

**Tabela I. 14 - Resultados para 10 ativos balanceamento anual**

Número de ativos:	10															
Balanceamento	anual															
Corretagem zero																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,2285	-0,2803	-0,0146	0,0712	0,2589	0,4139	-0,0293	0,0937	-0,1280	-0,3204	0,2235	-0,2575	0,1972	0,3137	0,3504	0,1651
beta	1,1379	1,1754	1,5074	1,2821	1,4772	1,4451	1,4506	1,3649	1,0865	1,0633	1,0994	0,9051	1,1728	1,1014	1,2318	1,1086
cor	0,9406	0,9540	0,8637	0,8418	0,9449	0,9496	0,9314	0,9141	0,9635	0,9844	0,9570	0,8734	0,9706	0,9696	0,9704	0,9584
curtose	0,7652	2,3285	0,7171	0,3185	1,2287	0,2137	1,9747	1,5724	0,5570	2,7827	0,7502	0,5551	1,4526	0,1070	2,0409	1,9734
IR	0,1925	-1,0736	-0,6390	-0,7976	-0,8629	-0,6999	1,8830	-0,3955	0,1877	-0,8588	0,1563	-0,7561	-0,4646	-0,6931	1,7700	-0,1260
media	0,0003	-0,0014	-0,0008	-0,0010	-0,0014	-0,0009	0,0027	-0,0004	0,0003	-0,0009	0,0003	-0,0006	-0,0004	-0,0007	0,0021	0,0000
ret.cum	0,0474	-0,3265	-0,2408	-0,2497	-0,3405	-0,2482	0,7814	-0,6451	0,0431	-0,2290	0,0388	-0,1611	-0,1417	-0,1834	0,5987	-0,2147
te.cum	0,0370	-0,1454	-0,3148	-0,0948	-0,3114	-0,1150	0,3921	-0,5232	0,0327	-0,0479	-0,0352	-0,0061	-0,1126	-0,0503	0,2093	-0,0928
te.medio	0,0002	-0,0007	-0,0012	-0,0004	-0,0014	-0,0004	0,0012	-0,0004	0,0002	-0,0002	-0,0001	0,0000	-0,0004	-0,0002	0,0006	0,0000
te.vol	0,0056	0,0064	0,0138	0,0113	0,0111	0,0096	0,0122	0,0104	0,0040	0,0031	0,0047	0,0066	0,0054	0,0043	0,0065	0,0051
turnover.medio	0,5000	0,7026	0,8533	0,8012	0,6778	0,5222	0,5315	0,6814	0,5000	0,4449	0,2173	0,5119	0,3928	0,7856	0,5956	0,4913
vol	0,2464	0,3041	0,3769	0,3131	0,3946	0,3546	0,4150	0,3478	0,2297	0,2666	0,2481	0,2130	0,3050	0,2647	0,3382	0,2694
Corretagem 0,5%																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,2291	-0,2807	-0,0124	0,0743	0,2552	0,4019	-0,0291	0,0925	-0,1402	-0,3189	0,2236	-0,2763	0,1955	0,2871	0,3427	0,1586
beta	1,1352	1,1742	1,5077	1,2772	1,4803	1,4493	1,4539	1,3656	1,0838	1,0624	1,0986	0,9012	1,1733	1,1059	1,2355	1,1090
cor	0,9396	0,9539	0,8618	0,8390	0,9448	0,9494	0,9318	0,9133	0,9637	0,9842	0,9567	0,8723	0,9708	0,9691	0,9704	0,9581
curtose	0,7784	2,3530	0,7339	0,3344	1,2168	0,2271	1,9660	1,5808	0,5560	2,7911	0,7569	0,5421	1,4390	0,1365	2,0244	1,9780
IR	0,1715	-1,0907	-0,6601	-0,8173	-0,8741	-0,7095	1,8603	-0,4125	0,1655	-0,8728	0,1468	-0,7793	-0,4773	-0,7153	1,7409	-0,1439
media	0,0003	-0,0014	-0,0009	-0,0010	-0,0014	-0,0009	0,0026	-0,0004	0,0003	-0,0009	0,0003	-0,0006	-0,0005	-0,0007	0,0021	0,0000
ret.cum	0,0422	-0,3314	-0,2494	-0,2558	-0,3457	-0,2524	0,7734	-0,6623	0,0379	-0,2326	0,0364	-0,1655	-0,1456	-0,1902	0,5905	-0,2419
te.cum	0,0318	-0,1503	-0,3233	-0,1008	-0,3166	-0,1192	0,3840	-0,5404	0,0275	-0,0515	-0,0376	-0,0106	-0,1165	-0,0571	0,2012	-0,1200
te.medio	0,0002	-0,0008	-0,0013	-0,0004	-0,0014	-0,0005	0,0012	-0,0004	0,0001	-0,0002	-0,0001	0,0000	-0,0005	-0,0002	0,0006	0,0000
te.vol	0,0056	0,0063	0,0139	0,0113	0,0112	0,0096	0,0122	0,0104	0,0040	0,0031	0,0047	0,0067	0,0054	0,0044	0,0065	0,0051
turnover.medio	0,5000	0,7026	0,8566	0,8078	0,6797	0,5252	0,5330	0,6842	0,5000	0,4449	0,2187	0,5125	0,3955	0,7867	0,5991	0,4929
vol	0,2461	0,3038	0,3778	0,3129	0,3955	0,3557	0,4157	0,3483	0,2291	0,2665	0,2480	0,2124	0,3051	0,2659	0,3392	0,2696

**Tabela I. 15 - Resultados para 12 ativos com balanceamento anual**

Número de ativos:	12															
Balanceamento	anual															
Corretagem zero																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,2585	-0,2635	0,0491	-0,0169	0,2637	0,4382	0,0717	0,1250	-0,1400	-0,4068	0,2173	-0,0543	0,1961	0,3497	0,3497	0,1678
beta	1,1219	1,1747	1,4665	1,1140	1,4456	1,4006	1,3825	1,3149	1,0430	1,0578	1,1236	0,9606	1,1568	1,0740	1,2224	1,1036
cor	0,9600	0,9572	0,9025	0,8834	0,9473	0,9639	0,9503	0,9345	0,9657	0,9846	0,9596	0,9071	0,9712	0,9659	0,9730	0,9624
curtose	0,7104	2,1607	0,5419	0,5911	1,2509	0,2532	1,9477	1,6437	0,6768	3,0717	0,7342	0,3563	1,4124	0,1214	1,9613	1,9585
IR	0,1486	-1,0604	-0,6407	-0,7924	-0,8380	-0,8089	1,8734	-0,4066	0,2488	-0,8228	0,1009	-0,7837	-0,4958	-0,6060	1,6984	-0,1245
media	0,0003	-0,0014	-0,0008	-0,0008	-0,0013	-0,0011	0,0025	-0,0004	0,0003	-0,0008	0,0002	-0,0007	-0,0005	-0,0006	0,0020	0,0000
ret.cum	0,0354	-0,3212	-0,2248	-0,2054	-0,3228	-0,2739	0,7261	-0,6326	0,0547	-0,2182	0,0255	-0,1706	-0,1491	-0,1570	0,5685	-0,2109
te.cum	0,0249	-0,1401	-0,2988	-0,0504	-0,2937	-0,1407	0,3368	-0,5107	0,0443	-0,0371	-0,0485	-0,0157	-0,1199	-0,0239	0,1792	-0,0890
te.medio	0,0001	-0,0007	-0,0012	-0,0002	-0,0013	-0,0006	0,0010	-0,0004	0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0001	-0,0005	-0,0001	0,0006	0,0000
te.vol	0,0045	0,0062	0,0114	0,0078	0,0105	0,0082	0,0100	0,0087	0,0036	0,0031	0,0048	0,0058	0,0052	0,0044	0,0061	0,0048
turnover.medio	0,5000	0,6756	0,8795	0,7578	0,6695	0,6006	0,5739	0,6928	0,5000	0,3691	0,2097	0,5262	0,3883	0,8008	0,5501	0,4740
vol	0,2380	0,3029	0,3509	0,2592	0,3852	0,3386	0,3876	0,3278	0,2200	0,2652	0,2529	0,2177	0,3007	0,2591	0,3347	0,2671
Corretagem 0,5%																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,2607	-0,2636	0,0508	-0,0149	0,2602	0,4236	0,0700	0,1228	-0,1508	-0,4055	0,2177	-0,0668	0,1941	0,3207	0,3408	0,1611
beta	1,1192	1,1737	1,4663	1,1090	1,4491	1,4052	1,3857	1,3157	1,0404	1,0574	1,1228	0,9567	1,1577	1,0785	1,2253	1,1041
cor	0,9592	0,9572	0,9007	0,8804	0,9472	0,9637	0,9506	0,9337	0,9658	0,9843	0,9592	0,9059	0,9713	0,9652	0,9729	0,9621
curtose	0,7241	2,1812	0,5594	0,6125	1,2392	0,2652	1,9356	1,6515	0,6817	3,0795	0,7402	0,3547	1,4000	0,1544	1,9473	1,9633
IR	0,1270	-1,0770	-0,6648	-0,8181	-0,8490	-0,8200	1,8468	-0,4252	0,2254	-0,8345	0,0921	-0,8065	-0,5076	-0,6298	1,6714	-0,1420
media	0,0002	-0,0014	-0,0008	-0,0008	-0,0013	-0,0011	0,0025	-0,0004	0,0003	-0,0009	0,0002	-0,0007	-0,0005	-0,0006	0,0020	0,0000
ret.cum	0,0302	-0,3260	-0,2337	-0,2118	-0,3278	-0,2786	0,7173	-0,6508	0,0495	-0,2213	0,0233	-0,1751	-0,1527	-0,1640	0,5608	-0,2373
te.cum	0,0197	-0,1449	-0,3077	-0,0569	-0,2987	-0,1455	0,3279	-0,5289	0,0390	-0,0402	-0,0507	-0,0201	-0,1236	-0,0308	0,1715	-0,1154
te.medio	0,0001	-0,0007	-0,0012	-0,0002	-0,0013	-0,0006	0,0010	-0,0004	0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0001	-0,0005	-0,0001	0,0005	0,0000
te.vol	0,0045	0,0061	0,0115	0,0079	0,0106	0,0082	0,0100	0,0087	0,0036	0,0031	0,0048	0,0058	0,0052	0,0044	0,0062	0,0048
turnover.medio	0,5000	0,6756	0,8827	0,7632	0,6706	0,6046	0,5759	0,6954	0,5000	0,3691	0,2105	0,5269	0,3901	0,8023	0,5529	0,4753
vol	0,2377	0,3027	0,3516	0,2590	0,3862	0,3397	0,3884	0,3282	0,2194	0,2652	0,2528	0,2171	0,3009	0,2604	0,3356	0,2673

**Tabela I. 16 - Resultados para 14 ativos com balanceamento anual**

Número de ativos:	14															
Balanceamento	anual															
Corretagem zero																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,2732	-0,2591	0,1296	-0,0251	0,2699	0,4384	0,1179	0,1508	-0,1772	-0,4471	0,2454	-0,1140	0,2018	0,3835	0,3244	0,1538
beta	1,1176	1,1718	1,3885	1,1035	1,3989	1,3953	1,3541	1,2893	1,0271	1,0487	1,1289	0,9194	1,1492	1,0769	1,1926	1,0899
cor	0,9676	0,9692	0,9286	0,8920	0,9528	0,9650	0,9576	0,9456	0,9766	0,9858	0,9685	0,9210	0,9729	0,9657	0,9848	0,9690
curtose	0,6683	1,8870	0,5157	0,5324	1,2025	0,2518	1,8996	1,5598	0,7010	3,1901	0,5990	0,1880	1,3451	0,1823	1,2982	1,7024
IR	0,1203	-1,0149	-0,5656	-0,7764	-0,8125	-0,8178	1,8928	-0,3786	0,1078	-0,7952	0,1169	-0,7308	-0,5048	-0,5389	1,7020	-0,1187
media	0,0002	-0,0013	-0,0006	-0,0008	-0,0012	-0,0011	0,0024	-0,0003	0,0002	-0,0008	0,0002	-0,0006	-0,0005	-0,0005	0,0020	0,0000
ret.cum	0,0283	-0,3029	-0,1826	-0,1975	-0,3011	-0,2755	0,7131	-0,5921	0,0231	-0,2088	0,0294	-0,1500	-0,1505	-0,1400	0,5492	-0,1984
te.cum	0,0179	-0,1218	-0,2566	-0,0425	-0,2720	-0,1424	0,3238	-0,4702	0,0127	-0,0277	-0,0446	0,0050	-0,1214	-0,0069	0,1598	-0,0765
te.medio	0,0001	-0,0006	-0,0010	-0,0002	-0,0012	-0,0006	0,0010	-0,0004	0,0001	-0,0001	-0,0001	0,0000	-0,0005	0,0000	0,0005	0,0000
te.vol	0,0040	0,0053	0,0092	0,0074	0,0095	0,0080	0,0091	0,0078	0,0029	0,0029	0,0043	0,0051	0,0049	0,0044	0,0048	0,0043
turnover.medio	0,5000	0,6180	0,8706	0,7745	0,6171	0,6114	0,5625	0,6757	0,5000	0,3117	0,2070	0,4715	0,4942	0,7985	0,5942	0,4795
vol	0,2353	0,2984	0,3229	0,2543	0,3706	0,3369	0,3768	0,3176	0,2142	0,2626	0,2517	0,2052	0,2982	0,2599	0,3227	0,2620
Corretagem 0,5%																
Estatística	LASSO								ADHOC							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
assimetria	-0,2765	-0,2592	0,1314	-0,0244	0,2664	0,4234	0,1157	0,1482	-0,1837	-0,4463	0,2458	-0,1297	0,1989	0,3527	0,3175	0,1473
beta	1,1150	1,1708	1,3874	1,0987	1,4020	1,4005	1,3571	1,2900	1,0244	1,0484	1,1281	0,9160	1,1507	1,0814	1,1961	1,0906
cor	0,9670	0,9692	0,9268	0,8890	0,9528	0,9648	0,9579	0,9449	0,9763	0,9856	0,9681	0,9204	0,9730	0,9649	0,9849	0,9686
curtose	0,6817	1,9047	0,5341	0,5546	1,1913	0,2634	1,8877	1,5675	0,7138	3,1978	0,6061	0,1738	1,3301	0,2204	1,2845	1,7074
IR	0,0986	-1,0307	-0,5924	-0,8036	-0,8231	-0,8296	1,8661	-0,3976	0,0842	-0,8053	0,1077	-0,7537	-0,5196	-0,5629	1,6718	-0,1367
media	0,0002	-0,0013	-0,0007	-0,0008	-0,0012	-0,0011	0,0024	-0,0003	0,0002	-0,0008	0,0002	-0,0006	-0,0005	-0,0005	0,0019	0,0000
ret.cum	0,0232	-0,3073	-0,1915	-0,2042	-0,3057	-0,2806	0,7044	-0,6118	0,0180	-0,2114	0,0271	-0,1542	-0,1551	-0,1470	0,5409	-0,2255
te.cum	0,0127	-0,1262	-0,2655	-0,0492	-0,2766	-0,1475	0,3151	-0,4899	0,0075	-0,0304	-0,0469	0,0008	-0,1260	-0,0138	0,1516	-0,1036
te.medio	0,0001	-0,0006	-0,0010	-0,0002	-0,0012	-0,0006	0,0010	-0,0004	0,0000	-0,0001	-0,0001	0,0000	-0,0005	0,0000	0,0005	0,0000
te.vol	0,0041	0,0053	0,0093	0,0074	0,0096	0,0081	0,0091	0,0078	0,0029	0,0029	0,0043	0,0052	0,0050	0,0045	0,0048	0,0043
turnover.medio	0,5000	0,6180	0,8737	0,7799	0,6197	0,6134	0,5650	0,6783	0,5000	0,3117	0,2076	0,4723	0,4948	0,8007	0,5968	0,4807
vol	0,2349	0,2982	0,3233	0,2541	0,3714	0,3382	0,3775	0,3180	0,2137	0,2626	0,2516	0,2046	0,2985	0,2611	0,3236	0,2623

## ANEXO II – Tabelas de síntese estatística

**Tabela II. 1 - Tracking error médio**

		Tracking error diário médio							
Método	Corretagem	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	0,0%	-0,007%	-0,042%	-0,091%	-0,020%	-0,093%	-0,038%	0,125%	-0,023%
LASSO	0,5%	-0,014%	-0,049%	-0,100%	-0,028%	-0,101%	-0,045%	0,120%	-0,031%
<i>média LASSO</i>	-	<i>-0,010%</i>	<i>-0,045%</i>	<i>-0,095%</i>	<i>-0,024%</i>	<i>-0,097%</i>	<i>-0,041%</i>	<i>0,122%</i>	<i>-0,027%</i>
ADHOC	0,0%	0,015%	-0,013%	0,000%	-0,019%	-0,022%	-0,008%	0,020%	-0,004%
ADHOC	0,5%	0,010%	-0,016%	-0,004%	-0,023%	-0,028%	-0,013%	0,016%	-0,008%
<i>média ADHOC</i>	-	<i>0,012%</i>	<i>-0,015%</i>	<i>-0,002%</i>	<i>-0,021%</i>	<i>-0,025%</i>	<i>-0,010%</i>	<i>0,018%</i>	<i>-0,006%</i>

		Tracking error diário médio por número de ativos															
Método	Número de ativos	Corretagem 0,0%								Corretagem 0,5%							
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	8	0,005%	-0,035%	-0,112%	-0,010%	-0,126%	-0,038%	0,144%	-0,024%	-0,002%	-0,042%	-0,122%	-0,019%	-0,134%	-0,045%	0,139%	-0,032%
LASSO	10	-0,008%	-0,045%	-0,092%	-0,032%	-0,088%	-0,031%	0,129%	-0,024%	-0,015%	-0,053%	-0,100%	-0,040%	-0,096%	-0,038%	0,123%	-0,031%
LASSO	12	-0,015%	-0,045%	-0,085%	-0,018%	-0,079%	-0,040%	0,118%	-0,023%	-0,022%	-0,052%	-0,093%	-0,026%	-0,087%	-0,046%	0,113%	-0,030%
LASSO	14	-0,010%	-0,042%	-0,075%	-0,019%	-0,078%	-0,044%	0,109%	-0,023%	-0,016%	-0,049%	-0,083%	-0,027%	-0,086%	-0,050%	0,104%	-0,029%
ADHOC	8	0,017%	-0,001%	0,015%	-0,017%	-0,021%	-0,020%	0,008%	-0,003%	0,013%	-0,004%	0,011%	-0,021%	-0,027%	-0,025%	0,003%	-0,007%
ADHOC	10	0,017%	-0,020%	-0,005%	-0,018%	-0,017%	-0,021%	0,033%	-0,005%	0,011%	-0,023%	-0,008%	-0,022%	-0,023%	-0,026%	0,030%	-0,009%
ADHOC	12	0,019%	-0,018%	-0,008%	-0,032%	-0,025%	-0,001%	0,031%	-0,005%	0,014%	-0,021%	-0,012%	-0,036%	-0,031%	-0,006%	0,026%	-0,009%
ADHOC	14	0,007%	-0,015%	-0,003%	-0,010%	-0,025%	0,011%	0,010%	-0,004%	0,002%	-0,017%	-0,007%	-0,014%	-0,031%	0,006%	0,005%	-0,008%

		Tracking error diário médio por frequência de rebalanceamento															
Método	Frequencia	Corretagem 0,0%								Corretagem 0,5%							
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	12	-0,002%	-0,010%	-0,059%	-0,024%	-0,078%	-0,043%	0,166%	-0,007%	-0,016%	-0,024%	-0,074%	-0,039%	-0,094%	-0,055%	0,156%	-0,021%
LASSO	4	-0,026%	-0,030%	-0,059%	0,004%	-0,081%	-0,036%	0,118%	-0,016%	-0,033%	-0,038%	-0,066%	-0,005%	-0,090%	-0,044%	0,112%	-0,023%
LASSO	2	-0,017%	-0,059%	-0,144%	-0,033%	-0,055%	-0,014%	0,100%	-0,032%	-0,022%	-0,064%	-0,151%	-0,038%	-0,060%	-0,019%	0,095%	-0,037%
LASSO	1	0,019%	-0,068%	-0,103%	-0,027%	-0,156%	-0,059%	0,117%	-0,039%	0,017%	-0,070%	-0,108%	-0,030%	-0,160%	-0,061%	0,116%	-0,042%
ADHOC	12	0,017%	-0,013%	0,018%	-0,017%	-0,014%	-0,006%	0,003%	-0,002%	0,009%	-0,018%	0,011%	-0,022%	-0,026%	-0,013%	-0,005%	-0,009%
ADHOC	4	0,017%	-0,015%	0,001%	-0,023%	-0,026%	-0,008%	0,006%	-0,007%	0,012%	-0,018%	-0,004%	-0,027%	-0,034%	-0,014%	0,001%	-0,012%
ADHOC	2	0,015%	-0,012%	-0,012%	-0,033%	-0,001%	-0,001%	0,015%	-0,004%	0,012%	-0,014%	-0,015%	-0,036%	-0,004%	-0,005%	0,012%	-0,007%
ADHOC	1	0,010%	-0,013%	-0,008%	-0,005%	-0,047%	-0,016%	0,058%	-0,003%	0,008%	-0,015%	-0,009%	-0,007%	-0,049%	-0,019%	0,056%	-0,005%

**Tabela II. 2 - Volatilidade dos tracking errors diários**

Volatilidade dos tracking errors diários									
Método	Corretagem	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	0,0%	0,640%	0,655%	1,102%	1,148%	0,894%	0,857%	1,248%	0,968%
LASSO	0,5%	0,642%	0,661%	1,105%	1,157%	0,901%	0,864%	1,248%	0,973%
<i>média LASSO</i>	-	<b>0,641%</b>	<b>0,658%</b>	<b>1,104%</b>	<b>1,152%</b>	<b>0,897%</b>	<b>0,860%</b>	<b>1,248%</b>	<b>0,971%</b>
ADHOC	0,0%	0,392%	0,351%	0,512%	0,535%	0,553%	0,480%	0,546%	0,488%
ADHOC	0,5%	0,389%	0,351%	0,512%	0,536%	0,553%	0,483%	0,551%	0,489%
<i>média ADHOC</i>	-	<b>0,390%</b>	<b>0,351%</b>	<b>0,512%</b>	<b>0,535%</b>	<b>0,553%</b>	<b>0,482%</b>	<b>0,548%</b>	<b>0,489%</b>

**Volatilidade dos tracking errors diários por número de ativos**

Método	Número de ativos	Corretagem 0,0%								Corretagem 0,5%							
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	8	0,815%	0,773%	1,431%	1,716%	1,177%	1,072%	1,572%	1,274%	0,818%	0,779%	1,435%	1,727%	1,186%	1,080%	1,571%	1,279%
LASSO	10	0,703%	0,672%	1,151%	1,238%	0,941%	0,875%	1,327%	1,021%	0,706%	0,678%	1,155%	1,246%	0,948%	0,882%	1,328%	1,026%
LASSO	12	0,561%	0,622%	0,999%	0,892%	0,776%	0,763%	1,103%	0,842%	0,563%	0,629%	1,002%	0,900%	0,783%	0,769%	1,104%	0,847%
LASSO	14	0,480%	0,555%	0,826%	0,747%	0,681%	0,716%	0,990%	0,736%	0,481%	0,560%	0,829%	0,755%	0,688%	0,722%	0,991%	0,740%
ADHOC	8	0,461%	0,414%	0,632%	0,640%	0,612%	0,531%	0,647%	0,570%	0,455%	0,413%	0,633%	0,642%	0,613%	0,533%	0,652%	0,571%
ADHOC	10	0,416%	0,333%	0,511%	0,556%	0,560%	0,489%	0,567%	0,499%	0,411%	0,333%	0,511%	0,556%	0,560%	0,493%	0,571%	0,499%
ADHOC	12	0,388%	0,333%	0,482%	0,495%	0,533%	0,472%	0,543%	0,471%	0,384%	0,333%	0,483%	0,497%	0,534%	0,476%	0,548%	0,472%
ADHOC	14	0,304%	0,324%	0,423%	0,448%	0,504%	0,427%	0,428%	0,414%	0,304%	0,325%	0,422%	0,449%	0,505%	0,432%	0,432%	0,416%

**Volatilidade dos tracking errors diários por frequência de rebalanceamento**

Método	Frequência	Corretagem 0,0%								Corretagem 0,5%							
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	12	0,697%	0,740%	1,083%	1,273%	0,836%	0,827%	1,383%	1,014%	0,695%	0,755%	1,083%	1,280%	0,844%	0,826%	1,384%	1,018%
LASSO	4	0,695%	0,693%	0,954%	1,160%	0,862%	0,817%	1,264%	0,946%	0,698%	0,704%	0,955%	1,170%	0,871%	0,826%	1,264%	0,951%
LASSO	2	0,641%	0,556%	1,107%	1,140%	0,761%	0,837%	1,182%	0,924%	0,648%	0,554%	1,111%	1,150%	0,768%	0,848%	1,181%	0,929%
LASSO	1	0,526%	0,633%	1,264%	1,020%	1,116%	0,946%	1,163%	0,989%	0,528%	0,633%	1,273%	1,026%	1,122%	0,954%	1,165%	0,995%
ADHOC	12	0,412%	0,370%	0,525%	0,474%	0,601%	0,496%	0,465%	0,483%	0,411%	0,368%	0,525%	0,474%	0,601%	0,496%	0,469%	0,483%
ADHOC	4	0,389%	0,361%	0,505%	0,503%	0,598%	0,490%	0,529%	0,488%	0,385%	0,362%	0,506%	0,504%	0,599%	0,493%	0,535%	0,490%
ADHOC	2	0,391%	0,350%	0,509%	0,539%	0,465%	0,481%	0,578%	0,479%	0,385%	0,350%	0,507%	0,541%	0,465%	0,485%	0,582%	0,480%
ADHOC	1	0,375%	0,323%	0,509%	0,623%	0,546%	0,452%	0,612%	0,504%	0,373%	0,324%	0,511%	0,625%	0,547%	0,459%	0,616%	0,506%

**Tabela II. 3 - Retorno médio diário**

Retorno diário médio									
Método	Corretagem	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	0,0%	0,006%	-0,110%	-0,053%	-0,079%	-0,092%	-0,086%	0,271%	-0,020%
LASSO	0,5%	-0,001%	-0,117%	-0,061%	-0,087%	-0,100%	-0,092%	0,266%	-0,027%
<i>média LASSO</i>	-	<b>0,002%</b>	<b>-0,113%</b>	<b>-0,057%</b>	<b>-0,083%</b>	<b>-0,096%</b>	<b>-0,089%</b>	<b>0,269%</b>	<b>-0,024%</b>
ADHOC	0,0%	0,027%	-0,081%	0,038%	-0,079%	-0,021%	-0,055%	0,166%	-0,001%
ADHOC	0,5%	0,023%	-0,084%	0,034%	-0,083%	-0,028%	-0,060%	0,162%	-0,005%
<i>média ADHOC</i>	-	<b>0,025%</b>	<b>-0,083%</b>	<b>0,036%</b>	<b>-0,081%</b>	<b>-0,024%</b>	<b>-0,058%</b>	<b>0,164%</b>	<b>-0,003%</b>

**Retorno diário médio por número de ativos**

Método	Número de ativos	Corretagem 0,0%								Corretagem 0,5%							
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	8	0,018%	-0,103%	-0,074%	-0,070%	-0,125%	-0,085%	0,291%	-0,021%	0,011%	-0,110%	-0,083%	-0,078%	-0,134%	-0,092%	0,285%	-0,029%
LASSO	10	0,005%	-0,113%	-0,054%	-0,091%	-0,087%	-0,078%	0,275%	-0,020%	-0,002%	-0,121%	-0,062%	-0,100%	-0,095%	-0,085%	0,269%	-0,028%
LASSO	12	-0,003%	-0,113%	-0,047%	-0,077%	-0,078%	-0,087%	0,265%	-0,020%	-0,010%	-0,121%	-0,055%	-0,086%	-0,087%	-0,094%	0,259%	-0,027%
LASSO	14	0,003%	-0,110%	-0,037%	-0,079%	-0,077%	-0,091%	0,255%	-0,019%	-0,003%	-0,117%	-0,045%	-0,086%	-0,085%	-0,097%	0,250%	-0,026%
ADHOC	8	0,030%	-0,069%	0,053%	-0,077%	-0,020%	-0,067%	0,154%	0,001%	0,026%	-0,072%	0,049%	-0,081%	-0,027%	-0,072%	0,149%	-0,004%
ADHOC	10	0,029%	-0,088%	0,033%	-0,078%	-0,016%	-0,069%	0,179%	-0,001%	0,024%	-0,091%	0,030%	-0,081%	-0,022%	-0,073%	0,176%	-0,005%
ADHOC	12	0,031%	-0,086%	0,030%	-0,091%	-0,024%	-0,048%	0,177%	-0,002%	0,027%	-0,089%	0,026%	-0,095%	-0,031%	-0,054%	0,173%	-0,006%
ADHOC	14	0,019%	-0,083%	0,035%	-0,069%	-0,024%	-0,037%	0,156%	0,000%	0,015%	-0,086%	0,031%	-0,073%	-0,031%	-0,042%	0,151%	-0,005%

**Retorno diário médio por frequência rebalanceamento**

Método	Frequencia	Corretagem 0,0%								Corretagem 0,5%							
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	12	0,010%	-0,078%	-0,021%	-0,084%	-0,077%	-0,091%	0,312%	-0,004%	-0,004%	-0,092%	-0,036%	-0,099%	-0,093%	-0,102%	0,302%	-0,017%
LASSO	4	-0,014%	-0,098%	-0,020%	-0,055%	-0,080%	-0,084%	0,264%	-0,012%	-0,021%	-0,106%	-0,028%	-0,064%	-0,089%	-0,091%	0,258%	-0,020%
LASSO	2	-0,005%	-0,127%	-0,106%	-0,092%	-0,055%	-0,062%	0,246%	-0,029%	-0,009%	-0,132%	-0,113%	-0,097%	-0,060%	-0,066%	0,242%	-0,033%
LASSO	1	0,031%	-0,136%	-0,065%	-0,086%	-0,156%	-0,106%	0,263%	-0,036%	0,029%	-0,138%	-0,069%	-0,090%	-0,159%	-0,109%	0,262%	-0,039%
ADHOC	12	0,029%	-0,081%	0,056%	-0,076%	-0,013%	-0,054%	0,149%	0,001%	0,021%	-0,086%	0,050%	-0,082%	-0,025%	-0,060%	0,142%	-0,006%
ADHOC	4	0,029%	-0,084%	0,039%	-0,082%	-0,026%	-0,056%	0,152%	-0,004%	0,024%	-0,086%	0,035%	-0,086%	-0,034%	-0,061%	0,147%	-0,009%
ADHOC	2	0,027%	-0,080%	0,026%	-0,093%	0,000%	-0,048%	0,161%	-0,001%	0,024%	-0,082%	0,023%	-0,096%	-0,003%	-0,053%	0,158%	-0,004%
ADHOC	1	0,023%	-0,081%	0,030%	-0,064%	-0,046%	-0,063%	0,204%	0,000%	0,021%	-0,083%	0,029%	-0,066%	-0,048%	-0,067%	0,202%	-0,002%

**Tabela II. 4 - Correlação entre os retornos diários e Ibovespa**

Correlação entre retornos diários vs Ibovespa									
Método	Corretagem	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	0,0%	0,926	0,954	0,892	0,863	0,937	0,948	0,938	0,919
LASSO	0,5%	0,925	0,953	0,890	0,860	0,937	0,947	0,938	0,918
<i>média LASSO</i>	-	<b>0,925</b>	<b>0,953</b>	<b>0,891</b>	<b>0,861</b>	<b>0,937</b>	<b>0,948</b>	<b>0,938</b>	<b>0,918</b>
ADHOC	0,0%	0,964	0,979	0,950	0,922	0,962	0,969	0,970	0,960
ADHOC	0,5%	0,964	0,979	0,949	0,921	0,962	0,969	0,970	0,960
<i>média ADHOC</i>	-	<b>0,964</b>	<b>0,979</b>	<b>0,949</b>	<b>0,922</b>	<b>0,962</b>	<b>0,969</b>	<b>0,970</b>	<b>0,960</b>

Correlação entre retornos diários vs Ibovespa por número de ativos																	
Método	Número de ativos	Corretagem 0,0%								Corretagem 0,5%							
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	8	0,891	0,939	0,829	0,795	0,897	0,921	0,916	0,876	0,889	0,938	0,827	0,791	0,896	0,920	0,917	0,875
LASSO	10	0,913	0,951	0,889	0,850	0,942	0,947	0,932	0,915	0,911	0,950	0,887	0,846	0,942	0,946	0,932	0,913
LASSO	12	0,942	0,958	0,914	0,893	0,954	0,959	0,948	0,936	0,940	0,957	0,912	0,890	0,954	0,959	0,949	0,935
LASSO	14	0,959	0,967	0,936	0,915	0,954	0,965	0,956	0,948	0,958	0,966	0,934	0,912	0,954	0,964	0,956	0,947
ADHOC	8	0,955	0,967	0,916	0,898	0,950	0,963	0,957	0,945	0,956	0,967	0,916	0,897	0,950	0,963	0,957	0,945
ADHOC	10	0,961	0,982	0,951	0,915	0,964	0,969	0,970	0,960	0,962	0,982	0,951	0,915	0,964	0,969	0,969	0,960
ADHOC	12	0,963	0,983	0,962	0,934	0,966	0,969	0,972	0,965	0,963	0,983	0,961	0,934	0,966	0,969	0,972	0,965
ADHOC	14	0,975	0,984	0,969	0,941	0,969	0,973	0,982	0,971	0,975	0,984	0,969	0,941	0,969	0,973	0,981	0,971

Correlação entre retornos diários vs Ibovespa por frequência de rebalanceamento																	
Método	Frequência	Corretagem 0,0%								Corretagem 0,5%							
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	12	0,919	0,955	0,897	0,860	0,950	0,944	0,940	0,920	0,917	0,952	0,895	0,857	0,950	0,944	0,940	0,919
LASSO	4	0,917	0,949	0,909	0,870	0,943	0,948	0,937	0,923	0,915	0,948	0,908	0,867	0,942	0,947	0,937	0,922
LASSO	2	0,924	0,956	0,889	0,868	0,930	0,950	0,938	0,916	0,922	0,956	0,888	0,864	0,930	0,949	0,939	0,915
LASSO	1	0,945	0,955	0,870	0,854	0,924	0,949	0,938	0,916	0,944	0,955	0,869	0,851	0,924	0,949	0,938	0,915
ADHOC	12	0,960	0,976	0,947	0,943	0,961	0,971	0,970	0,962	0,959	0,977	0,947	0,943	0,962	0,971	0,969	0,961
ADHOC	4	0,965	0,978	0,951	0,935	0,961	0,970	0,967	0,962	0,965	0,978	0,950	0,935	0,961	0,969	0,966	0,961
ADHOC	2	0,964	0,980	0,951	0,922	0,961	0,969	0,970	0,960	0,964	0,980	0,951	0,921	0,961	0,969	0,969	0,960
ADHOC	1	0,966	0,981	0,949	0,888	0,965	0,965	0,974	0,958	0,966	0,981	0,949	0,887	0,965	0,965	0,974	0,957

**Tabela II. 5 - Beta com relação ao Ibovespa**

<b>Beta com relação ao Ibovespa</b>									
<b>Método</b>	<b>Corretagem</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>FULL</b>
LASSO	0,0%	1,166	1,190	1,393	1,359	1,286	1,363	1,496	1,330
LASSO	0,5%	1,161	1,189	1,390	1,354	1,291	1,365	1,498	1,329
<i>média LASSO</i>	-	<i>1,163</i>	<i>1,190</i>	<i>1,392</i>	<i>1,357</i>	<i>1,288</i>	<i>1,364</i>	<i>1,497</i>	<i>1,330</i>
ADHOC	0,0%	1,072	1,055	1,107	0,991	1,126	1,144	1,150	1,099
ADHOC	0,5%	1,068	1,054	1,105	0,989	1,128	1,146	1,151	1,098
<i>média ADHOC</i>	-	<i>1,070</i>	<i>1,055</i>	<i>1,106</i>	<i>0,990</i>	<i>1,127</i>	<i>1,145</i>	<i>1,150</i>	<i>1,099</i>

<b>Beta com relação ao Ibovespa por número de ativos</b>																	
<b>Método</b>	<b>Número de ativos</b>	<b>Corretagem 0,0%</b>								<b>Corretagem 0,5%</b>							
		<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>FULL</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>FULL</b>
LASSO	8	1,191	1,213	1,423	1,565	1,336	1,416	1,615	1,401	1,186	1,213	1,420	1,560	1,341	1,418	1,617	1,401
LASSO	10	1,169	1,191	1,420	1,400	1,343	1,372	1,522	1,354	1,164	1,190	1,416	1,393	1,348	1,375	1,524	1,353
LASSO	12	1,152	1,181	1,393	1,260	1,275	1,339	1,444	1,301	1,147	1,180	1,389	1,254	1,279	1,341	1,446	1,300
LASSO	14	1,152	1,174	1,337	1,213	1,191	1,326	1,404	1,264	1,147	1,174	1,334	1,208	1,195	1,329	1,405	1,264
ADHOC	8	1,108	1,010	1,054	1,015	1,107	1,162	1,152	1,091	1,104	1,009	1,052	1,013	1,109	1,164	1,153	1,091
ADHOC	10	1,087	1,059	1,108	0,983	1,146	1,157	1,164	1,108	1,083	1,059	1,106	0,981	1,148	1,159	1,165	1,108
ADHOC	12	1,056	1,077	1,141	1,008	1,130	1,137	1,158	1,108	1,052	1,076	1,139	1,006	1,133	1,139	1,159	1,108
ADHOC	14	1,038	1,075	1,125	0,960	1,121	1,120	1,125	1,088	1,034	1,074	1,123	0,958	1,123	1,122	1,126	1,088

<b>Beta com relação ao Ibovespa por frequência de rebalanceamento</b>																	
<b>Método</b>	<b>Frequência</b>	<b>Corretagem 0,0%</b>								<b>Corretagem 0,5%</b>							
		<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>FULL</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>FULL</b>
LASSO	12	1,190	1,267	1,398	1,449	1,306	1,324	1,588	1,371	1,181	1,267	1,390	1,442	1,313	1,323	1,589	1,369
LASSO	4	1,180	1,204	1,342	1,399	1,289	1,333	1,501	1,329	1,175	1,206	1,338	1,393	1,294	1,335	1,501	1,328
LASSO	2	1,160	1,109	1,390	1,369	1,146	1,358	1,455	1,284	1,157	1,107	1,387	1,364	1,149	1,363	1,456	1,284
LASSO	1	1,134	1,179	1,444	1,221	1,403	1,437	1,442	1,335	1,131	1,178	1,444	1,216	1,407	1,441	1,445	1,336
ADHOC	12	1,070	1,055	1,107	1,032	1,173	1,175	1,074	1,101	1,065	1,055	1,104	1,030	1,178	1,173	1,074	1,100
ADHOC	4	1,081	1,059	1,107	1,019	1,169	1,161	1,120	1,107	1,077	1,058	1,104	1,017	1,172	1,162	1,119	1,107
ADHOC	2	1,071	1,061	1,113	0,992	1,012	1,150	1,178	1,087	1,068	1,060	1,111	0,991	1,013	1,154	1,178	1,087
ADHOC	1	1,066	1,045	1,102	0,923	1,150	1,090	1,228	1,099	1,063	1,045	1,101	0,920	1,150	1,094	1,231	1,100

**Tabela II. 6 - Retorno cumulativo**

Retorno cumulativo									
Método	Corretagem	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	0,0%	-1,732%	-27,329%	-16,549%	-22,112%	-24,429%	-23,203%	79,889%	-51,304%
LASSO	0,5%	-3,324%	-28,643%	-18,282%	-23,644%	-26,020%	-24,455%	77,488%	-57,515%
<i>média LASSO</i>	-	<b>-2,528%</b>	<b>-27,986%</b>	<b>-17,416%</b>	<b>-22,878%</b>	<b>-25,224%</b>	<b>-23,829%</b>	<b>78,688%</b>	<b>-54,409%</b>
ADHOC	0,0%	4,291%	-21,168%	6,531%	-19,667%	-9,010%	-15,791%	44,357%	-22,517%
ADHOC	0,5%	3,153%	-21,683%	5,542%	-20,392%	-10,456%	-16,839%	42,873%	-28,073%
<i>média ADHOC</i>	-	<b>3,722%</b>	<b>-21,426%</b>	<b>6,036%</b>	<b>-20,029%</b>	<b>-9,733%</b>	<b>-16,315%</b>	<b>43,615%</b>	<b>-25,295%</b>

Retorno cumulativo por número de ativos																	
Método	Número de ativos	Corretagem 0,0%							Corretagem 0,5%								
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	8	0,930%	-26,244%	-21,704%	-22,350%	-30,622%	-23,679%	85,015%	-55,769%	-0,838%	-27,537%	-23,418%	-23,980%	-32,203%	-24,957%	82,564%	-61,666%
LASSO	10	-2,094%	-27,955%	-16,837%	-24,589%	-24,061%	-21,937%	80,791%	-52,209%	-3,731%	-29,332%	-18,551%	-26,087%	-25,672%	-23,247%	78,250%	-58,492%
LASSO	12	-3,585%	-27,888%	-15,057%	-20,809%	-21,889%	-23,275%	78,608%	-49,291%	-5,108%	-29,217%	-16,799%	-22,391%	-23,490%	-24,536%	76,176%	-55,844%
LASSO	14	-2,181%	-27,230%	-12,597%	-20,701%	-21,142%	-23,921%	75,141%	-47,946%	-3,619%	-28,485%	-14,361%	-22,117%	-22,716%	-25,079%	72,960%	-54,056%
ADHOC	8	4,709%	-18,500%	10,601%	-19,541%	-8,772%	-18,373%	39,821%	-21,184%	3,710%	-19,039%	9,577%	-20,282%	-10,200%	-19,374%	38,159%	-26,877%
ADHOC	10	4,675%	-22,460%	5,242%	-19,507%	-7,949%	-18,654%	48,714%	-23,606%	3,310%	-22,958%	4,385%	-20,114%	-9,421%	-19,607%	47,485%	-28,829%
ADHOC	12	5,357%	-22,170%	4,429%	-22,121%	-9,708%	-14,359%	47,862%	-23,873%	4,280%	-22,686%	3,367%	-22,838%	-11,137%	-15,502%	46,309%	-29,422%
ADHOC	14	2,421%	-21,543%	5,851%	-17,498%	-9,613%	-11,778%	41,033%	-21,405%	1,313%	-22,050%	4,838%	-18,335%	-11,067%	-12,873%	39,538%	-27,163%

Retorno cumulativo por frequência rebalanceamento																	
Método	Frequencia	Corretagem 0,0%							Corretagem 0,5%								
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	12	-0,890%	-21,908%	-9,829%	-23,570%	-22,163%	-24,041%	96,633%	-38,149%	-4,136%	-24,574%	-13,082%	-26,360%	-25,221%	-26,212%	92,082%	-51,075%
LASSO	4	-6,552%	-25,427%	-9,420%	-17,554%	-22,572%	-22,725%	76,081%	-45,256%	-8,160%	-26,810%	-11,024%	-19,309%	-24,327%	-24,192%	73,697%	-51,980%
LASSO	2	-4,353%	-30,100%	-27,012%	-24,625%	-16,646%	-18,552%	69,502%	-57,806%	-5,341%	-30,827%	-28,204%	-25,573%	-17,698%	-19,465%	67,654%	-61,233%
LASSO	1	4,866%	-31,883%	-19,934%	-22,700%	-36,334%	-27,494%	77,338%	-64,003%	4,341%	-32,360%	-20,818%	-23,333%	-36,835%	-27,951%	76,517%	-65,771%
ADHOC	12	4,745%	-21,125%	11,420%	-19,234%	-7,574%	-15,605%	38,955%	-19,603%	2,756%	-22,057%	9,592%	-20,362%	-10,399%	-16,987%	36,413%	-29,241%
ADHOC	4	4,797%	-21,605%	6,798%	-20,377%	-10,374%	-15,984%	39,354%	-26,826%	3,560%	-22,083%	5,613%	-21,230%	-12,138%	-17,157%	37,824%	-32,787%
ADHOC	2	4,385%	-20,867%	3,366%	-22,464%	-3,435%	-14,338%	41,982%	-22,395%	3,576%	-21,250%	2,712%	-22,974%	-4,219%	-15,299%	40,955%	-26,348%
ADHOC	1	3,237%	-21,075%	4,538%	-16,592%	-14,659%	-17,237%	57,139%	-21,245%	2,720%	-21,343%	4,249%	-17,003%	-15,068%	-17,914%	56,299%	-23,916%

**Tabela II. 7 - Volatilidade anualizada**

Volatilidade anualizada dos retornos diários									
Método	Corretagem	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	0,0%	25,680%	30,804%	33,875%	32,646%	34,700%	33,529%	42,543%	33,783%
LASSO	0,5%	25,612%	30,828%	33,854%	32,649%	34,828%	33,614%	42,572%	33,815%
<i>média LASSO</i>	-	<b>25,646%</b>	<b>30,816%</b>	<b>33,864%</b>	<b>32,647%</b>	<b>34,764%</b>	<b>33,572%</b>	<b>42,557%</b>	<b>33,799%</b>
ADHOC	0,0%	22,666%	26,598%	25,173%	22,104%	29,542%	27,511%	31,577%	26,652%
ADHOC	0,5%	22,580%	26,583%	25,138%	22,073%	29,597%	27,569%	31,614%	26,654%
<i>média ADHOC</i>	-	<b>22,623%</b>	<b>26,591%</b>	<b>25,155%</b>	<b>22,089%</b>	<b>29,570%</b>	<b>27,540%</b>	<b>31,595%</b>	<b>26,653%</b>

Volatilidade anualizada dos retornos diários por número de ativos																	
Método	Número de ativos	Corretagem 0,0%							Corretagem 0,5%								
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	8	27,227%	31,912%	37,137%	40,505%	37,613%	35,826%	46,959%	37,226%	27,173%	31,945%	37,133%	40,566%	37,761%	35,920%	46,986%	37,275%
LASSO	10	26,086%	30,893%	34,553%	33,849%	35,983%	33,754%	43,517%	34,477%	26,028%	30,918%	34,537%	33,847%	36,107%	33,843%	43,548%	34,510%
LASSO	12	24,929%	30,436%	32,931%	28,994%	33,718%	32,509%	40,587%	32,363%	24,851%	30,457%	32,908%	28,968%	33,843%	32,585%	40,616%	32,387%
LASSO	14	24,477%	29,974%	30,878%	27,236%	31,488%	32,028%	39,109%	31,068%	24,395%	29,990%	30,839%	27,213%	31,603%	32,108%	39,136%	31,087%
ADHOC	8	23,623%	25,774%	24,855%	23,204%	29,405%	28,092%	32,048%	26,891%	23,531%	25,753%	24,816%	23,175%	29,457%	28,139%	32,086%	26,890%
ADHOC	10	23,035%	26,635%	25,155%	22,065%	30,017%	27,804%	31,970%	26,876%	22,943%	26,622%	25,120%	22,033%	30,065%	27,861%	32,008%	26,878%
ADHOC	12	22,341%	27,027%	25,626%	22,182%	29,540%	27,337%	31,751%	26,746%	22,254%	27,013%	25,596%	22,150%	29,597%	27,400%	31,785%	26,751%
ADHOC	14	21,665%	26,957%	25,055%	20,966%	29,207%	26,811%	30,539%	26,093%	21,592%	26,945%	25,018%	20,934%	29,270%	26,876%	30,576%	26,100%

Volatilidade anualizada dos retornos diários por frequência de rebalanceamento																	
Método	Frequência	Corretagem 0,0%							Corretagem 0,5%								
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	12	26,416%	32,767%	33,764%	34,983%	34,749%	32,704%	45,039%	34,764%	26,248%	32,850%	33,654%	34,963%	34,918%	32,684%	45,051%	34,766%
LASSO	4	26,256%	31,306%	31,932%	33,278%	34,589%	32,790%	42,744%	33,603%	26,193%	31,402%	31,886%	33,293%	34,732%	32,868%	42,748%	33,639%
LASSO	2	25,595%	28,657%	33,841%	32,757%	31,123%	33,322%	41,376%	32,733%	25,588%	28,595%	33,839%	32,788%	31,222%	33,480%	41,402%	32,770%
LASSO	1	24,452%	30,485%	35,962%	29,566%	38,340%	35,301%	41,012%	34,033%	24,418%	30,464%	36,037%	29,551%	38,441%	35,424%	41,086%	34,084%
ADHOC	12	22,725%	26,667%	25,234%	22,495%	30,792%	28,193%	29,491%	26,664%	22,617%	26,650%	25,172%	22,465%	30,905%	28,167%	29,511%	26,654%
ADHOC	4	22,827%	26,712%	25,129%	22,411%	30,716%	27,902%	30,859%	26,825%	22,733%	26,705%	25,091%	22,391%	30,781%	27,937%	30,860%	26,821%
ADHOC	2	22,637%	26,730%	25,266%	22,137%	26,601%	27,643%	32,362%	26,378%	22,556%	26,704%	25,234%	22,117%	26,622%	27,748%	32,396%	26,382%
ADHOC	1	22,475%	26,283%	25,064%	21,375%	30,060%	26,306%	33,595%	26,739%	22,415%	26,274%	25,053%	21,319%	30,082%	26,425%	33,689%	26,760%

**Tabela II. 8 - Tracking error cumulativo**

Tracking error cumulativo									
Método	Corretagem	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	0,0%	-2,776%	-9,221%	-23,946%	-6,616%	-21,516%	-9,889%	40,954%	-39,113%
LASSO	0,5%	-4,368%	-10,534%	-25,679%	-8,148%	-23,108%	-11,141%	38,552%	-45,325%
<i>média LASSO</i>	-	<b>-3,572%</b>	<b>-9,878%</b>	<b>-24,812%</b>	<b>-7,382%</b>	<b>-22,312%</b>	<b>-10,515%</b>	<b>39,753%</b>	<b>-42,219%</b>
ADHOC	0,0%	3,247%	-3,060%	-0,866%	-4,171%	-6,098%	-2,477%	5,422%	-10,327%
ADHOC	0,5%	2,109%	-3,574%	-1,855%	-4,897%	-7,544%	-3,525%	3,938%	-15,883%
<i>média ADHOC</i>	-	<b>2,678%</b>	<b>-3,317%</b>	<b>-1,361%</b>	<b>-4,534%</b>	<b>-6,821%</b>	<b>-3,001%</b>	<b>4,680%</b>	<b>-13,105%</b>

**Tracking error cumulativo por número de ativos**

Método	Número de ativos	Corretagem 0,0%								Corretagem 0,5%							
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	8	-0,114%	-8,136%	-29,101%	-6,854%	-27,710%	-10,365%	46,080%	-43,579%	-1,882%	-9,429%	-30,815%	-8,484%	-29,291%	-11,643%	43,629%	-49,476%
LASSO	10	-3,137%	-9,847%	-24,234%	-9,093%	-21,149%	-8,623%	41,856%	-40,018%	-4,775%	-11,223%	-25,947%	-10,591%	-22,759%	-9,933%	39,315%	-46,302%
LASSO	12	-4,629%	-9,780%	-22,454%	-5,313%	-18,977%	-9,961%	39,673%	-37,101%	-6,152%	-11,108%	-24,195%	-6,895%	-20,578%	-11,222%	37,241%	-43,654%
LASSO	14	-3,225%	-9,121%	-19,994%	-5,205%	-18,230%	-10,607%	36,206%	-35,756%	-4,663%	-10,377%	-21,758%	-6,621%	-19,804%	-11,765%	34,025%	-41,866%
ADHOC	8	3,665%	-0,392%	3,204%	-4,045%	-5,860%	-5,058%	0,885%	-8,994%	2,666%	-0,930%	2,180%	-4,786%	-7,288%	-6,060%	-0,776%	-14,687%
ADHOC	10	3,631%	-4,351%	-2,155%	-4,011%	-5,037%	-5,340%	9,779%	-11,416%	2,266%	-4,849%	-3,012%	-4,618%	-6,508%	-6,293%	8,550%	-16,639%
ADHOC	12	4,313%	-4,061%	-2,967%	-6,625%	-6,796%	-1,045%	8,926%	-11,682%	3,236%	-4,577%	-4,030%	-7,343%	-8,225%	-2,188%	7,374%	-17,232%
ADHOC	14	1,378%	-3,435%	-1,546%	-2,002%	-6,700%	1,537%	2,098%	-9,215%	0,269%	-3,941%	-2,559%	-2,839%	-8,155%	0,441%	0,603%	-14,973%

**Tracking error cumulativo por frequência rebalanceamento**

Método	Frequencia	Corretagem 0,0%								Corretagem 0,5%							
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	12	-1,934%	-3,799%	-17,226%	-8,074%	-19,250%	-10,727%	57,698%	-25,959%	-5,180%	-6,466%	-20,479%	-10,865%	-22,309%	-12,897%	53,147%	-38,885%
LASSO	4	-7,596%	-7,318%	-16,817%	-2,058%	-19,660%	-9,411%	37,146%	-33,066%	-9,204%	-8,701%	-18,421%	-3,813%	-21,414%	-10,878%	34,761%	-39,790%
LASSO	2	-5,397%	-11,991%	-34,409%	-9,129%	-13,734%	-5,238%	30,567%	-45,616%	-6,385%	-12,718%	-35,601%	-10,077%	-14,786%	-6,151%	28,719%	-49,043%
LASSO	1	3,822%	-13,774%	-27,331%	-7,204%	-33,421%	-14,180%	38,403%	-51,813%	3,298%	-14,252%	-28,215%	-7,837%	-33,923%	-14,636%	37,582%	-53,581%
ADHOC	12	3,701%	-3,017%	4,023%	-3,738%	-4,662%	-2,291%	0,019%	-7,412%	1,712%	-3,948%	2,196%	-4,866%	-7,487%	-3,673%	-2,523%	-17,051%
ADHOC	4	3,753%	-3,496%	-0,598%	-4,881%	-7,462%	-2,670%	0,419%	-14,636%	2,516%	-3,974%	-1,784%	-5,735%	-9,226%	-3,843%	-1,111%	-20,597%
ADHOC	2	3,341%	-2,759%	-4,031%	-6,968%	-0,523%	-1,024%	3,046%	-10,204%	2,532%	-3,141%	-4,685%	-7,478%	-1,306%	-1,985%	2,020%	-14,158%
ADHOC	1	2,193%	-2,966%	-2,859%	-1,096%	-11,747%	-3,923%	18,204%	-9,055%	1,676%	-3,235%	-3,147%	-1,507%	-12,156%	-4,600%	17,363%	-11,725%

**Tabela II. 9 - Assimetria dos retornos diários**

Assimetria dos retornos diários									
Método	Corretagem	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	0,0%	-16,338%	-24,894%	16,344%	4,117%	30,700%	41,533%	13,442%	17,285%
LASSO	0,5%	-16,533%	-25,644%	16,770%	3,753%	30,120%	39,979%	13,553%	16,978%
<i>média LASSO</i>	-	<b>-16,436%</b>	<b>-25,269%</b>	<b>16,557%</b>	<b>3,935%</b>	<b>30,410%</b>	<b>40,756%</b>	<b>13,498%</b>	<b>17,132%</b>
ADHOC	0,0%	-10,832%	-41,376%	31,129%	-20,688%	29,410%	37,229%	41,967%	18,782%
ADHOC	0,5%	-12,141%	-41,589%	31,413%	-21,312%	29,327%	35,935%	41,767%	18,448%
<i>média ADHOC</i>	-	<b>-11,487%</b>	<b>-41,482%</b>	<b>31,271%</b>	<b>-21,000%</b>	<b>29,369%</b>	<b>36,582%</b>	<b>41,867%</b>	<b>18,615%</b>

Assimetria dos retornos diários por número de ativos																	
Método	Número de ativos	Corretagem 0,0%								Corretagem 0,5%							
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	8	-16,358%	-24,700%	-4,822%	14,023%	28,396%	35,627%	9,469%	13,552%	-16,264%	-25,428%	-4,630%	13,279%	27,772%	34,133%	9,669%	13,182%
LASSO	10	-15,554%	-25,295%	19,767%	5,923%	31,193%	41,596%	9,359%	16,680%	-15,623%	-26,064%	20,220%	5,743%	30,758%	40,102%	9,486%	16,448%
LASSO	12	-15,893%	-24,205%	23,942%	0,192%	29,434%	44,857%	16,245%	19,176%	-16,202%	-24,981%	24,436%	-0,147%	28,884%	43,312%	16,346%	18,890%
LASSO	14	-17,549%	-25,373%	26,487%	-3,670%	33,777%	44,053%	18,697%	19,733%	-18,043%	-26,101%	27,053%	-3,862%	33,065%	42,370%	18,711%	19,394%
ADHOC	8	-0,380%	-50,459%	25,288%	-28,607%	32,876%	36,995%	49,644%	20,005%	-1,879%	-50,842%	25,551%	-29,151%	32,727%	36,003%	49,436%	19,648%
ADHOC	10	-11,896%	-31,673%	33,584%	-23,296%	28,153%	36,445%	39,987%	19,818%	-13,418%	-31,808%	33,853%	-24,057%	28,167%	35,211%	39,757%	19,488%
ADHOC	12	-14,662%	-40,806%	32,283%	-14,042%	28,868%	37,718%	40,572%	18,746%	-16,012%	-40,952%	32,758%	-14,591%	28,794%	36,361%	40,368%	18,449%
ADHOC	14	-16,392%	-42,566%	33,363%	-16,809%	27,746%	37,757%	37,664%	16,559%	-17,255%	-42,752%	33,489%	-17,448%	27,619%	36,164%	37,507%	16,206%

Assimetria dos retornos diários por frequência rebalanceamento																	
Método	Frequencia	Corretagem 0,0%								Corretagem 0,5%							
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	12	-9,719%	-21,329%	22,121%	4,786%	30,092%	41,233%	40,438%	26,741%	-10,890%	-22,042%	22,581%	3,535%	28,973%	39,608%	40,711%	26,246%
LASSO	4	-12,265%	-13,482%	43,814%	3,349%	31,794%	38,402%	6,625%	19,444%	-12,025%	-15,482%	44,775%	3,337%	31,726%	37,107%	6,899%	19,231%
LASSO	2	-19,300%	-34,468%	-1,433%	4,306%	33,343%	44,383%	3,545%	11,688%	-19,005%	-34,717%	-1,349%	3,919%	32,621%	42,513%	3,492%	11,362%
LASSO	1	-24,070%	-30,295%	0,872%	4,027%	27,571%	42,115%	3,161%	11,268%	-24,212%	-30,333%	1,072%	4,221%	27,159%	40,690%	3,110%	11,074%
ADHOC	12	-11,504%	-40,253%	37,971%	-18,115%	30,469%	39,876%	43,179%	18,787%	-13,398%	-40,996%	38,173%	-18,370%	29,747%	39,555%	42,931%	18,296%
ADHOC	4	-11,057%	-42,703%	35,752%	-23,012%	36,920%	36,423%	44,739%	20,000%	-12,042%	-42,882%	36,402%	-23,288%	37,388%	35,480%	45,096%	20,016%
ADHOC	2	-9,890%	-40,805%	28,249%	-21,533%	28,627%	38,257%	44,226%	19,352%	-11,124%	-40,839%	28,475%	-22,113%	28,790%	36,999%	44,099%	19,128%
ADHOC	1	-10,879%	-41,744%	22,546%	-20,094%	21,625%	34,359%	35,723%	16,989%	-12,001%	-41,638%	22,601%	-21,477%	21,383%	31,704%	34,943%	16,350%

**Tabela II. 10 - Information Ratio**

Information Ratio									
Método	Corretagem	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	0,0%	-6,584%	-89,528%	-47,936%	-69,235%	-69,164%	-69,229%	187,544%	-29,803%
LASSO	0,5%	-12,723%	-93,659%	-53,138%	-73,903%	-73,565%	-72,847%	181,873%	-34,534%
<i>média LASSO</i>	-	<b>-9,654%</b>	<b>-91,594%</b>	<b>-50,537%</b>	<b>-71,569%</b>	<b>-71,365%</b>	<b>-71,038%</b>	<b>184,708%</b>	<b>-32,168%</b>
ADHOC	0,0%	18,839%	-79,512%	26,038%	-88,864%	-30,038%	-57,338%	139,803%	-13,461%
ADHOC	0,5%	13,877%	-81,491%	22,151%	-92,264%	-34,782%	-61,001%	134,818%	-17,304%
<i>média ADHOC</i>	-	<b>16,358%</b>	<b>-80,501%</b>	<b>24,094%</b>	<b>-90,564%</b>	<b>-32,410%</b>	<b>-59,169%</b>	<b>137,311%</b>	<b>-15,383%</b>

**Information Ratio por número de ativos**

Método	Número de ativos	Corretagem 0,0%								Corretagem 0,5%							
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	8	3,841%	-83,418%	-58,603%	-55,655%	-81,174%	-65,867%	180,913%	-30,443%	-2,547%	-87,310%	-63,225%	-59,485%	-85,013%	-69,336%	175,629%	-34,818%
LASSO	10	-7,561%	-91,296%	-47,742%	-72,810%	-65,846%	-64,939%	185,034%	-29,956%	-13,772%	-95,598%	-52,789%	-77,118%	-70,110%	-68,708%	179,193%	-34,671%
LASSO	12	-13,958%	-92,178%	-45,023%	-72,323%	-63,823%	-71,482%	192,629%	-29,625%	-20,051%	-96,421%	-50,386%	-77,675%	-68,441%	-75,232%	186,662%	-34,576%
LASSO	14	-8,660%	-91,222%	-40,374%	-76,154%	-65,814%	-74,629%	191,599%	-29,189%	-14,521%	-95,309%	-46,151%	-81,332%	-70,697%	-78,113%	186,008%	-34,070%
ADHOC	8	19,905%	-71,776%	42,717%	-84,326%	-29,407%	-65,578%	123,246%	-12,470%	15,740%	-73,922%	38,657%	-87,573%	-34,132%	-68,999%	117,723%	-16,299%
ADHOC	10	20,291%	-84,322%	20,729%	-88,268%	-26,079%	-67,127%	151,905%	-14,063%	14,426%	-86,236%	17,376%	-91,134%	-30,849%	-70,397%	147,809%	-17,694%
ADHOC	12	23,987%	-82,034%	17,275%	-99,616%	-32,350%	-52,624%	150,549%	-14,337%	19,256%	-83,982%	13,157%	-102,980%	-37,020%	-56,635%	145,387%	-18,224%
ADHOC	14	11,175%	-79,915%	23,431%	-83,246%	-32,315%	-44,023%	133,512%	-12,975%	6,087%	-81,824%	19,413%	-87,369%	-37,125%	-47,971%	128,352%	-16,998%

**Information Ratio por frequência rebalanceamento**

Método	Frequencia	Corretagem 0,0%								Corretagem 0,5%							
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	FULL
LASSO	12	-3,815%	-67,084%	-27,912%	-67,943%	-64,422%	-73,550%	215,032%	-19,135%	-16,168%	-75,036%	-37,726%	-76,108%	-72,898%	-80,236%	204,830%	-28,008%
LASSO	4	-25,017%	-81,438%	-28,912%	-54,042%	-64,563%	-69,446%	178,496%	-24,564%	-31,239%	-85,598%	-34,028%	-59,396%	-69,422%	-73,744%	172,915%	-29,626%
LASSO	2	-17,122%	-105,011%	-79,176%	-77,860%	-52,938%	-55,977%	168,095%	-35,524%	-20,978%	-107,783%	-82,699%	-80,772%	-56,165%	-58,442%	163,558%	-38,745%
LASSO	1	19,617%	-104,580%	-55,742%	-77,096%	-94,733%	-77,944%	188,552%	-39,989%	17,494%	-106,221%	-58,098%	-79,336%	-95,776%	-78,967%	186,188%	-41,755%
ADHOC	12	20,763%	-79,130%	45,435%	-85,419%	-24,612%	-55,208%	131,772%	-11,525%	12,068%	-82,682%	38,288%	-90,572%	-33,662%	-60,177%	123,066%	-18,105%
ADHOC	4	20,850%	-80,827%	27,150%	-90,971%	-33,817%	-57,098%	127,413%	-16,278%	15,493%	-82,640%	22,469%	-94,876%	-39,476%	-61,230%	122,447%	-20,583%
ADHOC	2	19,231%	-77,974%	13,428%	-101,527%	-12,945%	-51,643%	129,898%	-13,500%	15,703%	-79,479%	10,853%	-103,937%	-15,885%	-54,923%	126,593%	-16,219%
ADHOC	1	14,514%	-80,117%	18,138%	-77,539%	-48,777%	-65,402%	170,131%	-12,542%	12,246%	-81,162%	16,994%	-79,671%	-50,103%	-67,671%	167,166%	-14,308%