

ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE  
ISOLADORES DE AÇO SUBMETIDOS AO CHOQUE

EDUARDO ANDRÉ PERONDI

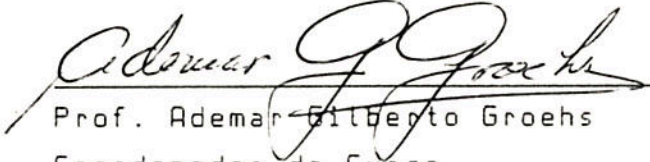
Dissertação apresentada ao corpo docente do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA.

Porto Alegre  
1990

ESCOLA DE ENGENHARIA  
BIBLIOTECA

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título MESTRE EM ENGENHARIA e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pelo Curso de Pós-Graduação.

  
Prof. José Carlos Ferraz Hennemann  
Orientador

  
Prof. Ademar Gilberto Groehs  
Coordenador do Curso

Banca examinadora

José Carlos Ferraz Hennemann (orientador)

Ph.D. pela S.MU/USA

Jorge Daniel Riera

Ph.D. pela Princeton University

Ildon Borchardt

Dr. pelo ITA/CTA

Alberto Tamagna

M.Sc. pelo CPGEC/UFRGS

ESCOLA DE ENGENHARIA	
BIBLIOTECA	
DATA	
Nº DE	
CLASS	

Aos meus pais.

## AGRADECIMENTOS

Aos professores Alberto Tamagna e José Carlos Ferraz Henemann pela orientação e apoio ao longo do curso de mestrado e principalmente na realização desta dissertação.

Ao professor A.G.Groehs, coordenador do Curso, pela ajuda dispensada, e, na sua pessoa, a todo o Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

A Lisiane Amon por todo o apoio dispensado.

Aos colegas de trabalho do Laboratório de Vibrações e Dinâmica Estrutural e do Laboratório de Instrumentação do Curso de Engenharia Mecânica, em especial a J.P.Q.Raggio e Alfredo D'Andrea.

Ao CNEN e CNPQ, órgãos que prestaram o auxílio financeiro indispensável.

Aos amigos Hélio e Lisete Roessler pelas colaborações prestadas.

A Cláudia Lerner pela revisão idiomática do "Abstract".

A Sra. Juliana Z. Bonilha pela preparação das referências bibliográficas.

A todos que de alguma maneira contribuíram para a realização deste trabalho.

## RESUMO:

Foi realizada uma análise teórico-experimental de isoladores metálicos submetidos ao choque com o objetivo de estabelecer um ferramental teórico de estudo e projeto de tais isoladores.

Para tanto, foram ensaiados isoladores de aço ao choque, por intermédio de uma máquina de testes tipo queda-livre. Além disso, foi feita a comparação dos resultados obtidos com dados provenientes de uma análise teórica utilizando a implementação computacional de um modelo teórico simples de estruturas de barras, considerando-se a não linearidade física e geométrica. A resposta dinâmica é obtida pela integração direta das equações de equilíbrio pelo método das diferenças finitas centrais.

A seguir são apresentados os resultados dos ensaios destrutivos realizados, para, finalmente os comparamos com os da análise teórica correspondente em termos das deformações finais; das acelerações, velocidades e deslocamentos envolvidos; além de um estudo do espectro de frequências dos registros experimentais e resultados teóricos obtidos.

## ABSTRACT

A theoretic-experimental analysis of metallic shock absorbers was made with the aim of stabilishing a theoretical tool system for analysis and design of this kind of absorbers.

Steel shock absorbers were tested by means of a free fall testing machine. The experimental data were compared with theoretical results. The latter were obtained by using a central difference computer program based on a simple rigid body spring model that takes into account physical and geometrical nonlinearities. The experimental results obtained are presented and compared with the theoretical ones in terms of strain, displacements, velocities and acelerations. Finally, the spectra analysis of the experimental and theoretical results is made.

## ÍNDICE

### CAPÍTULO 1

1. INTRODUÇÃO.....	1
--------------------	---

### CAPÍTULO 2

2. ANÁLISE EXPERIMENTAL .....	6
2.1 Isoladores ao choque.....	6
2.1.1 Seleção do tipo de isoladores.....	7
2.1.1.1 Requisitos básicos de um isolador ao choque.....	7
2.1.1.2 Seleção do material.....	7
2.1.1.3 Paralelo entre isoladores metálicos e elastômeros.....	8
2.1.2 Isoladores Tipo Duplo-J.....	9
2.1.2.1 Características dos isola- dores ensaiados.....	9
2.1.2.2 A Placa de Aço.....	10
2.2 Ensaio de choque de isoladores.....	11
2.2.1 A máquina de ensaio.....	11
2.2.2 O sistema de aquisição de dados.....	13
2.2.2.1 Instrumentos de transdução.....	13
2.2.2.2 Equipamento de conversão analógico-digital.....	14
2.2.2.3 Processamento dos dados.....	15
2.2.2.4 Equipamentos complementares.....	16
2.2.2.5 Especificações técnicas dos equipamentos.....	17
2.3 Os ensaios.....	17
2.3.1 A estrutura ensaiada.....	17
2.3.2 Descrição dos ensaios.....	18
2.3.3 Descrição sumária de um ensaio.....	20

## CAPÍTULO 3

<b>3. SOLUÇÃO NUMÉRICA.....</b>	<b>21</b>
<b>3.1 O Modelo teórico.....</b>	<b>21</b>
3.1.1 Equações de equilíbrio dinâmico.....	22
3.1.2 O modelo teórico.....	23
<b>3.2 A integração direta.....</b>	<b>25</b>
3.2.1 Métodos numéricos.....	25
3.2.2 O Método das diferenças finitas centrais.....	25
3.2.2.1 Formulações clássicas.....	26
<b>3.3 O programa Dinam.....</b>	<b>29</b>
3.3.1 Formulações.....	29
3.3.2 Aplicação das condições de contorno.....	36
3.3.3 Particularidades dos programas computacionais.....	37
3.3.3.1 Os programas de apoio.....	37
3.3.3.2 Caracterizações no algoritmo.....	39
<b>3.4 Estabilidade no método das diferenças     finitas centrais.....</b>	<b>40</b>
<b>3.5 Exemplos ilustrativos.....</b>	<b>42</b>
3.5.1 Exemplo 1.....	42
3.5.2 Exemplo 2.....	45
3.5.3 Exemplo 3.....	46
3.5.4 Exemplo 4.....	50

## CAPÍTULO 4

<b>4. OS ENSAIOS REALIZADOS.....</b>	<b>55</b>
<b>4.1 Relato dos ensaios.....</b>	<b>55</b>
4.1.1 Ensaios 1,3 e 4.....	57
4.1.2 Ensaios 5,6 e 9.....	61
4.1.3 Registro filtrados digitalmente.....	65
<b>4.2 Modelização analítica do ensaio.....</b>	<b>71</b>
<b>4.3 Resultados da análise numérica.....</b>	<b>73</b>
4.3.1 Considerações gerais.....	73
4.3.2 As Deformações finais.....	78



4.3.3 Os Movimentos relativos.....	83
4.3.4 Aceleração absoluta na placa.....	87
4.3.5 Estudo das frequências.....	93

## CAPÍTULO 5

5. CALIBRAÇÃO DOS ACELERÔMETROS.....	98
5.1 O método de calibração.....	98
5.1.1 Pulso de aceleração.....	98
5.1.2 Ensaio 9 -aceleração na Base.....	99
5.2 Fator de calibração.....	101
5.3 Cálculo do fator de calibração para pulsos aproximadamente Senoidais.....	103
5.3.1 Cálculo do fator de calibração utilizado.....	105
5.4 Verificação da calibração.....	105

## CAPÍTULO 6

6. CONCLUSÕES.....	110
--------------------	-----

BIBLIOGRAFIA.....	115
-------------------	-----

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras minúsculas:

- c - velocidade de propagação de uma onda no meio contínuo
- f - curva de acelerações registradas nos arquivos de dados
- g - aceleração da gravidade local
- h - altura de queda
- l - comprimento dos elementos unidimensionais
- q<sub>i</sub> - coordenadas generalizadas

### Letras maiúsculas:

- A - área da secção transversal dos elementos unidimensionais
- A<sub>c</sub> - aceleração escalar
- A<sub>m</sub> - amplitude máxima da carga senoidal
- C - coeficiente de amortecimento viscoso equivalente
- $\tilde{C}$  - matriz de amortecimento
- C<sub>s</sub> - cosseno diretor dos elementos
- E - módulo de elasticidade longitudinal do material
- F - forças externas aplicadas
- $\vec{F}_i$  - vetor de forças externas aplicadas
- F<sub>a</sub> - força dissipativa
- F<sub>c</sub> - fator de calibração
- F<sub>e</sub> - força restitutiva
- F<sub>i</sub> - força inercial
- I - momento de inércia da secção transversal do elemento
- K - constante de rigidez elástica das molas axiais
- $\tilde{K}$  - matriz de rigidez global
- K<sub>t</sub> - constante de rigidez elástica das molas torcionais
- L - comprimento dos elementos unidimensionais
- M<sub>o</sub> - momento externo aplicado ao elemento
- M - massa concentrada dos elementos
- $\tilde{M}$  - matriz de massa global
- M<sub>m</sub> - momento de reação no elemento
- N - força axial no elemento

Q - força cortante no elemento  
Sn - seno diretor dos elementos  
Tq - tempo de queda  
Tr - tempo decorrido entre o primeiro e o segundo impacto  
U - coordenadas de q na direção horizontal  
V - coordenadas de q na direção vertical  
 $\vec{V_f}$  - vetor velocidade final  
 $\vec{V_i}$  - vetor velocidade inicial  
Xb - deslocamento absoluto na base  
Xr - deslocamento relativo entre a base e a massa sísmica  
Xt - deslocamento absoluto na massa sísmica  
Wn - frequência natural

Letras gregas minúsculas:

$\psi$  - ângulos dos elementos com a direção vertical  
 $\alpha$  - constantes do algoritmo de integração numérica  
 $\theta$  - giro entre dois elementos adjacentes  
 $\zeta$  - índice de amortecimento crítico  
 $\sigma$  - tensão limite de escoamento do material  
 $\tau$  - período do pulso de carga

Letras gregas maiúsculas:

$\Delta$  - variação finita na magnitude a que antecede

Outros símbolos:

' - derivação em relação ao tempo  
 $\int$  - integral da função a que antecede

## 1. INTRODUÇÃO

Atualmente na indústria mecânica é grande a ênfase dada à otimização da eficiência de equipamentos e componentes mecânicos. Um projeto racionalizado proporciona economia de espaço, material, maquinário e energia, bem como, um aumento significativo da eficiência, segurança e confiabilidade dos equipamentos fabricados. Na esteira desta necessidade, foi proposto, através de um estudo interativo teórico-experimental, analisar o comportamento de isoladores metálicos ao choque tipo duplo-j quando submetidos a cargas dinâmicas impulsivas. Estes isoladores têm hoje larga aplicação na indústria (principalmente a naval), onde são utilizados para garantir a continuidade do funcionamento de equipamentos elétrico-eletrônicos quando solicitados por cargas de choque mecânico.

Os isoladores duplo-J são elementos de aço com formato de vista lateral semelhante a secção longitudinal de um sino, projetados para se deformarem plasticamente quando sujeitos a uma carga de choque em uma direção pré-determinada, e utilizados para proteger ao choque equipamentos que não necessitam manter o alinhamento com outras estruturas após o impacto. Os elementos são independentes, formados por apenas uma peça, não necessitando de partes adicionais separadas. É um isolador eficiente, exceto para impactos que ocasionem deformações além da sua capacidade ou orientação previstas. A forma geométrica de tais isoladores está apresentada na figura 1.1. Obviamente, suas dimensões ou proporções podem variar de acordo com suas utilizações específicas. Peças com esta geometria são de uso corrente como isoladores ao choque, porém, não se tem notícia de estudos teóricos a respeito das mesmas. Os isoladores duplo-J ensaiados foram fabricados de aço carbono, (SAE 1020), por suas características físicas e disponibilidade comercial. Eles têm larga utilização na indústria naval como suporte de equipamentos elétrico-eletrônicos. Sabe-se

também de aplicações ocasionais em veículos automotivos terrestres.

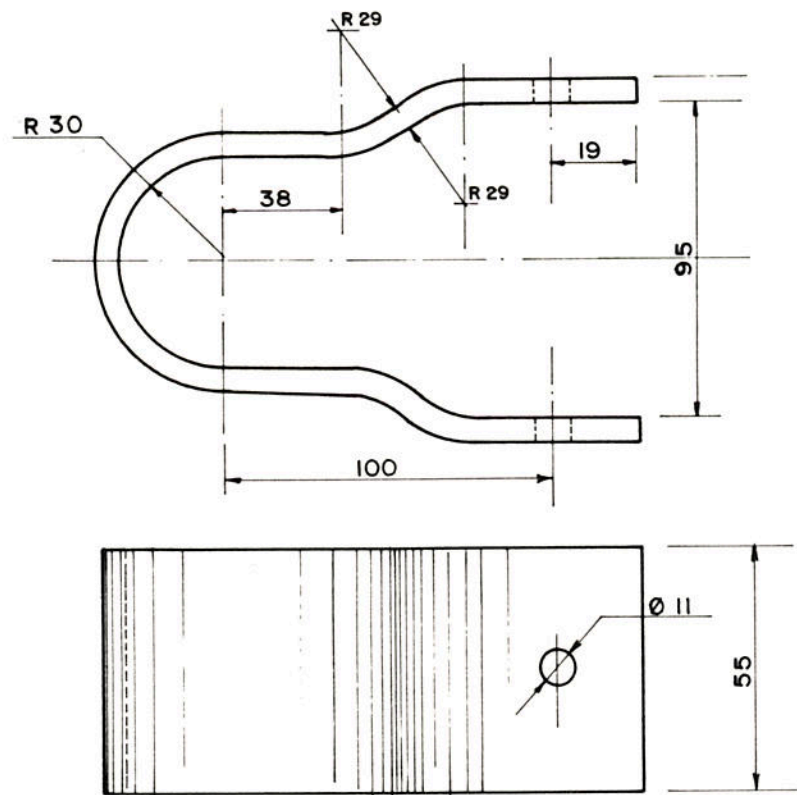


Figura 1.1 - Isoladores tipo duplo-J

A função estrutural básica dos isoladores tipo duplo-J é a de suportar equipamentos relativamente frágeis, e que possam vir a sofrer cargas ocasionadas pelo movimento brusco da base.

Não é sempre prático ou econômico se projetar todos os itens de um maquinário ou equipamento de forma a resistirem a toda a gama de acelerações impostas aos mesmos, isto ocasiona, portanto, a necessidade de utilização de elementos protetores contra o choque. Dependendo do tipo de pulso de choque que possa ocorrer no ambiente de trabalho e do equipamento a ser protegido, cabe ao projetista optar por algum procedimento de projeto. O mais simples consiste-se em se utilizar um projeto estático convencional acrescido de cargas de inércia. Como, no ambiente de trabalho, os isoladores são utilizados para funcionar como uma estrutura de ligação entre o equipamento e a base, de onde normalmente provém a carga impulsiva, estas cargas de inércia são obtidas sim

plesmente pela multiplicação do peso próprio do equipamento pelos valores de aceleração previstos, obtidos experimentalmente, e transpostos para ábacos feitos de acordo com o ambiente de choque. Alternativamente, uma análise dinâmica pode ser realizada utilizando-se uma representação matemática do equipamento, modelizado em termos de um sistema massa-mola-amortecedor simples, excitado por um carregamento idealizado e baseado em dados experimentais. Entretanto, para sistemas complexos, de muitos graus de liberdade, ou, para análises mais precisas, como é o presente caso, é necessário que se utilize um modelo mais elaborado, com vários graus de liberdade e, possivelmente, com elementos não-lineares. Para tanto, deve-se valer de recursos mais sofisticados, compostos de programas computacionais complexos e de uma apropriada consideração do carregamento, sendo exatamente a este tipo de análise que se propõe o presente trabalho. Como será visto mais adiante, este procedimento compreende três estágios básicos: modelização da estrutura, obtenção do carregamento aplicado e computação das respostas do modelo.

O estudo desenvolvido teve em vista a utilização de conceitos conhecidos de análise dinâmica para, com a comparação dos seus resultados com dados experimentais obtidos, lançar bases ao estabelecimento de critérios e parâmetros para uma metodologia de projeto (ou verificação) de isoladores ao choque. A análise teórica foi realizada através de um programa computacional utilizando um algoritmo de integração direta das equações de equilíbrio dinâmico de um modelo simples de barras (*Rigid body spring model - RBSM*). Por outro lado, a parte experimental foi realizada por uma série de ensaios destrutivos com isoladores tipo duplo-J. Os ensaios de choque foram idealizados de forma a tentar reproduzir as condições de trabalho (solicitações) a que, porventura venha a estar submetido o equipamento a ser salvaguardado. A máquina de ensaio de choque utilizada foi do tipo queda-livre, com uma placa de aço, acoplada por intermédio dos isoladores a uma estrutura móvel que se choca contra um batente rigidamente ancorado ao solo. A máquina de ensaio usada está apresentada na figura 1.2. Acelerômetros foram colocados em duas posições estratégicas, de forma a obter sinais concomitantemente na placa e na base da estrutura móvel, sendo a aquisição de dados realizada por

Devido às grandes deformações dos isoladores nos ensaios e da conseqüente plastificação do material, adotou-se um modelo teórico que leva em conta as não-linearidades física e geométrica. A não-linearidade geométrica pela consideração da redefinição das coordenadas dos nós da estrutura a cada passo de integração, e a não linearidade física pela utilização de um modelo constitutivo elastoplástico-perfeito. Para efeito de análise numérica, na busca de uma maior simplicidade de implementação e de rapidez de processamento, concebeu-se o modelo teórico plano, com matrizes de massa e amortecimento diagonais, considerando-se desacopladas as plastificações axial e à flexão. A integração numérica foi realizada utilizando-se o método explícito das diferenças finitas centrais, que se mostrou bastante eficiente para o caso em estudo. O algoritmo de integração foi construído baseado em informações obtidas através da ref [20]. O programa de análise dinâmica foi implementado em código Fortran em microcomputadores compatíveis com IBM-PC. Para melhorar sua funcionalidade, foi desenvolvida em Basic uma entrada de dados tipo planilha eletrônica com recursos de edição semelhantes aos existentes em processadores de texto, e, além disso, foi implementado, também em Basic, um programa de animação gráfica que plota no vídeo do microcomputador as sucessivas deformadas da estrutura calculadas pelo programa de análise. No presente trabalho, para maior facilidade de referenciamento no decorrer da dissertação, optou-se por se denominar o programa de análise numérica de "programa Dinam", enquanto que conjunto de programas elaborados de "sistema Dinam".

No capítulo 2, estão descritos os isoladores e equipamentos utilizados nos ensaios, além dos procedimentos de realização dos mesmos. No capítulo 3 é feita a exposição dos conceitos teóricos do programa de análise numérica juntamente com a apresentação de alguns exemplos rodados com o objetivo de testar o desempenho dos algoritmos de cálculo. No capítulo 4 estão relatados, um a um, os ensaios realizados, seguidos da comparação dos resultados numéricos com os experimentais. No capítulo 5 está apresentada a metodologia de calibração de isoladores ao choque desenvolvida, enquanto que no capítulo 6 são apresentadas as conclusões do presente trabalho.

intermédio de um conversor analógico-digital ligado a um micro-computador. O procedimento de análise visando a comparação dos resultados consistiu-se na utilização de um modelo sísmico para o sistema em estudo. Este modelo possibilitou a obtenção dos resultados numéricos em termos dos seguintes parâmetros de comparação:

- a) Deformadas finais
- b) Aceleração absoluta na placa
- c) Vibrações livres

Além disso, foi possível a análise das acelerações, velocidades e deslocamentos relativos entre a placa e a base do carro móvel da máquina de ensaio.

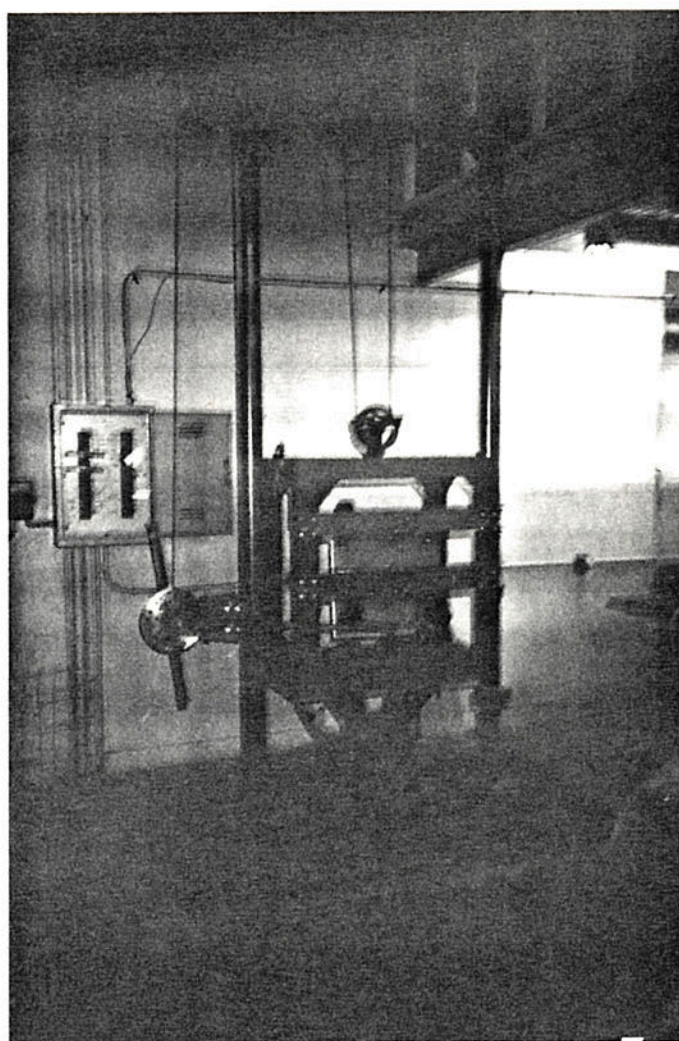


Figura 1.2 Máquina de Choque Utilizada



## 2. ANÁLISE EXPERIMENTAL

A seguir estão apresentados os equipamentos utilizados na realização dos ensaios, bem como os fundamentos teóricos e procedimentos de execução dos mesmos.

Na engenharia mecânica os principais problemas dinâmicos se dão em termos de vibrações e choques. No caso de problemas de choque, pode-se minimizar os seus efeitos danosos através da redução das amplitudes das forças transmitidas aos equipamentos e componentes a serem protegidos. Isto é feito pela interposição de isoladores entre os equipamentos e a fonte geradora ou transmissora dos impulsos de choque. De acordo com a utilização, há vários tipos de isoladores ao choque, estando este estudo restrito a um modelo concebido para atenuar os efeitos de choques providos da base onde o equipamento a ser protegido está instalado. Neste caso se torna necessário a utilização de elementos flexíveis para se interpor entre o item em consideração e o seu suporte. Normalmente a aplicação deste tipo de isoladores se dá em veículos automotivos. Muitos dos requisitos de tais isoladores se dão por necessidade de uso em veículos bélicos, porém, seu uso tende a ser estendido, na maior parte das vezes, a problemas de qualquer natureza.

Em navios, onde este tipo de isolador é muito utilizado, choques severos se caracterizam por dois problemas básicos:

- (a) Aquisição repentina de velocidade por parte dos principais membros estruturais da embarcação com conseqüentes deslocamentos de grande amplitude.
- (b) Vibrações transientes dos membros estruturais em resposta ao movimento inicial de choque.

Esta análise objetiva principalmente o estudo dos efeitos da ação direta do choque sobre o equipamento (problemas do tipo a)), abstendo-se de maiores considerações sobre os efeitos das vibrações.

### 2.1.1 Seleção do Tipo de Isoladores

Nesta seção estão apresentados alguns critérios de seleção de isoladores ao choque, objetivando, juntamente com a seção 2.1.2, melhor caracterizar os isoladores duplo-J ensaiados.

#### 2.1.1.1 Requisitos Básicos de um Isolador ao Choque

Na proteção ao choque, é importante que os isoladores satisfaçam às seguintes características:

a) Rigidez e capacidade de deformação, de modo que possa responder a choques de várias amplitudes e durações, sempre reduzindo de forma conveniente a transmissão de energia ao equipamento isolado.

b) Proteger o equipamento dos efeitos da vibração transiente dos membros estruturais em resposta ao choque e de uma possível vibração excessiva ocasionada pelo maquinário de propulsão.

#### 2.1.1.2 Seleção do Material e do Projeto

Muitos tipos de materiais podem ser utilizados como elementos resilientes em isoladores. Vários fatores de projetos podem influenciar na escolha do material e mesmo no projeto ("design") de isoladores. Dentre eles, podemos destacar alguns:

a) Deslocamento estático: O deslocamento estático máximo ocasionado pela carga de peso próprio da estrutura a ser isolada gera certos requisitos que devem ser preenchidos pelo material e geometria utilizados. Dentre eles pode-se citar o limite de es-

coamento, a suscetibilidade à fluência lenta (*creep*) e o limite de fadiga.

b) Resposta dinâmica a vibrações: Como já foi dito, um isolamento efetivo tem que considerar as vibrações existentes no ambiente de trabalho do equipamento, de forma a procurar diminuir seus efeitos danosos sobre o mesmo.

c) Condições ambientais: É comum os isoladores (principalmente de vibrações) estarem sujeitos a uma série de fatores ambientais adversos, tais como, grande variação de temperatura e contato com substâncias diversas (ozônio, fluidos hidráulicos, combustível, óleo), por isso, os materiais selecionados na fabricação dos isoladores devem, também, considerar suas propriedades de resistência às adversidades do meio.

d) Amortecimento: Em vários casos, o amortecimento ocasionado pela histerese do ciclo de carga e descarga sobre o isolador é suficiente para o funcionamento pleno do mesmo, em outros casos, é necessário ter outros tipos de amortecimento no sistema. Da conveniente escolha de material e geometria é que depende a adequação do amortecimento nestes casos.

e) Limitações de peso e espaço: A eficiência de um isolador ao choque está ligada à sua transmissibilidade, e esta ao seu amortecimento. Portanto, o isolador ao choque mais eficiente será o que, para um determinado peso e ocupando o mesmo espaço, tiver capacidade de dissipar mais energia.

### 2.1.1.3 Comparação entre Isoladores Metálicos e Elastômeros

Basicamente, em relação aos materiais mais utilizados na fabricação de isoladores ao choque, pode-se dividi-los em metálicos e elastômeros. Abaixo são apresentadas as vantagens e desvantagens dos primeiros em relação aos segundos:

#### Vantagens:

- mais resistentes aos efeitos danosos ocasionados por

óleos lubrificantes.

- suas propriedades variam pouco com a temperatura.
- podem ser facilmente fabricados com bom controle de qualidade.
- têm vida útil longa e pouca suscetibilidade à fluência lenta.
- menor necessidade de manutenção.

#### Desvantagens:

- podem funcionar como antenas para ondas de rádio-frequência, o que pode afetar o funcionamento de certos equipamentos a serem protegidos.
- um isolador metálico, para reproduzir a performance de um isolador simples de borracha, deve, normalmente, ser muito complicado.
- elementos metálicos praticamente não têm amortecimento inerente, sendo, portanto, suscetíveis a altas amplitudes na ressonância.

Dependendo da utilização e das inúmeras variáveis que possam influir em cada caso, podem surgir outros fatores que venham a alterar significativamente os critérios de escolha do isolador mais adequado.

### 2.1.2 Isoladores Tipo Duplo-J

Como já foi dito, os isoladores ensaiados são do tipo duplo-J, cujas principais características são apresentadas a seguir.

#### 2.1.2.1 Características dos Isoladores Ensaiaados:

##### Mecânicas:

Massa: 0,640 Kg

Material: Aço SAE 1020

Módulo de elasticidade:  $2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

Tensão de escoamento (medida experimentalmente):  $3,48.10^8 \text{ N/m}^2$

Momento plástico (medido experimentalmente):  $35,94 \text{ N.m}$

Geométricas:

Área da secção transversal:  $1.65 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Momento de inércia da secção transversal:  $1.24 \times 10^{-10} \text{ m}^4$

2.1.2.2 A Placa de Aço

A placa acoplada aos isoladores nos ensaios é um elemento muito mais rígido e de inércia muito maior que os isoladores, e apresenta as seguintes características:

Mecânicas:

Massa: 50 Kg.

Material: Aço SAE 1020

Módulo de elasticidade:  $2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

Tensão de escoamento:  $2.5 \times 10^8 \text{ N/m}^2$

Características geométricas:

Área da secção transversal:  $0,0127 \text{ m}^2$

Momento de inércia da secção transversal:  $6,83.10^{-7} \text{ m}^4$

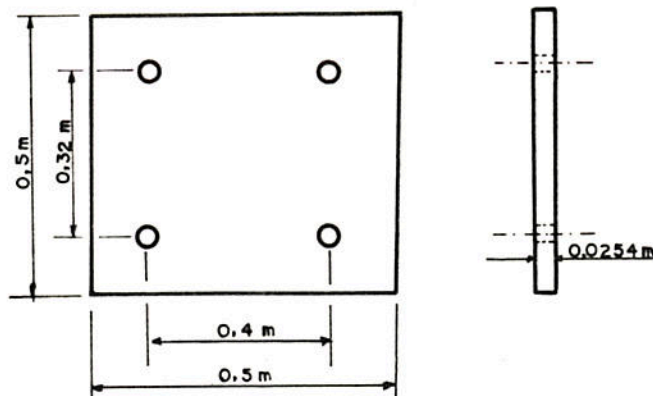


Figura 2.1 Placa de Aço

## 2.2 Ensaio de Choque de Isoladores

Os ensaios de estruturas submetidas ao choque consistem numa metodologia de testes que, agindo interativamente com a teoria, permite o desenvolvimento de projetos que garantem a continuidade do funcionamento de equipamentos frágeis quando submetidos a choques, esporádicos ou não, no seu ambiente de trabalho.

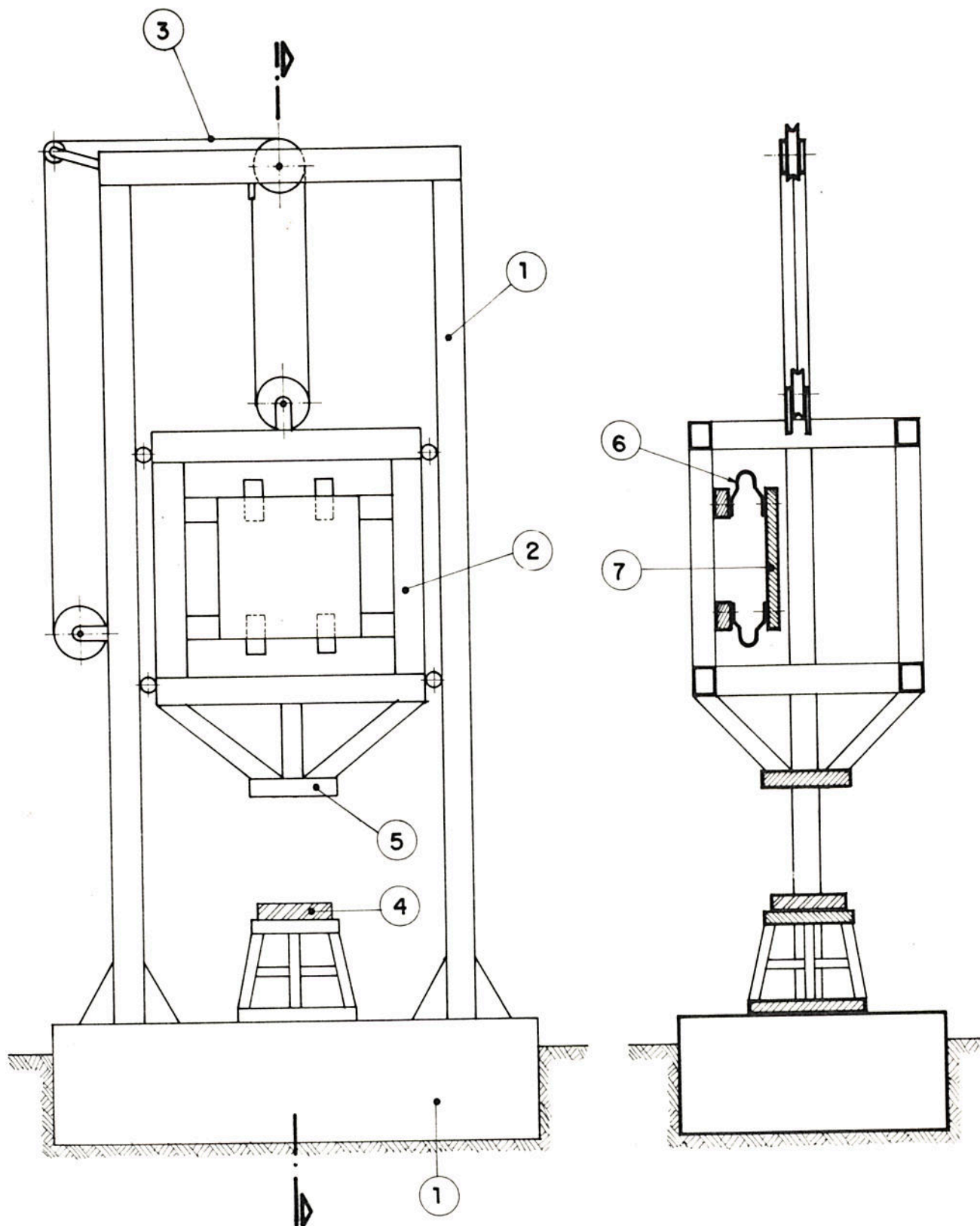
No caso em estudo, está-se fazendo uma comparação analítica entre os resultados obtidos de uma série de ensaios destrutivos sobre uma determinada estrutura, com os obtidos através de uma análise teórica valendo-se de um modelo matemático específico, procurando demonstrar que este último apresenta um bom desempenho na descrição do fenômeno real.

Os ensaios de choque foram realizados com a utilização de dois equipamentos básicos, o equipamento de geração de sinal (máquina de ensaio) e o de aquisição de dados (instrumentação). Será visto nas próximas seções as especificações dos equipamentos utilizados, bem como, o procedimento de execução dos ensaios.

### 2.2.1 A Máquina de Ensaio

O equipamento que produz o choque necessário ao ensaio é chamado de *máquina de choque*. A máquina utilizada é do tipo queda-livre, ou seja, se vale do princípio de D'Alembert, sendo que o impacto advém da desaceleração que ocorre em uma estrutura animada de um movimento de queda-livre que se choca contra um anteparo rigidamente preso ao solo. Uma representação esquemática da máquina de choque com a estrutura a ser ensaiada já acoplada está apresentada na figura 2.2.

A máquina de ensaio possui uma parte móvel na qual a estrutura em teste é acoplada, e outra fixa que suporta a plataforma móvel e o equipamento de elevação da mesma. A plataforma pode ser içada a qualquer altura dentro de uma amplitude de 1,5 metros e largada em queda-livre para que sua parte inferior possa se chocar com contra um reparo fixo ao solo. Utiliza-se guias para manter a plataforma orientada durante a queda. Um material elástico é interposto no ponto de impacto entre a base da parte móvel e o reparo de forma a modular o tipo de pulso da acelera-



- |                                     |                               |
|-------------------------------------|-------------------------------|
| 1- Parte fixa da máquina de ensaio  | 5- Base do carro móvel        |
| 2- Parte móvel da máquina de ensaio | 6- Isoladores (já acoplados)  |
| 3- Cabo de tração do carro móvel    | 7- Placa de aço (já acoplada) |
| 4- Elemento modulador (borracha)    |                               |

Figura 2.2 Máquina de Ensaio de Choque

ção. Por exemplo, no caso do ensaio de uma estrutura cujo peso, em comparação com o da plataforma, seja desprezível, o pulso ocasionado por um material elástico (borracha), será de forma aproximada a um meio-seno; porém, como se verá mais adiante, na seção 4.3, quando, como no caso em estudo, a massa da peça ensaiada não é desprezível, o pulso de carga é mais complexo pois entram em ação sobre a máquina de choque os efeitos dinâmicos devidos à existência de forças provindas da deformação da estrutura ensaiada.

### 2.2.2 O Sistema de Aquisição de Dados

Nos ensaios realizados, utilizou-se um sistema de aquisição de dados que, de uma maneira geral, pode ser dividido em três partes distintas, de acordo com o tipo de instrumentação utilizada em cada uma. São elas:

- 1- Transdução do sinal.
- 2- Conversão Analógico/Digital.
- 3- Processamento dos dados.

#### 2.2.2.1 Instrumentos de Transdução

O impacto, em termos de medições por instrumentos, não difere essencialmente do procedimento em relação às vibrações, portanto, é possível, em princípio, se observar deslocamentos, velocidades ou acelerações. Na verdade, apenas um destes três parâmetros necessita ser medido, enquanto que os outros dois podem ser obtidos a partir do primeiro por integração ou derivação numérica. Para as medições realizadas utilizou-se acelerômetros piezoelétricos, pois segundo a ref [11] (cap.12), eles apresentam para altas frequências o maior sinal de saída quando comparado com os transdutores de velocidades e deslocamentos. A aceleração também apresenta uma relação mais direta com forças e cargas, grandezas que fazem parte da análise teórica feita.

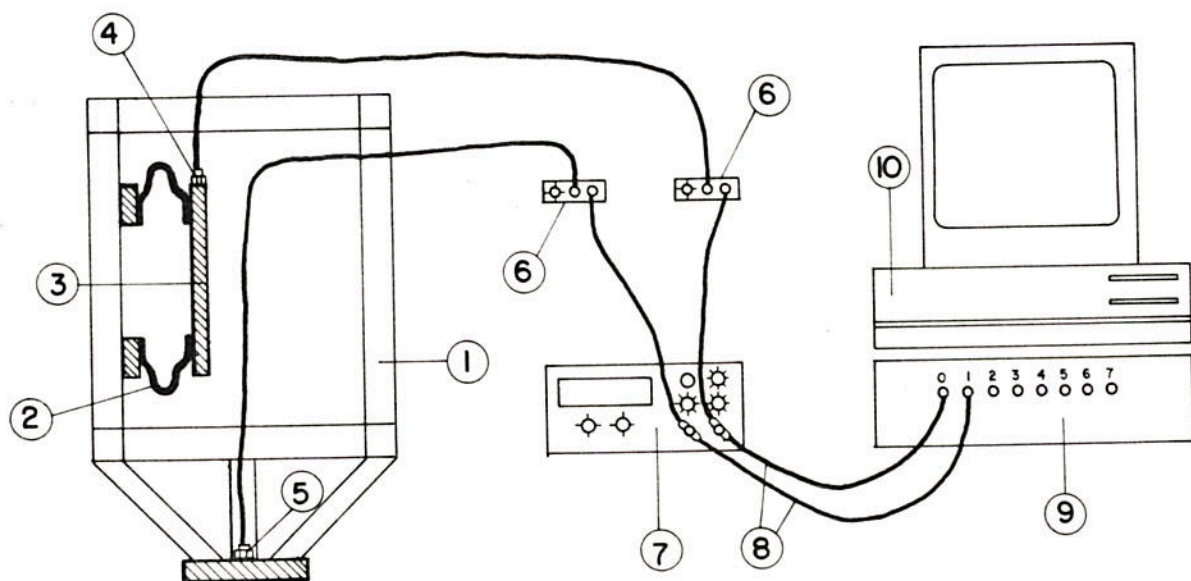


### 2.2.2.2 Equipamento de Conversão Analógico-Digital

O equipamento de conversão (*conversor analógico/digital*) faz a transformação do sinal elétrico (analógico) gerado pelo acelerômetro em um sinal digital.

A conversão de uma onda elétrica num sinal digital envolve dois passos básicos: amostragem e codificação. No passo de amostragem é feita uma observação periódica discreta dos valores instantâneos do sinal analógico. Na codificação cada uma destas observações é convertida para um código digital.

O instrumento de conversão A/D utilizado foi um multiprogramador MP-85 com placas multiprogramadora e analógica-digital. Os sinais entram diretamente no cartão multiplexador (std-8604) com 10 canais habilitados, que trabalha em concordância com um conversor analógico-digital rápido. As entradas do multiplexador suportam sinais de  $\pm 100v$ , sendo que se pode trabalhar em várias escalas. O sinal do acelerômetro é da ordem de 50 mv.



- |                                       |                     |
|---------------------------------------|---------------------|
| 1- Carro móvel da máquina de choque   | 6- Filtros          |
| 2- Isoladores Duplo-J                 | 7- Osciloscópio     |
| 3- Placa de aço                       | 8- Cabos coaxiais   |
| 4- Acelerômetro na massa sísmica      | 9- Multiplexador    |
| 5- Acelerômetro ligado ao carro móvel | 10- Microcomputador |

Figura 2.3 Sistema de aquisição de dados

A aquisição é feita através de um programa computacional que roda num microcomputador compatível com IBM-PC xt. O programa acessa uma interface GPIB que faz a comunicação com o multiprogramador sendo os dados convertidos em sistema binário de 12 bits e gravados no disco rígido do microcomputador. Na próxima seção será visto como se dá a utilização do microcomputador no processamento dos dados.

### 2.2.2.3 Processamento dos Dados

Esta etapa é realizada através do uso do microcomputador e se constitui na utilização de diversas rotinas de processamento desenvolvidas no laboratório de vibrações da UFRGS, que formam um sistema integrado de aquisição e processamento de dados (ref |22|). Este sistema consiste de vários programas que servem para trabalhar os arquivos de dados de forma a deixá-los em condições de análise. Pode-se visualizar os dados através da sua impressão ou graficação na tela do microcomputador ou na impressora acoplada ao mesmo. Os programas de processamento e trabalho com arquivos em uso são os seguintes:

-Integração Numérica: Algoritmo de Simpson.

-Série de Fourier: Expande um arquivo ou parte dele em séries de Fourier, calculando os coeficientes da série por integração numérica utilizando o método de Simpson.

-Média Fixa: Calcula a média aritmética do arquivo de dados, subtraindo-a, ao fim, de cada elemento, de forma a gerar um novo arquivo de média aritmética zero.

-Graficação: Faz o gráfico dos arquivos gerados pelo sistema de aquisição na tela e/ou impressora. Apresenta rotinas de Zoom e corte de arquivos em posições determinadas. Permite também a varredura dos valores discretos elemento a elemento dos arquivos. Sua capacidade máxima é de dois arquivos de cada vez.

-Transformada Rápida de Fourier: Realiza a transformada

direta de Fourier, calculando o módulo da mesma para cada frequência.

-Operador de Arquivos: Permite as seguintes operações lineares de arquivos de dados, elemento a elemento:

- a) Soma de dois arquivos
- b) Multiplicação de um arquivo por um valor fixo
- c) Soma de um valor fixo a um arquivo
- d) Qualquer combinação das operações a), b) e c)

-Filtro digital: Filtro digital passa baixa, não-recursivo a número variável de pontos de operação, conforme a ref [14].

#### 2.2.2.4 Equipamentos Complementares

Além dos instrumentos já vistos foram também utilizados na aquisição de dados os seguintes equipamentos:

- Osciloscópio
- Memória Digital
- Cabos
- Filtros

O osciloscópio, juntamente com a memória digital, foi utilizado nos ajustes e calibrações preliminares do equipamento de aquisição. Os cabos, conforme a figura 2.3, serviram para a interconecção entre os equipamentos e estão especificados no item 2.2.2.5. Muito freqüentemente, pulsos indesejáveis de altas frequências (ruído) surgem, tanto nos transdutores, quanto nos cabos de interconecção, resultando numa distorção do sinal original. É possível, através de um circuito de filtragem adequado, se eliminar parte ou até todo o ruído indesejável. A filtragem consiste-se em atenuar as componentes indesejáveis de uma medição enquanto que as restantes se mantêm normalmente. Os filtros utilizados são do tipo passa-baixa, ou seja, que rejeitam como sinais espúrios todas as componentes identificadas acima de uma determinada frequência especificada, chamada frequência de corte.

### 2.2.2.5 Especificações Técnicas dos Equipamentos

- Acelerômetro N<sup>o</sup> 1: Brüel & Kjaer-4328
- Acelerômetro N<sup>o</sup> 2: Brüel & Kjaer-4329
- Máquina de Choque: UFRGS-LVDE
- Cabos N<sup>o</sup> 1 e N<sup>o</sup> 2: Coaxiais Blindados
- Cabos N<sup>o</sup> 3 e N<sup>o</sup> 4: BNC-BNC
- Filtros N<sup>o</sup> 1 e N<sup>o</sup> 2: UFRGS-LVDE
- Osciloscópio: National Oscilloscope - VP-5216A
- Memória: UFRGS-LVDE
- Microcomputador: INTECH-PC/AT-20286-10MZ
- Conversor Analógico/Digital: Multiprogramador STD-85MP

## 2.3 Os Ensaios

Como já foi mostrado na seção 2.2.1, a máquina de choque é do tipo queda-livre, sendo as solicitações nos amortecedores estruturais ocasionadas pela desaceleração da placa aço rigidamente acoplada aos mesmos.

Os amortecedores, em número de 4, são, por outro lado, conectados à plataforma móvel, cuja parte inferior deverá chocar-se contra um suporte rígido fixo à base.

### 2.3.1. A Estrutura Ensaçada

Como já foi dito, para efeito de ensaios, utilizou-se como equipamento a ser protegido dos efeitos do choque, uma chapa de aço, como a representada na figura 2.1, e que pode ser considerada rígida em comparação com os isoladores utilizados. Levando em conta as limitações de aplicabilidade do modelo teórico, projetou-se uma estrutura para efeito de ensaios que adapta-se plenamente ao mesmo, permitindo a comparação entre os dados experimentais e os resultados teóricos. Para tanto, utilizou-se a estrutura espacial mostrada na figura 2.4, que pôde, por uma condição de simetria, ser facilmente discretizada e analisada como plana. Isto foi feito acoplando a estrutura da figura 2.4 ao carro móvel da máquina de choque, conforme a figura 2.2. Ao ser imposto a este sistema um pulso de aceleração distribuído ao longo da placa

no sentido do eixo Y, a simetria do sistema, tanto inercial quanto de rigidez em relação ao plano inicial da placa (XY), fornece um movimento uniforme ao longo da placa no plano normal (YZ) ao da mesma (duas translações e um giro), conforme a figura 2.5.

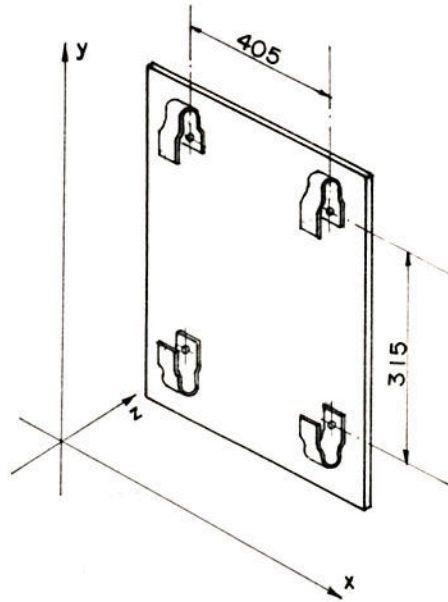


Figura 2.4 Estrutura ensaiada.

### 2.3.2 Descrição dos Ensaio

Os amortecedores são ligados à chapa de aço e à plataforma móvel por parafusos de aço, enquanto que tanto a plataforma quanto a torre são estruturas de juntas soldadas.

Após acoplados os amortecedores e a chapa de aço à plataforma, são montados os acelerômetros nas posições indicadas na figura 2.3 e ligados aos respectivos filtros e estes aos canais de entrada do conversor. Após, o conjunto é içado manualmente, através de um mecanismo de manivela, catraca e roldanas, até uma determinada altura de queda.

Finalmente, depois da montagem do sistema *acelerômetros-filtros-multiplexador-computador* e de os mesmos estarem em posição de operação, dá-se o sinal manualmente, via teclado do microcomputador, para que o conversor A/D inicie a leitura dos dados, ao mesmo tempo em que se desloca de posição, através de uma alavanca, o pino de segurança da máquina, de forma a permitir que a plataforma móvel inicie um movimento de queda-livre em direção ao

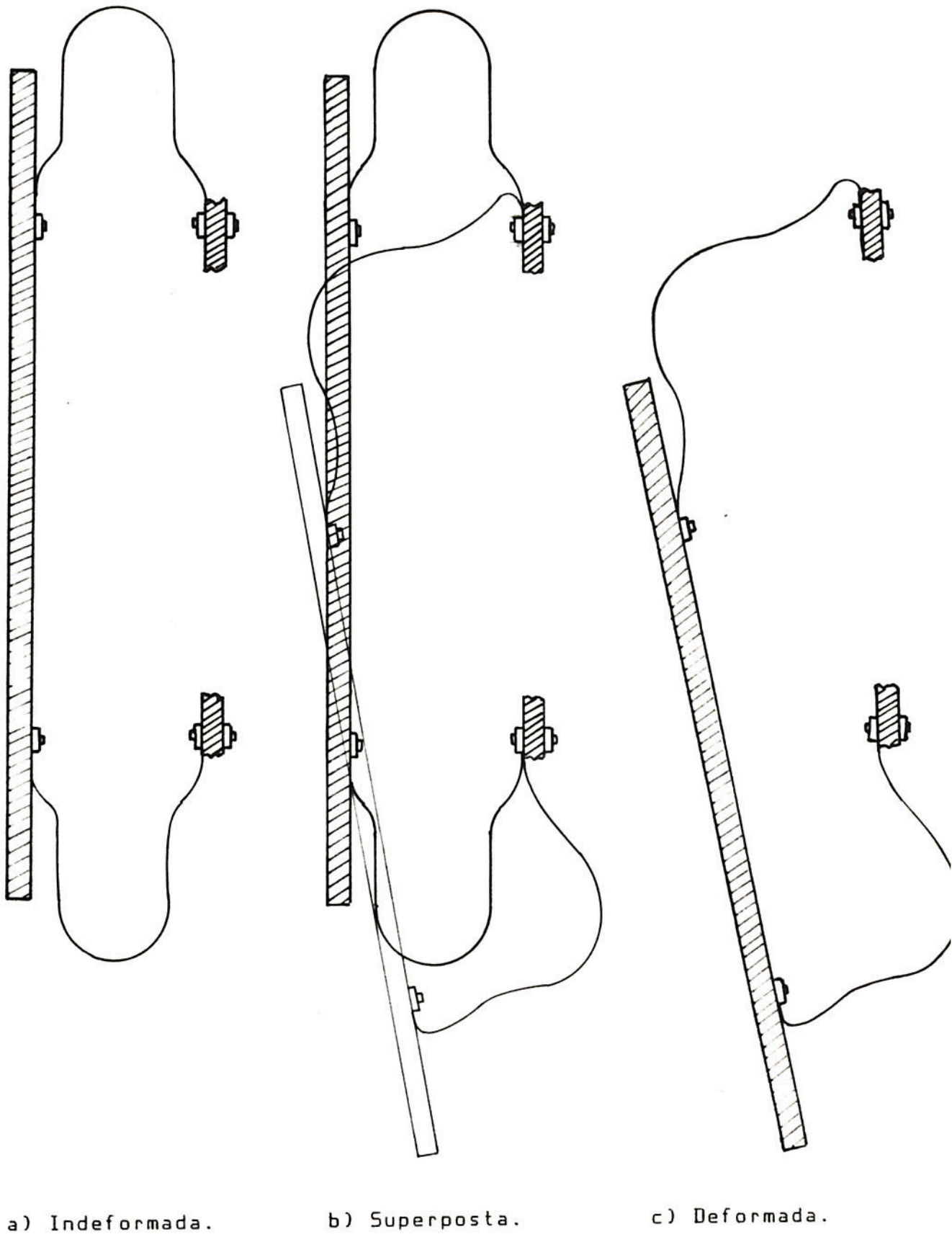


Figura 2.5 Vistas laterais da estrutura ensaiada.

reparo fixo ao solo. No momento em que a parte inferior da plataforma móvel se choca com o suporte, surge uma aceleração súbita, contrária à direção do movimento, que é transmitida à massa sísmica pelos isoladores.

A aceleração correspondente à força impulsiva, que surge na base da plataforma é medida pelo acelerômetro número 2, enquanto que a aceleração absoluta na placa de aço é medida pelo número 1. Esta aceleração não fornece uma relação direta com as solicitações nos isoladores pois estas estão ligadas à aceleração relativa entre a placa e a plataforma móvel.

Por fim, os dados obtidos são convertidos e armazenados em arquivos no disco rígido do microcomputador para posterior processamento e análise.

### 2.3.3 Descrição Sumária de um Ensaio

Os ensaios realizados constituiram-se, de uma forma geral das seguintes etapas:

- a) Montagem dos equipamentos de instrumentação e aquisição de dados na máquina de ensaio.
- b) Testes pré-ensaio: verificação do funcionamento da instrumentação e do sistema de aquisição de dados fazendo-se vários testes não destrutivos (sem o acoplamento da chapa de aço).
- c) Acoplamento da estrutura à máquina de ensaio e posterior instrumentação da mesma.
- d) Içamento do carro móvel da máquina de choque à altura de ensaio.
- e) Início da aquisição de dados (via teclado do microcomputador) e liberação da estrutura em queda-livre (que culmina com o impacto contra a base fixa).
- f) Gravação dos dados adquiridos no disco rígido do microcomputador para posterior processamento e análise.

### 3. SOLUÇÃO NUMÉRICA

A solução numérica constituiu-se na implementação computacional de um algoritmo de integração direta das equações de equilíbrio dinâmico do sistema em estudo. Esta implementação foi feita valendo-se do método das diferenças finitas centrais e considerando as não-linearidades física e geométrica. A não-linearidade física através da utilização de um modelo constitutivo elasto-plástico perfeito para o material e a não-linearidade geométrica através da redefinição das coordenadas da estrutura a cada passo de integração.

#### 3.1 O Modelo Teórico

As respostas dinâmicas de estruturas envolvem equações diferenciais parciais em relação ao tempo e às coordenadas espaciais. Como se sabe, a técnica normalmente utilizada no estudo de problemas dinâmicos de estruturas complexas é a de dividir arbitrariamente a estrutura a ser estudada em um número finito de elementos, objetivando resolver o problema através da busca de soluções simultâneas de um sistema de equações diferenciais ordinárias. Esta discretização implica, para fins de análise, na substituição da estrutura real por uma outra modelizada que deve estar adaptada a uma análise matemática além de tentar aproximar as propriedades da estrutura real como um todo. Esta estrutura teórica é denominada de *modelo matemático*, sendo que cada elemento de discretização espacial que substitui as propriedades de uma parte correspondente da estrutura, obedece a leis genéricas de formação que caracterizam o modelo de discretização. A solução numérica implementada no programa Dinam, constituiu-se de, através da discretização da estrutura em elementos de barras rígidas (RBSM), representá-la por um modelo matemático com o qual são estabelecidas as equações de equilíbrio dinâmico do sistema. O



sistema de equações ordinárias resultante é, então, integrado diretamente no tempo, de forma a fornecer a resposta dinâmica desejada. A solução numérica foi implementada computacionalmente utilizando-se do método das diferenças finitas centrais com atualização das coordenadas a cada passo de integração e com um modelo constitutivo elasto-plástico perfeito para o material.

### 3.1.1. Equações de Equilíbrio Dinâmico

Considerando-se o sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade representado na figura 3.1, a equação de equilíbrio do movimento do sistema é dada pelas forças que atuam concomitantemente sobre a massa  $m$ :

$$F(t) = F_a(t) + F_e(t) + F_i(t) \quad (3.1.1)$$

onde  $F(t)$  é a força externa aplicada,  $F_a(t)$  a força dissipativa,  $F_e(t)$  a força restitutiva e  $F_i(t)$  a força inercial. Considerando-se o deslocamento generalizado arbitrário  $q(t)$  do sistema em estudo, e, admitindo-se que  $q(t)$  é uma função contínua e diferenciável no tempo, as forças de inércia, restitutiva e dissipativa, podem ser expressas por:

$$F_i(t) = M \ddot{q}(t), \quad (3.1.2)$$

$$F_e(t) = K q(t) \quad (3.1.3)$$

e, finalmente:

$$F_a(t) = C \dot{q}(t) \quad (3.1.4)$$

onde  $\dot{q}(t)$  e  $\ddot{q}(t)$  são as derivadas primeira e segunda (velocidade e aceleração) de  $q(t)$  em relação ao tempo,  $K$  é a rigidez da mola,  $C$  o coeficiente de amortecimento viscoso e  $M$ , a massa do sistema.

Substituindo estas expressões na (3.1.1) obtém-se a equação de movimento para um sistema de um grau de liberdade:

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = F(t) \quad (3.1.5)$$

Como  $M, C$  e  $K$  são constantes tem-se (3.1.5) uma equação diferencial ordinária linear de segunda ordem a coeficientes constantes. Para um sistema com vários graus de liberdade, teremos:

$$\underline{M}\ddot{\underline{q}}(t) + \underline{C}\dot{\underline{q}}(t) + \underline{K}\underline{q}(t) = \underline{F}(t) \quad (3.1.6)$$

onde  $\underline{M}, \underline{C}$  e  $\underline{K}$  são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema, enquanto que  $\underline{q}, \dot{\underline{q}}$  e  $\ddot{\underline{q}}$  são os vetores de deslocamentos, velocidades e acelerações, e  $\underline{F}(t)$  o vetor das forças externas aplicadas.

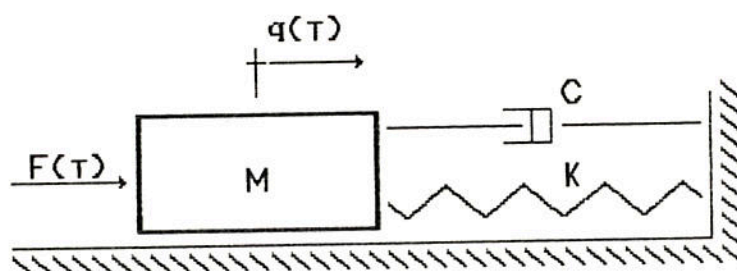


FIGURA 3.1 - Sistema massa-mola-amortecedor

### 3.1.2 O Modelo Teórico

Devido às particularidades geométricas da estrutura em estudo optou-se por utilizar um modelo de barras rígidas (*Rigid Body Spring Model - RBSM*) em linha, no plano e de secção transversal constante, ou seja, tanto os isoladores quanto a chapa de aço são idealizados como tendo suas massas concentradas em nós coplanares, conectados em linha por molas elasto-plásticas perfeitas, enquanto que os elementos de barras rígidas à flexão são interconectados em cada nó por molas torcionais que obedecem a esta mesma lei constitutiva. Como já foi dito, os atritos

interno e externo são levados em conta no efeito dissipativo do amortecimento viscoso proporcional à velocidade, aliado ao efeito de plastificação da estrutura segundo o modelo constitutivo elasto-plástico perfeito, com desacoplamento entre flexão e forças axiais em relação à plastificação.

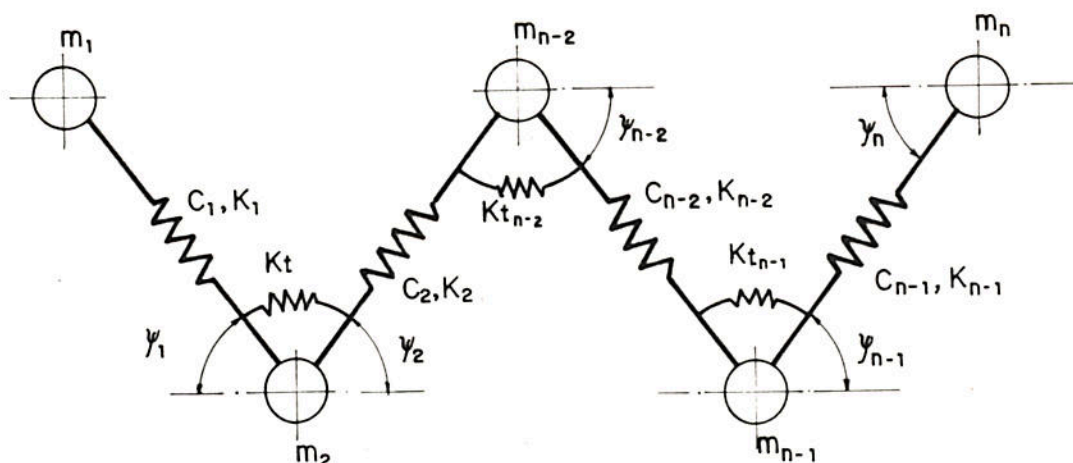


Figura 3.2 - Modelo de discretização

Na figura 3.2 está representado o modelo teórico, na forma de uma estrutura de  $n$  nós, onde:

- $m$  massas concentradas nos nós
- $k$  constantes de rigidez elástica das molas axiais
- $\psi$  ângulos que definem a direção de cada elemento
- $k_t$  constantes de rigidez à flexão das molas torcionais
- $c$  coeficientes de amortecimento viscoso equivalente

Os parâmetros necessários para a formação do sistema representado pela equação (3.1.6) devem ser fornecidos pelo usuário, pois cabe ao mesmo a identificação da geometria, do amortecimento viscoso equivalente, das condições iniciais e dos carregamentos relativos a cada problema estudado. O amortecimento consiste-se de um problema a parte, pois os efeitos devidos aos diversos meios com que pode haver dissipação de energia por atrito devem estar englobados num índice de amortecimento viscoso equivalente para toda a estrutura.

## 3.2 A Integração Direta

### 3.2.1 Métodos Numéricos

Há dois tipos básicos de métodos numéricos que podem ser adotados na solução da (3.1.6), por superposição modal ou por integração direta. Levando-se em conta a facilidade de implementação computacional e a necessidade da consideração das não-linearidades física e geométrica, optou-se por um método de integração direta das equações diferenciais de equilíbrio dinâmico. Este método consiste-se em, após a discretização da estrutura no espaço, e de estabelecer-se as equações de equilíbrio dinâmico, o que resulta num conjunto de equações diferenciais ordinárias no tempo, integrar-se diretamente este conjunto de equações. Os métodos numéricos de integração dividem-se em dois tipos básicos: métodos explícitos e implícitos. Os métodos explícitos, valendo-se de expressões em termos das diferenças finitas, calculam os deslocamentos no intervalo de tempo a seguir, a partir das acelerações e deslocamentos no intervalo de tempo imediatamente anterior, enquanto que nos métodos implícitos, as expressões dos deslocamentos no próximo intervalo de tempo envolvem as acelerações neste mesmo intervalo. Os métodos implícitos necessitam, a cada passo de integração, da resolução de um sistema de equações algébricas lineares, enquanto que, os métodos explícitos, podem, a partir de certas considerações, não necessitar da resolução de equações, exigindo menor esforço computacional a cada passo de integração e facilitando o emprego de modelos constitutivos não-lineares. Por outro lado, os métodos implícitos são incondicionalmente estáveis, ou seja, o passo de integração é limitado apenas por requisitos de precisão, enquanto que os métodos explícitos apresentam a desvantagem de serem condicionalmente estáveis, pois o passo de integração é limitado por um valor crítico, acima do qual a solução diverge.

### 3.2.2 O Método das Diferenças Finitas Centrais

O método de integração numérica adotado foi o das diferenças finitas centrais, o qual se constitui num método amplamen-

te utilizado e estudado por diversos autores (refs [3], [5], [12] e [16]).

### 3.2.2.1 Formulações clássicas:

Considerando-se a função deslocamento  $q(t)$  e um intervalo padrão de tempo  $\Delta t$ , de forma que esta função possa ser adequadamente descrita pelos seus valores em intervalos discretos no tempo ( $t+n\Delta t$ ), onde  $n=1,2,3\dots$ . Portanto, a velocidade no instante genérico  $t$ , pode ser obtida por diferenças finitas a partir da representação de  $q(t)$  por pontos discretos, como na figura 3.3, então,

$$\dot{q}_t = (q_{t+\Delta t} - q_{t-\Delta t}) / 2\Delta t \quad (3.2.1)$$

onde os índices subscritos ( $t$  e  $t \mp \Delta t$ ) implicam nos valores de  $q(t)$  a estes instantes de tempo.

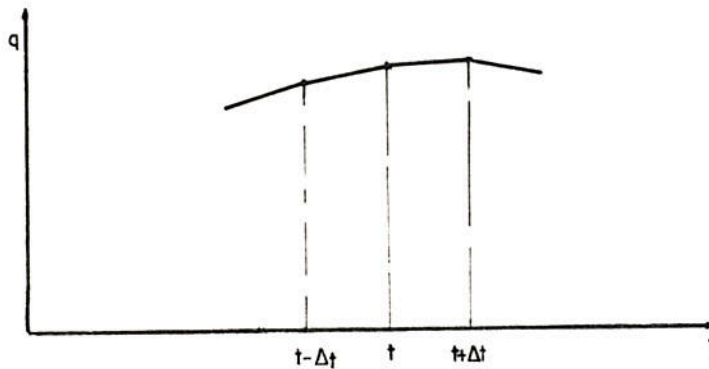


Figura 3.3 Deslocamento  $q(t)$

Também, a aceleração pode ser descrita por:

$$\ddot{q}_t = (q_{t+\Delta t/2} - q_{t-\Delta t/2}) / \Delta t = \left[ \frac{(q_{t+\Delta t} - q_t)}{\Delta t} - \frac{(q_t - q_{t-\Delta t})}{\Delta t} \right] / \Delta t \quad (3.2.2)$$

então:

$$\ddot{q}_t = (q_{t+\Delta t} - 2q_t + q_{t-\Delta t})/\Delta t^2 \quad (3.2.3)$$

As equações (3.2.1) e (3.2.3) são as expressões em diferenças finitas centrais para, respectivamente, a primeira e segunda derivadas de  $q(t)$  no instante  $t$ . Generalizando-se  $q(t)$  para a equação (3.1.6), e substituindo-se a (3.2.1) e a (3.2.3) nesta, resulta:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t^2} \underline{M} (\vec{q}_{t+\Delta t} - 2\vec{q}_t + \vec{q}_{t-\Delta t}) + \\ & + \frac{1}{2\Delta t} \underline{C} (\vec{q}_{t+\Delta t} - \vec{q}_{t-\Delta t}) + \underline{K} \vec{q}_t = \vec{F}_t \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

$$\begin{aligned} & [\frac{1}{\Delta t^2} \underline{M} + \frac{1}{2\Delta t} \underline{C}] \vec{q}_{t+\Delta t} = \vec{F}_t - [\underline{K} - \\ & - \frac{2}{\Delta t^2} \underline{M}] \vec{q}_t + [\frac{1}{2\Delta t} \underline{C} - \frac{1}{\Delta t^2} \underline{M}] \vec{q}_{t-\Delta t} \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

Note-se que para se obter  $\vec{q}_{t+\Delta t}$  é necessário resolver, a cada passo de integração, um sistema de equações lineares. Porém, se forem consideradas as massas e os amortecimentos concentrados nos nós, resulta  $\underline{M}$  e  $\underline{C}$  diagonais, o que possibilita o desacoplamento do sistema da (3.2.5) em um conjunto de equações independentes. Além disso, como o algoritmo implementado só permite o estudo de estruturas em linha, não é necessário a formação de um vetor de conectividades, podendo-se resolver a (3.2.5) apenas com a utilização de um jogo de índices, o que reduz bastante o tempo de processamento, o qual é, justamente neste método, um problema crítico. A seguir são apresentadas as formulações tais como utilizadas no algoritmo implementado, sendo que, nestas formulações, o índice inferior  $j$  corresponde a um nó genérico da estrutura, enquanto que o índice superior  $i$  corresponde a um passo genérico de integração. O mesmo sub-índice  $j$  é atribuído aos elementos

definidos entre os nós  $j$  e  $j+1$ . A partir destas considerações, pode-se escrever (3.2.5) desacoplada, como uma equação para cada nó, portanto:

$$q_j^{i+1} = (F_j^i \alpha_1 + 2q_j^i + q_j^{i-1} \alpha_2) \alpha_3 \quad (3.2.6)$$

onde  $F_j^i$  representa a resultante das cargas externas aplicadas no nó  $j$ , no tempo correspondente ao passo  $i$  e  $\alpha_1, \alpha_2$  e  $\alpha_3$  são definidas como segue:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta t^2}{M_j}, \quad \alpha_2 = \frac{C_j \Delta t}{2M_j} - 1, \quad \alpha_3 = \frac{1}{1 + \alpha_4 \Delta t} \quad \text{e} \quad \alpha_4 = \frac{C_j}{2M_j}$$

O método das diferenças finitas centrais necessita de expressões adicionais para a sua inicialização. A partir das condições iniciais  $\vec{q}_0$  e  $\vec{\dot{q}}_0$  calcula-se  $\vec{q}_1$  e  $\vec{q}_2$  que permitem dar continuidade ao processo. Isto é feito a partir das seguintes aproximações para  $\vec{\dot{q}}_0$ :

$$\vec{\dot{q}}_0 \cong (\vec{q}_1 - \vec{q}_0) / \Delta t \quad (3.2.7)$$

$$\vec{\dot{q}}_0 \cong (\vec{q}_2 - \vec{q}_0) / 2\Delta t \quad (3.2.8)$$

Assim, trabalhando-se a (3.2.7):

$$\vec{q}_1 = \vec{q}_0 + \Delta t \vec{\dot{q}}_0 \quad (3.2.9)$$

e, a partir da (3.2.8):

$$\vec{q}_2 = \vec{q}_0 + 2\Delta t \vec{\dot{q}}_0 \quad (3.2.10)$$

### 3.3 O Programa Dinam

#### 3.3.1 Formulações

A seguir são apresentadas as formulações utilizadas no programa Dinam.

O modelo adotado possui três graus de liberdade por nó, duas translações e um giro (representado por  $\theta$ ). Tomando-se um sistema cartesiano de referência e representando as translações nas direções horizontal e vertical pelas coordenadas U e V, respectivamente. Aplicando-se as formulações de diferenças finitas centrais,

$$\dot{U}_j^i = (U_j^i - U_j^{i-2}) / 2\Delta t \quad (3.3.1)$$

$$\dot{V}_j^i = (V_j^i - V_j^{i-2}) / 2\Delta t \quad (3.3.2)$$

$$\ddot{U}_j^i = (U_j^i - 2U_j^{i-1} + U_j^{i-2}) / \Delta t^2 \quad (3.3.3)$$

$$\ddot{V}_j^i = (V_j^i - 2V_j^{i-1} + V_j^{i-2}) / \Delta t^2 \quad (3.3.4)$$

Para o cálculo dos deslocamentos no passo seguinte é necessário a aplicação da equação (3.2.6). Para tanto, deve-se calcular, para cada nó, a resultante das forças restitutivas elásticas em função das deformações já ocorridas, necessitando, portanto, do cálculo das deformações elásticas axiais para cada elemento e de flexão em cada nó. Para o cálculo das forças axiais utiliza-se a seguinte expressão de atualização do comprimento dos elementos:

$$L_j^i = ( (U_{j+1}^i - U_j^i)^2 + (V_{j+1}^i - V_j^i)^2 )^{1/2} \quad (3.3.5)$$



onde,  $L_j^i$  é o comprimento do elemento  $j$  atualizado no passo  $i$ . Note-se que  $L_j^i$  é função das coordenadas dos nós  $j$  e  $j+1$ , os quais definem o próprio elemento  $j$ . A partir da (3.3.5) e do comprimento inicial do elemento  $j$  ( $L_j^0$ ), pode-se calcular a deformação axial específica  $\epsilon_j^i$ , através de:

$$\epsilon_j^i = (L_j^i - L_j^0) / L_j^0 \quad (3.3.6)$$

Pela (3.3.6), pode-se calcular a força axial restitutiva do elemento  $j$ , no passo de integração  $i$ , o que é feito valendo-se da seguinte expressão:

$$N_j^i = N_j^{i-1} + E_j A_j (\epsilon_j^i - \epsilon_j^{i-1}) \quad (3.3.7)$$

na qual,  $N_j^i$  é a força axial elástica restitutiva,  $E_j$  é o módulo de elasticidade longitudinal do material do elemento  $j$  e  $A_j$  é a área da secção transversal do elemento. Esta expressão equaciona a variação da força elástica acumulada a cada passo de integração. Quando a força de restituição  $N_j^i$ , que corresponde à da mola axial no modelo de barras rígidas (RBSM), ultrapassa o valor limite da força a partir do qual ocorre o escoamento do material do elemento, esta força restitutiva fica "achatada" (ou melhor, limitada) no seu valor máximo pelo dado por  $\sigma_e \cdot A_j$ , que é a expressão da força de escoamento do elemento  $j$ , sendo que  $\sigma_e$  é a tensão de escoamento do material.

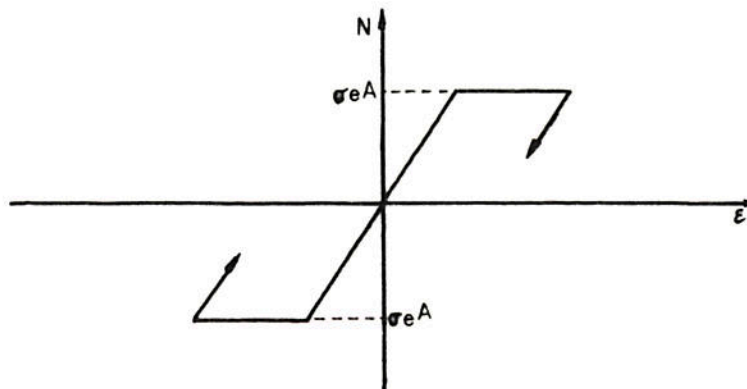


Figura 3.4 Relação constitutiva do material

Em respeito às forças de restituição determinadas pela deformação à flexão dos elementos da estrutura, expressas pelos giros relativos entre cada dois elementos rígidos adjacentes, a força nos nós é calculada através dos momentos de restituição ocasionados pelas deformações das molas torcionais em cada nó. O momento  $Mm_j$  é dado por:

$$Mm_j^i = Mm_j^{i-1} + Kt_j \Delta\theta_j^i \quad (3.3.8)$$

onde  $\Delta\theta_j^i$  é a variação do ângulo entre os elementos  $j-1$  e  $j$  que ocorre na passagem do passo de integração  $i-1$  para o passo  $i$ ,  $I_j$  é o momento de inércia de área da secção transversal e  $Kt_j$  é a constante de mola torcional no nó  $j$ . O cálculo de  $Kt_j$  é realizado através das seguintes considerações:

Tomando-se a barra elástica contínua das figuras 3.5-a) e considerando-a sujeita a aplicação em seus extremos de um momento externo  $M_0$  (fig. 3.5 b)), a sua rigidez à flexão é substituída pela de uma mola torcional, de forma a constituir uma outra estrutura equivalente, com dois tramos rígidos interconectados por

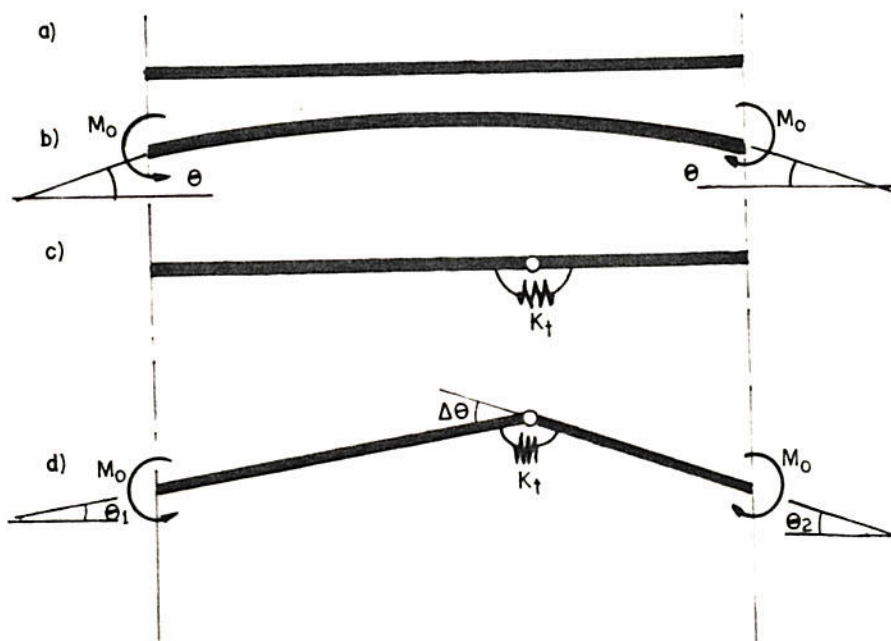


Figura 3.5 Giro nos Elementos

esta mola (figura 3.5 b)). Denominando-se de elemento 1 o que está a esquerda do nó de ligação na figura 3.5-b) e de elemento 2 o que está a direita, e de  $E_1, I_1, \ell_1$  e  $E_2, I_2$  e  $\ell_2$  as respectivas propriedades e dimensões, ter-se-á que o giro total entre os dois extremos da barra original será dado por  $\Delta\theta = \theta_1 + \theta_2$ .

Em uma viga elástica em balanço com um momento externo aplicado o giro no seu extremo livre é dado por:

$$\theta = \frac{M_0 \ell}{E I}, \quad (3.3.9)$$

No caso da figura 3.5 d), para se manter a equivalência com a figura viga da figura 3.5 b), o ângulo entre os elementos 1 e 2 será  $\Delta\theta = \theta_1 + \theta_2$ , sendo que  $\theta_1$  e  $\theta_2$  devem ser equivalentes aos giros que teriam os tramos se fossem flexíveis, ou seja:

$$\theta_1 = \frac{M_0 \ell_1}{E_1 I_1} \quad \text{e} \quad \theta_2 = \frac{M_0 \ell_2}{E_2 I_2}, \quad \text{portanto:}$$

$$M_0 = Kt \Delta t = Kt(\theta_1 + \theta_2) = Kt \left( \frac{\ell_1}{E_1 I_1} + \frac{\ell_2}{E_2 I_2} \right) M_0 \quad (3.3.10)$$

de onde:

$$Kt = 1 / \left[ \frac{\ell_1}{E_1 I_1} + \frac{\ell_2}{E_2 I_2} \right] = \frac{E_1 I_1 E_2 I_2}{E_1 I_1 \ell_2 + E_2 I_2 \ell_1} \quad (3.3.11)$$

Porém, quando  $I_1 = I_2 = I$ ,  $E_1 = E_2 = E$  e sabendo-se que  $\ell_1 + \ell_2 = L$ , ter-se-á:

$$Kt = \frac{E^2 I^2}{(\ell_1 + \ell_2) EI} = \frac{E I}{L} \quad (3.3.12)$$

Por outro lado,  $\Delta\theta_j^i$  é calculado através de:

$$\Delta\theta_j^i = ((\theta_j^i - \theta_{j-1}^i) - (\theta_j^{i-1} - \theta_{j-1}^{i-1})) \quad (3.3.13)$$

Cada ângulo  $\theta_j^i$  é definido conforme a figura 3.6 e é obtido para cada passo de integração através de uma rotina especial que, a partir do cálculo do seno e do cosseno dos ângulos  $\phi_j^i$  apresentados na figura 3.6, determina, de acordo com as possíveis combinações destes valores, os ângulos  $\theta_j^i$  em questão.

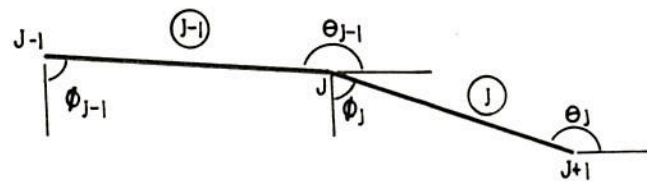


Figura 3.6 Direções dos Elementos

As expressões para o cálculo dos senos e cossenos diretores  $\phi_j^i$  são, respectivamente, as seguintes:

$$\text{Sn}_{j+1}^i = (U_{j+1}^i - U_j^i) / L_j^i \quad (3.3.14)$$

$$\text{Cs}_{j+1}^i = (V_{j+1}^i - V_j^i) / L_j^i \quad (3.3.15)$$

onde, Sn representa o seno, enquanto que Cs, o cosseno. A expressão (3.3.8) fornece o momento de restituição acumulado e, a exemplo do que ocorre com a força restitutiva axial, quando o seu valor ultrapassa o do momento de escoamento, fica "achatado" ao nível do mesmo. O momento de escoamento, denominado  $M_e$ , deve ser calculado ou medido experimentalmente e depende, além da tensão limite de escoamento do material, também da geometria da secção transversal do elemento.

Na figura 3.7 está apresentado a relação constitutiva do material em função dos esforços e deformações de flexão:

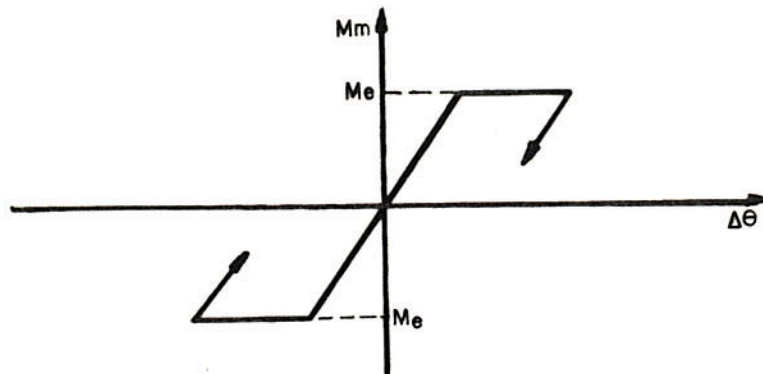


Figura 3.7 Relação constitutiva do material

De posse do cálculo do momento de restituição acumulado para cada elemento, pode-se calcular a força cortante para cada nó, conforme a seguinte expressão:

$$Q_j^i = (M_m^i - M_m^i_{j+1}) / L_j^i \quad (3.3.16)$$

onde,  $Q_j^i$  é a força cortante no nó  $j$ , no tempo correspondente ao passo de integração  $i$ . Esta força é sempre normal ao elemento  $j$ .

A partir das equações (3.3.7) e (3.3.16), das forças restitutas, pode-se equacionar as expressões para as resultantes das mesmas em cada nó. Estas forças nas direções  $U$  e  $V$  podem ser calculadas, para o caso das forças axiais, com a ajuda da figura a seguir:

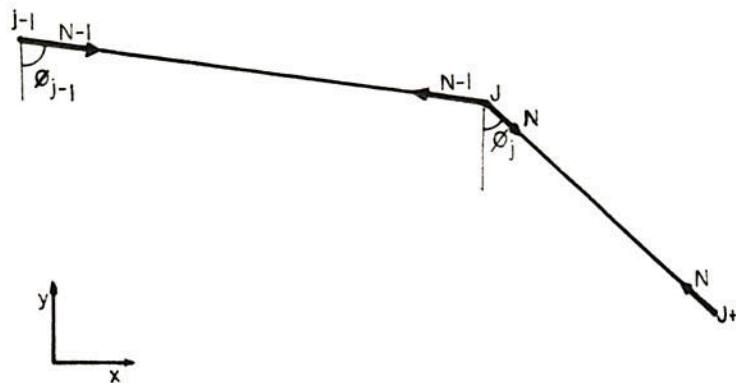


Figura 3.8 Resultante das Forças Axiais

Resultante na direção U:

$$N_j^U = (-N_{j-1})(\text{sen}\phi_{j-1}) + (N_j)(\text{sen}\phi_j) \quad (3.3.17)$$

$$N_j^U = N_j \text{sen}\phi_j - N_{j-1} \text{sen}\phi_{j-1} \quad (3.3.18)$$

Na direção V:

$$N_j^V = (N_{j-1})(-\text{cos}\phi_{j-1}) + (-N_j)(-\text{cos}\phi_j) \quad (3.3.19)$$

$$N_j^V = N_j \text{cos}\phi_j - N_{j-1} \text{cos}\phi_{j-1} \quad (3.3.20)$$

Para o caso das forças cortantes, as resultantes podem ser calculadas a partir da figura 3.9:

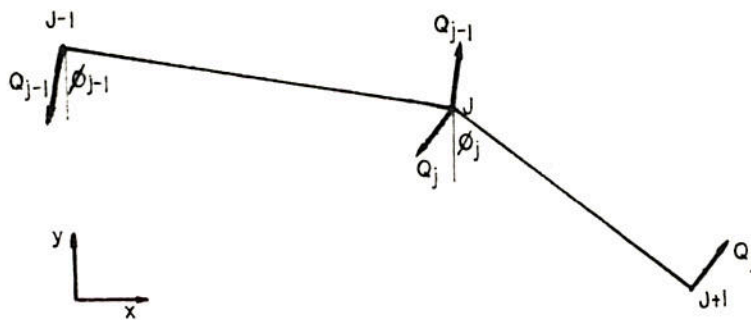


Figura 3.9 Resultantes das Forças Cortantes

Na direção U:

$$Q_j^U = (Q_{j-1})(-\text{cos}\phi_{j-1}) + (-Q_j)(-\text{cos}\phi_j) \quad (3.3.21)$$

$$Q_j^U = Q_j \text{cos}\phi_j - Q_{j-1} \text{cos}\phi_{j-1} \quad (3.3.22)$$

Na direcção V:

$$Q_j^V = (Q_{j-1})(\text{sen}\phi_{j-1}) + (-Q_j)(\text{sen}\phi_j) \quad (3.3.23)$$

$$Q_j^V = -Q_j \text{sen}\phi_j + Q_{j-1} \text{sen}\phi_{j-1} \quad (3.3.24)$$

A partir das expressões (3.2.6), (3.3.18), (3.3.20), (3.3.22) e (3.3.24) pode-se escrever as equações gerais para o cálculo dos deslocamentos para o passo  $i+1$ :

$$U_j^{i+1} = [ 2U_j^i - \alpha_2 U_j^{i-1} + ( Fu_j^i U^i + N_j^i \cos\phi_j^i + Q_j^i \text{sen}\phi_j^i - N_{j-1}^i \cos\phi_{j-1}^i - Q_{j-1}^i \text{sen}\phi_{j-1}^i ) \alpha_1 ] \alpha_3 \quad (3.3.25)$$

$$V_j^{i+1} = [ 2V_j^i - \alpha_2 V_j^{i-1} + ( Fv_j^i V^i + N_j^i \text{sen}\phi_j^i - Q_j^i \cos\phi_j^i - N_{j-1}^i \text{sen}\phi_{j-1}^i + Q_{j-1}^i \cos\phi_{j-1}^i ) \alpha_1 ] \alpha_3 \quad (3.3.26)$$

onde  $Fu_j^i$  e  $Fv_j^i$  são as cargas externas, nas direcções U e V respectivamente, no nó j e no tempo correspondente ao passo de integração i.

De uma forma sucinta, o método das diferenças finitas centrais obedece ao seguinte processo:

A partir de uma determinada configuração inicial do sistema e das forças externas aplicadas ( $F_u, F_v$ ), determinam-se as forças internas ( $Q, N$ ) no mesmo instante. Com a resultante do sistema de forças obtido, determina-se a configuração deformada no instante  $t+\Delta t$ , e assim nos demais passos.

### 3.3.2 Aplicação das Condições de Contorno

Os vínculos de primeira ordem nas direcções U e V são facilmente implementados pelo impedimento dos deslocamentos dos nós

restritos. A cada passo de integração os nós restritos têm força-  
do pelo algoritmo o seu manutenção nas suas posições iniciais.  
No caso da restrição ao giro, o algoritmo não considera o impedi-  
mento direto, pois como os elementos de barras são rígidos à  
flexão, quando se impede o giro no vínculo, todo o elemento fica  
impedido. Portanto, a maneira de se implementar esta restrição é  
através das molas torcionais, ou seja, com a utilização no nó  
vinculado de uma mola torcional de rigidez  $E.I/L$ , onde  $E, I$  e  $L$   
são propriedades e dimensões do elemento a ser vinculado. Porém,  
do modo como o algoritmo está implementado, não está previsto a  
existência de molas torcionais no nós extremos da estrutura, fa-  
zendo com que, para se restringir algum elemento em relação ao  
giro, é necessário que se anteponha ao mesmo na entrada de dados,  
um elemento auxiliar vinculado em relação aos deslocamentos em  
seus extremos, conforme a figura 3.10.

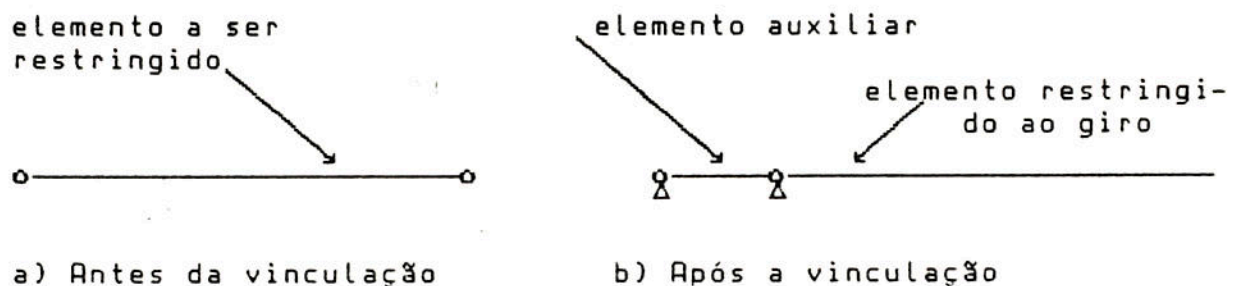


Figura 3.10 Restrição em relação ao giro

### 3.3.3 Particularidades dos Programas Computacionais

O programa *Dinam*, juntamente com dois outros auxiliares, *Plan1* e *Plotter*, complementam-se num pequeno sistema de análise numérica.

#### 3.3.3.1 Os Programas de Apoio

O programa *Plan1* é uma planilha de entrada de dados desenvolvida em linguagem *basic*, específica para o programa *Dinam*, enquanto que o programa *Plotter* é um *software* concebido para a utilização em microcomputadores compatíveis com IBM-PC, e que rea-



liza a "plotagem" gráfica dos resultados em deslocamentos obtidos através do programa Dinam. Ele desenha, a partir de dados já calculados, as sucessivas deformadas da estrutura, "plotando" a deformada atual e apagando a anterior, simulando o movimento real. O programa Plotter se mostrou um eficiente auxílio, tanto na depuração do algoritmo durante a implementação computacional do programa Dinam, quanto nas determinações das discretizações nodais e passos de integração mais apropriados, pois, uma vez conhecida a deformada final da estrutura através de um ensaio preliminar, fica evidente, através da visualização das deformadas na tela, quando os resultados se desviam do provável objetivo, tornando mais efetiva a localização do possível erro, além de ser uma ferramenta bastante útil na análise dos resultados. O sistema de análise teórica funciona de acordo com o seguinte esquema:

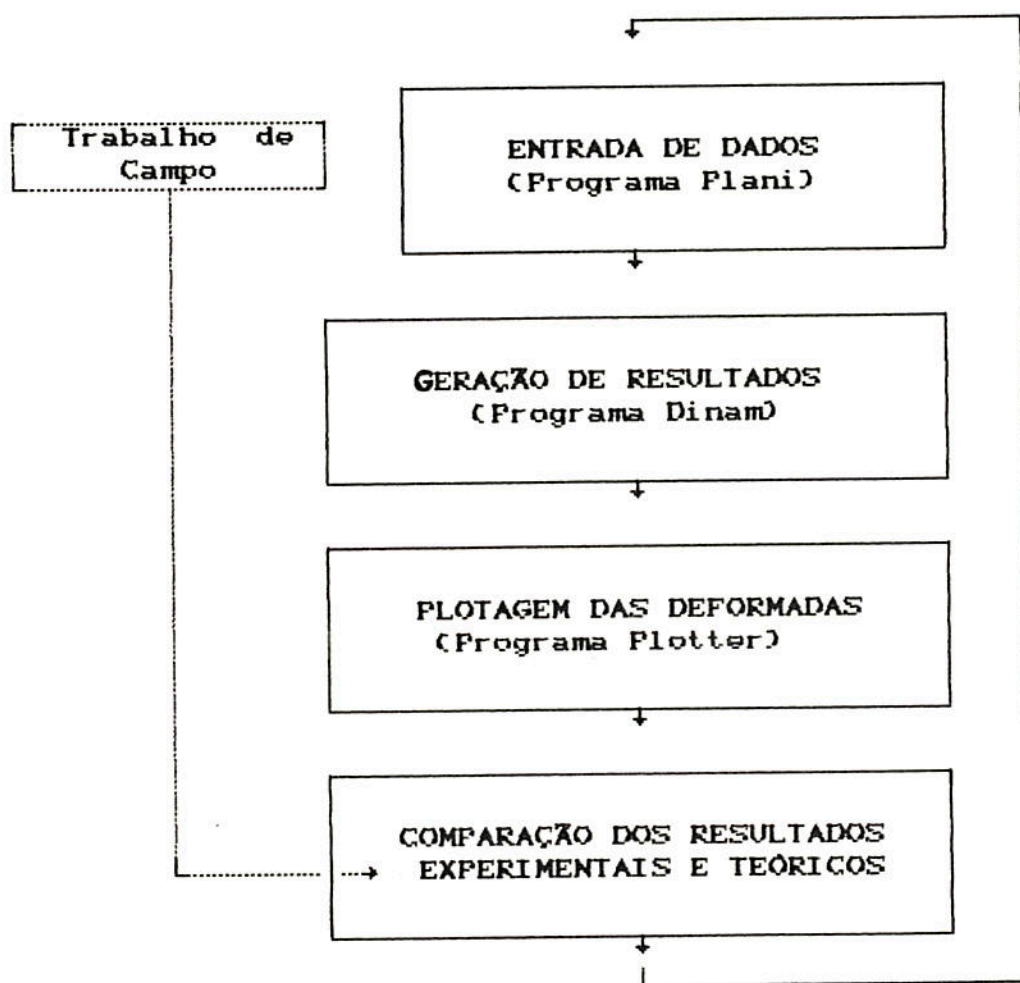


FIGURA 3.11 - Sistema Dinam

### 3.3.3.2 Caracterizações no Algoritmo

São apresentadas a seguir as principais caracterizações necessárias a rodagem de exemplos no programa Dinam.

#### -Propriedades Mecânicas

Os dados necessários em termos de propriedades mecânicas dos materiais dos elementos que compõem as estruturas em estudo são os seguintes:

- rigidez axial
- rigidez torcional
- tensão de escoamento
- momento de escoamento
- coeficiente de amortecimento viscoso:  $\alpha = W_n \cdot \zeta$ , onde  $W_n$  é a primeira frequência excitada e  $\zeta$  o índice de amortecimento crítico.
- massa de cada elemento

#### -Variáveis do problema

A cada exemplo rodado em cada estrutura são necessários os seguintes parâmetros:

- intervalo de integração
- tempo de integração total
- intervalo para a impressão de resultados intermediários
- velocidade inicial da estrutura (quando ela for considerada como um corpo livre no espaço)

#### -Discretização espacial

Cada estrutura calculada necessita para a sua discretização espacial do seguinte:

- número de nós
- coordenadas dos nós

### -Restrições Nodais

Para se restringir nós da estrutura em estudo é necessário:

- número de nós com apoios
- códigos para restrições em cada nó

### -Cargas Externas

-O carregamento externo sobre a estrutura é feito através de um arquivo de nome "CARGA".(Este arquivo, composto de valores discretos deve definir o carregamento em termos de forças. O programa Dinam faz uma interpolação linear entre cada conjunto de dois elementos subjacentes do arquivo, de forma a calcular o carregamento a cada passo de integração. O intervalo de tempo entre cada elemento do arquivo de carga deve ser o mesmo para todo o conjunto, tendo que ser, pelo menos, duas vezes maior que o passo de integração por causa da rotina de interpolação).

### -Saída de Resultados

Os resultados que podem ser fornecidos na tela ou em arquivos de disco magnético em relação a um ou todos os nós da estrutura são os seguintes:

- posições absolutas ou deslocamentos dos nós
- acelerações
- velocidades
- forças e momentos nos nós

### 3.4 Estabilidade no Método das Diferenças Finitas Centrais

A estabilidade pode ser examinada tanto pelos métodos de Fourier quanto pelo da energia.

Segundo Belyschko (ref [3]), Fujii deu uma prova da esta-

bilidade pelo método da energia, que foi estendida para a não-linearidade física por Oden e Fost e para a não-linearidade geométrica pelo próprio Belyschko (ref [4]). Na ref [3] também é demonstrado pelo método de Fourier, que se em (3.1.3) a matriz de amortecimento for diagonal, o passo de integração máximo para garantir a estabilidade em elementos lineares de barras, é dado por:

$$\Delta t \leq \min \left( \frac{L}{c} \sqrt{\beta^2 + 1} - \beta \right) \quad (3.4.1)$$

onde  $\beta$  é o índice de amortecimento crítico em cada modo,  $L$  o comprimento de cada elemento e  $c$ , a velocidade de propagação de uma onda de compressão no meio contínuo. A velocidade  $c$  é dado por:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3.4.2)$$

na qual  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal e  $\rho$  a massa específica do material.

Para sistemas sem amortecimento, tem-se:

$$\Delta t \leq \min \left( \frac{L}{c} \right) \quad (3.4.3)$$

A inequação (3.4.3) é conhecida como a condição de estabilidade de *Courant-Friedrichs-Lewy* e reza que para haver convergência, o passo  $\Delta t$  deve ser limitado pelo menor tempo de propagação da onda elástica através dos elementos do sistema. Finalmente (ref [4]) Belyschko conclui que para casos de não-linearidade geométrica e do material, não se alteram significativamente as condições de convergência, e que, utilizando-se cerca de 80 a 90% dos valores de  $\Delta t$  definidos pelas (3.4.1) e (3.4.3) é suficiente para manter a estabilidade em sistemas não-lineares.

### 3.5 Exemplos Ilustrativos:

A título de testar a performance do algoritmo implementado, foram realizados estudos sobre estruturas simples extraídas de exemplos *idealizados* ou obtidos na bibliografia. São apresentados alguns dos exemplos calculados, bem como, breves considerações sobre os resultados obtidos.

#### 3.5.1 Exemplo 1

O arco de alumínio apresentado na figura 3.12 sofre em seu nó central (nó 6) a aplicação repentina de uma força constante. Os nós extremos (1 e 11) têm os seus deslocamentos restringidos de modo a que a estrutura seja estudada como bi-apoiada. Nesta figura estão apresentadas as propriedades físicas e geométricas do arco, sendo  $h$  a altura máxima do mesmo, e  $\ell$  a distância en

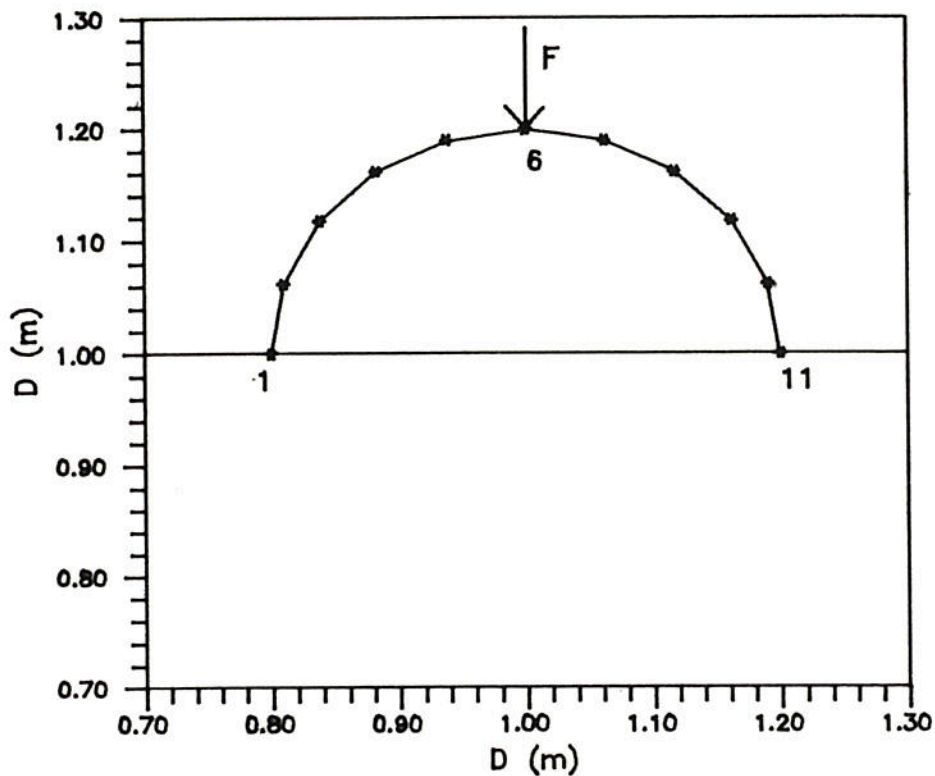


Figura 3.12 Estrutura em arco.

Propriedades:

$EI = \dots\dots 69.381 \text{ Nm}^2$	$\ell = \dots\dots\dots 0,4 \text{ m}$
$EA = 15.221.765 \text{ N}$	$M = \dots\dots 0,033514 \text{ Kg}$
$h\alpha = \dots\dots\dots 0,2 \text{ m}$	$\zeta = \dots\dots\dots 0,02$

tre os nós apoiados (nós 1 e 11). Os limites de escoamento são considerados suficientemente altos, de forma que o material mantenha o comportamento elástico para o carregamento aplicado.

Com o auxílio do programa Dinam foi feito um breve estudo de estabilidade do arco acima descrito. O objetivo estipulado foi o de encontrar o valor da carga dinâmica crítica de desestabilização do arco. Para tanto, rodou-se o programa para vários valores da carga  $F$  (fig. 3.13) e, através do método de tentativa e erro, obteve-se uma faixa de valores dentro da qual se encontra o da carga crítica.

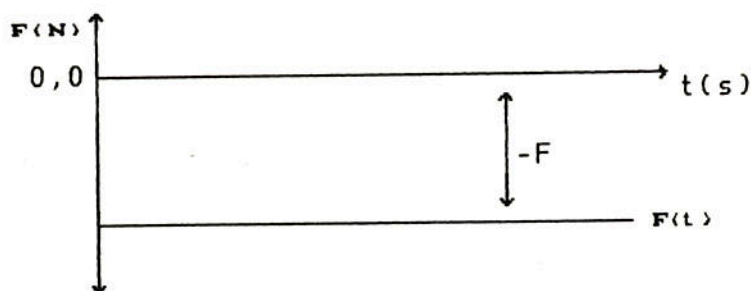


Figura 3.13 Carga uniforme.

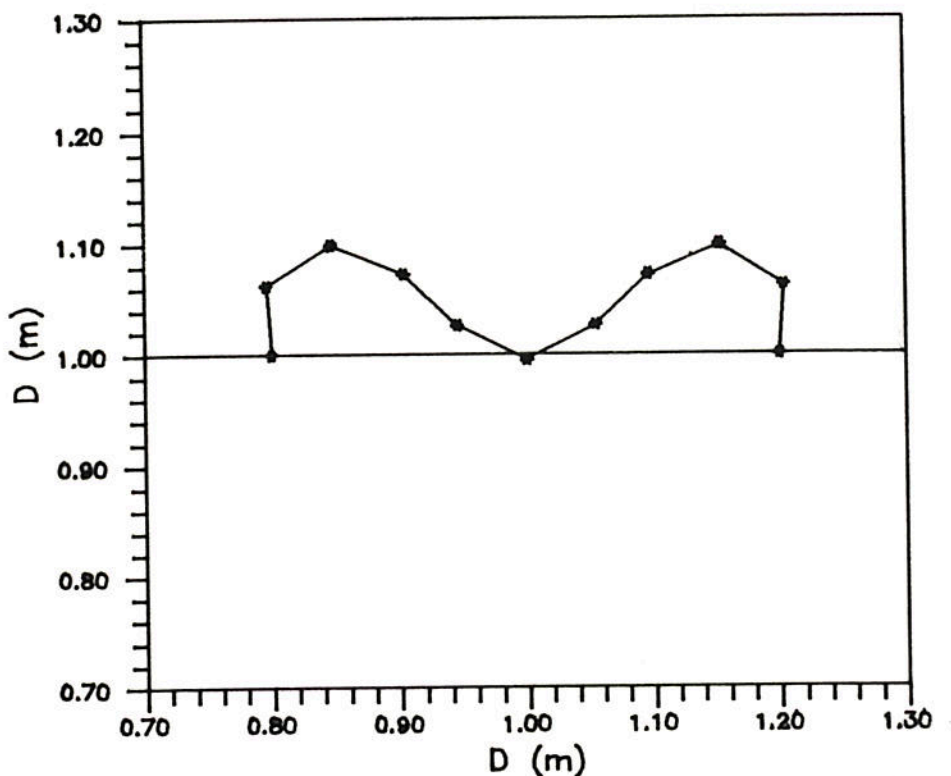


Figura 3.14 Deformação devido à carga de 184 N.

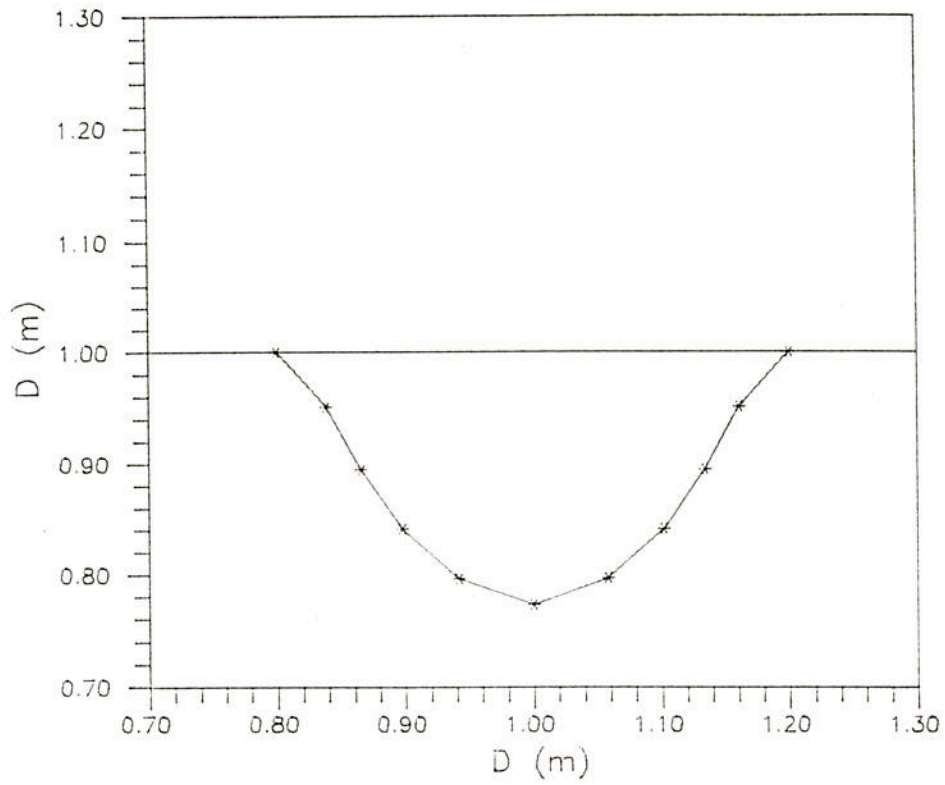


Figura 3.15 – Deformações devido à carga de 185 N.

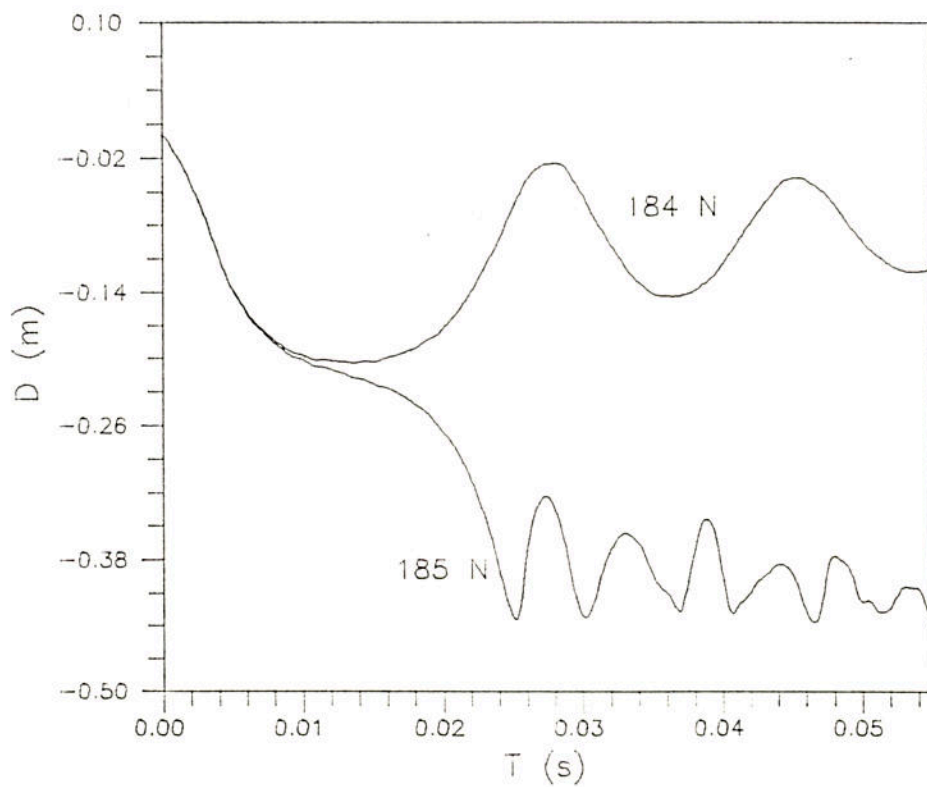


Figura 3.16 – Deslocamentos no nó central.

Na figura 3.14 está plotada a deformada máxima do arco para um carregamento de 184 N, enquanto que na 3.15 para um carregamento de 185 N. Na figura 3.16 estão plotadas as histórias dos deslocamentos do nó 6 ao longo do tempo. A curva superior corresponde ao deslocamento devido à carga de 184 N, enquanto que a inferior ao carregamento de 185 N. Pode-se observar na referida figura que os deslocamentos verticais devidos a ambos os carregamentos praticamente coincidem até cerca de 0.01 s. A partir de então, ocorre a desestabilização do arco devido à carga de 185 N, que deforma a estrutura até a posição mostrada na figura 3.15. Por outro lado, no caso da carga de 184 N, o arco chega à máxima posição deformada apresentada na figura 3.15, não se desestabilizando. A partir destes resultados, pode-se concluir que a carga dinâmica crítica constante está na faixa entre os valores de 184 e 185 N.

### 3.5.2 Exemplo 2

Sobre a viga bi-apoiada, exibida na figura 3.17, é aplicado abruptamente um carregamento valor constante de -13344 N.

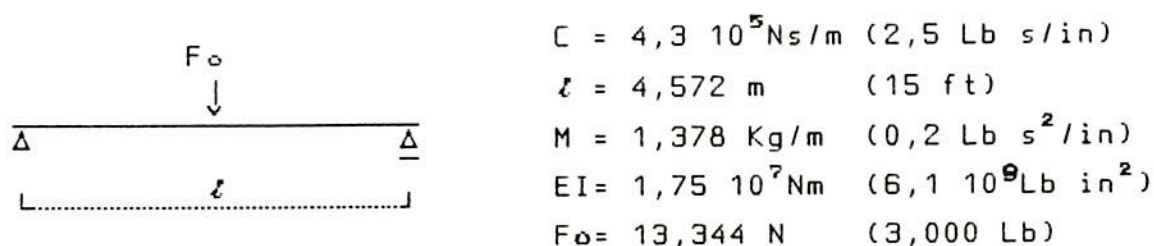


Figura 3.17 Viga bi-apoiada

Utilizando-se uma discretização de 10 elementos, foi obtida a resposta em deslocamentos na direção vertical para o nó central da estrutura. O efeito do amortecimento viscoso pode ser observado pela comparação dos resultados obtidos com e sem amortecimento (linha cheia e tracejada, respectivamente) apresentados na figura 3.18. Os resultados obtidos estão plenamente de acordo com os fornecidos por Providakis ref [19] que se vale de uma análise por elementos de contorno.



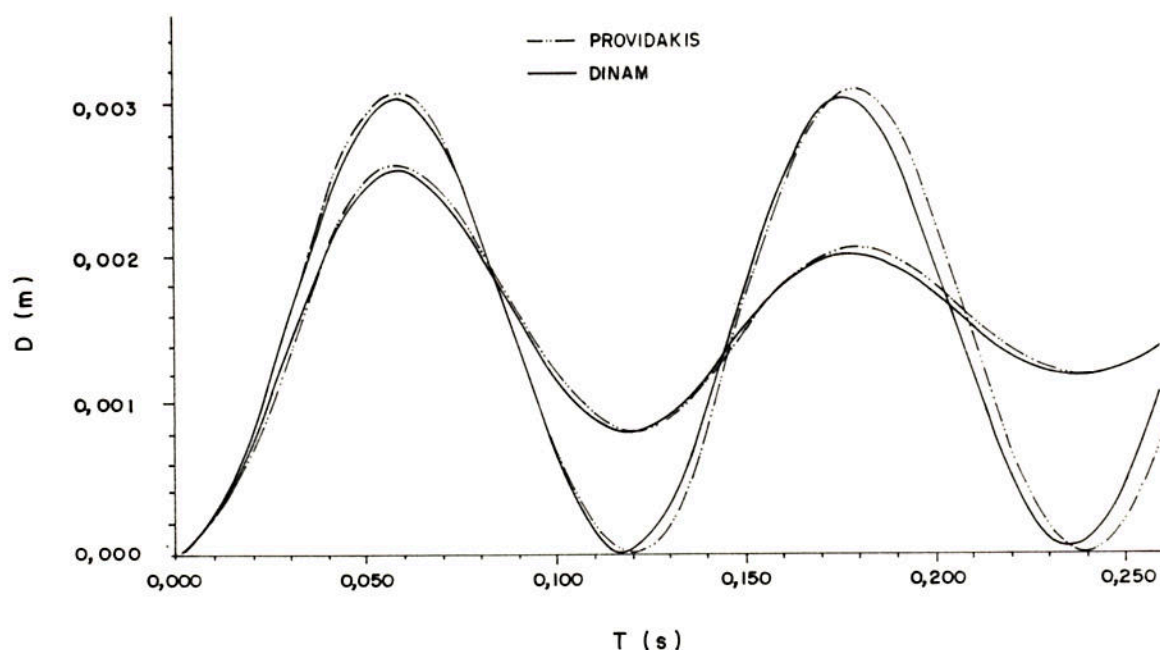


Figura 3.18 Resposta em deslocamentos.

### 3.5.3 Exemplo 3

A resolução das equações de equilíbrio por meio da integração numérica direta levando em conta a não-linearidade geométrica, permite a utilização do programa Dinam em problemas de dinâmica ou cinemática pura.

Meirovitch (ref [15]) valeu-se do sistema mecânico da figura 3.19 para exemplificar a utilização do princípio dos trabalhos virtuais, pelo qual é calculado o ângulo  $\theta$  correspondente à posição de equilíbrio estático da estrutura. A partir das considerações de que a barra  $\overline{BC}$  é rígida e sem massa, e de que a rigidez  $K$  da mola não varia dentro da faixa de deslocamentos em estudo, Meirovitch deduziu a expressão para o ângulo  $\theta$ , dada pela seguinte equação transcendental:

$$(1 - \cos(\theta)) \cdot \tan(\theta) = M \cdot g / (K \cdot L), \quad (3.5.1)$$

onde  $L = \overline{BC}$ ,  $M$  é a massa do bloco,  $g$  a aceleração da gravidade e  $K$  a rigidez da mola.

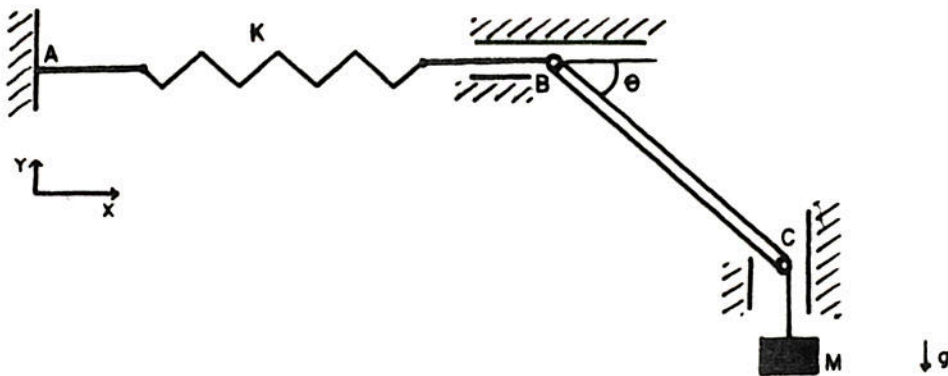


Figura 3.19 Mecanismo em equilíbrio estático

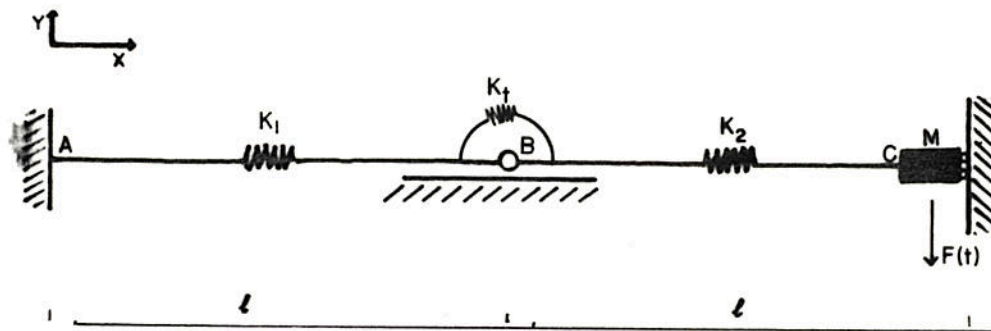


Figura 3.20 Modelo de discretização

Através do programa Dinam, pode-se obter numericamente o ângulo  $\theta$  para quaisquer valores de  $M, g, K$  e  $L$ , bastando para tanto, seguir o seguinte procedimento:

É feita uma modelização do mecanismo apresentado, de forma que, a partir de um determinado instante, seja imposto a ele um carregamento externo de módulo  $M.g$ . A estrutura do mecanismo, adequadamente modelizada e considerada amortecida, estará animada de uma oscilação inicial transiente. Esta vibração será, após alguns instantes e graças ao amortecimento, estabilizada quase que estaticamente na posição de equilíbrio. Desta forma, é possível obter-se geometricamente o valor do ângulo  $\theta$  a partir da posição final de equilíbrio. O modelo de discretização está apresentado na figura 3.20, sendo que necessita das seguintes considerações:

- 1) A rigidez  $K_2$  é muito maior que a  $K_1$ .
- 2) A rigidez  $K_t$  é aproximadamente nula.
- 3) O amortecimento viscoso é considerado.

A título de exemplificação, considerou-se os seguintes valores:

$g = 10 \text{ m/s}^2$	$K_t = .0001 \text{ N.m.}$
$K_1 = 1000 \text{ N/m.}$	$K_2 = 10.000 \text{ N/m.}$
$M = 1000 \text{ Kg.}$	$m = 10 \text{ kg.}$
$L = l = 1 \text{ m.}$	$F = 10.000 \text{ N.}$

A partir destes valores, tem-se:

$$M.g / (K.L) = 10000/10000 = 1,$$

podendo-se obter pela equação 3.46, por aproximações sucessivas,  $\theta = 62,03^\circ$ . Por outro lado, são apresentadas nas figuras 3.21 e 3.22 as histórias no tempo dos deslocamentos horizontais e verticais nos nós B e C respectivamente. Além disso, na figura 3.23, tem-se a posição do mecanismo tomado após 10 segundos da aplicação da carga, quando ele já está praticamente em repouso graças

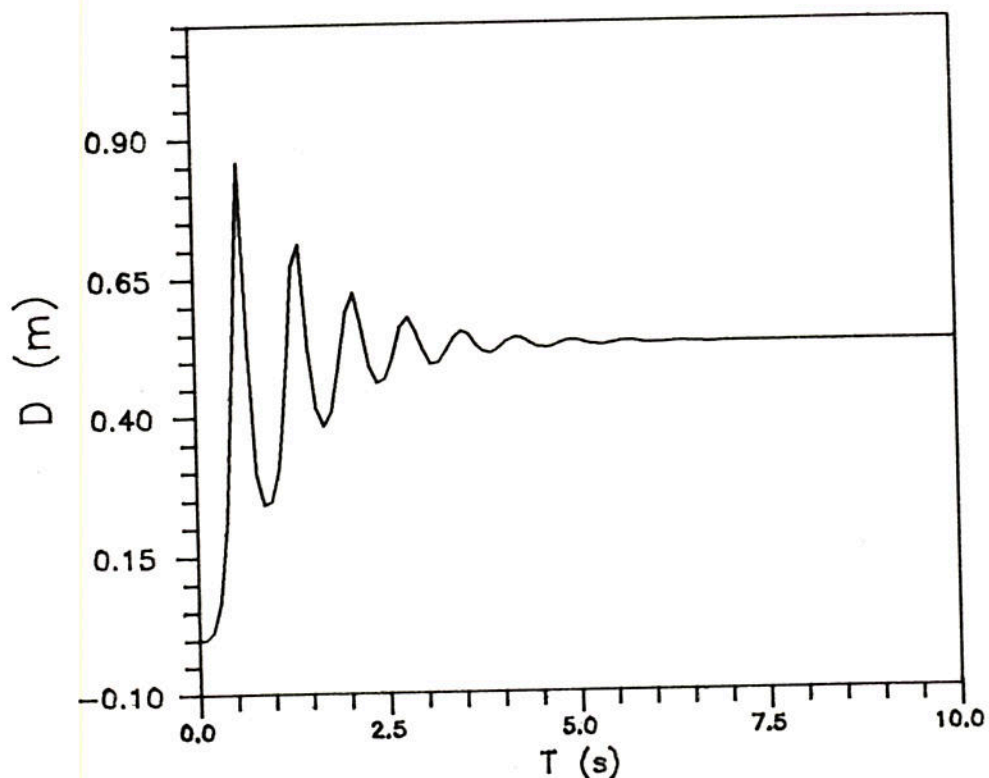


Figura 3.21 Deslocamentos no nó B

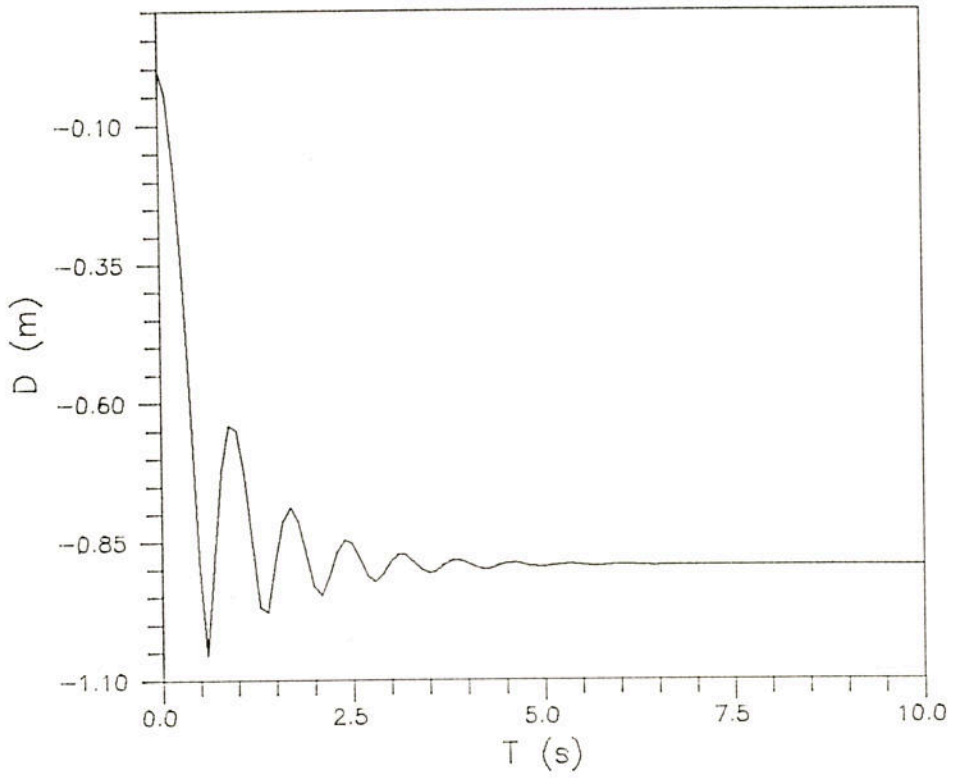


Figura 3.22 Deslocamento vertical no no B.

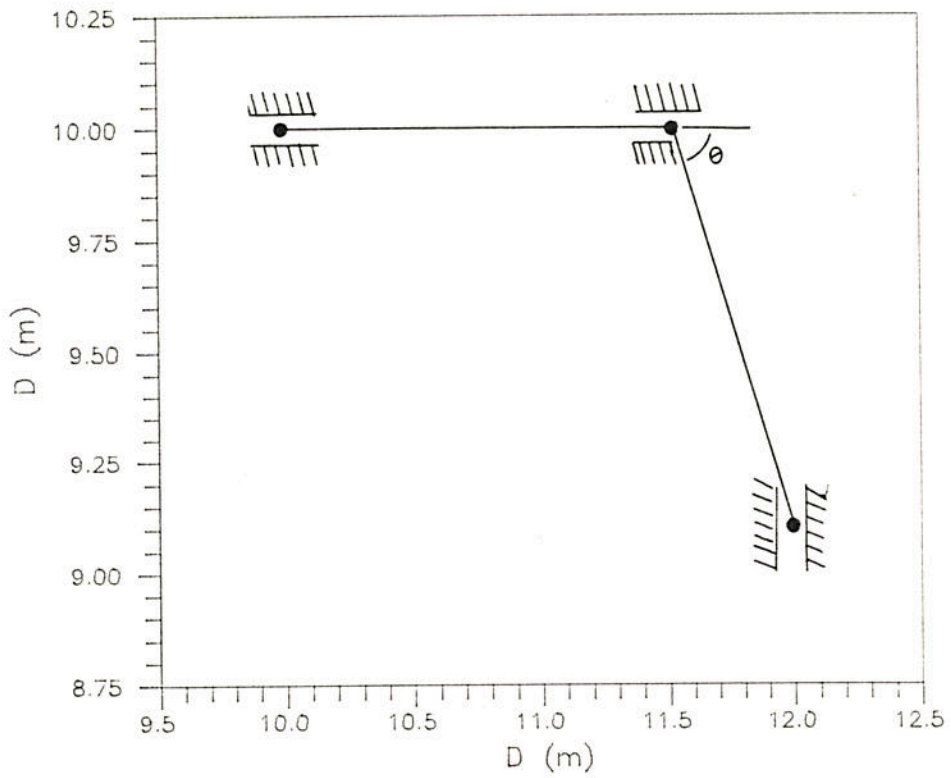


Figura 3.23 Posição final da estrutura.

à ação do amortecimento viscoso. A partir desta posição, pode-se calcular o valor de  $\theta$ , por  $\theta = \text{atn}(\Delta y / (\ell - \Delta x))$ , onde  $\Delta y = 0,89445$  m é o deslocamento vertical do nó C, enquanto que  $\Delta x = 0.472113$  m é o valor do deslocamento horizontal medido no nó B. Na tabela 3.1 estão apresentados os resultados obtidos pelo método dos trabalhos virtuais e por intermédio do programa Dinam.

	Ângulo $\theta$
Trabalhos Virtuais	62.03°
Programa Dinam	62.19°

Tabela 3.1 Comparação de resultados

#### 3.5.4 Exemplo 4

Considerando-se o pórtico plano da figura 3.24, aplica-se na posição indicada uma carga variável no tempo, conforme a figura 3.25.

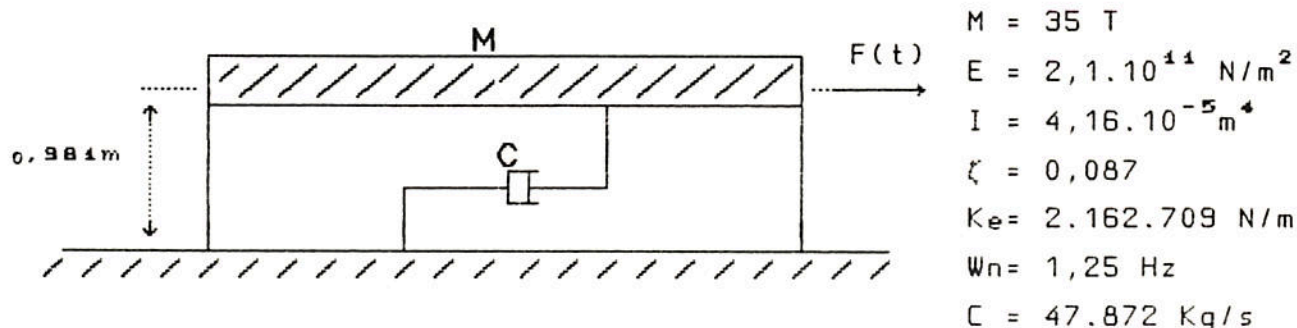


Figura 3.24 Pórtico plano

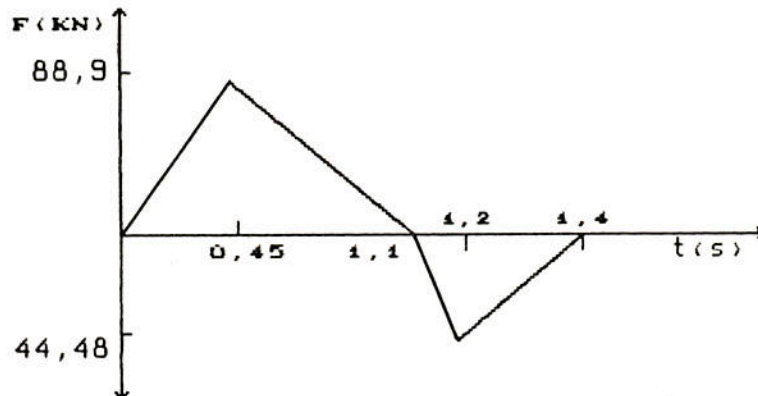


Figura 3.25 Carregamento ao longo do tempo

Para deslocamentos não muito grandes, o pórtico pode ser estudado como um sistema translacional de um grau de liberdade, conforme a figura 3.26.

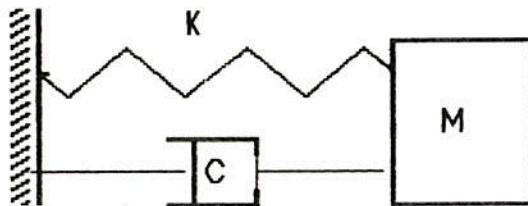


Fig 3.26 Sistema massa-mola equivalente

Para tanto, devemos fazer uma transformação no sistema original, substituindo a rigidez e o amortecimento a flexão por rigidez e amortecimento axiais equivalentes. A viga é considerada rígida e de massa  $M = 35 \text{ T}$ . As colunas são flexíveis de aço, apresentando uma relação constitutiva elasto-plástica perfeita, conforme mostrado na figura 3.27. O módulo de elasticidade longitudinal de cada haste é  $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ , enquanto que o momento de inércia  $I = 4,16 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$ . O índice de amortecimento crítico do sistema é  $\zeta = 0,087$ . A rigidez axial equivalente é dada por:

$$K_e = 12 EI / \ell^3 = 2.162.708,7 \text{ N/m},$$

onde  $\ell$  é o comprimento das hastes. Pode-se, também, obter a frequência natural:

$$\omega_n = (K/M)^{-2} = 7,858 \text{ rad/s} = 1,25 \text{ Hz}$$

Por outro lado, o coeficiente de amortecimento pode ser calculado por:

$$C = \zeta \cdot C_{cr} = 2\zeta MW_n = 47.872 \text{ Kg/s.}$$

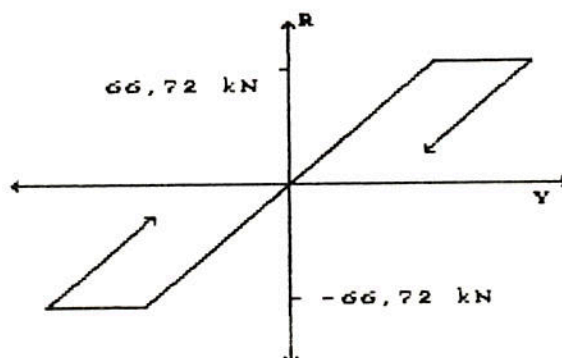


Figura 3.27 Relação Constitutiva do Material

Na figura 3.28 pode-se observar as respostas em deslocamentos para a estrutura considerada como elástica-linear com amortecimento, fornecida pelo programa Dinam e superposta com a resposta obtida calculando-se numericamente a integral de Duhamel para este problema pelo algoritmo de Simpson. Os resultados coincidem quase que exatamente (a amplitude calculada pelo Dinam é ligeiramente maior). Já, na figura 3.29, as curvas obtidas para o deslocamento para os casos elástico-linear amortecido e elasto-plástico-perfeito amortecido estão superpostas com as fornecidas por Mário Paz na ref [17]. Como pode-se perceber, as respostas estão bastante aproximadas.

Na figura 3.30 tem-se a força de restituição medida na mola axial do sistema equivalente para os casos elástico-linear (em linha tracejada) e elasto-plástico (em linha contínua). Pode-se notar perfeitamente como o modelo constitutivo limita a força de restituição ao nível da força necessária ao escoamento do material (66,72 kN).

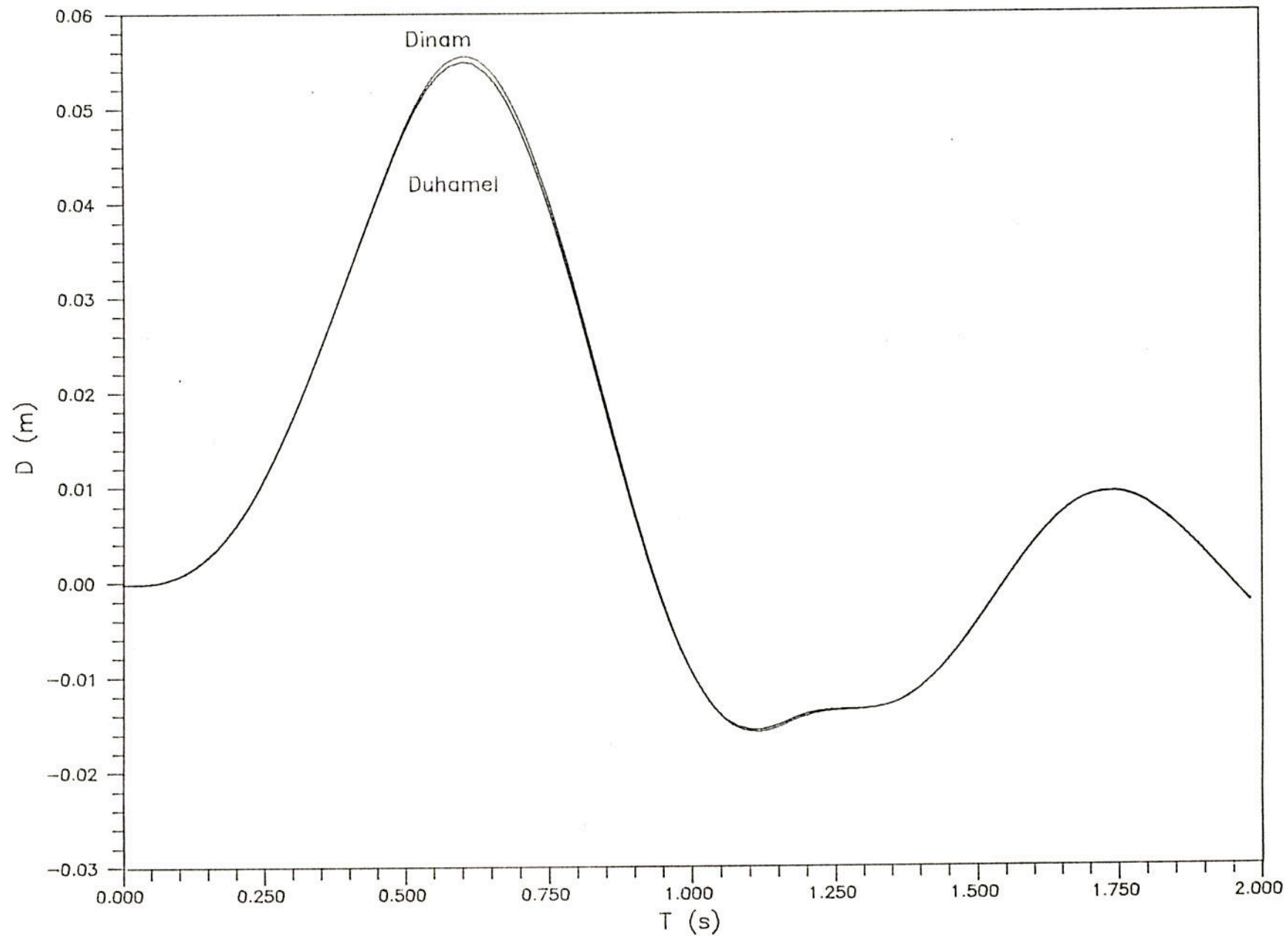


Figura 3.28 Resposta em deslocamentos por Duhamel e pelo Dinam (caso elastico).



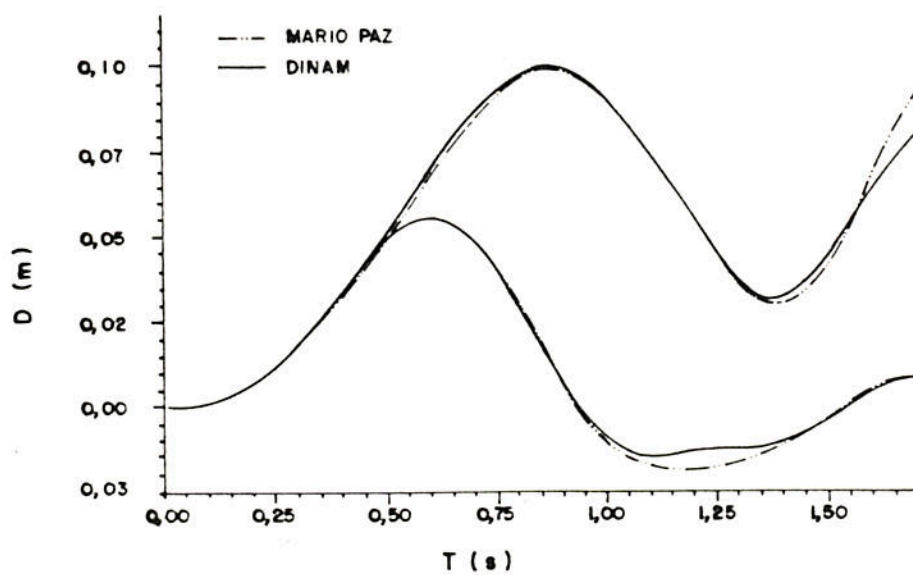


Figura 3.29 Respostas em deslocamentos fornecidas pelo Dinam e por Mario Paz.

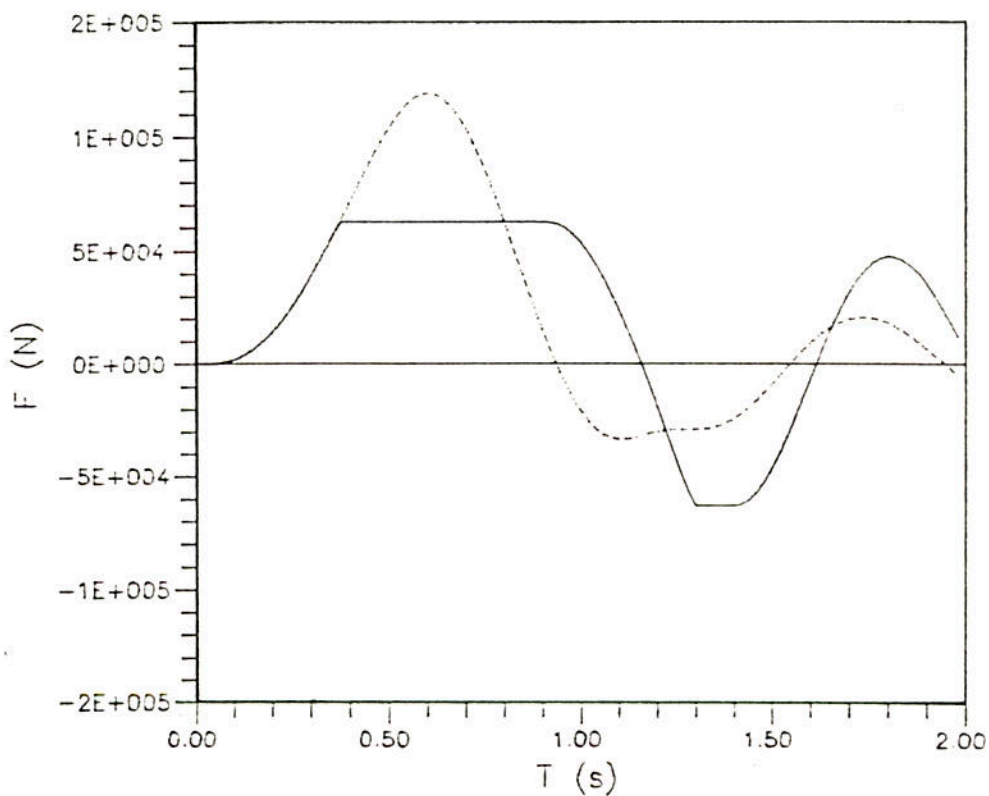


Figura 3.30 Força axial de restituição para os casos elástico e elastoplástico perfeito.

#### 4. OS ENSAIOS REALIZADOS

Na primeira parte deste capítulo é feita a descrição dos ensaios destrutivos realizados em função de variáveis de ensaio. A seguir, é apresentada a modelização analítica dos ensaios, a qual definiu a maneira como foram simulados no programa Dinam. Finalmente, foi realizada a comparação dos resultados teóricos com os dados experimentais obtidos.

##### 4.1 Relato dos Ensaios

Foram testados 36 isoladores ao choque em 9 ensaios destrutivos. Muitos dos ensaios realizados não puderam ser plenamente utilizados na comparação dos resultados devido à ocorrência de problemas durante a aquisição dos dados. No entanto, como se verá nas seções 4.1.1 e 4.1.2, quase todos os ensaios contribuíram de alguma forma para o aprimoramento do processo de testes e da interpretação do significado físico das medições realizadas, fatores estes que justificam a apresentação de todos os ensaios realizados, mesmo os que não tiveram bons resultados em termos de registros de acelerações obtidos.

Cada ensaio pode possuir parâmetros próprios que o diferencie dos demais. Estas diferenças estão caracterizadas por alterações na geração do pulso e na leitura do sinal. No primeiro caso, pode-se variar a altura de queda e o elemento amortecedor, enquanto que, no segundo, pode-se mudar as frequências de corte e de amostragem, além do intervalo de tempo de aquisição.

A altura de queda influencia diretamente na amplitude do sinal gerado pelo acelerômetro e, menos determinadamente, na forma do mesmo. Já, o material de que é feito o elemento modulador altera principalmente o formato do pulso (se aproximadamente quadrado, triangular, meio-seno, etc...) e, por consequência,

sua amplitude. Por outro lado, a freqüência de corte influencia o registro lido na forma e na amplitude. Quanto menor a freqüência de corte, maior a alteração no pulso lido, o qual apresenta a amplitude máxima diminuída e a forma mais aproximada a um *meio-seno*. Quanto maior a freqüência de corte, maior o ruído ocasionado por sinais de alta freqüência. Normalmente os sinais indesejados são induzidos pela própria rede alimentadora, por ondas eletro-magnéticas (rádio), e até, por vibrações de alta freqüência na estrutura da máquina de ensaio.

Já, a freqüência de amostragem influi no número de elementos adquiridos que definem o pulso de aceleração, ou seja, quanto maior a freqüência de leitura, maior a *resolução* (defini-

Número do Ensaio	Freqüência de Corte (Hz)	Período de Aquisição (s)	Altura de Queda (m)	Deslocamento Máximo (cm)	Aceleração máxima na base (m/s <sup>2</sup> )	Aceleração máxima na placa (m/s <sup>2</sup> )	Tempo de Aquisição (s)
1	80	6,67e-4	0,80	16,6	900,7*	65,7*	0,5
2	80	**	0,65	7,7	**	**	**
3	150	3,33e-4	0,65	7,2	92,8*	111,1*	1,6
4	150	3,33e-4	0,60	10,8	46,1*	131,3*	2,3
5	600	3,33e-4	0,35	2,7	405,4	91,6	1,6
6	600	3,33e-4	0,50	6,8	795,5	144,6	1,6
7	600	**	0,50	6,7	**	**	**
8	600	**	0,50	6,6	**	**	**
9	600	2,01e-4	0,85	20,3	931,6	204,9	1,2

TABELA 4.1 Parâmetros dos Ensaio

obs:\* Valores distorcidos por problemas na filtragem.

\*\* Valores perdidos devido a falhas nos ensaios.

ção) da curva que forma o pulso de aceleração. Finalmente, o intervalo de aquisição é o tempo total em que a leitura dos dados é feita, e é dado pelo produto do período de aquisição dos dados pelo número de valores lidos. Sua importância está em que, como será visto no capítulo 5, é necessário se conhecer a aceleração na chapa de aço quando ela está em queda-livre antes do choque, bem como o tempo decorrido entre o impacto devido à queda e o ocasionado pelo primeiro *repique* da estrutura móvel da máquina.

Na tabela 4.1 é apresentado sumariamente o quadro das variáveis correspondentes aos 9 ensaios realizados, relacionando-as com os picos máximos de aceleração lidos pelos acelerômetros e com a deformação vertical máxima da estrutura ensaiada tomada na posição em que é acoplado o acelerômetro 2 à placa. Note-se que os valores das acelerações estão dados em  $m/s^2$ , ou seja, já calibrados segundo metodologia apresentada no capítulo 5.

Como pode ser visto na tabela 4.1, dos 9 ensaios realizados, perdeu-se três, no que se refere a aquisição de dados em termos de acelerações. O ensaio número 2, por causa de uma falha na transmissão do sinal num dos cabos coaxiais, e, os ensaios 7 e 8, que teriam suas acelerações registradas em um osciloscópio com memória, mas que, por causa de problemas com o "trigger" automático do osciloscópio, não tiveram os momentos dos impactos registrados. Nas seções subseqüentes são apresentados os registros obtidos nos ensaios 1,3,4,5,6 e 9.

#### 4.1.1 Ensaio 1,3 e 4

Nas figuras 4.1, 4.2 e 4.3 estão apresentados os registros em acelerações já calibrados relativos aos ensaios 1,3 e 4, os quais representam as acelerações na direção vertical lidas no acelerômetro da base do carro móvel e no da chapa de aço. Estes três ensaios apresentaram em comum o fato de terem sido filtrados analogicamente a uma frequência de corte de 150 Hz, bastante inferior ao que veio a ser considerado apropriado (600 Hz) para este tipo de ensaio, pois, como se verá na seção 4.2, o período de duração do pulso de choque na base é de cerca de 0,006 s., o que forneceria uma frequência de 167 Hz. Como o filtro analógico utilizado possui acima de 150 Hz apenas duas escalas, em 300 e 600 Hz, optou-se por segurança, utilizá-la em 600 Hz. O efeito desta

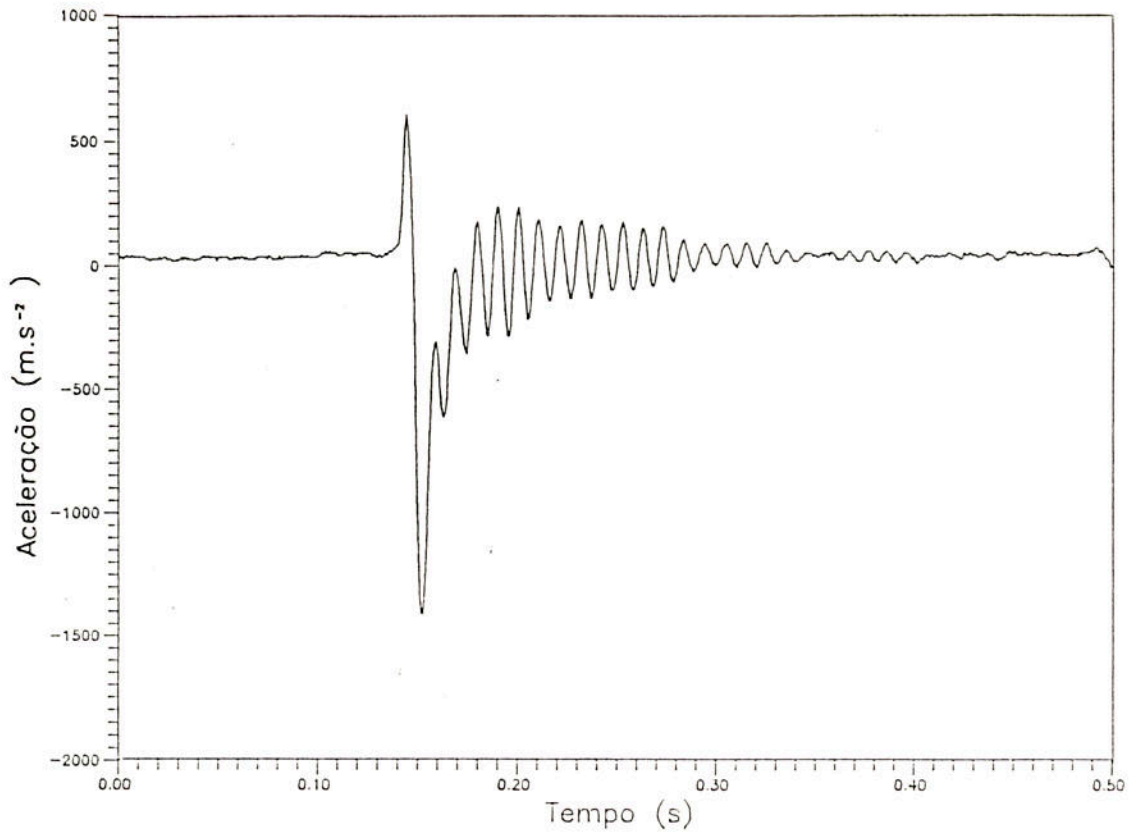


Figura 4.1-a) Ensaio n.1 - Registro na base.

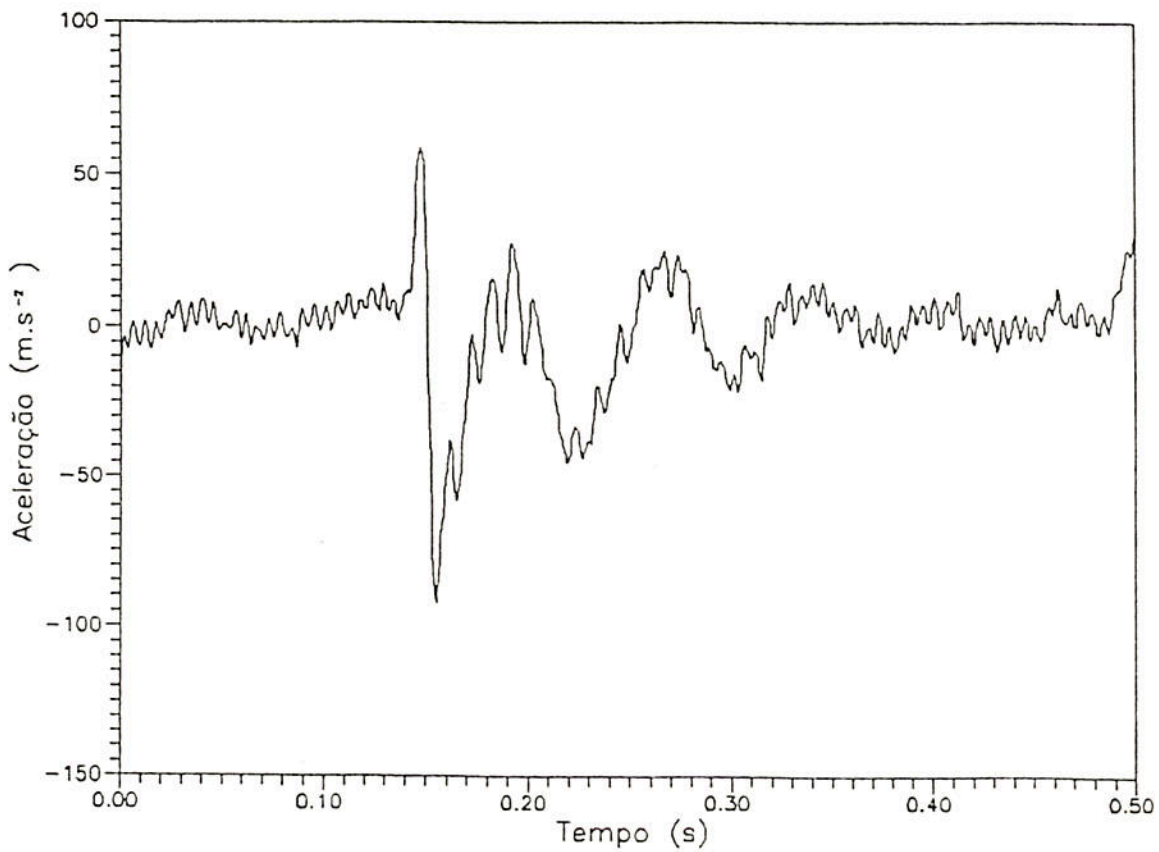


Figura 4.1-b) Ensaio n.1 - Registro na placa.

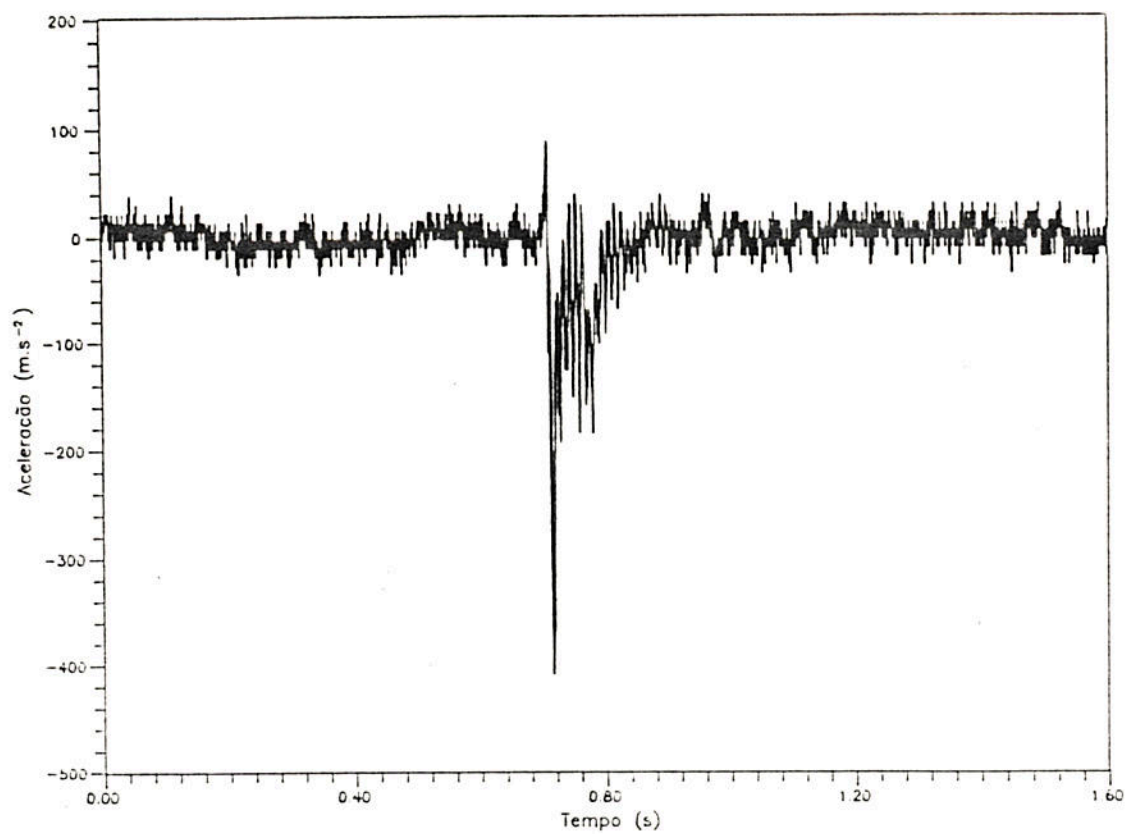


Figura 4.2 -a) Ensaio n.º 3 - Registro na base

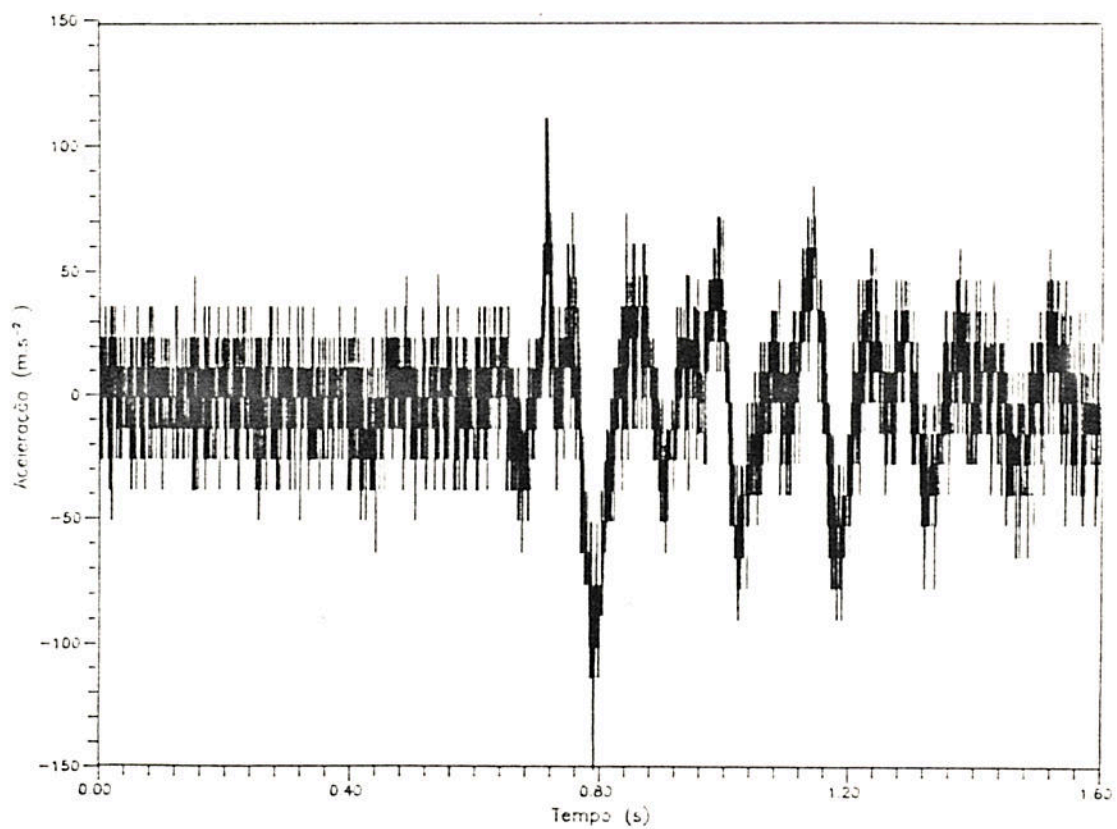


Figura 4.2 -b) Ensaio n.º 3 - Registro na placa

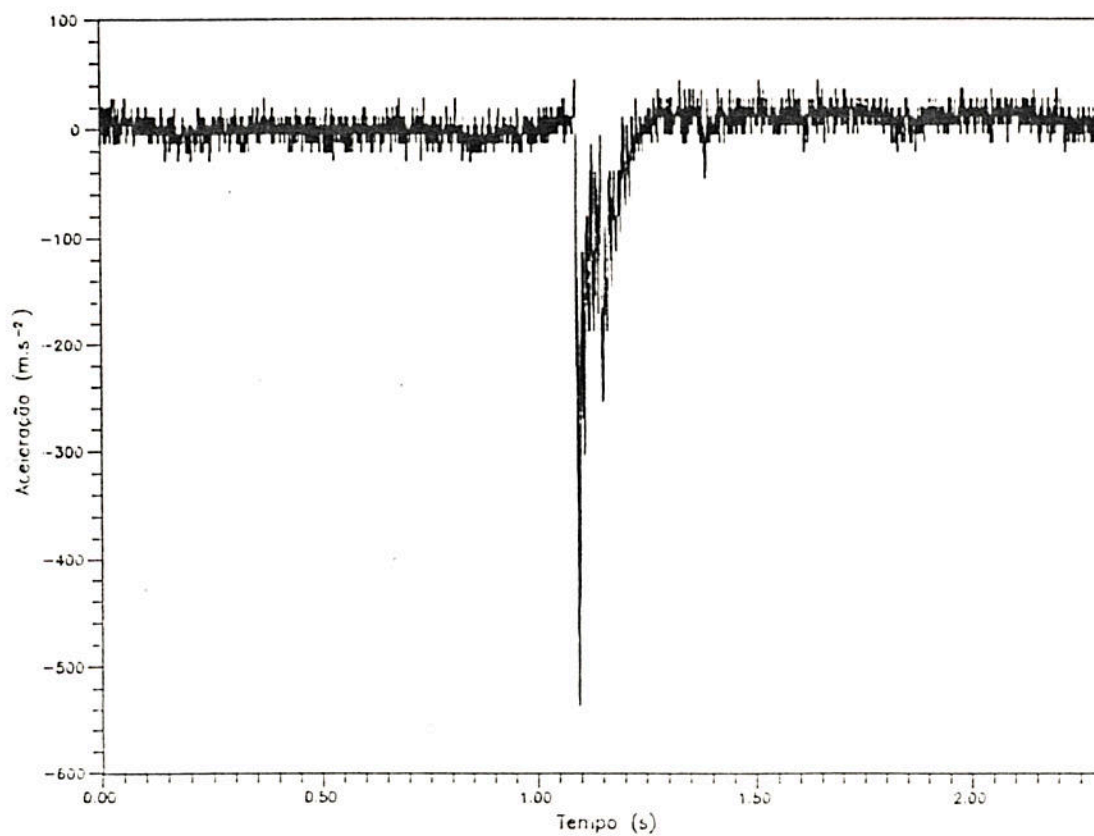


Figura 4.3-a) Ensaio n.4 - Registro na base

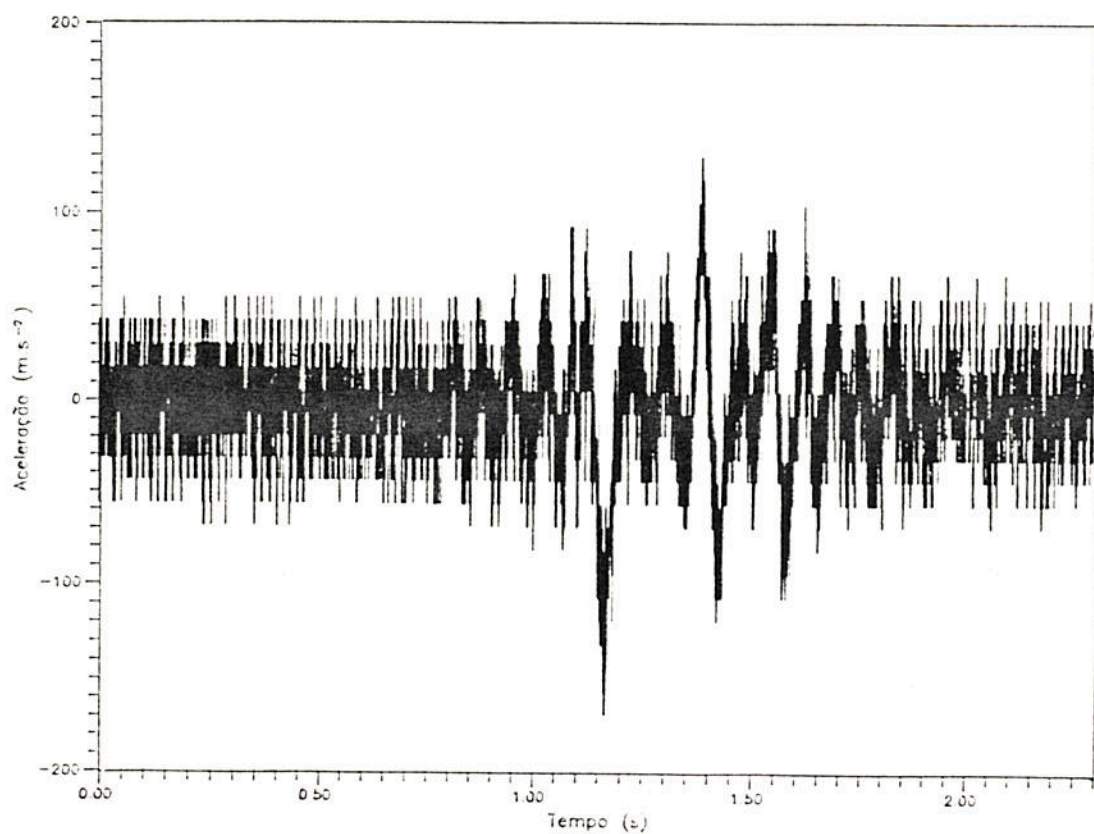


Figura 4.3-b) Ensaio n.4 - Registro na peça

filtragem indevida no ensaio 1 é de que os registros das acelerações ficaram bastante distorcidos, cortando em muito as amplitudes do pico do impacto, como pode ser visto na figura 4.1.

No caso dos ensaios 3 e 4 (figuras 4.2 e 4.3, respectivamente), os pulsos relativos ao choque, principalmente na base, foram praticamente cortados. Estes problemas impediram determinantemente o uso destes ensaios na comparação dos resultados teórico-experimentais.

#### 4.1.2 Ensaios 5,6 e 9

A uma frequência de corte de 600 Hz, os problemas de distorção do sinal pelo circuito de filtragem foram eliminados, porém, como pode ser visualizado nas figuras 4.4 e 4.5, relativos aos ensaios 5 e 6, houve excesso de ruído nas leituras, pois o sistema de aquisição de dados, como utilizado até então, se mostrou muito suscetível aos efeitos de interferências externas. Conseqüentemente, nos dois ensaios subseqüentes, utilizou-se um osciloscópio com memória (Hameg HM-205) com capacidade de armazenamento limitada em 1024 pontos, o qual, por características próprias, não apresenta os problemas de excesso de ruído encontrados com o conversor A/D utilizado. Estes ensaios (7 e 8) não obtiveram sucesso porque o sistema de "trigger" do osciloscópio é muito sensível e em ambos os casos desarmou quando a estrutura ainda estava em queda-livre, perdendo-se os registros dos impactos.

Por outro lado, após "exaustivas" tentativas, conseguiu-se armar uma forma de aterramento do sistema de aquisição de dados original, que diminuiu sobremaneira o ruído nos registros de aquisição, e que permitiu que o nono ensaio tivesse pleno sucesso. Isto pode ser comprovado pela observação dos gráficos da figura 4.6.

Na seção 4.1.3 estão apresentados os registros em acelerações dos ensaios filtrados digitalmente, com as respectivas identificações possíveis de serem feitas em cada gráfico.



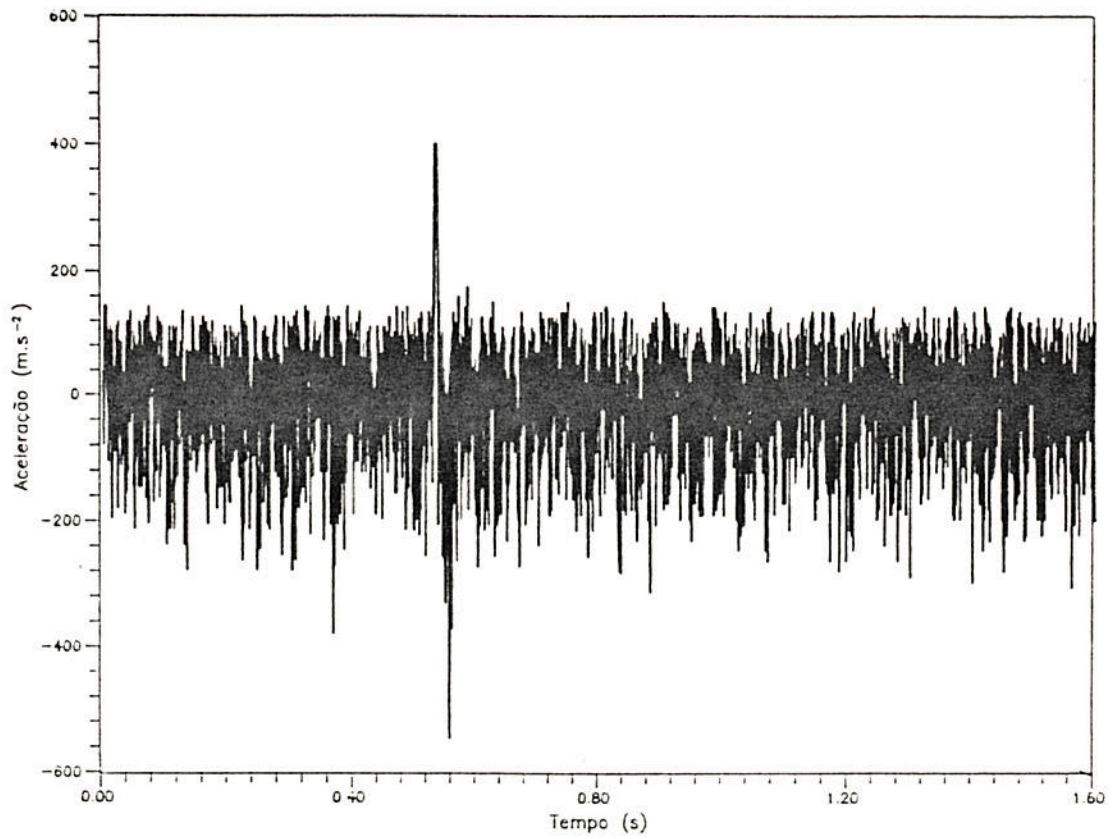


Figura 4.4-a) Ensaio n.5 - Registro na base

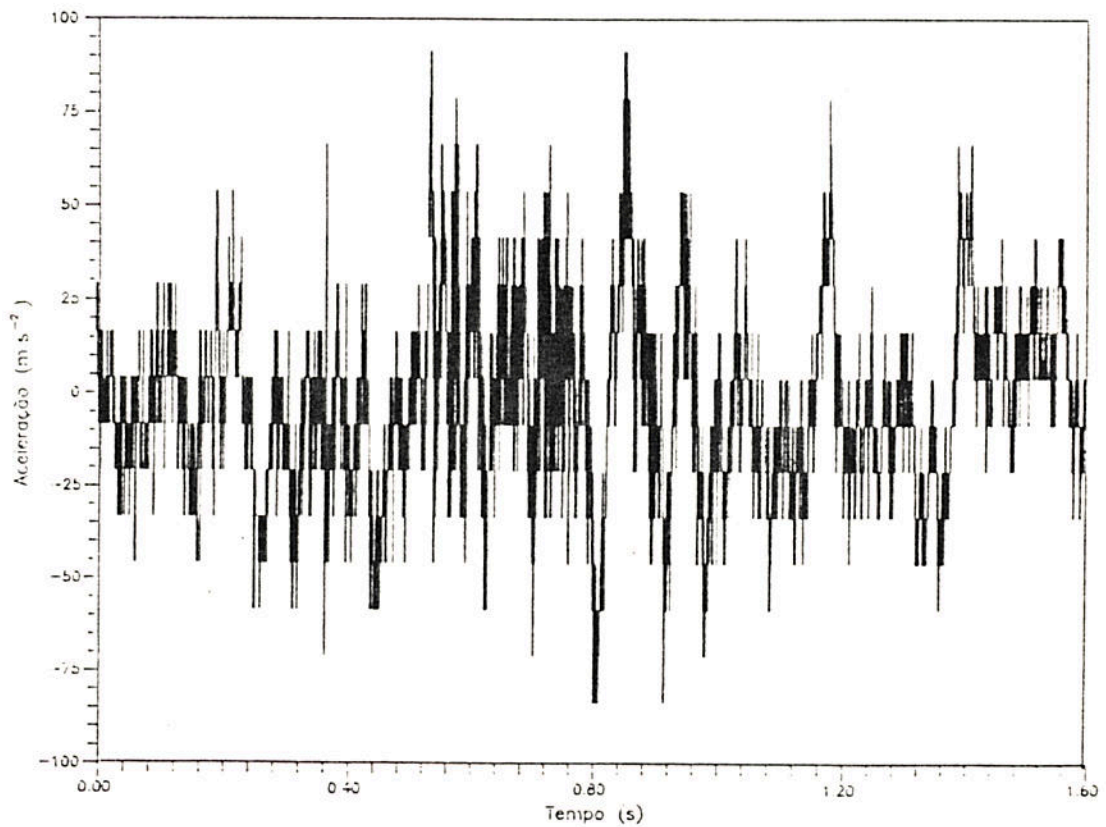


Figura 4.4-b) Ensaio n.5 - Registro na placa

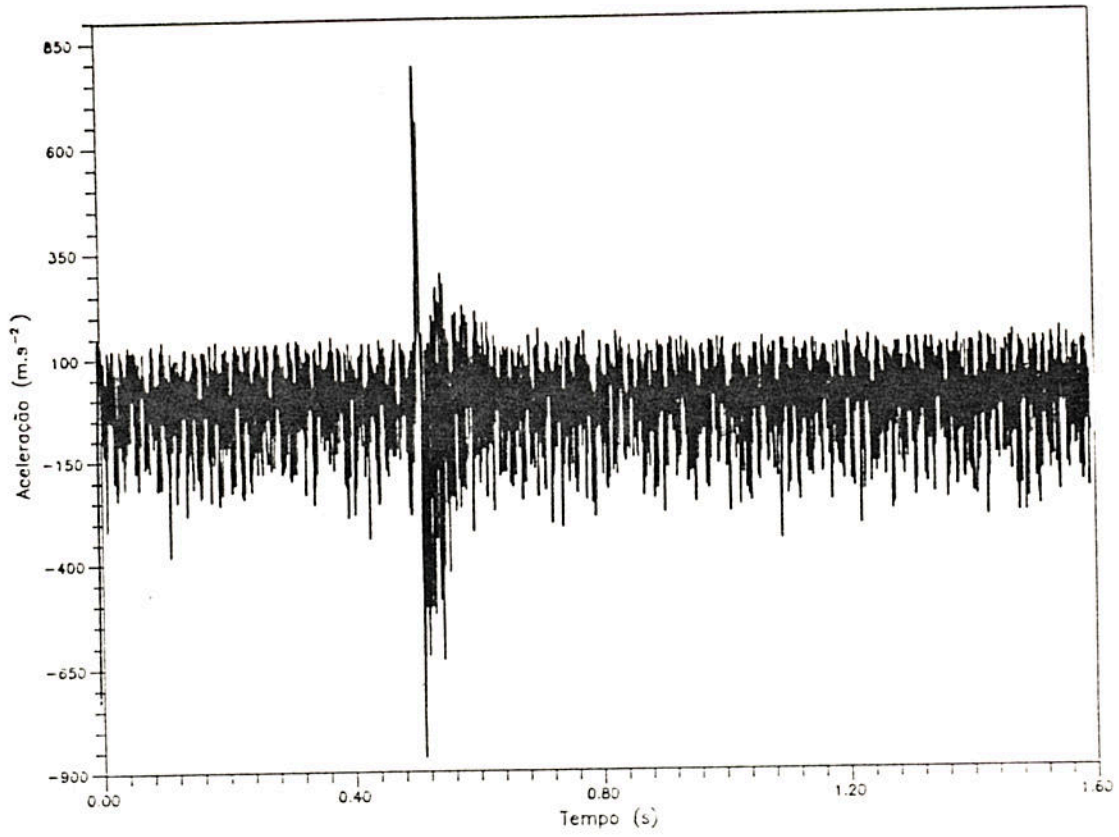


Figura 4.5-a) Ensaio n.6 - Registro na base

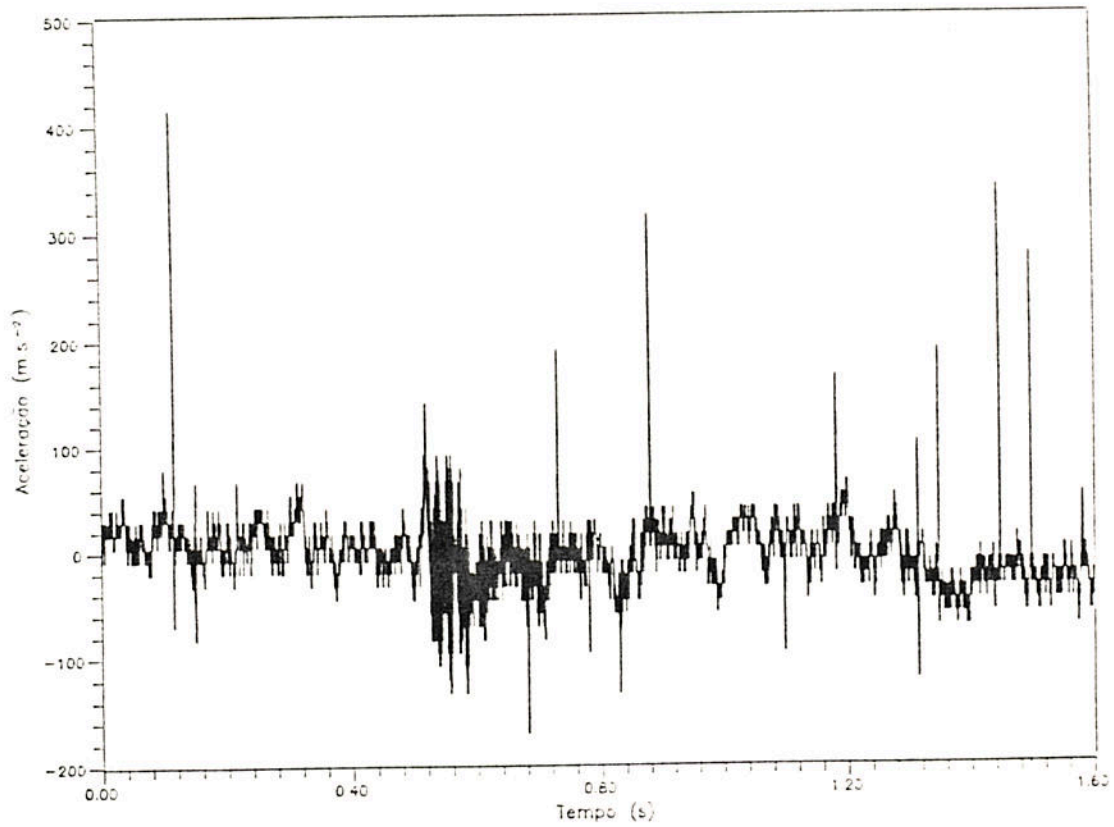


Figura 4.5-b) Ensaio n.6 - Registro na placa

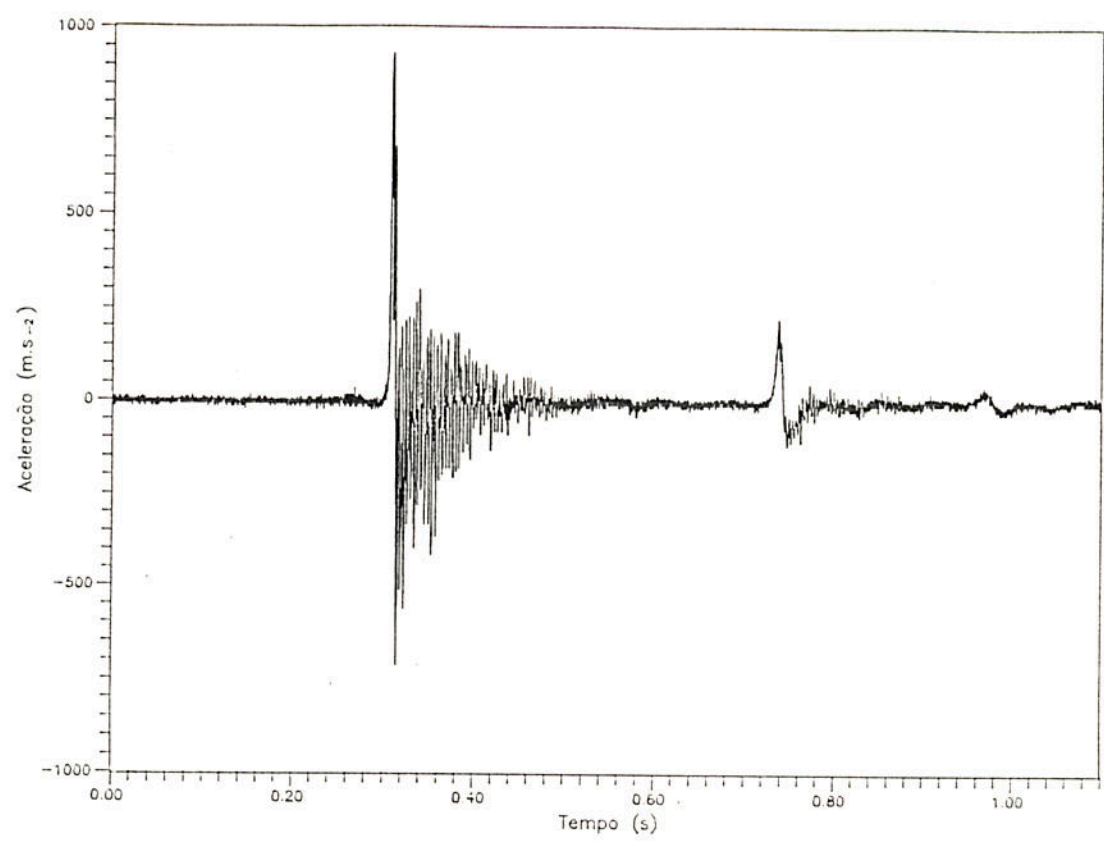


Figura 4.6-a) Ensaio n.9 - Registro na base.

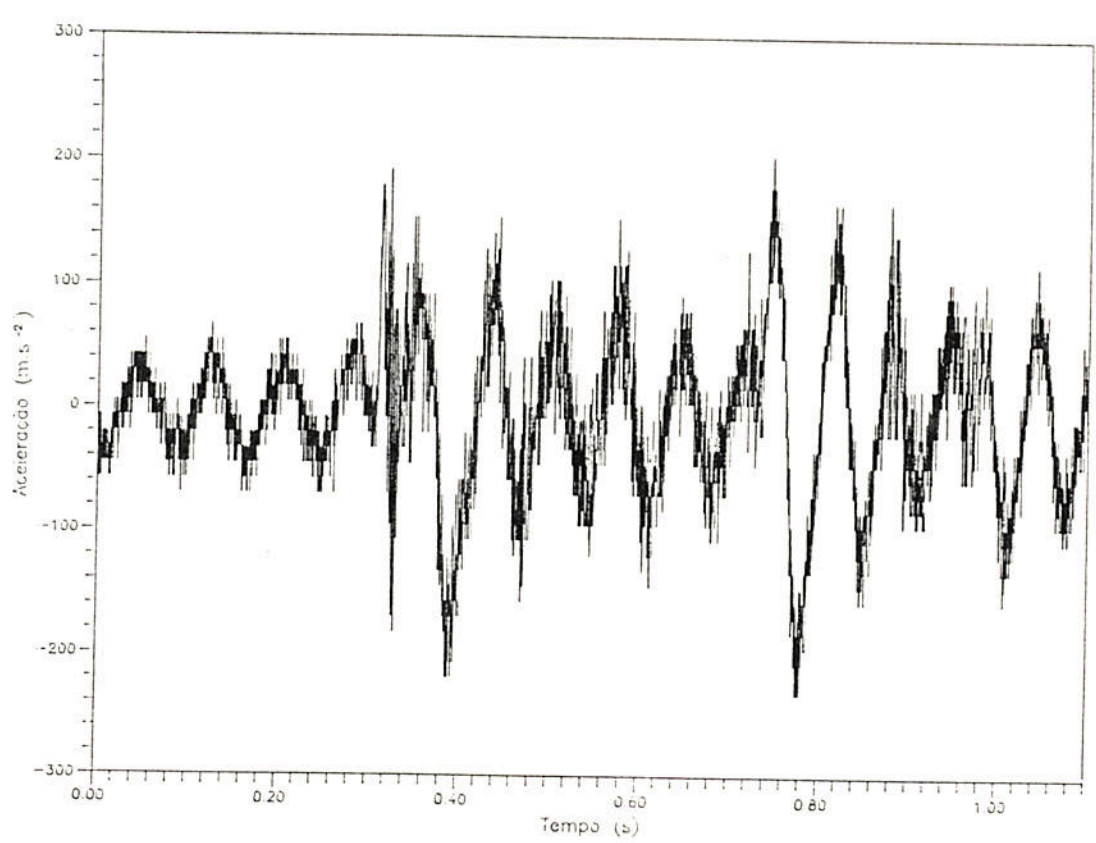


Figura 4.6-b) Ensaio n.9 - Registro na placa

### 4.1.3 Registros Filtrados Digitalmente

Nas figuras 4.7 a 4.11 estão plotados os arquivos das acelerações dos ensaios 3,4,5,6 e 9 filtrados digitalmente a 200 Hz. O ensaio número 1, não apresentou mudanças mais significativas quando filtrado digitalmente a esta frequência, motivo pelo qual ele não é reapresentado.

Na figuras 4.7-a) e b) estão apresentados os registros de aceleração filtrados para o ensaio 3. Pode-se observar através da figura 4.7-a), que o pico positivo, que é justamente pulso de aceleração devido ao impacto, conforme será visto no capítulo 5, foi praticamente cortado. O pico negativo que surge logo após o positivo é devido a uma distorção ocasionada pelo circuito de aquisição e apresenta amplitude e período de duração maior que o pulso devido ao impacto. Na figura 4.7-b) é possível observar-se em cerca de 0.7 s. o pico positivo devido ao impacto, pois na placa de aço o pulso de aceleração tem um período maior que o da base não sendo cortado. Observou-se durante os ensaios que após o carro móvel se chocar contra o reparo fixo ao solo, ele é rebatido para cima, apresentando um ou dois repiques antes de parar. Na figura 4.7-a) é visível o pulso positivo devido ao segundo choque.

Nas figuras 4.8-a) e 4.8-b) estão representados os registros filtrados em relação ao ensaio 4. Neste caso o pico positivo de aceleração na base que ocorre em cerca de 0.8 s. está também praticamente cortado. O pico positivo na base devido ao repique em cerca de 1,36 s. foi totalmente cortado, sendo que na figura 4.8-b), da aceleração na placa, a 0,8s. e 1,36 s., são bastante visíveis os pulsos devido aos impactos.

As acelerações do ensaio 5 estão representadas nas figuras 4.9-a) e 4.9-b). Neste caso, por causa da filtragem analógica a 600 Hz, os picos de aceleração positivos devido ao primeiro impacto aparecem nitidamente. Porém, devido ao ruído e vibrações de altas frequências, os pulsos devidos aos repiques não são identificáveis. O ensaio 6, a exemplo do ensaio 5, apresenta os pulsos devidos ao primeiro impacto bastante nítidos, enquanto que os devidos aos repiques não são identificáveis.

No caso do ensaio 9, como o registro original já está bastante nítido, optou-se apenas por mostrar detalhes dos registros no tempo próximo ao primeiro impacto.

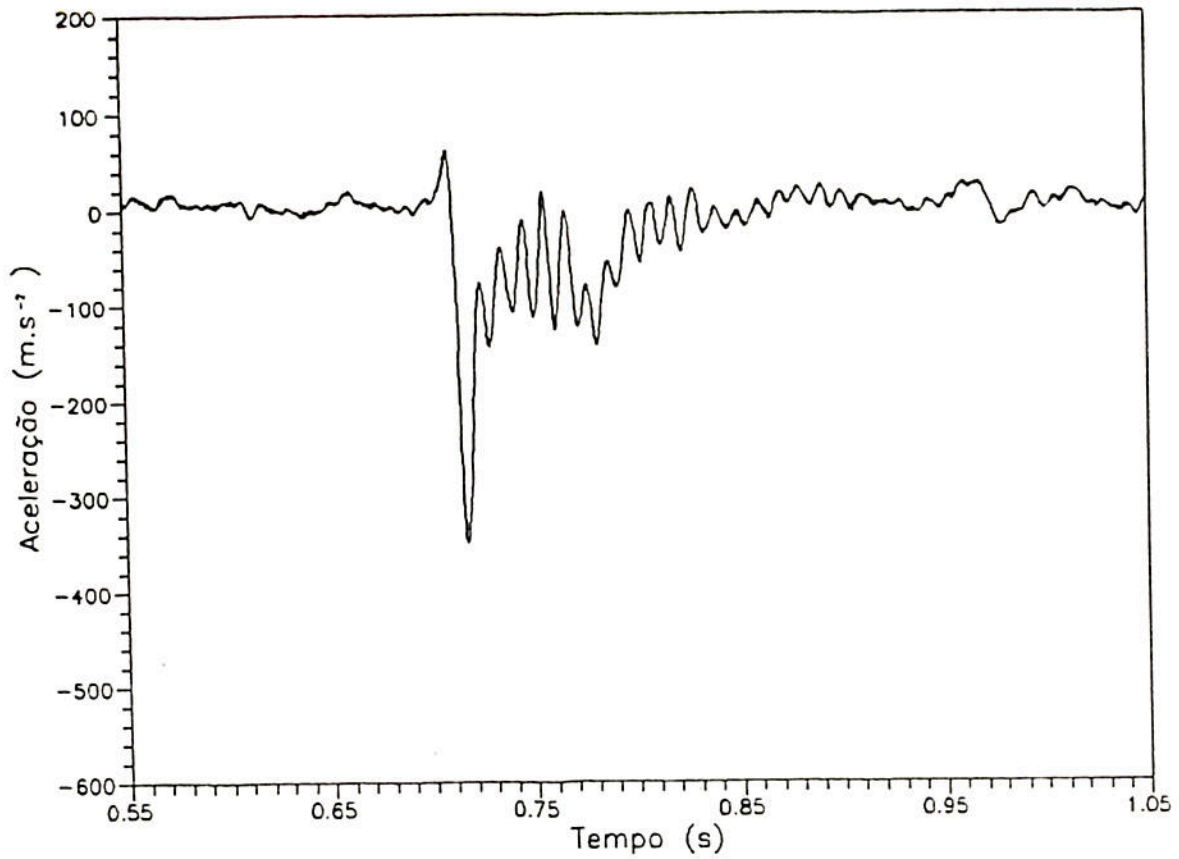


Figura 4.7 -a) Ensaio n.3 - Registro na base filtrado.

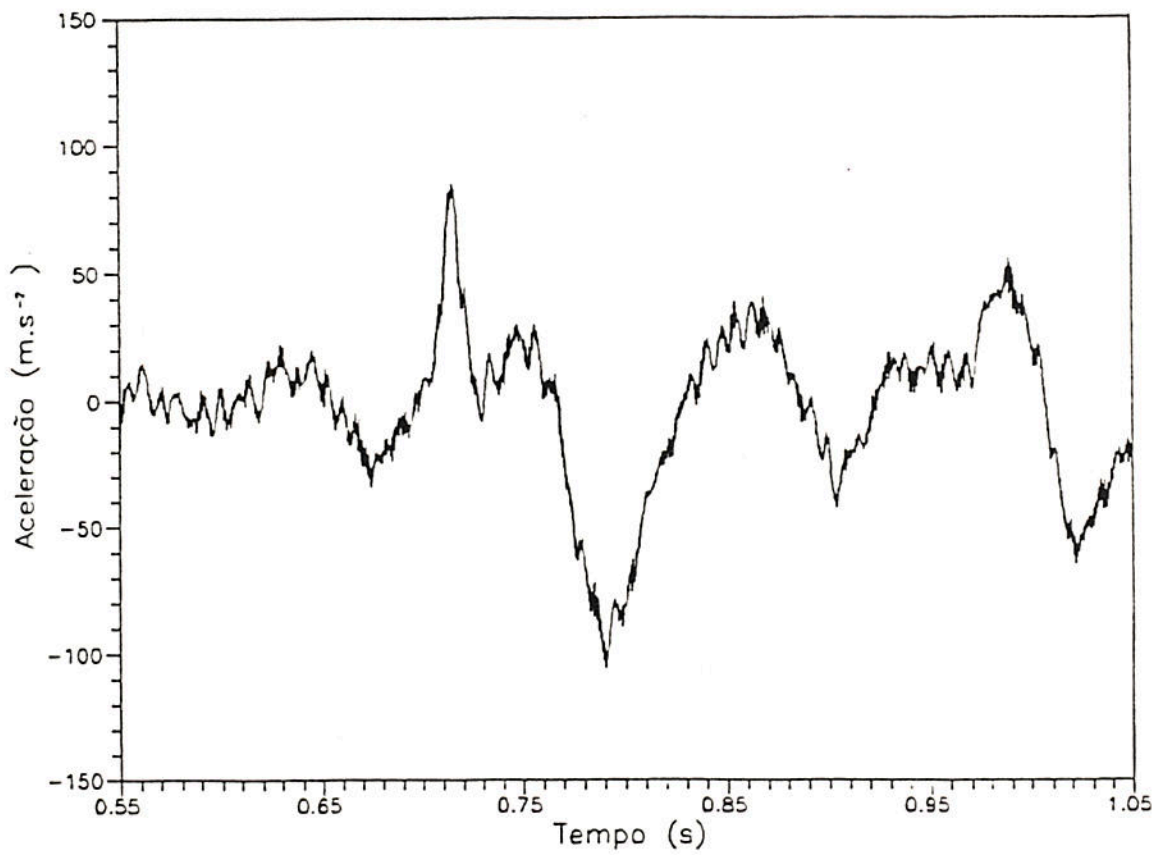


Figura 4.7 -b) Ensaio n.3 - Registro na placa filtrado.

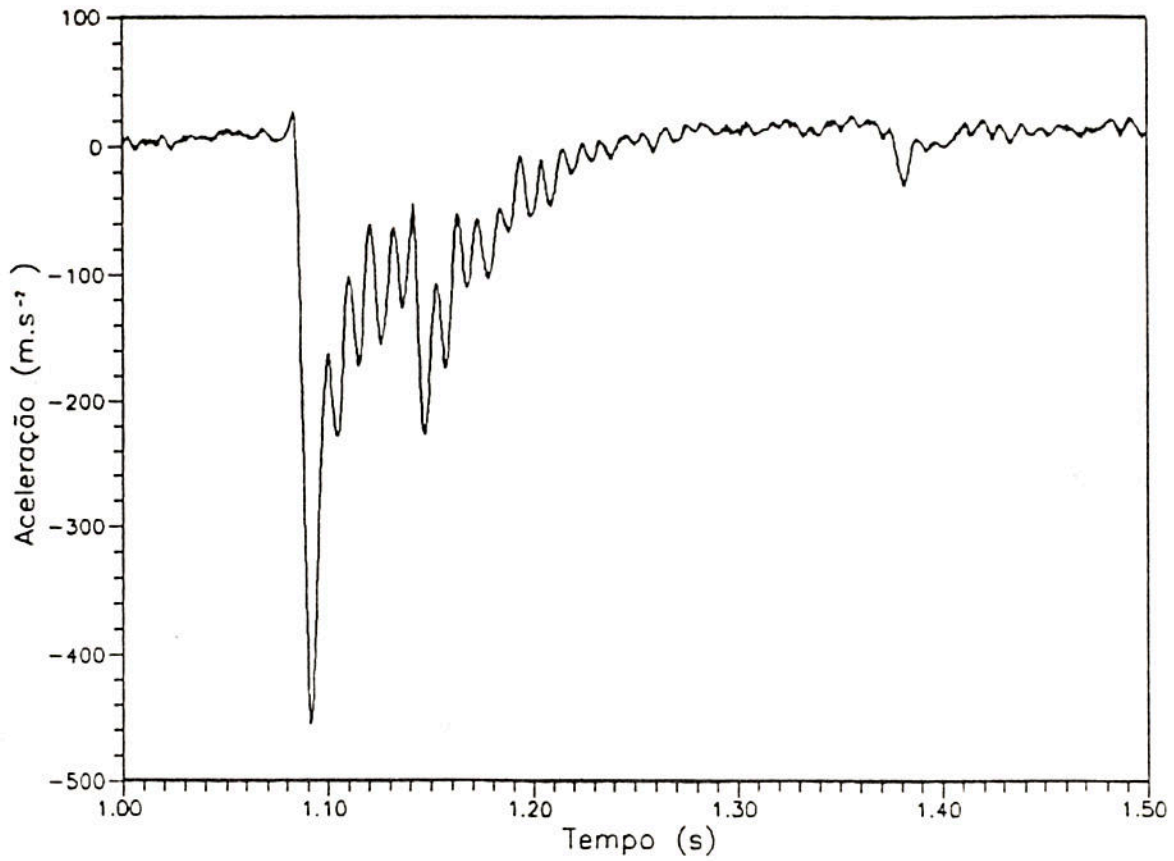


Figura 4.8-a) Ensaio n.4 - Registro na base filtrado.

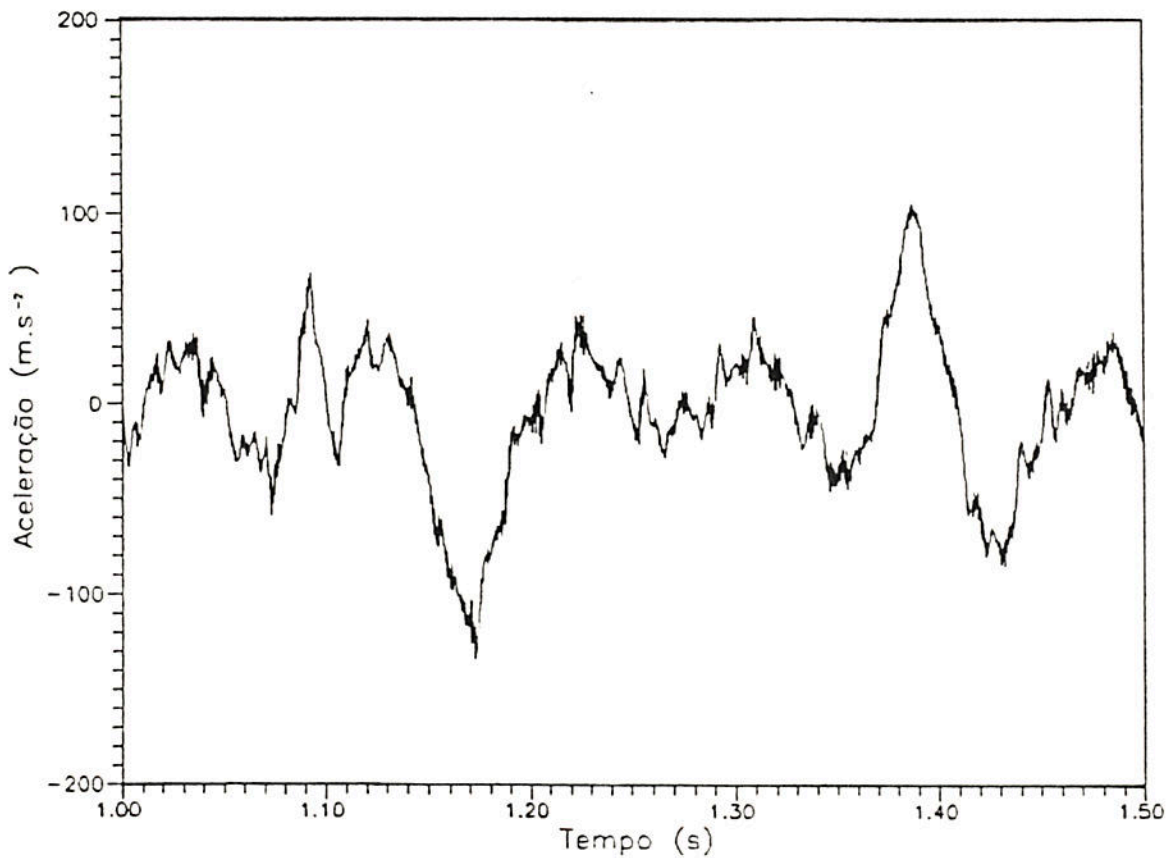


Figura 4.8-b) Ensaio n.4 - Registro na placa filtrado.

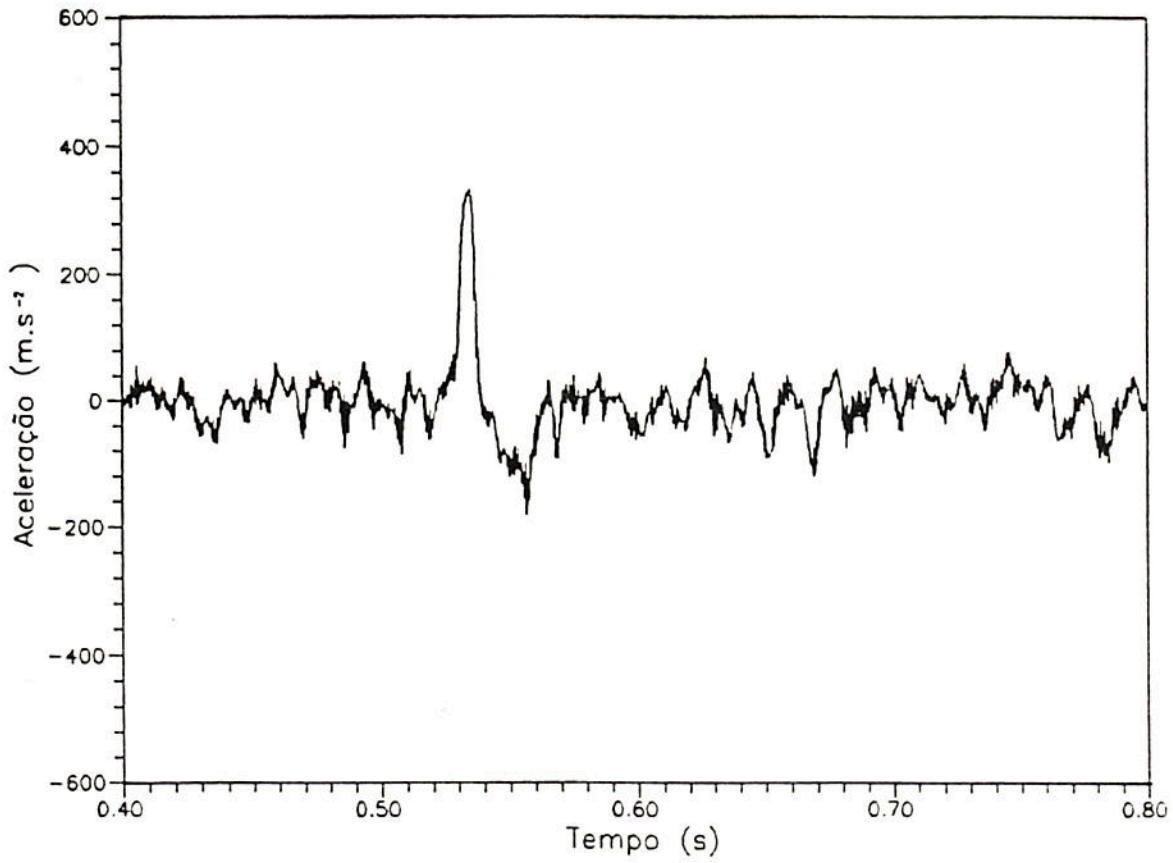


Figura 4.9-a) Ensaio n.5 - Registro na base filtrado.

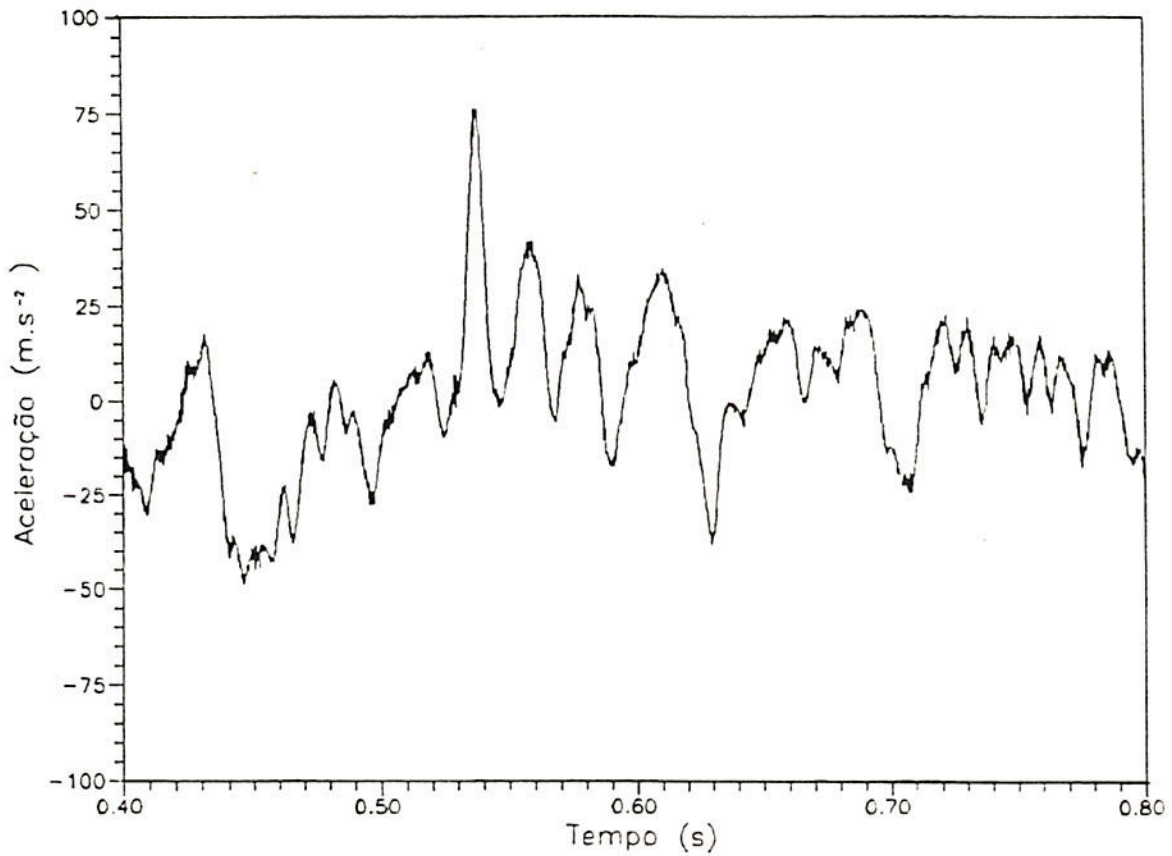


Figura 4.9-b) Ensaio n. 5 - Registro na placa filtrado.

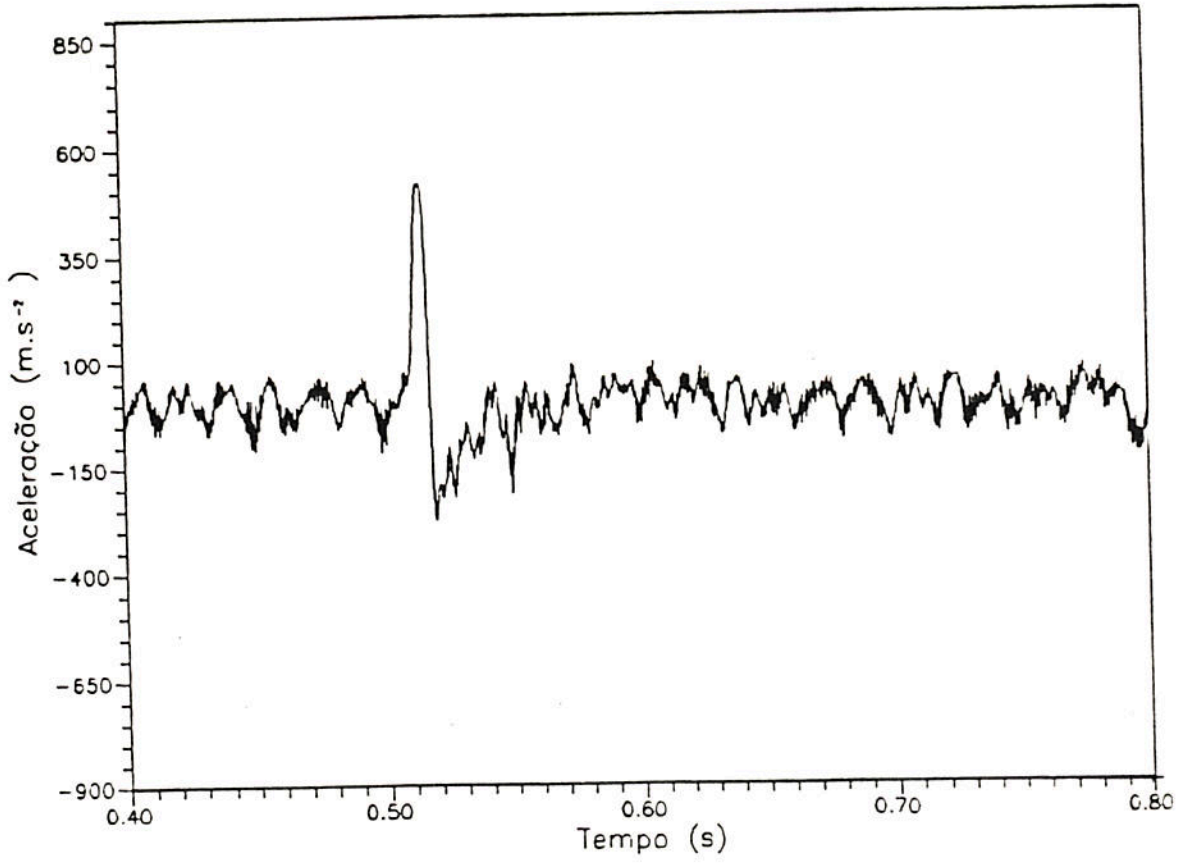


Figura 4.10-a) Ensaio n.6 - Registro na base filtrado.

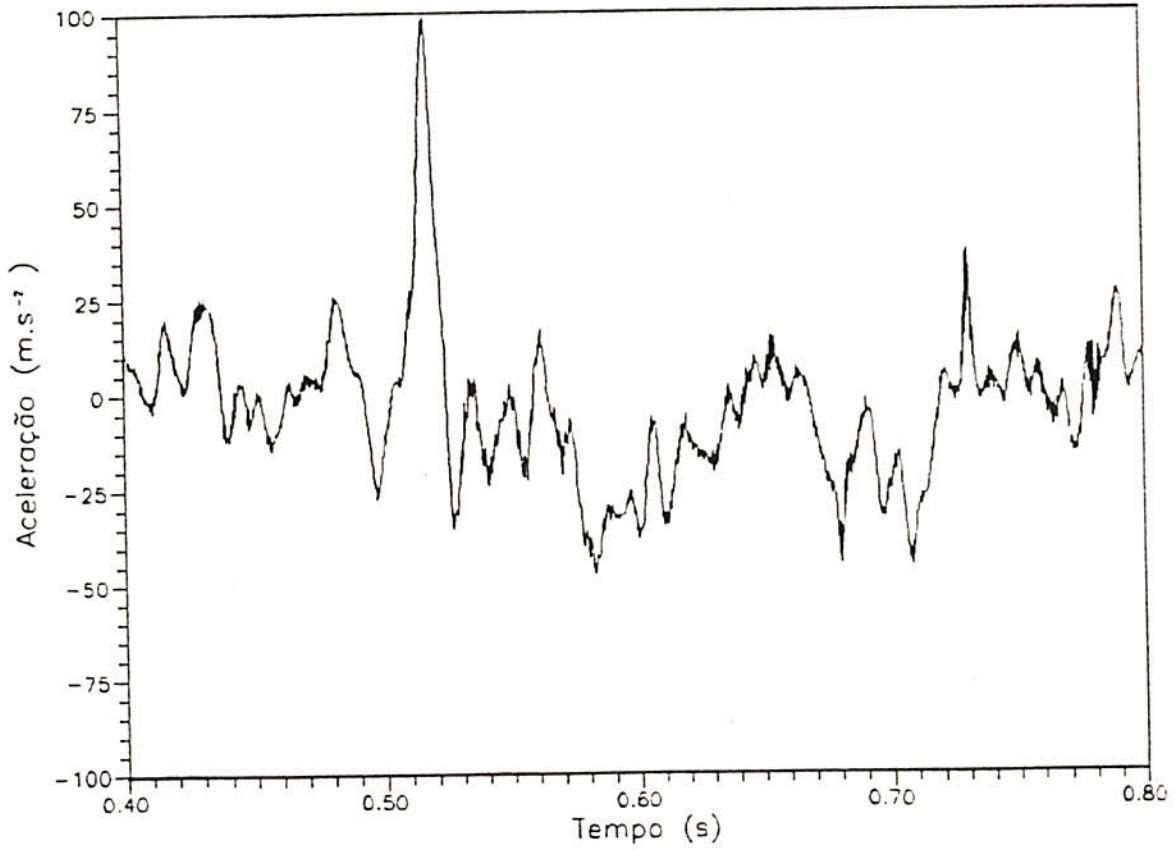


Figura 4.10-b) Ensaio n. 6 Registro na placa filtrado.



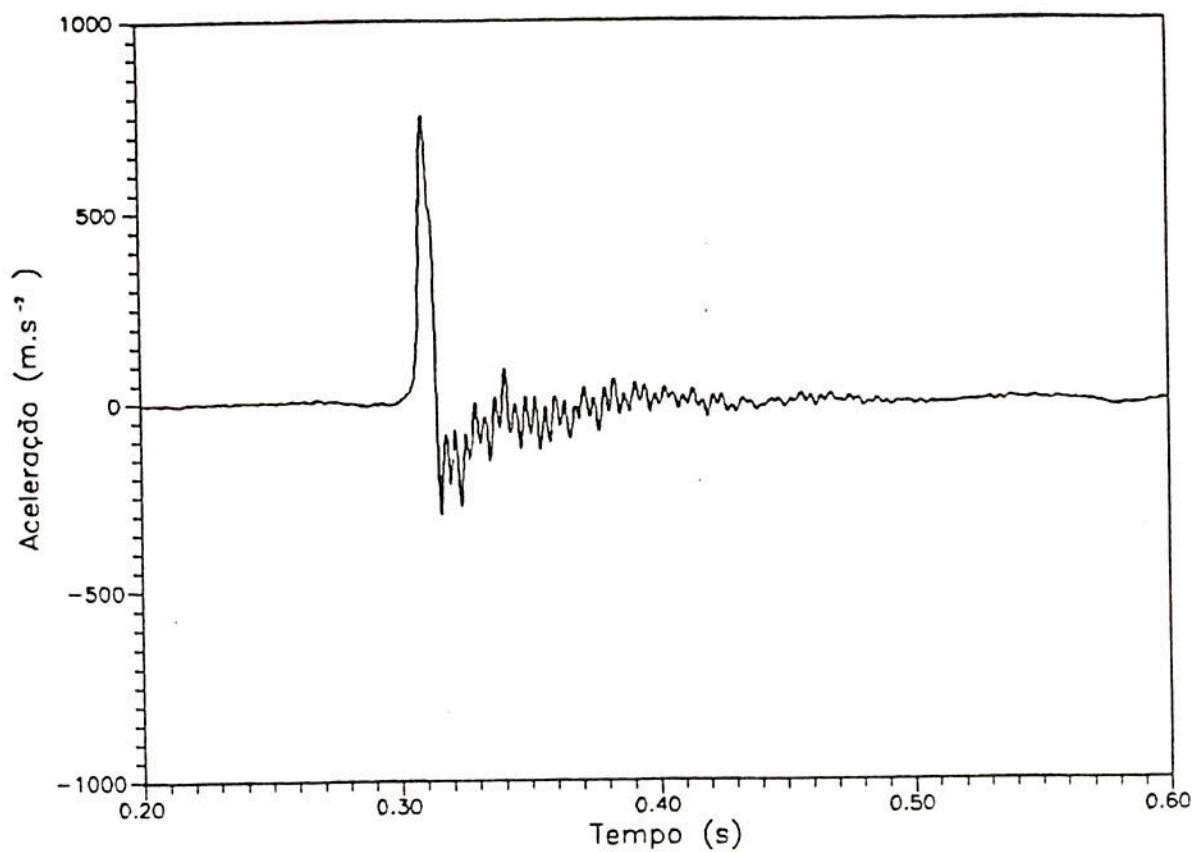


Figura 4.11-a) Ensaio n. 9 - Registro na base filtrado.

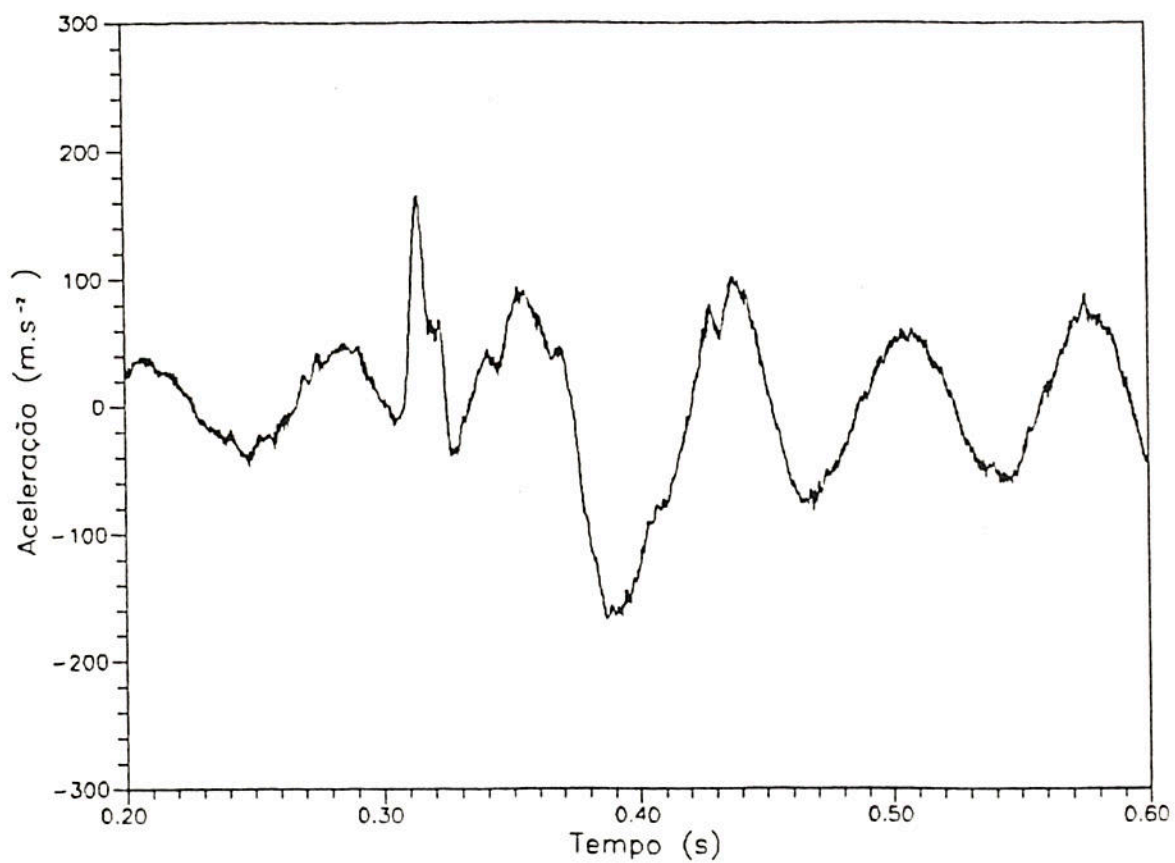


Figura 4.11-b) Ensaio n.9 - Registro na placa filtrado.

#### 4.2 Modelização Analítica do Ensaio

Para poder se estudar os ensaios realizados tentando reproduzi-los analiticamente por intermédio do programa Dinam, optou-se por se utilizar um modelo sísmico de análise, sendo o conjunto *estrutura ensaiada-carro móvel da máquina de ensaio* foi considerado como um sistema semi-definido de dois graus de liberdade, conforme a figura 4.12.

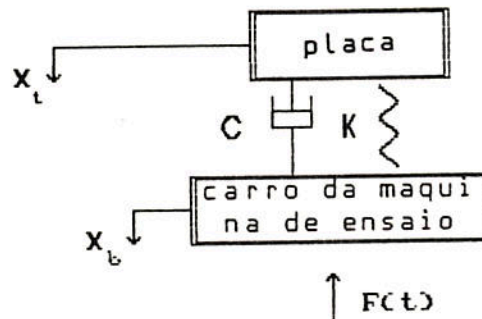


Figura 4.12 - Modelo Sísmico

As coordenadas  $X_t$  e  $X_b$  representam respectivamente os deslocamentos absolutos na placa e na base em relação a um sistema fixo de coordenadas (eixos de Copérnico). A partir destas coordenadas pode-se definir o deslocamento relativo entre a placa e o carro móvel dado por

$$X_r = X_t - X_b, \quad (4.2.1)$$

Adotando um modelo sísmico, pode-se trabalhar a equação diferencial que representa o movimento da placa:

$$M \ddot{X}_t + C \dot{X}_r + K X_r = 0 \quad (4.2.2)$$

$$M (\ddot{X}_r + \ddot{X}_b) + C \dot{X}_r + K X_r = 0 \quad (4.2.3)$$

$$M \ddot{X}_r + C \dot{X}_r + K X_r = - M \ddot{X}_b \quad (4.2.4)$$

generalizando a equação 4.2.4 para um sistema com vários graus de liberdade, obtém-se

$$\underline{M} \ddot{\underline{X}}_r + \underline{C} \dot{\underline{X}}_r + \underline{K} \underline{X}_r = - \underline{M} \ddot{\underline{X}}_b \quad (4.2.5)$$

A equação (4.2.5) permite obter as acelerações, velocidades e deslocamentos relativos entre a chapa de aço e o carro móvel da máquina de choque, a partir da aceleração ( $\ddot{X}_b$ ) lida na base do mesmo. Isto é feito, através da discretização da estrutura apresentada na figura 2.5-a) em vários elementos, e da resolução, pelo programa Dinam, do sistema de equações diferenciais resultante.

Considerando-se a carga externa  $-M \ddot{X}_b$  aplicada sobre a placa, os deslocamentos relativos entre a base e a placa, e a conseqüente deformação dos isoladores podem ser averiguados comparando-se os deslocamentos fornecidos pelo Dinam com as deformadas finais medidas nas estruturas ensaiadas. Isto será visto detalhadamente na seção 4.3.2.

Os sinais fornecidos pelos acelerômetros, tanto na chapa de aço, quanto na base, consistem-se nas acelerações absolutas medidas, enquanto que o programa Dinam, de acordo com a equação (4.2.5), fornece as acelerações relativas calculadas na placa. Conseqüentemente, com os resultados das acelerações relativas fornecidas pelo programa e pelos valores da aceleração absoluta lida na base, foi possível se obter, por intermédio da derivada segunda da equação (4.2.1), os valores teóricos da aceleração na placa e compará-los com os obtidos experimentalmente na mesma. Isto será visto em detalhes na seção 4.3.4.

A entrada de dados do carregamento no programa é feita através de um arquivo de carga lido diretamente do disco rígido computador. Como já foi dito, por motivos que são amplamente discutidos no capítulo 5, na seção 5.4, os carregamentos considerados na análise teórica são os picos positivos dos registros de

aceleração multiplicados, termo a termo, por um fator de calibração de cada acelômetro. Além disto, de acordo com a equação 4.2.5, estes arquivos são multiplicados pelos valores das massas concentradas que representam a chapa de aço nos nós de aplicação do carregamento externo.

Na figura 4.13 estão apresentados os picos de aceleração para os ensaios 5, 6 e 9. Obviamente a amplitude da aceleração é diretamente proporcional à altura de queda da estrutura em cada ensaio (ver tabela 4.1). Na figura 4.14 estão apresentados superpostos os picos de aceleração na placa para os mesmos ensaios, sendo que tanto os arquivos da figura 4.13 como da figura 4.14 não passaram por qualquer filtragem digital.

### **4.3 Resultados da Análise Numérica**

#### **4.3.1 Considerações Gerais**

Como se sabe, o carregamento externo aplicado à estrutura é devido à força sísmica na placa, além disso, para se obter as acelerações, velocidades e os deslocamentos relativos entre a placa e a base, através do programa Dinam, utilizando-se o modelo sísmico, foram feitas as seguintes considerações:

- 1- A placa está ligada aos isoladores por meio de molas elasto-plásticas, enquanto que estes estão, em sua outra extremidade, conectados a vínculos rígidos também por molas elasto-plásticas.
- 2- O histórico de acelerações na placa no tempo anterior ao impacto foi desprezado, ou seja, é considerado nulo o movimento na placa no instante de aplicação da carga.
- 3- O pulso de acelerações aplicado à chapa de aço é o que ocorre entre 0,303 s. e 0,314 s., após isto, pelos mesmos motivos apresentados na seção 5.4, a aceleração de carregamento é considerada nula.
- 4- Por estar-se estudando movimentos relativos, não são considerados os efeitos da gravidade.
- 5- Este trabalho não visa abranger o estudos dos efeitos ocasionados pelos repiques, sendo os mesmos desprezados na análise realizada.

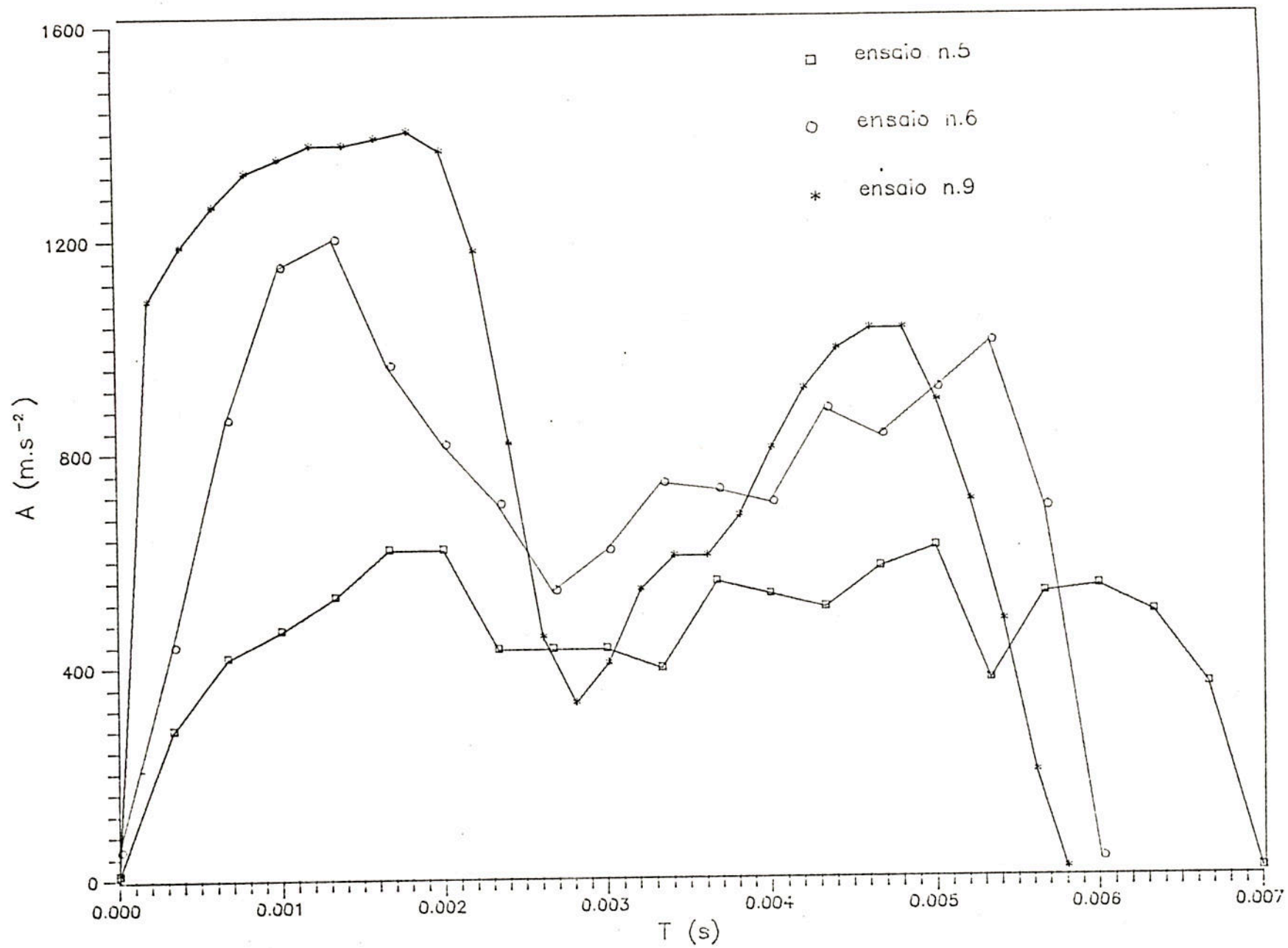


Figura 4.13 Picos de aceleracao lidos na base.

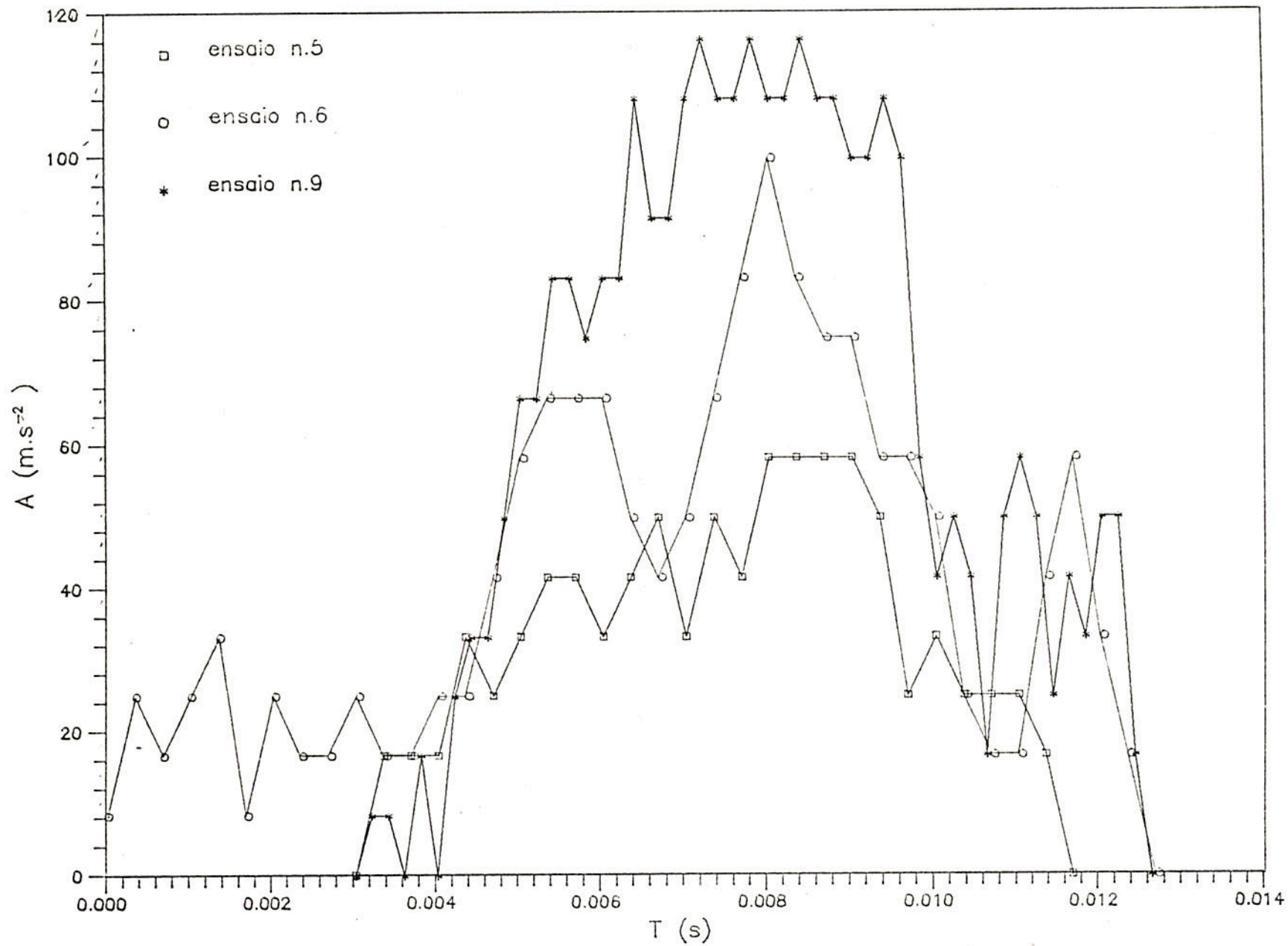


Figura 4.14 Picos de aceleracao lidos na placa.

A discretização utilizada foi a de uma estrutura plana de 32 nós, conforme a apresentada na figura 4.15. Os nós 1,2,31 e 32 estão com os seus deslocamentos restritos nas direções X e Y, de forma a simular vínculos elastoplásticos nos pontos onde a estrutura é ligada por parafusos de aço ao carro da máquina de ensaio. O nó 3 tem o seu deslocamento restrito na direção horizontal pois durante a deformação dos isoladores nos ensaios eles se chocam nesta posição contra o carro móvel da máquina de choque, impedindo o deslocamento nesta direção. Os símbolos circulares na figura representam as massas concentradas nos nós. A placa está representada por duas massas concentradas nos nós 16 e 17, cada uma possuindo o valor de um quarto da massa real.

O passo máximo de integração utilizado, de acordo com a expressão (3.4.3) foi  $\Delta t = 0,0000035$  s., limitado pela rigidez do menor elemento de discretização nos isoladores (o de ligação entre os nós 6 e 7).

De acordo com a ref [13], quando se trata da análise de choque em estruturas, dependendo do período de aplicação da carga, o limite de escoamento estático do aço não é válido para toda a análise dinâmica, pois o material apresenta comportamentos diferenciados no que se refere a cargas dinâmicas de curta duração em contrapartida a cargas estáticas ou quase estáticas. O limite de escoamento dinâmico, dependendo do período de aplicação e do material, pode chegar a ter um acréscimo de até 40% em relação ao limite estático. No presente caso, segundo o procedimento indicado na ref [13], chegou-se a um acréscimo de cerca de 33% em relação ao valor estático do limite de escoamento do aço SAE 1020.

Como foi visto na seção 3.3.3.2, o amortecimento viscoso é utilizado no programa Dinam através do fator  $\alpha = \omega_n \cdot \zeta$ , onde  $\zeta$  é o índice de amortecimento crítico e  $\omega_n$  é a frequência natural principal envolvida no problema.

Na verdade, o valor de  $\omega_n$  utilizado deveria ser dado por uma composição das inúmeras frequências naturais da estrutura de acordo com sua importância na resposta, porém, como pode ser visto pelo resultado dos exemplos apresentados no capítulo 3, a aproximação de  $\omega_n$  para a primeira frequência natural é bem razoável. A frequência natural correspondente ao modo mais excitado pelo choque no ensaio 9 está apresentada na seção 4.3.5 e é de cerca de 13Hz.

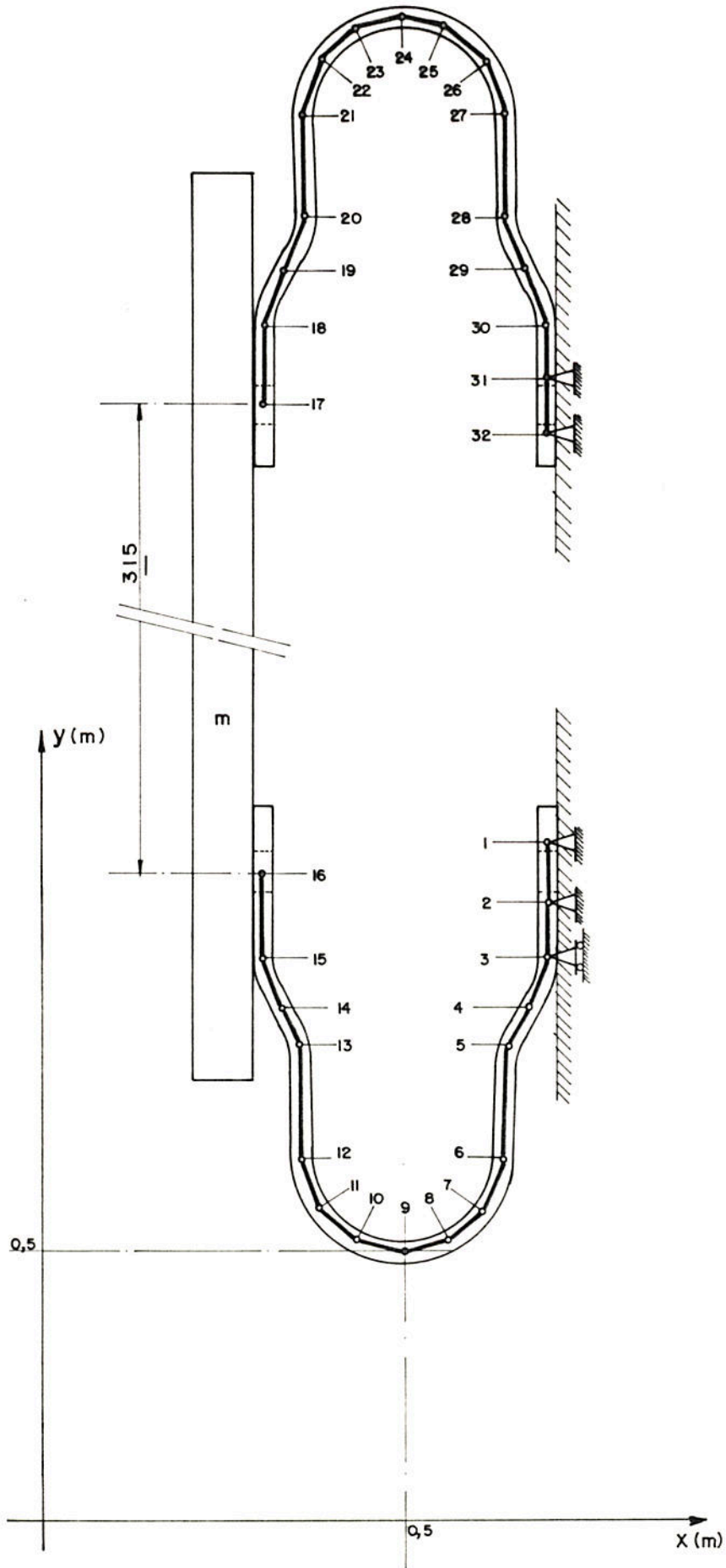


Figura 4.15 Discretização utilizada.



Por outro lado, para se encontrar o valor de  $\zeta$ , rodou-se o programa Dinam com vários valores de  $\alpha$ , de forma a encontrar o que fornecesse a deformada final calculada mais aproximada da deformada medida. Este valor foi  $\alpha = 1,52$ . De posse de  $\alpha$  e  $\omega_n$  foi possível calcular o valor do índice de amortecimento  $\zeta = 1,86\%$ . Este valor foi utilizado também nas análises dos ensaios 5 e 6.

#### 4.3.2 As Deformações Finais

Nesta seção são apresentadas as deformações finais das estruturas ensaiadas através de representações gráficas das mesmas tomadas nas estruturas reais deformadas pelos ensaios e das respostas numéricas fornecidas pelo programa Dinam.

Nas figuras 4.15 a 4.18 estão plotadas as deformadas finais da estrutura calculadas pelo Dinam, superpostas com as medidas diretamente dos isoladores deformados, referentes, respectivamente aos ensaios 5, 6 e 9.

Na figura 4.20 estão superpostas as deformadas finais calculadas para os três ensaios, enquanto que na figura 4.19, estão as deformadas medidas diretamente nos isoladores testados nestes ensaios. Da mesma maneira que as acelerações, as estruturas ensaiadas tem obviamente, deformações diretamente proporcionais às alturas de queda.

A partir dos bons resultados teóricos apresentados em termos das deformadas finais, comparativamente com os dados obtidos diretamente dos isoladores ensaiados, pode-se afirmar que estruturas isoladoras projetadas para determinados fins, podem ser testadas através do programa Dinam, de forma a garantir que não ultrapassem determinadas deformações máximas quando sujeitas a carregamentos de choque pré-determinados.

Outras maneiras de análise dos resultados, além do estudo das deformadas, consistem-se na comparação das acelerações teóricas e experimentais obtidas na placa; da análise das acelerações, velocidades e deslocamentos relativos calculados; e no estudo comparativo das frequências de vibração livre na placa, antes e após os impactos.

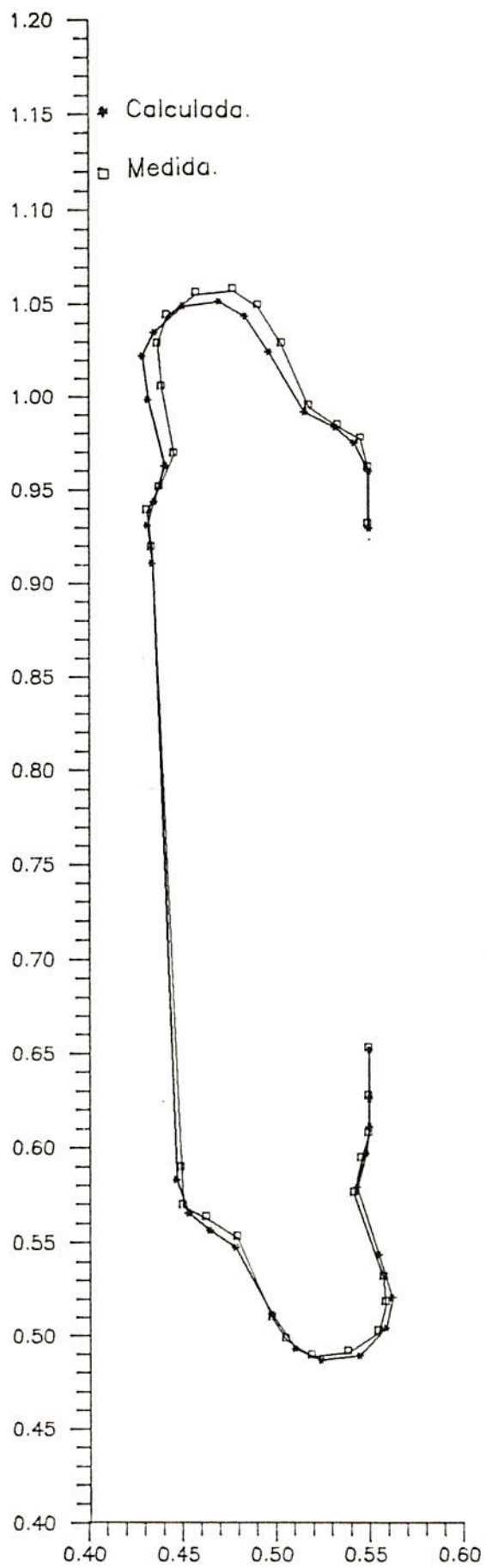


Figura 4.16 -- Ensaio n. 5 -- Deformacoes finais.

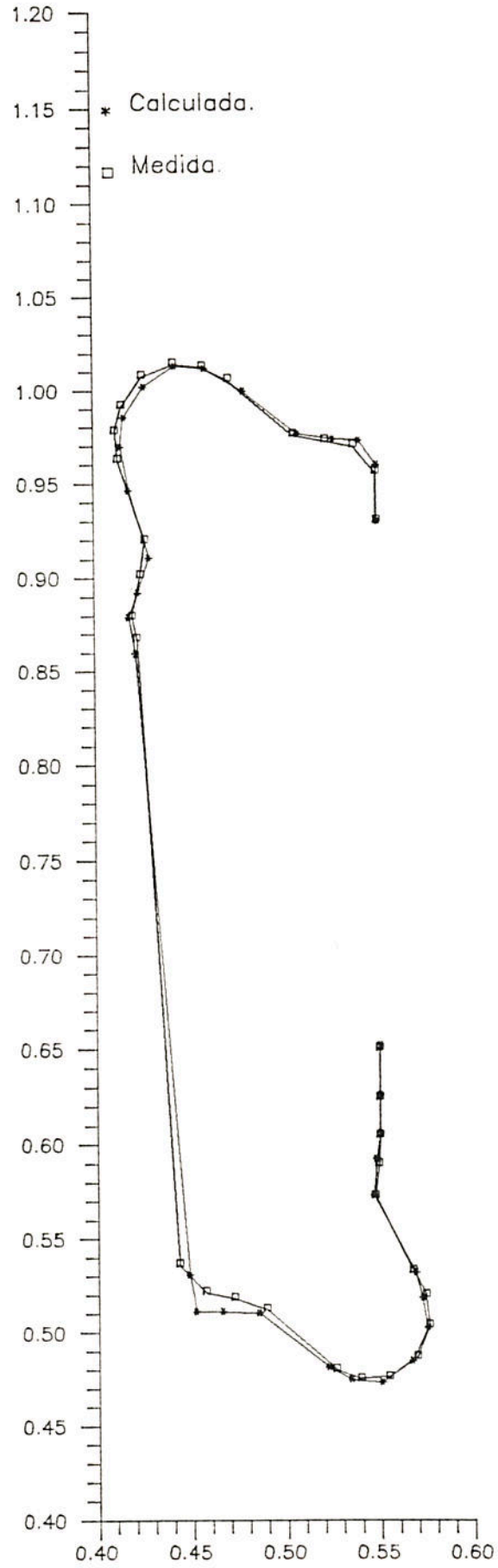


Figura 4.17 – Ensaio n. 6 – Deformacoes finais.

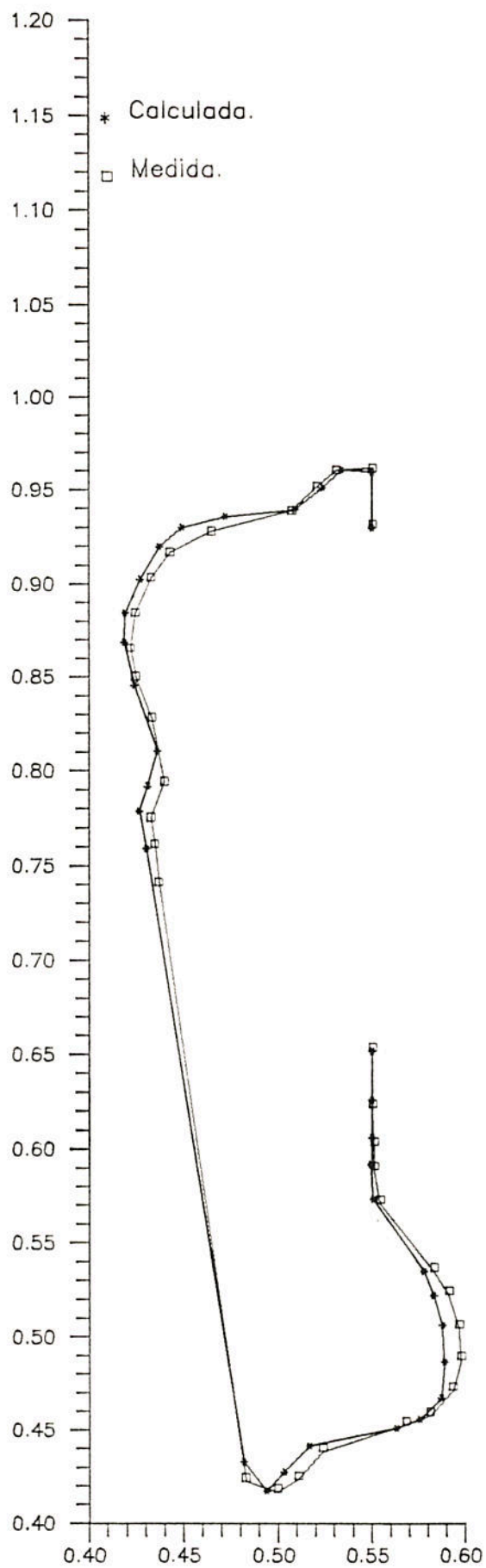


Figura 4.18 — Ensaio n. 9 — Deformacoes finais.

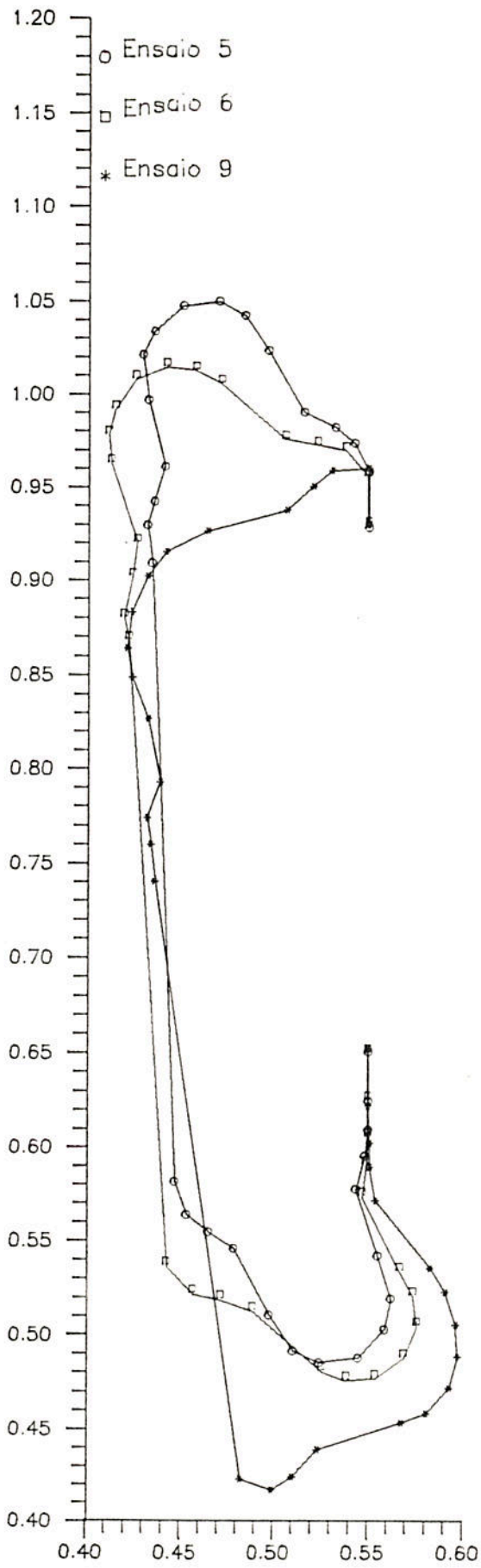


Figura 4.19 Deformadas medidas.

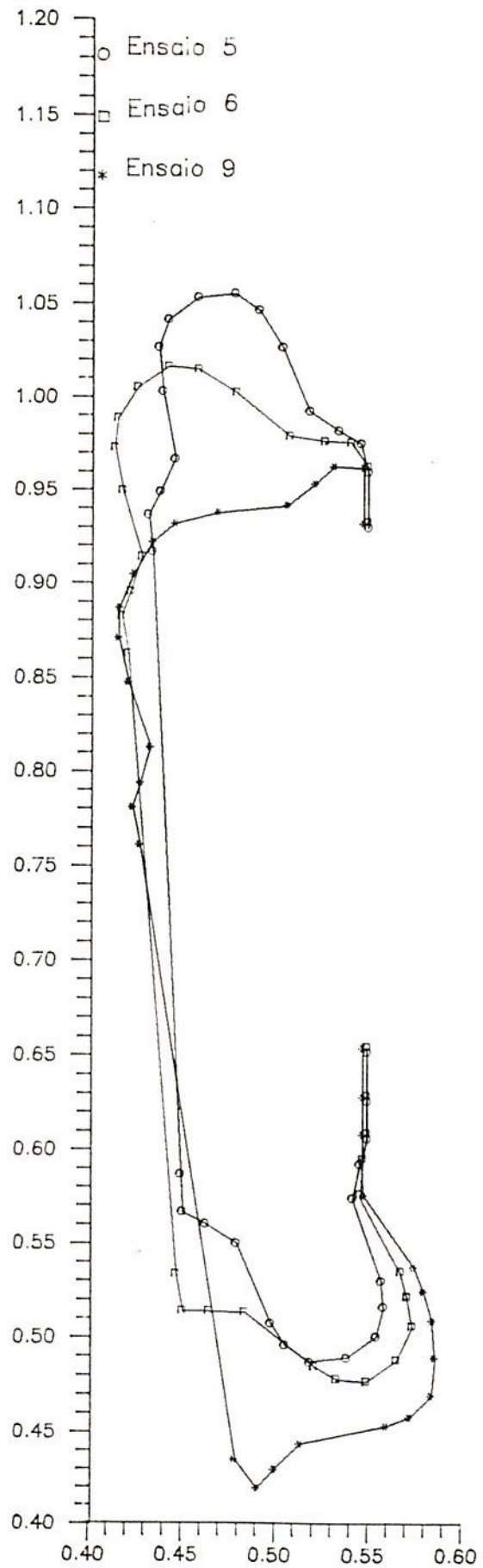


Figura 4.20 Deformadas calculadas.

### 4.3.3 Os Movimentos Relativos

As acelerações, velocidades e deslocamentos relativos são calculados para o nó 17 da figura 4.15, que corresponde à posição onde está instalado o acelerômetro na placa, de acordo com a figura 2.3. Nas figuras 4.21 a 4.23 estão plotados os deslocamentos, velocidades e acelerações relativos calculados para o supra-citado nó, para os ensaios 5, 6 e 9. O movimento relativo é o que existe entre a placa de aço e o carro da máquina de ensaio. Note-se que para os três ensaios, a aceleração na placa é inicialmente negativa, isto se deve à aplicação do modelo sísmico, conforme a equação (4.2.4), na qual o carregamento sísmico tem o sinal contrário ao do pulso de aceleração.

Os resultados foram gerados de 0 a 0,4 s, para poderem ser comparados com os arquivos adquiridos experimentalmente, pois após este tempo, no ensaio 9, ocorre o segundo choque devido ao primeiro repique. Neste instante, segundo os resultados fornecidos pelo programa Dinam, a estrutura ainda não está em equilíbrio estático, possuindo uma vibração amortecida de pequena amplitude em deslocamentos, como pode ser observado nas figuras 4.21-a), 4.22-a) e 4.23-a). No movimento de vibração livre ocorre uma troca de energia entre o primeiro modo de vibração vertical e o primeiro modo transversal (de giro), o que pode ser observado pelas amplitudes flutuantes nas curvas de velocidade. Enquanto dura o carregamento a aceleração apresenta um pico negativo, passando logo após a descarga a uma fase positiva, a qual dá lugar a uma onda aproximadamente harmônica, na qual se identifica, além do primeiro modo, pelo menos mais um de frequência bem mais alta. Comparando-se as acelerações para os três ensaios calculados, pode-se atentar para o fato de que, no ensaio 9, a vibração livre apresenta uma aceleração na qual o primeiro modo mostra grande predominância em relação aos demais. Já, no caso do ensaio 6, após um primeiro ciclo de vibração livre, ocorrem perturbações que devem ser atribuídas justamente a uma troca mais intensa de energia do primeiro modo com os demais, enquanto que, no ensaio 5, após o segundo ciclo, ocorre uma *estabilização* da aceleração para após reiniciar o movimento *quase* harmônico no primeiro modo.

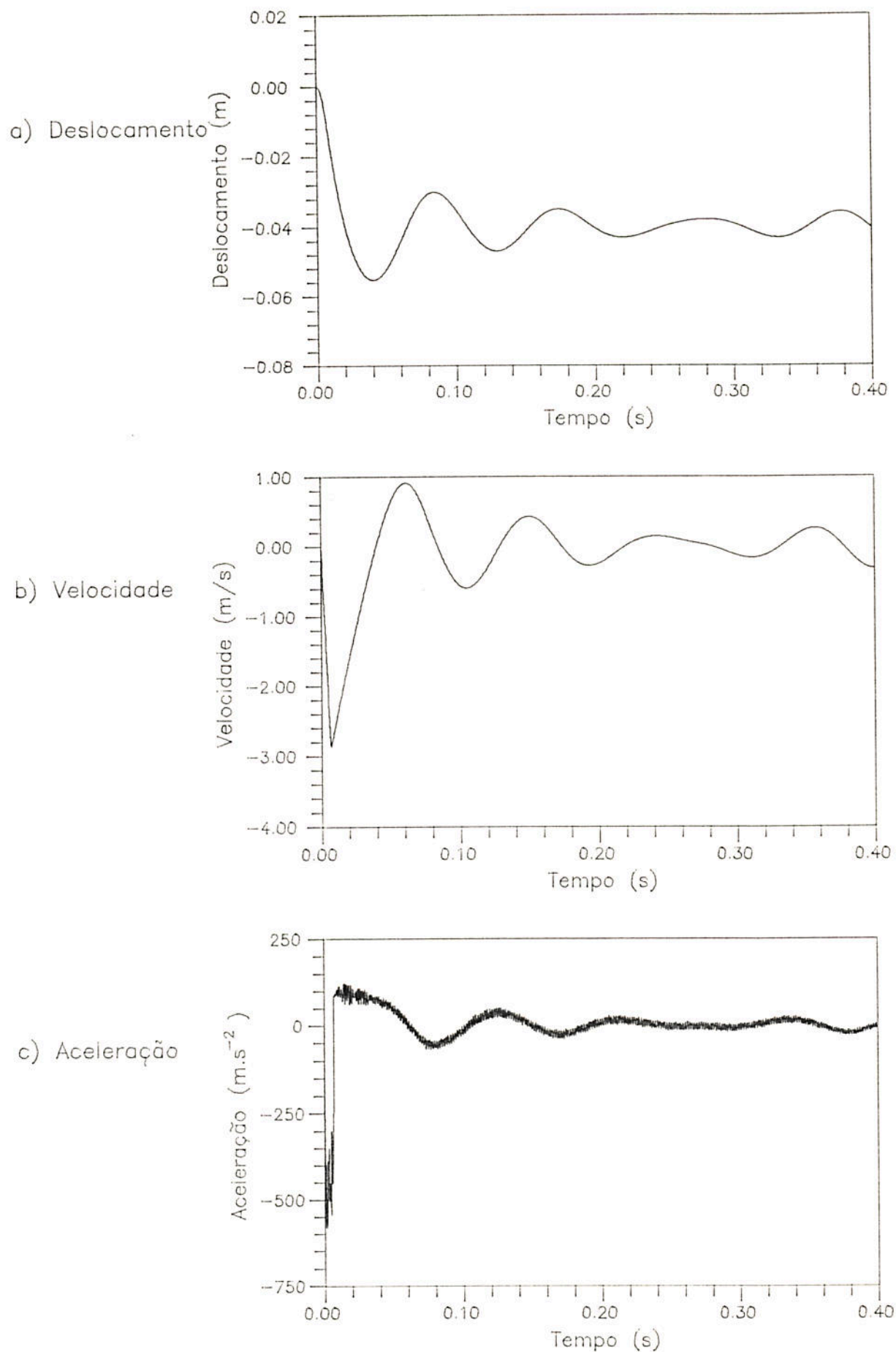


Figura 4.21| Ensaio 5 — Deslocamento, velocidade e aceleração relativos no no 17.

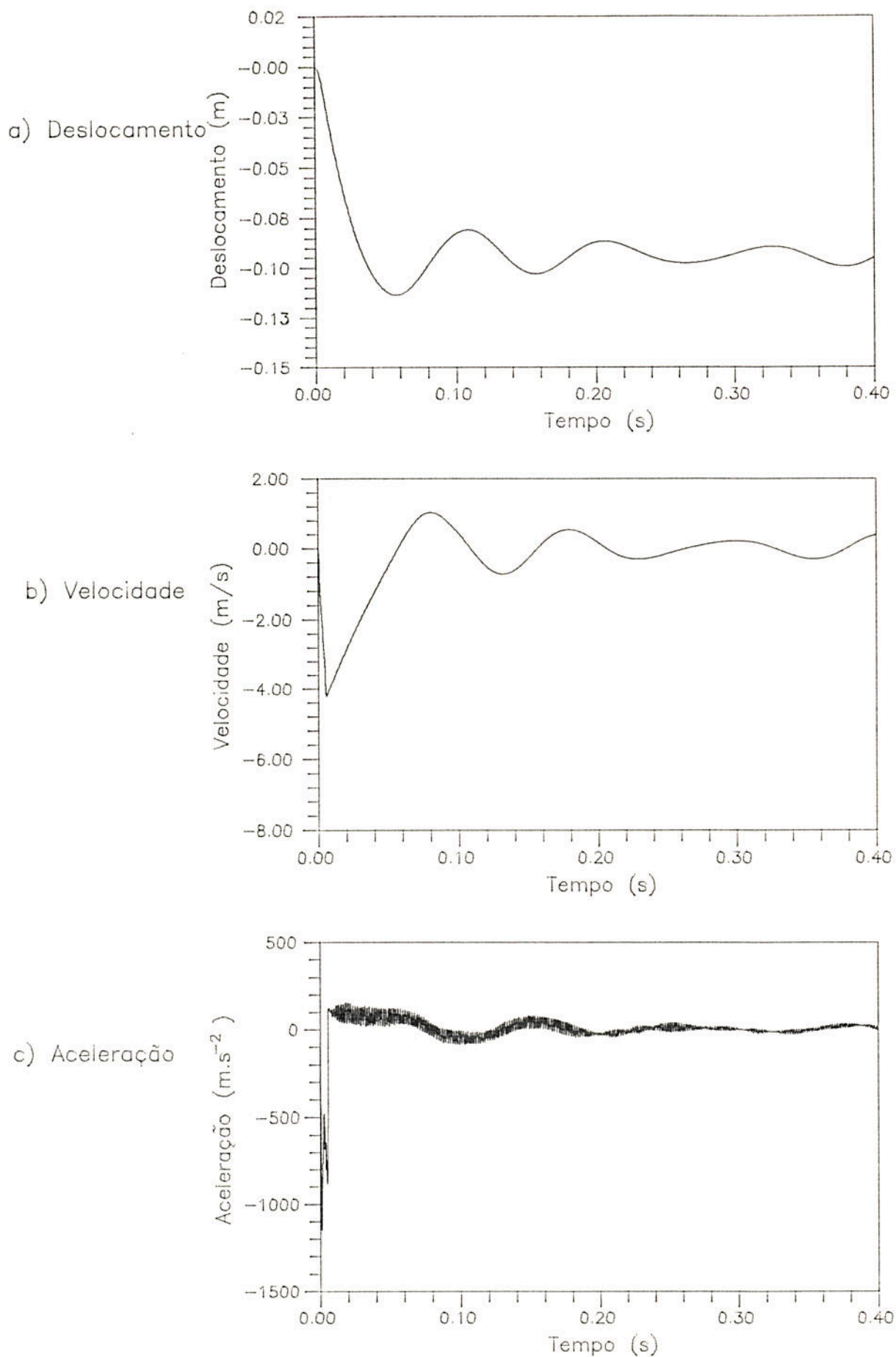


Figura 4.22 Ensaio 6 – Deslocamento, velocidade e aceleração relativos no no 17.



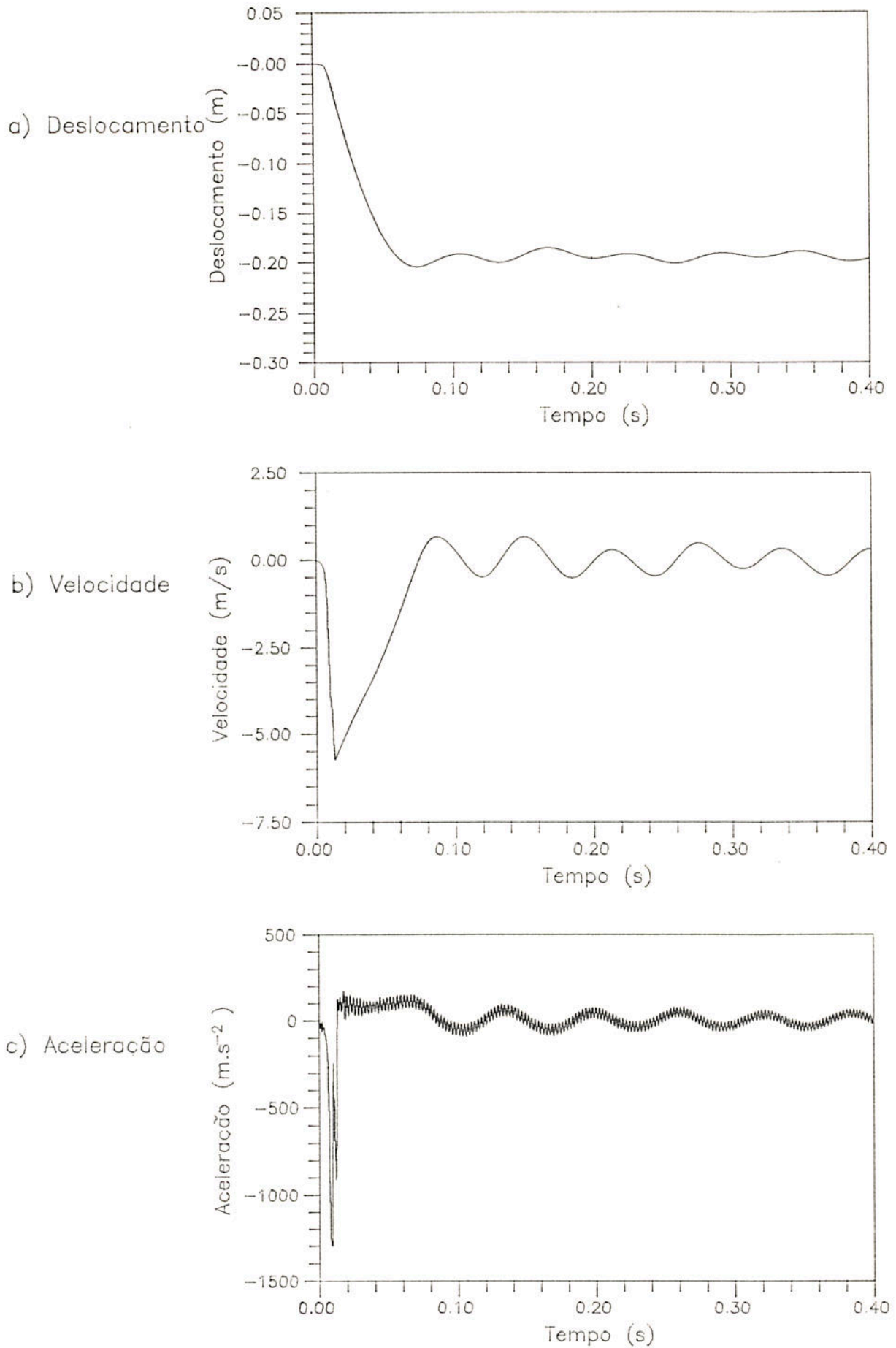


Figura 4.23 Ensaio 9 – Deslocamento, velocidade e aceleração relativos no no 17.

#### 4.3.4 Aceleração Absoluta na Placa

Nas figuras 4.24 a 4.29 estão apresentados os registros não filtrados das acelerações medidas e calculadas na placa para os ensaios 5,6 e 9. As acelerações absolutas teóricas na placa são calculadas a partir da segunda derivada da equação (4.2.1), que pode ser escrita da seguinte forma:

$$\ddot{X}_t = \ddot{X}_r + \ddot{X}_b \quad (4.3.1)$$

que significa que a aceleração absoluta teórica na placa pode ser calculada, ponto a ponto, pela soma da aceleração relativa (resposta do programa Dinam), com a aceleração lida na base durante o ensaio. Isto é obtido numericamente através da operação elemento a elemento dos arquivos de dados.

Nos ensaios de número 5 e 6, devido ao não perfeito aterramento do sistema de aquisição de dados, houve um grande comprometimento na qualidade do sinal obtido, como pode facilmente ser percebido nas figuras 4.4 e 4.5. É patente a excessiva digitalização dos valores, de forma que, como pode ser visto nas figuras 4.24 e 4.26, o sinal de aceleração na placa entre o primeiro e o segundo pico, não apresenta semelhanças acentuadas com os calculados. No ensaio 6, há, apesar disso, uma certa aproximação entre os sinais, no que tange às oscilações e perturbações, porém diferindo muito nas amplitudes. No caso do ensaio 9, estes problemas na aquisição parecem ter desaparecido estando bem mais nítidas as características do sinal adquirido na placa. Neste ensaio, então, as curvas das acelerações na placa apresentam aproximações muito mais significativas, se assemelhando muito mais que as anteriores tanto na *forma* da onda quanto na sua amplitude. Os arquivos das acelerações medidas e calculadas para o ensaio 9 filtradas digitalmente em 200 Hz estão impressos nas figuras 4.30 e 4.31. Nelas pode-se comparar mais nitidamente os resultados em acelerações absolutas na placa. Na figura 4.32 está detalhada a superposição entre as acelerações teórica e experimental do pico de aceleração na placa para os ensaios 5,6 e 9, onde é possível se verificar que o sistema de aquisição de dados distingue nitidamente ao menos mais uma frequência além do que o modelo teórico.

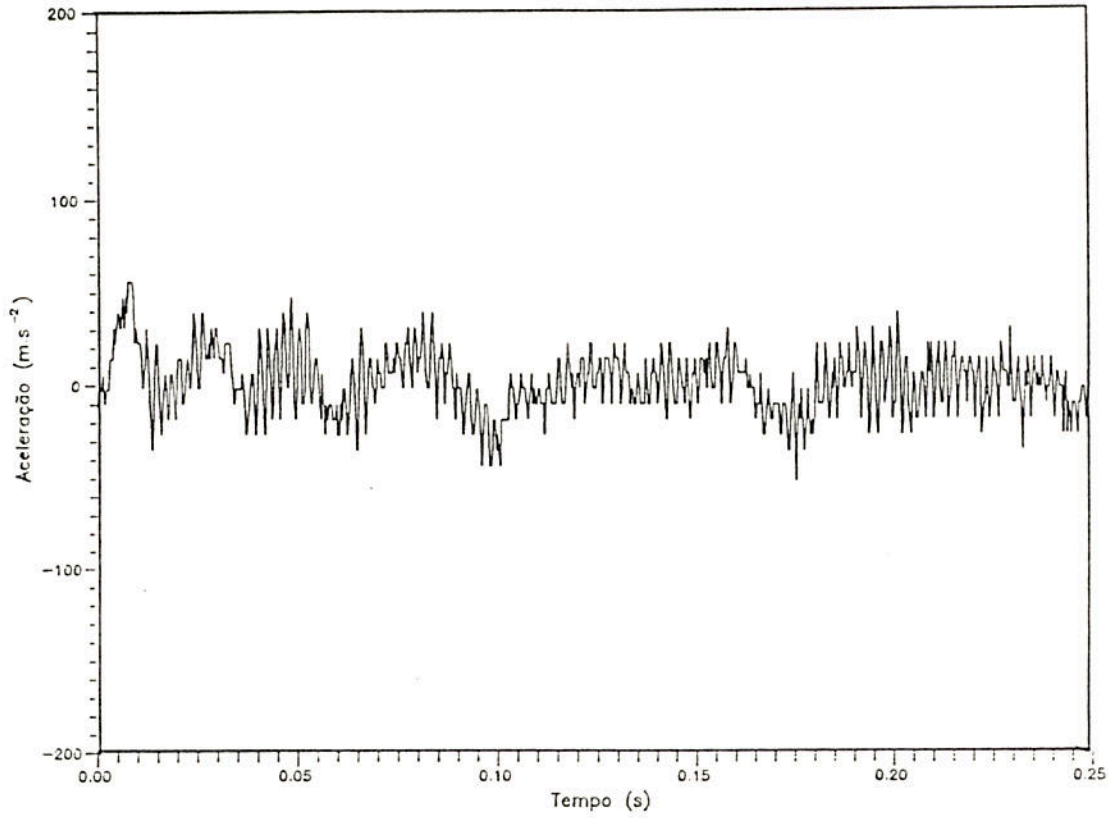


Figura 4.24 Ensaio 5 – Aceleração lida experimentalmente na placa.

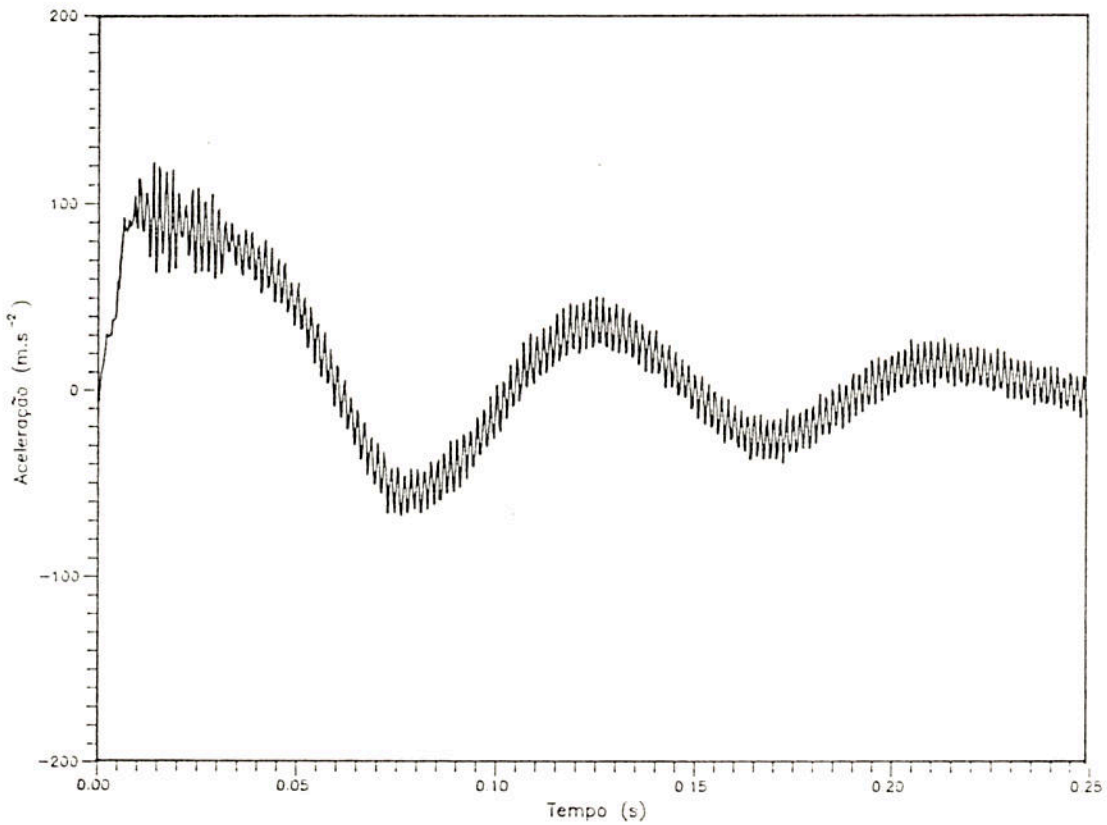


Figura 4.25 Ensaio 5 – Aceleração calculada na placa.

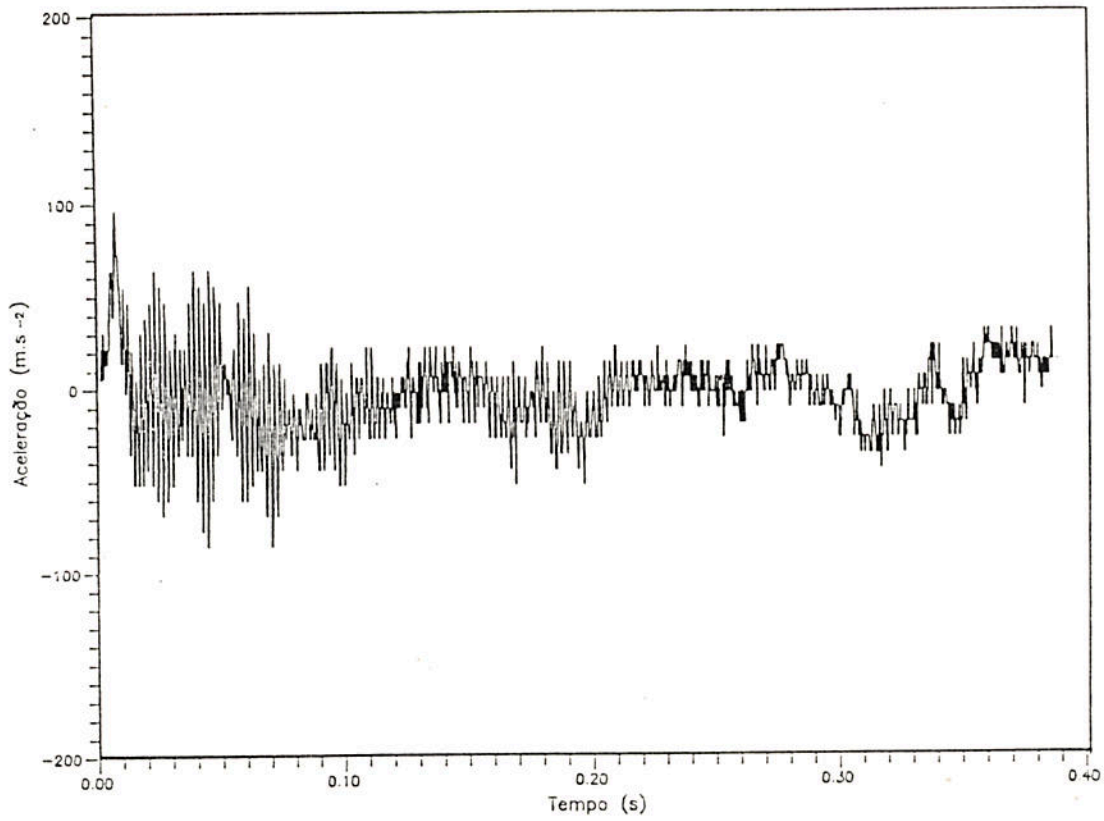


Figura 4.26 Ensaio 6 – Aceleração lida experimentalmente na placa.

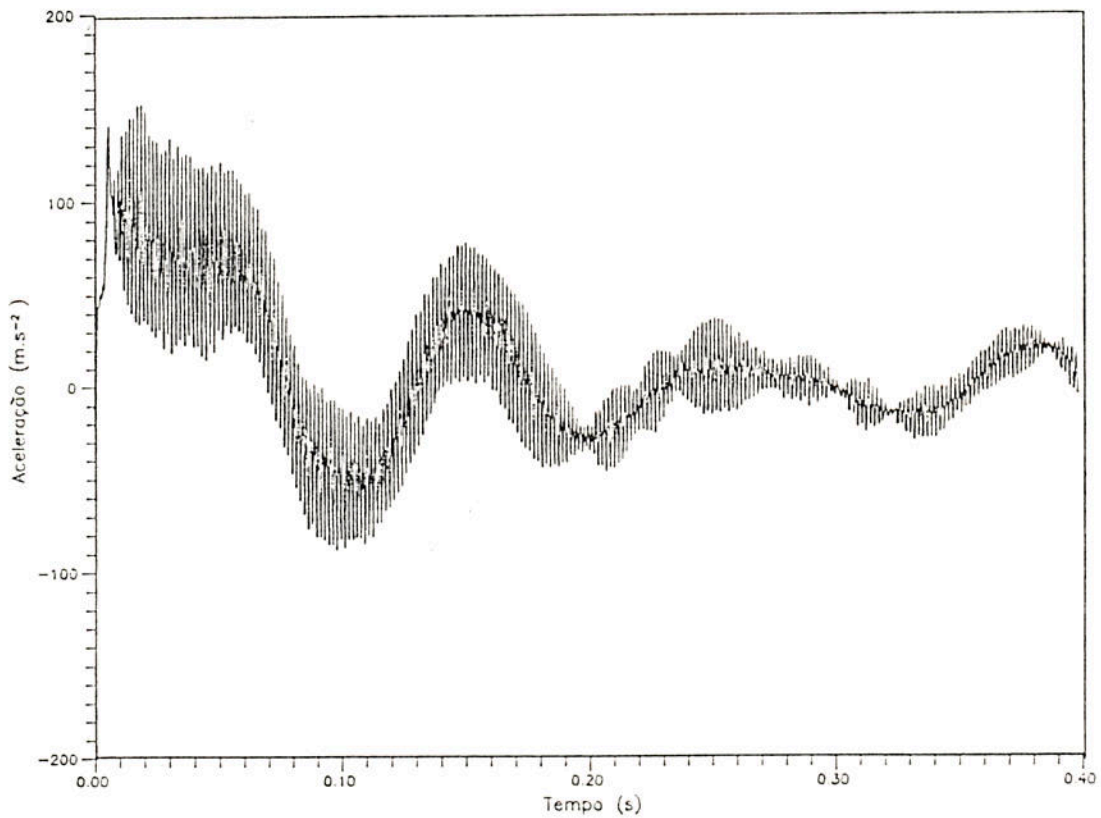


Figura 4.27 Ensaio 6 – Aceleração calculada na placa.

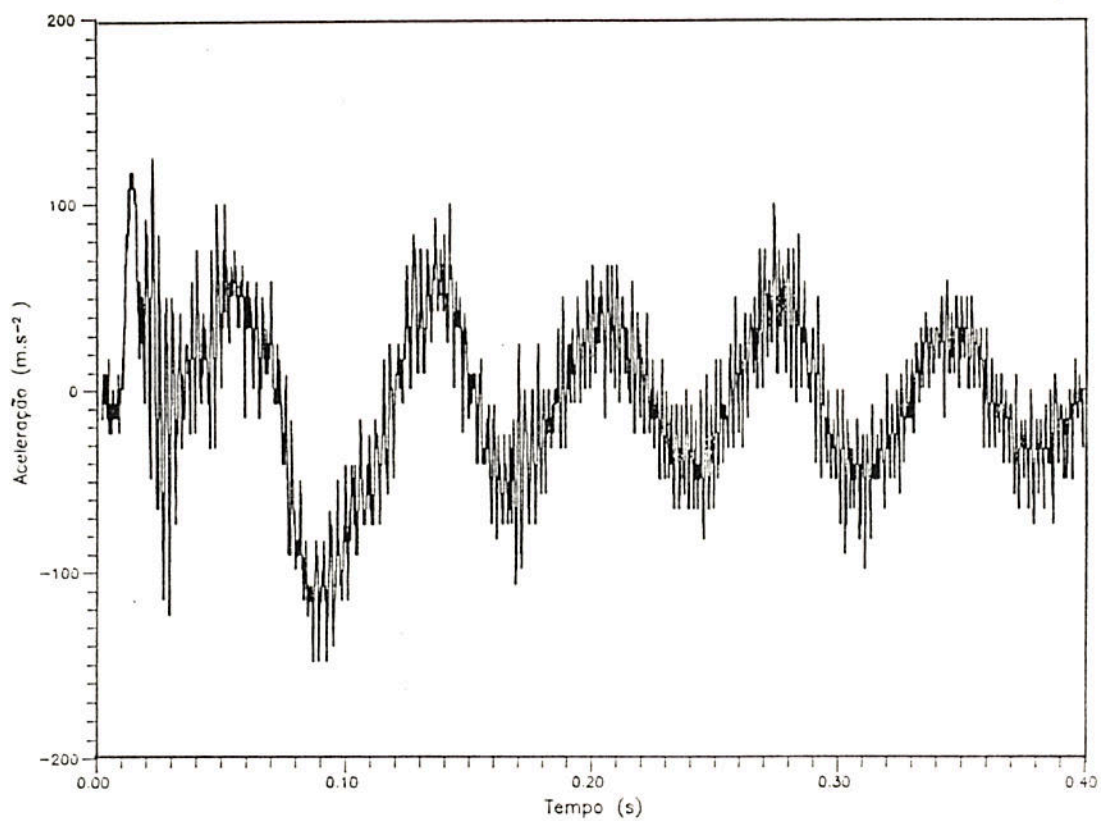


Figura 4.28 Ensaio 9 – Aceleração lida experimentalmente na placa.

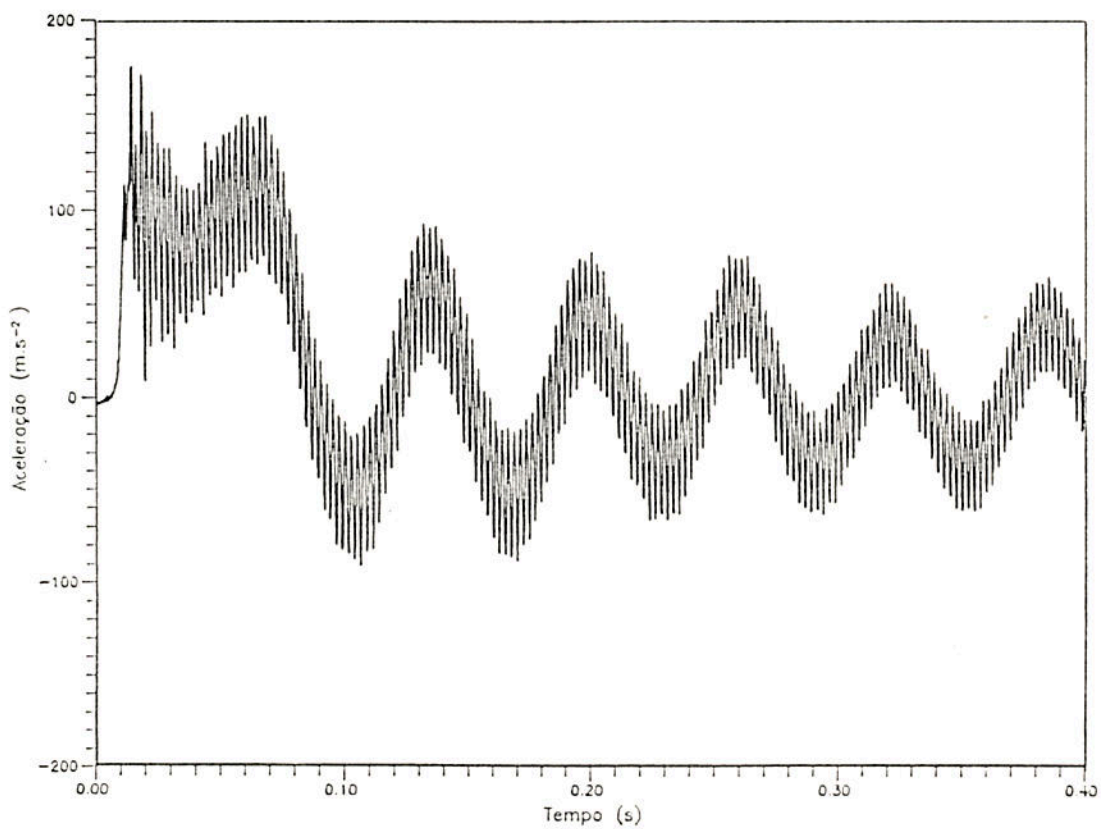


Figura 4.29 Ensaio 9 – Aceleração calculada na placa

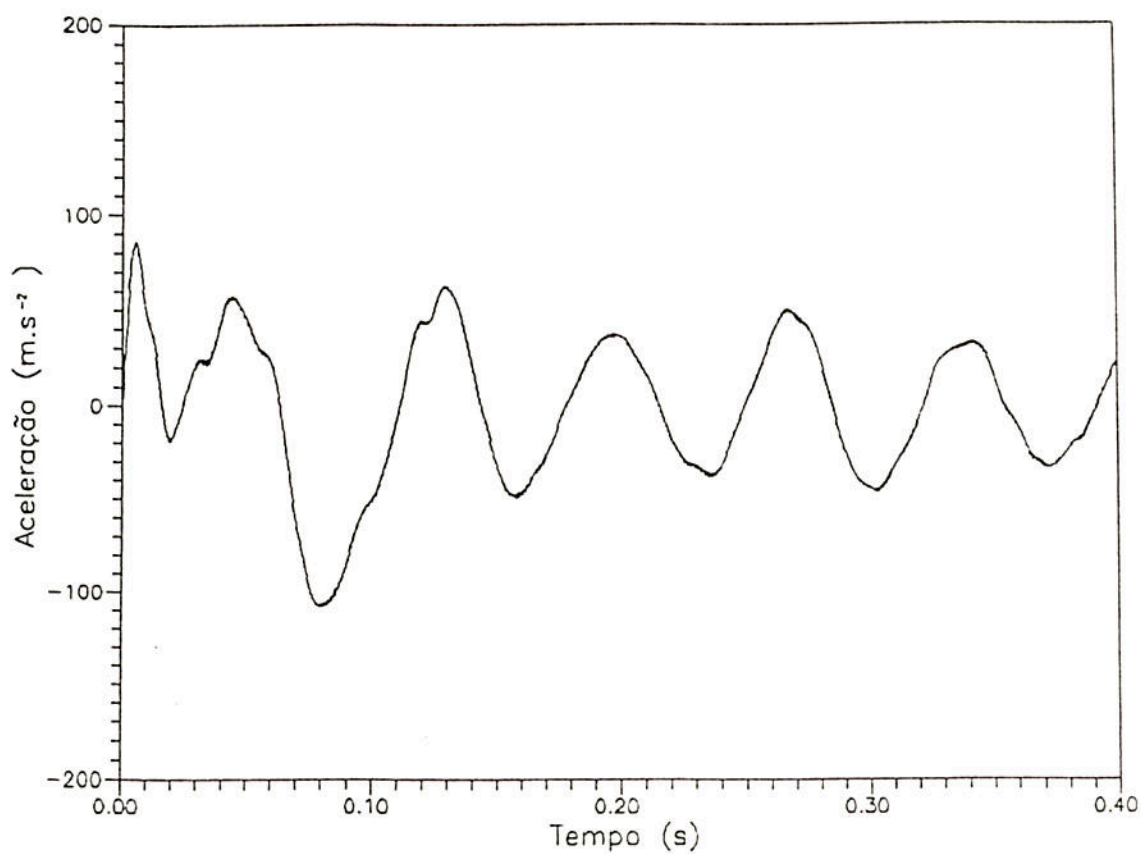


Figura 4.30) Ensaio n.9 - Registro na placa filtrado.

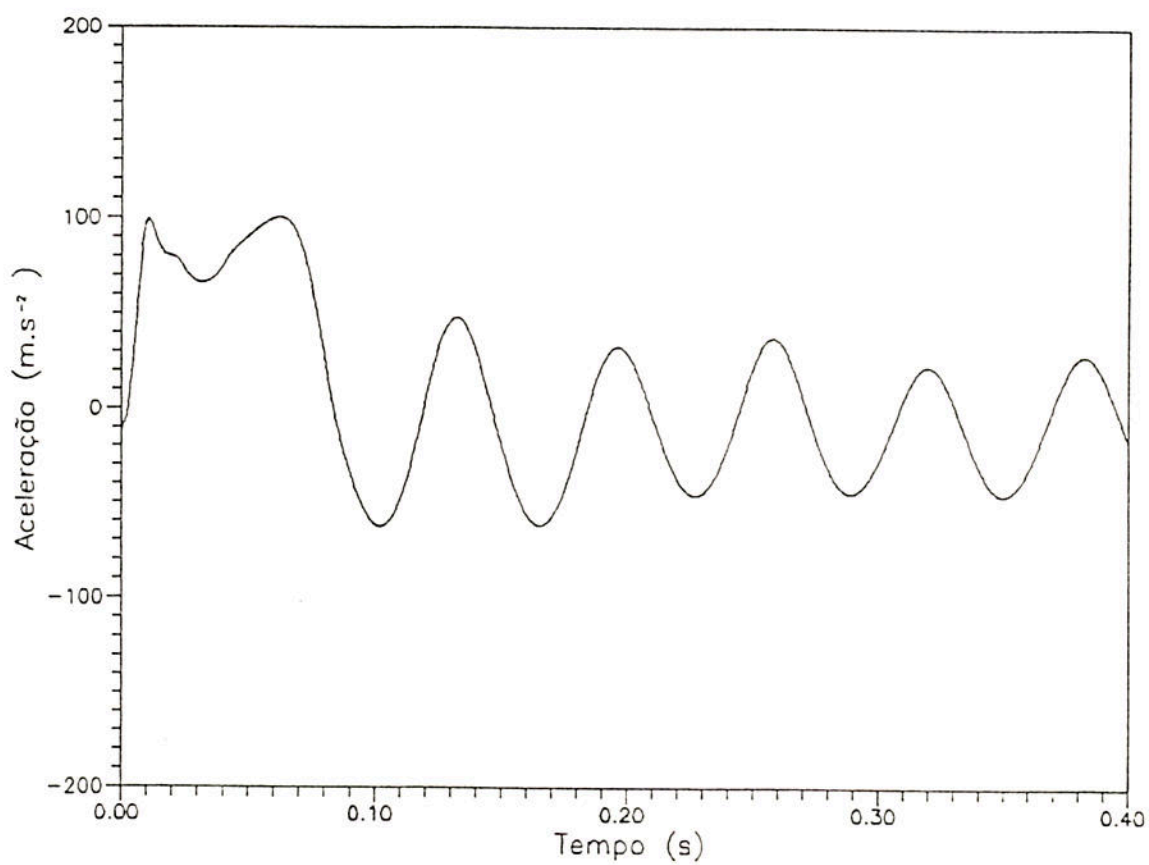
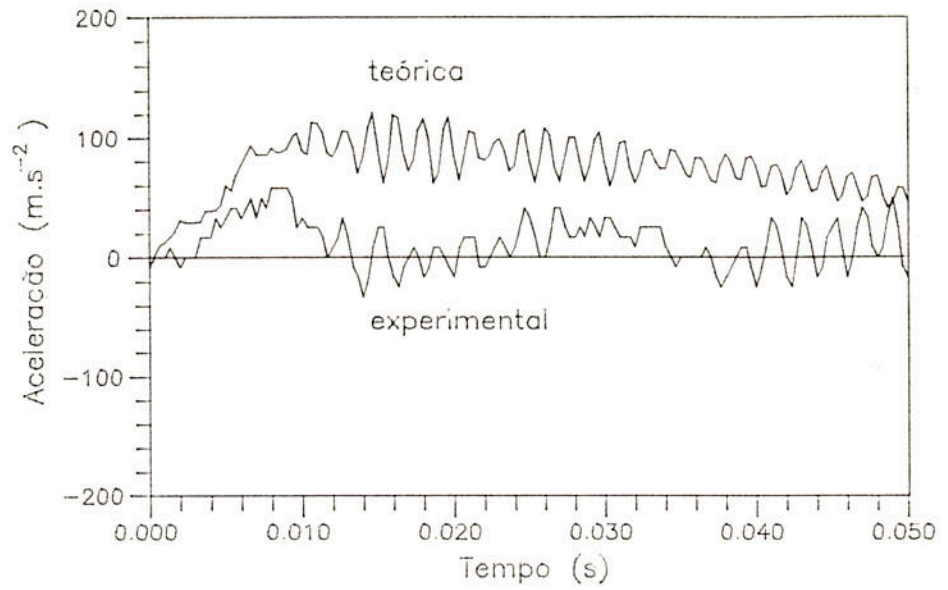
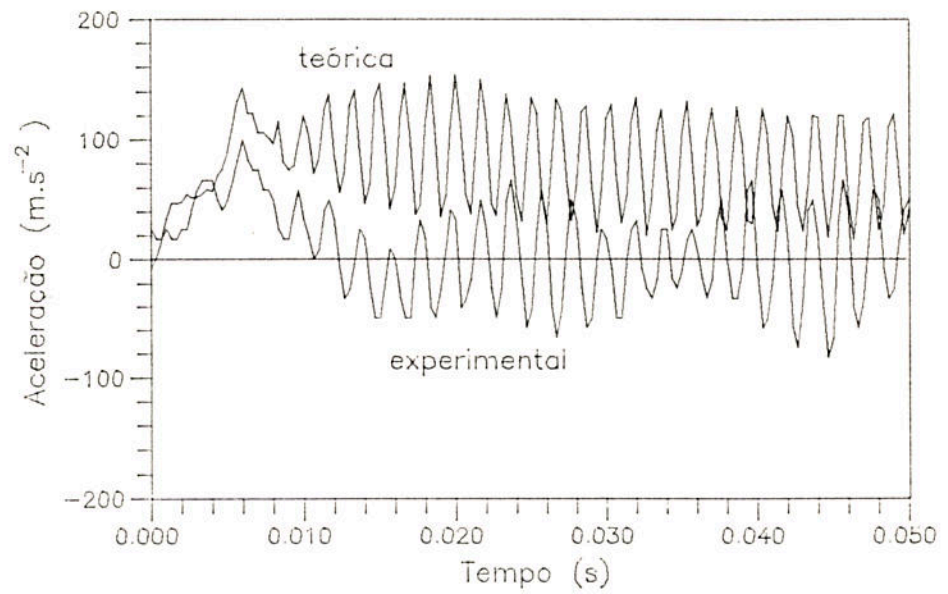


Figura 4.31) Ensaio n.9 - Aceleração calculada na placa filtrado.

a) Ensaio 5



b) Ensaio 6



c) Ensaio 9

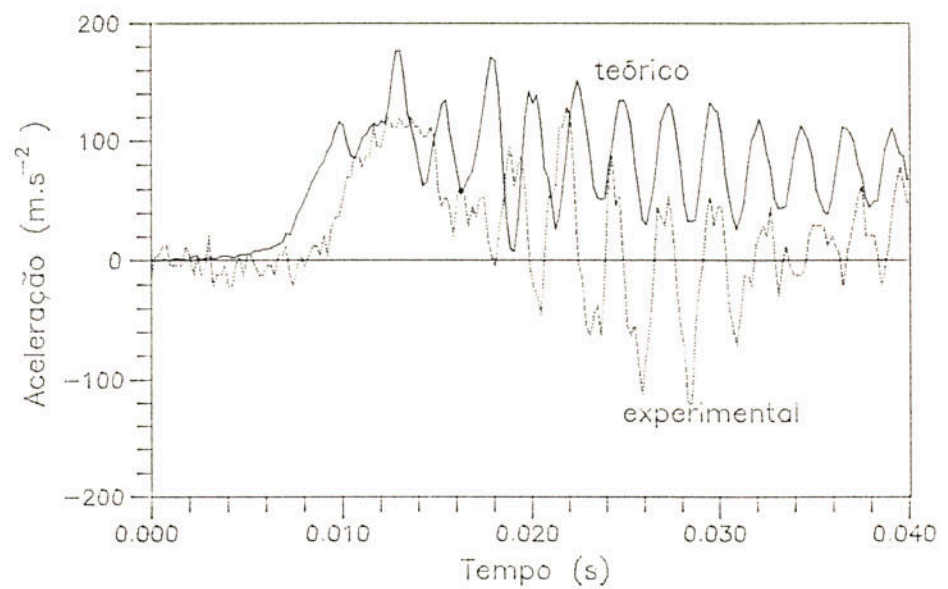


Figura 4.32 Acelerações lidas e calculadas na placa.

#### 4.3.5 Estudo das Freqüências

Valendo-se do uso do algoritmo de FFT (*Fast Fourier Transform*), conforme a ref [22], foi realizada a passagem do domínio tempo para o domínio freqüência dos dados teóricos e resultados experimentais em dois períodos dos históricos de acelerações obtidos no ensaio 9..

O primeiro período considerado é o que ocorre entre o início da queda e o primeiro impacto, no qual a estrutura está, ainda sem deformação permanente, em queda-livre. O segundo período é o que ocorre entre o primeiro impacto e o primeiro repique. Durante este intervalo de tempo, a estrutura está, já deformada plasticamente, em movimento parabólico em relação ao tempo na direção vertical. Em ambos os períodos a estrutura se mantém animada de vibrações livres transientes.

A aceleração lida experimentalmente na placa antes do impacto foi obtida tomando-se o arquivo de dados da figura 4.6-b), (da aceleração lida na placa), desde o início do registro até o momento do impacto. Para o 2<sup>o</sup> período considerado, (após o impacto), a aceleração foi obtida cortando-se este arquivo entre o o pulso do choque da queda e o devido ao primeiro repique.

No caso da estrutura teórica indeformada plasticamente, a aceleração foi obtida através da rotação do Dinam para a estrutura em estudo com a aplicação súbita de um carregamento externo em aceleração de valor de  $-9.8 \text{ m/s}^2$  com duração equivalente a 1/4 do período da aceleração obtida experimentalmente. Este arquivo está apresentado na figura 4.33. Para a aceleração teórica da estrutura deformada, foi tomado o arquivo da figura 4.29 a menos do período correspondente aos efeitos imediatos do choque.

O espectro de freqüências das acelerações lidas experimentalmente no primeiro período considerado, está apresentado na figura 4.34, enquanto que na figura 4.35 está impresso o espectro para este mesmo período tomado através do arquivo da figura 4.33, ou seja, da estrutura teórica sem deformação permanente animada de uma vibração transiente no primeiro modo.



Nas figuras 4.36 e 4.37, estão apresentados os espectros de frequências das acelerações livres na placa para a estrutura já deformada nos casos experimental e teórico, respectivamente.

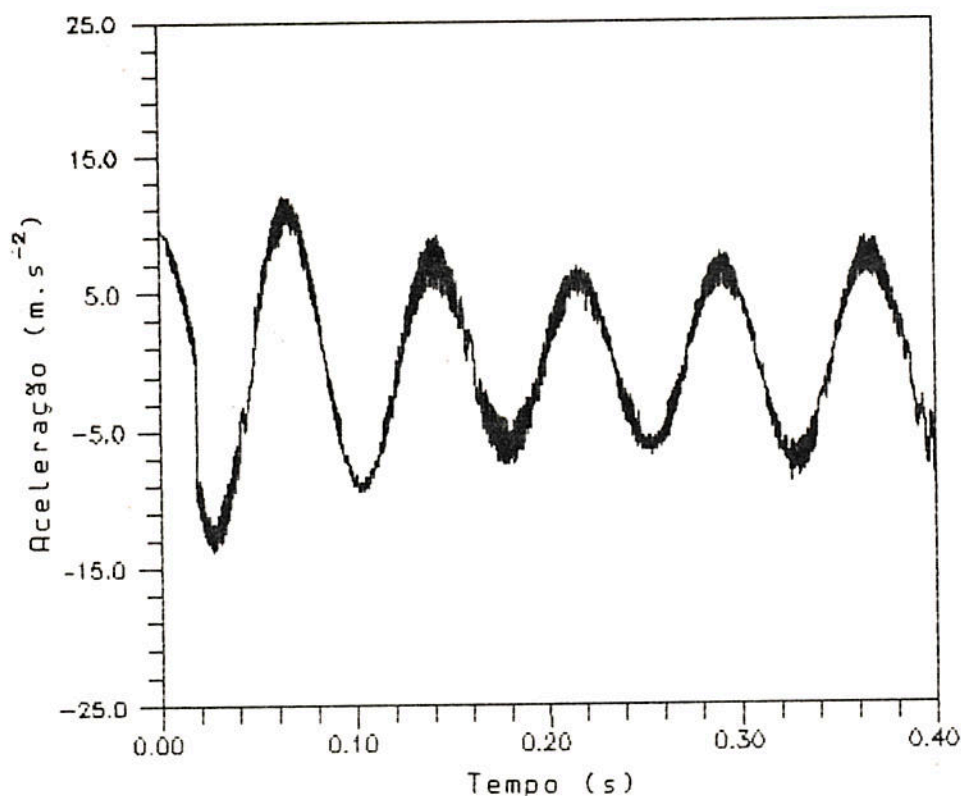


Figura 4.33 - Aceleração teórica na estrutura sem se deformar plasticamente.

Pode-se observar que as figuras 4.34 e 4.35 apresentam visíveis semelhanças, sendo que a frequência correspondente ao primeiro modo de vibração da estrutura real, segundo os registros medidos se dá a 12,17 Hz, enquanto que o modelo teórico fornece uma frequência de 13,39. Para o caso da estrutura deformada plasticamente, os registros experimentais indicam uma frequência de 14,00 Hze para o modelo teórico de 15,22 Hz.

Os resultados em termos de frequências indicam que após o impacto a estrutura se torna mais rígida pois as frequências de

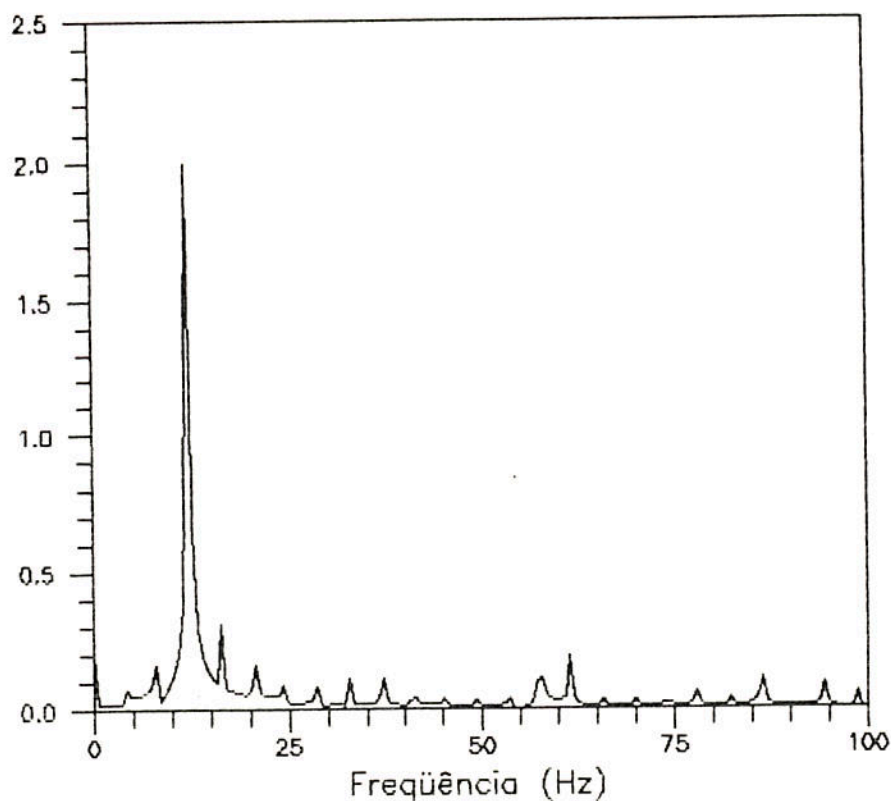


Figura 4.34 - Ensaio 9 - Espectro de frequência da aceleração registrada antes do impacto.

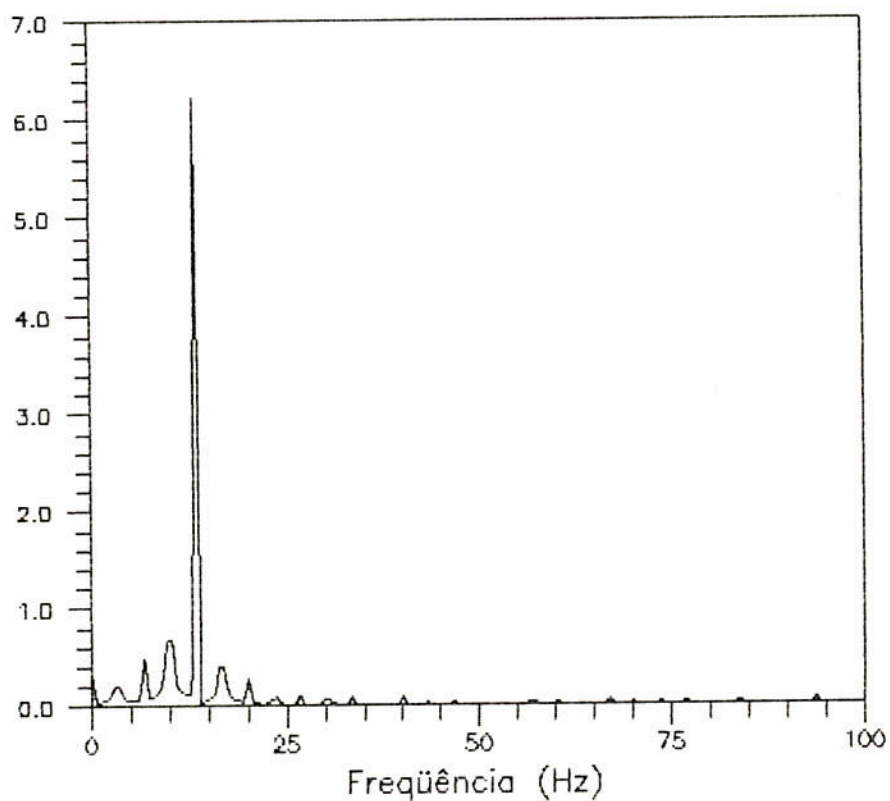


Figura 4.35 - Ensaio 9 - Espectro de frequência da aceleração calculada para uma carga de 1 g.

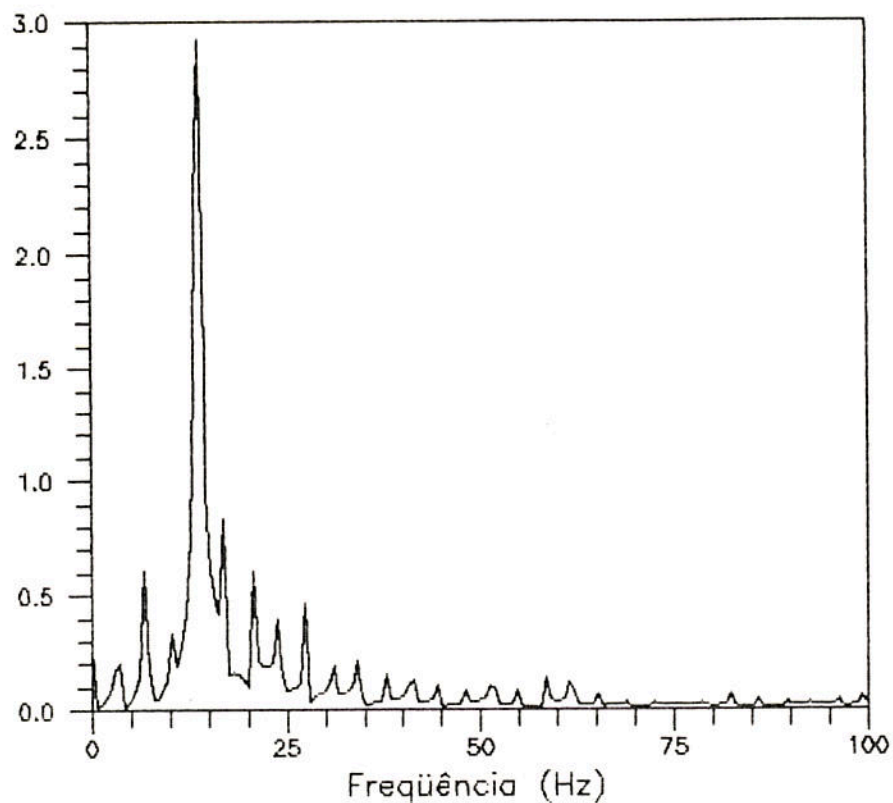


Figura 4.36 - Ensaio 9 - Espectro de frequência da aceleração registrada após o impacto.

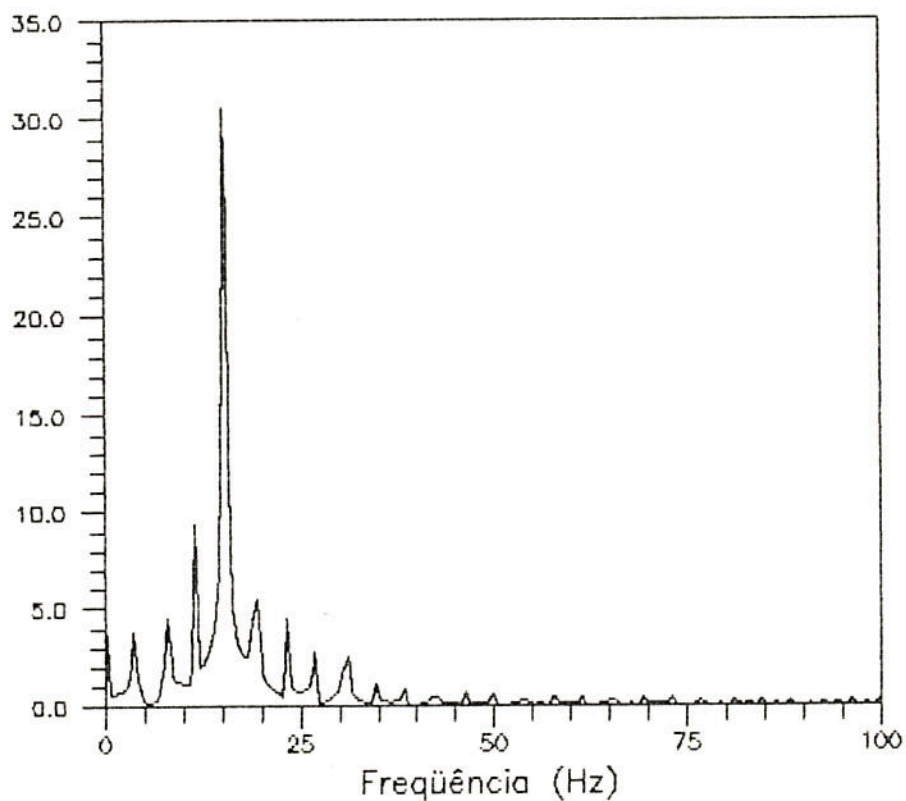


Figura 4.37 - Ensaio 9 - Espectro de frequência da resposta calculada para a estrutura após a deformação.

vibração livre aumentaram. O modelo teórico percebe este aumento na rigidez pela nova geometria que a estrutura assume após a plastificação dos isoladores; enquanto que, no caso real, este aumento na rigidez deve se dar tanto pela nova configuração geométrica, quanto pelo encruamento do material dos isoladores, justamente pela sua plastificação.

Na tabela 4.2 estão apresentadas as frequências fundamentais levantadas junto aos arquivos dos espectros de frequências:

		FREQUÊNCIAS FUNDAMENTAIS (FFT)	
		EXPERIMENTAL	TEÓRICO
C H O Q U E	ANTES	12,78 Hz	13,39 Hz
	APÓS	14,00 Hz	15,22 Hz

Tabela 4.2 Frequências Fundamentais.

## 5. CALIBRAÇÃO DOS ACELERÔMETROS

### 5.1 O Método de Calibração

No que se refere à transdução de excitações harmônicas, os acelerômetros possuem fatores de calibração próprios já fornecidos pelos fabricantes. Além disso, existem para este caso no LVDE (laboratório de Vibrações e Dinâmica Estrutural da UFRGS) dispositivos de laboratório feitos especialmente para a calibração dos mesmos; porém, no caso de calibração para excitações de choque, não há disponível, no LVDE, tanto a calibração fornecida pelo fabricante, quanto equipamentos de laboratório apropriados a este tipo de calibração. Portanto, para sanar estas deficiências, foi desenvolvida, a partir de informações obtidas na ref. [11], uma metodologia de calibração ao choque, a qual se vale diretamente dos dados fornecidos pelos ensaios. Para tanto, foi necessário uma acurada interpretação das histórias de acelerações fornecidas pelos mesmos.

#### 5.1.1 O Pulso de aceleração

Conforme foi afirmado no capítulo 4, os pulsos de carregamentos externos considerados nas rodagens do programa Dinam, para simular os ensaios, são somente os pulsos positivos registrados pelo acelerômetro da base do carro móvel. Isto se deve ao fato de que, conforme será visto na seção 5.4, não foi encontrada uma explicação plausível para a existência das acelerações negativas de grande amplitude registradas nos ensaios, como por exemplo no ensaio 9 (figura 5.1). Portanto, o método de calibração, que se verá a seguir, foi desenvolvido considerando-se como carregamento externo somente os pulsos positivos dos arquivos de aceleração registrados na base.

### 5.1.2 Ensaio 9: Aceleração na Base

A partir da figura 5.2, onde está impresso o arquivo filtrado digitalmente em 200 Hz, referente à aceleração na placa para o ensaio número 9, pode-se observar que, desde o instante inicial até 0,303 segundos, a placa está animada de uma aceleração cuja principal componente é visivelmente uma harmônica. Na figura 5.1, que corresponde à aceleração medida na base, entre o início da leitura e o instante de impacto, não se percebe nenhuma aceleração mais significativa. No instante 0,303 s., ocorre o impacto do carro da máquina contra o reparo fixo ao solo, que pode ser percebido, tanto na figura 5.1 quanto na 5.2, pela existência de um pico positivo de grande amplitude. A aceleração harmônica na placa (e não visível na base) na fase inicial dos registros enquanto a estrutura está em queda-livre, se deve, possivelmente, a uma vibração livre no primeiro modo do conjunto *placa-isoladores* em decorrência da liberação brusca do carro da máquina quando se dá o início da queda de todo o conjunto. A oscilação de reação que deve ocorrer no carro não é perceptivelmente registrada pelo acelerômetro da base, pois este, além de fornecer um menor sinal em milivolts por aceleração, está ligado ao carro da máquina, o qual possui uma inércia bem maior que a placa, vibrando, portanto a uma amplitude bastante pequena.

Entre os instantes 0,303 e 0,314 s., ocorre na base, o pulso de choque propriamente dito. Na placa ele inicia um pouco depois, em cerca de 0,309 s. e termina em cerca de 0,321 s. Em ambos os sinais, o pulso de choque é seguido de vibrações de altas-freqüências, mais visíveis na base que na placa, porque a estrutura do carro móvel é mais rígida que a formada pela placa e os isoladores. Na placa, a fase de perturbações é seguida de vibrações cuja principal componente é, também, praticamente, uma harmônica. Esta vibração livre possui amplitude e freqüência diferentes de quando em queda-livre. Isto é ocasionado pelas forças inerciais que se manifestam devido ao choque, além da mudança na rigidez da estrutura decorrente da plastificação e mudança de formato dos isoladores.

Como já foi dito, foi observado visualmente durante os ensaios que o conjunto todo (carro mais estrutura ensaiada) é rebatido para cima pelas forças de reação no choque contra o repa-

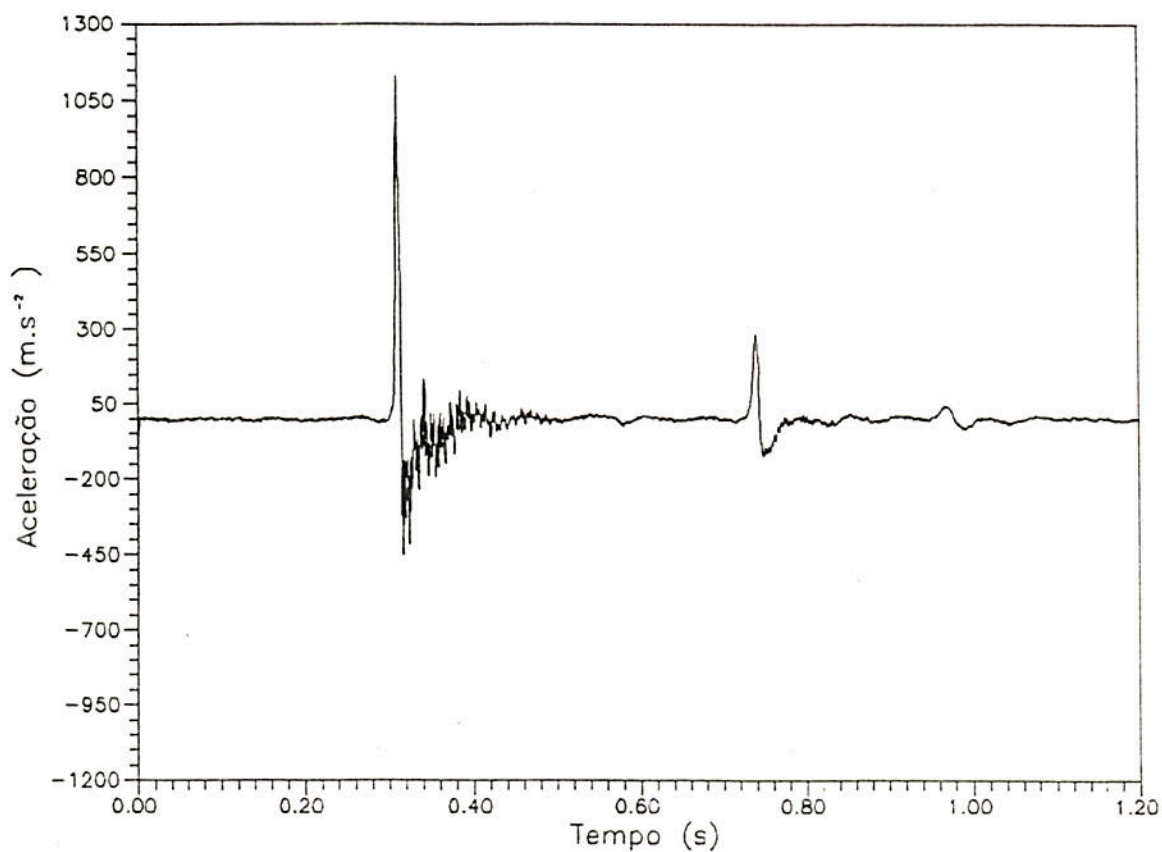


Figura 5.1) Ensaio n. 9 - Registro na base filtrado.

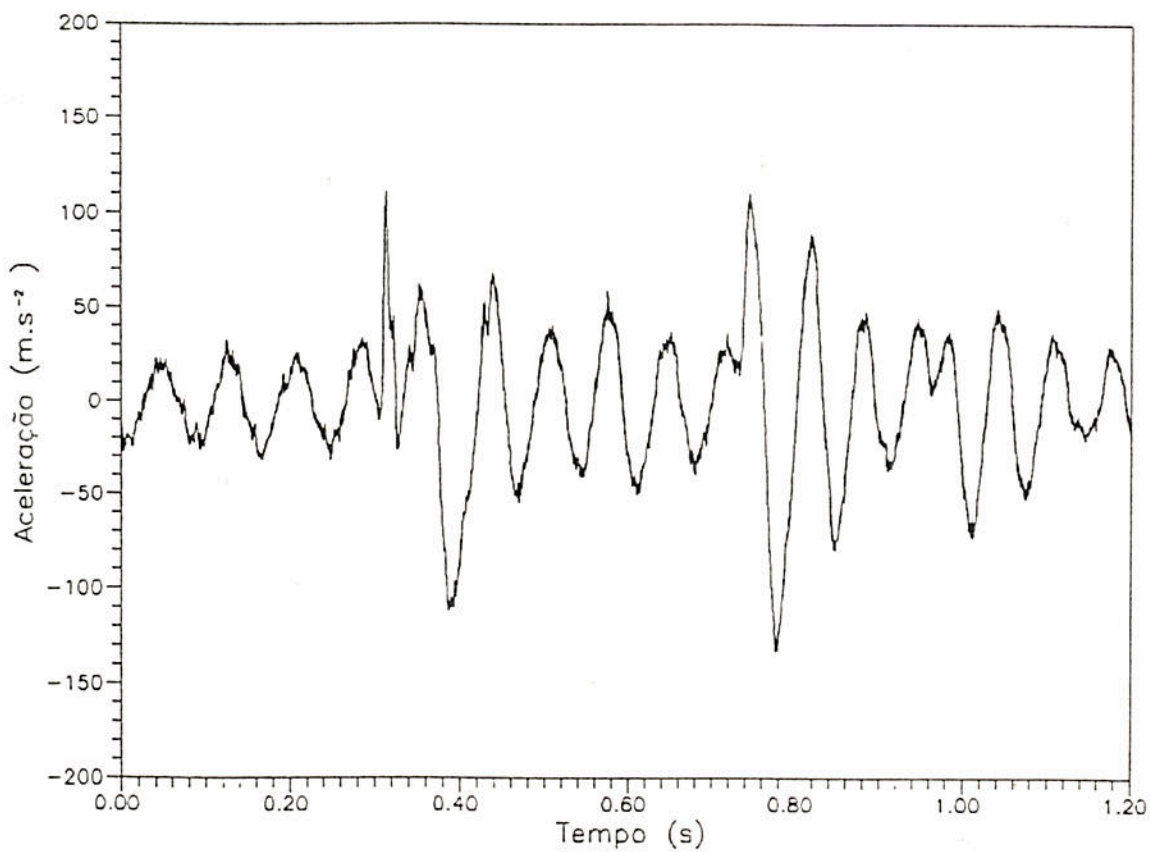


Figura 5.2) Ensaio n.9 - Registro na placa filtrado.

ro, ocorrendo de dois a três repiques até que a estrutura pare. Isto pode perfeitamente ser comprovado através dos registros das acelerações na base e na placa. Ou seja, entre os instantes 0,314 s. e 0,730 s., a estrutura está em movimento vertical parabólico em relação ao tempo (a velocidade horizontal é nula). Aos 0,730 s., ocorre o segundo pulso de impacto, que dura até 0,743 s. Após este outro impacto, manifestam-se efeitos semelhantes aos ocorridos entre o primeiro e o segundo até a ocorrência do terceiro choque; e assim por diante, enquanto existirem repiques.

É apresentado resumidamente a seguir, na tabela 5.1, o tempo de ocorrência de cada fenômeno identificado nos arquivos de acelerações na base e na placa:

BASE	PLACA	OCORRÊNCIA
0 A 0,303 s.	0 A 0,309 s.	queda-livre
0,303 a 0,314 s.	0,309 a 0,321 s.	primeiro impacto
0,314 a 0,730 s.	0,321 a 0,737 s.	primeiro repique
0,730 a 0,743 s.	0,737 a 0,764 s.	segundo impacto
0,743 a 0,957 s.	*	segundo repique
0,957 a 0,979 s.	*	terceiro impacto
0,979 a 1,100 s.	*	terceiro repique...

Tabela 5.1 Ensaio 9 - Ocorrências no tempo

\* Obs. Valores impossíveis de se determinar com precisão.

## 5.2 Fator de Calibração

O método de calibração utilizado baseia-se no fato de que a variação na velocidade de um sistema é dada pela integral definida da aceleração imposta ao sistema, em relação ao tempo de exposição do mesmo a esta excitação. No caso em estudo, a variação da velocidade devido ao pulso de choque é dada pela integral



ao longo do tempo da aceleração medida na base durante o impacto.

Por conveniência, optou-se por designar o tempo de duração do pulso por  $\tau/2$ , então:

$$\Delta v = \int_0^{\tau/2} A_c(t) dt \quad (5.2.1)$$

A variação da velocidade,  $\Delta v$ , é obtida através do módulo da diferença vetorial entre a velocidade no instante de início do choque com a velocidade instantânea logo após o mesmo.

Obtém-se então:

$$\Delta v = |\vec{v}_f - \vec{v}_i| \quad (5.2.2)$$

onde,  $\vec{v}_f$  é a velocidade ao fim do choque, e  $\vec{v}_i$  a velocidade no início do mesmo.  $\vec{v}_i$  pode ser calculada conhecendo-se a altura de queda  $h$ , por:

$$\vec{v}_i = \sqrt{2gh} \vec{j} \quad (5.2.3)$$

Por outro lado, é sabido que após o impacto a estrutura é repelida por ação das forças de choque no sentido contrário ao de queda, realizando um movimento parabólico em relação ao tempo na direção vertical. A velocidade  $\vec{v}_f$  pode ser calculada levando-se em consideração que a aceleração da gravidade necessita da metade do tempo em que a estrutura está no ar durante o repique para anular a própria  $\vec{v}_f$ . Chamando-se o tempo entre o primeiro e o segundo impacto de  $T_c$ , tem-se:

$$\vec{v}_f = -g \frac{T_c}{2} \vec{j} \quad (5.2.4)$$

Pode-se, então, calcular  $\Delta v$ :

$$\Delta v = \sqrt{2 g h} + g T_c/2 \quad (5.2.5)$$

O registro da aceleração pelo sistema de aquisição é feito em milivolts; para transformá-lo em  $m/s^2$  é necessário que se multiplique por uma constante de conversão para problemas de choque. O conjunto de pontos que define a curva lida em milivolts será designado de  $f(t)$ , enquanto que o fator de conversão por  $F_c$ , então:

$$A_c(t) = F_c f(t) \quad (5.2.6)$$

Aplicando-se (5.2.1) e (5.2.6) na (5.2.5), ter-se-á:

$$F_c \int_0^{\pi/2} f(t) dt = \sqrt{2 g h} + (g T_c)/2 \quad (5.2.7)$$

Donde obtém-se o fator de calibração  $F_c$ :

$$F_c = [\sqrt{2 g h} + (g T_c)/2] / \int_0^{\pi/2} f(t) dt \quad (5.2.8)$$

$F_c$  é considerado constante ao longo de todo o arquivo lido e é dado em  $m/(s^2 mv)$ .

### 5.3 Cálculo do Fator de Calibração Para Pulsos Aproximadamente Senoidais.

Objetivando facilitar o cálculo do fator de calibração para o caso de pulsos de formato aproximadamente senoidais, equa-

cionou-se analiticamente o cálculo do fator de calibração para este caso. Tomando-se o pulso meio-seno da figura 5.3, conhecendo-se a amplitude  $A_m$  e o tempo de duração do pulso  $\tau/2$ , tem-se, a partir da (5.2.7):

$$F_c \int_0^{\tau/2} A_m \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\tau}t\right) dt = \Delta v \quad (5.3.1)$$

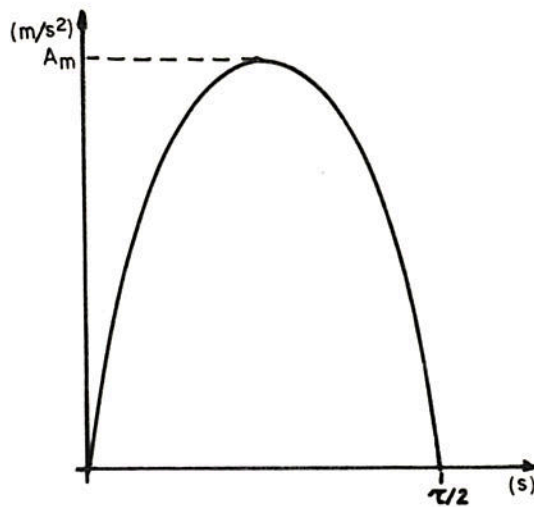


Figura 5.3 Pulso meio-seno.

Resolvendo-se a integral:

$$F_c A_m \int_0^{\tau/2} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\tau}t\right) dt = F_c A_m \frac{\tau}{2\pi} (\cos(0) - \cos(\pi)) = F_c A_m \frac{\tau}{\pi} \quad (5.3.2)$$

Então:

$$F_c A_m \frac{\tau}{\pi} = \Delta v \quad (5.3.3)$$

$$F_c = \Delta v \pi / (A_m \tau) \quad (5.3.4)$$

### 5.3.1 Cálculo do Fator de Calibração Utilizado

O fator de calibração utilizado foi calculado numericamente a partir dos arquivos de acelerações obtidos no ensaio número 9, pois como já foi visto, neste ensaio os registros das acelerações estão muito mais nítidos que nos demais ensaios. Assim, tem-se os seguintes valores para o cálculo do fator de calibração:

$$\begin{aligned} h &= 0,8500 \text{ m.} \\ \tau/2 &= 0,008 \text{ s.} \\ A_m &= 112,415 \text{ mv.} \\ T_c &= 0,4151 \text{ s.} \\ g &= 9,8 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

O valor da integral definida dada em (5.2.8) foi obtida integrando-se numericamente o pulso do registro por Simpson e vale 0,4911 mv.s.

Substituindo os valores acima na expressão (5.2.8), obtém-se  $F_c = 12,45 \text{ m/(s}^2\text{mv)}$ .

Por outro lado, através da (5.3.4), para estes valores, obtém-se  $F_c = 14,42 \text{ m/(s}^2\text{mv)}$ . Ocorre então, uma diferença de  $\pm 14\%$  que é devida à aproximação do pulso lido por um meio-seno. Este erro pode ser amenizado por uma avaliação mais criteriosa do valor de  $A_m$ , de forma a que ele aproxime mais precisamente a área definida pelo meio-seno à do pico lido. Da mesma forma foi calibrado o acelerômetro 1, com a diferença de que após fixado na base foi realizado um ensaio não destrutivo (queda apenas do carro). O valor calculado para a base foi de  $F_c = 8,3 \text{ m/(mv.s}^2)$ .

Assim sendo, em todos os estudos subsequentes, as calibrações  $F_c$  para os acelerômetros da base e da placa são respectivamente  $12,45 \text{ m/(mv.s}^2)$  e  $8,30 \text{ m/(mv.s}^2)$ .

### **5.4 Verificação da Calibração**

Com o objetivo de verificar a exatidão do método de calibração, foi feito um estudo do movimento *provável* do centro de gravidade do conjunto, a partir do momento em que ele é liberado

em queda-livre. Pode ser observado na figura 4.28 que após o choque da base do carro contra o reparo, ocorrem perturbações de alta-freqüência na base do carro móvel. Isto é devido à excitação dos modo mais altos da estrutura do carro, pois ela, obviamente, não é totalmente rígida.

Estas vibrações de alta-freqüência apresentam um valor médio negativo. Isto pode ser observado pela figura 5.4 que apresenta o arquivo da aceleração do ensaio 9 lida na base filtrada a 30 Hz. Esta média negativa pode ser atribuída a uma combinação de efeitos de "overshoot" tanto do filtro analógico quanto dos acelerômetros piezoelétricos utilizados. A referência 11, no capítulo número 16, apresenta um estudo mais aprofundado do comportamento deste tipo de acelerômetro a cargas de choque e do decaimento do sinal com o tempo.

A existência de vibrações de alta freqüência com média negativa implicaria na ocorrência de um carregamento externo na direção contrária a da força aplicada sobre a base pelo impacto, sendo que este carregamento teria, como pode ser visto na figura 5.4, uma amplitude considerável. Porém, após o impacto, as únicas forças externas conhecidas atuando sobre o conjunto são a do atrito viscoso do ar e da aceleração da gravidade, ambas, portanto de amplitudes reduzidas. Considerou-se, por este motivo, os registros de aceleração imediatamente após o impacto como uma superposição da distorção do filtro analógico somada às vibrações internas no carro móvel da máquina de ensaio. Ambas, portanto, não podendo ser consideradas como carregamentos externos.

Devido a isso, na presente análise, os carregamentos aplicados sobre a estrutura, conforme a equação (4.2.5), foram tomados *cortando-se* o arquivo de acelerações de maneira a se isolar o seu pulso positivo do resto do registro, considerando-o como o *próprio* carregamento externo devido ao impacto. A metodologia de calibração foi desenvolvida de acordo com esta consideração, e, para verificá-la, optou-se por estudar o movimento *provável* do centro de gravidade da estrutura, o qual não sofre influência dos deslocamentos relativos entre os elementos que compõem o sistema em movimento. Desta maneira, na presente análise é considerado que as forças de atrito do ar são desprezíveis devido às baixas velocidades em jogo durante o fenômeno, que a aceleração aplicada na base pelo impacto é integralmente transmitida ao

centro de gravidade da estrutura e que, logo após o choque (enquanto a estrutura está em movimento parabólico vertical), a força gravitacional é a única carga externa aplicada. Portanto, para o centro de gravidade do sistema ter-se-á uma curva de acelerações semelhante à da base, a menos das acelerações que se identificou como sendo ocasionadas por forças internas à estrutura. A esta aceleração, deve-se acrescentar o efeito da gravidade, pois ele não é percebido pelos acelerômetros utilizados. Esta curva será então formada pelos picos de aceleração relativos aos choques contra os reparos, somados ponto a ponto à aceleração da gravidade.

Nas figuras 5.5 a 5.7 estão graficadas para o ensaio 9, as acelerações, velocidades e os deslocamentos relativos ao centro de gravidade; sendo os dois últimos obtidos por integração numérica do primeiro. Note-se que o tempo entre o início da queda e o instante do impacto não está disponível no arquivo de dados, pois a leitura dos mesmos começa após a estrutura estar em queda-livre. Portanto, a figura 5.5 foi gerada a partir de um arquivo de dados que considera o tempo de queda  $T_q$ , dado por  $T_q = \sqrt{2h/g} = 0,4165$ , onde  $h$  é a altura de queda (0,85 m) e  $g$

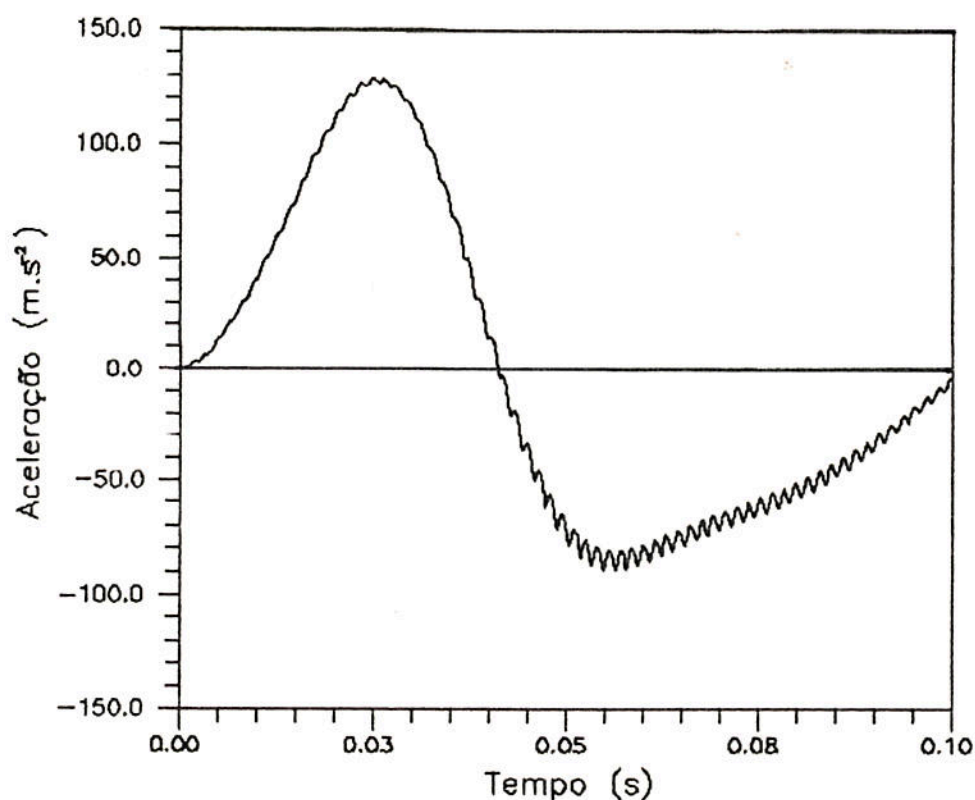


Figura 5.4 Ensaio nº9 - Pico da aceleração lida na base.

a aceleração ( $-9,8 \text{ m/s}^2$ ) entre o início da queda e o primeiro pico e entre os demais picos. Por outro lado, na figura 5.6 pode-se verificar que a velocidade após o primeiro impacto muda de sinal devido ao pulso de aceleração, o que corresponde à mudança de direção no movimento do sistema, ocasionada pelo choque. A seguir, devido à gravidade, a velocidade diminui paulatinamente até trocar novamente de sinal, porém, desta vez em sentido contrário (de queda) e assim, igualmente, para o segundo repique. Já, na figura 5.7 pode-se observar que a posição vertical em que ocorre o primeiro choque é ligeiramente inferior à que ocorre o segundo, isto é devido ao fato de que as forças envolvidas no primeiro impacto são de magnitudes maiores que no segundo, ocasionando, no primeiro caso, uma deformação maior na borracha moduladora, cuja espessura é de  $0,075 \text{ m}$ .

Por intermédio das constatações acima apresentadas, pôde-se concluir que a calibração utilizada para o acelerômetro da base é coerente com o que se espera para o movimento do centro de gravidade do conjunto.

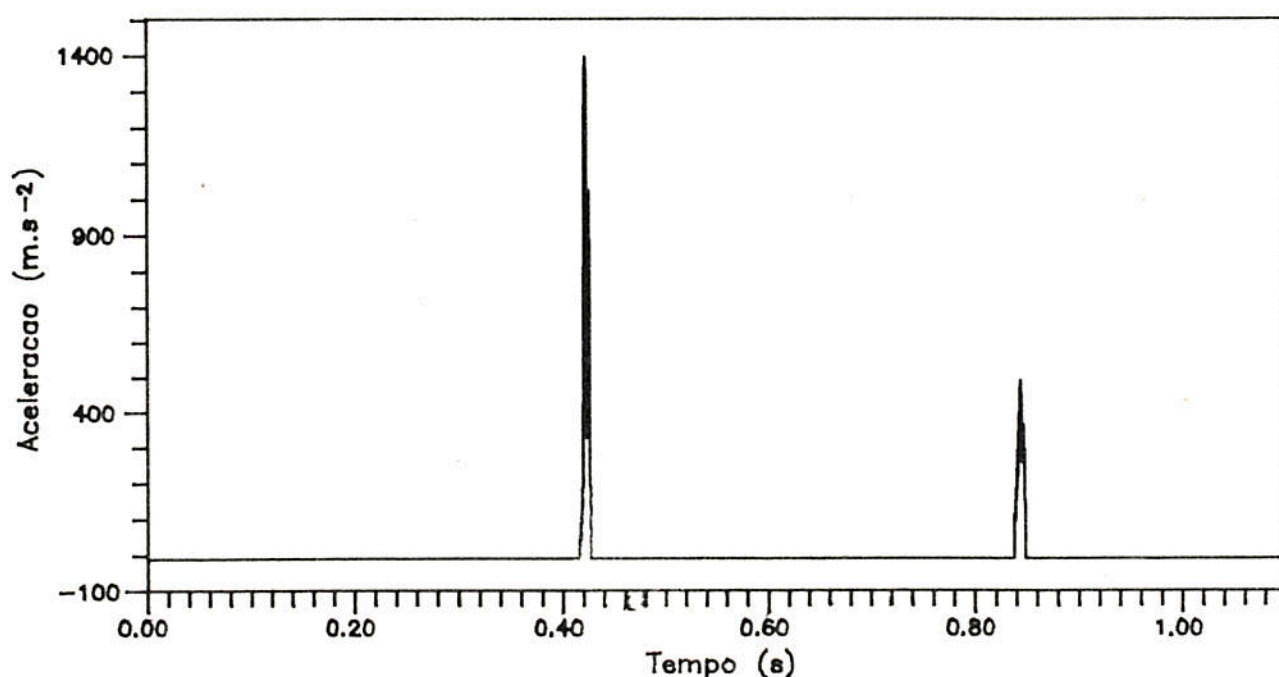


Figura 5.5 Ensaio 9 - Aceleração absoluta na base.

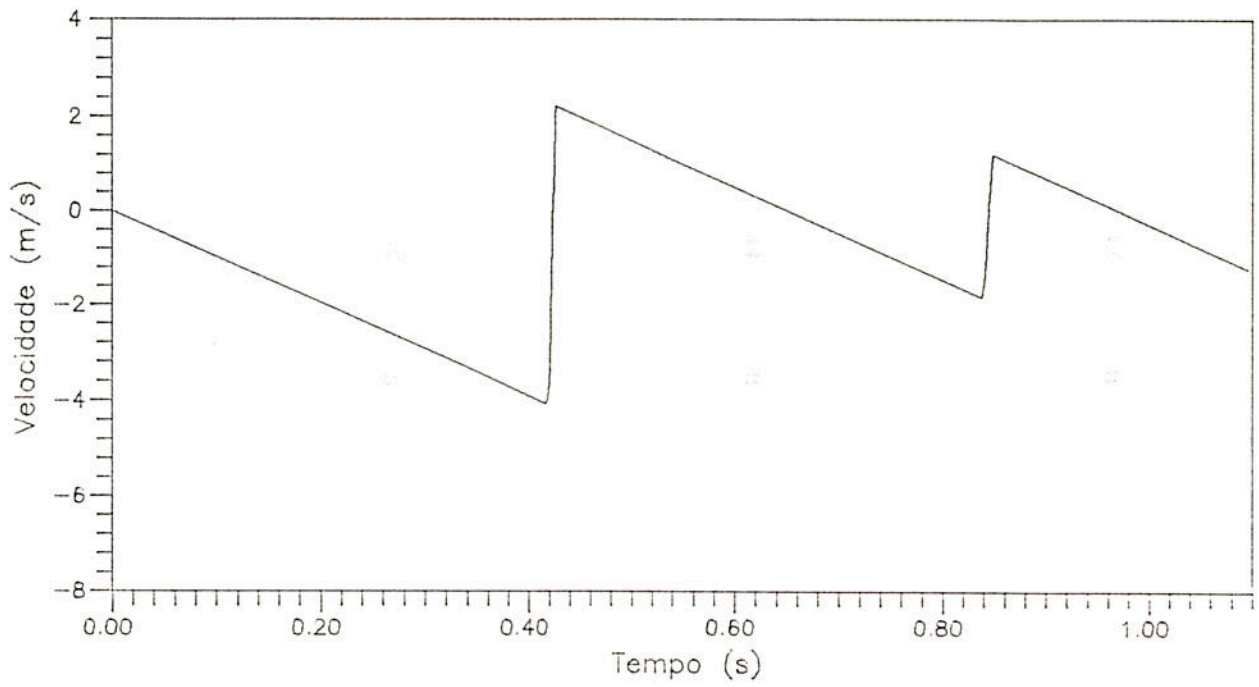


Figura 5.6 — Ensaio n.9 — Velocidade absoluta na base.

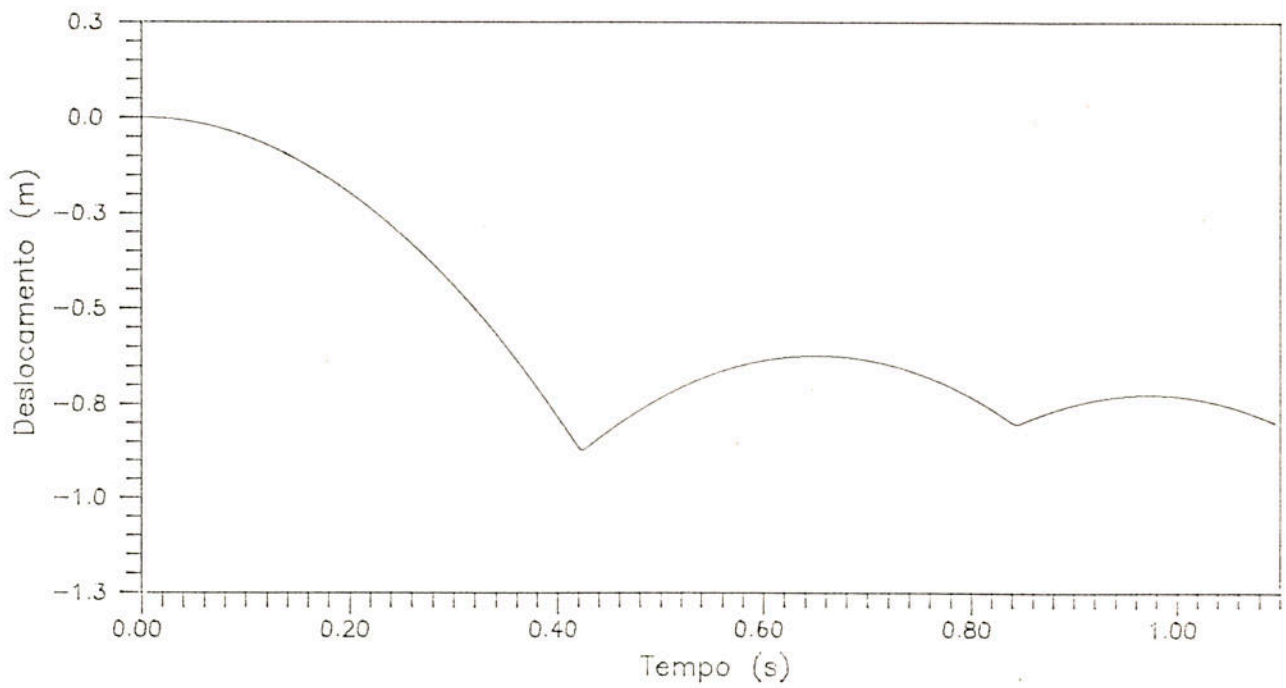


Figura 5.7 — Ensaio n.9 — Deslocamento absoluto na base.



## 6. CONCLUSÕES

A presente dissertação objetivou a realização de um estudo teórico-experimental de isoladores ao choque, de modo a constituir uma metodologia genérica de análise de isoladores metálicos ao choque.

Em se tratando de modelos físicos de discretização, o modelo *RBSM* (Rigid Body Spring Model) pode ser considerado como simples, sendo que, através dos exemplos estudados e apresentados na seção 3.5, é possível constatar que este modelo implementado juntamente com o algoritmo de integração numérica por diferenças finitas centrais, apresenta bons resultados, sendo suficientemente confiável para a utilização na análise proposta.

Os resultados obtidos nos quatro exemplos rodados permitem a conclusão de que, não apenas o modelo teórico e o algoritmo de integração satisfazem os requisitos necessários à análise, mas também de que todas as rotinas implementadas no programa Dinam funcionam conforme o desejado. No exemplo 1, que estuda a estabilidade de um arco submetido subitamente a uma carga dinâmica constante, é testada principalmente a rotina que considera a não-linearidade geométrica. Pelos resultados obtidos (as deformadas da estrutura com a aplicação de cargas abaixo e acima do valor crítico de desestabilização), e sabendo-se que os mesmos não seriam possíveis sem a devida redefinição das coordenadas dos nós da estrutura, pode-se afirmar que esta rotina está funcionando satisfatoriamente. O mesmo pode ser dito em relação ao exemplo n<sup>o</sup> 3, onde se calcula a posição de estabilização de um mecanismo com movimento transiente, a não-linearidade geométrica é novamente testada, pois os deslocamentos envolvidos são de grande amplitude. No exemplo n<sup>o</sup> 2, que computa a resposta dinâmica de uma viga bi-apoiada devido também a aplicação de uma carga dinâmica cons-

tante, os resultados indicam que o amortecimento viscoso implementado no programa Dinam é perfeitamente válido, tendo os resultados se aproximado bastante da resposta fornecida pelo autor do trabalho de onde foi extraído o exemplo (ref |19|). No exemplo nº4, são testadas principalmente a rotina de implementação da não-linearidade física (modelo elastoplástico perfeito) e da interpolação dos dados do carregamento, o qual varia bastante com o tempo. Seus resultados, comparados com os fornecidos pela referência |17|, permitem afirmar que ambas as rotinas testadas funcionam bem.

Partindo-se da constatação de que considerando-se o estudo do movimento provável do centro de gravidade da estrutura, a metodologia de calibração é válida; de que, pelos exemplos rodados, o programa de análise numérica (Dinam) apresenta um bom desempenho; e, principalmente, de que os resultados teóricos obtidos nos ensaios rodados (5,6 e 9) se aproximaram razoavelmente dos fenômenos reais, pode-se afirmar que o modelo sísmico de análise, tomando-se como carregamento externo o produto do pulso de aceleração lido na placa pelo valor da massa da mesma, pode ser confiavelmente utilizado no estudo teórico-experimental e que esta metodologia de análise está apta a ser utilizada para se testar teoricamente outros tipos de isoladores metálicos, ou seja, rodar e analisar problemas com outros tipos de isoladores sem a necessidade de se fazer os os ensaios correspondentes.

Por outro lado, ao longo do trabalho realizado, pôde-se constatar que um suporte de programas auxiliares, como a planilha de entrada de dados e o programa de animação gráfica, é extremamente importante no desempenho da análise como um todo, seja pela facilidade na mudança de parâmetros na entrada de dados, ou pela rapidez na análise dos resultados, proporcionando um grande número de tentativas (rodagens), com relativamente pouco trabalho para o usuário.

Os isoladores tipo duplo-J apresentaram uma boa performance no que tange à transmissibilidade, ou seja, à relação existente entre a amplitude máxima da aceleração transmitida à chapa de aço (lida pelo acelerômetro instalado na placa) e a amplitude

tante, os resultados indicam que o amortecimento viscoso implementado no programa Dinam é perfeitamente válido, tendo os resultados se aproximado bastante da resposta fornecida pelo autor do trabalho de onde foi extraído o exemplo (ref [19]). No exemplo nº4, são testadas principalmente a rotina de implementação da não-linearidade física (modelo elastoplástico perfeito) e da interpolação dos dados do carregamento, o qual varia bastante com o tempo. Seus resultados, comparados com os fornecidos pela referência [17], permitem afirmar que ambas as rotinas testadas funcionam bem.

Partindo-se da constatação de que considerando-se o estudo do movimento provável do centro de gravidade da estrutura, a metodologia de calibração é válida; de que, pelos exemplos rodados, o programa de análise numérica (Dinam) apresenta um bom desempenho; e, principalmente, de que os resultados teóricos obtidos nos ensaios rodados (5,6 e 9) se aproximaram razoavelmente dos fenômenos reais, pode-se afirmar que o modelo sísmico de análise, tomando-se como carregamento externo o produto do pulso de aceleração lido na massa sísmica pelo valor da mesma, pode ser confiavelmente utilizado no estudo teórico-experimental e que esta metodologia de análise está apta a ser utilizada para se testar teoricamente outros tipos de isoladores metálicos, ou seja, rodar e analisar problemas com outros tipos de isoladores sem a necessidade de se fazer os os ensaios correspondentes.

Por outro lado, ao longo do trabalho realizado, pôde-se constatar que um suporte de programas auxiliares, como a planilha de entrada de dados e o programa de animação gráfica, é extremamente importante no desempenho da análise como um todo, seja pela facilidade na mudança de parâmetros na entrada de dados, ou pela rapidez na análise dos resultados, proporcionando um grande número de tentativas (rodagens), com relativamente pouco trabalho para o usuário.

Os isoladores tipo duplo-J apresentaram um bom desempenho no que tange à transmissibilidade, ou seja, à relação existente entre a amplitude máxima da aceleração transmitida à massa sísmica (lida pelo acelerômetro instalado na placa) e a amplitude

máxima da aceleração de carga (lida pelo acelerômetro da base do carro móvel da máquina de ensaio). Nos ensaios realizados, o valor médio da transmissibilidade foi de 0,21, ou seja, o valor de pico da aceleração na base foi, em média, cerca de 5 vezes maior do que o valor do pico de aceleração medido na placa. Um estudo mais aprofundado da transmissibilidade necessita da análise do problema segundo o enfoque do conceito de *espectro de choque*, o que não é objetivo do presente trabalho.

É necessário se salientar que apesar dos resultados obtidos terem sido considerados satisfatórios, existe a possibilidade de se fazer algumas modificações no sentido de se melhorar a metodologia de análise e aproximar mais o modelo teórico da realidade. Estas modificações não foram realizadas por extrapolarem os objetivos iniciais deste trabalho, mas podem, dependendo do encaminhamento futuro do trabalho de pesquisa, virem a ser feitas. Dentre elas podemos citar:

- Estudo dos efeitos dos repiques, os quais podem influenciar nas deformadas finais da estrutura, por se constituírem na aplicação de mais carregamentos externos.

- Utilização de um modelo constitutivo mais complexo que o elastoplástico-perfeito.

- Implementação de uma rotina que permita estudar estruturas espaciais, fornecendo assim a possibilidade de estudo de uma gama maior de casos.

Como continuidade do presente trabalho, além das melhorias supra-citadas, há a possibilidade de se alterar os isoladores, o elemento modulador do impacto e a massa da placa. Os isoladores através da mudança das dimensões, da forma e do material dos mesmos. O elemento modulador do impacto através da troca da borracha da base da máquina de ensaio que fornece um pulso aproximadamente senoidal por outro material, como, por exemplo, chumbo, que fornece um pulso de forma aproximada a um dente-de-serra. Finalmente, pode-se alterar o valor da massa do elemento sísmico trocando-se a placa utilizada por outra de diferente material ou dimensões. Com estas alterações surge a possibilidade de

se realizar a análise de ensaios diferenciados, e, através da teoria da similitude, generalizar os resultados, de forma a se propor uma nova metodologia de projeto de isoladores.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BATHE, K.J., WILSON, E.L. Numerical methods in finite element analysis. Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall, 1976.
2. BECKWITH, T.G., BUCK, N.L., MARANGON, R.D. Mechanical Measurements. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1965.
3. BELYTSCHKO, T. Explicit time integration of structure. In: SEMINAR ON ADVANCED STRUCTURAL DYNAMICS, 1978, Varese. Proceedings London :Applied Science, 1980. 471 p. cap. 4.
4. BELYTSCHKO, T., HOLMES, N., MULLEN, R. Explicit integration : stability, solution properties, cost. In: SYMPOSIUM OF FINITE ELEMENT ANALYSIS OF TRANSIENT NONLINEAR STRUCTURAL BEHAVIOIR, 1975, Houston. New York, ASME, 1975. Cap. 1
5. BIGNON, P.G., RIERA, J.D. Verification of methods of analysis for soft missile impact problems. Porto Alegre : CPGEC/UFRGS, 1979.
6. BURTON, Ralph Vibration and Impact. Reading, Mass. Addison-Wesley, 1958.
7. CRAFTON, Paul A. Shock and vibration in linear systems. New York : Harper & Brothers, 1961.
8. CREDE, Charles E. Choque e vibração nos projetos de engenharia. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1972.
9. FERTIS, Demeter G., Dynamics and vibration of structures. New York, John Wiley, 1973.

- 10 HALL, John F. An FFT algorithm for structural dynamics. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, v.10, n.6/ p.797-811, Nov./Dec. 1982.
- 11 HARRYS, Cyril M., CREDE, Charles E. (Eds.) Shock and vibration handbook. 2.ed. New York : McGraw-Hill, 1976.
12. HAYASHI, Yassunori Sobre um modelo de discretização de estruturas tridimensionais aplicado em dinâmica não linear. Porto Alegre : CPGEC 1982, 87p. Dissertação (Mestrado em Engenharia)- Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- 13 INGLATERRA. Ministry of Defence. Ship Department. Schok manual (metric) : BR 3021 (2). London : 1974.
14. KEAST, David N. Measurements in mechanical dynamic. New York, McGraw Hill, 1967.
15. MEIROVITCH, Leonard Elements of Vibration Analysis New York, McGraw-Hill, 1975. 495p.
16. PAIXÃO, Rômulo de Freitas. Estabilidade de estruturas espaciais treliçadas. Porto Alegre : CPGEC, 1984. 77p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
17. PAZ, Mario Microcomputer aided engineering : structural dynamics. New York, Van Nostrand Reinhold, 1986. 321p.
18. PFEIL, Walter Estruturas de aço. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1976.

19. PROVIDAKIS, C.P., BESKOS, D.E. Dynamic analysis of beams by the boundary element method. Computers & Structures. V.22, n.6, p.957-984, 1986.
20. RIERA, J.D. basic concepts and load characteristics in impact problems. In: SYMPOSIUM ON CONCRETE STRUCTURES UNDER IMPACT AND IMPULSIVE LOADING, 1982, West Berlin. Introductory volume, West Berlin, Bundesanstalt Für Materialprüfung, 1982. p.7-29.
21. SACZALSKI, K.J. Modeling and computational solution procedure for prediction of structural crash-impact response. In: SYMPOSIUM ON FINITE ELEMENT ANALYSIS OF TRANSIENT NONLINEAR STRUCTURAL BEHAVIOR, 1975, Houston. New York : ASME, 1975. cap.7.
22. TAMAGNA, Alberto. AQDADOS versão 1.0 : sistema de aquisição e processamento de dados. Porto Alegre : CPGEC/UFRGS, 1988.
23. TAMAGNA, Alberto, PERONDI, Eduardo A. Análise teórico-experimental de isoladores ao choque. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 10, 1979, Rio de Janeiro. ANAIIS Rio de Janeiro : COPPE/UFRJ, 1989. p.261-263.
24. THOMPSON, Willian T. Vibration theory and applications, Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall, 1965.
25. WANG, CHU-KIA Computer methods in advanced structural analysis. New York, Intext Educational, 1973. 401 p.