

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

**UMA EXPERIÊNCIA NA ESCOLA BÁSICA COM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE
MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DE POLYA**

KARINA GRZEÇA

Porto Alegre
2017
KARINA GRZEÇA

UMA EXPERIÊNCIA NA ESCOLA BÁSICA COM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DE POLYA

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção de grau de Licenciada em Matemática.

Orientador: Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso.

Porto Alegre
2017

Universidade Federal Do Rio Grande Do Sul
Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Matemática Pura e Aplicada

**Uma Experiência na Escola Básica com Resolução de Problemas de Matemática
na Perspectiva de Polya**

Karina Grzeça

Banca examinadora:

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso- Orientador
Instituto de Matemática e Estatística / UFRGS

Prof. Dr. Andréia Dalcin
Faculdade de Educação / UFRGS

Prof. Dr. Marília Cecília Bueno Fischer
Instituto de Matemática e Estatística / UFRGS

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus pela vida, pela minha família, pela saúde e por ter me dado forças para não desistir do meu sonho.

Agradeço aos meus pais, Márcia e Milton e ao meu irmão Elielton que sempre acreditaram em mim, até mesmo quando eu não acreditei, que me deram forças, me apoiaram e sempre estiveram torceram pelo meu sucesso, que são e sempre serão tudo o que eu tenho de mais valioso em minha vida;

Agradeço ao meu namorado Mateus por ter me acompanhado nesses últimos dois anos e meio, sempre acreditando em mim, dando força e compreendendo todos os finais de semana e momentos que tive que abdicar em prol dos estudos;

Agradeço também ao meu orientador Marcus, que me ajudou não só na escrita deste trabalho, mas em todos os momentos que eu o precisei durante a graduação;

Agradeço as professoras Andréia e Maria Cecília que aceitaram fazer parte da minha banca dedicando seu tempo e contribuindo com minha pesquisa;

Agradeço aos meus amigos e colegas de profissão que conheci na UFRGS e se tornaram uma segunda família aqui em Porto Alegre, que tornaram essa caminhada muito mais fácil;

A todos aqueles que torceram e acreditaram em mim ou de alguma forma contribuíram para minha formação, meu muito obrigada!

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho as duas melhores pessoas que já conheci, aqueles que são meu exemplo de caráter, de fé, de honestidade, de força, de amor, a aqueles que trabalharam muito para realizar o meu sonho, a aqueles que sempre me ensinaram a ser uma pessoa melhor, a aqueles que sempre acreditaram em mim, a aqueles que me deram a vida, aos meus pais Milton e Márcia. Dedico a vocês dois não só este trabalho, como também meu diploma! Amo vocês!

“Educação não transforma o mundo. Educação muda
pessoas. Pessoas transformam o mundo”

(Paulo Freire)

RESUMO

Esta pesquisa trata-se de uma investigação-ação que foi desenvolvida com um grupo de alunos do Ensino Fundamental de uma escola pública de Porto Alegre - Rio Grande do Sul, que nunca havia trabalhado com a metodologia de Resolução de Problemas. A pesquisa foi desenvolvida durante seis encontros, nos quais se pretendia analisar as estratégias evidenciadas por estes estudantes ao resolverem os problemas propostos. Foi apresentado um conjunto de problemas para serem resolvidos em duplas ou grupos, com o intuito de capacitar estes estudantes a resolverem problemas utilizando como orientação os passos propostos por George Polya na Resolução de Problemas. Com o decorrer dos encontros, identificou-se, ao analisarmos as resoluções, alguns tipos de estratégias, entre elas a mais aplicada foi a utilização de um desenho ou diagrama. Além disso pode-se notar o desenvolvimento da autonomia destes alunos e que compreenderam a importância de seguir um plano de resolução. Na pesquisa, a professora-pesquisadora teve o papel de orientadora do processo, fazendo perguntas e propondo situações que favorecessem que os alunos encontrassem seus próprios métodos e estratégias de resolução.

Palavras chave: Resolução de problemas. Estratégias. Polya.

ABSTRACT

This study presents an action research that was developed with a group of Elementary School students from a public school in Porto Alegre, Rio Grande do Sul, which had never worked with the Problem Solving methodology. The research was developed during six meetings, in which it was intended to analyze the strategies evidenced by these students in solving the problems proposed. It was presented a set of problems to be solved in pairs or groups, in order to enable these students to solve problems using as guidance the steps proposed by George Polya in Problem Solving. Throughout the meetings, we identified, when we analyzed the resolutions, some types of strategies, among them the most applied was the use of a drawing or diagram. In addition, one can note the development of the autonomy of these students and who understood the importance of following a resolution plan. In the research, the teacher-researcher had the role of guiding the process, asking questions and proposing situations that favored the students to find their own methods and resolution strategies.

Keywords: Problem Solving. Strategies. Polya.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Resolução aluno E- Encontro 1.....	39
Figura 2: Resolução aluna D- Encontro 1	40
Figura 3: Resolução aluno F- Encontro 1	41
Figura 4: Questão aluna D- Encontro 2.....	43
Figura 5: Questão aluna O- Encontro 2.....	43
Figura 6: Questão aluna I- Encontro 2	44
Figura 7: Resolução alunas L e M- Encontro 3	48
Figura 8: Resolução aluna B- Encontro 3.....	49
Figura 9: Resolução aluna L- Encontro 3	50
Figura 10: Resolução aluno J- Encontro 4	51
Figura 11: Resolução aluno J- Encontro 4	53
Figura 12: Resolução aluno J- Encontro 4	54
Figura 13: Resolução dos alunos J e C- Encontro 3	54
Figura 14: Resolução aluna B- Encontro 4.....	55
Figura 15: Resolução alunas D, L e M- Encontro 5.....	57
Figura 16: Resolução aluno P- Encontro 5.....	58
Figura 17: Resolução alunas A e I - Encontro 5.....	59
Figura 18: Resolução alunas A e I- Encontro 5.....	59
Figura 19: Resolução alunas A e I- Encontro 5.....	60
Figura 20: Resolução alunas A e I- Encontro 5.....	60
Figura 21: Resolução Aluna A- Encontro 1	61
Figura 22: Resposta do questionário.....	64
Figura 23: Resposta do questionário.....	65

Figura 24: Resposta do questionário.....	65
Figura 25:Resposta do questionário.....	65
Figura 26:Resposta do questionário.....	66
Figura 27:Resposta do questionário.....	66
Figura 28:Resposta do questionário.....	66

SUMÁRIO

1.INTRODUÇÃO	13
2.FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	15
2.1 TRABALHOS CORRELATOS.....	19
2.1.1: Uma visão sobre a importância da análise das resoluções dos alunos	19
2.1.2 Analisando as resoluções dos alunos através da Resolução de Problemas	20
3.METODOLOGIA UTILIZADA NA PESQUISA.....	22
3.1 GRUPO DA PESQUISA	22
3.2 COLETA DE DADOS.....	23
3.3 PROBLEMAS PROPOSTOS.....	23
4. ANÁLISE.....	36
4.1 PRIMEIRO ENCONTRO	38
4.2 SEGUNDO ENCONTRO.....	42
4.3 TERCEIRO ENCONTRO	46
4.4 QUARTO ENCONTRO	50
4.5 QUINTO ENCONTRO	55
4.6 SEXTO ENCONTRO.....	61
5.RESULTADOS.....	63
6.CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	68

Autorização da escola para análise e utilização do material.....72

Autorização dos responsáveis dos alunos que participaram da pesquisa73

1. INTRODUÇÃO

Em experiências vivenciadas como professora observei que, geralmente, os alunos utilizam os algoritmos escolares das operações básicas com facilidade, acertando questões de cálculos quando estes não estão inseridos em problemas. Ao contrário, quando há necessidade de abstrair informações de um texto e que levariam a realizar cálculos, eles cometem erros, o que traz à tona as dificuldades que os alunos têm nos processos de interpretações textuais.

Embora não venha a se constituir no objeto de estudo do trabalho de conclusão de curso, também observei, a partir de minha experiência na cadeira Laboratório de Prática de Ensino e Aprendizagem em Matemática III, na qual fui ministrante no curso Pré-Cálculo¹ que, nas questões que envolviam modelagem para determinar as funções, mesmo quando os alunos sabiam todos os processos necessários para resolver a questão erravam os problemas. Notei que esse fato se repetia em situações nas quais o aluno sabia derivar, achar os pontos críticos, máximo e mínimo da função, mas errava nos exercícios de otimização, por não saber interpretar a situação dada.

Ao conversar com outros colegas percebi que essas situações ocorrem com frequência: os alunos sabem fazer os cálculos, porém ao se depararem com problemas que exigem interpretação, apresentam dificuldades. Inicialmente pretendia em minha pesquisa analisar situações que evidenciassem essa discrepância, ou seja, os alunos, apesar de apresentarem bom domínio dos algoritmos escolares, não obtêm sucesso na sua utilização quando lhes é exigido interpretar problemas. Tais dificuldades estariam relacionadas com a possibilidade de os alunos nunca terem trabalhado com a Resolução de Problemas? Tais dificuldades se mantêm ao longo da vida escolar, chegando até a faculdade? Tal pesquisa exigiria um tempo mais longo do que o possível para a construção de um TCC.

A partir de leituras pude notar que este problema vem sendo bastante evidenciado, inclusive em documentos de orientação para educadores. Por este motivo, escolhi para minha pesquisa analisar e entender os métodos e estratégias utilizados por 17 alunos do

¹ Curso oferecido exclusivamente a calouros de todos os cursos da UFRGS que têm a disciplina de Cálculo em seu primeiro semestre letivo.

sexto ano, de uma escola pública de Porto Alegre, ao se depararem com a metodologia Resolução de Problemas, que até então era desconhecida por eles.

Inicialmente pretendia que as questões apresentadas aos alunos fossem contextualizadas, e para tal faria uso de textos elaborados por eles, textos os quais deveriam me trazer elementos suficientes para criá-las. Entretanto com o início dos encontros, pude notar que devido aos alunos terem entre 10 e 14 anos, suas experiências eram muito limitadas, e forçar uma contextualização não era minha pretensão. Então em minha pesquisa optei por analisar as estratégias apresentadas por esse grupo de estudantes ao resolverem os problemas. Durante a pesquisa propicie ferramentas e instrumentos para que as duplas ou grupos construíssem suas próprias estratégias para resolver os problemas que lhes eram apresentados, além de desenvolverem sua autonomia.

Ao longo de seis encontros, os alunos resolveram diversos exercícios, que exigiam raciocínio lógico, estratégias, conhecimentos matemáticos, entre outros. No capítulo 2 discorro sobre as teorias aplicadas e apresento alguns trabalhos correlatos a pesquisa apresentada, no capítulo 3 falo sobre a metodologia utilizada, no capítulo 4 faço uma análise na qual exibo respostas dos alunos e falo sobre as estratégias aplicadas por eles, no capítulo 5 falo sobre os principais resultados obtidos durante a pesquisa e, para finalizar, no capítulo 6 apresento minhas considerações finais sobre a investigação-ação desenvolvida. Pretendo assim ao longo desse trabalho responder a seguinte pergunta: Quais são as estratégias evidenciadas pelos alunos ao serem expostos a metodologia de Resolução de Problemas envolvendo problemas de Aritmética?

2.FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Saber resolver um problema matemático vai muito além de colocar os dados em um algoritmo decorado. Saber resolver é entender o que está sendo pedido, quais são as circunstâncias dadas, é elaborar um plano de solução e garantir que todas as condições estão sendo satisfeitas.

Antes de mais nada é importante apresentar aqui o que entendemos como problema, que é “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver” ONUCHIC (1999, apud ZUFFI e ONUCHIC 2007).

Além disso é importante ressaltar que existem vários tipos de problemas. De acordo com Dante (2009) podemos classificá-los da seguinte forma:

- Problemas-Padrão: são os problemas que envolvem aplicação direta de um algoritmo. Em um Problema-Padrão simples é necessário apenas uma operação para resolvê-lo, já nos Problemas-Padrão composto para sua resolução são necessárias duas ou mais operações. Esse tipo de problema tem por objetivo geralmente a fixação.
- Problemas de Aplicação: são os problemas contextualizados, os quais remetem a situações do dia a dia, que geralmente ao serem resolvidos exigem uma pesquisa, construção de tabelas, gráficos e operações.
- Problemas de quebra-cabeça: são problemas que frequentemente desafiam os alunos, e que para sua resolução é necessário algum artifício ou até mesmo sorte. Um exemplo desse tipo de problema que foi utilizado nessa pesquisa é o problema das moedas, veja:

Dez moedas estão dispostas formando um triângulo, como na figura I. Movimentando apenas três moedas na figura II, obtenha a formação da figura I

Figura I

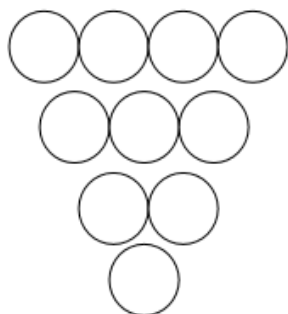
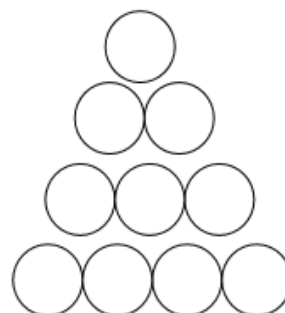


Figura II



- Problemas-Processo ou heurísticos: é o tipo de problema mais utilizado nessa pesquisa. Para sua resolução são necessárias estratégias, são problemas que geralmente buscam despertar o interesse e curiosidade do aluno. Um exemplo desse tipo de problema que foi utilizado nessa pesquisa é o problema do restaurante, veja:

“O restaurante de Daniel tem 29 mesas, sendo algumas para 4 pessoas e outras para 2 pessoas. Ao preparar o almoço, Daniel colocou 80 pratos nas 29 mesas. Quantas mesas de cada tipo existem no restaurante de Daniel?”

Este tipo de problema foi o mais utilizado, pois no decorrer dessa pesquisa buscamos sempre apresentar problemas os quais o aluno não deveria saber automaticamente assim que o lê como resolvê-lo, era necessário que o educando pensasse e criasse estratégias de resolução, pois esse processo descrito por Dante (2009) pode ser fundamental no ensino.

No chamado método heurístico, o professor encoraja o aluno a pensar por si mesmo, a levantar as próprias hipóteses e testá-las, a criar as próprias estratégias, a discutir com seus colegas como e por que aquela maneira de fazer funciona. Enfim, aqui o papel do professor é manter os alunos pensando e gerando ideias produtivas. (DANTE, 2009, p.56)

Tendo isso em vista, a Resolução de Problemas na qual o aluno deve encontrar estratégias de solução, por ser uma prática ainda pouco utilizada em sala de aula faz

com que os alunos apresentem muitas dificuldades. Podemos verificar isso no trecho abaixo retirado dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática de 1997, veja:

Em 1995, numa avaliação que abrangeu alunos de quartas e oitavas séries do primeiro grau, os percentuais de acerto por série/grau e por processo cognitivo em Matemática evidenciaram, além de um baixo desempenho global, que as maiores dificuldades são encontradas em questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas. (BRASIL, 1997, p.21)

Ao mesmo tempo podemos encontrar no PCN de ensino de Matemática de quintas a oitavas séries² de 1998 a importância da utilização dessa teoria e os benefícios provindos dela em sala de aula:

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (Brasil, 1998, p. 40)

Durante a realização da pesquisa adotei a postura de um docente que auxilia os alunos, mas que permite que os mesmos possam construir seus próprios mecanismos de resolução. Toda vez que os alunos me faziam perguntas, eu as respondia com outra pergunta, pois minha intenção com essa pesquisa nunca foi apenas auxiliar os alunos, mas permitir que eles mesmos criassem suas estratégias de solução.

Há dois objetivos que o professor pode ter em vista ao dirigir a seus alunos uma indagação ou uma sugestão de lista: primeiro, auxiliá-lo a resolver o problema que lhe é apresentado; segundo, desenvolver no estudante a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio. (POLYA, 1995, p. 2)

Para ajudá-los a desenvolver a capacidade de solucionar problemas fiz uso da Resolução de problemas sob a perspectiva da heurística de Polya (1995). A heurística de Polya propõe uma técnica para resolução de problemas, tal procedimento é composto por quatro passos fundamentais que são:

- **Compreensão do problema:** nesse passo o aluno precisa entender o problema, o que ele está pedindo, qual é a incógnita, quais são seus dados, desenhar se houver uma figura relacionada e fazer os esquemas necessários. Muitas vezes os alunos começam a fazer cálculos antes mesmo de realmente entenderem o problema apresentado. Para resolver

² O que corresponde atualmente do sexto ao nono ano.

um problema é fundamental compreendê-lo e deve-se usar um tempo para isso, de nada adianta o aluno resolver vários problemas se não os tiver compreendido;

- Estabelecimento de um plano: é a etapa mais difícil, pois neste momento o aluno deve desenvolver uma estratégia de solução. As vezes a ideia pode surgir rapidamente, ou depois de inúmeras tentativas, ou até mesmo não surgir e neste momento o professor deve estar muito atento, pois se aluno não tiver uma ideia o professor deve provocá-la discretamente através de indagações, ou o estimulando a fazer relações com problemas anteriores com a mesma incógnita ou com uma incógnita semelhante;
- Execução do plano: neste momento o aluno deve desenvolver os cálculos e estratégias definidas anteriormente durante a elaboração do plano, é importante que o aluno verifique todos os passos atentamente;
- Retrospecto: fase na qual o estudante deve conferir cuidadosamente todos os passos, cálculos e analisar se todas as condições do problema foram respeitadas. Este passo muitas vezes ignorado pelos alunos pode ser fundamental para uma melhor compreensão e aperfeiçoamento da capacidade de resolver problemas.

Cada um desses passos é essencial, portanto é muito importante que os alunos os sigam com muita atenção, e que o professor esteja atento para que eles sejam respeitados e desenvolvidos. É necessário lembrar novamente que o professor deve apenas auxiliar e contribuir para que os alunos criem suas próprias estratégias no caminho da solução dos problemas.

Cada uma destas fases tem a sua importância. Pode acontecer que a um estudante ocorra uma excepcional ideia brilhante e, saltando por sobre todas as preparações, ele chegue impulsivamente a solução. Estas ideias felizes são, evidentemente, muito desejáveis, mas alguma coisa muito inconveniente e desastrosa pode resultar se o estudante deixar de lado qualquer uma das quatro fases sem dela ter uma perfeita noção. Acontecerá o pior se o estudante atirar-se a fazer cálculos e a traçar figuras sem ter compreendido o problema, é geralmente inútil executar detalhes sem perceber a conexão principal ou sem ter feito uma espécie de plano. Muitos enganos podem ser evitados se, na execução do seu plano, o estudante verificar cada passo. Muitos dos melhores efeitos podem ser perdidos se ele deixar de reexaminar e de reconsiderar a solução completa. (POLYA, 1995, p. 4)

Além disso, é importante ressaltar que promover a autonomia do estudante é fundamental. O professor deve propiciar formas e ferramentas para que o próprio aluno construa suas estratégias ao resolver um problema.

Os alunos estão habituados a resolverem problemas do tipo padrão em sala de aula os quais são aplicados com o único intuito de “fixar” a matéria que geralmente foi ensinada em aula. É preciso através da Resolução de Problemas instigar os alunos, fazer com eles voltem a ter interesse pela matemática, é necessário desafiá-los e trabalhar para que sua autoestima aumente, assim aos poucos a autonomia do aluno irá se desenvolver, tornando ele um estudante independente e capaz de resolver um problema, processo extremamente importante para a aprendizagem.

2.1 TRABALHOS CORRELATOS

Existem muitos trabalhos em que são analisadas as resoluções de estudantes com a pretensão de entender o pensamento do aluno e contribuir para a qualificação do ensino de Matemática. A seguir apresento dois desses trabalhos, escolhidos pela proximidade com minha proposta de investigação.

2.1.1: Uma visão sobre a importância da análise das resoluções dos alunos

O trabalho de conclusão de curso em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul da Bruna Sordi Stock intitulado “Estruturas Aditivas e Multiplicativas: Uma Análise de questões de Matemática apresentadas por Estudantes da 5ª Série/6º ano do Ensino Fundamental” me chamou atenção por se tratar de uma pesquisa na qual, assim como a minha, são analisadas as respostas apresentadas pelos alunos. Em seu trabalho Bruna analisou as respostas dos alunos em avaliações feitas por ela em suas aulas como professora titular da turma.

Com um enfoque um pouco diferente da minha pesquisa na qual analiso as estratégias utilizadas na resolução, Bruna em seu trabalho, utilizando a Teoria dos Campos Conceituais e o Contrato Didático analisou as relações entre significado e significante nas respostas dos alunos, trouxe a influência que a escrita do professor pode

ter no entendimento do aluno em um problema, apresentou alguns esquemas de resolução de alunos e classificou alguns tipos de erros. Com essa pesquisa podemos notar, entre outras coisas, a importância de analisar as respostas dos alunos, e não classificar, por exemplo, apenas em certo ou errado. Os erros de alunos apresentados por ela no trabalho apesar de mostrar que ambos os alunos erraram na resolução mostram que os motivos que os levaram a errar são diferentes, e entender isso pode ser muito importante para ajudar o aluno nas dificuldades e também na preparação das aulas.

Com isso utilizo esse trabalho como uma das inspirações para minha pesquisa, pois analisar as respostas dos alunos, e as estratégias utilizadas por eles pode ser fundamental para entender o pensamento do aluno e assim contribuir para sua aprendizagem. Ao ler este trabalho e analisar as resoluções trazidas pelo meu grupo de pesquisa pude fazer várias relações, contribuindo para que em minha análise eu olhasse de forma mais crítica as resoluções.

2.1.2. Analisando as resoluções dos alunos através da Resolução de Problemas

Outro trabalho que acredito que está relacionado com minha pesquisa é o também trabalho de conclusão de curso em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul do Fernando Baptista Abbott intitulado “Estudo de caso sobre estratégias de resolução de Problemas de Matemática no Ensino Médio”. Em seu trabalho Fernando analisou as resoluções de um grupo de alunos do terceiro ano do Ensino Médio que estavam se preparando para o vestibular.

Para resolver as questões apresentadas por Fernando que eram de vestibular, mas sem as alternativas, os alunos faziam o uso de uma tabela com os passos indicados por Polya. Ao analisar as resoluções dos alunos, ele foi indicando se os alunos haviam seguido os passos e como haviam realizado, relacionando também com as falas de Polya. Em sua pesquisa ele pode notar que os alunos que seguiram os passos, conseguiram elaborar estratégias de soluções que fizeram com eles chegassem na solução do problema, trazendo assim a importância dessa metodologia. Evidencio esse trabalho como também inspiração para minha pesquisa, pois ele mostra os benefícios de se utilizar a Resolução de Problemas em sala de aula e a importância em seguir um plano de resolução. Essa pesquisa me ajudou também a entender como os alunos podem

reagir a essa metodologia, em que passos eles geralmente têm mais dificuldades e em quais passos eles demonstram-se mais resistentes em seguir. Da mesma forma que ocorreu na pesquisa apresentada por ele, em minha pesquisa os alunos elaborarem um plano de resolução e seguirem os passos propostos por Polya mostrou-se fundamental.

3.METODOLOGIA UTILIZADA NA PESQUISA

Minha pesquisa pode ser caracterizada como uma Investigação-ação. Ao observar as constantes notícias sobre as dificuldades dos alunos ao se depararem com problemas matemáticos decidi contemplar como grupo de pesquisa um grupo de estudantes do Ensino Fundamental de uma escola pública de Porto Alegre. Este grupo nunca havia trabalhado com a Resolução de Problemas e estavam habituados com problemas do tipo padrão nos quais é necessário apenas retirar os dados do enunciado e aplicar em algoritmos.

Ao fazer um estudo qualitativo no qual optei por investigar as estratégias utilizadas pelos alunos ao resolverem os problemas que foram propostos durante os encontros, eu me inserir no ambiente, e fazendo uso de Dante e Polya, procurei mudar a forma como os alunos viam e reagem a um problema matemático. Ao longo de seis encontros criei espaços para o desenvolvimento da autonomia e ressaltei a importância dos passos de Polya para resolver um Problema Matemático.

“A investigação-ação é um tipo de investigação aplicada na qual o investigador se envolve ativamente na causa da investigação.” (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 293)

Assim como já diz no nome a Investigação-ação, permite ao pesquisador investigar, entender melhor seu grupo investigado ao mesmo tempo que permite que o investigador se envolva e contribua para a mudança que se buscou com a pesquisa.

3.1 GRUPO DA PESQUISA

O grupo no qual minha pesquisa foi desenvolvida é constituído por 17 alunos, que tem entre 10 e 14 anos, do 6ºano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Porto Alegre (RS). Estive com estes alunos apenas no período de aplicação de minha pesquisa, no qual a professora regente da turma cedeu 2 períodos semanais durante 6 semanas, por entender a importância de desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver um problema.

A pesquisa se desenvolveu em seis encontros, cinco de 100 minutos e o último de 50 minutos. Os encontros ocorreram nas segundas feiras, nos primeiros dois períodos da manhã, nos meses abril e maio de 2017.

3.2 COLETA DE DADOS

A coleta de dados ocorreu através das resoluções, dos problemas propostos, entregues no decorrer dos encontros. Como também através de anotações minhas registradas na forma de diário de campo.

Foram também feitas gravações em áudio e vídeo de discussões nos grupos durante as resoluções, como também em momentos em que os estudantes explicavam as estratégias que haviam utilizado.

3.3 PROBLEMAS PROPOSTOS

Os problemas eram entregues em fichas, e resolvidos em duplas ou grupos. Lembrando que os grupos só recebiam o próximo problema depois que finalizavam o que estavam fazendo, por este motivo os grupos que levaram mais tempo para criar uma estratégia e resolver os problemas não foram prejudicados.

Os problemas propostos foram retirados das seguintes referências:

- Do livro “Matemática: fazendo a diferença” de José Roberto Bonjorno, Regina Azenha Bonjorno e Ayrton Olivares foi retirado o problema 5 do primeiro encontro.
- Do livro “Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE” foram retirados os seguintes problemas:
 - Encontro 2: Problemas 1, 2, 3, 4, 5 e 6
 - Encontro 3: Problemas 5, 6, 7, 8 e 9
 - Encontro 4: Problema 1(modificado), 9

- Da prova da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas 2014 (OBMEP-2014) foram retirados os problemas 5 e 7 do quarto encontro.
- Do livro “Formulação e resolução de problemas de matemática: Teoria e prática” de Luiz Roberto Dante foram retirados os seguintes problemas:
 - Encontro 4: Problemas 3,6
 - Encontro 5: Problemas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10 e 11
- O problema 2 do terceiro encontro foi retirado do site:
<http://www.playbuzz.com/irvinga11/10-desafios-com-f-sforos-para-crian-as>
- O problema 3 do terceiro encontro foi retirado do site:
<https://perfeito.guru/lembra-problema-palito-de-fosforo/>

Primeiro encontro:

Para o primeiro encontro além das outras atividades previstas que são melhor detalhadas no capítulo da análise, levei esses seis exercícios com os quais pretendia ter uma ideia de quais eram os conhecimentos matemáticos dos alunos em relação as quatro operações básicas matemáticas que são a adição, subtração, multiplicação e divisão.

1. Joana adora ler livros, em 2016 ela leu 52 livros. A biblioteca onde Joana retira os livros para ler em 2016 possuía 2423 livros. No início de 2017 a biblioteca comprou 521 livros novos. Quantos livros possui a biblioteca atualmente?
2. Em uma caixa de água haviam 2500 litros de água. Sabendo que foram utilizados 235 litros de água, quantos litros de água ainda restam na caixa?
3. Luana está economizando para comprar um celular que custa 525 reais. Se ela guardar 25 reais por mês, quantos meses vai levar para conseguir a quantia necessária para a compra?

4. Marcos contratou um plano de celular com sua operadora no qual ele tem direito: à ligações ilimitadas para a mesma operadora, 100 minutos para outras operadoras, 200 mensagens e 1GB de internet, por 98 reais mensais. Quanto Marcos gasta por ano com o plano de seu celular?
5. O porteiro de um edifício controla o número de vagas de uma garagem fazendo anotações em um quadro:

	Capacidade	Lugares ocupados
1º subsolo	97	73
2º subsolo	82	49
3º subsolo	70	21

- a) Qual é a capacidade total dessa garagem?
- b) Quantos veículos estavam estacionados no momento das anotações?
- c) Quantos veículos ainda poderiam estacionar em cada subsolo?
6. Calcule:
- a) $1245 + 312$
- b) $1817 + 110$
- c) $4565 - 347$
- d) $3555 - 250$
- e) 12×5
- f) 11×14
- g) $620/20$

Segundo encontro:

Neste encontro nos primeiros cinquenta minutos apliquei uma atividade que é descrita no capítulo da análise e para os cinquenta minutos restantes levei seis problemas

com os quais comecei a fazer uso de atividades com o intuito de ensinar a resolver problemas na perspectiva de Polya.

1. Marcos e Paulo possuem, juntos 46 figurinhas. Marcos possui 8 a mais que Paulo. Quantas figurinhas têm cada um?
2. Dez moedas estão dispostas formando um triângulo, como na figura I. Movimentando apenas três moedas na figura II, obtenha a formação da figura I

Figura I

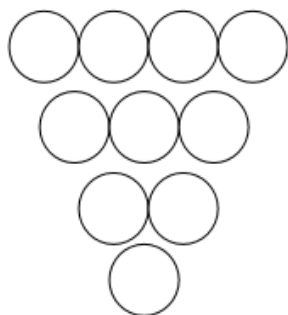
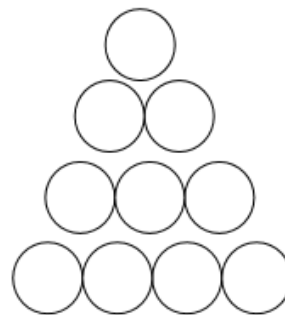


Figura II



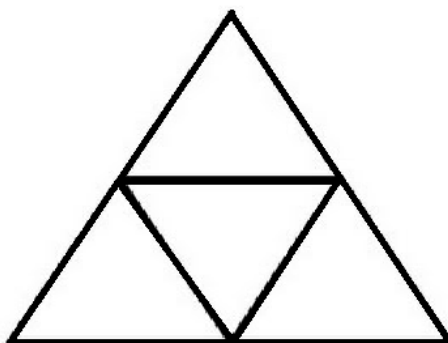
3. Uma escola serve merenda a 144 alunos diariamente. Sabendo que 1 litro de refrigerante dá para 4 copos e que, durante a merenda, cada aluno recebe 1 copo de refrigerante, quantos litros de refrigerante são necessários por dia?
4. O dinheiro no planeta Zoltan vem em notas de 5 e 7. Qual é a menor quantidade de dinheiro que você precisa dar para pagar um pedaço de pizza que custa 1 recebendo integralmente o seu troco? (A pizzaria tem notas de 5 e 7 em grande quantidade.) Por exemplo, dar uma nota de 7 não serve pois não tem como receber 6 de troco.
5. O restaurante de Daniel tem 29 mesas, sendo algumas para 4 pessoas e outras para 2 pessoas. Ao preparar o almoço, Daniel colocou 80 pratos nas 29 mesas. Quantas mesas de cada tipo existem no restaurante de Daniel?

6. Num encontro entre 8 amigos, cada um troca um aperto de mão com todos os outros. Quantos apertos de mão terão ao todo?

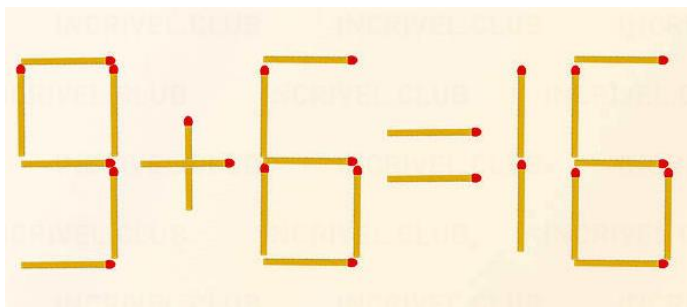
Terceiro encontro:

Como no segundo encontro os alunos resolveram apenas o primeiro problema dos que haviam sido preparados, para o terceiro encontro levei os cinco restantes, e mais quatro problemas do tipo quebra-cabeça. Estes problemas quatro problemas não eram previstos, mas os levei para despertar novamente o interesse dos alunos pela pesquisa e recuperar sua confiança que ficou um pouco abalada devido as dificuldades encontradas na resolução do primeiro problema no encontro anterior.

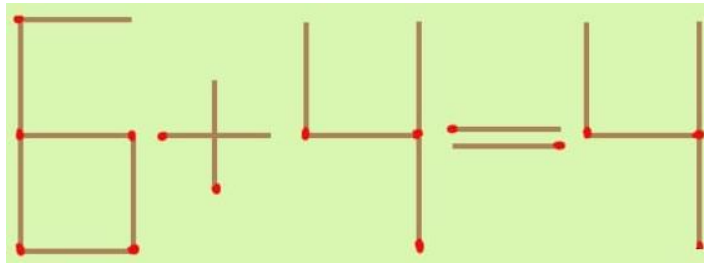
1. Quantos triângulos têm a figura abaixo?



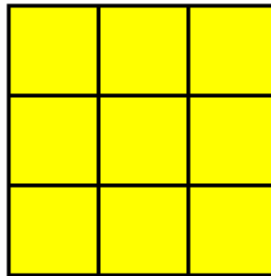
2. Adicione 2 palitos para tornar a soma correta:



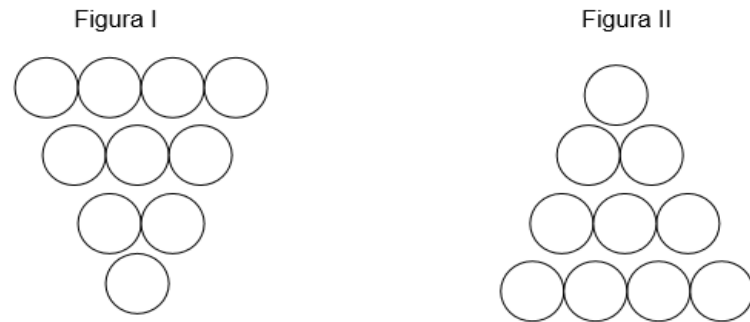
3. Mova apenas um palito para tornar a equação correta:



4. Quantos quadrados existem na figura abaixo:



5. O dinheiro no planeta Zoltan vem em notas de 5 e 7. Qual é a menor quantidade de dinheiro que você precisa dar para pagar um pedaço de pizza que custa 1 recebendo integralmente o seu troco? (A pizzaria tem notas de 5 e 7 em grande quantidade.) Por exemplo, dar uma nota de 7 não serve pois não tem como receber 6 de troco.
6. O restaurante de Daniel tem 29 mesas, sendo algumas para 4 pessoas e outras para 2 pessoas. Ao preparar o almoço, Daniel colocou 80 pratos nas 29 mesas. Quantas mesas de cada tipo existem no restaurante de Daniel?
7. Num encontro entre 8 amigos, cada um troca um aperto de mão com todos os outros. Quantos apertos de mão terão ao todo?
8. Dez moedas estão dispostas formando um triângulo, como na figura I. Movimentando apenas três moedas na figura II, obtenha a formação da figura I



9. Uma escola serve merenda a 144 alunos diariamente. Sabendo que 1 litro de refrigerante dá para 4 copos e que, durante a merenda, cada aluno recebe 1 copo de refrigerante, quantos litros de refrigerante são necessários por dia?

Quarto encontro:

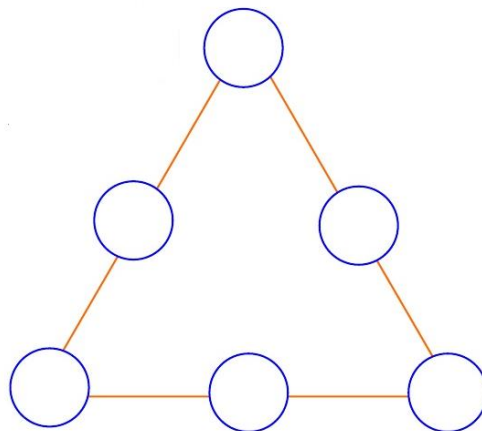
No encontro anterior, a maioria dos grupos conseguiu solucionar todos os problemas propostos, demonstrando-se empolgados e desafiados em relação aos problemas. Então para o quarto encontro selecionei nove problemas, que possuíam diferentes graus de dificuldade.

1. O número 30 pode ser expresso usando três vezes o algarismo 5. Observe: $30 = 5 \times 5 + 5$. Agora escreva o número 100 usando seis vezes o algarismo 9.
2. Antônio e Beto possuem agências de aluguel de automóveis. A agência de Antônio cobra R\$ 3,00 por quilômetro rodado mais uma taxa fixa de R\$ 65,00. E a agência de Beto cobra R\$ 2,00 por quilometro rodado mais uma taxa fixa de R\$ 95,00. Sabendo que Carlos irá fazer uma viagem de 275 km em qual das duas agências ele irá gastar menos para alugar um carro? Explique sua resposta
3. Flávia pegou o elevador. Desceu 5 andares, subiu 6, desceu 7 e chegou no segundo andar. Em que andar ela estava?

4. O quadrado mágico é assim chamado, pois se somarmos os números de cada linha, coluna ou diagonal o resultado será sempre o mesmo. Complete o quadrado mágico abaixo com os números 1, 2, 3, 5, 7 de modo que a soma seja sempre 15.

	9	4
6		8

5. Stephani multiplicou 111 por 111 e somou os algarismos do resultado. Qual o valor dessa soma?
6. Coloque os números de 1,2,3,4,5 e 6 nos círculos de modo que a soma em cada lado seja 10



7. Um grupo de 14 amigos comprou 8 pizzas. Eles comeram todas as pizzas, sem sobrar nada. Se cada menino comeu uma pizza inteira e cada menina comeu meia pizza, quantas meninas havia no grupo?

8. Números triangulares são números naturais que podem ser representados na forma de um triângulo equilátero, como na figura abaixo. Sem desenhar as bolinhas diga qual será o décimo número triangular. Explique como você chegou no número.



Ordem dos números triangulares	1º	2º	3º	4º	5º
Valor numérico	1	3	6	10	15

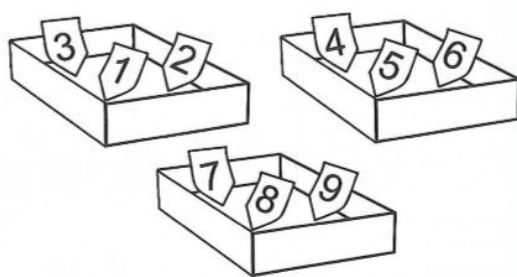
9. Foram convidadas 38 crianças para o aniversário de Paulinho. O pai de Paulinho precisa alugar mesas quadradas para fazer uma longa fila, colocando as mesas lado a lado, uma encostada na outra. Ele quer que cada lado disponível da mesa seja ocupado por uma única criança. Qual é o número de mesas que ele deverá alugar?

Quinto encontro:

Para o quinto encontro levei onze problemas, um número maior do que nos encontros anteriores, entretanto alguns deles necessitam de menos tempo para serem resolvidos.

1. Na classe de Pedrinho há 37 alunos. Como choveu, faltaram 5 dos seus colegas. A professora pediu que os alunos formassem equipes de 4 para resolver problemas. Quantos problemas a professora precisa ter de modo que cada equipe resolva apenas 1?

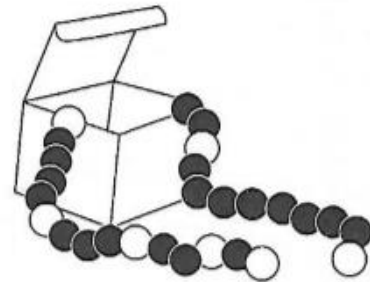
2. Pelezinho tinha 24 bolinhas de gude. Ganhou 12 bolinhas na primeira partida, perdeu 8 na segunda e ganhou 13 na terceira. No final, deu 7 bolinhas para seu irmão. Com quantas ficou?
3. Mude as fichas de caixa, de modo que em cada caixa continue com três fichas e a soma em cada caixa seja 15.



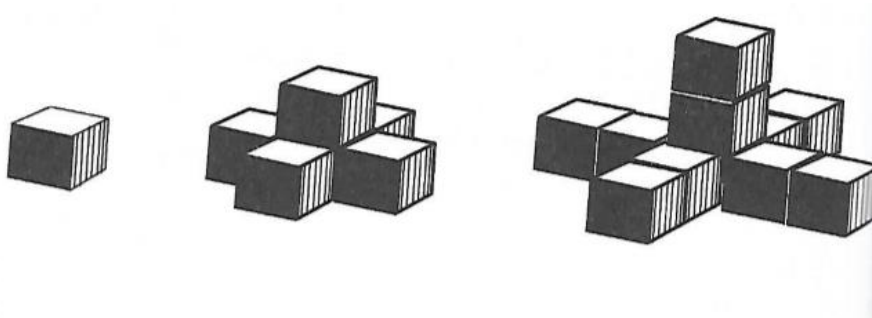
4. Um auditório possui 23 filas com 25 assentos em cada uma delas, e uma fila com 20 assentos. Para um espetáculo nesse auditório já foram vendidos 420 ingressos.
- a) Quantos ingressos ainda estão à venda?
- b) Quanto custa cada ingresso se, com o auditório lotado, a arrecadação é de R\$ 29 750,00

5. Descubra a sequência de bolas pretas e brancas.

- a) Quantas bolas estão escondidas?
- b) Quantas bolas tem o colar?
- c) Quantas bolas pretas tem o colar?



6. Usando cubos, podemos fazer as seguintes construções:



Na primeira construção usamos 1 cubo, na segunda, 6 cubos, na terceira, 11 cubos. Quantos cubos usaremos na décima construção?

7. Dona Luiza tem 42 anos. A sua idade, junto com as idades de seus dois filhos gêmeos é 66 anos. Qual é a idade de cada um de seus filhos?
8. Números quadrados são números naturais que podem ser representados na forma de um quadrado, como na figura abaixo. Sem desenhar as bolinhas diga qual será o oitavo número quadrado. Explique como você chegou no número.



Ordem dos números quadrados	1 ^o	2 ^o	3 ^o	4 ^o
Valor numérico	1	4	9	16

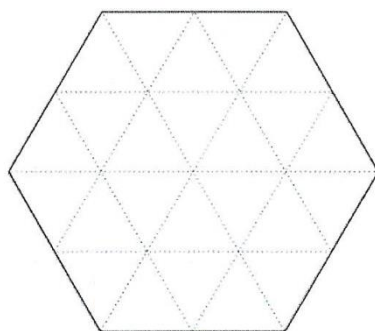
9. Serginho comprou um relógio por R\$155,00 e pagou com 12 notas. Ele usou notas de R\$5,00, R\$10,00, R\$50,00 e R\$100,00. Quantas ele deu de cada uma?
10. Tirei uma foto de algumas crianças brincando com cachorros. Na foto há sete cabeças e 22 pernas. Quantas crianças estão na foto?
11. Uma lesma está no fundo de um poço de 6 metros de altura. Ela sobe 2 metros por dia, para um pouquinho e cai um metro. Quantos dias ela levará para chegar ao topo do poço?

Sexto encontro:

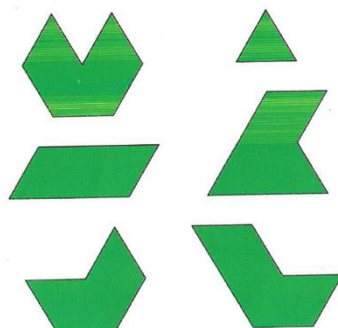
No sexto encontro que foi de apenas 50 minutos além de fazer o questionário que é explorado no capítulo dos resultados, os alunos resolveram alguns desafios.

Desafio1:

Com as seis peças abaixo, reconstruir o hexágono regular.



Peças a serem recortadas:



Desafio 2:

Coloque os números 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 e 9, para formar três números de três dígitos, de modo que:

- o número da segunda linha seja igual ao dobro do número da primeira linha;
- o número da terceira linha seja igual ao dobro do número da segunda linha.

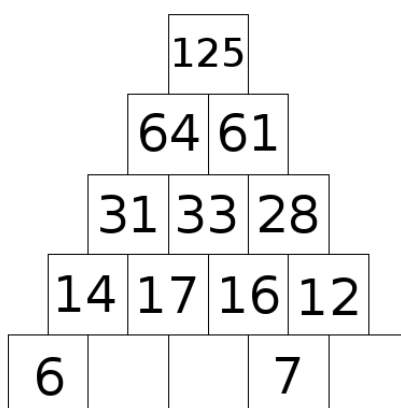
--	--	--

	8	
--	---	--

--	--	--

Desafio 3:

Complete os espaços vazios com os números corretos:



4. ANÁLISE

Neste capítulo descrevo como aconteceram os seis encontros, destacando assim algumas resoluções que demonstraram-se mais interessantes devido as estratégias utilizadas pelos estudantes. Sendo assim é importante ressaltar que todos os alunos participaram ativamente dos encontros e resolveram os problemas, mas apenas algumas resoluções foram selecionadas para serem analisadas no decorrer deste capítulo.

Ao analisarmos as resoluções apresentadas pelos estudantes, foi possível identificar algumas estratégias as quais podemos classificar em:

- Utilização de esquema, desenho ou diagrama: estratégia na qual o aluno faz um desenho, esquema ou diagrama para representar a situação trazida pelo problema. Essa estratégia foi a mais utilizada pelos estudantes, pois ao visualizarem a situação a compreensão do problema tornava-se mais fácil.
- Tentativa e erro: nessa estratégia o aluno escolhe uma operação plausível, faz os cálculos e verifica se o propósito com aquele problema foi atingido, caso ele não tenha sido o estudante deve repetir esse processo até que alcance seu objetivo. Essa estratégia foi utilizada algumas vezes durante os encontros como por exemplo no problema das figurinhas, no qual um grupo de alunos após várias tentativas de valores para o número de figurinhas dos Marcos e Paulo conseguiu encontrar dois números que respeitavam e satisfaziam as duas condições do problema.

Problema das figurinhas:

“Marcos e Paulo possuem, juntos 46 figurinhas. Marcos possui 8 a mais que Paulo. Quantas figurinhas têm cada um? ”

- Fazer o caminho inverso: Essa estratégia geralmente é utilizada quando tem-se como dados o ponto de chegada e deseja-se saber o ponto de partida. É possível verificar a utilização dessa estratégia na resolução do problema do elevador.

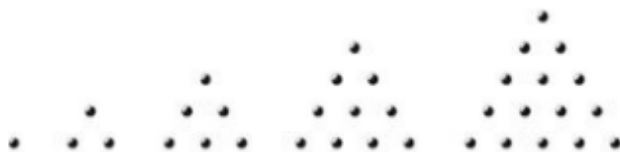
Problema do elevador:

“Flávia pegou o elevador. Desceu 5 andares, subiu 6, desceu 7 e chegou no segundo andar. Em que andar ela estava? ”

- Procurar padrões ou regularidades para generalizar: nessa estratégia o aluno busca através de casos particulares uma regra para resolver um caso geral. Esta estratégia foi utilizada por vários estudantes na resolução dos problemas que envolviam os números quadrados e triangulares, principalmente na questão dos números quadrados, pois como eles haviam resolvido no encontro anterior o problema dos números triangulares, ao resolver o problema dos números quadrados já iniciaram a resolução buscando uma regularidade entre os passos do problema.

Problema dos números triangulares:

Números triangulares são números naturais que podem ser representados na forma de um triângulo equilátero, como na figura abaixo. Sem desenhar as bolinhas diga qual será o décimo número triangular. Explique como você chegou no número.



Ordem dos números triangulares	1º	2º	3º	4º	5º
Valor numérico	1	3	6	10	15

Problema dos números quadrados:

Números quadrados são números naturais que podem ser representados na forma de um quadrado, como na figura abaixo. Sem desenhar as bolinhas diga qual será o oitavo número quadrado. Explique como você chegou no número.



Ordem dos números quadrados	1º	2º	3º	4º
Valor numérico	1	4	9	16

4.1 PRIMEIRO ENCONTRO

Iniciei o primeiro encontro com uma dinâmica na qual os alunos se apresentavam. Eles deveriam dizer seu nome, escolher um balão, o explodir e responder a pergunta que estava dentro.

As perguntas contidas dentro dos balões eram:

- Qual seu maior sonho?
- Quando você escuta a palavra MATEMÁTICA, qual a primeira coisa que lhe vem em mente?
- O que você gosta de fazer na horas de lazer?
- Você já sabe qual profissão pretende seguir? Qual? Porque?
- Você pratica algum esporte? Qual?
- Qual sua matéria preferida? Porque?
- Se você pudesse viajar para algum lugar, qual seria? Porque?
- Qual sua maior qualidade?
- Qual característica você mais admira em uma pessoa?
- Você já precisou usar algo que aprendeu nas aulas de matemática em seu dia a dia? Quando?

Todos os alunos participaram da dinâmica, inclusive eu a pedido deles. Acredito que a dinâmica ajudou bastante, pois os alunos estavam estranhando minha presença e após sua realização demonstravam estar bem à vontade.

Após a dinâmica expliquei para eles que tinha preparado fichas de exercícios. Falei que nessas fichas haviam problemas envolvendo as quatro operações (Problemas-padrão). Ao entregar a primeira ficha avisei que assim que a terminassem deveriam ir em minha mesa buscar a próxima. Solicitei que eles fizessem essa atividade individualmente e com atenção, pois era muito importante que eu pudesse identificar quais eram as dificuldades de cada um deles.

Poucos minutos após a entrega da primeira ficha os alunos começaram a vir buscar as próximas. E no decorrer do encontro todos os alunos concluíram as fichas, o que me impressionou, pois eles mostraram-se bastante solícitos, não se importando com a quantidade de fichas que eu havia levado.

Ao analisar as resoluções apresentadas por eles, pude perceber que nos exercícios nos quais os alunos apenas tinham que armar o algoritmo e resolver a operação eles não apresentaram dificuldades (exercício 6 que foi dividido em duas fichas), mas nos problemas-padrão, algumas resoluções me chamaram mais a atenção, veja:

A resolução do aluno E no exercício “Joana adora ler livros, em 2016 ela leu 52 livros. A biblioteca onde Joana retira os livros para ler em 2016 possuía 2423 livros. No início de 2017 a biblioteca comprou 521 livros novos. Quantos livros possui a biblioteca atualmente?”

Joana adora ler livros, em 2016 ela leu 52 livros. A biblioteca onde Joana retira os livros para ler em 2016 possuía 2423 livros. No início de 2017 a biblioteca comprou 521 livros novos. Quantos livros possui a biblioteca atualmente?

$$\begin{array}{r}
 112 \\
 2016 \\
 52 \\
 2016 \\
 2423 \\
 2017 \\
 + 521 \\
 \hline
 9045
 \end{array}$$

R: 9.045 livros

Figura 1: Resolução aluno E- Encontro 1

O exercício pergunta quantos livros a biblioteca possui atualmente, e em sua resolução o aluno somou todos os números que apareciam no problema, independentemente de ser o ano, número de livros que Joana leu ou número de livros da biblioteca, o que mostra que ele não compreendeu o problema, pois ele apenas automaticamente somou todos os números presentes no enunciado.

Veja também a resolução da aluna D no exercício “Luana está economizando para comprar um celular que custa 525 reais. Se ela guardar 25 reais por mês, quantos meses vai levar para conseguir a quantia necessária para a compra?”:

The image shows a student's handwritten work on lined paper. On the left, there is a vertical addition problem: $2 \cdot 1 \overline{) 525}$ with 25 written below 525 and a horizontal line under 25 , resulting in 550 written below the line. To the right of a vertical line, the student has written "quantia necessaria. e" on the top line and "550 reais" on the bottom line.

Figura 2: Resolução aluna D- Encontro 1

Nota-se que ela não compreendeu o problema, pois ele falava o valor do celular e a quantia que seria guardada por mês, indagando quantos meses seriam necessários para juntar o dinheiro e a aluna em sua resolução apenas somou os únicos dois dados apresentados no enunciado, apresentando uma resposta em reais, quando a pergunta solicitava a quantidade de meses. Podemos notar que a aluna não compreendeu o problema e provavelmente também não realizou nenhum tipo de verificação ao terminá-lo.

Veja também a resolução do aluno F no problema da garagem:

O porteiro de um edifício controla o número de vagas de uma garagem fazendo anotações em um quadro:

	Capacidade	Lugares ocupados
1º subsolo	97	73
2º subsolo	82	49
3º subsolo	70	21

- a) Qual é a capacidade total dessa garagem? 9
- b) Quantos veículos estavam estacionados no momento das anotações? 3
- c) Quantos veículos ainda poderiam estacionar em cada subsolo? 6

Figura 3: Resolução aluno F- Encontro 1

Pelo que pude observar a maior parte dos alunos sentiu muita dificuldade em resolver esse problema, acredito que pela presença da tabela, por terem trabalhado pouco ou nada com interpretação de tabelas, mas trago essa resolução pois ela me chamou a atenção. Ao me deparar com uma resposta tão distante da correta perguntei ao aluno F uma explicação de sua resolução, que me mostrou que para responder a letra a) que pedia a capacidade total da garagem ele havia somado os espaços da tabela preenchidos por números e os espaços com as indicações dos subsolos, chegando em nove como resposta. Na letra b) que pedia quantos veículos estavam estacionados no momento da anotação ele me falou que contou os espaços na tabela na coluna lugares ocupados, por este motivo chegou em três. E por último para responder a letra c) que pedia quantos veículos podiam ainda ser estacionados, ele contou na tabela os espaços preenchidos por números, chegando em seis. Essa resolução mostra que o aluno não tinha ideia de como interpretar os dados em uma tabela.

Analisando as resoluções apresentadas nesse primeiro encontro noto que apesar de alguns alunos não apresentarem grandes dificuldades nesses problemas propostos, muitos não seguem os passos necessários para a resolução de um problema. Não compreendendo o que pede o problema, nem elaborando um plano de resolução, nem fazendo a verificação, pois pode-se encontrar respostas absurdas em relação a coerência

aos dados do problema, como pudemos notar nas resoluções apresentadas anteriormente.

Na continuação deste primeiro encontro, conforme os alunos terminavam as fichas iniciavam a próxima atividade que era a escrita de uma história. Havia duas restrições para a escrita dessa história, que eram: Que nas histórias contivessem números e que fossem utilizados no mínimo 10 linhas para escrevê-las. Com essas histórias pretendia analisar como a matemática está inserida no dia a dia destes alunos e a partir desse encontro preparar os próximos que seriam contextualizados de acordo com o que foi relatado por eles.

Ao realizarem essa atividade os alunos demonstraram mais dificuldades e levaram um tempo maior para realizá-la. Ao ler as histórias podemos encontrar os mais variados contextos, entre eles receitas; compras no mercado, na padaria, na farmácia; situações envolvendo celulares; número de animais em uma fazenda, textos desconexos, entre outros. Três alunos não escreveram o texto.

Ao analisar os textos, apesar de achar alguns muito interessantes notei que os alunos eram muito jovens, suas experiências em situações reais envolvendo matemática eram muito limitadas e forçar uma contextualização ia contra minha proposta. Então neste momento optei que para os próximos encontros iria levar problemas que explorassem apenas o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas na perspectiva de Polya, e não mais a Resolução de Problemas com a contextualização.

4.2 SEGUNDO ENCONTRO

No segundo encontro com a turma comecei entregando os textos que os alunos haviam produzido no encontro anterior. Ao entregar pedi que eles escrevessem um problema usando como inspiração sua história. Nesse primeiro momento enquanto os estudantes criavam seu problema, uma das três alunas que não havia feito a história no encontro anterior, a fez e criou um problema, e os outros dois estudantes que não haviam criado a história, optaram apenas por criar um problema cada um.

Após os alunos terem elaborado seus problemas eu os recolhi e redistribui para que cada um deles tivesse que resolver o problema de um colega. Nesse momento fui

chamada várias vezes, pois os alunos estavam com dificuldades em entender a letra, ou o que estava sendo pedido no problema elaborado pelo colega.

Meu objetivo com essa atividade era ter uma ideia sobre o que era um problema matemático para aquele grupo de alunos. Nos problemas criados podemos encontrar problemas-padrão simples e composto, problemas em que faltaram informações para serem resolvidos e problemas desconexos.

Veja o problema da aluna D, um exemplo de problema-padrão simples:

Era uma vez 2 amigas que estavam desenhando e daí veio 3 amigos. Quantas amigas restarão?

Figura 4: Questão aluna D- Encontro 2

Já o problema da aluna O, não é possível resolver, pois faltam dados. Veja que ela diz em seu problema que Larissa tem dois filhos, e fala a idade deles, mas em sua pergunta indaga quantos filhos e netos Larissa tem, o que não pode ser respondido por completo apenas com os dados disponíveis.

A Larissa tem 2 filhos de 38 anos e um filho que nasceu e morreu. Quantos filhos ela tem e netos?

Figura 5: Questão aluna O- Encontro 2

Já o problema da aluna I, é extremamente elaborado e explora vários conceitos matemáticos, como sucessor, antecessor, múltiplo, entre outros. Ela apenas se enganou na ordem da última palavra que devia ser (12-2-14-29-15-17-2-12-1- Divertida, já que era dia 17) e esqueceu de mencionar a qual elemento neutro ela estava se referindo, que é o da multiplicação.

Decifre a frase:

A, se for elemento neutro
 E, se for 29
 D, se for o resultado de 4×3
 I, se for sucessor de 1
 F, se for antecessor de 24
 R, se for múltiplo de 5
 Z, se for um 1 do lado de outro 1
 N, se for resultado de $4 + 4$
 V, se for resultado de 7×2
 T, se for o número do dia de hoje

1 - - 23 - 1 - 11 - 29 - 8 - 12 - 1 - - 29 - -

12 - 2 - 14 - 29 - 17 - 15 - 2 - 12 - 1 !

Figura 6: Questão aluna I- Encontro 2

Com exceção do problema da aula I, todos os outros problemas ou continham a resposta já no enunciado ou eram problemas que podem ser resolvidos com apenas um cálculo, uma aplicação direta em um dos algoritmos das quatro operações básicas.

Para a realização da próxima atividade os alunos se sentaram em duplas e então entreguei o primeiro problema dentre os que haviam sido preparados para serem resolvidos nesse segundo período. Antes mesmo de eu terminar de entregar a todas as duplas, já ouvi duplas dizendo que haviam terminado de resolvê-lo. Ao ir nessas duplas notei que a resolução não estava correta, então no quadro iniciei uma combinação com os alunos: Combinei que para resolver um problema iríamos seguir quatro passos (que são os quatro passos propostos por Polya), o primeiro seria compreender o problema, no qual eles iriam ler o problema quantas vezes fosse necessário até entendê-lo, compreender o que estava sendo pedido e anotar os dados; como segundo passo eles iriam elaborar um plano, isto é, definir na dupla como iriam resolver esse problema, que estratégia iriam seguir; no terceiro passo iriam executar o plano, isto é fazer os cálculos

e aplicar as estratégias e no último passo a verificação, na qual eles iram verificar se resposta estava correta isto é se ela obedecia todas as condições do problema e se todos os cálculos haviam sido resolvidos de forma correta.

Primeiro problema:

“Marcos e Paulo possuem, juntos 46 figurinhas. Marcos possui 8 a mais que Paulo. Quantas figurinhas têm cada um?”

Então as duplas começaram as resoluções, mas todas elas, nesse primeiro momento ao resolverem o problema dividiam quarenta e seis por dois que resultava em vinte e três, e depois descontavam as oito figurinhas de Paulo (Já que no problema dizia que Marcos tinha oito figurinhas a mais) e davam a Marcos, mas na hora da verificação notavam que apesar da soma das figurinhas dos dois ser quarenta e seis, a diferença entre as figurinhas de Marcos e Paulo era dezesseis e não oito.

Foi interessante observar que eles continuavam fazendo os mesmos cálculos, não paravam para analisar a situação, me chamaram muitas vezes, mas quando eu ia fazer a verificação junto com eles, pelo menos uma das condições do problema não era respeitada. Depois de várias tentativas alguns alunos até começaram a dizer que o problema não tinha solução, ou que para resolvê-lo seriam necessários conteúdos que eles ainda não haviam aprendido.

Depois de muito tempo tentando resolver, duas duplas que decidiram pensar juntas chegaram na resposta, através da estratégia da tentativa e erro, mas não sabiam explicar o porquê do resultado. Eles haviam dividido as quarenta e seis figurinhas por dois, o que resultou em vinte e três e depois descontaram quatro figurinhas de Paulo e deram para Marcos, mas só concluíram que Paulo deveria dar quatro figurinhas a Marcos depois de várias tentativas de valores, e como viram que na verificação as condições eram respeitadas notaram que a resposta estava correta.

O restante da turma continuou fazendo os mesmos cálculos e como nosso tempo neste encontro estava finalizando optei por resolver o problema com eles. Um aluno leu o problema, refletimos sobre o que era perguntado e quais eram as condições, então peguei quarenta e seis figurinhas e dois alunos se voluntariaram para ser Marcos e Paulo, mas mesmo com as figurinhas eles não conseguiam pensar em um plano diferente. Foi quando falei: “*Já que Marcos tem oito figurinhas a mais que Paulo, que tal a gente já dar*

essas oito para ele” automaticamente pude notar a reação e fala dos alunos espantados por não terem pensado nisso antes. A partir desse momento vários disseram, que agora era só dividir as figurinhas que sobraram entre os dois.

Apesar de eu ter ajudado os alunos no final deste encontro, notei um grande avanço, pois já havia conseguido, no primeiro problema, que eles seguissem os quatro passos propostos por Polya. A grande dificuldade acredito, que se deve ao fato de até aquele momento eles nunca resolverem esse tipo de problema que exige estratégias, geralmente os problemas que eles resolviam evocavam um único cálculo direto, então ao verem o problema foi automático já sair calculando. Entendo, que para um primeiro problema, já conseguimos avançar bastante.

4.3 TERCEIRO ENCONTRO

No terceiro encontro levei os problemas propostos para o segundo encontro que não haviam sido resolvidos e mais alguns problemas do tipo quebra-cabeça, o que totalizou em nove problemas propostos. Alguns grupos conseguiram resolver todos os problemas propostos.

Para os nove problemas deste encontro, levei material para a resolução de quatro. Em relação aos dois problemas dos palitos vários grupos só conseguiram resolver com o auxílio dos palitos. O mesmo ocorreu com o desafio das moedas, a maioria dos grupos só conseguiu resolver depois que ganharam as moedas e puderam movimenta-las de modo a descobrir como chegariam na figura I a partir da figura II movimentando apenas três moedas. Equivalente pode-se observar no problema no planeta de Zoltan em que só existiam notas de cinco e sete reais.

Entre todas as resoluções desenvolvidas neste encontro pelos estudantes, veja algumas que chamaram mais a atenção:

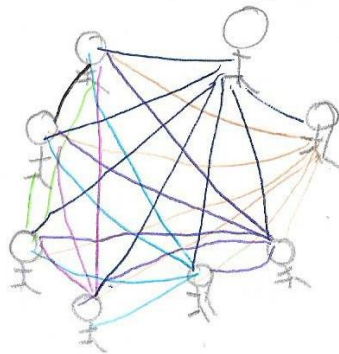
Ao resolverem o problema “O restaurante de Daniel tem 29 mesas, sendo algumas para 4 pessoas e outras para 2 pessoas. Ao preparar o almoço, Daniel colocou 80 pratos nas 29 mesas. Quantas mesas de cada tipo existem no restaurante de Daniel?” O grupo composto pelos alunos B, I, M e P criaram uma estratégia de solução a qual está descrita abaixo (explicação foi filmada), vejamos a explicação da aluna I:

-Aqui nós temos 29 mesas como pode ver... (Aluna mostra na classe o desenho das 29 mesas) a gente botou 10 de 4 e 10 de 2 e depois foi alternando, quatro, dois, quatro, dois... deu 15 de 4 e 14 de 2 (15 mesas de 4 lugares e 14 mesas de dois lugares).. Então.. daí a gente fez a conta dos pratos e viu que tinha dado 88, daí a gente riscou o prato daqui, daqui, daqui e daqui (neste momento a aluna riscava dois pratos das mesas de 4 lugares, tornando-as mesas de 2 lugares, fazendo esse processo em 4 mesas).. daí a gente calculou e deu 80 pratos... daí a gente calculou e contou quantas mesas tinha de cada um.. 11 de 4 e 18 de 2 que deu 29.

De acordo com a explicação da aluna podemos notar que a estratégia de resolução deste grupo foi um desenho e que no decorrer da resolução foram desenvolvidos os quatro os passos propostos por Polya. Este grupo de alunos compreendeu o problema, elaborou uma estratégia através do desenho das mesas e pratos, aplicou a estratégia fazendo as alterações necessárias no desenho de modo que fossem respeitadas as condições e por fim fez a verificação. Pode-se notar uma mudança nas atitudes dos alunos, pois neste momento eles já estavam sozinhos seguindo os passos propostos por Polya para obter sucesso em suas resoluções.

Outra resolução interessante neste encontro foi a do problema dos apertos de mãos que dizia o seguinte: “Num encontro entre 8 amigos, cada um troca um aperto de mão com todos os outros. Quantos apertos de mãos terão ao todo?”. Inicialmente muitos grupos colocaram que seriam 64 apertos de mãos (cada um dos amigos daria 8 apertos), mas ao serem indagados por mim eles notaram que nessa contagem, haviam pessoas trocando dois apertos de mãos e não um como era o definido no enunciado, notaram também que nessa contagem os amigos davam apertos de mãos a si mesmos, o que também não era permitido, então para contar os apertos de mãos alguns grupos desenharam diagramas representando os apertos de mãos, veja o diagrama feito pelas alunas L e M:

6. Num encontro entre 8 amigos, cada um troca um aperto de mão com todos os outros. Quantos apertos de mão terão ao todo?



$$\begin{array}{r}
 7 \\
 6 \\
 5 \\
 4 \\
 3 \\
 2 \\
 1 \\
 \hline
 28
 \end{array}$$

*Terão ao todo
28 apertos de mão*

Figura 7: Resolução alunas L e M- Encontro 3

É possível ver nessa figura que a estratégia utilizada pelas meninas para resolver este problema foi um diagrama. Os oito amigos foram desenhados e cada aperto de mãos trocado foi representado pelo desenho de uma linha entre os amigos. O primeiro amigo a dar aperto de mão, deu sete apertos, que estão representados pelas linhas em azul escuro, o segundo amigo a dar aperto de mão, não deu para o primeiro, pois eles já haviam trocado um aperto de mãos, o que totalizou em seis apertos de mãos representados pelas linhas laranjas, e assim sucessivamente as meninas concluíram corretamente que os amigos trocaram vinte oito apertos de mãos. Elas seguiram os passos de Polya, pois compreenderam o problema, criaram uma estratégia que foi colocada em prática através do diagrama e a verificação pode ser feita observando que as condições foram respeitadas e contando as linhas traçadas.

Veja o seguinte problema: “O dinheiro no planeta Zoltan vem em notas de 5 e 7. Qual é a menor quantidade de dinheiro que você precisa dar para pagar um pedaço de pizza que custa 1 recebendo integralmente o seu troco? (A pizzaria tem notas de 5 e 7 em grande quantidade.) Por exemplo, dar uma nota de 7 não serve pois não tem como receber 6 de troco”. Para a resolução deste problema, como já havia comentado anteriormente, levei notinhas falsas de cinco e sete reais. Na resolução abaixo da aluna B, vemos os cálculos perfeitamente montados, mas ela só conseguiu perceber qual era a menor quantia de dinheiro possível para pagar a pizza através da tentativa e erro fazendo vários testes com as notinhas.

4.O dinheiro no planeta Zoltan vem em notas de 5 e 7. Qual é a menor quantidade de dinheiro que você precisa dar para pagar um pedaço de pizza que custa 1 recebendo integralmente o seu troco? (A pizzaria tem notas de 5 e 7 em grande quantidade.) Por exemplo, dar uma nota de 7 não serve pois não tem como receber 6 de troco.

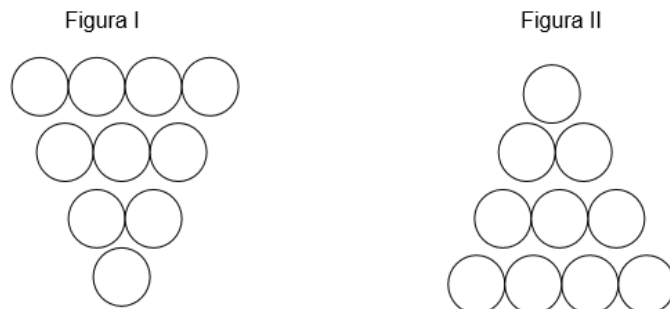
R.: Eu dou 3 notas de 5 e de troco recebo 2 notas de 7.

$\begin{array}{r} 5 \\ \times 3 \\ \hline 15 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ \times 2 \\ \hline 14 \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ -14 \\ \hline 01 \end{array}$
-----------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------

Figura 8: Resolução aluna B- Encontro 3

Essa situação mostra quanto o material pode facilitar a aprendizagem de alguns alunos, pois é muito mais fácil praticar a ação do que apenas imaginar. Podemos ver também que ela seguiu os passos de Polya, pois compreendeu o problema, criou uma estratégia, a colocou em prática com as notinhas e no final fez os cálculos para a verificação.

Ao resolver o problema das moedas, que pode ser classificado como problema do tipo quebra cabeça, que possui o seguinte enunciado: “Dez moedas estão dispostas formando um triângulo, como na figura I. Movimentando apenas três moedas na figura II, obtenha a formação da figura I”



A aluna L inicialmente montou com as moedas a figura II e começou a mexe-las de modo a tentar chegar na figura I. Através da estratégia da tentativa e erro, a aluna tentou movimentar as moedas de diversas formas para obter a figura desejada, como

não obteve sucesso usou como estratégia o desenho do triângulo que podemos ver na figura abaixo. Ela fez esse desenho, pois notou que como as moedas tinham que ficar na mesma formação da figura I, elas deveriam ficar na forma de um triângulo, então após desenhá-lo, ficou fácil saber quais eram as três moedas a serem movimentadas.

Dez moedas estão dispostas formando um triângulo, como na figura I.
Movimentando apenas três moedas na figura II, obtenha a formação da figura I.

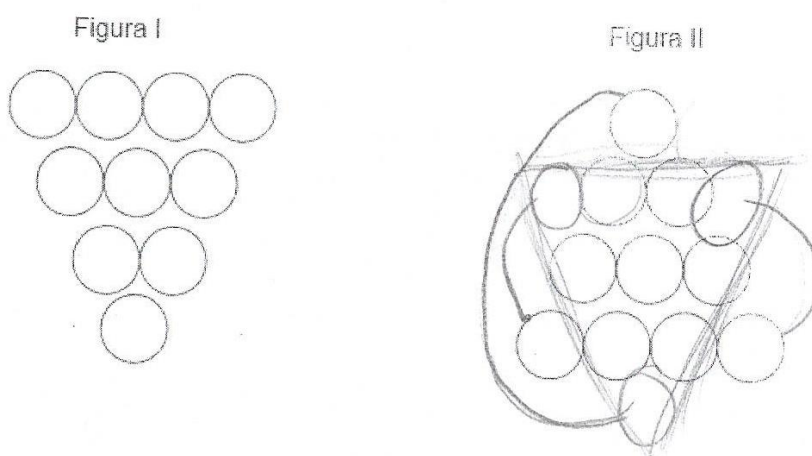


Figura 9: Resolução aluna L- Encontro 3

4.4 QUARTO ENCONTRO

Para a realização do quarto encontro levei novamente 9 problemas. Alguns do tipo quebra-cabeça, outros do tipo problemas-processo nos quais os alunos teriam que analisar os dados e fazer as operações necessárias, mas todos utilizavam como conteúdo apenas as quatro operações.

O problema no qual a maioria dos alunos levou mais tempo para resolver foi o: “O número 30 pode ser expresso usando três vezes o algarismo 5. Observe: $30 = 5 \times 5 + 5$. Agora escreva o número 100 usando seis vezes o algarismo 9.” A maioria dos grupos através da estratégia da tentativa e erro chegou em 99 rapidamente, mas demorou para lembrar que $9/9$ é 1. Uma prova disso foi quando um grupo de alunos depois de muitas tentativas me chamou e diziam não ser possível escrever o número 100 usando apenas 6 vezes o algarismo 9. Quando a aluna M foi justificar dizendo que não tinha como, pois, sempre chegavam em 99, ela afirmou que já haviam feito todas as operações, $9+9$, $9-9$,

9x9 e 9/9, e foi falando isso que o grupo finalmente percebeu que só faltava somar 9/9 para chegar ao 100.

Já no problema: “ (OBMEP – 2014)Um grupo de 14 amigos comprou 8 pizzas. Eles comeram todas as pizzas, sem sobrar nada. Se cada menino comeu uma pizza inteira e cada menina comeu meia pizza, quantas meninas havia no grupo? ” Mais de uma forma de resolução foi apresentada pela turma, uma das que mais me chamou atenção foi a resolução do aluno J que podemos observar na figura abaixo:

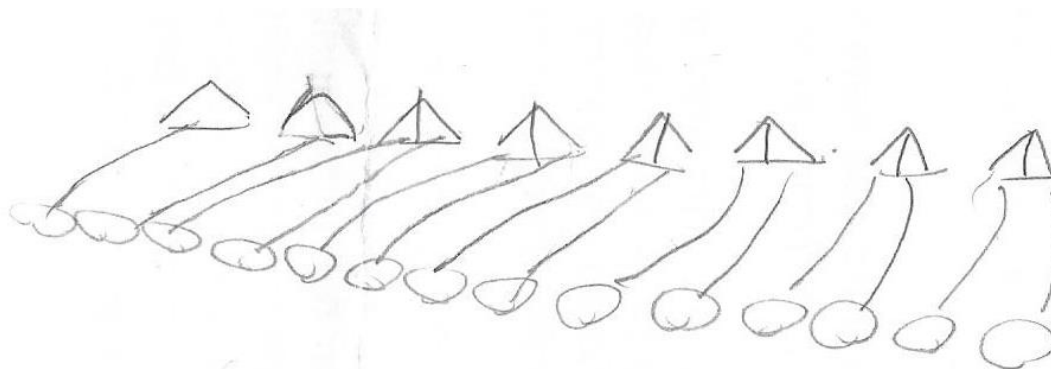


Figura 10: Resolução aluno J- Encontro 4

Ao indagá-lo sobre sua estratégia que foi um desenho ele me explicou que desenhou as 8 pizzas que estão representadas pelos triângulos e depois desenhou os 14 amigos que estão representados pelas 14 circunferências. Depois começou a ligar as pizzas aos amigos, notando que seria necessário dividir 6 pizzas pela metade e deixar duas inteiras para ligar todas as pizzas a algum amigo. Ao terminar as ligações pode concluir que como 2 amigos haviam comido duas pizzas inteiras, haviam 2 meninos, e como 12 amigos haviam comido meia pizza, haviam 12 meninas.

Nesse mesmo encontro outra resolução do aluno J chamou atenção. Ao resolver o problema:

Números triangulares são números naturais que podem ser representados na forma de um triângulo equilátero, como na figura abaixo. Sem desenhar as bolinhas diga qual será o décimo número triangular. Explique como você chegou no número.



Ordem dos números triangulares	1º	2º	3º	4º	5º
Valor numérico	1	3	6	10	15

Ele analisou que a cada passo uma linha de pontinhos era acrescentada, e essa linha aumentava um pontinho a cada etapa, logo o décimo número triangular era o cinquenta e cinco, pois ele era o quinze mais uma linha com seis pontinhos, mais uma linha com sete pontinhos mais uma linha com oito pontinhos, mais uma linha com nove pontinhos e mais uma linha com dez pontinhos (Explicação foi escrita de acordo com o relato do aluno). Neste exercício podemos notar que em sua estratégia ele procurou uma regularidade entre os números triangulares notando que a cada passo uma linha de pontinhos era acrescentada, sendo essa linha sempre como um pontinho a mais do que a linha do passo anterior.

Outra resolução interessante feita também pelo aluno J foi a do problema “Foram convidadas 38 crianças para o aniversário de Paulinho. O pai de Paulinho precisa alugar mesas quadradas para fazer uma longa fila, colocando as mesas lado a lado, uma encostada na outra. Ele quer que cada lado disponível da mesa seja ocupado por uma única criança. Qual é o número de mesas que ele deverá alugar?” O aluno J, novamente para resolver o problema usou como estratégia um desenho. Como podemos verificar abaixo, ao fazer o primeiro desenho da situação o aluno J observou que nas mesas das pontas deveriam ter três crianças sentadas, e nas outras mesas teriam duas. Então para resolver o problema optou por fazer um desenho completo no qual fez todas as mesas e os trinta e oito convidados, representados pelas bolinhas, assim notou que seriam necessárias dezoito mesas para as trinta e oito crianças.

0		0
0	1	0
6	2	0
0	3	0
0	4	0
0	5	0
0	6	0
0	7	0
0	8	0
0	9	0
6	10	0
0	11	0
0	12	0
0	13	0
0	14	0
6	15	0
0	16	0
0	17	0
0	18	0

Figura 11: Resolução aluno J- Encontro 4

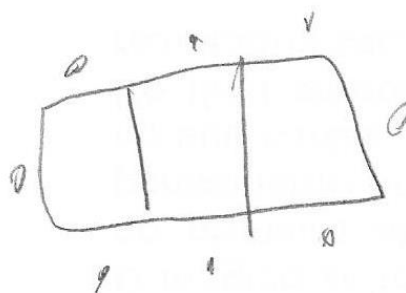


Figura 12: Resolução aluno J- Encontro 4

É possível notar que o aluno J, segue os quatro passos de Polya, pois ele primeiro lê até compreender o problema, pensa em uma estratégia, que geralmente tem um desenho, aplica a estratégia e no final confere se os cálculos estão corretos e se todas as condições foram respeitadas. Ele é um claro exemplo de que o comportamento dos alunos perante um problema mudou muito no decorrer dos encontros. Podemos encontrar na figura abaixo uma de suas resoluções do terceiro encontro, no problema do aperto de mãos, no qual ele e seu colega de grupo concluíram que eram dados cinquenta e seis apertos, no qual afirmaram erroneamente que cada amigo deu sete apertos de mão. Nesse momento o aluno J ainda não fazia desenhos para esquematizar os problemas, depois que começou a esquematizar, suas resoluções dificilmente continham erros.

6. Num encontro entre 8 amigos, cada um troca um aperto de mão com todos os outros. Quantos apertos de mão terão ao todo?

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 7 \\ \hline 56 \end{array}$$

No encontro não dados 56 apertos de mão

Figura 13: Resolução dos alunos J e C- Encontro 3

Para resolver o seguinte problema “Flávia pegou o elevador. Desceu 5 andares, subiu 6, desceu 7 e chegou no segundo andar. Em que andar ela estava? ” À aula B utilizou a estratégia do caminho inverso. Ao questioná-la sobre sua resolução ele me respondeu que foi fácil resolver, pois era só fazer o caminho contrário. Ela afirmou que começou no segundo andar, onde Flávia deveria chegar, depois subiu sete andares e chegou no nono andar, onde Flávia deveria estar para descer sete andares e parar no segundo, depois desceu 6 andares e parou no terceiro, já que ela havia subido seis andares e por fim subiu cinco andares parando no oitavo andar, ponto de partida de Flávia. Ao questioná-la se sabia se estava correta sua resposta ele me respondeu que sim, pois havia verificado ao fazer os passos que Flávia fez começando no oitavo andar e terminando no segundo andar. Podemos observar aqui uma solução correta que fez uso dos quatro passos de Polya, pois a aluna compreendeu o problema, definiu uma estratégia, seguiu sua estratégia e por fim fez a verificação, obtendo sozinha a segurança que seu procedimento estava correto.

Flávia pegou o elevador. Desceu 5 andares, subiu 6, desceu 7 e chegou no segundo andar. Em que andar ela estava?

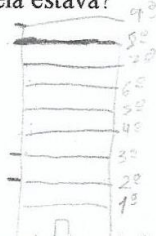


Figura 14: Resolução aluna B- Encontro 4

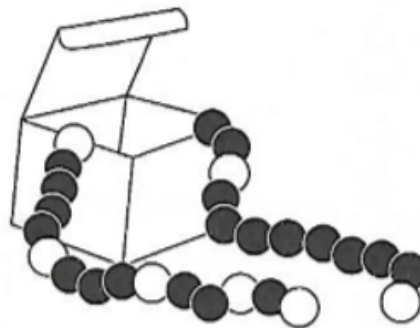
4.5 QUINTO ENCONTRO

Para o quinto encontro preparei doze problemas. Levei mais problemas que nos encontros anteriores, pois algumas duplas neste momento já estavam resolvendo mais rápido, com mais facilidade que nos primeiros encontros.

Neste encontro sem dúvidas o problema que gerou mais dificuldade para a maioria dos alunos foi o problema das bolinhas pretas e brancas dentro de uma caixa, veja:

Descubra a sequência de bolas pretas e brancas.

- a) Quantas bolas estão escondidas?
- b) Quantas bolas tem o colar?
- c) Quantas bolas pretas tem o colar?



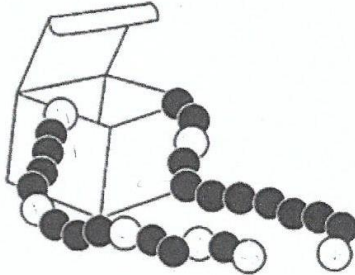
As alunas D, L e M ao resolverem este problema utilizaram a estratégia da tentativa e erro para tentar adivinhar o número de bolinhas que havia dentro da caixa, mas depois de alguns palpites para o número de bolinhas observaram com mais calma o problema e perceberem que havia uma sequência nas bolinhas no colar (Um a branca, duas pretas, uma branca, três pretas, uma branca, quatro pretas, uma branca, cinco pretas, uma branca, seis pretas, uma branca, sete pretas, uma branca, oito pretas e mais uma branca), mas ao fazerem os cálculos do total de bolinhas esqueceram de somar uma bolinha branca que fica na ponta, começando a soma pelas oito pretas. Em consequência desse erro ao resolverem a letra a) do problema na qual fizeram o total de bolinhas menos as bolinhas que estavam fora da caixa erraram por uma bolinha, aquela branca que foi esquecida na hora da soma. Em relação a letra c) elas não tiveram problemas, pois as bolas pretas haviam contado corretamente. O que quero chamar atenção aqui não é para o erro, mas sim ao fato delas não terem seguido os quatro passos. Podemos notar pela resolução que elas compreenderam o problema, criaram uma estratégia e a seguiram, mas provavelmente não fizeram a verificação, pois se tivessem feito, presume-se que teriam notado esse pequeno erro que gerou o insucesso da resolução.

Descubra a sequência de bolas pretas e brancas.

a) Quantas bolas estão escondidas?
Estão escondidas 17 bolas

b) Quantas bolas tem o colar?
O colar tem 44 bolas.

c) Quantas bolas pretas tem o colar?
O colar tem 36 bolas pretas



44

44
- 27

17

Figura 15: Resolução alunas D, L e M- Encontro 5

Mais uma vez fica claro como é importante seguir os quatro passos, pois nesse caso que analisamos agora, as meninas fizeram a parte mais difícil que era notar que havia uma sequência nas bolinhas do colar. Mas por falta de atenção esqueceram de somar uma bolinha, e como não houve uma verificação elas não notaram.

Veja também o seguinte problema proposto neste encontro:

Números quadrados são números naturais que podem ser representados na forma de um quadrado, como na figura abaixo. Sem desenhar as bolinhas diga qual será o oitavo número quadrado. Explique como você chegou no número.



Ordem dos números quadrados	1º	2º	3º	4º
Valor numérico	1	4	9	16

Para resolvê-lo o aluno P utilizando a estratégia da regularidade foi completando os quadrados aumentando as bolinhas necessárias em cada um dos passos, chegando na resposta desejada, veja:

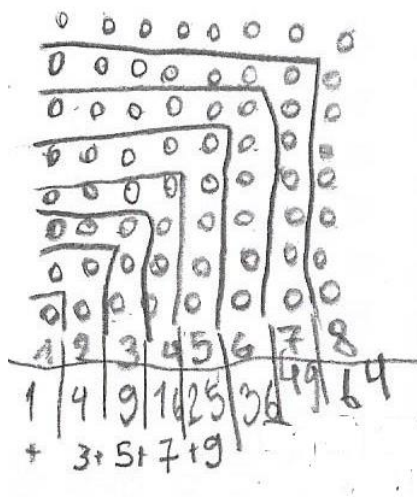


Figura 16: Resolução aluno P- Encontro 5

Essa resposta me chamou muita atenção, pois ele criou sozinho esta estratégia, apesar dela ser utilizada em livros para mostrar os números quadrados. O aluno afirmou que desconhecia essa classificação “números quadrados” feita a esses números. A maioria dos outros grupos ao resolver este problema, fez relação com o problema dos números triangulares resolvido no encontro anterior (o aluno P havia faltado no encontro anterior), o que é um problema correlato, muito enfatizado por Polya.

Outra resolução que chamou a atenção nesse encontro foi a resolução das alunas A e I que ao resolverem o problema: “Uma lesma está no fundo de um poço de seis metros de altura. Ela sobe dois metros por dia, para um pouquinho e cai um metro. Quantos dias ela levará para chegar ao topo do poço?” Ao invés de responderem seis dias, como a maioria das pessoas responde ao ler este problema (pois como ela sobe dois metros e desce um metro, a lesma sobe apenas um metro por dia, logo seis metros levariam seis dias, mas esquecem que no quinto dia quando ela sobe dois metros, já alcança o topo do poço) as meninas responderam corretamente que a lesma levaria cinco dias, pois para resolver o problema elas utilizaram como estratégia o desenho, representando nele os movimentos da lesma, chegando rapidamente na resposta correta.

Uma lesma está no fundo de um poço de 6 metros de altura. Ela sobe 2 metros por dia, para um pouquinho e cai um metro. Quantos dias ela levará para chegar ao topo do poço?

R: Ela vai levar 5 dias pra sair do poço

R: 5 porque no último dia ele só sobe 1m e não cai

Figura 15: Resolução alunas A e I - Encontro 5

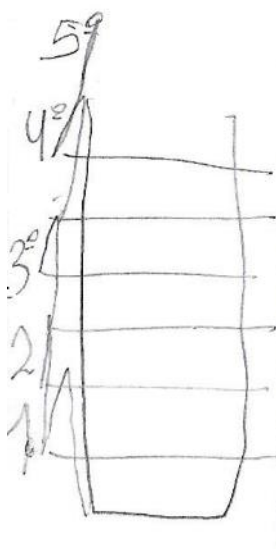


Figura 16: Resolução alunas A e I - Encontro 5

Essas mesmas alunas A e I, ao resolverem o problema: “Tirei uma foto de algumas crianças brincando com cachorros. Na foto há sete cabeças e 22 pernas. Quantas crianças estão na foto?” O compreenderam, e aplicaram como estratégia um esquema no qual desenharam as sete cabeças, as vinte e duas pernas e depois fizeram ligações, concluindo que as cabeças ligadas a quatro pernas eram cachorros e as cabeças ligadas a duas pernas eram crianças. Mas ao fazerem essas ligações esqueceram de ligar duas pernas, errando o problema. Podemos ver nesse caso que provavelmente as alunas não seguiram o último passo, pois imagina-se que se tivessem feito a verificação teriam notado que haviam errado na ligação.

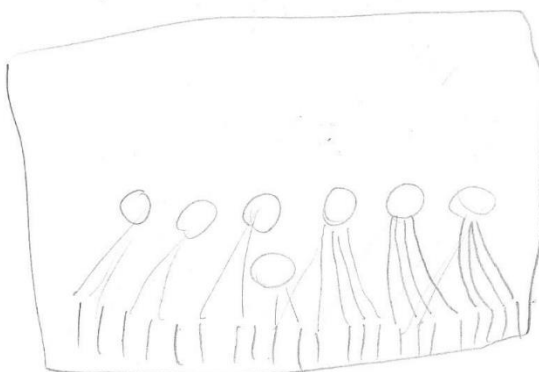


Figura 19: Resolução alunas A e I- Encontro 5

Para resolver este outro problema: “Serginho comprou um relógio por R\$155,00 e pagou com 12 notas. Ele usou notas de R\$5,00, R\$10,00, R\$50,00 e R\$100,00. Quantas ele deu de cada uma?” Novamente as meninas A e I, fizeram um desenho que continha as 12 notas, mas para resolver este problema utilizaram a estratégia da tentativa e erro, pois para chegar na resposta elas foram atribuindo os valores de 5, 10 e 50 as notinhas, mudando convenientemente até que a soma atingisse R\$155,00.

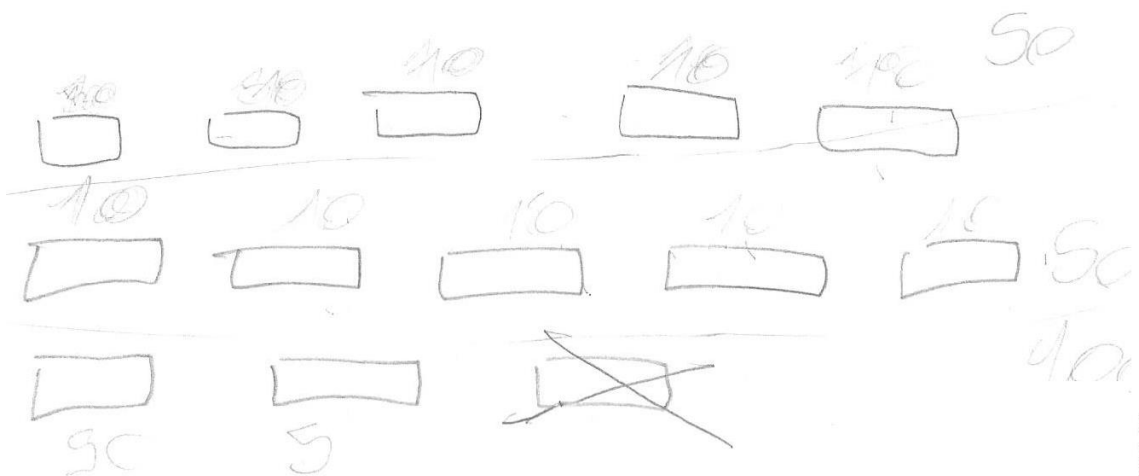


Figura 20: Resolução alunas A e I- Encontro 5

Podemos notar que as meninas A e I seguem os passos de Polya, mas as vezes acabam pulando a verificação que é um passo extremamente importante na resolução de um problema. De qualquer forma não podemos deixar de observar que mesmo que às vezes elas não façam a verificação, já é possível notar uma mudança na postura delas ao resolver um problema em relação aos primeiros encontros. Neste encontro elas já estavam lendo o problema com mais calma, o compreendendo, pensavam em como iriam resolvê-lo e então colocam em prática suas estratégias.

É importante lembrar que no primeiro problema apenas um grupo de alunos da turma conseguiu criar uma estratégia de solução, que foi a estratégia da tentativa e erro e neste momento quase todos os grupos estão resolvendo todos os problemas. A aluna A, por exemplo, no primeiro encontro ao resolver o problema dos livros juntou todos os dados e fez operações de adição e subtração entre eles, como podemos verificar na figura abaixo, e neste momento ela já resolve os problemas seguindo os passos propostos por Polya.

Joana adora ler livros, em 2016 ela leu 52 livros. A biblioteca onde Joana retira os livros para ler em 2016 possuía 2423 livros. No início de 2017 a biblioteca comprou 521 livros novos. Quantos livros possui a biblioteca atualmente?

Handwritten work showing the student's solution to the word problem:

$$\begin{array}{r} 2016 \\ - 52 \\ \hline 1964 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2016 \\ + 2423 \\ \hline 4439 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2017 \\ - 521 \\ \hline 1496 \end{array}$$

Possui 8241 livros

$$\begin{array}{r} 12 \\ 1964 \\ 4439 \\ + 1496 \\ \hline 8241 \end{array}$$

Figura 17: Resolução Aluna A- Encontro 1

4.6 SEXTO ENCONTRO

No sexto e último encontro, que foi de apenas 50 minutos, os alunos inicialmente responderam um questionário, que abrangia as seguintes perguntas:

1. Dos problemas resolvidos ao longo dos cinco encontros que tivemos, qual você mais achou interessante de resolver? Por quê?

2. De todos os problemas apresentados, qual você achou o mais difícil? Por quê?

3. Se você recebesse um problema agora, quais os passos você acredita que são necessários para resolvê-lo?

4. O que você achou de participar desses encontros? Gostaria de deixar algum comentário, crítica ou sugestão?

Registro e reflito um pouco sobre as respostas dos alunos no capítulo dos resultados. Conforme os alunos terminavam de responder o questionário, iniciavam a resolução dos desafios.

Como neste último encontro vários alunos chegaram atrasados, muitos responderam apenas o questionário. Alguns fizeram, ou ainda estavam fazendo o desafio do hexágono regular quando acabou o período e apenas uma aluna resolveu o desafio do código.

5.RESULTADOS

Nessa pesquisa exploratória buscou-se responder a seguinte pergunta: “Quais são as estratégias evidenciadas pelos alunos ao serem expostos a metodologia de Resolução de Problemas envolvendo problemas de Aritmética? ”

Ao analisarmos as resoluções pudemos identificar quatro tipos de estratégias que foram citadas no capítulo anterior, entretanto podemos afirmar que a estratégia mais utilizada pelos estudantes é a da utilização de esquema ou desenho.

Além disso é possível notar uma mudança em relação a conduta destes estudantes, pois no primeiro encontro desta pesquisa me deparei com um grupo de alunos que tinha pressa, pressa em concluir tudo rapidamente, inclusive os problemas matemáticos. Quando dei aos alunos aqueles problemas de verificação no primeiro encontro, todos resolveram tudo muito rapidamente, mas quando fui olhar as resoluções me deparei com erros absurdos, alguns deles já mencionados no capítulo anterior, em que o problema pedia quantos meses seriam necessários para juntar determinada quantia de dinheiro e a resposta foi dada em reais, ou quando pedia o número de livros da biblioteca e alguns alunos somaram todos os dados do problema. Essa “pressa” tentou se repetir no segundo encontro quando entreguei o primeiro problema. Antes mesmo de eu terminar de entregar o problema a todos os alunos já havia duplas dizendo que tinham terminado. Ao verificar que haviam feito de forma errônea, comecei neste momento com eles um processo de transformação. Esse encontro foi um dos mais difíceis, pois neste momento comecei a mostrar a importância de seguir os passos propostos pela heurística de Polya e criar um plano de resolução.

Com o decorrer dos encontros, esse hábito de ter “pressa” foi sumindo, os alunos nos grupos, assim que eu entregava o problema, já começavam a lê-lo e entendê-lo, anotavam as condições e iniciavam a construção de estratégias. A maioria dos grupos só me chamava quando conseguia resolver, e quando isso acontecia eles me explicavam como haviam solucionado, ou me chamavam por que não estavam conseguindo encontrar o erro em suas resoluções, mas na maioria das vezes já haviam compreendido o problema, elaborado um plano e o executado, mas na hora da verificação notavam que havia algo errado e por isso me chamavam. Ao ir nas classes e ouvir as explicações

deles, logo notava o que eles estavam errando, então procurava sempre responder suas perguntas com novas perguntas, para que eles sozinhos pudessem perceber em que ponto o plano “falhava”, pois se eu simplesmente dissesse qual era o erro, ou o que deveriam fazer, estaria atrapalhando na construção de seus conhecimentos.

De modo geral, mesmo que em alguns problemas os alunos levassem mais tempo, eles conseguiam resolvê-los. Alguns alunos tiveram mais dificuldades em seguir os passos de Polya no início, pois não tinham como hábito a verificação, por exemplo, para alguns esse papel seria do professor, que se caso dissesse que estava errado, o aluno teria que refazer. Então a ação de se “auto corrigir”, ao fazer a verificação e ver se todas as condições eram respeitadas, causou um certo estranhamento. Alguns alunos ainda por vezes deixam de realizar a verificação como pudemos ver no capítulo anterior, mas agora de forma menos frequente.

É importante salientar que falei e escrevi os passos de Polya no quadro apenas duas vezes, no segundo e no início do terceiro encontro. Em outros momentos, por exemplo, quando era chamada nos grupos que diziam ter terminado, antes de escutar a explicação eu indagava: “Já fizeram a verificação? ”, ou quando me chamavam pedindo ajuda para resolver o problema eu lembrava: “Já leram o problema mais de uma vez? Já entenderam o que ele pergunta? Anotaram as condições? ”. E para minha surpresa no último encontro, ao responderem o questionário, pude notar que contribui para que a maioria dos alunos abstraísse que para resolver um problema são necessários alguns passos fundamentais, que são: leitura, análise dos dados, elaboração de um plano, execução de um plano e por fim a verificação. Veja algumas respostas da terceira pergunta do questionário:

Se você recebesse um problema agora, quais os passos você acredita que são necessários para resolvê-lo?

ler o problema
compreensão do problema
resolver o problema

Figura 18: Resposta do questionário

Se você recebesse um problema agora, quais os passos você acredita que são necessários para resolvê-lo? *ler, pensar no problema, resolver, revisar.*

Figura 23: Resposta do questionário

É importante também ressaltar que três alunos ao responderem o questionário afirmaram que o problema mais difícil de resolver foi ao mesmo tempo o mais interessante. É valioso ver esse tipo de reação dos alunos, pois quando o aluno se sente motivado e desafiado seu interesse em resolver os problemas e obter o conhecimento aumentam.

Dos problemas resolvidos ao longo dos cinco encontros que tivemos, qual você mais achou interessante de resolver? Por quê?

R: *Da roica com os bolinhos*

De todos os problemas apresentados, qual você achou o mais difícil? Por quê?

R: *Da com bolinhos pretos e brancos*

Figura 19: Resposta do questionário

Dos problemas resolvidos ao longo dos cinco encontros que tivemos, qual você mais achou interessante de resolver? Por quê?

Os dos moeda

De todos os problemas apresentados, qual você achou o mais difícil? Por quê?

*os dos moeda
porque demorei para
achar o resultado*

Figura 25: Resposta do questionário

Dos problemas resolvidos ao longo dos cinco encontros que tivemos, qual você mais achou interessante de resolver? Por quê? *o do triângulo e das moedas*

De todos os problemas apresentados, qual você achou o mais difícil? Por quê? *Eu achei o mais difícil o do triângulo de fazer um triângulo com as moedas*




Figura 26: Resposta do questionário

Outro elemento exibido pelos alunos foi a questão dos materiais, que muitas vezes torna o problema mais interessante, além de facilitar o entendimento. Pode-se ver claramente isso pela resposta da aluna B a primeira pergunta, na qual ela fala sobre o problema do planeta Zoltan em que eles tiveram o auxílio de notinhas de 5 e 7 reais falsas para resolver o problema. Veja:

Dos problemas resolvidos ao longo dos cinco encontros que tivemos, qual você mais achou interessante de resolver? Por quê?

O das notas de 5 e 7. Porque eu gostei de resolvê-lo com as notinhas de dinheiro falso

Figura 27: Resposta do questionário

Vemos também pela declaração do aluno C a importância do trabalho em grupo, do quanto ele pode facilitar a aprendizagem. Na resposta da segunda pergunta ele afirma que não achou nenhum problema difícil, pois “tinha duas cabeças pensando”. Veja:

De todos os problemas apresentados, qual você achou o mais difícil? Por quê? *Nenhuma porque tinha duas cabeças pensando*

Figura 20: Resposta do questionário

O trabalho em grupo pode ser muito benéfico aos estudantes. Eles se sentem mais à vontade para discutir com o colega, do que com o professor as estratégias que serão utilizadas para a resolução do problema. E quando discordam entre si, buscam achar o

erro na estratégia do colega, tornando a resolução ainda mais interessante. Lopes e Rodriguez trazem alguns dos benefícios do trabalho em grupo no livro “Metodologia para o ensino de Aritmética”:

“As atividades em grupos na sala de aula têm muitas funções, dentre elas instigar os alunos a pensar do ponto de vista do outro, em condições mais igualitárias, exercitar sua argumentação, aprender a trabalhar cooperativamente, estabelecer relações sociais” (LOPES e RODRIGUEZ, 2009, p. 20).

Apesar de alguns alunos ainda nem sempre seguirem todos os passos propostos por Polya como deixar, por exemplo, de fazer a verificação, podemos ver que eles desenvolveram sua capacidade de resolver um problema e compreenderam a importância de criar um plano de resolução.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa foi um estudo exploratório, na qual buscou-se identificar evidências das estratégias utilizadas pelos estudantes e não necessariamente se haviam chegado na resposta correta.

Quando iniciei os encontros me deparei com um grupo de alunos que nunca havia trabalhado com a metodologia apresentada. No início eles sentiram mais dificuldades, pois estavam acostumados com problemas os quais para resolver geralmente só precisavam aplicar os dados em algoritmos.

Aos poucos a pressa em resolver tudo muito rapidamente e chegar no resultado deu lugar para o pensar, para o desafiar-se. E no decorrer dos encontros os alunos passaram a utilizar os passos propostos por Polya para resolver os problemas. A leitura com mais atenção, a compreensão do problema e a abstração dos dados passaram a ser rotina, além de muitas vezes notarem sozinhos na verificação que o procedimento utilizado não era o correto.

Vejo que alcancei os meus objetivos com a pesquisa, pois trabalhei com um grupo de alunos com os quais nunca havia sido abordada a Resolução de Problemas antes. Conseguindo desafiá-los a construir seus próprios meios e estratégias de solução, a compreenderem a importância de criar um plano de resolução, e estimulando o desenvolvimento da autonomia destes estudantes em apenas seis encontros.

É possível verificar que os estudantes utilizaram as mais variadas estratégias para resolver os problemas, das quais pudemos identificar e classificar algumas delas no capítulo da análise. Mas é importante ressaltar que a estratégia mais utilizada na resolução dos problemas foi a construção de esquemas e desenhos, pois ao visualizarem as situações o entendimento do problema era mais rápido e eficaz. Entretanto esse hábito de desenhar e esquematizar teve que ser construído com os alunos ao longo dos encontros, pois os mesmos estavam acostumados a ir diretamente aos cálculos.

Como professora tive algumas dificuldades ao realizar esta pesquisa, pois nunca tinha aplicado a Resolução de Problemas com um grupo de alunos. Tive que ficar muito

atenta em relação as dúvidas e questionamentos dos estudantes, para que eu não explicasse aos alunos uma maneira de resolver, mas através de novas perguntas apenas contribuísse para que eles sozinhos construíssem seus meios e estratégias de resolução.

É importante ressaltar que trabalhar com a Resolução de Problemas permitiu e contribui para que os estudantes criassem um pensamento matemático e suas próprias estratégias para resolver um problema, contribuindo de forma essencial para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas desse grupo de alunos.

Por conseguinte, posso afirmar que esta pesquisa na qual assumi o papel de pesquisadora-professora contribuiu muito para minha formação. Percebi que dar espaço para o desenvolvimento da autonomia dos alunos permite que os mesmos encontrem maneiras de compreender os problemas as vezes de forma mais eficiente da que seria apresentada pelo professor. Ensinar não é uma transferência de conhecimentos do professor para o aluno, mas por hábito e por ter trabalhado em toda vida de aluna apenas com a metodologia tradicional, inclusive na faculdade, as vezes continuamos trabalhando com ela por insegurança, e ao desenvolver essa pesquisa notei que esta metodologia pode ser aplicada em vários momentos, e que trabalhar com ela pode até mesmo facilitar o trabalho do professor, pois se o aluno estiver interessado e sentir-se desafiado o processo de aprendizagem será muito mais proveitoso e tranquilo.

Seria interessante continuar trabalhando com este grupo de alunos esta metodologia e acompanhar a influência que ela irá causar em situações futuras. Será que eles continuarão em seu dia a dia utilizando os passos propostos por Polya para resolver os problemas? Será que devido ao fato de termos trabalhado com esta metodologia e por conseguinte contribuído para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, este grupo terá menos dificuldades em situações futuras nas quais terão que resolver problemas? Essas e outras perguntas não serão respondidas aqui, mas termino a escrita deste trabalho com a certeza de que é compensador sim investir nesta metodologia e nos benefícios que ela pode trazer em prol da educação.

REFERÊNCIAS

- ABBOTT, Fernando Baptista. **Estudo de caso sobre estratégias de resolução de problemas de matemática no Ensino Médio**. 2011. 54f. Trabalho de Conclusão de Curso- Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.
- ALMOULOU, Saddo Ag. **Contexto e contextualização nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática**. Nova escola, 2015. Disponível em: <http://novaescola.org.br/fundamental-1/contexto-contextualizacao-processos-ensinoaprendizagem-matematica-784403.shtml>. Acesso em 24 Maio 2016.
- BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sara. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994. 293 p. Tradutores: Maria João Alvarez, Sara Bahia do Santos e Telmo Mourinho Baptista.
- BONJORNO, José; BONJORNO, Regina Azenha; OLIVARES, Ayrton. **Matemática: fazendo a diferença**. São Paulo: Fdt, 2006. Coleção fazendo a diferença.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Introdução. Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Matemática: ensino de quinta a oitavas séries. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: Teoria e prática**. São Paulo: Ática, 2009. 192 p.
- LOPES, Antonio José; RODRIGUEZ, Joaquim Gimenez. **Metodologia para o ensino da Aritmética: competência numérica no cotidiano**. São Paulo: Ftd, 2009. 208 p.
- Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE**. Produções Didático-Pedagógicas. 2014. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unicentro_mat_pdp_maria_solange_lopes_coelho.pdf
- PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001
- POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 179 p. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo
- STOCK, Brunna Sordi. **Estruturas aditivas e multiplicativas: uma análise de resoluções de questões de matemática apresentadas por estudantes da 5ª série/6º ano do ensino fundamental**. 51f. 2011. Trabalho de Conclusão de Curso- Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães e PASSOS, Claudio Cesar Manso. **Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau**. Zetetiké-FE/ Unicamp- v.21, n. 39jan/jun 2013. Disponível em: ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/download/4327/5110. Acesso em 2 de jul. 2016.

ZUFFI, Edna Maura e ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **O Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de problemas e os Processos Cognitivos Superiores**. Revista Ibero Americana de Educacion Matemática. Setembro 2007, Número 11, páginas 79-97 .Disponível em: http://www.fisem.org/www/union/revistas/2007/11/Union_011_009.pdf. Acesso 18 de mar. 2017.

ANEXOS

Autorização da escola para análise e utilização do material

Termo de consentimento livre e esclarecido

O Instituto de Educação General Flores da Cunha, neste ato representado pela Direção, por intermédio do presente instrumento, autoriza Karina Grzeça, brasileira, CPF 00992148065, acadêmica regularmente matriculada no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, a aplicar a proposta de ensino intitulada "**Resolver Problemas com Autonomia: uma experiência na Escola Básica**" na turma 61 do Ensino Fundamental. O Instituto reconhece que a referida proposta de ensino constitui base para o trabalho de conclusão de curso (TCC) da acadêmica, o qual é uma exigência parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul e é orientado pelo Prof. Marcus Basso, docente do Instituto de Matemática e Estatística. A acadêmica, por sua vez, se obriga a manter em sigilo a identidade dos discentes da escola que participarão da aplicação da proposta de ensino.

Porto Alegre, ___de maio de 2017

Acadêmica Karina Grzeça

Prof. Dr. Marcus Basso

Direção da Escola

Autorização dos responsáveis dos alunos que participaram da pesquisa

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, _____, R.G. _____,
responsável

pelo(a) aluno(a) _____, da turma
_____,

declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **Resolver Problemas com Autonomia: uma experiência na Escola Básica**, desenvolvida pela pesquisadora Karina Grzeça. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Marcus Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone 3308.6212 ou e-mail mbasso@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Identificar quais as principais estratégias utilizadas pelos alunos na interpretação de problemas envolvendo as quatro operações nos números naturais.
- Investigar se trabalhar com a resolução de problemas contribui para a aprendizagem de matemática.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às

tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no endereço UFRGS /telefone (54)996271507/e-mail karinagrzecca@hotmail.com.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de maio de 2017.

Assinatura do Responsável:

Assinatura da pesquisadora:

Assinatura do Orientador da pesquisa: