

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA
INSTITUTO DE FÍSICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Tese apresentada ao Instituto de Física da
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
em cumprimento parcial dos requisitos para a
obtenção do título de Doutor em Ciências.

A MATÉRIA ESCURA NO CENTRO DOS
AGLOMERADOS DE GALÁXIAS:
MOND E NEUTRINOS

Clovis Belbute Peres

Orientador: Prof. Dr. Horácio Alberto Dottori

JUNHO DE 2009

Sumário

Sumário	ii
Lista de Tabelas	iv
Lista de Figuras	vi
Glossário	viii
Resumo	ix
Abstract	x
Agradecimentos	xi
Introdução: o problema da matéria escura nos aglomerados de galáxias	1
1 O perfil da matéria escura nos aglomerados de galáxias	8
1.1 A massa dos aglomerados no Ótico	9
1.2 A massa dos aglomerados via Raio-X	10
1.2.1 A hipótese do equilíbrio hidrostático	11
1.2.2 Uso de modelos pré-definidos	13
1.2.3 Modelagem não paramétrica - o método da deprojeção espectral	17
1.3 Modelagens alternativas: a busca por primeiros princípios	22
1.3.1 A NES, polítrpos e perfis de densidade	24
1.3.2 A termodinâmica generalizada de Treumann	27
1.3.3 Crítica às abordagens alternativas	28
1.4 Comentários gerais	30
2 Aglomerados de galáxias sem matéria escura - a teoria MOND	32
2.1 Introdução à MOND	32

2.1.1	Um primeiro exemplo	36
2.2	A função $\mu(x)$	37
2.3	Massa Newtoniana e MONDiana	39
2.4	O valor da aceleração a_0	41
2.5	A MOND aplicada aos aglomerados de galáxias	44
2.5.1	A função simplificada: μ_1	47
2.5.2	A função padrão: μ_2	48
3	Neutrinos massivos como matéria escura	53
3.1	Limites no laboratório	54
3.1.1	Medição da massa do ν_e - o decaimento do Trítio	56
3.1.2	Observações atmosféricas e solares	57
3.2	Limites cosmológicos	59
3.2.1	Um primeiro limite cosmológico	59
3.2.2	O limite de Gunn e Tremaine	60
3.2.3	Limites cosmológicos recentes e futuros	62
4	Neutrinos no centro dos aglomerados de galáxias	68
4.1	A MOND e neutrinos	69
4.2	O diagrama DT e a massa dos neutrinos	71
4.3	A amostra B55	74
4.4	Análise da amostra B55: o diagrama DT revisitado	77
4.5	<i>Cooling Cores</i> no Diagrama DT	82
5	Conclusões	84
A	A hipótese do equilíbrio hidrostático	86
B	O modelo beta (ou β-model)	89
C	Equilíbrio hidrostático para a termodinâmica de Treumann	91
D	Massas de gás e total para a amostra B55	93
	Bibliografia	99

Lista de Tabelas

1.1	Resultados para a Termodinâmica de Treumann. Temperatura e densidades aproximadas para aglomerados de galáxias: $T \sim 10^8$ K e $n \sim 0.1 \text{ cm}^{-3}$. A última coluna (Var P) representa a divisão do $P(k,n)$, a pressão na Termodinâmica de Treumann, pela equivalente de Maxwell-Boltzmann.	29
2.1	Valores da aceleração a 500 kpc para aglomerados de diferentes temperaturas. As acelerações são próximas às do limiar do regime MONDiano.	45
3.1	Limites superiores para m_ν (eV, 95% CL) a partir de análises da CMB apenas. Tabela adaptada de [71], onde as referências para cada um dos limites estão listadas explicitamente.As siglas utilizadas, além do WMAP-1 e WMAP-3, descrevem diferentes experimentos: Very Small Array (VSA), Arcminute Cosmology Bolometer Array Receiver (ACBAR), Cosmic Background Imager (CBI), Balloon Observations Of Millimetric Extragalactic Radiation and Geophysics (BOOMERANG), Degree Angular Scale Interferometer (DASI), Millimeter Anisotropy eXperiment IMaging Array (MAXIMA)	63
3.2	Limites superiores para m_ν (eV, 95% CL) a partir de análises da CMB, redshift surveys (power spectrum da matéria) e outros dados. Tabela adaptada de [71], onde as referências para cada um dos limites estão listadas explicitamente.	64

3.3	Resultados para modelos cosmológicos diferentes. Fonte: Ferreira et al. [39].	66
3.4	Resultados para modelos cosmológicos diferentes, excluindo-se os dados de supernovas. Fonte: Ferreira et al. [39].	66
4.1	Amostra B55. (a) Nome do aglomerado; (b) Ascensão reta do pico de Raio-X (J2000); (c) Declinação do pico de Raio-X (J2000); (d) Ascensão reta do pico no Ótico (J2000); (e) Declinação do pico no Ótico (J2000); (f) Diferença entre os picos, em arcsec. Fonte: Peres et al (1998) [101].	76

Lista de Figuras

1	Aglomerado Bala: Mapa da distribuição de massa de acordo com a lente gravitacional sobreposta à imagem de falsa cor do Raio-X. Fonte: Clowe et al. [26]	2
2	Aglomerado Bala: Mapa da distribuição de massa de acordo com a lente gravitacional superposta à imagem no ótico. Fonte: Clowe et al. [26]	3
3	Aglomerados de galáxias vistos nos Raios-X. A maioria dos aglomerados observados apresenta forma relaxada e possui um centro bastante brilhante nos Raios-X. Fonte: Markevitch et al. [79]	5
1.1	Esquema de Deprojeção através do "peeling" de camadas de ICM. . .	18
1.2	Deprojeção efetuada em imagem de Abell 2204 obtida com o satélite ROSAT. Fonte: Peres et al. [101].	20
1.3	Perfil de massa de Abell 2029 obtido pelo Chandra com precisão dentro de 100 kpc. Fonte: Lewis et al. [77].	21
1.4	Dispersão nos valores de α , declividade logarítmica do perfil de densidade de DM, para vários aglomerados analisados por [60]	21
2.1	Formas funcionais mais utilizadas na literatura para a função $\mu(x)$. . .	39
2.2	Curvas de rotação para as galáxias NGC 1560 (baixo brilho superficial) e NGC2903 (alto brilho superficial). As curvas correspondem: ao material estelar (pontilhada) e gasoso (tracejado) e ao fitting com a MOND (linha sólida). Fonte: Sanders e McGaugh [114]	43

2.3	Regime de atuação da MOND para vários objetos. Problemas com centros dos aglomerados. Fonte: Milgrom [86]	44
2.4	Notamos que, mesmo após a aplicação da MOND, há ainda a necessidade de se complementar o inventário de massa nos aglomerados. Fonte: [111].	49
3.1	Dois tipos de hierarquia de massas $\Delta m_{atm}^2 \gg \Delta m_{sun}^2$: normal (NH) e invertida (IH). Fonte: Lesgourgues e Pastor (2006) [71].	55
3.2	A cauda do espectro de decaimento é muito difícil de ser medida para detecções da ordem de 1 eV. Fonte: KATRIN group [61]	57
3.3	Limites superiores atuais (95%CL) sobre a soma das massa dos neutrinos, derivados de dados cosmológicos em comparação com os valores oriundos de oscilações de neutrinos (nível de 3σ).	65
4.1	Diagrama DT para três aglomerados, obtido por Takahashi e Chiba [121]. Nota-se que todos indicam $m_\nu > 2$ eV, em especial A1689.	73
4.2	Os pontos representam todos os aglomerados para os quais há dados a 500 kpc. As barras de erro foram suprimidas na figura, mas estão na tabela do Apêndice D; são oriundas do algoritmo de deprojeção. A linha de 2 eV não é um ajuste, mas apenas um guia.	79
4.3	Os pontos representam todos os aglomerados para os quais há dados a 500 kpc. Utilizamos a função de interpolação $\mu(x) = \frac{x}{1+x}$. As barras de erro foram suprimidas na figura mas foram consideradas no procedimento de ajuste (<i>fitting</i>). O expoente encontrado com o melhor ajuste é muito próximo do encontrado por Angus et al. (2008) [6]	81
4.4	Os pontos representam todos os aglomerados para os quais há dados a 500 kpc. A presença de um <i>Cooling Core</i> é marcada com (Y) para sim ou (N) para não. Não há qualquer tendência de segregação dos aglomerados quanto a presença de um CC no diagrama.	83

Glossário

Trazemos abaixo uma lista de termos que são utilizados no texto sem definição a fim de facilitar a leitura. Quando nos referirmos às bandas espectrais do ótico e do Raio-X utilizaremos as formas curtas *no ótico* e *no Raio-X*.

- **Código de plasma:** É um programa que possui as informações das várias transições atômicas no espectro do Raios-X para um plasma oticamente fino. Permite que se calcule para dada temperatura e densidade, a emissividade do plasma.
- σ_r : Dispersão radial de velocidades
- $f(\epsilon)$: Função de distribuição (como função da energia por unidade de massa, ϵ).
- Ω_X : Densidade da componente X com relação a densidade crítica do Universo.
- ϕ : Designa o potencial gravitacional, se nada for mencionado em contrário.
- **Grandezas termodinâmicas:** A menos que mencionado em contrário, as grandezas termodinâmicas são descritas por seus símbolos convencionais: P para pressão, ρ para a densidade, etc.
- p_i : Quando utilizada na expressão da entropia, designa a probabilidade de encontrarmos o sistema em um estado i .
- ω : Descreve relação entre pressão e densidade nos modelos cosmológicos atuais.

Resumo

Os aglomerados de galáxias são as maiores estruturas gravitacionais em situação de quase-equilíbrio, mas apesar dos esforços de pesquisa das últimas décadas, pouco conhecemos de suas estruturas e composição.

Os recentes avanços teóricos e observacionais associados aos aglomerados de galáxias motivam essa proposta de pesquisa.

Nosso foco é no entendimento da componente não-observada em aglomerados de galáxias. Especificamente, investigamos uma teoria de gravitação alternativa denominada Gravitação Newtonina Modificada (MOND) que pretende substituir o paradigma da matéria escura, mas que apresenta problemas quando aplicada aos centros dos aglomerados.

Revisamos e sintetizamos o estado da arte na modelagem da Matéria Escura no centro desses objetos e testamos, em especial, uma proposta de solução dos problemas da MOND: a inclusão de neutrinos massivos.

Ao mesmo tempo que testamos a teoria $\text{MOND} + \nu$, fazemos uma análise crítica de como os limites às massas de neutrino são obtidos a partir de aglomerados.

Abstract

Clusters of galaxies are the largest structures in the universe in a quasi-equilibrium state, but, despite research efforts in the past decades, their structure and composition are still poorly understood.

Recent theoretical and observational advances in the understanding of these structures motivate the present research work.

Our focus lies on the understanding of the non-luminous component of galaxy clusters. Specifically, we investigate an alternative gravitational theory named MOND, or Modified Newtonian Dynamics, which aims at replacing the dark matter (DM) paradigm, but presents problems when applied to the centers of galaxy clusters.

We have reviewed and summarized the state of the art on the modeling of the dark matter in the centers of clusters of galaxies and tested a proposal of solution: the inclusion of massive neutrinos in the MOND scenario.

Besides testing MOND + ν , we have analysed how limits are imposed on the neutrino mass via the study of clusters of galaxies.

Agradecimentos

Agradeço a todos os colegas do Departamento de Astronomia e do Instituto de Física, que me ajudaram de forma direta ou indireta. À Prof. Dra Isa Beatriz Noll, que embora não seja astrônoma, impulsionou a conclusão do projeto.

Em especial, e como não poderia ser diferente, agradeço ao meu orientador, o Prof. Dr. Horácio Alberto Dottori. Sua compreensão e companheirismo vão além do simples ato de orientar tecnicamente uma tese. Com ele não apenas aprendi muito sobre astronomia, mas sobre ser humano. Sua amizade e conhecimento me são caros e são um exemplo que espero seguir em minha vida pessoal e profissional.

Aos meus familiares e amigos, em especial a minha esposa Ana e ao meu filho Filipe, fontes de suporte e inspiração.

Clovis Belbute Peres

Porto Alegre, RS, Brasil
08 de Junho de 2009

Introdução: o problema da matéria escura nos aglomerados de galáxias

The mind likes a strange idea as little as the body likes a strange protein and resists it with similar energy. It would not perhaps be too fanciful to say that a new idea is the most quickly acting antigen known to science. If we watch ourselves honestly we shall often find that we have begun to argue against a new idea even before it has been completely stated. – Wilfred Batten Lewis Trotter, 1872-1939, English surgeon.

O estudo de aglomerados de galáxias tem apresentado proeminente papel na astrofísica dos séculos XX e XXI. Inicialmente reconhecidos como conjuntos de galáxias em placas fotográficas, despontaram como massivas fontes de energia cósmica, facilmente detectáveis nas bandas mais energéticas do espectro luminoso, em especial no Raio-X [115].

O próprio reconhecimento de que a matéria visível na forma de galáxias se aglomerava em estruturas maiores representava um desafio aos primeiros modelos cosmológicos, onde o Universo aparecia como um fluido homogêneo e isotrópico, conforme a excelente revisão em [99].

A existência de aglomerados de galáxias, estruturas imensas, contendo, muitas vezes, milhares de galáxias, descortinava questões inquietantes.

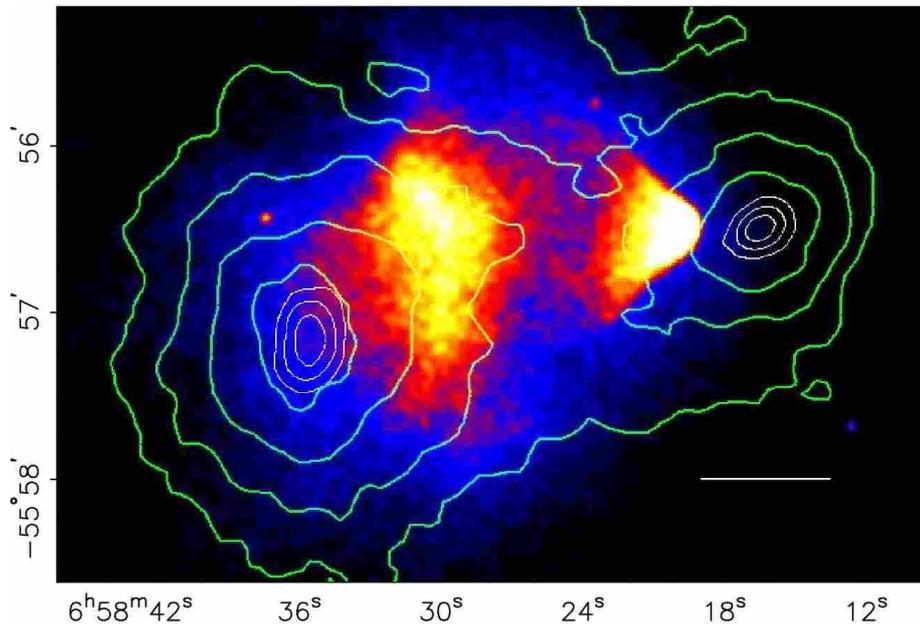


Figura 1: Aglomerado Bala: Mapa da distribuição de massa de acordo com a lente gravitacional sobreposta à imagem de falsa cor do Raio-X. Fonte: Clowe et al. [26]

Primeiramente, tentou-se um consenso sobre a maneira como tais estruturas se formavam. A disputa entre as escolas russa e americana é detalhada na obra clássica de James Peebles [99]. O cenário defendido pela escola russa, onde a formação ocorria “de cima para baixo”, através da quebra de super-estruturas, se opunha ao da escola americana, onde a formação de estruturas ocorria primariamente “de baixo para cima” ou “através de mergers” de estruturas menores. Conjugada a avanços em outras bandas, a análise em altas energias favoreceu a segunda opção, provendo exemplos claros de colisões espetaculares como é o exemplo do “Aglomerado Bala” ou “Bullet Cluster” [26] ou de possíveis colisões passadas, como no caso do par Abell 399-Abell 401 [35].

As investigações sobre a dinâmica dos aglomerados renderam (e ainda rendem) as

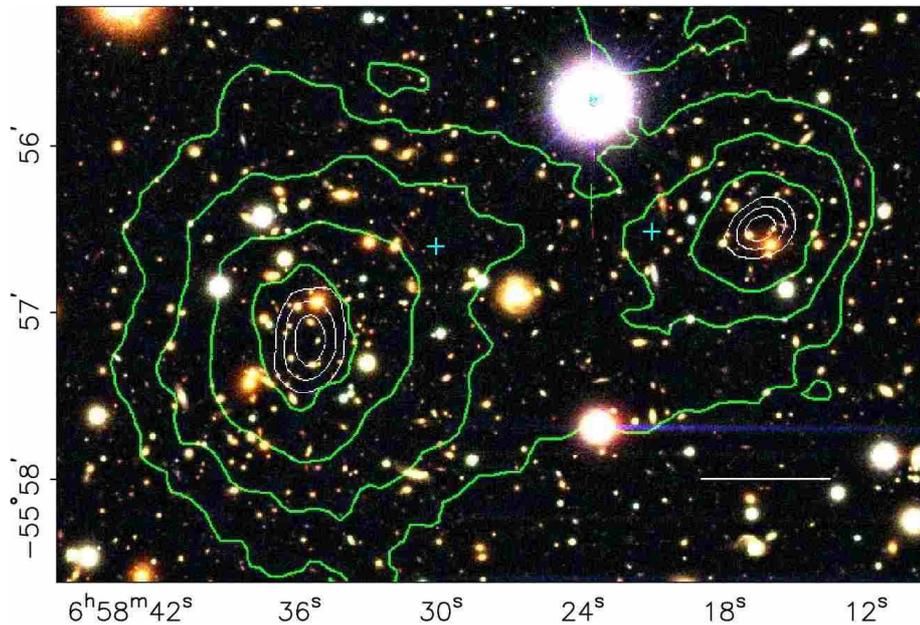


Figura 2: Aglomerado Bala: Mapa da distribuição de massa de acordo com a lente gravitacional superposta à imagem no ótico. Fonte: Clowe et al. [26]

maiores controvérsias. Zwicky [140] observou que o aglomerado de Coma deveria ter aproximadamente 1000 vezes mais massa do que aquela inferida através de observações no ótico, ou a gravitação Newtoniana não conseguiria explicar a coesão do sistema, conforme inferido através das velocidades de seus membros.

As observações de aglomerados nos Raios-X, determinadas inequivocamente pelo satélite Uhuru e seus sucessores avançaram na questão dinâmica enormemente (para revisão histórica veja [115]). As modelagens do plasma emissor de Raio-X permitem contabilizar até 20% da matéria inferida pelas observações do ótico, mitigando, mas não eliminando o problema dinâmico.

As investigações com aglomerados avançaram muito rapidamente, mas o problema persiste e se desdobra a medida que a física do componente gasoso é entendida mais

a fundo. A termodinâmica desse gás e sua relação com uma provável componente escura - leia-se não detectada em outras bandas - é complicada pela interação do aglomerado com AGNs e gigantes elípticas presentes nos centros de muitos.

O tempo de resfriamento do gás no centro do aglomerado é curto, comparável à escala temporal do Universo, adicionando complexidade a esse cenário. Em princípio, isso dispararia um processo de resfriamento intenso com inúmeras conseqüências teóricas e observacionais, processo este que recebeu o nome de Fluxo de Resfriamento (Cooling Flow, CF) de um dos seus descobridores - para uma recente discussão da situação, incluindo a não evidência espectroscópica do fenômeno, veja [102].

Interessantemente, a questão mais perturbadora envolvendo aglomerados de galáxias transformou-se na questão mais fundamental da astrofísica moderna: a descoberta e a caracterização da matéria escura (ou Dark Matter; daqui em diante usaremos o acrônimo DM apenas). A modelagem da DM em aglomerados de galáxias é o tópico do presente estudo.

Investigar sobre a DM em aglomerados não é apenas medir a sua massa corretamente, o que por si tem grande relevância cosmológica. É importante investigar sua natureza, distribuição espacial e evolução (dinâmica). Contudo, as dimensões e as idades dos aglomerados, que, em modelos cosmológicos atuais ainda estão se formando, tornam essa tarefa bastante difícil (referências sobre o impacto dos aglomerados em cosmologia não faltam, dentre as quais aparecem as revisões [45, 98, 109]). A maior parte dos avanços tem acontecido em várias frentes.

1. Os satélites de última geração - ROSAT, ASCA, Chandra e XMM-Newton - combinam resolução espacial e espectral, em especial nos dois últimos: o Chandra, por exemplo, possui imageador capaz de resolver $0.5''$, resolução equivalente

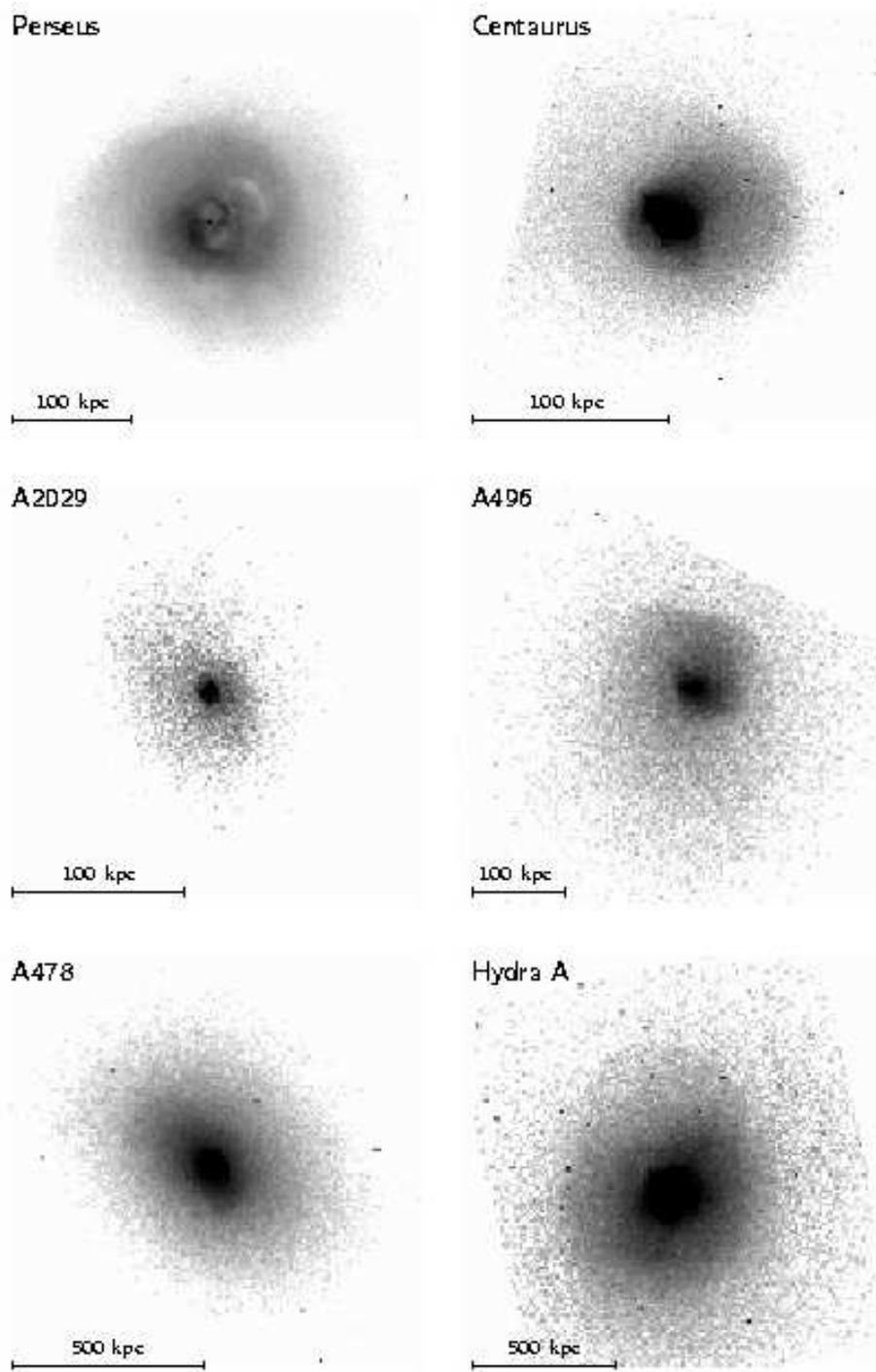


Figura 3: Aglomerados de galáxias vistos nos Raios-X. A maioria dos aglomerados observados apresenta forma relaxada e possui um centro bastante brilhante nos Raios-X. Fonte: Markevitch et al. [79]

à do ótico.

2. Modelos cosmológicos têm se aprimorado; dados cosmológicos são obtidos com precisão sem precedentes [120].
3. As simulações de N-corpos tornaram-se ainda mais sofisticadas. Simulações de alguns halos em grande detalhe [89], ou de mais de 20,000 halos [94] têm servido de norte para o teste de modelos paramétricos e da física subjacente.
4. O estudo de lentes gravitacionais fortes, permite uma determinação independente da massa no centro dos aglomerados e muitos programas de observação estão em curso ([26, 55, 110]).
5. A modelagem do Meio Intra-aglomerado (ICM, em inglês) é fundamental nas determinações de massa via Raio-X e tem se sofisticado recentemente. Os modelos auto-similares iniciais [58] cederam lugar a modelagens que consideram até 17 parâmetros independentes [10].
6. Estudos semi-analíticos reapareceram na tentativa de capturar parte da física subjacente ao colapso gravitacional. Williams, Nusser e outros [96, 97, 138], por exemplo, têm comparado modelos simplificados de colapso a simulações, na tentativa de entender os mecanismos básicos do colapso.
7. Teorias mais antigas mas que não invocam uma componente escura, como por exemplo a MOND, estão sendo revisitadas a luz da inclusão de uma componente não exótica: neutrinos.

O que se depreende do contexto acima mencionado é que os avanços no entendimento da DM em aglomerados foram exponenciais nos últimos 10 anos. Vivemos um

momento único no entendimento de aglomerados de galáxias. Pela primeira vez na história temos resolução espacial e espectral simultâneas e poder computacional para o teste de alternativas de modelagem. Contudo, o cenário ainda está em construção.

Muito se faz com ferramentas simples. Notamos da Figura 3 que a maioria dos aglomerados parecem relaxados dinamicamente: o gás parece “sentar” confortavelmente em um poço de potencial. Com isso, o levantamento de padrões radiais é fundamental e perpassa todos os avanços listados acima. Descrever o comportamento radial das grandezas do aglomerado é normalmente nosso objetivo e por onde iniciamos o estudo. Veremos como os perfis de massa são obtidos, principalmente no Raio-X e como algumas tentativas de entender sua formação ainda apresentam problemas. A seguir, introduzimos uma teoria alternativa de gravitação, a Modified Newtonian Dynamics (MOND), e estudamos seus problemas na descrição dos centros dos aglomerados. Então, após revisar como são estimadas as massas dos neutrinos, analisamos como a MOND e os neutrinos podem descrever a massa dos núcleos dos aglomerados.

Em linhas gerais, podemos dizer que, com o presente trabalho, temos os seguintes **objetivos** que se interconectam :

1. Contextualizar o problema da matéria escura no centro dos aglomerados de galáxias frente às novas observações e desenvolvimentos teóricos.
2. Investigar e testar a MOND + Neutrinos como teoria viável a DM para o centro dos aglomerados.
3. Testar os limites das massas dos neutrinos no paradigma MOND.

Capítulo 1

O perfil da matéria escura nos aglomerados de galáxias

Modelar a matéria escura (DM) em aglomerados implica responder uma série de questões, dentre as quais, destacam-se: Qual a quantidade de massa (em maior parte DM) de cada aglomerado, ou equivalentemente, qual a profundidade do potencial gravitacional? Como está distribuída espacialmente a DM? Como essa distribuição, responsável pelo potencial gravitacional do aglomerado, evolui no tempo? Como a DM interage com os outros componentes de um aglomerado: o gás quente e as galáxias?

A principal ferramenta de estudo da DM em aglomerados de galáxias é o perfil radial de massa desses objetos. Admitiremos neste capítulo que o potencial dos aglomerados é descrito pelo cenário da Matéria Escura Fria (CDM, para o acrônimo inglês Cold Dark Matter), cenário cosmológico favorecido hoje em dia em sua variante chamada Λ CDM, ou LCDM [120]. Nesse cenário o Universo está em expansão acelerada e se caracteriza pelas seguintes constantes: $\Omega_M = 0.3$, $\Omega_\Lambda = 0.7$, $h_0 = 0.65$, ou seja, 30% do universo é matéria (escura ou não) e o restante é energia escura (de natureza ainda desconhecida).

Nosso principal objetivo neste capítulo não é discutir as implicações cosmológicas associadas a aglomerados, mas investigar como a modelagem da DM nesses objetos procede rotineiramente e que problemas jazem nessa abordagem. Em especial entender como a determinação dos perfis radiais ocorre no Raio-X.

Inicialmente faremos uma rápida revisão da situação no ótico e no Raio-X e, em sequência, veremos como a obtenção do perfil de DM ocorre nos Raios-X. Finalmente, apresentaremos algumas abordagens recentes que tentam entender como os perfis de DM formam-se a partir de considerações físicas mais fundamentais. Faremos então uma crítica a esse caminho e variantes dele oriundas.

1.1 A massa dos aglomerados no Ótico

No ótico, o progresso no entendimento da DM ocorreu, fundamentalmente, através de duas revoluções na técnica observacional. A primeira ocorreu com a criação dos espectrógrafos multi-fibra que permitiram a obtenção de velocidades de muitas galáxias-membros, e conseqüentemente, a aplicação mais precisa do Teorema do Virial.

A segunda inovação ocorreu através do estudo de lentes gravitacionais, cujo estado da arte ampliou-se tanto que não pode ser encontrado em único *review*; uma revisão recente sobre a aplicação de lentes fracas (*Weak Lensing*) pode ser encontrada em [53]; uma descrição da metodologia usada em lentes fortes é encontrada em [40] e no estudo detalhado feito por Tyson et al. do aglomerado CL0024+1654 [132]. O assunto por si só consumiria mais do que o presente trabalho em termos de detalhes técnicos, portanto, por ora, admitiremos apenas que a ferramenta pode ser utilizada para a obtenção de mapas de massa de aglomerados com poucas hipóteses de trabalho.

1.2 A massa dos aglomerados via Raio-X

A maior revolução no estudo de aglomerados ocorreu, indubitavelmente, com a entrada em operação dos satélites no Raio-X, em especial com a nova geração que aliou alta resolução espacial à capacidade espectrográfica, conforme já mencionado na Introdução. Desde o início ficou claro que a observação no Raio-X tinha duas vantagens sobre o ótico: (1) a precisão poderia ser aumentada aumentando-se o tempo de exposição e (2) o gás, como fluido colisional, poderia ser modelado de forma razoavelmente simples. A história das primeiras missões pode ser encontrada em Sarazin [115]. Dados e resultados das últimas três missões, cuja resolução espacial e espectral são únicas, o ROSAT, o XMM-Newton e o Chandra (antigo AXAF), podem ser obtidos através do sítio de cada uma em <http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/observatories.html>.

O estudo detalhado da massa através da banda de Raio-X possui normalmente duas hipóteses de trabalho básicas: (1) o gás está em equilíbrio quase-hidrostático e pode ser aproximadamente descrito com os códigos de plasma atuais ¹ e (2) o aglomerado pode ser considerado, aproximadamente, como esféricamente simétrico. A partir dessas hipóteses, técnicas diferentes têm sido usadas. Destacamos abaixo os métodos mais usados, após a apresentação do elemento que os une: a hipótese de equilíbrio hidrostático e sua equação fundamental. Daqui em diante abandonaremos o prefixo "quase" e utilizaremos apenas a denominação "hidrostático".

¹Por exemplo, MEKAL, descrito em <http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/journal/mewe3.html>, e <http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/journal/meke6.html>

1.2.1 A hipótese do equilíbrio hidrostático

Com essa hipótese, assumimos que o plasma está em equilíbrio hidrostático, o que tem sido validado através de argumentos teóricos, observações e simulações. Os primeiros podem ser encontrados nas revisões de Sarazin [115] e Voit [135] por exemplo. Os argumentos, baseados na teoria do transporte, e as evidências observacionais em suporte a essa hipótese de trabalho estão brevemente dissecados no Apêndice A.

Ao assumirmos que o gás no aglomerado está em equilíbrio hidrostático, obtemos a seguinte equação relacionando as grandezas termodinâmicas ao potencial (o subscrito “g” é usado para designar quantidades associadas ao gás, quando há possibilidade de confundi-las com os equivalentes para a DM) :

$$\nabla P = -\rho_g \nabla \phi \quad (1.2.1)$$

Sem perda de generalidade, vamos assumir que o aglomerado possua simetria esférica. Daí, juntando a definição de potencial , temos:

$$\frac{1}{\rho_g} \frac{dP}{dr} = -\frac{d\phi}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \quad (1.2.2)$$

Utilizando (massa molecular média dada por $f m_p$):

$$P = \frac{\rho_g}{f m_p} \cdot k_B \cdot T_g \quad (1.2.3)$$

obtemos, após reescrever em termos da derivada logarítmica, a expressão para a massa do aglomerado:

$$M(r) = -\frac{k_B T_g}{f m_p G} \cdot r \cdot \left(\frac{d \ln \rho_g}{d \ln r} + \frac{d \ln T_g}{d \ln r} \right) \quad (1.2.4)$$

Esta é a equação básica para a utilização do método do equilíbrio hidrostático no caso Newtoniano. Para aglomerados, conduz às seguintes conclusões imediatas:

1. A massa depende fortemente da temperatura, pois as dependências via derivadas logarítmicas são suaves. Dito de outra maneira, aglomerados mais massivos são mais quentes, normalmente expresso através da chamada relação $M - T_X$.
2. Mais ainda, dada uma temperatura média, espera-se um crescimento linear da massa com o raio, se os gradientes de densidade e temperatura não forem suficientemente fortes.
3. Se dispusermos de um modelo para a distribuição radial da densidade e da temperatura, isto é, resolução espacial e espectral, podemos inferir a distribuição radial de massa.
4. A equação também vale para mais de um componente gasoso. Nesse caso teríamos para cada componente j , por exemplo:

$$\nabla P_j = -\rho_j \nabla \phi \quad (1.2.5)$$

onde o potencial é gerado por todas as componentes mais a componente escura (expressão da lei das pressões parciais).

Queda, porém, a seguinte questão observacional: como obter os dados de temperatura e densidade a partir das imagens e espectros projetados? No ótico e para objetos próximos, essa resposta seria trivial: utilizando um algoritmo de inversão como aquele apresentado em Binney e Merrifield [17](p. 180), teríamos:

$$j(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^\infty \frac{dI}{dR} \frac{dR}{\sqrt{R^2 - r^2}} \quad (1.2.6)$$

onde $j(r)$ é a distribuição espacial da densidade de luminosidade, enquanto $I(R)$ é a distribuição 2D do brilho superficial.

Os próprios autores esclarecem de imediato que a equação é útil quando a função $I(R)$ é conhecida como uma função suave, mas deve ser evitada quando há ruído em sua determinação, caso típico quando advém de medidas de brilho superficial no Raio-X.

A escassez de fótons, inerentes às observações no Raio-X, agrava a situação e determina que outras rotas devam ser seguidas. Algumas correntes firmaram-se, dentre as quais sobressaem: (1) o uso de modelos paramétricos para o potencial e (2) o uso de algum algoritmo iterativo de deprojeção, independente do modelo para o potencial. Estas alternativas serão analisadas na seqüência.

1.2.2 Uso de modelos pré-definidos

Aqui devemos distinguir duas abordagens na escolha dos modelos. Em um primeiro momento histórico, alguns modelos foram usados por simplicidade ou simplesmente por serem o que havia de disponível. Mais recentemente, os modelos encontram justificativa para seu emprego nas, cada vez mais detalhadas, simulações numéricas;

chamá-los-emos de modelos oriundos de simulações.

Os primeiros modelos: o modelo-beta

A deficiência espectroscópica dos primeiros observatórios no Raio-X favorecia modelos simplificados. Ademais, os primeiros estudos dinâmicos em aglomerados indicavam uma dispersão de velocidades que pouco variava com a distância ao centro. Ambas as evidências favoreciam modelos isotérmicos. O modelo mais bem sucedido foi o de Cavaliere e Fusco-Femiano [24], apelidado de β -model, ou modelo-beta, um modelo isotérmico autoconsistente. Nele, assume-se um potencial do tipo King [62] e equilíbrio hidrostático. Devido a sua relevância na motivação de outros modelos paramétricos, discutimos sua derivação no Apêndice B.

Por agora, basta notarmos que, de acordo com o modelo-beta a matéria escura e o gás distribuem-se, respectivamente, conforme:

$$\rho_{DM} = \rho_{DM_0} \cdot \left[1 + \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 \right]^{-3/2} \quad (1.2.7)$$

$$\rho_g = \rho_{g_0} \cdot \left[1 + \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 \right]^{-3\beta/2} \quad (1.2.8)$$

onde:

$$\beta \equiv \frac{f m_p \sigma_r^2}{k_B T_g} \quad (1.2.9)$$

ou seja, β mede a relação entre a temperatura do gás e a da DM e r_c é o chamado caroço ou *core radius*.

O modelo adquire importância, quando notamos que ao projetar o perfil de densidade para obtermos o brilho superficial (vide Apêndice B) obtemos:

$$I(b) = I_0 \cdot \left[1 + \left(\frac{b}{r_c} \right)^2 \right]^{-3\beta+1/2} \quad (1.2.10)$$

onde b é o raio projetado a partir do centro do aglomerado.

Com essa equação fica evidente a utilidade do modelo: basta fitarmos o perfil de brilho superficial para obtermos os parâmetros característicos do potencial gravitacional, ou seja, da distribuição de massa. Note que os parâmetros β e r_c determinam o perfil total da massa - DM, gás e material estelar - no aglomerado: como podemos aferir a massa dos dois últimos componentes diretamente, obtemos o perfil de DM por diferença.

O modelo ainda é bastante usado fenomenologicamente. Versões modernas utilizam normalmente dois modelos-beta de forma a descrever, separadamente, o aglomerado em maior escala e seu centro, em menor escala, como por exemplo em [11, 33].

Modelos oriundos de simulações

Desde sua inserção com o código de N-corpos de Aarseth (*apud* [18]), as técnicas de simulação de formação de estruturas desenvolveram-se com a inclusão de códigos hidrodinâmicos e expansão do poder computacional, o que permitiu simulações em escala cosmológica.

Navarro, Frenk e White [91, 92], através de simulações detalhadas, sugeriram que o perfil de densidade da DM seria universal, perfil este que tem se firmado como padrão em termos de modelagem paramétrica. As simulações de NFW sugerem um perfil de densidade e um perfil de massa dados por:

$$\rho = \rho_0 \cdot \frac{1}{x \cdot (1+x)^2} \quad (1.2.11)$$

$$M(r) = 4\pi\rho_0 \cdot r_s \cdot \left[\ln(1+x) - \frac{x}{1+x} \right] \quad (1.2.12)$$

onde r_s é um “scale radius” e $x \equiv r/r_s$.

Um dos pontos fortes do modelo é a sua simplicidade, o que facilita sua testabilidade frente a observações. O modelo faz duas afirmações importantes e de fácil teste: (1) a variação da densidade não é uma simples potência (como nos modelos auto-similares de Kaiser, [58, 59]) e (2) a inclinação do perfil de densidade na região mais central deve ser tal que $\rho \propto r^{-1}$ (menos inclinado que no caso da esfera isotérmica, $\rho \propto r^{-2}$, mas mais inclinado que no caso de um caroço ou “core”, $\rho \propto const.$).

Logo após o trabalho de NFW, Moore et al. [89], estudando em detalhe alguns halos, propuseram um perfil um pouco diferente, do tipo:

$$\rho = \rho_0 \cdot \frac{1}{x^{1.5} \cdot (1+x)^{1.5}} \quad (1.2.13)$$

O modelo é semelhante ao NFW, mas traz uma declividade central ainda mais acentuada, enquanto que o que é visto na observação de algumas galáxias é uma variedade de declividades, em muitos casos com perfis ainda mais rasos que o de NFW - na forma de um “core”, conforme, por exemplo [21, 22]. Em aglomerados o mesmo acontece, com a presença de caroços nas observações de lentes gravitacionais fortes [110].

O campo da modelagem paramétrica de aglomerados continua bastante ativo e tem recebido mais atenção com a plethora de dados de alta qualidade gerados pelos novos observatórios espaciais. Vikhlinin et al. [133] propuseram um modelo com 17 parâmetros que descreveria os perfis de densidade e temperatura do ICM (acrônimo para meio intra-aglomerado, ou *intracluster medium*).

Ascasibar et al. [10] também investiram na modelagem do ICM e da DM, mas com o objetivo de alcançar um meio termo: um número menor de parâmetros mas uma descrição “razoável” do ICM. Eles utilizaram um perfil de Hernquist [52] e uma equação de estado politrópica, mas incluíram modificações no perfil de temperatura.

É importante ressaltarmos que a lógica a ser seguida ainda é a mesma. Algum modelo paramétrico é aceito, por exemplo o NFW, e os parâmetros são descobertos através do ajuste (*fitting*) do brilho superficial no Raio-X, por exemplo. Essa lógica não é utilizada no método a seguir, onde se tenta obter o perfil de densidade da DM diretamente dos dados no Raio-X, sem a suposição de um modelo *a priori*.

1.2.3 Modelagem não paramétrica - o método da deprojeção espectral

Até então utilizamos algum *insight* sobre a distribuição da DM para inferir sua distribuição espacial. Fabian et al. [34], tomando rota alternativa, difundiram a deprojeção camada-à-camada: uma técnica capaz de lidar com os baixos níveis de sinal-ruído, S/N, dos primeiros observatórios no Raio-X. O método tem sido aprimorado para o uso em novos satélites [101, 117], mas a idéia básica permanece inalterada e está descrita na sequência e na Figura 1.1:

1. Escolhemos uma casca esférica externa como sendo a inicial e avançamos para

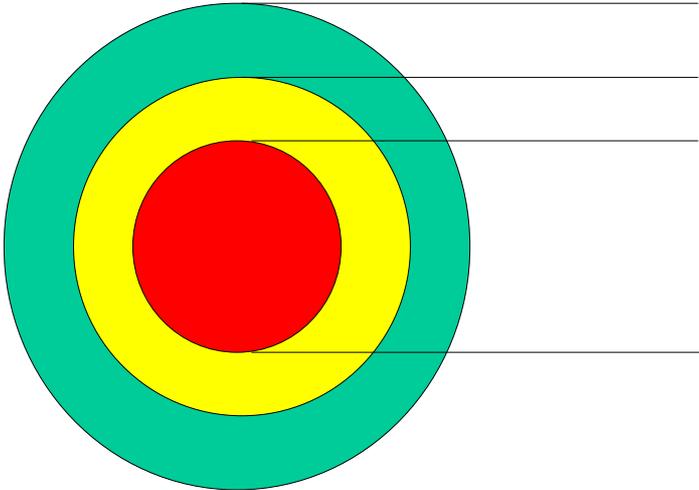


Figura 1.1: Esquema de Deprojeção através do "peeling" de camadas de ICM.

o centro em cascas concêntricas;

2. Em cada casca obtemos o espectro e o ajustamos com o código de plasma apropriado, normalmente o MEKAL;
3. Com a normalização do espectro obtemos a densidade do gás e com a distribuição espectral obtemos a temperatura naquela camada;
4. Através da equação do gás ideal, usamos a densidade e a temperatura para calcular a pressão;
5. Ao prosseguirmos para a casca mais interna ajustamos os fatores de volume para desconsiderar a emissão oriunda da camada anterior.
6. Com o gradiente de pressão, obtemos o gradiente de potencial e portanto a distribuição de massa.

Mais uma hipótese de trabalho é aqui evidenciada: assumimos sempre que o plasma seja óticamente fino (*optically thin*) e que a única fonte de absorção seja a da coluna à frente do aglomerado.

Os estudos de deprojeção antes do XMM e do Chandra faziam hipóteses sobre o perfil de temperatura do gás [101, 136], diferentemente do que aparece em estudos recentes como por exemplo [57].

Conforme recentemente repisado por Sereno [117], o método sempre deixa uma zona de ignorância, associada a efeitos de projeção no plano do céu, mas como não é nosso objetivo a determinação precisa da forma do objeto (aglomerado), mas a determinação da distribuição radial de massa, esses detalhes são menos importantes.

Muitos autores têm estudado os perfis de objetos isoladamente em detalhe. Apenas como exemplo do nível de detalhamento que se tem obtido com o Chandra, citamos o trabalho de Lewis et al. [77] que analisaram o aglomerado Abell 2029 até o limite de $0.01R_{vir}$ e cujo perfil de massa observamos na Figura 1.3 .

Recentemente, Voigt e Fabian [134] estudaram os perfis de matéria escura em uma amostra de aglomerados, notando que 4 dos 13 objetos estudados apresentavam perfis de densidade mais suaves (*flatter*) que os previstos por NFW. Similarmente, Katayama e Hayashida (apud [134]) analisaram 20 aglomerados detectando a presença de *soft cores* em 6 deles. Mais interessantemente, notam que há uma dispersão nos valores das declividades nos centros dos aglomerados conforme mostra a Figura 1.4 (Para definir essa suavidade, eles parametrizaram a declividade central por um parâmetro α , ou seja, assumiram $\rho_{central} \propto r^{-\alpha}$)

Os resultados sobre a distribuição de DM nos centros dos aglomerados devem, contudo, ser tomados com cuidado. Parte da dispersão apresentada acima pode estar associada à complexidade presente nos centros dos objetos, um ponto ao qual retornaremos no Capítulo 4.

Diferentemente de objetos menos massivos, os centros de aglomerados mais próximos

A2204 (PSPC)

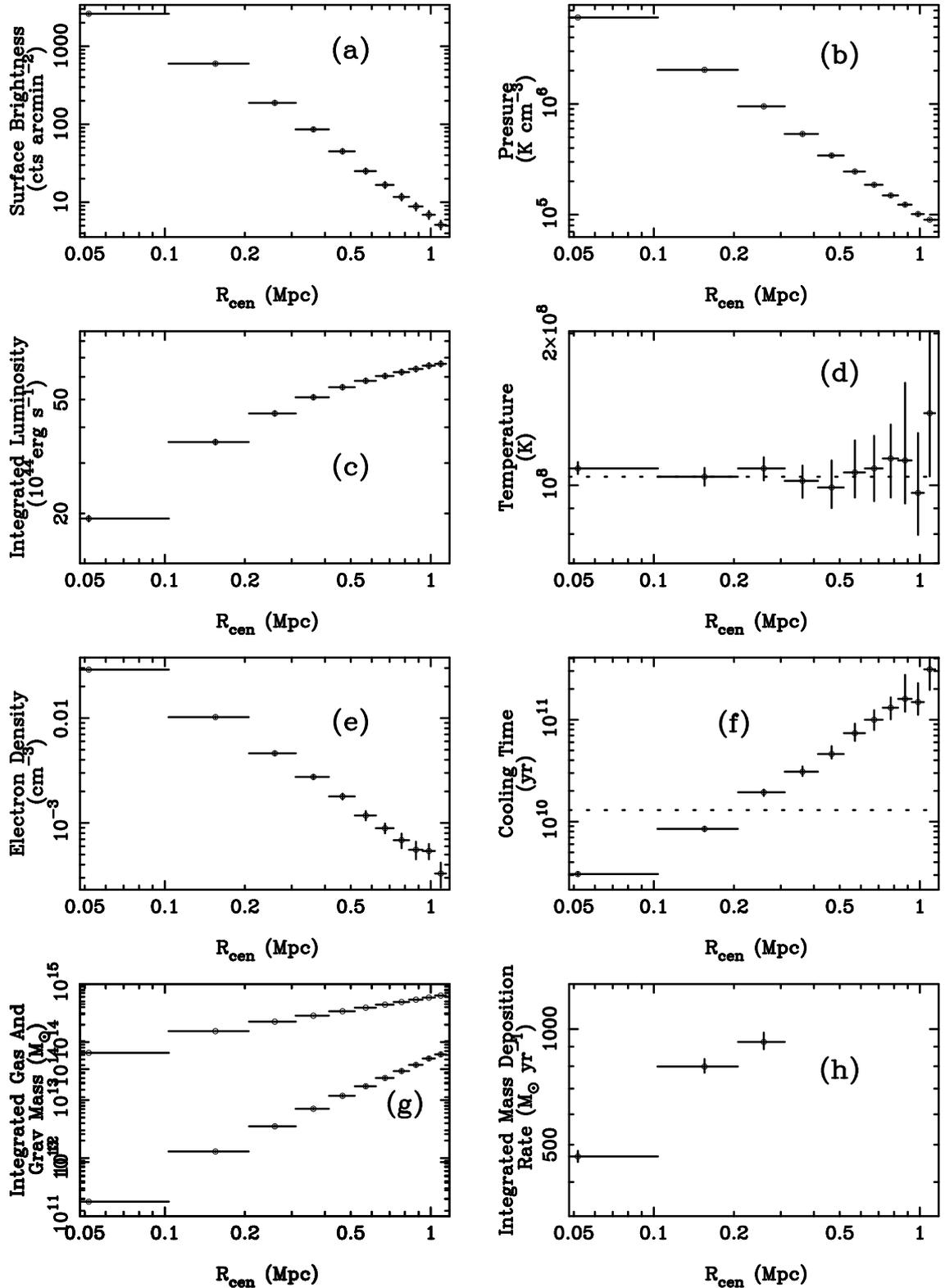


Figura 1.2: Deprojeção efetuada em imagem de Abell 2204 obtida com o satélite ROSAT. Fonte: Peres et al. [101].

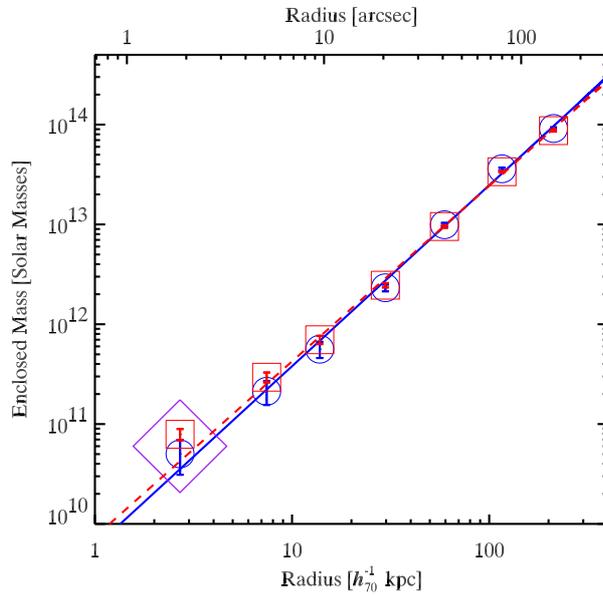


Figura 1.3: Perfil de massa de Abell 2029 obtido pelo Chandra com precisão dentro de 100 kpc. Fonte: Lewis et al. [77].

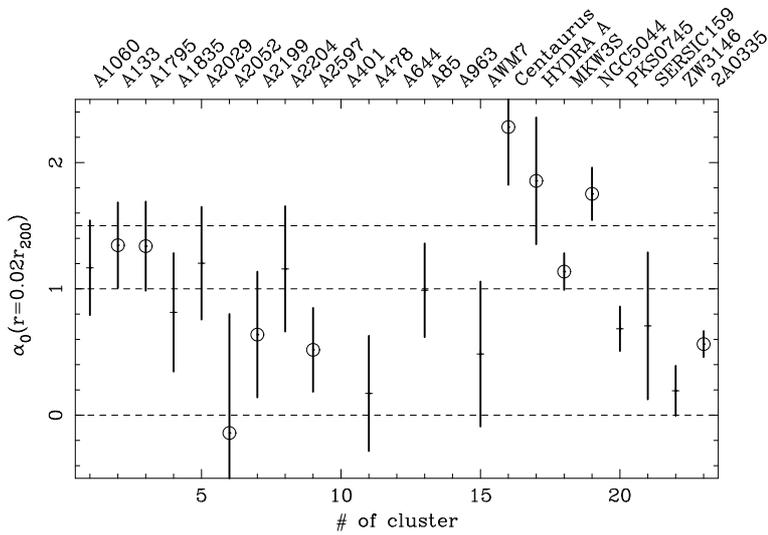


Figura 1.4: Dispersão nos valores de α , declividade logarítmica do perfil de densidade de DM, para vários aglomerados analisados por [60]

são reconhecidos como ambientes complexos. Dentre os muitos fatores que podem influenciar a situação do gás e, conseqüentemente, a distribuição inferida de DM, estão a presença de jatos oriundos de AGNs e a possibilidade de fluxos de resfriamento (hoje mais enfraquecida). Mais ainda, ambos os fenômenos podem estar interligados através de um ciclo de operação do AGN [3, 93, 95].

As imagens obtidas com o Chandra de aglomerados como Perseus, Hydra ou Abell 2597 [81] mostram grandes cavidades que certamente têm efeito na modelagem do gás a mais de 200 kpc do centro. Estas podem perturbar seriamente o ambiente a ponto de comprometer tanto a hipótese hidrostática quanto a aproximação de simetria esférica. Porém, fora dessa região, o equilíbrio deve valer.

1.3 Modelagens alternativas: a busca por primeiros princípios

Não há até o momento modelo definitivo que descreva o perfil de densidade de DM (ou da distribuição radial de matéria) nos aglomerados, mormente em seus centros.

Mesmo o perfil NFW, que parece brotar das simulações (suporte recente ao modelo aparece nas simulações de Neto et al. [94]), não é facilmente compreendido através da física básica que o lastreia. Dito de outra forma, não há um paradigma simples que explique como a partir de interações simples (normalmente gravitação newtoniana entre partículas pontuais) emerge um padrão “universal”, ainda que este padrão possa não corresponder à realidade. Apesar dos avanços incontestáveis, propiciados por simulações cada vez mais refinadas, as bases para a física subjacente ao colapso gravitacional de estruturas com muitas partículas ainda são desconhecidas. Uma

revisão interessante aparece em Williams et al. [138].

Recentemente uma série de autores [12, 48, 50, 66] tem investigado a estatística de Tsallis ou estatística não-extensiva (NES, para non-extensive statistics) como fundamental nesse cenário. Hansen et al. [49, 50] usam-na para interpretar a correlação entre perfil de densidade e anisotropia de velocidades, observados em simulações de N-corpos. Kronberger et al. [66] notam que os perfis de densidade advindos das funções de distribuição (DF) não-extensivas descrevem bem aqueles oriundos das simulações de DM. Outras aplicações em astrofísica incluem distribuição de velocidades em aglomerados, a catástrofe gravotérmica, neutrinos solares e equilíbrio estelar [56, 68, 69, 122].

Segundo seus proponentes, a NES aparece em situações onde as interações são de longo alcance e tem sido utilizada na modelagem de fenômenos em áreas distintas como a física de plasmas, gravitação ou fractais. Para um resumo de aplicações variadas, ver, por exemplo [104] ou acessar o site <http://tsallis.cat.cbpf.br/biblio.htm>.

O número de publicações que recentemente creditam à NES resultados fundamentais com relação as simulações de DM motivaram nossa investigação inicial. Conforme veremos ao final, a proposta não resistiu às críticas mais detalhadas. Mostraremos na Seção 1.3.3 que a propopsta possui sérios problemas, mas que a investigação na busca de um paradigma simplificado prossegue. Antes, porém, veremos o resultado básico associado a abordagem de Tsallis que originou a discussão astrofísica: a derivação da função de distribuição (DF) associada à estatística.

1.3.1 A NES, polítrópos e perfis de densidade

A descrição estatística chamada de Estatística de Boltzmann-Gibbs baseia-se na maximização de uma forma funcional específica de entropia, e extensões formais a esse paradigma remontam aos estudos de Renyi na década de 50 (ver revisão em [70]). Tsallis [130] propôs uma extensão denominada de Mecânica Estatística Não-Extensiva (NES), desde então chamada de *Estatística de Tsallis* ou *Estatística- q* , em alusão ao novo parâmetro de não-extensividade introduzido pela teoria.

Tsallis estendeu formalmente o conceito de entropia de Boltzmann-Gibbs-Shannon (BGS):

$$S_{BGS} = -k_B \cdot \sum p_i \ln p_i \quad (1.3.1)$$

para:

$$S_\kappa = -\kappa \cdot k_B \cdot \left(\sum p_i^{1-1/\kappa} - 1 \right) \quad (1.3.2)$$

ou, igualmente, como é mais conhecida, com $k = 1/(1 - q)$,

$$S_q = k_B \cdot \sum p_i^q \cdot \ln_q p_i \quad (1.3.3)$$

onde o *logaritmo- q* é definido por:

$$\ln_q p \equiv \frac{p^{1-q} - 1}{1 - q} \quad (1.3.4)$$

Conforme podemos verificar, $S_{BGS} \rightarrow S_q$, quando $q \rightarrow 1$ (ou $\kappa \rightarrow \infty$).

O parâmetro q (ou κ) representa o grau de correlação entre as componentes do sistema, o que se reflete na expressão da entropia. Por exemplo, dados dois sistemas A e B formando um todo A+B, temos o seguinte:

$$S_\kappa(A + B) = S_\kappa(A) + S_\kappa(B) + \frac{1}{\kappa} S_\kappa(A) \cdot S_\kappa(B) \quad (1.3.5)$$

Utilizando (1.3.4) e (1.3.3) obtemos:

$$S_q = k_B \cdot \sum p_i^q \cdot \frac{p_i^{1-q} - 1}{1 - q} \quad (1.3.6)$$

que após alguma algebra e a identificação de f com p (omitimos a constante k_B e passamos da soma para a integral no espaço de fase):

$$S = - \int \frac{f^q - f}{1 - q} \quad (1.3.7)$$

Extremizando esse funcional sob as condições de conservação de massa ($M = \text{massa total} = \int f$) e de energia ($E = \text{energia total} = \int \epsilon \cdot f$) [103] obtemos:

$$f(\epsilon) = A \cdot (B - \epsilon)^{\left(\frac{1}{q-1}\right)} \quad (1.3.8)$$

Esta é a forma clássica da equação de um polítropo [18]. Esse resultado, obtido por Plastino e Plastino [103], mostra que a extremização da entropia NES leva a DF típica de um polítropo (notemos que há uma relação direta entre o índice politrópico e o parâmetro q). Como muitos sistemas astrofísicos são descritos por polítropos [18] surgiu o questionamento se esse não seria o indício de que há uma física diferente, subjacente ao colapso gravitacional.

Leubner [72, 73] investigou a relação entre a NES e as distribuições de partículas supratérmicas, descritas por distribuições tipo- κ . Ele também mostrou que neste caso há a formação de um padrão do tipo *core-halo*. Esses estudos iniciais, porém, contemplavam apenas a descrição do gás aquecido. A novidade aparece em [74], onde ele sugere uma implicação astrofísica para o caráter dual da estatística de Tsallis: o parâmetro- q , ou seu equivalente κ , descreve duas componentes distintas, uma gasosa e uma tipo DM.

Baseado no trabalho de Almeida [4], Leubner infere que $\kappa > 0$ descreve uma componente gasosa (capacidade térmica positiva), enquanto $\kappa < 0$ descreve uma componente tipo DM (capacidade térmica negativa). As DFs para cada caso são deduzidas, bem como a equação para os perfis de densidade. Eliminando os passos intermediários no momento, apresentamos as DF:

$$f^{\pm}(E_r) = B^{\pm} \left[1 + \frac{1}{\kappa} \frac{(v^2/2 - \psi)}{\sigma^2} \right]^{-\kappa} \quad (1.3.9)$$

onde \pm denota o sinal de κ , que por sua vez muda na fórmula implicitamente. ψ é o potencial relativo e B é apenas uma constante de normalização.

Integrando (1.3.9) com relação às velocidades, obtemos a densidade de cada componente:

$$\rho^{\pm} = \rho_0 \left[1 - \frac{1}{\kappa} \frac{\psi}{\sigma^2} \right]^{-\kappa} \quad (1.3.10)$$

Utilizando a equação de Poisson para o potencial relativo [18],

$$\nabla^2\psi = -4\pi G\rho \quad (1.3.11)$$

obtemos a equação diferencial para o perfil de densidade em cada caso:

$$\frac{d^2\rho}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\rho}{dr} - \left(\frac{1/2 - \kappa}{3/2 - \kappa}\right) \frac{1}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dr}\right)^2 - \frac{4\pi G (3/2 - \kappa)}{\sigma^2 \kappa} \rho^2 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{1}{(3/2 - \kappa)}} = 0 \quad (1.3.12)$$

O que Leubner tenta propor com essa equação é que as estruturas gravitacionais formadas por DM (não-colisional) podem ser descritas pela Estatística de Tsallis.

Embora as consequências ainda estejam sendo exploradas, a aplicação a simulações de N-corpos já aparece na literatura. Em especial, Kronberger et al. [66] comparam perfis de densidade de simulações de aglomerados de galáxias com aqueles advindos da NES, conforme proposto por Leubner. Os autores indicam que os perfis re-escalados estão de acordo com os perfis de simulações. Veremos na seção 1.3.3 que essa afirmação não procede.

1.3.2 A termodinâmica generalizada de Treumann

Independentemente da estatística NES, Treuman [126, 127, 128] propõe uma teoria cinética e uma termodinâmica generalizadas, na tentativa de descrever sistemas “quase-não-colisionais” (*nearly collisionless systems*).

Embora saibamos que o gás em aglomerados é colisional, tanto que o aglomerado brilha nos Raios-X, investigamos, de um ponto de vista teórico, como seria a descrição de um equilíbrio hidrostático para um aglomerado cuja componente gasosa obedecesse a proposta de termodinâmica de Treumann (TT).

Utilizando a expressão de “gás ideal” do autor [126],

$$P = B(k).n^{\tilde{\alpha}}.T^{\tilde{\beta}} \quad (1.3.13)$$

deduzimos a equação equivalente ao equilíbrio hidrostático :

$$M(r) = -\frac{B(k)r}{f m_p G} n^{\tilde{\alpha}-1} T^{\tilde{\beta}} \left(\tilde{\alpha} \frac{d \ln \rho_g}{d \ln r} + \tilde{\beta} \frac{d \ln T_g}{d \ln r} \right) \quad (1.3.14)$$

Os passos intermediários da derivação bem como as definições dos parâmetros k , $\tilde{\alpha}$ e $\tilde{\beta}$ encontram-se no Apêndice C.

Essa equação não produziu resultados coerentes quando testada com parâmetros típicos dos aglomerados. Ao variarmos o parâmetro k entre 1.6 e 10, para densidades típicas de aglomerados, obtivemos uma diferença entre a pressão estimada via Maxwell-Boltzmann e via TT em mais de 4 ordens de grandeza, conforme demonstra a Tabela 1.1, gerada a partir de valores de temperatura e densidade típicos de aglomerados. Novos testes são parte de trabalho em preparação.

1.3.3 Crítica às abordagens alternativas

O resultado anterior, ligando a NES à formação de estruturas que poderiam descrever o centro dos aglomerados, sofre de muitos problemas.

Chavanis e Sire [25] entendem que a NES não possui relevância fundamental. Creditam a forma de polítropo a apenas um dos múltiplos estados quasi-estacionários da equação de Vlasov, que deve reger um sistema não-colisional como os sistemas estelares onde polítropos são comumente utilizados.

Tabela 1.1: Resultados para a Termodinâmica de Treumann. Temperatura e densidades aproximadas para aglomerados de galáxias: $T \sim 10^8$ K e $n \sim 0.1 \text{ cm}^{-3}$. A última coluna (Var P) representa a divisão do $P(k,n)$, a pressão na Termodinâmica de Treumann, pela equivalente de Maxwell-Boltzmann.

k	B(k)	α	β	P(k,n)	var P
1.6	2.25E+02	9.09E-02	2.36E+00	5.19E+21	3.76E+31
2.6	1.15E-10	5.24E-01	1.71E+00	2.48E+06	1.80E+16
3.6	7.37E-15	6.77E-01	1.48E+00	1.33E+01	9.67E+10
4.6	5.37E-17	7.56E-01	1.37E+00	2.74E-02	1.98E+08
5.6	2.72E-18	8.04E-01	1.29E+00	6.41E-04	4.64E+06
6.6	3.67E-19	8.36E-01	1.25E+00	5.15E-05	3.73E+05
7.6	8.71E-20	8.59E-01	1.21E+00	8.43E-06	6.11E+04
8.6	2.95E-20	8.77E-01	1.19E+00	2.16E-06	1.56E+04
9.6	1.27E-20	8.90E-01	1.16E+00	7.46E-07	5.40E+03
10.6	6.45E-21	9.01E-01	1.15E+00	3.18E-07	2.31E+03

Levin et al. [75, 76] reforçam que não há verdadeiro equilíbrio para sistemas não-colisionais. Mostram, porém, que, para uma variedade de situações iniciais em sistemas gravitacionais, um estado intermediário do tipo *core-halo* pode ser atingido como resultado da dinâmica da equação de Boltzmann não colisional (ou equação de Vlasov). A aplicação dessas idéias a aglomerados ainda não foi efetivada.

Barnes et al. [12], indicam que os perfis politrópicos não são capazes de reproduzir o perfil de velocidades obtidos nas simulações. Eles mostram que embora o *fitting* do perfil de densidade seja bom, o mesmo não ocorre com o perfil de velocidades, oriundo de simulações de N-corpos. Não conseguem o *fitting* mesmo variando κ com o raio.

Feron e Hjorth [38] mostram que, ao menos para valores que os autores consideram razoáveis para o índice q , não conseguem reproduzir os perfis de velocidade oriundos de simulações (do tipo NFW). Confirmando os achados de [12], mostram que o perfil

de velocidades não pode ser ajustado. Demonstram que a situação fica ainda mais dramática quando os perfis de densidade são analisados. Lembram que Chandrasekar já provara que, de forma geral, para as soluções politrópicas $d\log\rho/d\log r = 0$ em $r = 0$, ou seja não é possível reproduzir a cúspide do perfil NFW a menos que esta seja colocada de forma *ad hoc*.

Na conclusão do trabalho, os autores mencionam explicitamente: “*we have established that nonextensive statistical mechanics (...), a theory generalizing classical statistical mechanics and thermodynamics, does not describe the equilibrium state of astrophysical self-gravitating systems, as represented by DM halos formed in N-body simulations*”.

Quanto a possibilidade de uma Termodinamica Generalizada, conforme proposta de Treumann, testamos teoria para aglomerados verificando que os valores de pressão obtidos destoavam enormemente daqueles observados em aglomerados. Com isso, não conseguimos reproduzir os valores de massa conhecidos.

1.4 Comentários gerais

Outros autores, notadamente Buote e colaboradores, têm proposto a existência de testes geométricos, com base em momentos bi-dimensionais de imagens, para a comprovação da DM [23]. Contudo, independente das inovações, o procedimento de medição do perfil radial de massas é o *de facto standard* na análise da DM em aglomerados. Nossa revisão de como obtê-lo prepara o terreno para os próximos capítulos.

O estudo de lentes gravitacionais [110, 132] indica a possibilidade de *shallow cores* em aglomerados, contrariamente ao paradigma NFW. Mesmo simulações mais recentes parecem indicar a possibilidade de declividade variável com o raio [106].

As possibilidades que pareciam interessantes, uma estatística alternativa (NES) ou uma termodinâmica generalizada (TT), mostraram-se inválidas teórica e observacionalmente.

Até aqui, porém, a dinâmica ainda foi considerada Newtoniana. Na sequência analisaremos criticamente uma alternativa a essa hipótese: uma teoria dinâmica modificada e sua pretensão de explicar a matéria no centro dos aglomerados sem recorrer a componentes exóticas.

Capítulo 2

Aglomerados de galáxias sem matéria escura - a teoria MOND

2.1 Introdução à MOND

Qualquer teoria física possui escopo delimitado. Por exemplo, a substituição da dinâmica Newtoniana pela dinâmica relativística, no limite de altas velocidades, possui base experimental indiscutível, mas mesmo essa sólida alteração nas leis dinâmicas tem sido objeto de extensões recentes com o objetivo de explicar fenômenos a altíssimas energias [5, 65].

No caso da matéria escura (DM), as bases para a consolidação do paradigma são ainda frágeis, particularmente quanto à natureza das partículas que a compõe. A variedade histórica de candidatos a DM e a inexistência de sua detecção experimental até o momento abrem uma avenida para questionarmos se a mecânica Newtoniana não deveria ser estendida quando aplicada a sistemas astronômicos.

Aguirre [1] cita:

The great majority of astronomers now believe that the universe is dominated by cold, collisionless, non-baryonic dark matter. But despite more

than 20 years of intense effort, no non-gravitational evidence for dark matter has ever been found: no direct detection of dark matter, no annihilation radiation from it, no evidence from reactor experiments supporting the physics (beyond the standard model) upon which dark matter candidates are based. We know nothing about dark matter, except for the properties that we have attributed to it, and also that it is not enough: we need to postulate an even more mysterious “dark energy” to supplement it.

A mais bem sucedida linha de investigação sobre teorias gravitacionais alternativas foi iniciada por Mordai Milgrom e Jacob Bekeinsten e denominada de Dinâmica Newtoniana Modificada (MOND, acrônimo inglês para *Modified Newtonian Dynamics*). Neste capítulo exporemos suas bases e iniciaremos sua aplicação aos aglomerados de galáxias, em especial a região central desses objetos, para os quais a teoria ainda possui problemas.

A teoria da Dinâmica Newtoniana Modificada surgiu em 1983 em uma série de três clássicos trabalhos de Milgrom [83, 84, 85] como uma tentativa de explicar, dentre outros fenômenos, as curvas de rotação das galáxias espirais observadas em HI [118]. Na sequência de *papers*, o autor não apenas lançou as bases da teoria mas estudou algumas das implicações para galáxias e outros sistemas galácticos, incluindo aglomerados de galáxias.¹

A idéia inicial de Milgrom baseava-se em uma modificação da lei dinâmica, através da introdução de uma escala de aceleração, a_0 . Acima dessa escala estaríamos em um regime aproximadamente Newtoniano. Para acelerações inferiores a esta, uma nova

¹Interessante notar que as evidências astrofísicas a favor de um elemento invisível ainda não eram tão fortes, haja vista a denominação mais comumente utilizada à época: *Hidden Mass Hypothesis* (HMH).

dinâmica apareceria.

Uma variante dessa idéia, introduzida no *paper* clássico de Beckenstein e Milgrom [14], é que tem sido mais utilizada e explorada. Essa última idéia representa uma mudança não na lei dinâmica, mas na lei de gravitação, ou seja, a dinâmica ainda é a Newtoniana, mas a aceleração gravitacional é modificada.

Devemos ter em mente, portanto, que a MOND divide-se em duas categorias separadas: Modificação da Gravitação e Modificação da Inércia. Daqui por diante, quando quisermos designá-las separadamente usaremos os acrônimos MOND-MG ou MOND-MI. Quando nada for mencionado, estaremos tratando da forma mais utilizada, a Modificação da Gravitação, e utilizaremos a expressão MOND apenas.

A diferenciação entre a MOND-MG e a MOND-MI fica mais evidente quando olhamos a Ação (ou Lagrangiana) para um sistema não-relativista de massas interagindo via gravitação Newtoniana, $S = S_\phi + S_{cin} + S_{int}$, ou:

$$S = -\frac{1}{8\pi G} \int d^3r (\vec{\nabla}\phi)^2 + \sum_i m_i \int dt \frac{v_i^2}{2} - \sum_i m_i \phi(r_i) \quad (2.1.1)$$

O primeiro termo é a ação para o potencial gravitacional, o segundo representa a interação entre as massas e o terceiro é o termo cinético para as partículas. Quando modificamos o termo cinético, S_{cin} , obtemos a MOND-MI. A modificação do termo gravitacional gera a MOND-MG. Em geral, o termo gravitacional modificado assume a seguinte forma - onde assumimos que F é uma função geral:

$$\tilde{S}_\phi = -\frac{1}{8\pi G} \int d^3r (\vec{\nabla}\phi)^2 F(a_0, \phi, \nabla\phi, \dots) \quad (2.1.2)$$

e, especificamente no caso da MOND, impomos que:

$$F\left(a_0, \phi, \vec{\nabla}\phi, \dots\right) = F\left(\frac{\vec{\nabla}\phi}{a_0}\right)^2 \quad (2.1.3)$$

Utilizando essa forma da parte da Lagrangiana em conjunto com a parte de interação, S_{int} , obtemos a equação de Poisson modificada, ou seja, a nova equação de campo:

$$\vec{\nabla}\left(\mu\vec{\nabla}\phi\right) = 4\pi G\rho \quad (2.1.4)$$

onde μ é uma função de $\nabla\phi$ e de a_0 , ou seja, $\mu = \mu\left(\frac{\nabla\phi}{a_0}\right) = \mu\left(\frac{a}{a_0}\right)$.

Em problemas com simetria esférica, foco de nosso estudo, a aplicação da lei de Gauss implica na seguinte relação, largamente utilizada nos problemas práticos:

$$g \cdot \mu\left(\frac{g}{a_0}\right) = g_N \quad (2.1.5)$$

ou, no limite de baixas acelerações, $\mu(x) \sim x$, também chamado de *deep-MOND* ou *stron-MOND*,

$$g = \sqrt{g_N \cdot a_0} \quad (2.1.6)$$

Onde $g_N \equiv GM/r^2$ e $M = \int \rho dV$ é a verdadeira massa do objeto que gera o campo, conforme discutiremos mais adiante.

Dito de outra forma, na MOND-MG assumimos que a equação de inércia mantém sua forma tradicional, $F = ma = mg$, mas que a aceleração gravitacional é modificada, ou ainda, que o campo gravitacional é modificado.

Nessa abordagem axiomática da MOND, a função $\mu(x)$, onde $x \equiv a/a_0 \equiv g/a_0$, não tem qualquer limitação, mas como a teoria foi construída inicialmente para explicar as curvas de rotação das galáxias espirais sem a necessidade de DM, deseja-se, por consistência, que os seguintes limites sejam respeitados (o segundo, como já vimos, é chamado de *strong-MOND*):

$$\mu\left(\frac{a}{a_0}\right) \approx \begin{cases} 1 & \text{se } a \gg a_0, \text{ limite Newtoniano} \\ a/a_0 & \text{se } a \ll a_0, \text{ strong-MOND} \end{cases} \quad (2.1.7)$$

2.1.1 Um primeiro exemplo

Independentemente da forma funcional de $\mu(x)$, um primeiro exemplo das implicações da MOND aparece ao utilizarmos o regime deep-MOND, isto é $\mu \sim x$. Neste caso, para uma massa central M e um objeto orbitando-a a uma velocidade de rotação V_c :

$$\frac{g^2}{a_0} = g_N \quad \Rightarrow \quad \frac{g^2}{a_0} = \frac{GM}{r^2} \quad (2.1.8)$$

donde

$$g = a = \frac{V_c^2}{r} = \frac{\sqrt{a_0 GM}}{r} \quad \Rightarrow \quad V_c \approx M^{1/4} = \text{const} \quad (2.1.9)$$

Esta relação indica que a velocidade de rotação, V_c , é uma constante no limite de baixas acelerações, em concordância com os resultados das curvas de rotação obtidas em HI [13] nas galáxias espirais. Importante ressaltar que, embora haja sucesso nesse resultado, não há surpresa, pois a teoria foi construída exatamente para que esse resultado pudesse ser obtido. Interessante, contudo, que a modificação descrita em (2.1.5), por vezes chamada de *Milgrom Fitting Formula*, é bastante simples, mas ainda assim explica uma equação geral encontrada para galáxias espirais, a fórmula de Tully-Fisher [131], cuja versão simplificada é:

$$V_c \approx M^{1/4} = \text{const} \quad (2.1.10)$$

2.2 A função $\mu(x)$

Milgrom e outros (p.ex., [7, 16, 37, 85, 114, 139]) discutem possíveis formas funcionais para $\mu(x)$. Ilustraremos aqui algumas das formas mais utilizadas de $\mu(x)$, pois elas serão úteis no capítulo 4 onde estudaremos as diferenças observáveis no caso dos aglomerados. Lembramos que, salvo indicação em contrário, $x \equiv g/a_0$.

As formas mais populares na literatura são as seguintes:

$$\mu(x) = \frac{x}{1+x} \quad (2.2.1)$$

$$\mu(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad (2.2.2)$$

A equação 2.2.2, utilizada por Begemann (1991) [13] é a mais conhecida função de interpolação na literatura, e, por vezes, denominada de “função padrão” [37, 114, 139].

A forma mais simples dada pela equação 2.2.1 tem sido mais utilizada recentemente. Famaey e Binney [37] testam essas diferentes formas. Eles observam que a MOND pode descrever a dinâmica de nossa Galáxia em alguns dos casos, uma tentativa de utilizar dados astronômicos para selecionar a forma funcional adequada.

Os autores testam ainda uma terceira variante, introduzida por Bekenstein (2004) [15] em seu tratamento da MOND como um caso especial da TeVes. Esta fórmula para $\mu(x)$, também utilizada por outros autores, escreve-se como:

$$\mu(x) = \frac{\sqrt{1+4x} - 1}{\sqrt{1+4x} + 1} \quad (2.2.3)$$

Milgrom [85, 83] utiliza ainda uma quarta forma, já em desuso, mas que mencionamos pela simplicidade e relevância histórica:

$$\mu(x) = 1 - \exp(-x) \quad (2.2.4)$$

Graficamente os quatro casos de interesse encontram-se na Figura 2.1. Notamos que todas as funções são dominadas pelo limite definido por: $\mu = x$ para $x < 1$ e $\mu = 1$ para $x > 1$.

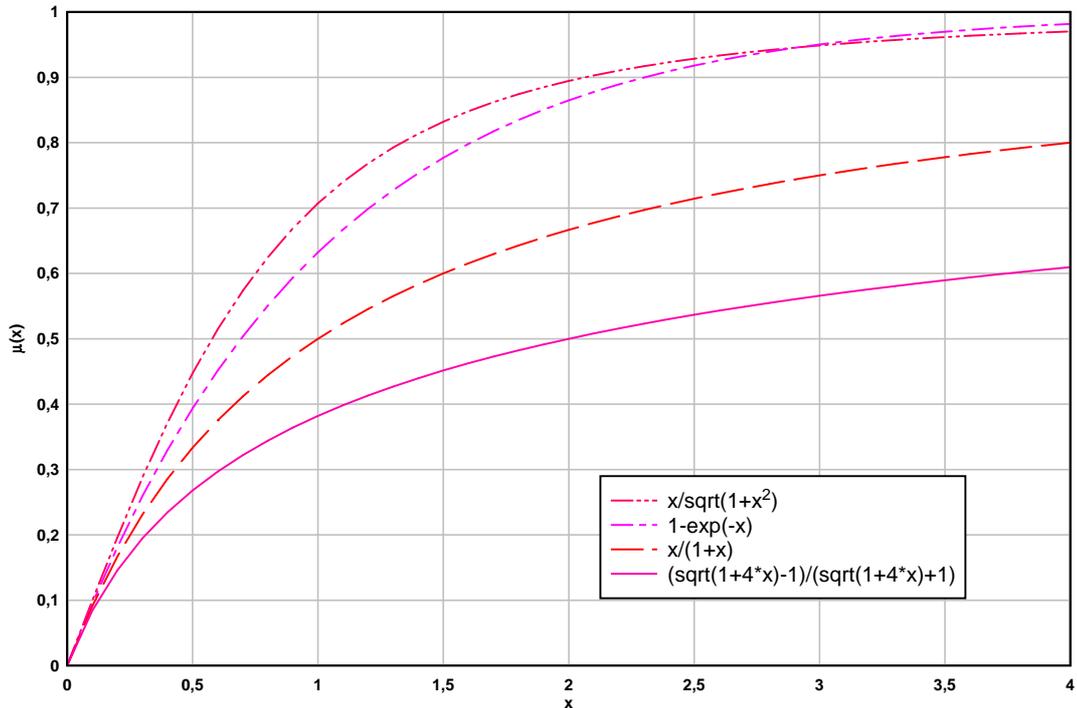


Figura 2.1: Formas funcionais mais utilizadas na literatura para a função $\mu(x)$.

2.3 Massa Newtoniana e MONDiana

Nesta seção compararemos as massas medidas com o paradigma Newtoniano e com a MOND. Evitaremos as diferenças que podem advir de geometrias complexas, trabalhando apenas com o caso de simetria esférica. Esse é certamente o mais relevante para nosso estudo, pois a hipótese de simetria esférica é comum na modelagem dos aglomerados de galáxias.

A literatura não traz de forma explícita a relação entre as duas massas, suas definições e a relação entre elas e a função de interpolação $\mu(x)$ em uma só obra. Apresentamos, portanto, uma explicação simplificada da relação entre essas grandezas. A relação, uma vez obtida, é trivial, mas é preciso cuidado para não se deixar levar

por ciladas de notação.

Admitamos uma massa central M . Em nossa análise esta é uma propriedade ontológica, ou seja, pertence ao objeto, e corresponde à quantidade de matéria (átomos, etc.) ali presente. De acordo com a MOND (MOND-MG), essa massa gera um campo gravitacional g que é responsável pela aceleração a de uma partícula de prova. Como vale a lei de inercia, $g = a$. A relação entre a massa M e g é dada pela MOND:

$$g \cdot \mu \left(\frac{g}{a_0} \right) = \frac{GM}{r^2} \quad (2.3.1)$$

Como já mencionamos, podemos, por economia de notação, denominar o lado direito da equação acima de g_N , ou seja, $g_N \equiv GM/r^2$

Passemos agora à abordagem fenomenológica, ou seja, como medimos a massa M . Ao valor obtido assumindo-se a MOND chamaremos de *massa mondiana* e denotaremos por M_M . Ao valor obtido admitindo-se que a física seja Newtoniana chamaremos de *massa newtoniana* e denotaremos por M_N .

Fica desde já evidente que, se a MOND está correta, $M_M = M$, ou seja, a massa correta é obtida. Como ela seria obtida observacionalmente, porém? Sabemos que tanto na MOND como na gravitação Newtoniana, $g = a$. Podemos, portanto, medir a para partículas de prova, tais como estrelas ou, em nosso caso, gás (observado através da equação de equilíbrio hidrostático, $a = \frac{1}{\rho_g} \frac{dP}{dr}$). Daí, utilizamos $a = g$ e substituímos o valor de g em 2.3.1 obtendo:

$$g \cdot \mu \left(\frac{g}{a_0} \right) = \frac{GM_M}{r^2} \quad (2.3.2)$$

A massa assim obtida é a massa mundiana, que, se a teoria estiver correta, representa a massa verdadeira (ontológica) do objeto.

De outro modo, se admitimos que o campo é Newtoniano (e $a = g$)

$$g = \frac{GM_N}{r^2} \quad (2.3.3)$$

A massa assim obtida é a massa newtoniana e deveria, segundo a MOND, ser um estimador incorreto da massa M do objeto.

Dois pontos são particularmente importantes. O primeiro é uma cilada notacional. Notemos que $g_N \neq GM_N/r^2$; g_N é apenas uma forma curta para GM/r^2 que, por sua vez, é igual a GM_M/r^2 .

Em segundo lugar, notamos que, uma vez esclarecida a forma como as massas são deduzidas, basta comparar 2.3.2 e 2.3.3 para obtermos:

$$\mu = \frac{M_M}{M_N} \quad (2.3.4)$$

Esta equação dá um significado físico a $\mu(x)$. Mais ainda, é extremamente útil, conforme veremos, pois permite calcular a correta massa do objeto, segundo a MOND, a partir das estimativas obtidas usando-se a gravitação Newtoniana.

2.4 O valor da aceleração a_0

Antes de passarmos à aplicação da teoria aos aglomerados, é importante tecermos alguns comentários sobre o valor de a_0 .

Não apenas nosso estudo, mas a própria equação de Tully-Fisher demonstra a importância prática do valor de a_0 . Cabe, pois, perguntarmos qual seria essa aceleração limítrofe. Existiria um consenso sobre o valor de a_0 ? Deve ele ser de fato constante ou varia de acordo com o tipo de objeto?

Medidas em galáxias espirais foram efetuadas por Begeman et al. [13], que determinaram o valor $a_0 \approx 1.2 \times 10^{-8} \text{ cm.s}^{-2}$. Esse tem sido aceito como valor universal de a_0 e explicado a dinâmica de uma variedade de sistemas sem o uso de DM, com exceção dos centros dos aglomerados de galáxias. A Figura 2.2 mostra a qualidade do *fitting* obtido para duas galáxias (uma com alto e outra com baixo brilho superficial) tomando-se o valor padrão de a_0 .

Recentemente, Tiret e Combes (2009) [124] obtiveram um novo valor para a_0 menor que o de Begemann et al (1991). O trabalho analisa uma amostra com 43 galáxias e inclui a presença de gás molecular frio. Com isso os autores obtém $a_0 \approx 0.96 \times 10^{-8} \text{ cm.s}^{-2}$.

Poderíamos cogitar que o valor de a_0 não fosse uma constante. Contudo há evidências de que tal não acontece, pois uma série de sistemas são aproximadamente descritos pelo valor da aceleração limite obtido do estudo de galaxias espirais [86].

Com os aglomerados de galáxias a situação é diferente. Utilizando-se o valor $a_0 = 1.2 \times 10^{-8} \text{ cm.s}^{-2}$, a discrepância de massa nos centros dos aglomerados fica ilustrada no gráfico apresentado por Milgrom em [86] e reproduzido na Figura (2.3)

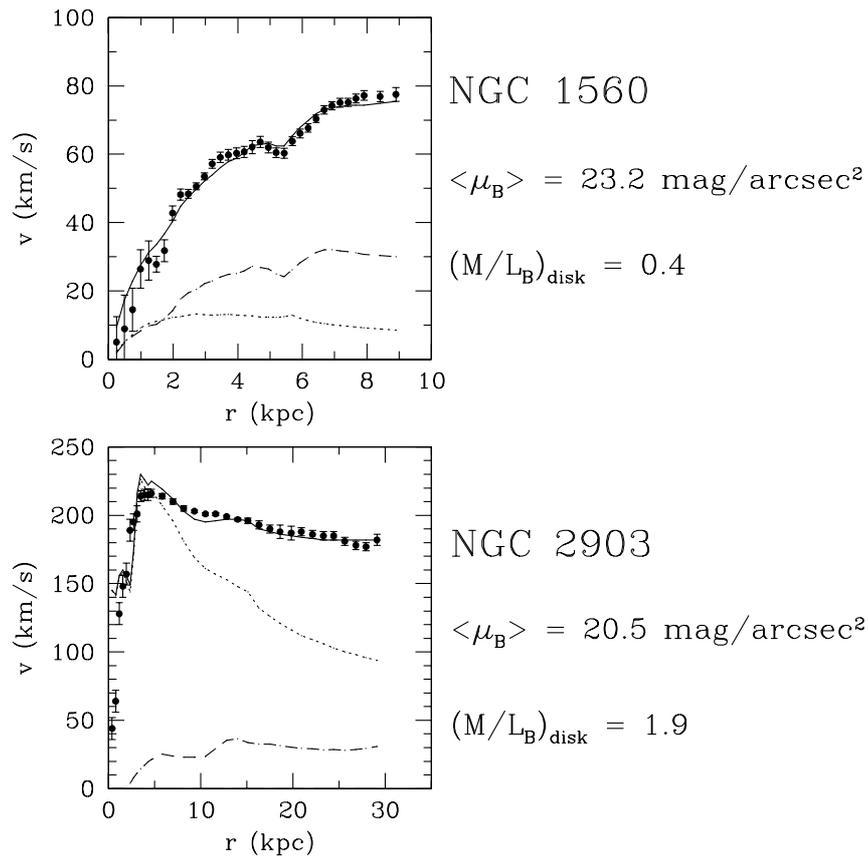


Figura 2.2: Curvas de rotação para as galáxias NGC 1560 (baixo brilho superficial) e NGC2903 (alto brilho superficial). As curvas correspondem: ao material estelar (pontilhada) e gasoso (tracejado) e ao fitting com a MOND (linha sólida). Fonte: Sanders e McGaugh [114]

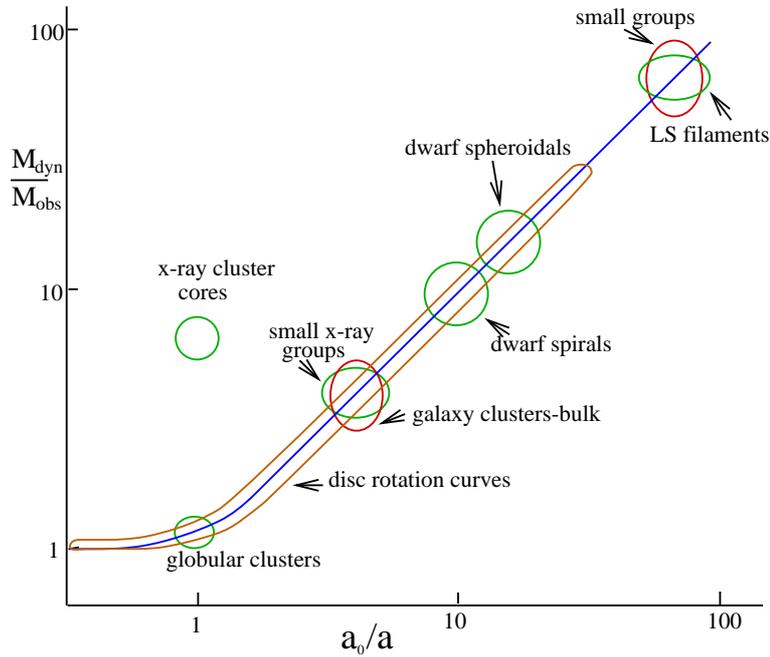


Figura 2.3: Regime de atuação da MOND para vários objetos. Problemas com centros dos aglomerados. Fonte: Milgrom [86]

2.5 A MOND aplicada aos aglomerados de galáxias

Após a exposição acima, possuímos todos os elementos necessários para aplicarmos a MOND aos aglomerados de galáxias. Iniciaremos com uma ilustração da ordem das grandezas envolvidas e em seguida deduziremos as equações relevantes a nosso estudo para diferentes formas da função $\mu(x)$.

Iniciamos com o seguinte modelo simplificado. O valor da aceleração gravitacional em uma dada distância do centro do aglomerado varia com essa distância e com a massa em seu interior (o perfil de massa). Porém, para obtermos uma primeira estimativa das acelerações envolvidas, podemos assumir, independentemente do raio, que: (1) vale a equação de equilíbrio hidrostático, (2) a equação do gás ideal, e (3) a

temperatura é aproximadamente constante e igual à temperatura média do aglomerado. (Essa última é apenas uma hipótese para a obtenção de um valor aproximado de aceleração.)

Com tais hipóteses, obtemos, a partir da equação (1.2.4):

$$g = \frac{k_B T}{f m} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{d \ln \rho}{d \ln r} = \frac{k_B T}{f m} \frac{d \ln \rho}{d r} = \frac{k_B T}{f m} \cdot \frac{1}{r_c} \quad (2.5.1)$$

Essa equação está escrita em termos de uma escala de raio para o perfil de densidade, r_c (não confundir com *core radius*); em termos de valores típicos:

$$g = 5 \times 10^{-8} \text{ cm.s}^{-2} \times \left(\frac{k_B T_X}{5 \text{ keV}} \right) \times \left(\frac{50 \text{ kpc}}{r_c} \right) \quad (2.5.2)$$

Calculando os valores de aceleração para distâncias de aproximadamente 500 kpc (no caso isotérmico, soma das derivadas logarítmicas igual a -2), obtemos os valores da tabela 2.1. Vemos que os centros dos aglomerados estão no limite MOND, tendo-se que os mais frios estão no strong-MOND, enquanto que os mais quentes estão em um regime intermediário: as acelerações variando de $0.2a_0 - 1.0a_0$, se considerarmos $a_0 = 1.2 \times 10^{-8} \text{ cm.s}^{-2}$.

raio(kpc)	T (keV)	a (cm.s ⁻²)
500	2	2.0E-9
500	4	4.0E-9
500	6	6.0E-9
500	8	8.0E-9
500	10	1.0E-8

Tabela 2.1: Valores da aceleração a 500 kpc para aglomerados de diferentes temperaturas. As acelerações são próximas às do limiar do regime MONDiano.

Vale notar, contudo, que alguns centros de aglomerados podem não estar nesse regime e a necessidade de DM persistir, daí a dificuldade da teoria com relação a esses objetos [2].

De posse dos resultados da seção 2.3, podemos deduzir a equação de equilíbrio hidrostático no caso esférico para a MOND de forma direta. De 1.2.4 e 2.3.4, obtemos:

$$M_M(r) = -\mu \cdot \frac{k_B T_g}{f m_p G} \cdot r \cdot \left(\frac{d \ln \rho_g}{d \ln r} + \frac{d \ln T_g}{d \ln r} \right) \quad (2.5.3)$$

ou ainda

$$M_M(r) = -\mu \cdot \frac{k_B T_g}{f m_p G} \cdot r \cdot (\alpha_\rho + \alpha_T) \quad (2.5.4)$$

No limite strong-MOND, $\mu \sim g/a_0$ e $g^2 = g_N \cdot a_0$ (cf. 2.1.7 e 2.1.6). Lembrando que na MOND $M = M_M$, obtemos finalmente:

$$\sqrt{M_M(r)} = \sqrt{M} = -\frac{1}{\sqrt{G \cdot a_0}} \frac{k_B T_g}{f m_p G} \cdot (\alpha_\rho + \alpha_T) \quad (2.5.5)$$

Se desejamos obter os valores exatos para a massa na MOND precisamos definir a função de interpolação a ser utilizada. Conforme vimos em 2.3.4, a relação entre a massa mondana e a massa newtoniana é igual a μ . Os casos para as duas funções mais importantes são apresentados a seguir.

2.5.1 A função simplificada: μ_1

Nesse caso:

$$\mu(x) = \frac{x}{1+x} \quad (2.5.6)$$

Portanto:

$$\frac{M_M}{M_N} = \mu(x) = \frac{1}{1+1/x} = \frac{1}{1+a_0/g} \quad (2.5.7)$$

como na determinação de M_N utilizamos 2.3.3, podemos substituir tal expressão em 2.5.7, obtendo uma relação direta entre as massas mondana e newtoniana:

$$M_M = \frac{M_N}{1 + \frac{a_0 r^2}{M_N G}} \quad (2.5.8)$$

Ou seja, podemos obter o valor da massa corretamente inferida pela MOND através da medição da massa na abordagem Newtoniana.

Podemos prosseguir na dedução e estimar a densidade medida com a MOND em função da densidade newtoniana. Basta dividirmos ambos os lados pelo volume da esfera de raio r , $V = 4/3\pi r^3$,

$$\rho_M = \frac{\rho_N}{1 + 3\frac{a_0}{4\pi G r \rho_N}} \quad (2.5.9)$$

2.5.2 A função padrão: μ_2

Ao utilizarmos

$$\mu(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad (2.5.10)$$

e, procedendo como acima, obtemos as formulas correspondentes para a relação entre as massas e entre as densidades

$$M_M = M_N \left[1 + \left(\frac{a_0 r^2}{M_N G} \right)^2 \right]^{(-1/2)} \quad (2.5.11)$$

e

$$\rho_M = \rho_N \left[1 + \left(\frac{3a_0}{4\pi r G \rho_N} \right)^2 \right]^{(-1/2)} \quad (2.5.12)$$

Em termos genéricos, é fácil entender que, pela própria natureza das funções μ , a MOND conduzirá a uma menor massa observada, requerendo, portanto, nenhum ou pouco material escuro.

O estudo em detalhe dos centros dos aglomerados, contudo, mostra que os problemas persistem. A investigação inicial sobre a MOND em aglomerados aparece no terceiro *paper* de Milgrom [84], e, desde então vários autores têm indicado que os aglomerados representam um desafio a MOND [2, 44, 105, 111, 112, 113]. Merecem especial atenção os trabalhos de Sanders e colaboradores e os de Aguirre e colaboradores.

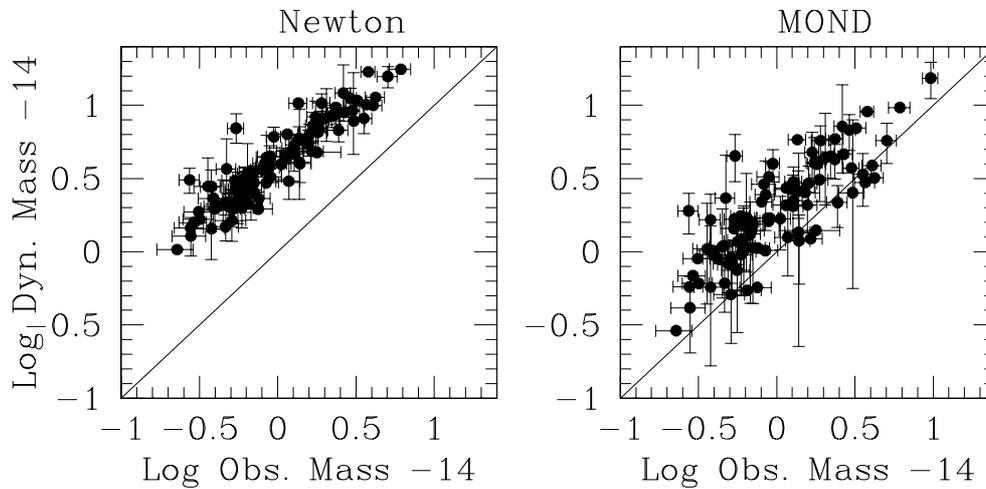


Figura 2.4: Notamos que, mesmo após a aplicação da MOND, há ainda a necessidade de se complementar o inventário de massa nos aglomerados. Fonte: [111].

Sanders (1999) [111] utilizou a amostra de aglomerados estudada por White et al. (1997) [137] com o satélite Einstein. Apesar das limitações de resolução espacial do satélite, Sanders verifica que a massa observada é reduzida significativamente, mas que ainda persiste uma diferença com relação à inferência dinâmica. O gráfico utilizado pelo autor é reproduzido na Figura 2.4.

É importante notarmos que, com a resolução do satélite e a escolha “quase aleatória” da amostra de White et al. (1997), as massas aqui obtidas são relativas aos aglomerados como um todo e não apenas suas regiões centrais. Sanders reconhece que há grande dispersão nos dados, em parte devido a questões observacionais (amostra, resolução, modelagem da temperatura, etc.).

O autor utiliza apenas a função “padrão” μ_2 . Alguma redução extra na massa poderia ser obtida ajustando-se a função μ como vimos acima, embora a redução

adicional não deva ser significativa exatamente pelo fato de estarmos medindo regiões mais externas do aglomerado para as quais as funções divergem pouco.

Em [111], Sanders também indica a importância que os resultados de lentes gravitacionais fortes têm para a MOND: as lentes exigem uma densidade superficial Σ muito alta. Em outras palavras, se a MOND não lançar mão de outro tipo de material não luminoso, torna-se muito difícil explicar os $10^{13} - 10^{14} M_{\odot}$ necessários nos 100-200 kpc internos para que a lente ocorra.

Embora não insistamos sobre este ponto, é importante deixar claro que a evidência contrária a MOND, via lentes, não é tão segura quanto parece. Primeiro, porque o inventário de bárions nas regiões bem próximas ao centro do aglomerado não é definitivo (por exemplo, [27, 124]). Segundo, pois, como o próprio Milgrom adverte, a MOND é capaz de gerar lentes sim, através de suas extensões relativísticas (como a TeVes), um campo em exploração. A discussão sobre o teste oferecido pelas lentes fortes toma novo rumo com a introdução de neutrinos, conforme veremos no Capítulo 4.

Aguirre et al. [2] apresentam uma crítica bastante contundente. Os autores testam a MOND para dois sistemas astrofísicos: as estruturas Ly- α e os aglomerados de galáxias. Os primeiros não dizem respeito a nosso estudo. Quanto aos aglomerados, os autores mostram que a equação de equilíbrio hidrostático no caso da MOND, aliada ao perfil de densidade determinado no raio-X, impede que o perfil de temperatura seja reproduzido com sucesso.

A idéia geral é simples. Vimos na Equação 2.5.5 que $T \sim \sqrt{M}/(\alpha_{\rho} + \alpha_T)$. Se admitimos estabilidade convectiva nos aglomerados, devemos impor [115] $|\alpha_T| < (2/3) \cdot |\alpha_{\rho}|$. Como as temperaturas não crescem com o raio para a maior parte da

atmosfera do aglomerado, obtemos, para dois raios $r_2 > r_1$ quaisquer [2]:

$$\frac{M(r_2)}{M(r_1)} \leq \left[\frac{5\alpha_\rho(r_2)}{3\alpha_\rho(r_1)} \right]^2 \quad (2.5.13)$$

Sabemos que as derivadas logarítmicas da densidade não variam fortemente, sendo em média < 2 , portanto, para que a desigualdade seja satisfeita devemos ter $M(r_2)/M(r_1) < (10/3)^2 \sim 11$. Sabemos também que o perfil de massa varia bem mais fortemente que isso, violando a hipótese da MOND.

Os autores analisam uma série de possibilidades que poderiam explicar essa falha preditiva da teoria: falha no equilíbrio hidrostático, temperaturas incorretas, condução no ICM e erro nos perfis de densidade. Concluem, porém, pela necessidade de alguma componente escura principalmente nos centros dos aglomerados.

Os estudos de Sanders [112, 113] e Aguirre et al. [2, 1] indicam a necessidade de uma componente não-visível (DM). Sanders, porém, vai além e investiga a possibilidade dessa DM ser não exótica e formada por neutrinos massivos: massa ≈ 2.2 eV. O reconhecimento dessa necessidade é o novo paradigma da MOND em aglomerados de galáxias. Mais importante, ela extrapola a proposta da MOND e se coloca como opção mesmo dentro de uma descrição Newtoniana, com outra componente do tipo CDM. Ambas as situações serão analisada no Capítulo 4.

Finalmente necessitamos mencionar as críticas mais recentes associadas a estruturas nas imagens dos aglomerados que seriam, supostamente, irreconciliáveis com a MOND.

Estruturas tipo anel foram detectadas por Jee et al. (2007) [55] no mapa de lente do aglomerado CL0024+17. Seriam evidência “inequívoca” de DM. Milgrom e

Sanders (2008) [87] e Famaey et al (2007) [36] explicam tais fenômenos via MOND. Em particular os últimos autores lançam mão de uma componente de neutrinos de $\sim 2\text{eV}$, como proposto por Sanders (2003) [112].

Exemplo ainda mais contundente aparece em Clowe et al. [26], que têm recentemente reivindicado uma evidência direta de detecção de DM na colisão de dois aglomerados identificados como um único, o 1E0657-56, ou “Aglomerado Bala”, devido a forma de projétil assumida pelo gás em choque. A firmeza das conclusões tem sido questionada [7, 8], contudo.

A resposta da MOND em todos os casos tem sido a admissão da necessidade de uma componente extra e sua modelagem envolvendo neutrinos.

Capítulo 3

Neutrinos massivos como matéria escura

Neutrinos têm assumido importante papel em cosmologia. No modelo padrão das interações elementares são partículas de massa de repouso igual a zero e que, portanto, movem-se à velocidade da luz. Porém, o livro de Boehm e Vogel [19] mostra que já em 1992 havia farta evidência de que neutrinos são partículas massivas, ao menos aqueles associados ao múon e ao tau.

As massas absolutas de cada família de neutrinos são de difícil observação. Enquanto os autoestados de sabor indicam as famílias no modelo padrão - neutrino do elétron (ν_e), do múon (ν_μ) e do tau (ν_τ) - os autoestados de massa são normalmente descritos de forma mais prosaica - por exemplo, m_1 , m_2 , m_3 .

Não cabe aqui a revisão detalhada da física dos neutrinos massivos, por si só uma indicação de que o modelo padrão deve ser estendido. Revisaremos, no que segue, o necessário para o entendimento da importância astrofísica da massa dos neutrinos, fundamental para nosso estudo.

O presente capítulo centra-se na discussão dos limites à massa dos neutrinos. Faremos uma revisão dos limites sobre as massas impostos por experimentos de laboratório

e dos limites impostos pela cosmologia, indicando o status atual e as perspectivas em cada caso. Revisões recentes e bastante completas incluem [30, 46, 51, 71, 123].

3.1 Limites no laboratório

Os testes de laboratório que visam à determinação da massa dos neutrinos trabalham com o mesmo princípio básico: a detecção através da interação com algum aparato posicionado de forma específica. Podem, grosso modo, ser divididos em testes cinemáticos, testes atmosféricos e testes solares.

Os testes cinemáticos, mais largamente utilizados, são distintos para cada família. O espectro do decaimento beta do trítio é utilizado para medir a massa de ν_e . O decaimento do pión mede a massa de ν_μ , e o decaimento do lepton tau serve para a medição de ν_τ . Medições do duplo decaimento beta também servem para estabelecer o espectro de massas [19].

Os testes atmosféricos e os solares envolvem o fenômeno da oscilação de sabores [19], [71], que está associada ao fenômeno quântico bem conhecido da medição (redução) da função de onda. Assume-se que neutrinos possuam massa e que seus autoestados de sabor diferam dos autoestados de massa. Com isso, um feixe de neutrinos que terá seu autoestado de massa medido em algum ponto, compõe-se de diferentes estados de sabor. Esse *mix* altera-se entre duas medições a distâncias diferentes e tal variação, parametrizada apropriadamente [71], fornece a indicação da massa nos testes atmosféricos e solares.

Os testes solares e atmosféricos indicam a presença de uma hierarquia de massas 3.1. Duas das massas parecem mais próximas, enquanto a terceira encontra-se mais separada. Quando as massas próximas são as mais leves denomina-se esta hierarquia

de normal ou direta. De outra forma, é dita hierarquia invertida.

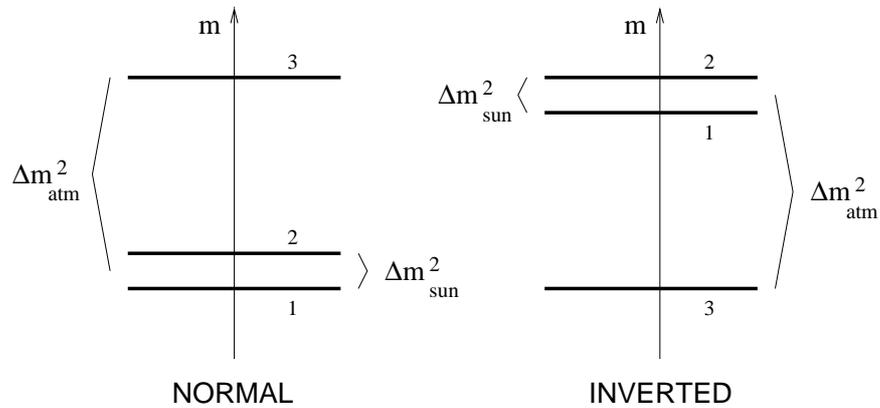


Figura 3.1: Dois tipos de hierarquia de massas $\Delta m_{atm}^2 \gg \Delta m_{sun}^2$: normal (NH) e invertida (IH). Fonte: Lesgourgues e Pastor (2006) [71].

A hierarquia mostrada na figura 3.1 não indica qual a escala absoluta de massas, ou seja, qual o valor de um dos autoestados de massa mostrados. Se o valor de algum deles for muito superior ao espaçamento entre eles, teremos uma situação de massas degeneradas $m_1 \sim m_2 \sim m_3$.

Importante também notarmos que, *stricto sensu*, não é correto falarmos de “massa do neutrino do elétron”, uma vez que os autoestados de massa não se confundem com os de sabor. Se a massa de um neutrino, por exemplo ν_e fosse medida diretamente, o valor sempre seria o de um dos autoestados ν_1, ν_2 ou ν_3 . Na prática o que se mede é um valor esperado de massa,

$$m_{\nu_e} = (|\sum_i U_{ei}|^2 m_i)^{1/2} \quad (3.1.1)$$

onde U_{si} é a matriz de transição entre os autoestados de massa(i) e de sabor(s).

Quando mencionarmos, portanto, “massa do ν_e ”, temos essa acepção em mente.

3.1.1 Medição da massa do ν_e - o decaimento do Trítio

No decaimento beta nuclear observamos:

$$(Z, A) \rightarrow (Z + 1, A) + e^- + \bar{\nu}_e \quad (3.1.2)$$

Pode-se então calcular e medir o espectro de energias dos elétrons emitidos. Se não houvesse um neutrino envolvido nesta reação o espectro deveria ser uma linha bem determinada com energia igual à diferença das energias inicial e final dos núcleos. A ejeção de uma partícula extra (o neutrino) transforma este espectro em um contínuo. Admitindo-se que o neutrino possua massa, pode-se estimar cinematicamente o espectro como [19]:

$$K(E) \sim \{(E_0 - E) [(E_0 - E)^2 - m_\nu^2]^{1/2}\}^{1/2} \quad (3.1.3)$$

onde E_0 é a energia total do decaimento. Notamos que para medirmos os efeitos de m_ν devemos atingir diferenças de energia $\Delta E \sim (E - E_0) \sim m_\nu$. Para estas energias de elétron tão próximas da energia total, porém, os decaimentos tornam-se muito raros, dificultando a medição. Tal dificuldade é vista esquematicamente na Figura 3.2 que representa o espectro de decaimento do trítio (adaptada de [61]):

Medidas recentes do decaimento do trítio fornecem um limite bastante estrito para a massa do neutrino do elétron: o experimento de Bonn et al. (2001) [20] indica que $m_{\nu_e} < 2.2$ eV com 95% C.L.

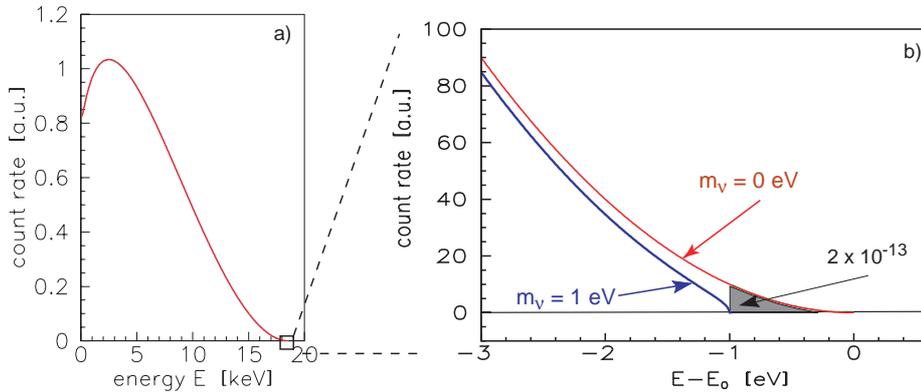


Figura 3.2: A cauda do espectro de decaimento é muito difícil de ser medida para detecções da ordem de 1 eV. Fonte: KATRIN group [61]

O experimento KATRIN (acrônimo de *Karlsruhe Tritium Neutrino Experiment*) [61] objetiva medir a massa do ν_e com precisão até 0.35 eV. Como no caso do trítio o decaimento em hélio-3 possui $E_0 = 18.7\text{keV}$ e meia vida de aproximadamente 12 anos, as dificuldades são enormes. Como mostra a figura 3.2, na região próxima ao *end-point* apenas $\sim 2 \times 10^{-13}$ de todos os decaimentos acontecem.

3.1.2 Observações atmosféricas e solares

Recentemente as evidências de que neutrinos produzidos na atmosfera ou no sol possuem massa diferente de zero tornaram-se inegáveis [41, 42]. A interação de hádrons energéticos (raios cósmicos) com núcleos presentes na atmosfera superior produz neutrinos em reações tais como (detalhes em [19]):

$$\pi^+ \rightarrow \nu_\mu + \mu^+ \quad \mu^+ \rightarrow \nu_e + \bar{\nu}_\mu + e^+ \quad (3.1.4)$$

Os neutrinos emanados do sol originam-se nas reações nucleares no interior da estrela, notadamente através de:



em ambos os casos, há uma distância bastante grande a ser percorrida pelos neutrinos: de 20 km - 12.000 km para os atmosféricos e da ordem de 10^6 km para os solares.

Abstraindo-se dos detalhes inerentes à experimentação e à física de partículas, o principal resultado para os astrônomos pode ser resumido na expressão que relaciona as diferenças entre as massas e o comprimento de oscilação [19]:

$$L_{osc} \sim 2\pi \frac{2 \langle E \rangle}{|m_1^2 - m_2^2|} \quad (3.1.6)$$

onde, L_{osc} é o comprimento percorrido pelo feixe de neutrinos, $\langle E \rangle$ é a energia média do feixe e $|m_1^2 - m_2^2|$ a diferença entre dois autoestados de massa (medidos em eV^2).

A grandeza de interesse é a diferença entre os autoestados de massa, que por sua vez, depende da razão L/E . Os experimentos com neutrinos atmosféricos atingem $L/E \sim 10^2 - 10^4 \text{ MeV}^{-1}$, enquanto que os solares atingem $L/E \sim 10^9 - 10^{11} \text{ MeV}^{-1}$. Daí, notamos por que as diferenças de massa sondadas pelos experimentos solares são tão menores que aqueles dos atmosféricos (cf. Figura 3.1).

3.2 Limites cosmológicos

Interessantemente, os limites mais estritos às massas de neutrinos não se originam em medições de laboratório, mas sim em medições cosmológicas. Estas têm, desde então, servido de ensaio para limites cada vez mais sofisticados [71].

Diferentemente dos limites laboratoriais, porém, os limites cosmológicos são bem mais dependentes da modelagem. No mínimo, assume-se um modelo cosmológico, onde a massa correspondente aos neutrinos é apenas uma das variáveis.

3.2.1 Um primeiro limite cosmológico

Um dos primeiros limites à massa dos neutrinos advindos da cosmologia aparece nos *papers* de Cowsik e McClelland [28, 29]. À época, a cosmologia não tinha ainda entrado na era de precisão definitivamente sedimentada com as medições do COBE (ver, p.ex. o mini-review [116]). A simplicidade da derivação inicial, porém, merece ser reproduzida, pois limites mais sofisticados surgiram desde então como variantes e melhorias daquela derivação.

Dentro do modelo de universo em expansão, neutrinos desacoplam-se do plasma primordial quando a temperatura do Universo atinge aproximadamente 1-2 MeV, o que torna a temperatura da radiação de fundo de neutrinos igual a $(\frac{4}{11})^{1/3}$ da temperatura da radiação de fundo de fótons (CMB)[99].

Cowsik e McClelland assumiram os valores de H_0 (constante de Hubble) e q_0 (parametro de desaceleração) medidos por Sandage - naquela época, $50 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ e 0.94, respectivamente. Assumindo-se a cosmologia padrão (universo tipo FRW, em expansão), obtém um limite sobre a massa total gravitacional do universo:

$$\rho_{tot} = \frac{3H_0^2 q_0}{4\pi G} < 10^{-4} \text{eV.cm}^{-3} \quad (3.2.1)$$

Calcularam também a densidade numérica de neutrinos hoje, $z = 0$

$$n_i(0) = n_i(z_{eq}) \cdot \left[\frac{1}{1 + z_{eq}} \right]^3 \approx 0.0193(2s_i + 1) \left[\frac{T_r(0)}{\hbar c} \right]^3 \approx 150(2s_i + 1) \text{cm}^{-3} \quad (3.2.2)$$

onde o índice i indica cada família de neutrino ou antineutrino, s_i denota o spin, $T_r(0)$ a temperatura atual da CMB (2.7K), e z_{eq} o redshift de equilíbrio antes do desacoplamento dos neutrinos (ou seja $k_B T(z_{eq}) \sim 1 \text{MeV}$).

No *paper* original, em 1972, os autores não consideraram o neutrino do tau, por isso obtiveram, comparando 3.2.1 e 3.2.2 ¹:

$$m_\nu < 8 \text{eV} \quad (3.2.3)$$

3.2.2 O limite de Gunn e Tremaine

Em 1979, Tremaine e Gunn [125] (TG) publicam um trabalho criticando e estendendo a análise de Cowsik e McClelland [28, 29]. Eles trazem um novo elemento para a análise: restrições devidas ao espaço de fase dos neutrinos.

¹Considerando 3 famílias (vezes 4, pois se conta partícula e anti-partícula e o fator spin), teriam obtido $m_\nu < 5 \text{eV}$.

Como a seção de choque dos neutrinos é muito pequena, sua função de distribuição fina, *fine-grained*, desde o desacoplamento (em $T \sim 1$ MeV) segue inalterada, mantendo a forma de Fermi-Dirac [67]. O máximo dessa distribuição é igual a h^{-3} (ou seja, uma partícula por elemento de volume $2h^3$).

A evolução não colisional faz com que a função de distribuição grossa, *coarse-grained*, seja sempre inferior a distribuição *fine grained*. Admitindo-se que o objeto colapsado siga aproximadamente uma esfera isotérmica, sabemos que a função de distribuição *coarse-grained* é dada por [18]:

$$f(r, p) = (2\pi m_\nu^2 \sigma^2)^{-(3/2)} n(r) \exp \left[\frac{-p^2}{2m_\nu^2 \sigma^2} \right] \quad (3.2.4)$$

Como $\rho_\nu = n \cdot m_\nu$, temos que o máximo da função $f(r, p)$ é

$$f(r, p)_{max} = (2\pi)^{-(3/2)} m_\nu^{-4} \sigma^{-3} \rho_\nu \quad (3.2.5)$$

Assumindo 3 neutrinos (e seus antineutrinos), comparando com a densidade máxima inicial, e associando $\sigma^2 \sim T$ obtemos:

$$\rho_{max} = 1 \times 10^{-28} \left(\frac{m_\nu}{1 \text{ eV}} \right)^4 \left(\frac{T}{\text{keV}} \right)^{(3/2)} \text{ g.cm}^{-3} \quad (3.2.6)$$

Invertendo para m_ν , Tremaine e Gunn conseguiram colocar um limite para a massa dos neutrinos, à época, $m_\nu \sim 3.6$ eV.

3.2.3 Limites cosmológicos recentes e futuros

Nossa exposição até aqui apresentou limites razoavelmente seguros e, em grande extensão, independentes da modelagem. As recentes observações da radiação cósmica de fundo (CMB) e da estrutura do universo em larga escala (LSS) impõem novos limites, porém mais dependentes da modelagem.

As análises mais precisas da CMB provém dos dados obtidos pelo satélite Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP). Os dados são analisados após períodos definidos. O primeiro ano de atividade gerou um conjunto de dados e de análises publicados em 2003, que doravante chamaremos de WMAP-1 [119]. Essas foram refinadas e em 2007 as análises correspondentes a 3 anos, WMAP-3, apareceram na literatura [120]. As interpretações cosmológicas dos dados de 5 anos, WMAP-5, surgiram recentemente, [64].

Komatsu et al. (2009) [64] observam que os limites (à massa dos neutrinos) oriundos apenas da CMB são menos estritos devido ao seguinte raciocínio simplificado. Neutrinos somente marcariam de forma perceptível a CMB se não-relativísticos na época do desacoplamento, z_{eq} . Como em $z_{eq} \sim 1090$, $T_\gamma \sim 3000\text{K} \sim 0.26 \text{ eV}$. A energia média para neutrinos relativísticos é dada por $\langle E \rangle \sim 3.15(4/3)^{1/3}T_\gamma \sim 0.58 \text{ eV}$. Portanto, se a escala de massa for menor que esse valor, por exemplo, o mais massivo possuir $m_\nu < 0.58 \text{ eV}$, causará pouco impacto na CMB.

A Tabela 3.1 [71], embora já superada pelos dados do WMAP-5, ilustra o quanto se pode limitar m_ν com base apenas na CMB. Limites atuais com base apenas na CMB (dados WMAP-5) [64] indicam $m_\nu < 1.3 \text{ eV}$ (95% C.L.), mas considerando-se o modelo ΛCDM e $w = -1$.

Utilizando dados da LSS, estreitam-se os limites. A lógica geral é a seguinte;

Tabela 3.1: Limites superiores para m_ν (eV, 95% CL) a partir de análises da CMB apenas. Tabela adaptada de [71], onde as referências para cada um dos limites estão listadas explicitamente. As siglas utilizadas, além do WMAP-1 e WMAP-3, descrevem diferentes experimentos: Very Small Array (VSA), Arcminute Cosmology Bolometer Array Receiver (ACBAR), Cosmic Background Imager (CBI), Balloon Observations Of Millimetric Extragalactic Radiation and Geophysics (BOOMERANG), Degree Angular Scale Interferometer (DASI), Millimeter Anisotropy eXperiment IMaging Array (MAXIMA)

Limite ($M_\nu <$)	Origem dos Dados
10.6	WMAP1
2.0	WMAP1
2.0	WMAP3
2.1	WMAP1, VSA, ACBAR & CBI
1.6	WMAP1, VSA, ACBAR & CBI
3.1	WMAP1, BOOMERANG03, VSA, ACBAR, CBI, DASI & MAXIMA

obtendo-se medidas mais precisas da “régua cósmica”, ou seja das distâncias até objetos distantes, melhoram-se os limites, pois aperfeiçoa-se o modelo cosmológico. Por isso a quase totalidade de melhorias aos limites de CMB advém de melhorias na determinação de distâncias cósmicas como, por exemplo, através de dados do Hubble Space Telescope (HST) *Key project*, ou de projetos de observação de supernovas (SN). Importantes são também os *redshift surveys* dentre os quais destacam-se o *2-Degree Field* (2dF) e o *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS).

Um dos efeitos da presença de neutrinos na LSS é o *damping* do espectro de potências (*Power Spectrum*) da matéria em pequenas escalas, reconstruído a partir dos *surveys*. Estima-se que neutrinos com massa ~ 0.1 eV produziram *damping* de $\sim 1\%$, enquanto que neutrinos com espectro degenerado e massa ~ 2 eV, causariam *damping* de $\sim 10\%$ [71].

Tabela 3.2: Limites superiores para m_ν (eV, 95% CL) a partir de análises da CMB, redshift surveys (power spectrum da matéria) e outros dados. Tabela adaptada de [71], onde as referências para cada um dos limites estão listadas explicitamente.

Limite	Dados (além do WMAP-1)
1.2	CMB (pre-WMAP), 2dF-gal
1.0	+ HST, SNIa
1.74	SDSS-gal
0.75	CMB (pre-WMAP), 2dF-gal, SDSS-gal, HST
1.0	ACBAR, 2dF-gal, SDSS-gal
0.6	+ HST, SNIa
0.96	VSA, 2dF-gal
1.54	SDSS-gal, SNIa
1.4	CMB, 2dF-gal, HST, SNIa
1.2	CMB, 2dF-gal, SDSS-gal
1.27	CMB, SDSS-gal
1.16	CMB, 2dF-gal
0.87	WMAP3, 2dF-gal

Notamos que este efeito não é único. Quando ainda relativísticos, os neutrinos participam na densidade de radiação e quando tornam-se não relativísticos, engrossam a densidade de matéria. Portanto, dependendo do valor da massa de repouso dos neutrinos, o momento de equilíbrio de densidades (transição entre matéria e radiação) é afetado, com imediato impacto no crescimento de flutuações (que se admite ocorrem na era dominada pela matéria [99]).

A tabela 3.2 mostra limites onde os dados derivados da CMB são completados com dados da LSS.

Komatsu et al [64] listam vários dos trabalhos publicados sobre o assunto após a liberação dos dados WMAP-3. Na miríade de análises nota-se que diferentes limites aparecem dependendo: (1) da escolha dos dados, (2) dos parâmetros dos modelos

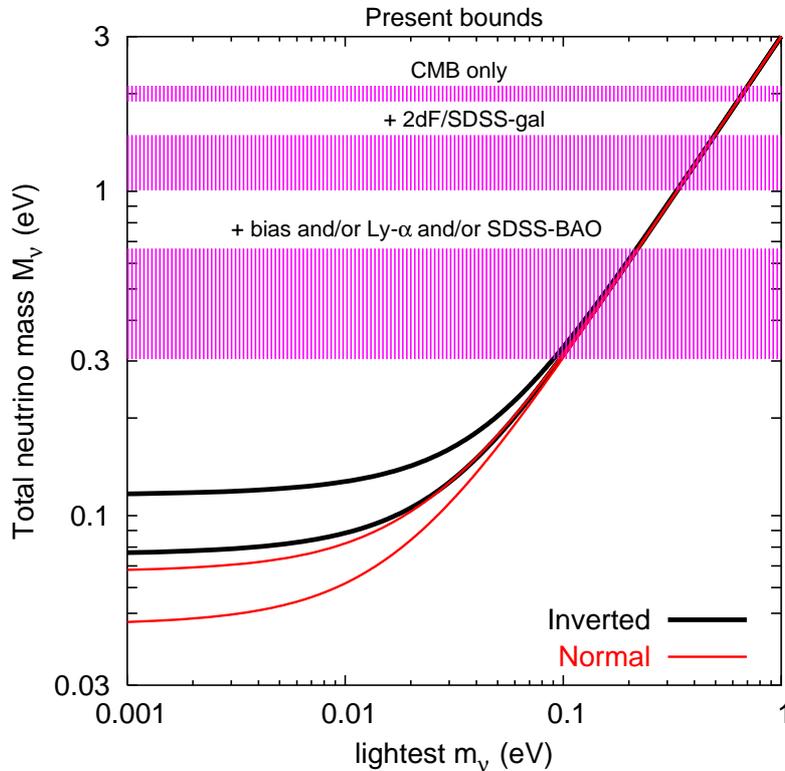


Figura 3.3: Limites superiores atuais (95%CL) sobre a soma das massa dos neutrinos, derivados de dados cosmológicos em comparação com os valores oriundos de oscilações de neutrinos (nível de 3σ).

cosmológicos investigados [64].

Mais importante ainda, Lesgourgues e Pastor [71] notam que os limites via CMB e LSS dependem bem mais fortemente dos modelos utilizados. Lembrem que as análises utilizadas na estimativa dos parâmetros associados aos modelos cosmológicos são, com poucas exceções, Bayesianas. Tais análises possuem características específicas, diferentes das análises frequentistas normalmente utilizadas para estabelecer intervalos de confiança em física. Adicionando-se variáveis a um modelo, pode-se, por exemplo, aumentar um intervalo de confiança sobre uma das variáveis ao invés de diminuí-lo.

Modelo	68% CL	95% CL
Λ CDM	$0.58 \leq m_\nu \leq 1.17$	$0.31 \leq m_\nu \leq 1.48$
w CDM	$1.58 \leq m_\nu \leq 2.59$	$0.92 \leq m_\nu \leq 3.02$
w CDM + Ω_κ	$0.07 \leq m_\nu \leq 1.05$	$m_\nu \leq 1.8$
Λ CDM + $G(z)$	$0.018 \leq m_\nu \leq 0.62$	$m_\nu \leq 1.04$
w CDM + $G(z)$	$1.05 \leq m_\nu \leq 2.33$	$0.22 \leq m_\nu \leq 2.68$
w CDM + Ω_κ + $G(z)$	$m_\nu \leq 0.62$	$m_\nu \leq 1.32$
Λ CDM + $G(\alpha, \gamma, z)$	$0.034 \leq m_\nu \leq 0.71$	$m_\nu \leq 1.05$

Tabela 3.3: Resultados para modelos cosmológicos diferentes. Fonte: Ferreira et al. [39].

Modelo	68% CL	95% CL
Λ CDM	$m_\nu \leq 0.16$	$m_\nu \leq 0.38$
w CDM	$0.32 \leq m_\nu \leq 0.97$	$0.064 \leq m_\nu \leq 1.27$
w CDM + Ω_κ	$0.02 \leq m_\nu \leq 1.27$	$m_\nu \leq 3.065$
Λ CDM + $G(z)$	$m_\nu \leq 0.14$	$m_\nu \leq 0.35$
w CDM + $G(z)$	$0.015 \leq m_\nu \leq 0.53$	$m_\nu \leq 0.92$
w CDM + Ω_κ + $G(z)$	$m_\nu \leq 1.38$	$m_\nu \leq 2.79$
Λ CDM + $G(\alpha, \gamma, z)$	$m_\nu \leq 0.16$	$m_\nu \leq 0.35$

Tabela 3.4: Resultados para modelos cosmológicos diferentes, excluindo-se os dados de supernovas. Fonte: Ferreira et al. [39].

A questão da dependência com a modelagem fica clara em um trabalho mais especulativo, de Ferreira et al. (2008) [39]. Em uma abordagem não convencional, os autores perguntam que limites colocariam sobre neutrinos massivos (dado que existem) ao testarem modelos cosmológicos alternativos. Notamos através das tabelas 3.2.3 e 3.2.3 como os limites podem variar fortemente com a modelagem.

Satélites como o Planck em conjunto com *surveys* mais completos e detalhados certamente testarão limites mais reduzidos como mostram as simulações de [71]. Mesmo nos cenários simulados para o futuro, há espaço para fenomenologias alternativas, que

incluem neutrinos estéreis (nao interagem via interação fraca), ou neutrinos superpesados [19], que não serão considerados aqui.

Capítulo 4

Neutrinos no centro dos aglomerados de galáxias

A importância de neutrinos na dinâmica de aglomerados tem longa história. Conforme vimos no Capítulo 3, Cowsik e McClelland [28, 29] notaram que, mesmo com uma aproximação bastante simples, a relevância de neutrinos para a determinação da massa dos aglomerados era clara.

De fato, no *paper* de 1973 os autores modelam os aglomerados como um gás de férmions em um potencial constante (utilizando os resultados em Landau e Lifshitz [67]) e conseguem o surpreendentemente atual resultado de que para obter as massas corretamente precisavam de neutrinos não relativísticos de massa $m_\nu \sim 2\text{eV}$.

Escolha semelhante tem sido invocada recentemente para salvar a MOND no centro dos aglomerados. Este capítulo analisa criticamente o impacto dos neutrinos como componente escura no centro dos aglomerados. Tem por base o trabalho de Peres e Dottori [100].

4.1 A MOND e neutrinos

Os problemas enfrentados pela MOND no centro dos aglomerados foram discutidos no Capítulo 2. Mesmo reduzindo a discrepância entre massa observada e inferida dinamicamente, a descrição MOND ainda não conseguia contabilizar toda a matéria no centro dos aglomerados sem recorrer a uma componente escura.

Em 2002, Sanders e McGaugh [114] já mencionam a possibilidade de parte dessa matéria ainda não explicada pela MOND ser composta de neutrinos de poucos eV. A menção é breve, não passando de poucas linhas. Em 2003, porém, Sanders ([112], S03), em um exercício de raciocínio inverso, propõe que neutrinos de poucos eV sejam seriamente considerados como uma predição da MOND sobre o balanço de massa nos centros dos aglomerados de galáxias. Sanders (2007) ([113], S07) revisa e estende o *paper* de 2003, tecendo outras previsões. Daqui em diante, denominaremos esse modelo de MOND+ ν .

S07 reconhece desde o início os problemas levantados em [2], dentre os quais a impossibilidade de fitar-se apropriadamente o perfil de temperatura com a MOND apenas. Com a presença de neutrinos virializados no centro teríamos a adição de uma terceira componente ao inventário de massa: além dos bárions do material estelar e do gás quente.

Se a componente de neutrinos for dita “rígida”, ou seja, possuir densidade aproximadamente constante e for gravitacionalmente mais relevante que as outras componentes podemos aproximar a densidade de neutrinos utilizando a Equação 3.2.6 modificada (igualdade quando a densidade for igual a densidade máxima inicial):

$$\rho_\nu \leq 2.3 \times 10^{-5} M_\odot \text{pc}^{-3} \left(\frac{m_\nu}{2\text{eV}} \right)^4 \left(\frac{T}{\text{keV}} \right)^{3/2} \quad (4.1.1)$$

A utilização qualitativa desta expressão já conduz a resultados interessantes. Se a virialização for acentuada no centro, conforme espera-se, pode-se admitir que a densidade eletrônica siga a densidade de neutrinos, $n_e \propto n_\nu$. Daí, pela Equação 4.1.1 teríamos que $n_e \propto T^{3/2}$. Como sabemos que no plasma altamente ionizado dos aglomerados $L \propto n_e^2$, obtemos

$$L \propto T^3 \tag{4.1.2}$$

onde L é a luminosidade do aglomerado nos Raios-X e T a temperatura média (normalmente ponderada pela emissividade). Essa relação é verificada observacionalmente [9, 54] e não pode ser obtida da MOND apenas.

Outra predição qualitativa derivada diretamente da MOND diz respeito à relação massa-temperatura, $M - T$, no Raio-X. Independente das características da componente, se ela segue a equação de equilíbrio hidrostático da MOND 2.5.5, obtemos

$$M \propto T^2 \tag{4.1.3}$$

conforme obtido observacionalmente (p.ex. [88]).

Apesar das confirmações qualitativas, precisamos verificar se a MOND+ ν passa também nos testes quantitativos. O principal instrumento de análise neste caso tem sido um diagrama onde se compara a densidade e a temperatura da componente no aglomerado.

4.2 O diagrama DT e a massa dos neutrinos

Quando plotamos a relação 4.1.1 em um diagrama *log-log* da densidade *versus* temperatura, obtemos linhas retas caso a igualdade subsista. Denominaremos esse diagrama de diagrama densidade-temperatura ou diagrama-DT.

Conforme já mencionamos as retas correspondem a *loci* onde a densidade é igual ao máximo permitido no espaço de fase. As declividades das retas são fixadas e a posição de cada reta depende de m_ν .

A massa m_ν representa, portanto, a soma das massas de todas as espécies de neutrinos, mas por simplicidade trabalharemos com um único valor. A temperatura, que pode variar com o raio, é estimada de várias formas, mas mais comumente utiliza-se a média ponderada pela emissividade medida nos Raios-X.

Admitindo-se também que a relaxação violenta tenha virializado quase completamente o centro dos aglomerados, e a MOND+ ν valha, os aglomerados devem posicionar-se em uma linha reta no diagrama-DT. Tal observação serviria dois propósitos: validaria a MOND+ ν e serviria como um limitador à massa dos neutrinos.

Em uma varredura da literatura, notamos que diagrama semelhante foi primeiramente utilizado na modelagem de dois aglomerados (Coma e A119) por Treumann et al. (2000) [129]. Porém, foi Sanders (2002) quem primeiro utilizou-o na forma presente e, desde então, tem aparecido em várias análises envolvendo lentes gravitacionais. Peres e Dottori (2009) [100] batizaram-no de “diagrama DT” e fizeram a primeira análise crítica de seu uso através do estudo de uma amostra bem conhecida na literatura, conforme veremos nas próximas seções.

S03 utiliza o diagrama para a amostra estudada por Reiprich et al (2002) [108]. Nela as massas são inferidas de forma indireta através de *fitting* de modelos- β . Em

S03, embora boa parte dos aglomerados estejam entre as linhas correspondentes a 1-2 eV, um terço dos aglomerados aparece acima da linha de 2 eV (*outliers*). A dispersão no diagrama é grande. Interessantemente, parece haver uma segregação entre *cooling flows* ou *cooling cores* (CC) e aglomerados não-CC. Como veremos, esse resultado não subsiste à nossa análise.

Takahashi e Chiba (2007) [121] estudam lentes gravitacionais fracas no contexto da MOND. De fato, o fazem com base na extensão relativística (TeVéS) e obtém os perfis de massa para 3 aglomerados (A1689, CL 0024+1654 e CL 1358+6245). Colocando-os em um diagrama DT, eles obtém a Figura 4.1, donde se nota que, dentro da hipótese MOND+ ν , seria necessário que a massa dos neutrinos fosse superior a 2eV; no caso de Abel 1689, por exemplo, seria necessário $m_\nu > 4$ eV.

Natarajan e Zhao (2008) [90] utilizam uma análise de lentes gravitacionais fortes e fracas para estimar as densidades centrais dos aglomerados e inferir quais massas de neutrinos seriam admissíveis.

Eles testam dois cenários básicos: 3 famílias de neutrinos de 2 eV e outro com 2 neutrinos estéreis de $m \sim 7$ eV e 3 famílias de neutrinos normais com $m \sim 0.08$ eV. Em nenhum caso obtém sucesso, concluindo que uma componente do tipo neutrinos não se coaduna com os limites experimentais para m_ν . Contudo, os autores mencionam explicitamente, que estão interessados na escala dos 20-50 kpc centrais, o que para a maioria dos aglomerados ricos (em especial os que produzem lentes) não cobre sequer o halo da galáxia central dominante.

Também recentemente, Angus et al. (2008) [6] estudaram a MOND+ ν , testando-a para aglomerados menores e grupos de galáxias. Os autores notam que a maior dificuldade de reconciliar as observações com a teoria ocorre para os grupos e aglomerados

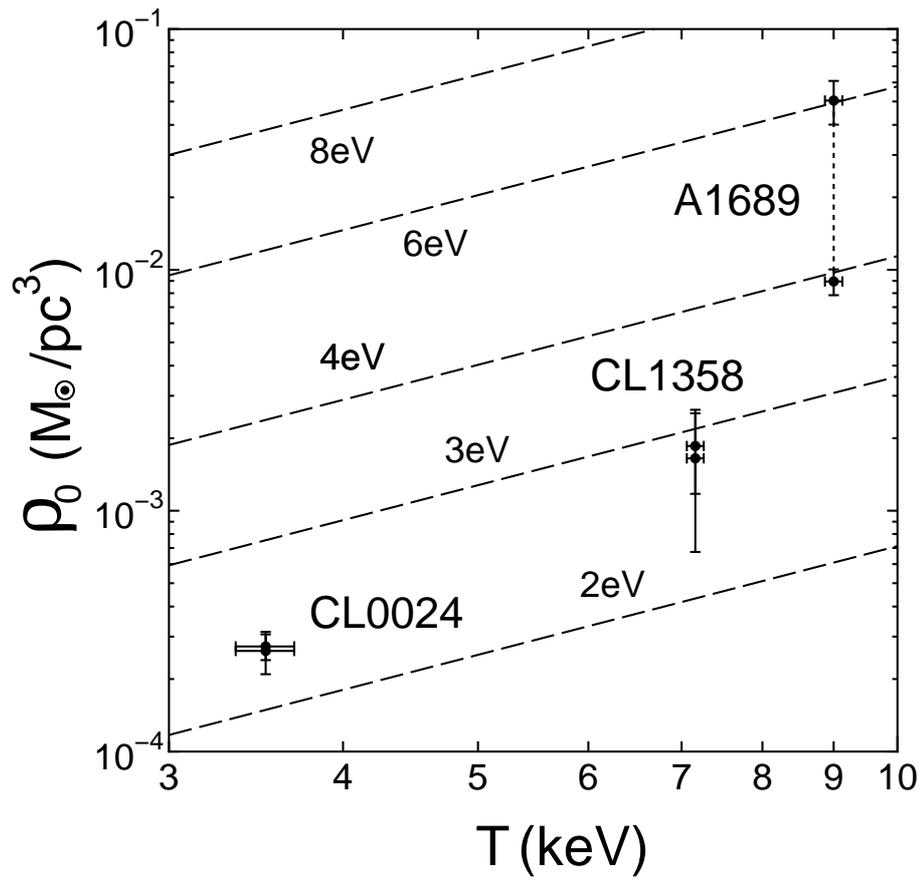


Figura 4.1: Diagrama DT para três aglomerados, obtido por Takahashi e Chiba [121]. Nota-se que todos indicam $m_\nu > 2$ eV, em especial A1689.

mais frios (menos massivos). A componente estelar é cuidadosamente tratada, mas a maior parte da diferença que permanece inexplicada ocorre justamente nos 100 kpc mais internos. OS autores não apresentam explicitamente um diagrama DT, mas um semelhante: M_m vs. T .

Peres e Dottori (2009) [100] revisitam a MOND+ ν e observam que vários pontos tem sido esquecidos ao proceder-se a análise do diagrama DT. Como a amostra utilizada é completa (incluindo aglomerados massivos e grupos), concluem que neutrinos com massa $\sim 2\text{eV}$ não podem ser facilmente descartados.

4.3 A amostra B55

Conforme vimos até aqui, a banda de Raios-X é especialmente adequada para a medição dos perfis de massa dos aglomerados, o que levou a criação e estudo de diversas amostras de objetos, com diferentes finalidades de uso. Não é nosso objetivo revisar o desenvolvimento histórico das amostras de aglomerados ou a perspectiva de seu desenvolvimento futuro em detalhe. Diferentemente, comentaremos sobre uma das amostras por sua relevância histórica e por ter sido fonte principal do presente estudo: a amostra dos 55 aglomerados mais brilhantes nos Raios-X no universo próximo, que denominaremos de B55 (*Brightest 55*) daqui em diante.

Edge et al. [32, 31] selecionaram a maioria dos aglomerados da B55 através de observações com os satélites Einstein e EXOSAT. Utilizando essa lista, Peres et al. (1998) [101] completaram a B55 e utilizaram apenas observações do satélite ROSAT¹. A amostra é limitada por fluxo. Todas as observações possuem fluxo maior que

¹Sempre que possível, foram utilizadas observações dos dois instrumentos: o Position Sensitive Proportional Counter (PSPC) e o High Resolution Imager (HRI).

$1.7 \times 10^{-11} \text{ erg.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$.

A homogeneidade da análise (seleção e tratamento dos dados do ROSAT por Peres et al.) dessa amostra e sua completude são grandes trunfos, assim como sua resolução espacial (em alguns casos 4 arcsec em Raios-X). A listagem completa dos aglomerados está apresentada na Tabela 4.1. Outros dados tais como a presença de atividade no rádio para as galáxias centrais ou as temperaturas médias podem ser encontradas em Peres et al. [101].

Tabela 4.1: **Amostra B55.** (a) Nome do aglomerado; (b) Ascensão reta do pico de Raio-X (J2000); (c) Declinação do pico de Raio-X (J2000); (d) Ascensão reta do pico no Ótico (J2000); (e) Declinação do pico no Ótico (J2000); (f) Diferença entre os picos, em arcsec. Fonte: Peres et al (1998) [101].

Cluster	A.R. (Raio-X)	Dec. (Raio-X)	A.R. (Ótico)	Dec. (Ótico)	$\Delta\theta$
(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
A85	00 41 50.8	-09 18 07	00 41 50.4	-09 18 12	8
A119	00 56 16.8	-01 14 45	00 56 16.1	-01 15 19	36
A262	01 52 45.4	36 09 26	01 52 46.5	36 09 06	24
AWM7	02 54 27.4	41 34 51	02 54 27.5	41 34 46	5
A399	02 57 53.6	13 01 47	02 57 53.2	13 01 50	7
A401	02 58 56.0	13 35 03	02 58 57.8	13 34 57	27
A3112	03 17 57.7	-44 14 17	03 17 57.7	-44 14 18	1
A426	03 19 48.0	41 30 46	03 19 48.3	41 30 41	6
2A 0335+096	03 38 40.2	09 58 12	03 38 40.6	09 58 11	6
A3158	03 42 50.9	-53 37 32	03 42 53.0	-53 37 53	28
A478	04 13 25.0	10 27 59	04 13 25.3	10 27 54	7
A3266	04 31 15.7	-61 27 08	04 31 13.5	-61 27 12	11
A496	04 33 37.6	-13 15 40	04 33 37.8	-13 15 43	4
3C129	—	—	04 48 58.2	45 02 01	—
A3391	06 26 19.9	-53 41 53	06 26 20.4	-53 41 36	18
A576	07 21 31.2	55 45 52	07 21 30.2	55 45 40	15
PKS 0745-191	07 47 30.9	-19 17 43	07 47 31.3	-19 17 40	6
A644	08 17 25.5	-07 30 40	08 17 25.6	-07 30 46	6
A754	09 09 18.8	-09 41 20	09 08 32.4	-09 37 49	691
Hyd-A	09 18 05.8	-12 05 40	09 18 05.6	-12 05 44	5
A1060	10 36 43.2	-27 31 40	10 36 42.8	-27 31 41	6
A1367	11 44 48.2	19 42 05	11 44 48.0	19 41 18	47
Virgo	12 30 49.0	12 23 35	12 30 49.4	12 23 26	9
Cent	12 48 48.9	-41 18 44	12 48 49.1	-41 18 42	3
Coma	12 59 35.6	27 57 31	12 59 35.6	27 57 34	6
A1644	12 57 12.2	-17 24 34	12 57 11.6	-17 24 35	9
A3532	12 57 21.8	-30 21 51	12 57 22.0	-30 21 50	3
A1650	12 58 41.7	-01 45 44	12 58 41.5	-01 45 41	4
A1651	12 59 21.7	-04 11 47	12 59 22.5	-04 11 46	12
A1689	13 11 29.5	-01 20 28	13 11 29.5	-01 20 29	1
A1736	13 26 50.0	-27 10 20	13 26 48.7	-27 08 37	103
A3558	13 27 56.5	-31 29 44	13 27 56.8	-31 29 45	4
A3562	13 33 36.0	-31 40 05	13 33 34.7	-31 40 21	23
A3571	13 47 28.4	-32 51 55	13 47 28.3	-32 51 55	1
A1795	13 48 52.7	26 35 30	13 48 52.6	26 35 35	5
A2029	15 10 55.8	05 44 46	15 10 56.1	05 44 41	7
A2052	15 16 43.7	07 01 19	15 16 44.6	07 01 17	13
MKW3s	15 21 51.8	07 42 24	15 21 51.9	07 42 30	6
A2065	15 22 29.0	27 42 33	15 22 29.2	27 42 26	7
A2063	15 23 04.8	08 36 20	15 23 05.3	08 36 33	15
A2142	15 58 20.2	27 13 52	15 58 20.1	27 14 00	8
A2147	—	—	16 02 17.0	15 58 27	—
A2199	16 28 37.7	39 33 03	16 28 38.6	39 33 04	7
A2204	16 32 47.1	05 34 34	16 32 46.8	05 34 31	5
Tri Aust	16 38 20.3	-64 21 28	16 38 18.3	-64 21 36	20
A2244	17 02 41.9	34 03 30	17 02 42.5	34 03 35	9
A2256	17 03 13.9	78 39 06	17 04 27.1	78 38 25	59
Ophiuchus	17 12 27.8	-23 22 08	17 12 28.2	-23 22 09	6
A2255	17 12 36.2	64 04 09	17 12 35.0	64 04 14	9
A2319	19 21 09.7	43 56 48	19 21 10.1	43 56 43	7
Cyg-A	19 59 28.1	40 44 05	19 59 28.4	40 44 01	5
A3667	20 12 24.3	-56 49 49	20 12 27.4	-56 49 37	25
A2597	23 25 19.3	-12 07 20	23 25 19.7	-12 07 27	9
Klem44	23 47 43.4	-28 08 20	23 47 43.4	-28 08 37	17
A4059	23 57 00.2	-34 45 39	23 57 00.5	-34 45 35	5

4.4 Análise da amostra B55: o diagrama DT revisitado

Os aglomerados da B55 representam os mais brilhantes na banda de 2 a 10 keV², clássica para as análises do Raio-X .

Como a resolução espectral do ROSAT é precária, a análise de dados utiliza apenas imageamento, com detalhes espectrais complementados por missões anteriores e pela literatura.

A técnica de análise seguida foi a da deprojeção, sugerida por Fabian (1981) [34] e explicada no Capítulo 1. A abordagem é não paramétrica, pois a massa é obtida em camadas, via equação de equilíbrio hidrostático, à medida que se avança do exterior para o centro. A exclusão de fontes pontuais e do *background* utilizou as rotinas comuns no tratamento de imagens no Raio-X (detalhes em Peres et al (1998) [101]).

As massas de gás e totais, obtidas via deprojeção para os raios fixos de 500 kpc e 250 kpc (quando possível), são apresentadas no Apêndice D. As temperaturas médias foram extraídas de [101].

Para alguns aglomerados há medições com dois instrumentos: o ROSAT Position Sensitive Proportional Counter (PSPC) e o ROSAT High Resolution Imager (HRI). O HRI possui resolução espacial mais fina, mas um menor campo de observação. Como queremos evitar contaminação pelo componente estelar da galáxia central, utilizamos apenas os valores correspondentes a um raio de 500 kpc.

Como fixamos o raio em 500 kpc, garantimos de forma simples que a contaminação pela componente estelar da galaxia central seria reduzida. Portanto, a massa e a

²A banda espectral do ROSAT é mais estreita, contudo, abrangendo aproximadamente 0.1-2.4 keV.

densidade da componente ν em cada aglomerado foram obtidas a partir dos dados no Apêndice D, através de

$$M_\nu = M_{tot} - M_{gas} \quad (4.4.1)$$

e, dividindo esses valores pelo volume de uma esfera de 500 kpc, obtivemos as densidades ρ_ν .

Os valores assim obtidos diretamente da tabela correspondem ao caso Newtoniano e estão representados no diagrama DT da Figura 4.2. As barras de erro oriundas de nossa análise de deprojeção são obtidas através de aproximadamente 1000 simulações de Monte Carlo. Foram omitidas no diagrama em prol da clareza.

Não encontramos na literatura diagrama semelhante para uma amostra no caso Newtoniano. A pequena dispersão chama a atenção e, interessante, os valores de m_ν são muito próximos do limite experimental de ~ 2 eV. A linha perpassando o gráfico ($m_\nu = 2\text{eV}$) não é um ajuste estatístico, mas um guia visual.

Para obtermos as massas mundianas precisamos, como vimos, definir uma função de interpolação μ . Testamos as duas funções mais populares 2.2.1 e 2.2.2. As diferenças entre elas não foram significantes e os resultados para o caso com $\mu_1 = x/(1+x)$ são mostrados na Figura 4.3.

Imediatamente vemos que todos os pontos aparecem dentro da região $1 < m_\nu < 2$ eV. Mais interessante ainda, não há exceções, diferentemente do verificado em outros trabalhos [6, 90, 112].

A escolha do raio, fixo em 500 kpc, é de relevância nas conclusões, cabendo aqui alguns comentários. Obviamente que, para raios muito mais internos como aqueles

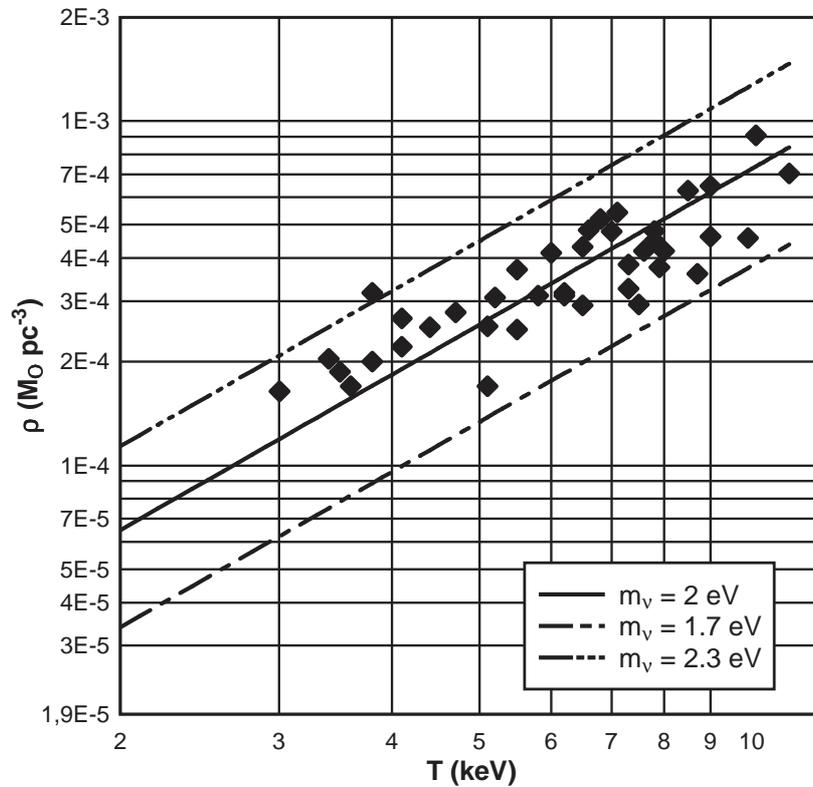


Figura 4.2: Os pontos representam todos os aglomerados para os quais há dados a 500 kpc. As barras de erro foram suprimidas na figura, mas estão na tabela do Apêndice D; são oriundas do algoritmo de deprojeção. A linha de 2 eV não é um ajuste, mas apenas um guia.

testados pelas lentes (50-100 kpc), as densidades crescem e tornam a $\text{MOND}+\nu$ insustentável. Porém, distâncias no intervalo 50-100 kpc não deveriam ser o padrão para tal análise. As inferências com base no diagrama DT para regiões muito centrais ($\sim 50\text{-}100$ kpc) podem estar prejudicadas, por exemplo, pelos seguintes fatores[100]:

1. Muitos aglomerados possuem galáxias gigantes, com envelopes > 100 kpc em seus centros. A modelagem da componente estelar, ainda que cuidadosa, é aproximada. Mesmo Angus et al. [6], que procederam com a modelagem mais

cuidadosa da componente estelar da galáxia central, o fizeram através de um procedimento de *fitting* de um perfil de Hernquist.

2. Pode haver matéria escura bariônica nas regiões centrais em quantidades iguais as de uma componente de neutrinos de 2 eV, como advogam Combes e colaboradores [27, 124]. Parte desses bárions escuros pode ter origem em fluxos de resfriamento, cuja evidência espectroscópica para grandes deposições desapareceu, mas que podem existir para deposições menores e intermitentes [102].
3. Muitos aglomerados possuem grandes perturbações em seus centros. Fontes de rádio são comuns (Peres et al. [101], p.ex., detectaram a presença de atividade no rádio para a maioria dos aglomerados da B55) e a possibilidade de AGN recorrentes (p.ex. Nipotti e Binney [95]) mostra que o ambiente nos primeiros 50 kpc pode não ser ideal para a aplicação da hipótese de atmosfera hidrostática.

Por outro lado, observar o aglomerado em escalas muito maiores também não é apropriado. Muito distante do centro, a relaxação violenta talvez não tenha sido eficiente a ponto de garantir que os neutrinos estejam próximos de sua densidade máxima.

Além disso, para raios muito grandes, uma das simplificações em nossa análise e presente em outros estudos envolvendo o diagrama DT fica prejudicada: a de que a densidade dentro da esfera de raio R seja aproximadamente constante. Sabemos que o perfil de densidade decresce com o raio (Capítulo 1). Embora essa variação também seja um problema nas regiões mais centrais, quando o raio é menor o problema fica mitigado por dois efeitos: (1) muitos aglomerados parecem possuir perfis mais rasos e (2) as densidades de neutrinos já podem estar próxima de um máximo, validando

a aproximação.

Uma das críticas à escolha de um raio nominal fixo é de que ele corresponda a diferentes densidades de acordo com o objeto. De fato isso ocorre, mas não constitui impedimento para a análise no diagrama DT.

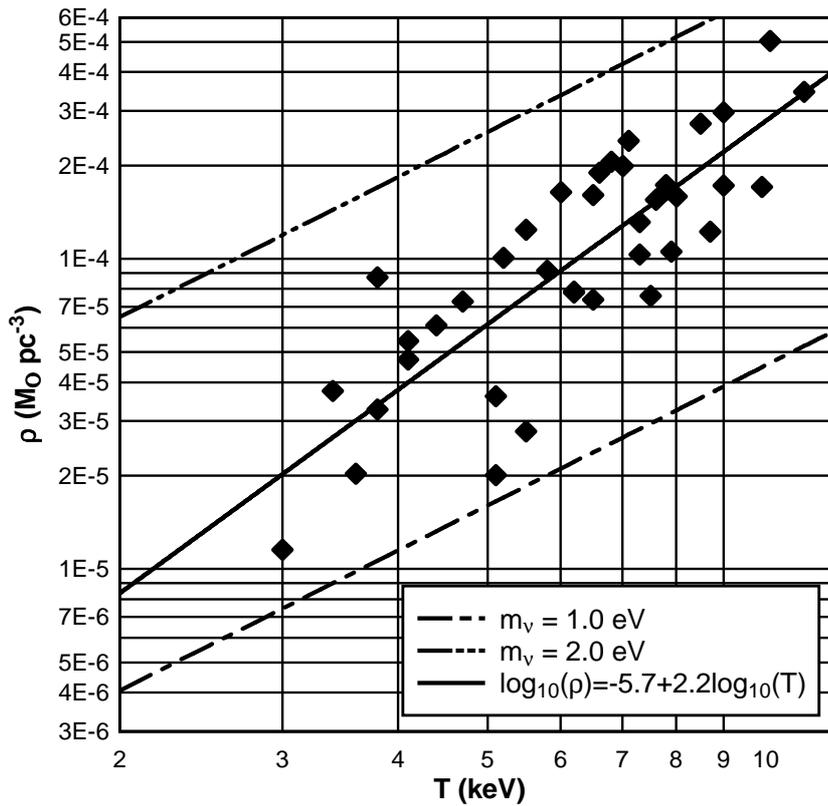


Figura 4.3: Os pontos representam todos os aglomerados para os quais há dados a 500 kpc. Utilizamos a função de interpolação $\mu(x) = \frac{x}{1+x}$. As barras de erro foram suprimidas na figura mas foram consideradas no procedimento de ajuste (*fitting*). O expoente encontrado com o melhor ajuste é muito próximo do encontrado por Angus et al. (2008) [6]

Ajustando a melhor reta aos dados obtemos:

$$\log_{10}\rho = -5.7 + 2.2\log_{10}T \quad (4.4.2)$$

o que implica em $\rho \sim T^{2.2}$. Esse resultado é intrigante por dois motivos. Primeiro é um pouco diferente do valor que se esperaria pela MOND apenas: $M \propto T^2$. Segundo pois é muito próximo ao obtido por Angus et al. (2008) [6] de forma independente e com uma amostra distinta da nossa. Angus et al. obtém $M \propto T^{2.3}$. Análises com amostras maiores e com maior resolução vão definir o valor do expoente.

Lembramos que a inclusão dos neutrinos de forma consistente em uma teoria de formação de estruturas baseada na MOND ou sua extensão relativista ainda está em sua infância [6, 80, 97]. Novidades podem levar ao entendimento de relações como a discutida acima.

4.5 *Cooling Cores* no Diagrama DT

Por último, podemos perguntar qual o impacto dos *Cooling Cores* (CC) na descrição da MOND+ ν ? Ou seja, há algum efeito que diferencia os CC dos não-CC com relação à densidade medida pela MOND? A questão torna-se mais interessante quando lembramos que Sanders (2003) clama por uma diferença.

Embora a espectroscopia nos Raios-X não tenha validado o cenário de fluxos de resfriamento em suas variantes tradicionais [102], os centros de aglomerados podem ainda ser divididos entre os de temperaturas mais baixas (*cooling cores*, ou CC) e os outros.

De forma a manter a homogeneidade da análise, utilizamos a amostra B55 e

adotamos uma abordagem conservadora na classificação de CC. Foram considerados CC os aglomerados que à época da deprojeção apresentaram $\dot{M} > 50 M_{\odot} \cdot \text{yr}^{-1}$. Os resultados estão plotados na Figura 4.4. Vemos claramente que não existe a segregação encontrada por Sanders [112].

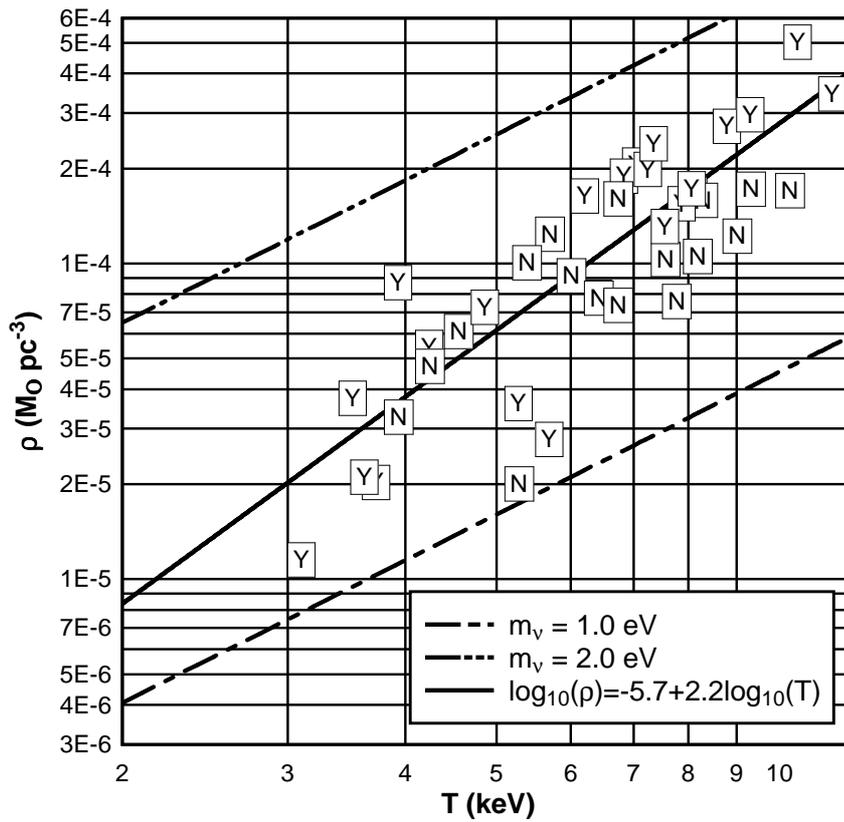


Figura 4.4: Os pontos representam todos os aglomerados para os quais há dados a 500 kpc. A presença de um *Cooling Core* é marcada com (Y) para sim ou (N) para não. Não há qualquer tendência de segregação dos aglomerados quanto a presença de um CC no diagrama.

Capítulo 5

Conclusões

A modelagem da matéria escura no centro dos aglomerados de galáxias foi analisada sob diferentes perspectivas. Após introduzir o principal instrumento de modelagem da massa, o perfil radial obtido nos raios-X, investigamos a adequação de algumas teorias alternativas incluindo uma estatística não-extensiva (NES) e uma termodinâmica generalizada (TT). A literatura mostrou que a primeira não consegue reproduzir os perfis de NFW a que se propôs. Investigamos o segundo caso e notamos que os valores também não se adequam às observações, embora a pesquisa continue.

Também investigamos a modelagem da matéria nos centros dos aglomerados através de uma teoria dinâmica alternativa (MOND) em especial em sua versão mais recente e polêmica: a dinâmica ditada pela MOND, mas com uma componente central composta por neutrinos massivos.

Analisamos criticamente o principal instrumento das análises anteriores, o diagrama Densidade-Temperatura (diagrama DT), levantando pontos que foram ignorados e como deveriam ter sido tratados.

Testamos a MOND+neutrinos (MOND+ ν) para uma amostra de aglomerados, a B55, completa e homoganeamente analisada. Com isso, conseguimos mostrar que,

diferentemente do que sugerem outros trabalhos, neutrinos de ~ 2 eV não podem ser descartados como a componente escura no centro dos aglomerados. Mostramos também que não há relação óbvia entre *cooling-cores* e *non-cooling cores* no diagrama DT.

Apêndice A

A hipótese do equilíbrio hidrostático

Quando falamos de estrelas, testar hipóteses como a de atmosferas em equilíbrio hidrostático é relativamente simples. Porém, quando falamos de objetos como os aglomerados, à distâncias e extensões cosmológicas e com forma intrínseca pouco conhecida [117, 43], notamos que é preciso ser muito mais cauteloso com as hipóteses de trabalho - por exemplo, ainda recentemente [78, 82] retornou-se à discussão sobre evaporação em aglomerados de galáxias.

Em forma elementar, os argumentos teóricos a favor de uma atmosfera hidrostática podem ser encontrados, por exemplo, em [115]. Primeiramente, os tempos de colisão para íons e elétrons (t_{eq}) no Meio Intra-Aglomerado (ICM) são consideravelmente menores que os tempos associados a aquecimento ou resfriamento (t_{cool}), ou ainda as escalas de tempo dos processos dinâmicos (t_{dyn}).

$$t_{eq} \approx 10^5 \text{ yr} \ll t_{cool}, t_{dyn} \approx 10^9 \text{ yr} \quad (\text{A.0.1})$$

Isso implica que podemos tratar o gás aquecido como um fluido e portanto estimar

o tempo (t_s) aproximado para que uma onda de som cruze as distâncias típicas em aglomerados. Sarazin [115] (p. 165) estima:

$$t_s \approx 6.6 \times 10^8 \text{ yr} \times \left(\frac{T_g}{10^8 \text{ K}} \right)^{1/2} \times \left(\frac{D}{\text{Mpc}} \right) \quad (\text{A.0.2})$$

Como esse tempo é consideravelmente menor que as idades estimadas dos aglomerados ou seus tempos dinâmicos, $\sim 10^{10}$ yr, o fluido permanecerá em equilíbrio quasi-hidrostático, ou seja, perturbações serão rapidamente equalizadas e a pressão será uniforme em pequenas escalas. Importante notarmos que, caso o potencial varie violentamente, ou processos termodinâmicos ou dinâmicos muito rápidos se instalem, esta aproximação deixa de vigor.

A sólida base teórica não é, contudo, páreo para a confirmação observacional de uma hipótese de trabalho. Os testes da validade da hipótese hidrostática para aglomerados reais utilizam-se, normalmente, de comparações com simulações. Um primeiro indicativo de validade, porém, obtém-se da observação direta das imagens no Raio-X. Amostras de aglomerados próximos - ou seja $z < 0.1$ - White et al. [136], Peres et al. [101], apresentam um ICM que não parece perturbado ou com subestruturas visíveis (*clumpy*).

Simulações testando o equilíbrio hidrostático não são numerosas pela dificuldade de separar-se esta hipótese de outras tais como a forma do objeto, normalmente assumida como esférica. Porém o recente trabalho de Puchwein e Bartelman [107] analisa o estado dinâmico de aglomerados em geral através da união de três (3) métodos: Raio-X, Sunyaev-Zeldovich (SZ) e Lentes Gravitacionais (GL). Os autores comparam os perfis de massa com e sem a hipótese hidrostática e reconhecem que ela

funciona bem para os dados sintéticos utilizados. Também notam que deixa de valer durante colisões voltando a ser válida na sequência.

Finalmente notamos que o que define normalmente o limite associado ao equilíbrio hidrostático é o chamado raio do Virial, R_{vir} , que, em princípio, separa a região onde a hipótese vale daquela onde a acreção de material ou a evaporação ainda ocorrem. Não há consenso sobre o que seria esse raio de forma precisa, mesmo porque em objetos como aglomerados de galáxias, que não são compactos, não há uma fronteira final clara. Normalmente utiliza-se o valor correspondente a 178 ou 200 vezes a densidade crítica, ρ_{crit} , mas isso varia conforme notado por [134] (p. 525).

Apêndice B

O modelo beta (ou β -model)

Assumindo que o gás é aproximadamente isotérmico, e que a densidade de massa segue um perfil aproximadamente isotérmico (aproximação de King para a Esfera Isotérmica, [63, 18]), a equação de equilíbrio hidrostático (1.2.1) torna-se:

$$\frac{1}{\rho_g} \frac{d\rho_g}{dr} = -\frac{fm_p}{k_B T} \frac{d\phi}{dr} = -\frac{fm_p}{k_B T} \frac{d}{dr} \left[\rho_{DM_0} \left[1 + \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 \right]^{3/2} \right] \quad (\text{B.0.1})$$

onde,

$$\rho_{DM_0} = \frac{9 \cdot \sigma_r^2}{4\pi G r_c^2} \quad (\text{B.0.2})$$

e σ_r^2 é a dispersão radial de velocidades do modelo de King.

Integrando a equação (B.0.1) e definindo:

$$\beta \equiv \frac{fm_p \sigma_r^2}{k_B T} \quad (\text{B.0.3})$$

obtemos, finalmente, o perfil de densidade do gás no modelo- β :

$$\rho_g = \rho_0 \cdot \left[1 + \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 \right]^{-3\beta/2} \quad (\text{B.0.4})$$

O modelo projetado no céu, $I(b)$, onde b é o raio projetado, é obtido através da projeção da emissividade do gás ϵ conforme:

$$I(b) = \int_{b^2}^{\infty} \frac{\epsilon dr^2}{\sqrt{r^2 - b^2}} \quad (\text{B.0.5})$$

Como a emissividade pode ser escrita para o caso de um plasma dominado por Brehmstrahlung [115] por¹:

$$\epsilon = \left(\frac{\rho_g}{fm_p} \right)^2 \cdot \Lambda(T_g) \quad (\text{B.0.6})$$

podemos integrar (B.0.5) utilizando [47], o que gera:

$$I(b) = I_0 \cdot \left[1 + \left(\frac{b}{r_c} \right)^2 \right]^{0.5-3\beta} \quad (\text{B.0.7})$$

onde

$$I_0 = \left(\frac{\rho_0}{fm_p} \right)^2 \cdot r_c \cdot \Lambda(T_g) \cdot B(3\beta - 0.5, 0.5) \quad (\text{B.0.8})$$

e $B(x, y)$ é a *função beta* [47].

¹ Λ é a função emissividade por íon quando a densidade eletrônica é unitária. Também chamada de *cooling function*, depende apenas da temperatura para as temperaturas e densidades típicas dos plasmas em aglomerados [115].

Apêndice C

Equilíbrio hidrostático para a termodinâmica de Treumann

A equação do “gás ideal” (com partículas de massa m) na termodinâmica derivada por Treumann (TT) é derivada em [126]:

$$PV = \frac{N}{\beta} \frac{k}{k-3/2} \left[\frac{n_k}{n} \frac{\Gamma(k-1/2)}{\Gamma(k+1)} \right]^{\frac{1}{k-1/2}} \quad (\text{C.0.1})$$

onde $\beta = \frac{1}{k_B T}$, $n = N/V$, $n_k = \left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2} \right)^{3/2}$ e $k > 3/2$.

Reorganizando podemos escrevê-la como:

$$P = B \cdot n^\alpha \cdot T^\beta \quad (\text{C.0.2})$$

onde

$$B = B(k) = k_B \cdot \frac{k}{k - 3/2} \cdot \left[\frac{\Gamma(k - 1/2)}{\Gamma(k + 1)} \right]^{\frac{1}{k-1/2}} \cdot \left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2} \frac{1}{k-1/2}} \quad (\text{C.0.3})$$

$$\alpha = \alpha(k) = 1 - \frac{1}{k - 1/2} \quad (\text{C.0.4})$$

$$\beta = \beta(k) = 1 + \frac{3}{2} \frac{1}{k - 1/2} \quad (\text{C.0.5})$$

Utilizando a expressão e procedendo como descrito no Capítulo 1, obtemos a equação desejada:

$$M(r) = -\frac{B(k)r}{\mu m_p G} \cdot n^{\alpha-1} \cdot T^\beta \left(\alpha \cdot \frac{d \ln \rho_g}{d \ln r} + \beta \cdot \frac{d \ln T_g}{d \ln r} \right) \quad (\text{C.0.6})$$

Apêndice D

Massas de gás e total para a amostra B55

A seguir são apresentados os resultados da Análise de Deprojeção. A tabela indica: (a) Nome do aglomerado. (P) indica observação com o PSPC, (H) com o HRI; (b) a massa de gás a 0.5 Mpc or 0.25(†) Mpc, em unidades de $10^{12} M_{\odot}$; (c) a massa total a 0.5 Mpc ou 0.25(†) Mpc, em unidades de $10^{12} M_{\odot}$; e (d) a percentagem entre massa gasosa e total dentro de 0.5 ou 0.25(†)Mpc. Os resultados são apresentados aqui para facilitar a leitura do texto principal.

Cluster	Mgas	Mtot	Mgas/Mtot(%)
A85(H)	-----	-----	-----
A85(P)	31.2±0.5	166	19±0.3
A119(P)	15.5±0.5	89	18±0.6
A262(P)	2.5±0.0 [†]	33 [†]	8 [†]
AWM7(H)	-----	-----	-----
AWM7(P)	15.4±0.2	89	17±0.2
A399(H)	22.2±1.5	163	14±0.9
A401(P)	435.3±0.7	235	15±0.3
A3112(P)	26.7±0.6	140	19±0.4
A3112(H)	10.1±0.3 [†]	75 [†]	13±0.4 [†]
A426(H)	-----	-----	-----
A426(P)	34.4±0.4	130	26±0.3
2A 0335+096(H)	-----	-----	-----
2A 0335+096(P)	18.5±0.5	86	22±0.6
A3158(P)	26.9±0.7	194	14±0.4
A478(H)	13.9±0.4 [†]	108 [†]	13±0.4 [†]
A478(P)	44.1±0.5	272	16±0.2

Cluster	Mgas	Mtot	Mgas/Mtot(%)
A3266(P)	29.4±0.5	163	18±0.3
A3266(H)	22.1±1.6	146	15±1.1
A496(H)	-----	-----	-----
A496(P)	6.5±0.1 [†]	63 [†]	10±0.2 [†]
A3391(P)	16.1±0.5	161	10±0.3
A576(H)	-----	-----	-----
PKS 0745-191(H)	18.0±0.7 [†]	149 [†]	12±0.5 [†]
PKS 0745-191(P)	55.7±1.1	329	17±0.3
A644(H)	9.3±0.4 [†]	92 [†]	10±0.4 [†]
A644(P)	37.2±0.5	253	15±0.2
A754(P)	24.3±0.5	189	13±0.3
A754(H)	5.9±0.2	48	12±0.4
HYD-A(H)	-----	-----	-----
HYD-A(P)	26.5±0.3	166	16±0.2
A1060(P)	2.8±0.0 [†]	40 [†]	7 [†]
A1060(H)	-----	-----	-----
A1367(P)	2.5±0.0 [†]	23 [†]	11 [†]
VIRGO(H)	-----	-----	-----

Cluster	Mgas	Mtot	Mgas/Mtot(%)
VIRGO(P)	-----	-----	-----
CENT(H)	-----	-----	-----
CENT(P)	$3.2\pm 0.1^\dagger$	34^\dagger	$9\pm 0.3^\dagger$
COMA(P)	27.8 ± 0.2	220	13 ± 0.1
COMA(H)	-----	-----	-----
A1644(H)	-----	-----	-----
A3532(P)	18.2 ± 0.6	132	14 ± 0.5
A1650(H)	$10.1\pm 0.6^\dagger$	60^\dagger	$17\pm 1^\dagger$
A1651(P)	29.9 ± 0.6	250	12 ± 0.2
A1689(P)	64.6 ± 0.9	476	14 ± 0.2
A1689(H)	57.7 ± 3.2	420	14 ± 0.8
A1736(H)	$2.8\pm 0.3^\dagger$	21^\dagger	$13\pm 1.4^\dagger$
A3558(H)	$5.8\pm 0.2^\dagger$	56^\dagger	$10\pm 0.4^\dagger$
A3558(P)	31.5 ± 0.2	226	14 ± 0.1
A3562(P)	17.3 ± 0.3	105	16 ± 0.3
A3571(H)	$7.8\pm 0.2^\dagger$	81^\dagger	$10\pm 0.3^\dagger$
A3571(P)	30.0 ± 0.5	220	14 ± 0.2
A1795(P)	31.9 ± 0.3	133	23 ± 0.2

Cluster	Mgas	Mtot	Mgas/Mtot(%)
A1795(H)	11.4±0.4	79	14±0.5
A2029(H)	13.4±0.3 [†]	116 [†]	12±0.3 [†]
A2029(P)	44.5±0.5	251	18±0.2
A2052(P)	15.9±0.4	107	14±0.4
A2052(H)	5.1±0.3	49	10±0.6
MKW3(P)	7.1±0.1 [†]	58 [†]	12±0.2 [†]
MKW3(H)	— — —	— — —	— — —
A2065(H)	6.8±0.5 [†]	90 [†]	8±0.6 [†]
A2063(P)	15.8±0.3	116	14±0.3
A2142(P)	52.0±0.8	369	14±0.2
A2142(H)	47.2±0.3	349	14±0.1
A2199(H)	— — —	— — —	— — —
A2199(P)	20.8±0.2	146	14±0.1
A2204(P)	51.6±1.2	339	15±0.4
A2204(H)	21.0±0.6 [†]	186 [†]	11±0.3 [†]
TRI AUST(P)	38.8±0.7	197	20±0.4
A2244(P)	35.7±1.2	284	13±0.4
A2256(P)	24.4±0.4	154	16±0.3

Cluster	Mgas	Mtot	Mgas/Mtot(%)
A2256(H)	26.5 ± 0.3	159	17 ± 0.3
OPHI(P)	37.6 ± 0.7	242	16 ± 0.3
OPHI(H)	-----	-----	-----
A2255(P)	21.5 ± 0.5	171	13 ± 0.3
A2319(H)	$9.9 \pm 0.5^\dagger$	103^\dagger	$10 \pm 0.5^\dagger$
A2319(P)	37.0 ± 1.2	240	15 ± 0.5
CYG-A(H)	$9.0 \pm 0.3^\dagger$	109^\dagger	$8 \pm 0.3^\dagger$
CYG-A(P)	28.2 ± 0.8	201	14 ± 0.4
A3667(P)	24.8 ± 0.4	153	16 ± 0.3
A2597(H)	-----	-----	-----
A2597(P)	22.9 ± 0.6	217	11 ± 0.3
KLEM44(P)	$4.3 \pm 0.2^\dagger$	50^\dagger	$9 \pm 0.4^\dagger$
A4059(H)	1-----	-----	-----
A4059(P)	19.6 ± 0.6	98	20 ± 0.6

Bibliografia

- [1] A. Aguirre. Alternatives to Dark Matter (?). In S. Ryder, D. Pisano, M. Walker, and K. Freeman, editors, *Dark Matter in Galaxies*, volume 220 of *IAU Symposium*, pages 17–+, July 2004.
- [2] A. Aguirre, J. Schaye, and E. Quataert. Problems for Modified Newtonian Dynamics in Clusters and the Ly α Forest? *ApJ*, 561:550–558, November 2001.
- [3] S. W. Allen, R. J. H. Dunn, A. C. Fabian, G. B. Taylor, and C. S. Reynolds. The relation between accretion rate and jet power in X-ray luminous elliptical galaxies. *MNRAS*, 372:21–30, October 2006.
- [4] M. P. Almeida. Generalized entropies from first principles. *Physica A Statistical Mechanics and its Applications*, 300:424–432, November 2001.
- [5] G. Amelino-Camelia and D. V. Ahluwalia. Doubly-Special Relativity. *International Journal of Modern Physics D*, 11:1643–1669, 2002.
- [6] G. W. Angus, B. Famaey, and D. A. Buote. X-ray group and cluster mass profiles in MOND: unexplained mass on the group scale. *MNRAS*, 387:1470–1480, July 2008.
- [7] G. W. Angus, B. Famaey, and H. S. Zhao. Can MOND take a bullet? Analytical comparisons of three versions of MOND beyond spherical symmetry. *MNRAS*, 371:138–146, September 2006.
- [8] G. W. Angus, H. Y. Shan, H. S. Zhao, and B. Famaey. On the Proof of Dark Matter, the Law of Gravity, and the Mass of Neutrinos. *ApJL*, 654:L13–L16, January 2007.
- [9] M. Arnaud and A. E. Evrard. The L_X-T relation and intracluster gas fractions of X-ray clusters. *MNRAS*, 305:631–640, May 1999.
- [10] Y. Ascasibar and J. M. Diego. A phenomenological model of galaxy clusters. *ArXiv e-prints*, 706, June 2007.
- [11] N. A. Bahcall and L. M. Lubin. Resolving the beta-discrepancy for clusters of galaxies. *ApJ*, 426:513–515, May 1994.

- [12] E. I. Barnes, L. L. R. Williams, A. Babul, and J. J. Dalcanton. Velocity Distributions from Nonextensive Thermodynamics. *ApJ*, 655:847–850, February 2007.
- [13] K. G. Begeman, A. H. Broeils, and R. H. Sanders. Extended rotation curves of spiral galaxies - Dark haloes and modified dynamics. *MNRAS*, 249:523–537, April 1991.
- [14] J. Bekenstein and M. Milgrom. Does the missing mass problem signal the breakdown of Newtonian gravity? *ApJ*, 286:7–14, November 1984.
- [15] J. D. Bekenstein. Relativistic gravitation theory for the modified Newtonian dynamics paradigm. *Phys. Rev. D*, 70(8):083509–+, October 2004.
- [16] J. D. Bekenstein and R. H. Sanders. A Primer to Relativistic MOND Theory. In G. A. Mamon, F. Combes, C. Deffayet, and B. Fort, editors, *EAS Publications Series*, volume 20 of *EAS Publications Series*, pages 225–230, 2006.
- [17] J. Binney and M. Merrifield. *Galactic astronomy*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1998.
- [18] J. Binney and S. Tremaine. *Galactic dynamics*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1987.
- [19] F. Boehm and P. Vogel. *Physics of massive neutrinos*. 1992.
- [20] J. Bonnet al. The Mainz Neutrino Mass Experiment. *Nuclear Physics B Proceedings Supplements*, 91:273–279, 2001.
- [21] A. Bosma. The Dark Matter Problem. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 72:69–90, September 1998.
- [22] A. Bosma. Dark Matter in Galaxies: Observational overview. In S. Ryder, D. Pisano, M. Walker, and K. Freeman, editors, *Dark Matter in Galaxies*, volume 220 of *IAU Symposium*, pages 39–+, July 2004.
- [23] D. A. Buote and C. R. Canizares. Geometrical evidence for dark matter: X-ray constraints on the mass of the elliptical galaxy NGC 720. *ApJ*, 427:86–111, May 1994.
- [24] A. Cavaliere and R. Fusco-Femiano. X-rays from hot plasma in clusters of galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, 49:137–144, May 1976.
- [25] P. H. Chavanis and C. Sire. On the interpretations of Tsallis functional in connection with Vlasov Poisson and related systems: Dynamics vs thermodynamics. *Physica A Statistical Mechanics and its Applications*, 356:419–446, October 2005.
- [26] D. Clowe, M. Bradač, A. H. Gonzalez, M. Markevitch, S. W. Randall, C. Jones, and D. Zaritsky. A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter. *ApJL*, 648:L109–L113, September 2006.

- [27] F. Combes. Properties of dark matter haloes. *New Astronomy Review*, 46:755–766, November 2002.
- [28] R. Cowsik and J. McClelland. An upper limit on the neutrino rest mass. *Physical Review Letters*, 29:669–670, 1972.
- [29] R. Cowsik and J. McClelland. Gravity of Neutrinos of Nonzero Mass in Astrophysics. *ApJ*, 180:7–10, February 1973.
- [30] A. D. Dolgov. Neutrinos in cosmology. *Phys. Rep.*, 370:333–535, November 2002.
- [31] A. C. Edge, G. C. Stewart, and A. C. Fabian. Properties of cooling flows in a flux-limited sample of clusters of galaxies. *MNRAS*, 258:177–188, September 1992.
- [32] A. C. Edge, G. C. Stewart, A. C. Fabian, and K. A. Arnaud. An X-Ray Flux-Limited Sample of Clusters of Galaxies - Evidence for Evolution of the Luminosity Function. *MNRAS*, 245:559–+, July 1990.
- [33] S. Ettori. β -model and cooling flows in X-ray clusters of galaxies. *MNRAS*, 318:1041–1046, November 2000.
- [34] A. C. Fabian, E. M. Hu, L. L. Cowie, and J. Grindlay. The distribution and morphology of X-ray-emitting gas in the core of the Perseus cluster. *ApJ*, 248:47–54, August 1981.
- [35] A. C. Fabian, C. B. Peres, and D. A. White. A linear X-ray structure in the cluster A399: evidence of a past interaction with A401. *MNRAS*, 285:L35–L39, March 1997.
- [36] B. Famaey, G. W. Angus, G. Gentile, and H. S. Zhao. The wedding ring of MOND and non-exotic dark matter. *ArXiv e-prints*, 706, June 2007.
- [37] B. Famaey and J. Binney. Modified Newtonian dynamics in the Milky Way. *MNRAS*, 363:603–608, October 2005.
- [38] C. Féron and J. Hjorth. Simulated Dark-Matter Halos as a Test of Nonextensive Statistical Mechanics. *ArXiv e-prints*, 801, January 2008.
- [39] P. G. Ferreira, C. Skordis, and C. Zunckel. Dark matter, modified gravity, and the mass of the neutrino. *Phys. Rev. D*, 78(4):044043–+, August 2008.
- [40] B. Fort and Y. Mellier. Arc(let)s in clusters of galaxies. *A&ARv*, 5:239–292, 1994.
- [41] Y. et al. Fukuda. Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos. *Physical Review Letters*, 81:1562–1567, August 1998.
- [42] Y. et al. Fukuda. Measurements of the Solar Neutrino Flux from Super-Kamiokande’s First 300 Days. *Physical Review Letters*, 81:1158–1162, August 1998.

- [43] R. Gavazzi. Projection effects in cluster mass estimates: the case of MS2137-23. *Astronomy and Astrophysics*, 443:793–804, December 2005.
- [44] D. Gerbal, F. Durret, M. Lachieze-Rey, and G. Lima-Neto. Analysis of X-ray galaxy clusters in the framework of modified Newtonian dynamics. *Astronomy and Astrophysics*, 262:395–400, September 1992.
- [45] A. H. Gonzalez, D. Zaritsky, and A. I. Zabludoff. A Census of Baryons in Galaxy Clusters and Groups. *ApJ*, 666:147–155, September 2007.
- [46] M. C. Gonzalez-Garcia and M. Maltoni. Phenomenology with massive neutrinos. *Phys. Rep.*, 460:1–3, April 2008.
- [47] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik. *Table of integrals, series and products*. New York: Academic Press, —c1994, 5th ed. completely reset, edited by Jeffrey, Alan, 1994.
- [48] S. H. Hansen. Cluster temperatures and non-extensive thermo-statistics. *New Astronomy*, 10:371–377, April 2005.
- [49] S. H. Hansen and B. Moore. A universal density slope - velocity anisotropy relation for relaxed structures. *ArXiv Astrophysics e-prints*, November 2004.
- [50] S. H. Hansen, B. Moore, M. Zemp, and J. Stadel. A universal velocity distribution of relaxed collisionless structures. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 1:14–+, January 2006.
- [51] W. C. Haxton. Neutrino Astrophysics. *ArXiv e-prints*, August 2008.
- [52] L. Hernquist. An analytical model for spherical galaxies and bulges. *ApJ*, 356:359–364, June 1990.
- [53] H. Hoekstra, H. K. C. Yee, and M. D. Gladders. Current status of weak gravitational lensing. *New Astronomy Review*, 46:767–781, November 2002.
- [54] Y. Ikebe, T. H. Reiprich, H. Böhringer, Y. Tanaka, and T. Kitayama. A new measurement of the X-ray temperature function of clusters of galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, 383:773–790, March 2002.
- [55] M. J. Jee, H. C. Ford, G. D. Illingworth, R. L. White, T. J. Broadhurst, D. A. Coe, G. R. Meurer, A. van der Wel, N. Benítez, J. P. Blakeslee, R. J. Bouwens, L. D. Bradley, R. Demarco, N. L. Homeier, A. R. Martel, and S. Mei. Discovery of a Ringlike Dark Matter Structure in the Core of the Galaxy Cluster Cl 0024+17. *ApJ*, 661:728–749, June 2007.
- [56] D. Jiulin. What Does the Nonextensive Parameter Stand for in Self-Gravitating Systems? *Ap&SS*, 305:247–251, December 2006.
- [57] R. M. Johnstone, A. C. Fabian, R. G. Morris, and G. B. Taylor. The galaxy cluster Abell 3581 as seen by Chandra. *MNRAS*, 356:237–246, January 2005.
- [58] N. Kaiser. Evolution and clustering of rich clusters. *MNRAS*, 222:323–345, September 1986.

- [59] N. Kaiser. Evolution of clusters of galaxies. *ApJ*, 383:104–111, December 1991.
- [60] Haruyoshi Katayama and Kiyoshi Hayashida. X-ray study of the dark matter distribution in clusters of galaxies with chandra. 2004.
- [61] KATRIN collaboration. KATRIN: A next generation tritium beta decay experiment with sub-eV sensitivity for the electron neutrino mass. *ArXiv High Energy Physics - Experiment e-prints*, September 2001.
- [62] I. King. The structure of star clusters. I. an empirical density law. *AJ*, 67:471–+, October 1962.
- [63] I. R. King. The structure of star clusters. IV. Photoelectric surface photometry in nine globular clusters. *AJ*, 71:276–+, May 1966.
- [64] E. Komatsu et al. Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Cosmological Interpretation. *ApJS*, 180:330–376, February 2009.
- [65] J. Kowalski-Glikman. Doubly Special Relativity: facts and prospects. *ArXiv General Relativity and Quantum Cosmology e-prints*, March 2006.
- [66] T. Kronberger, M. P. Leubner, and E. van Kampen. Dark matter density profiles: a comparison of nonextensive theory with N-body simulations. *Astronomy and Astrophysics*, 453:21–25, July 2006.
- [67] L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *Statistical physics. Pt.1.* 1969.
- [68] A. Lavagno, G. Kaniadakis, M. Rego-Monteiro, P. Quarati, and C. Tsallis. Non-Extensive Thermostatistical Approach of the Peculiar Velocity Function of Galaxy Clusters. *Astrophysical Letters Communications*, 35:449–+, 1998.
- [69] A. Lavagno and P. N. Swamy. Generalized thermodynamics of q-deformed bosons and fermions. *Phys. Rev. E*, 65(3):036101–+, March 2002.
- [70] E. K. Lenzi, R. S. Mendes, and L. R. da Silva. Statistical mechanics based on Renyi entropy. *Physica A Statistical Mechanics and its Applications*, 280:337–345, June 2000.
- [71] J. Lesgourgues and S. Pastor. Massive neutrinos and cosmology. *Phys. Rep.*, 429:307–379, July 2006.
- [72] M. P. Leubner. A Nonextensive Entropy Approach to Kappa-Distributions. *Ap&SS*, 282:573–579, 2002.
- [73] M. P. Leubner. Core-Halo Distribution Functions: A Natural Equilibrium State in Generalized Thermostatistics. *ApJ*, 604:469–478, March 2004.
- [74] M. P. Leubner. Nonextensive Theory of Dark Matter and Gas Density Profiles. *ApJL*, 632:L1–L4, October 2005.
- [75] Y. Levin, R. Pakter, and F. B. Rizzato. Collisionless relaxation in gravitational systems: From violent relaxation to gravothermal collapse. *Phys. Rev. E*, 78(2):021130–+, August 2008.

- [76] Y. Levin, R. Pakter, and T. N. Teles. Collisionless Relaxation in Non-Neutral Plasmas. *Physical Review Letters*, 100(4):040604–+, February 2008.
- [77] A. D. Lewis, D. A. Buote, and J. T. Stocke. Chandra Observations of A2029: The Dark Matter Profile Down to below $0.01r_{vir}$ in an Unusually Relaxed Cluster. *ApJ*, 586:135–142, March 2003.
- [78] A. Loeb. Thermal evaporation of gas from x-ray clusters. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 3:1–+, March 2007.
- [79] M. Markevitch, A. Vikhlinin, and W. R. Forman. A High Resolution Picture of the Intracluster Gas. In S. Bowyer and C.-Y. Hwang, editors, *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, volume 301 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 37–+, 2003.
- [80] S. S. McGaugh. Confrontation of Modified Newtonian Dynamics Predictions with Wilkinson Microwave Anisotropy Probe First Year Data. *ApJ*, 611:26–39, August 2004.
- [81] B. R. McNamara, P. E. J. Nulsen, M. W. Wise, D. A. Rafferty, C. Carilli, C. L. Sarazin, and E. L. Blanton. The heating of gas in a galaxy cluster by X-ray cavities and large-scale shock fronts. *Nature*, 433:45–47, January 2005.
- [82] M. V. Medvedev. Can Cluster Evaporation Explain the Missing Thermal Energy in Galaxy Clusters? *ApJL*, 662:L11–L14, June 2007.
- [83] M. Milgrom. A modification of the Newtonian dynamics - Implications for galaxies. *ApJ*, 270:371–389, July 1983.
- [84] M. Milgrom. A Modification of the Newtonian Dynamics - Implications for Galaxy Systems. *ApJ*, 270:384–+, July 1983.
- [85] M. Milgrom. A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis. *ApJ*, 270:365–370, July 1983.
- [86] M. Milgrom. The modified dynamics-a status review. In H. V. Klapdor-Kleingrothaus and L. Baudis, editors, *Dark matter in Astrophysics and Particle Physics*, pages 443–+, 1999.
- [87] M. Milgrom and R. H. Sanders. Rings and Shells of “Dark Matter” as MOND Artifacts. *ApJ*, 678:131–143, May 2008.
- [88] J. J. Mohr, B. Mathiesen, and A. E. Evrard. Properties of the Intracluster Medium in an Ensemble of Nearby Galaxy Clusters. *ApJ*, 517:627–649, June 1999.
- [89] B. Moore, F. Governato, T. Quinn, J. Stadel, and G. Lake. Resolving the Structure of Cold Dark Matter Halos. *ApJL*, 499:L5+, May 1998.
- [90] P. Natarajan and H. Zhao. MOND plus classical neutrinos are not enough for cluster lensing. *MNRAS*, 389:250–256, September 2008.

- [91] J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. M. White. Simulations of X-ray clusters. *MNRAS*, 275:720–740, August 1995.
- [92] J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. M. White. A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering. *ApJ*, 490:493–+, December 1997.
- [93] R. S. Nemmen, R. G. Bower, A. Babul, and T. Storchi-Bergmann. Models for jet power in elliptical galaxies: a case for rapidly spinning black holes. *MNRAS*, 377:1652–1662, June 2007.
- [94] A. F. Neto et al. The statistics of Λ CDM halo concentrations. *MNRAS*, 381:1450–1462, November 2007.
- [95] C. Nipoti and J. Binney. Time variability of active galactic nuclei and heating of cooling flows. *MNRAS*, 361:428–436, August 2005.
- [96] A. Nusser. Self-similar spherical collapse with non-radial motions. *MNRAS*, 325:1397–1401, August 2001.
- [97] A. Nusser and E. Pointecouteau. Modelling the formation of galaxy clusters in MOND. *MNRAS*, 366:969–976, March 2006.
- [98] J. A. Peacock. *Cosmological Physics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1999.
- [99] P. J. E. Peebles. *Principles of physical cosmology*. Princeton Series in Physics, Princeton, NJ: Princeton University Press, 1993.
- [100] C. B. Peres and H. A. Dottori. MOND and neutrinos: The dark matter density-temperature diagram for X-ray clusters. *New Astronomy*, 14:503–506, July 2009.
- [101] C. B. Peres, A. C. Fabian, A. C. Edge, S. W. Allen, R. M. Johnstone, and D. A. White. A ROSAT study of the cores of clusters of galaxies - I. Cooling flows in an X-ray flux-limited sample. *MNRAS*, 298:416–432, August 1998.
- [102] J. R. Peterson and A. C. Fabian. X-ray spectroscopy of cooling clusters. *Phys. Rep.*, 427:1–39, April 2006.
- [103] A. R. Plastino and A. Plastino. Stellar polytropes and Tsallis' entropy. *Physics Letters A*, 174:384–386, March 1993.
- [104] A. R. Plastino and A. Plastino. Tsallis Entropy and the Vlasov-Poisson Equations. *Brazilian Journal of Physics*, 29:79–90, March 1999.
- [105] E. Pointecouteau and J. Silk. New constraints on modified Newtonian dynamics from galaxy clusters. *MNRAS*, 364:654–658, December 2005.
- [106] C. Power, J. F. Navarro, A. Jenkins, C. S. Frenk, S. D. M. White, V. Springel, J. Stadel, and T. Quinn. The inner structure of Λ CDM haloes - I. A numerical convergence study. *MNRAS*, 338:14–34, January 2003.

- [107] E. Puchwein and M. Bartelmann. Probing the dynamical state of galaxy clusters. *ArXiv e-prints*, 706, June 2007.
- [108] T. H. Reiprich and H. Böhringer. The Mass Function of an X-Ray Flux-limited Sample of Galaxy Clusters. *ApJ*, 567:716–740, March 2002.
- [109] P. Rosati, S. Borgani, and C. Norman. The Evolution of X-ray Clusters of Galaxies. *ARAA*, 40:539–577, 2002.
- [110] D. J. Sand, T. Treu, and R. S. Ellis. The Dark Matter Density Profile of the Lensing Cluster MS 2137-23: A Test of the Cold Dark Matter Paradigm. *ApJL*, 574:L129–L133, August 2002.
- [111] R. H. Sanders. The Virial Discrepancy in Clusters of Galaxies in the Context of Modified Newtonian Dynamics. *ApJL*, 512:L23–L26, February 1999.
- [112] R. H. Sanders. Clusters of galaxies with modified Newtonian dynamics. *MNRAS*, 342:901–908, July 2003.
- [113] R. H. Sanders. Neutrinos as cluster dark matter. *MNRAS*, 380:331–338, September 2007.
- [114] R. H. Sanders and S. S. McGaugh. Modified Newtonian Dynamics as an Alternative to Dark Matter. *ARAA*, 40:263–317, 2002.
- [115] C. L. Sarazin. *X-ray emission from clusters of galaxies*. Cambridge Astrophysics Series, Cambridge: Cambridge University Press, 1988.
- [116] D. Scott and G. Smoot. Cosmic Microwave Background Mini-Review. *ArXiv Astrophysics e-prints*, January 2006.
- [117] M. Sereno. On the deprojection of clusters of galaxies combining X-ray, Sunyaev-Zeldovich temperature decrement and gravitational lensing maps. *MNRAS*, 380:1207–1218, September 2007.
- [118] Y. Sofue and V. Rubin. Rotation Curves of Spiral Galaxies. *ARAA*, 39:137–174, 2001.
- [119] D. N. Spergel et al. First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters. *ApJS*, 148:175–194, September 2003.
- [120] D. N. Spergel et al. Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Implications for Cosmology. *ApJS*, 170:377–408, June 2007.
- [121] R. Takahashi and T. Chiba. Weak Lensing of Galaxy Clusters in MOND. *ArXiv Astrophysics e-prints*, January 2007.
- [122] A. Taruya and M.-a. Sakagami. Gravo-thermal catastrophe and Tsallis’ generalized entropy of self-gravitating systems. *Physica A Statistical Mechanics and its Applications*, 307:185–206, April 2002.

- [123] M. Tegmark. Cosmological Neutrino Bounds for Non-Cosmologists. *Physica Scripta Volume T*, 121:153–155, January 2005.
- [124] O. Tiret and F. Combes. MOND and the dark baryons. *Astronomy and Astrophysics*, 496:659–668, March 2009.
- [125] S. Tremaine and J. E. Gunn. Dynamical role of light neutral leptons in cosmology. *Physical Review Letters*, 42:407–410, February 1979.
- [126] R. A. Treumann. Generalized-Lorentzian Thermodynamics. *Phys. Scripta*, 59:204–214, 1999.
- [127] R. A. Treumann. Generalized-Lorentzian Thermodynamics. *Phys. Scripta*, 59:204–214, 1999.
- [128] R. A. Treumann, C. H. Jaroschek, and M. Scholer. Stationary plasma states far from equilibrium. *Physics of Plasmas*, 11:1317–1325, April 2004.
- [129] R. A. Treumann, A. Kull, and H. Böhringer. Neutrino dark matter in clusters of galaxies. *New Journal of Physics*, 2:11–+, July 2000.
- [130] Constantino Tsallis. Possible generalization of boltzmann-gibbs statistics. *J. Stat. Phys.*, 52:479–487, 1988.
- [131] R. B. Tully and J. R. Fisher. A new method of determining distances to galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, 54:661–673, February 1977.
- [132] J. A. Tyson, G. P. Kochanski, and I. P. dell’Antonio. Detailed Mass Map of CL 0024+1654 from Strong Lensing. *ApJL*, 498:L107+, May 1998.
- [133] A. Vikhlinin, A. Kravtsov, W. Forman, C. Jones, M. Markevitch, S. S. Murray, and L. Van Speybroeck. Chandra Sample of Nearby Relaxed Galaxy Clusters: Mass, Gas Fraction, and Mass-Temperature Relation. *ApJ*, 640:691–709, April 2006.
- [134] L. M. Voigt and A. C. Fabian. Galaxy cluster mass profiles. *MNRAS*, 368:518–533, May 2006.
- [135] G. M. Voit. Tracing cosmic evolution with clusters of galaxies. *Reviews of Modern Physics*, 77:207–258, April 2005.
- [136] D. A. White, A. C. Fabian, R. M. Johnstone, R. F. Mushotzky, and K. A. Arnaud. The discovery of large amounts of cold, X-ray absorbing matter in cooling flows. *MNRAS*, 252:72–81, September 1991.
- [137] D. A. White, C. Jones, and W. Forman. An investigation of cooling flows and general cluster properties from an X-ray image deprojection analysis of 207 clusters of galaxies. *MNRAS*, 292:419–+, December 1997.
- [138] L. L. R. Williams, A. Babul, and J. J. Dalcanton. Investigating the Origins of Dark Matter Halo Density Profiles. *ApJ*, 604:18–39, March 2004.

- [139] H. S. Zhao and B. Famaey. Refining the MOND Interpolating Function and TeVeS Lagrangian. *ApJL*, 638:L9–L12, February 2006.
- [140] F. Zwicky. Nebulae as Gravitational Lenses. *Physical Review*, 51:290–290, February 1937.