

## Introdução – O que são células de grade?

Neste trabalho estudou-se um modelo da classe de atratores contínuos proposto por Burak & Fiete (2009)[1] de como ocorre o comportamento das células de grade em uma rede neural. As células de grade são um tipo de neurônio descoberto no córtex entorrinal de ratos em 2005 por Edvard Moser e May-Britt Moser[2] no estudo de como o cérebro realiza a interpretação da localização espacial desse animal. Esses neurônios despertaram a curiosidade dos pesquisadores por apresentarem um comportamento de atividade neural em formato hexagonal conforme o rato se movia em um certo espaço (Fig. 1). O nome célula de grade foi dado baseando-se no fato de que o formato dos disparos gera um desenho que se assemelha a uma grade (Fig. 2).

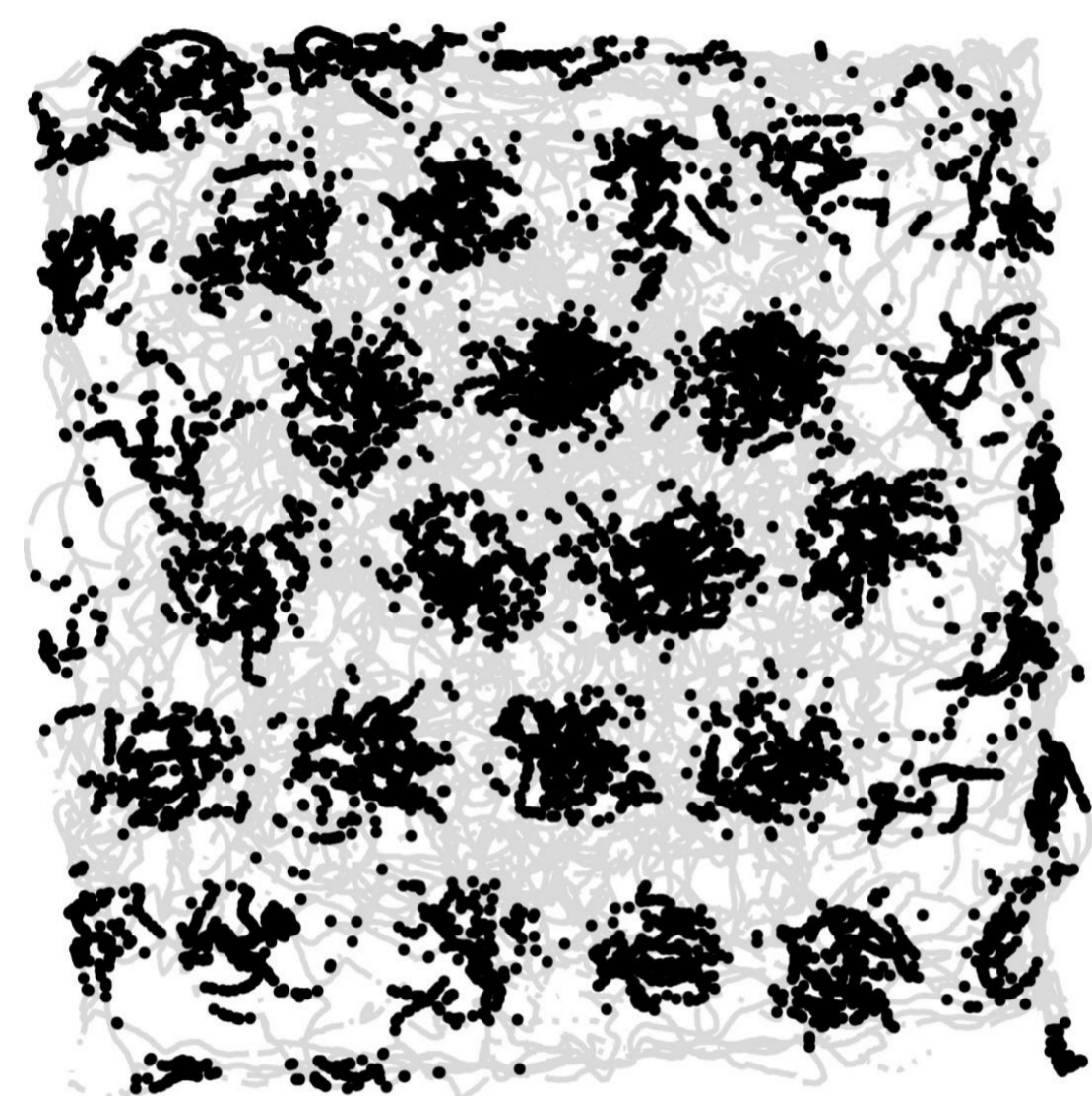


Figura 1

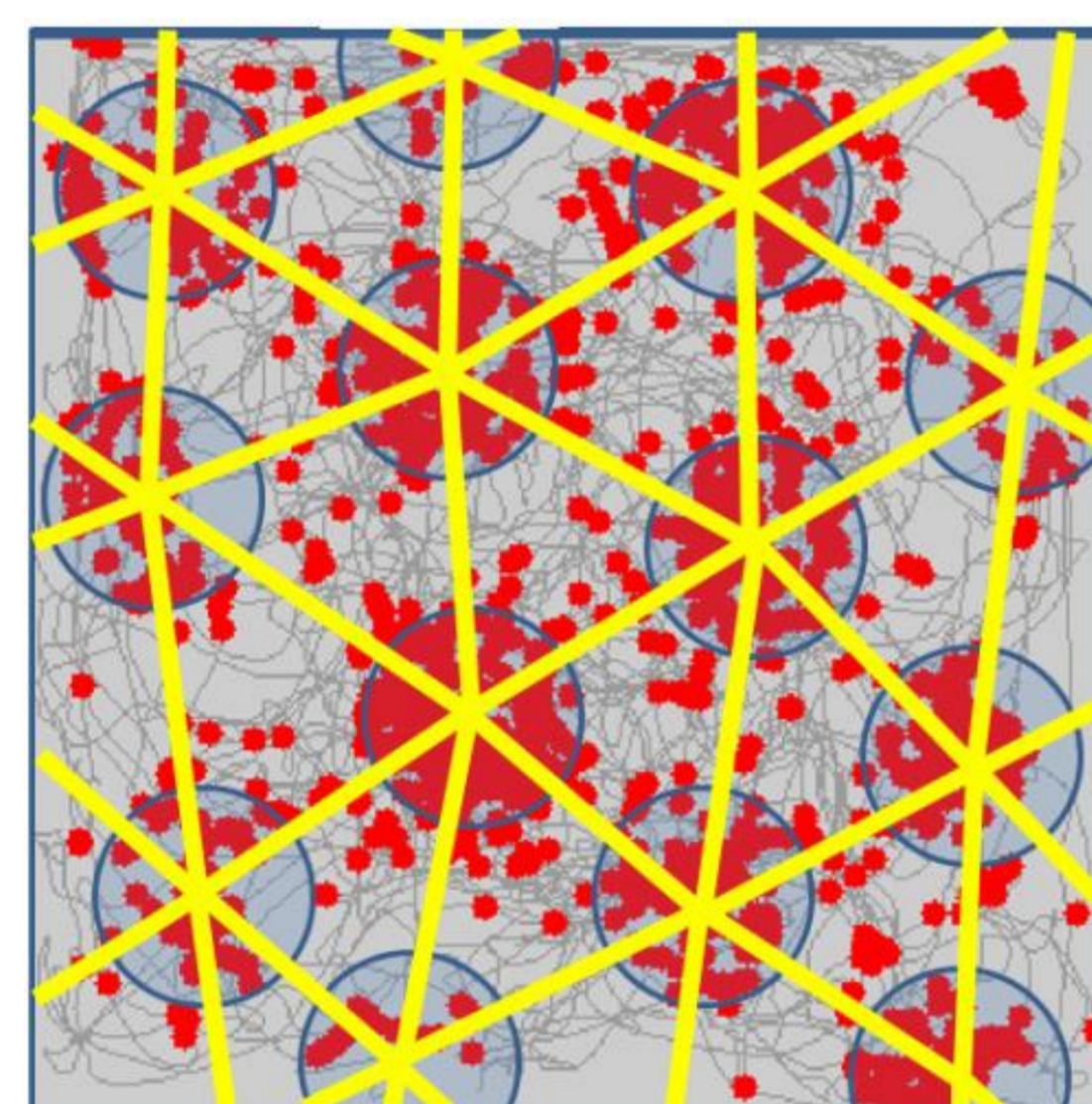
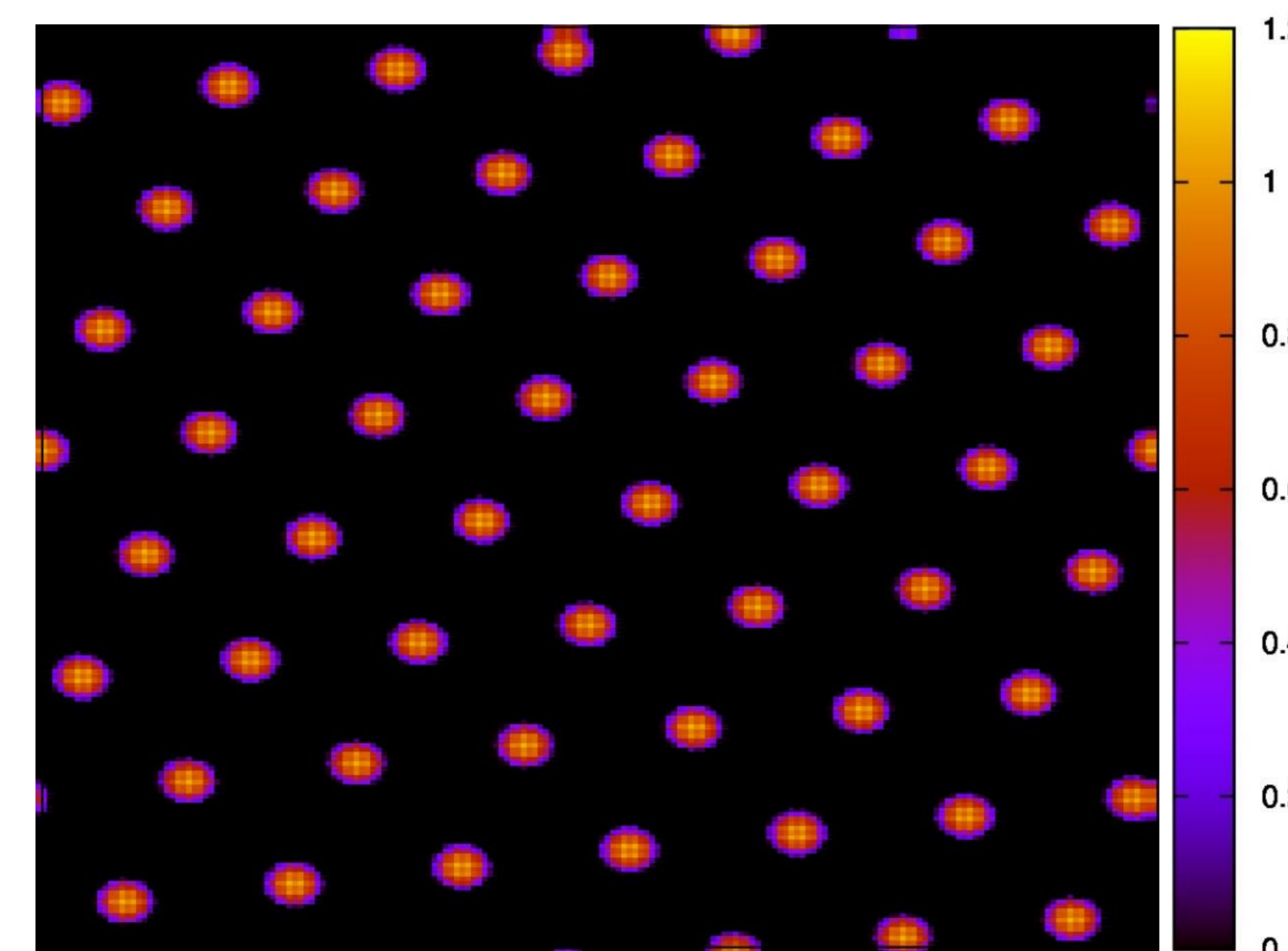


Figura 2

**Figura 1** Preto: Pontos em que ocorreram disparos do neurônio; Cinza: trajetória do rato. Retirada de [3]; **Figura 2** Cinza: trajetória do rato; Vermelho: Locais de disparo do neurônio; Amarelo: Aparente forma de grade dos conjuntos de disparos. Retirada de [4].

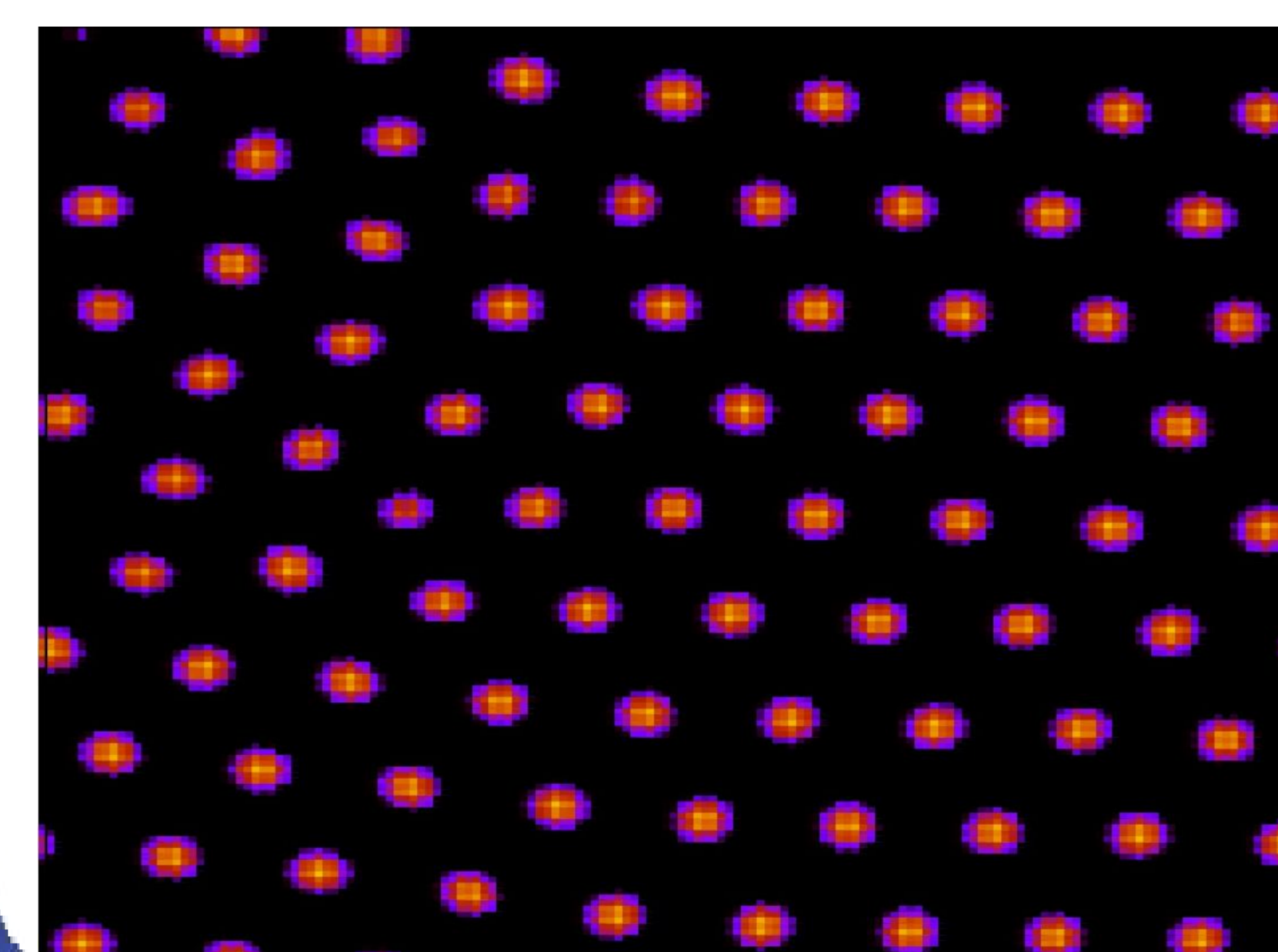
## A rede – Características e defeitos

O modelo de Burak & Fiete (2009), basicamente, considera uma rede de  $n^2$  neurônios que recebem um estímulo externo excitatório e se inibem mutuamente dependente da sua distância. Neste trabalho tivemos o foco no modelo de contorno periódico, onde a atividade neural é capaz de “atravessar” as bordas da rede, de forma que a rede apresenta um formato de tórus. Dessa forma a função  $A(x)$  no termo  $B_i$  (estímulo externo) é constante com valor 1. Para esse tipo de rede foram realizadas simulações computacionais em C-CUDA e observados os padrões de atividade (Fig.4).



**Figura 4.** Padrão de atividade da rede neural. Cada ponto do gráfico representa um neurônio presente no córtex entorrinal e a cor representa a sua atividade.

O trabalho aqui apresentado busca estudar como o padrão de atividade formado pode ser perfeitamente hexagonal e qual as condições necessárias para que isto ocorra, visto que a maioria das simulações não apresentam um padrão deste tipo e algumas destas apresentam defeitos bastante explícitos em certas regiões (Fig. 5).

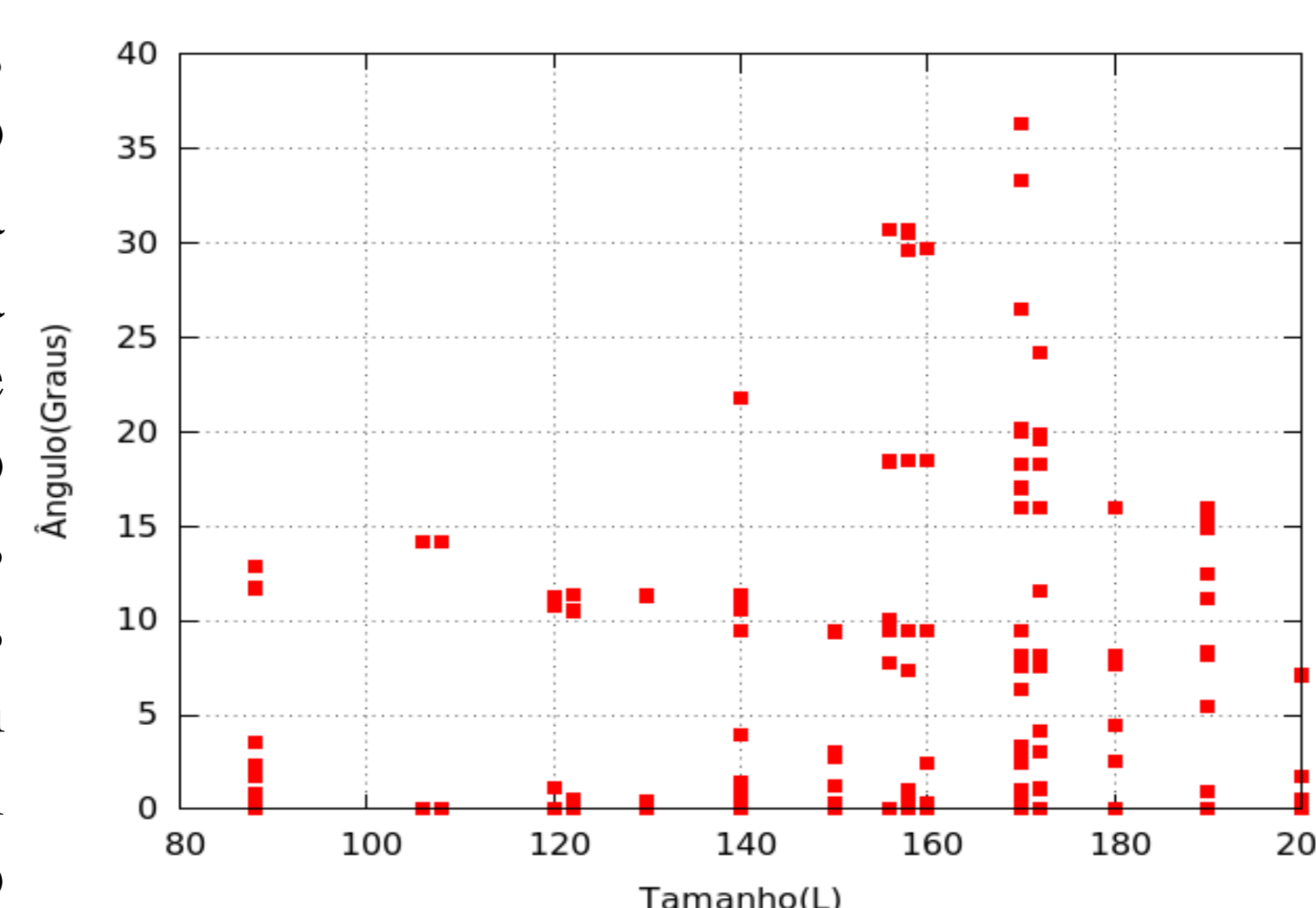


**Figura 5:** Defeitos observados em uma simulação para certos parâmetros.

## As diversas inclinações da rede

O modelo permite que sejam alterados diversos parâmetros, tais como o tamanho da rede (o número de neurônios presentes nela). Ao simular diversos tamanhos de rede, são observadas diversas inclinações diferentes do padrão de atividades em relação as paredes da rede (Fig.6)

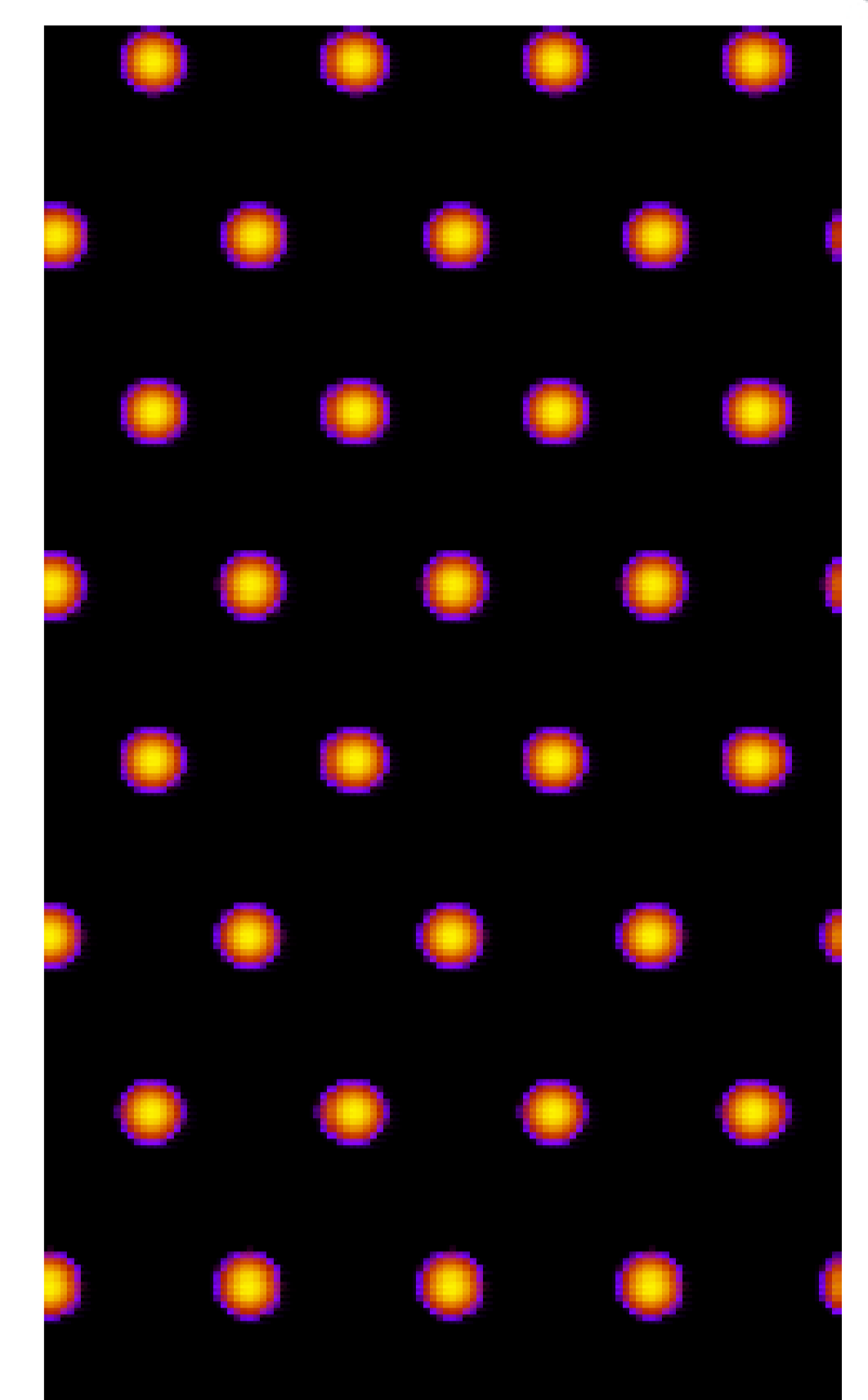
O fato de isto ocorrer, demonstra que o padrão de atividades busca encontrar uma forma mais estável de se arranjar no espaço neural. Estudos teóricos do encaixe de padrões hexagonais foram realizados e foi possível concluir que o padrão de atividades hexagonal perfeito nunca se encaixará em redes quadradas sem sofrer algum tipo de deformação em ângulo (não apresentar todos os ângulos de  $\pi/3$ ) ou apresentar distâncias não uniformes entre picos.



**Figura 6.** Inclinações encontradas para cada tamanho de rede

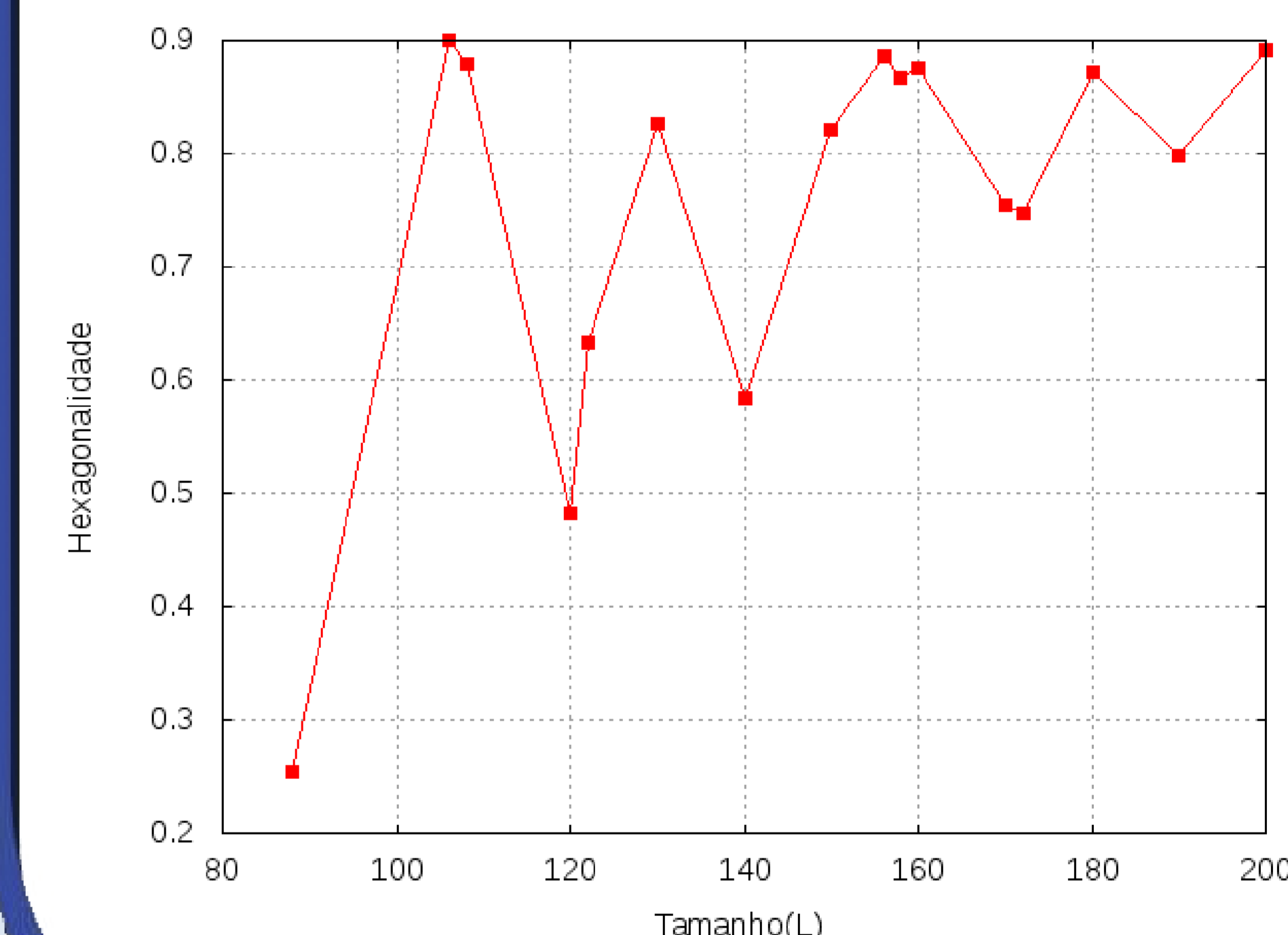
## A rede retangular – O padrão perfeito

Os gráficos expostos até o momento retratam apenas redes com formato quadrado, o problema desse formato é que ele é incapaz de apresentar um padrão hexagonal perfeito apresentando condições de contorno periódicas. Analiticamente é possível provar que o formato capaz de apresentar o padrão sem nenhuma deformação é o de uma rede retangular com proporções  $\sqrt{3}L \times L$ , desde que  $L \geq d$  onde  $d$  é a distância entre picos de atividade e  $L$  é o tamanho do menor lado da caixa. Os padrões de atividade formados nas simulações por redes desse tipo corroboram a teoria (Fig.7).



**Figura 7.** Rede retangular com padrão de atividade perfeitamente hexagonal. Utilizando a proporção de  $\sqrt{3}$  é possível encontrar padrões de atividade perfeitos.

Com o entendimento de que redes quadradas são incapazes de não apresentar deformações buscou-se estudar se existe uma relação com a hexagonalidade do padrão de atividades e o tamanho do lado ( $L$ ) da rede. Foi encontrado que existe uma relação quase oscilatória entre uma medida da correlação entre uma rotação de um mapa de autocorrelações do padrão de atividade e o tamanho da rede (Fig. 8).



**Figura 8.** Hexagonalidade em função do tamanho. É possível observar uma relação oscilatória conforme o tamanho da rede cresce.

## O modelo – Definições matemáticas

O modelo matemático proposto por Burak & Fiete (2009)[1] resume-se, principalmente, à utilização de uma equação diferencial que explica a relação e o comportamento entre neurônios de uma rede neural contendo  $n \times n$  neurônios em uma espécie de caixa 2-D. Essa equação é:

$$\tau \frac{ds_i}{dt} + s_i = f \left[ \sum_j W_{ij} s_j + B_i \right]$$

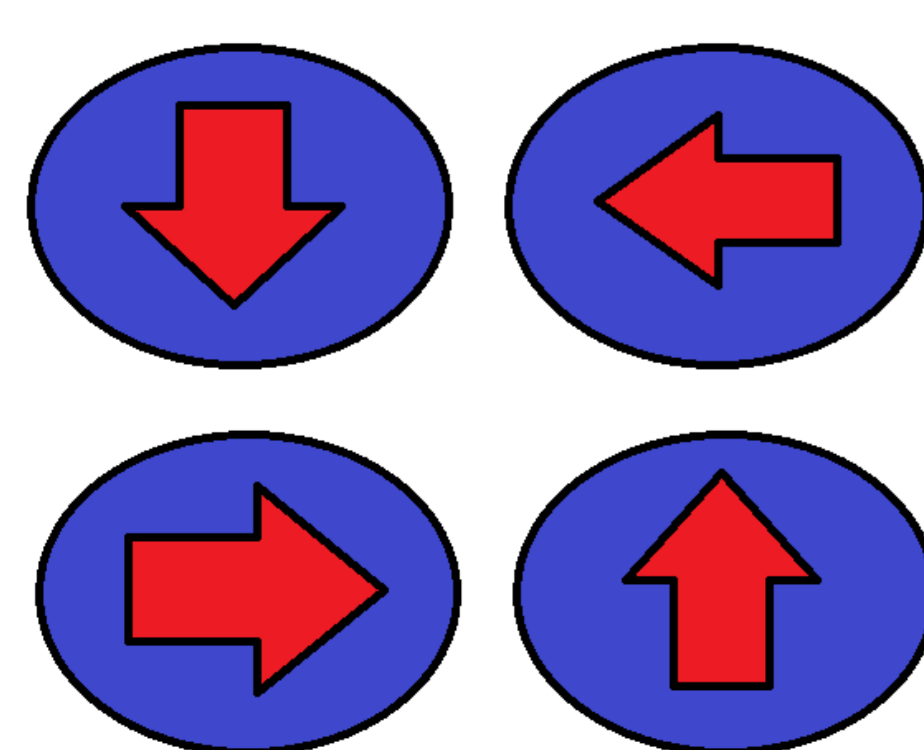
Onde  $\tau$  é a constante temporal de resposta de um neurônio,  $s_i$  é a ativação sináptica do neurônio “i”, a função  $f$  é uma função em que  $f(x) = x$  se  $x > 0$  e  $f(x) = 0$  se  $x \leq 0$ , onde  $B_i$  equivale ao estímulo externo e  $W_{ij}$  é a matriz de pesos sinápticos entre os neurônios “i” e “j” tal que:

$$W_{ij} = -\tanh(d) \left( \frac{W_{top} + W_{bottom}}{2} \right) - W_{width} + \left( \frac{W_{top} - W_{bottom}}{2} \right) + H[x - 2W_{width}] e^{-(d-2W_{width})}$$

Onde as constantes utilizadas em  $W_{ij}$  foram  $W_{top} = 0$ ,  $W_{bottom} = 0,07$ ,  $W_{width} = 8$ ,  $d$  equivale a distância na rede entre os dois neurônios. A expressão para o  $B_i$  (estímulo externo) é:

$$B_i = A(x_i)(1 + \alpha \hat{e}_{\theta_i} \cdot v)$$

Onde  $\alpha = 1$ ,  $\hat{e}_{\theta_i}$  é um vetor que indica a direção da trajetória do rato e  $v$  é a velocidade com que o rato percorre a trajetória. Além disso, para esse trabalho, cada neurônio da rede recebeu uma direção preferencial que pode ser em quatro direções correspondentes às direções da rosa dos ventos (norte, sul, leste e oeste). Essas direções preferenciais são organizadas de forma que neurônios próximos formem um padrão semelhante a um catavento (Fig. 3):



**Figura 3:** Direções preferenciais de neurônios próximos

## Discussão e conclusão

É possível concluir que na busca de uma formação de um padrão hexagonal perfeito (sem deformações angulares ou de distância) somente é possível ser encontrado em redes com formato retangular de relação  $\sqrt{3}L \times L$ , desde que  $L \geq d$ . Devido a isso é possível encontrar uma oscilação na relação entre tamanho e hexagonalidade em redes com formato quadrado. Esse estudo abre a possibilidade de compreender com mais exatidão os formatos hexagonais encontrados em estudos experimentais e com isso facilitar a montagem de um modelo que descreva eficientemente as células de grade.

## Referências

- Burak, Y. & Fiete, I.R. *Accurate path integration in continuous attractor network models of grid cells*. PLOS Comput. Biol. 5, e1000291 (2009)
- Hafting, T., Fyhn, M., Molden, S., Moser, M.-B. & Moser, E. I. *Microstructure of a spatial map in the entorhinal cortex*. Nature 436, 801–806 (2005).
- <http://www.ntnu.edu/kavli/discoverin-g-grid-cell> consultado em 23/09/2015
- <http://derdiklab.technion.ac.il/Derdikman/UploadFiles/PGallery/9579486766.jpg> consultado em 23/09/2015

## Agradecimentos:

