

Propriedades de Transporte em Teoria de Jogos

Fernanda Rodrigues Leivas

Orientador: Mendeli Henning Vainstein

Introdução

O estudo da cooperação está presente em diversos campos da ciência como na economia, na biologia, no comportamento de populações e na evolução das espécies [1]. O Dilema do Prisioneiro (PD) é um dos tópicos dentro de teoria de jogos, ele descreve uma situação em que indivíduos podem optar entre duas estratégias: cooperar ou não cooperar. O estudo do dilema objetiva entender como funciona a interação dentro de uma população de cooperadores e não cooperadores, e como ela se comporta diante da introdução de mecanismos que fazem um paralelo com situações reais. Como exemplo pode-se citar a escolha da dinâmica (regra que determina se o indivíduo mantém sua estratégia), se o indivíduo carrega ou não memória dos jogos anteriores e ainda pode-se adicionar espaços vazios [5] onde os indivíduos são livres para difundir. Quando se adiciona a mobilidade a cooperação melhora para alguns casos [3]. Existem dois tipos de difusão, a aleatória onde os indivíduos se movem aleatoriamente com uma determinada probabilidade, e a difusão direcionada [4], nela o indivíduo se move para lugares com maiores ganhos. Um outro mecanismo, que é objeto deste estudo, é a adição de um ruído, ou seja uma pequena probabilidade de o indivíduo tomar uma decisão irracional (contrária a de ganho). O ruído de certa forma é uma maneira de implementar erros na PD. O estudo deste trabalho é inspirado em [2], que mostra como a cooperação é favorecida e mantida em diferentes tipos de difusões direcionadas, cujas funções que medem o bem-estar de uma região são baseadas em estudos de ciências sociais. Utilizando as difusões direcionadas de [2] visa-se, descobrir se o ruído na forma de difusão aleatória favorece os cooperadores.

Implementação

O modelo consiste em uma rede quadrada [6] de cooperadores e não cooperadores, que interagem numa vizinhança de *von Neumann* e podem interagir consigo mesmo dependendo da dinâmica (auto-interação), cada tipo de interação possui um ganho (*payoff*) associado. Usa-se uma rede de tamanho $L \times L$, com número de indivíduos $N = L^2$ e condições de contorno periódicas. Inicialmente cada indivíduo pode escolher sua estratégia com probabilidades iguais. Percorre-se a rede assincronamente. Se a rede tiver espaços vazios os indivíduos podem ainda difundir. Esses passos se repetem, até que a rede chegue no equilíbrio (números de cooperadores e não cooperadores constante) e são esses valores assintóticos, usando passos de Monte-Carlo, que são usados nas medidas. As interações do dilema estão associadas a uma matriz de ganhos (*payoff*), mostrada na Figura 1, que é composta por R (*reward*), P (*punishment*), T (*temptation*) e S (*sucker*). Os valores dos *payoffs* devem obedecer $T > R > P > S$ e $2R > T + S$ para caracterizar o dilema do prisioneiro. Para facilitar a análise usamos sempre $S = P = 0$, $R = 1$ e variamos apenas $T = b$ ($b > 1$).

		A	
		coopera	nao coopera
B	coopera	R(A,B)	T(A), S(B)
	nao coopera	S(A), T(B)	P(A, B)

Figura 1: Matriz de ganhos (*payoff*) para dois jogadores A e B.

Conclusões

Para descobrir qual tipo de difusão (aleatória, direcionado, com/sem ruído) favorece mais a cooperação, mede-se a densidade assintótica de cooperadores para todos os casos e se faz a diferença entre eles. A Figura 2 mostra o gráfico da tentação "b" pela densidade da população com os pontos de diferentes cores dependendo da diferença entre as dinâmicas, quanto mais azul, maior é a densidade de cooperadores para o primeiro termo da diferença e mais o primeiro termo favorece a cooperação, quanto mais vermelho mais o segundo termo favorece a cooperação. De acordo com a Figura 2:

- ▶ A dinâmica de Fermi e do Replicador com e sem difusão aleatória favorecem a cooperação apenas para algumas regiões.
- ▶ A difusão direcionada utilitária para a dinâmica do replicador favorece a cooperação apenas para uma determinada região.
- ▶ A difusão direcionada com ruído é o caso em que a cooperação é mais favorecida, portanto conclui-se que a adição de um pequeno ruído favorece a cooperação.

Referências

- [1] Axelrod, R.; Hamilton, W. "The evolution of cooperation" Science **221** 4489 (1981).
- [2] Li, Y; Ye, H.; Zhang, H. "Evolution of cooperation driven by social-welfare-based migration", Physica A **445** 48 (2016).
- [3] Meloni, S.; Buscarino, A.; Fortuna, L.; et al. "Effects of mobility in a population of prisoner's dilemma players", Phys. Rev. E, **79**, 067101 (2009).
- [4] Jiang, L.; Wang, W.; Lai, Y. "Role of adaptive migration in promoting cooperation in spatial games" Phys. Rev. E, **81**, 036108 (2010).
- [5] Vainstein, MH.; Arenzon, JJ. "Disordered environments in spatial games", Phys. Rev. E **64**, 051905 (2001).
- [6] Szabó, G.; and Tóke, C. "Evolutionary prisoner's dilemma game on a square lattice", Phys. Rev. E **58**, 69 (1998).

Desenvolvimento

Existem dois tipos de difusão: A aleatória e a direcionada, na primeira o indivíduo pode difundir livremente na rede (com buracos) com uma dada probabilidade σ , na segunda ele difundirá apenas para regiões em que o ganho é maior, ou seja, de certa forma é um tipo de difusão inteligente (inspirado em [2]). A implementação da difusão aleatória (representada por γ) na difusão direcionada é uma forma de introduzir ruído na rede, ele pode ser interpretado como uma decisão irracional. Foram analisadas as dinâmicas de Fermi e do replicador com e sem difusão aleatória pura, e para a segunda foi feito um estudo com a difusão direcionada com e sem ruído objetivando descobrir para quais casos a cooperação é favorecida. Para a difusão aleatória com probabilidade de difusão $\sigma = 0.01$ a cooperação é favorecida apenas para uma determinada região, porém quanto menor o valor de σ mais ele favorece a cooperação. A difusão direcionada usada foi a utilitária, que considera o bem-estar como sendo a soma dos ganhos, ela favorece um pouco mais a cooperação do que a aleatória. Quando se adiciona um ruído na difusão direcionada (primeiramente $\gamma = 0.01$), a cooperação é mais favorecida se comparada com a difusão aleatória pura e com a direcionada pura, desse modo o ruído favorece a cooperação. Se aumentarmos o ruído para $\gamma = 0.05$ ele continua favorecendo a cooperação, porém menos. Para os próximos trabalhos pretende-se fazer uma análise para os outros tipos de difusão aleatória e também entender a causa dos resultados obtidos.

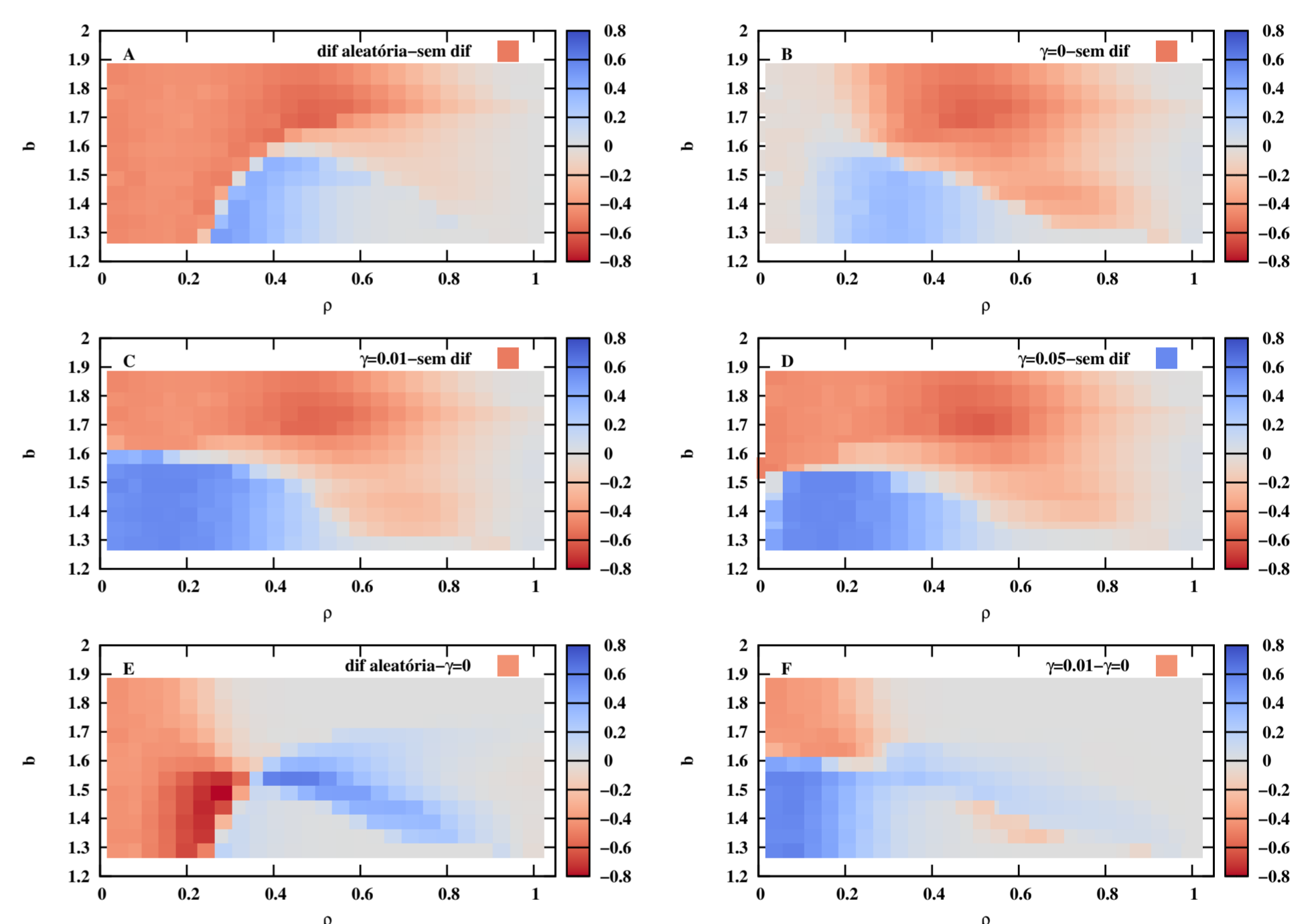


Figura 2: Gráficos de b pela densidade da rede com pontos de diferentes cores dependendo das diferenças de ρ_c para a dinâmica do Replicador em diferentes casos. **Coluna da esquerda:** O gráfico A mostra a diferença entre a difusão aleatória e a dinâmica original (sem difusão), o C a diferença entre a difusão direcionada combinada com a aleatória e a dinâmica original e o E a diferença entre a difusão aleatória pura e a direcionada. **Coluna da direita:** O gráfico B mostra a diferença direcionada e a dinâmica original, o D a diferença entre a difusão direcionada combinada com a aleatória e a dinâmica original e o F gráfico a diferença entre a dinâmica direcionada combinada com a aleatória para $\gamma = 0.01$ e $\gamma = 0.05$.