

Probabilidades advindas de redes quânticas de spins



paz no plural

Introdução

O modelo do Ising quântico é um modelo matemático para o ferromagnetismo em mecânica estatística quântica. O modelo representa a estatística de um dipolo magnético para um spin descrito pelos estados 1 e -1 associados a um certo Hamiltoniano H . Observar um estado do spin implica em analisar os autovalores de um operador autoadjunto L . Estaremos interessados em considerar um caso específico desse modelo, considerando o estado KMS associado ao Hamiltoniano $H = \sigma_x \otimes \sigma_x$, onde $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ é uma das matrizes de Pauli, sobre a rede quântica de spins $\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \otimes \dots$ para um observável (fixado) da forma $L \otimes L \otimes \dots \otimes L$, onde $L : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$, com temperatura T .

Então podemos obter uma definição natural para uma probabilidade μ_β sobre o espaço de Bernoulli $\{1, 2\}^{\mathbb{N}}$. Nosso estudo está concentrado em encontrar as propriedades da probabilidade μ_β .

Encontrando a Probabilidade μ_β

Considerando $H : (\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2) \rightarrow (\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2)$ definimos H_n , agindo em $(\mathbb{C}^2)^n = (\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \otimes \dots \otimes \mathbb{C}^2)$, por:

$$H_n = \sum_{j=0}^{n-2} I^{\otimes j} \otimes H \otimes I^{\otimes (n-j-2)}.$$

Seja $\beta = \frac{1}{T}$ onde T é a temperatura, definimos o estado KMS associado a H por:

$$\rho_\omega = \frac{1}{\text{Tr}(e^{-\beta H_n})} e^{-\beta H_n}$$

Fixamos $L : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ uma matriz autoadjunta de autovalores reais λ_1, λ_2 associados a ψ_1, ψ_2 uma base ortonormal de autovetores de L .

Então, o C^* -estado ω , dado por:

$$\omega(L_1 \otimes L_2 \otimes \dots \otimes L_n) = \text{Tr}(\rho_\omega [L_1 \otimes L_2 \otimes \dots \otimes L_n]),$$

irá determinar de forma natural uma probabilidade $\mu_{\beta,n}$ no espaço de Bernoulli $\{1, 2\}^n$ via

$$\mu_{\beta,n}(j_1, j_2, \dots, j_n) = \omega(P_{\psi_{j_1}}, P_{\psi_{j_2}}, \dots, P_{\psi_{j_n}}),$$

onde P_ψ é o operador de projeção sobre $\psi \in \mathbb{C}^2$ onde $|\psi| = 1$. Então, a probabilidade μ_β sobre $\{1, 2\}^{\mathbb{N}}$ é obtida via Teorema da Extensão de Kolmogorov.

Propriedades de μ_β

Para operadores autoadjuntos da forma:

$$L = \begin{pmatrix} \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) & 2\cos(\theta)\sin(\theta) \\ 2\cos(\theta)\sin(\theta) & \sin^2(\theta) - \cos^2(\theta) \end{pmatrix},$$

com $\theta \in (0, \pi/2)$ e os correspondentes observáveis associados $C_n = C = L^{\otimes n}$. Seus autovalores são $\psi_1 = (\cos(\theta), \sin(\theta))$ e $\psi_2 = (-\sin(\theta), \cos(\theta))$ que são ortonormais e tem autovalores $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = -1$. Neste caso podemos mostrar que μ_β é estacionária pela ação do shift. Nossa investigação é sobre obter mais propriedades sobre a medida μ_β .

Referências

[1] LOPES, Artur O.; MENGUE, Jairo K.; MOHR, Joana. *Large Deviations for Quantum Spin probabilities at temperature zero*. arXiv preprint arXiv:1505.01305, 2015.

[2] LOPES, Artur O. *INTRODUÇÃO A MATEMÁTICA DA MECÂNICA QUÂNTICA*. Disponível em: <http://mat.ufrgs.br/~alopes/hom/livroquantum.pdf>

[3] BÉNY, Cédric; RICHTER, Florian. *Algebraic approach to quantum theory: a finite-dimensional guide*. arXiv preprint arXiv:1505.03106, 2015.