

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
CENTRO ESTADUAL DE PESQUISAS EM SENSORIAMENTO REMOTO E
METEOROLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SENSORIAMENTO REMOTO

ELEN MARTEN DE LIMA

**DETERMINAÇÃO E AVALIAÇÃO DE GEOIDE PARA O MUNICÍPIO DE PORTO
ALEGRE/RS (GEOIDEPOA2016)**

PORTO ALEGRE

2016

ELEN MARTEN DE LIMA

**DETERMINAÇÃO E AVALIAÇÃO DE GEOIDE PARA O MUNICÍPIO DE PORTO
ALEGRE/RS (GEOIDEPOA2016)**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Sensoriamento Remoto.

Área de concentração: Sensoriamento Remoto e Geoprocessamento.

Linha de Pesquisa: Geodésia por satélite.

Orientador: Sérgio Florêncio de Souza

Porto Alegre

2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Reitor: Rui Vicente Oppermann

Vice-Reitor: Jane Fraga Tutikian

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

Diretor: André Sampaio Mexias

Vice-Diretor: Nelson Luiz Sambaqui Gruber

Lima, Elen Marten de

Determinação e avaliação de geoide (GEOIDEPOA2016) para o município de Porto Alegre/RS . / Elen Marten de Lima. - Porto Alegre: IGEO/UFRGS, 2016.
[60 f.] il.

Dissertação (Mestrado).- Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto. Instituto de Geociências. Porto Alegre, RS - BR, 2016.

Orientador(es):Sérgio Florêncio de Souza

1. Geoide 2. Stokes 3. Porto Alegre 4. MAPGEO2015 I. Título.

CDU 528

Catálogo na Publicação

Biblioteca Instituto de Geociências - UFRGS

Renata Cristina Grun

CRB 10/1113

ELEN MARTEN DE LIMA

**DETERMINAÇÃO E AVALIAÇÃO DE GEOIDE PARA O MUNICÍPIO DE PORTO
ALEGRE/RS (GEOIDEPOA2016)**

Esta Dissertação foi analisada e julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Sensoriamento Remoto e aprovado em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Prof. Dr. Sérgio Florêncio de Souza

Aprovado em: ____ / ____ / ____

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dejanira Luderitz Saldanha (Doutora) – PPGSR – CEPSRM/UFRGS

Prof. Gilberto Gagg (Doutor) – IGEO/UFRGS

Prof. Roosevelt de Lara Santos Junior (Doutor) – IGEO/UFRGS

DEDICATÓRIA

Dedico esta dissertação a todos meus amigos e familiares, em especial, ao meu marido Norton, aos meus pais Jane e Joel e aos meus irmãos Michele e Gabriel que sempre me apoiaram em todas as minhas escolhas.

Obrigada!

TERMO DE ISENÇÃO DE RESPONSABILIDADE

Declaro, para todos os fins de direito, que assumo total responsabilidade pelo aporte ideológico conferido ao presente trabalho, isentando a Universidade Federal do Rio Grande do Sul, a Coordenação do Programa de Mestrado em Sensoriamento Remoto, a Banca Examinadora e o Orientador de toda e qualquer responsabilidade acerca do mesmo.

Porto Alegre, 13 de dezembro de 2016.


Elen Marten de Lima

Mestranda

AGRADECIMENTOS

À UFRGS.

Ao Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto/CEPSRM, em especial à secretária Magdalena Assaf por todo apoio prestado nas questões administrativas e por estar sempre pronta em auxiliar.

À CAPES pela bolsa concedida.

Ao meu orientador pela paciência, compreensão e orientação.

Em especial agradeço ao Norton por estar sempre ao meu lado, pelo apoio incondicional, pela paciência e compreensão nos momentos em que não estive cem por cento presente.

À minha dinda, Cléa, que - mesmo à distância - sempre me incentivou e ainda incentiva na minha caminhada acadêmica.

Aos meus pais, irmãos, amigos e familiares pela torcida de que tudo acabaria bem.

EPÍGRAFE

Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo.
Todos nós sabemos alguma coisa. Todos nós
ignoramos alguma coisa. Por isso aprendemos
sempre.

Paulo Freire.

RESUMO

Conhecer a altitude de um ponto é muito importante em diversas aplicações, como a implantação de uma rede de água ou para determinar se certa área está sujeita à inundação por exemplo. Esta altitude, altitude ortométrica, está referenciada ao nível médio do mar e é determinada a partir do transporte de um ponto com altitude conhecida até o ponto o qual se deseja saber a altitude. O geoide, é a superfície que representa o nível médio do mar e o seu cálculo tem sido objeto dos geodestas há muito tempo. Devido a irregularidade da forma da Terra, utiliza-se uma figura matemática para representar a Terra, o elipsoide, onde são realizados os cálculos matemáticos. Ao elipsoide está relacionada a altitude geométrica, a qual é determinada utilizando receptores do sistema global de posicionamento por satélite. A altitude ortométrica e a altitude geométrica, relacionam-se através da ondulação geoidal, a qual é a separação geoide-elipsoide. O transporte das altitudes ortométricas exige uma densa rede com altitudes conhecidas, o que é algo difícil de ocorrer em países de dimensões continentais como o Brasil. Uma das soluções encontradas é cálculo de geoides com precisão que atenda as necessidades na determinação da altitude ortométrica. Este trabalho calculou um geoide para o município de Porto Alegre e foi avaliado a partir das alturas geoidais obtidas do posicionamento GNSS sobre referências de nível (RRNN) as quais possuem precisão milimétrica. No cálculo do geoide utilizou-se o modelo geopotencial global EGM2008 de grau 360, para a representação dos longos comprimentos de onda; e observações gravimétricas terrestres, totalizando 277 pontos distribuídos por todo o município. Para o cálculo do geoide utilizou-se da integral de Stokes, resultando em um geoide com resolução de 3" x 3" e erro médio quadrático de 7,7 centímetros. Em uma segunda fase o geoide (GEOIDEPOA2016) foi avaliado em relação ao modelo de ondulação geoidal oficial do Brasil, o MAPGEO2015 e seu antecessor, o MAPGEO2010, assim como com o modelo de alturas geoidais o qual a prefeitura municipal de Porto Alegre (NMPMA) possui. Os modelos de alturas geoidais que apresentaram melhores resultados para determinar a altitude ortométrica foram o GEOIDEPOA2016 e o NMPMA, com erro médio quadrático de 7,7 e 8,1 centímetros respectivamente.

Palavras chave: geoide, Stokes, Porto Alegre, MAPGEO2015, MAPGEO2010.

ABSTRACT

The knowledge of an altitude point is very important in several applications, such as the implantation of a water network or to determine if a certain area is subject to flooding for example. This altitude, orthometric altitude, is referenced to the mean sea level and is determined from the transport of a point with known altitude to the point where the altitude is desired. The geoid is the surface that represents the average level of the sea and its calculation has long been object of the geodesists. Due to the irregularity of the shape of the Earth, a mathematical figure is used to represent the Earth, the ellipsoid, where the mathematical calculations are performed. The ellipsoid is related to geometric altitude, which is determined using receivers of the global satellite positioning system. The orthometric altitude and the geometric altitude are related through the geoidal undulation, which is the geoid-ellipsoid separation. The transportation of orthometric altitudes requires a dense network with known altitudes, which is difficult to achieve in countries with continental dimensions such as Brazil. One of the solutions found is accurately calculating geoids that meet the needs in determining orthometric altitude. This work calculated a geoid for the municipality of Porto Alegre and was evaluated from the geoid heights obtained from the GNSS positioning on level references (RRNN) which have millimetric precision. In the calculation of the geoid, the EGM2008 global geopotential model was used for the representation of the long wavelengths with terrestrial gravimetric observations, totaling 277 points distributed throughout the municipality. For the calculation of the geoid was used of the integral of Stokes, resulting in a geoid with resolution of 3 "x 3" and RMS 7.7 centimeters. In a second phase the geoid (GEOIDEPOA2016) was evaluated in relation to the Brazil official geoidal model, MAPGEO2015 and its predecessor, MAPGEO2010, as well as the geoid heights model, which the municipal government of Porto Alegre (NPMPA) has. The geoid heights models that presented the best results to determine the orthometric altitude were GEOIDEPOA2016 and NPMPA, with a RMS 7.7 and 8.1 cm respectively

Key-words: gravimetric geoid, Stokes, Porto Alegre, MAPGEO2015, MAPGEO2010.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Superfícies de referência	19
Figura 2. Sistema de coordenadas astronômicas	21
Figura 3. Sistema de coordenadas geodésicas	22
Figura 4. Relação entre geoide, elipsoide e superfície física da Terra	22
Figura 5. Ponto P' projetado sobre o geoide (ponto P) e sobre o elipsoide (ponto Q)	26
Figura 6. Pontos usados no cálculo e na avaliação do geoide.....	41
Figura 7. Pontos removidos no cálculo.....	45
Figura 8. Resíduos da avaliação absoluta	47
Figura 9. Geoide calculado	49

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Estatísticas $\Delta g_{\text{RESIDUAL}}$	44
Tabela 2. Estatísticas do $N_{\text{GEOIDE}}, N_{\text{GPS}}$	45
Tabela 3. Resultados avaliação absoluta	45
Tabela 4. Resultados após remoção da componente 0,206 m	46
Tabela 5. Resultados avaliação absoluta após remoção da componente sistemática	46
Tabela 6. Os cinco menores, os cinco maiores valores, a média e o desvio-padrão calculados na avaliação relativa	48
Tabela 7. Discrepâncias calculadas entre altitude ortométrica determinada via nivelamento geométrico e altitude determinada com o uso do geóide e altitude geométrica	50
Tabela 8. Ondulações geoidais de 20 dos 96 pontos utilizados na avaliação	51
Tabela 9. Altitudes ortométricas dos pontos avaliados determinadas por nivelamento geométrico	52
Tabela 10. Diferenças entre as altitudes ortométricas do nivelamento e as altitudes ortométricas determinadas utilizando os quatro modelos	53

LISTA DE SIGLAS

CHAMP - *CHallenging Minisatellite Payload*

DORIS - *Doppler Orbit determination and Radiopositioning*

EMQ – Erro médio quadrático

EGM – *Earth Gravity Model*

EIGEN - *European Improved Gravity model of the Earth by New techniques*

GNSS – *Global Navigation Satellite System*

GPS – *Global Positioning System*

GOCE – *Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*

GRACE - *Gravity Recovery and Climate Experiment*

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

ICGEM – *International Centre for Global Earth Models*

IGeS – *International Geoid Service*

METROPLAN – Fundação Estadual de Planejamento Metropolitano e Regional

NGA - *National Geo-spatial Intelligence Agency*

RRNN – Referências de nível

UTFPR – Universidade Tecnológica do Paraná

WGS84 - *World Geodetic System*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	14
1.1 Objetivos.....	15
1.2 Justificativa.....	16
1.3 Estrutura do trabalho.....	17
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	18
2.1 Formas de representação da Terra.....	18
2.2 Sistema de coordenadas astronômicas.....	20
2.3 Sistemas de coordenadas geodésicas.....	21
3 CÁLCULO DO GEOIDE.....	24
3.1 A fórmula de Stokes.....	29
3.2 Reduções gravimétricas.....	30
3.3 Anomalia Ar-livre.....	30
3.4 Anomalia Helmert.....	31
3.5 Anomalia Bouguer.....	33
3.6 Correção atmosférica.....	33
3.7 Correção de maré.....	33
3.8 Correção da deriva instrumental.....	34
3.9 Modelo geopotencial global.....	34
3.9.1 Earth Gravity Model – EGM2008.....	35
3.10 Geoides regionais.....	36
3.11 Cálculo do geoide.....	36
3.12 Avaliação e compatibilização de um geoide.....	37
4 MATERIAL E MÉTODO.....	40
4.1 Área de estudo.....	40
4.2 Dados utilizados.....	42
4.3 Softwares utilizados.....	43
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	44
5.1 Resultados.....	44
5.2 Avaliação absoluta.....	45
5.3 Avaliação relativa.....	47

5.4	Comparação do geoide calculado com os modelos MAPGEO2010, MAPGEO2015 e modelo de alturas geoidais (N_{GPS}).....	50
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	55
	REFERÊNCIAS	57

1 INTRODUÇÃO

Um dos atuais desafios da Geodésia é a determinação da altitude ortométrica, altitude esta necessária nas atividades de mapeamento, obras de engenharia, redes de distribuição de água, planejamento urbano, entre outras. O método do nivelamento geométrico é o mais recomendado, pois é de alta precisão, ou seja, da ordem do centésimo de milímetro e por isso é comumente utilizado para a determinação de tal altitude. Em países de vasta extensão territorial e com diversas dificuldades geográficas naturais, como o Brasil, a realização de uma rede de nivelamento de alta precisão torna-se ainda difícil, visto que é ideal que os pontos estejam espaçados de forma a contemplar toda área do país. Nos últimos anos, com o advento e a evolução dos satélites artificiais, sejam os que têm por objetivo mapear os elementos do campo de gravidade da Terra (missões *Gravity Recovery and Climate Experiment* – GRACE, *CHALLENGING Minisatellite Payload* – CHAMP e *Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer* – GOCE), sejam os que têm por objetivo o posicionamento tridimensional sobre o globo terrestre, como os satélites *Global Navigation Satellite System* (GNSS), tem-se estudado a possibilidade de determinar a altitude ortométrica com base nas observações vindas destes equipamentos.

A altitude ortométrica (H) tem como superfície de referência o geoide, modelo terrestre que melhor representa a forma da Terra real e que é limitado por uma superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra que coincide com o nível médio não perturbado dos mares. A distância contada sobre a linha vertical de um ponto da superfície terrestre até o geoide é a altitude ortométrica. O sistema de posicionamento GNSS tem como superfície de referência o elipsoide, que é o modelo matemático que representa a forma da Terra (GEMAEL, 2002). A distância contada sobre a normal de um ponto na superfície terrestre até o elipsoide é a altitude geométrica (h) e a separação entre o geoide e o elipsoide é a ondulação geoidal (N). Desta forma sabendo-se a ondulação geoidal e a altitude geométrica de um ponto pode-se determinar a altitude ortométrica.

As missões gravimétricas espaciais provêm dados de gravimetria heterogêneos em tipo e precisão resultando em modelos geopotenciais que integram os sistemas de referência geodésicos e vem sendo usados como esferóides combinados com dados locais para a representação do campo de gravidade anômalo – diferença entre o geopotencial e o esferopotencial – de alta resolução (Sá e Molina, 1995; Sá, 1988). Como a distribuição geográfica dos dados gravimétricos usados na determinação dos coeficientes de alto grau ainda é muito irregular em termos globais, esses modelos refletem essa deficiência na representação do campo de gravidade anômalo sobre

toda a superfície terrestre. Os geoides gerados a partir dos modelos do geopotencial são eficientes para a modelagem de longos comprimentos de onda, entretanto, devido à limitação nas precisões dos satélites os curtos comprimentos de onda não são contemplados no modelo do geopotencial. A fórmula de Stokes modela estes curtos comprimentos de onda resultando em um geoide local de melhor resolução.

Geoides determinados a partir de medições gravimétricas terrestres de uma determinada região, por exemplo, com medidas gravimétricas efetuadas na área de uma cidade ou de um estado resultam em um geoide com elevada precisão, visto que as variações locais das massas terrestres da região fazem parte no cálculo do geoide local. Assim diversos trabalhos têm realizado esforços em determinar um geoide de alta precisão combinando os dados provenientes dos modelos do geopotencial e com dados de medições gravimétricas locais.

1.1 Objetivos

Esta dissertação tem como objetivo determinar um geoide para o município de Porto Alegre/RS, a partir de medições gravimétricas locais em combinação com o modelo do geopotencial EGM2008.

As etapas apresentadas a seguir descrevem os objetivos particulares que se busca abordar na dissertação, de forma a estudar a eficiência do geoide calculado.

Objetivos Específicos:

- (a) Comparar o geoide com o modelo de altura geoidais (N_{GPS});
- (b) A partir da ondulação geoidal do geoide determinar a altitude ortométrica e comparar com a altitude ortométrica de referências de nível (RRNN) as quais foram calculadas via nivelamento geométrico;
- (c) Comparar o geoide calculado em relação ao modelo oficial do Brasil, o MAPGEO2015, seu antecessor (MAPGEO2010) e em relação ao modelo de altura geoidal disponibilizado pela prefeitura de Porto Alegre.

1.2 Justificativa

O transporte da altitude ortométrica é atividade que exige cuidados, visto que esta informação é essencial na execução de obras urbanas, como redes de água e esgoto. Se a região onde será executada a obra for muito plana, um erro pequeno no transporte da altitude pode custar o não escoamento de uma drenagem, visto que o desnível é extremamente baixo. Muitas vezes o gestor não dispõe de uma referência de nível próximo ao local de implantação da obra. Considerando que a execução de um nivelamento geométrico de alta precisão requer uma série de cuidados, ter à disposição um modelo que possibilite a determinação da altitude ortométrica com a mesma qualidade que o nivelamento geométrico aumentaria a produtividade. Se para a região da obra um geoide de alta precisão está disponível, basta realizar o levantamento GNSS e a partir destas duas medidas determinar a altitude ortométrica da seção e assim escolher qual o melhor local para a instalação da rede de água e esgoto, por exemplo.

O tema abordado nesta dissertação é importante, pois representa uma das principais questões analisadas atualmente dentro da Geodésia, tanto no Brasil quanto internacionalmente e seus resultados são de grande aplicabilidade no mercado de trabalho. A determinação de forma rápida e eficiente da altitude ortométrica representa economia de recursos em obras de engenharia, assim como em outras situações que demandam o cálculo da altitude e também representam segurança nas medidas, visto que é sabido que o nivelamento geométrico quando executado por profissionais inexperientes ou quando a linha de nivelamento é extensa, a probabilidade de erros acima dos requerido é maior.

Pode-se dizer que Porto Alegre é um município privilegiado, pois conta com uma base cartográfica desde 1957, embora que até 2010 a base estava desatualizada, mas sabe-se que ter o cadastro atualizado (incluindo uma rede com marcos geodésicos) não é prioridade, na maioria das vezes, dos gestores públicos. Pelo município possuir tantos dados cartográficos diversos trabalhos têm sido feitos, geralmente pelos discentes e docentes da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Por exemplo, Goldani *et al* (2002) calculou um modelo de ondulação geoidal baseado na diferença entre as altitudes geométrica e ortométrica (GEOIDEPOA2002), Silva e Medeiros (2004) determinaram o geoide (GEOIDEPOA/2004) e Nunes (2010) avaliou a eficiência do modelo do geopotencial EGM2008 para o município. Diante do acréscimo de dados oriundos do mapeamento aerofotogramétrico e perfilamento por LASER realizado em 2010, que incluiu implantação de rede geodésica, viu-se a possibilidade de gerar e avaliar um novo geoide local para o município e também avaliar produtos oriundos do mapeamento, como é o caso do modelo de ondulação geoidal.

Caso o geoide demonstre eficiência, sua aplicação facilitaria, e muito, a questão da determinação da altitude ortométrica.

1.3 Estrutura do trabalho

O presente trabalho possui seis capítulos. Nos capítulos 2 e 3 há uma breve fundamentação teórica sobre o geoide, superfícies envolvidas, como calculá-lo e as formas de avaliá-lo. No capítulo 4 são apresentados os materiais e métodos assim, como a área de estudo desta dissertação. Na sequência há os resultados e discussão. No último capítulo, constam as considerações finais e as conclusões alcançadas com a execução deste trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

De acordo com a clássica definição de Friedrich Robert Helmert (1880) “geodésia é a ciência da medição e mapeamento da superfície da Terra”. Ainda hoje a definição de Helmert é fundamental para a geodésia. A superfície da Terra é definida pelo seu campo de gravidade e a maioria das observações geodésicas é referenciada ao seu campo de gravitacional (TORGE, 2001; VANÍČEK e KRAKIWSKY, 1993; HOFMANN-WELLENHOF, 2005). Consequentemente, de acordo com Torge (2001), esta definição de geodésia inclui a determinação do campo de gravidade externo à Terra. Esse foco original da geodésia expandiu-se e atualmente inclui aplicações no oceano e exploração espacial. Por exemplo, a geodésia, junto de outras ciências, agora inclui a determinação do fundo oceânico (topografia oceânica) e as superfícies e campos de gravidade de outros corpos celestes, como a lua (geodésia lunar) e planetas (geodésia planetária). Finalmente, a definição clássica foi expandida para incluir ainda as variações temporais do seu campo de gravidade (TORGE, 2001; VANÍČEK e KRAKIWSKY, 1993; HOFMANN-WELLENHOF, 2005).

2.1 Formas de representação da Terra

Quando se trata de definição da forma e dimensões da Terra, e tudo o que envolve para calculá-la, se trabalha com três superfícies, segundo (GEMAEL, 2002; HOFMANN-WELLENHOF, 2005; entre outros):

- a) **superfície física da Terra:** na qual são realizados os levantamentos geodésicos;
- b) **superfície de referência:** um elipsoide de revolução, na qual são efetuados os cálculos geodésicos;
- c) **superfície equipotencial do campo de gravidade:** o geoide. Essa superfície é a que mais se aproxima do "nível médio dos mares - NMM" não perturbados. Pode-se imaginar esta superfície como se os oceanos fluíssem livremente sob os continentes somente sob a influência da gravidade sem os efeitos de marés e correntes (GEMAEL, 2002).

Gauss define: "O que chamamos de superfície da Terra em termos geométricos nada mais é que a superfície que intersecta em todos os lugares a direção da gravidade em ângulos perpendiculares e parte do qual coincide com a superfície dos oceanos" (TORGE, 2001). Ainda,

Torge (2001) destaca que a superfície irregular da Terra sólida (topografia continental e oceânica) não poderia ser representada por uma simples função matemática. Segundo Torge (2001) por meio de uma densa rede de controle adequada, a estrutura desta superfície pode ser determinada por interpolação de dados topográficos terrestres e levantamentos hidrográficos. A superfície oceânica (70% da superfície da Terra) é de fácil representação, se negligenciar os efeitos das correntes oceânicas e outros distúrbios. Esta superfície de potencial gravitacional constante (equipotencial) foi denominada geóide por Listing (1873). O geóide é a referência para a altitude ortométrica (H), a qual apresenta significado físico, pois considera o campo de gravidade terrestre. Ao elipsoide está relacionada a altitude geométrica (h). No século XIX a geodésia se preocupava com a determinação dos parâmetros do melhor elipsoide, forma geométrica que mais se aproxima da forma da Terra (GEMAEL, 2002). Seguiu-se a isto a preocupação em determinar o geóide. O desenvolvimento de satélites artificiais e conseqüentemente as missões específicas para mapeamento do campo de gravidade terrestre contribuíram de forma significativa para o refinamento na determinação do geóide. Os satélites artificiais também são fundamentais no desenvolvimento de melhores parâmetros para o elipsoide.

A Figura 1 apresenta de forma sucinta as três superfícies envolvidas na geodésia, onde estão representados o geóide, o elipsoide e a superfície física.

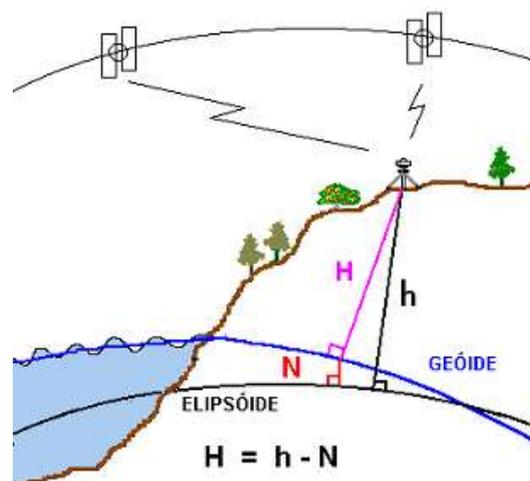


Figura 1. Superfícies de referência.

Fonte: Sítio eletrônico do IBGE (2009).

Apesar de o geóide ser bem definido fisicamente em um ponto, do ponto de vista matemático tem sido objeto de estudos dos geodestas. Por este motivo que se adota o elipsoide de revolução que gira em torno do seu eixo menor. A origem deste elipsoide coincide com o centro de

massa da Terra e a partir de um conjunto de parâmetros geométricos determina-se um sistema de referência geodésico global (MONICO, 2008). O elipsoide de referência é determinado por:

1. Semieixo maior (a);
2. Achatamento (f), onde

$$f = \frac{a-b}{a} \quad (1)$$

b o semieixo menor.

3. ξ e η são os componentes meridiana e primeiro vertical do desvio da vertical;
4. N é a ondulação do geoide.

Além dos componentes geométricos há os fatores dinâmicos que são:

1. J_2 – fator de forma;
2. G – constante gravitacional;
3. M – massa da Terra;
4. ω – velocidade angular da Terra.

Desta forma, para o cálculo do geoide sempre haverá um elipsoide de revolução associado. E a este elipsoide estará associado um sistema de coordenadas.

Para aplicações em que se permite menor precisão na representação da Terra, o elipsoide de revolução é reduzido a uma esfera de raio igual à média geométrica dos raios de curvatura das seções normais que passa por um ponto sobre a superfície do elipsoide terrestre. Este tipo de aproximação possibilitou a implantação e densificação de pontos geodésicos, a partir da execução de triangulações geodésicas (GEMAEL, 2002; MONICO, 2008).

2.2 Sistema de coordenadas astronômicas

No sistema de coordenadas astronômicas (ou geográficas) o geoide é a figura de referência. As coordenadas astronômicas latitude astronômica (φ_a) e longitude astronômica (λ_a) são determinadas por astronomia e altura por nivelamento geométrico, ou seja, altitude ortométrica (H). A Figura 2 espacializa o sistema de coordenadas geográficas .

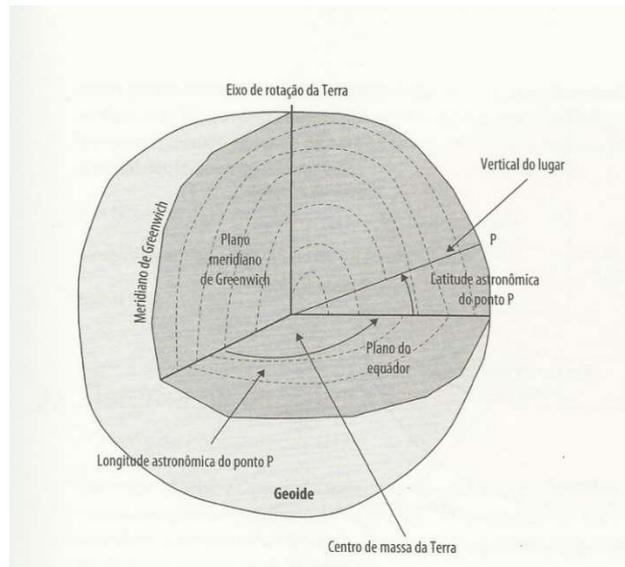


Figura 2. Sistema de coordenadas astronômicas.

Fonte: Tuler e Saraiva (2014).

2.3 Sistemas de coordenadas geodésicas

As coordenadas elipsoidais (ou geodésicas) referem-se ao elipsoide. A latitude geodésica (φ_g) e longitude geodésica (λ_g) são determinadas por levantamentos geodésicos. A altura é a altitude elipsoidal ou geométrica (h) refere-se ao elipsoide. As coordenadas eram determinadas por triangulações geodésicas e a partir do advento do sistema de posicionamento global surgiu um outro método de obtenção destas coordenadas com alta precisão e mais rápido que as triangulações (GEMAEL, 2002).

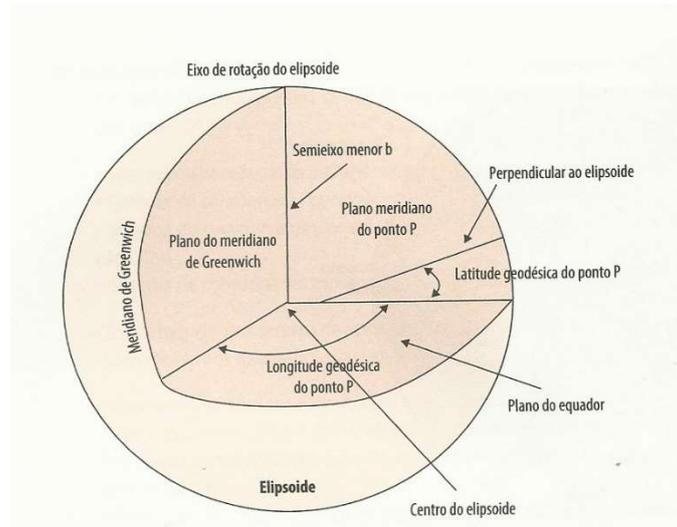


Figura 3. Sistema de coordenadas geodésicas.

Fonte: Tuler e Saraiva (2014).

A Figura 4 apresenta a relação entre a superfície física, o geóide e o elipsoide. A separação geóide-elipsoide é a ondulação geoidal (N). O ângulo formado entre a normal ao elipsoide e a vertical ao geóide é ângulo de desvio da vertical (i) e mede a inclinação do geóide em relação ao elipsoide de referência (GEMAEL, 2002). Este ângulo é pequeno e, portanto, de forma aproximada:

$$H \cong h - N \tag{2}$$

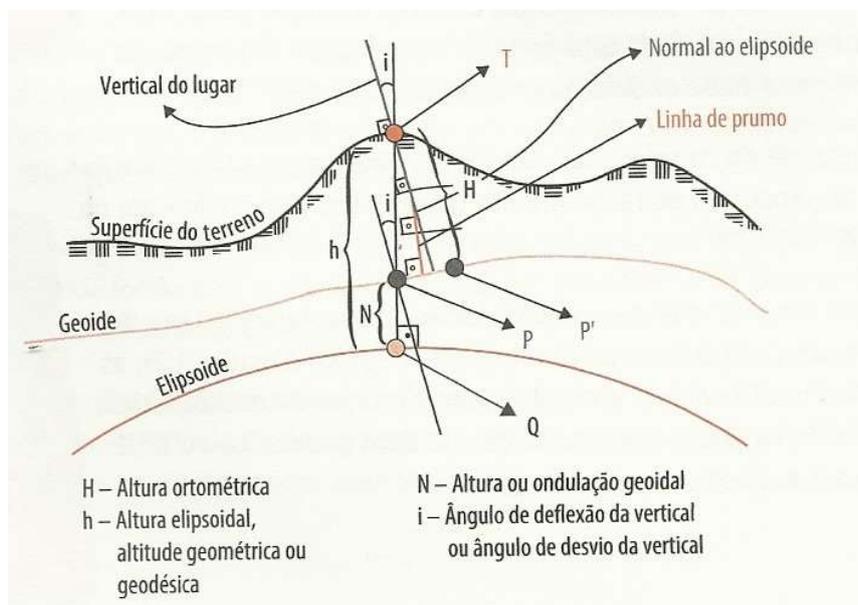


Figura 4. Relação entre geóide, elipsoide e superfície física da Terra.

Fonte: Tuler e Saraiva (2014).

Assim, a altitude ortométrica pode ser determinada a partir da altitude geométrica e da ondulação geoidal. Atualmente os receptores GNSS tem sido amplamente empregados, pois é um equipamento de fácil instalação e manuseio e possui elevada precisão de acordo com as técnicas de rastreamento e processamento utilizadas. Conhecendo-se o geoide de uma área com qualidade igual ou melhor que a altitude geométrica se calcula H através da expressão (2), resultando em H também com elevada precisão.

3 CÁLCULO DO GEOIDE

Neste capítulo são apresentadas a fórmula de Stokes que será utilizada no cálculo do geóide, as correções que devem ser feitas nas medições gravimétricas visto que estas são realizadas sobre a superfície física da Terra e deve-se reduzi-las ao geóide e uma breve explicação sobre modelos geopotenciais globais que fazem parte do cálculo do geóide.

O geóide como referencial altimétrico é a superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra, coincidente com o nível médio do mar não perturbado que se prolonga pelos continentes (SOUZA, 2006; GEMAEL, 2002; TORGE, 2001). A geometria do campo de gravidade é especialmente importante para aplicações locais enquanto que a expansão dos harmônicos esféricos é uma importante ferramenta para representação do campo de gravidade global (TORGE, 2001).

Um corpo rotacionando com a Terra sofre a ação da força gravitacional das massas da Terra e outros corpos celestes assim como a força centrífuga devido ao movimento de rotação da Terra. A resultante dessas forças é a gravidade nesse corpo. Para o caso dos satélites artificiais, que não rotacionam com a Terra, apenas há a ação da força gravitacional (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005; TORGE, 2001).

Hirvonen (1961 apud GEMAEL, 2002) denomina as superfícies equipotenciais do campo de gravidade de geopes. O geope fundamental é o geóide, onde $W = W_0$, que é o nível médio dos mares não perturbados prolongado através dos continentes. Dada a dificuldade de se conhecer a variação da densidade no interior do planeta adotam-se modelos, os quais vão sendo aprimorados afim de aproximá-los da realidade. O modelo adotado pelos geodestas é a Terra normal, que é um elipsoide de revolução ao qual se atribui a mesma massa M (incluindo a massa da atmosfera) e a mesma velocidade de rotação ω da Terra real, além da importante injunção de a sua superfície ser equipotencial. Da mesma forma que à Terra real está associado o campo de gravidade com seu geopotencial, à Terra normal está associado o campo de gravidade normal (γ) com seu esferopotencial (U), sendo suas superfícies equipotenciais chamadas de esferopes. Assim, as equações que envolvem tanto o geopotencial quanto o esferopotencial são análogas, respeitando seus elementos definidores

Para a representação e análise do campo de gravidade e suas aplicações na determinação da forma e estrutura da Terra, utiliza-se o campo de gravidade anômalo, expresso

pelo seu potencial (T) que é obtido a partir do geopotencial e do esferopotencial (HEISKANEN & MORITZ, 1967 apud PEREIRA, 2008; HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005;):

$$W = U + T \quad (5)$$

ou

$$T = W - U \quad (6)$$

$$T = V_W + \phi - [V_U + \phi] \quad (7)$$

$$T = V_W - V_U \quad (8)$$

Assim, o potencial anômalo é a diferença entre os potenciais gravitacionais do geopotencial e do esferopotencial (Eq. 8), caracterizando uma função harmônica no exterior das massas atrativas.

A gravidade terrestre varia em razão de alguns fatores como a posição devido a variação da distância entre o ponto e o centro de massa da Terra, da atração das massas topográficas e variação da densidade no interior da Terra. De forma a minimizar essas variações e separá-las, faz-se necessário reduzir as observações gravimétricas ao geoide antes de comparar com a gravidade teórica, que é a gravidade da Terra normal (TORGE, 2001).

A Figura 5 mostra que a gravidade é medida sobre a superfície terrestre, representada pelo ponto P', P é a projeção de P' ao longo da vertical sobre o geoide e Q é a projeção de P' ao longo da normal sobre o elipsoide. A distância PQ é conhecida como altura do geoide ou ondulação geoidal (N) (GEMAEL, 2002).

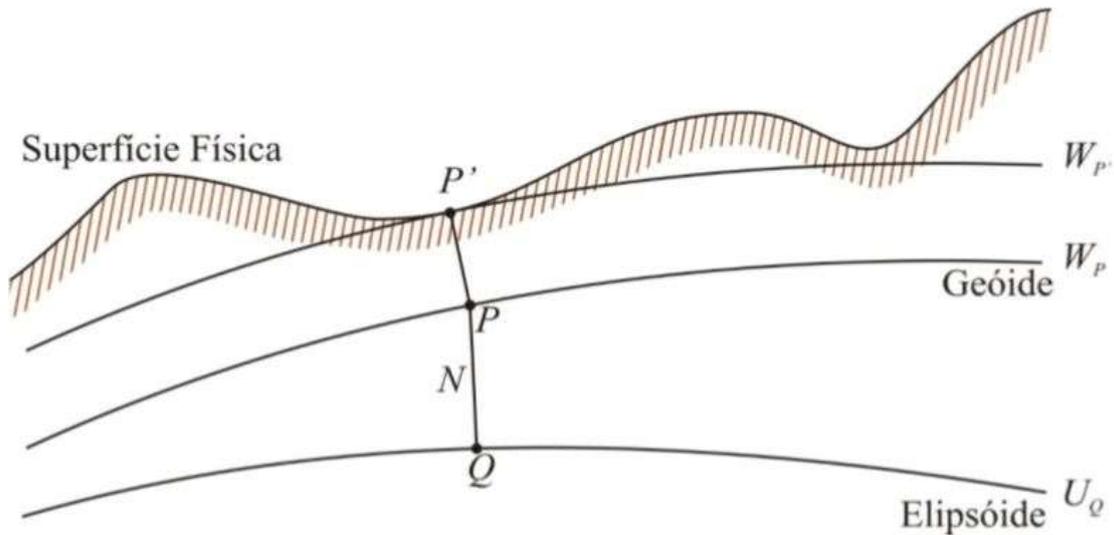


Figura 5. Ponto P' projetado sobre o geóide (ponto P) e sobre o elipsóide (ponto Q).

Fonte: Gemael, 2002 apud PEREIRA, 2008.

A diferença entre a gravidade observada - reduzida ao geóide - (g_P) e a gravidade teórica (γ) no mesmo ponto é o distúrbio de gravidade (δg_P) (HEISKANEN & MORITZ, 1967 apud PEREIRA, 2008):

$$\delta g_P = g_P - \gamma_P \quad (9)$$

A gravidade teórica é dada por:

$$\gamma_P = \gamma_Q + \frac{\partial \gamma}{\partial h} N \quad (10)$$

onde (γ_Q) é a gravidade teórica sobre o elipsóide. Analisando a Eq. 10 verifica-se que para a gravidade teórica é necessário conhecer a altura geoidal (N).

Usualmente utiliza-se a anomalia gravimétrica (Δg) que é a diferença entre a gravidade reduzida ao geóide e a gravidade teórica sobre a superfície do elipsóide:

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q \quad (11)$$

O esferopotencial na superfície do geóide é obtido a partir do seu valor conhecido na superfície do elipsóide:

$$U_P = U_Q - N\gamma_Q \quad (12)$$

Substituindo na equação do potencial anômalo (8) tem-se:

$$T_P = W_P - U_Q + N\gamma_Q \quad (13)$$

A Fórmula de Bruns, que relaciona a altura geoidal (N_P) com o potencial anômalo (T_P) e a gravidade teórica (γ_P) é obtida através da utilização da injunção que $W_P = U_Q = W_0$ (HEISKANEN & MORITZ, 1967 apud PEREIRA, 2008):

$$N_P = \frac{T_P}{\gamma_P} \quad (14)$$

Substituindo (10) em (9) tem-se:

$$\delta g_P = g_P - \gamma_Q - \frac{\partial \gamma}{\partial h} N \quad (15)$$

Lembrando que

$$\delta g_P = -\frac{\partial T}{\partial h} \quad (16)$$

e

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q \quad (17)$$

A partir da combinação de (15), (16) e (17) tem-se a equação fundamental da geodésia (HEISKANEN & MORITZ, 1967 apud PEREIRA, 2008;):

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{\partial \gamma}{\partial h} N \quad (18)$$

E, substituindo (18) na Fórmula de Bruns (14) obtém-se:

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T \quad (19)$$

A Eq. 19 tem aplicação prática na determinação do geoide, pois relaciona a anomalia gravimétrica (Δg) com o potencial anômalo (T). Assim, fazendo a aproximação esférica, obtém-se:

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T = -\frac{2}{r} T \quad (20)$$

A Eq. 19 é reescrita na forma:

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r} T \quad (21)$$

No exterior das massas atrativas, o potencial anômalo é uma função harmônica, podendo ser desenvolvida em harmônicos esféricos (assim como foi feito para geopotencial e o esferopotencial). Desta forma tem-se (HEISKANEN & MORITZ, 1967 apud PEREIRA, 2008):

$$T(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} T_n(\theta, \lambda) \quad (22)$$

Onde $T_n(\theta, \lambda)$ é o harmônico esférico de superfície de grau n e é dado por:

$$T_n(\theta, \lambda) = \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm} \cos \theta \quad (23)$$

Adotando a aproximação esférica, $r = R$, tem-se:

$$T(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} T_n(\theta, \lambda) \quad (24)$$

Fazendo a derivada da Eq. 22 em relação a r , tem-se o distúrbio da gravidade em harmônicos esféricos:

$$\delta g_P = -\frac{\partial T}{\partial h} = \frac{1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) T_n(\theta, \lambda) \quad (25)$$

Finalmente, substituindo a Eq. 25 e a Eq. 22 na Eq. 21 obtém-se a ondulação geoidal em harmônicos esféricos:

$$N = \frac{1}{\gamma} \sum_{n=0}^{\infty} T_n(\theta, \lambda) \quad (26)$$

3.1 A fórmula de Stokes

A equação fundamental da geodesia, Eq. 18, pode ser aplicada somente como uma condição de contorno, pois as anomalias gravimétricas são conhecidas apenas na superfície do geoide, o que impossibilita o cálculo do potencial anômalo (T). A partir da Eq. 21 e de alguns passos matemáticos, a equação do potencial anômalo resulta em (HEISKANEN & MORITZ, 1967 apud PEREIRA, 2008):

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (27)$$

com

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} - 6 \cdot \sin\frac{\psi}{2} + 1 - 5 \cdot \cos\psi \cdot \ln\left(\sin\frac{\psi}{2} + \sin^2\frac{\psi}{2}\right) \quad (28)$$

Substituindo a Eq. 25 na Eq.17 tem-se:

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (29)$$

A fórmula de Stokes permite calcular a ondulação geoidal por meio das anomalias gravimétricas. A função de Stokes $S(\psi)$ é o núcleo de integração, que atribui peso maior aos dados mais próximos do ponto considerado. As coordenadas esféricas polares são utilizadas na fórmula pois o argumento da função S é uma coordenada esférica (ψ) e a outra coordenada é o azimute (α) (GEMAEL, 2002; TORGE, 2001).

3.2 Reduções gravimétricas

As medidas gravimétricas são realizadas sobre a superfície topográfica da Terra e por isso devem ser reduzidas ao geoide. A redução gravimétrica envolve o cálculo de vários efeitos gravitacionais, as correções gravimétricas e a escolha do tipo de redução aplicada determina o tipo de anomalia resultante. Desta forma, a comparação da anomalia reduzida ao geoide com a gravidade teórica no ponto da Terra normal tem-se a anomalia gravimétrica em sua forma genérica (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005):

$$\Delta g_a = g + C_a - \gamma \quad (31)$$

sendo:

g é a gravidade medida na superfície topográfica;

C_a é correção para redução ao geoide;

γ é gravidade teórica, associada ao modelo terrestre adotado.

3.3 Anomalia Ar-livre

Calcula-se a anomalia Ar-livre por meio da correção ar-livre. Esta correção (C_A) é determinada a partir do gradiente vertical teórico e da altitude ortométrica do ponto o qual foi feita a observação gravimétrica. Nesta correção apenas a variação da aceleração da gravidade associada à distância entre a superfície topográfica e geoide é considerada (TORGE, 2001; GEMAEL, 2002).

A correção da anomalia Ar-livre é dada por:

$$\Delta g_A = g + C_A - \gamma \quad (32)$$

sendo

$$C_A = -\frac{\partial \gamma}{\partial H} H \cong 0,3086H \quad (33)$$

3.4 Anomalia Helmert

Helmert deduziu dois métodos de redução ao geoide. No primeiro método, as massas topográficas são condensadas sobre uma superfície paralela abaixo do geoide. Já no segundo método, as massas topográficas são condensadas sobre o geoide, formando uma superfície de densidade ρH . Essa anomalia consiste em somar a correção topográfica (C_T) à correção Ar-livre. Assim:

$$\Delta g_A = g + C_A + C_T - \gamma \quad (34)$$

A gravidade medida na superfície física da Terra é reduzida ao geoide retirando o efeito da gravitacional das massas topográficas. O efeito gravitacional é formado pela componente regular, associada a uma placa de espessura constante e dimensões infinitas, cuja remoção requer a densidade média da crosta terrestre e a altitude ortométrica do ponto onde foi feita a observação gravimétrica. No caso da componente irregular do efeito gravitacional, a qual é associada às feições topográficas locais, é feita a decomposição da topografia em corpos prismáticos sendo o cálculo deste efeito realizado via integração numérica a partir de modelos topográficos digitais (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005).

A correção topográfica é a componente vertical da aceleração gravitacional associada à topografia próxima ao local do levantamento gravimétrico. A correção topográfica de um ponto $P(x,y)$ é dada por (GEMAEL, 2002; TORGE, 2001):

$$C_T(x_P, y_P) = \frac{G\rho R^2}{2} \iint_E \frac{[H(x,y) - H(x_P, y_P)]^2}{l^3(x_P - x, y_P - y)} dx dy \quad (35)$$

onde:

$$l(x_P - x, y_P - y) = \sqrt{(x_P - x)^2 + (y_P - y)^2} \quad (36)$$

com

G é a constante gravitacional de Newton ($6672 \times 10^{-14} \text{m}^3 \text{s}^{-2} \text{kg}^{-1}$);

ρ é a densidade da crosta terrestre, assumida como 2760 kg/m³;
 R é o raio de uma esfera aproximada ao geóide;
 x_P, y_P são as coordenadas do ponto de cálculo;
 x, y são as coordenadas dos pontos do modelo digital de terreno;
 H é a altitude ortométrica do ponto.

A aplicação da correção topográfica nas anomalias gravimétricas, as massas externas ao geóide são verticalmente comprimidas sob ele. Assim, o potencial gravitacional da Terra é alterado, sendo que a diferença entre o potencial das massas topográficas antes e depois da redução é chamado de Efeito Indireto do Potencial (SIDERIS, 1997 apud GENRO, 2006). Quando a redução corresponde ao geóide é denominada de Efeito Indireto. Ao utilizar a anomalia de Faye (anomalia gravimétrica com correção ar-livre, correção topográfica e correção atmosférica), a superfície equipotencial é chamada de co-geóide. A soma do efeito indireto ao co-geóide determina a superfície do geóide.

O efeito indireto é dado por (SIDERIS, 1997 apud GENRO, 2006):

$$\delta N = \delta N_0 + \delta N_1 + \delta N_2 \quad (37)$$

$$\delta N_0 = -\frac{\rho\pi G}{\gamma} H_P^2 \quad (38)$$

$$\delta N_1 = -\frac{G\rho}{\gamma} \left[\int \frac{H-H_P}{\sqrt{x^2+y^2+H_m^2}} dx dy - \int \frac{H-H_P}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy \right] \quad (39)$$

$$\delta N_2 = -\frac{G\rho}{6\gamma} \left[\int \frac{H^3-H_P^3}{\sqrt{x^2+y^2+H_m^2}} dx dy \right] + \frac{G\rho}{2\gamma} \left[\int \frac{H-H_P}{\sqrt{x^2+y^2+H_m^2}} dx dy \right] \quad (40)$$

onde:

δN é o efeito indireto das massas topográficas;
 G é a constante gravitacional;
 ρ é a densidade da crosta terrestre;
 γ é a gravidade normal;
 H_m é a altitude ortométrica média da área de interesse;

H_p é a altitude ortométrica do ponto de cálculo;
 x e y são as coordenadas dos pontos do modelo digital de terreno.

3.5 Anomalia Bouguer

Na correção de Bouguer ocorre a remoção do efeito gravitacional das massas topográficas entre o ponto da observação gravimétrica e o geóide. A anomalia de Bouguer é dada por (TORGE, 2001; GEMAEL, 2002):

$$\Delta g_B = g + C_A + C_T + C_B - \gamma \quad (41)$$

onde

$$C_B = 2\pi G\rho H = -0,1119H \quad (42)$$

3.6 Correção atmosférica

A correção atmosférica também deve ser aplicada às anomalias gravimétricas e está relacionada a massa de ar que circunda a atmosfera. Essa correção é dada por (GEMAEL, 2002; HOFMANN-WELLENHOF, 2005):

$$C_{ATM} = 0,8658 - 9,727 \times 10^{-5}H + 3,482 \times 10^{-9}H^2 \quad (43)$$

3.7 Correção de maré

A correção de maré surge da influência combinada do sol e da lua e deve ser aplicada à leitura instrumental do gravímetro (correção da atração luni-solar). A interação da Terra com o Sol e a Lua causa perturbações no campo de gravidade que devem ser removidas da aceleração da

gravidade medida nos levantamentos gravimétricos. A expressão da correção de maré é dada por (GEMAEL, 2002; HOFMANN-WELLENHOF, 2005):

$$C = [gp_L^3 M_L (3\cos^2 Z_L - 1) + gp_S^3 M_S (3\cos^2 Z_S - 1)]\delta \quad (44)$$

onde:

g é a gravidade;

p é a paralaxe horizontal (efemérides do Sol e da Lua);

M é a massa do astro perturbador quando se toma a massa da Terra como unitária;

Z é a distância zenital geocêntrica;

δ é o fator gravimétrico.

3.8 Correção da deriva instrumental

É a correção que deve ser aplicada à leitura instrumental do gravímetro devido às variações temporais do comportamento elástico de sua mola. A deriva instrumental é a variação observada nas leituras do gravímetro, resultante das modificações que ocorrem em suas características físicas, em um certo intervalo de tempo. Pode ser classificada como deriva estática, se o gravímetro permaneceu parado, e deriva dinâmica, quando o gravímetro permaneceu em movimento durante o levantamento gravimétrico. A correção de deriva, que é o tempo correspondente à deriva instrumental é dado por (GENRO, 2006):

$$C_{DI} = \left(\frac{L_{inicial} - L_{final}}{HL_{final} - HL_{inicial}} \right) \Delta t \quad (45)$$

onde Δt é o período do levantamento gravimétrico.

3.9 Modelo geopotencial global

O modelo do geopotencial é um conjunto de coeficientes da função potencial

gravitacional da Terra desenvolvida em série de funções harmônicas esféricas. A partir da década de 90 (chamada de década da gravidade) as missões espaciais possuíam objetivos específicos como obter o campo gravitacional terrestre. Para isto, os satélites desenvolvidos trafegavam em órbitas baixas com sofisticados equipamentos: *Global Positioning System* (GPS), *Doppler Orbit determination and Radiopositioning* (DORIS) e laser. O resultado das missões resultou em três satélites: CHAMP, GOCE e GRACE. Os dados destes satélites resultaram em diversos modelos do geopotencial. O movimento dos satélites artificiais possibilitou obter as perturbações do campo gravitacional de forma a modelar as heterogeneidades. Assim, os longos comprimentos de onda são melhor definidos com o uso dos satélites, enquanto que os curtos comprimentos de onda são determinados através de dados terrestres. Os curtos comprimentos de onda determinam os coeficientes de alto grau enquanto que os longos comprimentos de onda resultam nos coeficientes dos harmônicos esféricos de baixo grau (GUIMARÃES, 2010). Dentre os diversos modelos geopotenciais globais pode-se citar: *Earth Gravity Model 96* (EGM96), EGM2008, *European Improved Gravity model of the Earth by New techniques – GL04S* (EIGEN-GL04S), EIGEN-5C, EIGEN-6S.

3.9.1 *Earth Gravity Model – EGM2008*

O modelo EGM2008 resulta da decisão da Agência de Inteligência Geoespacial Nacional (*National Geo-spatial Intelligence Agency – NGA*) de produzir um modelo com a mais alta resolução espacial, visto que o modelo EGM96 possuía grau e ordem 360, resolução de 30' x 30' e precisão variando entre 0,5 e 1,0 metro em todo o globo. Assim, o mais recente modelo do geopotencial do EGM2008 (PAVLIS *et al.*, 2008), possui grau 2190 e ordem 2159, resolução de 5' x 5' e precisão de 0,15 metros.

Este modelo possui solução combinada com dados de 57 semanas do satélite GRACE e dados de anomalia de gravidade para um modelo digital de 5' x 5' abrangendo todo o globo terrestre. Foi criado um banco de dados com dados gravimétricos de superfície, determinados a partir de medidas terrestres, aéreas e marítimas e também anomalias de gravidade nas áreas oceânicas derivadas de altimetria de radar (GUIMARÃES, 2010).

O sistema de referência associado ao EGM é o *World Geodetic System 84* (WGS84), o mesmo dos sistemas de posicionamento global por satélite e adota a opção de livre maré (*Tide Free*) no cálculo dos coeficientes.

O EGM2008 apresenta lacunas de dados em algumas regiões do globo, como Antártica, África (algumas regiões), América do Sul e Sudeste Asiático e, em algumas áreas, dados com qualidade duvidosa. Em relação às anomalias de gravidade derivadas da altimetria por satélite, os dados formam um conjunto homogêneo.

3.10 Geoides regionais

Os geoides regionais combinam os dados dos modelos globais com os dados de gravidade terrestre e aéreos resultando em um modelo de ondulação geoidal mais adequado para a determinação e avaliação das altitudes ortométricas. O Brasil lançou em dezembro de 2015 o modelo MAPGEO2015 cujo erro médio quadrático é de 17 centímetros, uma melhora de 20%, de acordo com o IBGE, em relação ao seu antecessor o (MAPGEO2010). Tanto o modelo MAPGEO2010 quanto o novo modelo, o MAPGEO2015, possuem resolução de 5' de arco.

Diversos trabalhos têm sido realizados no intuito de determinar geoides locais para estados, municípios, regiões metropolitanas e cidades do Brasil. Alguns exemplos: Santos (2009) calculou geóide local da região metropolitana de Recife (PE), Genro (2006) determinou geóide para o estado do Paraná, Santos e Escobar (2000) fizeram um geóide para a região do município do Rio de Janeiro (RJ) e Porto Alegre conta com um geóide local calculado, o GEOIDEPOA2004 determinado por Silva e Medeiros (2005). Ainda a capital do estado do Rio Grande do Sul possui um modelo de altura geoidal o qual foi fornecido pelo setor de Cartografia da Secretaria de Urbanismo deste município. Neste modelo não há informações da aceleração da gravidade, apenas a simples diferença entre a altitude geométrica e a altitude ortométrica e possui resolução espacial de 1 metro x 1 metro, desvio padrão de 61 centímetros e erro médio quadrático de 10 centímetros.

3.11 Cálculo do geóide

Para o cálculo do geóide são utilizados três diferentes dados (FEATHERSTONE, 1997 apud GENRO, 2006):

1. Modelo geopotencial global, que servirá para modelar os longos comprimentos de onda da ondulação geoidal;

2. Dados gravimétricos terrestres e oceânicos em torno da área de interesse. Esses dados auxiliam na modelagem dos médios comprimentos de onda;

3. Modelo digital de terreno de alta resolução que fornecerá os pequenos comprimentos de onda.

O cálculo do geóide é feito através da técnica "Remoção-Cálculo-Restauração" - (*Remove-Restore technique*) e pode ser descrita da seguinte forma (FOTOPOULOS, 1999 apud GENRO, 2006):

a) Remoção do campo das anomalias gravimétricas fornecidas pelo modelo do geopotencial global (MGG) das anomalias gravimétricas de Helmert. Assim, tem-se as anomalias residuais de Helmert ($\Delta g_{RESIDUAL}$):

$$\Delta g_{RESIDUAL} = \Delta g_{HELMERT} - \Delta g_{MGG} \quad (46)$$

b) Com o $\Delta g_{RESIDUAL}$ calcula-se, através da Fórmula de Stokes, a ondulação residual do co-geóide ($N_{RESIDUAL}$);

c) Restauração da ondulação geoidal fornecida pelo modelo global do geopotencial do geóide (N_{MGG}) na ondulação residual do co-geóide ($N_{RESIDUAL}$) e, aplicando o efeito indireto das massas topográficas (δN), tem-se a restauração, pois o resultado final é a ondulação final do geóide (N_{GEOIDE}):

$$N_{GEOIDE} = N_{MGG} + N_{RESIDUAL} + \delta N \quad (47)$$

3.12 Avaliação e compatibilização de um geóide

Após o cálculo do geóide, resta avaliá-lo e verificar a existência de resíduo, ou seja, se há uma componente sistemática existente entre o geóide calculado e o referencial local do sistema altimétrico. Genro (2006) cita duas formas de avaliação do geóide calculado, a relativa e a absoluta. A avaliação relativa baseia-se na dupla diferença de alturas geoidais, dada por:

$$\delta N_{ij} = \Delta N_{ijGEOIDE} - \Delta N_{ijGPS/NIV} \quad (48)$$

$$\Delta N_{ijNGPS/NIV} = N_i - N_j = (h_i - H_i) - (h_j - H_j) = \Delta h_{ij} - \Delta H_{ij} \quad (49)$$

onde

δN_{ij} é o erro relativo do modelo geoidal, considerando a distância entre os dois pontos de validação utilizados.

$\Delta N_{ijGEOIDE}$ é a diferença entre duas alturas geoidais extraída do geoide (obtidos por meio de interpolação);

$\Delta N_{ijGPS/NIV}$ é a diferença entre duas alturas geoidais calculadas pela expressão:

$$N = h - H \quad (50)$$

A $\Delta N_{ijGPS/NIV}$ é obtida a partir do levantamento de referências de nível (RRNN) posicionadas com receptores GNSS. A vantagem da avaliação relativa é que os erros sistemáticos existentes no geoide são cancelados. A desvantagem deste método é que não é possível estimar o termo de ordem zero do geoide (GENRO, 2006)

A avaliação absoluta do geoide baseia-se na comparação das alturas geoidais obtidas por duas técnicas diferentes. Para o caso deste trabalho é comparada a altura geoidal advinda do geoide (N_{GEOIDE}) com a altura geoidal obtida em RRNN rastreadas com receptores GNSS (N_{GPS}). Assim:

$$N_{GEOIDE} - N_{GPS} = v_N \quad (51)$$

onde v_N é o resíduo

A avaliação absoluta é útil para determinar, de forma aproximada, a altura geoidal de ordem zero, termo de ordem zero dos harmônicos esféricos, o qual é deficiente em qualquer modelo geoidal determinado. Ainda, esta deficiência é em função do desconhecimento dos valores exatos do produto entre a massa da Terra e a constante gravitacional universal (GENRO 2006).

O termo de ordem zero é estimado pelo cálculo da média das diferenças das alturas geoidais de vários pontos de validação, ou seja, RRNN ou marcos geodésicos posicionados com receptores GNSS.

Caso exista o resíduo (v_N) é necessário fazer a modelagem desta componente sistemática para posterior remoção. Existem formas simplificadas como a aplicação de uma

constante ou modelos mais complexos que envolvem a aplicação de modelos polinomiais (GENRO, 2006; NUNES, 2010).

4 MATERIAL E MÉTODO

4.1 Área de estudo

O município de Porto Alegre está localizado na porção leste do estado do Rio Grande do Sul, no paralelo 30° S e meridiano 51° W. Possui, aproximadamente, 30 km de extensão Norte-Sul e 15 km de Leste-Oeste, compreendendo uma área total de 476,30 km², dos quais, 44,45 km² correspondem à região das ilhas do Lago Guaíba. O relevo varia de plano, na região central, a ondulado, na parte mais periférica, com variações de altitude de 1,1 m no Aeroporto Salgado Filho e 0,1 m na Ilha das Flores, até 311,20 m em seu ponto culminante, o Morro Santana. Para a realização deste trabalho, tomou-se como base a área representada na carta topográfica do Exército denominada “Porto Alegre”, folha SH-22-Y-B-III-2 / MI-2987/2, que engloba além do Município de Porto Alegre, a faixa limítrofe, à sudeste da região metropolitana, pertencente ao município de Viamão. A Figura 6 apresenta a área de estudo, incluindo a região das ilhas do Lago Guaíba. Na Figura 6 também são apresentados os pontos onde foram realizadas medições gravimétricas para determinação do geoide e os pontos utilizados para avaliação do geoide.

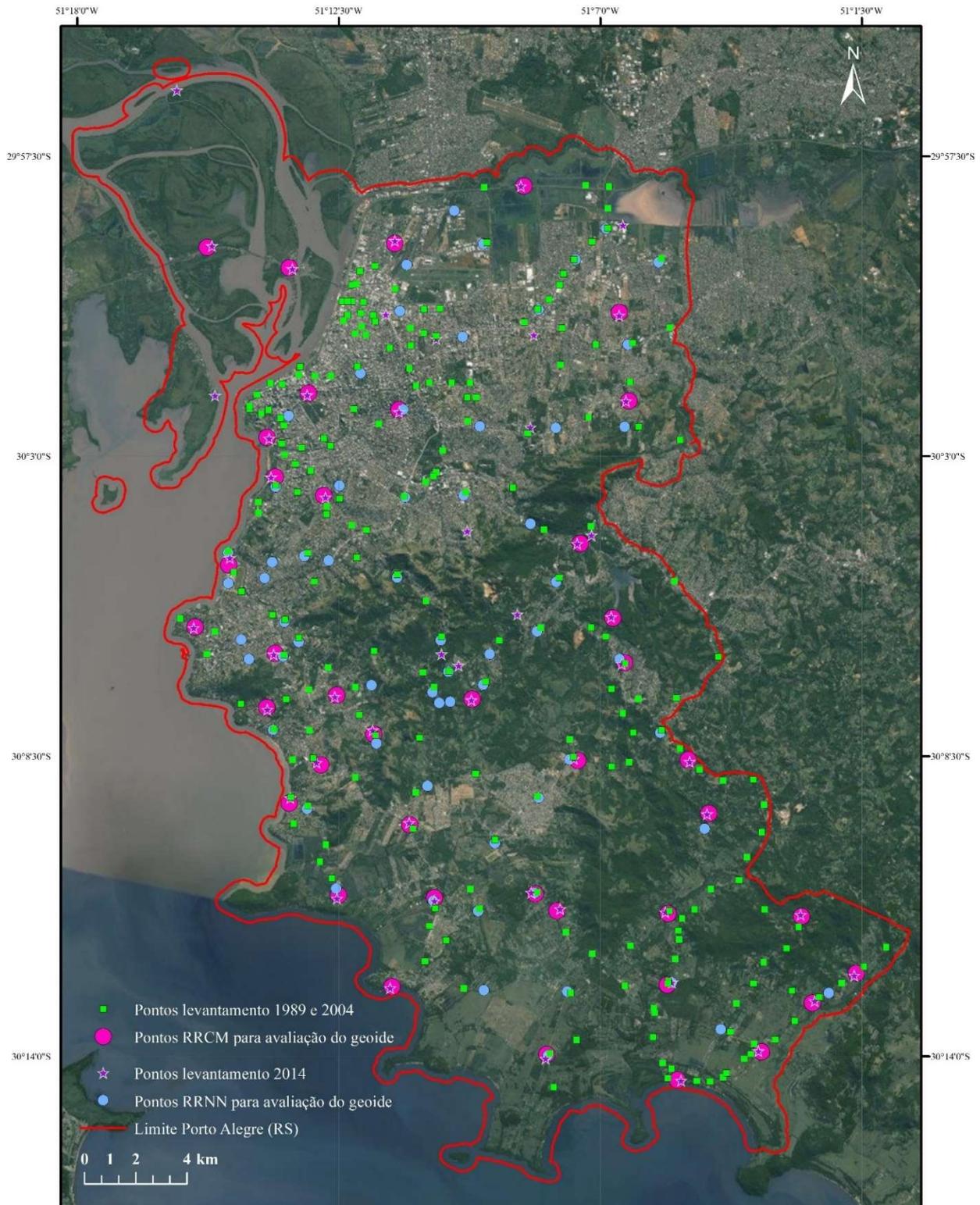


Figura 6. Pontos usados no cálculo e na avaliação do geóide.

Fonte: *Google Earth* (2015).

4.2 Dados utilizados

Nesta seção há uma breve descrição dos dados utilizados no cálculo do geoide bem como sua respectiva origem.

1. *Dados gravimétricos de diferentes campanhas de levantamento:*

- a) Levantamento gravimétrico realizado por Magro (1989): foram ocupadas RRNN distribuídas sobre a área urbana do município de Porto Alegre totalizando 180 pontos;
- b) Levantamento realizado por Silva e Medeiros (2004): foi feito o levantamento de 102 pontos de forma a complementar os dados de 1989, as altitudes ortométricas destes pontos foram determinadas a partir da interpolação de curvas de nível das cartas cadastrais nas escalas 1:1000 e 1:10000;
- c) Levantamento realizado em 2014 pelos autores (54 pontos), deste total, 53 pontos fazem parte da nova rede de referência cadastral municipal (RRCM). Esta nova rede conta com 94 pontos, sendo 50 marcos geodésicos principais e 44 marcos de azimute.

No entanto, deste total de 336 pontos foram utilizados 284, pois foram verificados pontos de mesmas coordenadas, mas com valores de anomalia Ar-livre diferentes e alguns pontos que não estavam nos limites do modelo digital de terreno que foi utilizado no cálculo da correção topográfica. Estes dados pertenciam aos levantamentos de 1989 e 2004.

2. *Anomalias de gravidade e ondulações geoidais do modelo global do geopotencial:* no site do serviço do *International Centre for Global Earth Models* (ICGEM) tanto para as anomalias gravimétricas quanto para as ondulações do geoide geradas usou-se 7" de resolução, o que equivale a aproximadamente 210 metros. Segundo testes feitos por Nunes (2010) utilizando o MAPGEO2004, constatou-se que em um raio de 200 a 250 metros a variação da ondulação geoidal é praticamente nula.

3. *Modelo digital do terreno:* para o cálculo da correção topográfica foi utilizado o modelo digital de terreno fornecido pela Prefeitura de Municipal de Porto Alegre, este foi um dos produtos gerados pelo levantamento aerofotogramétrico executado em 2010. Esse modelo possui tamanho do pixel de 1 m x 1 m, mas foi reamostrado para 100 m x 100 m devido ser a resolução máxima que o software da correção topográfica suporta.

4. *Modelo do efeito indireto* com resolução espacial de 2" x 2". Esta resolução foi utilizada porque foi fornecido com esta resolução;

5. *Pontos utilizados para avaliação do geoide:* 103 pontos que possuem tanto a altitude ortométrica quanto a altitude geométrica, sendo que 40 destes pontos pertencem à RRCM e

os demais 63 pontos são referências de nível da rede antiga da prefeitura Municipal de Porto Alegre/METROPLAN que foram rastreadas com receptor GPS de uma frequência por Goldani et al (2002).

4.3 Softwares utilizados

As anomalias Ar-livre dos dados levantados em 2014 foram calculadas utilizando o software *Oasis Montaj*, considerando o elipsoide GRS80 como superfície de referência para o cálculo de gravidade teórica enquanto que as anomalias Ar-livre dos demais levantamentos foram convertidas para GRS80. Os dados originais estavam com os dados de gravidade teórica em GRS67.

Para o cálculo da correção topográfica foi utilizado o software *TC2DFTPL*, programa em *FORTRAN77* desenvolvido por Sideris (1985) e Li e Sideris (1994). Optou-se pelo uso deste programa, por não apresentar efeito de borda, ou seja, os dados que estão no limite da área de estudo não são distorcidos no cálculo da correção topográfica (FALAVIGNA e SOUZA, 2015). A resolução utilizada no cálculo desta correção foi de 100 metros, pois foi a máxima resolução que se conseguiu executar no software.

O software *Golden Software Surfer* foi utilizado para o cálculo das correções gravimétricas e das ondulações do geoide (N_{GEOIDE}). As ondulações residuais ($N_{RESIDUAL}$) foram calculadas através do software *STOKES* o qual faz parte do pacote *GRAVSOFT* fornecidos pela Escola do Geoide do Serviço Internacional do Geoide (*International Geoid Service* - IGeS). Ainda foram utilizados o software *Microsoft Excel* para o cálculo das diferenças das ondulações e o *ArcGIS* para a elaboração dos mapas.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Resultados

Após cálculo dos resíduos das anomalias gravimétricas, fez-se a verificação de erros grosseiros. Para isto foi calculado a média e o desvio-padrão dos resíduos calculados ($\Delta g_{\text{RESIDUAL}}$). Os resíduos que estavam acima ou abaixo de 3σ foram considerados erros grosseiros e, conseqüentemente, removidos do cálculo do geóide. Identificou-se 7 pontos com resíduos acima de 3σ . A Tabela. 1 apresenta a média e o desvio-padrão do $\Delta g_{\text{RESIDUAL}}$ e a Figura 7 mostra a localização dos pontos.

Tabela 1. Estatísticas $\Delta g_{\text{RESIDUAL}}$.

Estatísticas	$\Delta g_{\text{RESIDUAL}}$ (mGal)
Mínimo	-19,1136
Máximo	47,7153
Média	4,3728
Desvio-padrão	10,3044

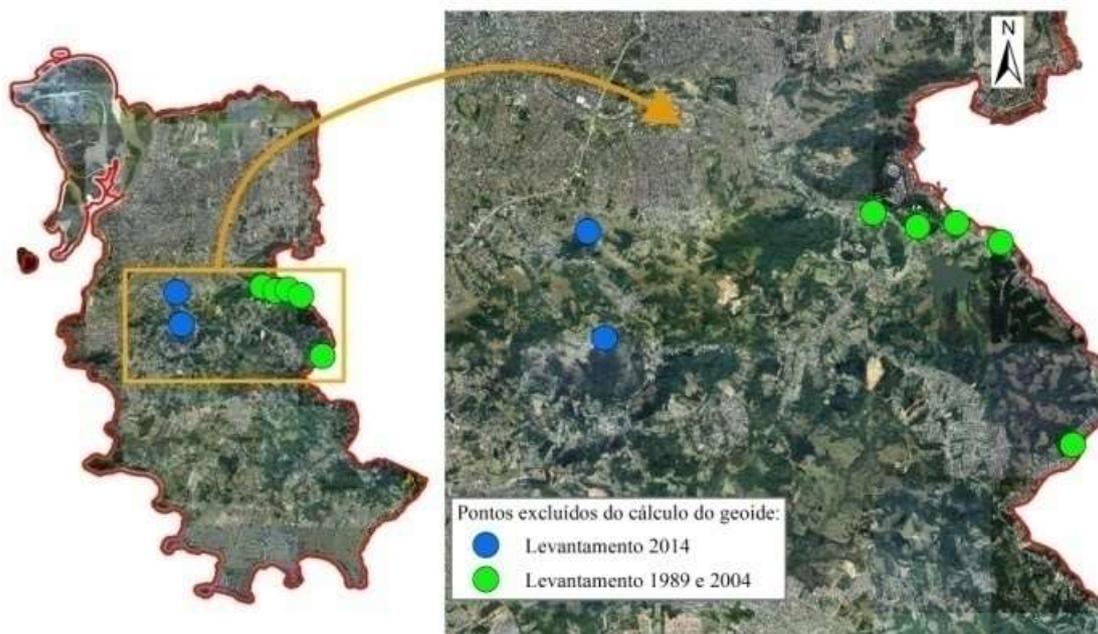


Figura 7. Pontos removidos no cálculo.

O geóide corrigido do efeito indireto do terreno mostrou que a grade do efeito indireto disponibilizada não abrange todos os pontos utilizados (29 pontos). Devido ao efeito indireto possuir valores muito pequenos (menor que 1 mm) optou-se por manter estes pontos no cálculo do geóide, considerando o efeito indireto nestes pontos como nulos.

A Tabela. 2 apresenta o maior e menor valor de N, bem como a média e o desvio-padrão da amostra do geóide calculado (N_{GEOIDE}) e do o geóide GPS (N_{GPS}).

Tabela 2. Estatísticas do N_{GEOIDE} , N_{GPS} .

Pontos usados	277	51
Estatísticas	N_{GEOIDE}	N_{GPS}
	(m)	(m)
Mínimo	5,2323	5,0240
Máximo	5,8018	5,6180
Média	5,5526	5,3399
Desvio-padrão	0,1318	0,1420

5.2 Avaliação absoluta

A Tabela 3 apresenta o resultado da análise absoluta dos dados ($N_{\text{GEOIDE}} - N_{\text{GPS}}$). Esta análise foi feita sobre 96 pontos que não fizeram parte do cálculo do geóide.

Tabela 3. Resultados avaliação absoluta.

Estatísticas	$N_{\text{GEOIDE}} - N_{\text{GPS}}$
	(m)
Mínimo	-0,0988
Máximo	0,3647
Média	0,2060
Desvio-padrão	0,0770
EMQ	0,2209

Neste trabalho se optou por aplicar a constante de 0,206 m como componente sistemática que foi o valor médio encontrado no cálculo das diferenças absolutas para verificar se há melhoria no resultado desta avaliação. Escolheu-se aplicar o valor constante devido a amplitude das ondulações geoidais ser de aproximadamente 57 centímetros e também pelo fato de no modelo de ondulação geoidal gerado no mapeamento de 2010 ter sido aplicado um valor constante. A Tabela 4 apresenta a estatística calculada após aplicação da constante para os pontos que foram utilizados no cálculo do geóide e a Tabela 5 apresenta os dados estatísticos dos pontos usados na avaliação absoluta.

Tabela 4. Resultados após remoção da componente 0,206 m.

Pontos usados	277
Estatísticas	NGEOIDE
	(m)
Mínimo	5,0263
Máximo	5,5958
Média	5,3466
Desvio-padrão	0,1318

Tabela 5. Resultados avaliação absoluta após remoção da componente sistemática.

Estatísticas	NGEOIDE- N_{GPS}
	(m)
Mínimo	-0,3048
Máximo	0,1587
Média	0,000
Desvio-padrão	0,0774
EMQ	0,0774

A Figura 8 apresenta a distribuição espacial dos resíduos da avaliação absoluta. Dos 96 pontos da avaliação absoluta apenas 17 apresentam valores residuais superiores a 10 centímetros e, apenas um valor está com resíduo superior a 30 centímetros, o ponto vermelho na Figura 8 apresenta resíduo igual 30,48 centímetros. Deste total de pontos avaliados 82,29% possui resíduo inferior a 10 centímetros.

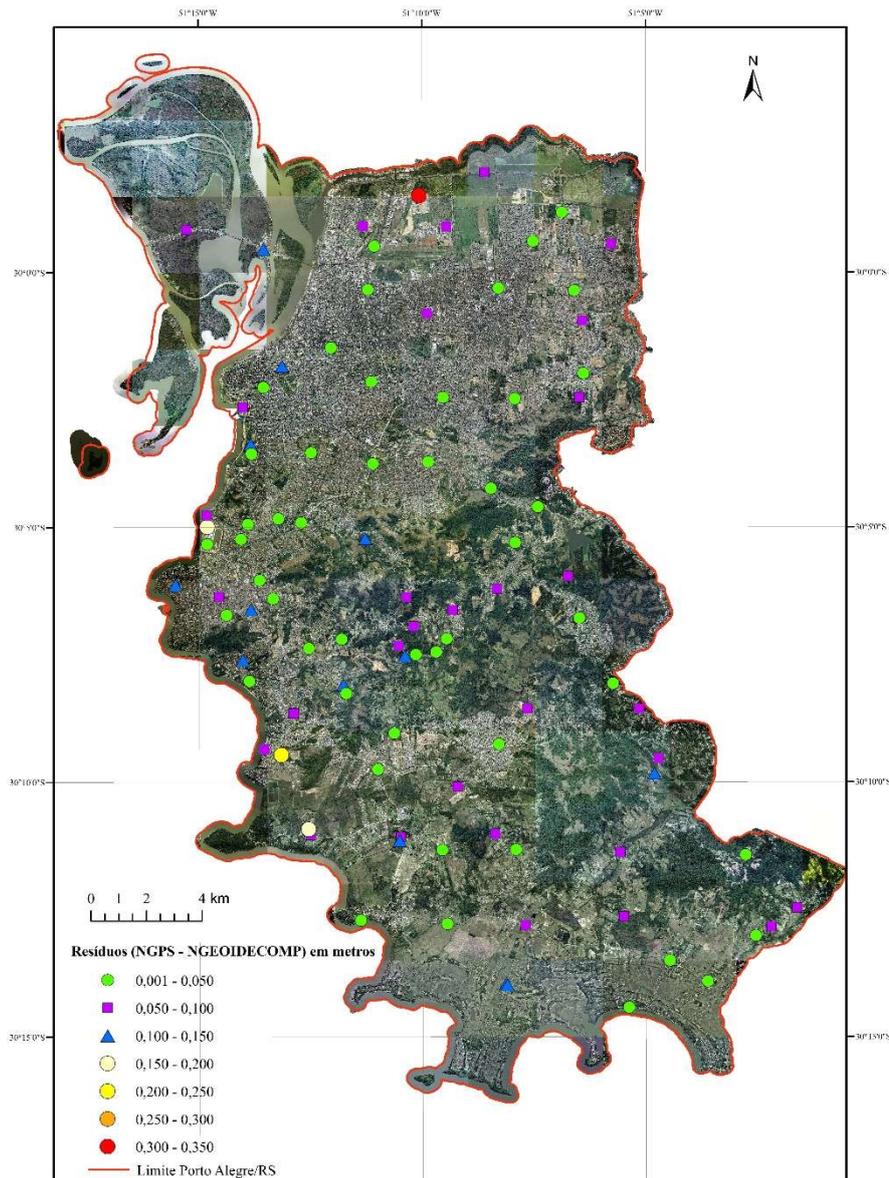


Figura 8. Resíduos da avaliação absoluta.

5.3 Avaliação relativa

A avaliação relativa foi realizada somente sobre 36 dos 96 pontos que não fizeram parte do cálculo do N_{GEOIDE} . Fez-se esta escolha porque o número de linhas base elaboradas entre os 96 pontos seria muito alta. Como o número máximo possível de linhas-base elaboradas entre estes pontos é de 630, optou-se por apresentar na Tabela 6 os 5 menores valores e os 5 maiores ppm encontrados assim como a média e o desvio-padrão desta avaliação.

Tabela 6. Os cinco menores, os cinco maiores valores, a média e o desvio-padrão calculados na avaliação relativa.

Linha base	Distância (km)	$\Delta N_{GPS/NIV}$ (m)	ΔN_{GEOIDE} (m)	ΔN_{GEOIDE} - $\Delta N_{GPS/NIV}$ (mm)	Erro relativo (ppm)
M32A-M50A	25,7	0,0802	0,0804	0,2819	0,011
M04A- M49A	12,6	0,2697	0,2695	-0,1649	0,013
M28A-M50A	19,1	0,2799	0,2812	1,3937	0,073
M28A-M32A	14,2	0,1997	0,2008	1,1117	0,078
M11A- M42A	23,8	-0,2757	-0,2736	2,0608	0,086
.
.
.
M01A- M02A	1,4	0,0445	-0,0204	-64,921	47,149
M38A-M39A	1,8	-0,0430	0,0525	95,511	53,305
M34A-M47A	0,9	0,0490	-0,0010	-5,026	53,679
M22A-M43A	1,8	0,0980	-0,0088	-106,854	58,536
M31A-M32A	1,9	0,1313	-0,0043	-135,603	69,924
				Média	6,771
				Desvio-padrão	7,637

A Figura 9 apresenta o geóide calculado. A amplitude da ondulação geoidal é de 56,9 centímetros.

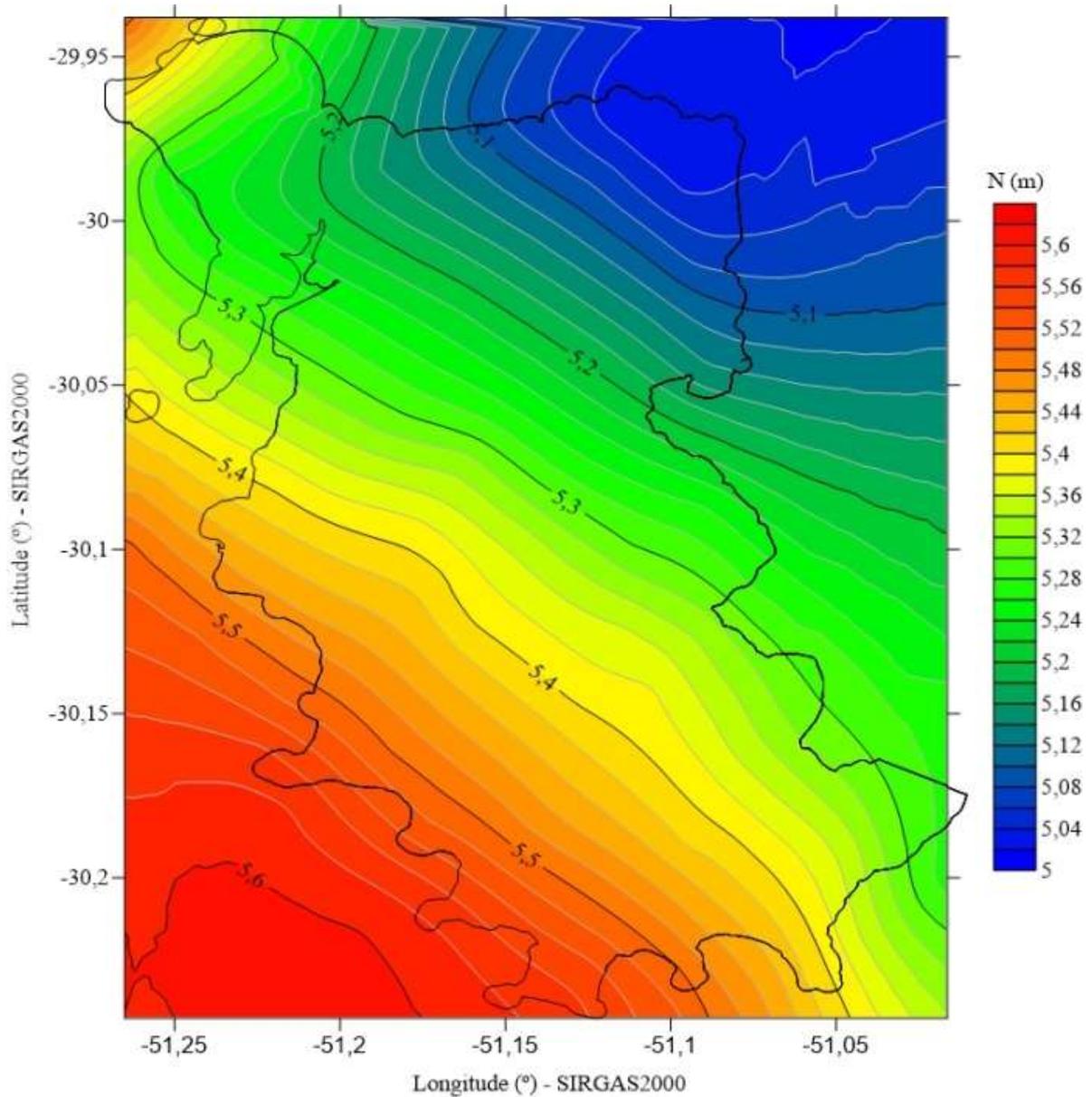


Figura 9. Geóide calculado.

Uma outra forma de avaliar o geóide calculado é determinar a altitude ortométrica de pontos que não fizeram parte nem do cálculo do geóide nem das avaliações relativa e absoluta. Para este experimento foram escolhidos 7 pontos aleatórios, sendo quatro pertencentes à nova rede de referência cadastral municipal e três da rede antiga. A Tabela 7 mostra o resíduo calculado entre a altitude ortométrica obtida via nivelamento geométrico e a

altitude ortométrica calculada pela diferença entre a altitude geométrica e a ondulação geoidal. A média das diferenças calculadas foi de 7 mm e o desvio-padrão igual a 5 cm.

Tabela 7. Discrepâncias calculadas entre altitude ortométrica determinada via nivelamento geométrico e altitude determinada com o uso do geoide e altitude geométrica.

Pontos	Latitude (°)	Longitude (°)	H_{NIV} (m)	H_{GEOIDECOMP} (m)	Diferença (m)
M08A	-30,0358	-51,1872	32,973	32,928	0,045
M10A	-30,0620	-51,2136	15,326	15,263	0,062
M30A	-30,1430	-51,1245	39,515	39,510	0,005
M36A	-30,2115	-51,0931	13,999	13,952	0,047
RN057_2	-30,1121	-51,1099	84,630	84,661	-0,031
RN033	-30,1835	-51,1397	22,701	22,787	-0,086
RN078	-30,1112	-51,2279	21,828	21,815	0,012

5.4 Comparação do geoide calculado com os modelos MAPGEO2010, MAPGEO2015 e modelo de alturas geoidais (N_{PMPA})

Outra avaliação realizada foi comparar as altitudes ortométricas determinadas com geoide calculado (N_{GEOIDE}) com as altitudes ortométricas determinadas utilizando os modelos geodais oficiais do Brasil, o novo MAPGEO2015 (N_{MAPGEO15}) e o modelo anterior, o MAPGEO2010 (N_{MAPGEO10}). Também foi feita a comparação com o modelo de alturas geoidais do município de Porto Alegre (N_{PMPA}).

A altitude ortométrica foi determinada conforme a Eq. (51) (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005):

$$H = h - N \quad (51)$$

A Tab. 8 apresenta 20 dos 96 pontos utilizados no experimento. Para fins de melhor avaliação foram usados os 5 pontos mais baixos, os 5 pontos mais altos e 10 pontos de altitude intermediária.

Tabela 8. Altitudes de 20 dos 96 pontos utilizados na avaliação.

Ponto	H_{MAPGEO15}	H_{MAPGEO10}	H_{GEOIDE}	H_{PMPA}
M46A	2,020	2,140	1,785	1,687
RN415	2,660	2,750	2,438	2,428
RN320	2,430	2,490	2,168	2,212
M28A	2,490	2,590	2,237	2,23
RN054	2,440	2,540	2,230	2,221
M50A	5,310	5,360	5,048	5,049
RN127	5,460	5,520	5,197	5,202
RN005	5,510	5,600	5,254	5,258
M42A	5,470	5,560	5,197	5,254
RN082	5,740	5,850	5,490	5,456
M39A	30,610	30,680	30,364	30,219
M34A	31,920	32,030	31,668	31,644
RN243	32,568	32,648	32,309	32,339
RN311	33,470	33,570	33,216	33,214
RN284	34,090	34,160	33,829	33,821
M31A	115,880	115,940	115,592	115,448
RN086	116,030	116,110	115,762	115,780
RN037	130,830	130,910	130,529	130,508
RN308	173,220	173,310	172,926	172,952
M37A	191,980	192,050	191,702	191,662

A Tab. 9 apresenta os valores das altitudes ortométricas determinada via nivelamento geométrico dos 20 pontos apresentados na Tab. 8.

Tabela 9. Altitudes ortométricas dos pontos avaliados determinadas por nivelamento geométrico.

Ponto	H_{NIV} (m)
M46A	1,744
RN415	2,134
RN320	2,170
M28A	2,290
RN054	2,296
M50A	5,099
RN127	5,194
RN005	5,256
M42A	5,306
RN082	5,387
M39A	30,275
M34A	31,698
RN243	32,368
RN311	33,205
RN284	33,807
M31A	115,508
RN086	115,798
RN037	130,473
RN308	172,864
M37A	191,716

A Tabela 10 apresenta as diferenças entre as diferenças entre as altitudes ortométricas calculadas pelos modelos geoidais (MAPGEO2015, MAPGEO2010, GEOIDE e modelo de alturas geoidais N_{PMPA}).

Em relação aos modelos MAPGEO2015 e MAPGEO2010, o modelo geoidal MAPGEO2015 apresentou melhores resultados, sendo que o menor resíduo foi de 14,4 centímetros. Observa-se que o geoide apresenta menores resíduos tanto em comparação com o

MAPGEO2015 e o MAPGEO2010. Quando comparado o modelo de alturas geoidais da N_{GPS} com o geóide, o modelo de alturas apresentou melhores resultados em 60% dos pontos.

Tabela 10. Diferenças entre as altitudes ortométricas do nivelamento e as altitudes ortométricas determinadas utilizando os quatro modelos.

Ponto	$\Delta H_{MAPGEO15} H_{NIV}$	$\Delta H_{MAPGEO10} H_{NIV}$	$\Delta H_{GEOIDE} H_{NIV}$	$\Delta H_{PMPA} H_{NIV}$
M46A	0,276	0,396	0,041	-0,057
RN415	0,526	0,616	0,304	0,294
RN320	0,260	0,320	-0,001	0,042
M28A	0,200	0,300	-0,052	-0,060
RN054	0,144	0,244	-0,065	-0,075
M50A	0,210	0,260	-0,051	-0,050
RN127	0,266	0,326	-0,109	0,008
RN005	0,254	0,344	-0,001	0,002
M42A	0,163	0,253	-0,109	-0,052
RN082	0,353	0,463	0,103	0,069
M39A	0,334	0,404	0,089	-0,056
M34A	0,222	0,332	-0,029	-0,054
RN243	0,200	0,280	-0,058	-0,029
RN311	0,265	0,365	0,011	0,009
RN284	0,283	0,353	0,022	0,014
M31A	0,371	0,431	0,084	-0,060
RN086	0,232	0,312	-0,035	-0,018
RN037	0,357	0,437	0,056	0,035
RN308	0,356	0,446	0,062	0,088
M37A	0,263	0,333	-0,013	-0,054

A Figura 10 apresenta em amarelo os pontos onde a altitude determinada utilizando o geóide apresentou valor mais próximo da altitude ortométrica das referências de nível, enquanto que em verde estão os pontos do modelo de altura geoidal (N_{PMPA}) que determinaram os valores mais próximos das altitudes ortométricas das RRNN.

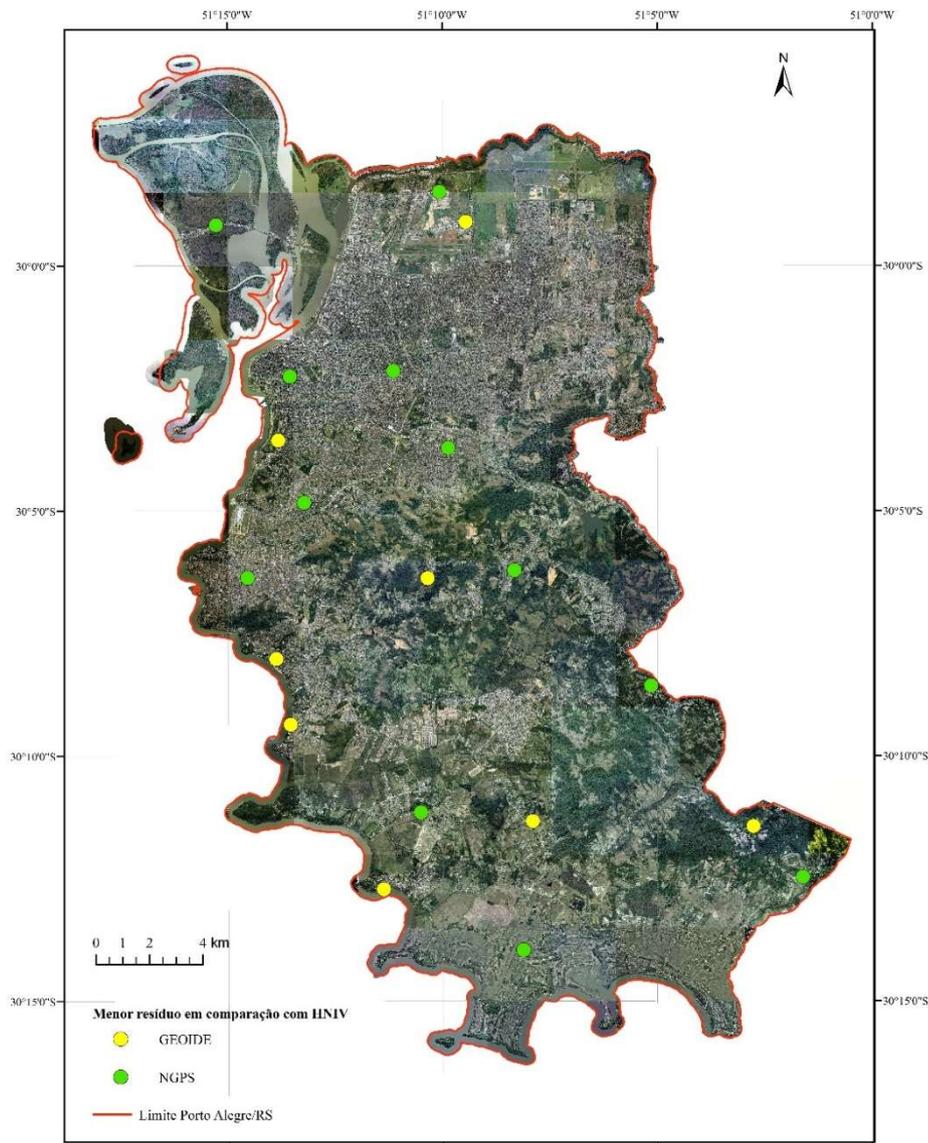


Figura 10. Distribuição espacial dos pontos avaliados no experimento.

Fonte: Ortofotos cedidas pela PMPA, 2010.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa o principal objetivo era determinar um novo geoide (GEOIDEPOA2016) para o município de Porto Alegre (RS) a partir do acréscimo de novos dados. O GEOIDEPOA2004 calculado por Silva e Medeiros (2004) apresentou desvio-padrão de 10 centímetros enquanto que o novo geoide calculado obteve desvio-padrão de 7,7 centímetros demonstrando que houve uma leve melhora nos resultados alcançados. A disseminação da utilização dos sistemas de posicionamento GNSS requer que este tipo estudo seja realizado visto que a determinação de altitude ortométrica pode tornar-se um processo oneroso dependendo da distância e está sujeito a erros humanos. Naturalmente, em aplicações em que se exige alta precisão, o nivelamento geométrico não poderá ser substituído pelo método aqui estudado. Um exemplo a ser citado é o caso de instalações de redes de drenagem urbanas. Em áreas muito planas, ou seja, onde o desnível é muito pequeno, é imperativo a utilização de métodos que possibilitem erros abaixo do centímetro.

Apesar dos resultados apresentados serem promissores, é interessante realizar uma densificação dos pontos com observação de gravidade para verificar se há melhora no modelo geoidal calculado principalmente na região das ilhas do Guaíba a qual é carente de dados. Também se sugere a realização de novo levantamento gravimétrico nos pontos cujos resíduos das anomalias gravimétricas foram maiores que três desvios-padrão, assim pode-se analisar se há algum problema naquela região visto que os pontos se localizam na porção central do município.

Outro fator a ser considerado é a realização não apenas da densificação de pontos com observação gravimétrica, mas sim um novo levantamento para todo o município, pois a altitude da maioria dos pontos utilizados no cálculo do geoide foi determinada com precisão deteriorada (por interpolação de curvas de nível). Outro fato importante é que as RRNN da rede antiga foram rastreadas com receptores GNSS de apenas uma frequência, o que sugere em menor precisão no posicionamento GNSS.

A Prefeitura Municipal de Porto Alegre, através do setor de Cartografia da Secretaria de Urbanismo tem densificado sua rede de referência altimétrica, seria interessante realizar levantamentos gravimétricos e ocupações com receptores GNSS nestas referências de nível para calcular um novo geoide e assim obter um modelo mais preciso, com precisão adequada para as atividades de engenharia, por exemplo.

O experimento, que teve por objetivos comparar o geoide calculado em relação a outros modelos geoidais e de avaliar o novo modelo de ondulação geoidal do Brasil, o MAPGEO2015, mostra que, para a cidade de Porto Alegre, houve melhora do MAPGEO2015 em relação ao modelo anterior, o MAPGEO2010, corroborando a informação do IBGE. Para o caso da cidade de Porto Alegre, o MAPGEO2015 apresentou uma melhora média de aproximadamente 10 centímetros nos pontos utilizados para avaliação. Conforme esperado o geoide apresentou melhores resultados em relação aos dois modelos do IBGE. Entretanto, o geoide não foi mais eficiente que o modelo de alturas geoidais. O modelo de alturas geoidais da prefeitura de Porto Alegre apresentou EMQ de 0,0810 metros enquanto que o modelo gravimétrico apresentou EMQ de 0,0774 metros. Os modelos do MAPGEO2010 e MAPGEO2015 apresentaram EMQ de 0,3558 metros e 0,2703 respectivamente.

Dada a relevância deste tema recomenda-se realizar novos experimentos com outros pontos para confirmar os resultados obtidos com os dois melhores modelos, o geoide e o modelo de alturas geoidais. Também sugere-se determinar regiões piloto com diferentes topografias (regiões planas e regiões mais acidentadas) para avaliar a empregabilidade tanto do geoide como do modelo de alturas geoidais para determinar as altitudes ortométricas em detrimento da topografia convencional. Ainda, estes modelos podem servir como ferramenta de verificação dos levantamentos topográficos entregues à prefeitura de Porto Alegre.

REFERÊNCIAS

AMOS, M.J.; FEATHERSTONE, W. E.; BLICK, G.H. **Preparations for a new gravimetric geoid model of New Zealand, and some preliminary results.** New Zealand Surveyor, n. 293, pp. 9-20, June 2003.

ARANA, J. M.; ARANA, D. **Determinação de altitude ortométrica com uso da integração do GPS/nivelamento ao MAPGEO2010.** Colloquium Exactarum, v. 5, n. especial, p. 90, Jul – Dez, 2013.

ANTÃO, M.; SEIXAS, A. de; MOTTA, J.; SANTOS, A. A. dos. **Desenvolvimento de uma metodologia para obtenção de altitudes ortométricas através de interpolação de modelos geoidais locais definidos por GPS e gravimetria.** In. Anais II Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Recife, 2008. Anais. p. 000-000, 2008.

FALAVIGNA, G. P.; SOUZA, S. F. **Comparação dos programas TC2DFTPL e TCFOUR no cálculo da correção de terreno para o Estado do Rio Grande do Sul.** Rev. Bras. Geom., v.3, n. 1, p.42-50, 2015.

FERREIRA, V. G.; DE FREITAS, S. R.; HECK, B; **A separação entre o geoide e o quase-geoide: Uma análise no contexto brasileiro.** Revista Brasileira de Cartografia, n. 63 – Edição Especial 40 anos, pp. 39-50, 2011.

GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física.** 2 Ed. UFPR – Editora, 302p., 2002.

GENRO, R. S. **Determinação de um geoide gravimétrico para o estado do Paraná utilizando colocação por mínimos quadrados.** Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2006.

GOLDANI, D; GENRO, R. S.; SALOMONI, R. **Determinação de um modelo geoidal local para o Município de Porto Alegre.** Trabalho de graduação - Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

GUIMARÃES, G. N. **A altimetria e o modelo geoidal no Estado de São Paulo.** Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2010.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. **Physical Geodesy.** SpringerWien-New York. 403 p., 2005.

IBGE. **Geociências**. Disponível em <<http://ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/fig3.htm>>. Acesso julho de 2014.

MAGRO, F. H. S.; PEREIRA, J. A. **Levantamento gravimétrico do município de Porto Alegre**. XIV Congresso Brasileiro de Cartografia, Gramado. 1989.

MATOS, A. C. O. C. de; BLITZKOW, D.; GUIMARÃES, G. N.; LOBIANCO, M. C. B; COSTA, S. M. A. **Validação do MAPGEO2010 e comparação com modelos do geopotencial recentes**. Boletim de Ciências Geodésicas, v. 18, n. 1, p. 101, Jan-Mar. 2012.

MIRANDA, F. A. **Contribuição para análise do campo da gravidade na Região do Datum Vertical Brasileiro**. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2006.

MELO, L. F. de S.; DE FREITAS, S. R. C. **Avaliação de modelos globais do geopotencial para os estados do Maranhão e Piauí**. Boletim de Ciências Geodésicas, v. 18, n. 2, pp. 203-224, Abr-Jun. 2012.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS: descrição, fundamentos e aplicações**. 2ª Ed. São Paulo: Editora UNESP, 476p., 2008.

NGA. **EGM2008 GIS DATA**. Disponível em <http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08_gis.html>. Acesso em julho de 2014.

NUNES, V. C.. **Testes sobre a eficiência do modelo do geopotencial EGM2008 na cidade de Porto Alegre**. Dissertação (Mestrado em Sensoriamento Remoto) – Centro Estadual de Pesquisas em Sensoriamento Remoto e Meteorologia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2010.

PAVLIS, N. K.; *et al.* **An Earth Gravitational model to degree 2160. EGM2008**. Presented at the 2008 General Assembly of European Geosciences Union, Vienna, Austria, April 13-18, 2008.

PEREIRA, R. A. D.; HUINCA, S. C. M.; FERNANDES, S. L. **Uma análise crítica dos modelos locais do geopotencial para o Brasil**. XXVI Congresso Brasileiro de Cartografia, Gramado. 2014.

PEREIRA, A. A. **Um geóide gravimétrico para o sudeste do Brasil: determinação pela integral de Stokes e avaliação por GPS/nivelamento**. Dissertação (Mestrado em Geofísica)

– Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2008.

SÁ, N.C.de. **Modelos estatísticos e representação integrada do campo de gravidade no Brasil**. Tese (Doutorado em Geofísica) – Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1988.

SÁ, N.C.de.; MOLINA, E. C. **O geóide gravimétrico do Estado de São Paulo: resultados preliminares**. XVII Congresso Brasileiro de Cartografia, Salvador. 1995.

SAATKAMP, E. D.; MORAES, C. V. de, FARRET, J. C. **Avaliação do modelo geoidal EGM2008 para o Brasil**. In: Anais XIV Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, Natal, 2009. Anais. p. 4303-4310, 2009.

SANTOS, M. A. dos. **Metodologia para obtenção de altitudes ortométricas através de interpolação de modelos geoidais locais definidos por GPS/nivelamento e gravimetria**. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação) – Centro de Tecnologia e Geociências, Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2009.

SEVERO, T. C. **Estudo das altitudes físicas aplicado à rede altimétrica fundamental do Brasil no estado do Rio Grande do Sul**. Dissertação (Mestrado em Sensoriamento Remoto) – Centro Estadual de Pesquisas em Sensoriamento Remoto e Meteorologia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2013.

SEVERO, T. C.; KLEIN, I.; SOUZA, S. F. de; MATSUOKA, M. T.; VERONEZ, M. R. **Eficiência das alturas geoidais obtidas de modelos geoidais gravimétricos e geopotenciais no município de Porto Alegre**. Scientia Plena, v. 7, n. 1, pp. 1-9, Jan. 2011.

SEVERO, T. C.; SOUZA, S.F. de; MATSUOKA, M. T. **Posicionamento GPS sobre referências de nível no estado do Rio Grande do Sul**. In.: Anais III Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Recife, 2010. Anais.p. 001-005, 2010.

SILVA, A. G.; MEDEIROS, H. B. **Determinação e avaliação geóide gravimétrico no município de Porto Alegre: "GEOIDEPOA/2004"**. Trabalho de graduação - Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

SOUZA, D. V. **Avaliação de distorções da rede altimétrica fundamental no sul/sudeste do Brasil usando o geóide e GPS**. Dissertação (Mestrado em Geofísica) – Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2006.

TORGE, W. **Geodesy**. 3 Ed. Walter de Gruyter, Berlin New York, 416 p., 2001.

TULER, M.; SARAIVA, S. **Fundamentos de topografia**. Bookman, Porto Alegre, RS, 308p., 2014.

VANÍČEK, P.; KRAKIWSKY, E. **Geodesy**. 2·Ed. Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 985p., 1993.