

Instituto de Física
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

RADIAÇÃO GAMA
E
TESTES DE SIMETRIA

Claudio Scherer

Dissertação apresentada à Faculdade de Filosofia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Porto Alegre

1968

P R E F Á C I O

Este trabalho trata essencialmente dos métodos aplicados e aplicáveis para testar, no laboratório, a invariança das forças nucleares frente às Transformações de paridade e inversão temporal. O capítulo I apresenta os conceitos de simetrias de reflexão e uma síntese dos principais resultados experimentais obtidos até a presente data, relativos às referidas invarianças. Trata também, brevemente, da conjugação de carga. O capítulo II trata do problema da emissão espontânea de fótons por núcleos, a partir dos resultados obtidos para o processo de absorção, usando os conceitos de inversão temporal e balanço detalhado. É também introduzida a convenção de fase para os elementos de matriz dos tensores de interação. O tratamento apresentado está baseado essencialmente no artigo de Rose e Brink, referência 23. O capítulo III trata da distribuição angular das radiações gama. O tratamento do primeiro parágrafo, cascata múltipla, assemelha-se ao apresentado por Weidenmüller, referência 47. É também estudada a influência sobre as radiações de possíveis impurezas de paridade nos estados nucleares. Os capítulos II e III foram escritos com a finalidade de servir como base teórica para o capítulo IV, que trata dos testes de simetria e é o principal do trabalho, embora não seja o maior.

Quero expressar aqui o meu agradecimento às pessoas que cooperaram ativamente neste trabalho: ao Prof. John D. Rogers que sugeriu o assunto e me orientou durante a sua preparação, através de profícuas discussões; a Célia Thomaz pelos trabalhos de datilografia e a Irene M. Strauch e Alfredo Aveline pelo exaustivo trabalho de manuscreever as fórmulas.

Meus agradecimentos àquêles que me deram condições de escrever este trabalho, professores Theodor Maris e Darcy Dillenburg, que orientaram os meus primeiros passos em pesquisa.

A todos os meus colegas, que com seu incentivo, tornaram mais agradáveis as horas de trabalho, meu muito obrigado.

Pôrto Alegre, agosto de 1968.

Claudio Scherer

I N D I C E

I - SIMETRIAS DISCRETAS EM FÓRÇAS NUCLEARES	
I.1 - Transformações e Simetrias	1
I.2 - Invarianças e Interações	4
I.3 - Alguns Resultados Experimentais	5
II - A RADIAÇÃO ELETROMAGNÉTICA	
II.1 - Probabilidade de Transição por Absorção de Fótons	8
II.2 - Transformação T e convenção de Fase	12
II.3 - Probabilidade de Emissão Expontânea	14
II.4 - Os operadores Multipolares	17
II.5 - Os elementos de Matriz de $T_{\lambda\mu}^{(\pi)}$	23
III - CORRELAÇÃO ANGULAR	
III.1 - Distribuição Angular de Radiações em Cascata	26
III.2 - Cascata Dupla	30
III.3 - Hamiltoniano não Invariante Frente a P e os Elementos de Matriz	34
III.4 - Distribuição Angular de Radiações de um Sistema Nuclear Orientado	37
IV - TESTES DE SIMETRIA EM FÓRÇAS NUCLEARES	
IV.1 - Paridade	41
IV.2 - Inversão Temporal	46
APÊNDICE	50
REFERÊNCIAS	53

C A P Í T U L O I

SIMETRIAS DISCRETAS EM FORÇAS NUCLEARES

I.1 Transformações e Simetrias

É perfeitamente conhecido o fato de que as leis da Natureza e os resultados de tôdas as experiências efetuadas em um do sistema de referência são independentes da posição e orientação do sistema físico como um todo, isto é, o espaço tri-dimensional (espaço das configurações) é homogêneo (translacionalmente invariante) e isotrópico (rotacionalmente invariante). É claro que os valores das variáveis dinâmicas de um sistema físico podem ser diferentes quando dados em relação a dois referenciais diferentes, mas as relações entre os mesmos (leis físicas) não dependem do referencial.

Dizemos que um sistema físico ^{estado} é esféricamente simétrico em relação a um ponto dado (centro de simetria) quando os valores de tôdas as suas variáveis dinâmicas são independentes de uma rotação qualquer ao redor do referido ponto. De maneira análoga podemos definir simetria axial como a invariância frente a rotações ao redor de um eixo (o eixo de simetria) e simetria translacional como a invariância frente a deslocamentos irrotacionais do sistema.

As transformações (rotações e translações) a que nos referimos acima, assim como as simetrias associadas, são de denominadas contínuas, pois podem ser obtidas como uma sucessão de transformações tão pequenas quanto se queira. Por exemplo, uma rotação de um ângulo θ pode ser obtida por uma sequência infinita de rotações infinitesimais *do*. Existem, entretanto, transformações que não gozam desta propriedade e são denominadas discretas. Neste capítulo nos ocuparemos com as três mais importantes transformações discretas, quais sejam, paridade, conjugação de carga e inversão temporal, que muitas vezes recebem o nome comum de reflexões.

a) Transformação paridade

Leva êste nome a transformação

$$x \rightarrow x' = -x$$

$$y \rightarrow y' = -y$$

$$z \rightarrow z' = -z$$

onde x , y e z são os três eixos do R_3 (espaço das configurações). É fácil ver que a mesma transformação se pode obter fazendo

$$\begin{aligned} x &\longrightarrow x' = +x \\ y &\longrightarrow y' = +y \\ z &\longrightarrow z' = -z \end{aligned}$$

e a seguir efetuando uma rotação de 180 graus ao redor do eixo z . Este processo nos parece mais facilmente visualizável porque todos nós estamos acostumados a ver imagens em um espelho plano. A transformação P (símbolo usado para paridade) corresponde a "refletir" o sistema físico no plano $x y$ e a seguir girar a imagem de 180 graus ao redor de z .

Sendo \mathbf{r} , \mathbf{p} e \mathbf{L} os vetores posição, momentum e momentum angular temos

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{r} & \xrightarrow{P} & -\mathbf{r} \\ \mathbf{p} & \xrightarrow{P} & -\mathbf{p} \\ \mathbf{L} & \xrightarrow{P} & \mathbf{L} \end{array} \quad \swarrow \text{estado}$$

Um sistema físico isolado é invariante frente a P se é impossível distinguir o sistema real de sua imagem em um espelho plano. Isto é equivalente a dizer que a descrição do sistema feita em relação a um referencial destrógiro é idêntica à descrição do mesmo feita em relação a um referencial sinistrógiro.

b) Conjugação de Carga

É a transformação (simbolizada por C) que leva as partículas em suas correspondentes anti-partículas, que podem ser diferentes das mesmas ou iguais àquelas. Por exemplo, o anti-fóton é o próprio fóton e o anti-elétron é o pósitron, isto é,

$$\begin{aligned} |\text{fóton}\rangle &\xrightarrow{C} |\text{fóton}\rangle \\ |\text{elétron}\rangle &\xrightarrow{C} |\text{pósitron}\rangle \\ |\text{pósitron}\rangle &\xrightarrow{C} |\text{elétron}\rangle \end{aligned}$$

Dizer que o Universo é invariante frente a C significa dizer que não se pode constatar se um sistema isolado é constituído de partículas ou anti-partículas, ou seja, não é possível, por exemplo, por radio comunicação, que um ocupante de uma outra galáxia nos diga se sua galáxia é constituída de matéria ou anti-matéria.

c) Inversão Temporal (Paridade Temporal)*

É a transformação que leva t em $-t$, isto é, se $f(t)$ é uma função do tempo, então

$$f(t) \xrightarrow{T} f'(t)$$

Suponhamos que alguém faça um filme de um sistema físico em movimento. Este sistema é dito invariante frente a T se, uma vez feita a projeção do filme, é impossível dizer com certeza se ele está sendo rodado para trás ou na direção certa. É claro, por exemplo, que o movimento isolado de uma partícula é invariante frente a T . À primeira vista muitos fenômenos podem parecer não invariantes frente a T quando, na realidade, são invariantes. A ilusão é causada pelas condições de contorno (ou melhor, condições iniciais). Por exemplo, um feixe de partículas não interagentes (bolinhas) lançadas ao ar vai se espalhando a medida que se propaga. Se filmarmos, o feixe e depois fizermos a projeção no sentido inverso, qualquer observador suspeitará da inversão. Isto ocorre porque a probabilidade de termos condições iniciais que deem origem ao fenômeno inverso, isto é, que as bolinhas tendam a se encontrar tôdas no mesmo ponto, é muito pequena. Da mesma maneira uma gota de leite despejada na água vai aos poucos turvando toda a água do recipiente e nunca acontece o inverso, isto é, que o leite diluído na água volte a se reunir todo em um ponto, formando novamente a gota. Isto acontece porque é "impossível" conseguir-se uma situação inicial de movimento das moléculas de leite e água de tal maneira que o comportamento temporal do sistema seja exatamente o oposto ao caso anterior. Em resumo, a irreversibilidade de um fenômeno é devido à impossibilidade de se dar ao sistema uma condição inicial com movimentos exatamente opostos aos movimentos correspondentes ao estado final do fenômeno observado e não a uma não invariância frente a T (pelo menos não se precisa de não invariância frente a T para explicar as irreversibilidades mais comuns).

* "Time Reversal" é o nome mais comumente usado para esta transformação, mas alguns autores chamam-na de Time Parity ou simplesmente T-Parity.

1.2 Invarianças e Interações

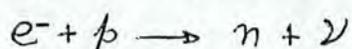
No último exemplo nos referimos a partículas em interação. Se o movimento de partículas livres é obviamente invariante frente a T, o movimento de partículas sujeitas a forças de interação não é assim tão obviamente invariante. Suponhamos que uma partícula A em movimento seja desviada ao passar por um ponto fixo O do espaço, devido, por exemplo, à interação com uma partícula B de massa infinita ($m_B \gg m_A$) situada em O. Se agora, dando a A um movimento inicial exatamente oposto ao movimento final da experiência anterior, ela seguir exatamente a trajetória anterior no sentido inverso, com velocidade $\vec{v}(\vec{r}) \rightarrow -\vec{v}(\vec{r})$, mesmo após o choque com B, então dizemos que a interação entre A e B é invariante frente a T. As interações mecânicas entre partículas macroscópicas são, em última análise, interações eletromagnéticas e estas, pelo menos dentro dos limites experimentais fixados até hoje, são invariantes frente a T.

Analogamente podemos falar em interações invariantes ou não frente a P e C. Suponhamos, por exemplo, que a força exercida por uma corrente elétrica sobre uma partícula carregada fosse paralela ao vetor indução magnética \vec{B} . Esta seria uma interação não invariante frente a P porque \vec{B} é dado pela regra do saca-rolha e a imagem, em um espelho plano, de um saca-rolha destrógiro é um saca-rolha sinistrógiro. Entretanto a interação magnética que conhecemos, $\vec{v} \times \vec{B}$, é invariante frente a P.

Dada a expressão de uma interação é muito fácil ver se ela possui esta ou aquela simetria. Seja $\vec{r}_{1,2}$ o raio vetor da partícula 1 em relação à partícula 2 e sejam $\vec{\sigma}_1$ e $\vec{\sigma}_2$ os seus spins. Uma interação do tipo $\vec{r}_{1,2} \cdot \vec{\sigma}_1 \times \vec{\sigma}_2$ é claramente invariante frente a T e C e não invariante frente a P. Analogamente, podemos construir uma infinidade de interações que sejam não invariantes frente a P, C ou T, isoladamente.

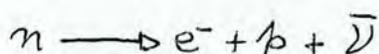
A primeira experiência positiva que revelou a não conservação de paridade em uma das interações fundamentais da natureza, a chamada interação fraca, foi realizada em 1957 por Wu et al.¹⁾ Eles estudaram a distribuição angular dos elétrons emitidos em decaimento β de C_0^{60} polarizado, observando que a emissão se dá preferencialmente a 180 graus com a direção de polarização. Isto mostrou a presença de um termo $\propto \vec{J} \cdot \vec{p}$ na distribuição ($\vec{J} = \text{SPIN DO } C_0^{60}$; \vec{p} momentum do elétron e \propto uma constante). Para interações que conservam paridade, grandezas tais como $\vec{J} \cdot \vec{p}$, não invariantes frente a P, devem ter valor esperado nulo (cf. ref 2, pg 36).

Experiências subsequentes levaram os Físicos a explicar a violação de paridade em interação fraca em termos da partícula ν (neutrino) que é produto da seguinte reação:



(e^- = elétron, p = próton e n = neutron)

O neutrino tem helicidade negativa (isto é, momentum e spin tem sentidos opostos), o que se pode concluir pela observação dos spins das partículas que entram na reação e conservação de momentum angular. Já o anti-neutrino ($\bar{\nu}$), produto do decaimento do neutron,



tem helicidade positiva. Essa helicidade pré-definida do neutrino e anti-neutrino estabelece uma distinção entre referenciais destrógiros e sinistrógiros. Ora, estes resultados apresentam também uma clara violação da invariância frente a C (neutrino e anti-neutrino têm helicidades opostas). Isto sugere um outro tipo de invariância, simetria frente à transformação produto CP: impossibilidade de distinguir entre partículas no mundo real e anti-partículas observadas através de um espelho. Entretanto, mais uma vez os Físicos foram surpreendidos por um resultado experimental: A experiência de Christensen et al.³⁾ mostrou que 0,2 % do decaimento do meson K viola a invariância frente a C P.

Pode-se mostrar que, dentro das bases da Teoria Quântica de Campos, não é possível a existência de uma interação que viole a invariância frente ao produto P C T. Este é o famoso teorema P C T, cuja demonstração pode ser encontrada, por exemplo, na ref. 2. Portanto é de esperar que a interação fraca, uma vez que viola C P, viole também T, para continuar invariante frente a P C T.

I.3 Alguns Resultados Experimentais

Experiências recentes, realizadas por Labashov et al.^{4,5)} apresentaram resultados positivos de violação de paridade em forças nucleares. Habitualmente se simboliza por F a razão entre a parte da interação que não conserva paridade e a que conserva. As experiências de Lobashov et al., que mediram polarização circular de gamas emitidos por Lu^{175} e Ta^{181} não polarizados, dão $F \approx 10^{-6} - 10^{-7}$ resultados estes que estão de acordo com as previsões teóricas^{6,7,8,9)} baseadas na cooperação de interação fraca nas forças Nucleares. Boehm

e Kankeleit¹⁰⁾ também usaram o método de medir polarização circular da radiação emitida por núcleos não polarizados de Lu^{175} , Ta^{181} e Tl^{203} , embora com uma técnica experimental bastante diferente daquela usada por Lobashov et al. Os resultados encontrados não dão uma indicação positiva de não conservação de paridade, mas fixam um limite máximo, $F \lesssim 4 \times 10^{-7}$.

Testes de invariança das forças nucleares frente a T estão ainda muito longe de alcançar a precisão obtida nos testes de invariança frente a P. As experiências mais precisas neste sentido foram realizadas por Kistner¹¹⁾ em 1967, usando efeito Mössbauer em Ru^{99} , que estabeleceu um limite máximo para o termo irregular (não invariante frente a T) da força nuclear, $F \lesssim 3 \times 10^{-3}$, e por Zech et al.¹³⁾ também em 1967, usando efeito Mössbauer em Ir^{193} , que obteve $F \lesssim 5 \times 10^{-3}$.

Como já mencionamos, a interação fraca é não invariante frente a C. Experiências realizadas para testar a invariança das interações "forte" e "eletromagnética" frente a C são muito pobres em resultados, tendo estabelecido um limite máximo para não invariança da ordem de algumas unidades por cento. Estas experiências correspondem a estudos de decaimentos de partículas elementares, como

$$n \longrightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \quad (14, 15, 16)$$

$$\text{ou } n \longrightarrow \pi^0 + e^+ + e^- \quad (17)$$

Como as forças nucleares podem, em princípio, ser o resultado cooperativo dos três tipos de interação, "forte", "eletromagnética" e "fraca", (desprezando a gravitacional, cuja constante de acoplamento é da ordem de 10^{-40} em relação à interação forte), assim como de algum outro tipo de interação ainda não conhecido, é muito difícil decidir com certeza se alguma não invariança observada no mundo das partículas elementares é devida a esta ou àquela interação. Para o caso particular de não invariança frente a P existem previsões teóricas, como mencionamos acima. Estas previsões foram feitas em bases da teoria chamada "interação corrente-corrente" desenvolvida por Feynman e Gell-Mann para explicar a não conservação de paridade na interação fraca, e concordam, em ordem de grandeza, com os resultados experimentais. Assim sendo, é de esperar (?)

que não invariança frente a P seja devida à interação fraca. Além disso, é também de esperar que a interação eletromagnética seja invariante frente a P, C e T, individualmente, uma vez que os resultados da Eletrodinâmica Quântica, que supõem estas invarianças, tem se mostrado extremamente de acôrdo com os resultados experimentais, prevendo, por exemplo, o deslocamento de Lamb (Lamb Shift) e o momento magnético do elétron até o sexto algarismo significativo. Entretanto, convém não ir muito longe com estas previsões (?), pois experiências futuras poderão indicar o contrário. Lembramos ainda que há os simpatizantes da teoria de que a interação eletromagnética apresenta uma forte violação das invarianças frente a C e T¹⁹⁾.

Finalmente, queremos ressaltar a importância de se dedicar atenção a testes de simetria. Podemos citar pelo menos três razões:

1º - Para a formulação de uma teoria de partículas (em particular, teoria nuclear) é necessário conhecer os potenciais de interação entre as mesmas. A constatação de percentagens de violação das invarianças frente a P, C e T nestas interações pode indicar os coeficientes dos termos não invariantes frente às mesmas transformações nas expressões dos potenciais.

2º - Segundo é apontado por L.B. Okun²⁰⁾, a observação experimental e análise de forças nucleares não invariantes frente a P é de grande importância no sentido de testar a teoria da interação fraca universal¹⁸⁾.

3º - Resultados positivos de não invarianças frente a P, C e T podem servir como teste experimental do teorema P C T e, conseqüentemente, dos fundamentos da Teoria Quântica de Campos.

C A P Í T U L O I I

A R A D I A Ç Ã O E L E T R O M A G N É T I C A

II.1 Probabilidade de Transição por absorção de fótons

Começemos este estudo por um dos postulados fundamentais da Mecânica Quântica:

"Para todo sistema físico existe um operador Hermitiano H que determina a variação temporal do sistema através da equação de Schrödinger dependente do tempo.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi\rangle = H|\Psi\rangle \quad (1)$$

onde $|\Psi\rangle$ representa o estado do sistema".

Se H depende explicitamente do tempo então, em geral, a energia do sistema não é conservada, não existindo "estados estacionários", isto é, uma equação de autovalores do tipo

$$H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle \quad (2)$$

não possui solução. Isto acontece quando uma perturbação externa ao sistema lhe modifica a energia.

O sistema físico em que nós estamos interessados é o núcleo atômico: Vamos supor que seu Hamiltoniano possa ser escrito na forma

$$H(t) = H_0 + V(t) \quad (3)$$

onde H_0 é independente do tempo e a equação

$$H_0|\Psi_i\rangle = E_i|\Psi_i\rangle \quad (4)$$

possui um conjunto discreto de autovalores e autofunções. O termo dependente do tempo, $V(t)$, é suficientemente pequeno para poder ser considerado uma perturbação do sistema, responsável por transições entre os estados $|\Psi_i\rangle$.

Vamos considerar a seguinte situação física: Um núcleo atômico, no estado $|\Psi_0\rangle$, está em interação com um campo de radiação eletromagnética[‡] (raios γ), podendo absorver energia deste e

[‡] Todo o nosso tratamento será "Semi-clássico", no sentido de não usarmos o formalismo da Teoria Quântica de Campos para a radiação eletromagnética. A energia dos gamas é, em geral, muito mais baixa do que a energia das partículas nucleares e o tratamento semi-clássico é suficiente para a finalidade deste trabalho.

$$E = -\nabla A_0 + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$B = \nabla \times \vec{A}$$

sofrer transição para o estado $|\Psi_i\rangle$. O potencial de interação $V(t)$ entre o campo de radiação e as partículas nucleares pode ser escrito na forma

$$V(t) = -\frac{e\hbar}{2mc} \sum \{2g_{ei} \vec{k}_i \cdot \vec{A}(\vec{r}_i) + g_{si} \vec{s}_i \cdot \vec{H}(\vec{r}_i)\} \quad (5)$$

onde $\vec{A}(\vec{r}_i)$ e $\vec{H}(\vec{r}_i)$ representam, respectivamente, o potencial vetor e o campo magnético da radiação eletromagnética presente na posição da i^{ma} partícula no núcleo, \vec{k}_i e \vec{s}_i representam os momenta e spins das partículas, medidos em unidades de \hbar , isto é $\vec{k} = i\nabla$ e $\vec{s} = \frac{1}{2}\vec{\sigma}$, sendo $\vec{\sigma}$ as matrizes de Pauli. A constante g_{ei} vale 1 para prótons e zero para neutrons, enquanto que g_{si} vale 5,585 para prótons e -3,826 para neutrons.

O campo de radiação é em geral representado por um pacote de ondas, mas, por simplicidade consideraremos uma onda plana monocromática, já que o pacote é constituído de uma superposição destas

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = A_0 \operatorname{Re}[\vec{\xi} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t}]$$

isto vale e' superposiçao

$$= \frac{1}{2} A_0 [\vec{\xi} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t} + \vec{\xi}^* e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r} + i\omega t}] \quad (6)$$

onde $\vec{\xi}$ é o vetor complexo de polarização (conforme apêndice), com o qual podemos descrever uma onda plana de qualquer polarização.

Vamos definir

$$H_a(\vec{k}, \vec{\xi}) = -\frac{e\hbar}{2mc} \{2g_e \vec{k} \cdot \vec{\xi} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} + g_s \vec{s} \cdot \nabla \times \vec{\xi} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}\} \quad (7)$$

e

$$H_e(\vec{k}, \vec{\xi}) = [H_a(\vec{k}, \vec{\xi})]^+ \quad (8)$$

Nestas definições, assim como em todas as equações que seguem, eliminamos o índice i e o sinal de somatório, mas fica subentendido que, todas as vezes que usarmos o potencial de interação, está implícita a soma sobre todas as partículas do núcleo.

Lembrando que \hat{h} e \hat{z} são Hermitianos e A é real, segue de (5), (6) e (7)

$$V(t) = \frac{1}{2} A_0 \left\{ H_a(\hat{h}, \hat{z}) e^{-i\omega t} + H_e(\hat{h}, \hat{z}) e^{i\omega t} \right\} \quad (8)$$

e portanto $V(t)$ também é Hermitiano, como se exige por conservação de probabilidade.

A probabilidade condicional de que um núcleo que está no estado $|\Psi_0\rangle$ no instante $t_0=0$ esteja no estado $|\Psi_1\rangle$ no instante t pode ser calculada por teoria de perturbação dependente do tempo, em primeira ordem:

$$W(\omega, t) = \frac{1}{\hbar^2} \left| \int_0^t dt \exp[i(\omega_1 - \omega_0)t] \langle \Psi_1 | V(t) | \Psi_0 \rangle \right|^2 \quad (9)$$

onde

$$\omega_1 - \omega_0 = \frac{1}{\hbar} (E_1 - E_0)$$

Usando a (8) vem

$$W(\omega, t) = \frac{A_0^2}{4\hbar^2} \left| \int_0^t dt \left\{ \exp[i(\omega_1 - \omega_0 - \omega)t] \langle \Psi_1 | H_a | \Psi_0 \rangle + \exp[i(\omega_1 - \omega_0 + \omega)t] \langle \Psi_1 | H_e | \Psi_0 \rangle \right\} \right|^2 \quad (10)$$

As contribuições importantes para a integral acima se dão nas regiões $\omega_1 - \omega_0 - \omega \approx 0$ e $\omega_1 - \omega_0 + \omega \approx 0$. Como $\omega > 0$ e a conservação de energia no processo de absorção exige $\omega_1 - \omega_0 > 0$, segue $\omega_1 - \omega_0 + \omega > 0$ e a contribuição do último termo pode ser desprezada. A contribuição importante vem do primeiro termo, quando $\omega_1 - \omega_0 - \omega \approx 0$, isto é, $\hbar\omega \approx E_1 - E_0$. Resolvendo a integral, segue

$$W(\omega, t) = \frac{A_0^2}{\hbar^2} \left| \langle \Psi_1 | H_a | \Psi_0 \rangle \right|^2 \left(\frac{\sin(\omega_1 - \omega_0 - \omega)\frac{t}{2}}{\omega_1 - \omega_0 - \omega} \right)^2 \quad (11)$$

Até agora o nosso tratamento se referiu a uma onda plana, monocromática. Se tivermos uma distribuição sobre o espectro de frequências, com intensidade $I(\omega)$, a expressão correspondente à (11) será

$$\begin{aligned}
 W(t) &= \int d\omega I(\omega) W(\omega, t) \\
 &= \int \frac{I(\omega) A_0^2}{\hbar^2} |\langle \Psi_1 | H_a | \Psi_0 \rangle|^2 \left(\frac{\sin(\omega_1 - \omega_0 - \omega) \frac{t}{2}}{\omega_1 - \omega_0 - \omega} \right)^2 d\omega
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

A contribuição importante para esta integral é em $\omega \simeq \omega_1 - \omega_0 \equiv \omega_{10}$. Logo, podemos escrever

$$\begin{aligned}
 W(t) &= \frac{I(\omega_{10}) A_0^2}{\hbar^2} |\langle \Psi_1 | H_a | \Psi_0 \rangle|^2 \int d\omega \left(\frac{\sin(\omega_1 - \omega_0 - \omega) \frac{t}{2}}{\omega_1 - \omega_0 - \omega} \right)^2 \\
 &= \frac{I(\omega_{10}) A_0^2}{\hbar^2} |\langle \Psi_1 | H_a | \Psi_0 \rangle|^2 \cdot \frac{\pi t}{2} \\
 &\equiv K |\langle \Psi_1 | H_a | \Psi_0 \rangle|^2 t
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Portanto a probabilidade de haver absorção, por unidade de tempo, é

$$\begin{aligned}
 W(\Psi_0 \rightarrow \Psi_1) &= K |\langle \Psi_1 | H_a | \Psi_0 \rangle|^2 \\
 &= K |\langle \Psi_0 | H_e | \Psi_1 \rangle|^2
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

onde, na última igualdade, usamos a (7').

Vamos definir "amplitude de transição" por

$$T(\Psi_0 \rightarrow \Psi_1) \equiv K^{1/2} \langle \Psi_1 | H_a | \Psi_0 \rangle
 \tag{15}$$

de tal maneira que

$$W(\Psi_0 \rightarrow \Psi_1) = |T(\Psi_0 \rightarrow \Psi_1)|^2
 \tag{16}$$

A seguir, voltaremos nossa atenção para o cálculo da probabilidade de um núcleo, inicialmente num estado excitado de energia, emitir um gama, isto é, sofrer transição, espontânea para um estado de mais baixa energia, emitindo radiação eletromagnética. A pergunta natural que ocorre é: qual é o Hamiltoniano de interação neste caso, uma vez que _{há} radiação presente?

Este problema é naturalmente resolvido pela Teoria Quântica da Campos. Entretanto, como nós queremos permanecer no tratamento semi-clássico, recorreremos ao princípio de invariância frente a inversão temporal (parágrafos seguintes).

II.2 Transformação T e Convenção de Fase

Como vimos no capítulo I, a transformação T corresponde à inversão do eixo dos tempos, isto é,

$$t \xrightarrow{T} -t \quad (17)$$

Isto é equivalente a inverter o sentido de todos os movimentos do sistema sobre o qual aplicamos a transformação T. Se \tilde{r} , \tilde{p} e \tilde{J} são, respectivamente, posição, momentum e momentum angular de uma partícula, então

$$\tilde{r} \xrightarrow{T} \tilde{r}, \tilde{p} \xrightarrow{T} -\tilde{p} \text{ e } \tilde{J} \xrightarrow{T} -\tilde{J} \quad (18)$$

Se $H(\tilde{r}, \tilde{p})$ é o Hamiltoniano da partícula e $H_R(\tilde{r}, -\tilde{p})$ é o Hamiltoniano que se obtém de H por inversão temporal, isto é,

$$H(\tilde{r}, \tilde{p}) \xrightarrow{T} H_R(\tilde{r}, -\tilde{p}) \quad (19)$$

então H é dito invariante frente a T se

$$H_R(\tilde{r}, -\tilde{p}) \equiv \Theta H(\tilde{r}, -\tilde{p}) \Theta^{-1} = H(\tilde{r}, \tilde{p}) \quad (20)$$

Θ se chama operador de inversão temporal.

Como a nossa intenção não é expor em detalhe a teoria de transformação T, o que pode ser encontrado, por exemplo, nos livros de Mecânica Quântica (confira, por Exemplo, Messiah²¹) ou, em especial, no livro de Wigner²²), mencionaremos apenas algumas de suas propriedades, válidas para todos os sistemas físicos cuja dinâmica é invariante frente a inversão temporal:

1) $\Theta H(-t) \Theta^{-1} = H(t)$, isto é, o Hamiltoniano é invariante frente a transformação temporal. Portanto, se a "paridade temporal" de um observável é $(-)^{\lambda}$, continuará sendo $(-)^{\lambda}$ durante todo o tempo. Isto justifica a expressão "conservação de paridade temporal".

2) θ é equivalente à conjugação complexa seguida de uma transformação unitária, isto é, θ é um operador anti-unitário. Em particular,

$$\Psi_R(\underline{r}, t) \equiv \theta \Psi(\underline{r}, -t) = \Psi^*(\underline{r}, -t)$$

3) Quando o Hamiltoniano depende explicitamente do spin das partículas, $\theta = \sigma_y K_0$, onde σ_y é a matriz de Pauli e K_0 representa conjugação complexa.

4) As equações de Maxwell são invariantes frente a inversão temporal se fizermos as transformações

$$\rho(\underline{r}, t) \xrightarrow{T} \rho(\underline{r}, -t) \text{ (densidade de carga)}$$

$$\underline{j}(\underline{r}, t) \xrightarrow{T} -\underline{j}(\underline{r}, -t) \text{ (densidade de corrente)}$$

$$\underline{E}(\underline{r}, t) \xrightarrow{T} \underline{E}(\underline{r}, -t) \text{ (campo elétrico)}$$

$$\underline{H}(\underline{r}, t) \xrightarrow{T} -\underline{H}(\underline{r}, -t) \text{ (campo magnético)}$$

$$\underline{A}(\underline{r}, t) \xrightarrow{T} -\underline{A}(\underline{r}, -t) \text{ (potencial vetor)}$$

$$\varphi(\underline{r}, t) \xrightarrow{T} \varphi(\underline{r}, -t) \text{ (potencial escalar)}$$

$$\underline{k}(\underline{r}, t) \xrightarrow{T} -\underline{k}(\underline{r}, -t) \text{ (vetor de propagação)}$$

$$\underline{e}(\underline{r}, t) \xrightarrow{T} -\underline{e}^*(\underline{r}, -t) \text{ (vetor polarização)}$$

5) Se $|\alpha j_M\rangle$ é um auto-estado discreto de um Hamiltoniano invariante frente a T, então (conforme referência 22)

$$\theta |\alpha j_M\rangle = (-)^{R-M} |\alpha j_{-M}\rangle$$

onde a constante R depende da convenção de fase usada para a função de onda. A convenção mais usada, e que nós também adotaremos, é

$$\theta |\alpha j_M\rangle = (-)^{j-M} |\alpha j_{-M}\rangle \quad (21)$$

Um tensor esférico irredutível T_{LM} de ordem L é uma quantidade de $2L+1$ componentes que se transforma frente a rotações do mesmo modo que os esféricos harmônicos, isto é, se $(\alpha\beta\gamma)$ são os ângulos de Euler da rotação que leva o sistema de referência S em S' então

$$T'_{LM} = \sum_M T_{LM} D_{MM'}^L(\alpha\beta\gamma) \quad (22)$$

O comportamento dos tensores esféricos frente a T é

$$\Theta T_{LM} \Theta^{-1} = (-1)^{R-M} T_{L-M}$$

onde, novamente, R depende da convenção de fase.

Como veremos no parágrafo seguinte, os elementos de matriz $\langle \alpha Y_2 M_2 | T_{LM} | \beta Y_1 M_1 \rangle$ são reais ou imaginários puros, conforme R-L fôr par ou ímpar. No parágrafo 4 nós definiremos os operadores tensoriais esféricos $T_{\lambda\mu}$ que se comportam frente à inversão temporal como $i^\lambda Y_{\lambda\mu}$. Portanto, é conveniente convencionar $R = 0$ para os esféricos harmônicos, porque então

$$\Theta T_{\lambda\mu} \Theta^{-1} = (-1)^{\lambda-\mu} T_{\lambda-\mu} \quad (23)$$

e os elementos de matriz de $T_{\lambda\mu}$ entre auto-estados de Hamiltoniano invariante frente a T serão reais.

II.3 A Probabilidade de Emissão Expontânea

Vejamos como se transforma um produto escalar de funções de onda frente a T. Usando a propriedade anti-unitária do operador de inversão temporal, $\Theta = UK_0$, e a invariança dos produtos escalares frente a uma transformação unitária, U, vem

$$\langle \Theta \Psi_2 | \Theta \Psi_1 \rangle = \langle U \Psi_2^* | U \Psi_1^* \rangle = \langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle = \langle \Psi_2 | \Psi_1 \rangle^* \quad (24)$$

Daí segue que o elemento de matriz de um operador qualquer se transforma frente a T como

$$\begin{aligned} \langle \Psi_2 | B | \Psi_1 \rangle &\xrightarrow{T} \langle \Theta \Psi_2 | \Theta B \Theta^{-1} | \Theta \Psi_1 \rangle \equiv \\ &\equiv \langle \Theta \Psi_2, \Theta B \Theta^{-1} \Theta \Psi_1 \rangle = \langle \Theta \Psi_2, \Theta B \Psi_1 \rangle = \\ &= \langle \Psi_2, B \Psi_1 \rangle^* \equiv \langle \Psi_2 | B | \Psi_1 \rangle^* \end{aligned} \quad (25)$$

Se B é substituído pelo tensor esférico T_{LM} e as funções de onda Ψ_i por $|\alpha_i Y_i M_i\rangle$, com as convenções de fase do parágrafo anterior, segue

$$\langle \alpha J_2 M_2 | T_{LM} | \beta J_1 M_1 \rangle^* = (-)^{J_1 - M_1} (-)^{L - M} (-)^{J_2 - M_2} \langle \alpha J_2 M_2 | T_{L-M} | \beta J_1 - M_1 \rangle \quad (26)$$

Vamos usar o conhecido teorema de Wigner-Eckart:

$$\langle \alpha J_2 M_2 | T_{LM} | \beta J_1 M_1 \rangle = (J_1 M_1 L M | J_2 M_2) \langle \alpha J_2 || T_L || \beta J_1 \rangle \quad (27)$$

onde $(|)$ é um coeficiente de Clebsch-Gordon e $|| ||$ é o elemento reduzido de matriz, independente dos números magnéticos M_1, M_2 e M . Os C.G. gozam da propriedade

$$(J_1 M_1 L M | J_2 M_2) = (-)^{J_1 + L + J_2} (J_1 - M_1 L - M | J_2 - M_2) \quad (28)$$

$$\approx S_{M_1 + M_2, M_2}$$

Tôdas as vêzes que usaremos T_{LM} neste trabalho teremos $L =$ inteiro, $M =$ inteiro. Em consequência da (28), $M_1 + M_2 + M =$ par. Com estas propriedades, a (26) fica reduzida a

$$\langle \alpha J_2 M_2 | T_{LM} | \beta J_1 M_1 \rangle^* = \langle \alpha J_2 M_2 | T_{LM} | \beta J_1 M_1 \rangle \quad (29)$$

isto é, o elemento de matriz é real.

Lembramos que as convenções de fase usadas para provar a (29) só são válidas quando os $|\alpha J M\rangle$ são auto-estados de Hamiltoniano invariante frente a T . Para sistemas cujos Hamiltonianos não gozam desta propriedade, os elementos de matriz serão complexos, e podemos escrever

enado, independente de sivar. de H

$$\langle | T_{LM} | \rangle \equiv | \langle | T_{LM} | \rangle | e^{i\varphi} \quad (30)$$

Como mencionamos no capítulo I, as experiências mostram que se o Hamiltoniano nuclear é não invariante frente a T , o termo ímpar (não invariante) do mesmo é no máximo 1 % do Hamiltoniano total. Assim é que, exceto para alguns casos em que a fase φ é particularmente importante, podemos simplesmente $\varphi = 0$ ou π , conforme o elemento de matriz fôr positivo ou negativo.

No parágrafo 1º dêste capítulo encontramos uma expressão (eq. 14) para a probabilidade $w(\psi_0 \rightarrow \psi_1)$ de um núcleo, inicialmente no estado $|\psi_0\rangle$, sofrer transição para o estado excitado

$|\psi_1\rangle$ por absorção de fóton de um feixe de radiação presente. O processo inverso, isto é, a transição $|\psi_1\rangle \rightarrow |\psi_0\rangle$ por emissão de fóton é o "invertido temporal" daquele, ou seja, o elemento de matriz desse processo é

$$\langle \theta \psi_1 | \theta^\dagger H_a \theta | \theta \psi_0 \rangle = \langle \psi_1 | H_a | \psi_0 \rangle^* \quad (31)$$

pela equação (25). Como a probabilidade de transição é proporcional ao módulo quadrado do elemento de matriz, o sinal (*) de conjugação complexa não altera o resultado. Assim é que, a menos de constantes impostas pelas condições de contorno (densidade de estados finais e quantidade de radiação presente no caso de absorção) a eq (14) também pode ser usada para emissão espontânea.

Este resultado pode parecer estranho, uma vez que para obtê-lo não questionamos a invariância ou não da interação frente à inversão temporal e nem nos preocupamos com o comportamento dos estados $|\psi_0\rangle$ e $|\psi_1\rangle$. Com efeito, a realidade ou não dos elementos de matriz depende do comportamento de $H_a|\psi_1\rangle$ e $|\psi_0\rangle$ frente a T, mas a probabilidade de transição pode ser obtida como consequência de um princípio menos restritivo, o princípio do "balanço detalhado" (detailed balance). Para facilitar a sua apresentação vamos pensar nos estados quânticos como descrevendo o sistema "núcleo + fóton", ou seja, para o caso de emissão o estado inicial é $|\psi_1\rangle$ e o estado final é $|\psi_0; \underline{k} \underline{\epsilon}\rangle$, onde \underline{k} e $\underline{\epsilon}$ representam momentum e polarização do fóton emitido. Desta maneira o Hamiltoniano de interação V é simplesmente um operador, independente da existência ou não de fótons. A amplitude de transição será

$$T(\psi_1 \rightarrow \psi_0 + \underline{k} \underline{\epsilon}) = K^{\frac{1}{2}} \langle \psi_0, \underline{k} \underline{\epsilon} | V | \psi_1 \rangle \quad (32)$$

(K é uma constante de normalização). Por conservação de probabilidade, V deve ser Hermitiano, $V = V^\dagger$. Portanto

$$T(\psi_1 \rightarrow \psi_0 + \underline{k} \underline{\epsilon}) = K^{\frac{1}{2}} \langle \psi_1 | V | \psi_0, \underline{k} \underline{\epsilon} \rangle^* \quad (33)$$

$$\overline{T(\Psi_1 \rightarrow \Psi_0 + \frac{1}{2} \underline{k} \underline{\xi})} = \frac{1}{2} \langle \Psi_1 | V | \Psi_0, \frac{1}{2} \underline{k} \underline{\xi} \rangle^*$$

Portanto (conforme equação (16))

$$w(\Psi_1 \rightarrow \Psi_0 + \frac{1}{2} \underline{k} \underline{\xi}) = K | \langle \Psi_1 | V | \Psi_0, \frac{1}{2} \underline{k} \underline{\xi} \rangle |^2 \quad (34)$$

que é, evidentemente, proporcional à probabilidade de ocorrer o processo inverso, isto é, absorção²³.

Como neste trabalho nós não estamos interessados em calcular vidas médias, mas distribuição angular de radiações e probabilidades relativas de emissão de ou para estados diferentes, podemos esquecer a constante K que é independente da direção de radiação bem como dos estados inicial e final do núcleo.

II. 4 Os Operadores Multipolares

Voltemos a considerar o Hamiltoniano de interação, eq (7):

$$H_a = -2\beta g_L \underline{k} \cdot \underline{\xi} e^{i\underline{k} \cdot \underline{r}} - \beta g_S \underline{s} \cdot \nabla \times \underline{\xi} e^{i\underline{k} \cdot \underline{r}} \quad (35)$$

onde $\beta = \frac{e\hbar}{2mc}$ é o magneton nuclear.

Vamos usar para $\underline{\xi} e^{i\underline{k} \cdot \underline{r}}$ a expressão (16) do Apêndice, isto é, vamos usar ondas circularmente polarizadas (isto não particulariza o tratamento porque uma conveniente combinação das duas polarizações circulares pode reproduzir qualquer polarização e na hora de calcular a probabilidade de transição os elementos de matriz fornecerão os coeficientes adequados)

$$H_a(\underline{k}, \varphi) = -\beta (2g_L \underline{k} \cdot + g_S \underline{s} \cdot \nabla \times) \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda\mu} (A_{\lambda\mu}^{(m)} + A_{\lambda\mu}^{(e)}) \mathcal{D}_{\lambda\mu}^\lambda(\alpha\beta\gamma) \right] \quad (36)$$

(a dependência de H_a em \underline{k} é através dos $A_{\lambda\mu}$)

Usando as equações (13) do Apêndice, vem

²³ Detalhes a respeito do princípio do "balanço detalhado" podem ser encontrados em Rose e Brink²³).

$$H_a(k, q) = \frac{\beta}{\sqrt{2}} \left[2g_e g_C \frac{1}{k} \cdot \underline{\hat{r}} \Psi_{\lambda\mu} + g_s g_C \frac{1}{k} \cdot \nabla \times \underline{\hat{r}} \Psi_{\lambda\mu} + \right. \\ \left. + 2g_e \frac{c_1}{k} k \cdot \nabla \times \underline{\hat{r}} \Psi_{\lambda\mu} + g_s \frac{c_2}{k} \underline{\hat{r}} \cdot \nabla \times \nabla \times \underline{\hat{r}} \Psi_{\lambda\mu} \right] D_{\mu q}^{\lambda}(\alpha\beta\gamma)$$

(37)

Os quatro termos que aparecem entre colchetes caracterizam os momentos multipolares magnéticos, $M_{\lambda\mu}$ e $M'_{\lambda\mu}$ e elétricos, $Q_{\lambda\mu}$ e $Q'_{\lambda\mu}$, respectivamente. Passamos a examiná-los um a um. Para obtermos uma forma mais facilmente manejável vamos usar a aproximação "onda longa" (long-wave-length approximation), pela qual supomos o comprimento de onda da radiação muito maior do que o diâmetro nuclear. Por exemplo, um gama de 1 Mev tem comprimento de onda $\lambda = 1,24 \times 10^{-10}$ cm, enquanto que o diâmetro nuclear é da ordem de $10^{-12} - 10^{-13}$ cm. Portanto, chamando R o raio nuclear e $kr \ll R$, podemos escrever

$$kr = \frac{2\pi}{\lambda} r \ll 1 \quad (38)$$

Nesta aproximação

$$J_{\lambda}(kr) \approx (kr)^{\lambda} / (2\lambda + 1)!! \quad (39)$$

Portanto a solução $\Psi_{\lambda\mu} \equiv J_{\lambda}(kr) Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi)$ (veja Apêndice) pode ser escrita na forma

$$\Psi_{\lambda\mu}(kr, \theta, \varphi) \approx \frac{(kr)^{\lambda}}{(2\lambda + 1)!!} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \quad (40)$$

No primeiro termo da (37) aparece

$$\underline{\hat{r}} \cdot \underline{\hat{r}} \Psi_{\lambda\mu} = -i \underline{\hat{r}} \times \nabla \Psi_{\lambda\mu} \cdot \underline{\hat{r}} = i \nabla \Psi_{\lambda\mu} \cdot \underline{\hat{r}} \times \underline{\hat{r}} = \\ = i \nabla \Psi_{\lambda\mu} \cdot \underline{\hat{r}} \approx \frac{k^{\lambda}}{(2\lambda + 1)!!} \nabla (r^{\lambda} \Psi_{\lambda\mu}) \cdot \underline{\hat{r}} \quad (37-a)$$

onde $\underline{l} = \underline{r} \times \underline{p}$ é o momentum angular orbital da partícula nuclear (não esquecendo que está subentendido em H_0 uma soma sobre todas as partículas do núcleo).

Para facilitar o manejo do segundo e terceiro termos da (37) vamos usar a seguinte identidade²⁴⁾

$$\frac{1}{k} \nabla \times \underline{L} \Psi_{\lambda\mu} = \frac{i}{k} \nabla [(\lambda+1) \Psi_{\lambda\mu} - k r f_{\lambda+1} Y_{\lambda\mu}] + i k \underline{r} \Psi_{\lambda\mu} \quad (41)$$

a qual, usando a aproximação (38), fica

$$\nabla \times \underline{L} \Psi_{\lambda\mu} \simeq \frac{i k^\lambda}{(2\lambda+1)!!} (\lambda+1) \nabla (r^\lambda Y_{\lambda\mu}) \quad (42)$$

Isto dá

$$\underline{s} \cdot \nabla \times \underline{L} \Psi_{\lambda\mu} \simeq \frac{i k^\lambda}{(2\lambda+1)!!} (\lambda+1) \nabla (r^\lambda Y_{\lambda\mu}) \cdot \underline{s} \quad (37-b)$$

$$\underline{p} \cdot \nabla \times \underline{L} \Psi_{\lambda\mu} \simeq \frac{i k^\lambda}{(2\lambda+1)!!} (\lambda+1) \nabla (r^\lambda Y_{\lambda\mu}) \cdot \underline{p} \quad (37-c)$$

O quarto termo da (37) é nulo nesta aproximação, pois $\nabla \times \nabla \Psi_{\lambda\mu} \equiv 0$. Portanto, a fim de levar em conta a interação entre os spins dos núcleos e a radiação elétrica $A_{\lambda\mu}^{(e)}$ não podemos usar a (42). Vamos usar a expressão exata (41):

$$\begin{aligned} \underline{s} \cdot \nabla \times \nabla \times \underline{L} \Psi_{\lambda\mu} &= \underline{s} \cdot \nabla \times (i k^2 \underline{r} \Psi_{\lambda\mu}) = i k^2 \nabla \times (\underline{r} \Psi_{\lambda\mu}) = \\ &= i k^2 (\Psi_{\lambda\mu} \nabla \times \underline{r} - \underline{r} \times \nabla \Psi_{\lambda\mu}) = k^2 \underline{L} \Psi_{\lambda\mu} \end{aligned}$$

É fácil ver que neste ponto não há mais problema em usarmos a aproximação (40):

$$\underline{s} \cdot \nabla \times \nabla \times \underline{L} \Psi_{\lambda\mu} \simeq k^2 \frac{k^\lambda}{(2\lambda+1)!!} \underline{L} (r^\lambda Y_{\lambda\mu}) \quad (37-a)$$

Para sermos coerentes com a notação corrente na literatura, vamos usar as seguintes definições para os momentos multipolares²:

$$M_{\lambda\mu} = 2 \sqrt{\frac{4\pi}{2\lambda+1}} \cdot \frac{1}{2\lambda+1} g_e \beta \nabla (r^\lambda Y_{\lambda\mu}) \cdot \hat{n} \quad (43-a)$$

$$M'_{\lambda\mu} = \sqrt{\frac{4\pi}{2\lambda+1}} g_s \beta \nabla (r^\lambda Y_{\lambda\mu}) \cdot \hat{n} \quad (43-b)$$

$$Q_{\lambda\mu} = \frac{-2i}{k} \sqrt{\frac{4\pi}{2\lambda+1}} g_e \beta \nabla (r^\lambda Y_{\lambda\mu}) \cdot \hat{k} \quad (43-c)$$

$$Q'_{\lambda\mu} = -\sqrt{\frac{4\pi}{2\lambda+1}} \frac{k}{2\lambda+1} g_s \beta \nabla (r^\lambda Y_{\lambda\mu}) \cdot \hat{n} \quad (43-d)$$

Usando estas definições e as relações (37-a-b-c-d) obtemos facilmente para a equação (37) a forma

$$H_a(k, q) = \sum_{\lambda\mu} [g \alpha_\lambda^{(m)} (M_{\lambda\mu} + M'_{\lambda\mu}) + \alpha_\lambda^{(e)} (Q_{\lambda\mu} + Q'_{\lambda\mu})] D_{\lambda q}^\lambda(\alpha \beta \gamma) \quad (44)$$

onde

$$\alpha_\lambda^{(e)} = \frac{(ik)^\lambda}{(2\lambda-1)!!} \left(\frac{\lambda+1}{2\lambda}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ e } \alpha_\lambda^{(m)} = -i \alpha_\lambda^{(e)} \quad (45)$$

Uma notação ainda mais compacta para a (44) se obtém introduzindo os "operadores multipolares de interação" $T_{\lambda\mu}^{(m)}$, de finidos por

$$T_{\lambda\mu}^{(m)} \equiv \alpha_\lambda^{(m)} (M_{\lambda\mu} + M'_{\lambda\mu})$$

$$T_{\lambda\mu}^{(e)} \equiv \alpha_\lambda^{(e)} (Q_{\lambda\mu} + Q'_{\lambda\mu}) \quad (46)$$

² As definições (43) estão de acordo com as usadas nas referências 23, 25, 26, 27 e outras, e difere por um fator $(4\pi/2\lambda+1)$ das definições usadas na referência 28 e outras.

Então

$$H_a(k, q) = - \sum_{\lambda \mu \pi} q^\pi T_{\lambda \mu}^{(\pi)} D_{\mu q}^\lambda(\alpha \beta \gamma) \quad (47)$$

onde $\pi=0$ ou 1 para operadores multipolares elétricos ou magnéticos, respectivamente. Como vemos, a contribuição dos termos elétricos ($\pi=0$) é independente da polarização circular $q=+1$ ou -1 pois $(+1)^0 = (-1)^0 = 1$, não acontecendo o mesmo para os termos magnéticos $\pi=1$

Antes de terminarmos este capítulo convém que analisemos o comportamento das grandezas acima frente às transformações de paridade, inversão temporal e conjugação hermitiana:

Frente à transformação paridade temos

$$\begin{aligned} \tilde{r} &\xrightarrow{P} -\tilde{r} & \tilde{k} &\xrightarrow{P} -\tilde{k} & \nabla &\xrightarrow{P} -\nabla & \tilde{l} &\xrightarrow{P} \tilde{l} \\ \tilde{L} &\xrightarrow{P} \tilde{L} & r &\xrightarrow{P} r & Y_{\lambda \mu} &\xrightarrow{P} (-)^{\lambda} Y_{\lambda \mu} \end{aligned} \quad (48)$$

Portanto, a partir das definições (43)

$$\begin{aligned} M_{\lambda \mu} &\longrightarrow (-)^{\lambda+1} M_{\lambda \mu} \\ M'_{\lambda \mu} &\longrightarrow (-)^{\lambda+1} M'_{\lambda \mu} \\ Q_{\lambda \mu} &\longrightarrow (-)^{\lambda} Q_{\lambda \mu} \\ Q'_{\lambda \mu} &\longrightarrow (-)^{\lambda} Q'_{\lambda \mu} \end{aligned} \quad (49)$$

Consequentemente

$$T_{\lambda \mu}^{(\pi)} \xrightarrow{P} (-)^{\lambda+\pi} T_{\lambda \mu}^{(\pi)} \quad (50)$$

Frente à inversão temporal temos

$$\begin{aligned} i &\xrightarrow{T} -i, & \nabla &\xrightarrow{T} \nabla, & \tilde{l} &\xrightarrow{T} -\tilde{l} \\ \tilde{s} &\xrightarrow{T} -\tilde{s}, & \tilde{k} &\xrightarrow{T} -\tilde{k}, & \tilde{L} &\xrightarrow{T} -\tilde{L} \end{aligned} \quad (51)$$

e, de acordo com a convenção do parágrafo 3,

$$Y_{\lambda\mu} \xrightarrow{T} (-)^{-\mu} Y_{\lambda-\mu} \longrightarrow -\mu? \quad (52)$$

Portanto

$$\begin{aligned} M_{\lambda\mu} &\longrightarrow (-)^{-\mu} M_{\lambda-\mu} \\ M'_{\lambda\mu} &\longrightarrow (-)^{-\mu} M'_{\lambda-\mu} \\ Q_{\lambda\mu} &\longrightarrow (-)^{-\mu} Q_{\lambda-\mu} \\ Q'_{\lambda\mu} &\longrightarrow (-)^{-\mu} Q'_{\lambda-\mu} \\ \alpha_{\lambda}^{(\pi)} &\longrightarrow (-)^{\lambda+\pi} \alpha_{\lambda}^{(\pi)} \end{aligned} \quad (53)$$

Consequentemente

$$T_{\lambda\mu}^{(\pi)} \xrightarrow{T} (-)^{\lambda-\mu} T_{\lambda\mu} \quad (54)$$

Frente à conjugação hermitiana temos

$$\begin{aligned} i^* &= -i & [\nabla(r^\lambda Y_{\lambda\mu})]^* &= (-)^{-\mu} \nabla(r^\lambda Y_{\lambda\mu}) \\ \hat{r}^+ &= \hat{r} & \hat{s}^+ &= \hat{s} \\ \hat{L}^+ &= \hat{L} & \hat{l}^+ &= \hat{l} \end{aligned} \quad (55)$$

Portanto

$$\begin{aligned} (M_{\lambda\mu})^+ &= (-)^{-\mu} M_{\lambda-\mu} \\ (M'_{\lambda\mu})^+ &= (-)^{-\mu} M'_{\lambda-\mu} \\ (Q_{\lambda\mu})^+ &= (-)^{-\mu} Q_{\lambda-\mu} \\ (Q'_{\lambda\mu})^+ &= (-)^{-\mu} Q'_{\lambda-\mu} \\ (\alpha_{\lambda}^{(\pi)})^+ &= (-)^{\lambda+\pi} \alpha_{\lambda}^{(\pi)} \end{aligned} \quad (56)$$

Conseqüentemente

$$\left(T_{\lambda\mu}^{<\pi>} \right)^+ = (-)^{\lambda-\mu+1} T_{\lambda-\mu}^{<\pi>} \quad (57)$$

Usando esta última relação e a propriedade

$$D_{\mu\nu}^{\lambda*} = (-)^{\nu-\mu} D_{-\mu-\nu}^{\lambda} \quad (58)$$

obtemos da (47)

$$\left[H_a(\vec{k}, q) \right]^+ = - \sum_{\lambda\mu\pi} (-)^{\lambda} q^{\pi} T_{\lambda-\mu}^{<\pi>} D_{-\mu-q}^{\lambda}(\alpha\beta\gamma) \quad (59)$$

II.5 Os elementos de Matriz de $T_{\lambda\mu}^{<\pi>}$

Neste parágrafo veremos algumas generalidades sobre os elementos de matriz

$$\langle \alpha \gamma_2 M_2 | T_{\lambda\mu}^{<\pi>} | \beta \gamma_1 M_1 \rangle \equiv \mathcal{M}_{\lambda\mu}^{<\pi>} \quad (60)$$

Pelo teorema de Wigner-Eckart, equação (27), vemos imediatamente que $\mathcal{M}_{\lambda\mu}^{<\pi>}$ é nulo se $M_1 + \mu \neq M_2$ e se não tiver um dos valores

$$\lambda = \gamma_1 + \gamma_2, \gamma_1 + \gamma_2 - 1, \dots, |\gamma_1 - \gamma_2| \quad (61)$$

Suponhamos que $|\beta \gamma_1 M_1\rangle$ e $|\alpha \gamma_2 M_2\rangle$ representem estados nucleares com paridades π_1 e π_2 , respectivamente. Como estados de paridades diferentes são representados por vetores ortogonais no espaço de Hilbert, podemos usar a paridade dos estados para introduzir regras de seleção. Por exemplo, se $\pi = +1$ então $T_{\lambda\mu}^{<e>} |\beta \gamma_1 M_1\rangle$ (cf eq 50) tem paridade $+1$ se $\lambda = \text{par}$ e -1 se $\lambda = \text{impar}$. Portanto, neste caso $\mathcal{M}_{\lambda\mu}^{<e>}$ é nulo se $\lambda = \text{par}$ e $\pi_2 = -1$ ou se $\lambda = \text{impar}$ e $\pi_2 = +1$. De uma maneira geral

$$\begin{aligned}
 M_{\lambda\mu}^{(e)} = 0 & \quad \text{SE} \left[\begin{array}{l} \tilde{\pi}_1 = \tilde{\pi}_2 \text{ e } \lambda = \text{impar} \\ \text{ou } \tilde{\pi}_1 \neq \tilde{\pi}_2 \text{ e } \lambda = \text{par} \end{array} \right. \\
 M_{\lambda\mu}^{(m)} = 0 & \quad \text{SE} \left[\begin{array}{l} \tilde{\pi}_1 = \tilde{\pi}_2 \text{ e } \lambda = \text{par} \\ \text{ou } \tilde{\pi}_1 \neq \tilde{\pi}_2 \text{ e } \lambda = \text{impar} \end{array} \right. \quad (62)
 \end{aligned}$$

Portanto, se os estados nucleares são de paridade pura (confira capítulo III, parágrafo 3 para os casos em que isto não acontece) então, entre os elementos $M_{\lambda\mu}^{(\pi)}$ e $M_{\lambda\mu}^{(\pi)}$, um deve ser nulo, assim como entre os elementos $M_{\lambda\mu}^{(e)}$ e $M_{\lambda\mu}^{(m)}$, um deve ser nulo. Outras propriedades que daremos sem demonstração, mas que podem ser encontradas em qualquer livro de Física Nuclear, são:

$$M_{\lambda\mu}^{(\pi)} \gg M_{\lambda+2\mu}^{(\pi)} \quad (63)$$

e

$$M_{\lambda\mu}^{(e)} \gg M_{\lambda+1\mu}^{(m)} \quad (64)$$

Por isso os multipolos relevantes para uma dada transição $\gamma_2 \rightarrow \gamma_1$ correspondem aos valores mais baixos de λ permitidos pela (61). Além disso, devido à (64), em geral se despreza $M_{\lambda+1\mu}^{(m)}$ quando $M_{\lambda\mu}^{(e)}$ é permitido. Falaremos de transição $E\lambda$ ou $M\lambda$ quando os elementos de matriz relevantes são $M_{\lambda\mu}^{(e)}$ ou $M_{\lambda\mu}^{(m)}$, respectivamente. Quando a transição de multipolaridade mais baixa permitida pelas (61) e (62) é $M\lambda$, mas $E\lambda+1$ também é permitido pela (61), teremos uma mistura $M\lambda E\lambda+1$. A mistura mais importante na prática é $M1E2$.

Nota importante: Transição com $\lambda=0$ não pode ocorrer por radiação de fóton porque este tem spin 1 e é, portanto, 1 o momentum angular mais baixo que ele pode ter. Por exemplo, uma transição $\gamma_2=0 \rightarrow \gamma_1=0$ nunca pode ocorrer por radiação eletromagnética.

Como a transformação paridade nos indicou regras de seleção para os $M_{\lambda\mu}^{(\pi)}$, a inversão temporal nos indicou as fases dos elementos de matriz. Na nossa convenção de fase os coeficientes de Clebsch-Gordan são reais e, portanto, o teorema de Wigner-Eckart mostra que as fases dos elementos de matriz estão contidos nos elementos reduzidos, isto é,

$$\langle \gamma_2 || T_{\lambda}^{(\pi)} || \gamma_1 \rangle = |\langle \gamma_2 || T_{\lambda}^{(\pi)} || \gamma_1 \rangle| e^{i\varphi} \quad (65)$$

Como vimos no parágrafo 3, $\varphi=0$ ou π sempre que $|\gamma_1\rangle$ e $|\gamma_2\rangle$ são auto-estados de Hamiltoniano invariante frente a T .

Consideremos o caso da mistura $M_\lambda E_{\lambda+1}$. A "razão de mistura" δ é definida por

$$\delta = \frac{\langle \gamma_2 \| T_{\lambda+1}^{(e)} \| \gamma_1 \rangle / [2(\lambda+1)+1]^{\frac{1}{2}}}{\langle \gamma_2 \| T_\lambda^{(m)} \| \gamma_1 \rangle / (2\lambda+1)^{\frac{1}{2}}} \quad (66)$$

Em virtude da (65), δ não precisa ser real. Escrevemos

$$\delta = |\delta| e^{i\eta} \quad (67)$$

Convém notar que, mesmo sendo φ diferente de zero ou π , η pode ser nulo. Basta, para isto, que as razões entre as partes imaginárias e reais dos dois elementos de matriz em (66) sejam iguais. Entretanto não há razão para que isto aconteça em geral. Na literatura a respeito de testes de simetria^{11, 13, 29, 30, ...}) admite-se tacitamente que $\text{sen } \eta$ seja equivalente à razão F entre a parte da interação que é impar (irregular) frente a T e a que é par. Entretanto, não existe nada de esclarecedor a respeito. Acreditamos que um trabalho sério no sentido de estabelecer relações entre F e η possa trazer uma apreciável contribuição para a interpretação dos testes experimentais de invariança ou não das forças nucleares frente a inversão temporal.

CORRELAÇÃO ANGULAR

III.1 Distribuição Angular de Radiações em Cascata

No presente parágrafo consideraremos o caso de um núcleo atômico, inicialmente num estado excitado de energia, com momentum angular J_1 , que decai ao estado fundamental, de momentum angular J_0 , emitindo n radiações gama sucessivas, $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$, e passando portanto, por $n-1$ estados intermediários, de momenta angular J_2, J_3, \dots, J_n (fig. a). No parágrafo seguinte particularizaremos o tratamento para o importante caso em que apenas duas radiações são emitidas, passando por um estado intermediário.

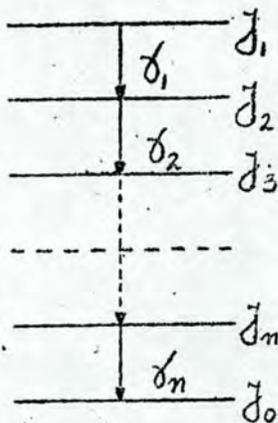


fig. a

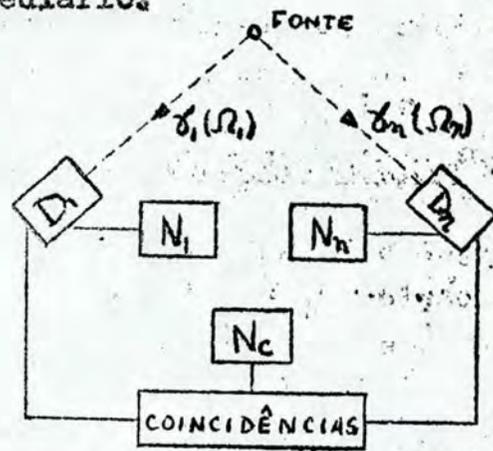


fig. b

A figura b é um esquema do arranjo experimental para medir a distribuição angular das radiações γ_1 e γ_n . D_1 e D_n são detectores sensíveis a radiações de energia $\hbar\omega_{12} = E_1 - E_2$ e $\hbar\omega_{n0} = E_n - E_0$ correspondentes a γ_1 e γ_n , respectivamente. Acoplados aos detectores há contadores que registram os números N_1 e N_n de gamas detectados por D_1 e D_n . Um circuito de coincidências é ligado entre D_1 e D_n para registrar o número N_c de vezes que D_1 e D_n são estimulados no mesmo instante (ou melhor, dentro de um intervalo de tempo muito pequeno). Portanto N_c é o número de vezes que os γ_1 e γ_2 detectados provém do mesmo núcleo (a menos de acidentais). É claro que N_c/N_1 dá a probabilidade condicional de que γ_n seja emitido na direção Ω_n do detector D_n uma vez que γ_1 foi emitido na direção Ω_1 do detector D_1 .

Para uma fonte isotrópica, é claro que N_1 não depende de Ω_1 , assim como N_n não depende de Ω_n . Entretanto N_c poderá depender do ângulo entre Ω_1 e Ω_n , pois o "ensemble" de núcleos, que emitiram γ_1 na direção Ω_1 , não é mais um sistema isotrópico. Em outras palavras, se sabemos que um núcleo emitiu uma radiação em uma dada direção, então podemos, em princípio, calcular a distribuição de probabilidade para a direção do spin nuclear, que certamente não será esféricamente simétrica e esta anisotropia terá como consequência uma anisotrópica distribuição de probabilidade para a emissão de γ_2 , e assim sucessivamente até γ_n . Se variarmos convenientemente a posição de D_n no decorrer da experiência, obtaremos a distribuição angular da radiação γ_n para uma fixa direção de γ_1 . Esta distribuição se chama "Correlação Angular" e é denotada por $W(\Omega_1, \Omega_n)$.

No cálculo teórico da correlação angular, do qual trataremos agora, todos os fatores independentes de ângulos ou orientações são irrelevantes, e nós os esqueceremos.

Seja V_1 o Hamiltoniano de interação entre a primeira radiação e o núcleo no estado $|J_1 M_1\rangle$. Não sabemos qual o número magnético do estado $|J_2\rangle$, mas a sua função de onda pode ser escrita como

$$|\Psi_2\rangle = \sum_{M_2} |J_2 M_2\rangle \langle J_2 M_2 | V_1 | J_1 M_1 \rangle \quad (1)$$

Analogamente podemos construir as funções de onda dos demais estados intermediários. Desta maneira se obtém a amplitude de probabilidade para a transição

$$T(J_1 M_1 \rightarrow J_0 M_0) = \sum_{M_2 M_3 \dots M_n} \langle J_0 M_0 | V_n | J_n M_n \rangle \cdot \langle J_n M_n | \dots | J_2 M_2 \rangle \langle J_2 M_2 | V_1 | J_1 M_1 \rangle \quad (2)$$

A probabilidade de transição por unidade de tempo $w(J_1 M_1 \rightarrow J_0 M_0)$ é dada pelo módulo quadrado da amplitude (cf. eq (II-16)). Como vimos no capítulo II, esta probabilidade pode ser obtida substituindo V_i por $H_A(k_i, q_i)$ e transpondo os elementos de matriz. Como não se observam as direções dos gamas intermediários, devemos integrar sobre todas as direções $\Omega_2, \Omega_3, \dots, \Omega_n$ de k_2, k_3, \dots, k_{n-1} . Quando as polarizações não são observadas, devemos somar sobre elas. Além disto, como os estados são degenerados em energia nos números magnéticos, devemos somar sobre todos os valores de M_0 e fazer

a média sobre os $2J+1$ valores de M_i (quando um campo magnético ou gradiente de campo elétrico presente destrói esta degenerescência, então a soma sobre M_0 e média sobre M_i deve ser feita sempre que os detectores não distinguem entre as componentes da estrutura fina, ou seja, quando não se usa Efeito Mössbauer). A probabilidade de transição que se obtém assim, sem integrar sobre as direções Ω_1 e Ω_n de \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_n , é a própria correlação angular:

$$W(\Omega_1, \Omega_n) = \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \dots, \mathbf{k}_n} \int d\Omega_2 \dots \int d\Omega_{n-1} \quad (5)$$

$$\frac{1}{2J_i+1} \sum_{M_i, M_0} |T(J_i, M_i \rightarrow J_0, M_0)|^2 \quad (3)$$

Nem sempre o estado inicial é tal que todos os M_i são equiprováveis. Por exemplo, quando ele é o produto de uma emissão beta, cuja direção foi observada, então existirá uma distribuição de probabilidade $f(M_i)$, com $\sum f(M_i) = 1$. Na expressão (3) deveremos fazer a substituição

$$\frac{1}{2J_i+1} \sum_{M_i} (\dots) \longrightarrow \sum_{M_i} f(M_i) (\dots) \quad (4)$$

ou seja, substituímos a média aritmética por uma média ponderada. É evidente que a distribuição $f(M_i)$ não é invariante frente a uma rotação no sistema de referência. Ora, é sempre conveniente colocar o eixo Z paralelo à direção de uma das radiações observadas, mas é bem possível que conheçamos $f(M_i)$ em relação a um sistema cujo eixo Z não é paralelo a nenhuma delas (por exemplo, Z paralelo à direção da partícula beta). Além disso, é possível que no novo sistema escolhido nem exista uma distribuição de probabilidade $f(m)$ (n são os novos números magnéticos). Para resolver este problema nós introduziremos a "matriz densidade" ρ dos estados nucleares. Escrita na base $|J, M_i\rangle$, em relação ao sistema original, a matriz densidade do estado inicial é diagonal,

$$\rho = \sum |J, M_i\rangle f(m_i) \langle J, M_i| \quad (5)$$

Vejamos como ficam os elementos da matriz (na base $|J, m_i\rangle$ do sistema novo. Sabemos que se pode escrever

$$|J, M_i\rangle = \sum_{m_i} D_{M_i, m_i}^J(R) |J, m_i\rangle$$

$$\langle J, M_i| = \sum_{m_i} D_{M_i, m_i}^{J*}(R) \langle J, m_i| \quad (6)$$

onde R é o ângulo de que se deve girar o sistema original para fazê-lo coincidir com o sistema novo. Portanto

$$\rho = \sum_{M_1} \sum_{m_1, m_1'} h(M_1) D_{M_1, m_1}^{j_1}(R) D_{M_1, m_1'}^{j_1*}(R) |j_1, m_1\rangle \langle j_1, m_1'| \quad (7)$$

Logo

$$\rho_{m_1, m_1'} \equiv \langle j_1, m_1 | \rho | j_1, m_1' \rangle = \sum_{M_1} h(M_1) D_{M_1, m_1}^{j_1}(R) D_{M_1, m_1'}^{j_1*}(R) \quad (8)$$

Para o caso particular de estado inicial isotrópico, $h(m_1) = (2j_1 + 1)^{-1}$, vem

$$\rho_{m_1, m_1'} = \frac{1}{2j_1 + 1} \sum_{M_1} D_{M_1, m_1}^{j_1}(R) D_{M_1, m_1'}^{j_1*}(R) = \frac{1}{2j_1 + 1} \delta_{m_1, m_1'} \quad (9)$$

ou seja, a matriz densidade continua diagonal após a rotação, como era de esperar, uma vez que não existe direção privilegiada.

É fácil ver, usando (6) (e o análogo da (6) para os demais estados) e (1), que

$$\begin{aligned} \sum_{M_1, M_0} h(M_1) |T(j_1, M_1 \rightarrow j_0, M_0)|^2 &= \sum_{M_1} h(M_1) D_{M_1, M_0}^{j_0*} \cdot \\ &\cdot \langle j_0, M_0 | V_n | j_n, m_n \rangle D_{M_n, m_n}^{j_n} D_{M_n, m_n}^{j_n*} \langle j_n, m_n' | \dots \\ &\dots | j_1, m_1 \rangle D_{M_1, m_1}^{j_1} D_{M_1, m_1'}^{j_1*} \langle j_1, m_1' | \dots | j_0, m_0' \rangle D_{M_0, m_0'}^{j_0} \end{aligned} \quad (10)$$

onde a soma é sobre todos os números magnéticos que aparecem na expressão. Usando agora a relação de completicidade das funções

$$\sum_{M_0} D_{M_0, m_0}^{j_0}(R) D_{M_0, m_0'}^{j_0*}(R) = \delta_{m_0, m_0'} \quad (11)$$

e a equação (8), a (10) fica

$$\begin{aligned} \sum_{M_1, M_0} h(M_1) |T(j_1, M_1 \rightarrow j_0, M_0)|^2 &= \sum_{m_1, m_1'} \rho_{m_1, m_1'} \langle j_0, m_0 | V_n | j_n, m_n \rangle \cdot \\ &\cdot \langle j_n, m_n' | \dots | j_1, m_1 \rangle \langle j_1, m_1' | \dots | j_0, m_0' \rangle = \\ &= \sum_{m_1, m_1', m_0} \rho_{m_1, m_1'} T(j_1, m_1 \rightarrow j_0, m_0) T^*(j_1, m_1' \rightarrow j_0, m_0) \end{aligned} \quad (12)$$

onde, na última igualdade, usamos novamente a (2) e o fato de que os V_i são Hermitianos. Fazendo em (3) a substituição (4) e usando então a (12), segue

$$W(\Omega, \Omega_n) = \sum_{q_1, q_2, \dots, q_n} \int d\Omega_2 \dots \int d\Omega_{n-1} \cdot$$

$$\cdot \sum_{m_i, m_i', m_0} \rho_{m_i, m_i'} T(\gamma_i, m_i \rightarrow \gamma_0, m_0) T^*(\gamma_i, m_i' \rightarrow \gamma_0, m_0) \quad (13)$$

onde $\rho_{m_i, m_i'}$ é suposto conhecido e $T(\gamma_i, m_i \rightarrow \gamma_0, m_0)$ pode ser calculado pela (2).

Para a finalidade a que se destina este trabalho (testes de simetria) não necessitaremos de um tratamento tão geral como o apresentado acima. A seguir trataremos o caso bem simples de cascata dupla isto é, quando são emitidos apenas dois gamas e só há um estado intermediário.

III.2 Cascata Dupla

Para este caso a equação (13) fica



$$W(\Omega_1, \Omega_2) = \sum \rho_{m_i, m_i'} T(\gamma_i, m_i \rightarrow \gamma_0, m_0) T^*(\gamma_i, m_i' \rightarrow \gamma_0, m_0) \quad (14)$$

onde a soma é sobre q_1, q_2, m_i, m_i', m_0 .

Usando a equação (2) e fazendo a substituição indicada após a mesma, vem

$$W(\Omega_1, \Omega_2) = \sum \rho_{m_i, m_i'} \langle \gamma_i, m_i | H_A(k_1, q_1) | \gamma_2, m_2 \rangle \langle \gamma_2, m_2 | H_A(k_2, q_2) | \gamma_0, m_0 \rangle \cdot$$

$$\cdot \langle \gamma_i, m_i' | H_A(k_1, q_1) | \gamma_2, m_2' \rangle^* \langle \gamma_2, m_2' | H_A(k_2, q_2) | \gamma_0, m_0 \rangle^* \quad (15)$$

onde a soma é sobre $q_1, q_2, m_i, m_i', m_2, m_2', m_0$. Usando a expansão (II-47) de H_A e o teorema de Wigner-Ekart (II-27), os elementos de matriz acima ficam dados por

$$\langle \gamma_i, m_i | H_A(k_1, q_1) | \gamma_2, m_2 \rangle = - \sum_{\lambda, \mu, \pi} q_1^\pi D_{\mu, q_1}^{\lambda, \pi}(\Omega_1) \cdot$$

$$\cdot \langle \gamma_2, m_2, \lambda, \mu | \gamma_i, m_i \rangle \langle \gamma_i || T_{\lambda}^{(\pi)} || \gamma_2 \rangle$$

$$\langle \gamma_i, m_i' | H_A(k_1, q_1) | \gamma_2, m_2' \rangle^* = - \sum_{\lambda, \mu, \pi} (-)^{q_1 - \mu} q_1^\pi D_{\mu, -q_1}^{\lambda, \pi}(\Omega_1) \cdot$$

$$\cdot \langle \gamma_2, m_2', \lambda', \mu' | \gamma_i, m_i' \rangle \langle \gamma_i || T_{\lambda'}^{(\pi')} || \gamma_2 \rangle^* \quad (16)$$

e expressões semelhantes para os outros dois.

Vamos particularizar para o caso em que a fonte é isotrópica, ou seja, $P_{m,m'} = (2\gamma_2 + 1)^{-1} \delta_{m,m'}$. Por conveniência, escolhemos o eixo z paralelo a R_1 ; isto é, $\Omega_1 = \theta$. Na consequência imediata é que podemos escrever

$$D_{\mu, q_1}^{\lambda_1}(0) = \delta_{\mu, q_1} \quad \text{e} \quad D_{-\mu_1, -q_1}^{\lambda_1}(0) = \delta_{\mu_1, q_1} \quad (17)$$

Antes de usarmos estes resultados na (15), vamos simplificar a notação, definindo os símbolos

$$M_{\lambda_1}^{\pi_1} = \langle \gamma_1 || T_{\lambda_1}^{(\pi_1)} || \gamma_2 \rangle, \quad M_{\lambda_1}^{\pi_1*} = \langle \gamma_1 || T_{\lambda_1}^{(\pi_1)} || \gamma_2 \rangle^* \\ M_{\lambda_2}^{\pi_2} = \langle \gamma_2 || T_{\lambda_2}^{(\pi_2)} || \gamma_0 \rangle, \quad M_{\lambda_2}^{\pi_2*} = \langle \gamma_2 || T_{\lambda_2}^{(\pi_2)} || \gamma_0 \rangle^* \quad (18)$$

Usando (16-18) na (15), se obtém

$$W(0, \Omega_2) = \sum_{\mu_2} (-1)^{q_2 - \mu_2} q_1^{\pi_1 + \pi_1'} q_2^{\pi_2 + \pi_2'} D_{\mu_2, q_2}^{\lambda_2}(\Omega_2) D_{-\mu_2, -q_2}^{\lambda_2}(\Omega_2) \cdot \\ \cdot (\gamma_2 m_2 \lambda_1 q_1 | \gamma_1 m_1) (\gamma_2 m_2' \lambda_1' q_1' | \gamma_1 m_1') M_{\lambda_1}^{\pi_1} M_{\lambda_1}^{\pi_1*} \\ \cdot (\gamma_0 m_0 \lambda_2 \mu_2 | \gamma_2 m_2) (\gamma_0 m_0 \lambda_2' \mu_2' | \gamma_2 m_2') M_{\lambda_2}^{\pi_2} M_{\lambda_2}^{\pi_2*} \quad (19)$$

onde a soma é sobre $q_1, q_2, m_1, m_0, m_2, m_2', \mu_2, \mu_2', \lambda_1, \lambda_1', \lambda_2, \lambda_2', \pi_1, \pi_1', \pi_2, \pi_2'$.

Pelas propriedades dos coeficientes C.G., vemos que os termos não nulos são aqueles para os quais

$$m_2 + q_1 = m_1 \quad m_2 + q_1' = m_1' \rightarrow m_2 = m_2' \\ m_0 + \mu_2 = m_2 \quad m_0 + \mu_2' = m_2' \rightarrow \mu_2 = \mu_2' \quad (20)$$

Vamos usar as propriedades

$$D_{m, m'}^{\lambda}(\Omega) D_{m_2, m_2'}^{\lambda_2}(\Omega) = \quad (21)$$

$$= \sum_K (\gamma_1 m_1 \gamma_2 m_2 | K m_1 + m_2) (\gamma_1 m_1' \gamma_2 m_2' | K m_1' + m_2') D_{m_1 + m_1', m_2 + m_2'}^K(\Omega)$$

$$D_{00}^k(\Omega) = P_k(\cos \beta) \quad (\Omega \equiv \alpha \beta \gamma) \quad (22)$$

Substituindo (20), (21) e (22) em (19), se obtém um produto de seis coeficientes C.G. A soma sobre os números magnéticos pode ser efetuada e se obtém, a menos de fatores irrelevantes (comuns a todos os termos),

$$\begin{aligned}
 W(\beta) = & \sum_{q_1} q_1^{\pi_1 + \pi'_1} q_2^{\pi_2 + \pi'_2} (-)^{\lambda_2 - \lambda'_1 + \lambda_2 - \lambda'_2} P_k(\cos \beta) (2\gamma_2 + 1) \\
 & \cdot (\lambda_1 q_1 \lambda'_1 - q_1 | KO) W(\gamma_2 \gamma_2 \lambda_1 \lambda'_1; K \gamma_1) M_{\lambda_1}^{\pi_1} M_{\lambda'_1}^{\pi'_1 *} \\
 & \cdot (\lambda_2 q_2 \lambda'_2 - q_2 | KO) W(\gamma_2 \gamma_2 \lambda_2 \lambda'_2; K \gamma_0) M_{\lambda_2}^{\pi_2} M_{\lambda'_2}^{\pi'_2 *} \quad (23)
 \end{aligned}$$

onde a soma é sobre $k, q_1, q_2, \lambda_1, \lambda'_1, \lambda_2, \lambda'_2, \pi_1, \pi'_1, \pi_2, \pi'_2$

Os coeficientes de Racah $W(abcd; ef)$ são nulos a menos $\Delta abc, \Delta cde, \Delta acf, \Delta bdf$ (o símbolo Δabc quer dizer que os números a, b, c são tais que com eles se pode formar um triângulo, ou seja, $a \leq b + c, b \leq a + c, \dots, |b - c| \leq a$). Usando esta propriedade em (23) ficam novamente confirmadas as relações

$$\lambda_1, \lambda'_1 \leq \gamma_1 + \gamma_2, \dots, |\gamma_1 - \gamma_2|$$

$$\lambda_2, \lambda'_2 \leq \gamma_0 + \gamma_2, \dots, |\gamma_0 - \gamma_2|$$

Além disto se obtém

$$k \leq 2\gamma_2, \quad k \leq \lambda_1 + \lambda'_1, \quad k \leq \lambda_2 + \lambda'_2$$

$$\text{ou seja } k \leq \min(2\gamma_2, \lambda_1 + \lambda'_1, \lambda_2 + \lambda'_2) \quad (24)$$

Observando a equação (23), vemos que o coeficiente de $P_k(\cos \beta)$ pode ser separado em um produto de fatores dependentes apenas da primeira radiação e outros apenas da segunda. Os coeficientes $R_k^q(\lambda \lambda' \gamma_2 \gamma_1)$ são definidos por

$$\begin{aligned}
 R_k^q(\lambda \lambda' \gamma_2 \gamma_1) = & (-)^{q + \gamma_2 - \gamma_1 + \lambda - \lambda' - k} (2\gamma_2 + 1)^{1/2} (2\lambda + 1)^{1/2} \\
 & \cdot (2\lambda' + 1)^{1/2} (\lambda q \lambda' - q | KO) W(\gamma_2 \gamma_2 \lambda \lambda'; K \gamma_1) \quad (25)
 \end{aligned}$$

Além de simplificar a notação, estes coeficientes tem a vantagem de estar tabelados²³⁾.

Lembrando que $q \doteq +1, -1$, e que

$$(\lambda-1 \lambda'+1 | KO) = (-)^{\lambda+\lambda'+K} (\lambda+1 \lambda'-1 | KO) \quad (26)$$

segue

$$R_K^{+1}(\lambda \lambda' \gamma_2 \gamma_1) = (-)^{\lambda+\lambda'+K} R_K^{-1}(\lambda \lambda' \gamma_2 \gamma_1) \quad (26')$$

Escreveremos simplesmente R_K em vez de R_K^{+1} .
É fácil ver que a (23) pode ser escrita na forma

$$W(\beta) = \sum (\delta_{q_1+1} + \delta_{q_1-1}) (-)^{\pi_1 + \pi_1' + \lambda_1 + \lambda_1' + K} R_K(\lambda_1 \lambda_1' \gamma_2 \gamma_1).$$

$$\cdot (\delta_{q_2+1} + \delta_{q_2-1}) (-)^{\pi_2 + \pi_2' + \lambda_2 + \lambda_2' - K} R_K(\lambda_2 \lambda_2' \gamma_2 \gamma_0).$$

$$\cdot \frac{M_{\lambda_1}^{\pi_1}}{(2\lambda_1+1)^{1/2}} \cdot \frac{M_{\lambda_1'}^{\pi_1'}}{(2\lambda_1'+1)^{1/2}} \cdot \frac{M_{\lambda_2}^{\pi_2}}{(2\lambda_2+1)^{1/2}} \cdot \frac{M_{\lambda_2'}^{\pi_2'}}{(2\lambda_2'+1)^{1/2}} \cdot P_K(\cos \beta) \quad (27)$$

Não considerando impurezas de paridade nos estados nucleares, então $\pi + \pi' + \lambda + \lambda'$ tem que ser em número par. Com efeito, se $\pi = \pi'$ (mesmo caráter), então λ e λ' são ambos números pares ou ambos ímpares, e se $\pi \neq \pi'$ então tem que ser $\lambda = \text{par}$ e $\lambda' = \text{ímpar}$ ou vice-versa. Portanto, valores ímpares de K não contribuem para a cor-
relação angular (27) quando se somam sobre polarizações de pelo menos uma das radiações, isto é, quando pelo menos um dos detectores não é sensível à polarização.

É usual escrever a (27) na forma

$$W(\beta) = \sum_K A_{K1} A_{K2} P_K(\cos \beta) \quad (28)$$

Vamos considerar o caso em que uma das transições (por exemplo, a primeira) corresponde à mistura $M \lambda_0, E \lambda_0+1$, o detector correspondente não é sensível à polarização, ou seja, para $K = \text{ímpar}$

$A_{K1} = 0$ e para $K = \text{par}$.

A_{K1} é dado por

$$A_{K1} = \sum_{\substack{\lambda \lambda' = \lambda_0 \\ \pi \pi'}}^{\lambda_0+1} 2 \cdot R_K(\lambda \lambda' \gamma_2 \gamma_1) \frac{\langle \gamma_2 || T_{\lambda}^{<\pi>} || \gamma_2 \rangle}{(2\lambda+1)^{1/2}} \cdot \frac{\langle \gamma_2 || T_{\lambda'}^{<\pi'>} || \gamma_2 \rangle}{(2\lambda'+1)^{1/2}} \quad (29)$$

São quatro os termos relevantes desta equação, correspondentes a $\lambda = \lambda_0$ e $\lambda' = \lambda_0$; $\lambda = \lambda_0$ e $\lambda' = \lambda_0 + 1$; $\lambda = \lambda_0 + 1$ e $\lambda' = \lambda_0$; $\lambda = \lambda_0 + 1$ e $\lambda' = \lambda_0 + 1$.
Dividir todos os termos por

$$2. \left| \frac{\langle \mathcal{J}_1 \| T_{\lambda_0}^{<m>} \| \mathcal{J}_2 \rangle}{(2\lambda_0 + 1)^{1/2}} \right|^2$$

não altera a forma da correlação angular. Assim obteremos, de acordo com a definição (II-66),

$$A_{k1} = R_k(\lambda_0 \lambda_0 \mathcal{J}_2 \mathcal{J}_1) + (\delta + \delta^*) R_k(\lambda_0 \lambda_0 + 1 \mathcal{J}_2 \mathcal{J}_1) + \dots + |\delta|^2 R_k(\lambda_0 + 1 \lambda_0 + 1 \mathcal{J}_2 \mathcal{J}_1) \dots \quad (30)$$

onde, no segundo termo, usamos a propriedade $R_k(\lambda \lambda' \mathcal{J}_2 \mathcal{J}_1) = R_k(\lambda' \lambda \mathcal{J}_2 \mathcal{J}_1)$, facilmente obtível a partir da definição (25).

Substituindo (30) em (28), e lembrando que $\delta + \delta^* = 2|\delta|\cos\eta$ (cf. II-27), obteremos a expressão para a correlação angular quando uma das radiações correspondente à mistura $M \lambda_0 \in \lambda_0 + 1$:

$$W(\beta) = \sum_{k=\text{par}} A_k \left[R_k(\lambda_0 \lambda_0 \mathcal{J}_2 \mathcal{J}_1) + 2|\delta|\cos\eta R_k(\lambda_0 \lambda_0 + 1 \mathcal{J}_2 \mathcal{J}_1) + |\delta|^2 R_k(\lambda_0 + 1 \lambda_0 + 1 \mathcal{J}_2 \mathcal{J}_1) P_k(\cos\beta) \right] \quad (31)$$

onde A_k se refere à transição não mixta e \mathcal{J} representa \mathcal{J}_1 ou \mathcal{J}_2 , conforme a transição mixta for a primeira ou a segunda.

III.3 Hamiltoniano não invariante frente a P e os elementos de matriz

No parágrafo anterior não levamos em conta possíveis impurezas de paridade nos estados nucleares. No parágrafo seguinte estudaremos o efeito das mesmas na distribuição angular de radiações de um sistema nuclear polarizado. Por isso vamos ver agora como ficam os elementos de matriz de $T_{\lambda\mu}^{<\pi>}$ entre dois estados nucleares se uma pequena fração da força nuclear for não invariante frente a P.

Vamos escrever o Hamiltoniano do núcleo na forma

$$H = H_0 + H_{\text{imp}} \quad (32)$$

onde H_0 é a parte regular (par) e H_{irr} é o termo irregular, ímpar frente a P. Correspondentemente, os estados nucleares serão escritos na forma

$$\Psi_i = \psi_i + F \phi_i \quad (33)$$

onde ψ_i e ϕ_i tem paridades opostas e F é uma constante que tem a mesma ordem de grandeza que a razão entre a parte irregular e a regular da força nuclear, como se pode ver pelo tratamento em teoria de perturbação que faremos a seguir. Como H_{irr} é muito pequeno, podemos usar teoria de perturbação em primeira ordem e escrever

$$\Psi_i = \psi_i + \sum_{j \neq i} \frac{\langle \psi_j | H_{irr} | \psi_i \rangle}{E_i - E_j} \psi_j \quad (34)$$

onde as energias E_i e E_j são os autovalores da equação de Schrödinger $H_0 \psi_i = E_i \psi_i$. É claro que só para aqueles ψ_j que têm paridade oposta a ψ_i os elementos de matriz em (39) não são nulos, e assim podemos identificar o termo $F \phi_i$ da (33) com o segundo termo da (34).

Sejam Ψ_1 e Ψ_2 dois estados nucleares tais que suas partes principais ψ_1 e ψ_2 tenham paridade relativa $(-)^{\lambda+1}$. O elemento de matriz de $T_{\lambda\mu}^{<m>}$ é

$$\begin{aligned} \langle \Psi_1 | T_{\lambda\mu}^{<m>} | \Psi_2 \rangle &= \langle \psi_1 | T_{\lambda\mu}^{<m>} | \psi_2 \rangle + F \langle \psi_1 | T_{\lambda\mu}^{<m>} | \phi_2 \rangle + \\ &+ \langle \phi_1 | T_{\lambda\mu}^{<m>} | \psi_2 \rangle + F^2 \langle \phi_1 | T_{\lambda\mu}^{<m>} | \phi_2 \rangle \quad (35) \end{aligned}$$

Como ψ_1 e ψ_2 têm paridade relativa $(-)^{\lambda+1}$ e ψ_2 e ϕ_2 têm paridade relativa $(-)^{\lambda}$ segue que ψ_1 e ϕ_2 têm paridade relativa $(-)^{\lambda}$ e, da mesma maneira, ϕ_1 e ψ_2 . Como $T_{\lambda\mu}^{<m>}$ tem paridade $(-)^{\lambda+1}$ concluímos que o segundo e terceiro termo da (35) são nulos. O quarto termo pode ser desprezado, pois é proporcional a $F^2 \approx 10^{-13}$.

Por considerações semelhantes, somos levados a escrever o elemento de matriz de $T_{\lambda\mu}^{<e>}$ como

$$\begin{aligned} \langle \Psi_1 | T_{\lambda\mu}^{<e>} | \Psi_2 \rangle &= \langle \psi_1 | T_{\lambda\mu}^{<e>} | \phi_2 \rangle + \langle \phi_1 | T_{\lambda\mu}^{<e>} | \psi_2 \rangle = \\ &= \sum_{j \neq 2} \frac{\langle \psi_1 | T_{\lambda\mu}^{<e>} | \psi_j \rangle \langle \psi_j | H_{irr} | \psi_2 \rangle}{E_2 - E_j} + \\ &+ \sum_{j \neq 1} \frac{\langle \psi_1 | H_{irr} | \psi_j \rangle \langle \psi_j | T_{\lambda\mu}^{<e>} | \psi_2 \rangle}{E_1 - E_j} \quad (36) \end{aligned}$$

onde usamos a (34) e supusemos que H_{LMP} é Hermitiano para obter o último termo.

Como $T_{\lambda\mu}^{(e)}$ é uma soma de operadores de partícula única, $\langle \psi_1 | T_{\lambda\mu}^{(e)} | \psi_j \rangle$ só difere de zero se ψ_j difere de ψ_1 pela excitação de uma partícula. Se pensarmos em termos do modelo de camadas, sendo ψ_j os autoestados do oscilador harmônico de frequência ω , então somente termos com $E_1 - E_j = -\lambda \hbar \omega$ e $E_2 - E_j = -\lambda \hbar \omega$ contribuem para a (36). Portanto, podemos por o denominador em evidência. Como os termos diagonais $\langle \psi_1 | H_{LMP} | \psi_1 \rangle = \langle \psi_2 | H_{LMP} | \psi_2 \rangle = 0$ porque H_{LMP} tem paridade -1 , podemos tirar as restrições $j \neq 1$ e $j \neq 2$ e usar a relação de completicidade $\sum |j\rangle \langle j| = 1$. Segue daí

$$\langle \psi_1 | T_{\lambda\mu}^{(e)} | \psi_2 \rangle \approx \frac{-1}{\lambda \hbar \omega} \langle \psi_1 | T_{\lambda\mu}^{(e)} H_{LMP} + H_{LMP} T_{\lambda\mu}^{(e)} | \psi_2 \rangle \quad (37)$$

Este modelo pode ser grosseiro, mas serve para dar uma idéia do papel de H_{LMP} nos elementos de matriz. É claro que se a paridade relativa de ψ_1 e ψ_2 for $(-)^{\lambda}$, então basta substituir $T_{\lambda\mu}^{(e)}$ por $T_{\lambda\mu}^{(m)}$ e vice-versa no tratamento acima. Entretanto é mais conveniente usar para as experiências os casos em que a paridade relativa é $(-)^{\lambda+1}$ porque então a transição "proibida" será E^{λ} que costuma ser, quando não há proibição de paridade, bastante maior que M^{λ} . Vamos definir "fator de favorecimento R" de E^{λ} sobre M^{λ} pela relação

$$R = \frac{\langle \psi_1 | T_{\lambda\mu}^{(e)} | \psi_2 \rangle + \langle \psi_1 | T_{\lambda\mu}^{(m)} | \psi_2 \rangle}{\langle \psi_1 | T_{\lambda\mu}^{(m)} | \psi_2 \rangle} \quad (38)$$

Pode-se fazer uma estimativa grosseira de R substituindo esféricos harmônicos e momentos angulares pela unidade e lembrando que as funções de onda se anulam fora do raio nuclear R_m (veja, por exemplo, Preston³², pg. 300) que dá

$$R \approx \frac{2mcR_m}{\hbar} \approx 10-600. \quad (39)$$

III.4 Distribuição Angular de Radiações de um Sistema Nuclear Orientado

Os "parâmetros de orientação" $B_k(\gamma)$ de um sistema de núcleos de momento angular γ são definidos pela relação³³⁾

$$B_k(\gamma) = (2\gamma+1)^{1/2} \sum_m (-)^{j-m} p(m) (\gamma m \gamma - m | k 0) \quad (40)$$

Para $k=0,1,2$ valem as relações

$$B_0(\gamma) = 1$$

$$B_1(\gamma) = \sqrt{3} \frac{\sum_m m p(m)}{[\gamma(\gamma+1)]^{1/2}}$$

$$B_2(\gamma) = \sqrt{5} \frac{\sum_m [m^2 - 1/3 \gamma(\gamma+1)] p(m)}{[\gamma(\gamma+1)(2\gamma-1)(2\gamma-3)]^{1/2}} \quad (41)$$

Se o sistema é isotrópico, então $B_k(\gamma) = \delta_{k0}$. Se o sistema é "alinhado", isto é, $p(m) = p(-m)$, então $B_2(\gamma) \neq 0$ mas $B_1(\gamma) = 0$. $B_1(\gamma)$ representa a "polarização" do sistema e $B_2(\gamma)$ o seu "alinhamento".

A probabilidade de transição $P_{m_1 m_2}(\mathbf{k}, q)$ de um estado nuclear $|\gamma_1 m_1\rangle$ para o estado $|\gamma_2 m_2\rangle$ por emissão de um fóton de momentum \mathbf{k} e polarização q é dada, a menos de constante, por

$$P_{m_1 m_2}(\mathbf{k}, q) = |\langle \gamma_1 m_1 | H_a(\mathbf{k}, q) | \gamma_2 m_2 \rangle|^2 \quad (42)$$

Usando as equações (16), segue

$$P_{m_1 m_2}(\mathbf{k}, q) = \sum q^{\pi+\pi'} (-)^{q-\mu'} D_{\mu q}^{\lambda}(\Omega) D_{-\mu'-q}^{\lambda'}(\Omega) (\gamma_2 m_2 \lambda \mu | \gamma_1 m_1) \cdot (\gamma_2 m_2 \lambda' \mu' | \gamma_1 m_1) \langle \gamma_1 || T_{\lambda \mu}^{<\pi>} || \gamma_2 \rangle \langle \gamma_1 || T_{\lambda' \mu'}^{<\pi'\rangle} || \gamma_2 \rangle^* \quad (43)$$

onde a soma é sobre $\lambda \lambda' \mu \mu' \pi \pi'$ e representa os ângulos de Euler da rotação que leva o eixo de simetria (direção de polarização) \hat{z} na direção de propagação \hat{k} do fóton. Pela propriedade de ortogonalidade dos coeficientes C.G., vemos que só termos com $\mu' = \mu$ contribuem para a (43).

Se usarmos as propriedades (21) e (2'') das funções \mathcal{D} e a notação (18) esta equação pode ser escrita na forma

$$P_{m_1 m_2}(\vec{k}, q) = \sum_{\lambda \lambda' \mu \pi \pi' k} q^{\pi + \pi'} (-)^{q - \mu} (\lambda \mu \lambda' - \mu | k 0) (\lambda q \lambda' - q | k 0) \cdot (\gamma_2 m_2 \lambda \mu | \gamma_1 m_1) (\gamma_2 m_2 \lambda' \mu | \gamma_1 m_1) d_{\lambda}^{\pi} d_{\lambda'}^{\pi'} P_k(\cos \beta) \quad (44)$$

onde a soma é sobre $\lambda \lambda' \mu \pi \pi' k$. Vamos explicitar a soma sobre $\pi \pi' \equiv 0, 1 (e, m)$:

$$P_{m_1 m_2}(\vec{k}, q) = \sum_{\lambda \lambda' \mu} (-)^{q - \mu} (\lambda \mu \lambda' - \mu | k 0) (\lambda q \lambda' - q | k q) \cdot (\gamma_2 m_2 \lambda \mu | \gamma_1 m_1) (\gamma_2 m_2 \lambda' \mu | \gamma_1 m_1) P_k(\cos \beta) \cdot (d_{\lambda}^e d_{\lambda'}^{e*} + d_{\lambda}^m d_{\lambda'}^{m*} + q d_{\lambda}^e d_{\lambda'}^{m*} + q d_{\lambda}^m d_{\lambda'}^{e*}) \quad (45)$$

Neste ponto somos tentados a usar as regras de seleção (II-62) para eliminar a metade dos elementos de matriz acima. Entretanto aquelas regras de seleção são válidas quando se desprezam possíveis impurezas de paridade nos estados nucleares. Como a nossa intenção aqui é precisamente estudar a influência destas impurezas nas radiações, não podemos usá-las. Se tivermos um detector capaz de separar a estrutura hiperfina (Efeito Mössbauer), então podemos medir $P_{m_1 m_2}(\vec{k}, q)$, ou, mais fácil, somar sobre polarizações e medir $P_{m_1 m_2}(\vec{k})$ e assim obter informações sobre os termos "irregulares". Voltaremos a este assunto no capítulo seguinte. Por enquanto vamos supor que o nosso detector é comum e, portanto, devemos somar sobre estados finais m_2 e fazer a média ponderada (pêso $p(m_1)$) sobre estados iniciais m_1 . A soma sobre m_2 e μ pode ser efetuada sem problema. Usando então as definições (25) e (40), obtemos

$$P(\vec{k}, q) = \sum_{\lambda \lambda'} \frac{B_k(\gamma_1) R_k^q(\lambda \lambda' \gamma_1 \gamma_2)}{k \lambda \lambda' (2\lambda + 1)^{1/2} (2\lambda' + 1)^{1/2}} \cdot [d_{\lambda}^e d_{\lambda'}^{e*} + d_{\lambda}^m d_{\lambda'}^{m*} + q d_{\lambda}^e d_{\lambda'}^{m*} + q d_{\lambda}^m d_{\lambda'}^{e*}] P_k(\cos \beta) \quad (46)$$

É claro que a expressão acima pode ser usada quando o detector é sensível à polarização. Quando este não é o caso, devemos somar sobre polarização $q = +1$ e -1 . Usando a propriedade (26') obtem-se

$$P_k(k) = \sum_{\kappa \lambda \lambda'} \frac{B_k(\gamma_1) R_k(\lambda \lambda' \gamma_1 \gamma_2)}{(2\lambda+1)^{1/2} (2\lambda'+1)^{1/2}} \cdot$$

$$\cdot [(db_{\lambda}^e db_{\lambda'}^{e*} + db_{\lambda}^m db_{\lambda'}^{m*}) \delta_{\lambda+\lambda'+k, \text{par}} +$$

$$+ (db_{\lambda}^e db_{\lambda'}^{m*} + db_{\lambda}^m db_{\lambda'}^{e*}) \delta_{\lambda+\lambda'+k, \text{impar}}] \quad (47)$$

Conclusões:

Para $k = \text{par}$ e $\lambda + \lambda' = \text{par} \implies k + \lambda + \lambda' = \text{par}$:

Somente os produtos de multipolos de mesmo caráter (elétrico ou magnético) contribuem, isto é, termos como $db_{\lambda}^e db_{\lambda'}^{e*}$ com $\lambda' = \lambda, \lambda \pm 2, \dots$ e, portanto, regulares (multipolos de mesma paridade).

Para $k = \text{par}$ e $\lambda + \lambda' = \text{impar} \implies k + \lambda + \lambda' = \text{impar}$:

A contribuição vem de interferências entre multipolos de caráter diferente, como $db_{\lambda}^e db_{\lambda'}^{m*}$, com $\lambda' = \lambda \pm 1, \lambda \pm 3, \dots$, ou seja, termos regulares.

Para $k = \text{impar}$ e $\lambda + \lambda' = \text{par} \implies k + \lambda + \lambda' = \text{impar}$:

A contribuição vem de interferências entre multipolos de caráter diferente com $\lambda' = \lambda, \lambda \pm 2, \dots$, ou seja, termos irregulares (multipolos de paridades opostas)

Para $k = \text{impar}$ e $\lambda + \lambda' = \text{impar} \implies k + \lambda + \lambda' = \text{par}$:

A contribuição vem de interferências entre multipolos de mesmo caráter com $\lambda' = \lambda \pm 1, \lambda \pm 3, \dots$, ou seja, termos irregulares.

Logo, as contribuições irregulares vêm dos termos com $k = \text{impar}$. Se estas contribuições forem desprezadas, o somatório se estende apenas sobre $k = \text{par}$, de acordo com os resultados do parágrafo 2.

Como $P_k(\cos\beta)$ é simétrico ao redor de $\beta = \frac{\pi}{2}$ se $k = \text{par}$ e é antissimétrico se $k = \text{impar}$, vemos que somente os termos irregulares podem causar assimetria em relação à direção perpendicular ao eixo de polarização na distribuição de radiações de um sistema nuclear polarizado. A assimetria mais acentuada se dá para os ângulos 0 e π . Vamos definir "assimetria A_{irr} " pela relação

$$A_{irr} = \frac{P(0) - P(\pi)}{P(0) + P(\pi)} \quad (48)$$

que, evidentemente, pode ser obtida a partir da experiência. Chamamos atenção para não confundir A_{LPR} com o parâmetro de assimetria A , cuja definição é semelhante à (48) mas com π substituído por $\pi/2$, e que resulta dos termos regulares, $K = \text{par}$, e não tem nada que ver com impurezas de paridade nos estados nucleares.

C A P Í T U L O I V

TESTES DE SIMETRIA EM FÓRÇAS NUCLEARES

IV.1 Paridade

O trabalho pioneiro de Wilkinson³⁴⁾, em 1958, sobre testes experimentais de conservação de paridade em forças nucleares, dividiu as possíveis experiências em três classes, as quais passamos a apresentar (devidamente atualizadas).

Classe I - São aquelas experiências que fazem uso de uma regra de seleção absoluta, imposta por conservação de paridade. Tais regras de seleção não são encontradas em transições eletromagnéticas, pois, quando a conservação de paridade proíbe transição por multipolo de um caráter, permite pelo outro. Um exemplo de experiência de classe I, que foi sugerido pelo próprio Wilkinson, consiste na medida da probabilidade de transição por decaimento alfa de um estado nuclear de momento angular γ e paridade $(-)^{J+1/2}$ para o estado 0^+ . Por conservação de paridade, esta transição é absolutamente proibida. Entretanto, se o estado inicial (ou final) não for de paridade pura $(-)^{J+1/2}$, mas tiver um termo irregular de paridade $(-)^J$, isto é

$$\Psi_i = \psi_i + F \phi_i$$

então a transição poderá se dar através da parte irregular da função de onda. Seja H_α o Hamiltoniano responsável pelo decaimento alfa. A amplitude de probabilidade para o processo será

$$\langle 0^+ | H_\alpha | \Psi_i \rangle = \langle 0^+ | H_\alpha | \psi_i \rangle + F \langle 0^+ | H_\alpha | \phi_i \rangle$$

O primeiro termo é nulo e a probabilidade de transição é o módulo quadrado da amplitude, isto é,

$$W_\alpha = F^2 | \langle 0^+ | H_\alpha | \phi_i \rangle |^2.$$

Se tivermos algum meio de conhecer o valor do elemento de matriz acima (por exemplo, por comparação com algum decaimento α permitido no mesmo núcleo, ou por cálculo teórico, usando algum modelo razoável) então, medindo W_α no laboratório, conheceremos F^2 . Não tenho notícia de que alguém tenha feito este tipo de pesquisa.

Classe II - São aquelas experiências em que examinamos transições permitidas tanto para a parte regular como para a irregular da função de onda. Neste caso o que se mede são efeitos devidos à interferência entre o termo regular e o irregular da amplitude de transição.

A seguir apresentamos três exemplos de experiências de classe II, que julgamos os mais importantes.

O primeiro exemplo consiste na medida da polarização circular de gamas emitidas por fonte não polarizada. O tratamento teórico foi feito pela primeira vez por Blin-Stoyle³⁵⁾, em 1960, e foi realizado experimentalmente por vários autores, entre os quais Lobashov et al^{4,5)} e Boehm e Kankeleit¹⁰⁾.

Para uma fonte isotrópica o único parâmetro de orientação (conforme definição III-40) não nulo é $B_0(\gamma_1) = 4$. Usando também as relações $R_0(\lambda, \lambda', J_0, J_0) = \delta_{\lambda\lambda'}$, facilmente obtível a partir da definição (III-25) e $P_0(\cos \beta) = 1$, equação III-46 fica

$$P(q) = \sum_{\lambda} (2\lambda+1)^{-1} \left\{ |db_{\lambda}^e|^2 + |db_{\lambda}^m|^2 + q (db_{\lambda}^e db_{\lambda}^{m*} + cc) \right\}$$

onde suprimimos o argumento k de $P(k, q)$ porque a direção de propagação do fóton não tem nenhuma importância na relação acima.

Vamos definir "grau de polarização circular" δ_q pela relação

$$\delta_q \equiv \frac{P(q) - P(-q)}{P(q) + P(-q)} = \frac{\sum_{\lambda} (2\lambda+1)^{-1} q (db_{\lambda}^e db_{\lambda}^{m*} + cc)}{\sum_{\lambda} (2\lambda+1)^{-1} (|db_{\lambda}^e|^2 + |db_{\lambda}^m|^2)}$$

Aqui se vê que somente termos proibidos por conservação de paridade podem contribuir para a polarização δ_q . Em particular, vamos considerar o caso em que a única transição permitida é $M1$. Então $E1$ também é permitida por conservação de momentum angular mas é "irregular" em paridade. Conforme vimos no capítulo II, parágrafo 3, podemos considerar reais os elementos reduzidos db_{λ}^{π} sem cometer erro apreciável e, conforme vimos no capítulo III, parágrafo 3, podemos desprezar $|db_{\lambda}^e|^2$ que é quadrático em F . Segue então

$$\delta_q = \frac{2q db_1^e}{db_1^m} = \frac{2q F [\langle \psi_1 \| T_1^{(e)} \| \psi_2 \rangle + \langle \psi_1 \| T_2^{(e)} \| \psi_2 \rangle]}{\langle \psi_1 \| T_1^{(m)} \| \psi_2 \rangle}$$

$$\delta_{\pm 1} = \pm 2RF$$

(confira simbologia no capítulo III, parágrafo 3)

Na experiência de Lobashov et al⁵⁾ com T_a^{181} foi encontrado $\delta_1 = (6 \pm 1) \cdot 10^{-6}$. Os autores atribuem a $2R$ um valor no intervalo 15-150. Então

$$F = \frac{-\delta_1}{2R} = -4 \cdot 10^{-7} \text{ --- } -0,4 \cdot 10^{-7}$$

Cabem aqui algumas considerações a respeito da estatística necessária para se obter este efeito. Supondo que as radiações observem a distribuição de Poisson, o desvio standard σ (conforme referência 36, cap. 26) é $\sigma = \sqrt{m}$, onde m é o número médio de radiações medidas durante um tempo t , quando se repetem muitas vezes a mesma experiência, nas mesmas condições, durante o mesmo tempo t . Vamos chamar de N^+ o número de radiações regulares ($M1$) com polarização circular à direita e N^- o correspondente número com polarização circular à esquerda. Como vimos, em média $N^+ = N^-$. Então, segundo a distribuição de Poisson, $N^- = N^+ \pm \sigma = N^+ \pm \sqrt{N^+}$, flutuação esta que poderá ser responsável por uma polarização δ_q de caráter puramente estatístico. Portanto, para que se possa atribuir ao termo de interferência (irregular) a maior contribuição para a polarização medida δ_q , é necessário que o número n de radiações irregulares seja maior que $\sqrt{N^+}$. δ_q pode ser escrito na forma

$$\delta_q = \frac{2q n}{N^+ + N^-} \approx \frac{2q n}{2N^+} = q \frac{n}{N^+}$$

No caso das experiências de Lobashov et al, $\delta_1 \approx 10^{-6}$. Logo (em módulo) $\frac{n}{N^+} \approx 10^{-6} \rightarrow n \approx 10^{-6} N^+$. Exigindo $n > \sqrt{N^+}$ vem $N^+ > 10^{12}$. Se quisermos que o erro estatístico seja menor que 10% isto é, $\frac{\sigma}{n} = \frac{\sqrt{N^+}}{n} < 10^{-1}$, segue $N^+ > 10^{14}$. Usando detectores ópticos, capazes de medir 10^6 gamas por segundo, precisaríamos de uns três anos (10^8 seg) para conseguir esta estatística. O método usado por Lobashov et al é completamente novo em matéria de detecção de gamas polarizados e consiste em medir, não cada fóton individualmente, mas a corrente integral de fótons, através da corrente foto-elétrica que ela provoca, após passar por um polarímetro. Alternando, em intervalos de tempo iguais, a direção do campo magnético do polarímetro, a corrente foto-elétrica sofrerá variação proporcional a δ_q . Com isto se pode usar fontes muito intensas e obter a estatística desejada em relativamente pouco tempo.

O segundo exemplo que queremos apresentar é a medida da distribuição angular de radiações de um sistema nuclear orientado, discutido no capítulo III, parágrafo 4. Vamos particularizar, para o caso

de mistura $M1 E1$, com $E1$ irregular. Com as mesmas considerações sobre os elementos reduzidos que fizemos no exemplo anterior, e lembrando que $K \equiv \lambda + \lambda', \dots, |\lambda - \lambda'|$, isto é, $K \equiv 2, 1, 0$ a equação (III-47) fica

$$P(\frac{1}{2}) = \frac{1}{3} (M_1^m)^2 + \frac{2}{3} B_1(\gamma_1) R_1(11\gamma_1\gamma_2) M_1^e M_1^m P_1(\cos\beta) + \\ + \frac{1}{3} B_2(\gamma_1) R_2(11\gamma_1\gamma_2) (M_1^m)^2 P_2(\cos\beta)$$

Usando agora a definição (III-48) de A_{irr} , vem

$$A_{irr} = \frac{2B_1(\gamma_1) R_1(11\gamma_1\gamma_2)}{1 + B_2(\gamma_1) R_2(11\gamma_1\gamma_2)} \cdot \frac{M_1^e}{M_1^m}$$

onde, como vimos no exemplo anterior,

$$\frac{M_1^e}{M_1^m} = RF$$

A polarização do sistema nuclear pode ser obtida, por exemplo, por captura radiativa de nêutrons polarizados, como no caso da experiência de Abov et al.³⁷⁾ Já Boehm e Hauser³⁸⁾ usaram a não conservação de paridade em decaimento β para obter um ensemble polarizado de núcleos radioativos. O primeiro método (captura de nêutrons polarizados) me parece bem melhor que o segundo, porque neste (decaimento β) precisamos detectar radiações em coincidência, o que prejudica a estatística em pelo menos um fator 10^2 . Um método que me parece muito bom é o uso do Efeito Mössbauer. A alta sensibilidade em energia deste método permite seleccionar uma das componentes de estrutura fina e obter assim polarização máxima. Neste caso podemos obter a relação entre A_{irr} e os termos irregulares diretamente da equação (III-45), somando sobre polarizações. Algum detalhe a respeito deste método pode ser encontrado no artigo de Kistner³⁹⁾. A expressão para a distribuição angular apresentada aí pode ser obtida a partir da (III-45). O método foi realizado experimentalmente pela primeira vez por Grodzins e Genovese⁴⁰⁾ em 1961 para a radiação de 14 Kev do ^{57}Fe .

O terceiro exemplo que apresentaremos é o método proposto por Lewis⁴¹⁾, que consiste no uso de Correlação Angular Perturbada. Lewis aponta o fato de que em se fazendo testes de simetria com correlações não perturbadas estamos desprezando as perturbações que necessariamente existem sobre os sistemas nucleares, principalmente porque

a regra geral é escolher os sistemas em que a radiação regular é retardada (hindred), dando lugar a uma vida média mais longa. O método consiste essencialmente no seguinte: A expressão da correlação angular perturbada para emissão de gamas em cascata segundo as direções Ω_1 e Ω_2 , tais que a segunda emissão ocorre um tempo t após a primeira é (veja, por exemplo, a referência 42)

$$W(\Omega_1, \Omega_2, t) = \sum_{K_1, K_2, N_1, N_2} \frac{A_{K_1} A_{K_2} G_{K_1 K_2}^{N_1, N_2}(t)}{[(2K_1+1)(2K_2+1)]^{\frac{1}{2}}} Y_{K_1}^{N_1}(\Omega_1) Y_{K_2}^{N_2}(\Omega_2)$$

Como no caso da correlação angular não perturbada, termos com K_1 ou K_2 ímpar só contribuem se há impurezas de paridade nos estados nucleares. Estes termos são responsáveis por uma assimetria ao redor de $\theta = \frac{\pi}{2}$ ($\Omega = \theta\varphi$). Portanto, no caso de a perturbação extra nuclear ser tal que $G_{K_1, K_2}(t)$ é grande para K_1 ou K_2 ímpar (o autor mostra que tal condição se pode obter com gradiente de campo elétrico, ou seja, com interação quadrupolar elétrica) obtém-se uma assimetria considerável. A partir desta como nos exemplos anteriores se pode calcular RP.

Classe III - São também experiências em que as transições são permitidas tanto para a parte regular como para a irregular da função de onda, mas tais que o que se observa são produtos de dois termos irregulares, isto é, quantidades proporcionais a $(RF)^2$. Nesta classe está a correlação angular não perturbada de dois gamas em cascata. Por exemplo, consideremos o caso em que ambas as transições são $M1E1$, sendo $E1$ a transição irregular. A primeira radiação deixa o sistema nuclear parcialmente polarizado (e não simplesmente alinhado, como no caso em que não há interferência), com uma polarização $B_1(\gamma_1) \approx RF$. Por sua vez esta polarização do estado intermediário será responsável por uma assimetria na segunda emissão $A_{irr} \approx B_1(\gamma_2) RF \approx (RF)^2$. Se $RF \approx 10^{-5}$, $(RF)^2 \approx 10^{-10}$. Precisaríamos de uma estatística mínima de 10^{20} contagens para que o erro estatístico não fosse maior do que o valor observado. Salientaremos que apresentamos este método apenas por razões históricas, mas não aconselhamos ninguém a usá-lo.

Finalmente, para evitar confusões, queremos lembrar que o método de Lewis, de correlação angular perturbada, não pertence à classe III mas à classe II, pois a assimetria naquele caso é proporcional a RF e não a $(RF)^2$. Com efeito, apenas um dos A_k precisa ter K ímpar para causar o efeito, pois quando existe uma perturbação externa podemos ter $G_{K_1, K_2}(t) \neq 0$ para $K_1 \neq K_2$. Quando não há perturbação todos os G_{K_1, K_2} são nulos e portanto somente $K_1 = K_2$ contribui, isto é, o

efeito é proporcional, ao produto $A_{k_1} A_{k_2}$, sendo ambos irregulares.

Observações finais: Os testes de invariância frente à transformação paridade correspondem a medidas de valores esperados de quantidades não invariantes frente a P. Assim, por exemplo, a medida da assimetria A_{100} na distribuição de radiações de um sistema nuclear polarizado segundo o eixo z é uma medida do valor esperado de $\vec{j} \cdot \vec{k}$, onde \vec{j} é o spin nuclear e \vec{k} é o momentum do fóton: $\vec{j} \cdot \vec{k} \xrightarrow{P} -\vec{j} \cdot \vec{k}$. Análogamente, a medida da polarização δ_q da radiação emitida por uma fonte não polarizada corresponde ao valor esperado de $\vec{k} \cdot \vec{e}_q$, onde \vec{e}_q é o vetor polarização circular do fóton: $\vec{k} \cdot \vec{e}_q \xrightarrow{P} -\vec{k} \cdot \vec{e}_q$. Assim outros tipos de experiências podem ser imaginados, em que se medem valores esperados de outras grandezas não invariantes frente a P. Temos que ter o cuidado de que a grandeza que queremos medir não seja também proibida por algum outro tipo de simetria. Por exemplo, $\vec{k} \cdot \vec{j}_1 \times \vec{j}_2$ onde \vec{j}_1 e \vec{j}_2 são os spins inicial e final, respectivamente, é não invariante frente a P mas é também não invariante frente a T. Portanto o seu valor esperado só será não nulo se estas duas simetrias forem violadas. Outras grandezas deste tipo podem ser imaginadas para teste de invariância frente a P e T. Grandezas como $\vec{e}_q \cdot \vec{j}_1 \times \vec{j}_2$ podem ser usadas em testes de invariância frente a T. Boehm²⁹⁾ apresenta tabelas com grandezas não invariantes frente a P, T e (P,T) e que podem, em princípio ser medidas

IV.2 Inversão Temporal

Como vimos no capítulo II, parágrafo 5, se o Hamiltoniano tiver um termo não invariante frente a T a razão de mistura não é real, podendo ser escrita na forma

$$\delta = |\delta| e^{i\eta}$$

onde o valor de η depende da razão entre a parte das forças nucleares não invariante e a parte invariante frente a T (veja comentários no fim do capítulo II). Métodos para medir η dividem-se em dois grupos principais, aqueles que medem $\cos \eta$ e aqueles que medem $\sin \eta$.

Cos η : Consideremos o caso da correlação angular de dois gamas em cascata, quando uma das radiações corresponde à mistura $M\lambda \ E\lambda+1$ e a outra radiação é pura, isto é, $M\lambda'$ ou $E\lambda'$. A correlação angular neste caso é dada pela equação (III-31). Uma vez obtida $W(\theta)$ experimentalmente, tomamos dois parâmetros $|\delta|$ e $\cos \eta$ que devem ser convenientemente escolhidos para que a equação (III-31) reproduza a curva experimental. Como η é pequeno, podemos escrever $\cos \eta \approx 1 - \frac{1}{2} \eta^2$. É fácil ver que este tipo de experiências é muito pouco sensível à fa-

se η . Como no caso das experiências de classe III do parágrafo anterior nós o mencionamos aqui apenas por razões históricas⁴³⁾.

Sen η : Como $\text{sen } \eta \approx \eta$, estas experiências são muito mais sensíveis à fase η do que aquelas que medem $\text{cos } \eta$. Apresentamos, a seguir, alguns exemplos de experiências deste tipo. Como a nossa intenção não é esgotar o assunto, mas apenas apresentar as idéias fundamentais de como tais experiências podem ser realizadas, nós não demonstraremos as fórmulas próprias para cada caso, limitando-nos a indicar as referências.

Como primeiro exemplo, apresentamos o método de medir correlação angular gama-gama com fonte polarizada. Consideremos um "ensemble" de núcleos no estado inicial com polarização média $B_1(\gamma_1) \hat{\delta}$ (o sinal $\hat{\delta}$ representa vetor unitário). Vamos medir a radiação em cascata nas direções \hat{k}_1 e \hat{k}_2 respectivamente. A primeira radiação corresponde à mistura $M\lambda_1 E\lambda_1 + 1$, com razão de mistura δ e fase η . Por simplicidade, vamos considerar aqui o caso em que a segunda radiação é $M\lambda_2$ ou $E\lambda_2$ pura. A forma da correlação angular é dada por Lobov⁴⁴⁾ (adaptada aqui para a nossa notação e pondo $\text{cos } \eta \approx 1$):

$$W(\theta) = 1 + |\delta|^2 \left\{ \sum_{k=\text{par}} [R_k(\lambda_1, \lambda_1, \gamma_1, \gamma_2) - 2|\delta| R_k(\lambda_1, \lambda_1 + 1, \gamma_1, \gamma_2) + |\delta|^2 R_k(\lambda_1 + 1, \lambda_1 + 1, \gamma_1, \gamma_2)] R_k(\lambda_2, \lambda_2, \gamma_2, \gamma_2) P_k(\cos \theta) + \left\{ \sum_{k=\text{par}} \left(\frac{2k+1}{k(k+1)} \right)^{\frac{1}{2}} R_k(\lambda_1, \lambda_1, \gamma_1, \gamma_2) F_{1k}^k(\lambda_1, \lambda_1 + 1, \gamma_2, \gamma_1) P_k'(\cos \theta) \right\} \right\} \cdot 4\sqrt{3} B_1(\gamma_1) \hat{\delta} \cdot \hat{k}_1 \times \hat{k}_2 |\delta| \text{sen } \eta$$

onde F_{1k}^k são os coeficientes de correlação tripla⁴⁵⁾ e $P_k'(\cos \theta) \equiv \frac{d}{d(\cos \theta)} P_k(\cos \theta)$. Os termos independentes de $\text{sen } \eta$ são simétricos ao redor de $\theta = \frac{\pi}{2}$, enquanto que o coeficiente de $\text{sen } \eta$ é antissimétrico, dando origem a uma assimetria proporcional a $B_1(\gamma_1)$ e a η .

Podemos ver que a experiência proposta corresponde à medida do valor esperado de $(\hat{k}_1 \cdot \hat{k}_2)(\hat{\gamma}_1 \cdot \hat{k}_1 \times \hat{k}_2)$, não invariante frente a T . Com efeito, o fator entre chaves no coeficiente de $\text{sen } \eta$ é zero em $\theta = \frac{\pi}{2}$ e se comporta com o ângulo θ da mesma maneira que $\hat{k}_1 \cdot \hat{k}_2$, enquanto que o fator fora das chaves, $B_1(\gamma_1) \hat{\delta} \cdot \hat{k}_1 \times \hat{k}_2$ é equivalente a $\hat{\gamma}_1 \cdot \hat{k}_1 \times \hat{k}_2$.

Maiores detalhes a respeito desta experiência podem ser encontrados, por exemplo, na referência 29).

Como segundo exemplo, vamos apresentar o método de "espalhamento ressonante de fótons por núcleos". Proposto por Burgeov e Lobov⁴⁶⁾ o método consiste em medir a correlação angular entre os fótons incidente

e espalhado por ressonância nuclear, quando de alguma maneira (por exemplo, por Efeito Mössbauer) se consegue medir as polarizações $B_1(\gamma)$ e $B_2(\gamma')$ do núcleo, antes e depois do espalhamento, respectivamente. Tanto o fóton incidente como o espalhado tem caráter misto $M \pm E \lambda + 1$, com razão de mistura ξ . A correlação angular é dada por

$$W(\theta) = (1 + |\xi|^2) + [A + B|\xi| + C|\xi|^2]^2 P_2(\cos \theta) + D|\xi|^4 P_4(\cos \theta) + E|\xi| (A + B|\xi| + C|\xi|^2) \{ [B_1(\gamma) - B_2(\gamma')] \delta \cdot \hat{k}_1 \times \hat{k}_2 \} (\hat{k}_1 \cdot \hat{k}_2) \sin \eta$$

onde as constantes A, B, C, D, E são dadas na tabela abaixo, para diversos valores de γ (momentum angular inicial e final) e γ' (momentum angular intermediário). Nesta equação está evidente a forma $(\hat{k}_1 \cdot \hat{k}_2) (\hat{k}_1 \times \hat{k}_2)$, ímpar frente a T , do termo antissimétrico em torno de $\theta = \pi/2$, dependente de $\sin \eta$. A maior assimetria é entre os pontos $\theta = 45$ graus e 135 graus.

$\gamma \gamma' \gamma$	A	B	C	D	E
1/2 3/2 1/2	0,5	1,732	-0,5	0	$2\sqrt{3}$
3/2 5/2 3/2	0,374	1,898	-0,191	0,497	$36/5 \sqrt{10}$
5/2 7/2 5/2	0,327	1,890	-0,078	0,406	$30/7 \sqrt{7}$
7/2 9/2 7/2	0,303	1,870	-0,020	0,333	$\sqrt{1/2}$

Como terceiro exemplo apresentamos a experiência proposta³⁹⁾ e realizada⁴¹⁾ por Kistner, que consiste na medida da seção de choque ressonante sem recuo (Efeito Mössbauer), de uma componente apropriada da estrutura hiperfina, em um absorvente magneticamente orientado, para fótons linearmente polarizados.

Quando a direção \hat{k} do fóton incidente é escolhida como eixo Z e a direção da polarização linear \hat{e} como eixo X e o campo magnético é caracterizado pelos ângulos polares θ e φ , então a seção de choque para $\Delta m = \pm 1$ é dada por

$$I(\theta, \varphi, \eta)_{\pm} = f_{\pm}(\theta, \varphi) + 2 \cos \theta \sin^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi \sin \eta$$

onde $f_{\pm}(\theta, \varphi)$ não depende de η (ou melhor, depende através de $\cos \eta$ que podemos por igual a 1). É fácil ver que

$$\begin{aligned} \cos \theta &\sim \hat{k} \cdot \hat{Y} \\ \sin \theta \cos \varphi &\sim \hat{e} \cdot \hat{Y} \\ \sin \theta \sin \varphi &\sim \hat{k} \times \hat{Y} \cdot \hat{e} \equiv \hat{k} \cdot \hat{Y} \times \hat{e} \end{aligned}$$

(o valor esperado de \hat{Y} é paralelo ao campo magnético)

Logo, o coeficiente de $3m$ é equivalente à $(\frac{1}{2} \cdot \gamma \times \xi)(\frac{1}{2} \cdot \gamma)(\xi \cdot \gamma)$ grandeza ímpar frente a T, como nos exemplos anteriores.

Observações finais: Se olharmos para as tabelas de Boehm²⁹⁾ encontraremos grandezas como $(\frac{1}{2} \cdot \gamma_a \times \xi)(\frac{1}{2} \cdot \xi)$, onde γ_a é o spin do estado inicial do núcleo. Mede-se a polarização linear da radiação emitida por fonte polarizada. A grandeza acima é ímpar frente a P e ímpar frente a T, e, portanto, somente terá valor esperado não nulo se as interações nucleares violarem estas duas simetrias. Alternativamente, por cor-relação angular tripla, com fonte não polarizada, podemos medir a quantidade $(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2})(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \times \frac{1}{2})$, com a mesma característica de ser ímpar frente a P e T.

Testes de invariância das interações frente a conjugação de carga C são feitos pelos métodos de alta energia e por isso não são tratados neste trabalho. Pela mesma razão não são tratados aqui os métodos para testar invariância frente a PC e CT.

A P Ê N D I C E

EXPANSÃO MULTIPOLAR DO POTENCIAL VETOR

Seja $\underline{A}(\underline{r}, t)$ o potencial vetor associado ao campo de radiação eletromagnética. Usaremos calibre de Coulomb $\nabla \cdot \underline{A} = 0$, para eliminar a componente de \underline{A} na direção de propagação. Em um sistema qualquer de coordenadas ortogonais a equação de onda

$$\nabla^2 \underline{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{A}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

representa, na realidade, três equações, uma para cada componente de \underline{A} . Vamos chamar $\psi(\underline{r}, t)$ uma componente genérica em coordenadas retangulares:

$$\nabla^2 \psi(\underline{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi(\underline{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

A solução desta equação pode ser expandida em série de Fourier:

$$\psi(\underline{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\underline{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (3)$$

Substituindo-a em (2) obtemos a equação de Helmholtz:

$$(\nabla^2 + k^2) \psi(\underline{r}, \omega) = 0 \quad \text{com} \quad k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \quad (4)$$

É conveniente usar uma expressão em coordenadas esféricas para a solução desta equação:

$$\psi(\underline{r}, \omega) = \sum_{\lambda\mu} a_{\lambda} j_{\lambda}(kr) Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \quad (5)$$

onde $\lambda \doteq 0, 1, 2, \dots$ $\mu \doteq -\lambda, -\lambda+1, \dots, +\lambda$, a_{λ} são constantes arbitrárias, $j_{\lambda}(kr)$ são as funções de Bessel esféricas, $r = |\underline{r}|$ e $Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi)$ são os esféricos harmônicos.

Vamos chamar cada termo da expansão (5) simplesmente de

$$\Psi_{\lambda\mu} \equiv j_{\lambda}(kr) Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \quad (6)$$

A equação de Helmholtz correspondente à (1) é

$$(\nabla^2 + k^2) \underline{A} = 0 \quad (7)$$

Sua solução em coordenadas esféricas é uma expansão semelhante à (5) em que os termos são combinações arbitrárias de

$$\nabla \psi_{\lambda\mu}, \quad \underline{L} \psi_{\lambda\mu} \quad \text{e} \quad \nabla \times \underline{L} \psi_{\lambda\mu} \quad \text{com} \quad \underline{L} \equiv -i \underline{r} \times \nabla \quad (8)$$

Inicialmente vamos considerar o caso em que a propagação é paralela ao eixo z. Sejam $\underline{e}_x, \underline{e}_y$ e \underline{e}_z os vetores unitários, $\underline{k} \parallel \underline{e}_z$ (\underline{k} = vetor de propagação) e seja $\underline{\xi}$ o vetor polarização (direção do vetor \underline{A}), contida no plano x y). A solução da (7) pode ser escrita na forma

$$\underline{A}(\underline{r}, \underline{k}) = \underline{\xi} e^{ikz} \quad (9)$$

Os vetores

$$\underline{\xi}_{+1} \equiv -\frac{1}{\sqrt{2}} (\underline{e}_x + i \underline{e}_y) \quad (10)$$

$$\underline{\xi}_{-1} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\underline{e}_x - i \underline{e}_y)$$

representam polarização circular à direita (helicidade positiva) e à esquerda (helicidade negativa) respectivamente.

Condensadamente escrevemos

$$\underline{\xi}_q = -\frac{q}{\sqrt{2}} (\underline{e}_x + iq \underline{e}_y) \quad \text{com} \quad q = \pm 1 \quad (11)$$

A onda plana $\underline{\xi}_q e^{ikz}$ pode ser expandida em termos de $\underline{L} \psi_{\lambda\mu}$ e $\nabla \times \underline{L} \psi_{\lambda\mu}$. Os termos em $\nabla \psi_{\lambda\mu}$ representam componentes longitudinais, que no nosso caso são nulas porque estamos usando calibre de Coulomb. A expansão é

$$\underline{\xi}_q e^{ikz} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda} \left[q i^{\lambda} \left(\frac{4\pi(2\lambda+1)}{\lambda(\lambda+1)} \right)^{1/2} \underline{L} \psi_{\lambda q} + \frac{i^{\lambda}}{k} \left(\frac{4\pi(2\lambda+1)}{\lambda(\lambda+1)} \right)^{1/2} \nabla \times \underline{L} \psi_{\lambda q} \right] \quad (12)$$

Definindo

$$\underline{A}_{\lambda\mu}^{<m>} \equiv i^{\lambda} \left(\frac{4\pi(2\lambda+1)}{\lambda(\lambda+1)} \right)^{1/2} \underline{L} \psi_{\lambda\mu} \equiv C_{\lambda} \underline{L} \psi_{\lambda\mu} \quad (13)$$

$$\underline{A}_{\lambda\mu}^{<e>} \equiv \frac{i^{\lambda}}{k} \left(\frac{4\pi(2\lambda+1)}{\lambda(\lambda+1)} \right)^{1/2} \nabla \times \underline{L} \psi_{\lambda\mu} \equiv \frac{1}{k} C_{\lambda} \nabla \times \underline{L} \psi_{\lambda\mu}$$

segue:

$$\underline{\xi}_q e^{ikz} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda} \left(q \underline{A}_{\lambda q}^{<m>} + \underline{A}_{\lambda q}^{<e>} \right) \quad (14)$$

Algumas propriedades que seguem imediatamente das definições (13) são

$$\nabla \cdot \tilde{A}_{\lambda\mu}^{<e>} = 0$$

$$\nabla \cdot \tilde{A}_{\lambda\mu}^{<m>} = -i c_{\lambda} \nabla \cdot (\tilde{n} \times \nabla \psi_{\lambda\mu}) = 0$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \tilde{A}_{\lambda\mu}^{<e>} &= \frac{1}{k} c_{\lambda} \nabla \times \nabla \times \tilde{L} \psi_{\lambda\mu} = \frac{1}{k} \nabla \times \nabla \times \tilde{A}_{\lambda\mu}^{<m>} \\ &= \frac{1}{k} (\nabla \cdot \nabla \cdot \tilde{A}_{\lambda\mu}^{<m>} - \nabla^2 \tilde{A}_{\lambda\mu}^{<m>}) = -\frac{1}{k} \nabla^2 \tilde{A}_{\lambda\mu}^{<m>} \\ &= k \tilde{A}_{\lambda\mu}^{<m>} \text{ pois } (\nabla^2 + k^2) \tilde{A}_{\lambda\mu}^{<m>} = 0 \end{aligned}$$

$$\nabla \times \tilde{A}_{\lambda\mu}^{<m>} = k \tilde{A}_{\lambda\mu}^{<e>}$$

Os campos $\tilde{A}_{\lambda\mu}^{<m>}$ e $\tilde{A}_{\lambda\mu}^{<e>}$ são conhecidos como as componentes multipolares magnéticas e elétricas, respectivamente, do campo transversal de radiação. A razão deste nome é que na expansão do campo de radiação devido a multipolos magnéticos (elétricos) oscilantes puros aparecem apenas termos proporcionais a $\tilde{A}_{\lambda\mu}^{<m>}$ ($\tilde{A}_{\lambda\mu}^{<e>}$).

$\tilde{A}_{\lambda\mu}^{<m>}$ e $\tilde{A}_{\lambda\mu}^{<e>}$ são tensores esféricos irreduzíveis e portanto se comportam frente a rotações do mesmo modo que os esféricos harmônicos, isto é, transformam-se de acordo com a representação irreduzível $D_{\mu\nu}$ (função D) do grupo de rotações. Portanto a descrição de uma onda plana circularmente polarizada propagando-se numa direção qualquer pode ser obtida a partir da (14) por uma rotação de eixos:

$$\tilde{\xi}_{\mu} e^{i\tilde{k} \cdot \tilde{R}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda\mu} (q \tilde{A}_{\lambda\mu}^{<m>} + \tilde{A}_{\lambda\mu}^{<e>}) D_{\mu q}(\alpha\beta\gamma) \quad (16)$$

onde $\alpha\beta\gamma$ são os ângulos de Euler da rotação que leva o eixo z na direção de propagação \tilde{k} . Convém lembrar que na (16) o vetor unitário $\tilde{\xi}_{\mu}$ está definido (conforme definição (11)) em relação aos novos eixos x e y obtidos pela rotação $\alpha\beta\gamma$, isto é, perpendiculares a \tilde{k} .

R E F E R E N C I A S

1. C.S.Wu, E. Ambler, R.W. Hayward, D.D. Hoopes e R.E. Hudson, Phys. Rev. 105 (1957) 1413.
2. J.J. Sakurai, Invariance Principles and Elementary Particles (Princeton University Press, 1964).
3. J.H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch e R. Turley, Phys. Rev. Letters, 13 (1964) 138.
4. V.M. Lobashov, V.A. Nazarenko, L.P. Saenko e L.M. Smotriskii, JETP Letters 3 (1966) 47.
5. V. M. Lobashov, V.A. Nazarenko, L.P. Saenko, L.M. Smotriskii e G.I. Kharkevich, JETP Letters 5 (1967) 59 e tambem Phys Letters 25B (1967) 104.
6. R.J. Elin-Stoye, Phys Rev 118 (1960) 1606.
7. P.C. Michel, Phys Rev 133 B (1964) 129.
8. S. Wahlborn, Phys Rev 138 B (1965) 534.
9. Y.G. Abov, P.A. Krupchitskii e Y.A. Orlovskii, Soviet JNP 1(1965)343.
10. F. Boehm e E. Kankleit, Nucl. Phys A109(1968) 457.
11. O.C. Kistner, Phys Rev Letters 19 (1967) 872.
12. Hyperfine Structure and Nuclear Radiation: "proceedings" de conferência realizada na Califórnia, USA, 1967, editada por E. Mathias e D.A. Shirley (North-Holland Publishing Company, 1968).
13. E. Zech, P. Wagner, H.J. Körner e P. Kienle, Test of P Invariance Using the Mössbauer Effect, publicado na ref. 12, pag. 314.
14. Baltay et al (trabalho cooperativo entre grupos das Universidades de Columbia, Berkeley, Purdue, Wisconsin e Yale), Phys Rev 149(1966)1044

15. Ballew et al, Phys Rev Letters 16 (1965) 1224.
16. L. Fourtney, J. Chapman, S. Degan e E. Fowler, Bull Am Phys Soc. 11 (1966) 380.
17. D. Berly, P. Connolly, M. Hart, P. Rahn, D. Stonehill, B. Trevenet W. Wallis e S. Yamamoto, Phys Rev 142 (1966) 893.
18. R.P. Feynman e M. Gell-Mann, Phys Rev 109 (1958) 193.
19. J. Bernstein, G. Feinberg e T.D. Lee, Phys Rev 139 B (1965) 1650.
20. L.B. Okun, Comm Nucl. Part Phys 1 (1967) 151.
21. A. Messiah, Quantum Mechanics (North-Holland Publishing Company 1962)
22. E.P. Wigner, Group Theory (Academic Press, 1959).
23. H.J. Rose e D.M. Brink, Rev Mod Phys 32 (1967) 306.
24. B. Stech, Naturforschung 7a (1952) 401.
25. D.M. Brink e G.R. Satchler, Angular Momentum (Oxford University Press, 1962).
26. R.J. Blin-Stoyle, Theories of Nuclear Moments, (Oxford University Press, 1957).
27. N.F. Ramsey, Molecular Beams (Oxford University Press, 1955).
28. A. Bohr e B.R. Mottelson, Dan. Mat. Fys. Medd, 27, n^o 16.
29. F. Boehm, Angular Correlations and Symmetry Tests, publicado em ref. 12, pag 279.
30. E. Fuschini, V. Gadjeov, G. Haroni e P. Veronesi, Nuovo Cimento 33 (1964) 709.
31. U. Fano, Rev Mod Phys 29 (1957) 74.
32. M.A. Freston, Physics of the Nucleus (Addison-Wesley Publ. Comp., 1962).
33. T.F. Gray e G.R. Satchler, Proc. Phys Soc London 68A (1955) 349.

34. D.H. Wilkinson, Phys Rev 109 (1958) 1603.
35. R.J. Blin-Stoyle, Phys Rev 122 (1960) 181.
36. R.D. Evans, The Atomic Nucleus (McGraw-Hill Book Company, 1955)
37. Y.G. Abov, P.A. Krupchitsky e Y.A. Oratovsky Phys Letters 12(1964)25
38. F. Boehm e V. Hauser, Nucl Phys 14 (1959) 615.
39. O.C. Kistner, Symmetry Tests With Mössbauer Effect, publicado na ref. 12, pag. 295.
40. L. Grodzins e F. Genovese, Phys Rev 121(1961) 228.
41. R.R. Lewis, On the Rule of Perturbed Angular Correlation in Symmetry Tests, publicado na ref. 12, pag. 318. ←
42. R.M. Steffen e H. Frauenfelder, Perturbed Angular Correlations, editado por Karlsson, Mathias e Sieghahn, capítulo I (North-Holland Publ. Comp, 1964).
43. E.M. Henley e B.A. Jacobson, Phys Rev 113 (1959) 225.
44. G.A. Lobov, JEPT Letters 1 (1965) 157.
45. M.E. Rose, ORNL - Report 2 (1958) 515.
46. N.A. Burgov e G.A. Lobov, Soviet JEPT 25 (1967) 344.
47. H.A. Weidenmüller, notas de aula de um curso em Física Nuclear Teórica, ministrado em Caltech, U.S.A. (1961-62).