UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Marcos Vinicius Milan Maciel

GEMaTh – A criação de um grupo de estudos segundo fundamentos da Educação Matemática Crítica: uma proposta de Educação Inclusiva.

Porto Alegre
2008

Marcos Vinicius Milan Maciel

GEMaTh – A criação de um grupo de estudos segundo fundamentos da Educação Matemática Crítica: uma proposta de Educação Inclusiva.

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de ***Mestre em Ensino de Matemática****, sob a orientação do* ***Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso.***

Porto Alegre
2008

“Sabe que há muitos anos que os antigos
Reis nossos firmemente propuseram
De vencer os trabalhos e perigos
Que sempre às grandes coisas se opuseram;
E, descobrindo os mares, inimigos
Do quieto descanso, pretenderam
De saber que fim tinham, e onde estavam
As derradeiras praias que lavavam.”

(Discurso de **Vasco da Gama**, Os Lusíadas, Canto VIII, Estrofe 70.)

Dedico este trabalho à memória do amigo **Sérgio Luís Fischer** (1964-2007).

AGRADECIMENTOS

Às grandes mulheres que sempre fizeram parte de minha vida: minha mãe, Olysia, minha avó, Maria e, minha irmã, Márcia.

Ao meu amor, Sabrina, pelas sugestões que tornaram mais claro o texto que descreve este trabalho, bem como pela presença ao meu lado em momentos decisivos para a concepção do mesmo.

Ao Prof. Dr. Marcus Vinicius Azevedo Basso, pela sua disposição em me orientar neste trabalho e, principalmente, por me fazer acreditar que eu poderia concluí-lo.

Ao Sr. Cel Cav Thiovanne Piaggio Cardoso, ao Sr. Ten Cel Cav R/1 João Batista Carneiro Borges, ao Sr. Maj QCO Márcio Fenilli Antunes e à Sra. Ten QCO Alice Rosane Brum Severo, pelo apoio às atividades que foram realizadas no CMPA.

Ao Sr. Cel Inf R/1 Leonardo Roberto Carvalho de Araújo, pelo seu incentivo e pelas preciosas informações sobre a História do CMPA.

Ao Sr. Maj QCO Maurício Daniel da Silva e ao Sr. Cap QCO Ricardo Klein Hoffmann, pelo apoio e pelas sugestões durante o processo de concepção das primeiras atividades do GEMaTh.

À Sra. Mônica Timm de Carvalho e à Sra. Amália Bidone Vianna, do Colégio Israelita Brasileiro, pela disposição em compreender minhas ausências em algumas importantes reuniões de trabalho.

Aos colegas Prof. Ten QCO Jorge Nazareno Batista Melo, Profª. Beti Zaslavski e Prof. Marcelo Salvador Cóser Jr., pela ajuda na elaboração de trabalhos e provas quando o tempo me parecia cada vez mais escasso.

Aos amigos do Anglo Vestibulares: Alexandre Schiavoni, Alexandre Rosa, André Kersting, César Milheiro, Flávio Schifino, Marcus Ribeiro e Ronaldo Diniz que, apesar de minhas ausências nas reuniões das segundas-feiras, puderam compreender o significado que a conclusão deste trabalho representava para mim.

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi organizar e desenvolver um conjunto de atividades extracurriculares com um grupo de alunos de uma escola pública federal de Educação Básica interessados em aprofundar seus conhecimentos em Matemática. Tais atividades foram elaboradas com base em questões propostas nas provas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e de acordo com alguns dos Fundamentos Filosóficos da Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose.

A consolidação dessas atividades, a partir da criação de um espaço institucional denominado Grupo de Estudos Professor *Malba Tahan* (GEMaTh), possibilitou que esse grupo de alunos pudesse ser reconhecido pela comunidade escolar. Nesse sentido, a valorização da característica comum associada a esses alunos – o interesse pelo estudo da Matemática – enquadra-se numa concepção de Educação Inclusiva, a qual defende o direito à diferença.

A relevância das atividades realizadas com os alunos do GEMaTh é justificada a partir da hipótese de que, no futuro, esses alunos poderão compor e qualificar os quadros, acadêmicos e profissionais, de natureza técnico-científica, que são fundamentais ao desenvolvimento econômico e social de nosso país.

Palavras-chave: Olimpíadas de Matemática; OBMEP; Educação Inclusiva; Educação Matemática; Educação Matemática Crítica.

RESUMEN

El objetivo de este trabajo fue organizar y desarrollar un conjunto de actividades extracurriculares con un grupo de alumnos de una escuela pública federal de Educación Básica interesados en profundizar sus conocimientos en Matemáticas. Tales actividades fueron elaboradas con base en cuestiones propuestas en las pruebas de la *Olimpíada Brasileira das Escolas Públicas (OBMEP)* y de acuerdo con algunos de los Fundamentos Filosóficos de la Educación Matemática Crítica de Ole Skovsmove.

La consolidación de esas actividades, a partir de la creación de un espacio institucional llamado Grupo de Estudios Profesor *Malba Tahan* (GEMaTh), posibilitó que ese grupo de alumnos pudiera ser reconocido por la comunidad escolar. En ese sentido, la valoración de la característica común asociada a esos alumnos – el interés por el estudio de las Matemáticas – se encaja en una concepción de Educación Inclusiva, la cual defiende el derecho a la diferencia.

La relevancia de las actividades realizadas con los alumnos del GEMaTh es justificada a partir de la hipótesis de que, en el futuro, esos alumnos podrán componer y calificar los cuadros académicos y profesionales de naturaleza técnico-científica, los cuales son fundamentales al desarrollo económico y social de nuestro país.

Palabras-clave: Olimpíadas de Matemáticas; *OBMEP*; Educación Inclusiva; Educación Matemática; Educación Matemática Crítica.

ABSTRACT

The present work aims to organize and develop a set of extracurricular activities with a group of students from a federal public school who are interested in improving their Mathematical skills. These activities have been based on questions offered in the Public Schools Mathematical Olympiad (PSMO) and are in accordance with some of the philosophical fundaments of Ole Skovsmose´s Critical Mathematics Education.

The consolidation of these activities – started with the creation of an institutional area entitled *Professor Malba Tahan*´s Study Group (GEMaTh) – enabled the recognition of these students in the scholarly community. Therefore, the value of the common characteristic connected to these students – their interest in the study of mathematics – is linked to an inclusive educational conception, which supports the right to difference.

The relevance of the activities done with the students from GEMaTh is justified from the hypothesis that they will further constitute and qualify the technical-scientific academic and professional staffs which are essential to our country's social-economic development.

Key-words: Mathematical Olympiad; PSMO; Inclusive Education; Mathematics Education.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CET	Custo Efetivo Total
CF	Constituição Federal
CMPA	Colégio Militar de Porto Alegre
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
DEP	Departamento de Ensino e Pesquisa
DEPA	Departamento de Ensino Preparatório e Assistencial
DS	Declaração de *Salamanca*
DUDH	Declaração Universal dos Direitos Humanos
EBRAPEM	Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Ensino de Matemática
EB	Exército Brasileiro
EI	Educação Inclusiva
EMBRAER	Empresa Brasileira de Aeronáutica S.A.
EMBRAPA	Empresa Brasileira de Produção Agropecuária
GEMaTh	Grupo de Estudos Professor *Malba Tahan*
ICMS	Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Prestação de Serviços
IMO	*International Mathematical Olympiad*
IMPA	Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada
IM-UFRGS	Instituto de Matemática – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MCT	Ministério da Ciência e da Tecnologia
MEC	Ministério da Educação
OBM	Olimpíada Brasileira de Matemática
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OMCM	Olimpíada de Matemática dos Colégios Militares
PAH	(indivíduos) portadores de altas habilidades ou superdotação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PETROBRAS	Petróleo Brasileiro S.A.
PNE/EE	Plano Nacional de Educação/ Educação Especial
PPG-ENSIMAT	Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
SCMB	Sistema Colégio Militar do Brasil
SEESP	Secretaria de Educação Especial
TIM	Teoria das Inteligências Múltiplas

“Fracassei em tudo o que tentei na vida.

Tentei alfabetizar as crianças brasileiras, não consegui.

Tentei salvar os índios, não consegui.

Tentei fazer uma universidade séria e fracassei.

Tentei fazer o Brasil desenvolver-se autonomamente e fracassei.

Mas os fracassos são minhas vitórias.

Eu detestaria estar no lugar de quem me venceu.”

Darci Ribeiro (1922-1997)

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

O trabalho descrito nesta dissertação relata o processo de concepção, organização e realização de um conjunto de atividades desenvolvidas com alunos do Colégio Militar de Porto Alegre (CMPA). Essas atividades, organizadas no formato de um minicurso de Análise Combinatória, foram realizadas no final do segundo semestre letivo do ano de 2006 e serão descritas no Capítulo 4. Todas as atividades relacionadas a esse minicurso foram desenvolvidas a partir da criação do Grupo de Estudos Professor *Malba Tahan* (GEMaTh) dentro da escola. Outros minicursos foram realizados no ano seguinte, entretanto, não são objeto de análise deste trabalho.

A seguir, apresento a descrição da estrutura do texto desta dissertação.

No Capítulo 1, faço um relato sobre minhas atividades no Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PPG-ENSIMAT/UFRGS), bem como sobre as convicções relacionadas com minha prática docente em escolas de Educação Básica, as quais motivaram a concepção inicial deste trabalho.

No Capítulo 2, apresento minhas intenções e expectativas quanto ao desenvolvimento do trabalho, propondo as questões que o nortearam. Além disso, descrevo os objetivos das atividades que foram desenvolvidas junto aos alunos, as quais são relatadas no último capítulo.

No Capítulo 3, apresento as bases teóricas utilizadas como suporte às idéias apresentadas nesta dissertação: a Teoria das Inteligências Múltiplas (GARDNER, 2004), os Fundamentos Filosóficos da Educação Inclusiva (BRASIL, 1988, 1996, 2001, 2005; ONU, 1948, 1994; RODRIGUES, 2006) e a Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2004, 2007). Além disso, discuto algumas questões sobre as dificuldades de aprendizagem em Matemática, a partir do trabalho desenvolvido por alguns autores (ARAÚJO, 2005; MODANEZ, 2003; SALMAZO, 2005). Também apresento os argumentos de autores que defendem a existência de uma estreita relação entre a formação de quadros técnico-científicos e o incremento da capacidade de pesquisa e inovação de um país (CAMARGO, 2004; GUIMARÃES, 2000; MARCOLIN, 2008). Em seguida, faço uma inserção histórica da origem das Olimpíadas de Matemática, apresentando os argumentos que me levaram a utilizar questões propostas na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) nas atividades realizadas com os alunos. Ao apresentar as atividades realizadas pelo Projeto NUMERATIZAR (BARBOSA, 2007), discuto a utilização das Olimpíadas de Matemática como “um projeto de inclusão social e científica” (OBMEP, s.d.).

No Capítulo 4, relato o processo de concepção e organização do GEMaTh, justificando a escolha do nome do grupo de estudos a partir da importância do trabalho desenvolvido pelo professor *Júlio César de Mello e Souza Malba Tahan*. A seguir, relato o processo de “operacionalização” das atividades propostas no minicurso “Introdução aos Problemas de Contagem”, as discussões realizadas com a Supervisão Pedagógica do CMPA, o convite inicial feito aos alunos e a comunicação com os pais. Neste capítulo, apresento os argumentos utilizados na defesa da idéia que as atividades desenvolvidas, as quais serão relatadas no próximo capítulo, podem ser implementadas em outras escolas.

No Capítulo 5, apresento uma análise do trabalho desenvolvido com os alunos, descrevendo o processo de planejamento das atividades propostas, bem como os objetivos e expectativas em relação às mesmas. Além disso, relato as observações realizadas durante o desenvolvimento das atividades, procurando estabelecer relações entre o que era esperado e o que foi realizado.

Nas Considerações Finais, resgato o desenvolvimento deste trabalho, iniciando pela concepção inicial das atividades, as quais são motivadas pela minha preocupação em atender às aspirações de alunos que se interessavam pelo estudo da Matemática. Ao defender a necessidade de formação de quadros técnico-científicos qualificados, utilizo o exemplo de empresas que encontraram, nas políticas de formação de pesquisadores e na capacidade de inovação, o segredo de seu sucesso. Apresento as atividades realizadas como um projeto que atende a uma concepção de Educação Inclusiva, fundamentada na valorização do “respeito à diferença” (MAGALHÃES; STOER, 2006). Além disso, com a intenção de aproximar a utilização dos materiais relacionados às Olimpíadas de Matemática, discuto a possibilidade de que os mesmos possam ser produzidos segundo um “argumento social de democratização” (SKOVSMOSE, 2004). E, finalmente, defendo a necessidade de que o aluno, ao concluir sua escolarização básica, esteja preparado para os desafios associados ao seu futuro acadêmico e profissional, além de estar comprometido com uma Ética que busque a valorização e a reafirmação do fato de que todos os indivíduos têm o direito de viver com dignidade (FREIRE, 2002, 2005, 2006; MIGUEL, 2005).

Nos anexos, além de um documento utilizado para estabelecer a comunicação com os pais e para realizar a inscrição dos alunos nas atividades do GEMaTh, apresento os materiais utilizado em dois minicursos realizados pelo grupo de estudos: “Introdução aos Problemas de Contagem” e “Razões, Proporcionalidade e Porcentagem”.

1 QUESTÕES NORTEADORAS, OBJETIVOS E METODOLOGIA

1.1 QUESTÕES NORTEADORAS

A Escola é um espaço onde prevalecem a contradição e a diversidade: nem todos os alunos têm os mesmos interesses, habilidades e dificuldades. Nesse universo de alunos, encontramos aqueles que apresentam maior facilidade no aprendizado da Matemática, além de outros que demonstram dificuldades nesse mesmo aprendizado e sentem-se motivados a melhorar sua relação com essa disciplina. Esses dois grupos de alunos motivaram o trabalho descrito nesta dissertação.

Muitas vezes, esses alunos ficam esquecidos por uma Escola que concentra grande parte de sua preocupação e esforço no cumprimento do currículo formal e na resolução dos problemas de aprendizagem. E, por não apresentarem as mesmas dificuldades que muitos de seus colegas, não têm todas as suas potencialidades exploradas, como se suas habilidades não fossem importantes e suas necessidades não devessem ser atendidas. Acredito numa Escola preocupada também em atender a essa diversidade. Que não a ignore, julgando que todos os alunos têm (ou deveriam ter) os mesmos interesses e habilidades. Uma Escola que se preocupe em garantir a esses alunos a oportunidade de participar de atividades de seu interesse, que valorizem e, à medida do possível, incrementem o seu potencial cognitivo em Matemática.

O trabalho que será descrito nesta dissertação propiciou aos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental um espaço extracurricular onde se puderam realizar discussões aprofundadas sobre Matemática. Essas discussões foram organizadas na forma de um “minicurso” cujo tema, o Princípio Fundamental da Contagem, foi escolhido com a pretensão de propiciar uma maior motivação aos alunos, principalmente em virtude do caráter desafiador e surpreendente dos problemas que puderam ser propostos e, até mesmo, do ineditismo dessas situações, em função desses alunos estarem no início de sua escolarização básica.

Com esse trabalho, foi possível desenvolver uma estratégia que permitiu aumentar o conhecimento e o interesse pela Matemática dos alunos envolvidos no projeto, além de oportunizar um espaço onde os mesmos puderam aumentar seu círculo de relações pessoais, sua capacidade de argumentação e de trabalho em grupo.

No planejamento das atividades iniciais do minicurso, as seguintes questões nortearam o desenvolvimento das atividades propostas.

a. É possível encontrar nas Escolas alunos e professores dispostos a participar de atividades que envolvam o estudo da Matemática fora do espaço da sala de aula?

b. Que estratégias podemos utilizar para engajar esses alunos e professores em tais atividades?

c. Que alunos demonstram interesse e devem participar dessas atividades?

d. Que materiais de apoio o professor pode utilizar?

e. Como usar as Olimpíadas de Matemática nessas atividades?

Além disso, diante dos questionamentos em virtude do caráter não inclusivo de atividades que envolvam Olimpíadas de Matemática na Escola, uma nova questão pode ser colocada.

f. Essas atividades podem ser elaboradas com base nos Fundamentos Filosóficos da Educação Inclusiva e da Educação Matemática Crítica?

A busca pelas respostas a essas questões levou ao desenvolvimento do trabalho apresentado nesta dissertação, cujos objetivos são descritos a seguir.

1.2 OBJETIVO GERAL

De um modo geral, a proposta deste trabalho foi a criação de um espaço institucional nas Escolas, onde pudessem ser desenvolvidas um conjunto de atividades extracurriculares (minicursos) que utilizassem questões propostas em Olimpíadas de Matemática, não como o objetivo central do trabalho desenvolvido, mas como uma das estratégias que levará um grupo de alunos do Ensino Fundamental a reconhecer e aprimorar seus conhecimentos de natureza matemática, tecnológica e social.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

A seguir, estão listados os objetivos específicos deste trabalho.

a. Engajar alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em atividades extracurriculares voltadas ao estudo aprofundado da Matemática.

b. Utilizar a estratégia das Olimpíadas de Matemática não como objetivo central dos minicursos, mas como uma forma de despertar, nos alunos, o interesse de desenvolver sua capacidade de resolver problemas matemáticos desafiadores e de relativa complexidade.

c. Realizar atividades que evidenciem a importância do caráter histórico-social do desenvolvimento do pensamento matemático, seguindo os Fundamentos Filosóficos da Educação Matemática Crítica.

d. Criar um espaço que reconheça a diversidade de interesses e saberes entre os alunos, seguindo os Fundamentos Filosóficos da Educação Inclusiva.

e. Realizar atividades que levem os alunos a desenvolver hábitos regulares de estudo, bem como a aumentar sua capacidade de reflexão, análise e resolução de problemas, contribuindo com a formação dos futuros integrantes dos quadros técnico-científicos necessários à consolidação da pesquisa e do desenvolvimento em nosso país.

1.4 METODOLOGIA

A seguir, estão listadas as ações implementadas para a realização do trabalho descrito.

a. Estabelecer um espaço institucional dentro do Colégio Militar de Porto Alegre (CMPA), o *Grupo de Estudos Professor Malba Tahan* (GEMaTh), para que sejam desenvolvidas atividades extracurriculares voltadas ao estudo da Matemática.

b. A partir do reconhecimento e da valorização das diferenças existentes entre os indivíduos, reunir alunos que têm interesse em aprofundar seus conhecimentos em Matemática, bem como os que buscam uma oportunidade de compreender essa disciplina.

c. Produzir materiais e organizar atividades segundo os fundamentos filosóficos da Educação Matemática Crítica e da Educação Inclusiva, os quais respondam aos interesses e expectativas dos alunos.

d. Utilizar alguns problemas da *Olimpíada Brasileira das Escolas Públicas* (OBMEP) nos materiais produzidos, reconhecida a adequação dos mesmos aos objetivos deste trabalho.

e. Organizar as atividades na forma de minicursos, com temas específicos e encontros semanais, com duração de duas horas-aula, realizados durante cinco semanas consecutivas.

f. Estabelecer as condições necessárias para que os alunos possam aprofundar seu conhecimento “matemático” e “tecnológico”, fornecendo os subsídios ao desenvolvimento de uma “competência democrática”.

g. Elaborar relatos escritos, a partir das observações realizadas durante as atividades, para a análise posterior das atitudes e questionamentos dos alunos durante os minicursos.

h. Definir, junto à Supervisão Pedagógica do CMPA, as condições necessárias à organização do grupo de alunos interessados em participar dessas atividades.

2 A CONCEPÇÃO INICIAL DO TRABALHO

Na primeira reunião dos alunos com o corpo docente do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da UFRGS (PPG-ENSIMAT), em abril de 2005, tive a oportunidade de conhecer o representante na Área de Ensino de Ciências e Matemática da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). Entre as suas funções, estão a avaliação e a recomendação de propostas de novos cursos de pós-graduação *stricto sensu* no país, entre os quais, os chamados "Mestrados Profissionais"[1]. Nessa reunião, ficou bastante claro qual deveria ser o objetivo principal das atividades do corpo discente do PPG-ENSIMAT: a criação de um "produto", que poderia ser a proposição de alguma adequação curricular, a elaboração de uma seqüência didática, o desenvolvimento de um *software* educativo ou a produção de algum material de apoio didático-metodológico às atividades de sala de aula.

Até o presente momento, o PPG-ENSIMAT representa uma oportunidade singular dentro do estado do Rio Grande do Sul: um espaço onde professores, em efetiva atuação em diferentes níveis da Educação Básica, podem levar para dentro de uma Universidade Pública, que detém uma longa tradição na formação de professores de Matemática, muitas de suas experiências, práticas e expectativas. Talvez por isso, desde as primeiras atividades propostas no PPG-ENSIMAT, sempre me pareceu claro uma das pretensões dos organizadores do novo programa de pós-graduação que se estabelecia dentro do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (IM-UFRGS): que o corpo discente atuasse como "elementos irradiadores" dos trabalhos e reflexões produzidas a partir da interação entre o conjunto de profissionais vinculados ao programa.

Para que eu possa dar continuidade a esta apresentação e com base na estrutura das atividades previstas no Regimento do PPG-ENSIMAT, acredito que seja necessário fazer uma pequena distinção ao me referir a cada um desses profissionais. Chamarei o grupo de professores responsáveis pela organização e condução de todas as atividades previstas nas disciplinas obrigatórias, estágio supervisionado e orientação de alunos do PPG-ENSIMAT, de "professores-docentes". Ao grupo de professores selecionados para participar das atividades do Mestrado Profissional, chamarei de "professores-discentes".

---

[1]Segundo informação disponível em <http://www.capes.gov.br/servicos/legislacao/duvidas.html> (acesso *on-line* em 12/10/2007), o "Mestrado Profissional é a designação do Mestrado que enfatiza estudos e técnicas diretamente voltadas ao desempenho de um alto nível de qualificação profissional. Esta ênfase é a única diferença em relação ao acadêmico. Confere, pois, idênticos grau e prerrogativas, inclusive para o exercício da docência, e, como todo programa de pós-graduação *stricto sensu*, tem a validade nacional do diploma condicionada ao reconhecimento prévio do curso (Parecer CNE/CES 0079/2002)."

O início das atividades não foi fácil. Algum tempo foi necessário até que se pudesse encontrar um ponto de equilíbrio entre as expectativas dos diversos professores, discentes e docentes, envolvidos nas atividades do PPG-ENSIMAT. Talvez por isso, não foram poucas as vezes que me encontrei refletindo a respeito dos fatores que motivaram essas dificuldades. Essas reflexões eram fundamentadas por conversas que ocorriam nos intervalos das atividades de aula, nas reuniões de estudos nos sábados e, principalmente, em algumas manifestações, raramente explícitas, dos colegas num espaço privilegiado para o debate acadêmico criado dentro do PPG-ENSIMAT: os “Fóruns de Discussão”. Particularmente, lembro de um desses fóruns, realizado no início do mês de julho de 2006. Nesse encontro, apesar da maioria dos professores-discentes já ter definido o tema de sua dissertação, muitas dúvidas existiam sobre como o trabalho poderia ser concluído.

A partir das diferentes manifestações de alguns colegas, professores-discentes, posso afirmar que o PPG-ENSIMAT nos proporcionou uma troca muito rica de experiências pessoais, fundamentadas nos referenciais didáticos e nas práticas educativas de ensino. Experiências que foram baseadas no trabalho, nas convicções e nas dificuldades enfrentadas pelo grupo de professores-discentes que atuavam em instituições públicas e privadas de Educação Básica, no Ensino Técnico, em Colégios de Aplicação e, até mesmo, em instituições privadas de Educação Superior. A análise de alguns dos temas dos trabalhos que foram desenvolvidos pelos professores-discentes é um reflexo dessa diversidade: a construção do conceito de número real no Ensino Fundamental, a análise da Matemática utilizada no Ensino Técnico, a adequação do currículo de Matemática ao Ensino de Jovens Adultos (EJA) e a utilização de ferramentas computacionais no ensino de Matemática Financeira. Além disso, o PPG-ENSIMAT oportunizou-me o aprofundamento do estudo de referenciais teóricos que não conhecia, bem como o acesso a uma série de ferramentas de *software* que poderiam ser utilizadas na realização de atividades de sala de aula com meus alunos.

A partir dessa troca de experiências, da apropriação desses novos referenciais teóricos e de muito trabalho, várias vezes foi possível realizar reflexões que possibilitaram a adequação e, até mesmo, a validação de uma série de práticas educativas que eram realizadas em sala de aula pelos professores-discentes. Da mesma forma, acredito que, para a maioria dos professores-docentes, o PPG-ENSIMAT oportunizou uma excelente oportunidade de aproximar relevantes discussões e pesquisas acadêmicas às práticas de caráter didático-metodológicas que poderão ser consolidadas na Educação Básica.

Ao iniciar minhas atividades no PPG-ENSIMAT, trazia comigo muitas convicções. A maioria delas baseada na intuição e na experiência de mais de catorze anos em sala de aula. Mas, na verdade, se me perguntassem por que eu adotava determinadas práticas em sala de aula, a única saída seria parafrasear o professor Polya: “Porque dá certo!” [2].

As atividades propostas pelos professores-docentes, que organizaram as disciplinas de Tópicos de Educação Matemática, fizeram com que eu pudesse reconhecer referenciais teóricos que justificariam algumas de minhas práticas em sala de aula. Isso foi uma contribuição muito importante do PPG-ENSIMAT, uma vez que a intuição poderia apontar caminhos interessantes ao futuro trabalho, entretanto, não poderia validar as idéias defendidas nesta dissertação. Particularmente, o PPG-ENSIMAT foi a primeira oportunidade que tive de conhecer e aprofundar meus conhecimentos sobre a Construção dos Números Reais, a Geometria Dinâmica, a Etnomatemática e a História do Ensino da Matemática no Brasil.

Além do contato com novos referenciais teóricos, uma outra importante experiência pôde ser vivenciada. Na diversidade de idéias, temas e opiniões, exposta durante as aulas e fóruns, foi possível perceber que outros professores-discentes detinham convicções, práticas e experiências diferentes umas das outras. Além disso, pude conhecer o trabalho desenvolvido por professores-docentes que, vinculados ao PPG-ENSIMAT, também realizavam suas atividades juntos aos cursos de graduação em Matemática da UFRGS. Como esquecer das aulas de combinatória da disciplina de Tópicos de Matemática B? Eu acreditava que não havia outra forma eficiente de apresentar a Análise Combinatória aos alunos: através de exemplos que ilustrassem as diferenças entre o cálculo dos arranjos, permutações e combinações. Durante essas aulas, foi possível que eu pudesse modificar essa perspectiva: a partir do Princípio Fundamental da Contagem, os mesmos cálculos podiam ser induzidos naturalmente, sem a necessidade de que os alunos apenas memorizassem fórmulas de relativa complexidade.

No final do primeiro semestre letivo de 2005, fomos incentivados a elaborar um rascunho contendo um projeto do trabalho que poderia vir a ser apresentado como uma proposta de dissertação junto ao PPG-ENSIMAT. Finalmente, era chegada a oportunidade de mostrar, à comunidade acadêmica, o resultado de alguns anos de trabalho e de profunda reflexão.

Diante do que foi exposto até o momento, não é difícil compreender que o trabalho descrito nesta dissertação sofreu modificações desde a sua concepção no começo das

---

[2] No livro “*A Arte de Resolver Problemas*”, o professor Georg Polya afirma que a resolução de problemas é o “coração da matemática”. Sua proposta sobre o “método heurístico” de resolução de problemas é de caráter bastante intuitivo: “Para sentir a posição do estudante, o professor deve pensar na sua própria experiência, nas dificuldades e sucessos que ele mesmo encontrou ao resolver problemas.” (POLYA, 1995, p. 6).

atividades no PPG-ENSIMAT. E, por se tratar de um trabalho de pesquisa vinculado a experiências didático-metodológicas razoavelmente bem sucedidas em sala de aula, ficou sujeito a reavaliações e readequações freqüentes, motivadas pelos momentos de troca de experiências e estudos, nas atividades oportunizadas pelo PPG-ENSIMAT. Entretanto, para que algumas características da proposta de trabalho inicialmente desenvolvida nesta dissertação possam ser aceitas com maior naturalidade, é importante que haja um breve relato de minha trajetória profissional.

Iniciei minhas atividades profissionais como professor da 1ª série do Ensino Médio numa escola privada de Educação Básica e professor-plantonista num curso pré-vestibular na cidade de Santa Maria-RS em 1993. Desde o início dessas atividades, sempre procurei tornar-me o mais disponível possível aos alunos; eu sempre gostei de professores atenciosos e não poderia, com minhas atitudes, negar essa predileção. Lembro de um adjetivo que era usado em relação ao meu comportamento nessa escola: “vassoura nova”. Cheguei a não ser reconhecido por alguns colegas, ao entrar na sala dos professores no final do ano letivo. Esse fato pode ser explicado por eu pouco tê-la freqüentado até aquele momento, basicamente, por três razões: o tempo destinado ao recreio era muito pequeno, eu precisava atravessar o colégio para chegar até lá e pela qualidade do café que era servido aos professores. Fiquei conhecido entre os colegas professores por não “fazer o recreio”. As aulas terminavam e eu costumava ficar junto ao quadro-negro, resolvendo algum problema, nos corredores, discutindo música ou os fatos que eram notícia na cidade, ou na biblioteca, lendo os jornais do dia.

Nessas conversas, aprendi muitas coisas com os alunos. Um exemplo comum a muitos professores é o fato de trabalhar com diversas turmas de uma mesma série. Muitas vezes, precisei repetir a mesma aula em turmas que tinham seus horários em períodos subseqüentes. Não foram poucas aquelas vezes em que pude aprimorar minhas aulas a partir de conversas que mantive com os alunos nos corredores do colégio. A constatação era simples: a forma como eu encaminhava a discussão de conteúdos não havia sido clara, os exemplos não foram suficientes, dúvidas elementares não puderam ser esclarecidas. Muitos planos de aula que foram escritos nos fins-de-semana precisaram ser reescritos a partir da constatação de que algumas práticas necessitavam ser aprimoradas. Não me sentia nada confortável com aquela situação: havia muito trabalho no processo de construir e reconstruir minhas aulas e a inexperiência fazia com que eu me sentisse cansado e amedrontado. Além disso, trabalhava com alguns dos professores mais experientes e respeitados da cidade:

profissionais conhecidos, admirados e muito bem sucedidos profissionalmente – felizmente, sempre tive bons modelos a seguir.

Passados mais de dez anos dessas minhas primeiras experiências em sala de aula e nos corredores, neste momento, fico à vontade para falar sobre uma das principais convicções que ajudou a dar forma às atividades que deram origem ao trabalho inicialmente proposto nesta dissertação.

Minhas melhores conversas sempre ocorreram com alunos que, de uma forma ou de outra, demonstravam um maior interesse pela Matemática. Posso afirmar que a maioria dos alunos que me ajudaram a consolidar o “corredor” dessa escola onde trabalhei possuíam algumas dúvidas que, muitas vezes, me deixavam surpreso pelo aprofundamento dos temas discutidos em sala de aula. No curso pré-vestibular não foi muito diferente. Lá existiam os chamados “plantões de dúvidas” e, por algum tempo, fui um dos professores-plantonistas mais procurados do curso – parece existir um cuidado especial com a prova de Matemática por parte dos alunos vestibulandos. Mais uma vez, costumava ser procurado por uma maioria de alunos que conheciam Matemática, que haviam realizado todas as tarefas das apostilas e estavam procurando um maior aprofundamento por conta própria. Não se incomodavam em resolver desafios matemáticos e questões de Matemática de vestibulares anteriores e de outras Universidades distantes.

Com a intenção de melhorar minhas condições de trabalho, passei a residir na cidade de Canoas-RS e comecei a trabalhar como professor de Matemática em duas escolas privadas de Educação Básica e em dois cursos pré-vestibulares da cidade de Porto Alegre-RS.

Nessas duas escolas, havia uma grande preocupação com os problemas de aprendizagem. Numa delas, foi organizada uma grande estrutura com o objetivo de minimizá-los: em turno inverso às atividades escolares previstas na grade curricular, eram propostas uma série de “atividades complementares”, de caráter obrigatório, oferecidas àqueles alunos que não haviam atingido os objetivos mínimos esperados pelo professor responsável pela organização e desenvolvimento da disciplina. Na outra escola, a estratégia para a resolução de problemas de aprendizagem era diferente: havia a figura de um “professor-orientador” da disciplina, responsável pelo atendimento de todos os alunos com dificuldades de aprendizagem; fui o professor-orientador da disciplina de Matemática durante os dois anos anteriores a minha entrada no PPG-ENSIMAT, atuando, sempre, junto aos alunos do Ensino Médio.

Nessas atividades de professor-orientador, praticamente não atendi alunos da 3ª série, provavelmente porque a maioria deles estava ocupada em outras atividades fora da escola, com o objetivo de complementar sua preparação para os concursos vestibulares. Da mesma forma, poucos foram os alunos da 2ª série que procuravam o auxílio junto ao professor-orientador, uma vez que esses são os alunos que têm um maior número de atividades nessa escola – aulas de reforço em turno inverso, Grêmio Estudantil e escolinhas esportivas são alguns exemplos dessas atividades.

Entretanto, com os alunos da 1ª série, sempre ocorreram fatos muito interessantes.

Energia! Muita. Quem já trabalhou com os adolescentes que ingressam no Ensino Médio sabe do que estou falando. Toda atividade proposta é uma nova descoberta, a capacidade de abstração aprimorada, as primeiras festas... Sempre têm sobre o que falar! E, talvez pela primeira vez, encontrem alguma dificuldade com a quantidade de disciplinas, provas e atividades previstas pelo calendário escolar, principalmente com a Matemática. Com um currículo focado na Álgebra, principalmente no estudo das funções, muitos problemas de aprendizagem em Matemática ocorriam. Apesar disso, nos horários de atendimento aos alunos, a freqüência dos alunos era inversa à quantidade de dias que faltavam para as avaliações: se o encontro fosse realizado em uma véspera de prova, havia a garantia de uma sala de aula repleta de alunos.

Mas, quais alunos? A maior parte deles já havia estudado os conteúdos propostos para a avaliação e, de alguma forma, procurava aprofundar ou validar seus estudos. Às vezes, pediam "dicas", embora nunca tivessem obtido êxito em consegui-las.

Ainda trabalhando nessas escolas privadas, surgiu uma oportunidade de ingresso como professor no Colégio Militar de Porto Alegre (CMPA), através de um concurso público. Por conhecer a tradição quase centenária da escola e, principalmente, por ter sido aluno de uma escola de formação militar, acreditei que esta seria uma oportunidade de trabalho muito interessante. Depois de ser aprovado no concurso, pude iniciar minhas atividades na escola em agosto de 2004.

Até o final do ano letivo de 2004, não havia nenhuma turma para mim designada. Com essa aparente vantagem, tive a oportunidade de conhecer a escola, realizando as mais diferentes atividades: fiscalizar e revisar provas bimestrais, participar da Banca Examinadora do Concurso de Admissão ao CMPA e ser professor-plantonista, esta a mais importante experiência do início de meu trabalho no CMPA. Como professor-plantonista, atendi alunos do 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 1ª e 2ª séries do Ensino Médio. Pela primeira vez em toda a minha trajetória profissional, pude trabalhar com muitos alunos que apresentavam dificuldades de aprendizagem e procuravam ajuda. Talvez haja alguma surpresa com este relato, principalmente em função da mitificação existente em relação ao comportamento e desempenho dos alunos oriundos dos Colégios Militares.

O Sistema Colégio Militar do Brasil (SCMB) é formado por doze instituições públicas de Educação Básica espalhadas em diferentes cidades do país[3]. O SCMB é coordenado pelo Departamento de Ensino e Pesquisa (DEP), órgão responsável pela administração e execução das políticas de ensino e pesquisa dentro da estrutura organizacional do Exército Brasileiro (EB). Através da Diretoria de Ensino Preparatório e Assistencial (DEPA), são definidas e conduzidas todas as políticas e estratégias necessárias à consolidação do caráter “preparatório e assistencial” do SCMB. Preparatório, porque tem como objetivo despertar o interesse dos alunos para a carreira de oficial do EB; assistencial, porque tem como objetivo oferecer as melhores e mais estáveis condições de ensino aos filhos de servidores públicos militares que são transferidos por necessidade do serviço. Além disso, é importante informar que uma quantidade significativa de vagas é oferecida aos setores civis da sociedade, que podem matricular seus filhos no SCMB, desde que os mesmos tenham sido aprovados e classificados num concurso público[4].

Diante desse cenário, não é muito difícil encontrar alunos que estudaram no interior da Amazônia ou em escolas públicas do interior do país, onde as condições de ensino são precárias. Esse sempre foi um problema muito discutido dentro do SCMB, havendo uma grande expectativa de que o mesmo seja resolvido num futuro bastante próximo, a partir da organização de uma modalidade de Ensino à Distância coordenada pelo Colégio Militar de Manaus (CMM). O Ensino à Distância deverá ser utilizado pelos alunos que são filhos e dependentes de militares do EB que estejam servindo nas organizações de áreas pioneiras e guarnições isoladas nos estados do Amazonas, do Pará, do Amapá, de Rondônia, de Roraima e do Acre ou, até mesmo, no exterior[5] .

Neste momento, é possível questionar se existem outras diferenças entre os alunos dos Colégios Militares e os alunos das instituições privadas onde trabalhei. Entretanto, espero que alguém não seja tão ingênuo a ponto de afirmar: “nos Colégios Militares os alunos são disciplinados e tudo fica mais fácil!”. Lembro que também trabalhamos com crianças e adolescentes. Brincadeiras, travessuras, problemas de aprendizagem e todos os

---

[3] Essas cidades são: Manaus-AM, Fortaleza-CE, Recife-PE, Salvador-BA, Rio de Janeiro-RJ, Juiz de Fora-MG, Belo Horizonte-MG, Brasília-DF, Campo Grande-MS, Curitiba-PR, Porto Alegre-RS e Santa Maria-RS.
[4] O SCMB possui cerca de 14.400 alunos, 37% dos quais filhos são de civis. Informação disponível em: <http://www.depa.ensino.eb.br/pag_sistemaCM.htm> (acesso *on-line* em 20 set. 2007).
[5] Esse projeto é coordenado pela Seção de Ensino à Distância do Colégio Militar de Manaus (SEAD/CMM). Informação disponível em: <http://www.depa.ensino.eb.br/pag_nov02.htm> (acesso *on-line* em 20 set. 2007).

comportamentos e expectativas que podem estar associados a essa faixa etária também podem ser associados aos alunos dos Colégios Militares.

Acredito que a única e grande diferença que pode ser encontrada é um grau de comprometimento muito grande com a instituição, suas peculiaridades e regras. Talvez, isso possa ser explicado pelo fato de que, para muitos alunos, filhos de militares (soldados, cabos e sargentos, principalmente) e profissionais liberais, o ensino e as oportunidades oferecidos pelos Colégios Militares podem vir a tornarem-se o alicerce da possibilidade de viabilizar um melhor futuro profissional. Assim, esses alunos procuram ajuda, tentando resolver seus problemas de aprendizagem e procurando aproveitar, ao máximo, a estrutura de ensino colocada a sua disposição.

Mas, voltarei ao foco principal deste capítulo.

Devido a minhas experiências anteriores em instituições privadas de Educação Básica, passei a sentir falta das discussões que costumava manter com os alunos que demonstravam um maior interesse em relação à Matemática. Onde estariam esses alunos no CMPA? O início do ano letivo de 2005 possibilitou que eu os pudesse encontrar. Esse foi um ano inesquecível, marcado pelo ingresso como professor-discente do PPG-ENSIMAT e pelo início de minhas atividades docentes no CMPA.

Ao ser designado para trabalhar com as cinco turmas da 3ª série do Ensino Médio, pude mais uma vez consolidar a prática dos intervalos e recreios passados com os alunos, agora nas arcadas do “Velho Casarão”[6]. E, para minha surpresa, pela primeira vez em minha trajetória profissional, fui obrigado a afirmar que não conseguiria responder adequadamente a determinadas perguntas, bem como resolver alguns problemas de Matemática trazidos pelos alunos. Além das atividades em sala de aula, a pesquisa, o estudo e a troca de idéias com colegas mais experientes e com os próprios alunos passaram a fazer parte do meu cotidiano no CMPA.

À medida que o ano letivo de 2005 avançava, percebi que muitos daqueles que me procuravam nos intervalos, tentando esclarecer dúvidas e resolver exercícios razoavelmente difíceis, tinham participação assídua em Olimpíadas de Matemática: Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), Olimpíadas de Matemática dos Colégios Militares (OMCM) e Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Aparentemente, esse é um comportamento natural dentro do CMPA, uma vez que não existia nenhuma atividade específica que incentivasse ou preparasse os alunos para participar dessas atividades. Além

[6] Esta é a forma carinhosa que os ex-alunos costumam utilizar ao referirem-se ao CMPA, uma tradição que levou o Exército Brasileiro a outorgar à escola a denominação histórica de “Colégio Casarão da Várzea”.

disso, os resultados obtidos pelos alunos são destacados e comemorados pelo CMPA. Na OBMEP, houve duas medalhas de ouro e seis menções honrosas em 2006, além de três medalhas de ouro, duas medalhas de prata, cinco medalhas de bronze e uma menção honrosa em 2007; na OBM, houve uma medalha de bronze em 2006.

Inicialmente, passei a acreditar que essa poderia ser uma grande oportunidade de conhecer e trabalhar com os alunos que demonstravam um maior interesse “verdadeiro” pela Matemática dentro do CMPA: um trabalho de orientação de estudos em Matemática, tendo como objetivo principal a preparação dos alunos para as diversas competições de Olimpíadas existentes no país. Com o ingresso no PPG-ENSIMAT, associei à possibilidade de desenvolver esse trabalho dentro de um projeto de mestrado.

Após a organização do Plano de Trabalho a ser apresentado à Coordenação do PPG-ENSIMAT, cheguei à conclusão de que seria necessário encontrar referenciais teóricos que pudessem justificar minha proposta de trabalho. Inicialmente, procurei obter maiores informações sobre a origem e organização das primeiras Olimpíadas de Matemática. Ao procurar essas informações, encontrei diversas referências ao Projeto NUMERATIZAR, considerado um exemplo a ser seguido por aqueles que desejam desenvolver trabalhos que utilizem Olimpíadas de Matemática na proposição de estratégias para a qualificação do Ensino de Matemática na Educação Básica.

É importante ressaltar a diversidade dos sentimentos associados às Olimpíadas de Matemática: o de “elitismo e de exclusão”, por parte daqueles que são reticentes em relação a sua utilização, e o de “inclusão social e científica”, por parte daqueles que as defendem com entusiasmo. Seria necessário procurar maiores informações sobre quais características poderiam ser associadas a atividades educativas consideradas inclusivas. Nesse sentido, havia a possibilidade de que um grande problema pudesse ser associado ao Plano de Trabalho: a possibilidade de que as comunidades, escolar e acadêmica, interpretassem a proposta de trabalho como não inclusiva, uma vez que a mesma, intencionalmente, não possibilitaria que todos os alunos pudessem ser atingidos pelas atividades propostas. Assim, procurei referenciais teóricos que pudessem justificar o trabalho proposto como uma proposta inclusiva. A visão multifacetada de inteligência proposta pela Teoria das Inteligências Múltiplas foi o primeiro referencial teórico utilizado na análise e na concepção das atividades.

Além disso, na organização das atividades propostas aos alunos e na análise dos resultados obtidos durante o desenvolvimento do trabalho, pude utilizar outros importantes referenciais teóricos conhecidos desde os tempos do curso de graduação em Santa Maria-RS. A partir dos mesmos, caracterizei o trabalho desenvolvido como uma estratégia que tem, como um de seus objetivos, oferecer aos alunos a possibilidade de participar de um conjunto de atividades que busca criar as condições necessárias à formação de hábitos e competências que poderão ser associadas aos futuros integrantes dos quadros de natureza científico-tecnológica de nosso país. Essa é uma necessidade defendida pelo diplomata Samuel Pinheiro Guimarães (GUIMARÃES, 2000, p.17-23), podendo também ser associada a um dos pressupostos da Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose (SKOVSMOSE, 2004, p.37-63), que defende que a construção de uma sociedade justa e fraterna deve ser fundamentada pelo desenvolvimento de uma “competência democrática”, alicerçada por saberes de natureza “matemática”, “tecnológica” e “reflexiva”. Entretanto, não há como se discutir o desenvolvimento desse tipo de competência dissociando-a da formação ética dos indivíduos e, nesse sentido, as idéias do professor Paulo Freire (FREIRE, 2002, p. 37) continuam fornecendo respostas às reflexões necessárias ao planejamento das atividades de capacitação matemática, técnica e ética que foram propostas nesta dissertação.

> Não é possível pensar os seres humanos longe, sequer, da ética, quanto mais fora dela. Estar longe, ou pior, fora dela, entre nós, mulheres e homens, é uma transgressão. É por isso que transformar a experiência educativa em puro treinamento técnico é amesquinhar o que há de fundamentalmente humano no exercício educativo: o seu caráter formador. Se se respeita a natureza do ser humano, o ensino dos conteúdos não pode dar-se alheio à formação moral do educando.

3 REFERENCIAIS TEÓRICOS

3.1 A TEORIA DAS INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS

Howard Gardner, psicólogo, neurologista e professor-pesquisador da Universidade de *Harvard*, em sua Teoria das Inteligências Múltiplas (TIM)[7], define a inteligência como uma habilidade ou um conjunto de habilidades que permite que um indivíduo tenha a capacidade de resolver problemas ou criar produtos que são valorizados em um único ou em vários contextos sócio-culturais. A TIM associa um caráter pluralístico à definição de inteligência, estabelecendo que a competência cognitiva de um indivíduo pode ser melhor descrita a partir da combinação de um conjunto de sete habilidades, talentos ou capacidades mentais especificadas a seguir, caracterizadas, segundo Gardner, como "universais" na espécie humana (GARDNER, 2000, p.12-18).

A "inteligência lingüística" é manifestada pela utilização adequada das formas usuais de linguagem, desde a produção e interpretação adequada de textos escritos até a utilização da linguagem verbal na transmissão de informações. Pode ser observada em atividades lingüísticas complexas, como a dramaturgia, a poesia, o raciocínio abstrato e o pensamento simbólico. É comumente associada aos poetas, escritores, teatrólogos, gramáticos, comediantes e oradores.

A "inteligência lógico-matemática" é caracterizada pela capacidade lógico-matemática, assim como pela capacidade de raciocínio indutivo e de alguns processos de raciocínio dedutivo. Envolve as habilidades de reconhecimento de padrões, da concepção e manipulação de linguagens, de construção de argumentações e refutações. Está intimamente ligada à curiosidade de caráter científico e à capacidade de elaboração de modelos para a resolução de problemas. É geralmente relacionada aos cientistas, matemáticos, físicos, banqueiros, advogados e engenheiros de *software*.

A "inteligência espacial" é a competência que alguns indivíduos encontram para elaboração e manipulação de "modelos mentais" do mundo espacial. É comumente associada aos engenheiros, arquitetos, cirurgiões, artistas plásticos e navegadores.

A "inteligência corporal-cinestésica" é caracterizada pelo conhecimento e controle das potencialidades e limitações do movimento do próprio corpo, sendo manifestada pela habilidade de expressar sentimentos através da dança e da mímica, ou pelo desempenho

[7] Alguns dos trabalhos desenvolvidos por *Howard Gardner* estão disponíveis em: <http://www.howardgardner.com/MI/mi.html> (acesso *on-line* em 01 dez. 2007).

destacado em atividades físicas ou desportivas. É geralmente associada aos bailarinos, artistas circenses, mímicos, atores e atletas.

"A inteligência musical" é caracterizada pelo reconhecimento de padrões sonoros, além de uma maior sensibilidade a ritmos, entonações de voz, cadências e batidas, podendo incluir, ainda, a capacidade de utilizar, de forma avançada, variados instrumentos musicais. É comumente relacionada aos cantores, compositores, músicos e maestros.

A "inteligência interpessoal" é a competência que alguns indivíduos têm para compreender outras pessoas, identificando suas necessidades, suas aspirações, além da capacidade de motivá-las, fazendo com que trabalhem de forma cooperativa e eficiente. É freqüentemente associada aos professores, vendedores, lideranças políticas e religiosas, geralmente bem sucedidos e capazes de levar os indivíduos à mobilização social.

A "inteligência intrapessoal" "é a capacidade de formar um modelo acurado e verídico de si mesmo e de utilizar esse modelo para operar efetivamente na vida" (GARDNER, 2000, p.15). É associada às questões de natureza metafísica e religiosa, sendo geralmente relacionada aos religiosos, filósofos, psicólogos e terapeutas.

Segundo os pressupostos da TIM, todos os indivíduos têm a habilidade de refletir, questionar e procurar respostas, utilizando todas as sete inteligências, uma vez que possuem como parte de sua herança genética, habilidades básicas para todas elas. Além disso, Maria Clara Gama (GAMA, 2008) ressalta que, embora essas inteligências sejam relativamente independentes umas das outras, elas raramente atuam de forma isolada. Para ilustrar essa consideração, é possível fazer referência a conhecidas personalidades do cenário artístico-cultural brasileiro. Jô Soares, por exemplo, em seu *talk-show*, nos proporciona diversas mostras de "inteligência lingüística", "interpessoal", "lógico-matemática" e, até mesmo, "musical" – quando acompanha o "Quinteto Onze e Meia" com seu bongô. Chico Buarque, por sua vez, em seus livros, entrevistas e composições, nos proporciona diversas manifestações de "inteligência lingüística", "musical", "intrapessoal" e, até mesmo, "corporal-cinestésica" – quando promove e participa de jogos de futebol com seus amigos.

Gardner acrescenta que a capacidade de desenvolvimento de cada uma das inteligências será determinada tanto por fatores genéticos e neuropsicológicos, quanto por questões de natureza sócio-ambientais. Dessa forma, o desenvolvimento pleno de cada uma delas é condicionado a uma série de variáveis: o contexto social, a cultura, a genética e as oportunidades de aprendizagem de uma pessoa. Isto faz com que os indivíduos manifestem suas competências e habilidades em diferentes níveis de especialização, garantindo a complexa diferenciação da espécie humana (GARDNER, 2000, p. 49-58).

É importante ressaltar, ainda, que Gardner afirma que cada uma das inteligências é caracterizada por sua própria forma de pensamento, sendo viabilizada pelo processamento das informações relevantes àquela inteligência, codificadas através de um sistema simbólico padronizado. Esses sistemas simbólicos são responsáveis pela interface entre os aspectos básicos de abstração associados a uma determinada inteligência e a variedade de ações e informações significativas à mesma, que são captadas a partir das interações realizadas pelo indivíduo em seu entorno social. A constituição desses sistemas simbólicos impede que qualquer habilidade específica possa atingir o *status* de inteligência (GARDNER, 2000, p. 31).

A maior contribuição que pude encontrar na TIM é a hipótese de que algumas inteligências só se desenvolvem porque são valorizadas pelo ambiente, o que confirma que cada cultura valoriza certos talentos, os quais devem ser dominados por uma quantidade de indivíduos e repassados à geração seguinte. Além disso, a definição da inteligência a partir da valorização da capacidade de resolver problemas ou elaborar produtos que atendem às expectativas de um determinado grupo social reforça um caráter histórico-social que pode ser associado à teoria (GAMA, 2008).

3.2 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Ole Skovsmose foi o pioneiro na idéia de reunir os fundamentos da Educação Crítica ao Ensino de Matemática. Num projeto de pesquisa, desenvolvido no final da década de 1980, propôs “[...] discutir educação matemática como parte de um empreendimento democrático em uma sociedade altamente tecnológica” (SKOVSMOSE, 2004, p.103).

Esse e outros projetos desenvolvidos pelo autor, em países como África do Sul, Brasil, Canadá, Dinamarca e Portugal, proporcionaram uma série de reflexões que levaram ao desenvolvimento de uma Filosofia da Educação Matemática Crítica.

3.2.1 A Questão da Democracia

Skovsmose lembra que, muitas vezes, o conceito de Democracia está vinculado apenas a “condições formais”, ou seja, existe uma Democracia se houve uma eleição. Entretanto, vincular o conceito de Democracia apenas à definição de como eleger um governo, a partir da escolha de um projeto político representativo de uma parcela da população, acaba por reduzi-lo de forma bastante perigosa, principalmente se outras “condições não formais” passarem a ser consideradas de menor importância. Essas condições referem-se aos recursos materiais disponibilizados, bem como às possibilidades de participação, ação e reação que são oportunizadas a toda população, tais como: a distribuição adequada dos bens e serviços, a igualdade de oportunidades, a definição de um conjunto de direitos e deveres comuns. Além disso, devem ser criadas as condições necessárias à participação dos cidadãos nas discussões e avaliações sobre todas as intenções e ações de governo realizadas. Assim, o autor defende a idéia de que as eleições – gerais, livres, representativas e legítimas – devem estar subordinadas a outra condição fundamental ao exercício da Democracia: a capacidade de poder avaliar adequadamente as ações de governo, chamada “competência democrática”. Para que se possam consolidar as condições não formais para uma Democracia, é necessário que se preste muita atenção no planejamento e na execução de ações que possibilitem o desenvolvimento dessa “competência democrática” (SKOVSMOSE, 2004, p. 68-76).

Segundo Skovsmose (2004, p.55), há uma premissa básica que deve ser observada na interpretação clássica de Democracia: embora a competência para governar das pessoas encarregadas pelas ações de governo seja de natureza especial, é necessário que a competência de julgar os governantes seja de natureza comum a todas as pessoas.

Na estrutura democrática representativa ocidental, o processo de “transformação de soberania” viabiliza o “governo de todos”, a partir do estabelecimento de esferas distintas de poder: aqueles que governam através dos seus mandatos (políticos), aqueles que fazem parte da estrutura perene do Estado (servidores públicos de carreira – burocratas e tecnocratas) e o conjunto de cidadãos que não estão diretamente vinculados às ações de governo, mas que são diretamente afetados pelas mesmas.

É esperado que os políticos e os servidores públicos possuam a capacitação necessária para exercer as atividades de planejamento, gerenciamento e controle do aparelho estatal. Essas competências, de “natureza especial”, passam pela capacidade de articulação política, pela proposição e gerenciamento de projetos, pela capacitação técnica para as funções exercidas e, principalmente, pelo comprometimento com a viabilização de um Estado que possibilite o bem-estar de todos os seus cidadãos. De forma complementar, ao restante da população, é esperado que, apesar de não possuir o interesse, a capacitação técnica ou as “qualidades” associadas aos grupos responsáveis pelas ações de governo, não abram mão do seu protagonismo nesse cenário de organização estatal, podendo ser capazes de julgar as ações daqueles que são encarregados de governar. Essa capacidade, de “natureza comum” a todos os cidadãos, é chamada de “competência democrática” (SKOVSMOSE, 2004, p. 55).

> [...] a competência democrática não se apóia de maneira alguma sobre a natureza interior do homem. Ao contrário, as hipóteses básicas são: a competência democrática tem de ser desenvolvida; a competência está fielmente relacionada à atitude democrática, mas elas não são idênticas; o desenvolvimento de uma competência democrática pressupõe uma atitude, mas, ao lado disso, muito conhecimento e muita informação sobre o domínio dos processos democráticos têm de ser desenvolvidos.

3.2.2 A Questão da Tecnologia

A partir da década de 1950, tanto na Europa quanto nos Estados Unidos, o conceito de desenvolvimento foi vinculado à capacidade de projetar, produzir e se apropriar de novas tecnologias. Skovsmose (2004, p. 29) faz referência à "*Tese de Ellul*"[8], enfatizando que a sociedade e a tecnologia estão fortemente integradas e muitas das decisões que dizem respeito à dinâmica das organizações políticas, sociais e culturais também dizem respeito à capacidade de desenvolver, utilizar e aplicar a tecnologia. Além disso, esse autor afirma que a tecnologia é o aspecto "dominante" em nossa sociedade, fato que causa um sério problema que pode inviabilizar o exercício da Democracia. Segundo Skovsmose (2004, p. 57), "[...] apenas um grupo limitado de pessoas parece capaz de gerenciar a complexidade associada à grande quantidade de conhecimento tecnológico (matemático) necessário para avaliar atos e decisões de governantes."

De fato, essa complexidade parece pressupor que uma grande quantidade de conhecimento está diretamente vinculada à capacidade de apropriação de informações, à operação de equipamentos de relativa complexidade e à capacidade – fundamental – de avaliar decisões que levam em consideração as conseqüências – boas ou más – da utilização da tecnologia.

Nesse sentido, como alguém, que não seja um especialista, pode enfrentar a progressiva aceleração dos empreendimentos tecnológicos que têm influência direta sobre as relações políticas, sociais e culturais, bem como sobre os processos de trabalho?

3.2.3 Em Direção à Educação Matemática Crítica

Segundo Skovsmose (2004, p. 115-116), existem três tipos de "conhecer" que podem orientar um projeto de Educação Matemática: o "matemático", o "tecnológico" e o "reflexivo".

O "conhecer matemático" se refere à competência normalmente entendida como "habilidades matemáticas", como a reprodução de provas de teoremas, o domínio de

[8] "A tecnologia é o aspecto fundamental da civilização, e o homem está totalmente imerso nessa tecnologia" (SKOVSMOSE, 2004, p. 29). É importante observar que o autor utiliza o termo "tecnologia" num sentido bastante amplo, que inclui todas as mega-estruturas tecnológicas que são utilizadas pela sociedade.

algoritmos para o cálculo e a resolução de problemas de natureza lógico-matemática. Essa competência é o foco principal em programas de Educação Matemática numa perspectiva "tradicional", enfatizada pelo movimento estruturalista.

O "conhecer tecnológico" se refere à capacidade de se aplicar a Matemática e as competências necessárias à construção, análise e avaliação de "modelos matemáticos" de relativa complexidade. Essa capacidade é enfatizada por programas de Educação Matemática que são dirigidos a aplicações "reais" da Matemática. Além disso, esses programas admitem a hipótese de que, ainda que os estudantes aprendam Matemática, não há garantias de que a competência matemática adquirida seja suficiente quando for necessário utilizá-la na interpretação, análise ou resolução de problemas vinculados à realidade dos mesmos. Seria necessário que "algo mais", além da Matemática, fosse dominado pelos alunos a fim de que se possa aplicá-la. Essa competência "extra" é denominada "conhecer tecnológico"; fundamentalmente, esse "conhecer" é a competência necessária ao desenvolvimento e à aplicação de uma tecnologia.

O "conhecer reflexivo" se refere à competência de poder refletir sobre a utilização da Matemática e da tecnologia numa sociedade altamente tecnológica. Essas reflexões têm relação direta com a capacidade de avaliação das conseqüências da utilização das competências matemática e tecnológica (SKOVSMOSE, 2004, p. 87).

> A idéia que tentei tornar significativa (mas não provar) é a seguinte: se a alfabetização matemática tem um papel a desempenhar na educação – similar, mas não idêntico, ao papel da alfabetização –, na tentativa de desenvolver uma competência democrática, então, a alfabetização matemática deve ser vista como composta por diferentes competências: matemática, tecnológica e reflexiva.

Na perspectiva da Educação Matemática Crítica, é fundamental que a Educação prepare os alunos para uma "cidadania crítica" (SKOVSMOSE, 2004, p.76). Esse processo, primordialmente, deve ser caracterizado por uma preocupação em prepará-los para a inserção nos processos de trabalho, bem como para os diferentes desafios a serem enfrentados em diversos aspectos da vida política, cultural e social fora da Escola. Além disso, uma Educação Crítica deve reconhecer e reagir às contradições sociais, permitindo que o aluno também possa acreditar que suas ações poderão fazer diferença na sociedade.

Dessa forma, é importante conceber uma Educação Matemática que tenha como objetivo principal o desenvolvimento integrado desses diferentes conhecimentos: "matemático", "tecnológico" e "reflexivo", o que caracterizaria um processo de "alfabetização matemática" (SKOVSMOSE, 2004, p.87-88). Entretanto, Skovsmose (2004, p.

118) enfatiza que "Especialmente: o conhecer reflexivo tem de ser desenvolvido para dar à alfabetização matemática uma dimensão crítica."

Esse tipo de Educação Matemática, tanto como prática quanto como pesquisa pedagógica, é capaz de levar à discussão sobre as condições básicas para a obtenção do conhecimento, devendo estar, os professores e alunos, cientes das contradições e desigualdades sociais, e tentando fazer da Educação uma força social progressivamente efetiva. Além disso, ainda que pareça uma utopia que a Educação seja capaz de evitar catástrofes sociais e culturais, ela não pode abrir mão de seu papel de lutar pela Ética, pela Justiça Social e pelos Direitos Humanos. Nesse sentido, é necessário lembrar aquele que é considerado por muitos o principal trabalho vinculado à Filosofia da Educação Crítica. Segundo Skovsmose (2004, p. 100), "[...] *Adorno* coloca a educação na posição de uma força cultural e política sustentando que a primeira exigência para uma educação é que um novo *Auschwitz* nunca aconteça novamente."

Da mesma forma, poderíamos citar o professor Paulo Freire (FREIRE, 2002, p.126-127).

> Se a educação não pode tudo, alguma coisa fundamental a educação pode. Se a educação não é a chave das transformações sociais, não é também simplesmente reprodutora da ideologia dominante. [...] O educador e a educadora críticos não podem pensar que, a partir do curso que coordenam ou do seminário que lideram, podem transformar o país. Mas podem demonstrar que é possível mudar.

3.2.4 A Educação Matemática Crítica e o "Conhecer Reflexivo"

Segundo Skovsmose (2004, p.37-63), ao aperfeiçoarmos os conteúdos e os materiais de apoio didático-metodológico, utilizados no processo de ensino-aprendizagem, existe a possibilidade de que as instituições e as capacidades democráticas da sociedade também sejam aperfeiçoadas. Para que possamos alcançar esse aperfeiçoamento, é necessário que sejam observados alguns aspectos no processo de concepção desses materiais.

- A Matemática tem um campo extenso de aplicações "reais", mas é difícil apresentar exemplos ilustrativos dessas aplicações na Educação Básica.
- Para que seja possível o exercício pleno dos direitos e deveres associados a uma sociedade democrática, é necessário que as pessoas sejam capazes de entender os mecanismos – matemáticos e tecnológicos – de organização, inserção e desenvolvimento político, cultural e social.

- Pela natureza de suas aplicações, a Matemática tem a capacidade de "formatar" a sociedade, uma vez que tem um papel fundamental na concepção e produção da tecnologia.

É necessário perceber como muitas decisões econômicas, políticas e infra-estruturais são influenciadas por esse "poder de formatação" que pode ser associado à Matemática (SKOVSMOSE, 2004, p.80-83). É importante que os alunos se tornem capazes de apontar quais idéias poderão estar escondidas a partir da utilização de argumentos de natureza matemática: estatísticas, índices de referência e qualidade, *softwares* de gerenciamento e controle etc. A principal contribuição que um programa de Educação Matemática pode trazer ao desenvolvimento da "competência democrática" não está relacionada apenas ao desenvolvimento de habilidades algorítmicas ou de cálculo, mas ao entendimento da forma como a Matemática é aplicada e utilizada na sociedade, bem como a quais interesses a mesma pode estar subordinada. Através da utilização de materiais de apoio didático-metodológico, cujos princípios orientadores não são encontrados apenas no "conhecer matemático", mas numa perspectiva mais abrangente que objetiva o "conhecer reflexivo", é possível ajudar o aluno a refletir sobre o estereótipo de "ciência neutra" que é comumente associado à Matemática. Além disso, é possível que esse aluno também possa perceber grande parte do processo de conformação social que pode ser obtido a partir da utilização de ferramentas tecnológicas e argumentos de natureza matemática.

O desenvolvimento do "conhecer reflexivo" possibilita que a alfabetização matemática tenha uma dimensão crítica. Isso pode fazer com que o aluno tenha a capacidade de perceber que a Matemática também é utilizada para dar suporte ao debate político. A partir da utilização de índices, estatísticas e gráficos, que muitas vezes são obtidos por meio da utilização de algoritmos complexos, a Matemática passou a fazer parte de uma "linguagem do poder" (SKOVSMOSE, 2004, p. 127), uma vez que muitos dos projetos políticos, administrativos, tecnológicos e, até mesmo, educacionais são apresentados e defendidos, junto à sociedade, mediante a utilização de argumentos matemáticos[9].

Em geral, os discursos construídos a partir de argumentos matemáticos são considerados "inquestionáveis", uma vez que a Matemática freqüentemente é retratada como uma verdade que não pode ser influenciada por nenhum interesse político-ideológico, em

---

[9] Isso pode ser ilustrado pela utilização da expressão "*os números mostram que*". Uma busca no sítio de pesquisa *Google* (acesso *on-line* em 27 fev. 2008), trouxe aproximadamente 58.100 referências à expressão. <http://www.google.com.br/search?hl=pt-R&rlz=1B2GGFB_ptBR224BR225&q=%22os+n%C3%BAmeros+mostram+que%22&btnG=Pesquisar&meta>.

virtude do seu caráter de “ciência neutra”. Esse poder de conter o argumento definitivo que é atribuído à Matemática é amparado por uma “ideologia da certeza” (SKOVSMOSE, 2004, p.127), cuja idéia fundamental é a de que um argumento baseado na Matemática para a resolução de problemas reais é sempre aplicável (“linguagem universal”) e preciso (“ciência exata”).

Na perspectiva da Educação Matemática Crítica, é preciso fazer com que os alunos compreendam que a Matemática pode ser aplicada a problemas reais apenas se os mesmos forem “reduzidos” a uma forma apropriada para se adequarem à utilização da mesma. Além disso, é importante que os alunos percebam que a Matemática é perfeita apenas se construirmos um contexto adequado a sua utilização, uma ação diretamente relacionada ao “poder formatador” que a Matemática possui. Essa visão pode colaborar com a formação de cidadãos que não apenas possuam o conhecimento da Matemática e a capacidade de aplicá-la, mas que sejam capazes de analisar os detalhes de modelos matemáticos reais, podendo discutir o porquê das diferentes opções de projeto, bem como a possibilidade de as mesmas atenderem a interesses específicos. Nesse sentido, é necessário que exista o entendimento de todo o “conhecer matemático” e “tecnológico” agregado ao modelo, entretanto o objetivo principal da Educação Matemática Crítica não é esse conhecimento de natureza técnica, mas sim o desenvolvimento do “conhecer reflexivo”, o qual permitirá a busca de esclarecimentos sobre hipóteses, decisões e compromissos agregados à concepção desse modelo.

3.2.5 A Produção de Materiais e a Construção da “Competência Democrática”

Podemos orientar o desenvolvimento de materiais de apoio didático-metodológico, segundo diferentes perspectivas, que têm como objetivo comum o desenvolvimento da “competência democrática”: o “argumento social de democratização” e o “argumento pedagógico de democratização” (SKOVSMOSE, 2001, p. 37-53).

Segundo o “argumento social de democratização”, no projeto dessas atividades, devem ser utilizados modelos matemáticos que têm relação com atividades socialmente relevantes. Além disso, as atividades precisam ser desenvolvidas com o objetivo de compreender as hipóteses e decisões de projeto que deram origem aos modelos utilizados. Dessa forma, o objetivo fundamental das propostas de trabalho a serem desenvolvidas não é apenas o conhecimento de natureza técnica (matemático e tecnológico), mas sim o entendimento de como a Matemática foi utilizada na concepção do modelo (resolução do problema). Assim, o “argumento social de democratização” poderia atribuir à Educação Matemática o mesmo “poder radicalizador” que o professor Paulo Freire agregou a sua proposta de alfabetização: uma Educação que leva à “libertação” (FREIRE, 2005, 2006). Dessa forma, na concepção dessas atividades, deverão ser desenvolvidas propostas “libertadoras” de ensino-aprendizagem. Os materiais produzidos deverão utilizar informações sobre modelos matemáticos reais, fornecendo aos alunos o conhecimento técnico necessário à compreensão de seu funcionamento e de sua utilização (“conhecer matemático” e “conhecer tecnológico”). Além disso, é necessário que as atividades e discussões propostas possam levar o aluno a ser capaz de refletir sobre as decisões associadas ao modelo utilizado, sua adequação ao problema resolvido, a confiabilidade do resultado obtido e, até mesmo, a avaliação da hipótese de que outros modelos possam ser usados no mesmo contexto (“conhecer reflexivo”). O desenvolvimento do “conhecer reflexivo” nos alunos é fundamental à construção de uma “competência democrática” do futuro cidadão. Entretanto, é importante ressaltar que o principal problema associado a esse argumento de democratização é a relativa complexidade encontrada pela utilização de modelos reais na produção dos materiais a serem usados junto aos alunos. Skovsmose (2004, p. 53), questiona: “[...] será possível evitar demasiada pré-estruturação da situação, demasiadas aulas expositivas, para construir esse estoque complicado de conhecimento real obviamente necessário para entender as funções de um modelo real?”

Segundo o “argumento pedagógico de democratização”, o projeto das atividades deve utilizar “situações abertas” no processo de ensino-aprendizagem, fazendo com que os alunos também possam participar do controle do mesmo. Assim, a utilização dessas situações permite que as atividades tomem direções diferentes, dependendo dos resultados do trabalho desenvolvido, bem como das decisões tomadas pelos participantes desse trabalho. Essa abertura possibilitará o desenvolvimento de atitudes como responsabilidade, respeito, organização e comprometimento com as decisões do grupo. Essas atitudes (democráticas) serão fundamentais no desenvolvimento de um conjunto de ações que poderão estar associadas à “competência democrática”. Entretanto, o principal problema associado a esse argumento de democratização, é o questionamento sobre a possibilidade de que a utilização de materiais “abertos” não permita agregar às atitudes democráticas desenvolvidas o “conhecer reflexivo” necessário ao estabelecimento de uma futura “competência democrática” pelos alunos (SKOVSMOSE, 2004, p. 53).

> Que relações de fato existem entre uma educação matemática voltada para o desenvolvimento das experiências dos estudantes por meio da abertura de situações, incorporando as decisões dos estudantes no processo educacional, e todo o tempo relacionando o jogo de linguagem da matemática à linguagem ordinária, e uma

> educação matemática que tenta desenvolver não apenas uma atitude pragmática, mas também crítica em relação ao uso dos modelos matemáticos?

Finalizando, é importante observar que os argumentos social e pedagógico de democratização indicam direções diferentes para o estabelecimento de uma “competência democrática”, levantando uma questão fundamental: será viável organizar materiais de apoio didático-metodológicos os quais utilizem situações de ensino-aprendizagem que sejam caracterizadas, simultaneamente, como “abertas” e “libertadoras”? Um material “aberto” poderia resultar em situações de aprendizagem que possibilitariam o exercício de atitudes democráticas, mas a “libertação” não estaria garantida. De maneira análoga, um material “libertador” poderia resultar em situações de aprendizagem que possibilitariam o desenvolvimento do conhecer reflexivo, mas a “abertura” não estaria garantida (SKOVSMOSE, 2004, p. 53).

Partindo da hipótese de que existe uma relação estreita entre as atitudes democráticas e os diferentes conheceres que levam ao estabelecimento de uma “competência democrática”, fundamental ao exercício de uma “cidadania crítica”, é possível afirmar que o desenvolvimento de todas essas habilidades é um problema educacional complexo. Apesar disso, sua solução é fundamental para o estabelecimento de um país onde prevaleça uma Ética que garanta o direito de todos a viver com dignidade.

Isso nos levaria à Educação Crítica: uma educação que não representa apenas uma adaptação às prioridades políticas e econômicas (reprodutora), mas uma educação que se engaja no processo político, com uma preocupação permanente com a qualificação do exercício da Democracia (transformadora).

> [...] a alfabetização é uma condição necessária na sociedade de hoje para informar pessoas sobre suas obrigações, e para que elas possam fazer parte dos processos essenciais de trabalho. Porém, a alfabetização pode ser usada com o propósito de “libertação”, porque pode ser considerada como meio para organizar e reorganizar interpretações das instituições sociais, tradições e propostas para reformas políticas. (SKOVSMOSE, 2004, p. 102)

3.3 A EDUCAÇÃO INCLUSIVA

3.3.1 Os Fundamentos Filosóficos e Legais da Educação Inclusiva

Há uma série de documentos produzidos em âmbito nacional e internacional que podem ser utilizados como fundamentação filosófica à concepção das diretrizes necessárias à implementação de políticas educacionais que poderão ser consideradas de caráter inclusivo. O tema da inclusão aparece como um novo paradigma em normas legais vigentes há muito pouco tempo, além de ser um tema recorrente em muitos trabalhos acadêmicos. Utilizaremos alguns desses documentos para subsidiar as discussões sobre a “Educação Inclusiva” (EI) proposta nesta seção.

A Declaração Universal dos Direitos Humanos – DUDH (ONU, 1948) proclamada pela Assembléia Geral das Nações Unidas em 1948, busca promover e garantir, a todas as pessoas, o direito à liberdade, à vida digna, ao trabalho, à justiça, à educação fundamental, ao desenvolvimento pessoal e social e à livre participação nas atividades políticas e sociais de seu país.

> Art. 1º - Todas as pessoas nascem livres e iguais em dignidade e direitos. [...]
>
> Art. 2º - [...] sem distinção de qualquer espécie, seja de raça, cor, sexo, língua, religião, opinião política ou de outra natureza, origem nacional ou social, riqueza, nascimento, ou qualquer outra condição.

O Artigo 26 assegura o direito de todos a uma educação (instrução) que seja baseada em uma filosofia que reconheça e valorize a diversidade entre os indivíduos.

> II - A instrução será orientada no sentido do pleno desenvolvimento da personalidade humana e do fortalecimento do respeito pelos direitos do homem e pelas liberdades fundamentais. A instrução promoverá a compreensão, a tolerância e amizade entre todas as nações e grupos raciais ou religiosos, e coadjuvará as atividades das Nações Unidas em prol da manutenção da paz.

Esse respeito à diversidade entre os seres humanos impulsiona ações de cidadania que são voltadas ao seu próprio reconhecimento. Da mesma forma, essa diversidade não pode ser utilizada como uma justificativa para desigualdades, discriminações ou exclusões de qualquer natureza. Ao contrário, deve servir como referência a políticas afirmativas de respeito à diferença e voltadas para a construção de contextos sociais mais justos.

O Artigo 27 garante o acesso a atividades que podem ser oferecidas a todos os indivíduos desde a sua escolarização básica.

> I - Todo o homem tem o direito de participar livremente da vida cultural da comunidade, de fruir as artes e de participar do progresso científico e de fruir seus benefícios.

A DUDH deveria ser um compromisso de Estado, principalmente daqueles países que são os signatários da mesma, entre eles o Brasil. E, sendo um compromisso assumido diante das nações do mundo, não poderia estar sujeito à sazonalidade de políticas oportunistas ou emergenciais. Por isso, é necessário que os governos ofereçam meios educacionais eficientes para garantir o desenvolvimento integral dos indivíduos, para que possam ter participação efetiva na sociedade.

Entretanto, garantir o direto à educação não significa somente universalizar o acesso à mesma. Não se pode proporcionar apenas uma educação de caráter técnico-científico, fundamental à participação dos indivíduos nos processos produtivos, sem associá-la a uma educação moral, fundamental à construção de uma ética que crie os mecanismos necessários para garantir os direitos previstos na DUDH a todos os indivíduos.

É importante lembrar do professor Paulo Freire (FREIRE, 1996, p.36), em sua "Pedagogia da Autonomia", que afirma: "Mulheres e homens, seres histórico-sociais, nos tornamos capazes de comparar, de valorar, de intervir, de escolher, de decidir, de romper, por tudo isso, nos fizemos seres éticos."

Apesar disso, deve-se ressaltar que, a maioria dos referenciais teóricos que analisam ou discutem propostas de EI, bem como os documentos que, no Brasil, fundamentam políticas dessa natureza, estão relacionados a "indivíduos com necessidades educativas especiais". A Declaração de Salamanca – DS (ONU, 1994) é um documento no qual são definidas as linhas gerais necessárias à implementação de políticas de ação para a educação desses indivíduos.

A seção "Estrutura de Ação em Educação Especial", manifesta o princípio norteador dessas políticas.

> 3 - O princípio que orienta esta Estrutura é o de que escolas deveriam acomodar todas as crianças independentemente de suas condições físicas, intelectuais, sociais, emocionais, lingüísticas ou outras. Aquelas deveriam incluir crianças deficientes e superdotadas, crianças de rua e que trabalham, crianças de origem remota ou de população nômade, crianças pertencentes a minorias lingüísticas, étnicas ou culturais, e crianças de outros grupos desavantajados ou marginalizados. Tais condições geram uma variedade de diferentes desafios aos sistemas escolares.

Nessa mesma seção, há a definição do que se entende por alunos com necessidades educativas especiais, enfatizando o princípio de que os mesmos sejam incluídos no sistema de ensino regular através de escolas inclusivas.

> No contexto desta Estrutura, o termo "necessidades educacionais especiais" refere-se a todas aquelas crianças ou jovens cujas necessidades educacionais especiais se originam em função de deficiências ou dificuldades de aprendizagem. Escolas devem buscar formas de educar tais crianças bem-sucedidamente, incluindo aquelas que possuam desvantagens severas. Existe um consenso emergente de que crianças e jovens com necessidades educacionais especiais devam ser incluídas em arranjos educacionais feitos para a maioria das crianças. Isto levou ao conceito de escola

> inclusiva. O desafio que confronta a escola inclusiva é no que diz respeito ao desenvolvimento de uma pedagogia centrada na criança e capaz de bem-sucedidamente educar todas as crianças, incluindo aquelas que possuam desvantagens severas.

A mesma seção aponta para as vantagens dessa Escola Inclusiva, afirmando que as mesmas poderão colaborar com o desenvolvimento de atitudes de caráter mais solidário e cooperativo, bem como na construção de relações baseadas na compreensão, no respeito e na valorização das diferenças entre os indivíduos.

> O mérito de tais escolas não reside somente no fato de que elas sejam capazes de prover uma educação de alta qualidade a todas as crianças: o estabelecimento de tais escolas é um passo crucial no sentido de modificar atitudes discriminatórias, de criar comunidades acolhedoras e de desenvolver uma sociedade inclusiva.

Reforçando seu caráter de vanguarda, a Constituição Federal da República Federativa do Brasil – CF (BRASIL, 1988), em seu Artigo 208, garante o direito de que os “portadores de deficiência” sejam atendidos no sistema de ensino regular.

> Art. 208 - O dever do Estado com a Educação será efetivado mediante a garantia de:
> [...]
> III - atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino;

Da mesma forma, o Artigo 4º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (BRASIL, 1996) segue as orientações da CF e da DS, garantindo que pessoas com necessidades educativas especiais sejam integradas ao sistema regular de ensino.

> Art. 4º - O dever do Estado com educação escolar pública será efetivado mediante a garantia de:
> [...]
> III - atendimento educacional especializado gratuito aos educandos com necessidades especiais, preferencialmente na rede regular de ensino;

Dentro da estrutura de funcionamento do MEC, a Secretaria de Educação Especial (SEESP) é responsável pela proposição de programas de EI, pelo apoio técnico e pedagógico a sistemas de educação inclusivos, pela capacitação profissional docente e por outras ações que têm por objetivo fomentar a política de construção de sistemas educacionais inclusivos.

Dentre os documentos produzidos por essa secretaria, encontramos o Plano Nacional de Educação/Educação Especial – PNE/EE (BRASIL, 2001). Nesse documento, encontramos a caracterização de algumas das limitações de caráter físico ou psicológico (ou ambas) que são associadas aos alunos com necessidades educativas especiais, bem como evidências do não cumprimento das orientações filosóficas e disposições legais vigentes, que pode ser verificada através da constatação do número limitado de matrículas desses alunos no sistema regular de ensino.

> A Organização Mundial de Saúde estima que em torno de 10% da população têm necessidades especiais. Estas podem ser de diversas ordens – visuais, auditivas, físicas, mentais, múltiplas, distúrbios de conduta e também superdotação ou altas habilidades. Se essa estimativa se aplicar também no Brasil, teremos cerca de 15 milhões de pessoas com necessidades especiais. Os números de matrícula nos estabelecimentos escolares são tão baixos que não permite qualquer confronto com aquele contingente. Em 1998, havia 293.403 alunos, distribuídos da seguinte forma: 58% com problemas mentais; 13,8%, com deficiências múltiplas; 12%, com problemas de audição; 3,1% de visão; 4,5%, com problemas físicos; 2,4%, de conduta. Apenas 0,3% com altas habilidades ou eram superdotados e 5,9% recebiam “outro tipo de atendimento”.

O Artigo 58 da LDB (BRASIL, 1996) define a “Educação Especial” como a modalidade de ensino oferecida a alunos com necessidades de ensino especiais.

> Art. 58 - Entende-se por educação especial, para os efeitos desta Lei, a modalidade de educação escolar, oferecida preferencialmente na rede regular de ensino, para educandos portadores de necessidades especiais.

O Artigo 59 da LDB (BRASIL, 1996) assegura garantias para essa modalidade de ensino.

> Art. 59 - Os sistemas de ensino assegurarão aos educandos com necessidades especiais:
> I - currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específicos, para atender às suas necessidades;
> II - terminalidade específica para aqueles que não puderem atingir o nível exigido para a conclusão do ensino fundamental, em virtude de suas deficiências, e aceleração para concluir em menor tempo o programa escolar para os superdotados;
> III - professores com especialização adequada em nível médio ou superior, para atendimento especializado, bem como professores do ensino regular capacitados para a integração desses educandos nas classes comuns;
> [...]
> IV - educação especial para o trabalho, visando a sua efetiva integração na vida em sociedade, inclusive condições adequadas para os que não revelarem capacidade de inserção no trabalho competitivo, mediante articulação com os órgãos oficiais afins, bem como para aqueles que apresentam uma habilidade superior nas áreas artística, intelectual ou psicomotora;

É importante ressaltar que, tanto no PNE/EE quanto na LDB, há uma referência explícita a “alunos superdotados”, cujas necessidades educativas especiais, há algum tempo, também passaram a ser objeto de discussão pela comunidade acadêmica.

Susana Pérez (PÉREZ, 2008, p. 1), membro da Diretoria e do Conselho Técnico da Associação Gaúcha de Apoio às Altas Habilidades/Superdotação (AGAAHSD), no artigo intitulado “O aluno com altas habilidades/superdotação: uma criança que não é o que deve ser ou é o que não deve ser?”, levanta uma questão interessante (grifos da autora).

> Seja por erros terminológicos ou conceituais, seja por preconceitos de caráter político-ideológico, ou seja, simplesmente, por carência de informações, a inclusão dos chamados **alunos com necessidades educativas especiais** encerra no seu seio a **exclusão** de outros alunos, dentre eles os alunos com **Altas Habilidades/ Superdotação**. Este grupo social é nomeado na legislação maior como alunos da Educação Especial e deveriam ter, por força de suas **reais necessidades educativas especiais**, previsão e provimento de políticas públicas em seu atendimento. Entretanto, tal proposição ainda não acontece.

No Brasil, seguindo a tendência européia, prefere-se a utilização do termo “portador de altas habilidades” (PAH) ao invés de “superdotado”. No trabalho “O Modelo do Enriquecimento Escolar de Joseph Renzulli” (VIRGOLIM, 2007), a psicóloga Ângela Virgolim, faz uma observação interessante sobre a utilização do prefixo “super”. Afirma que a utilização do mesmo nos leva à idéia, preconceituosa, de que esses indivíduos possuem uma capacidade muito superior à maioria dos indivíduos. Da mesma forma, a própria designação em língua inglesa – *gifted* – sugere um talento inato e de natureza divina. Segundo a autora, isso contribuiria significativamente à associação de rótulos a esses indivíduos, caracterizando-os como pessoas que não podem errar e que sempre devem oferecer contribuições originais nos contextos sociais onde estiverem envolvidos. É bastante provável que esses sentimentos levem apenas os indivíduos PAH à fadiga, à frustração e ao sofrimento, além de serem responsáveis por um processo de exclusão justificado pela aparente vantagem desses indivíduos em relação aos outros.

Joseph Renzulli (RENZULLI, 1986, *apud* ABSD/RS, 2000), psicólogo e professor-pesquisador da Universidade de *Connecticut*[10], em sua “Teoria dos Três Anéis” (TTA), propõe uma descrição do comportamento superdotado (*giftedness*).

> [...] o comportamento superdotado consiste nos comportamentos que refletem uma interação entre três grupamentos básicos dos traços humanos – sendo esses grupamentos: habilidades gerais e/ou específicas acima da média, elevados níveis de comprometimento com a tarefa e elevados níveis de criatividade.

---

[10] Alguns dos trabalhos desenvolvidos por Joseph Renzulli estão disponíveis em <http://www.gifted.uconn.edu/NRCGT.html> (acesso *on-line* em 24 dez. 2007).

A TTA admite a existência de indivíduos que apresentam altas habilidades em áreas específicas do conhecimento humano, reconhecendo a existência de indivíduos com um potencial acadêmico – *school-house giftnedness* – que pode ser desenvolvido através de atividades voltadas aos seus interesses específicos. É importante ressaltar que a TTA concebe as altas habilidades/superdotação não como uma característica inata associada a alguns indivíduos, mas como um comportamento que pode, e deveria, ser desenvolvido nos indivíduos que demonstrarem tais inclinações.

Em diversos documentos produzidos pela SEESP[11], há a preocupação em incentivar estratégias que possibilitem o pleno desenvolvimento das potencialidades desses indivíduos, sob a justificativa de que essas práticas encontram fundamentação nos princípios filosóficos que embasam uma EI.

No PNE/EE (SEESP/MEC, 1994, *apud* ABSD/RS, 2000, p. 7), também podemos encontrar algumas das características associadas ao aluno PAH, os quais são definidos como aqueles que apresentam "[...] notável desempenho em qualquer dos seguintes aspectos isolados ou combinados: capacidade intelectual geral, pensamento criativo ou produtivo, capacidade de liderança, talento especial para as artes e capacidade psicomotora."

Além disso, numa evidente aproximação com a TIM, há a especificação de uma série de comportamentos ("tipos") associados às altas habilidades/superdotação (SEESP/MEC, 1995, *apud* ABSD/RS, 2000, p. 15).

> [...] o tipo i**ntelectual**, que apresenta flexibilidade, independência e fluência de pensamento, produção intelectual, julgamento crítico e habilidade para resolver problemas; o tipo **social**, que revela capacidade de liderança, sensibilidade interpessoal, atitude cooperativa, sociabilidade expressiva, poder de persuasão e influência no grupo; o tipo **acadêmico**, com capacidade de atenção, concentração, memória, interesse e motivação pelas tarefas acadêmicas e capacidade de produção; o tipo **criativo**, com capacidade de encontrar soluções diferentes e inovadoras, facilidade de auto-expressão, fluência, originalidade e flexibilidade; o tipo **psicomotricinestésico**, que se destaca por sua habilidade e interesse por atividades físicas e psicomotoras, agilidade, força e resistência, controle e coordenação motoras; finalmente, o tipo dos **talentos especiais**, que pode se destacar nas artes plásticas, musicais, literárias e dramáticas, revelando capacidade especial e alto desempenho em tais atividades.

É importante ressaltar que entidades como a Associação Brasileira para Superdotados (ABSD), o Conselho Brasileiro para a Superdotação (ConBraSD) e a Associação Gaúcha de Apoio às Altas Habilidades/Superdotação (AGAAHSD) acreditam que

[11] Esses documentos estão disponíveis em: <*http://portal.mec.gov.br/seesp/index.php?option=content&task=view&id=165&Itemid=320*> (acesso *on-line* em 01 out. 2007).

não há nenhuma proposta de política pública para atendimento desses alunos, que também são portadores de necessidades educativas especiais. Nesse sentido, Susana Pérez (PÉREZ, 2008, p.10) afirma que a verdadeira inclusão de alunos PAH somente será efetivada se a família, a sociedade e o Poder Público puderem superar, entre outros, um grande preconceito.

> [...] a supervalorização da desvantagem como condição para atendimento às diferenças e a falta de percepção dessa condição no aluno com altas habilidades/superdotação que, ao contrário, freqüentemente é substituída por uma falsa imagem de vantagem; [...]

Seria interessante ressaltar, ainda, uma observação existente no documento "Altas habilidades/Superdotação", do ConBraSD (CONBRASD, s.d., p. 7), em relação à diversidade de termos relacionados aos alunos PAH: a "habilidade superior, a superdotação, a precocidade, o prodígio e a genialidade são gradações de um mesmo fenômeno, que vem sendo estudado há décadas em diversos países."

Segundo esse documento, o termo precoce deve ser associado ao indivíduo que, ainda criança, apresenta alguma habilidade específica prematuramente desenvolvida em qualquer área do conhecimento. Prodígio é um termo associado a uma criança com um talento extremo, raro e único. O termo gênio, entretanto, é reservado apenas àqueles indivíduos cujas contribuições tornaram-se imprescindíveis à construção dos saberes universais da Humanidade. Em termos mais amplos, todos esses termos referem-se a indivíduos PAH.

Essas informações sobre indivíduos PAH tornaram-se necessárias, principalmente pelo fato de que um dos objetivos propostos pela OBMEP, conforme mencionado anteriormente, é a identificação ("descoberta") de talentos precoces para a Matemática. A descoberta desses talentos é uma preocupação que poderia ser justificada a partir do argumento exposto no documento "Ensaios Pedagógicos – Construindo Escolas Inclusivas" (MAKER; SCHIEVER, 1984, *apud* SEESP/MEC, 2005, p. 148), que vai ao encontro dos argumentos que serão apresentados na Seção 3.5 que tratará da questão da importância da formação dos indivíduos que irão compor os quadros técnico-científicos necessários ao incremento da pesquisa no país.

> A necessidade de se buscar atingir altos padrões de desenvolvimento, inclusive para capacitar um país para competir adequadamente com outros, leva à busca da excelência, definida como as competências necessárias para o futuro. Esse é um desafio que as escolas devem enfrentar, e para isso devem preparar os alunos para lidar adequadamente com o futuro, levando-os a aprender e adquirir novas habilidades, e focalizando habilidades de pensamento de "ordem superior", como análise, síntese e avaliação. Sendo assim, o aluno superdotado é aquele que melhor condição tem de entender princípios subjacentes às disciplinas acadêmicas

> tradicionais e buscar aplicá-los de forma inovadora em áreas diversas, desenvolvendo soluções criativas para os problemas que o futuro oferecerá.

3.3.2 A Questão das Escolas Inclusivas

O adjetivo "inclusivo" tem sido utilizado de forma tão indiscriminada que é possível encontrá-lo na composição de discursos vinculados a diferentes contextos sociais: na argumentação encontrada em discursos políticos, em leis sobre a acessibilidade, em leis sobre a Educação Especial, em opções de viagens de turismo[12], em propostas de adesão a planos de saúde, entre outros. Houve espaço até para a criação de um "*Banco Inclusivo*", uma instituição de crédito a pessoas de baixo poder aquisitivo que rendeu a *Muhammad Yunus*, o Prêmio Nobel da Paz em 2006[13].

Não saberia dizer bem ao certo qual o significado que cada uma dessas utilizações, em diferentes contextos, atribui a "inclusivo", mas me parece adequado imaginar que não é permitido admitir qualquer polissemia em relação ao seu significado.

Numa concepção tradicional, podemos observar que o significado de "ser inclusivo", antes de mais nada, tem uma conotação positiva, que está diretamente vinculada à idéia de "não ser exclusivo". Dessa forma, apesar de muitos esforços para delimitar o conceito de inclusão, só sabemos o que ela é como um conceito oposto ao de exclusão e a utilização do termo "Educação Inclusiva" (EI), indiscutivelmente nos leva a pensar nessa Educação de uma forma afirmativa. Não se pode discutir o fato de que uma Educação que sirva à inclusão dos indivíduos, nos mais diferentes cenários da vida social, seja imprescindível a uma sociedade cujos comportamentos e valores estejam associados ao respeito aos Direitos Humanos e à promoção da Justiça Social.

Segundo David Rodrigues (RODRIGUES, 2006, p. 301), "o conceito de inclusão, no âmbito específico da educação, implica, antes de mais nada, rejeitar por princípio a exclusão (presencial ou acadêmica) de qualquer aluno da comunidade escolar." Partindo desse pressuposto, podemos afirmar que um programa de EI, ao combater a exclusão, estaria promovendo a inclusão. Rodrigues (2006, p. 300-303) também afirma que a discussão sobre EI tem se intensificado na última década, fazendo com que muitos países organizassem sua legislação com o objetivo de promover uma EI. Entretanto, ao contrário do que foi afirmado anteriormente, aquilo que muitos desses dispositivos legais entendem por inclusão é bastante controverso, vinculando a EI a ações difíceis de serem implementadas na prática, bem como a

---

[12] Disponível em: <http://isal.camarajf.mg.gov.br/inclusao/artigos/entrevista_revista_turismo.html> (acesso *on-line* em 01 jan. 2008).
[13] Disponível em: <http://venezuelareal.zoomblog.com/archivo/2007/05/12/muhammad-Yunus-propone-el-concepto-de-.html> (acesso on-line em 01 jan. 2008).

meros discursos demagógicos que acirram os debates acadêmicos, ao invés de ser levada a efeito como uma possibilidade concreta de ensino associada às escolas regulares. Além disso, é importante observar que o discurso dos professores tem se tornado cada vez mais “inclusivo”, ao contrário da maioria das práticas pedagógicas desenvolvidas na escola pelos mesmos.

Encontramos a idéia de EI vinculada a diferentes concepções de escola.

- Uma escola sem barreiras para a aprendizagem – de qualquer natureza: culturais, arquitetônicas, curriculares etc. – centrada nos interesses da comunidade e que promova a colaboração e a igualdade (WILSON, 2002 *apud* RODRIGUES, 2006, p. 302).
- Uma escola que proporcione o sucesso a todos os alunos, encarando todos como indivíduos diferentes e que, portanto, necessitam de uma pedagogia diferenciada (PERRENOUD, 1996 *apud* RODRIGUES, 2006, p. 304).
- Uma escola que seja uma primeira, e talvez decisiva, intervenção preventiva da exclusão social (RODRIGUES, 2006, p.12).
- Uma escola que seja considerada um espaço para a construção da cidadania (BRASIL, 2005, p. 9).
- Uma escola que possa garantir o “direito à diferença” (MAGALHÃES; STOER, 2006, p.72).
- Uma escola onde, sempre que possível, os alunos possam aprender juntos – independentemente de suas dificuldades ou talentos, deficiências, origem socioeconômica ou cultural – em salas de aula provedoras, onde todas as necessidades são satisfeitas (FREITAS, 2006, p.167).

A partir do que foi exposto nesta seção, acredito que uma proposta de EI deva estar fundamentada em três premissas básicas.

- A garantia de condições “formais” de educação, caracterizadas pela formação geral, de caráter técnico-científico, que garanta a possibilidade de acesso dos indivíduos às informações sobre seus direitos e deveres junto à sociedade, bem como a inserção nos processos básicos de produção e relações de trabalho.

- A garantia de condições “formativas” de educação, fundamentadas por uma Ética que leve os indivíduos ao compromisso de garantir o direito de todos à vida com dignidade.
- O respeito à diferença.

Além disso, é importante observar que a preocupação em se criar as condições necessárias à EI não deve ser voltada apenas a indivíduos que possuem necessidades educativas especiais. Antes disso, deve ser oferecida a todos os indivíduos durante a escolarização. Entretanto, ratifico a necessidade de que aqueles indivíduos que são portadores de necessidades educativas especiais, que se encontram em situação de risco, que pertencem a minorias étnicas ou que estão em explícita desvantagem social, tenham essa possibilidade garantida por remédios e dispositivos legais, prioritariamente.

Garantido o acesso de todos os indivíduos à Escola, é necessário que ela possa se adaptar à diversidade existente entre os mesmos. Mais que indivíduos dentro da Escola, necessitamos de uma Escola que esteja dentro dos corações e das mentes dos indivíduos. Uma Escola caracterizada como um espaço diferenciado onde os alunos possam encontrar as condições necessárias ao atendimento de suas expectativas, à satisfação de suas necessidades, ao desenvolvimento de suas habilidades, ao conhecimento de suas limitações e à construção de seu caráter.

3.4 A QUESTÃO DAS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

Nas escolas de Educação Básica, sempre houve uma grande e justificada preocupação com os problemas de aprendizagem. Além disso, o Ensino de Matemática é amplamente discutido nos cursos de licenciatura das Universidades em busca de novos referenciais didáticos e metodológicos que ajudem os alunos a superarem suas dificuldades cognitivas. Muitos são os trabalhos bem sucedidos nessa área.

Durante o desenvolvimento de minhas atividades dentro do PPG-ENSIMAT, bem como durante o processo de reflexão sobre muitas das hipóteses levantadas por esta dissertação, tive a oportunidade de conhecer alguns desses trabalhos. A maioria deles se preocupava em identificar as possíveis causas de eventuais problemas de aprendizagem em Matemática, além de realizar proposições com a intenção de minimizá-las e, até mesmo, com a pretensão de extingui-las. Gostaria de destacar o trabalho desenvolvido por alguns destes professores.

Rodrigo Salmazo (SALMAZO, 2005) apresenta um estudo que defende a relação entre a constituição de diferentes saberes matemáticos e a leitura, a escrita e a interpretação de textos, além de estudos de caso sobre o uso e a tipologia de textos que deveriam ser objeto de investigação na área de Educação Matemática. Nesse sentido, quantos de nós, professores de Matemática, não diagnosticamos: “este aluno não sabe interpretar os problemas propostos!” O trabalho citado traz importantes reflexões sobre a importância da relação existente entre as linguagens natural e matemática na consolidação de uma aprendizagem Matemática, onde se minimize a dependência do aluno em relação ao professor nas atividades de resolução de problemas.

Elpídio de Araújo (ARAÚJO, 2005) faz uma proposta de trabalho relativa ao estudo das funções logarítmica e exponencial, motivado pelas dificuldades encontradas pelos alunos ao estudá-las no Ensino Médio. Ao desenvolver um “s*oftware* educacional de Matemática”, teve como objetivo principal utilizá-lo em atividades de caráter didático-metodológico, com a intenção de viabilizar a inserção do aluno num ambiente informatizado, oferecendo ao mesmo uma opção a mais para a sua aprendizagem.

Leila Modanez (MODANEZ, 2003) propõe o estudo do pensamento algébrico por meio da análise e investigação de padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas, sugerindo seqüências didáticas que os alunos possam identificar suas estruturas e descrevê-las simbolicamente. Além disso, critica a prática de ensino usual utilizada no ensino de Álgebra na Educação Básica: a mera manipulação mecânica de expressões algébricas.

Tive a oportunidade de conhecer outros trabalhos excelentes. Entretanto, a maioria deles apontava para uma direção que não me despertava interesse naquele momento. Conforme manifestei no capítulo anterior, minha preocupação inicial era atender às expectativas e aos interesses de outros alunos que também são encontrados nas escolas: aqueles alunos cujas habilidades matemáticas são notoriamente reconhecidas, e aqueles alunos que, apesar de encontrarem alguma dificuldade no aprendizado da Matemática, mantêm o interesse em melhorar sua compreensão dessa disciplina. Em minhas experiências profissionais, percebi que esses alunos não encontram um espaço institucional onde possam desenvolver atividades de seu interesse em relação ao estudo de Matemática, sendo esquecidos por uma Escola que concentra grande parte de sua preocupação e esforço no cumprimento do currículo formal e na resolução dos problemas de aprendizagem.

Considero o fato de que esses alunos não têm todas as suas potencialidades exploradas, como se suas habilidades não fossem importantes e suas necessidades não devessem ser atendidas. Nesse sentido, procurei adequar este trabalho à hipótese de que uma Escola deve se preocupar em atender a essa diversidade, não a ignorando, julgando que todos os alunos têm, ou deveriam ter, os mesmos interesses e habilidades. Uma Escola que garanta a cada aluno o direito de receber uma educação que valorize suas habilidades e seu interesse pela Matemática.

3.5. A FORMAÇÃO DE QUADROS CIENTÍFICOS

Acredito que a utilização isolada da TIM não justifique um trabalho cujo objetivo seja colaborar com a formação de alunos capazes de manter um relacionamento "diferenciado" com a Matemática. É esperado que esses alunos possam, inclusive, avançar em seus estudos, chegando até a "produzir matemática", um tipo de habilidade diretamente vinculada às políticas, ainda incipientes, de formação dos futuros integrantes dos quadros científicos necessários ao incremento de nossa produção científico-tecnológica de alto nível.

Samuel Pinheiro Guimarães[14], afirma que o desenvolvimento tecnológico é uma necessidade de natureza político-econômica, estando diretamente vinculado às possibilidades reais de desenvolvimento de nosso país. O desenvolvimento e a produção de tecnologia são atividades geradoras de melhores oportunidades de trabalho e de riqueza, e que poderão trazer dias melhores à população brasileira. Segundo esse diplomata brasileiro, o "acesso à tecnologia de ponta é crucial para o desenvolvimento brasileiro e para a sua capacidade de ação política" (GUIMARÃES, 2005, p. 140).

Da mesma forma, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) enfatizam a importância de uma formação geral na Educação Básica que proporcione ao aluno a capacidade de enfrentar problemas apresentados por contextos sócio-culturais que são cada vez mais complexos e dispostos numa dinâmica de tempo progressivamente acelerada. Nesse sentido, o próprio Samuel Pinheiro Guimarães faz uma descrição interessante desse processo de aceleração.

> [...] estima-se que o total de conhecimentos científicos e tecnológicos à disposição da sociedade dobre a cada 11 anos. Um percentual elevado dos produtos que hoje são de consumo corrente não existia há 10 anos e um percentual ainda mais elevado dos produtos que estarão em uso daqui a 10 anos ainda não foi "inventado". Essa aceleração decorre do fato que o número atual de cientistas e engenheiros engajados em atividades de pesquisa e desenvolvimento é maior do que a soma de todos os cientistas e engenheiros que trabalharam em todas as épocas passadas e de que o processo de "produção" da ciência e tecnologia assumiu características industriais por si mesmas altamente tecnológicas.

---

[14] Samuel Pinheiro Guimarães Neto é diplomata de carreira e diretor do Instituto de Pesquisas Internacionais do Itamaraty. Também foi chefe do Departamento Econômico do Itamaraty.

Além disso, é importante ressaltar que a pesquisa científica é um importante instrumento de afirmação da soberania nacional, que também é respaldada pela capacidade de apropriação dos conhecimentos disponíveis, além da capacidade de produção de novos conhecimentos (inovação). Para garantirmos essa soberania, é necessário que nos tornemos protagonistas, e não meros coadjuvantes (países periféricos), num cenário de produção e apropriação do conhecimento produzido e desfrutado pelo conjunto das nações desenvolvidas (países hegemônicos).

Acredito que é necessário que haja a devida preocupação com o desenvolvimento da pesquisa no país, respaldando-a por políticas de investimento regular e continuado a fim de promover a qualificação da mesma. Este é um processo que já foi iniciado e que pode ser avalizado por indicadores de natureza econômica. Para reforçar esse argumento, podemos utilizar o exemplo da PETROBRAS, cujo lucro líquido obtido foi de 25,9 bilhões de Reais[15] em 2006.

Os resultados expressivos obtidos pela PETROBRAS estão diretamente relacionados com a sua capacidade de pesquisa e inovação no mercado de exploração de petróleo, que serve de paradigma ao contexto da pesquisa aplicada no Brasil. Na década de 1970, depois das discussões ufanistas que definiram a questão do monopólio do Estado brasileiro sobre o petróleo, ainda havia alguma dúvida sobre a capacidade do Brasil atingir a auto-suficiência na produção do mesmo. Com a descoberta de reservas petrolíferas na Bacia de Campos-RJ, essa possibilidade passou a poder ser viabilizada, desde que houvesse a possibilidade da exploração das reservas disponíveis em águas profundas, uma técnica complexa ainda não dominada pela empresa. O desenvolvimento dessa técnica ficou sob a responsabilidade do "Centro de Pesquisa e Desenvolvimento Leopoldo Américo Miguez de Mello (Cenpes)", criado pela PETROBRAS em 1963, conforme relata Neldson Marcolin (MARCOLIN, 2008).

> Em 1956, um grupo de trabalho e estudos sobre petróleo concluiu que a pesquisa tecnológica era um imperativo da atividade industrial, [...] definiu-se que sua finalidade, além da formação, era "incentivar a realização de estudos e pesquisas científicas da tecnologia do petróleo". Foi em 1963 que um relatório produzido por especialistas russos a pedido da PETROBRAS recomendou a instalação de uma instituição que agregasse pesquisa científica e laboratórios bem estruturados.

---

[15] Informação disponível em: <http://www2.petrobras.com.br/ri/port/ConhecaPetrobras/RelatorioAnual/pdf/Petrobras_DF_2006.pdf > (acesso *on-line* em 15 jan. 2008).

O mesmo relato afirma que o Cenpes desenvolveu a técnica de exploração de petróleo em águas profundas com um padrão de excelência que é reconhecido internacionamente (MARCOLIN, 2008).

> O centro levou alguns anos para desenvolver a tecnologia necessária, sempre aperfeiçoada nas décadas seguintes – e o fez com maestria, a ponto de ganhar por duas vezes, em 1992 e 2001, o prêmio *Distinguished Achievement*, da *Offshore Technology Conference* (OTC), de reconhecimento internacional na liderança mundial em tecnologia de exploração e produção em águas profundas.

Além disso, Evandro Mirra (SILVA, 2005, p. 1341) ressalta a importância dos programas de pesquisa e desenvolvimento (P&D) nos processos de inovação e modernização tecnológicas.

> Encontraremos situação semelhante se analisarmos outras empresas de porte nacional, com origem nas estatais, como a Embraer ou a Vale do Rio Doce. Mas a experiência brasileira de inovação se manifesta em espectro mais amplo no tecido empresarial. Como exemplo, a aposta na pesquisa e na cooperação teve papel decisivo também na transformação de uma pequena fábrica no interior de Santa Catarina no que hoje é a WEG Motores, implantada em mais de 50 países, e detendo 16% do mercado mundial de motores elétricos de baixa tensão. A WEG investiu fortemente em pesquisa (cerca de R$ 30 milhões aplicados em P&D em 2003), engajando nesse esforço não apenas algumas centenas de engenheiros e técnicos da empresa, mas mobilizando ainda pesquisadores de muitas universidades.

Para que possamos avançar na formação dos futuros integrantes dos quadros ténicos capazes de produzir o conhecimento necessário à concepção e à produção de soluções tecnológicas adequadas às expectativas da indústria brasileira, é necessário reiterar a necessidade de que o Estado continue investindo na qualificação de seus pesquisadores e centros de pesquisa (MARCOLIN, 2008).

> A excelência do Cenpes não se construiu apenas nessa época. Ela nasceu no final dos anos 1940, quando o então Conselho Nacional do Petróleo apontou para a necessidade da formação de engenheiros para uma futura indústria brasileira nessa área. [...] O centro tornou-se um dos principais do mundo. Desde 1992 recebe 1% do orçamento bruto da PETROBRAS e dispõe de 137 laboratórios e 28 unidades-piloto, com 1.308 funcionários, dos quais 86 são doutores, 247 mestres e 292 graduados, situação sem igual em nenhuma empresa brasileira. Não à toa, o Cenpes é responsável por grande parte do sucesso da PETROBRAS, como as 750 patentes depositadas pela PETROBRAS no Brasil e, entre elas, 180 no exterior.

Reforçando esse argumento, o professor Erney de Camargo[16] (CAMARGO, 2004, p. 274) faz um relato interessante do processo de incentivo à pesquisa em nosso país.

> Não sabemos se por clarividência intuitiva ou dedutiva, há 50 anos, o Governo brasileiro decidiu investir maciçamente na aquisição de competência por intermédio da formação de pessoal qualificado, primeiro com a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), depois com o CNPq. O País vem investindo, desde então, na formação de mestres e doutores em todas as áreas do conhecimento. Hoje formamos cerca de sete mil doutores por ano, o que se compara vantajosamente com a faixa de 200 a 300 doutores formados por ano, em média, pelos países da América do Sul e de outros países considerados como de grande avanço tecnológico.
> Essa significativa conquista na formação de quadros científicos levou à melhora das universidades e das instituições de pesquisa e à produção de conhecimento fundamental. O Brasil é o principal produtor de trabalhos científicos da América Latina e ocupa o 22° lugar no ranking mundial de produção científica. Mais significativo que isto, porém, é a taxa de crescimento de nossa produção nos últimos 20 anos. Uma comparação com a produção científica alemã é muito ilustrativa. Em 1981, a Alemanha produzia 17 vezes mais trabalhos que o Brasil, mas, em 2001, apenas 6 vezes mais. Em 2036, a produção de ambos os países será igual, caso o ritmo atual prevaleça.

Atualmente, o projeto da Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP, s.d., p.7) defende que as Olimpíadas de Matemática podem ser utilizadas como um instrumento eficiente à iniciação científica.

> Não resta dúvida de que o domínio da Matemática por uma maior contingente da população brasileira deve ser considerado como uma meta estratégica para qualquer governo. Uma política importante dentro dessa meta é de descobrir precocemente os jovens com talento para essa ciência. Se bem orientados, eles serão os cientistas do futuro profundamente envolvidos com o desenvolvimento nacional.

Reforçando o argumento dos autores do projeto da OBMEP, poderíamos, como Skovsmose (2004, p. 57) utilizar a afirmação de que a “Matemática é de absoluta importância para o desenvolvimento da tecnologia de hoje”. Nesse trabalho, o autor afirma que considera a Educação Matemática um dos aspectos a serem observados na proposição de instituições e empreendimentos democráticos, uma vez que, os mesmos têm se estabelecido, cada vez mais, em sociedades altamente dependentes da tecnologia. Nesse sentido, o autor afirma que há uma integração forte entre sociedade e tecnologia, pois todos os tipos de decisão que dizem respeito à sociedade ou a sua organização, também dizem respeito à tecnologia, sendo importante que as pessoas possuam o conhecimento necessário para avaliar essas decisões.

[16] Erney Felicio Plessmann de Camargo foi Professor Titular da UNIFESP e da USP, Pró-reitor de Pesquisa da USP, Diretor do Instituto Butantã, Presidente do CNPq e membro dos Conselhos Superiores da CAPES e do CNPq. É membro da Academia Brasileira de Ciências (ABC), da Academia de Ciências do Terceiro Mundo (TWAS) e da *Linnean Society of London*.

Segundo o autor, essa capacidade de avaliar as implicações da utilização da tecnologia, chamada "conhecimento reflexivo", não pode estar separada do "conhecimento matemático" e do "conhecimento tecnológico", considerados fundamentais ao entendimento de como a Matemática é aplicada e utilizada numa sociedade altamente tecnológica. Isso possibilitaria que as pessoas pudessem viabilizar a compreensão, a participação e a transformação dos processos sociais nos quais estão envolvidas, o que caracteriza o exercício de uma "cidadania crítica" (SKOVSMOSE, 2004, p. 83-96).

3.6 O PROJETO NUMERATIZAR

Junto àqueles que participam da comunidade vinculada às Olimpíadas de Matemática, o "Projeto Linguagem dos Números – NUMERATIZAR" é considerado uma das experiências mais bem sucedidas em relação à participação de alunos em Olimpíadas de Matemática. Esse projeto, desenvolvido no estado do Ceará a partir de 2003, sob a supervisão da Universidade Federal do Ceará (UFC), foi motivado pelos resultados obtidos pela utilização da estratégia das Olimpíadas de Matemática nas escolas privadas de Fortaleza-CE, cujos alunos têm se destacado em Olimpíadas de Matemática e nos principais concursos vestibulares do país há alguns anos (BARBOSA, 2007).

O NUMERATIZAR foi organizado como uma política pública de inclusão social, tendo servido, também, para a descoberta de talentos precoces em Matemática e para a melhoria do Ensino Fundamental nas escolas públicas cearenses. Segundo o professor João Lucas Barbosa (BARBOSA, 2007), o "objetivo macro dos dois Projetos[17] foi o de melhorar a Educação Pública – corrigir deficiências da educação formal que afetam a cidadania e a inclusão social, dificultando o crescimento científico e tecnológico e a qualidade da educação profissional e superior."

Em sua primeira edição, o NUMERATIZAR organizou uma Olimpíada de Matemática onde participaram cerca de 110.000 alunos do 6º ao 8º ano do Ensino Fundamental e da 1ª série do Ensino Médio de escolas públicas do Ceará. Seus idealizadores o conceberam como um projeto matemático de inclusão social, caracterizado por um conjunto de atividades que tinham como objetivo validar a hipótese de que é possível encontrar um grande número de jovens talentos em Matemática em todas as classes sociais. Segundo um dos objetivos do projeto, após identificá-los (1ª Fase do Projeto), era necessário motivá-los a avançar nos estudos em Matemática (2ª Fase do Projeto). Segundo o Projeto da OBMEP

---

[17] Em 2003, o governo do Ceará criou dois projetos: o "Projeto Linguagem das Letras – LEITURALIZAR" e o "Projeto Linguagem dos Números – NUMERATIZAR".

(OBMEP, s.d., p.7), os “selecionados para a premiação vieram das mais diversas regiões daquele estado, mesmo das regiões mais pobres e inóspitas, e, na capital, vieram de muitas escolas, se distribuindo com eqüidade entre todos os bairros.”

É importante ressaltar que poucas são as informações sobre essas experiências, aparentemente, bem sucedidas. Na busca de maiores informações sobre o projeto NUMERATIZAR, é inevitável não encontrar referência ao trabalho desenvolvido pelo Prof. Dr. Antonio Caminha Muniz Neto, professor da Universidade Federal do Ceará e um dos coordenadores do projeto. Através de correspondências trocadas via correio eletrônico, o professor Antonio Caminha disponibilizou um documento no qual é detalhado todo o planejamento da 2ª Fase do Projeto, realizada durante o primeiro semestre de 2004. Segundo esse documento, a grande inovação proposta pelo projeto é caracterizada pela organização dos “programas de treinamento e orientação tutorial”, que foram oferecidos aos primeiros colocados da 1ª Fase e aos professores interessados em aprimoramento acadêmico e profissional (NUMERATIZAR, 2004).

O péssimo hábito da vida político-partidária brasileira de não dar continuidade a projetos e estratégias bem sucedidas, mas que foram implementadas por adversários políticos, fez o Projeto NUMERATIZAR perder sua força inicial. Entretanto, há fortes indícios de que o mesmo tenha dado origem à OBMEP, que desde a sua concepção inicial, foi apresentada com referências explícitas ao Projeto NUMERATIZAR (OBMEP, s.d.).

3.7 AS OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA

3.7.1 A Origem das Olimpíadas de Matemática

As competições matemáticas são organizadas há muito tempo. Já no século XVI, eram famosos os desafios nos quais importantes matemáticos empenhavam sua reputação, razoáveis quantias em dinheiro e, até mesmo, suas cátedras em importantes Universidades italianas.

Nessa época, grande parte dos matemáticos estava empenhada em encontrar soluções para problemas que, poderíamos assim dizer, pudessem ser utilizados como “armas” poderosas nas futuras competições de habilidade matemática em que poderiam estar envolvidos. Um matemático, cuja notoriedade do saber permitia que detivesse uma cátedra numa Universidade, tinha reconhecimento público, prestígio e, principalmente, uma condição econômica privilegiada. Essa situação confortável despertava o interesse de outros matemáticos mais jovens e menos conhecidos, que também buscavam a notoriedade, procurando vencer desafios públicos contra matemáticos respeitados e experientes. Nessas competições, em geral, um conjunto de trinta problemas era proposto por ambos, vencendo aquele matemático que resolvesse um maior número de problemas propostos pelo oponente.

Esses matemáticos disputavam verdadeiros "duelos", na maioria das vezes, motivados pela ambição e pelo poder.

Provavelmente, devido a seu receio diante desses desafios, Scipione Del Ferro (1465-1526) deixou um dos seus mais importantes trabalhos em segredo. Em 1515, Scipione conseguiu desenvolver um método para a resolução de (equações) cúbicas escritas na forma $x^3 + mx = n$. Após a sua morte, um de seus alunos, chamado Antonio Maria Fior, herdou o segredo, desejando continuar mantendo o método escondido, até que pudesse usá-lo como desafiante numa disputa. Assim, esperava obter o reconhecimento e o prestígio que não dispunha até o momento.

Ao saber que Nicolo de Brescia (1499-1557), mais conhecido como Tartaglia, anunciava conhecer a solução de cúbicas, desafiou-o a resolver um conjunto de várias dessas equações. Tartaglia resolveu todos os problemas, mantendo seu prestígio, sua reputação e, principalmente, sua cátedra. Devido à repercussão do fato, Girolamo Cardano (1501-1576) pediu a Tartaglia que lhe revelasse o seu método de resolução de cúbicas. Depois de várias tentativas, Tartaglia foi convencido e, de certa forma, presenteou Cardano com um poema[18] que descrevia o seu método de resolução de cúbicas, com a condição de que o mesmo não fosse revelado a mais ninguém. Cardano não só revelou o método, como o publicou em um trabalho de sua autoria em 1545. O livro *Ars Magna* é considerado o primeiro grande tratado de Álgebra publicado em latim. Esse incidente jamais foi superado pelas partes, que passaram a debater publicamente, com insultos lançados de ambos os lados, protagonizando um dos fatos mais amplamente divulgados pelos historiadores matemáticos (STRUIK, 1997, p.145-148), (BOYER, 1996, p.207-211), (GARBI, 2006, p.119-123).

Mais tarde e com intenções bem mais nobres, os matemáticos húngaros passaram a organizar, a partir de 1894, competições matemáticas chamadas "*Eotvos*". Devido à maneira que foram estruturadas, é possível afirmar que essas competições são consideradas as precursoras do que hoje conhecemos como "Olimpíadas de Matemática". Em 1934, foi organizada aquela que pode ser considerada como a primeira Olimpíada de Matemática "moderna" na cidade de Leningrado (URSS)[19]. Em 1959, foi organizada a primeira Olimpíada

[18] "Quando o cubo junto com as coisas/ se iguala a algum número/ Descobre dois outros que difiram do conhecido/ E faz, como é o usual/ Que o produto seja sempre igual / Ao cubo das terças partes das coisas/ Então a diferença/ Dos seus lados cúbico bem subtraídos/ Valerá a tua coisa principal." Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/renascenca/index.htm> (acesso *on-line* em 21 ago. 2006).

[19] Atualmente, conhecida por São Petersburgo (Rússia).

Internacional de Matemática (IMO) na cidade de Bucareste (Romênia). A IMO está em sua 49ª edição[20], que foi realizada no mês de julho de 2008 na cidade de Madri (Espanha) (IMO, 2008a, 2008b, 2008c, 2008d, 2008e).

Em 1977, a Academia Paulista de Ciências criou a Olimpíada Paulista de Matemática. Dois anos mais tarde, surgiu a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), organizada pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e que já está em sua 29ª edição.

A primeira edição da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) foi realizada em 2005. Com uma estratégia de divulgação do evento bastante eficiente, os organizadores conseguiram a participação de mais de dez milhões de alunos. Esse grande sucesso colocou o Brasil como recordista mundial em número de participantes em competições de Matemática, superando o *Concours Kangorou*, realizado na França, que conta com a participação de três milhões de competidores oriundos de vários países da Europa. A OBMEP concluiu a sua 3ª edição em 2007, onde participaram mais de dezessete milhões de alunos, num indicativo muito forte da consolidação e sucesso das atividades propostas.

3.7.2 A Olimpíada Internacional de Matemática (IMO)

A primeira edição da IMO foi realizada em 1959, com a participação de alguns poucos países que faziam parte da chamada "Cortina de Ferro": Bulgária, Hungria, Polônia e Romênia, além das, hoje extintas, Alemanha Oriental, Tchecoslováquia e URSS. Com o passar do tempo, o número de países foi aumentando consideravelmente, chegando aos 101 que participaram da competição em 2008.

Existem fatos importantes que podem ser destacados na história da IMO.

- Em 1965, a competição foi realizada em Berlin (Alemanha Oriental). Houve a participação de dez países, entre eles a Finlândia, que foi o primeiro país de fora da "Cortina de Ferro" a participar do evento.
- Em 1974, a competição ocorreu pela segunda vez em Berlin e, dentre os dezesseis países participantes, pela primeira vez, estava os Estados Unidos.
- Em 1979, a competição realizou-se em Londres (Inglaterra) e, dentre os 23 países participantes, pela primeira vez, estava o Brasil.
- Em 1980, não houve competição.

[20] O sítio da 49ª OIM está disponível em: < http://www.imo-2008.es/> (acesso *on-line* em 07 jul. 2008).

- Em 1981, pela primeira vez, a competição foi organizada fora da Europa, em Washington (Estados Unidos).

Nas primeiras edições da IMO, cada país podia escrever até oito alunos na competição. Em 1982, esse número foi diminuído para quatro, sendo aumentado para seis no ano seguinte, número que permanece até hoje. Os competidores devem ter menos que 21 anos de idade, não podendo ter nível de escolaridade acima do Ensino Médio. Não há limite para o número de participações de um mesmo aluno, desde que sejam respeitadas as condições anteriores. A IMO é uma competição individual, o que significa que, formalmente, não há delegações nacionais. A premiação é composta de medalhas de ouro, prata e bronze, além de certificados de menção honrosa. A distribuição dos prêmios é realizada de tal forma que as medalhas sejam entregues à metade dos estudantes participantes. As medalhas de ouro, prata e bronze são distribuídas na proporção 1:2:3, respeitado o limite de que não mais que $\frac{1}{12}$ dos estudantes sejam premiados com a medalha de ouro, não mais que $\frac{1}{4}$ com a medalha de prata e não mais que $\frac{1}{2}$ com algum tipo de medalha. Os certificados de menção honrosa são entregues ao estudante que, não tendo recebido qualquer tipo de medalha, tenha resolvido corretamente algum dos seis problemas propostos na competição. Esses certificados têm como objetivo principal incentivar os competidores a procurar desenvolver soluções completas às questões propostas.

Quando faltam aproximadamente quatro meses para o início da competição, cada país participante faz a sugestão de até seis questões à Comissão Organizadora da IMO. As questões devem abordar assuntos tratados no Ensino Médio: Geometria, Teoria dos Números, Análise Combinatória e Álgebra. A partir dessas sugestões, é formada uma lista com trinta questões dentre todas que foram recebidas pela comissão. A escolha das questões que irão compor a prova é realizada por um júri formado pelos chefes das equipes de todos os países participantes, chefiado por uma comissão de quatro juízes indicados pelo país que é sede do evento. Algumas questões da lista são descartadas por serem muito fáceis; outras por serem muito difíceis. Depois de um debate, as questões são escolhidas em uma votação por maioria simples e as provas são organizadas nos idiomas oficiais da IMO: alemão, francês, inglês e russo. Se necessário, os chefes das equipes são os responsáveis pela tradução das questões em outros idiomas. As provas têm seis questões, cada uma valendo sete pontos, fazendo com que a nota máxima obtida por um candidato seja 42 pontos.

Os competidores costumam chegar ao país sede alguns dias antes do início da competição para que possam adaptar-se às condições do mesmo. As provas são realizadas em dois dias, cada um com três questões. Cada prova tem a duração de 4h 30min e, tradicionalmente, a primeira questão é a mais fácil e a última a mais difícil.

O Brasil tem tido uma participação expressiva nas competições da IMO (IMO, 2008e). Nos últimos anos, o Brasil tem figurado entre os 25 países de melhor rendimento, superando, na edição de 2007, países como a Índia, a Inglaterra, a Finlândia, a Noruega e a Argentina. Os competidores brasileiros já conquistaram diversas medalhas de ouro, prata e bronze, além de várias menções honrosas. Em 2007, onde 99 países participaram da IMO, o Brasil conquistou duas medalhas de prata, três medalhas de bronze e uma menção honrosa[21]. Em 2008, onde 97 países participaram da IMO, o Brasil conquistou cinco medalhas de prata e uma de bronze[22].

Atualmente, cerca de noventa países utilizam Olimpíadas de Matemática como parte de suas políticas educacional, científica e tecnológica. O *InterAcademy Council*, que reúne as mais prestigiadas Academias de Ciências do mundo, defende a idéia de que as atividades com Olimpíadas são uma ferramenta de inclusão social e de avanço científico e tecnológico, principalmente para os países periféricos (OBMEP, s.d., p. 6).

3.7.3 A Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM)

A OBM é uma competição organizada pela SBM, com a colaboração do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), fazendo parte de um projeto que visa utilizar competições matemáticas como base de projetos que têm como objetivos melhorar a qualidade do ensino de Matemática no país e descobrir talentos precoces para a Matemática (OBM, 2008).

Num projeto que recebeu o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), foi criada a Comissão de Olimpíadas da SBM, com a organização de uma Secretaria, sediada no IMPA, que centraliza os trabalhos de coordenação e divulgação das atividades olímpicas, além de proporcionar todo o apoio necessário aos Coordenadores Regionais. O principal instrumento de divulgação da OBM é a revista *EUREKA!*[23], que é editada três vezes por ano contendo informações sobre as diversas

[21] Os resultados obtidos pelo Brasil e outros países participantes da 48ª IMO estão disponíveis em: <http://www.imo2007.edu.vn/index.php?module=ViewResultByCountry.php> (acesso *on-line* em 17 dez. 2007).
[22] Os resultados obtidos pelo Brasil na 49ª IMO estão disponíveis em: <http://www.imo-2008.es/paises/BRA.html> (acesso *on-line* em 27 set. 2008).
[23] Disponível em: <http://www.obm.org.br/eureka.htm> (acesso *on-line* em 17 dez. 2007).

competições de Olimpíadas de Matemática, além de disponibilizar artigos que servem como um material de apoio à preparação para as provas.

As competições das OBM são realizadas em quatro níveis: Nível 1 (alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental), Nível 2 (alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental), Nível 3 (alunos da 1ª, 2ª e 3ª séries do Ensino Médio) e Nível Universitário (alunos que ainda não tenham concluído o Ensino Superior).

As provas dos Níveis 1, 2 e 3 são constituídas de três fases. Participam da Primeira Fase todos os alunos inscritos pelas escolas que participam da OBM. O critério para a participação dos candidatos na Segunda Fase será divulgado pela Comissão de Olimpíadas até trinta dias após a realização da Primeira Fase. Da mesma forma, o critério para a participação dos alunos na Terceira Fase será divulgado até trinta dias após a realização da Segunda Fase. A pontuação final dos alunos que participaram das três fases será feita pelas Bancas Examinadoras, organizadas pelas Coordenações Regionais, as quais irão atribuir um ponto a cada questão da Primeira Fase, dez pontos para cada problema da Segunda Fase e cinqüenta pontos para cada problema da Terceira Fase. Além disso, fica estabelecido que na classificação final sejam levados em conta os pontos acumulados nas duas fases anteriores. A partir dessa classificação, a OBM premia os alunos com medalhas de ouro, medalhas de prata, medalhas de bronze e certificados de menção honrosa.

3.7.4 A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)

A OBMEP foi organizada pelo Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT), em parceria com o MEC e com o apoio do IMPA e da SBM, responsáveis pela Direção Acadêmica da OBMEP.

A OBMEP tem como objetivos: estimular e promover o estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas; contribuir para a melhoria da qualidade da Educação Básica; identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso nas áreas científicas e tecnológicas; incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional; integrar as escolas públicas com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e as sociedades científicas; e promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento (OMEP, 2008c).

A OBMEP é dirigida aos alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e aos alunos do Ensino Médio das escolas públicas municipais, estaduais e federais, sendo realizada em três níveis: Nível 1 (alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental), Nível 2 (alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental) e Nível 3 (alunos da 1ª, 2ª e 3ª séries do Ensino Médio). As provas dos Níveis 1, 2 e 3 são constituídas de duas fases. Participam da Primeira Fase todos os alunos inscritos pelas escolas públicas que participam da OBMEP. Classificam-se para a Segunda Fase, um total de 5% dos alunos inscritos pela escola em cada nível. Cabe a cada escola selecionar os alunos com melhor desempenho na Primeira Fase, que participarão da Segunda Fase, e também fixar previamente critérios de desempate a serem aplicados, se necessário, de modo a não exceder sua cota em cada nível.

A OBMEP premia os alunos com medalhas de ouro, medalhas de prata, medalhas de bronze e certificados de menção honrosa, além de Bolsas de Iniciação Científica Júnior do CNPq. Também são premiados com cursos de atualização e aperfeiçoamento, no IMPA, os professores das escolas públicas responsáveis pela inscrição dos alunos. As escolas públicas serão premiadas com equipamentos de informática e bibliotecas. Os municípios são premiados com troféus e construção de quadras de esporte. Todas essas premiações seguem critérios vinculados à premiação e pontos obtidos pelos alunos, descritos no Item 7 do Regulamento da OBMEP (OMEP, 2008c).

É importante enfatizar como o projeto das OBMEP foi apresentado à comunidade escolar e à sociedade brasileira: "Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP): um projeto de inclusão social e científica inspirado no Projeto NUMERATIZAR do estado do Ceará" (OBMEP, s.d., p.1)[24].

O título desse projeto ressalta que a utilização de Olimpíadas de Matemática como base de um projeto cujo um dos objetivos é o desenvolvimento de estratégias que possibilitem melhorar a qualidade do Ensino de Matemática na Educação Básica encontra suas origens no Projeto NUMERATIZAR: "Descobrir, divulgar e aprimorar os talentos de nossa juventude é a forma mais efetiva e rápida de inclusão social." (Projeto NUMERATIZAR, *apud* OBMEP, s.d., p. 6)

[24] O texto desse projeto foi entregue aos alunos do PPG-ENSIMAT pelo ex-Coordenador da Regional da OBMEP em Porto Alegre-RS, o Prof. Dr. Eduardo Henrique de Mattos Brietzke (IM-UFRGS).

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES

4.1 O PROFESSOR *MALBA TAHAN*

A escolha do nome do grupo de estudos vem do reconhecimento ao trabalho de Júlio César de Mello e Souza (1895-1974) que, formado pela Escola Nacional de Engenharia (RJ), foi Professor Emérito da Escola Nacional de Arquitetura (RJ), Professor do Instituto de Educação do Distrito Federal (RJ) e Professor Catedrático do Colégio Pedro II (RJ).

Segundo a ficha técnica do livro *O Homem que Calculava*, disponível no sítio da Editora *Record*, em seus primeiros trabalhos escritos, o professor Júlio César não obteve o reconhecimento que esperava, passando então a adotar alguns pseudônimos. O primeiro deles, *R.S. Slade*, fez com que seus contos pudessem ser publicados no jornal carioca "O Imparcial", como uma tradução de textos desse autor norte-americano, anteriormente "publicados" no *The New York Times*. O mais famoso desses pseudônimos, diretamente vinculado à temática muçulmana que futuramente o consagraria como escritor e professor, seria o de *Malba Tahan*.

Esse pseudônimo acabou passando à condição de heterônimo: o escritor árabe *Iezid Izz-Edim Ibn Salim Hank Malba Tahan* era um grande contador de histórias. Nasceu em 1885, na aldeia de *Muzalith* localizada nas cercanias de Meca – um dos lugares santos do Islamismo. Realizou seus estudos em Constantinopla e na Cidade do Cairo. Atendendo a um pedido do *Emir Abad El-Azziz Ben Ibrahim,* assumiu a prefeitura da cidade de Medina. Com a morte do pai, recebeu uma grande herança, iniciando uma longa viagem que se estendeu pelo Japão, Rússia e Índia. Morreu em 1921, lutando bravamente pela libertação de um povoado na Península Arábica Central (RECORD, 2007), (SILVEIRA, 2007), (BIGODE, 2007).

Em 1939, *Malba Tahan* escreveu sua obra mais conhecida – *O Homem que Calculava* – premiada pela Academia Brasileira de Letras (ABL) pela publicação de sua 25ª edição em 1972. Em 2007, alcançou sua 70ª edição, tendo sido traduzida para diversos idiomas. Ao longo de sua vida, publicou cerca de 120 livros relacionados com a Matemática Recreativa, a Didática da Matemática, a História da Matemática e a Literatura Infanto-juvenil. Segundo a *Wikipedia* (2007), o escritor Monteiro Lobato escreveu que a obra de *Malba Tahan* "[...] ficará a salvo das vassouradas do tempo como a melhor expressão do binômio ciência-imaginação."

A logomarca que foi utilizada nos cabeçalhos do conjunto de documentos e atividades utilizadas no trabalho desenvolvido nesta dissertação – o camelo usando um turbante – é uma referência explícita a um dos capítulos mais famosos do livro *O Homem que Calculava*, conhecido por o *Problema dos 35 Camelos* (TAHAN, 2007, p. 21-23).

FIGURA 4.1 – Logomarca do GEMaTh

A partir de 1952, com a deferência de um decreto presidencial, o professor Júlio César passou a assinar seu nome como *Júlio César de Mello e Souza Malba Tahan*. Assim, *Malba Tahan* deixou de ser apenas um personagem, passando a compartilhar das idéias, sentimentos e trabalho do professor Júlio César.

O professor Antônio José Lopes, o Bigode (2007), autor de livros didáticos de Matemática para a Educação Básica, afirma que “[...] *Malba Tahan* é, ao lado de *Sam Loyd*, *Yakov Perelman* e *Martin Gardner*, um dos mais importantes recreacionistas e popularizadores da Matemática em todo o mundo”.

É importante ressaltar que algumas das obras de *Malba Tahan* podem ser consideradas como verdadeiros “clássicos” da Literatura, uma vez que abordam valores e problemas éticos universais. Além disso, proporcionam questionamentos, sugestões e algumas respostas para problemas que permanecem atuais na Educação Brasileira, em especial no Ensino de Matemática. O professor *Malba Tahan* foi um pioneiro no Ensino da Matemática, ao utilizar referenciais didático-metodológicos baseados na História da Matemática, na resolução de problemas de forma não-mecanizada, na exploração de atividades lúdicas e recreativas, além da utilização de material concreto em suas atividades.

Para ilustrar a atualidade da obra do professor *Malba Tahan*, podemos citar uma coleção publicada em 1961, composta por cinco volumes – *As Maravilhas da Matemática*. No 3º e 4º volumes dessa coleção, que compõem a série *Didática da Matemática*, o autor faz a análise de temas importantes, alguns amplamente discutidos ainda hoje (TAHAN, 1961a, 1961b).

- "O algebrismo e os programas de Matemática: como combater o algebrismo[25]";
- "Finalidades da Matemática no curso secundário";
- "Valores da Matemática no curso secundário";
- "O método heurístico em Matemática";
- "O método do laboratório em Matemática";
- "A metodologia do jogo de classe em Matemática".

Os três primeiros capítulos mencionados mostram que o professor *Malba Tahan* foi um crítico severo da maioria das metodologias de ensino utilizadas nos cursos de Matemática brasileiros da primeira metade do século passado. São famosos os episódios envolvendo ásperas discussões que manteve com outros professores em palestras e congressos sobre o Ensino de Matemática. Entre os seus tradicionais adversários "algebristas", estava o *Marechal Trompowsky*[26], Patrono do Magistério Militar Brasileiro, autor do *Tratado de Geometria Algébrica*, na verdade, um livro sobre Geometria Analítica, amplamente utilizado nos Colégios Militares na época.

Curiosamente, o tempo parece ter amenizado as diferenças entre os célebres professores. Alguém que visita o CMPA pode encontrar, na Sala dos Professores, uma fotografia com referências ao *Marechal Trompowsky*. Da mesma forma, na Seção de Ensino B (Matemática e Desenho Geométrico), encontra uma placa alusiva ao "Dia Nacional da Matemática"[27], com referências à visita do professor *Malba Tahan* ao CMPA em 1961.

Há diversos pesquisadores ocupados em divulgar o trabalho do professor *Malba Tahan*. Seu trabalho também foi objeto de pesquisa na Universidade de *Princeton*, além de ter sido o tema de diferentes artigos publicados nas revistas *Science*, *Book Report*, *Superinteressante* e *Nova Escola* (NEVES, 2005). Além disso, podemos destacar o trabalho da professora Cristiane Coppe de Oliveira que, num de seus artigos, publicado nos anais do V Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM), escreveu: "[...] A imagem do professor de matemática é algo ainda questionável. O que é um matemático? Ser um matemático é o mesmo que ser um professor de matemática? Para

---

[25] Segundo o professor *Malba Tahan*, o termo algebrista é utilizado "[...] em sentido pejorativo, a todo aquele que vive possuído da preocupação mórbida de complicar, enegrecer e lacerar a Matemática." (TAHAN, 1961a, p.59)

[26] Para obter mais informações sobre o *Marechal Trompowsky* e o Magistério Militar no Brasil, consulte http://www.bpeb.eb.mil.br/noticias/2007/080207.html e http://www.ensino.eb.br/evidencia/artigos/artigo_magisterio.htm . Acesso *on-line* em 26 dez. 2007.

[27] O *Dia Nacional da Matemática* é comemorado no dia 6 de maio, data de nascimento do professor *Malba Tahan*.

Tahan, não. Ele sabia da diferença entre formar matemáticos e ensinar matemática." (OLIVEIRA, 2003).

4.2 A ORGANIZAÇÃO DO GEMATH

Nesta seção, apresento o processo de organização de um espaço institucional dentro do CMPA, o Grupo de Estudos Professor *Malba Tahan* (GEMaTh), onde se procurou reunir um grupo de alunos interessados na possibilidade de estudar Matemática de forma "diferenciada". Essa diferenciação foi buscada a partir da proposição de um conjunto adequado de atividades, organizadas com base na análise dos programas das principais Olimpíadas de Matemática do país. Com o desenvolvimento dessas atividades no grupo de estudos, as quais tinham, como principal objetivo, a resolução de problemas, o debate e o trabalho em grupo, se esperava que os alunos pudessem reconhecer a historicidade da Matemática, o trabalho árduo das pessoas que a produziram, o caráter social das transformações causadas pela mesma e, de alguma forma, pudessem passar a compreendê-la como Ciência.

Acredito que essa forma de estudar Matemática, tradicionalmente, não tem encontrado espaço na Educação Básica, onde o cumprimento da grade curricular tem transformado essa disciplina num conjunto de assuntos compartimentados e desconexos, sem nenhuma adequação às necessidades e expectativas dos alunos, dos professores e da sociedade. Numa perspectiva arrojada e idealista, acredito que o desenvolvimento de atividades nos moldes do GEMaTh possa representar uma pequena contribuição a uma política de incentivo à formação daqueles alunos que poderão vir a integrar os futuros quadros técnico-científicos necessários à criação de centros de referência para a produção de conhecimento "socialmente relevante", que são imprescindíveis à geração e distribuição da riqueza, com vistas à Justiça Social que muitos almejam para nosso país.

É importante destacar que, no início das atividades do grupo de estudos, em nenhum momento pensava-se no GEMaTh como um projeto de EI, mas com o desenvolvimento das atividades, os comportamentos observados e as reflexões desencadeadas a partir de sua implementação, essa nova perspectiva foi associada ao trabalho desenvolvido, descrito nesta dissertação.

4.3 A ORGANIZAÇÃO DAS PRIMEIRAS ATIVIDADES

Esta proposta de trabalho foi apresentada pela primeira vez numa das atividades realizadas durante as discussões desencadeadas pela disciplina de *Fundamentos de Educação*

Matemática A, onde pela primeira vez, tive a oportunidade de compartilhar os fatos e inquietações com um grupo de professores que atuava na Educação Básica (os professores-discentes) e na Educação Superior (os professores-docentes).

Desde o ingresso no PPG-ENSIMAT, pareceu-me bastante claro que a maioria dos professores-discentes, envolvidos no programa, acredita que há a necessidade de se aumentar a interação entre as escolas de Educação Básica e a Universidade. É possível que essa interação possa fornecer algumas das informações que são necessárias ao aprofundamento das discussões relativas à formação das novas gerações de professores que irão atuar diretamente na Educação Básica. Nesse sentido, acredito na importância do fato de os professores-discentes compartilharem muitas experiências vivenciadas nas escolas onde atuavam, visando a qualificar sua própria prática docente subsidiados por muitas das reflexões e trabalhos desenvolvidos durante o programa de mestrado.

Inicialmente, cada um dos professores-discentes, vinculados ao PPG-ENSIMAT, procurou desenvolver seus trabalhos junto às escolas onde atuavam e, da mesma forma, procurei viabilizar meu projeto junto ao chefe da Supervisão Pedagógica do CMPA. Obtive a autorização para dar continuidade ao projeto, desde que assumisse alguns compromissos com a escola, especificados a seguir.

- Toda a divulgação das atividades que seriam realizadas ficaria sob minha responsabilidade. Mediante um acordo prévio com os professores do 6º ano, eu poderia utilizar o espaço de algumas aulas para divulgar o projeto aos alunos.
- A comunicação aos responsáveis pelos alunos também ficaria sob minha responsabilidade.
- A definição do grupo de alunos que seriam incluídos no projeto seria de minha responsabilidade. Para obter as informações necessárias sobre os alunos interessados, poderia utilizar quaisquer informações de natureza quantitativa, obtidas junto à Seção Técnica de Ensino (histórico e boletins escolares) e de natureza qualitativa, obtidas em conversas informais junto aos Professores Coordenadores do 6º ano.
- Uma vez que havia, por parte da Supervisão Escolar, a expectativa de que o projeto fosse bem aceito pela comunidade escolar, eu deveria assumir o compromisso de dar continuidade ao mesmo no próximo ano.

Na definição da natureza das atividades que seriam propostas ao grupo de alunos, optei pela organização de um minicurso. A opção pela organização do trabalho nesses moldes se deu, principalmente, pela agilidade que este tipo de atividade poderia proporcionar à natureza do trabalho a ser realizado porque, ao serem definidas as temáticas específicas que seriam desenvolvidas num espaço de tempo de aproximadamente dois meses, havia a possibilidade de serem realizados mais de um evento diferente durante o ano. Além disso, havia a expectativa de que, com a organização de novas edições, o número de alunos envolvidos no projeto aumentasse consideravelmente.

O tema escolhido, a "Resolução de Problemas de Contagem", manifestava uma preferência pessoal reforçada pelas novas idéias desenvolvidas na disciplina de *Tópicos de Matemática B*, relatadas no Capítulo 2. Além disso, há bastante tempo que trabalho com o ensino da "Análise Combinatória", no Ensino Médio, e tive a oportunidade de participar de eventos onde se discutiu o desenvolvimento do princípio multiplicativo junto a alunos do Ensino Fundamental.

4.4 O GEMaTh NO CMPA

O CMPA é uma instituição pública federal de Educação Básica mantida pelo Exército Brasileiro, quase centenária, por onde passaram diversos cidadãos que tiveram uma atuação destacada nos cenários artístico, político e social de nosso país[28] .

Segundo a proposta pedagógica do SCMB, os Colégios Militares têm "[...] como meta principal, proporcionar uma educação integral que ofereça aos jovens a formação necessária ao desenvolvimento de suas potencialidades como elemento de auto-realização, qualificação para o trabalho e preparo para o exercício consciente da vida de cidadão brasileiro".

Nas instituições militares, é dada uma importância muito grande à ritualização. Um exemplo é a "incorporação" dos novos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, caracterizada por uma cerimônia revestida de um caráter bastante solene, na qual participam todos os segmentos que fazem parte da escola, além de um número expressivo de pais, familiares e convidados dos novos integrantes. Outro exemplo, são as formaturas dos alunos

---

[28] Dentre alguns ex-alunos do CMPA encontram-se José Hennemann (Ex-reitor da UFRGS), Mário Quintana (Poeta), Vasco Prado (Escultor), Loureiro da Silva (Ex-prefeito de Porto Alegre), Dias Gomes (Dramaturgo), Cyro Martins (Escritor) e Fernando Carvalho (Advogado e Ex-presidente do S. C. Internacional de Porto Alegre). Além disso, o CMPA é conhecido como o "Colégio dos Presidentes", uma vez que Getúlio Vargas, Gaspar Dutra, Castelo Branco, Emílio Médici, Costa e Silva, Ernesto Geisel e João Figueiredo passaram pelas arcadas do "Velho Casarão". Informações disponíveis em: <http://www.cmpa.tche.br/ex_integrantes_cmpa.pdf> (acesso *on-line* em 09 jun. 2008).

que terminam o Ensino Médio. Uma cerimônia, preparada durante o ano inteiro, concluída por meio de uma solenidade militar, onde são entregues premiações e diplomas, além de ser feita a inauguração de placas alusivas à formatura e aos resultados obtidos pelos alunos durante o ano letivo. Além disso, a escola procura incentivar a participação dos alunos nos clubes (Astronomia, Física, Matemática e Orientação), nos grêmios[29] (Cavalaria, Infantaria, Artilharia, Naval e Aeronáutica), em competições esportivas, em atividades de caráter assistencial, bem como o ingresso na carreira militar.

Foi nesse cenário que o GEMaTh precisou ser pensado, estabelecido, operacionalizado e consolidado.

4.5 O GEMaTh EM OUTRAS ESCOLAS

A maioria dos projetos desenvolvidos pelos professores-discentes do PPG-ENSIMAT estão vinculados às escolas onde os mesmos desempenham suas atividades docentes. Dessa forma, é natural que o trabalho apresentado nesta dissertação fosse desenvolvido junto aos alunos do CMPA.

Entretanto, o desenvolvimento de um trabalho utilizando as Olimpíadas de Matemática em uma escola de Educação Básica do SCMB, pode levar ao seguinte questionamento: os resultados obtidos com alunos do Colégio Militar poderiam ser reproduzidos com alunos de outras escolas?

De fato, esta é uma questão importante, principalmente se levarmos em consideração os resultados obtidos pelos alunos do SCMB na OBMEP-2007: 88 medalhas de ouro, 86 de prata e 95 de bronze, dentre as 3.000 medalhas – trezentas de ouro, seiscentas de prata e 2.100 de bronze – distribuídas pela Comissão Organizadora[30].

Nesse sentido, é necessário refletir sobre importantes aspectos que devem ser observados pelos interessados em adequar o trabalho desenvolvido, junto aos alunos do CMPA, a outras escolas de Educação Básica.

Uma vez que as atividades desenvolvidas têm caráter extracurricular, é necessário observar as condições mínimas de infra-estrutura que são necessárias ao desenvolvimento do projeto: uma sala de aula e a possibilidade de reproduzir o material de apoio didático. Apesar

---

[29] De acordo com a Proposta Pedagógica do SCMB, os clubes e os grêmios "[...] favorecem o despertar de vocações e permitem o aprofundamento e a difusão de conhecimentos, além de oferecer, aos alunos que os dirigem, preciosa oportunidade de planejar atividades e de gerenciar programas." Informação disponível em: <http://www.depa.ensino.eb.br/pag_sistemaCM.htm> (acesso *on-line* em 04 out. 2008).

[30] Segundo informação disponível em: <http://premiacao.obmep.org.br/2007/mapa_premiacao_alternate.htm>, nesta edição da OBMEP (2007), houve a participação de 38.450 Escolas Públicas de todo o Brasil (acesso *on-line* em 27 set. 2008). Dessas escolas, apenas doze fazem parte do SCMB.

de parecer um detalhe de pouca importância, a existência de um local que sirva como referência para os encontros ajuda na organização do grupo de estudos.

É necessário organizar a divulgação das atividades realizadas pelo grupo de estudos da melhor e mais visível forma possível, principalmente se a escola onde o projeto está sendo desenvolvido tem um número muito grande de alunos. Não se pode esquecer de obter a autorização das supervisões, coordenações e direção escolares, além disso, é necessário comunicar aos responsáveis pelos alunos sobre a natureza das atividades que estão sendo desenvolvidas.

Apesar dos resultados obtidos pelos alunos do SCMB, a maior parte dos premiados na OBMEP (mais de 90%) são alunos oriundos de escolas públicas que, em geral, não dispõem de nenhum tipo de preparação para Olimpíadas de Matemática. Ainda assim, um contingente expressivo desses alunos – foram 50.379 apenas em Porto Alegre-RS – sentiu-se motivado a participar da OBMEP. Quantos desses alunos gostariam de participar de um grupo de estudos organizado nos moldes do trabalho proposto nesta dissertação? Como esses alunos irão se comportar caso lhe seja oferecida uma oportunidade de, até mesmo, melhorar o seu desempenho na “competição”? Além disso, não devemos esquecer que essa melhora, invariavelmente, acompanha um aumento no rendimento em atividades propostas em sala de aula, um progresso na capacidade de trabalho individual e em grupo, um incremento na capacidade de organizar seus materiais de estudo, sem falar na possibilidade de ampliação no círculo de amizades entre alunos que participam das atividades.

Também não devemos esquecer que a preparação das atividades a serem propostas ao grupo de estudos requer bastante cuidado por parte dos professores responsáveis pelo acompanhamento dos alunos. Quantos são os professores que aspiram à possibilidade de poder desenvolver com seus alunos um conjunto de atividades que extrapolem o mero formalismo do currículo oficial? Quantos professores de Matemática são “convidados” a integrarem projetos interdisciplinares que pouco contribuem com o aprendizado da Matemática pelos alunos? Quantos professores buscam motivos que os levem a procurar oportunidades de atualização e aperfeiçoamento? Acredito que um projeto organizado nos moldes propostos nesta dissertação pode ajudar a encontrar as respostas à maioria desses questionamentos.

Além disso, é importante alertar ao professor interessado num projeto dessa natureza que, ao contrário do que se pode imaginar, o grupo de estudos não ficará repleto de “alunos-nota-dez” em Matemática. É certo que alguns deles farão parte do grupo de estudos, mas não pelo motivo que normalmente se esperaria – a Matemática, mas motivados pela oportunidade de poder encontrar um espaço onde a sua “preferência acadêmica” não será tratada como um “talento extraordinário”: será apenas uma predileção, como outros alunos que preferem os esportes, a poesia ou a música. A principal característica que pude observar nesses alunos foi o desejo de poder ajudar outros colegas a familiarizarem-se com conceitos fundamentais da Matemática. Depois de formado o grupo de estudos, não será difícil encontrá-los no pátio da escola discutindo as tarefas escolares, resolvendo passatempos matemáticos ou conversando animadamente sobre as atividades propostas no grupo de estudos.

Talvez, o principal problema que deverá ser enfrentado com a proposição de um projeto de trabalho que envolva a utilização de Olimpíadas ou a organização de um grupo de alunos e professores interessados no estudo da Matemática seja a possibilidade de que a atividade venha a ser rotulada como “não inclusiva”. Para que se possam evitar problemas dessa natureza, é necessário mostrar àqueles que pensam dessa forma exatamente o contrário: as atividades propostas assumem um caráter essencialmente “inclusivo”. Essa afirmação é fundamentada pelo fato de que, num trabalho com as características descritas nesta dissertação, um número significativo de pessoas da comunidade escolar mobiliza-se em torno de um objetivo comum: o estudo da Matemática. Não serão todos que poderão se engajar nessas atividades, até mesmo para que se possa garantir a qualidade das mesmas, entretanto todos os envolvidos passam a assumir o papel de “elementos irradiadores” da idéia de que o conhecimento matemático está à disposição e a serviço da sociedade. Essa idéia permite que a Matemática seja entendida como um instrumento que pode ser utilizado na interpretação da realidade social. Nesse sentido, a Matemática se torna uma ferramenta poderosa de compreensão e transformação dessa realidade. A partir dos fundamentos da Educação Matemática Crítica, é possível afirmar que o conhecimento da Matemática possibilita que o indivíduo possa aprimorar sua “competência democrática”, que é a capacidade de avaliar os mecanismos e indivíduos responsáveis pelo funcionamento da estrutura burocrática e funcional do Estado (SKOVSMOSE, 2004, p. 72-76). Essa competência, que associa o conhecimento matemático aos processos de produção e apropriação de tecnologias, é fundamental ao exercício pleno da cidadania numa sociedade altamente tecnológica como a do início deste século.

O grupo de estudos, como tal, é reconhecido pela Comunidade Escolar. Isso facilita o encaminhamento de solicitações junto às Coordenações e à Direção, bem como cria um forte sentimento de identidade e comprometimento entre aqueles que participam das atividades. Nesse sentido, a escolha de um nome que mantém algum tipo de identificação com a Comunidade Escolar, a criação de uma logomarca e o aproveitamento de todo o tempo e disposição que os alunos tiverem a oferecer é importante para a consolidação do trabalho a ser realizado pelo grupo de estudos na escola.

5 ANÁLISE DAS ATIVIDADES

5.1 O MINICURSO "INTRODUÇÃO AOS PROBLEMAS DE CONTAGEM"

O 6º ano do Ensino Fundamental do CMPA tem uma série de peculiaridades. A principal delas é a diversidade existente entre os alunos: os sotaques, a condição social, os históricos familiar e escolar, que são ocasionados, em sua maioria, pelas freqüentes movimentações dos servidores públicos militares.

Além disso, uma parcela significativa de alunos são filhos de civis que ingressam na escola mediante concurso público e não mantinham qualquer relação com o Exército Brasileiro. No Concurso Público de Admissão ao CMPA (2006/2007), estavam inscritos 778 alunos que concorreram a apenas 55 vagas. Em onze de novembro de 2005, realizaram uma prova objetiva de Matemática com vinte questões, de caráter eliminatório. Em 21 de dezembro de 2005, os aprovados realizaram uma prova objetiva de Língua Portuguesa e uma prova de Redação, de caráter classificatório. Acreditava que grande parte desses alunos do 6º ano, os quais foram submetidos a um processo de seleção tão rigoroso, poderiam participar das atividades que seriam propostas no GEMaTh.

A divulgação do minicurso iniciou no dia 29 de setembro de 2006, quando a proposta do grupo de estudos foi apresentada em sala de aula diretamente aos alunos. Um cartaz divulgando o evento, com algumas informações gerais e com relativo apelo visual, foi afixado em diversos pontos do CMPA: murais, biblioteca, cantina e sala dos professores.

FIGURA 5.1 – Cartaz que anunciava o início das atividades do GEMaTh

Na exposição da atividade aos alunos, tive o cuidado de enfatizar alguns aspectos que julgava importantes na definição do grupo de alunos que poderiam vir a participar das atividades do GEMaTh.

- A natureza extracurricular da atividade.
- A realização dos encontros no turno da manhã (as aulas regulares eram à tarde).
- A adesão ao grupo de forma “voluntária” e sem qualquer custo.
- A condição para participar da atividade: apenas aqueles alunos que não estivessem envolvidos em aulas de reforço ou reposição de conteúdos.
- A necessidade de que os pais (ou responsáveis) autorizassem a participação nas atividades.

Houve uma série de questionamentos levantados pelos alunos durante a apresentação do GEMaTh.

- A atividade proposta era vinculada ao Clube de Matemática? (Não!)[31]
- Haveria a possibilidade de que a atividade fosse realizada em outro horário? (Não!)
- O fato de estar indicado para as aulas de recuperação em outras disciplinas, mas não em Matemática, impediria a participação na atividade? (A princípio, sim!)

Solicitei aos representantes de cada uma das turmas que me devolvessem o formulário de inscrição assim que possível e, no dia dois de outubro de 2006, eu já dispunha dos nomes dos alunos interessados em participar das atividades: na Turma 501, havia um total de onze alunos inscritos; na Turma 502, onze alunos inscritos; e, na Turma 503, havia um aluno inscrito.

---

[31] O Clube de Matemática do CMPA foi organizado como um espaço institucional onde os alunos que demonstram interesse pela Matemática possam participar de atividades relativas a essa disciplina. É dirigido pelos próprios alunos e supervisionado por um professor-orientador indicado pelo Chefe da Seção de Ensino B (Matemática e Desenho). Os alunos têm sua participação, nas atividades realizadas pelo clube, avaliada periodicamente. A partir de critérios estabelecidos pelo professor-orientador, o aluno pode receber um “Grau de Incentivo à Participação (GIP)”, que é anexado em sua avaliação bimestral. Maiores informações sobre esse clube podem ser encontradas em: <http://www.cmpa.tche.br/clubes_gremios/clube_matematica/index.htm> (acesso *on-line* em 04 out. 2008).

Após a análise do histórico escolar de cada um dos interessados, verifiquei que, seguindo os critérios pré-estabelecidos em conjunto com a Supervisão Escolar, dos 23 alunos interessados, quinze poderiam participar das atividades a serem realizadas no GEMaTh. A partir disso, enviei um comunicado aos pais desses alunos, disponível no Anexo A, informando os objetivos das atividades propostas e solicitando a autorização para que o aluno interessado pudesse participar do grupo de estudos.

É interessante ressaltar que um dos oito alunos que não pôde ser integrado às atividades do grupo, devido ao fato de estar indicado para aulas de recuperação, solicitou que fosse reavaliada a sua situação. Autorizado pela Supervisão Escolar, foi um dos alunos com maior assiduidade nas atividades propostas nas semanas seguintes. Essa foi a primeira surpresa agradável em relação aos alunos que integraram o GEMaTh.

A seguir, irei relatar, de forma sucinta, os cinco encontros que mantive com os alunos do GEMaTh no minicurso “Introdução aos Problemas de Contagem”.

5.2 O 1º ENCONTRO (09 out. 2006)

5.2.1 Planejamento das atividades

No primeiro encontro, eram esperados os quinze alunos que manifestaram interesse em participar das atividades propostas no minicurso.

As atividades estavam previstas para iniciarem às 9h 10min e terminarem às 11h.

O material de apoio didático-pedagógico utilizado seriam dois textos que podem ser vistos no Anexo B: o primeiro texto é uma adaptação de uma reportagem publicada na revista NOVA ESCOLA, que fala sobre a vida do professor *Malba Tahan*; o segundo texto, o *Problema dos Pães*, é um dos capítulos do livro *O Homem que Calculava* (TAHAN, 2007, p. 24-28).

A atividade mais importante, proposta para o primeiro encontro, era a discussão sobre o *Problema dos Pães*.

Se possível, seria feita uma introdução a um dos problemas de contagem propostos no segundo texto.

5.2.2 Objetivos e expectativas do professor

O principal objetivo do encontro era o de conhecer os alunos que manifestaram interesse em participar do minicurso.

Era importante deixá-los falar sobre suas expectativas e interesses. Se possível, tentar observar os argumentos utilizados, as atitudes na discussão em grupo e as habilidades que podiam demonstrar na discussão do problema proposto.

Uma vez que as atividades propostas eram extracurriculares e de caráter voluntário, era necessário fazer o possível para despertar o interesse dos alunos em participar dos próximos encontros. Um processo de "encantamento" se fazia necessário.

Era importante não esquecer que os alunos que participariam da atividade eram oriundos do 6º ano do Ensino Fundamental. Apesar de a maioria deles apresentarem um desempenho acima da média, no processo de avaliação do Colégio Militar, não se podia esquecer das limitações e peculiaridades inerentes ao estágio de desenvolvimento sócio-cognitivo em que se encontravam.

5.2.3 Observações do professor durante a atividade

Um total de sete alunos participou desse encontro.

Uma das minhas principais expectativas foi confirmada: apesar do trabalho ser dirigido a alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, não houve nenhum problema na condução da atividade proposta: todos pareciam estar muito interessados no que seria feito naquele dia.

Após a minha apresentação, todos ficaram curiosos em saber o porquê de um professor da 3ª série do Ensino Médio estar conduzindo o minicurso. Lembrando do caráter voluntário e extracurricular da atividade, expliquei que o curso proposto fazia parte de um trabalho que desenvolvia junto à UFRGS. Alguns lembraram que os pais também estudaram na Universidade.

A maioria deles afirmou que não gostava das aulas regulares no turno da tarde, por tratarem de assuntos muito "chatos" ou "fáceis". Ao serem perguntados sobre o que fazia uma aula ser interessante, não souberam responder de forma objetiva. Alguns disseram que gostavam de resolver "desafios" (a resposta mais freqüente), um aluno disse que era necessário que o professor fosse "engraçado", outros disseram que gostavam de jogos e computadores, embora nenhum deles tivesse um endereço de correio eletrônico.

Um dos alunos afirmou que provavelmente não participaria de todas as atividades do minicurso em virtude de as mesmas coincidirem com as do Clube de Matemática.

Dois dos alunos perguntaram se a participação nas atividades asseguraria algum tipo de "GIP"[32], além de reiterarem a necessidade de ser eleita uma diretoria para o grupo de estudos.

Perguntados se já haviam ouvido falar de *Malba Tahan*, a resposta dos alunos foi negativa. Entretanto, uma das alunas já havia lido uma parte de *O Homem que Calculava*. Apesar de os mesmos não conhecerem a história de *Malba Tahan*, preferi não realizar a leitura do texto que falava sobre a sua vida em sala de aula. Após a nossa conversa, pareceu-me que o texto poderia aborrecê-los e convidei-os a passar diretamente à leitura do *Problema dos Pães*.

Todos os alunos tiveram alguma participação na discussão da solução do problema. A maioria deles manifestou sua opinião sem a necessidade de nenhuma intervenção por parte do professor. Em apenas dois casos, convidei os alunos a relatarem o que achavam dos argumentos levantados pelos seus colegas.

Ao saírem da sala de aula, pareciam satisfeitos, pois falavam sobre o problema proposto com bastante entusiasmo.

5.2.4 Conclusões do professor: expectativas *versus* observações

A presença de apenas sete dos quinze alunos inicialmente inscritos deixou-me um tanto preocupado. O caráter de participação "voluntária" numa atividade extracurricular pode prejudicar o andamento da atividade? Numa próxima edição, seria necessário que as atividades fossem estendidas também a alunos do 7º ano do Ensino Fundamental?

A participação efetiva dos alunos na atividade propostas não deixou de ser uma segunda e agradável surpresa. Não esperava nada diferente no momento em que discutimos o *Problema dos Pães*, entretanto, fui surpreendido quanto às argumentações no sentido da natureza do trabalho que seria realizado, quanto às expectativas dos mesmos em relação às atividades do grupo e, principalmente, em relação à necessidade de se organizar uma diretoria para o grupo.

Planejei fazer o possível para poder conversar com esses alunos durante a semana. Acreditava que era importante estabelecer um vínculo de natureza mais "estreita" e que um intervalo de uma semana até o nosso próximo encontro seria muito grande. Não poderia deixar que eles esquecessem do GEMaTh.

---

[32] No CMPA o processo de avaliação é constituído por Avaliações de Estudos (AE) e Avaliações Parciais (AP), com pesos idênticos. Existe, ainda, a possibilidade de que um aluno receba um "Grau de Incentivo à Participação (GIP)", que corresponde a um acréscimo de até 1,0 ponto na média final de AP.

5.3 O 2º ENCONTRO (16 out. 2006)

5.3.1 Planejamento das atividades

Nesse segundo encontro, eram esperados os sete alunos que participaram das atividades na semana anterior.

As atividades estavam previstas para iniciarem às 9h 10min e terminarem às 11h 30min.

O material de apoio didático-pedagógico utilizado seria um texto que está disponível no Anexo B, onde são apresentados os Princípios (Aditivo e Multiplicativo) de Contagem através da utilização de seis problemas-exemplo.

De uma maneira totalmente descomprometida, na véspera do encontro, anexei ao material de apoio que havia organizado com antecedência: uma lista complementar com cinco problemas propostos em concursos vestibulares.

As principais atividades desse encontro seriam a proposição e a discussão de soluções para os problemas-exemplo. Nesse sentido, procuraria encaminhar algumas atitudes que permitissem a generalização do Princípio Multiplicativo.

5.3.2 Objetivos e expectativas do professor

O principal objetivo desse encontro era fazer com que os alunos se familiarizassem com os Princípios (Aditivo e Multiplicativo) de Contagem. Através da análise do comportamento dos alunos durante a resolução dos problemas-exemplo, seria possível evidenciar se os mesmos teriam a compreensão esperada sobre o que foi apresentado. Além disso, a resolução de alguns dos problemas propostos na lista (complementar) seria uma boa indicação de que os princípios de contagem seriam utilizados adequadamente pelos alunos na resolução dos problemas propostos.

A utilização dos problemas-exemplo que tratassem de viagens que são divididas em várias etapas independentes possibilitaria que os alunos pudessem, inclusive, escrever todos os roteiros de viagem (soluções do problema). Através da comparação entre os resultados obtidos, os alunos poderiam validar a solução obtida através do Princípio Multiplicativo com aquela observada a partir da escrita de todas as soluções possíveis ou, até mesmo, pela construção de uma árvore de possibilidades.

Era necessário incentivar o aluno a manifestar suas opiniões em sala de aula. Além disso, era preciso incentivá-lo a escrever suas soluções, construir seus esquemas, efetuar seus cálculos de forma clara e organizada. Nesse sentido, também procuraria incentivá-los a utilizar um caderno para resolver os problemas propostos em nossos encontros, bem como os problemas deixados como “Tema para Casa”.

5.3.3 Observações do professor durante a atividade

Um total de seis alunos participou dessa atividade: cinco dos alunos que estavam no encontro anterior, além de uma aluna que não havia comparecido na última semana. Os dois alunos que, no primeiro encontro, alertaram sobre a coincidência das atividades do nosso grupo de estudos com as atividades do Clube de Matemática não compareceram à atividade – um desses alunos foi o que insistiu na importância do grupo de estudos possuir diretores.

Na resolução do Exemplo 1, a participação dos alunos foi bastante significativa. Ficaram muito felizes ao lembrar que suas férias já estavam próximas, sem falar que um deles tinha uma casa de veraneio no Balneário Xangrilá-RS. Não encontraram nenhuma dificuldade em responder que a família poderia realizar a viagem de três maneiras diferentes. Talvez não fosse importante, mas fiz questão de deixar claro o caráter exclusivo da escolha das opções de viagem: quem escolhesse levar a família de automóvel, por exemplo, necessariamente estaria descartando as outras possibilidades.

A resolução do Exemplo 2 seguiu normalmente, com alguns comentários sobre aqueles que conheciam a cidade do Rio de Janeiro-RJ. É importante relatar que a aluna que não estava no encontro anterior, de certa forma, passou a “atrapalhar” as atividades: levantava várias vezes para apontar o seu lápis, não esperava sua vez de falar e, muitas vezes, soltava algumas gargalhadas sem motivo para tanto. À medida do possível, passei a administrar sua participação nas atividades: quando ela levantava, convidava-a a sentar e, como aparentemente ela encontrava dificuldades em utilizar o seu apontador, eu mesmo apontei o seu lápis. Além disso, quando ela se intrometia na argumentação de seus colegas, procurava fazê-la entender que era melhor esperar que o colega terminasse a sua fala antes dela fazer a sua manifestação.

A resolução do Exemplo 3, sem dúvida, foi o momento mais importante desse encontro. Houve a necessidade de simplificar a hipótese do problema, uma vez que um dos alunos lembrou que era “impossível” sair de Porto Alegre num automóvel e chegar a Recife-PE sem nenhuma parada para reabastecimento ou para o motorista usar o banheiro. Esclarecidos esses aspectos, pedi aos alunos que escrevessem todos os roteiros de viagem possíveis. Alguns construíram esquemas muito próximos a árvores de possibilidades. Uma das alunas, que respondeu rapidamente o problema, foi questionada sobre como havia realizado o cálculo. Sem rodeios, respondeu: “Ora, de cabeça!”.

Antecipei a resolução do Exemplo 4, convidando-os a verificarem, na prática, os resultados que encontravam para as poses das fotos. O aumento de possibilidades, à medida que se acrescentavam mais alunos ao grupo, pareceu surpreendê-los. Convém ressaltar que esse exemplo acabou trazendo ao grupo uma motivação que eu não esperava: naquela semana, estavam sendo realizadas as fotos das turmas, que seriam utilizadas na composição da publicação “CMPA em Revista (*Hyloea*)”. O principal comentário seria a quantidade de poses diferentes que poderiam ser feitas numa turma com cerca de trinta alunos.

A atividade foi interrompida às 10h 15min, em virtude da utilização da sala para aulas de recuperação da disciplina de História. Convidei os alunos a descer para o pátio e, embaixo de uma das figueiras, passamos a discutir duas questões: “Quantos carros podem ser emplacados no sistema de identificação atual?”; e “Quantos telefones celulares que iniciam com o prefixo 81 existem?”. Apesar das acomodações – os bancos localizados embaixo das figueiras do pátio da escola – os alunos mantiveram o interesse pela discussão proposta.

5.3.4 Conclusões do professor: expectativas *versus* observações

O fato de terem sido “perdidos” dois participantes já no segundo encontro era esperado. Principalmente pelo fato de os mesmos não terem encontrado espaço para as suas sugestões quanto à natureza das atividades do grupo de estudos, onde não haveria espaço para atividades de caráter meramente classificatório ou meritocrático, bem como qualquer tipo de relação de precedência ou hierarquia entre aqueles que participam das atividades.

No final do encontro, conversei com a aluna cujo comportamento, de certa forma, “atrapalhou” o desenvolvimento de algumas das atividades propostas ao grupo. No dia seguinte, procurei mais informações a seu respeito junto à Supervisão Pedagógica. Muitas foram as informações apresentadas: um diagnóstico de hiper-atividade, a indicação para uma série de atividades complementares de recuperação (“obrigatórias”), uma relação familiar delicada, entre outras. Com pesar, solicitei ao professor-coordenador responsável pelo 6º ano que a aconselhasse a, num primeiro momento, tentar resolver suas pendências com as disciplinas da série para, depois, engajar-se nas atividades extracurriculares propostas pelo grupo de estudos. Pela primeira vez, passei a refletir sobre o processo de Educação Inclusiva que também gostaria de associar às atividades do GEMaTh.

Os alunos pareciam compreender os Princípios de Contagem, além de saberem aplicá-los corretamente na resolução dos problemas propostos. Entretanto, havia a necessidade de que fossem explorados outros problemas para que eu pudesse estar certo dessa observação.

5.4 O 3º ENCONTRO (23 out. 2006)

5.4.1 Planejamento das atividades

Nesse terceiro encontro, eram esperados seis, dos sete alunos que participaram das atividades na semana anterior. Devido a alguns fatos relatados na seção anterior, uma das alunas foi aconselhada a não participar das atividades do grupo de estudos, enquanto estivesse envolvida em outras atividades de caráter obrigatório no CMPA.

As atividades estavam previstas para iniciarem às 9h 10min e terminarem às 11h 30min.

Em virtude do problema ocorrido no encontro anterior, em relação à utilização de uma sala de aula reservada a atividades de outra disciplina, passamos a utilizar uma das salas de aula destinadas ao ensino de língua estrangeira. Apesar de serem menores que as salas usuais do CMPA, possuem quadro branco, cadeiras estofadas e ar-condicionado. Nenhum dos alunos reclamou sobre essa mudança.

O material de apoio didático-pedagógico, que está no Anexo B, seria uma seleção com treze problemas sobre os Princípios de Contagem. Na resolução desses problemas, era necessário que os alunos utilizassem o Princípio Multiplicativo, analisando outras hipóteses necessárias à resolução dos mesmos. Pela primeira vez, utilizaria problemas que foram propostos na OBMEP-2005.

Mais uma vez, a principal atividade desse encontro seria a proposição, por parte dos alunos, de soluções para os problemas propostos, sendo esperado que fossem necessárias poucas intervenções da minha parte.

5.4.2 Objetivos e expectativas do professor

O principal objetivo desse encontro era a análise das soluções propostas pelos alunos para os problemas. Havia a necessidade de se verificar se os mesmos realmente compreenderam o Princípio Multiplicativo ou se apenas mecanizaram um procedimento de multiplicação das quantidades envolvidas no problema.

Era esperado que, na resolução dos Problemas 1 até 5, não fosse necessário nenhuma intervenção do professor, sendo possível evidenciar se houve a compreensão do Princípio Multiplicativo.

A resolução dos problemas 6 e 7, os quais tratavam sobre resultados possíveis em lançamentos de moedas e dados, seria bastante interessante. Era esperado que os alunos pudessem, mediante algum auxílio (de minha parte ou dos colegas), aplicar corretamente o Princípio Multiplicativo. Procuraria incentivá-los a escrever aquelas soluções que eles julgassem possíveis, ajudando-os a organizar seus esquemas de escrita. Usando moedas e dados “verdadeiros”, motivaria os alunos a procurarem, em suas anotações, os resultados que eles mesmos obtivessem em seus lançamentos.

Na resolução do Problema 8, sobre o sistema de emplacamento de automóveis, esperava-se que fossem lembradas as discussões que acabaram sendo “improvisadas” no encontro anterior – aquelas realizadas à sombra das figueiras no pátio do CMPA.

O Problema 9 seria proposto devido à proximidade do encontro com a data do “Concurso de Admissão ao CMPA”. Esperava-se que, no cálculo do número de “gabaritos” possíveis, o Princípio Multiplicativo fosse aplicado adequadamente, embora pudesse ser necessária a intervenção do professor no item que propõe a estimativa do resultado obtido ($5^{20} \cong 1.000.000.000.000$).

Seria interessante observar as reações dos alunos diante dos problemas que foram propostos na OBMEP-2005.

5.4.3 Observações do professor durante a atividade

Um total de quatro alunos participou desse encontro. Procurei informações sobre a ausência de dois alunos que participaram dos outros encontros. Os motivos foram diferentes: um deles preferiu participar das atividades propostas pelo Clube de Matemática, enquanto que o outro me disse que precisou ficar estudando em sua casa. Naquele momento, passei a ficar um pouco mais preocupado com a continuidade do projeto, uma vez que faltava menos de um mês para o término do ano letivo no CMPA.

Um dos alunos pediu que eu o ajudasse a resolver o Problema 3 proposto na lista complementar entregue no encontro anterior. Convidei-os a analisar o problema que falava sobre a codificação em barras presente na maioria dos produtos comercializados regularmente. Um deles mostrou sua cola em bastão que possuía um Código de Barras; outro mostrou uma caixa de pastilhas contra irritações na garganta que também tinha um código de barras impresso. Analisamos a quantidade de códigos que poderiam ser escritos segundo a sistemática (simplificada) proposta pelo problema (126). Por sorte, na caixa das pastilhas, havia algo escrito em *Braile*. Convidei-os a analisar quantos símbolos poderiam ser escritos a partir do padrão proposto pelo Código *Braile*.

A resolução dos cinco primeiros problemas propostos foi realizada pelos próprios alunos. Na resolução do problema sobre a formação da senha de acesso ao *Orkut*, surpreendeu-me o fato de que alguns deles não tinham oportunidade de acessar a *Internet* com regularidade. Assumi o compromisso de utilizar o Laboratório de Informática nos próximos minicursos a serem organizados pelo GEMaTh.

Durante a análise dos resultados obtidos na resolução do primeiro item do Problema 7 ($5^3 = 125$), percebi a dificuldade que os alunos encontravam para escrever a seqüência dos números obtidos em ordem crescente. Apesar de temer a utilização do algarismo zero, propus a mesma atividade utilizando todos os algarismos de nosso sistema de numeração decimal, parecendo que o resultado obtido ($9.10^2 = 900$) foi aceito pelos alunos com maior naturalidade.

Antes de solicitar aos alunos que resolvessem o Problema 6, utilizei algumas moedas de R$ 0,50 e procurei acompanhá-los enquanto escreviam e verificavam os resultados possíveis no lançamento de uma, duas e três moedas. Um dos alunos escreveu os dezesseis resultados possíveis no lançamento de quatro moedas no quadro, sendo ajudado pelos seus colegas nesse processo. Foi muito interessante ouvir um dos alunos afirmando que era “impossível” obter um resultado com uma seqüência de quatro caras para, em seguida, outro complementar que era “difícil”, mas não “impossível” – outra agradável surpresa que o trabalho com os alunos do GEMaTh me proporcionou.

Não houve muita discussão na análise dos resultados obtidos no lançamento de dados. Aproveitando as discussões que ocorreram durante a análise do problema sobre o lançamento de moedas, escrevi, no quadro, na forma de uma matriz quadrada de ordem seis, todos os resultados possíveis no lançamento de dois dados. Em seguida, fiz o seguinte questionamento: “Quando lançamos dois dados, o que é mais fácil: que a soma das faces voltadas para cima seja dois ou que a soma das faces voltadas para cima seja sete?”. Pareceu-me que a idéia de que “mais fácil” deveria ser relacionada com um maior número de resultados possíveis ficou evidente para os alunos.

Não sobrou tempo para que os problemas da OBMEP-2005 fossem discutidos em sala de aula e pedi que os alunos tentassem resolvê-los em suas casas.

Esse foi o primeiro encontro em que ficamos reunidos até às 11h 30min: foram mais de duas horas! Os outros encontros costumavam terminar às 10h 45min. Pela primeira vez, observei que todos os alunos pareciam estar cansados.

5.4.4 Conclusões do professor: expectativas *versus* observações

Apesar do reduzido número de alunos, esse foi um dos encontros mais significativos que mantivemos. Pude acompanhar o que cada um deles escrevia, fiz perguntas, pude observar suas reações, ficando claro que, pelo menos um deles, utilizou o material de apoio didático-metodológico em sua casa.

Os alunos eram bastante organizados ao escreverem suas soluções em seus cadernos. Um deles tinha o cuidado especial em, inclusive, separar todas as etapas de resolução: grifava palavras e soluções, fazia apontamentos e parecia organizar seu material para consultas futuras.

Era necessário organizar alguma atividade ou minicurso que utilizasse recursos computacionais: talvez, a proposição da construção cooperativa de uma *home-page* para o GEMaTh.

Os problemas que envolviam o Código de Barras e o Código Braile parecem ter despertado bastante o interesse dos alunos. Talvez seja interessante buscar outros exemplos que utilizem essa mesma temática.

Após o desenvolvimento das atividades previstas nesse encontro, eu passei a ter a convicção que o grupo de alunos havia compreendido a utilização do Princípio Multiplicativo. O próximo passo foi a tentativa de avançar no processo de análise e resolução de outros problemas de contagem, nos quais as trocas de ordem dos grupos formados não seria relevante (combinações).

5.5 O 4º ENCONTRO (30 out. 2006)

5.5.1 Planejamento das atividades

Esse encontro seria acompanhado pelo professor orientador deste trabalho.

As atividades estavam previstas para iniciarem às 9h 10min e terminarem às 11h 30min.

Nesse quarto encontro, eram esperados os seis alunos que deveriam ter participado das atividades na semana anterior. Entretanto, a proximidade com as provas finais e a festa de encerramento das atividades do Clube de Matemática, poderia afastar alguns deles de nossas atividades.

O material de apoio didático-pedagógico, que está no Anexo B, seria uma seleção de algumas situações-problema de relativa complexidade. Na resolução das mesmas, seria necessária a utilização do Princípio Multiplicativo, entretanto, algumas das situações propostas possuíam uma característica que ainda não havia sido explorada nos encontros anteriores: o fato de que as soluções possíveis eram constituídas de diferentes agrupamentos onde a ordem em que os elementos são dispostos não fazia diferença no processo de contagem das possibilidades existentes.

5.5.2 Objetivos e expectativas do professor

Devido à dificuldade encontrada no encontro anterior, em relação ao conceito de "senha", as atividades seriam iniciadas com proposições bastante simples, que diferiam na quantidade de letras utilizadas na montagem de uma senha, bem como na forma como as mesmas seriam escolhidas. Motivaria os alunos a escreverem algumas dessas senhas, perguntando quais poderiam ser consideradas "melhores" que outras.

No cálculo do número de jogos que seriam realizados no Campeonato Brasileiro de Futebol, esperava que os alunos não encontrassem maiores dificuldades. Entretanto, esse problema seria bastante interessante para que se pudesse introduzir a idéia de que a ordem dos elementos num agrupamento pudesse ser importante ou não. A diferença evidente entre o "jogar em sua casa" e "jogar na casa do adversário" deveria ser ressaltada, sendo possível que houvesse a necessidade de uma "simulação" de uma parte da tabela de jogos do campeonato.

O problema onde seria proposta a escolha de dois alunos, dentre um grupo de cinco, era a parte fundamental desse encontro. Era esperado que os alunos que participavam das atividades utilizassem o Princípio Multiplicativo, respondendo que os alunos mencionados no problema poderiam ser organizados em $5 \times 4 = 20$ grupos diferentes. Ao convidar os alunos a escreverem todas essas possibilidades, seria possível discutir o fato de que esses grupos estavam duplicados, levando-os à conclusão de que a resposta adequada ao problema era, na verdade, dez grupos diferentes.

O problema no qual era proposta a montagem de triângulos a partir da escolha de cinco pontos distintos colocados sobre uma circunferência, poderia levar a uma passagem bastante interessante. Poderia ser esperado que, mais uma vez, os alunos aplicassem o Princípio Multiplicativo, chegando à resposta $5 \times 4 \times 3 = 60$ triângulos. Depois disso, esperava-se que, novamente, eles dividissem o resultado por dois, chegando a trinta triângulos $\left(\frac{5\times 4}{2\times 1}=15\right)$. Passaria, então, a discutir a hipótese de quantas trocas de ordem poderiam ser feitas em agrupamentos de dois elementos, passando a agrupamento de três elementos. Ao verificarem que o $\Delta ABC \approx \Delta ACB \approx \Delta BAC \approx \Delta BCA \approx ...$, era esperado que eles pudessem compreender que existiam seis trocas de ordem possíveis, devendo dividir o resultado obtido por seis $\left(\frac{5\times 4\times 3}{3\times 2\times 1}=10\right)$. Na determinação do número de quadriláteros, era esperado que, após a aplicação do Princípio Multiplicativo, $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$, o resultado obtido fosse dividido por 24 $\left(\frac{5\times4\times3\times2}{4\times3\times2\times1}=5\right)$ e que a resposta obtida, apenas cinco quadriláteros, pudesse ser facilmente escrita pelos alunos.

A proposição do problema que perguntaria quantos são os resultados possíveis para o sorteio da Mega-sena seria um tanto inadequada, em virtude de que valor a ser obtido é muito grande (50.063.860). Além disso, haveria a possibilidade dos alunos não conhecerem o funcionamento dessa loteria de números.

Aproveitando o fato de que iríamos trabalhar, com mais freqüência, com resultados numéricos que extrapolam a nossa percepção usual, utilizaria um problema proposto pela 25ª OBM. Esse problema utiliza um número muito grande, relacionando-o com outras grandezas de forma bastante interessante. É possível que nenhum dos alunos do GEMaTh possa imaginar que cem milhões de folhas de papel empilhadas têm praticamente a mesma altura do Monte Everest (8.848 m).

5.5.3 Observações do professor durante a atividade

Apenas três alunos participaram desse encontro e, pela primeira vez, eles estavam atrasados. Após esperar alguns minutos, decidi procurá-los no colégio. Não precisei ir muito longe, estavam todos sentados no corredor, próximos à sala de aula, e não entraram apenas porque a porta estava fechada.

Não os havia avisado sobre a presença do meu orientador na atividade. Entraram na sala de aula, parecendo surpresos. Ao apresentá-lo, disse-lhes que ele estaria apenas acompanhando nossas discussões, não havendo nenhuma manifestação a respeito por parte dos alunos.

Distribui o material, procurando conversar um pouco antes de iniciar as atividades. Perguntei se estavam acompanhando as atividades da “Feira do Livro de Porto Alegre”. Um dos alunos sentiu-se bastante à vontade em relatar quais os livros que havia adquirido na feira. A partir disso, decidi continuar o trabalho sem maiores problemas.

Passamos a discutir o problema da construção de senhas. Um dos alunos fez referência às letras utilizadas no teclado, uma referência clara a um dos “gritos-de-guerra” dos alunos: “CMPA BRASIL!”. Após algumas críticas em relação à organização do teclado, passamos a resolver os problemas. Conforme o esperado, o Princípio Multiplicativo foi aplicado de forma adequada e, nesse momento, procurei verificar o que escreviam em seus cadernos: invariavelmente, escreviam suas soluções de forma precisa, clara e organizada.

Passamos a discutir o problema sobre a quantidade de jogos do Campeonato Brasileiro de Futebol. Conforme imaginei, a aplicação do Princípio Multiplicativo foi realizada da forma esperada: um total de $20 \times 19 = 380$ jogos. Passei a utilizar os termos “turno” e “returno” para indicar os casos em que uma equipe jogava, respectivamente, em sua casa e na casa do adversário. Fiz o possível para deixar claro que a inversão do mando de campo trazia relativa vantagem a alguma das equipes.

Passamos à resolução de um dos problemas mais importantes da atividade – quantas duplas poderiam ser montadas a partir de um grupo de cinco alunos – e, conforme o esperado, os alunos aplicaram o Princípio Multiplicativo, encontrando $5 \times 4 = 20$ duplas como resposta para o problema. Perguntei se eles tinham certeza se aquela era a resposta para o problema, mas estavam bem menos falantes que o normal. Talvez pela presença do meu orientador ou por não estarem certos sobre a resposta a minha pergunta. Escrevi as iniciais dos nomes dos alunos no quadro. Em seguida, pensei em convencê-los a escrever as vinte possibilidades que haviam calculado há pouco, mas desisti por temer aborrecê-los com a proposta. Assim, eu mesmo escrevi as vinte possibilidades, com o cuidado de dispô-las em duas linhas nos quais os resultados eram meramente invertidos, conforme a disposição abaixo.

AB	AC	AM	AP	BC	...	MP
BA	CA	MA	PA	CB	...	PM

Ao serem questionados se a dupla onde estavam Adriana e Bruna (AB) era diferente daquela onde estavam Bruna e Adriana (BA), responderam que não. Não senti muita convicção nessa resposta. Temia que apenas estivessem concordando com o “professor”.

Uma vez que não fiquei convencido com as respostas obtidas às perguntas que havia feito aos alunos, relacionadas com o problema anterior, solicitei aos mesmos que considerassem uma nova hipótese no problema: que fossem formados trios de alunos para apresentar o trabalho. No quadro-de-giz, procurei resolver o problema junto com os alunos. Ao aplicarmos o Princípio Multiplicativo, encontramos $5 \times 4 \times 3 = 60$ trios de alunos. Ao escrever um dos resultados possíveis, discutimos o porquê das seis trocas de ordem que eram possíveis de ser realizadas com cada um dos grupos de três alunos escolhidos. Mais uma vez enfatizei a utilização do princípio de contagem.

ABC ACB BAC BCA CAB CBA

Passei à análise da construção de triângulos com os cinco pontos colocados sobre uma circunferência. Ao contrário dos outros encontros, os alunos não pareciam estar certos sobre as repostas que davam aos meus questionamentos e, muitas vezes, pareciam apenas concordar com algumas das afirmações feitas por mim. A resolução desse problema pareceu ser entendida perfeitamente: a aplicação do Princípio Multiplicativo ($5 \times 4 \times 3 = 60$), seguida da divisão por seis ($3 \times 2 \times 1 = 6$), resultando em apenas dez possibilidades $\left(\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10\right)$ que foram escritas no quadro. Até aquele momento, não houve nenhuma observação por parte dos alunos.

A passagem para o cálculo do número de quadriláteros que poderiam ser formados não ocorreu. Houve a aplicação do Princípio Multiplicativo ($5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$), entretanto a necessidade da divisão por 24 parece não ter sido compreendida pelos alunos. Decidi não insistir, pois corria o risco de apenas induzir a mecanização do processo e, para concluir as atividades, apenas tentei mostrar que era possível obter a quantidade de quadriláteros que poderiam ser formados (quatro), apenas escolhendo cada um dos cinco pontos que deveria ser descartado.

ABCDE   ABCDE   ABCDE   ABCDE   ABCDE

Uma vez que alguns aspectos relacionados ao número de chances que determinado evento tinha de acontecer, propus alguns questionamentos “finais” aos alunos. Usando um pequeno saco, onde havia sete bolinhas vermelhas e três bolinhas azuis, realizei várias retiradas de bolinhas (com reposição), observando os resultados obtidos. Após assegurar que não estava utilizando nenhum truque, fiz algumas perguntas: “Qual é o total de bolinhas?”; “Quantas são as bolinhas vermelhas? E as azuis?”; “O que é mais fácil ocorrer: a retirada de uma bola azul ou de uma bola vermelha?”; “Quantas chances eu tenho de retirar uma bolinha vermelha? E uma bolinha azul?”.

Nesse momento, um dos alunos falou numa “probabilidade de 70%” de retirada de uma bolinha vermelha. Mais uma agradável surpresa proporcionada pelos alunos do GEMaTh.

Não resolvemos o problema que tratava sobre a quantidade de resultados da Mega-sena, pois os alunos pareciam bastante cansados. Pensando nas atividades do próximo encontro, pedi a eles que, se fosse possível, procurassem cartões de loterias de números em alguma casa lotérica nas proximidades do colégio e trouxessem para o nosso próximo encontro.

5.5.4 Conclusões do professor: expectativas *versus* observações

Mais uma vez, houve um reduzido número de alunos participando das atividades. É necessário criar as condições necessárias para que, no futuro, o grupo de estudos possa iniciar suas atividades com um número maior de participantes. Nesse sentido, é necessário evitar que as atividades do GEMaTh coincidam com as atividades do Clube de Matemática.

Os alunos participaram bem menos das atividades do que de costume. É possível que tenham ficado um pouco envergonhados com a presença do meu orientador.

Acredito que seja necessário que aprofundemos as idéias sobre a construção de agrupamentos onde as trocas de ordem não são relevantes. Outros exemplos são necessários para que esse conceito seja adequadamente construído e consolidado.

Por falta de cuidado, não percebi a que horas nosso encontro terminou.

5.6 O 5º ENCONTRO (06 out. 2006)

5.6.1 Planejamento das atividades

Esse encontro também seria assistido pelo professor orientador deste trabalho.

Nesse quinto encontro eram esperados, no mínimo, os alunos que participaram das atividades na semana anterior. Mais uma vez, a proximidade com as provas finais poderia afastar alguns deles de nossas atividades.

O material de apoio didático-pedagógico utilizado, que está no Anexo B, foi um texto com uma análise detalhada de vários aspetos da Mega-sena. A principal idéia era a proposição de um sorteio hipotético, passando a analisar algumas questões importantes: “A ordem que as dezenas são sorteadas é relevante?”; “Quantos são os resultados possíveis para o sorteio da Mega-sena?”; “Se o apostador marcar sete dezenas em seu cartão, com quantos jogos ele estará concorrendo?”; “E, se o apostador marcar oito dezenas?”.

5.6.2 Objetivos e expectativas do professor

Com a proposição dessas atividades, era esperado que os alunos pudessem perceber a importância do fato de que, em alguns problemas, a troca de ordem entre os elementos de um determinado agrupamento, não fazia nenhuma diferença e não deveria ser levada em consideração num procedimento de contagem.

É importante observar que os resultados obtidos poderiam ser comparados com as informações disponíveis no verso dos cartões de aposta e no site da Caixa Econômica Federal, que foi reproduzido no material de apoio didático-metodológico.

Além disso, era importante que o aluno percebesse a relação existente entre o número de dezenas marcadas no cartão e o valor pago pela aposta.

5.6.3 Observações do professor durante a atividade

Devido ao fato de os alunos não compareceram ao encontro, as atividades não foram realizadas e nenhuma observação foi feita.

5.6.4 Conclusões do professor: expectativas *versus* observações

O fato de nenhum aluno ter comparecido às atividades desse encontro deve ser analisado com cuidado. Em virtude da proximidade das provas finais do 4º bimestre, é razoável que os alunos envolvidos no projeto tenham preferido preparar-se melhor para as provas. É importante ressaltar que todos possuíam um histórico de comprometimento e zelo com as tarefas escolares. Na organização das atividades propostas pelo GEMaTh, nunca houve a preocupação com eventuais problemas de pontualidade e assiduidade.

É necessário avaliar a possibilidade de que esses mesmos alunos venham a participar das próximas atividades a serem organizadas pelo GEMaTh. Além disso, é necessário que seja avaliada a hipótese de que sejam incluídos, nessas atividades, outros alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental.

Além disso, era importante escolher dias e horários adequados às atividades, evitando a coincidência com outras atividades que também pudessem interessar a esses alunos.

5.7 O MINICURSO “RAZÕES, PROPORCIONALIDADE E PORCENTAGEM”

No primeiro semestre de 2007, foi realizado o minicurso “Razões, Proporcionalidade e Porcentagem”.

Participaram dos cinco encontros previstos, os mesmos alunos envolvidos nas atividades do segundo semestre de 2006. E, como um indicativo positivo do trabalho desenvolvido anteriormente, a maioria deles compareceu a todos os cinco encontros desse minicurso.

Durante o desenvolvimento das atividades, constatei que os alunos não encontravam maiores dificuldades no estudo das proporções e no cálculo de porcentagem e, algumas vezes, tive a oportunidade de propor questões mais complexas em relação a esses conceitos, como, por exemplo, a noção de juro composto. Nesse sentido, os problemas da OBMEP, que envolviam proporcionalidade e porcentagem, puderam ser utilizados com a intenção de consolidar e aprimorar a construção desses importantes conceitos pelos alunos. Assim, o alicerce de um “conhecer matemático” foi sendo, cada vez mais, reforçado junto àqueles que participavam das atividades do GEMaTh.

Além disso, a partir da utilização de problemas de “Matemática Financeira” – multas por pagamentos de faturas em atraso, descontos e reajustes simples – foi possível oferecer, aos alunos dos GEMaTh, a possibilidade de utilizarem seu “conhecer matemático” na solução de problemas aplicados a práticas usuais no comércio. Assim, foi possível criar as condições necessárias ao exercício de um “conhecer tecnológico”.

Da mesma forma, as discussões desencadeadas pela resolução dos problemas propostos, bem como as discussões acerca dos resultados obtidos, levaram os alunos ao exercício de um “conhecer reflexivo”. A análise cuidadosa dos engodos utilizados em algumas operações comerciais, a constatação de que anúncios de publicidade desrespeitam a legislação vigente, ao não informar o CET da operação de crédito, e o entendimento do complexo algoritmo de cálculo do ICMS, muitas vezes surpreenderam os alunos.

Esse trabalho pode fornecer os subsídios necessários a futuras discussões, por parte dos alunos, sobre análise de ações de governo, tais como: a fixação de taxas de juros, a concessão de financiamentos habitacionais, as políticas de crédito para os produtores rurais, a taxa de câmbio adotada e sua influência sobre o comércio exterior, as políticas de investimento em saneamento básico e medicina preventiva, o investimento em educação e infra-estrutura etc. Ao dispor das ferramentas necessárias para analisar e julgar ações de governo, o aluno-cidadão estará exercendo sua “competência democrática”.

> No mundo da história, da cultura, da política, *constato* não para me *adaptar*, mas para *mudar*. [...] Constatando, nos tornamos capazes de *intervir* na realidade, tarefa incomparavelmente mais complexa e geradora de novos saberes do que simplesmente a de nos adaptarmos a ela. [...] Não é na resignação, mas na *rebeldia* em face das injustiças que nos afirmamos. (FREIRE, 2002, p. 85-87)

Além disso, é importante observar que a Matemática utilizada no planejamento das atividades serviu como elemento “catalisador” de um projeto de Educação Inclusiva. A partir da participação nos minicursos, os alunos tiveram a possibilidade de compreender e utilizar as ferramentas necessárias à solução dos problemas, além de levantarem hipóteses e construírem os argumentos necessários à análise dos mesmos. Isso fortaleceu o espírito crítico desses alunos, bem como incrementou sua capacidade de mobilização e trabalho em grupo.

As atividades propostas, nos minicursos organizados pelo GEMaTh, sempre tiveram a intenção de orientar os alunos à análise, à interpretação e à organização dos diferentes conhecimentos – matemático, tecnológico e reflexivo – em busca de reflexões e ações que não levem, apenas, à reprodução de um cotidiano de injustiças sociais.

Quando vejo os alunos do GEMaTh juntos, no pátio na escola, sorrio. Quando, de longe, me acenam, imagino que estão felizes. Eu também estou, porque imagino que dias melhores virão ao povo brasileiro.

> Talvez seja um fato histórico recente que a educação matemática possa desempenhar um papel crítico ligado à natureza das formatações das sociedades de hoje: a “alfabetização matemática” pode agora vir a ser um poder crítico. Isso confere *significado* (analítico) para o projeto de relacionar educação matemática e desenvolvimento democrático, embora o projeto possa não ser concretizável: não é óbvio que a educação possa ser transformada em uma força social progressiva e forte. Porém é *possível*. (SKOVSMOSE, 2005, p. 96)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Numa das reuniões de trabalho que mantive com meu orientador, conversávamos sobre alguns ajustes na estrutura do texto desta dissertação, bem como sobre suas expectativas em relação à data para defesa da mesma junto à Banca Examinadora. Durante nossa conversa, relatei minha apreensão em relação a esse momento decisivo que, de certa forma, marcaria o final do ciclo de desenvolvimento deste trabalho. Meu orientador disse, acredito que com a intenção de me tranqüilizar, que eu não deveria me preocupar com isso, mas sim em estar preparado para responder a uma simples questão: “Sobre o que trata o teu trabalho?”.

Talvez pela objetividade do questionamento, confesso que não pude respondê-lo adequadamente naquele dia – é provável que o orientador tenha percebido isso. Diante dessa situação desconfortável, passei algum tempo tentando elaborar aquela que eu consideraria a “melhor resposta possível” para a pergunta fundamental sobre o resultado de mais de três anos de trabalho.

Muito refleti sobre essa pergunta e, neste momento, decidi não respondê-la.

Ao invés disso, proponho uma outra questão que, no meu entendimento, pode ajudar a compreender melhor o trabalho descrito nesta dissertação: “O que este trabalho fez comigo?”

Lembro que a motivação inicial deste trabalho foi a elaboração de um conjunto de atividades dedicadas àqueles alunos que não apresentavam dificuldades de aprendizagem em Matemática, utilizando, como ferramenta de apoio didático-metodológico, problemas propostos em Olimpíadas de Matemática. A partir da minha experiência profissional, constatei que alunos, com os quais trabalhei, não têm suas habilidades matemáticas exploradas adequadamente pelas escolas. A partir dessa constatação, apresentei uma crítica a uma Escola que concentra a maior parte de sua estrutura e esforço no cumprimento das atividades previstas pela grade curricular e na solução de problemas de aprendizagem. Além disso, minha preocupação com esses alunos manifesta a convicção de que os mesmos, se oferecidas as oportunidades, bem como criadas as condições necessárias ao desenvolvimento de suas habilidades, poderão compor os futuros quadros técnicos, científicos, humanísticos e artísticos de nossa sociedade. Essas pessoas poderão ajudar a constituir o capital intelectual do país. Serão os responsáveis pela consolidação da pesquisa, pelo desenvolvimento de produtos e inovações nas áreas de tecnologia, pela gestão pública, pela prestação de serviços, pela produção nas artes plásticas, na música e na literatura, e pelos trabalhos vinculados à análise e à compreensão da realidade social brasileira, que são imprescindíveis ao desenvolvimento econômico e social de nossa nação.

A estratégia de utilização de questões de Olimpíadas de Matemática me levou a um encontro, apaixonado, com alguns dos mais conceituados historiadores da Matemática. Além disso, foi necessário desatar uma série de nós da rede mundial de computadores, em busca das informações sobre a organização das primeiras Olimpíadas de Matemática, uma vez que não consegui encontrar informações sobre as mesmas na "literatura convencional". Pude conhecer o trabalho formidável de professores brasileiros que, com a contribuição do MCT, da SBM e do IMPA, puderam agregar, à concepção "tradicional" das Olimpíadas de Matemática, o caráter de vanguarda manifestado na OBMEP, concebendo-a como "um projeto de inclusão científica e social" (OBMEP, s.d., p.1).

Minha preocupação em poder contribuir com o aprimoramento das competências matemática e tecnológica dos alunos, principal foco deste trabalho, me levou à discussão sobre a formação de quadros. Pude aprofundar a discussão sobre importantes questões levantadas por autores que vinculam a qualificação dos profissionais e pesquisadores, que compõem os quadros técnico-científicos, ao desenvolvimento da pesquisa e, conseqüentemente, da capacidade de inovação e produção tecnológica que pode ser associada a um país. Reforcei minhas convicções sobre o fato de que essa capacidade é essencial ao estabelecimento de um parque industrial voltado ao desenvolvimento de produtos com grande valor agregado, como aeronaves, componentes eletrônicos, *softwares*, procedimentos industriais, sementes resistentes a pragas, além de incrementar o capital intelectual do país. Pude conhecer a história de empresas como a PETROBRAS, a EMBRAER, a EMBRAPA e a WEG Motores, que se tornaram exemplos formidáveis das práticas de valorização e investimento na formação de pesquisadores responsáveis pela pesquisa e desenvolvimento de tecnologias, técnicas e produtos.

É importante ressaltar que essas idéias puderam ser aprimoradas durante o desenvolvimento deste trabalho. E, na busca desse aprimoramento, outras importantes questões, justificadas por sólidos referenciais acadêmicos, puderam ser agregadas às concepções iniciais do trabalho.

A discussão sobre Educação Inclusiva foi adiada até o momento em que pude visualizar sob qual perspectiva o trabalho descrito nesta dissertação poderia ser implementado. Não se pode negar que, na sua concepção inicial, o projeto propunha uma série de ações e atividades que pareciam contrariar uma premissa fundamental da Educação Inclusiva, proposta por Rodrigues (2004, p. 301), que é "[...] antes de mais, rejeitar, por princípio, a exclusão (presencial ou acadêmica) de qualquer aluno da comunidade escolar". Nesse sentido, cheguei a considerar a hipótese de que a proposta de trabalho apresentada à Comissão de Pós-graduação pudesse ser considerada não inclusiva, pois não havia a preocupação inicial de que todos os alunos participassem das atividades a serem desenvolvidas.

Assim, procurei encontrar argumentos que me ajudassem a convencer as pessoas de minhas "boas intenções". Entretanto, me dispunha em concentrar tempo e esforço no desenvolvimento de atividades que tinham como público-alvo um pequeno grupo de alunos que se destacava pelos resultados em avaliações de caráter quantitativo. O rótulo de atividade não inclusiva era quase inevitável. As boas intenções não conseguiriam minimizar o fato de eu me preocupar em escolher os "melhores" alunos do CMPA. Na verdade, a questão da Educação Inclusiva não me preocupava até aquele momento, tampouco era o objetivo inicial do trabalho.

Nesse sentido, a utilização da TIM como suporte teórico à hipótese da construção das condições necessárias ao desenvolvimento da "inteligência lógico-matemática", atendendo às expectativas e à diversidade existente na espécie humana, possibilitaria um caráter "politicamente correto" às atividades propostas. Gardner (2000, p.14) define a inteligência como um potencial que pode ser aprimorado nos indivíduos, a fim de que os mesmos sejam capazes "[...] de resolver problemas ou elaborar produtos que sejam valorizados em um ou mais ambientes culturais ou comunitários". Conforme foi relatado no Capítulo 3, Gardner define sete competências intelectuais que possuem processos cognitivos e sistemas simbólicos próprios, defendendo a idéia de que os seres humanos dispõem de graus variados de cada uma dessas inteligências. Além disso, ressalta que, apesar dessas inteligências serem independentes umas das outras, elas raramente atuam isoladamente. Antes disso, essas inteligências atuam de forma integrada em busca da solução de problemas e do desenvolvimento de produtos.

A partir da TIM, Gardner pressupõe que todos os indivíduos têm a capacidade de questionar e procurar respostas usando todas as inteligências, que fazem parte de sua "bagagem genética": a princípio, todos têm certas habilidades básicas em todas as inteligências. Entretanto, a linha de desenvolvimento de cada uma delas será determinada tanto por fatores genéticos quanto por condições ambientais. Isso leva à necessidade de conceber uma Escola que reconheça e valorize a diversidade existente entre seus alunos, criando as condições necessárias ao desenvolvimento dessas inteligências. Nesse sentido, Gardner (2000, p. 16) faz referência a uma "escola centrada no indivíduo".

> Em minha opinião, o propósito da escola deveria ser o de desenvolver as inteligências e ajudar as pessoas a atingirem objetivos de ocupação e passatempo adequados ao seu espectro particular de inteligências. As pessoas que são ajudadas a fazer isso, acredito, se sentem mais engajadas e competentes, e, portanto, mais inclinadas a servirem à sociedade de uma maneira construtiva. Estas idéias, [...] conduziram à noção de uma escola centrada no indivíduo, voltada para um entendimento e desenvolvimento ótimos do perfil cognitivo de cada aluno.

Além disso, a partir da TIM seria possível interpretar que o grupo de estudos, que eu pretendia organizar, poderia ser considerado uma “experiência cristalizadora”, caracterizada como um ambiente que favoreceria a descoberta e o exercício de uma determinada inteligência, colaborando com que a mesma fosse aprimorada. Gardner (2000, p. 32) ressalta a importância dessas experiências no processo de desenvolvimento das inteligências.

> Quando uma experiência dessas ocorre, [...] o indivíduo reage abertamente a alguma qualidade ou aspecto atraente de uma determinada área. Imediatamente, ele sofre uma forte reação afetiva; sente uma afinidade especial com aquela área [...]. A partir de então, em muitos casos, o indivíduo continua a trabalhar naquela área, e, valendo-se de um poderoso conjunto de inteligências adequadas, atinge uma alta capacidade naquele campo num ritmo relativamente rápido. [...] encontros especificamente planejados com materiais, equipamentos ou outras pessoas podem ajudar uma criança a descobrir o seu próprio *métier*.

A partir desse momento, a proposta de trabalho assumia uma hipótese otimista de que suas premissas eram justas e de que seu resultado era adequado às expectativas da TIM: com a inserção de um grupo de alunos motivados, num espaço institucional onde o conhecimento matemático fosse valorizado, era esperado que estivessem estabelecidas as condições necessárias ao desenvolvimento da inteligência lógico-matemática.

Entretanto, se fez necessário que outros referenciais teóricos fossem reconhecidos para que o trabalho pudesse ser compreendido como uma proposta de Educação Inclusiva. Nesse sentido, pude observar que o fato de estabelecer as condições necessárias à criação de um espaço institucional onde se pudessem reunir alunos interessados em aprofundar seus estudos em Matemática, seria uma estratégia adequada à concepção de Educação Inclusiva proposta por Rodrigues (2004, p. 302).

> [...] a escola que pretende seguir uma política de educação inclusiva (EI) desenvolve políticas, culturas e práticas que valorizam a contribuição ativa de cada aluno para a formação de um conhecimento construído e compartilhado – e, de certa forma, atinge a qualidade acadêmica e sociocultural sem discriminação.

Seguindo essa perspectiva, Magalhães e Stoer (2004, p. 68-72), criticam um processo de inclusão através da uniformização e da erradicação das diferenças existentes entre os indivíduos, defendendo políticas de Educação Inclusiva que assegurem, aos alunos, o seu "direito à diferença, sendo o processo de inclusão fundado precisamente nela", tratando-se do "reconhecimento da emergência de uma nova ontologia social que constrói a inclusão com base naquilo que as pessoas e os grupos têm de diferente."

Dessa forma, é possível afirmar que o projeto apresentado nesta dissertação, em sua concepção original é inclusivo. Tal afirmação está fundamentada no reconhecimento de diferentes conceitos de inclusão (Rodrigues, 2004, p. 300-318), percebendo a distinção entre o que é uma prática inclusiva, com base num processo de homogeneização dos indivíduos, e o que pode ser considerado uma concepção de inclusão, a partir da reafirmação das diferenças existentes entre os mesmos. O GEMaTh foi criado dentro dessa concepção inclusiva de se reafirmar e valorizar a diferença, no caso desse grupo de alunos, o seu interesse pelo estudo da Matemática.

Esse respeito à diferença pode justificar o trabalho descrito nesta dissertação, uma vez que o conjunto de atividades propostas procura reconhecer e valorizar os interesses específicos de um grupo de alunos em aprofundar seus estudos em Matemática. Além disso, a criação do GEMaTh pôde oferecer as condições necessárias para que essa diferença – o interesse pelo estudo da Matemática – fosse reconhecida pela comunidade escolar. E, nesse sentido, ratifico, a proposta de trabalho é adequada a uma concepção de Educação Inclusiva.

Acredito que esta seja uma das contribuições que este trabalho pode trazer à Comunidade Acadêmica: a apresentação de um projeto que tinha como único objetivo atender as expectativas de um grupo de alunos que encontrava satisfação no estudo aprofundado da Matemática, ainda nos primeiros anos da Educação Básica, e que pôde ser aprimorado e adequado a uma concepção de Educação Inclusiva.

Além disso, a utilização de problemas propostos em Olimpíadas de Matemática, apesar do seu caráter não-convencional e desafiador, precisava ser incrementada. Desde o início do trabalho, senti a necessidade de que o processo de concepção do material de apoio didático-metodológico, que seria utilizado nos encontros do GEMaTh, precisava ser aprimorado. Havia a necessidade de que eu pudesse agregar uma "intencionalidade" às questões que seriam utilizadas.

A partir de uma sugestão de meu orientador, tive contato com o trabalho do professor Ole Skovsmose (SKOVSMOSE, 2004, 2007), podendo conhecer os Fundamentos Filosóficos da Educação Matemática Crítica. A partir desse referencial teórico é possível assumir a premissa de que projetos de Educação Matemática devem ser desenvolvidos a partir do reconhecimento de três competências básicas: “matemática”, “tecnológica” e “reflexiva” (SKOVSMOSE, 2004, p. 87). Essas competências são consideradas essenciais ao desenvolvimento da “competência democrática”, definida por Skovsmose (2004, p. 56) como a “competência que as pessoas a serem governadas devem possuir, de modo que possam ser capazes de julgar os atos das pessoas encarregadas de governar.” Nesse sentido, um empreendimento de Educação Matemática torna-se fundamental ao estabelecimento de uma sociedade onde se possam estabelecer as condições, formais e não-formais, de uma Democracia.

A Educação Matemática Crítica permitiu que eu pudesse refletir sobre a necessidade de aprimorar a produção do material de apoio didático-metodológico, aproximando-se do que Skovsmose (2004, p. 52) define como um “argumento social de democratização”.

> De acordo com o argumento social, os estudantes têm de desenvolver não apenas conhecimento pragmático sobre como usar matemática e como construir modelos (simples), mas também, primariamente, conhecimento sobre as pré-condições para a construção do modelo, esse conhecimento deve ser voltado para o entendimento das funções sociais de aplicações “adultas” de modelos matemáticos.

Acredito que os Fundamentos Filosóficos da Educação Matemática Crítica foram essenciais ao aprimoramento das concepções iniciais das atividades propostas ao GEMaTh, ao agregar à hipótese de contribuição com a formação dos futuros quadros técnico-científicos do país, a intenção de qualificar esse processo, enfatizando a necessidade do comprometimento desses quadros com o desenvolvimento do processo político-social do país. Assim, a Educação Matemática Crítica representou uma evolução considerável no desenvolvimento das atividades propostas aos alunos do GEMaTh. Segundo seus Fundamentos Filosóficos, além de possibilitar uma “competência matemática” aos alunos – proposta que era considerada “fundamental” desde o início do trabalho – é necessário que os mesmos também desenvolvam suas competências “tecnológica” e “democrática”. No desenvolvimento dessas competências, foi observado um “argumento social de democratização” que exige um aprofundamento em conceitos de natureza matemática, para que seja possível trabalhar sobre hipóteses reais que poderão ser vinculadas ao exercício (posterior) pleno da cidadania. Isso será manifestado pela capacidade de aplicar conhecimentos matemáticos na resolução de problemas relevantes em seu contexto social (“competência tecnológica”) e pela capacidade de poder julgar os atos e decisões das pessoas responsáveis pelas políticas e ações de governo (“competência democrática”).

Outro fato muito importante que deve ser observado é que todo o projeto (inicial) de divulgação das atividades do GEMaTh foi concebido com a intenção de “seduzir” aqueles alunos que, de alguma forma, tinham a sua competência matemática reconhecida no espaço formal da Escola. Entretanto, é necessário observar que alguns alunos que participaram dessas atividades possuíam um rendimento “regular” em Matemática[33], mas empenharam-se em participar das atividades do grupo de estudos. A partir do que foi relatado no Capítulo 5, é possível afirmar que o rendimento escolar não representou nenhum empecilho ao desenvolvimento do trabalho, uma vez que todos participaram das atividades extracurriculares propostas de forma bastante entusiasmada e produtiva.

A estratégia de utilização de problemas de Matemática propostos em Olimpíadas veio desde a concepção inicial do projeto. Sempre acreditei que o caráter não-convencional e desafiador da maioria das questões propostas nesses eventos serviria de apoio e, principalmente, de complemento às atividades propostas. Nunca houve a intenção de se formar ou treinar uma “equipe olímpica”, embora a participação dos alunos envolvidos nas atividades do GEMaTh, nesses eventos, ser, de certa forma, desejada e esperada. A utilização de Olimpíadas de Matemática, num projeto cujo principal objetivo é o desenvolvimento de estratégias que possibilitem melhorar a qualidade do Ensino de Matemática na Educação Básica, teve suas origens no Projeto NUMERATIZAR, sendo um dos objetivos principais da OBMEP. Nesse sentido, é muito importante que, mais uma vez, seja dada ênfase em como o projeto da OBMEP foi apresentado à sociedade brasileira: “Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP): um projeto de inclusão social e científica inspirado no Projeto Numeratizar do Estado do Ceará” (OBMEP, s.d.).

Esse caráter inclusivo associado à OBMEP fica explícito na análise de sua estrutura de funcionamento, com suas Coordenações Regionais preocupadas em viabilizar a participação de alunos das mais diferentes regiões do país. Além disso, a sistemática de premiação segue o que tradicionalmente é utilizado nas competições olímpicas (medalhas e menções honrosas), mas proporcionou um avanço considerável na condução das atividades que dão seqüência à premiação dos alunos: a premiação de escolas que se destacaram em diferentes contextos regionais, a premiação de professores que coordenaram as atividades nessas escolas e, principalmente, a possibilidade de que alunos premiados possam aprofundar

[33] Ao usar o termo “regular”, refiro-me àqueles alunos que, no processo de avaliação utilizado pelo CMPA, obtinham uma nota compreendida entre 5,0 e 7,0.

seus conhecimentos em uma série de atividades realizadas no IMPA. Novos e qualificados quadros podem surgir a partir dessas atividades. Além disso, é necessário ressaltar que houve um movimento considerável dentro de muitas escolas no sentido de divulgar e, até mesmo, “preparar” seus alunos para a OBMEP. Apesar de alguns professores criticarem essas iniciativas, percebo, através de minha experiência profissional, que esse movimento levou alguns professores a procurarem oportunidades de aprofundar e qualificar seu trabalho. Como exemplo, posso citar o Curso de Extensão “Ensino de Matemática e Olimpíadas”, organizado pelo IM-UFRGS, que apresenta um total de 75 professores inscritos na sua segunda edição[34]. Além disso, a discussão sobre os resultados obtidos pelos alunos nas Olimpíadas pôde oferecer subsídios à reflexão sobre a qualificação do Ensino de Matemática no país.

Infelizmente, existem professores que atuam na Educação Básica e que consideram essas atividades pouco inclusivas. Afinal de contas, um número significativo de alunos não demonstra interesse algum por atividades que envolvem provas fora do âmbito escolar, muitas vezes nos fins de semana. Além disso, a maioria dos alunos pensa não possuir condições de participar desses eventos, em virtude de acreditar que as provas, em seus diferentes níveis, são muito difíceis. Nesse sentido, é importante destacar o trabalho desenvolvido pela SBM, em estreita cooperação com o IMPA, com o apoio do MEC e do MCT, na intenção de universalizar o acesso e viabilizar o sucesso da OBM e, principalmente, da OBMEP em nosso país. Aos poucos, as opiniões daqueles que enxergavam as Olimpíadas de Matemática como uma atividade de caráter elitista têm sido modificadas (CARNEIRO, 2004). Conforme relatado no parágrafo anterior, é importante ressaltar que muitos professores têm se engajado em atividades de aprimoramento profissional, com o objetivo de poder oferecer uma melhor orientação aos alunos envolvidos em Olimpíadas de Matemática. Além disso, há material e orientações preciosas, oferecidas pelos professores ligados ao projeto da OBMEP, disponíveis em um sítio da *Internet* (OBMEP, 2008a, 2008b).

A busca de informações sobre o potencial da utilização de Olimpíadas no Ensino de Matemática levou ao Projeto NUMERATIZAR, que é, segundo relatos do professor João Lucas Barbosa (BARBOSA, 2007), nesse sentido, a experiência mais bem sucedida no país. A grande mobilização dos alunos das redes de ensino pública e privada da cidade de Fortaleza-CE nas atividades olímpicas, bem como os expressivos resultados que têm sido obtidos por alunos cearenses em concursos vestibulares do país, podem ser utilizados como indicativos da relevância dessas atividades. Além disso, conforme relatado no Capítulo 3,

[34] Informação disponível em: < http://www.mat.ufrgs.br/eventos/cursoextensao081.htm> (acesso on-line em 12 jun. 2008).

professores como Antonio Caminha (Universidade Federal do Ceará) e Emanuel Carneiro (*University of Texas*) têm organizado e defendido a utilização das Olimpíadas de Matemática com vistas à inclusão social.

Desde o início do trabalho descrito nesta dissertação, fiquei entusiasmado com a possibilidade de poder contribuir com a possível melhora dos resultados a serem obtidos pelos alunos do CMPA nas Olimpíadas de Matemática. Entretanto, ao concluí-lo, percebi que é possível fazer muito mais que prepará-los para enfrentar as dificuldades das provas. Embora eu acredite possuir o mesmo “espírito olímpico” dos idealizadores das diferentes Olimpíadas de Matemática, em especial da OBMEP, as Olimpíadas de Matemática foram utilizadas como uma ferramenta qualificada de apoio didático-metodológico, e não como o fim do trabalho que eu desenvolvi com os alunos do GEMaTh.

Há um trabalho muito interessante, apresentado na II Bienal da SBM, realizada em Salvador-BA, que tem o seguinte título: “Olimpíada de Matemática: uma porta para o futuro” (CARNEIRO, 2004). Esse texto, escrito pelo professor Emanuel Carneiro, que obteve uma medalha de bronze na 39ª IMO, deixou-me bastante entusiasmado com a seguinte “chamada” à leitura: “Dicas para montar um projeto e cinqüenta problemas de treinamento para iniciantes”. Alguns dos relatos do Prof. Emanuel Carneiro (CARNEIRO, 2004, p.18) são bastante contundentes.

> O que mais me preocupa é a rejeição que pode haver por parte da direção e de outros professores da escola. [...] Só começando e passando algum tempo é que você poderá mostrar, através do seu trabalho, como aquilo valeu a pena. Acima de tudo: não se preocupe, essas vozes opositoras vão caindo ao longo do tempo.

Em seguida, há uma referência à questão da inclusão (CARNEIRO, 2004, p.19).

> Fique de olho também na parte dos educadores que dizem que a Olimpíada de Matemática é um processo excludente. NÃO É! [...] Os educadores que pensam na Olimpíada de Matemática como fator de diferenciação social e exclusão são os mesmos que desejam que os alunos sejam tratados como iguais: sem oportunidade e nem perspectivas para nenhum.

Há espaço, inclusive para encontrar uma convergência para um aspecto fundamental da TIM (CARNEIRO, 2004, p.19).

> É claro que alguns alunos vão se dar melhor que outros, mas isso é muito natural. Obviamente estes outros serão muito bons em outras áreas, talvez artes, música, esportes... Basta que lhes sejam dadas as oportunidades. É isso que a Olimpíada de Matemática, entre outras coisas, faz: dá oportunidade aos alunos para desenvolverem seu potencial.

De certa forma, foi surpreendente encontrar um texto, publicado num evento associado à SBM, no qual o autor defende, de forma tão apaixonada, a utilização das Olimpíadas de Matemática como uma atividade que traz uma série de benefícios a alunos e professores. Segundo a experiência relatada pelo autor (CARNEIRO, 2004, p.18), muitas coisas interessantes poderiam ser conseguidas. Entre elas, citou o fato de um grupo significativo de alunos sentir-se motivado a estudar Matemática com maior profundidade, as vantagens que esses alunos poderiam encontrar na Educação Superior a partir dos “hábitos de estudo” adquiridos, as sólidas amizades construídas entre aqueles que participam das olimpíadas, a atualização necessária por parte dos professores que participam da preparação dos alunos. Talvez, todo esse entusiasmo do professor Emanuel Carneiro venha da satisfação e orgulho gerados por várias premiações em Olimpíadas de Matemática, seguidas de uma sólida carreira acadêmica no exterior[35].

Não posso negar que fiquei bastante entusiasmado com o convite do professor Emanuel Carneiro (2004, p.19): “Vamos mudar esse quadro. Vamos dar chances, sonhos e rumos a quem quiser segui-los. Que bom se isso pudesse ser feito em todos os ramos, não só em Matemática!”

É importante observar que há, no próprio sítio da OBMEP, uma série de informações que permitem observar o cuidado da Comissão Organizadora em evitar que as atividades da OBMEP sejam consideradas de caráter não inclusivo.

Na seção “Regulamento”, são listados seis objetivos associados à realização da OBMEP. Entre esses objetivos, é importante destacar aquele que apresenta as atividades relacionadas à OBMEP como uma atividade de inclusão social: “3.6 - Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.” (OBMEP, 2007b)

Em outra seção, “Perguntas Freqüentes – OBMEP 2007”, encontramos uma pergunta que, mais uma vez, deixa explícito o cuidado em evitar rótulos que pudessem vir a afastar a comunidade escolar em virtude do conjunto de atividades propostas pela OBMEP (OBMEP, 2007a).

> **A Olimpíada de Matemática é uma competição e só premia os melhores. Isto não é ruim?**
> É claro que não! A Olimpíada não é só uma premiação. Conforme constatamos nas edições anteriores (OBMEP 2005 e 2006), a Olimpíada propicia um ambiente diferente e motivador na escola, como, por exemplo, o estudo e treinamento com os colegas, o contato com questões superinteressantes e desafiadoras da Matemática, a

[35] O *curriculum vitae* e as publicações do Prof. Dr. Emanuel Carneiro estão disponíveis em: <http://www.ma.utexas.edu/users/ecarneiro/> (acesso *on-line* em 03 jun. 2008).

> torcida pelo desempenho da escola, a expectativa com a divulgação dos resultados e a excitação com as festas de premiação.
> Competições existem em todas as áreas, como por exemplo, festivais de cinema e música, concursos literários e competições esportivas em diversas modalidades. Muitos atletas perderam diversas competições e nem por isso deixaram de competir. Ao contrário, estão sempre estimulados a treinar para melhorar seus resultados. Muitos alunos, que não foram premiados nas edições anteriores da OBMEP, estão entusiasmados em estudar mais Matemática para participar da OBMEP 2007.

O argumento acima reforça a idéia de que o principal objetivo da OBMEP é o de estimular o estudo da Matemática por parte dos alunos através de provas que sejam compostas de problemas que possam motivá-los, despertando o interesse e a curiosidade desses alunos e, até mesmo, de seus professores.

Assim, aprimorou-se o conceito de inclusão dentro do trabalho descrito nesta dissertação. Inicialmente, o mesmo estava vinculado apenas à criação de um espaço extracurricular que valorizava uma diferença específica: o talento e, de forma não-intencional, o desejo (ou curiosidade?) em conhecer a Matemática com maior profundidade. Entretanto, com o planejamento das atividades segundo os objetivos da OBMEP – “inclusão social e científica” – e os fundamentos da Educação Matemática Crítica – desenvolvimento das competências “matemática”, “tecnológica” e “reflexiva” – acredito que seja possível criar as condições necessárias à formação de futuros pesquisadores e profissionais engajados, que sejam responsáveis pela produção de um conhecimento socialmente relevante ao país.

Talvez, a principal contribuição que propostas dessa natureza poderão oferecer à qualificação do Ensino de Matemática no país seja a possibilidade de oferecer uma formação na qual o aluno, ao concluir sua escolarização básica, esteja “alfabetizado quantitativamente”. Essa é uma preocupação manifestada pelo Prof. Dr. Francisco Duarte Moura Neto (Universidade Estadual do Rio de Janeiro), ao apresentar, aos participantes de uma Mesa Redonda, na II Bienal da SBM, a tradução de um texto produzido por uma comissão vinculada ao *The National Council on Education and the Disciplines* (NCED), que analisava o significado da alfabetização matemática na sociedade norte-americana contemporânea (NCED, 2001 (tradução) *apud* NETO, 2004, p. 5).

> Cidadãos quantitativamente alfabetizados precisam conhecer mais que fórmulas e equações. Eles precisam de uma predisposição de olhar o mundo através de olhos matemáticos, para ver os benefícios (e os riscos) de pensar quantitativamente acerca de assuntos habituais e para abordar problemas complexos com confiança no valor do raciocínio cuidadoso. Alfabetização quantitativa dá poder às pessoas ao oferecer-lhes ferramentas para que pensem por si próprias, para fazer perguntas inteligentes aos especialistas e para confrontar a autoridade com confiança. Estas são habilidades requeridas para prosperar no mundo moderno.

Essas competências, sem dúvida, vão ao encontro dos pressupostos teóricos propostos por Skovsmose, que defende a necessidade do entendimento do papel da Educação Matemática numa sociedade democrática: “[...] a alfabetização matemática, como construto radical, tem de estar enraizada em um espírito de crítica e em um projeto de possibilidades que habilite pessoas a participarem no entendimento e na transformação da sociedade.” (SKOVSMOSE, 2004, p. 95).

Nesse sentido, segundo Skovsmose (2004, p. 66), espera-se que um processo de alfabetização matemática possa ser concebido com a mesma força e relevância que o professor Paulo Freire concebeu o seu projeto de alfabetização em língua materna (FREIRE, 2002, 2003, 2005, 2006). As discussões e questionamentos levantados pelos alunos do GEMaTh durante o trabalho descrito nesta dissertação, bem como a continuidade dos minicursos no ano seguinte, proporcionam indicações positivas nesse sentido.

Apesar das atividades e reflexões apresentadas neste trabalho terem sido desenvolvidas junto a alunos de um Colégio Militar, acredito que as mesmas poderão ser aplicadas a qualquer escola onde condições mínimas sejam oferecidas: uma sala de aula, um grupo de alunos interessados pelas atividades e um professor disposto a trabalhar cada vez mais. A principal motivação desse trabalho é a possibilidade de que sejam criadas oportunidades de “redescobrir” a Matemática. Professores e alunos, juntos, poderão construir uma “nova” perspectiva de trabalho, na qual a motivação, o interesse, a descoberta e a qualificação serão apenas os primeiros resultados das atividades desenvolvidas. Um trabalho que visa a contribuir com a formação de alunos que acreditem que suas idéias e ações poderão tornar-se um alicerce para a construção de um país onde a desigualdade e injustiça sociais sejam cada vez menores.

A partir do estabelecimento das condições necessárias à formação de cidadãos que disponham de uma “cultura matemática”, é esperado que os mesmos não a enxerguem apenas como uma Ciência “neutra”. Ao invés disso, poderão passar a enxergá-la como uma Ciência que pode fundamentar a compreensão de diferentes realidades, que pode atender aos mais diferentes interesses e expectativas, e principalmente, que pode tornar-se um poderoso instrumento de fomento ao progresso técnico-científico e, conseqüentemente, de geração de uma riqueza, que distribuída, levará à transformação social.

Finalizando, gostaria de ressaltar que minhas convicções são fundamentadas no ideal de que possa existir uma Escola onde o Ensino de Matemática seja planejado de forma com que se possam respeitar os interesses e individualidades dos alunos, bem como atender às expectativas da sociedade em relação à formação técnica e moral proporcionada aos mesmos, pois se respeitamos “a natureza do ser humano, o ensino dos conteúdos não pode dar-se alheio à formação moral do educando” (FREIRE, 2004, p. 37). É necessário que o aluno, ao concluir sua escolarização básica, esteja preparado para os desafios associados ao seu futuro acadêmico e profissional. E, acima de tudo, é necessário que o mesmo esteja comprometido com uma Ética que busque a valorização e a reafirmação do “direito de todos à vida com dignidade” (MIGUEL, 2005, p.11).

Assim, talvez seja possível oferecer uma pequena colaboração ao árduo processo de (re)construção de um país que diminua suas desigualdades sociais, com a possibilidade de aumentar sua produção científica de alto nível, a qual é geradora de melhores oportunidades de trabalho, de riqueza e que poderá trazer a prosperidade aos cidadãos brasileiros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABSD/RS. **Altas Habilidades/superdotação e talentos:** manual de orientações para pais e professores. Associação Brasileira para Superdotados – Seção RS. Porto Alegre: ABSD/RS. s.d.

ARANHA, M. S. F. **Educação Inclusiva:** a fundamentação filosófica. Vol. 1. Brasília: SEESP/MEC, 2004. 28 p.

ARAÚJO, E. **A concepção de um software de Matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira série do ensino médio no estudo das funções exponenciais e logarítmicas**. São Paulo, 2005. 154 p. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática). Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2005.

BARBOSA, J. L. M. **Olimpíadas de Matemática:** uma experiência de sucesso em educação no Ceará. s.d. Disponível em: <http://www.sbpcnet.org.br/livro/57ra/programas/CONF_SIMP/textos/joaolucasbarbosa-simp.htm>. Acesso *on-line* em 17 dez. 2007.

BARROSO, J. Incluir, sim, mas onde? Para uma reconceituação sociocomunitária da escola pública. In: RODRIGUES, D. (Org.) **Inclusão e Educação: doze olhares sobre educação inclusiva**. São Paulo: Summus, 2006. p. 275-297.

BIGODE, A. J. L. **Malba Tahan**. s.d. Disponível em: < http://www.matematicahoje.com.br/telas/cultura/historia/educadores.asp?aux=A>. Acesso *on-line* em 26 dez. 2007.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blücher, 1996. 488 p. Título original: A History of Mathematics.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Promulgada em 5 out. **1988**. Disponível em <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Constitui%E7ao.htm>. Acesso *on-line* em 20 dez. 2007.

_______. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, Lei nº 9.394 de 20 dez. **1996**. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9394.htm>. Acesso *on-line* em 20 dez. 2007.

_______. **Plano Nacional de Educação:** Educação Especial. **2001**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/txt/plano1.txt>. Acesso *on-line* em 21 dez. 2007.

_______ . **Saberes e Práticas de Inclusão:** recomendações para a construção de escolas inclusivas. Brasília: SEESP/MEC. 2005. 96 p.

CAMARGO, E. P. Soberania Nacional, defesa da soberania e pesquisa científica. PINTO, J.R.A.; ROCHA, R. R.; SILVA, D. P. (Org.) In: **As Forças Armadas e o desenvolvimento científico e tecnológico do País**. Pensamento Brasileiro sobre Segurança e Defesa. Vol. 3. Brasília: Ministério da Defesa, Secretaria de Estudos e Cooperação, 2004. 316 p.

CARNEIRO, E. Olimpíada de Matemática: uma porta para o futuro. In: II BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. **Minicurso...** UFBA. Salvador, 2004.

CMPA. **Proposta Pedagógica**. s.d. Disponível em: <http://www.cmpa.tche.br/index.php?option=com_content&task=view&id=21&Itemid=51> Acesso *on-line* em 26 dez. 2007.

CONBRASD. **Altas habilidades/superdotação e talento**. s.d.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução de Higyno H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004. 844 p. Título original: An Introduction to the History of Mathematics.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2002. 165 p.

_________. **Política e Educação**: ensaios. 7 ed. São Paulo: Cortez, 2003. 119 p.

_________. **Educação e Mudança**. 28 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005. 79 p.

_________. **Pedagogia da Esperança**: um reencontro com a pedagogia do oprimido. 13 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2006. 245 p.

FREITAS, S. N. A formação de professores na educação inclusiva: construindo a base de todo o processo. In: RODRIGUES, D. (Org.) **Inclusão e Educação: doze olhares sobre educação inclusiva**. São Paulo: Summus, 2006. p.161-181.

GAMA, M. C. S. S. **A Teoria das Inteligências Múltiplas e suas implicações para educação**. 1998. Disponível em: <http://www.google.com/notebook/public/06071883307285019494/BDSCRSgoQ6rOoo-Eh>. Acesso *on-line* em 08 jun. 2008.

GARBI, G. G. **A Rainha das Ciências:** um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006. 346 p.

GARDNER, H. **Inteligências Múltiplas:** a teoria na prática. Porto Alegre: ArtMed, 2000. 257 p.

____________. **Cinco Mentes para o Futuro**. Porto Alegre: ArtMed, 2007. 160 p.

GARDNER, H.; KORNHABER, M. L.; WAKE, W. K. **Inteligência:** múltiplas perspectivas. Porto Alegre: ArtMed, 2003. 356 p.

GUIMARÃES, S. P. **Quinhentos Anos de Periferia:** uma contribuição ao estudo da política internacional. 2. ed. Porto Alegre: Editora da Universidade (UFRGS), 2000. 166 p.

IMO. **História**. s.d. Disponível em: <http://olympiads.win.tue.nl/imo/imo2005/aboutImo2005.htm>. Acesso *on-line* em 07 jun. 2008.

____. **História**. s.d. Disponível em: <http://www.imo2007.edu.vn/index.php?module=ViewNewDetail&NewId=22>. Acesso *on-line* em 07 jun. 2008.

____. **História**. s.d. Disponível em: <http://www.unl.edu/amc/e-exams/e9-imo/imohistory.shtml>. Acesso *on-line* em 07 jun. 2008.

____. **Países-sede**. s.d. Disponível em: <http://www.imo-official.org/organizers.aspx>. Acesso *on-line* em 07 jun. 2008.

____. **Resultados obtidos pelo Brasil**. s.d. Disponível em: <http://www.obm.org.br/imo.htm>. Acesso *on-line* em 07 jun. 2008.

____. **História**. s.d. Disponível em: <http://www.imo-2008.es/ >. Acesso *on-line* em 07 jul. 2008.

MAGALHÃES, M. M.; STOER, S.R. Inclusão social e a escola reclamada. In: RODRIGUES, D. (Org.) **Inclusão e Educação:** doze olhares sobre educação inclusiva. São Paulo: Summus, 2006. p.65-84.

MARCOLIN, N. **Do poço ao laboratório**. Revista Pesquisa FAPESP (Versão *on-line*). Disponível em: <http://www.revistapesquisa.fapesp.br/index.php?art=2297&bd=1&pg=1&lg=>. Acesso *on-line* em 24 jan. 2008.

MIGUEL, A. Pesquisa em Educação Matemática e a mentalidade bélica. In: IX ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Mesa Redonda...** Faculdade de Educação. USP. São Paulo, 2005.

MODANEZ, L. **Das seqüências de padrões Geométricos à introdução ao pensamento Algébrico**. São Paulo, 2003. 105 p. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática). Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2003.

MOREIRA, C. et al. **Olimpíadas Brasileiras de Matemática:** 9ª a 16ª. Rio de Janeiro: IMPA, 2003. 172 p.

MORGADO, A. C. O. et al. **Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: SBM, 2004. 341 p.

NETO, F. D. M. A Matemática que faz bem à Sociedade. In: II BIENAL DA SBM. 2004. **Mesa Redonda...** Salvador: UFBA. Salvador, 2004.

NEVES, E. R. C. **Uma trajetória pela história da atividade editorial brasileira:** livro didático de matemática, autores e editores. São Paulo, 2005. 127 p. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática). Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2005.

NUMERATIZAR. **Numeratizar – 2ª Fase:** proposta de planejamento, 2004.

OBM. **Informações**. s.d. Disponível em: <http://www.obm.org.br/aobm.htm>. Acesso *on-line* em 17 dez. 2007.

OBMEP. **Perguntas Freqüentes**. s.d. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/faq.html>. Acesso *on-line* em 18 dez. 2007.

_______. **Regulamento**. s.d. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/regulamento.html>. Acesso *on-line* em 18 dez. 2007.

_______. **Banco de Questões 2006**. s.d. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/banco_de_questoes_2006.html>. Acesso *on-line* em 08 jun. 2008.

_______. **Banco de Questões 2007**. s.d. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/obmepcontent/banco_de_questoes/mainColumnParagraphs/0/document/BANCO_QUESTOES_2007-final-grafica-CD.pdf>. Acesso *on-line* em 08 jun. 2008.

_______. **Provas e Soluções da 1ª Fase:** 2005. s.d. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas1fase.html>. Acesso *on-line* em 08 jun. 2008.

_______. **Provas e Soluções da 1ª Fase:** 2006. s.d. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas2006/provas1fase.html>. Acesso *on-line* em 08 jun. 2008.

_______. **Provas e Soluções da 1ª Fase:** 2007. s.d. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas2007/provas1fase.html>. Acesso *on-line* em 08 jun. 2008.

_______. **Projeto**. s.d.

OLIVEIRA, C. C. Malba Tahan: relatos, idéias e concepções de um educador. In: V ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2003. **Anais...** Rio Claro: UNESP, 2003.

ONU. **Declaração Universal dos Direitos Humanos**. Adotada e proclamada pela Resolução 217 A (III) da Assembléia Geral das Nações Unidas, em 10 de dezembro de **1948**. Disponível em: <http://www.mj.gov.br/sedh/ct/legis_intern/ddh_bib_inter_universal.htm>. Acesso *on-line* em 20 dez. 2007.

ONU. **Declaração de Salamanca sobre Princípios, Política e Prática em Educação Especial**. Adotada e proclamada pela Resolução A/RES/48/96 da Assembléia Geral das Nações Unidas, em 10 de junho de **1994**. Disponível em: <http//:portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/salamanca.pdf >. Acesso *on-line* em 19 dez. 2007.

PAULON, S. M. et al. **Documento Subsidiário à política de inclusão**. Brasília: SEESP/MEC, 2005. 48 p.

PÉREZ, S. G. B. **O aluno com altas habilidades/superdotação:** uma criança que não é o que deve ser ou é o que não deve ser? s.d. Disponível em: <http://www.agaahsd.com.br/Inclus%E3oPAHCapitulo.zip>. Acesso on-line em 7 jun. 2008.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas:** um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 179 p.

QUINTELA, A. **Matemática para a terceira série ginasial**. 66ª ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional. s.d. 205 p.

RECORD. **O Homem que Calculava**: Ficha Técnica (ISBN: 8501061964). s.d. Disponível em: <http://www.record.com.br/detalhe.asp?titulolivro=3013&busca_tipo=T&busca_palavra=o%20homem%20que%20calculava>. Acesso *on-line* em 26 dez. 2007.

RODRIGUES, D. Dez idéias (mal) feitas sobre inclusão. In: ___________ . **Inclusão e Educação:** doze olhares sobre educação inclusiva. São Paulo: Summus, 2006. p. 300-318.

SALMAZO, R. **Atitudes e procedimentos de alunos frente à leitura e interpretação de textos nas aulas de Matemática**. São Paulo, 2005. 134 p. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática). Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2005.

SANTOS, J. P. O. et al. **Introdução à Análise Combinatória**. 3 ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 2002. 297 p.

SANTOS, J. P. O. et al. **Introdução à Análise Combinatória**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008. 400 p.

SILVA, E. M. P. Modelos de inovação de C, T & I para o desenvolvimento nacional. In: **Parcerias Estratégicas**. Seminários temáticos para a 3ª Conferência Nacional de Ciência, Tecnologia e Inovação. Vol. 20. Jun. 2005. Brasília: Centro de Gestão de Estudos Estratégicos, Ministério da Ciência e Tecnologia, 2005. p. 335-1708.

SILVEIRA, J. F. P. **Malba Tahan**. 2002. Disponível em: <http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/malba.html>. Acesso *on-line* em 26 dez. 2007.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica:** a questão da democracia. 2. ed. Campinas: Papirus, 2004. 160 p.

________________. **Educação Crítica:** incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007. 304 p.

STRUIK, D. J. **História Concisa das Matemáticas**. Tradução de João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: Gradiva. 1997. 395 p. Título original: A Concise History of Mathematics.

TAHAN, M. **Didática da Matemática:** volume 1. São Paulo: Saraiva, 1961. 275 p.

__________. **Didática da Matemática:** volume 2. São Paulo: Saraiva, 1961. 247 p.

__________. **O Homem que Calculava**. 70 ed. Rio de Janeiro: Record, 2007. 301 p.

VIRGOLIM, A. M. R. O Modelo do Enriquecimento Escolar de Joseph Renzulli. s.d. **Apresentação *Power Point***. Disponível em: <http://www.ismart.org.br/downloads/20050905_conceitos_fundamentais.pdf>. Acesso *on-line* em 25 dez. 2007.

WIKIPEDIA. **Artigo:** Júlio César de Mello e Souza. s.d. Disponível em: < http://pt.wikipedia.org/wiki/J%C3%BAlio_C%C3%A9sar_de_Melo_e_Sousa>. Acesso *on-line* em 26 dez. 2007.

ANEXOS

ANEXO A

Colégio Militar de Porto Alegre

Colégio "Casarão da Várzea"
Grupo de Estudos Professor Malba Tahan (GEMaTh)

Prof. Marcos Vinicius Milan Maciel
prof_marcos_milan@yahoo.com.br

Comunicado 01/2006

Senhores Pais:

Informamos que seu filho(a) foi convidado(a) a participar das atividades do "**Grupo de Estudos Professor Malba Tahan (GEMaTh)**", que iniciarão na próxima segunda-feira, dia 09/10/2006, às 9h 15min, no Colégio Militar de Porto Alegre (CMPA).

A organização desse grupo é uma iniciativa do Prof. *Marcos* Vinicius *Milan* Maciel (Seção de Ensino G – Matemática), com o apoio da Supervisão Escolar do CMPA.

Nosso objetivo principal é a formação de um grupo de estudos que se disponha a discutir a Matemática sob uma perspectiva "diferenciada". Trataremos da evolução e da legitimação do pensamento matemático, bem como de alguns aspectos da História da Matemática. Estudaremos e procuraremos resolver problemas que, tradicionalmente, não têm encontrado espaço na grade curricular.

Nesse sentido, preferimos iniciar nosso trabalho com os alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental, com a intenção de formar um grupo de alunos que possa participar das atividades do **GEMaTh**, se possível, até a conclusão do Ensino Médio.

Ressaltamos que todas as atividades propostas pelo **GEMaTh** são de adesão "espontânea", sendo caracterizadas como atividades <u>extra curriculares</u> que têm a pretensão de contribuir com a excelente formação matemática que o CMPA costuma oferecer aos seus alunos. Essas atividades serão fundamentadas nos desafios e encantamentos que a Matemática pode oferecer àqueles que a conhecem com um pouco mais de profundidade.

Esperando poder contar com a sua colaboração, desde já agradecemos.

Respeitosamente,

Prof. Marcos Vinicius Milan Maciel

Autorizo o (a) aluno (a) ____
(Nome-de-guerra – Número)
a participar das atividades propostas pelo GEMaTh.

____
(Nome e rubrica do responsável)

ANEXO B

GEMaTh
Grupo De Estudos Professor Malba Tahan

Colégio Militar de Porto Alegre
Colégio “Casarão da Várzea”

<u>1º Encontro</u>

<u>TEXTO 1</u>: *Malba Tahan*, o genial ator da sala de aula.

O professor Júlio César de Mello e Souza nasceu há mais de cem anos e celebrizou-se como *Malba Tahan*. Foi um caso raro de professor que ficou quase tão famoso quanto um craque do futebol. Em classe, lembrava um ator empenhado em cativar a platéia. Escolheu a mais temida das disciplinas: a Matemática. Criou uma “didática própria”, caracterizada pela sua dinâmica e diversidade de recursos utilizados, até hoje viva e respeitada. Segundo alguns, ainda não nasceu outro professor que pudesse ser comparado a *Malba Tahan*.

Exímio contador de histórias, o escritor árabe *Malba Tahan* nasceu em 1885 numa pequena aldeia da Península Arábica, perto da cidade de Meca, um dos lugares santos do Islamismo. A convite do Emir *Abad el-Azziz ben Ibrahim*, assumiu o cargo de *Queimaçã* (prefeito) da cidade de *Medina*. Estudou no Cairo e em Constantinopla. Aos 27 anos, recebeu uma grande herança do pai, iniciando uma longa viagem pelo Japão, Rússia e Índia. Morreu em 1921, lutando pela libertação de uma tribo da Arábia Central.

A melhor prova de que *Malba Tahan* foi um magnífico criador de enredos é sua própria biografia. Na verdade, esse personagem das areias do deserto nunca existiu. Foi inventando por outro *Malba Tahan*, que, de certo modo, também não existiu efetivamente: tratava-se apenas do nome de fantasia, um pseudônimo, sob o qual assinava suas obras. *Malba Tahan* foi o genial professor, educador, pedagogo, escritor e conferencista brasileiro Júlio César de Mello e Souza. Na vida real, Júlio nunca viu uma caravana atravessar um deserto. As areias mais quentes que pisou foram as das praias do Rio de Janeiro, onde nasceu em 6 de maio de 1895. Júlio César era assim, um tipo possuído por incontrolável imaginação. Precisava apenas inventar um pseudônimo, mas aproveitava a ocasião e criava um personagem inteiro.

Os Problemas das 1001 Noites

Malba Tahan e Júlio César formaram uma dupla que produziu 69 livros de contos e 51 de Matemática. Mais de dois milhões de exemplares já foram vendidos. A obra mais famosa, O Homem que Calculava, está na 63ª edição.

Com o seu pseudônimo, Júlio César propunha problemas de Aritmética e Álgebra com a mesma leveza e encanto dos contos das Mil e Uma Noites. Com sua identidade real, foi um criativo e ousado professor, que estava além do ensino exclusivamente teórico e expositivo da sua época, do qual foi um feroz crítico. “O professor de Matemática, em geral, é um sádico.”, acusava. “Ele sente prazer em complicar tudo”, completava.

Um sucesso feito de trabalho duro, esperteza e muita imaginação.

Um dos maiores incentivadores da carreira de Júlio César de Mello e Souza foi o seu pai, João de Deus de Mello e Souza. Ou, explicando melhor, a modesta mesada que seu pai lhe dava nos tempos de colégio. Funcionário do Ministério da Justiça e com oito filhos para criar, João de Deus não podia fazer milagres. O dinheiro era sempre “contado”. Para comprar uma barra de chocolate, por exemplo, o jovem Júlio César economizava o valor da condução durante o final de semana.

As redações para vender

Nessa época, Júlio descobriu a “mina de ouro” que tinha nas mãos. Um dia, um colega de classe com melhores condições econômicas, mas de péssima escrita, pediu-lhe uma redação que desprezara: Esperança. Em troca, deu ao autor um selo do Chile e uma pena de escrever novinha em folha: era o início de um lucrativo negócio. Depois do episódio, para cada tema lançado pelo professor, o criativo Júlio César fazia quatro, cinco redações e as vendia a 400 réis cada.

As fumaças do gênio já começavam a desenhar o futuro *Malba Tahan*. A família já conhecia seu gosto pela literatura, mas tinha suas dúvidas: "Quando compunha uma história, era certo que o Júlio iria criar personagens em excesso, muitos dos quais não tinham papel nenhum a desempenhar. Dava-lhes nomes absurdos, como *Mardukbarian*, *Protocholóski e Orônsio*", conta o irmão mais velho do escritor, João Batista, em seu livro "Meninos de Queluz", em que lembra a sua infância e a de Júlio César no interior do estado de São Paulo.

Com o passar do tempo, Júlio César precisou aprender a lidar, ainda, com o descrédito. Quando tinha 23 anos, era colaborador do jornal carioca *O lmparcial*, entregou a um editor cinco contos que escrevera. A papelada ficou jogada vários dias sobre uma mesa da redação. Sem fazer nenhum comentário, Júlio César pegou o trabalho de volta. No dia seguinte, reapareceu no jornal. Trazia os mesmos contos, mas com outra autoria. Em vez de J.C. de Mello e Souza, assinava *R.S. Slade*, um fictício escritor americano. Entregou os contos novamente ao editor, dizendo que acabara de traduzi-los e que faziam grande sucesso em *Nova York*-EUA. O primeiro deles foi publicado já no dia seguinte. E na primeira página! Os outros quatro tiveram o mesmo destaque.

Um Marechal de pijama

Júlio César aprendeu a lição e decidiu que iria virar *Malba Tahan*. Nos sete anos seguintes, mergulhou nos estudos sobre a cultura e a língua árabes. Em 1925, decidiu que estava preparado. Procurou o dono do jornal carioca *A Noite*, o jornalista Roberto Irineu Marinho, fundador da empresa que se tornariam as atuais "Organizações Globo". Roberto Marinho gostou muito da idéia. Os "Contos das Mil e Uma Noites" foram os primeiros de uma série de escritos de Malba Tahan para o jornal. Detalhista, Júlio César providenciou até mesmo um tradutor fictício. Os livros de *Malba Tahan* vinham sempre com "*tradução e notas do Professor Breno Alencar Bianco*".

Júlio César viveu sem se dar conta do patrimônio cultural que construíra. Em um depoimento ao *Museu da Imagem e do Som*, declarou-se profundamente arrependido de não ter seguido a carreira militar, como queria seu pai. "Eu estaria hoje marechal, calmamente de pijama, em casa", imaginava. "Hoje não precisaria estar me virando na vida."

O que *Malba Tahan* fazia fora dos livros e aulas?

Desde menino, Júlio César de Mello e Souza tinha suas manias. Algumas completamente malucas, como manter uma coleção de sapos vivos. Quando vivia em Queluz, chegou a juntar cinqüenta sapos no quintal da sua casa. Um dos animais, o Monsenhor, costumava acompanhá-lo, aos saltos, por suas andanças na região. Adulto, o professor Júlio César continuou a coleção, dessa vez com exemplares de madeira, louça, metal, jade e cristal.

Outras preocupações eram bem mais sérias. Ele sempre se entregou de corpo e alma à causa das vítimas da hanseníase. De cabeça aberta e sem preconceitos, o professor Júlio César editou, durante dez anos, a revista *Damião*, que pregava o reajustamento social desses doentes. A dedicação do professor Júlio César era tão grande que, no seu testamento, pediu que lessem, à beira do seu túmulo, uma última mensagem de solidariedade aos hansenianos.

A mudança de identidade

Malba Tahan, em árabe, quer dizer o "moleiro de Malba"; *Malba* é um oásis e *Tahan*, o sobrenome de uma aluna, *Maria Zechsuk Tahan*. A partir de um decreto do Presidente Getúlio Vargas, o professor pode usar o pseudônimo em sua carteira de identidade. Ele gostava de corrigir os trabalhos escolares carimbando o "*Malba Tahan*", escrito em caracteres árabes

Um professor que andava muito mais rápido do que o seu tempo

Malba Tahan, o grande "gênio" da Matemática, foi um desastre completo nos números quando era o aluno Júlio César de Mello e Souza, do Colégio Pedro II-RJ. Nessa época, seu boletim registrou em vermelho uma nota dois em uma prova de Álgebra, e uma nota próxima a cinco em uma prova de Aritmética.

Qual seria a causa de um desempenho tão fraco para alguém que viria a se apaixonar pela Matemática? Com certeza, Júlio César não gostava das aulas da época, que se resumiam às cansativas exposições orais.

Nas palestras que dava (foram mais de 2.000 ao longo da sua vida), nas aulas para as "normalistas" ou nos livros que escreveu, o professor Júlio César defendia o uso dos jogos nas aulas de Matemática. Enquanto os outros professores usavam apenas o quadro-negro e as aulas expositivas, ele recorria à criatividade, ao estudo dirigido e à manipulação de objetos defendendo a instalação de Laboratórios de Matemática em todas as escolas. Suas aulas eram movimentadas e divertidas.

Sem zeros e reprovações

"Ele estava muito além de seu tempo.", afirma o professor Antônio José Lopes, o Bigode, profundo conhecedor do trabalho de *Malba Tahan*. "O resgate da sua didática pode revolucionar o ensino.", acredita. "Ainda hoje, o ensino tradicional da Matemática é responsável por metade das repetências."

Em sala de aula, o professor Júlio César não dava zeros, nem reprovava. "Por que dar zero, se há tantos números?", dizia. "Dar zero é uma tolice!". O professor encarregava os melhores da turma de ajudar os mais fracos. "Em junho, julho, estavam todos na média", garantiu em um depoimento ao *Museu da Imagem e do Som*.

"Hoje, as atividades lúdicas são muito valorizadas, mas naquela época eram vistas como uma heresia.", observa o professor Sérgio Lorenzato, da Unicamp. Lorenzato, que foi aluno do professor Júlio César, guarda como uma relíquia o caderno que usou para anotar as aulas. "Ele dizia que o caderno tinha de refletir a vida do aluno.", relembra Lorenzato. "E estimulava que colássemos em suas folhas gravuras, recortes de revistas e jornais e até provas já corrigidas."

Júlio César foi professor de História, Geografia e Física, até passar a dedicar-se apenas à Matemática. Sua fama como professor se espalhou, sendo convidado para palestras em todo o país. A última foi em Recife, no dia 18 de junho de 1974, quando falou para normalistas sobre a "arte de contar histórias". De volta ao hotel, sentiu-se mal e faleceu, provavelmente devido a um enfarte.

O professor Júlio César deixou instruções para seu enterro. Não queria que adotassem luto em sua homenagem. Citando o compositor Noel Rosa, explicou o porquê: "Roupa preta é vaidade/ para quem se veste a rigor/ o meu luto é a saudade/ e a saudade não tem cor."

(Este texto foi adaptado a partir de um artigo de Luiza Vilamea, que foi publicado na *Revista Nova Escola* em Setembro de 1995.)

TEXTO 2: O Problema dos Oito Pães

Três dias depois, aproximava-mos de uma pequena aldeia – denominada *Lazakka* – quando encontramos, caído na estrada, um pobre viajante, roto e ferido.

Socorremos o infeliz e dele próprio ouvimos o relato de sua desventura.

Chamava-se *Salém Nassair* e era um dos mais ricos mercadores de *Bagdá*. Ao regressar, poucos dias antes de *Bássora*, com grande caravana, fora atacado por uma chusma de nômades persas do deserto. A caravana foi saqueada e quase todos os seus componentes pereceram nas mãos dos beduínos. Ele – o chefe – conseguira milagrosamente escapar, oculto na areia, entre os cadáveres de seus escravos.

E, ao concluir a narrativa de sua desgraça, perguntou-nos com voz angustiosa:

– Trazeis, por acaso, ó muçulmanos, alguma coisa que se possa comer? Estou quase a morrer de fome!

– "Tenho de resto três pães." – respondi.

– "Trago ainda cinco!" – afirmou, a meu lado, o "homem que calculava".

– "Pois bem – sugeriu o xeique – juntemos esses pães e façamos uma sociedade única. Quando chegar à *Bagdá*, prometo pagar com oito moedas de ouro o pão que comer!"

Assim fizemos. No dia seguinte, ao cair da tarde, entramos na célebre cidade de Bagdá, a "Pérola do Oriente".

Ao atravessarmos vistosa praça, demos de rosto com um aparatoso cortejo. Na frente marchava, num garboso alazão, o poderoso *Ibrahim Maluf*, um dos vizires do *Califa de Bagdá*.

O vizir, ao avistar o xeque *Salém Nassair* em nossa companhia, chamou-o e fazendo parar a sua poderosa guarda, perguntou-lhe:

– "Que te aconteceu, ó meu amigo? Por que te vejo chegar à *Bagdá* roto e maltrapilho, acompanhado de dois homens que não conheço?"

O desventurado xeique narrou, minuciosamente, ao poderoso ministro tudo o que lhe ocorrera no caminho, fazendo a nosso respeito os maiores elogios.

– "Paga sem perda de tempo esses dois forasteiros!" – ordenou-lhe o grão-vizir.

E, retirando de sua bolsa oito moedas de ouro, entregou-as a *Salém Nassair*, acrescentando:

– "Quero levar-te agora mesmo ao palácio, pois o *Comendador dos Crentes* deseja, com certeza, ser informado da nova afronta que os bandidos e beduínos praticaram, matando nossos amigos e saqueando caravanas dentro de nossas fronteiras."

O rico *Salém Nassair* disse-nos, então:

– "Vou deixar-vos, meus amigos. Antes, porém, desejo agradecer-vos o grande auxílio que ontem me prestastes. E para cumprir a palavra dada, vou pagar já o pão que generosamente me destes!"

E, dirigindo-se ao "homem que calculava", disse-lhe:

– "Vais receber, pelos cinco pães, cinco moedas!"

E, voltando-se para mim, ajuntou:

– "E tu, ó *bagdali*, pelos três pães, vais receber três moedas!"

Com grande surpresa, o "calculista" objetou respeitoso:

– "Perdão, ó xeque! A divisão feita desse modo pode ser muito simples, mas não é matematicamente certa! Se eu dei cinco pães devo receber sete moedas; o meu companheiro *bagdali*, que deu três pães, deve receber apenas uma moeda."

– "Pelo nome de Maomé!" – interveio o vizir *Ibrahim Maluf* interessado, vivamente, pelo caso. "Como justificar, ó estrangeiro, tão disparatada forma de pagar oito pães com oito moedas? Se contribuíste com cinco pães, por que exiges sete moedas? Se o teu amigo contribuiu com três pães, por que afirmas que ele deve receber uma única moeda?"

O "homem que calculava", aproximando-se do prestigioso ministro, assim falou:

– "Vou provar-vos ó vizir, que a divisão das oito moedas, pela forma por mim proposta, é matematicamente certa. Quando durante a viagem, tínhamos fome, eu tirava um pão da caixa em que estavam guardados e repartia-o em três pedaços, comendo cada um de nós, um desses pedaços. Se eu dei cinco pães, dei é claro, quinze pedaços; se meu companheiro deu três pães, contribuiu com nove pedaços. Houve, assim, um total de 24 pedaços, cabendo, portanto, oito pedaços para cada um. Dos quinze pedaços que dei, comi oito; dei, na realidade sete. O meu companheiro deu, como disse, nove pedaços e comeu, também oito; logo deu apenas um. Os sete que eu dei, e o restante que o *bagdali* forneceu, formaram os oito que couberam ao xeique *Salém Nassair*. Logo, é justo que eu receba sete moedas e meu companheiro apenas uma."

O grão-vizir, depois de fazer os maiores elogios ao "homem que calculava", ordenou que lhe fossem entregues sete moedas, pois a mim cabia, por direito, apenas uma. Era lógica, perfeita e irrepreensível, a demonstração apresentada pelo matemático.

– "Esta divisão – retorquiu o calculista – de sete moedas para mim e uma para o meu amigo, conforme provei, é matematicamente certa, mas não é perfeita aos olhos de Deus!"

E, tomando as moedas na mão, dividiu-as em duas partes iguais. Deu-me uma dessas partes (quatro moedas), guardando, para si, as quatro restantes.

– "Este homem é extraordinário!" – declarou o vizir. "Não aceitou a divisão proposta de oito dinares em duas parcelas de cinco e três, em que era favorecido; demonstrou ter direito a sete e que seu companheiro só devia receber um dinar, acabando por dividir as oito moedas em duas parcelas iguais, que repartiu, finalmente, como o amigo."

E, acrescentou com entusiasmo:

– "Poderoso é Alá! Esse jovem, além de parecer-me sábio e habilíssimo nos cálculos e na Aritmética, é bom para o amigo e generoso para o companheiro. Tomo-o, hoje mesmo, para meu secretário!"

– "Poderoso vizir! – tornou o "homem que calculava" – vejo que acabas de fazer com 32 vocábulos, com um total de 143 letras, o maior elogio que ouvi em toda minha vida, e eu, para agradecer-vos, sou forçado a empregar 64 palavras nas quais figuram nada menos que 286 letras. O dobro, precisamente. Que Alá vos abençoe e proteja!"

Com tais palavras, o "homem que calculava" deixou todos nós maravilhados com sua argúcia e invejável talento de calculista.

(Esse texto foi retirado do livro O Homem que Calculava, de *Malba Tahan*.)

<u>Tema para Casa</u>

1. De quantas formas diferentes, três alunos podem formar uma fila?

$3 \times 2 \times 1 = 6$ formas

2. E, se fossem quatro alunos?

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ formas

3. E, se fossem cinco alunos?

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ formas

4. De quantas formas possíveis, seis alunos podem posar lado a lado para uma foto?

$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ formas

5. (Banco de Questões – OBMEP) Considere dois números naturais, cada um deles com três algarismos diferentes. O maior deles só tem algarismos pares e o menor só tem algarismos ímpares. Se a diferença entre eles é a maior possível, qual é essa diferença?

(A) 997
(B) 777
(C) 507
(D) 531
(E) 729

Para que a diferença seja a maior possível, devemos escolher o maior número de 3 algarismos pares diferentes e o menor número de 3 algarismos ímpares diferentes. O maior número de 3 algarismos pares diferentes é 864; o menor número de 3 algarismos ímpares diferentes é 135. Assim, a diferença entre eles é 864 – 135 = 729.

6. (Banco de Questões – OBMEP) Em um mesmo lado de uma rua serão construídas seis casas vizinhas. As casas podem ser de tijolo ou de madeira, mas como medida de segurança contra incêndio, duas casas de madeira não podem ser vizinhas. De quantas maneiras se pode planejar a construção dessas casas?

Como as casas são vizinhas, podemos pensar nelas como uma fila com 6 posições. Vamos realizar a contagem, de acordo com o número de casas de madeira que podem ser construídas.

1. <u>Nenhuma</u> casa de madeira: há apenas uma maneira de construir as casas (todas de tijolo).
2. <u>Uma</u> casa de madeira: há 6 maneiras de construir as casas, pois a casa de madeira pode ser qualquer uma delas (as outras são de tijolo).
3. <u>Duas</u> casas de madeira: as casas de madeira podem ocupar as posições: 1ª e 3ª, 1ª e 4ª, 1ª e 5ª, 1ª e 6ª, 2ª e 4ª, 2ª e 5ª, 2ª e 6ª, 3ª e 5ª, 3ª e 6ª ou 4ª e 6ª; 10 maneiras.
4. <u>Três</u> casas de madeira: as casas de madeira podem ocupar as posições: 1ª, 3ª e 5ª; 1ª, 3ª e 6ª; 1ª, 4ª e 6ª; 2ª, 4ª e 6ª; 4 maneiras.
5. <u>Quatro ou mais</u> casas de madeira: é impossível, pois, nesse caso, sempre teremos duas casas de madeira juntas.

Dessa forma, há 1 + 6 + 10 + 4 = **21** maneiras de se planejar a construção.

GEMaTh
Grupo De Estudos Professor Malba Tahan

Colégio Militar de Porto Alegre
Colégio "Casarão da Várzea"

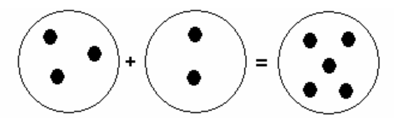
<u>2º Encontro</u>

Os Princípios de Contagem

A procura por métodos eficientes de contagem está diretamente relacionada ao desenvolvimento do pensamento matemático.

A primeira técnica matemática aprendida pelas pessoas é "contar", enumerando os elementos de um determinado conjunto de forma a determinar quantos são os seus elementos.

As operações aritméticas fundamentais também têm uma relação estreita com os problemas de contagem.



A figura acima está relacionada com um dos princípios básicos de contagem, o **Princípio Aditivo**: "Se existem **<u>m</u>** possibilidades para que o evento **A** aconteça e **<u>n</u>** possibilidades para que um evento **B**, independente do primeiro, aconteça, então o número de possibilidades para que o evento **A** aconteça **<u>ou</u>** o evento **B** aconteça é **<u>m+n</u>** possibilidades."

1. Um dos alunos do CMPA deseja ajudar os seus pais a organizar a viagem de férias a Xangrilá. Para realizá-la, o casal pode optar em utilizar uma linha de ônibus, o automóvel da família ou uma carona com um dos tios que possui um *motor-home*. De quantas formas distintas a família poderá organizar essa viagem à praia?

1 + 1 + 1 = 3 formas

2. Suponha que essa mesma família estivesse disposta a gastar um pouco mais. A viagem de férias seria até a "Cidade Maravilhosa", uma viagem bem mais longa e com muito mais possibilidades. O carro da família poderia ser utilizado. Da mesma forma, a viagem poderia ser feita com um ônibus de linha. Com tarifas promocionais, uma viagem de avião não poderia ser descartada. E, se convencessem aquele tio que possui um *motor-home* a ir junto, a viagem poderia ser bastante agradável. De quantas formas distintas é possível que a família organize a viagem à cidade do Rio de Janeiro?

1 + 1 + 1 + 1 = 4 formas

Provavelmente, você ainda não deve ter notado a importância desse princípio de contagem.

Imaginemos, então, uma viagem de férias um pouco mais "sofisticada": saindo de Porto Alegre, nosso destino será o Arquipélago de Fernando de Noronha. Necessariamente, esta viagem terá duas etapas: o deslocamento Porto Alegre – Recife (sem importar paradas ou escalas) e o deslocamento continente-arquipélago, que é feito diretamente, sem escalas. Observe as seguintes possibilidades:

- Porto Alegre – Recife: automóvel, ônibus, ou avião;
- Recife – Fernando de Noronha: avião ou barco.

3. De quantas formas distintas podemos organizar essa viagem?

Esse problema tem uma estreita relação com outro dos princípios básicos de contagem, talvez o mais importante, o **Princípio Multiplicativo**: "Se existem **<u>m</u>** possibilidades para que o evento **A** aconteça e **<u>n</u>** possibilidades para que um evento **B**, independente do primeiro, aconteça, então o número de possibilidades para que o evento **A** aconteça **<u>e</u>**, sucessivamente, o evento **B** aconteça é **<u>m×n</u>** possibilidades."

(1 + 1 + 1) × (1 + 1) = 6 formas

4. Uma bandeira é formada por três listras, que podem ser pintadas usando-se apenas as cores amarelo, verde e branco, não devendo listras adjacentes terem a mesma cor. De quantos modos pode ser colorida essa bandeira? Escreva todas essas formas.

3 × 2 × 2 = 12 modos:
AVB, ABV, VAB, VBA,
BAV, BVA, AVA, ABA,
BAB, BVB, VAV e VBV.

5. De quantas formas distintas 3 pessoas podem posar lado a lado para uma foto? E, se forem 5 pessoas?

3 pessoas ⇒ 3 × 2 × 1 = 6 formas

5 pessoas ⇒ 5 × 4 × 3 × 2 × 1 = 120 formas

6. Quantos números naturais de três algarismos existem no sistema de numeração decimal? Quantos têm algarismos distintos?

Total ⇒ 9 × 10 × 10 = 900 números

Distintos ⇒ 9 × 9 × 8 = 648 números

<u>Tema para Casa</u>

1. (UNESP-SP) Cinco livros diferentes devem ser colocados em uma estante de tal forma que dois deles permaneçam sempre juntos. O número de maneiras diferentes como podemos dispor esses livros á igual a

(A) 240.
(B) 120.
(C) 48.
(D) 24.
(E) 2.

$\underbrace{L_1L_2}_{\underbrace{\text{JUNTOS}}_{X}} \quad L_3L_4L_5 \Rightarrow \underbrace{X\,L_3L_4L_5}_{(2\times4\times3\times2\times1)}$

Letra C

2. (CEETPS-SP) Para proteger um documento que será armazenado num computador, um usuário deseja criar uma senha constituída por uma seqüência de cinco letras distintas, sendo as duas primeiras consoantes e as três últimas vogais. No teclado, há um total de 21 consoantes e 5 vogais. Qual é a quantidade de senhas possíveis de serem escritas?

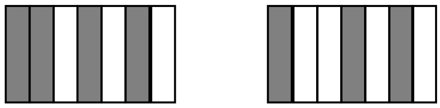
(A) 25200
(B) 13172
(C) 5040
(D) 20160
(E) 40320

$\left.\begin{array}{l}\text{Consoantes: } 21\\ \text{Vogais: } 5\end{array}\right\} C_1C_2V_1V_2V_3$

$21\times20\times5\times4\times3=25200$

Letra A

3. Um código, simplificado, para leitura ótica é constituído por sete barras justapostas, brancas ou pretas. Nenhum código de barras tem barras de uma só cor. Observe dois exemplos desses códigos.



Quantos desses códigos, distintos entre si, podem ser formados?

(A) 128
(B) 127
(C) 126
(D) 64
(E) 624

$\underbrace{B_1B_2B_3B_4B_5B_6B_7}_{\text{POSSIBILIDADES} \Rightarrow \text{P ou B}}$

$\underbrace{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=128}_{\text{RETIRAR}\left\{\begin{array}{l}\text{PPPPPPP}\\ \text{BBBBBBB}\end{array}\right.} \Rightarrow 128-2=126$

Letra C

4. (FTM-SP) Um *hacker* sabe que a senha de acesso a um arquivo secreto é um número natural de quatro algarismos. Com a intenção de acessar o arquivo, o *hacker* programou o computador para testar, como senha, todos os números naturais de quatro algarismos. O computador vai testar esses números sucessivamente, demorando 5 segundos em cada tentativa. O tempo <u>máximo</u> para que a senha do arquivo seja encontrada é

(A) 12h 30 min.
(B) 12h 5 min.
(C) 750 h.
(D) 1h 15 min 36s.
(E) 1h 26 min.

$*$ Total de senhas: $\underbrace{10\times10\times10\times10}_{10.000}$

$*$ Tempo: $10.000\times5=\underbrace{50.000\text{ segundos}}_{\frac{50000}{3600}=\underbrace{12,5\text{ horas}}_{\text{Letra A}}}$

5. (EsPCEx-SP) Para pintar um total de 5 casas, dispõem-se das seguintes informações: (1) há 3 cores de tinta diferentes; (2) cada casa é pintada com apenas uma cor; (3) as casas estão em seqüência do mesmo lado da rua; (4) deseja-se que duas casas vizinhas não sejam pintadas da mesma cor. Dessa forma, calcule de quantos modos diferentes as casas podem ser pintadas.

(A) 5
(B) 12
(C) 24
(D) 48
(E) 96

$\left.\begin{array}{l}\text{Casas: } C_1C_2C_3C_4C_5\\ \text{Tintas: 3 possibilidades}\end{array}\right\} 3\times2\times2\times2\times2=48$

Letra D

GEMaTh
Grupo De Estudos Professor Malba Tahan

Colégio Militar de Porto Alegre
Colégio "Casarão da Várzea"

3º Encontro

Problemas

1. Um time de futebol possui três tipos diferentes de camiseta, dois tipos de calções e dois tipos de meias. De quantas formas diferentes esse time poderá montar seu fardamento?

$3 \times 2 \times 2 = 12$ formas

2. Quando vamos à "Cantina do Seu Renato", há várias opções para se fazer um lanche. Suponha que no dia de hoje tivéssemos as opções relacionadas no cardápio abaixo.

Lanche	**Bebida**	**Doce**
Salgado	Refrigerante	Balas
Cachorro-quente	Suco	Chocolate
X-tudo	*Toddynho*	Alfajor
Prensado		
Pão de queijo		

De quantas formas diferentes podemos fazer um pedido na cantina, de forma que, nesse pedido: (a) Exista um lanche, uma bebida e um doce?; (b) Exista um lanche, uma bebida, mas não necessariamente um doce?

(a) $\Rightarrow 5 \times 3 \times 3 = 45$ formas

(b) $\Rightarrow (5 \times 3 \times 3) + (5 \times 3) = 60$ formas

3. Num *shopping* há quatro portas de entrada. (a) De quantas formas distintas uma pessoa pode entrar e depois sair desse *shopping*?; (b) De quantas formas distintas uma pessoa pode entrar e depois sair desse *shopping* por uma porta diferente daquela usada na entrada?

(a) $\Rightarrow 5 \times 5 = 25$ formas

(b) $\Rightarrow 5 \times 4 = 20$ formas

4. Para acessar sua conta no *Orkut*, Gilberto utiliza uma senha formada por seis letras diferentes, todas presentes no seu nome. A senha inicia com consoante, alternando consoantes e vogais. Quantas são as possibilidades para essa senha?

$5 \times 3 \times 4 \times 2 \times 3 \times 1 = 360$ possibilidades

5. (a) Quantos são os resultados possíveis no lançamento de um dado? (b) E no lançamento de dois dados?

(a) $\Rightarrow$ 6 resultados

(b) $\Rightarrow 6 \times 6 = 36$ resultados

6. Uma moeda será lançada 4 vezes e a seqüência de resultados obtidos em cada lançamento, cara (K) ou coroa (C) será anotada numa tabela.

1º	**2º**	**3º**	**4º**
K	C	C	K
K	C	C	C
C	K	K	K
C	C	C	C

...

Quantos serão os resultados diferentes que poderão ser anotados nessa tabela?

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ resultados

7. Utilizando os algarismos 1, 3, 5, 7 e 9, (a) quantos números com três algarismos podemos formar? (b) Quantos deles têm os algarismos distintos?

(a) $\Rightarrow 5 \times 5 \times 5 = 125$ números

(b) $\Rightarrow 5 \times 4 \times 3 = 60$ números

8. Provavelmente, você deve saber que o Concurso de Admissão ao 6º ano do Ensino Fundamental do CMPA tem como etapa eliminatória uma prova de Matemática constituída de 20 questões, cada uma com cinco alternativas, das quais apenas uma é correta. (a) De quantas formas pode ser

montado o gabarito dessa prova? (b) Vamos tentar estimar o resultado anterior utilizando a aproximação $\mathbf{2^{10} = 1000}$?

(a) $\Rightarrow 5 \times 5 \times \ldots \times 5 = 5^{20}$ formas
(b) $5^{20} = (10/2)^{20} = 10^{20}/2^{20} \cong 10^{20}/10^{6} = 10^{14}$ formas

9. O sistema de emplacamento de automóveis utiliza uma seqüência de três letras seguidas de uma seqüência de 4 algarismos. Quantos automóveis podem ser emplacados nesse sistema?

$(26 \times 26 \times 26) \times (10 \times 10 \times 10 \times 10) =$
$= 175.760.000$ automóveis

Tema para Casa

1. (OBMEP-2005) O Campeonato Brasileiro de 2005 é disputado por 22 times. Cada time enfrenta um dos outros duas vezes, uma vez em seu campo e outra no campo adversário. Quantas partidas serão disputadas por cada time?

(A) 40
(B) 41
(C) 42
(D) 43
(E) 44

$(1 \times 21) + (1 \times 21) = 42$ formas
Letra C

2. (OBMEP-2005) Os bilhetes de uma rifa são numerados de 1000 a 9999. Marcelo comprou todos os bilhetes, nos quais o algarismo sete aparece exatamente três vezes e o zero não aparece. Quantos bilhetes foram comprados por Marcelo?

(A) 32
(B) 36
(C) 45
(D) 46
(E) 48

777X $\Rightarrow$ 8 bilhetes
77X7 $\Rightarrow$ 8 bilhetes
7X77 $\Rightarrow$ 8 bilhetes
X777 $\Rightarrow$ 8 bilhetes
Total $\Rightarrow 8 \times 4 = 32$ bilhetes
Letra A

3. Júlio César quer colocar 6 livros diferentes lado a lado na prateleira de uma estante. São 2 livros de Matemática e 4 de História. De quantas formas diferentes ele poderá dispor esses 6 livros na prateleira, de modo que os livros de uma mesma matéria fiquem juntos?

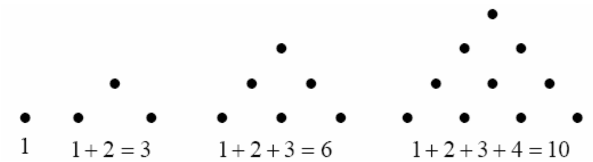
(A) 720
(B) 120
(C) 96
(D) 48
(E) 24

$\underbrace{L_1L_2}_{\text{JUNTOS}}\quad L_3L_4L_5L_6 \Rightarrow \underbrace{(2\times1\times4\times3\times2\times1)}_{\times 2 = 96}$
Letra C

4. (Banco de Questões – OBMEP) O famoso matemático grego Pitágoras chamou de *números triangulares* os números obtidos pela soma dos primeiros números inteiros maiores que 0. Por exemplo, 1, 3, 6 e 10 são *números triangulares*.

$$\begin{array}{lllllll} 1 & = 1 \\ 3 & = 1 & + & 2 \\ 6 & = 1 & + & 2 & + & 3 \\ 10 & = 1 & + & 2 & + & 3 & + 4 \end{array}$$

A figura ilustra a motivação para o nome *números triangulares*.



A seqüência de números triangulares continua com 1+2+ 3+4+5 = 15, 1+2+3+4+5+6 = 21 etc. Quantos são os *números triangulares* menores que 100?

Observe o seguinte:
$1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+3} 6 \xrightarrow{+4} 10 \xrightarrow{+5} 15 \xrightarrow{+6} 21$
$\xrightarrow{+7} 28 \xrightarrow{+8} 36 \xrightarrow{+9} 45 \xrightarrow{+10} 55$
$\xrightarrow{+11} 66 \xrightarrow{+12} 78 \xrightarrow{+13} 91 \xrightarrow{+14}$ Maior que 100.
Logo, temos 13 n^{os} triangulares menores que 100.

Colégio Militar de Porto Alegre

Colégio "Casarão da Várzea"

GEMaTh

Grupo De Estudos Professor Malba Tahan

<u>4º Encontro</u>

A questão das trocas de ordem

Vamos relembrar alguns detalhes dos encontros anteriores.

Imagine que o acesso a um determinado *site* seja controlado por uma senha que deve ser digitada no teclado abaixo.

C	**M**	**P**
B		**A**

Calcule a quantidade de senhas possíveis de serem digitadas, respeitadas as seguintes condições:

(a) A senha é uma seqüência de apenas duas letras. (É possível escrevê-las?)

$5 \times 5 = 25$ senhas diferentes

(b) A senha é uma seqüência de apenas duas letras distintas.

$5 \times 4 = 20$ senhas diferentes

(c) A senha é uma seqüência de três letras.

$5 \times 5 \times 5 = 125$ senhas diferentes

(d) A senha é uma seqüência de cinco letras distintas. (É possível escrevê-las?)

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ senhas diferentes

Sim, mas é "trabalhoso".

Para responder a cada um dos itens acima, você deve ter usado o **"Princípio Fundamental da Contagem"**, não? Hoje iremos avançar um pouquinho mais nosso estudo sobre os processos de contagem.

Vamos a outros problemas.

Considere que **C**arlos, **M**árcia, **P**edro, **A**driana e **B**runa sejam colegas em uma mesma escola. É necessário escolher dois deles para uma apresentação de um trabalho. De quantas formas diferentes podemos realizar essa escolha? (É possível escrevê-las?)

$$\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10 \text{ formas}$$

CM, CP, CA, CB, MP,
MA, MB, PA, PB, ABP

E, se fosse necessário escolher três desses alunos. De quantas formas diferentes podemos realizar essa escolha?

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10 \text{ formas}$$

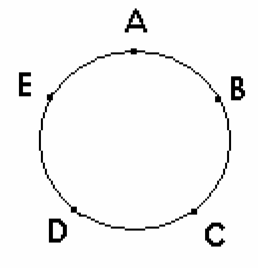
Há um fato importante a ser observado ao comparamos os cálculos realizados nas duas situações apresentadas. Que fato seria esse?

É provável que os alunos façam algum comentário a respeito do menor número de possibilidades ou, até mesmo, sobre a igualdade entre os resultados. É necessário enfatizar a questão das trocas de ordem não serem significativas e o porquê das divisões realizadas.

O *"Campeonato Brasileiro de Futebol"* é disputado por 20 times em jogos de ida e volta. Lembrando que todas as equipes jogam entre si, quantas serão as partidas disputadas até o final do campeonato?

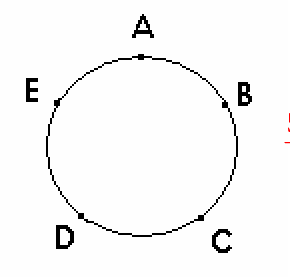
$$\frac{20 \times 19}{2 \times 1} = 190 \text{ jogos}$$

Considere cinco pontos distintos, dispostos sobre uma circunferência, conforme o desenho abaixo. Ligando três desses pontos, é possível formar um triângulo. Quantos triângulos diferentes podem ser formados?



$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10 \text{ triângulos}$$

Quantos quadriláteros podem ser formados?



$$\frac{5\times4\times3\times2}{4\times3\times2\times1}=5$$ quadriláteros

Você poderia calcular quantos são os resultados possíveis para a “Mega-sena”?

$$\frac{60\times59\times58\times57\times56\times55}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\ 50.063.860 \text{ resultados}$$

Em nosso primeiro encontro, percebi que vocês gostavam de resolver desafios. Que tal resolvermos estes três problemas propostos em Olimpíadas de Matemática como tema para casa?

Tema para Casa

1. (OBM) Imagine uma pilha com cem milhões de papel sulfite, cada uma com 0,1 milímetro de espessura. Assinale a alternativa mais próxima da altura da pilha.

(A) a sua altura.
(B) o comprimento do maior animal do mundo, a baleia azul, que é cerca de 29 metros.
(C) a altura do edifício mais alto do mundo, o *Petronas Tower*, que tem 88 andares.
(D) a altura do pico mais alto do mundo, o *Monte Everest*, que é de 8.848 metros.
(E) a distância da Terra à Lua, que é muito maior que as alternativas anteriores.

$$\frac{0{,}1}{1000}m\ \times\ 100.000.000=\frac{1}{10}m\times100.000=10.000m$$

Letra D

2. (OBMEP-2005) O aniversário de Carlinhos é no dia 20 de julho. Em agosto de 2005, ao preencher uma ficha em sua escola, Carlinhos inverteu a posição dos dois últimos algarismos do ano em que nasceu. A professora que recebeu a ficha disse: “Carlinhos, por favor, corrija o ano de seu nascimento, senão as pessoas vão pensar que você tem 56 anos!” Qual é a idade de Carlinhos?

(A) 11 anos
(B) 12 anos
(C) 13 anos
(D) 14 anos
(E) 15 anos

$2005-(\text{Ano Errado})=56$
$\text{Ano Errado}=2005-56$
$\text{Ano Errado}=1949;\ \text{Ano Certo}=1994$
Carlinhos tem $2005-1994=11$ anos
Letra A

3. (OMCM) Se 5 maçãs custam R$ 2,00, então o preço de duas dúzias e meia de maçãs é igual a

(A) R$ 8,00.
(B) R$ 8,50.
(C) R$ 9,00.
(D) R$ 10,50.
(E) R$ 12,00.

5 frutas $\Rightarrow$ R$ 2,00
30 frutas $\Rightarrow$ R$?
5 frutas $\times 6 \Rightarrow$ R$ 2,00 $\times 6$
30 frutas $\Rightarrow$ R$ 12,00
Letra E

4. (UFRGS) Para colocar preço em seus produtos, uma empresa desenvolveu um sistema simplificado de código de barras formado por cinco linhas separadas por quatro espaços. Podem ser usadas linhas de três larguras possíveis e espaços de duas larguras possíveis. O número total de preços que podem ser representados por esse código é

(A) 1440.
(B) 2880.
(C) 3125.
(D) 3888.
(E) 4320.

$$L_1E_1L_2E_2L_3E_3L_4E_4L_5$$

$$\underbrace{3\times2\times3\times2\times3\times2\times3\times2\times3}_{3^5\times2^4\ =\ 3888}$$

Letra D

Colégio Militar de Porto Alegre
Colégio "Casarão da Várzea"

<u>5º Encontro</u>

As Loterias de Números

Hoje precisaremos da ajuda de uma calculadora eletrônica.

Existem várias loterias de números em nosso país: *Loteca*, *Lotomania*, *Federal* e *Quina*. Uma das mais populares é a chamada ***Mega-sena***, cujo cartão utilizado para as aposta foi

reproduzido abaixo.

O último sorteio da Mega-sena (Concurso 815) foi realizado em Porto Alegre nesse último sábado (11/11/2006). Foram sorteadas as dezenas: **09**, **19**, **37**, **39**, **50** e **57**.

Não houve nenhum ganhador e o prêmio ficou acumulado para o próximo sorteio. O prêmio do próximo sorteio é estimado em **R$ 13.000.000,00** (treze milhões de Reais).

Você já parou para pensar o quanto é difícil acertar os seis números sorteados na *Mega-sena*? Percebeu o quanto é comum o fato de o prêmio ficar "acumulado"?

O que é mais fácil: acertar as seis dezenas da *Mega-sena* ou conseguir resultado doze para a soma dos resultados possíveis no lançamento de dois dados diferentes? Como você justificaria sua resposta?

<u>O resultado com o lançamento dos dados é muito mais fácil de ser obtido! Apesar de não ser muito simples, ajude o aluno a associar à sua argumentação a equivalência existente entre o "ser mais fácil" e a quantidades de resultados possíveis em cada um dos casos.</u>

Para que possamos responder a essa questão com um pouco mais de clareza, vamos tentar responder a uma outra pergunta: quantos são os resultados possíveis no sorteio da *Mega-sena*?

$$\frac{60\times59\times58\times57\times56\times55}{6\times5\times4\times3\times2\times1} = 50.063.860 \text{ resultados}$$

Agora observe as seguintes informações disponíveis no site da **Caixa Econômica Federal** (CEF), na tabela abaixo.

PROBABILIDADE DE ACERTO NA MEGA-SENA

Quantidade Nº Jogados	Valor de Aposta	Probabilidade de acerto (1 em ...)		
		Sena	Quina	Quadra
6	1,50	50.063.860	154.518	2.332
7	10,50	7.151.980	44.981	1.038
8	42,00	1.787.995	17.192	539
9	126,00	595.998	7.791	312
10	315,00	238.399	3.973	195
11	693,00	108.363	2.211	129
12	1.386,00	54.182	1.317	90
13	2.574,00	29.175	828	65
14	4.504,50	16.671	544	48
15	7.507,50	10.003	370	37

Como você explicaria o fato de uma aposta com seis números custar **R$ 1,50** e uma aposta com sete números custar **R$ 10,50**? Por que uma aposta com oito números custa **R$ 42,00**?

$*$ Quem aposta 7 dezenas faz $\frac{7\times6\times5\times4\times3\times2}{6\times5\times4\times3\times2\times1} =$ 7 jogos $\times$ R$ 1,50 = R$ 10,50;

e quem aposta 8 dezenas faz $\frac{8\times7\times6\times5\times4\times3}{6\times5\times4\times3\times2\times1} =$ 28 jogos $\times$ R$ 1,50 = R$ 42,00.

<u>Tema para Casa</u>

Procure informações sobre quem, além dos premiados, são os beneficiados com os sorteios das loterias administradas pela CEF.
<http://www1.caixa.gov.br/loterias/repasses_sociais/index.asp>

ANEXO C

GEMaTh
Grupo De Estudos Professor Malba Tahan

Colégio Militar de Porto Alegre

Colégio "Casarão da Várzea"

1º e 2º Encontros

Razões e Proporções

1. Razão

A razão entre dois números **a** e **b** $(b \neq 0)$ corresponde à fração equivalente ao quociente $\frac{a}{b}$.

Também podemos representar essa razão através de **a:b**, uma notação comum em aplicações na Matemática, na Engenharia e na Medicina, que é lida "**<u>a</u> está para <u>b</u>**".

<u>Exercício 1</u> - Calcule a razão entre 15 m e 5 m.

$$\frac{15\ \text{m}}{5\ \text{m}} = 3$$

<u>Exercício 2</u> - Calcule a razão entre 12 kg e 6000 g.

$$\frac{12\ \text{kg}}{6000\ \text{g}} = \frac{12000\ \text{g}}{6000\ \text{g}} = 2$$

<u>Exercício 3</u> - Calcule a razão entre 3 L e 18 dm^3.

$$\frac{3\ \text{L}}{18\ \text{dm}^3} = \frac{3\ \text{dm}^3}{18\ \text{dm}^3} = \frac{1}{6}$$

<u>Exercício 4</u> - Calcule a razão entre 500 m^3 e 25 h.

$$\frac{500\ \text{m}^3}{25\ \text{h}} = 20\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

<u>Exercício 5</u> - Calcule a razão entre 3000 automóveis e 60 min.

$$\frac{3000\ \text{autos}}{60\ \text{min}} = 50\,\frac{\text{autos}}{\text{min}}$$

<u>Exercício 6</u> - Calcule a razão entre 200 km e 50 km/h.

$$\frac{200\ \text{km}}{50\ \text{km/h}} = \frac{200}{50}\ \frac{\text{km}}{\text{km/h}} = 4\ \text{km} \times \frac{\text{h}}{\text{km}} = 4\ \text{h}$$

Você pôde observar algum "detalhe interessante" entre os resultados obtidos no cálculo dessas razões?

O "detalhe" que pode ser observado pelos alunos é que algumas razões não possuem unidade associada. Por outro lado, outras razões são reconhecidas e associadas por suas unidades (vazão e velocidade).

2. Proporção

Uma proporção é uma equivalência entre duas frações.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (c \neq 0 \text{ e } d \neq 0)$$

Também podemos utilizar uma notação mais "antiga".

$$a : b :: c : d \quad (c \neq 0 \text{ e } d \neq 0)$$

Nessa notação, a leitura é **"<u>a</u> está para <u>b</u>, assim como <u>c</u> está para <u>d</u>"**. Além disso, **a** e **d** são chamados extremos da proporção; **b** e **c** são os meios da proporção.

$$\underbrace{a : \underbrace{b :: c}_{\text{meios}} : d}_{\text{extremos}}$$

<u>Exercício 7</u> - Simplifique as seguintes frações.

a) $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ b) $\frac{256}{512} = \frac{1}{2}$ c) $\frac{27}{18} = \frac{3}{2}$

d) $\frac{110}{363} = \frac{10}{33}$ e) $\frac{17}{41} = \frac{10}{41}$ f) $\frac{2}{13} = \frac{2}{13}$

<u>Exercício 8</u> - A simplificação $\frac{540}{360} = \frac{3}{2}$ está correta? Justifique sua resposta.

Sim, observe que $540 \times 2 = 360 \times 3$.

<u>Exercício 9</u> - A simplificação $\frac{378}{120} = \frac{7}{5}$ está correta? Justifique sua resposta.

Não, observe que $378 \times 5 \neq 120 \times 7$.

Talvez você tenha levado muito tempo para resolver os dois exercícios anteriores. Existe alguma forma "rápida" de respondê-los corretamente?

Sim, aplicando a "propriedade fundamental" das proporções. Essa propriedade, inclusive, já pode ter sido utilizada por alguns alunos nos exercícios anteriores.

3. Propriedade Fundamental das Proporções

Em qualquer proporção, a seguinte igualdade é sempre verificada.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Leftrightarrow \quad a \times d = b \times c$$

Normalmente, você já ouviu o enunciado dessa propriedade: "Numa proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos." Você seria capaz de escrever uma demonstração para essa propriedade? Trabalhe nisso em parceria com seus colegas do GEMaTh.

Exercício 10 - Calcule o valor da incógnita x em cada uma das proporções.

a) $\frac{x}{8} = \frac{3}{2}$ $\Leftrightarrow$ $x = 9$

b) $\frac{21}{x} = \frac{7}{5}$ $\Leftrightarrow$ $x = 15$

c) $\frac{81}{243} = \frac{x}{3}$ $\Leftrightarrow$ $x = 1$

d) $\frac{1}{6} = \frac{12}{x}$ $\Leftrightarrow$ $x = 72$

Esse valor **x**, que forma com os outros três valores uma proporção, é chamado de "quarta proporcional".

Exercício 11 Encontre o valor da quarta proporcional entre os números 12, 16 e 48.

$$\frac{12}{16} = \frac{48}{x} \Leftrightarrow x = 64$$

Esse problema admite apenas uma solução?

____

____

_____Não, depende da forma como__________

_______escrevermos a proporção.__________

____

Trabalho para Casa

1. Encontre o valor de x nas proporções.

a) $\frac{x-3}{x+3} = \frac{2}{3}$ $\Leftrightarrow$ $x = 15$

b) $\frac{x+5}{8} = \frac{12+x}{16}$ $\Leftrightarrow$ $x = 2$

2. Resolva os seguintes sistemas de equações de 1º grau.

a) $\begin{cases} x + y = 16 \\ \frac{x}{y} = 3 \end{cases}$ $x = 12$ $y = 4$

b) $\begin{cases} x - y = 27 \\ \frac{x}{y} = 2 \end{cases}$ $x = 54$ $y = 27$

c) $\begin{cases} x + y = 40 \\ \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \end{cases}$ $x = 16$ $y = 24$

d) $\begin{cases} x + y + z = 32 \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{6} = \frac{z}{7} \end{cases}$ $x = 6$ $y = 12$ $z = 14$

3. (OBMEP-2006) Se $\frac{1}{a+11} = \frac{37}{73}$, então $\frac{1}{a+13}$ é igual a

(A) $\frac{37}{78}$.

(B) $\frac{42}{78}$.

(C) $\frac{37}{98}$.

(D) $\frac{37}{75}$.

(E) $\frac{37}{147}$.

$$\frac{1}{a+11} = \frac{37}{73} \Rightarrow 37(a+11) = 73$$
$$a + 11 = \frac{73}{37}$$
$$a + 11 + 2 = \frac{73}{37} + 2$$
$$a + 13 = \frac{147}{37}$$
$$\frac{1}{a+13} = \frac{37}{147}$$

Letra E

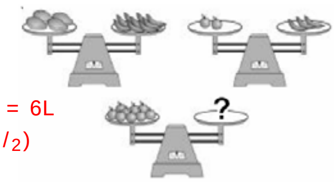
4. (OBMEP-2006) Sabendo que 987 × 154 = 151998, podemos concluir que 9870 × 1,54 é igual a

(A) 15,1998.
(B) 1519,98.
(C) 15199,8.
(D) 151998.
(E) 1519980.

$$987 \times 154 = 151998$$
$$(987 \times 10) \times (154 \div 100) = 151998 \times 10 \div 100$$
$$9870 \times 1,54 = 15199,8$$

Letra C

5. (OBMEP-2005) Usando uma balança de dois pratos, verificamos que 4 abacates pesam o mesmo que 9 bananas e que 3 bananas pesam o mesmo que 2 laranjas. Se colocarmos 9 laranjas num prato da balança, quantos abacates devemos colocar no outro prato para equilibrar a balança?



(A) 1
(B) 2
(C) 4
(D) 5
(E) 6

4A = 9B
3B = 2L ⇔ 9B = 6L
4A = 6L ($\times\, ^3/_2$)
6A = 9L
Letra E

6. (UFRGS) A planta de um terreno foi feita na escala de 1: 500. Se, na planta, o terreno tem área 10 cm^2, sua área real, em m^2, é

(A) 25.
(B) 50.
(C) 100.
(D) 250.
(E) 300.

$$1:500 = \frac{1 \text{ cm}}{500 \text{ cm}}$$
$$\text{Mapa} \rightarrow 10 \text{ cm}^2 \xrightarrow{exemplo} 1 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$$
$$\text{Real} \rightarrow (1 \times 500 \text{ cm}) \times (10 \times 500 \text{ cm}) =$$
$$= 500 \text{ cm} \times 5000 \text{ cm} = 5 \text{ m} \times 50 \text{ m} = 250 \text{ m}^2$$

Letra D

GEMaTh
Grupo De Estudos Professor Malba Tahan

Colégio Militar de Porto Alegre

Colégio "Casarão da Várzea"
3° Encontro
Proporções

1. Propriedades das Proporções

Considerando **a**, **b**, **c**, **d**, **e** e **f** (**b**, **d**, **f** ≠ 0), são válidas as seguintes propriedades.

P1) $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d} \Rightarrow \dfrac{a+c}{b+d}=\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$

P2) $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d} \Rightarrow \dfrac{a-c}{b-d}=\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$

P3) $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{e}{f}=\ldots \Rightarrow \dfrac{a+c+e+\ldots}{b+d+f+\ldots}=\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{e}{f}=\ldots$

Podemos fazer extensões dessas propriedades através da multiplicação de cada uma das frações por diferentes valores não nulos.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{2a}{2b}=\frac{3c}{3d}=\frac{2a+3c}{2b+3d}$$

Você seria capaz de demonstrar a propriedade P1? Junto com seus colegas do GEMaTh, procure demonstrar as três propriedades enunciadas.

Exercício 1 - A soma de dois números é 72. Encontre-os, sabendo que os mesmos são proporcionais a 3 e 5.

$$\begin{cases} x+y=72 \\ \dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{x+y}{3+5}$$

$$\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{72}{8}=9 \Rightarrow \begin{cases} x=27 \\ y=45 \end{cases}$$

Exercício 2 - A diferença entre dois números é 40. Encontre-os, sabendo que os mesmos são proporcionais a 12 e 8.

$$\begin{cases} x-y=40 \\ \dfrac{x}{12}=\dfrac{y}{8} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{12}=\frac{y}{8}=\frac{x-y}{12-8}$$

$$\frac{x}{12}=\frac{y}{8}=\frac{40}{1}=10 \Rightarrow \begin{cases} x=120 \\ y=80 \end{cases}$$

Exercício 3 - Três números são proporcionais a 3, 5 e 7. Encontre-os, sabendo que sua soma é 120.

$$\begin{cases} x+y+z=120 \\ \dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{7} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{7}=\frac{x+y+z}{3+5+7}$$

$$\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{7}=\frac{120}{15}=8 \Rightarrow \begin{cases} x=24 \\ y=40 \\ z=56 \end{cases}$$

Exercício 4 - As medidas, em graus, dos ângulos internos de um triângulo são proporcionais aos números 3, 7 e 8. Encontre o menor desses ângulos.

$$\begin{cases} x+y+z=180 \\ \dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{7}=\dfrac{z}{8} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{7}=\frac{x+y+z}{3+7+8}$$

$$\frac{x}{3}=\frac{y}{7}=\frac{z}{8}=\frac{180}{18}=10 \Rightarrow \begin{cases} x=30 \\ y=70 \\ z=80 \end{cases}$$

Exercício 5. Encontre dois números que estão na razão de 5 para 3, sabendo que a diferença entre seus quadrados é 144.

$$\begin{cases} x^2-y^2=144 \\ \dfrac{x}{5}=\dfrac{y}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{5}=\frac{y}{3} \Rightarrow \frac{x^2}{5^2}=\frac{y^2}{3^2}$$

$$\frac{x^2}{25}=\frac{y^2}{9}=\frac{x^2-y^2}{25-9}=\frac{144}{16}=9$$

$$\frac{x^2}{25}=\frac{y^2}{9}=9 \Rightarrow \frac{x}{5}=\frac{y}{3}=3 \Rightarrow \begin{cases} x=15 \\ y=9 \end{cases}$$

Exercício 6 - Encontre dois números na razão $\dfrac{3}{4}$, sabendo que a soma de seus quadrados é 100.

$$\begin{cases} x^2+y^2=100 \\ \dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{3}=\frac{y}{4} \Rightarrow \frac{x^2}{3^2}=\frac{y^2}{4^2}$$

$$\frac{x^2}{9}=\frac{y^2}{16}=\frac{x^2+y^2}{9+16}=\frac{100}{25}=4$$

$$\frac{x^2}{9}=\frac{y^2}{16}=4 \Rightarrow \frac{x}{3}=\frac{y}{4}=4 \Rightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=16 \end{cases}$$

Exercício 7 - Uma barra com massa 475 g é feita com uma liga de ouro e cobre. Encontre a massa de cada metal nessa liga, sabendo que estão na razão de 11 para 8.

$$\begin{cases} x+y=475 \\ \dfrac{x}{11}=\dfrac{y}{8} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{11}=\frac{y}{8}=\frac{x+y}{11+8}$$

$$\frac{x}{11}=\frac{y}{8}=\frac{475}{19}=25 \Rightarrow \begin{cases} x=275 \\ y=200 \end{cases}$$

Trabalho para Casa

1. (OBMEP-2005) Para fazer 24 pães, um padeiro usa exatamente 1 quilograma de farinha de trigo, 6 ovos e 200 gramas de manteiga. Qual é o maior número de pães que ele conseguirá fazer com 12 quilogramas de farinha, 54 ovos e 3,6 quilogramas de manteiga?

(A) 200
(B) 216
(C) 228
(D) 300
(E) 432

$\underbrace{\text{1 kg farinha}}_{\times 12}$ $\quad\underbrace{\text{6 ovos}}_{\times 9}$ $\quad\underbrace{\text{200g manteiga}}_{\times 18}$

12 kg farinha $\quad$ 54 ovos $\quad$ 3600 g manteiga

menor "crescimento"

9 × 24 pães = 216 pães; Letra B

2. (OBMEP-2005) Dois meses atrás, o prefeito de uma cidade iniciou a construção de uma nova escola. No primeiro mês, foi feito 1/3 da obra e, no segundo mês, mais 1/3 do que faltava. A que fração da obra corresponde à parte ainda não construída da escola?

(A) 1/3
(B) 4/9
(C) 1/2
(D) 2/3
(E) 5/6

$\text{Falta} \rightarrow \text{obra} - \left[\dfrac{1}{3}\text{obra} + \dfrac{1}{3}.\dfrac{2}{3}\text{obra}\right]$

$\text{Falta} \rightarrow \text{obra} - \left[\dfrac{1}{3}\text{obra} + \dfrac{2}{9}\text{obra}\right] = \text{obra} - \dfrac{5}{9}\text{obra}$

$\text{Falta} \rightarrow \dfrac{9}{9}\text{obra} - \dfrac{5}{9}\text{obra} = \dfrac{4}{9}\text{obra};$ Letra B

3. (OBMEP-2006) Qual dos seguintes números está mais próximo de 1?

(A) 1 + 1/2
(B) 1 – 1/8
(C) 1 + 1/5
(D) 1 – 1/3
(E) 1 + 1/10

Considere que ao adicionarmos um valor positivo, nos "afastamos" do número 1; ao subtrairmos, nos "aproximamos" do mesmo. Estaremos mais próximo do número 1, quanto <u>menor</u> for esse afastamento ou aproximação. Assim, ao somarmos 1/10 ao número 1, estamos mais próximos de 1. Letra E

GEMaTh
Grupo De Estudos Professor Malba Tahan

Colégio Militar de Porto Alegre

Colégio "Casarão da Várzea"
4º Encontro
Porcentagem

1. Porcentagem

Uma porcentagem é uma "razão centesimal", ou seja, uma fração onde o denominador é o número 100.
Utilizamos o símbolo "%" na sua representação.

Exercício 1. Escreva as razões centesimais na forma de porcentagem.

a) $\frac{20}{100} = 20\ \%$ b) $\frac{30}{100} = 30\ \%$

c) $\frac{45,6}{100} = 45,6\ \%$ d) $\frac{500}{100} = 500\ \%$

Exercício 2. Escreva as razões na forma de porcentagem.

a) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\ \%$ b) $\frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 4\ \%$

c) $\frac{17}{20} = \frac{85}{100} = 85\ \%$ d) $\frac{100}{125} = \frac{80}{100} = 80\ \%$

d) $\frac{12}{80} = \frac{15}{100} = 15\ \%$ e) $\frac{63}{50} = \frac{126}{100} = 12,6\ \%$

f) $\frac{1}{3} = \frac{100}{3}\% = 33,3\%$ g) $\frac{5}{7} = \frac{500}{7}\% \cong 71,4\%$

Exercício 3. Calcule o valor das operações.

a) $(10\%)^2 = \left(\frac{10}{100}\right)^2 = \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100} = 1\%$

b) $\sqrt{(4\%)} = \sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}} = \frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\%$

2. Cálculo de porcentagem

O cálculo de porcentagem pode ser realizado utilizando-se os mesmos princípios utilizados nas operações com frações e "regra-de-três".

Exercício 4. Calcule 10% de R$ 250,00.

$$\frac{10}{100} \times \text{R\$ } 250,00 = \text{R\$ } 25,00$$

Exercício 5. Calcule quantos são 25% de um total de 48 pessoas.

$$\frac{25}{100} \times 48 \text{ pessoas} = 12 \text{ pessoas}$$

Exercício 6. No pátio do colégio, há 120 alunos na aula de Educação Física. Sabendo que 55% desses alunos são meninos, quantas meninas estão no pátio?

$$55\ \% \text{ meninos} \Leftrightarrow 45\ \% \text{ meninas}$$
$$\frac{45}{100} \times 120 \text{ alunos} = 54 \text{ meninas}$$

Exercício 7. Os 9% de um número é igual a 108. Qual é esse número?

$$\text{Número} \Rightarrow x$$
$$\frac{9}{100}x = 108 \Leftrightarrow 9x = 108 \times 100 \therefore x = 1200$$

Exercício 8. Um número aumentado de seus 20% é igual a 186. Qual é esse número?

$$\text{Número} \Rightarrow x$$
$$x + \frac{20}{100}x = 186 \Leftrightarrow x + \frac{1}{5}x = 186$$
$$\frac{6}{5}x = 186 \Leftrightarrow x = \frac{186 \times 5}{6} \therefore x = 155$$

Exercício 9. Um número diminuído de seus 23% é igual a 308. Qual é esse número?

$$\text{Número} \Rightarrow x$$
$$x - \frac{23}{100}x = 308 \Leftrightarrow \frac{100}{100}x - \frac{23}{100}x = 308$$
$$\frac{77}{100}x = 308 \Leftrightarrow x = \frac{308 \times 100}{77} \therefore x = 400$$

3. "Matemática Financeira"

Freqüentemente encontramos situações onde são comuns a utilização da porcentagem: descontos são concedidos pelo comércio, impostos são cobrados pelo governo, juros são cobrados por prestações em atraso, índices de inflação, rentabilidade de negócios...
É importante que possamos realizar esses cálculos de forma clara e correta, além de sermos capazes de perceber algumas situações matematicamente corretas, mas que "não são justas aos olhos de Deus"... Lembram de *Beremiz*, o "Homem que Calculava"?

Exercício 10. Qual é o valor de uma mercadoria que, inicialmente, custava R$ 200,00 e foi reajustada de 10%?

$$\underbrace{\text{R\$ } 200,00 + \frac{10}{100} \times \text{R\$ } 200,00}_{110\ \%\ \text{de R\$ } 200,00} = \text{R\$ } 220,00$$

<u>Exercício 11</u>. Qual é o valor pago por uma mercadoria que custava R$ 180,00, mas foi comprada com um desconto de 25%?

$$\underbrace{R\$\ 180,00-\frac{25}{100}\times R\$\ 180,00}_{75\ \%\ de\ R\$\ 180,00}=R\$\ 135,00$$

<u>Exercício 12</u>. Num famoso hipermercado, uma impressora laser nova custa R$ 280,00. Entretanto, se uma impressora usada for entregue ao vendedor, será concedido um desconto de 20% na compra da impressora nova. Entregando uma impressora usada, qual será o valor pago pela impressora nova?

$$\underbrace{R\$\ 280,00-\frac{20}{100}\times R\$\ 280,00}_{80\ \%\ de\ R\$\ 280,00}=R\$\ 224,00$$

<u>Exercício 13</u>. A taxa de condomínio de um determinado apartamento é de R$ 158,50. Se o pagamento for efetuado com atraso, será cobrada uma multa de 2% sobre o valor do mesmo. Qual é o valor a ser pago se o pagamento for efetuado com atraso?

$$\underbrace{R\$\ 158,50+\frac{2}{100}\times R\$\ 158,50}_{102\ \%\ de\ R\$\ 158,50}=R\$\ 161,67$$

<u>Exercício 14</u>. Um determinado comerciante, com a intenção de atrair clientes reajusta os preços de suas mercadorias em 20% para, em seguida, conceder um desconto de 20% sobre os mesmos. Sua intenção era "seduzir" os clientes pelo desconto considerável oferecido e, principalmente, receber o valor das mercadorias antes da "manobra". O que aconteceu com o comerciante se ele vendeu uma mercadoria que, inicialmente, custava R$ 150,00? Ele recebeu esse mesmo valor?

$$\underbrace{R\$\ 150,00-\frac{20}{100}\times R\$\ 150,00}_{80\ \%\ de\ R\$\ 150,00}=R\$\ 120,00$$

$$\underbrace{R\$\ 120,00+\frac{20}{100}\times R\$\ 120,00}_{120\ \%\ de\ R\$\ 120,00}=R\$\ 144,00\ (\text{Recebeu})$$

$$Perdeu\rightarrow\frac{150-144}{150}=\frac{6}{150}=\frac{4}{100}=4\%$$

<u>Exercício 15</u>. Uma determinada mercadoria sofreu dois reajustes mensais de 10%. Qual é a porcentagem de aumento no bimestre?

$$\underbrace{C\ \text{Reais}+\frac{10}{100}\times C\ \text{Reais}}_{110\ \%\ de\ C}=1,1C\ \text{Reais}$$

$$\underbrace{1,1C\ \text{Reais}+\frac{10}{100}\times 1,1C\ \text{Reais}}_{110\ \%\ de\ 1,2C}=\underbrace{1,21C\ \text{Reais}}_{\text{Total no bimestre}}$$

$$\text{Aumento}\rightarrow\frac{1,21C-C}{C}=0,21C\rightarrow 21\%$$

<u>Trabalho para Casa</u>

1. (UFRGS) O preço de um bem de consumo é R$ 100,00. Um comerciante tem um lucro de 25 % sobre o preço de custo desse bem. O valor do preço de custo é

(A) R$ 25,00.
(B) R$ 70,50.
(C) R$ 75,00.
(D) R$ 80,00.
(E) R$ 125,00.

Preço $\Rightarrow x$

$$x+\frac{25}{100}x=100\Leftrightarrow x+\frac{1}{4}x=100$$

$$\frac{5}{4}x=100\Leftrightarrow x=\frac{100\times 4}{5}\therefore x=80$$

Letra D

2. (UERGS) O custo de um determinado objeto é de P reais. Considere, sobre esse preço, as seguintes possibilidades:

I – um acréscimo de 10% e, em seguida, um desconto de 10%;

II – um desconto de 10% e, em seguida, um acréscimo de 10%.

Analisando-se as possibilidades acima em relação ao custo inicial de P, pode-se afirmar que, em ambas,

(A) o preço não se altera.
(B) o preço aumenta 10%.
(C) há um desconto de 10%.
(D) há um acréscimo de 1%.
(E) há um desconto de 1%.

$$\text{I- }\underbrace{P+\frac{10}{100}P}_{\text{Aumento de 10\%}}=1,1P\xrightarrow{\text{Seguido}}\underbrace{1,1P-\frac{10}{100}P}_{\text{Desconto de 10\%}}=0,99P$$

$$\text{II- }\underbrace{P-\frac{10}{100}P}_{\text{Desconto de 10\%}}=0,9P\xrightarrow{\text{Seguido}}\underbrace{0,9P+\frac{10}{100}0,9P}_{\text{Aumento de 10\%}}=0,99P$$

O preço final tem um desconto de 1%; letra E.

3. (OBMEP-2006) Um fabricante de chocolate cobrava R$ 5,00 por uma barra de 250 g. Recentemente, o peso da barra foi reduzido para 200 g, mas o seu preço continuou R$ 5,00. Qual foi o aumento percentual do preço do chocolate desse fabricante?

(A) 10%
(B) 15%
(C) 20%
(D) 25%
(E) 30%

$$\text{Antes}\rightarrow\frac{R\$\ 5,00}{250\ g}=0,020\frac{R\$}{g}$$

$$\text{Depois}\rightarrow\frac{R\$\ 5,00}{200\ g}=0,025\frac{R\$}{g}$$

$$\text{Aumento}:\frac{0,025-0,020}{0,020}=\frac{0,005}{0,020}=25\%$$

Letra D

4. (OBMEP-2006) Um trabalho de Matemática tem 30 questões de Aritmética e 50 de Geometria. Júlia acertou 70% das questões de Aritmética e 80% do total de questões. Qual o percentual das questões de Geometria que ela acertou?

(A) 43%
(B) 54%
(C) 58%
(D) 75%
(E) 86%

$$\underbrace{\frac{70}{100}\times 30}_{70\ \%\ de\ Arit}+\underbrace{\frac{80}{100}\times(30+50)}_{70\ \%\ do\ total}$$

$$\underbrace{21}_{Arit}+\underbrace{64}_{Arit\ e\ Geo}\Rightarrow\underbrace{64-21=43}_{Geo}$$

$$\frac{43}{80}=0,5375\cong 54\%\Rightarrow\ \text{Letra B}$$

GEMaTh
Grupo De Estudos Professor Malba Tahan

Colégio Militar de Porto Alegre

Colégio "Casarão da Várzea"
5º Encontro

Porcentagem

1. Questões Interessantes

Apesar do cálculo de porcentagem ser utilizado amplamente em operações comerciais, cobrança de multas contratuais, divulgação de índices de desempenho, pesquisas de opinião e eleitorais etc., muitas pessoas têm concepções equivocadas sobre o mesmo.

A série de problemas a seguir tem o objetivo de provocar a discussão sobre algumas dessas concepções.

Exercício 1. Uma mercadoria foi adquirida por um comerciante num atacado por R$ 80,00. Em seguida, foi colocada à venda por R$ 100,00. Qual foi a porcentagem de lucro obtida pelo comerciante nessa venda?

Tomaremos como referência o preço no atacado.

$$\text{Lucro} \rightarrow \frac{100-80}{80} = \frac{20}{80} = 25\%$$

Exercício 2. Se alguém afirmasse que a porcentagem de lucro calculada no exercício anterior foi de 20 %, poderíamos considerar esse resultado "correto"?

Sim, porque a porcentagem de lucro poderia ser expressa tomando como referência o preço de venda do produto e, nesse caso, a porcentagem de lucro seria 20/100 = 20%.

Exercício 3. Numa loja, uma mercadoria custa R$ 100,00 à vista. Uma pessoa que não dispõe de todo esse dinheiro compra esse objeto em duas parcelas iguais de R$ 60,00. A primeira parcela é paga no ato da compra e a segunda parcela trinta dias depois. Qual a taxa mensal de juros cobrados por essa loja?

$$\text{Pagamentos}\begin{cases}\text{No ato} \rightarrow \text{R\$ } 60{,}00\\ 30 \text{ dias depois} \rightarrow \text{R\$ } 60{,}00\end{cases}$$

Observe que o comprador ficou "devendo" R$ 40,00, pelos quais foram pagos R$ 60,00. Assim, os juros cobrados foram de $\frac{60-40}{40} = \frac{20}{40} = 50\%$

Exercício 4. (ESPM) Um fazendeiro vendeu dois touros pelo mesmo preço. Num deles obteve um lucro de 50% sobre o preço de venda e no outro um prejuízo de 50% sobre o preço de compra. No total, em relação ao preço de custo, esse fazendeiro obteve um

(A) lucro de 5%.
(B) prejuízo de 5%.
(C) lucro de 10%.
(D) prejuízo de 10%.
(E) prejuízo de 20%.

$$\begin{cases} Touro_1:\ C_1 \xrightarrow{Lucro=\frac{50}{100}V} V\\ Touro_2:\ C_2 \xrightarrow{Prejuizo=\frac{50}{100}C_2} V\end{cases}$$

$$* \ V = C_1 + \frac{50}{100}V = C_2 - \frac{50}{100}C_2$$

$$C_1 = \frac{50}{100}V = 0{,}5V$$

$$C_2 = \frac{100}{50}V = 2V$$

$$* \begin{cases}\text{Gastou: } 2{,}5V\\ \text{Recebeu: } 2V\end{cases} \Rightarrow Perdeu: \frac{2{,}5V-2V}{2{,}5V} = 20\%$$

Exercício 5. (UERGS) Um revendedor importou 25 CD's, pagando um total de R$ 500,00. Gastou ainda mais 10% desse valor em taxas e impostos. Para obter um lucro de 50 % sobre o que foi gasto, ele deverá vender cada CD por

(A) R$ 44,00.
(B) R$ 38,00.
(C) R$ 33,00.
(D) R$ 30,00.
(E) R$ 28,00.

$*$ Gasto nos 25 CD's:

$$500 + \frac{10}{100} \times 500 = 550$$

$$* \text{ Custo por unidade: } \frac{550}{25} = 22$$

$$* \text{ Preço de venda: } 22 + \frac{50}{100} \times 22 = 33$$

Exercício 6. Um determinado instituto de pesquisas, divulgou o seguinte resultado sobre as intenções de voto do Candidato X.

Data	01/11/04	16/11/04
Eleitores	60 %	75 %

Podemos afirmar que: "O candidato X aumentou suas intenções de voto em 15 pontos percentuais."?

Sim. É correto afirmar que houve um aumento de 75% – 60% = 15% nas intenções de voto do Candidato X. Fazemos referência à variação nas intenções de voto nesse candidato.

Exercício 7. Podemos afirmar que: "O candidato X obteve um aumento de 25 % em suas intenções de voto."?

Sim. Fazemos referência à variação percentual nas intenções de voto nesse candidato. Tomando como referência a pesquisa do dia 01/11/04, o percentual é dado por (75 – 60)/60 = 15/60 = 25%.

Exercício 8. Um vendedor de automóveis compra um carro por R$ 90.000,00 e pretende vendê-lo com um lucro de 10% sobre o preço de venda, sobre o qual incide, ainda, um total de 30% de impostos. Obtenha o preço de venda desse automóvel.

$$\text{Preço de Venda (V)}\begin{cases}\text{Preço de Custo (C)} \rightarrow \text{R\$ } 90000{,}00\\ \text{Lucro (L)} \rightarrow 10\% \text{ sobre V}\\ \text{Impostos (I)} \rightarrow 30\% \text{ sobre V}\end{cases}$$

$$V = C + L + I \Rightarrow V = 90000 + \frac{10}{100}V + \frac{30}{100}V$$

$$V = 90000 + 0{,}1V + 0{,}3V$$

$$0{,}6V = 90000$$

$$V = 150000 \rightarrow \text{R\$ } 150.000{,}00$$

Exercício 9. Um comerciante deu um desconto de 20% sobre o preço de venda de uma mercadoria e, mesmo assim, conseguiu um lucro de 20% sobre o preço que pagou pela mesma. Se esse desconto não fosse oferecido, qual teria sido o seu lucro, em relação ao preço de custo, expresso em porcentagem?

$$\text{Custo (C)} \xrightarrow[\text{Desconto (D)} = \frac{20}{100}V]{\text{Lucro (L)} = \frac{20}{100}C} \text{Venda (V)}$$

$$V - \frac{20}{100}V = C + \frac{20}{100}C$$

$$0{,}8V = 1{,}2C$$

$$V = \frac{1{,}2}{0{,}8}C \therefore V = 1{,}5C \therefore V = \underbrace{C + 0{,}5C}_{\text{Lucro de 50\%}}$$

2. Análise de uma fatura de energia elétrica

Entre as diversas informações oferecidas pelas distribuidoras de energia elétrica em suas faturas de prestação de serviços, encontramos:

- o valor cobrado pelo consumo;
- o custo de 1 kwh (sem ICMS);
- o valor cobrado pelo ICMS;
- a taxa (fixa) de iluminação pública;
- o valor total cobrado.

Conceitos Faturados

Descrição	Quantidade	Tarifa (sem ICMS)	Valor (R$)
Consumo	195	0,319024	62,20
Total dos conceitos de energia			62,20
ICMS			20,73
Ilum. Públ. - Prefeitura Municipal			3,11
TOTAL DA FATURA			86,04

Além disso, é oferecida a informação de que a alíquota de ICMS é de 25 %.

ICMS

Base de Cálculo	Alíquota	Valor
82,93	25 %	**********20,73

O extrato da fatura acima indica um consumo de 195 kwh, pelo qual foi cobrado um total de:
195 × R$ 0,319024 = R$ 62,20.

<u>Problema 1</u>. Uma vez que a alíquota do ICMS é de 25 %, como explicar a cobrança de R$ 20,73 pelo mesmo?

A alíquota do ICMS é calculada tomando como referência uma "base de cálculo".

$$\text{Fatura}\begin{cases}\text{Total} \to \text{T}\\ \text{Consumo} \to \text{C}\\ \text{ICMS} \to \text{I}\end{cases}$$

$$T = C + I \therefore T = 62,20 + \frac{25}{100}T$$

$$0,75T = 62,20$$

$$T = 82,93 \Rightarrow I = 82,93 - 62,20 = 20,73$$

<u>Problema 2</u>. O que significa a chamada "Base de Cálculo"?

A "base de cálculo" corresponde ao valor total da fatura com a exclusão da "taxa de iluminação pública".

<u>Problema 3</u>. Como é obtido o "Valor Total" dessa fatura?

O valor total da fatura é obtido a partir da soma dos valores do consumo, do ICMS e da "taxa de iluminação pública".

3. **Análise do Custo Efetivo Total**

A obrigatoriedade de informação do Custo efetivo Total (CET) de uma operação de crédito ao consumidor é recente. Foi proposta pela Resolução 3.517/2008 do Banco Central do Brasil (BC), obrigando as instituições que concedem o crédito a informarem ao consumidor uma única taxa percentual que conterá todos os custos com a tomada da operação de crédito.

<u>Problema 4</u>. Numa famosa concessionária de automóveis, localizada em Porto Alegre-RS, um automóvel novo pode ser comprado, à vista, por R$ 42.950,00.
Um comprador interessado no negócio obteve R$ 28.500,00 ao vender seu antigo automóvel e, com mais R$ 1.500,00, pôde oferecer uma entrada de R$ 30.000,00.
O valor restante foi financiado em 24 parcelas iguais de R$ 600,00. Além disso, foi cobrado um total de R$ 590,00 a título de "abertura de crédito".
Qual é o CET dessa compra?

Valor financiado $\to$ 12950

Valor pago $\to 24 \times 600 + 590 = 14990$

$$\text{CET} \to \frac{14990 - 12950}{12950} = \frac{2040}{12950} = 15,75\%$$

<u>Problema 5</u>. Observe o anúncio abaixo, que foi publicado por uma loja de departamentos. Contrariando o que está previsto na legislação, a loja não informa ao consumidor o valor do CET. Calcule o seu valor.

Valor financiado $\to$ 299

Valor pago $\to 9 \times 43,15 = 388,35$

$$\text{CET} \to \frac{388,35 - 299}{299} = \frac{89,35}{299} = 29,88\%$$