

**Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção**

**Dissertação de mestrado**

**Método de otimização de produtos e processos medidos por  
múltiplas características de qualidade**

**Mestranda:**

**Carla Schwengber ten Caten**

**Orientador:**

**José Luís Duarte Ribeiro**

**Porto Alegre, 25 de agosto de 1995**

**Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção**

**Método de otimização de produtos e processos medidos por  
múltiplas características de qualidade**

**Carla Schwengber ten Caten**

**Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de  
Produção como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em  
Engenharia de Produção**

**Área de Concentração: Engenharia de Qualidade**

**Porto Alegre, 25 de agosto de 1995**

ESCOLA DE ENGENHARIA  
BIBLIOTECA

# Otimização de produtos e processos medidos por múltiplas características de qualidade

**Carla Schwengber ten Caten**

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e aprovada em sua forma final pelo orientador e pela banca examinadora do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção:

José Luís Duarte Ribeiro, Dr.  
Orientador

Juan Luis Mascaró, Dr.  
Coordenador

Banca Examinadora:

Antonio Cezar Bornia, Dr.

João Riboldi, Dr.

Argimiro Resende Secchi, Dr.

Porto Alegre, 25 de agosto de 1995

## **DEDICATÓRIA:**

Eu gostaria de dedicar esta dissertação à Silvio Ceroni da Silva, meu esposo amado, pelo seu grande apoio e estímulo.

## AGRADECIMENTOS:

Primeiramente, eu gostaria de agradecer ao meu orientador Prof. José Luís Duarte Ribeiro pela sua prestatividade e pelas suas valiosas considerações pois sem dúvida foram as grandes responsáveis pela realização desta dissertação.

Agradeço ao Eng. Adriano Bernardin pelo grande apoio e diponibilidade prestados na realização do estudo de caso referente a otimização de azulejos cerâmicos.

Agradeço ao Prof. Antonio Cezar Bornia pela minuciosa leitura e correção dessa pesquisa.

Agradeço ao CNPQ pelo apoio financeiro concedido através da bolsa de estudo.

Agradeço aos meus amigos, especialmente aos colegas do PPGEU-UFRGS, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desse trabalho.

E por último, gostaria de agradecer a minha família por me darem o apoio e condições necessárias para a realização de meus estudos e dessa dissertação.

# **SUMÁRIO**

**LISTA DE FIGURAS....vi**

**LISTA DE TABELAS....viii**

**RESUMO....x**

**ABSTRACT....xi**

## **1 INTRODUÇÃO....1**

**1.1 JUSTIFICATIVA....3**

**1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA....5**

**1.3 MÉTODO DE DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA....6**

**1.4 ESTRUTURA DA PESQUISA....7**

**1.5 LIMITAÇÕES DA PESQUISA....8**

**1.6 TERMINOLOGIA....9**

## **2 REVISÃO DA LITERATURA....13**

**2.1 QUALIDADE....13**

**2.1.1 FUNÇÃO DE PERDA....17**

**2.1.2 ROBUSTEZ DE UM PRODUTO....21**

**2.2 OTIMIZAÇÃO DE PROJETOS SEGUNDO TAGUCHI....25**

**2.2.1 PROJETO DE PARÂMETROS....26**

**2.2.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O MÉTODO TAGUCHI....29**

**2.3 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO DE PRODUTOS E PROCESSOS MEDIDOS  
POR UMA CARACTERÍSTICA DE QUALIDADE....32**

2.4 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO DE PRODUTOS E PROCESSOS MEDIDOS POR MÚLTIPLAS CARACTERÍSTICAS DE QUALIDADE....	39
2.5 PLANEJAMENTO DO EXPERIMENTO....	56
2.6 PROJETO DE EXPERIMENTOS....	62
2.7 METODOLOGIA DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA....	70
2.8 ANÁLISE DE REGRESSÃO ....	72
<b>3 PROPOSTA DE UM MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO....</b>	<b>77</b>
3.1 ETAPAS DO MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO....	80
<b>4 ESTUDOS DE CASO....</b>	<b>93</b>
4.1 ESTUDO DE OTIMIZAÇÃO DE AZULEJOS CERÂMICOS....	94
4.2 ESTUDO DE OTIMIZAÇÃO DE UM PROCESSO DE FUNDIÇÃO....	110
4.3 ESTUDO DE OTIMIZAÇÃO DE UMA RECEITA QUÍMICA....	121
<b>5 COMENTÁRIOS FINAIS....</b>	<b>144</b>
5.1 CONCLUSÕES....	144
5.2 SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS....	147
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS....</b>	<b>148</b>

## LISTA DE FIGURAS

- Figura 2.1 - Visão tradicional de qualidade....14
- Figura 2.2 - Visão de qualidade segundo a função de perda quadrática do tipo "nominal é melhor"....17
- Figura 2.3 - Robustez às oscilações dos fatores controláveis....22
- Figura 2.4 - Representação gráfica do projeto composto de segunda ordem com três fatores....64
- Figura 4.1.1 - Função de Perda  $\times$  Temperatura de Queima....108
- Figura 4.1.2 - Função de Perda  $\times$  Percentagem de Filito....108
- Figura 4.1.3 - Função de Perda  $\times$  Percentagem de Argila....109
- Figura 4.1.4 - Função de Perda  $\times$  Percentagem de Talco....109
- Figura 4.1.5 - Função de Perda  $\times$  Percentagem de Arenito....109
- Figura 4.1.6 - Função de Perda  $\times$  Tipo de Argila....109
- Figura 4.1.7 - Função de Perda  $\times$  Tipo de Filito....109
- Figura 4.1.8 - Função de Perda  $\times$  Tipo de Talco....109
- Figura 4.2.1 - Superfície de resposta da função de perda quadrática....119
- Figura 4.2.2 - Isovalores da função de perda quadrática....119
- Figura 4.3.1 - Contornos da variável de resposta Y1....128
- Figura 4.3.2 - Contornos da variável de resposta Y2....128
- Figura 4.3.3 - Contornos da variável de resposta Y3....129
- Figura 4.3.4 - Contornos da variável de resposta Y4....129
- Figura 4.3.5 - Contornos da variável de resposta Y5....130
- Figura 4.3.6 - Contornos da variável de resposta Y6....130
- Figura 4.3.7 - Contornos da variável de resposta Y7....131

- Figura 4.3.8 - Contornos da variável de resposta Y8....131
- Figura 4.3.9 - Contornos da variável de resposta Y9....132
- Figura 4.3.10 - Contornos da variável de resposta Y10....132
- Figura 4.3.11 - Contornos da variável custo....133
- Figura 4.3.12 - Superfície de resposta da função objetivo....139
- Figura 4.3.13 - Curvas de isovalores da função objetivo....139
- Figura 4.3.14 - Efeito de X1 sobre a função objetivo....140
- Figura 4.3.15 - Efeito de X2 sobre a função objetivo....140
- Figura 4.3.16 - Efeito de X3 sobre a função objetivo....140
- Figura 4.3.17 - Efeito de X4 sobre a função objetivo....140
- Figura 4.3.18 - Efeito de X5 sobre a função objetivo....140

## LISTA DE TABELAS

- Tabela 1.1 - Termos usualmente empregados por estatísticos e engenheiros de qualidade....10
- Tabela 1.2 - Relação entre parâmetros do processo e fatores controláveis....11
- Tabela 1.3 - Subdivisão dos fatores controláveis....12
- Tabela 2.1 - Matriz experimental para um exemplo de arranjo-cruzado....27
- Tabela 2.2 - Matriz experimental de um projeto composto de segunda ordem com quatro fatores....67
- Tabela 4.1.1 - Descrição das variáveis de resposta do estudo de azulejos cerâmicos....95
- Tabela 4.1.2 - Descrição dos fatores controláveis do estudo de azulejos cerâmicos....96
- Tabela 4.1.3 - Arranjo ortogonal  $L_{18}$  com sete fatores a três níveis e um fator a dois níveis....97
- Tabela 4.1.4 - Fatores controláveis e correspondentes níveis codificados no segundo experimento....98
- Tabela 4.1.5 - Arranjo ortogonal  $L_9$  do segundo experimento....99
- Tabela 4.1.6 - Níveis dos fatores controláveis conforme ensaiado nos experimentos 1 e 2....99
- Tabela 4.1.7 - Ajuste ótimo dos fatores controláveis considerando individualmente cada variável de resposta....103
- Tabela 4.1.8 - Ajuste ótimo global dos fatores controláveis....107
- Tabela 4.1.9 - Valores previstos para as variáveis de resposta quando os fatores controláveis estão no “ajuste ótimo”, conforme definido em cada estudo....108
- Tabela 4.1.10 - Envelope operacional para os fatores controláveis....110
- Tabela 4.2.1 - Descrição das variáveis de resposta do estudo do processo de fundição....112
- Tabela 4.2.2 - Fatores controláveis do estudo do processo de fundição....113
- Tabela 4.2.3 - Matriz experimental e resultados do experimento  $3^2$ ....113
- Tabela 4.2.4 - Ajustes ótimos dos fatores controláveis e respectivos valores estimados para as variáveis de resposta....115

Tabela 4.2.5 - Comparação entre os ajustes ótimos encontrados pelos diferentes métodos...	118
Tabela 4.2.6 - Envelope operacional para os fatores controláveis....	120
Tabela 4.3.1 - Descrição das variáveis de resposta....	123
Tabela 4.3.2 - Descrição dos fatores controláveis....	124
Tabela 4.3.3 - Matriz experimental do projeto fatorial fracionado $2^{5-1}$ ....	125
Tabela 4.3.4 - Matriz experimental do experimento adicional....	126
Tabela 4.3.5 - Níveis reais e codificados dos fatores controláveis....	127
Tabela 4.3.6 -Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y1..	128
Tabela 4.3.7 -Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y2..	128
Tabela 4.3.8 -Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y3..	129
Tabela 4.3.9 -Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y4..	129
Tabela 4.3.10-Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y5.	130
Tabela 4.3.11-Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y6.	130
Tabela 4.3.12-Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y7.	131
Tabela 4.3.13-Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y8.	131
Tabela 4.3.14-Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y9.	132
Tabela 4.3.15-Grandeza do efeito do fatores controláveis sobre a variável de resposta Y10.	132
Tabela 4.3.16-Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável resposta custo...	133
Tabela 4.3.17 - Ajuste ótimo dos fatores controláveis...	138
Tabela 4.3.18 - Variáveis de resposta referentes ao ajuste ótimo dos fatores controláveis....	139
Tabela 4.3.19 - Envelope operacional para os fatores controláveis....	141

## RESUMO

Esta dissertação pretende consolidar um método quantitativo, flexível e genérico que possa ser útil na otimização experimental dos mais variados produtos e processos industriais medidos por múltiplas variáveis de resposta.

O que se pretende com o método é identificar o ajuste ótimo dos fatores controláveis, ou seja, aquele que reduz os custos devido à má qualidade de um produto considerando também os custos de matéria-prima e energia gastos na fabricação desse produto.

A redução dos custos gerados pela má qualidade de um produto é alcançada através da minimização dos desvios das variáveis de resposta dos seus valores alvos e maximização da robustez do produto ou processo aos fatores de ruído e a possíveis oscilações nos fatores controláveis, pois toda vez que uma variável de resposta desvia-se do seu valor alvo ou apresenta variabilidade, existe uma perda financeira experimentada pelo seu usuário.

Ao longo do texto, faz-se uma revisão da literatura existente sobre o assunto, apresentam-se as etapas do método que devem ser cumpridas e algumas ferramentas consideradas eficientes no cumprimento dessas etapas. Logo após, realizam-se estudos práticos para validar o método e, baseado nesses estudos e no referencial teórico, conclui-se sobre o assunto.

## ABSTRACT

The aim of this work is to present and discuss a quantitative and generic optimization method to be applied to a variety of industrial products or process measured through multiple response variables.

The method intends to identify the optimal adjustment for the factors, i. e., the one which minimizes the cost due poor quality taking into account raw material and energy cost.

To reduce quality losses, the response variables should be as close as possible to their target, and the product or process performance must be robust to noise factors as well as to oscillation in factor levels. Whenever a response variable deviates from its target, or presents variability, the loss perceived by the user increases.

This text presents a literature review on experimental optimization, discusses the steps of a proposed method, and presents some efficient tools to be used to carry out the steps of the optimization. Moreover, some case studies are presented and, based on these studies as well as on the literature review, conclusions are drawn.

# CAPÍTULO 1

## 1 INTRODUÇÃO

As indústrias, no cenário atual de alta competitividade, necessitam buscar alta qualidade nos seus projetos e processos produtivos. Sob a ótica atual de qualidade, não é mais suficiente que um produto tenha suas características de qualidade dentro dos valores limites das especificações. Um produto deve ser projetado para ser eficientemente manufaturado, com características de qualidade o mais próximo possível dos valores nominais de projeto e relativamente insensível à variabilidade do chão-de-fábrica e do meio-ambiente no qual será colocado. Esta menor variabilidade conduz a maior repetibilidade, maior confiabilidade e maior economia de custos para o consumidor e para o produtor.

O conhecimento dos custos totais de um produto é de vital importância para as indústrias. Por isso surge a necessidade de relacionar qualidade com custos para poder-se justificar investimentos em qualidade.

Segundo Taguchi, Elsayed e Hsiang (1990, p. 2), a relação de qualidade e preço é de fato muito importante. O preço representa uma perda para o consumidor na hora da compra e a baixa qualidade representa uma perda adicional para ele durante o uso do produto. O objetivo da engenharia de qualidade é a redução da perda total para o consumidor.

Sabe-se que um produto de má qualidade indiretamente gera custos, os quais serão chamados de custos da má qualidade. É necessário quantificar os custos gerados pela má

qualidade de um produto para se poder avaliar a redução desses custos relacionada com esse aumento de qualidade.

A preocupação de relacionar qualidade e custos aparece evidenciada, por exemplo, na formulação de Taguchi, que define qualidade como: "*A qualidade de um produto é a mínima perda imposta pelo produto à sociedade desde que o produto é fabricado.*" Ele propõe uma visão holística que relaciona qualidade com custos e a perda financeira incorrida, não somente no momento da fabricação, mas para a sociedade como um todo. Estes custos da má qualidade incluem:

- Refugo e retrabalho;
- Custos de Garantia;
- Reclamação e insatisfação do cliente;
- Tempo e dinheiro gastos pelos clientes;
- Eventual perda da fatia de mercado.

Os custos da má qualidade de um produto estão presentes toda vez que um produto tenha suas características de qualidade desviadas do seu valor nominal de projeto ou apresente variabilidade em torno dele. Desta forma, parcelas importantes do custo total de um produto são: uma parcela de custo referente à matéria-prima e energia gastas na sua fabricação e outra parcela associada com a má qualidade de um produto.

Uma importante função do Engenheiro de Qualidade é reduzir a perda financeira experimentada pela sociedade toda vez que um produto de má qualidade é produzido. Para isso, é necessário otimizar os produtos e processos para adquirir alta qualidade e reduzir os custos incorridos devido à má qualidade.

A Engenharia da Qualidade é uma área de conhecimento já consolidada nos Estados Unidos e Canadá, mas ainda pouco difundida no Brasil. Ela teve sua origem na área conhecida como Estatística Industrial, ou Estatística Aplicada à Engenharia, e tomou forma ao incorporar os princípios básicos da qualidade. A Engenharia da Qualidade faz uso de diversas técnicas estatísticas e tem como objetivo a aplicação de métodos quantitativos para a melhoria contínua de produtos ou processos.

A otimização de produtos ou processos é uma tarefa freqüente no meio industrial e cabe ao engenheiro de qualidade realizá-la. Em geral, essa tarefa envolve lidar com múltiplas características de qualidade e também com múltiplos objetivos. Esta pesquisa relata estudos na área da Engenharia da Qualidade. Trata-se de estudos de otimização que foram conduzidos no desenvolvimento de produtos e em processos produtivos.

## 1.1 Justificativa

Engenheiros freqüentemente confrontam-se com problemas de otimização de parâmetros de produtos ou processos industriais. Esta otimização consiste em determinar os níveis ótimos de um conjunto de fatores controláveis. Fatores controláveis são um subconjunto dos parâmetros do processo ou produto que podem ser controlados durante o processo e que afetam as características de qualidade de interesse.

Quando o desempenho do produto ou processo é medido por apenas uma variável de resposta, existem na literatura vários métodos quantitativos para analisar os resultados de um experimento e determinar os níveis ótimos dos fatores controláveis. Entretanto, na prática, a performance dos produtos ou processos é usualmente medida por mais de uma variável de resposta, porque, via de regra, o cliente valoriza diversos aspectos de um produto ou processo. Para cada uma dessas variáveis de resposta, existe um valor nominal, isto é, um valor alvo, definido a partir da opinião dos consumidores e dos engenheiros.

As múltiplas variáveis de resposta não devem ser analisadas separadamente, pois raramente a mesma combinação de níveis dos fatores controláveis leva à otimização de todas as variáveis de resposta simultaneamente. Uma vez que haja conflito, ou seja, a alteração do nível de um fator controlável afetar positivamente uma característica de qualidade, mas negativamente outra, é necessário estabelecer um compromisso que considere tanto o conhecimento do produto ou processo como a importância relativa das diferentes variáveis de resposta sobre o produto ou processo.

Acrescido ao fato do produto ou processo ser medido por várias variáveis de resposta, os engenheiros para adquirirem qualidade necessitam otimizar mais de um objetivo.

Segundo Ribeiro & Elsayed (1993), objetivos típicos da área da Engenharia da Qualidade são:

- (1) minimizar desvios do alvo,
- (2) maximizar a robustez ao ruído,
- (3) maximizar a robustez a possíveis oscilações nos fatores controláveis.

Os *alvos* são os valores ideais para cada variável de resposta. Minimizar os desvios do alvo significa produzir um produto ou processo com variáveis de resposta o mais próximo possível de seus valores ideais, ou seja, dos valores exigidos pelos engenheiros e consumidores.

O *ruído* (variabilidade) é causado pelo efeito de fatores não controláveis, tais como, temperatura ambiental, umidade, etc. Maximizar a robustez aos ruídos significa produzir um produto ou processo relativamente insensível aos efeitos destes fatores não controláveis, e que terá um bom desempenho mesmo quando submetido a condições adversas do meio.

Os *fatores controláveis* são um subconjunto dos parâmetros do processo, ou seja, são os fatores do produto ou processo que podem ser controlados. Infelizmente, durante a fase de produção, devido a mudanças no "set up", operadores, voltagem, etc, pode ser difícil manterem-se fixos os níveis de alguns (ou de todos) os fatores controláveis. Por essa razão, também é desejável desenvolver robustez às oscilações dos fatores controláveis. Isto significa que, quando os fatores controláveis sofrem pequenos desvios dos seus valores ótimos pré-fixados, as variáveis de resposta do produto ou processo não irão se deteriorar de forma pronunciada, ou seja, produtos de boa qualidade serão produzidos mesmo quando os fatores controláveis não estiverem fixados em seus níveis ótimos.

O que se pretende na otimização de um produto ou processo é ajustar os níveis dos fatores controláveis a fim de alcançar os objetivos 1, 2 e 3 listados acima, que muitas vezes podem ser conflitantes, e desta forma adquirir qualidade e reduzir os custos associados com a má qualidade. No entanto, a otimização dos fatores controláveis geralmente representa um compromisso entre as diversas características de qualidade e os diversos objetivos acima mencionados.

Além de se reduzirem os custos da má qualidade, pode-se incluir no estudo de otimização a redução dos custos de matéria-prima e energia gastas na fabricação de um produto. Desta forma, o ajuste ótimo representa um compromisso entre a redução dos custos da má qualidade e os custos de fabricação de um produto.

Dada a dificuldade encontrada pelos engenheiros de qualidade na otimização de produtos e processos medidos por múltiplas variáveis de resposta, com múltiplos objetivos de interesse, e o pouco referencial teórico encontrado sobre este assunto, esta pesquisa pretende apresentar um método quantitativo de otimização experimental.

O método de otimização busca determinar níveis ótimos dos fatores controláveis do produto ou processo, de modo a otimizar simultaneamente as várias variáveis de resposta e os diferentes objetivos de interesse do engenheiro e do consumidor. Uma vez otimizado o produto ou processo, reduzem-se os custos associados a ele.

Segundo Box et alli (1988), um dos fatores importantes para o êxito das empresas japonesas em alcançar alta qualidade são os inúmeros programas experimentais desenvolvidos durante a fase de desenvolvimento e projeto de um produto.

## **1.2 Objetivo da pesquisa**

O objetivo desta pesquisa é, a partir da revisão detalhada da literatura e da experiência acumulada ao longo de estudos de caso, definir todas as etapas de um método quantitativo capaz de efetuar a otimização experimental de produtos ou processos medidos por múltiplas variáveis de resposta. Em cada etapa, pretende-se sugerir técnicas que possam ser utilizadas para executá-las com sucesso, sem a intenção de restringir o uso das demais técnicas disponíveis.

O método pretende ser quantitativo, genérico e flexível, sendo que sua aplicação com sucesso depende da habilidade de adaptações convenientes aos casos particulares.

### 1.3 Método de desenvolvimento da pesquisa

O método de pesquisa científica dessa dissertação enquadra-se, de acordo com a classificação apresentada por Patton (1990) apud Roesch (1994), na categoria de *Pesquisa Aplicada*. A pesquisa aplicada consiste na aplicação da pesquisa básica a problemas do mundo real. O propósito da pesquisa aplicada inclui uma preocupação teórica, seja o refinamento ou mesmo o desenvolvimento de uma nova teoria ou método para intervenção e solução de problemas genéricos. A pesquisa aplicada refere-se à discussão de um problema, utilizando-se um referencial teórico, e à apresentação de soluções. Espera-se que o tema da pesquisa aplicada seja tão generalizável no tempo e espaço quanto possível, mas limitado ao contexto de sua aplicação.

Esta pesquisa foi desenvolvida através dos seguintes passos:

- Primeiramente, foi feita uma coletânea e posterior leitura de artigos e livros a respeito do assunto de otimização de produtos e processos.
- A partir da leitura, foi escrito o capítulo referente à revisão da literatura, buscando mostrar a evolução histórica sobre o assunto em questão.
- Uma vez escrito esse capítulo, compararam-se os métodos citados na literatura, salientando aspectos positivos e negativos de cada um deles.
- Feita a análise dos métodos existentes, identificaram-se etapas que deveriam ser cumpridas para se obter sucesso na otimização de produtos e processos.
- Apresentou-se então o método, que é a execução de uma seqüência de etapas necessárias no estudo de otimização.
- O método foi aplicado em diversos estudos práticos de otimização, os quais não estão presentes na dissertação. Esses estudos estão relatados em cadernos técnicos do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção.
- Buscou-se tornar o método bastante genérico e flexível, a fim de aplicá-lo, com as devidas adaptações, a qualquer produto ou processo industrial.

- Sugeriu-se o uso de técnicas eficientes no cumprimento de cada etapa, sem restringir o uso das demais técnicas disponíveis na literatura.

- Com a intenção de ilustrar a validade e eficiência desse método, ele foi aplicado em três estudos práticos, sendo que em dois desses estudos práticos, os resultados obtido com o método apresentado foram comparados com os resultados obtidos com a aplicação de outros métodos disponíveis na literatura.

- Com a pesquisa detalhada da literatura e os resultados obtidos nos estudos de caso, concluiu-se a respeito do uso do método apresentado.

## **1.4 Estrutura da pesquisa**

Nesta pesquisa, apresenta-se primeiramente, no capítulo 2, uma revisão detalhada da literatura existente sobre o assunto, mostrando-se a evolução histórica dos procedimentos de otimização de produtos e processos. Os métodos encontrados no referencial teórico são, em sua maioria, referentes à otimização de processos medidos por apenas uma característica de qualidade.

No capítulo 3, apresenta-se um método quantitativo que inclui o uso de uma função de perda quadrática multivariada para a otimização de produtos e processos. Nesse capítulo, são discutidas as etapas do método, assim como algumas técnicas são sugeridas no cumprimento dessas etapas. Acredita-se que esse método seja genérico, completo, consistente e eficiente na abordagem de problemas de otimização experimental, os quais são frequentes na prática industrial.

No capítulo 4, o uso do método apresentado e os resultados obtidos são demonstrados através de três estudos práticos. O primeiro refere-se à otimização de uma formulação de massa cerâmica para pavimentos. O segundo refere-se à otimização de um processo de fundição. Finalmente, o terceiro refere-se à otimização de uma receita de um produto químico.

Nos dois primeiros estudos práticos, o método apresentado nessa dissertação é aplicado a estudos disponíveis na literatura. Desta forma, é possível comparar os resultados obtidos com o uso do método apresentado com aqueles obtidos com o método proposto pela literatura. O terceiro estudo prático é uma aplicação completa do método buscando a otimização de um produto medido por dez características de qualidade de uma empresa do ramo químico. O que se pretende neste capítulo é ilustrar a validade e eficiência do método apresentado nessa dissertação.

As conclusões obtidas ao longo da pesquisa a respeito do método apresentado e dos resultados alcançados com seu uso são discutidos no capítulo 5.

## **1.5 - Limitações da pesquisa**

A pesquisa não pretende esgotar o assunto referente à otimização de produtos e processos. Ela pretende apresentar um método quantitativo, genérico e flexível que possa ser aplicado à otimização experimental de uma ampla gama de produtos e processos. No entanto, em casos particulares, pode ser necessário a incorporação de outras etapas ou outras técnicas para a solução do problema.

Outra limitação da pesquisa refere-se ao fato do método de otimização proposto nessa dissertação ser aplicado em um produto ou processo previamente escolhido. O método parte do princípio que determinado produto ou processo necessita ser otimizado, sem ter condições de identificar ou priorizar quais são esses produtos ou processos.

O método não contempla ferramentas para identificar em quais produtos da empresa ou em quais processos do ciclo produtivo deve-se aplicar o método. Existem outras ferramentas, como por exemplo Simulação, Teoria das Restrições, CEP, entre outras, que permitem identificar quais produtos ou processos necessitam de otimização, por representarem um gargalo produtivo ou por terem problemas de qualidade.

O método proposto nessa dissertação não pretende fazer uma otimização considerando todos os custos associados a um produto, (tais como custo de desenvolvimento

de um produto e outros), pois essa tarefa é demasiado complexa. O escopo dessa dissertação é otimizar a qualidade de um produto ou processo, podendo-se considerar também na otimização os custos de matéria-prima e energia gastos na fabricação de um produto caso a empresa tenha informações disponíveis a esse respeito.

Parte-se do princípio de que a má qualidade de um produto gera custos e desta forma, pode-se expressar o aumento da qualidade em forma de redução de custos. Com isso, justifica-se muitas vezes a necessidade de se aumentarem os custos de fabricação a fim de se obter qualidade, pois, por outro lado, está reduzindo-se os custos gerados pela má qualidade.

A análise de custos não é o escopo dessa dissertação. No entanto sabe-se que quanto mais fidedignos forem as informações a respeito de custos, melhores serão os compromissos resultantes do método de otimização, pois o ajuste ótimo identificado pelo método representa um compromisso entre os custos da má qualidade de um produto e os custos de matéria-prima e energia gastos na sua fabricação, ou seja, o ajuste ótimo é a combinação dos níveis dos fatores controláveis associado com a menor soma das duas parcelas de custos.

## **1.6 - Terminologia**

A engenharia de qualidade adotou termos da estatística e da engenharia tradicional, criando uma terminologia própria. Nessa seção, pretende-se apresentar os termos usualmente empregados por estatísticos, engenheiros tradicionais e engenheiros de qualidade e, logo após, fazer um breve esclarecimento da terminologia empregada na área de engenharia de qualidade.

A Tabela 1.1 apresenta os termos usualmente empregados por estatísticos e engenheiros de qualidade.

Tabela 1.1 - Termos usualmente empregados por estatísticos e engenheiros de qualidade

Estatística	Eng. de qualidade
Variáveis dependentes ou variáveis de resposta	Variáveis de resposta ou características de qualidade
Variáveis independentes ou fatores controláveis	Fatores controláveis ou parâmetros do processo
Termo de erro ou fatores não controláveis	Fatores não controláveis ou fatores de ruído

O primeiro esclarecimento refere-se à relação entre características de qualidade e variável de resposta.

#### - Característica de Qualidade

São as características do produto ou processo que os clientes ou os engenheiros percebem como importantes. Muitas vezes, elas podem ser vagas e difíceis de serem avaliadas, como, por exemplo, aspectos estéticos, sabores de alimentos e durabilidade.

#### - Variáveis de resposta

São variáveis escolhidas para quantificarem as características de qualidade de interesse dos clientes e engenheiros. Por exemplo, podemos quantificar a característica de qualidade "durabilidade" através de testes de resistência à tração e resistência à abrasão. Desta forma, são eleitas duas variáveis de resposta mensuráveis para quantificar e avaliar uma característica de qualidade com aspecto vago.

Tendo em vista as definições de característica de qualidade e variável de resposta, verifica-se que esses termos não são exatamente sinônimos. Contudo, os autores da área de engenharia de qualidade usam indiscriminadamente característica de qualidade e variável de resposta como sinônimos. Nesse texto, respeitaremos a linguagem utilizada pelos autores consultados, desde que não prejudique o entendimento do leitor.

O segundo esclarecimento refere-se à relação entre parâmetros do processo e fatores controláveis.

Tabela 1.2 - Relação entre parâmetros do processo e fatores controláveis

Parâmetros do processo	Fatores controláveis $\Rightarrow$	serão estudados no experimento
	Fatores constantes $\Rightarrow$	serão mantidos constantes no experimento

### - Parâmetros do processo

São aspectos do produto ou processo que podem ser controlados pelos engenheiros e que possivelmente possam ter algum efeito sobre a variável de resposta.

### - Fatores controláveis

São um subconjunto dos parâmetros do processo que são eleitos para serem ensaiados a vários níveis no experimento.

### - Fatores constantes

São um subconjunto dos parâmetros do processo que não serão estudados no experimento. Desta forma, são mantidos constantes durante toda a execução do experimento, não afetando o resultado. Existem dois motivos para manter constantes os parâmetros do processo:

- reduz-se o tamanho do experimento;
- reduz-se o erro experimental.

Novamente, na área da engenharia de qualidade, é prática comum usar parâmetros do processo como sinônimo de fatores controláveis. Nesse texto, esses termos serão usados como sinônimos, desde que não prejudique a compreensão do texto.

O terceiro esclarecimento refere-se à subdivisão dos fatores controláveis, muitas vezes empregada por engenheiros de qualidade.

Tabela 1.3 - Subdivisão dos fatores controláveis

Fatores controláveis	Fatores de projeto $\Rightarrow$	influenciam a média e a variabilidade
	Fatores de ajuste $\Rightarrow$	influenciam somente a média

#### - Fatores de projeto

São um subconjunto dos fatores controláveis que afetam a média e a variabilidade da variável de resposta.

#### - Fatores de ajuste

São um subconjunto dos fatores controláveis que afetam somente a média da variável de resposta.

Muitas vezes, autores utilizam "fatores controláveis" como sinônimo de "fatores de projeto". No entanto, nesse texto eles não serão empregados como sinônimos para facilitar o entendimento dos leitores.

Por último, o seguinte termo também será empregado:

#### - Ruído

São fatores não controláveis, ou seja, não podem ser controlados pelos engenheiros durante o experimento, por isso são responsáveis pelo erro experimental.

Os termos fatores não controláveis, fatores de ruído ou ruído são sinônimos.

## **CAPÍTULO 2**

### **2 REVISÃO DA LITERATURA**

#### **2.1 Qualidade**

Segundo Campos (1992, p. 2), o verdadeiro critério de boa qualidade é a preferência do consumidor pelo produto de sua empresa, hoje e no futuro. O objetivo principal de uma empresa é sua sobrevivência na sociedade. Para isso, ela deve produzir produtos e serviços capazes de atenderem as necessidades dos seus clientes. Para aumentar a produtividade de uma empresa, deve-se agregar o máximo de valor (máxima satisfação dos clientes) ao menor custo. Desta forma, a empresa é mais útil para a sociedade, pois está atendendo às necessidades de seu clientes a um menor custo. O lucro obtido pela empresa é um prêmio que a sociedade lhe paga por estar cumprindo bem o seu papel.

Segundo Sullivan (1984), as companhias japonesas definem qualidade de maneira totalmente diferente das companhias americanas e européias. Para os japoneses, a qualidade não é um objetivo em si mesma, o lucro é seu maior objetivo e qualidade é meramente um meio para aumentar o lucro.

Desde 1980, a indústria automotiva dos Estados Unidos e seus fornecedores têm conquistado melhorias de qualidade a partir da aplicação de métodos tradicionais. No entanto, a fim de continuar estas conquistas, é necessário uma definição mais ampla de

qualidade. Devemos pensar e definir qualidade de manufatura como sendo fabricar um produto com variabilidade reduzida em torno do alvo e não mais apenas atender aos limites de especificação. É preciso entender que desvios das características de qualidade de seus valores ideais (alvos) reduzem a confiabilidade e também aumentam os custos incorridos à indústria, ao consumidor e à sociedade.

Segundo Gunter (1987), a natureza, infelizmente, não trabalha sob as restrições dos limites de especificação. Não há uma abrupta mudança do produto perfeito para o refugo, apenas cruzando os limites especificados, conforme representado na Fig. 2.1.



Figura 2.1 - Visão tradicional de qualidade.

O que acontece na natureza é que a performance do produto gradualmente deteriora-se quando as características de qualidade desviam-se cada vez mais do alvo. Como consequência deste conceito, adquirir Zero Defeitos pode não ser suficientemente bom.

Segundo Sullivan (1984), os limites de especificação não garantem qualidade e efetivamente representam uma barreira, pois eles previnem a melhoria contínua da mesma. Isto deve-se ao fato de que, uma vez dentro dos limites de especificação, os engenheiros geralmente não se preocupam em quantificar e reduzir a variabilidade dentro desse intervalo. Com isso, o uso dos limites de especificação permite apenas controlar o processo e não otimizá-lo.

A variabilidade do processo em torno do alvo pode ser medida usando-se o índice  $Cpk$ . O valor absoluto do  $Cpk$  não é importante, uma vez que ele é relativo aos limites de especificação, que muitas vezes são arbitrários. O importante é atingir um aumento progressivo do valor do  $Cpk$ , pois desta forma ele estará medindo a melhoria contínua de qualidade e fornecendo um meio para avaliar o aumento da performance dos processos e das indústrias.

Os índices  $Cp$  e  $Cpk$  podem ser usados para acompanhar as melhorias em um processo. Um aumento nesses índices indica a redução na variabilidade, e é prática comum, em nível gerencial, definir  $Cpk > 1,33$  como meta de qualidade para todos os processos. No entanto, mesmo um processo com  $Cpk > 1,33$  pode não ser eficiente, pois, apesar de ser um processo muito capaz, ele pode não estar centrado em torno do valor nominal e isso irá gerar problemas de qualidade.

Exemplificando, em uma indústria metal-mecânica o diâmetro de um pino apresenta  $Cpk > 1,33$ . No entanto, sua média está deslocada para o limite superior da especificação. Ao mesmo tempo, o diâmetro da biela também apresenta  $Cpk > 1,33$ , porém sua média está deslocada para o limite inferior da especificação. Quando estas peças forem montadas e colocadas em funcionamento, muitos conjuntos apresentarão interferência excessiva, atrito, super aquecimento e falha prematura do subsistema.

Caso os processos de fabricação dessas peças estivessem centrados em torno do valor especificado no projeto, essas falhas seriam minimizadas. Assim, a análise de  $Cpk$  pode não ser suficiente para assegurar a qualidade.

Do ponto de vista operacional, é muito importante quantificar a redução da variabilidade dentro dos limites de especificação para se poder avaliar a economia obtida quando a variabilidade do processo é reduzida e a média é ajustada em seu valor alvo.

Segundo Gunter (1987), qualidade é definida em termos do sistema global no qual o produto é manufaturado e usado. Isto significa que não somente os custos de retrabalho e refugo nos vários estágios do processo de manufatura devem ser considerados, mas também a perda de produtividade devida à ineficiência causada pela variação. Esta ineficiência pode levar ao aumento dos custos de manutenção, atrasos devido a quebras, excesso de estoque, excesso de pessoal e desperdício de tempo em reuniões improdutivas. A maior perda, porém mais difícil de quantificar, são os custos incorridos ao consumidor devido à degradação d

performance do produto, da confiabilidade e da durabilidade. Como Deming (1986) aponta, este último custo, devido à má qualidade, pode ser infinito quando leva o consumidor a procurar outro produto que atenda melhor suas expectativas.

Segundo Nandakumar, Datar & Akella (1993), os custos tipicamente atribuídos a má qualidade referem-se aos custos diretos das unidades defeituosas produzidas (refugo, reparo e retrabalho). No entanto, existem outras dimensões do custo da qualidade tais como: *custos externos*, que incluem os custos de garantia e reposição de peças e custos de atender às reclamações dos consumidores; *custos de prevenção*, que incluem custos para projetar e manter um sistema de garantia da qualidade, e *custos de avaliação*, que incluem custos de inspecionar e testar matérias-primas, componentes e produtos acabados.

Um aspecto importante que tem sido ignorado na avaliação do custo da qualidade é o impacto dos problemas de má qualidade sobre a demanda. O impacto sobre a demanda é ocasionado por: (1) aumento no tempo de atravessamento do produto (2) atrasos no atendimento das entregas. O fator tempo passa a ter uma importância estratégica, pois os consumidores cada vez mais demandam por produtos com tempo de entrega curto e valorizam o tempo como um fator competitivo. Por último, a avaliação dos custos da qualidade não incorpora os custos de congestionamento e interrupção das operações causados por problemas de má qualidade. Os custos de congestionamento incluem custos devido a níveis de estoques elevados, custos adicionais de horas de trabalho, expedição, supervisão e manutenção devido aos produtos defeituosos.

Segundo Nandakumar, Datar & Akella (1993), a avaliação de custos é frequentemente considerada nas decisões de alocação de recursos. Em decisões de alocação de recursos com respeito a programas de melhoria de qualidade, é importante que a avaliação de custos considere todos os benefícios dos esforços de melhoria da qualidade. Esta avaliação não pode ignorar o impacto de programas de qualidade sobre o tempo de atravessamento, produtividade, tempo de processamento, porcentagem de atendimento das entregas, níveis de estoques intermediários e taxas de defeitos.

### 2.1.1 Função de perda

Segundo Almeida & Toledo (1989), Taguchi define qualidade como a perda que um produto causa à sociedade a partir do momento em que ele é liberado para a venda. Essas perdas podem ser causadas pela variabilidade que este produto apresenta durante sua vida útil e pelos efeitos colaterais nocivos de seu uso. Para avaliar de maneira quantitativa esta perda, Taguchi usa o conceito de "função de perda" criado por ele.

A perda de qualidade é definida como o valor esperado da perda monetária causada por desvios das características de qualidade em relação ao valor nominal. Ou seja, qualquer variação em uma característica de qualidade do produto, em relação ao valor ideal, implica uma perda imposta ao consumidor.

Segundo Byrne & Taguchi (1987), a perda ocorre não somente quando o produto está fora das especificações, mas também quando um produto falha dentro das especificações. A perda aumenta continuamente quando o produto desvia-se do valor alvo.

Taguchi verificou que uma função quadrática simples (parábola) aproxima o comportamento da perda em muitos casos, quando se pretende atingir o valor alvo das características de qualidade. Quando se deseja maximizar as características de qualidade, a função perda pode ser aproximada por uma meia-parábola.

Quanto maior o desvio das características de qualidade em relação ao seu valor nominal, maior é a perda, como pode-se verificar na Fig 2.2.

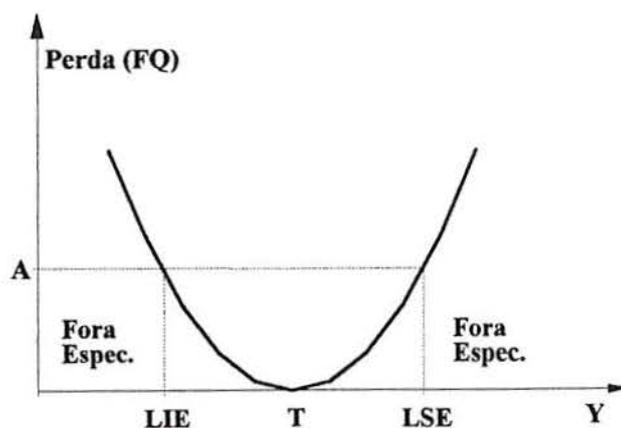


Figura 2.2 - Visão de qualidade segundo a função de perda quadrática "nominal é melhor"

Taguchi propõe uma função de perda quadrática simples, que para o caso de uma única peça resulta:

$$L = K(Y - T)^2 \quad (2.1)$$

- L representa a perda de qualidade em valores monetários quando a característica de qualidade tem um valor Y;
- Y representa o valor real de uma característica de qualidade;
- T representa a meta, valor alvo ou valor nominal para essa mesma característica de qualidade;
- K representa uma constante a ser determinada, que transforma a perda em unidades monetárias.

O valor de K pode ser determinado se conhecermos o valor da perda L(Y) para um valor particular de Y. Caso os limites de tolerância para certa característica de qualidade sejam  $T \pm \Delta$ , e que quando Y ultrapassa esse intervalo requer um custo de A unidades monetárias para repará-lo ou substituí-lo, teremos:

$$A = K \times \Delta^2 \quad \text{logo} \quad K = A / \Delta^2 \quad \text{sendo} \quad \Delta = (LSE - T) \quad (2.2)$$

A equação definida anteriormente é usada para quantificar a perda para uma unidade do produto.

Segundo Ribeiro (1992), a perda unitária média associada com a produção de "n" unidades é dada pelo valor esperado da função quadrática para todos os "n" valores de Y. Desta forma, a perda média seria dada por:

$$\bar{L} = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n K(Y_i - T)^2 \quad (2.3)$$

como a média quadrada dos desvios é:

$$\text{MQD} = \left(\frac{1}{n}\right) \sum (Y_i - T)^2 = (\bar{Y} - T)^2 + S^2 \quad (2.4)$$

sendo  $S^2$  e  $\bar{Y}$  respectivamente a variância e a média, obtidas a partir de uma amostra, da característica de qualidade analisada.

A perda será dada por:

$$\hat{L} = K(\text{MQD}); \quad \hat{L} = K((\bar{Y} - T)^2 + S^2) \quad (2.5)$$

Esta versão da função de perda refere-se a quando o valor ideal das características de qualidade é um valor nominal específico. Seu valor é mínimo quando o valor médio de  $Y$  coincide com o valor alvo, e a perda aumenta simetricamente à medida que  $Y$  desvia-se do valor alvo.

Além deste caso, onde o valor nominal é melhor, existem outros dois tipos de características de qualidade. O primeiro tipo é o caso em que "quanto menor melhor", usado em situações em que existe um valor máximo estabelecido, e quanto menor o valor da característica de qualidade, tanto melhor a situação. A função perda sugerida por Taguchi referente a este tipo de característica de qualidade é:

$$\bar{L} = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n K(Y_i)^2 \quad (2.6)$$

nesse caso, a média quadrada dos desvios vale:

$$MQD = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n Y_i^2 = \bar{Y}^2 + S^2 \quad (2.7)$$

e portanto:

$$\hat{L} = K(MQD); \quad \hat{L} = K(\bar{Y}^2 + S^2) \quad (2.8)$$

O segundo tipo de característica de qualidade é o caso em que "quanto maior melhor". Essa característica de qualidade é usada em situações nas quais existe um valor mínimo estabelecido, e quanto maior o valor da característica de qualidade, tanto melhor a situação. Nesse caso, a função perda é definida como:

$$L = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n K \left( \frac{1}{Y_i^2} \right) \quad (2.9)$$

sendo a média quadrada dos desvios aproximada por:

$$MQD \cong \left(\frac{1}{n}\right) \sum \frac{1}{Y_i^2} = \left(\frac{1}{\bar{Y}^2}\right) \left(1 + \frac{3S^2}{\bar{Y}^2}\right) \quad (2.10)$$

teremos:

$$\hat{L} = K(\text{MQD}); \quad \hat{L} \cong K\left(\frac{1}{\bar{Y}^2}\right) \left(1 + \frac{3S^2}{\bar{Y}^2}\right) \quad (2.11)$$

Segundo Taguchi & Clausing (1990), a filosofia de Taguchi confronta a filosofia Zero Defeitos que diz que qualidade é qualquer produto com características dentro dos limites de especificação, pois engenheiros que seguem esta lógica acostumam-se a pensar sobre qualidade do produto em termos de desvio aceitável do alvo, ao invés de um consistente esforço para atingí-lo.

### 2.1.2 Robustez de um produto

Diversos fatores, chamados fatores de ruído, produzem variações que fazem com que o produto opere com valores de características de qualidade afastados dos valores alvo especificados.

Segundo Almeida & Toledo (1989), os fatores de ruído podem ser enquadrados em três tipos: ruído exterior, ruído interior e ruídos de produção (entre produtos). Os ruídos externos são provocados por condições de uso do produto ou pelo ambiente. Os ruídos internos estão associados a características do produto que se alteram durante o uso ou estocagem. Os ruídos da produção correspondem à variabilidade entre unidades do produto manufaturado sob as mesmas especificações, decorrentes de variabilidade no processo de manufatura.

Com o objetivo de melhorar a qualidade e reduzir custos, o produto e o processo devem ser projetados de modo que seus desempenhos sejam poucos sensíveis a todos os tipos de ruídos. Para atingir essa robustez, os esforços da engenharia da qualidade devem ser concentrados na fase de projeto do produto.

Segundo Byrne & Taguchi (1987), os fatores de ruído são responsáveis pelos desvios das características funcionais dos produtos dos seus valores alvo. Porém, controlar os fatores de ruído pode ser muito caro, senão impossível. A alternativa é selecionar valores para

os fatores controláveis que tornam o produto ou processo pouco sensível à ação dos fatores de ruído. Ao invés de encontrar e eliminar as causas da variação, deve-se eliminar ou reduzir o impacto dessas causas.

Segundo Gunter (1987), para garantir boa performance e boa economia, é necessário um projeto robusto. Em seu artigo, ele discute várias abordagens propostas por Taguchi para aumentar a robustez do projeto. Apresentaremos a seguir suas idéias.

A primeira abordagem refere-se à robustez aos ruídos. Taguchi advoga o uso de uma experimentação multivariada para simular a variabilidade provocada pelos fatores de ruído, e o uso de métodos estatísticos de otimização para encontrar um conjunto de fatores controláveis que minimizem a sensibilidade a esta variação.

Outra abordagem bastante importante, mas que não tem recebido suficiente atenção na literatura, refere-se à robustez do projeto às oscilações nos fatores controláveis. Essa robustez fica melhor ilustrada pela Fig. 2.3.

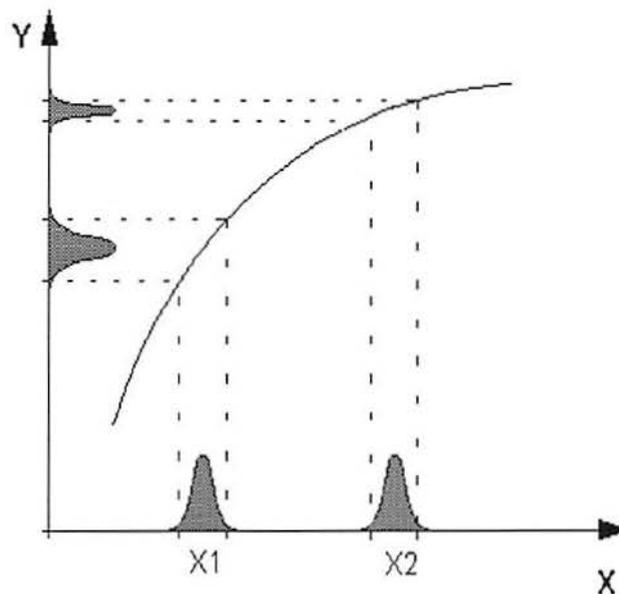


Figura 2.3- Robustez às oscilações dos fatores controláveis

O eixo horizontal indica o ajuste de um dos fatores controláveis (parâmetro do processo ou do produto). O eixo vertical indica o valor da variável de resposta. Para reduzir o efeito de qualquer pequena variação no fator controlável sobre o desempenho da variável de

resposta, seria melhor ajustar o fator controlável em X2, pois as oscilações que ocorrem em torno desse valor têm muito menor impacto sobre o desempenho da variável de resposta do que as que ocorrem em torno do valor X1. Nesse exemplo, a redução de variabilidade das variáveis de resposta é possível porque a relação entre a variável de resposta e o fator controlável, como acontece com frequência, é não-linear.

Segundo Gunter (1987), Taguchi ressalta que frequentemente há uma dualidade entre os fatores controláveis que afetam a performance do produto/processo. Existem o que Taguchi chama de *variáveis sinal* (fatores de ajuste), que são os fatores que afetam linearmente o nível de performance; e as *variáveis controláveis* (fatores de projeto), que tendem a ter um efeito não-linear e, conseqüentemente, podem ser usadas para controlar a sensibilidade do produto/processo a vários tipos de ruído. Quando esta dualidade existe, é possível determinar o ajuste das *variáveis controláveis* (fatores de projeto) a fim de adquirir robustez ao ruído, e, então, ajustar as *variáveis sinais* (fatores de ajuste) para aproximar a característica de qualidade de seu valor alvo.

Segundo Taguchi & Clausing (1990), a robustez do produto é muito mais em função de um bom projeto do que do controle na linha. De fato, embora não seja óbvio, uma falta de robustez no projeto do produto é um primeiro passo para gastos supérfluos de manufatura.

Para o consumidor, a qualidade está no desempenho de um produto. Durante sua vida útil, o produto pode estar sujeito a impactos, sobrecargas ou vibrações. Por isso, os engenheiros de projeto têm que considerar as forças do meio-ambiente que degradam o desempenho do produto.

Para se alcançar a robustez de um produto, os objetivos devem ser consistentes, tais como atingir um valor alvo e reduzir a variabilidade em torno dele. Esses objetivos são contrários à filosofia Zero Defeito, que parte da premissa de que um produto é bom quando satisfaz às especificações.

Segundo Myers, Khuri & Vining (1992), os fatores de ruído podem ser controlados no experimento, mas não podem ser controlados na produção ou no campo. Logo, a robustez aos fatores de ruído somente pode ser incorporada na fase de projeto do produto. Nesta fase, o uso de *Projeto de Experimentos* é muito útil.

Estatísticos industriais tratam os fatores de ruído de diferentes maneiras dependendo da situação. Na maneira tradicional, fatores de ruído não são observados, mas acomodados através do processo de aleatorização.

Uma outra abordagem considera um mesmo modelo para os fatores controláveis e os fatores de ruído, embora geralmente os fatores de ruído sejam variáveis aleatórias. Conseqüentemente, quando efeitos conjuntos aparecem, ou seja, quando existem interações entre fatores controláveis e fatores de ruído, a variabilidade do processo irá depender do ajuste dos fatores controláveis, que deve ser definido a partir dos efeitos detectados no experimento. Portanto, é necessário incluir a variância do processo no critério de performance para a escolha dos níveis ótimos dos fatores controláveis. Neste caso, há uma exploração conjunta das superfícies de resposta da média e da variância para a escolha das condições ótimas dos fatores controláveis.

Quando não há interações entre os fatores controláveis e de ruído, a variância não depende dos níveis dos fatores controláveis. Conseqüentemente, não há necessidade de incorporar a variância do processo como parte do critério de performance no Projeto de Parâmetros, pois neste caso não há um produto mais robusto. Esta estrutura de interações pode fornecer uma base razoável para estimar a variância do processo quando os fatores de ruído são variáveis aleatórias.

A abordagem de ajustar os fatores de ruído em um mesmo modelo com os fatores controláveis pode levar a um maior conhecimento do processo. Por exemplo, a determinação de quais fatores controláveis ( $X$ 's) têm efeito dispersivo, ou seja, influenciam a variabilidade do processo, pode ser realizada pela determinação de quais  $X$ 's produzem uma interação significativa com os fatores de ruído. Os fatores de ruído que somente têm efeito principal no modelo influenciam a variabilidade do processo, de modo que seu efeito não pode ser afetado pela escolha dos fatores controláveis, ou seja, o seu efeito é o mesmo independente da escolha dos níveis dos fatores controláveis.

## 2.2 Otimização de projetos segundo Taguchi

Segundo Chan, Cheng & Wang (1991), o controle de qualidade “off-line”, cujo pioneiro foi Taguchi, visa a otimização de produtos e processos com o objetivo de adquirir qualidade com baixo custo. O controle “off-line” consiste de três passos:

**Passo 1-** Projeto de Sistemas- A partir das exigências dos consumidores sobre as características de qualidade de um produto, desenvolve-se um protótipo apropriado e determina-se o tipo de material, peças, componentes e sistema de montagem a ser usado e os fatores que afetam a qualidade do produto. Segundo Gunter (1987), o Projeto de Sistemas exige engenheiros especializados, pois é uma atividade orientada por conceitos. Os métodos estatísticos têm um pequeno papel nesta etapa. Já no Projeto de Parâmetros e Projeto de Tolerância, o engenheiro pode fazer uso decisivo dos métodos estatísticos para melhorar a robustez do projeto.

**Passo 2-** Projeto de Parâmetros- Uma vez estabelecido o projeto de sistema, a etapa seguinte é determinar níveis ótimos para os parâmetros de cada elemento do sistema. Esses níveis ótimos são aqueles que asseguram variação mínima das características de qualidade frente aos ruídos, ou seja, são robustos e estáveis. Procura-se melhorar a qualidade dos produtos com reduzido custo de produção, através de um projeto ótimo do produto e processo. Um projeto ótimo é aquele que minimiza o impacto dos fatores de ruído sobre as características de qualidade, sem eliminar as causas da variação.

**Passo 3-** Projeto de Tolerâncias- Uma vez que os valores ótimos dos parâmetros dos elementos sejam obtidos, a próxima etapa é determinar a tolerância de cada parâmetro individualmente, estabelecendo-se a relação perda da qualidade - custo. Define-se a amplitude tolerável dos desvios do valor ideal de cada parâmetro, considerando que, quanto menor a amplitude, maiores serão os custos de fabricação e que, quanto maior a amplitude, maiores serão as perdas devido ao baixo desempenho do produto. Também procura-se melhorar ainda mais a qualidade daquelas características que ainda apresentam uma variabilidade substancial,

mesmo depois do Projeto de Parâmetros, através de um compromisso entre os ganhos obtidos pela redução da variabilidade e o aumento no custo de manufatura.

Na etapa de Projeto de Tolerâncias, a função de perda é freqüentemente usada, pois ela é uma ferramenta analítica que permite comparar qualidade e custos e determinar os limites de tolerância, levando em conta esses dois aspectos.

Segundo Almeida e Toledo (1989), na etapa de Projeto de Tolerâncias, procura-se remover as causas da variabilidade, levando-se em consideração tanto a perda de qualidade por desvios em relação a valores nominais fixados quanto o custo de diferentes classes de materiais e componentes disponíveis. Procura-se controlar as fontes de ruído atuando-se sobre as causas, geralmente aumentando os custos de manufatura.

Segundo Byrne & Taguchi (1987), nos Estados Unidos, a maioria dos engenheiros são condicionados a gastar dinheiro para atingir os níveis de desempenho do produto exigidos pelos consumidores. Eles pulam do Projeto de Sistemas para o Projeto de Tolerâncias, omitindo o Projeto de Parâmetros, que seria o passo onde eles poderiam reduzir custos e melhorar a qualidade de maneira mais eficiente.

Para definir as características de qualidade de interesse e seus valores alvos corretos, é necessária a participação de especialistas em equipe. Isso explica o movimento das fábricas japonesas e americanas na direção da Engenharia Simultânea.

Segundo Turino (19--), a proposta da Engenharia Simultânea é tomar atitudes prévias, ainda na fase de projeto, para minimizar os custos totais do ciclo de vida do projeto do produto. Sua filosofia prega a implantação das características de fabricabilidade, confiabilidade e manutenibilidade durante a fase de projeto e não depois do produto já concebido.

### **2.2.1 Projeto de parâmetros**

A estratégia no projeto de parâmetros é reconhecer fatores controláveis e fatores de ruído e tratá-los separadamente. A chave para adquirir robustez contra ruídos é descobrir interações entre fatores controláveis e fatores de ruído.

Taguchi (1986) apud Almeida & Toledo (1989), propõe uma abordagem de projeto de experimentos para o projeto de parâmetros do produto ou processo. Os fatores que afetam as características de qualidade são classificadas em fatores controláveis e fatores de ruído.

O objetivo do projeto de experimentos é encontrar os valores dos fatores controláveis para os quais o efeito dos fatores de ruído na característica de qualidade é mínimo. Esses valores ótimos para os fatores controláveis são obtidos com a variação sistemática dos valores dos fatores no experimento e comparação do efeito dos fatores de ruído para cada ensaio realizado.

O projeto experimental proposto por Taguchi é desenvolvido em duas etapas: uma matriz de fatores controláveis e uma matriz de fatores de ruído. O experimento consiste na combinação das duas matrizes. Cada tratamento ensaiado na matriz de fatores controláveis é seguido de ensaios com todas as linhas da matriz de fatores de ruído. Este delineamento experimental é chamado de arranjo-produto ou arranjo-cruzado.

O arranjo-produto ou arranjo-cruzado é apresentado a seguir:

Supondo que A, B, C, D sejam fatores controláveis (X's) e E, F, G sejam fatores de ruído (Z's), tem-se o seguinte arranjo-cruzado:

Tabela 2.1 Matriz experimental para um exemplo de arranjo-cruzado

Arranjos Internos					Arranjos Externos				
					2	2	1	1	E
No	A	B	C	D	2	1	2	1	F
1	1	1	1	1	1	2	2	1	G
2	1	2	2	2					
3	1	3	3	3					
4	2	1	2	3					
5	2	2	3	1					
6	2	3	1	2					
7	3	1	3	2					
8	3	2	1	3					
9	3	3	2	1					

Taguchi (1986) apud Almeida & Toledo (1989) recomenda o uso de projetos ortogonais para construir as matrizes de fatores controláveis e dos fatores de ruído. Ele sugere também o uso de uma "estatística de desempenho" chamada "razão sinal/ruído" para estimar o efeito dos fatores de ruído para determinada combinação de parâmetros. A partir da análise dessa estatística obtêm-se os valores ótimos para os parâmetros de projeto. O melhor valor inferido é verificado através de um experimento de confirmação.

Taguchi & Clausing (1990), definem robustez como a virtude de um produto em apresentar alta relação sinal/ruído. Neste contexto, *sinal* é um sinônimo de característica de qualidade, ou seja, é o que o produto (ou componente de submontagem) está tentando proporcionar. *Ruídos* são as interferências que degradam o sinal, sendo alguns, inclusive, não pertencentes a parte material do produto, provindos do meio-ambiente e dos distúrbios relativos às peças entre si.

Os parâmetros de projeto associados à máxima relação sinal/ruído garantem a qualidade robusta, isto é, o desempenho pouco sensível às variações provocada pelos fatores de ruído.

Supondo que  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  representem valores para a característica de qualidade, a razão sinal/ruído, proposta por Taguchi é a seguinte:

- Característica "nominal-é-melhor":

$$S/R = +10 \log \left( \frac{\bar{Y}^2}{S^2} \right) \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (2.12)$$

- Característica "menor-é-melhor":

$$S/R = -10 \log \left( \frac{1}{n} \sum Y_i^2 \right) \quad (2.13)$$

- Característica "maior-é-melhor":

$$S/R = -10 \log \left( \frac{1}{n} \sum \frac{1}{Y_i^2} \right) \quad (2.14)$$

### 2.2.2 Considerações sobre o método Taguchi

Recomenda-se o uso da estatística sinal/ruído somente quando a variabilidade aumentar linearmente com a média, pois apenas nesses casos os níveis ótimos encontrados com o uso desse critério resultam na menor função de perda.

Segundo Hendrix (1991), em uma situação como a apresentada na Fig. 2.3, onde existe uma relação não-linear entre os fatores controláveis e as variáveis de resposta, caso deseje-se minimizar a variável de resposta e maximizar a robustez às oscilações dos fatores controláveis, é necessário um compromisso, pois os objetivos são antagônicos. Nesses casos, o uso da estatística sinal/ruído não é adequada, pois a natureza do compromisso fica mascarada, já que não se trabalha com os dados na sua forma original (média e variabilidade), mas sim com um quociente entre eles.

Gunter (1987) discute as similaridades e diferenças entre os métodos estatísticos tradicionais e o método de Taguchi. Segundo ele, o método de Taguchi em muitos aspectos é um tipo de análise de sensibilidade estatística. Entretanto, Taguchi propõe o uso de arranjos externos e internos para adquirir as informações necessárias. Isto resulta em um grande experimento realizado de uma só vez, o que representa desperdícios de esforços experimentais, pois muitos fatores não-importantes são ensaiados na mesma intensidade do que fatores importantes, tornando o experimento, algumas vezes, impraticável.

Para evitar este tipo de problema, deve-se usar experimentos seqüenciais, pois desta forma os esforços gastos estudando fatores considerados não-importantes são mínimos, e com isso podemos estudar mais detalhadamente regiões experimentais promissoras, sem custos impraticáveis.

Segundo Lucas (1994), deve-se usar projetos "screening" nas etapas iniciais do experimento para avaliar os parâmetros importantes que deverão ser estudados mais profundamente, e posteriormente usar projetos de superfície resposta para a otimização dos parâmetros do processo.

Os arranjos-produto ou arranjos-cruzados propostos por Taguchi, onde o experimento consiste na combinação de duas matrizes, uma de arranjos externos e outra de arranjos internos, geralmente são mais numerosos e menos flexíveis do que os arranjos-combinados. O arranjo interno estuda os fatores do processo de manufatura que podem ser controlados, enquanto que o arranjo externo estuda fatores não controláveis, tais como fatores ambientais, também chamados de fatores de ruído. Os arranjos-combinados são compostos pelos fatores controláveis e pelos fatores de ruído em uma única matriz.

Segundo Lucas (1994), os arranjos propostos por Taguchi não estimam as interações entre os fatores dentro dos arranjos externos (termos  $Z_iZ_j$ ) e entre os fatores dentro dos arranjos internos ( $X_iX_j$ ). As únicas interações que eles estimam são entre os fatores dos arranjos internos e externos ( $X_iZ_i$ ).

Segundo Gunter (1987), outro aspecto da análise de sensibilidade enfatizado pelos estatísticos, mas ignorado pelo método de Taguchi, é a importância das interações entre os fatores controláveis. Os projetos propostos por Taguchi, como por exemplo o arranjo ortogonal  $L_8$ , tornam difícil a identificação dessas interações.

Lucas (1994) apresenta em seu artigo uma comparação entre o número de rodadas exigidas pelos projetos propostos por Taguchi e pelos projetos compostos centrais (mais detalhes sobre esses projetos no item 2.6). Segundo ele, geralmente os projetos compostos são comparáveis em tamanho com os menores projetos possíveis de Taguchi.

Quando o tamanho dos projetos compostos e dos projetos de Taguchi são similares, Lucas (1994) recomenda os projetos compostos que estimam interações entre fatores dentro do arranjo interno e interações entre fatores do arranjo interno e externo, sendo que os projetos de Taguchi estimam somente essas últimas.

Segundo Gunter (1987), alguns aspectos similares entre o método Taguchi e os métodos tradicionais referem-se ao uso de métodos de projetos estatísticos multivariados como a maneira mais eficiente de estudar simultaneamente o efeito de muitas variáveis e ao uso de procedimentos de análise estatística estruturada, ao invés de uma análise de dados não-

estruturada. Infelizmente, os métodos de Taguchi para a análise de dados não são padronizados e não existe justificativa científica para seu uso.

Compartilha-se a mesma opinião de Gunter (1987) quando ele diz que, enquanto os benefícios do método Taguchi podem ser reais quando comparados com a prática experimental não estatística, eles têm deficiências quando comparados com métodos convencionais. Taguchi não introduziu técnicas estatísticas novas, na verdade, o seu maior mérito é o esforço em desenvolver métodos de fácil compreensão e uso acessível por não-especialistas.

Seu método, por ser de fácil compreensão, foi amplamente divulgado e adotado por pessoas não especialistas, trazendo melhores resultados do que os alcançados com a prática experimental não-estatística usada até então. No entanto, este método possui várias deficiências relacionadas com o custo de alguns dos procedimentos experimentais sugeridos, com a falta de estudo das interações entre fatores controláveis e com a omissão de testes de significância, o que muitas vezes pode conduzir a conclusões erradas a respeito do efeito dos fatores estudados.

Segundo Myers, Khuri & Carter (1989), a maior contribuição de Taguchi foi a divulgação da necessidade de projetos de experimentos na pesquisa e desenvolvimento como suplemento para o controle de qualidade e controle de processo. Segundo eles, Taguchi conscientizou os experimentadores da necessidade de incluir a variabilidade do processo como parte da resposta.

Segundo Myers, Khuri & Vining (1992), a contribuição mais significativa de Taguchi foi a formalização da idéia de que os parâmetros do processo e os fatores de ruído variam de forma aleatória, afetando as características de qualidade. Desta forma, para se fazer uma análise apropriada, a variabilidade das características de qualidade deve ser incorporada no modelo estatístico.

Segundo Lucas (1994), a maior contribuição de Taguchi e seus seguidores é a conscientização do potencial e da utilidade dos experimentos estatísticos. Outra contribuição importante refere-se à inclusão implícita dos fatores ambientais no experimento, a fim de tornar o produto mais robusto.

## 2.3 Métodos de otimização de produtos e processos medidos por uma característica de qualidade

Segundo Oh (1987), os benefícios da filosofia de Taguchi são maiores quando sua implementação é feita na fase do projeto. Ele propõe uma formulação que se preocupa com a robustez de um produto em relação a oscilações nos fatores controláveis. Esta formulação é explicada através de um exemplo prático: o projeto de suspensão da porta de um carro, buscando atingir um esforço de fechamento consistente. Neste estudo, as relações entre os fatores controláveis e as características de qualidade já são conhecidas e o artigo pretende mostrar que técnicas de otimização tradicionais podem ser aplicadas na fase de projeto para se alcançar um desempenho consistente.

Segundo Oh (1987), o conhecimento das relações entre as características de qualidade e os fatores controláveis já são conhecidas pela engenharia. Logo alternativas de projeto podem ser exploradas em menor tempo e o projeto de tolerâncias pode ser conseguido com pequenos experimentos.

Leon, Shoemaker & Kacker (1987) mostraram que a razão sinal/ruído é apropriada como estatística de desempenho somente quando  $\sigma_y$  é proporcional a  $\mu$ . Nesta suposição, o mesmo resultado pode ser obtido mais facilmente pela análise de  $\log Y$  do que de  $Y$ . Eles introduziram a idéia do PerMIA - "Performance Measure Independent of Adjustment", ou seja, Medidas de Performance Independente da Média, como uma tentativa de fornecer uma melhor compreensão e uma extensão à razão sinal/ruído de Taguchi.

Na abordagem PerMIA os parâmetros do produto ou processo são separados em fatores que afetam a média e variabilidade e fatores que afetam somente a média. Ela utiliza uma transformação das variáveis resposta que torna o desvio-padrão do resultado transformado independente da média.

O procedimento de otimização trabalha inicialmente com o primeiro grupo para minimizar a variabilidade e depois com o segundo grupo para ajustar a média ao seu valor alvo. Esta abordagem permite ao experimentador determinar sob que condições é possível encontrar fatores de ajuste que possam ser usados para trazer a média do processo para o alvo sem alterar a variabilidade da medida da performance.

A abordagem PerMIA tem muitos aspectos difíceis de compreender e exige um conhecimento prévio de quais fatores pertencem ao primeiro ou segundo grupo. Além disso, muitas vezes, pode ser difícil definir uma transformação apropriada da variável de resposta.

Box (1988) discutiu a abordagem de transformar a resposta a fim de tornar a média e a variância independentes. Esta abordagem é proposta como substituição da razão sinal/ruído, em situações onde há um valor alvo para a resposta (características de qualidade do tipo "nominal é melhor"). Nesta situação, Taguchi presume que os fatores que afetam a média e não a variabilidade podem ser encontrados entre os fatores controláveis. Esses fatores são usados para ajustar a média da variável de resposta ao valor alvo. Outras abordagens sugeridas por Box incluem usar uma transformação potência na resposta que forneça uma separação máxima entre os fatores que afetam a locação e aqueles que influenciam a variância do processo.

Tribus & Szonyl (1989) propõem uma abordagem alternativa às técnicas de Taguchi e ilustram-na com dados de um artigo escrito por Thomas B. Barker (1986) (apud Tribus & Szonyl (1989)). Segundo eles, a abordagem de Taguchi difere da abordagem usada pela maioria dos experimentadores em três maneiras: (a) o uso de arranjos ortogonais para a exploração inicial; (b) o uso da razão sinal/ruído para a otimização; (c) o uso de simulação distorcida do efeito da variabilidade dos fatores controláveis.

A abordagem alternativa proposta por eles é mais próxima da prática convencional. Nesta abordagem, são propostas as seguintes mudanças: (a) um plano de teste seqüencial para fornecer informações em menor tempo e com menor esforço, permitindo ao experimentador fazer melhor uso do que ele está aprendendo com os resultados dos testes; (b) um método de simulação do efeito variabilidade mais significativo; (c) metodologia de superfície de resposta para substituir a análise de variância (ANOVA); (d) técnicas de análise de decisão para encontrar a melhor combinação dos parâmetros de locação e dispersão.

Comparando os resultados analisados segundo esta abordagem alternativa com os resultados obtidos pelo método Taguchi publicados por Thomas B. Barker, Tribus & Szonyl (1989) concluem que: (a) a substituição dos arranjos ortogonais, sugeridos por Taguchi, por um plano de testes seqüenciais constituído de um projeto fatorial fracionado seguido pelo acréscimo de pontos adicionais, dispostos na forma de uma estrela para formar um projeto composto central, resulta em maior quantidade de informação por unidade de

custo; (b) o uso de uma abordagem mais convencional para simulação do efeito da variabilidade resulta em mais informação com menos custo e sem distorção da variância e da média; (c) o uso de uma função de perda resulta em menores custos; (d) a abordagem convencional baseada na metodologia de superfície de resposta e procedimentos normais de otimização fornecem resultados, na maioria dos casos, superiores e de mais fácil compreensão; (e) a introdução da razão sinal/ruído e a simulação distorcida do efeito da variabilidade servem para confundir o experimentador e causar uma interpretação errada dos dados experimentais.

Vining & Myers (1990) mostram, em seu artigo, como a abordagem de resposta dupla, que otimiza uma função resposta principal enquanto satisfaz restrições de uma função resposta secundária, pode ser usada para alcançar as metas da filosofia de Taguchi usando um método estatístico mais rigoroso. Procura-se ajustar a média no valor alvo ao mesmo tempo em que se minimiza a variância usando uma estrutura de metodologia de superfície de resposta (RSM). Para alcançar este objetivo, usa-se a técnica de resposta dupla desenvolvida por Myers & Carter (1973) que é uma extensão da Análise "Ridge" ou Análise de Cumeeira..

O método proposto por Myers & Carter (1973) recomenda que sejam realizados experimentos prévios para determinar a região de interesse usando-se, por exemplo, o método de Máxima Inclinação Ascendente ("Steepest Ascent"). Uma vez identificada a região de interesse, utiliza-se qualquer projeto de experimento de superfície de resposta de segunda ordem para ajustar um modelo para as respostas de interesse. Os resultados do experimento devem ser analisados de acordo com a técnica de resposta dupla, que procura encontrar uma combinação ótima dos parâmetros do processo que otimize a resposta principal, sujeita à restrição de que a resposta secundária seja igual a um valor aceitável.

Por exemplo, em uma situação onde a característica de qualidade é do tipo "nominal é melhor", considera-se a variância como sendo a variável principal e a média como sendo a variável secundária. Em situações onde a característica de qualidade é do tipo "maior é melhor" ou "menor é melhor", considera-se a média como variável principal e a variância como variável secundária. Uma vez que as condições ótimas sejam determinadas, recomenda-se um experimento confirmatório nesta região.

Segundo Vining & Myers (1990), o método proposto por Myers & Carter (1973) permite investigação seqüencial, permite o uso de projetos de arranjos amplos que identificam o impacto das interações, usa uma técnica estatística eficiente para a análise e

modela a média e a variância evitando o uso da razão sinal/ruído. Comparado com o PerMIA, o método proposto por eles é mais amplo, pois não depende da existência de fatores de ajuste, ou seja, aqueles que afetam somente a média, e ainda pode ajudar na identificação desses fatores de ajuste, uma vez que modela a média e a variância separadamente.

Yum & Ko (1991) discutem a validade do uso da razão sinal/ruído e em que situações seu uso é adequado. Segundo eles, o uso do processo de otimização em dois estágios é mais adequado para características de qualidade do tipo “nominal é melhor”. Porém esse método pode falhar por duas razões: (i) quando não existirem fatores de ajuste que influenciem somente a média ou (ii) quando a amplitude do intervalo investigado dos fatores de ajuste não permitir ajustar a característica de qualidade a seu valor alvo.

No entanto, segundo os autores, se a média do processo puder ser ajustada ao seu valor alvo dentro do intervalo investigado dos fatores de ajuste, enquanto os fatores de projeto estiverem fixos em seus valores ótimos, o processo de otimização em dois estágios é mais eficiente.

Segundo Yum & Ko (1991), o processo de minimização direta da função de perda é mais apropriado para as características do tipo “menor é melhor” e “maior é melhor”, pois seus alvos ( respectivamente zero e infinito) são difíceis de serem atingidos na prática. Desta forma, é muito difícil que se consiga ajustar a característica de qualidade em seu valor alvo dentro do intervalo ensaiado dos fatores de ajuste enquanto que os fatores de projetos estejam em seus níveis ótimos. Logo, o processo de otimização de dois estágios aplicado a esses dois tipos de características de qualidade têm maior probabilidade de falhar.

Winterbottom (1992) propõe o uso de uma razão sinal/ruído generalizada para identificar os fatores de ajuste e os fatores de projeto. A razão sinal/ruído generalizada pretende ser aplicável a uma maior variedade de casos, pois sua forma definitiva depende dos dados experimentais. Ele acrescenta na formulação um parâmetro estimado a partir dos dados experimentais que representa o grau de dependência entre a variabilidade e a média. Em seu artigo, ele descreve três etapas para formar a razão sinal/ruído generalizada: (i) plotar  $\log S_i$  (ordenadas) versus  $\log \bar{Y}_i$  (abscissas); (ii) estimar o coeficiente  $B$  da regressão linear entre os pontos; (iii) para cada  $i=1,2,\dots,k$  calcular  $\bar{Y}_i^\lambda$  e  $\frac{\bar{Y}_i^B}{S_i}$ , sendo  $\lambda = 1 - B$ . A razão

sinal/ruído generalizada é  $\frac{\bar{Y}_i^B}{S_i}$  e a correspondente média transformada é  $\bar{Y}_i^\lambda$ . A análise estatística é realizada sobre  $\ln(\bar{Y}_i^B / S_i)$  para variabilidade e  $\bar{Y}_i^\lambda$  para a média. Note que quando  $B = 1$ , têm-se a razão sinal/ruído de Taguchi para características do tipo “nominal é melhor”.

Myers, Khuri & Vining (1992) revisam os princípios que motivam os métodos advogados por Taguchi para solução de importantes problemas industriais. Logo após, fornecem uma abordagem alternativa atrativa que é baseada em princípios similares. Sua idéias serão apresentadas nos próximos parágrafos.

Myers, Khuri & Vining (1992) apontam cinco críticas gerais à contribuição de Taguchi para o projeto de parâmetros robustos. Elas são: (1) ineficiência da razão sinal/ruído; (2) falta de flexibilidade na modelagem do efeito dos parâmetros do processo; (3) falta de economia no planejamento de projeto experimental; (4) excessiva preocupação com otimização (5) nenhuma preocupação formal com a experimentação seqüencial.

A abordagem de Taguchi dá ênfase às interações entre fatores de ruído e fatores controláveis. Entretanto, muitos dos graus de liberdade destas interações poderiam ser usados para estimar interações entre fatores controláveis. O uso de arranjos-cruzados ignora o potencial de economia produzido por projetos nos quais os fatores de ruído são introduzidos na matriz de projeto, lado a lado com os fatores controláveis.

De fato, os projetos de superfície de resposta são mais econômicos, pois as interações entre fatores de ruído e fatores controláveis podem ser estudadas, assim como interações entre os fatores controláveis.

Myers, Khuri & Vining (1992) discutem um exemplo onde é empregado um projeto composto de segunda ordem. Eles combinaram importantes contribuições do trabalho de Taguchi com técnicas mais convencionais, a fim de desenvolver um bom método para melhorar o produto através do projeto de experimentos.

Os métodos empregados para ajustar modelos para a média e a variância da resposta permitem aos engenheiros ter um melhor conhecimento do processo com menos gastos nos dados experimentais. A modelagem conjunta da média e da variância, em uma única estatística, pode dificultar a interpretação.

No caso de desenvolvimento de produtos ou processos robustos, é provável que o modelo da variância seja inclusive mais importante do que o modelo da média da característica de qualidade.

Na seqüência de seu artigo, Myers, Khuri & Vining (1992) fazem comentários sobre o método proposto por eles com respeito às críticas citadas por eles anteriormente: (1) o usuário pode usar qualquer medida de resposta  $Y$  que ele escolher; (2) termos de interações entre fatores controláveis são encorajados no modelo. Os arranjos combinados são escolhidos para fornecer as estimativas desejadas; (3) arranjos combinados freqüentemente fornecem planos experimentais mais econômicos; (4) a abordagem de superfície de resposta leva a uma melhor compreensão do processo. (5) o uso de projetos seqüenciais ajusta-se perfeitamente ao método proposto.

Box & Jones (1992) ressaltam a importância de projetar um produto pouco sensível aos fatores ambientais (ou fatores de ruído) uma vez que freqüentemente é impossível ou muito difícil controlar a variabilidade desses fatores. Eles questionam a grande quantidade de rodadas experimentais exigidas pelos arranjos-cruzados propostos por Taguchi, e apresentam uma abordagem que propõe experimentos apropriados às circunstâncias experimentais e também aos objetivos pretendidos com o experimento. Eles apresentam um projeto de experimento apropriado para situações onde o objetivo do experimentador for minimizar simultaneamente dois critérios de performance, um referente ao desvio da média da variável resposta em relação ao valor alvo e outro referente a variância da variável de resposta, quando o produto é exposto a fatores ambientais diversos. Eles discutem alguns aspectos do uso da função de perda, como proposta a seguir:

$$L(x) = M(x) + V(x) \quad (2.15)$$

onde

$$M(x) = k \int_{R_z} (T - \bar{y}_x)^2 dz \quad (2.16)$$

mede o desvio da média da variável de resposta em relação ao valor alvo, e

$$V(x) = k \int_{R_z} (y_{xz} - \bar{y}_x)^2 dz \quad (2.17)$$

mede a variância em torno da média da variável de resposta.

Segundo eles, a importância relativa dos dois critérios de performance é inteiramente dependente da escolha do valor alvo ( $T$ ), pois caso defina-se um valor muito distante da média como sendo o valor alvo, maior ênfase será dada para o  $M(x)$  e menor para o  $V(x)$ , sendo que o contrário também será verdadeiro. Desta forma, estaria-se introduzindo um elemento arbitrário, uma vez que o valor alvo é frequentemente desconhecido. Para eles,  $M(x)$  e  $V(x)$  deveriam ser considerados separadamente e uma medida de performance considerando ambos aspectos seria dada por:

$$R(x) = \lambda V(x) + (1 - \lambda)M(x) \quad (2.18)$$

onde uma combinação particular, determinada por  $\lambda$ , é escolhida depois das alternativas disponíveis serem apresentadas.

Desta forma, se o experimentador estiver interessado apenas na média da variável de resposta próxima do valor alvo, ele escolherá níveis dos parâmetros do processo que minimizem  $M(x)$ . Caso o experimentador estiver interessado somente na redução da variação em torno da média, ele escolherá ajustes dos parâmetros do processo que minimizem  $V(x)$ .

Para diferentes valores de  $\lambda$  ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ), o critério combinado  $R(x)$  será minimizado na região onde as linhas isovalores de  $M(x)$  e  $V(x)$  se encontram.

## 2.4 Métodos de otimização de produtos e processos medidos por múltiplas características de qualidade

Biles (1975) descreve um procedimento de otimização experimental de processos medidos por múltiplas variáveis de resposta. O procedimento consiste em encontrar os níveis dos fatores controláveis que otimizam uma variável de resposta principal, sujeito à manutenção de um conjunto de variáveis de resposta secundárias dentro de certos limites especificados. Este procedimento pode ser considerado como um procedimento de otimização com restrições. O procedimento de otimização aplica blocos de experimentos seqüenciais. Para cada tratamento, mede-se o valor das variáveis de resposta de interesse e calcula-se uma equação de regressão para cada variável de resposta em função dos fatores controláveis. Então, faz-se uma inferência sobre a melhor região para se conduzir o próximo bloco de experimento. Este procedimento é repetido até que a melhor condição de operação do processo seja estabelecida.

A abordagem proposta por eles consiste em alternar blocos de experimentos para determinação do gradiente e blocos de experimentos para determinação do "passo", partindo-se de uma condição inicial ( $X_0$ ) para uma condição ótima dos fatores controláveis ( $X^*$ ). O bloco experimental para determinação do gradiente consiste de experimentos em torno do ponto base  $X^k$ . Os resultados desse experimento são usados para estimar a direção mais favorável para se movimentar em direção da condição ótima. Então, um bloco experimental para determinação do "passo" é conduzido ao longo da direção gradiente, sobre a amplitude permissível dos fatores controláveis, para estimar o local do novo ponto base  $X^{k+1}$ .

Portanto, são usados dois blocos experimentais para se mover de um ponto base  $X^k$  para outro ponto  $X^{k+1}$ , sendo que o primeiro bloco estabelece a direção e o segundo estabelece o "passo". Esse procedimento é repetido até se encontrar o ponto  $X^*$ , no qual o processo é considerado otimizado. O término da procura do valor ótimo  $X^*$  geralmente ocorre segundo um critério, como por exemplo:

$$|\hat{Y}^{k+1} - \hat{Y}^k| \leq \delta \quad (2.19)$$

onde  $\delta$  é um pequeno incremento no objetivo da variável de resposta.

Quando não há restrições no processo, a direção mais favorável a seguir é a direção gradiente também chamada máxima inclinação ascendente, e nessas situações Biles (1975) sugere que o procedimento apresentado por Box & Wilson (1951) (apud Biles (1975)) pode ser aplicado sem modificações. Quando há restrições, ele sugere adotar a estratégia da direção de projeção gradiente que se posiciona sobre os limites da região possível. Este conceito é similar ao desenvolvido por Rosean (1961) (apud Biles (1975)) para solução de problemas de programação não-linear envolvendo funções de forma algébrica conhecida, sem variação estatística.

A abordagem proposta por Biles (1975) é interessante, porém a otimização é feita utilizando-se a modelagem da variável de resposta. Não há uma preocupação em modelar a perda experimentada pelo usuário quando a média da variável resposta desvia-se do alvo e quando a variância em torno da média é muito grande. A otimização, utilizando-se a modelagem da variável de resposta, ocorre somente através da minimização do desvio do valor alvo da variável de resposta.

Kapur & Cho (1991) discutem uma função de perda de qualidade multivariada. Segundo eles, a função de perda de qualidade é uma medida da qualidade do produto ou processo. Quando há uma única característica de qualidade de interesse, uma função de perda quadrática univariada é uma boa aproximação para a maioria das situações. Para eles, a função de perda é simplesmente um meio de traduzir os desvios das características de qualidade dos valores alvo para uma escala monetária. Entretanto, na vida real, um produto é avaliado pelo consumidor baseado em múltiplas características de qualidade. Estas características são geralmente interdependentes e a perda real não é simplesmente igual ao somatório da perda causada por cada característica individualmente. Conseqüentemente, uma função perda de qualidade multivariada deve ser considerada a fim de avaliar a qualidade de tais sistemas. Desta forma, eles sugerem a seguinte expressão para o valor esperado da perda:

$$E[L(Y, t)] = \sum_{i=1}^m K_i \left[ (\mu_i - t_i)^2 + \sigma_i^2 \right] + \sum_{\substack{i, j=1 \\ i < j}}^m K_{ij} \left[ \sigma_{ij} + (\mu_i - t_i)(\mu_j - t_j) \right] \quad (2.20)$$

onde:

- $L(Y, t)$  medida da perda de qualidade associada com  $Y$  e  $t$ ;
- $Y$  representa o conjunto das características de qualidade;
- $K_i$  coeficiente de perda associado com a característica de qualidade  $i$ , onde  $i=1, \dots, m$ ;
- $\mu_i$  média observada para a característica de qualidade  $Y_i$ ;
- $t_i$  valor alvo associado à característica de qualidade  $Y_i$ ;
- $\sigma_i^2$  variância da característica de qualidade  $Y_i$ ;
- $K_{ij}$  coeficiente de perda associado com as características de qualidade  $i$  e  $j$ , onde  $i$  e  $j = 1, \dots, m$ ;  $i \neq j$ ;
- $\sigma_{ij}$  covariância entre  $Y_i$  e  $Y_j$ .

Kapur & Cho (1991) propõem uma função de perda multivariada baseada na função de perda quadrática univariada de Taguchi. Entretanto, a função de perda proposta por eles não é simétrica em relação aos eixos das variáveis de resposta, pois o termo de interação entre as características de qualidade proposto consiste no produto dos desvios do alvo de duas características de qualidade, e não no produto dos valores absolutos dos desvios do alvo.

Pignatiello (1993) define uma função de perda quadrática, idêntica à citada anteriormente, para o uso com múltiplas características de qualidade. Em seu artigo, ele introduz e discute várias estratégias experimentais para robustecer produtos e processos quando há mais de uma característica de qualidade de interesse. Essas estratégias visam minimizar a perda esperada em um conjunto exequível de valores para os fatores controláveis. A determinação de qual estratégia adotar depende de cada problema em questão. A seguir, serão apresentadas suas idéias.

Segundo Pignatiello (1993), a estratégia mais simples, chamada de estratégia direta, consiste em encontrar quais os níveis dos fatores controláveis que minimizem a função de perda proposta por ele, baseando-se diretamente nos valores experimentais medidos para as variáveis de resposta em cada tratamento.

A melhor combinação de fatores controláveis significa encontrar  $x^*$  tal que minimize  $\bar{R}(x)$ , onde:

$$\bar{R}(x) = \text{trace}[CS(x)]' + [\bar{Y}(x) - \tau]'C[\bar{Y}(x) - \tau] \quad (2.21)$$

onde:

$R(x)$  é a função a ser minimizada (função de perda);

$x$  é o vetor com o ajuste atribuído aos fatores controláveis;

$\bar{Y}$  é o vetor com os valores médios observados para todas as características de qualidade;

$\tau$  é o vetor com os valores ideais para todas as características de qualidade;

$C$  é a matriz que contém os coeficientes de custo, a qual deve ser positivo-definida, caso contrário a perda  $R(x)$  pode resultar negativa;

$S$  é a matriz de variâncias e covariâncias para  $Y$ .

Observa-se que tanto  $\bar{Y}$  como  $S$  e  $R$  são funções de  $x$ . O “trace” é o operador matemático que fornece a soma dos elementos da diagonal principal da matriz. Apesar de a notação ser completamente distinta, as expressões (2.20) e (2.21) são idênticas.

Outra estratégia para minimizar a função de perda assume que o experimentador tenha algum conhecimento prévio da relação entre  $x$  e  $y$ , ou seja, saiba quais fatores controláveis afetam a locação e quais afetam a variabilidade e também que os fatores controláveis poderão ser divididos entre aqueles que afetam a média e aqueles que afetam a variabilidade.

Para empregar esta estratégia, supõe-se que o vetor dos fatores controláveis possa ser dividido em três componentes. Os fatores  $X_d$  representam aqueles que afetam a variabilidade. Os fatores  $X_a$  representam aqueles que não afetam a variabilidade, mas afetam a média. Os fatores  $X_o$  representam aquelas que não afetam nem a variabilidade e nem a média. Estes últimos são simplesmente fixados em seus níveis mais econômicos e, posteriormente, ignorados. Como os fatores  $X_d$  podem também afetar a média, define-se  $\Sigma(X_d)$  para representar a matriz de variâncias e covariâncias para  $Y$  e  $\eta(X_d, X_a)$  para representar o vetor com os valores médios de  $Y$ .

Se tal separação para os fatores controláveis é possível, então o seguinte procedimento de duas etapas pode ser usado:

- (1) encontrar  $X_d^*$  que minimiza o "trace" de  $C\Sigma(X_d)$ ;
- (2) fixar  $X_d$  em  $X_d^*$ , e encontrar  $X_a^*$  que minimiza o custo relacionado com o desvio do alvo.

Ou seja:

$$R(X^*) = \min_{X_d} \text{trace}[C\Sigma(X_d)] + \min_{X_a/X_d^*} [\eta(X_d^*, X_a) - \tau] \quad (2.22)$$

Primeiro, determina-se  $X_d^*$  que minimiza a variância das características de qualidade no passo (1). Com  $X_d$  fixado em  $X_d^*$ , outro modelo preditivo é então desenvolvido para relacionar  $\eta$  com  $X_a$  a fim de encontrar as combinações de fatores  $X_a$  que minimizem a perda relacionada aos desvios das características de qualidade de seus valores alvos.

Uma das vantagens dessas duas estratégias de minimização da função de perda apresentadas por Pignatiello (1993) é que problemas complicados de multi-resposta podem ser reduzidos a vários problemas simples de superfície de resposta univariada. Desta forma, a minimização da função de perda para o caso de múltiplas respostas pode ser reduzida a um problema de otimização de uma única superfície de resposta.

Segundo Pignatiello (1993), uma das desvantagens dessas estratégias é que valores de resposta são expressos em unidades monetárias de perda esperada, o que pode não ser intuitivo para o experimentador. Com isso, os experimentadores necessitam possuir maior habilidade para construir modelos preditivos.

Outra desvantagem dessa abordagem deve-se ao fato de ambas estratégias trabalharem com os valores individuais e não com um modelo preditivo para o valor médio baseado em todos os valores medidos das variáveis de resposta, o que provoca um maior erro de estimativa da função de perda, além de exigir experimentos com replicações para calcular a variância em torno da média dos valores medidos para as variáveis de resposta dentro de cada tratamento.

Em ambas estratégias, Pignatiello (1993) recomenda o uso de arranjos produtos para a coleta de dados, que normalmente são experimentos numerosos que não permitem a identificação de interações entre os fatores controláveis e entre os fatores de ruído.

A terceira estratégia proposta por Pignatiello (1993) consiste em modelar o valor esperado e a variância das características de qualidade (Y) em função dos fatores controláveis do projeto (X).

$$\hat{R}(x) = \text{trace}[C\hat{\Sigma}(x)] + [\hat{Y}(x) - \tau]'C[\hat{Y}(x) - \tau] \quad (2.23)$$

onde  $\hat{Y}$  e  $\hat{\Sigma}$  são os vetores resposta preditos (média e variância de Y). Técnicas de otimização analíticas podem ser usadas para encontrar a melhor combinação de fatores X do projeto.

Vale mencionar que a expressão (2.23) é similar à expressão (2.22). A diferença é que em (2.22) trabalha-se com os valores médios e as variâncias observadas para Y em um certo ajuste de X, enquanto que em (2.23) esses valores são preditos a partir de esforços de modelagem.

Nessa estratégia, uma abordagem de arranjos-combinados é uma alternativa atrativa. Ao invés de se exigir projetos experimentais multi-replicados, pode-se usar replicações simples ou fracionais. Com isso, podem ser usados experimentos mais baratos. Outra vantagem é que os engenheiros provavelmente terão alguma intuição sobre a relação entre as variáveis de resposta e os fatores controláveis que serão acrescentados no modelo.

A estratégia de modelagem individual das características de qualidade é recomendável, pois reduz os erros associados ao cálculo dos valores da função de perda para cada tratamento (ajuste dos fatores controláveis) e permite um maior conhecimento do processo, pois investiga-se em maior profundidade a relação existente entre os fatores controláveis e as características de qualidade.

Entretanto, a função de perda proposta por Pignatiello (1993) (expressões 2.22 ou 2.23) não é simétrica em relação aos eixos das variáveis de resposta, pois desvios positivos e negativos do alvo geram valores diferentes para a função de perda.

Por exemplo, em uma situação em que os pesos das características de qualidade e os coeficientes de associação sejam todos unitários ( $W_j = 1$ ;  $c_{qr} = 1$ ), se duas características de qualidade estão a uma distância "d" acima do alvo, o valor da perda é " $3d^2$ ". No entanto, na mesma situação, se uma característica de qualidade está a uma distância "d" acima do alvo e outra a uma distância "d" abaixo do alvo, o valor da perda é " $d^2$ ". A função de perda também não é consistente, uma vez que não assegura que o valor da função de perda não decresça sempre que houver um aumento do valor absoluto dos desvios do alvo.

Não se compartilha a mesma opinião de Pignatiello (1993), quando ele diz que a terceira estratégia proposta por ele não permite o uso de técnicas de resposta univariada, pois considera-se que a modelagem da função de perda possa ser considerada como um modelo de resposta univariada.

Outra abordagem apresentada por Pignatiello (1993) trabalha com a situação de objetivos mistos. Essa abordagem seleciona uma característica de qualidade como a característica principal a ser otimizada, enquanto designa as demais como características secundárias que necessitam satisfazer algumas restrições. Tal estratégia pode ser empregada quando a característica de qualidade principal é dominante, isto é, a maior parte das perdas é devida a desvios nessa característica.

Tanto as estratégias de minimização da função de perda como a estratégia baseada no modelo de resposta podem ser empregadas somente na característica principal. Então, o problema pode reduzir-se a um de minimização da função de perda esperada sujeito a uma ou mais restrições relacionadas com as características secundárias. Embora esta abordagem não garanta o ótimo global, ela reduz a dimensão do problema, tornando-o mais tratável. Essa abordagem pode ser interessante para resolver problemas muito complexos.

Pignatiello (1993) discute ainda uma outra abordagem baseado no uso de gráficos feitos no computador para encontrar a região onde as respostas estão próximas de seus valores alvos, a qual é eficiente somente quando o número de parâmetros é relativamente pequeno.

Elsayed & Chen (1993) apresentam um modelo de otimização geral baseado em Box (1988) que consiste em estabelecer uma transformação na variável de resposta para estabilizar a variância, tal que o desvio-padrão da variável transformada torna-se independente da média e é afetado somente pelos fatores de projeto (aqueles que afetam a variabilidade da

resposta). O desvio-padrão da variável de resposta transformada é chamado "Performance Measure Independent of Adjustment" - PerMIA, ou Medida de Performance Independente da Média. Os níveis ótimos dos fatores de projeto são obtidos pela minimização do PerMIA. Logo após, ajusta-se os níveis dos fatores de ajuste (aqueles que afetam somente a média da variável de resposta) no valor alvo tal que a função de perda seja minimizada.

O modelo proposto é descrito a seguir.

Suponha que  $\mu$  e  $\sigma^2$  representem respectivamente a média e a variância de uma característica de qualidade. Como a variância está relacionada com o nível do valor da média, é muito difícil distinguir um fator de projeto que afete somente a variabilidade. Conseqüentemente, uma transformação geral na variável de resposta, sugerida por Box (1988) para estabilizar a variância é:

$$Y = h(y) \tag{2.24}$$

tal que o desvio padrão do resultado transformado:

$$\sigma_y \cong h'(u) \times \sigma \tag{2.25}$$

se torna independente da média  $\mu$ , e é afetado somente pelos fatores de projeto. A transformação  $h(y)$  pode ser determinada empiricamente. A variância ( $\sigma_y$ ) da transformada (Y) é chamado PerMIA - "Performance Measure Independent of Adjustment", ou Medidas de Performance Independente da Média. Suponha que X represente o conjunto dos fatores do projeto. Esse conjunto pode ser dividido em X1 e X2. Os fatores X1 afetam o PerMIA, enquanto que os fatores X2 afetam somente a média das características de qualidade (Y). Os autores referem-se a esses dois tipos de fatores como fatores de projeto (X1) e fatores de ajuste (X2). Usa-se o PerMIA, ao invés da razão sinal/ruído, no modelo de otimização. O PerMIA pode ser expresso como:

$$P(X1) = \sigma_y^2 = \frac{\sigma^2}{f^2(\mu)} \quad (2.26)$$

onde

$$f(\mu) \cong \frac{1}{h'(\mu)} \quad (2.27)$$

e  $P(X1)$  é o PerMIA para o resultado de qualidade  $Y$  nos níveis fixados dos fatores de projeto  $X1$ . PerMIA é uma função de um subconjunto ( $X1$ ) dos fatores controláveis ( $X$ ).

Em particular, quando a transformação  $h(y)$  é encontrada como sendo  $\ln(y)$ ,

$$f(\mu) \cong \frac{1}{h'(\mu)} = \frac{1}{\ln'(\mu)} = \frac{1}{1/\mu} = \mu \quad (2.28)$$

e o PerMIA torna-se :

$$P(X1) = \sigma_y^2 = \frac{\sigma^2}{f^2(\mu)} = \frac{\sigma^2}{\mu^2} \quad (2.29)$$

Esta equação é a mesma da razão sinal/ruído de Taguchi para características de qualidade do tipo "nominal é melhor". Em outras palavras, a razão sinal/ruído é um caso particular do critério PerMIA.

Elsayed & Chen (1993) ressaltam o fato de que a razão sinal/ruído de Taguchi é baseada na suposição de que a variância seja direta e linearmente proporcional à média das características de qualidade. Na prática, a variância, muitas vezes, é uma função da média, mas essa função não precisa ser linear. Assim, a escolha da medida apropriada da performance torna-se uma questão importante.

O conjunto dos níveis ótimos dos fatores de projeto X1 é obtido pela minimização do PerMIA. Suponha que experimentos sejam conduzidos em diferentes níveis de X1 e o valor mínimo de PerMIA seja encontrado e representado por  $P^*$ . Usando a equação acima, obtém-se a variância das características de qualidade, a qual é agora afetada somente por  $f(\mu)$ :

$$\sigma^2 = f^2(\mu) \times P^* \quad (2.30)$$

Então, ajustam-se os níveis dos fatores de ajuste X2 para os valores alvo, tal que a perda de qualidade seja minimizada. Usando a expressão de Taguchi para a função perda de qualidade, obtém-se:

$$E(L(\mu)) = K\{\sigma^2 + (\mu - T)^2\} = K\{f^2(\mu)P^* + (\mu - T)^2\} \quad (2.31)$$

onde:

$E(L(\mu))$  é a função perda de qualidade esperada

$K$  é um coeficiente

$T$  é o valor nominal das características de qualidade

Para minimizar a função de perda, deriva-se esta equação em relação a  $\mu$  e se iguala a zero. Obtém-se então o nível ótimo da média que pode ser conseguido pelo ajuste de X2.

$$\mu_o = T - f(\mu_o)f'(\mu_o)P^* \quad (2.32)$$

Depois que o procedimento de otimização em duas etapas é completado, pode-se calcular o valor mínimo esperado para a perda de qualidade  $L^*$ ;

$$E(L^*) = K\{f^2(\mu_o)P^* + (\mu_o - T)^2\} \quad (2.33)$$

O principal objetivo do projeto robusto é determinar os níveis ótimos dos fatores de projeto que minimizem a variação das características de qualidade do produto. Para o produto com uma única característica de qualidade, é fácil determinar o nível ótimo dos fatores de projeto pela simples escolha do nível que resulta em um valor mínimo da função objetivo (PerMIA ou razão Sinal/Ruído). No entanto, quando existem várias características de qualidade de interesse, a escolha dos níveis ótimos dos fatores de projeto que minimizem o PerMIA para uma característica de qualidade pode levar as demais características a se desviarem de seus valores alvo.

Conseqüentemente, adicionalmente ao PerMIA, considera-se a função perda de qualidade causada por desvios das características de qualidade de seus valores alvo a fim de estimar a contribuição dos fatores controláveis para a qualidade geral do produto. A perda de qualidade não é estimada quando o produto é manufaturado, mas sim em função de como o consumidor e a sociedade percebem a falta de qualidade.

Segundo Elsayed & Chen (1993), nos experimentos “off-line”, o conjunto de fatores controláveis são usualmente bem definidos e arranjados a fim de eliminar o efeito multivariado entre fatores e, então, o efeito de cada fator sobre o produto pode ser estudado separadamente. Esses fatores estudados nos experimentos “off-line” podem ser traduzidos nas correspondentes causas dos defeitos nos produtos finais. Desta forma, a função de perda para os fatores controláveis pode ser expressa de acordo com a equação (2.33).

É difícil determinar os custos durante a fase de projetos “off-line”. Felizmente, o custo da qualidade de produtos defeituosos ou custo devido à mudança dos fatores controláveis permanece o mesmo para todas as características. Desta forma, quando se estima o efeito dos fatores controláveis na qualidade do produto final em experimentos “off-line”, pode-se ignorar os custos e considerar somente os seguintes termos:

$$\text{PerMQ} = \frac{\sigma_i^2 + (\mu_i - T_i)^2}{\Delta_i^2} = \frac{f_i^2(\mu) * P_i + (u_i - T_i)^2}{\Delta_i^2} \quad (2.34)$$

onde

PerMQ é a medida da performance de qualidade;

$P_i$  é o PerMIA das características de qualidade  $i$ ;

$f_i(\cdot)$  é a função que é encontrada tal que  $\sigma_i^2 = f_i^2(\mu_i)P_i$

$\Delta$  semi-amplitude dos intervalos de especificação

A diferença entre o PerMIA e PerMQ é que o PerMIA é uma medida que distingue a variância da média resultante e PerMQ é uma medida da performance do efeito dos fatores controláveis sobre a qualidade do produto.

Elsayed & Chen (1993) apresentam dois modelos para minimizar o PerMQ, o que corresponde a determinar os níveis ótimos dos fatores controláveis.

O primeiro modelo refere-se a produtos com características de qualidade influenciadas por um único fator de projeto com fatores de ajustes independentes ou dependentes. Características de qualidade que possuem fatores de ajuste independentes são aquelas influenciadas por um fator de ajuste que não influencia as demais, enquanto que características de qualidade com fatores de ajuste dependentes possuem fatores de ajuste compartilhados com as demais, ou seja, o mesmo fator de ajuste influencia mais de uma característica de qualidade. O segundo modelo refere-se a características de qualidade influenciadas por múltiplos fatores de projeto.

O modelo proposto por Elsayed & Chen (1993) é interessante somente quando cada característica de qualidade for influenciada somente por um fator de projeto e estes forem independentes entre eles, assim como os fatores de ajuste que influenciam a média da característica de qualidade. Ou seja, o fator de ajuste que influencia uma característica de qualidade não influencia as demais. Nesses casos, pode-se alcançar as características de qualidade desejadas pelo ajuste dos níveis ótimos dos fatores de ajuste indiferente de quais níveis os fatores de projeto forem fixados. Busca-se atingir o mínimo PerMQ para cada característica de qualidade independentemente.

Quando as características de qualidade são influenciadas por vários fatores de projeto, uma série de experimentos "off-line" necessitam ser conduzidos para se determinar quais fatores influenciam o PerMIA e quais fatores influenciam somente a média das características. As características de qualidade são então agrupadas, baseadas em fatores de projeto comuns que as influenciam, a fim de obter o nível ótimo dos fatores de projeto para esse grupo de características de qualidade. O nível ótimo dos fatores controláveis são aqueles que minimizam o PerMQ.

Quando as características de qualidade são influenciadas pelo mesmo fator de ajuste ou quando são influenciadas por vários fatores de projeto, o modelo proposto por eles torna-se muito complexo.

Ribeiro & Albin (1993) propõem um método quantitativo para otimização de produtos e processos quando existem múltiplas características de qualidade. Eles incluem todas as características de qualidade em uma única função de perda. Logo, os níveis ótimos dos fatores controláveis são escolhidos entre aqueles que minimizam o valor esperado da perda.

A função perda proposta por eles, chamada "Função de Perda de Contorno Elíptico", será apresentada a seguir:

$$L = \max \{L^*, W_q (Y_q - T_q)^2; \quad q = 1, \dots, Q\} \quad (2.35)$$

onde:

$$L^* = \sum_{q=1}^Q W_q (Y_q - T_q)^2 + \sum_{q=1}^Q \sum_{r=q+1}^Q c_{qr} \sqrt{W_q W_r} |Y_q - T_q| |Y_r - T_r| \quad (2.36)$$

$$-1 < c_{qr} < \infty, \quad e \quad W_q > 0 \quad \text{para } q, r = 1, \dots, Q$$

A estimativa do valor esperado para a perda é uma função da variância de cada característica de qualidade, do desvio de cada característica de qualidade de seu valor alvo e da

covariância dos desvios absolutos dos seus valores alvo para cada par de características de qualidade. A função perda esperada para  $L^*$  é:

$$E(L^*) = \sum_{q=1}^Q W_q [\text{var}(Y_q) + E(Y_q - T_q)^2] + \sum_{q=1}^Q \sum_{r=q+1}^Q c_{qr} \sqrt{W_q W_r} \left[ \text{cov}(|Y_q - T_q|, |Y_r - T_r|) + E(|Y_q - T_q|)E(|Y_r - T_r|) \right] \quad (2.37)$$

Os pesos  $W_q$  refletem a importância relativa das características de qualidade e ajustam as diferenças das escalas de medida. Os coeficientes  $c_{qr}$  refletem o sinal e o grau de associação entre duas características de qualidade. Eles capturam a perda incorrida quando duas características estão simultaneamente fora do alvo.

O coeficiente  $c_{qr}$  é positivo quando o efeito conjunto de duas características de qualidade fora do alvo excede o somatório das perdas individuais provocadas pelo desvio de cada uma delas. O coeficiente é negativo quando a perda conjunta devido as duas características de qualidade fora do alvo é menor do que o somatório das perdas individuais provocadas pelo desvio isolado de cada uma das características de qualidade. As covariâncias não são covariâncias entre as próprias características de qualidade, mas sim entre os desvios absolutos dos seus valores alvo para cada par de característica de qualidade.

A importância relativa das características de qualidade e os pesos dos coeficientes de interações são determinados subjetivamente através de discussões com consumidores, engenheiros, marketing e todos aqueles que estejam envolvidos com o produto ou processo. Eles recomendam uma avaliação subjetiva destes aspectos considerando uma visão global, uma vez que o valor monetário do custo de retrabalho associado ao desvio do alvo das características de qualidade muitas vezes pode não representar o custo principal associado à perda de qualidade.

Ribeiro & Albin (1993) apresentam uma função de perda que incorpora as possíveis associações entre duas características de qualidade. Ela é superior a função de perda apresentada por Pignatiello (1993), pois o termo de associação consiste no produto dos valores absolutos dos desvios do alvo de duas características de qualidade.

A função de perda proposta por Ribeiro & Albin (1993) é sempre positiva, ou seja,  $L > 0$ , e simétrica, tal que a perda devido a um desvio positivo ou negativo do alvo são iguais.

Enquanto que a função de perda apresentada por Pignatiello (1993) não é consistente, ou seja, não garante que o valor da função de perda não decresça quando ocorrer um aumento do valor absoluto dos desvios do alvo, a função de perda proposta por Ribeiro & Albin (1993) não é consistente apenas para coeficientes de associação negativos ( $c_{qr} < 0$ ). Quando os coeficientes de associação são negativos, um aumento do valor absoluto do desvio do alvo pode levar a um decréscimo do valor da função de perda.

Outra vantagem da função de perda proposta por Ribeiro & Albin (1993), é que ela permite incorporar associações negativas entre características de qualidade, uma vez que o coeficiente do termo de associação ( $c_{qr}$ ) pode variar de  $-1 \leq c_{qr} \leq \infty$ . As associações negativas ocorrem quando o efeito simultâneo do desvio de duas características de qualidade é menor do que o somatório da perda individual de cada uma delas.

Ribeiro & Elsayed (1993) propõem um método geral para realizar a análise de otimização de múltiplas características de qualidade de produtos ou processos industriais com múltiplos objetivos. Os múltiplos objetivos constituem-se da minimização dos desvios do alvo, maximização da robustez aos ruídos e maximização da robustez às oscilações dos fatores controláveis.

Em seu artigo, dirigem uma atenção especial para a importância de maximizar a robustez às oscilações dos fatores controláveis, pois muitas vezes não é possível mantê-los constantes devido a mudanças de "set up", variações na voltagem e outros motivos.

Com o objetivo de maximizar a robustez às oscilações dos fatores controláveis, é necessário estimar qual a variabilidade que as variáveis de resposta irão experimentar quando os fatores controláveis sofrerem oscilações. Isso é importante, porque em geral os experimentos são feitos em laboratórios ou em plantas piloto, onde os fatores controláveis são mantidos fixos; entretanto, na linha de produção, devido a várias causas, os fatores controláveis apresentam oscilações.

Para o caso de  $X_1, X_2, \dots, X_K$  não correlacionados, a variabilidade produzida por essas oscilações pode ser estimada a partir da seguinte aproximação (que usa a expansão em série de Taylor da função  $Y_j$ ):

$$\hat{\sigma}_{Y_j}^2 = \sum_{k=1}^K \hat{\sigma}_{X_k}^2 \left( \frac{\partial \hat{Y}_j}{\partial X_k} \right)^2 \quad (2.38)$$

onde:

$\hat{\sigma}_{X_k}$  desvio padrão do fator controlável  $k$ .

Para o caso de  $X_1, X_2, \dots, X_k$  correlacionados, resultaria em:

$$\hat{\sigma}_{Y_j}^2 = \sum_{k=1}^K \hat{\sigma}_{X_k}^2 \left( \frac{\partial \hat{Y}_j}{\partial X_k} \right)^2 + \sum_{\substack{k,l=1 \\ k < l}} \rho_{kl} \hat{\sigma}_{X_k}^2 \hat{\sigma}_{X_l}^2 \frac{\partial \hat{Y}_j}{\partial X_k} \frac{\partial \hat{Y}_j}{\partial X_l} \quad (2.39)$$

onde:

$\rho_{kl}$  é o coeficiente de associação entre  $X_k$  e  $X_l$

Como os três objetivos mencionados anteriormente são, muitas vezes, conflitantes, eles sugerem um método quantitativo de otimização. Esse método proposto inclui o uso de uma função de perda gradiente  $Z(i)$ , que será usada para capturar a correspondente perda de qualidade, experimentada pelo usuário, associada a um ajuste qualquer dos fatores controláveis:

$$\hat{Z}(i) = \sum_{j=1}^J w_j \left[ (\hat{Y}_j - T_j)^2 + \hat{\sigma}_{Y_j}^2 + \sum_{k=1}^K \hat{\sigma}_{X_k}^2 \left( \frac{\partial \hat{Y}_j}{\partial X_k} \right)^2 \right] \quad (2.40)$$

onde:

- $\hat{Z}(i)$  é o valor da função de perda;  $i$  refere-se a um certo tratamento, isto é, um certo ajuste dos fatores controláveis  $X_1, \dots, X_K$ ;
- $w_j$  são pesos que levam em conta unidades e a importância relativa de cada variável de resposta;
- $\hat{Y}_j$  é a estimativa da média da variável de resposta  $j$  no tratamento  $I$ ;
- $T_j$  é o valor ideal para a variável de resposta  $j$ ;
- $\hat{\sigma}_{Y_j}$  é estimativa do desvio padrão atribuído exclusivamente ao efeito dos fatores não controláveis da variável de resposta  $j$  no tratamento  $I$ ;
- $\hat{\sigma}_{X_k}$  desvio padrão do fator controlável  $k$

O método é constituído pelos seguintes passos:

- (1) Identificação do problema: identificam-se os fatores controláveis e as características de qualidade de interesse e definem-se os alvos e as especificações para cada característica de qualidade;
- (2) Construção do modelo: roda-se um experimento e coletam-se dados da média e desvio-padrão de cada característica de qualidade. Então, constróem-se modelos onde  $Y$  e  $\sigma$  estão em função dos fatores controláveis.
- (3) Informação gradiente: calculam-se as derivadas das características de qualidade em relação aos parâmetros do processo. Essas derivadas fornecem informações a respeito da robustez às oscilações nos fatores controláveis.
- (4) Define-se uma função de perda única que incorpore os objetivos mencionados anteriormente. Logo após, realiza-se a otimização dos fatores controláveis segundo

procedimentos de programação linear ou não-linear, ou calcula-se a perda para diferentes valores dos fatores controláveis a fim de selecionar os níveis ótimos que minimizem a perda.

O artigo de Oh (1987) apresenta uma discussão sobre robustez às oscilações dos parâmetros do processo, porém para o caso de uma única característica de qualidade. No entanto, este autor, surpreendentemente, não se preocupa com a robustez aos ruídos.

Chang & Shivpuri (1995) propõem uma função utilidade que transforma as variáveis de resposta em valores entre 0 e 1. Uma vez transformada as variáveis de resposta, elas são agrupadas em uma função utilidade formada pela média geométrica das variáveis de resposta. A otimização consiste em maximizar a função utilidade, buscando encontrar um ajuste ótimo onde o conjunto de variáveis de resposta esteja igualmente próximo de 1.

No entanto, a função utilidade proposta por Chang & Shivpuri (1995) se preocupa apenas com o desvio das características de qualidade do seu valor alvo. Eles não incorporam aspectos relacionados à maximização da robustez aos ruídos e às oscilações dos fatores controláveis, tampouco aspectos econômicos.

Goik, Liddy & Taam (1995) propõem o uso de uma função utilidade semelhante à de Chang & Shivpuri (1995), porém incorporando a variabilidade na definição da função utilidade que transforma cada uma das variáveis de resposta, o que gera uma região ótima mais conservadora. No entanto, a função utilidade proposta por eles ainda não incorpora a variabilidade gerada pelas oscilações dos fatores controláveis e tampouco aspectos econômicos.

## **2.5 Planejamento do experimento**

O planejamento detalhado do experimento é um aspecto fundamental para seu sucesso, pois previne-se contra os possíveis problemas que surgem durante a execução do experimento, tais como dificuldade ou alto custo de mudança dos níveis dos fatores controláveis, impossibilidade de aleatorização, limitação do número de rodadas experimentais,

etc. Como uma única restrição prática desconhecida no planejamento pode tornar um programa experimental sem valor, é necessário coletar o maior número de informações possíveis na fase de planejamento do experimento.

Segundo Hahn (1977), muitos engenheiros pensam que projetos de experimentos são somente aqueles descritos nos livros como quadrados latinos, fatorial, fatorial fracional e projeto composto central. Frequentemente, o projeto desejado não é um projeto padrão, mas é feito sob medida, de acordo com as necessidades e peculiaridades de um problema específico.

Coleman & Montgomery (1993) sugerem o uso de um conjunto de planilhas para abordar questões técnicas genéricas e características experimentais encontradas em experimentos industriais. Estas planilhas auxiliam no pré-projeto de experimentos. Elas têm por finalidade sistematizar o processo de planejamento e produzir uma documentação escrita organizada. Elas também ajudam experimentadores a discutir compromissos complexos entre limitações práticas e preferências estatísticas no experimento.

Uma das razões para que o experimento não ocorra exatamente como planejado é a falta de um canal de comunicação para unir o conhecimento dos estatísticos e a experiência dos engenheiros e cientistas.

A falta de domínio tecnológico dos estatísticos pode levar a :

- (1) suposições da estabilidade do processo durante a experimentação não são satisfeitas;
- (2) combinações não desejadas dos níveis dos fatores controláveis do projeto;
- (3) violação ou falta de exploração das leis físicas conhecidas;
- (4) projetos muito pequenos ou muito grandes, não razoáveis;
- (5) confundimentos;
- (6) medidas de precisão inadequadas;
- (7) erro de predição inaceitável;
- (8) ordem de ensaios indesejável.

Por sua vez, a falta de conhecimento estatístico do experimentador pode resultar em:

- (1) determinação de fatores controláveis inapropriadas;
- (2) entendimento errôneo da natureza dos efeitos interativos;
- (3) resultados dos projetos experimentais distorcidos pelos erros de medida ou erros de ajuste;
- (4) identificação inadequada dos fatores mantidos constantes ou tratados como fatores de ruído, causando resultados distorcidos;
- (5) interpretação errônea dos resultados de experimentos passados, afetando a seleção de variáveis de resposta e suas amplitudes;
- (6) falta de apreciação de diferentes níveis dos erros experimentais, levando a testes de significância incorretos.

A planilha-guia proposta por Coleman & Montgomery (1993) consiste de uma "Planilha-Guia Mestre", de planilhas suplementares e de dois tutoriais. As planilhas suplementares são freqüentemente mais convenientes para os itens 3 a 7 que serão vistos a seguir.

A Planilha-Guia Mestre constitui-se dos seguintes itens:

- (1) Nome do experimentador e organização, título do experimento;
- (2) Objetivo do experimento - deve ser não tendencioso, específico, mensurável e ter consequência prática;
- (3) Experiência relevante sobre as variáveis de resposta e fatores controláveis:
  - (a) relações teóricas,
  - (b) experiência do especialista,
  - (c) experimentos prévios;
- (4) Listar:
  - (a) cada variável de resposta,
  - (b) o nível normal da variável de resposta em cada rodada do processo, a distribuição ou amplitude da operação normal,
  - (c) precisão ou amplitude pela qual elas podem ser medidas;

- (5) Listar:
- (a) cada fator controlável,
  - (b) o nível normal do fator controlável no qual o processo é rodado e a distribuição ou amplitude da operação normal,
  - (c) amplitude no qual eles podem ser fixados e a precisão que eles podem ser medidos,
  - (d) níveis propostos dos fatores controláveis,
  - (e) o efeito provável que os níveis dos fatores controláveis terão em cada variável de resposta;
- (6) Listar:
- (a) cada fator a ser mantido constante no experimento,
  - (b) seus níveis desejados e a amplitude de variação permitida,
  - (c) amplitude e precisão no qual eles podem ser medidos,
  - (d) como eles podem ser controlados,
  - (e) seu impacto esperado, se existir, sobre cada variável de resposta;
- (7) Listar:
- (a) cada fator de ruído,
  - (b) precisão das medidas,
  - (c) estratégias (ou seja, blocagem, aleatorização ou seleção),
  - (d) efeitos antecipados;
- (8) Listar e classificar as interações suspeitas;
- (9) Listar as restrições do experimento, isto é, facilidade de mudar os fatores controláveis, método de aquisição de dados, materiais, duração, número de rodadas, tipo de unidades experimentais, regiões experimentais irrelevantes, limites de aleatorização, ordem das rodadas, custo de mudar os níveis dos fatores controláveis;
- (10) Relatar preferências de projeto e razões para a preferência, incluindo blocagem e aleatorização;

- (11) Caso seja possível, propor técnicas de análise e apresentação, ou seja, gráficos ANOVA, regressão, teste t, etc.;
- (12) Definir um responsável pela coordenação do experimento;
- (13) Definir a necessidade ou não de rodadas prévias.

As planilhas-guia são projetadas para serem discutidas e preenchidas por uma equipe de experimentadores multidisciplinares, constituída por engenheiros, cientistas, técnicos, gerentes e especialistas do processo. Essas planilhas são apropriadas para experimentos complexos e para pessoas com experiência limitada em projetar experimentos. Elas pretendem encorajar a discussão e solução de questões técnicas genéricas antes do experimento ser desenvolvido. O uso da planilha de pré-projeto do experimento fornece uma maneira para sistematizar o processo pelo qual uma equipe de experimentadores faz o planejamento de experimentos.

As planilhas propostas por Coleman & Montgomery (1993) seguem a lógica da Engenharia Simultânea, pois são concebidas para serem utilizadas por uma equipe multidisciplinar com a finalidade de resolver questões problemáticas durante o pré-projeto, antes do experimento ser realizado. Planejando-se o experimento e dando-se oportunidade para todas as pessoas envolvidas no experimento discutirem possíveis problemas e restrições futuras, evitam-se imprevistos que possam levar ao fracasso do experimento. Contudo, essa planilha, devido a sua extensão e complexidade, pode muitas vezes desencorajar o experimentador.

Uma alternativa para o planejamento do experimento pode ser o uso da Casa da Qualidade, uma das matrizes do QFD - "Quality Function Deployment" ou Desdobramento da Função Qualidade. Segundo Ribeiro & Echeveste (1994), a Casa da Qualidade pode auxiliar a coletar as diversas informações necessárias para o projeto de experimentos, que estão espalhadas entre os componentes da equipe multidisciplinar. Através desta técnica é possível definir quais são os parâmetros do produto ou do processo, as variáveis de resposta, suas amplitudes, seus valores alvo, as possíveis interações entre os parâmetros do produto ou processo e ainda priorizar os parâmetros que devem ser incorporados no projeto de experimentos.

Em seu artigo, Ribeiro & Echeveste (1994) discutem como as técnicas de QFD e Projeto de Experimentos podem ser utilizadas conjuntamente. Eles propõem que (a) o QFD

seja usado na direção das atividades gerais de desenvolvimento do produto, (b) dentro dessas atividades, usa-se o projeto de experimento para acelerar o detalhamento do produto ou processo, (c) dentro do projeto de experimentos, usa-se a Casa da Qualidade (uma das matrizes do QFD) para acelerar as tarefas de planejamento. O uso integrado dessas duas técnicas permite uma maior rapidez no desenvolvimento de produtos e melhorias de qualidade e produtividade.

A Casa da Qualidade é uma ótima ferramenta para reunir, ordenar e documentar as informações necessárias para um bom projeto de experimentos, as quais estão dispersas entre as várias pessoas da equipe de trabalho, além de assegurar a realização com sucesso do projeto de experimentos.

Ela é usada para identificar vários aspectos do experimento, entre eles, as características de qualidade (os "o que" ou os "fins") de interesse e seus respectivos alvos e os parâmetros do produto ou processo (os "como" ou os "meios") e seus respectivos intervalos de variação (os "quantos").

Através de atribuições de pesos para a importância relativa de cada característica de qualidade e também para as relações entre cada característica de qualidade e os parâmetros do produto ou processo, calcula-se uma importância técnica para cada parâmetro do produto ou processo. A importância técnica representa o grau de influência dos parâmetros do produto ou processo sobre as características de qualidade.

Logo após, atribui-se um peso para a dificuldade de ajuste dos parâmetros do produto ou processo, ou seja, um grau de dificuldade para a alteração dos níveis dos respectivos parâmetros do produto ou processo. A importância técnica dividida pela dificuldade de ajuste resulta em um índice de priorização, que traduz o conhecimento da equipe e define quais os parâmetros do produto ou processo deveriam ser escolhidos prioritariamente como fatores controláveis a serem incorporados em um estudo experimental.

Os parâmetros do produto ou processo com alto índice de priorização deveriam ser incorporados no experimento, enquanto que os com baixo índice de priorização não necessitariam ser analisados.

A Casa da Qualidade, em seu telhado, identifica as possíveis interações que a equipe de trabalho acredita que possam ocorrer entre os parâmetros do produto ou processo.

Essas informações são consideradas na escolha do modelo do projeto de experimento a ser utilizado.

A relação verdadeira entre os parâmetros do produto ou processo e as características de qualidade será conhecida somente depois da análise do experimento. Contudo, resgata-se a opinião de todas as pessoas da equipe de trabalho, a fim de evitar possíveis problemas na execução do experimento, pois sabe-se que apenas uma restrição prática não considerada no planejamento do experimento pode levar a seu fracasso

## **2.6 Projeto de experimentos**

Segundo Vick (1992), a única maneira de eliminar a subjetividade de uma afirmação e as discussões sobre a validade de uma conclusão é através do projeto de experimentos. Conforme ele, um pensamento subjetivo sem uma base acurada é uma forma de "mentira". Embora a "mentira" possa não ser intencional, ela pode gerar custos e gastos desnecessários.

Segundo Nanni & Ribeiro (1991), comparado a uma seqüência não estruturada de ensaios, o emprego do método de projeto de experimentos permite:

- obter maior quantidade de informações;
- obter informações precisas e detalhadas;
- reduzir o tempo do programa experimental;
- reduzir o custo do programa experimental.

O método, desenvolvido por Fisher em 1935, é baseado em conceitos estatísticos e é utilizado para otimizar o planejamento, execução e análise de um experimento, reduzindo o esforço experimental para obter conclusões confiáveis. O planejamento refere-se ao projeto propriamente dito do experimento, sendo que, quando bem realizado, possibilita acesso a maiores informações a respeito dos fatores estudados e do erro experimental associado. A análise ou avaliação diz respeito ao levantamento da significância do efeito de um ou vários fatores sobre uma variável aleatória que mede ou caracteriza a resposta do

experimento. Para maiores esclarecimentos a respeito deste método, ver, por exemplo, Nanni & Ribeiro (1991) e Montgomery (1984).

Hahn (1977) descreve brevemente os projetos de experimentos padrões mais conhecidos na literatura:

- **Projetos blocados** - tais projetos envolvem o uso de técnicas de blocagem para remover do erro experimental o efeito de fatores fora do interesse do estudo. A divisão em blocos homogêneos permite remover o efeito de um fator que não é de interesse no estudo. Desta forma, a análise do efeito dos demais fatores é mais precisa. Outras alternativas são o uso de Quadrados Latinos e Quadrados de Youden, os quais permitem remover o efeito de dois fatores, sem aumentar o tamanho e o custo do experimento, e o uso de Quadrados Greco-Latinos e Hyper-Latinos, que permitem remover o efeito de três ou mais fatores que poderiam atrapalhar a análise dos resultados.

- **Projetos fatoriais** - tais projetos aplicam-se quando há dois ou mais fatores controláveis. Projetos fatoriais ensaiam todas as combinações dos níveis fatores controláveis.

- **Projetos fatoriais do tipo  $2^k$**  - São projetos fatoriais que envolvem  $k$  fatores, sendo que cada um deles é ensaiado a apenas dois níveis. Eles são úteis nos estágios iniciais de um estudo experimental quando há muitos fatores a serem investigados. Como os fatores são estudados a dois níveis, deve-se supor que a variável de resposta é afetada linearmente pelos fatores controláveis dentro do intervalo escolhido para os níveis dos fatores controláveis.

- **Projetos fatoriais fracionados** - são freqüentemente usados quando há um grande número de combinações de teste possíveis, devido a muitos fatores ou níveis de cada fator, e não é possível ou prático rodar todas as combinações. Nesses casos, apenas uma fração selecionada do experimento é rodada.

- **Projetos "screening"** - segundo Lucas (1994), eles são usados para estudar um grande número de fatores com um pequeno número de rodadas. A maior parte dos projetos "screening" usados atualmente foram descritos originalmente por Plackett & Burman (1946) (apud Lucas (1994)). Eles apresentaram quase todos os projetos "screening" de dois níveis e muitos projetos de três ou mais níveis. Os projetos de dois níveis de Plackett e Burman são de resolução III, ou seja, os efeitos principais são confundidos com as interações de dois fatores.

Myers, Khuri & Carter (1989) descrevem os projetos mais utilizados na Metodologia de Superfície de Resposta ("Response Surface Methodology - RSM"), que são projetos de múltiplos fatores controláveis a níveis contínuos. A relação entre os fatores controláveis e a performance da variável de resposta é modelada usando técnicas de análise de regressão.

- **Projeto composto central** - é um dos mais usados da família de projetos de superfície de resposta.

Um projeto bastante usado é o projeto composto de segunda ordem. Ele é um caso especial da classe dos projetos compostos, cuja construção consiste de três partes:

a-  $2^k$  vértices de um cubo  $k$  dimensional ( ou uma fração desses vértices);

b-  $2k$  vértices na porção axial, também chamados de pontos estrela, com parâmetros  $\alpha$ ;

c-  $n_0$  número de rodadas centrais.

Os pontos do item b formam um acréscimo no projeto que permite estimar os termos quadráticos puros ( $\beta_{ii}$ ).

Os níveis dos projetos fatoriais são centrados e codificados em  $\pm 1$ , nos níveis extremos do cubo, e  $\alpha$  nos níveis axiais.

Pode-se visualizar na figura abaixo um projeto composto de segunda ordem com três fatores, onde o cubo representa a porção fatorial ( $2^3=8$ ), as extremidades dos eixos representam os pontos estrelas ( $2*3=6$ ), e o círculo os pontos centrais.

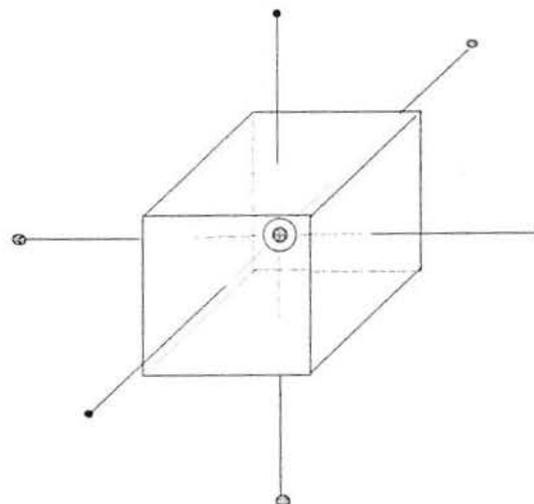


Figura 2.4 - Representação gráfica do projeto composto de segunda ordem com três fatores

O maior atrativo do projeto composto central é a sua flexibilidade e sua utilidade em experimentos sequenciais. A porção fatorial (fracionada ou completa) e as rodadas centrais servem como um fase preliminar, a partir da qual pode-se ajustar um modelo de primeira ordem e verificar a necessidade de incorporar os termos quadráticos puros.

A flexibilidade do projeto composto central deve-se ao fato do experimentador poder escolher os valores de  $\alpha$  e  $n_0$ , de acordo com as propriedades de interesse.

Existem muitos critérios para a escolha desses parâmetros. Segundo Riboldi & Nascimento (1994), para o projeto composto ser ortogonal o valor de  $\alpha$  deve ser escolhido de modo que a distância ( $\alpha$ ) do ponto central a cada um dos pontos axiais seja tal que todos os efeitos e interações estimados no modelo de segunda ordem sejam ortogonais. Para que isso ocorra, a distância  $\alpha$  deve ser calculada pela seguinte expressão:

$$\alpha = \left\{ \frac{\left[ (F + T)^{1/2} - F^{1/2} \right]^2}{4 \times n^2} F \right\}^{1/4} \quad (2.41)$$

onde  $F$  é o número de combinações de tratamentos no planejamento fatorial e  $T$  é o número de pontos adicionais (incluindo estrela e pontos centrais) multiplicado pelo número de repetições  $n$ .

Segundo Riboldi & Nascimento (1994), a classe de projetos de superfície resposta preferida é a classe de projetos rotacionais. Um projeto é dito rotacional se a variância da variável de resposta estimada  $\hat{Y}$  para um ponto é função apenas da distância desse ponto ao centro do experimento e não função da direção. Com isso, a resposta é estimada com a mesma precisão para pontos que estejam a uma mesma distância do centro. Além do mais, a variância fica inalterada quando o projeto é rodado em torno do ponto central. Para um projeto composto ser rotacional, o parâmetro  $\alpha$  pode ser calculado por:

$$\alpha = (F)^{1/4} \quad (2.42)$$

onde  $F$  é o número de pontos fatoriais.

Segundo Box & Draper (1987), geralmente o uso de rodadas adicionais nos pontos centrais do projeto composto de segunda ordem é visto como sendo uma abordagem apropriada para estimar a variabilidade quando se assume variância do erro homogênea. No entanto, essa suposição é incompatível com o projeto robusto, pois este parte do princípio de que os fatores de ruído, que são fixados no experimento, produzem variância heterogênea no processo e que a variabilidade do produto será modelada. A variância que é estimada nas rodadas centrais quantifica uma variância "adicional", e não aquela provocada pelos fatores de ruído.

A escolha do número de pontos centrais  $n_0$  pode tornar o projeto composto ortogonal ou com precisão uniforme. Vale lembrar que um projeto composto com precisão uniforme é aquele cuja variância da variável de resposta estimada  $\hat{Y}$  na origem é igual à variância de  $\hat{Y}$  numa distância unitária da origem, ou seja, essa propriedade fornece um valor uniforme para a variância da variável de resposta estimada dentro de uma esfera de raio específico.

Pode-se visualizar na Tabela 2.2, uma matriz experimental rotacional com quatro fatores. A porção fatorial corresponde a 16 ( $2^4$ ) ensaios, os vértices correspondem a 8 ( $2 \cdot 4$ ) ensaios e o número de rodadas centrais correspondem a 7 ensaios, totalizando um experimento com 31 ensaios.

O projeto apresentado na Tabela 2.2 é rotacional ( $\alpha = (16)^{1/4} = 2$ ) e com precisão uniforme ( $n_0=7$ ). No entanto, para que este projeto seja rotacional e também ortogonal, o número de pontos centrais deveria ser 12 (de acordo com a fórmula 2.41).

Tabela 2.2-Matriz experimental de um projeto composto de segunda ordem com quatro fatores

Ensaio	A	B	C	D
1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	+1
3	-1	-1	+1	-1
4	-1	-1	+1	+1
5	-1	+1	-1	-1
6	-1	+1	-1	+1
7	-1	+1	+1	-1
8	-1	+1	+1	+1
9	+1	-1	-1	-1
10	+1	-1	-1	+1
11	+1	-1	+1	-1
12	+1	-1	+1	+1
13	+1	+1	-1	-1
14	+1	+1	-1	+1
15	+1	+1	+1	-1
16	+1	+1	+1	+1
17	-2	0	0	0
18	+2	0	0	0
19	0	-2	0	0
20	0	+2	0	0
21	0	0	-2	0
22	0	0	+2	0
23	0	0	0	-2
24	0	0	0	+2
25	0	0	0	0
26	0	0	0	0
27	0	0	0	0
28	0	0	0	0
29	0	0	0	0
30	0	0	0	0
31	0	0	0	0

Segundo Myers, Khuri & Carter (1989), embora o projeto composto central seja o projeto mais usado da família de projetos de segunda ordem, existem outros projetos que são atrativos em várias circunstâncias, quais sejam:

- **Projetos Box-Behnken** - são muito úteis em estudos onde é importante a investigação de três níveis dos fatores estudados.

- **Projetos Hoke** - são uma classe econômica de projetos de segunda ordem baseada em frações irregulares de um plano fatorial  $3^k$ . Essas frações são baseadas em conjuntos de arranjos balanceados parcialmente.

- **Projetos híbridos** - são uma família de projetos de segunda ordem para  $k=3,4,6$  e  $7$ , que são saturados ou quase saturados. Possuem similaridades com os projetos compostos centrais.

- **Projetos robustos** - são projetos protegidos contra inadequabilidade do modelo. Eles incluem também: (a) robustez a pontos "outliers" nos dados, (b) robustez a erros nos níveis dos projetos, e (c) robustez a erros de extrapolação.

- **Projetos de experimentos com mistura** - são aqueles nos quais a resposta depende da proporção relativa dos ingredientes na mistura. Esses experimentos são caracterizados como a seguir: se  $x_i$  ( $i=1,2,\dots,k$ ) representa a proporção do  $i$ th componente de uma combinação de  $k$  fatores, então para cada rodada experimental  $0 \leq x_i \leq 1$  ( $i=1,2,\dots,k$ ) e

$$\sum_{i=1}^k x_i = 1.$$

- **Projetos para estimativa de derivadas** - são experimentos construídos para a estimativa das derivadas, que são importantes no uso de técnicas que dependem das derivadas parciais em relação aos fatores do projeto, tais como método de Máxima Inclinação Ascendente ou Análise de Cumeeiras "Ridge".

- **Projetos para modelos não-lineares** - modelos não-lineares têm a seguinte forma:  $y = f(x, \theta) + \varepsilon$ , onde  $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)'$  é um vetor de fatores do projeto (fatores controláveis),  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)'$  é um vetor de parâmetros desconhecidos,  $\varepsilon$  é o erro aleatório, e  $f(x, \theta)$  é uma função não-linear conhecida com respeito a no mínimo um elemento de  $\theta$ .

- **Projetos seqüenciais** - são projetos planejados para acréscimo de rodadas adicionais durante o estudo. Frequentemente, aplicações da RSM - "Response Surface Methodology" ou Metodologia de Superfície Resposta exigem mais do que um estágio de experimentos, ou seja, rodadas experimentais adicionais são necessárias depois do experimento já ter sido realizado. Isso ocorre geralmente quando informações obtidas no primeiro estágio

são usadas para planejar o próximo estágio, ou quando são necessárias maiores informações sobre uma região que não foi adequadamente investigada no experimento inicial.

- **Projetos para aumento da capacidade do teste de falta de ajuste** - são projetos planejados para maximizar a capacidade de detectar a falta de ajuste de um modelo já nas fases iniciais do experimento.

Segundo Myers, Khuri & Carter (1989), existem inúmeros critérios a serem atendidos no desenvolvimento de projetos experimentais.

Uma propriedade facilmente atendida é a rotatibilidade, a qual requer que a variância do valor predito permaneça constante em pontos equidistantes do ponto central. No caso de modelos de primeira ordem, a rotatibilidade é atendida com arranjos ortogonais padrões, que também têm muitas outras propriedades importantes. No caso de modelos de segunda ordem, projetos compostos e outros podem tornar-se rotacionais facilmente.

A distribuição da variância do valor predito deve ser um componente na avaliação de projetos de experimentos, pois muitas vezes o sucesso do método de superfície de resposta depende das propriedades do valor predito em diferentes locais do espaço do projeto.

Outro critério importante no desenvolvimento de projetos experimentais para o caso de modelos de regressão é a teoria do projeto-ótimo. A principal característica dessa teoria é a percepção de um projeto como a probabilidade de minimizar a variância dos coeficientes do modelo ajustado.

Outra abordagem no desenvolvimento de projetos de superfície resposta envolve a investigação de desvios no modelo ajustado. Esse critério fornece proteção contra a inadequabilidade do modelo proposto.

Segundo Myers, Khuri & Carter (1989), um projeto pode ser ótimo segundo um critério e estar longe do ótimo com respeito a outro critério. Geralmente, o que se espera de um projeto de superfície de resposta é que ele tenha um desempenho estável segundo vários critérios que são importantes para o usuário.

Box & Hunter (1957), Kiefer (1975) e Box (1982) apud Myers, Khuri & Carter (1989) discutem que um único critério não possui suficiente informação na comparação de projetos de experimentos. Eles concordam que a escolha de um projeto deve ser guiada por

mais de um critério, pois apenas um critério não consegue fornecer experimentos satisfatórios em todos os tipos de aplicações.

## 2.7 Metodologia de superfície de resposta

Nesta seção, pretende-se apresentar um breve comentário sobre a metodologia de superfície de resposta.

Segundo Myers, Khuri & Carter (1989), a partir de 1980, surgiu um grande interesse da indústria americana em técnicas estatísticas devido ao sucesso experimentado pelos japoneses no uso de controle de qualidade e métodos estatísticos para assegurar qualidade e, simultaneamente, pouca variabilidade em torno da qualidade desejada. Com isso, técnicas estatísticas, tais como projetos de experimentos e metodologia de superfície de resposta ("Response Surface Methodology"- RSM), receberam uma maior atenção e uma nova motivação para seu uso.

Atualmente, a metodologia de superfície de resposta está sendo utilizada em áreas distintas da indústria, assim como em outros ramos de atividades. Contudo, seu uso poderia ser ainda mais difundido. Isto não acontece, em parte, porque, infelizmente, há uma grande falta de comunicação entre os estatísticos e a indústria.

A metodologia de superfície de resposta foi desenvolvida inicialmente em 1950 e 1960, por Box e co-autores. A fim de determinar as condições ótimas de operação da indústria química, eles desenvolveram um conjunto de ferramentas experimentais e analíticas, chamando-as de metodologia de superfície de resposta.

A proposta da metodologia de superfície de resposta é responder questões gerais com respeito à natureza da resposta em alguma região de interesse.

Segundo Hill & Hunter (1966) apud Myers, Khuri & Carter (1989), a metodologia de superfície de resposta constitui-se de quatro etapas: (a) realizar um projeto de experimento, (b) estimar os coeficientes da equação de superfície de resposta, (c) checar a

adequabilidade da equação (por testes de falta de ajuste) e (d) estudar a superfície de resposta na região de interesse.

Segundo Myers, Khuri & Carter (1989), a estratégia e análise experimental do método de superfície de resposta gira em torno da suposição de que uma resposta  $\eta$  é uma função de um conjunto de fatores controláveis  $X_1, X_2, \dots, X_k$  e que a função pode ser aproximada em determinada região de  $X$  por um modelo polinomial. Entre os modelos possíveis, estão os modelos de primeira ordem:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k \quad (2.43)$$

os modelos de segunda ordem:

$$\eta = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \beta_{ij} X_i X_j \quad (2.44)$$

e modelos não-lineares. Geralmente, é feita a suposição de homogeneidade da variância do erro, sugerindo-se o uso do método dos mínimos quadrados para a estimação dos coeficientes do modelo. Os parâmetros do modelo podem ser estimados mais eficientemente se for usado um projeto experimental adequado para a coleta de dados. Projetos para ajuste de superfície de resposta são chamados projetos de superfície de resposta.

Segundo Montgomery & Peck (1991), a metodologia de superfície de resposta é um conjunto de técnicas estatísticas e matemáticas úteis para a modelagem e análise de problemas onde a resposta de interesse é influenciada por vários fatores e o objetivo é otimizar esta resposta. A resposta é representada como uma superfície de um sólido em um espaço  $k$ -dimensional. Para ajudar a visualização da forma da superfície de resposta, plotam-se os contornos da superfície de resposta em duas dimensões. No gráfico de contorno, linhas de resposta constantes são desenhadas no plano  $X_1, X_2$ . Cada linha de contorno corresponde a uma cota (isovalor) da superfície de resposta. Tal gráfico é útil no estudo dos níveis de  $X_1$  e  $X_2$  que resultam em mudanças de forma ou cota da superfície de resposta.

Segundo Myers, Khuri & Vining (1992), a metodologia de superfície de resposta combina estratégias de modelagem com uma abordagem sistemática para separação de fatores, movimentos sequenciais e exploração geral de regiões que contenham as condições ótimas esperadas.

Uma distinção deveria ser feita na análise quando o objetivo da metodologia de superfície de resposta for explorar a superfície de resposta e quando a principal meta for estimar as condições ótimas.

Geralmente os problemas práticos de metodologia de superfície de resposta são problemas onde várias respostas são medidas para cada combinação de fatores controláveis do projeto. Certamente, uma situação onde a análise multivariada é desejável refere-se ao caso de otimização simultânea de várias respostas. Condições ótimas para uma resposta podem estar longe do ótimo para outra resposta ou até mesmo serem impraticáveis fisicamente.

Em problemas com múltiplas respostas, a escolha do projeto deveria ser baseada em um critério que envolvesse todas as respostas. Entretanto, os procedimentos sofisticados de solução desses problemas não são geralmente bem conhecidos e divulgados. Várias propostas de solução de problemas multivariados foram vistas no item 2.4.

## 2.8 Análise de Regressão

Nesta seção, pretende-se apresentar um breve esclarecimento a respeito da análise de regressão.

A análise de regressão é uma técnica estatística para investigação e modelagem da relação entre variáveis independentes (fatores controláveis) e variável dependente (variável de resposta).

A seguir, apresenta-se o modelo de regressão linear simples. O adjetivo linear é empregado para indicar que o modelo é linear nos parâmetros  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ , e não implica que a variável de resposta ( $y$ ) seja uma função linear das variáveis independentes ( $x$ 's). O adjetivo

simples é empregado pois a variável dependente está associada a apenas uma variável independente.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \quad (2.45)$$

onde:

- y- representa a variável dependente ou variável de resposta;
- x- representa a variável independente ou variável regressora;
- $\varepsilon$ - representa o erro estatístico, o qual é uma variável aleatória que quantifica a falta de ajuste do modelo para representar os dados exatamente;
- $\beta_0, \beta_1$  representam os coeficientes da regressão.

No entanto, geralmente as variáveis de resposta estão relacionadas com k variáveis independentes, de tal forma que o modelo de regressão é chamado de modelo de regressão linear múltipla e é representado como a seguir:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (2.46)$$

Um objetivo importante da análise de regressão é estimar parâmetros desconhecidos da equação de regressão. Esse processo também é chamado de ajuste de um modelo aos dados.

Segundo Box, Hunter & Hunter (1978), uma das técnicas para estimar os parâmetros desconhecidos é o método dos mínimos quadrados.

Por exemplo, para o caso de apenas uma variável independente,  $y = \beta_1 x + \varepsilon$ , o método dos mínimos quadrados escolhe o "melhor modelo" como sendo aquele que minimiza S, sendo:

$$S = \sum_{u=1}^n (y_u - \eta_u)^2 \quad (2.47)$$

onde:

S é o somatório dos quadrados da diferença entre os valores observados ( $y$ ) e os valores esperados ( $\eta$ ).

Substituindo  $\eta_u = \beta x_u$  na equação, tem-se S em função do parâmetro  $\beta$ .

Para se obter o melhor ajuste, deve-se encontrar o valor de  $\beta$  que minimize S:

$$S = \sum_{u=1}^n (y_u - \beta x_u)^2 \quad (2.48)$$

Para se obter a estimativa de  $\beta$ , pode-se usar um método gráfico ou a equação normal. O segundo método utiliza-se do fato de que o vetor dos resíduos obtidos quando a estimativa dos mínimos quadrados é usada tem a propriedade de ser normal ao vetor dos valores de  $x$ . A equação que representa essa propriedade é apresentada a seguir:

$$\sum (y - \hat{y})x = 0 \quad (2.49)$$

substituindo  $\hat{y} = bx$ , tem-se:

$$\sum (y - bx)x = 0 \quad (2.50)$$

ou seja,

$$\sum yx - b \sum x^2 = 0 \quad (2.51)$$

Logo, pode-se calcular b pela seguinte expressão:

$$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} \quad (2.52)$$

Quando existe mais de uma variável independente ou variável regressora (x), o vetor dos resíduos da equação dos mínimos quadrados é normal a cada um dos vetores regressores. Por exemplo, no caso de duas variáveis regressoras, teríamos:

$$\sum (y - \hat{y})x_1 = 0 \quad \sum (y - \hat{y})x_2 = 0 \quad (2.53)$$

Para o cálculo dos coeficientes de regressão é necessário a solução de um sistema formado por "k" equações, sendo "k" o número de coeficientes de regressão que se deseja estimar. Cada coeficiente de regressão (b) está associado a uma variável regressora (x).

Segundo Montgomery & Peck (1991), o próximo passo da análise de regressão é verificar a adequabilidade do modelo. O resultado da verificação do ajuste do modelo indica se o modelo é razoável ou se são necessárias alterações no modelo original. O processo de análise de regressão é iterativo, até que se obtenha um modelo que esteja bem ajustado aos dados. Geralmente, as equações de regressão somente são confiáveis na região das variáveis regressoras (x) contida nos dados analisados.

Vale ressaltar que o modelo de regressão não implica em uma relação de causa-efeito. A análise de regressão pode ajudar a confirmar uma relação de causa-efeito, mas ela sozinha não pode ser o motivo dessa conclusão.

Finalmente, vale lembrar que a equação de regressão não é um fim em si mesma, mas faz parte de um estudo mais amplo que pretende entender a relação entre os dados coletados.

Como a validade da equação de regressão está condicionada aos dados coletados, estes devem ser representativos do sistema estudado.

## **CAPÍTULO 3**

### **3 PROPOSTA DE UM MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO**

A partir da revisão da literatura existente sobre otimização de produtos e processos, sentiu-se a necessidade de se consolidar um método de otimização quantitativo, simples, flexível e genérico que permitisse abordar uma gama muito grande de problemas.

A otimização de produtos e processos é uma tarefa de extrema importância no meio industrial, pois pode implicar redução de custos e/ou melhoria da qualidade e produtividade. A otimização busca identificar quais os ajustes dos fatores controláveis do processo que melhor atendem as variáveis de resposta de interesse para o cliente.

Uma vez ajustados os fatores controláveis do processo em seus níveis ótimos, os índices de refugo e retrabalho podem reduzir drasticamente, representando uma redução de custos. No entanto, a economia ainda maior está na redução dos custos de garantia, custos de reposição e, até mesmo, custo da eventual perda do cliente. Essa economia materializa-se quando no processo de otimização atinge-se um produto robusto, ou seja, um produto que atenda os valores nominais estabelecidos no projeto e que tenha um bom desempenho no campo, mesmo quando submetido a condições adversas de uso.

Em geral, o processo de otimização envolve múltiplas variáveis de resposta pois, via de regra, o cliente valoriza diversos aspectos de um produto. Da mesma forma, é necessário satisfazer múltiplos objetivos para se atingir qualidade, sendo eles, minimizar os desvios do alvo, maximizar a robustez aos fatores de ruído e às oscilações dos fatores

controláveis. Esses três objetivos estão relacionados com a qualidade de um produto pois, sob a ótica atual, qualidade é definida como sendo fabricar um produto centrado no valor especificado no projeto, com variabilidade reduzida em torno desse valor. Qualquer desvio do valor alvo representa uma perda de qualidade e essa perda implica em custos.

Outro objetivo muito importante que pode ser incorporado no estudo de otimização é a minimização dos custos de matéria-prima e energia despendidos na fabricação do produto. Dessa forma, o ajuste ótimo busca minimizar o conjunto dos custos gerados pela má qualidade do produto e pela sua fabricação.

Uma vez que a performance dos produtos e processos é medida por várias variáveis de resposta, alcançar os objetivos mencionados acima requer um compromisso que pondere as importâncias relativas das variáveis de resposta e considere os diferentes objetivos mencionados anteriormente. Devido à complexidade do problema, é necessário um método quantitativo e genérico para solucioná-lo.

A função de perda que será utilizada na otimização de qualidade é uma extensão multivariada da Função de Perda Quadrática de Taguchi e foi proposta inicialmente por Ribeiro e Elsayed (1993). Ela apresenta as seguintes propriedades:

- É simétrica: desvios do alvo de mesmo valor absoluto positivos e negativos geram o mesmo valor de perda;
- É positiva: o valor da perda é sempre maior do que zero;
- É consistente: o valor da perda não decresce quando há aumento absoluto dos desvios do alvo.

Segundo Ribeiro e Elsayed (1993), funções de perda assimétricas podem ser úteis na solução de problemas específicos, mas, em geral, funções simétricas têm maior aplicação. Funções simétricas modelam a situação onde, independentemente do desvio do alvo ser positivo ou negativo, a perda experimentada pelo cliente é aproximadamente a mesma.

Apesar das propriedades listadas acima serem desejáveis, muitos autores têm proposto funções de perda que não asseguram essas propriedades.

O método proposto neste trabalho desdobra-se em cinco etapas principais:

- (1) Identificação do problema;
- (2) Planejamento e execução dos experimentos;
- (3) Modelagem individual das variáveis de resposta;
- (4) Definição de uma função objetivo;
- (5) Otimização.

A etapa de identificação do problema é importante para se definir corretamente o objetivo do estudo e fazer um planejamento adequado do experimento a ser usado para a coleta de dados.

A partir dos resultados do experimento, faz-se uma modelagem individual das variáveis de resposta, ajustando-se um modelo para a média e outro para o desvio-padrão de cada uma das variáveis de resposta (em função dos fatores controláveis). Esse passo permite ampliar os conhecimentos sobre o processo em estudo.

Conhecendo-se os modelos individuais para as múltiplas variáveis de resposta, eles são incorporados em uma função objetivo, que pondera a importância relativa de cada uma dessas variáveis. Dessa forma, pode-se trabalhar um problema complexo, com múltiplas variáveis de resposta, na forma de um problema simples, com uma única resposta a otimizar (no caso o valor da função objetivo).

Essa mesma função objetivo, geralmente uma função de perda, além de incorporar as várias variáveis de resposta, também incorpora os diferentes objetivos. Assim, o procedimento de otimização torna-se mais eficiente, pois o ajuste dos fatores controláveis que minimiza a função de perda otimiza simultaneamente as várias variáveis de resposta, satisfazendo os diferentes objetivos.

Além da identificação do ajuste ótimo, o método permite que se adquiram conhecimentos amplos sobre o fenômeno em estudo, pois obtêm-se modelos que estimam a média e a variabilidade de todas as variáveis de resposta para qualquer combinação dos fatores controláveis.

A seguir, apresentam-se mais detalhadamente as etapas do método proposto.

## 3.1 Etapas do método de otimização

### Etapa 1 - Identificação do problema:

Nessa etapa, é interessante trabalhar sob a ótica da Engenharia Simultânea, reunindo-se pessoas de vários setores, para obter o maior número de informações possíveis sobre o problema que será estudado, e para definir o objetivo do estudo de maneira que atenda a todos os interessados.

Os passos necessários para a correta identificação do problema são os seguintes:

#### **Identificar claramente os objetivos do estudo**

Os objetivos devem ser específicos, mensuráveis, não tendenciosos e devem ter consequência prática. Para isso, a equipe técnica deve contar com a participação de todas as pessoas interessadas no experimento, a fim de estabelecer e detalhar o objetivo de tal maneira que fique claro quando este for alcançado. A realização de um programa experimental implica gastos e, por isso, o resultado obtido deve ter consequência prática, que represente uma melhoria do produto ou processo.

#### **Identificar as características de qualidade de interesse dos consumidores e engenheiros**

O estudo deve ser dirigido tendo como foco o cliente. Assim, é essencial conhecer quais as características de qualidade de interesse para o cliente. O uso de pesquisa de mercado e QFD - "Quality Function Deployment" ou Desdobramento da Função Qualidade podem ser empregados para completar essa fase, permitindo a correta associação das características que interessam ao cliente com aspectos relativos ao processo em estudo. Além disso, também é necessário ouvir a opinião dos engenheiros sobre as características de qualidade pertinentes ao produto, pois, muitas vezes, eles podem incorporar características importantes que não são identificadas pelo consumidor.

### **Eleger as variáveis de resposta associadas a cada característica de qualidade**

Nesse passo, escolhem-se as variáveis de resposta a serem utilizadas no estudo experimental. As variáveis de resposta devem quantificar objetivamente as características de qualidade, que muitas vezes podem ser aspectos vagos e subjetivos. Idealmente, uma variável de resposta deveria ser contínua, capturar a quantidade ou qualidade de interesse para o estudo experimental, estar em unidades apropriadas e associada com um valor alvo desejável, ser obtida por ensaios não-destrutivos, não estar próxima dos limites naturais, ter variância constante sobre toda a amplitude de experimentação, ser fácil de medir e ter uma relação direta com o objetivo do experimento. Nessa fase, as especificações, o valor alvo e importância relativa de cada uma das variáveis de resposta devem ser corretamente identificados.

### **Identificar a eventual existência de associações entre as variáveis de resposta**

Existe interação entre as variáveis de resposta se a perda incorrida quando duas variáveis de resposta estão simultaneamente fora do alvo é superior ou inferior ao somatório das parcelas individuais de perda. Caso existam associações entre as variáveis de resposta, os coeficientes de associação devem ser identificados. O coeficiente de associação será positivo quando a perda para o consumidor devido a duas variáveis de resposta simultaneamente fora do alvo for maior que o somatório das parcelas individuais da perda devido ao desvio do alvo de cada uma delas. O coeficiente de associação será negativo quando a perda experimentada pelo consumidor devido a duas variáveis de resposta simultaneamente fora do alvo for menor que aquela correspondente ao somatório das parcelas individuais de perda. A avaliação da importância relativa das variáveis de resposta e dos coeficientes de associação é feita por consenso, considerando a opinião de todos os envolvidos com o produto ou processo.

## **Etapa 2 - Planejamento e Execução dos Experimentos:**

Para obtermos dados sobre o problema a ser estudado, não necessariamente precisa-se de um projeto de experimentos. Os dados podem ser coletados, por exemplo, durante a produção. Porém é recomendável estruturar a coleta de dados usando o método de projeto de experimentos. O uso desse método possibilita o planejamento de experimentos eficientes, econômicos e com resultados confiáveis.

Dado que o objetivo do estudo já tenha sido corretamente especificado, os passos necessários para um bom planejamento do experimento são os seguintes:

### **Identificar todos os parâmetros do processo que afetam as variáveis de resposta**

Esse passo exige conhecimento técnico do processo ou produto. Todos aqueles parâmetros do processo ou do produto que possam afetar as variáveis de resposta devem ser listados.. Então é preciso decidir como tratá-los no experimento. Existem quatro maneiras de trabalhar com os parâmetros do processo: fatores principais, fatores secundários, fatores mantidos constantes e fatores não controláveis, sendo que a escolha de como trabalhar com eles envolve um compromisso entre custo, tempo e informação.

### **Identificar os fatores principais e os fatores secundários, ou seja, os fatores controláveis.**

Os fatores controláveis são o subconjunto dos parâmetros do processo que será estudado (ensaiado a vários níveis) durante o experimento. Os fatores principais são aqueles fatores que podem ser controlados pelos engenheiros e que podem ter um efeito sobre as variáveis de resposta. Os fatores secundários são aqueles que, embora não sejam de interesse principal, também podem exercer efeito sobre a resposta e não deveriam ou não é possível mantê-los constante. É muito importante que os fatores secundários não variem junto com os fatores principais, pois senão seus efeitos podem resultar confundidos.

**Identificar os fatores a serem mantidos constantes**

Aqueles parâmetros do processo que podem ser controlados, mas que possivelmente não tenham efeito significativo sobre a resposta (ou cujo efeito já seja conhecido), devem ser mantidos constantes durante o experimento. Assim, o tamanho, o custo e a complexidade do experimento ficam reduzidos.

**Identificar os fatores de ruído e os procedimentos para diminuir seu efeito**

Os fatores de ruído são os fatores não controláveis que podem ter algum efeito sobre as variáveis de resposta. Eles são os responsáveis pelo erro experimental e diferem dos fatores mantidos constantes, pois não podem ser fixados a um nível constante para todas as rodadas. Se um nível constante pode ser selecionado para qualquer unidade experimental, o uso de blocagem e aleatorização pode ser apropriado. Se os níveis não podem ser selecionados, então os fatores de ruído tornam-se uma covariável. Se os fatores de ruído não forem mensuráveis e forem muito influentes, eles podem ser chamados de "fatores de risco experimental". Tais fatores podem aumentar o erro experimental de tal maneira que fique difícil avaliar a significância dos fatores controláveis, podendo levar a uma distorção do resultado. Por isso, os experimentadores devem se preocupar em determinar uma estratégia para reduzir o impacto dos fatores de ruído. Essas estratégias podem ser aleatorização, blocagem, análise de covariância, análise estratificada e outras mais.

**Identificar a eventual existência de interações entre os fatores controláveis**

Se houver interações entre os fatores controláveis, seus efeitos deverão ser estudados no experimento. Esses dados são úteis na escolha do modelo estatístico e da resolução do experimento. A resolução define quais os termos (interações) podem ficar confundidos em experimentos fatoriais fracionados. Quanto maior a resolução, maior a precisão da estimativa dos efeitos, pois um menor número de efeitos estará confundido. Se os fatores secundários não interagem com os fatores principais, eles podem ser introduzidos no experimento na forma de blocos experimentais. A principal razão para rodar um experimento em bloco é assegurar que o efeito dos fatores secundários não contamine a avaliação dos fatores principais. A blocagem permite que o efeito dos fatores bloqueados seja removido do erro experimental,

fornecendo uma avaliação mais precisa da significância dos fatores principais. Por último, em muitas situações, o efeito dos fatores bloqueados sobre a variável de resposta pode ser avaliado.

### **Definir o intervalo de estudo dos fatores controláveis**

A escolha da amplitude do intervalo dos fatores controláveis deve ser feita com cuidado, a fim de permitir a investigação de toda a região de interesse. Essa escolha deve ter como base o conhecimento da amplitude operacional que pode ser atingida e dos valores de uso corrente. A amplitude escolhida deve cobrir uma boa proporção da amplitude operacional e produzir um efeito observável. Contudo, não pode ser tão grande a ponto de impedir o ajuste de qualquer modelo empírico para a região escolhida. A escolha dos níveis altos/baixos dos fatores controláveis deveria produzir um efeito sobre alguma variável de resposta que fosse superior a um desvio-padrão de sua variação no uso comum. Esse efeito é suficientemente grande para ter consequência prática e detectar se os erros de medição são desprezíveis.

### **Definir o número de níveis dos fatores controláveis**

O número de níveis deve ser escolhido considerando o provável efeito dos fatores controláveis sobre as variáveis de resposta, o qual pode ser linear (ao menos dois níveis), quadrático (ao menos três níveis) ou de ordem superior (mais do que três níveis).

### **Considerar as restrições experimentais**

As restrições podem ser o número máximo de ensaios, dificuldades na mudança dos níveis dos fatores controláveis, tempo disponível e outras que devem ser incorporadas no modelo estatístico do experimento.

### **Avaliar as vantagens e desvantagens de rodadas prévias**

Rodadas prévias, que antecedem o experimento em si, podem ser importantes, especialmente quando se trata da primeira fase de um programa experimental. Em estudos de otimização, a realização de experimentos em estágios é atrativa, pois permite mover a região de investigação de estágio para estágio. Por outro lado, um experimento realizado de uma única vez pode ser

desejável no caso de altos custos de preparação para cada estágio, ou quando há um longo tempo de espera entre a fabricação das unidades e a medida de sua performance. Se o experimento for realizado em estágios, precauções devem ser tomadas para assegurar que as diferenças possíveis entre os estágios não invalidem o experimento. Um motivo das rodadas prévias é aprender e refinar os procedimentos experimentais, sem arriscar a perda de tempo e amostras experimentais caras. Um segundo motivo é estimar o erro experimental antes de gastar maiores recursos, pois um erro experimental grande pode levar ao cancelamento ou reprojeção do experimento. Pode ser necessário aumentar a amplitude dos níveis, aumentar o número de replicações ou refinar os procedimentos de ensaio. Um terceiro motivo é que as rodadas prévias são excelentes oportunidades para assegurar que o sistema de aquisição de dados esteja funcionando e que as rodadas posteriores serão conduzidas conforme planejado. A última razão é que rodadas prévias podem fornecer resultados tão inesperados que os experimentadores decidam mudar o experimento.

#### **Estimar a variabilidade das variáveis de resposta previamente**

Estimativas preliminares da variabilidade da resposta sob as mesmas condições experimentais deveriam ser obtidas antes de realizar-se um experimento em larga escala, pois valores altos da variabilidade indicam que a significância de fatores que afetam a variável de resposta pode terminar não sendo identificada. Quanto maior a precisão desejada para a estimativa, maior será o número de rodadas experimentais exigidas. Procedimentos para documentação dos dados devem ser estabelecidos, pois deve-se anotar as condições reais na qual o experimento foi rodado e se houve algum fator não planejado que pode ter influenciado a resposta. Os valores dessas "covariáveis" podem ser fatorados na análise estatística, conseqüentemente reduzindo a variabilidade não quantificada ou o erro experimental.

#### **Definir o modelo de experimento a ser realizado**

A definição do modelo deve ser feita levando em conta todos os aspectos mencionados anteriormente, além de outras restrições (financeiras ou técnicas) que em geral existem.

O planejamento experimental final deve incorporar o melhor compromisso entre custo e informação, pois, além de fornecer resultados válidos estatisticamente, o experimento deve ser prático de executar. Para o sucesso do experimento, é necessário um bom planejamento, realizado em conjunto por estatísticos e engenheiros. Esse planejamento deve passar pelas fases descritas anteriormente.

Uma primeira estimativa dos efeitos pode ser pesquisada na literatura ou pode ser obtida com especialistas. A tentativa de prever o resultado frequentemente provoca a revisão da escolha dos níveis dos fatores controláveis e proporciona a comparação entre o conhecimento ganho com o experimento e a intuição dos experimentadores.

Segundo Hahn (1977), projetar um experimento é um processo iterativo, exigindo retrabalho sempre que surgem informações novas ou quando os dados preliminares estão disponíveis. Com um entendimento global do problema, os estatísticos adquirem uma posição privilegiada para responder rapidamente caso mudanças sejam necessárias e para fornecer análises importantes sobre os resultados experimentais subsequentes.

### **Etapa 3 - Modelagem individual das variáveis de resposta:**

Nesta etapa, procede-se uma modelagem individual de cada variável de resposta em função dos fatores controláveis. A modelagem pode ser feita, por exemplo, utilizando-se rotinas de regressão linear ou não-linear. Os modelos possibilitam identificar quais fatores interferem em quais variáveis de resposta. Fazendo isso, a equipe tem a oportunidade de aprender importantes aspectos sobre o problema em estudo.

Além da média, também a variabilidade das variáveis de resposta pode ser modelada em função dos fatores controláveis. Com isso, pode-se ajustar os fatores controláveis em níveis que minimizem a variabilidade.



Outra grande vantagem da modelagem é o fato de se poder estimar o valor das variáveis de resposta para níveis intermediários dos fatores controláveis. Assim, a estimativa das variáveis de resposta não fica restrita aos níveis dos fatores controláveis que foram ensaiados no experimento. Pode-se fazer estimativas da variáveis de resposta para qualquer nível dentro do intervalo ensaiado no experimento (interpolação) e, com alguma reserva, também podem ser feitas extrapolações.

#### **Etapa 4 - Definir uma função objetivo:**

Com a modelagem individual das variáveis de resposta, pode-se quantificar o efeito dos fatores controláveis (parâmetros do processo) sobre cada variável de resposta. Desta forma pode-se identificar qual o ajuste ótimo dos fatores controláveis para cada variável de resposta separadamente.

No entanto, muitas vezes, um certo ajuste dos fatores controláveis pode melhorar uma determinada variável de resposta e piorar outras. Raramente o mesmo ajuste dos fatores controláveis conduz ao valor ideal de *todas* as variáveis de resposta simultaneamente. Uma vez que haja conflito, é necessário fazer-se uma otimização global das variáveis de resposta. A otimização global consiste em identificar o ajuste dos fatores controláveis que otimiza simultaneamente todas as variáveis de resposta de interesse do cliente. Essa otimização global implica em compromissos entre as variáveis de resposta, ou seja, uma solução conciliatória que pondere as importâncias relativas de cada variável de resposta sobre o produto final.

Em estudos de melhoria da qualidade, é desejável que a otimização global considere três objetivos distintos. O primeiro consiste em produzir um produto com variáveis de resposta o mais próximo possível do seu valor ideal, ou seja, dos valores especificados no projeto, os quais devem coincidir com a demanda dos consumidores

O segundo objetivo consiste em maximizar a robustez aos fatores de ruído, ou seja, escolher níveis dos fatores controláveis que minimizem a variabilidade devido ao efeito

dos fatores de ruído (temperatura, umidade, etc.). Isso significa dizer que o produto será robusto e terá um bom desempenho, mesmo quando submetido a condições adversas do meio.

O terceiro objetivo consiste em tornar o processo robusto às oscilações nos próprios fatores controláveis, pois, muitas vezes, é difícil manter os fatores controláveis fixos em seus níveis pré-determinados na linha de produção. Robustez em relação aos fatores controláveis significa obter ajustes que fornecerão valores adequados das variáveis de resposta mesmo quando ocorrem oscilações em torno do ajuste definido.

Nesta etapa, é preciso definir uma função objetivo que incorpore os diferentes objetivos mencionados anteriormente, ou seja, (i) desvios do alvo, (ii) robustez ao ruído, e (iii) robustez às oscilações nos fatores controláveis. Além disso, essa função deve levar em conta a importância relativa das diferentes variáveis de resposta.

Para realizar a otimização global, sugere-se o uso da *Função de Perda Quadrática Multivariada* (ver a seguir eq. 3.1), a qual busca avaliar a perda incorrida ao consumidor devida aos três aspectos mencionados anteriormente. Esta perda aumenta quadraticamente à medida que a variável de resposta afasta-se do seu valor nominal. A *Função de Perda Quadrática Multivariada* foi inicialmente proposta por Ribeiro & Elsayed (1993).

A Função de Perda Quadrática Multivariada  $Z$  consiste de:

$$\hat{Z} = \sum_{j=1}^J w_j \left[ (\hat{Y}_j - T_j)^2 + \hat{\sigma}_{Y_j}^2 + \sum_{k=1}^K \hat{\sigma}_{X_k}^2 \left( \frac{\partial \hat{Y}_j}{\partial X_k} \right)^2 \right] \quad (3.1)$$

onde:

$\hat{Z}$  é a função objetivo a ser minimizada; para cada ajuste dos fatores controláveis, pode-se obter um valor estimado de  $Z$ ;

$w_j$  são pesos que levam em conta a unidade e a importância relativa de cada variável de resposta;

$T_j$  é o valor ideal para a variável de resposta  $j$ ;

- $\hat{Y}_j$       estimativa da média da variável de resposta  $j$ ;
- $\hat{\sigma}_{Y_j}$       estimativa do desvio padrão da variável de resposta  $j$ ;
- $\hat{\sigma}_{X_k}$       estimativa do desvio padrão do fator controlável  $k$ .

Esta versão da função de perda refere-se a variáveis de resposta do tipo *nominal-é-melhor*. O valor da perda é mínimo quando a média do processo (valor médio) coincide com o valor ideal, e a perda aumenta simetricamente (ou não) à medida que se afasta do valor ideal. Além desse caso, existem outros tipos de variáveis de resposta. Por exemplo, características do tipo *menor-é-melhor* e *maior-é-melhor*, usadas quando o valor ideal para a variável de resposta em estudo é, respectivamente, *zero* ou *infinito*.

O valor da função de perda  $Z$  é diretamente proporcional aos custos gerados pela má qualidade do produto. Caso uma constante de proporcionalidade  $K$  possa ser definida, as perdas devido à má qualidade podem ser calculadas em unidades monetárias:

$$C_Q = K \times Z \quad (3.2)$$

Por outro lado, também pode ser possível modelar os custos de matéria-prima e energia de fabricação de um produto em função dos fatores controláveis:

$$C_M = F(X_1, \dots, X_K) \quad (3.3)$$

Se essas informações estiverem disponíveis, será possível trabalhar com uma função objetivo mais abrangente, qual seja:

$$Z^* = C_Q + C_M \quad (3.4)$$

Dessa forma, a otimização irá contemplar não apenas os custos devidos à má qualidade de um produto, mas também os custos de matéria-prima e energia gastos na fabricação do produto. O terceiro estudo de caso dessa dissertação aborda esse aspecto.

Os modelos para a média e desvio-padrão de cada variável de resposta já foram calculados na etapa anterior. A partir dos modelos para a média das variáveis de resposta, calculam-se as derivadas parciais correspondentes. Todos esses pesos, modelos e derivadas são substituídos na função objetivo.

A função de perda apresentada anteriormente não incorpora as possíveis interações que possam ocorrer entre as variáveis de resposta, ou seja, a perda devido ao desvio do alvo de duas variáveis de resposta simultaneamente é igual ao somatório da perda individual devido ao desvio do alvo de cada uma das características de qualidade.

Entretanto, o experimentador pode deparar-se com situações onde existam interações entre as variáveis de resposta, ou seja, a perda incorrida ao consumidor quando duas variáveis de resposta estão simultaneamente fora do alvo é maior ou menor do que o somatório da perda individual devido ao desvio do alvo de cada uma das variáveis de resposta. Neste caso, sugere-se o uso da função de perda apresentada por Ribeiro & Albin (1993) (equação 2.37) que incorpora um termo de interação para cada par de variáveis de resposta. O termo de interação é composto pela covariância dos desvios absolutos dos respectivos valores alvos para cada par de variáveis de resposta.

### **Etapa 5 - Otimização:**

Essa etapa contempla a otimização propriamente dita, que consiste em identificar o ajuste que melhor atende simultaneamente o conjunto de variáveis de resposta. O ajuste ótimo corresponde ao ajuste que minimiza a função de perda quadrática multivariada, ou seja, o ajuste ótimo é aquele que incorre na menor perda global.

Conhecidos os modelos para as variáveis de resposta, podemos escrever  $Z = f(X)$ , uma vez que  $Y = f(X)$  e  $Z = f(Y)$ . Usando o modelo  $Z = f(X)$ , o ajuste ótimo global para os fatores controláveis pode ser identificado utilizando-se, por exemplo, rotinas de

programação linear ou não linear. Outra possibilidade é simplesmente calcular  $Z$  para diferentes tratamentos, isto é, diferentes ajustes dos fatores controláveis, e identificar o ajuste que minimiza  $Z$ .

Muitas vezes, a solução analítica para a função de perda,  $Z = f(X)$ , pode incorporar muitos termos. Nesses casos, uma alternativa interessante é utilizar, por exemplo, rotinas de regressão múltipla para obter um meta-modelo (ou seja, um *modelo do modelo*) relativamente simples que ajuste-se aos valores de perda estimados pela função completa para diferentes tratamentos. O meta-modelo em geral irá incorporar um número relativamente reduzido de termos, e isso facilita a análise gráfica dos resultados.

A análise gráfica pode ser realizada de diversas maneiras, como por exemplo, através de gráficos onde são plotadas curvas de isovalores para a função de perda em função de dois dos fatores controláveis. Nesse tipo de gráfico, pode-se visualizar como se comporta a função de perda dentro do intervalo dos fatores controláveis ensaiados no experimento. Com isso pode-se visualizar regiões de mínima e máxima perda e a natureza de possíveis interações entre os fatores controláveis.

A dificuldade desse tipo de análise é que quando o número de fatores controláveis é grande, será necessário plotar e analisar vários gráficos.

Outra possibilidade de análise gráfica é a realização de um *estudo de sensibilidade* aos fatores controláveis. Para isso, altera-se um fator controlável dentro do intervalo ensaiado no experimento, enquanto mantêm-se os demais fatores fixos no ajuste ótimo, e calcula-se o valor da função de perda. Esse tipo de análise gráfica é recomendável quando o estudo contempla muitos fatores controláveis. No entanto, a análise de sensibilidade não permite identificar interações entre os fatores controláveis, pois o efeito de um fator controlável sobre a função de perda é calculado enquanto os demais fatores estão fixos em seus ajustes ótimos.

A análise gráfica dos resultados permite identificar um envelope operacional para os fatores controláveis. O envelope operacional corresponde a um intervalo dos fatores controláveis que assegura valores relativamente baixos para a função de perda. Logo, o ajuste dos parâmetros pode variar dentro desse intervalo que a perda global incorrida será pequena.

## **CAPÍTULO 4**

### **4 ESTUDOS DE CASO**

O método proposto permitiu levar a termo a otimização da qualidade de vários processos, quais sejam:

- Linha de produção de batons (Ribeiro & Elsayed, 1993)
- Processo de solda TIG (Caten & Ribeiro, 1994)
- Bandas de rodagem (Caten e Ribeiro, 1995a)
- Processo de borracha (Pasa, Ribeiro e Caten, 1995)
- Pinturas sobre lentes de contato (Echeveste et alli, 1995)
- Azulejos cerâmicos (Caten e Ribeiro, 1995b)
- Processo de fundição (Caten e Ribeiro, 1995b)
- Empresa química (Caten e Ribeiro, 1995c)

Em todos os casos, o ajuste ótimo dos fatores controláveis, associado a importantes melhorias na qualidade do produto, pôde ser encontrado. Apenas os três últimos estudos serão apresentados nessa dissertação devido a limitação de páginas. Eles foram incluídos nessa dissertação por melhor validarem o método proposto. Os demais estudos estão documentados em artigos e cadernos técnicos disponíveis para quem desejar maiores informações.

## 4.1 Estudo de otimização de azulejos cerâmicos

Este estudo de caso tem como objetivo fazer uma comparação entre os resultados obtidos de um experimento usando-se o método Taguchi e aqueles obtidos utilizando-se o método proposto no capítulo 3.

O experimento usando-se o método Taguchi foi tema da dissertação de mestrado defendida por Bernardin (1994) no curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina.

O que se pretende neste estudo de caso é aproveitar os dados do experimento realizado e seguir, sempre que possível, as etapas do método que está sendo proposto nessa dissertação. Por último, pretende-se fazer uma comparação dos resultados obtidos pelos diferentes métodos.

### **Etapa 1: Identificação do Problema**

A etapa de identificação do problema visa estabelecer claramente os objetivos do estudo. O objetivo desse estudo experimental foi a otimização da formulação de massa cerâmica para azulejos. Uma vez estabelecido o objetivo, é necessário identificar quais as variáveis de resposta, associadas com as características de qualidade de interesse do cliente, que serão medidas no estudo experimental. A escolha correta das variáveis de resposta é passo fundamental para a correta definição dos níveis dos fatores controláveis que otimizam o produto em estudo.

As variáveis de resposta escolhidas no estudo de otimização aparecem na Tabela 4.1.1.

**Tabela 4.1.1** - Descrição das variáveis de resposta do estudo de azulejos cerâmicos

Variável de resposta	Unidade	Import. Relativa	Tipo de C. Q.	Especificações	Valor Ótimo
Y1: Retração Linear	%	4	Menor é Melhor	0 - 6	0
Y2: Resistência Mecânica	Kgf/cm <sup>2</sup>	3	Maior é Melhor	250 - $\infty$	$\infty$
Y3: Absorção de Água	%	5	Menor é Melhor	0 - 6	0

No entanto, uma variável de resposta muito importante não foi avaliada no estudo de Bernardin (1994), a “defloculação”. No final da análise dos resultados obtidos no estudo de otimização usando-se o método Taguchi identificou-se que a argila “B” otimiza as variáveis de resposta. Essa argila foi colocada em fabricação industrial e verificou-se que ela não tinha uma boa defloculação. Dessa forma, foi abandonado o uso dessa argila que havia sido identificada como sendo a argila ótima.

Se a variável de resposta defloculação fosse medida no estudo experimental, este problema não ocorreria. Certamente, a argila identificada como a argila ótima não seria a argila “B”, mas sim uma que atendessem a todas as variáveis de resposta de interesse, inclusive a defloculação.

*Falha 01 = Falha na identificação do problema: o conjunto de características escolhidas não esgota os aspectos da qualidade importantes para o cliente, resultando em um problema mal identificado.*

### **Etapa 2: Planejamento e Execução dos Experimentos**

Nesta fase, é necessário identificar todos os parâmetros do processo que podem influenciar as variáveis de resposta. Dentre os parâmetros do processo identificados, escolhe-se quais serão ensaiados no experimento (fatores controláveis) e em que níveis.

Bernardin (1994) não discute todos os possíveis parâmetros do processo, o efeito que estes devem ter sobre as variáveis de resposta (linear, quadrático, etc.), ou as possíveis interações entre os parâmetros do processo.

*Falha 02 = Falha no planejamento preliminar do experimento: pode haver outros parâmetros do processo importantes neste estudo que tenham ficado de fora do experimento.*

*Falha 03 = Falha no planejamento preliminar do experimento: o número de níveis dos fatores controláveis é escolhido de forma arbitrária, sem o devido estudo.*

*Falha 04 = Falha no planejamento preliminar do experimento: o próprio desenho experimental é escolhido de forma arbitrária, sem o devido estudo de possíveis interações.*

A Tabela 4.1.2 descreve os fatores controláveis e os respectivos níveis ensaiados.

**Tabela 4.1.2 - Descrição dos fatores controláveis do estudo de azulejos cerâmicos**

<b>Fatores Controláveis</b>	<b>Nível -1</b>	<b>Nível 0</b>	<b>Nível +1</b>
X1: Temperatura de Queima	1140 °C		1160 °C
X2: Percentual de Filito	43 %	46 %	49 %
X3: Percentual de Argila	22 %	25 %	28 %
X4: Percentual de Talco	9 %	12 %	15 %
X5: Percentual de Arenito	8 %	11 %	14 %
X6: Tipo de Argila	A	A/B	B
X7: Tipo de Filito	A	A/B	B
X8: Tipo de Talco	A	A/B	B

O projeto experimental escolhido no estudo usando-se o método Taguchi foi um arranjo ortogonal  $L_{18}$  que contempla sete fatores a três níveis e um fator a dois níveis. O experimento foi repetido cinco vezes. Os resultados obtidos nos experimentos realizados por Bernardin (1994) encontram-se em anexo.

**Tabela 4.1.3** - Arranjo ortogonal  $L_{18}$  com sete fatores a três níveis e um fator a dois níveis

Ensaio	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
1	1160	43	22	15	14	A	A	A
2	1160	43	25	9	11	A/B	A/B	A/B
3	1160	43	28	12	8	B	B	B
4	1160	46	22	15	11	A/B	B	B
5	1160	46	25	9	8	B	A	A
6	1160	46	28	12	14	A	A/B	A/B
7	1160	49	22	9	14	B	A/B	B
8	1160	49	25	12	11	A	B	A
9	1160	49	28	15	8	A/B	A	A/B
10	1140	43	22	12	8	A/B	A/B	A
11	1140	43	25	15	14	B	B	A/B
12	1140	43	28	9	11	B	A	B
13	1140	46	22	9	8	A	B	A/B
14	1140	46	25	12	14	A/B	A	B
15	1140	46	28	15	11	B	A/B	A
16	1140	49	22	12	11	A	A	A/B
17	1140	49	25	15	8	A	A/B	B
18	1140	49	28	9	14	A/B	B	A

Ao final do experimento foi feita uma análise dos resultados obtidos. Com o método de Taguchi, não foi possível identificar o melhor ajuste para os fatores X2, X4 e X5. Logo, realizou-se um novo experimento para ensaiar apenas esses três fatores.

Vale ressaltar que não foi possível identificar o melhor ajuste para X2, X4 e X5 porque o efeito desses fatores sobre as variáveis de resposta é pequeno (ver mais adiante a análise de sensibilidade). Contudo, Bernardin (1994) não usou testes de significância e, assim, não chegou a essa conclusão. Decidiu então coletar dados adicionais sobre esses fatores, isto é, coletar dados adicionais sobre os fatores *menos influentes*!

*Falha 05 = Falha na análise do experimento: não se utilizou testes de significância para embasar a tomada de decisão.*

Outra falha que também pode ser observada é a seguinte:

*Falha 06 = Falha no planejamento do experimento: o projeto experimental foi ampliado de forma arbitrária, fugindo de um desenho ótimo (sobre desenho ótimo ver, por exemplo, Hahn (1977) e Myers, Khuri & Carter (1989)).*

A Tabela 4.1.4 apresenta os fatores controláveis ensaiados no segundo experimento. O desenho do experimento escolhido foi um arranjo ortogonal  $L_9$  que contempla três fatores ensaiados a três níveis (ver Tabela 4.1.5). O experimento foi replicado dez vezes.

**Tabela 4.1.4 - Fatores controláveis e correspondentes níveis codificados no segundo experimento**

<b>Fatores Controláveis</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>	<b>-0,33</b>	<b>0</b>	<b>+1</b>	<b>+1,33</b>	<b>+2</b>
X2: Percentual de Filito	40 %		45 %			50 %	
X4: Percentual de Talco				12 %	15 %		18 %
X5: Percentual de Arenito		8 %		11 %	14 %		

**Tabela 4.1.5** - Arranjo ortogonal L<sub>9</sub> do segundo experimento

Ensaio	X2	X4	X5
1	50	18	11
2	40	12	14
3	45	15	8
4	50	12	8
5	40	15	11
6	45	18	14
7	50	15	14
8	40	12	8
9	45	18	11

A análise utilizando o método proposto nessa dissertação aproveitará os resultados obtidos nos dois experimentos. Considera-se que as condições experimentais tenham se mantido aproximadamente as mesmas durante os dois experimentos. A Tabela 4.1.6 apresenta uma visão geral dos níveis ensaiados para cada fator controlável.

**Tabela 4.1.6** - Níveis dos fatores controláveis conforme ensaiados nos experimentos 1 e 2.

Fatores Controláveis	Nível -2	Nível -1	Nível -0,33	Nível 0	Nível +1	Nível +1,33	Nível +2
X1: Temp. Queima		1140 °C			1160 °C		
X2: Percentual de Filito	40 %	43 %	45 %	46 %	49 %	50 %	
X3: Percentual de Argila		22 %		25 %	28 %		
X4: Percentual de Talco		9 %		12 %	15 %		18 %
X5: Percentual de Arenito		8 %		11 %	14 %		
X6: Tipo de Argila		A		A/B	B		
X7: Tipo de Filito		A		A/B	B		
X8: Tipo de Talco		A		A/B	B		

A matriz analisada será formada pelas 90 observações obtidas no primeiro experimento (18 tratamentos x 5 repetições) acrescidas das 90 observações obtidas no segundo experimento (9 tratamentos x 10 repetições), totalizando 180 observações. Dessa forma, pretende-se tirar o maior número de informações possíveis dos resultados do experimento realizado.

Sabe-se que esse não é um experimento ideal, pois os pontos ensaiados não estão dispersos de maneira uniforme dentro da região a ser pesquisada. Pode-se observar que certos fatores controláveis possuem maior número de pontos concentrados em uma determinada região.

De qualquer forma, o uso dos resultados obtidos em ambos os experimentos permite obter maior número de níveis para alguns fatores controláveis, o que possibilita a modelagem de termos de ordem superior e maior número de graus de liberdade, o que possibilita a avaliação de interações não confundidas com os fatores principais.

### **Etapa 3: Modelagem individual das variáveis de resposta**

A modelagem individual das variáveis de resposta consiste em obter modelos de regressão que estimem a média de cada uma das variáveis em função dos fatores controláveis. Uma vez que os modelos sejam conhecidos, é possível identificar os ajustes dos fatores controláveis que otimizam, individualmente, cada variável de resposta.

Além da modelagem da média, pode-se modelar a variabilidade das variáveis de resposta em função dos fatores controláveis. Com isso, pode-se ajustar o processo em níveis dos fatores controláveis que minimizem a variabilidade.

A modelagem das variáveis de resposta não foi feita no estudo de Bernardin (1994). Em seu estudo, a análise do ajuste ótimo para cada variável de resposta foi realizada da seguinte maneira:

- a) para cada tratamento, calculou-se a razão sinal/ruído;
- b) usando-se a razão sinal/ruído como resposta, calculou-se a ANOVA para cada variável;
- c) plotou-se para cada nível dos fatores controláveis os valores da razão sinal/ruído;
- d) os níveis ótimos escolhidos foram os níveis dos fatores controláveis que maximizavam a razão sinal/ruído.

A estatística sinal/ruído foi usada considerando-se que a variabilidade era significativa. No entanto, não aplicou-se nenhum teste de significância para avaliar a variabilidade.

*Falha 07 = Falha na escolha apropriada das variáveis de resposta: o uso da estatística sinal/ruído só é apropriado nos casos em que a variabilidade cresce linearmente com o aumento da variável de resposta (ver, por exemplo, Box (1988)).*

No cálculo da ANOVA não se aplicou nenhum teste para verificar a significância dos efeitos dos fatores controláveis sobre a variável de resposta. Dessa forma, todos os fatores controláveis foram considerados na otimização individual das variáveis de resposta, independentemente de seu efeito ser ou não significativo. Este processo foi repetido na análise das três variáveis de resposta.

*Falha 08 = Falha no estudo individual das variáveis de resposta: nenhum esforço é feito no sentido de modelar as variáveis de resposta.*

Os modelos obtidos neste estudo para a média e para a variabilidade das variáveis de resposta aparecem descritos a seguir.

Os fatores controláveis X6, X7 e X8 são variáveis discretas, pois tratam-se de tipos de argila, filito e talco, respectivamente. No entanto serão tratados como variáveis contínuas, pois verificou-se que é possível trabalhar com os níveis intermediários desses fatores, representados por percentuais dos dois tipos de argila, filito e talco, respectivamente.

### **Y1: Retração Linear**

$$\hat{Y}_1 = 11,16 - 0,374 \times X_2 - 0,956 \times X_3 - 0,658 \times X_5 - 0,359 \times X_6 - 0,753 \times X_7 - 0,290 \times X_2^2 - 1,08 \times X_3^2 - 0,505 \times X_5^2 + 0,584 \times X_6^2 - 1,25 \times X_7^2 + 2,10 \times X_1 \times X_8 - 0,204 \times X_2 \times X_5$$

$$\hat{\sigma}_{Y_1} = 0,838 - 0,115 \times X_2 + 0,531 \times X_7 + 0,111 \times X_8 - 0,158 \times X_2^2 + 0,504 \times X_3^2 + 0,243 \times X_5^2 - 0,273 \times X_6^2 - 0,405 \times X_8^2 - 0,452 \times X_1 \times X_8 + 0,212 \times X_2 \times X_5$$

### **Y2: Resistência Mecânica**

$$\hat{Y}_2 = 513 - 46,5 \times X_1 - 23,6 \times X_3 - 34,4 \times X_4 - 16,9 \times X_6 - 24,1 \times X_7 + 24,3 \times X_8 - 9,62 \times X_2^2 - 49,7 \times X_5^2 - 51,2 \times X_6^2 - 34,0 \times X_7^2 + 109 \times X_7 \times X_8 + 41,0 \times X_5 \times X_7$$

$$\hat{\sigma}_{Y_2} = 85,8 - 11,5 \times X_3 + 17,0 \times X_7 - 22,4 \times X_6^2 - 25,4 \times X_8^2$$

### **Y3: Absorção de Água**

$$\hat{Y}_3 = 3,90 + 0,279 \times X_1 + 0,931 \times X_2 + 1,23 \times X_3 + 1,09 \times X_5 - 0,949 \times X_6 + 0,799 \times X_7 + 0,637 \times X_2^2 + 0,731 \times X_7^2 + 2,30 \times X_3 \times X_8$$

$$\hat{\sigma}_{Y_3} = 0,419 + 0,211 \times X_4 + 0,307 \times X_5 + 0,212 \times X_3 \times X_8 + 0,213 \times X_2 \times X_5$$

Os modelos das médias e variabilidades das variáveis de resposta serão utilizados no estudo de otimização utilizando-se o método proposto nessa dissertação.

A seguir apresenta-se uma tabela comparativa entre os ajustes ótimos encontrados utilizando-se o método Taguchi descrito por Bernardin (1994) e o método proposto nessa dissertação.

Como pode ser visto na Tabela 4.1.7, comparado à solução obtida usando-se o método Taguchi, o ajuste alcançado com o método proposto neste trabalho prevê valores para as variáveis de resposta muito mais próximos dos valores alvos.

**Tabela 4.1.7** - Ajuste ótimo dos fatores controláveis considerando individualmente cada variável de resposta.

Y1: Retração Linear		Y2: Resistência Mecânica		Y3: Absorção de Água	
Taguchi	Método	Taguchi	Método	Taguchi	Método
X1=-1	X1=+1	X1=+1	X1=-1	X1=+1	X1=-0,7
X2=+1,33	X2=1,33	X2=-2	X2=-0,05	X2=-0,33	X2=-0,7
X3=+1	X3=+1	X3=-1	X3=-1	X3=-1	X3=-1
X4=+1	X4=qquer	X4=+2	X4=-1	X4=+2	X4=qquer
X5=+1	X5=+1	X5=0	X5=0,45	X5=0	X5=-1
X6=-1	X6=0,45	X6=+1	X6=-0,85	X6=+1	X6=0,5
X7=-1	X7=+1	X7=0	X7=+1	X7=0	X7=-0,4
X8=-1	X8=-1	X8=+1	X8=+1	X8=-1	X8=0,2
Y1=9,47	Y1=2,65	Y2=343	Y2=676	Y3=4,02	Y3=0,012
Y1 alvo=0	Y1 alvo=0	Y2 alvo= $\infty$	Y2 alvo= $\infty$	Y3 alvo=0	Y3 alvo=0

#### ***Etapa 4: Definição da função objetivo***

Na etapa anterior, foram identificados os ajustes ótimos para os fatores controláveis considerando cada variável de resposta separadamente. No entanto, muitas vezes, um ajuste dos fatores controláveis pode melhorar uma determinada variável de resposta e piorar outras. Raramente o mesmo ajuste dos fatores controláveis conduz ao valor ideal de *todas* as variáveis de resposta simultaneamente. Uma vez que haja conflito, é necessário buscar uma otimização global. A otimização global consiste em identificar o ajuste dos fatores controláveis que otimiza simultaneamente o conjunto das variáveis de resposta de interesse.

Esta otimização global implica compromissos entre as variáveis de resposta, ou seja, uma solução conciliatória que pondere as importâncias relativas de cada uma das variáveis sobre a qualidade do produto final. Além disso, a otimização global deve levar em conta os diferentes objetivos de interesse dos engenheiros da qualidade: (i) obter valores para a média das variáveis de resposta tão próximos quanto possível dos valores alvos, (ii) minimizar a variabilidade das variáveis de resposta (tornar o produto ou processo robusto ao efeito dos fatores de ruído) e (iii) tornar o produto ou processo robusto às oscilações nos níveis dos fatores controláveis, pois essas oscilações em geral estarão presentes durante a manufatura.

Para realizar a otimização global, utiliza-se uma função objetivo “Z”, descrita em detalhe no capítulo 3 dessa dissertação.

Para o exemplo em questão, os pesos  $w_j$  foram definidos levando-se em consideração a importância relativa (IR) de cada variável de resposta e a semi-amplitude do intervalo de especificação ( $\Delta E$ ).

Para a resistência mecânica onde o intervalo de especificação é  $250 - \infty$ , usou-se  $720 \text{ kgf/cm}^2$  como limite superior de especificação, uma vez que esse valor ( $720 \text{ kgf/cm}^2$ ) representa uma condição excepcional de resistência mecânica, ou seja, na prática confunde-se com uma resistência infinita.

$$w_j = IR_j \times \frac{1}{\Delta E^2}$$

Com respeito às oscilações dos fatores controláveis, os engenheiros indicaram que estas poderiam ser representadas por:

$$CV_{x_1} = 0,227\% \quad \hat{\sigma}_{x_1} = 0,00227 \times 1150 = 2,63 \quad \text{ou} \quad \hat{\sigma}_{x_1} = \frac{2,63}{10} = 0,263 \text{ (n.c.)}$$

$$CV_{x_2} = 1,66\% \quad \hat{\sigma}_{x_2} = 0,0166 \times 46 = 0,764 \quad \text{ou} \quad \hat{\sigma}_{x_2} = \frac{0,764}{3} = 0,255 \text{ (n.c.)}$$

$$CV_{x_3} = 1,00\% \quad \hat{\sigma}_{x_3} = 0,01 \times 25 = 0,25 \quad \text{ou} \quad \hat{\sigma}_{x_3} = \frac{0,25}{3} = 0,083 \text{ (n.c.)}$$

$$CV_{x_4} = 2,78\% \quad \hat{\sigma}_{x_4} = 0,0278 \times 12 = 0,333 \quad \text{ou} \quad \hat{\sigma}_{x_4} = \frac{0,333}{3} = 0,111 \text{ (n.c.)}$$

$$CV_{x_5} = 0,0\%$$

$$CV_{x_6} = 0,0\%$$

$$CV_{x_7} = 0,0\%$$

$$CV_{x_8} = 0,0\%$$

Os modelos para a média e desvio-padrão de cada variável de resposta já foram apresentados na etapa 4. A partir dos modelos para a média das variáveis de resposta, calcularam-se as derivadas parciais correspondentes. Todos esses pesos, modelos e derivadas foram substituídos na função objetivo.

No estudo de otimização usando-se o método Taguchi descrito por Bernardin (1994) não foi utilizada uma função objetivo para a identificação do ajuste ótimo global. Assim, não foram estabelecidos os compromissos necessários para levar a termo a otimização global, conforme a importância relativa de cada variável de resposta sobre a qualidade do produto final. Tampouco se incluíram na análise os diferentes objetivos listados anteriormente.

*Falha 08 = Falha em definir uma função objetivo capaz de avaliar quantitativamente o melhor ajuste dos fatores controláveis.*

### **Etapa 5: Otimização**

No estudo usando-se o método Taguchi, o ajuste ótimo global foi encontrado da seguinte forma:

- a) a partir do ajuste ótimo individual para as três variáveis de resposta analisadas, verificava-se a tendência geral;

- b) por exemplo, se o nível (+1) do fator X1 otimizava uma característica de qualidade e o nível (-1) otimizava duas variáveis de resposta, escolhia-se o nível (-1) como o nível ótimo global para X1;
- c) no entanto, existiam fatores que não apresentaram uma tendência, logo não foi possível concluir usando-se esse método, a respeito dos níveis ótimos globais desses fatores;
- d) para os fatores que não apresentaram nenhuma tendência (X2, X4 e X5) foi necessário rodar um segundo experimento;
- e) a partir do segundo experimento, usou-se o mesmo critério para se identificar os níveis ótimos desses fatores;
- f) no entanto, o fator X2 continuou não apresentando uma tendência e optou-se por um nível utilizando-se critérios subjetivos.

No estudo que utilizou o método Taguchi, não se modelaram as variáveis de resposta individualmente, logo não houve interpolação e o ajuste ótimo ficou restrito aos níveis ensaiados. Além disso, só era possível concluir a respeito do ajuste ótimo global se casualmente um nível do fator controlável otimizasse mais de uma variável de resposta.

No entanto, o ajuste ótimo global geralmente se encontra em níveis intermediários, onde existe um compromisso entre as várias variáveis de resposta. O ajuste ótimo global não deve otimizar duas variáveis de resposta em detrimento de outra. O ajuste ótimo global deve satisfazer simultaneamente todas as variáveis de resposta da melhor maneira possível.

***Falha 09 = Estratégia de otimização ineficiente.***

No estudo de otimização usando-se o método proposto nessa dissertação, o ajuste ótimo global é encontrado minimizando-se a função objetivo, ou função de perda, definida anteriormente. Usam-se rotinas de programação linear para identificar o ajuste que minimiza a função objetivo, o qual é considerado o ajuste ótimo global, pois minimiza a perda

incorrida ao consumidor ponderando as múltiplas variáveis de resposta e os múltiplos objetivos.

A Tabela 4.1.8 apresenta o ajuste ótimo global, conforme encontrado no estudo que utilizava o método Taguchi descrito por Bernardin (1994) e no estudo subsequente que foi feito utilizando-se o método proposto nessa dissertação. Esses ajustes dos fatores controláveis conduzem aos valores de variáveis de resposta que aparecem na Tabela 4.1.9.

Como pode-se verificar, tendo como base os modelos ajustados para as variáveis de resposta, o ajuste encontrado segundo o método Taguchi prevê valores distantes do valor alvo, que não asseguram qualidade superior para o produto.

*Falha 10 = Falha em atingir os máximos níveis de qualidade possíveis de serem obtidos com a tecnologia existente. Essa falha é consequência natural de todas as falhas anteriores.*

**Tabela 4.1.8 - Ajuste ótimo global dos fatores controláveis**

<b>Ótimo Global</b>			
<b>Taguchi</b>		<b>Método Proposto</b>	
<b>níveis codificados</b>	<b>níveis reais</b>	<b>níveis codificados</b>	<b>níveis reais</b>
X1=-1	X1=1140°C	X1=-1	X1=1140°C
X2=-2	X2=40%	X2=0,3	X2=46,9%
X3=-1	X3=22%	X3=-1	X3=22%
X4=+2	X4=18%	X4=-1	X4=9%
X5=0	X5=11%	X5=+1	X5=14%
X6=+1	X6=B	X6=+1	X6=B
X7=0	X7=A/B	X7=+1	X7=B
X8=-1	X8=A	X8=+1	X8=B
Z=23,2		Z=5,14	

**Tabela 4.1.9** - Valores previstos para as variáveis de resposta quando os fatores controláveis estão no “ajuste ótimo”, conforme definido em cada estudo.

Características de qualidade	Unidades	Valores alvos	Valores previstos	
			Taguchi	Método
Y1: Retração Linear	%	0	12,85	5,81
Y2: Mecânica	Kgf/cm <sup>2</sup>	720	373	626
Y3: Absorção de Água	%	0	4,58	2,59

Comparada à solução obtida no primeiro estudo, o ajuste encontrado segundo o método proposto nessa dissertação prevê valores das variáveis de resposta mais próximos dos respectivos alvos, de forma que a perda (devida à má qualidade) incorrida ao consumidor é consideravelmente inferior.

Uma vez encontrado o ajuste ótimo, realizou-se uma análise de sensibilidade para verificar o efeito dos fatores controláveis sobre a função de perda. A análise de sensibilidade foi realizada da seguinte forma: variou-se um fator controlável por vez e calculou-se a função de perda, enquanto os demais fatores eram mantidos fixos em seus níveis ótimos. Dessa forma, geraram-se oito gráficos distintos, onde plotou-se a função de perda contra cada um dos oito fatores controláveis.

As Fig. 4.1.1 a 4.1.8 apresentam a análise de sensibilidade da função de perda em relação aos fatores controláveis.

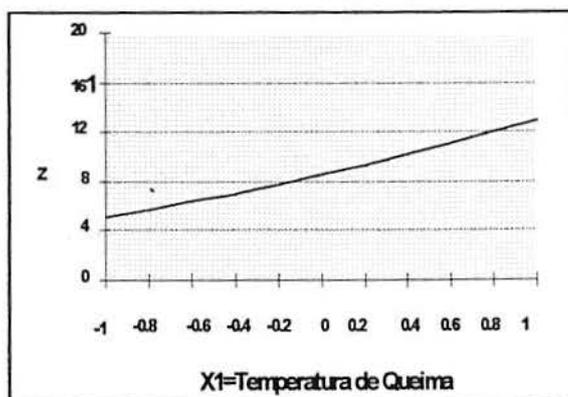


Fig. 4.1.1- Função de Perda Temp. de Queima

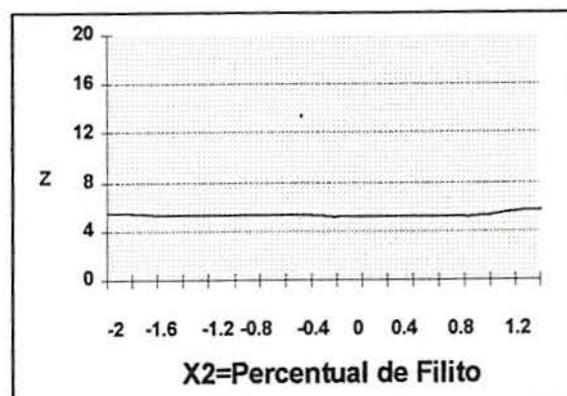


Fig. 4.1.2- Função de Perda % de Frito

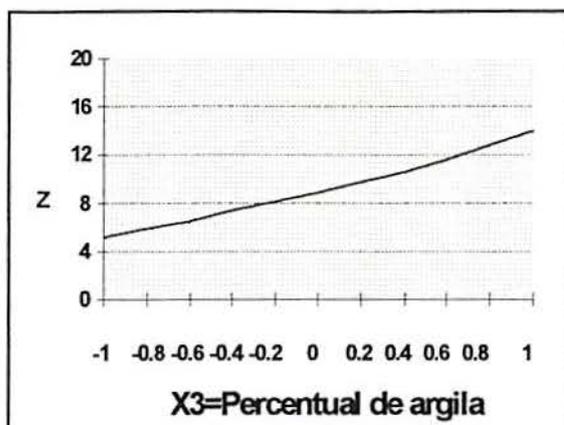


Fig. 4.1.3- Função de Perda × % de Argila

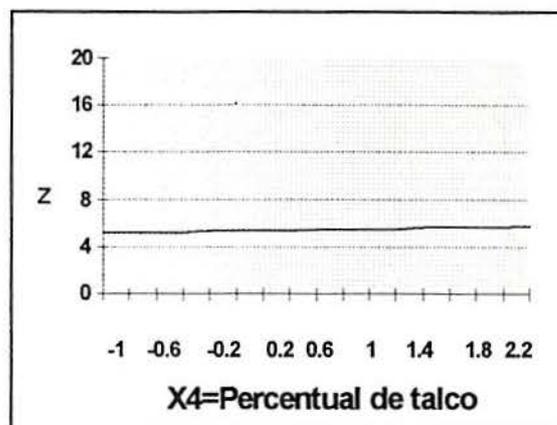


Fig. 4.1.4- Função de Perda × % de Talco

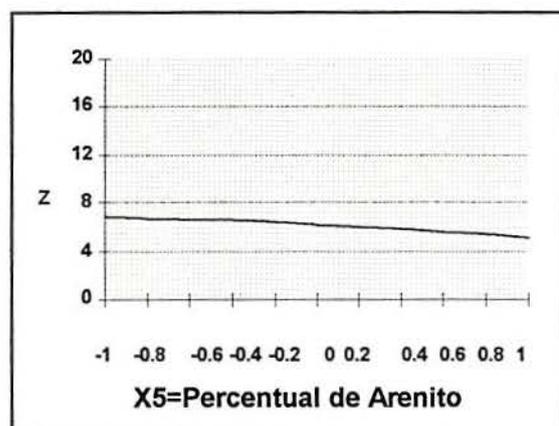


Fig. 4.1.5- Função de Perda × % de Arenito

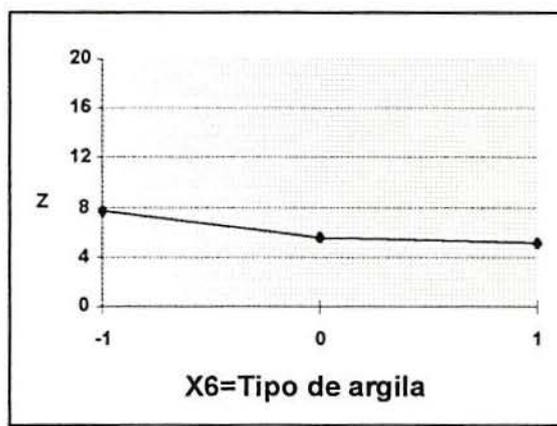


Fig. 4.1.6- Função de Perda × Tipo de Argila

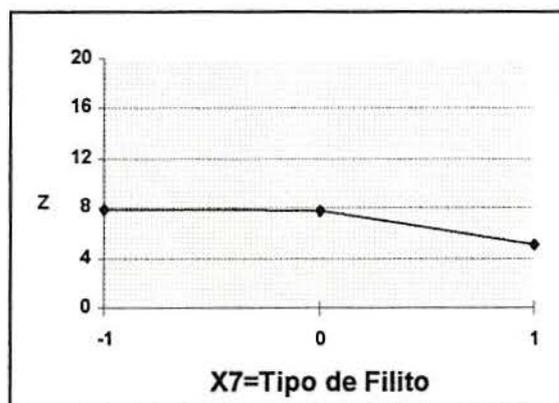


Fig. 4.1.7- Função de Perda Tipo de Filito

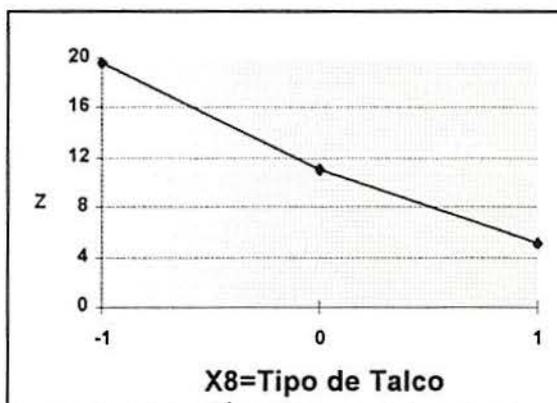


Fig. 4.1.8- Função de Perda Tipo de Talco

Com a análise de sensibilidade, pode-se verificar que os fatores X1, X3 e X8 possuem um efeito forte sobre a função de perda. Os fatores X6 e X7 possuem um efeito moderado sobre a função de perda, enquanto que os fatores X2, X4 e X5 possuem um efeito fraco.

A partir dos gráficos, pode-se delimitar um envelope operacional. O envelope operacional corresponde a um intervalo dos fatores controláveis que assegura valores

relativamente baixos para a função de perda. No interior do envelope operacional, que aparece definida na Tabela 4.1.10, o valor da função de perda é inferior a 7.

**Tabela 4.1.10** - Envelope operacional para os fatores controláveis

Fatores controláveis	Níveis codificados	Níveis reais
X1= Temperatura de queima	[-1,0 -- -0,9]	[1139 -- 1141]
X2= Percentual de filito	[-2,0 -- +1,1]	[40,0 -- 49,3]
X3= Percentual de argila	[-1,0 -- -0,9]	[21,7 -- 22,3]
X4= Percentual de talco	[-1,0 -- +1,2]	[9,0 -- 15,6]
X5= Percentual de arenito	[0,7 -- +1,0]	[13,1 -- 14,0]
X6= Tipo de argila	+1	B
X7= Tipo de filito	+1	B
X8= Tipo de talco	+1	B

O estudo da função de perda através da análise de sensibilidade também revela que melhorias adicionais no processo poderiam ser obtidas trabalhando-se com Temperaturas de Queima e Percentuais de Argila menores que os limites ensaiados. Um próximo experimento poderia investigar essa condição (baixas Temperaturas de Queima e Percentuais de Argila) e ainda, se possível, incluir outros Tipos de Talco, uma vez que a qualidade do produto final é fortemente dependente do Tipo de Talco utilizado.

## 4.2 Estudo de otimização de um processo de fundição

Este estudo de caso tem como objetivo fazer uma comparação entre os resultados obtidos de um estudo de otimização descrito por Chang & Shivpuri (1994-1995) e aqueles obtidos utilizando-se o método proposto nessa dissertação.

O estudo de otimização proposto por Chang & Shivpuri (1995) utiliza a Função de Utilidade como função objetivo a ser utilizada na otimização. O método proposto nessa dissertação utiliza a Função de Perda Quadrática Multivariada como função objetivo.

O que se pretende neste estudo de caso é aproveitar os dados do experimento realizado por Chang & Shivpuri (1994), aplicar os passos do método que está sendo proposto nessa dissertação e posteriormente fazer uma comparação dos resultados obtidos pelos diferentes métodos.

### **Etapa 1: Identificação do Problema**

Chang & Shivpuri (1995) discutiram amplamente sobre as características de qualidade de interesse no estudo de otimização. Segundo eles, atualmente a indústria tem enfrentado uma demanda dos consumidores por alta qualidade de fundição associada com baixos preços. No entanto, muitas vezes, aumentar a qualidade de fundição pode resultar no desgaste da matriz de fundição. Esse é o caso quando a qualidade de fundição é conseguida por altas temperaturas de fusão, alta velocidade de entrada ou pequeno tempo de ciclo.

Uma vez que produzir ou reparar uma matriz é muito caro, o ganho pelo aumento da qualidade de fundição pode não compensar a perda pela redução do tempo de uso da matriz.

O que se pretende nesse estudo é encontrar o ajuste ótimo dos parâmetros do processo de fundição considerando simultaneamente a qualidade das peças fundidas e o tempo de uso da matriz. Desta forma, temos um processo com múltiplas variáveis de resposta de interesse e a solução ótima implica em um compromisso entre elas.

Segundo Chang & Shivpuri (1995) existem duas categoria para as variáveis de interesse no estudo de otimização. A primeira refere-se à qualidade da fundição e a segunda ao tempo de uso da matriz. Exemplos de aspectos referentes à qualidade da fundição são as características dimensionais do material fundido e a porosidade do material fundido.

A variável de resposta escolhida para representar a característica dimensional do material fundido foi a diferença entre o valor medido e o valor ideal do diâmetro do furo. Essa variável será chamada de *Diferença de diâmetro*. É uma variável de resposta do tipo menor-é-melhor, e a unidade utilizada é o milímetro (mm).

A característica de qualidade porosidade relaciona-se com os pequenos vazios no material fundido, os quais surgem devido ao ar preso durante o processo de enchimento da matriz. A variável de resposta escolhida para representar a porosidade foi a quantidade de ar liberada em um ensaio destrutivo onde a peça é derretida. Essa variável será designada por *Porosidade*. Trata-se de uma variável de resposta do tipo menor-é-melhor, e a unidade utilizada é centímetros cúbicos (cc) de vazios por 1000 gramas de material fundido.

A variável de resposta associada com o tempo de uso da matriz será a *Diferença de temperatura* na superfície da cavidade da matriz. Sabe-se que quanto maior a diferença de temperatura maior a chance de formar fendas na superfície devido a fadiga térmica. É uma variável de resposta do tipo menor-é-melhor e a unidade da diferença de temperatura é Grau Fahrenheit (<sup>o</sup>F).

A Tabela 4.2.1 apresenta a descrição das variáveis de resposta

**Tabela 4.2.1** - Descrição das variáveis de resposta do estudo do processo de fundição

Variáveis de resposta	Unidade	Tipo de V. R.	Imp. relativa	Valor alvo
Y1= Diferença de diâmetro	mm	Menor-é-melhor	1	0
Y2= Porosidade	cc	Menor-é-melhor	1	0
Y3= Diferença de temperatura	<sup>o</sup> F	Menor-é-melhor	1	0

### Etapa 2: Planejamento e execução do experimento

Chang & Shivpuri (1995) primeiramente identificaram quais os parâmetros do processo que são mais influentes sobre as três variáveis de resposta escolhidas. Dentre os parâmetros do processo, foram selecionados dois para serem investigados como fatores controláveis no experimento: temperatura do forno e tempo de permanência da matriz.

A amplitude do intervalo dos fatores controláveis foi escolhida após discussão com os engenheiros responsáveis pelo processo de fundição. Os engenheiros concluíram que um modelo de primeira ordem não se ajustaria bem às variáveis de resposta Y1 e Y2. Em

função dessa constatação, escolheu-se estudar cada um dos fatores controláveis a três níveis, possibilitando dessa forma o ajuste de modelos de primeira e segunda ordem aos dados coletados.

A Tabela 4.2.2 apresenta os fatores controláveis e seus respectivos níveis ensaiados.

**Tabela 4.2.2** - Fatores controláveis escolhidos do estudo do processo de fundição

Fatores Controláveis	Nível -1	Nível 0	Nível +1
X1= Temperatura do forno	1250 °F	1300 °F	1350 °F
X2= Tempo de permanência	6 s	7 s	8 s

O modelo de experimento escolhido foi um projeto fatorial  $3^2$  que permite avaliar dois fatores controláveis a três níveis cada um deles. A Tabela 4.2.3 apresenta os tratamentos ensaiados e os valores medidos para as variáveis de resposta

**Tabela 4.2.3** - Matriz experimental e resultados do experimento  $3^2$

Ensaio	X1: Temp. do forno	X2: Tempo de perman.	Y1: Dif. de diâmetro	Y2: Porosidade	Y3: Dif. de temperatura
1	-1	-1	3	21	80
2	0	0	7	17	95
3	1	-1	1	15	101
4	-1	0	8	19	85
5	0	-1	2	19	92
6	-1	1	4	20	87
7	0	1	3	17	96
8	1	0	5	14	106
9	1	1	2	15	108

### **Etapa 3: Modelagem individual das variáveis de resposta**

Essa é uma etapa muito importante, pois a modelagem individual das variáveis de resposta permite fazer estimativas dos valores de cada variável para qualquer ajuste dos fatores controláveis.

Chang & Shivpuri (1995) realizaram a modelagem individual das variáveis. Com a intenção de aumentar o coeficiente de correlação da regressão, eles incluíram nos modelos das variáveis de resposta termos não significativos. Esse procedimento não se justifica, uma vez que o coeficiente de correlação já eram suficientemente altos e a inclusão de termos não significativos não tem suporte estatístico.

Os modelos apresentados a seguir não são os mesmos apresentados por Chang & Shivpuri (1995), pois os termos não significativos não foram incluídos. As diferenças, no entanto, são pequenas, uma vez que a inclusão dos termos não significativos tem um efeito pequeno sobre a variável de resposta.

#### **Y1: Diferença do diâmetro do furo**

$$\hat{Y}_1 = 6,67 - 1,167 \times X_1 + 0,5 \times X_2 - 4,167 \times X_2^2 \quad R^2 = 0.98$$

#### **Y2: Porosidade**

$$\hat{Y}_2 = 16,67 - 2,67 \times X_1 - 0,5 \times X_2 + 1,167 \times X_2^2 \quad R^2 = 0.96$$

#### **Y3: Diferença de temperatura**

$$\hat{Y}_3 = 95,33 + 10,5 \times X_1 + 3,0 \times X_2 - 1,33 \times X_2^2 \quad R^2 = 0.99$$

Uma vez obtidos os modelos para cada uma das variáveis de resposta, pode-se encontrar os ajustes dos fatores controláveis que otimizam cada uma das variáveis de resposta separadamente. A Tabela 4.2.4 apresenta esses ajustes ótimos.

**Tabela 4.2.4** - Ajustes ótimos dos fatores controláveis e respectivos valores estimados para as variáveis de resposta.

Y	X1	X2	Y1	Y2	Y3	Z
Y1	1,000	-1,000	0,845	15,66	101,51	0,00349
Y2	1,000	0,214	5,42	13,95	106,41	0,000595
Y3	-0,972	-0,974	3,37	20,85	80,96	0,000000178

Uma das vantagens da modelagem, é o fato de se poder estimar o valor das variáveis de resposta para níveis intermediários dos fatores controláveis.

Além da modelagem das médias, também é possível modelar a variabilidade das variáveis de resposta em função dos parâmetros do processo. Com isso, pode-se ajustar o processo em níveis dos fatores controláveis que minimizem a variabilidade (tornem o processo robusto ao efeito dos fatores de ruído). No entanto, o experimento ensaiado por Chang & Shivpuri (1995) não contempla repetições. Dessa forma, não se pode modelar a variabilidade a partir do desvio-padrão de cada tratamento. E, devido ao número reduzido de ensaios, fica difícil fazer uma análise de resíduos que eventualmente poderia indicar algum efeito dos fatores controláveis sobre a variabilidade.

#### ***Etapa 4: Definição de uma função objetivo***

Chang & Shivpuri (1995) transformaram os modelos estimados ( $Y_i(x)$ ) em uma função utilidade ( $d_i(x)$ ), gerando valores entre 0 e 1. Para cada tipo de variável de resposta (menor-é-melhor, maior-é-melhor e nominal-é-melhor), existe uma transformação adequada de  $Y_i$  para  $d_i$ . A função utilidade é calculada de forma que, independente do tipo de variável de resposta, o valor alvo para  $d_i$  ( $0 \leq d_i \leq 1$ ) é sempre  $d_i = 1$ . Ou seja, quanto mais próximo  $d_i$  estiver de 1, mais próximo a variável de resposta estará do seu valor ideal.

Uma vez calculada a função utilidade, a otimização simultânea das três variáveis de resposta é tratada como um problema de MODM ("Multiple-Objective Decision-Making

Approach”). A abordagem MODM propõe que o ajuste ótimo global seja encontrado da seguinte maneira:

$$\text{Max}_x \quad di(x), \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad \text{s.t. } x \in \text{intervalo operacional}$$

que é equivalente a um problema de programação não-linear:

$$\text{Max } \alpha \quad \text{s.t. } di(x) \geq \alpha, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad x \in \text{intervalo operacional}$$

A magnitude de  $\alpha$  pode indicar o desempenho do processo em relação às múltiplas respostas. Por exemplo,  $\alpha = 0,3$  indica que no mínimo uma das variáveis de resposta atinge apenas 30% do valor ótimo pretendido.

Em seu artigo, Chang & Shivpuri (1995) comparam os resultados obtidos utilizando-se a abordagem de MODM e os resultados obtidos utilizando-se a abordagem de Derringer & Suich (1980) (apud Chang & Shivpuri (1995)), os quais propõem a maximização da média geométrica da função utilidade ( $D = (d_1 d_2 \dots d_r)^{1/r}$ ) para encontrar o ajuste ótimo global.

Segundo Chang & Shivpuri (1995), a razão para o uso da abordagem MODM é que a solução conciliatória encontrada é mais equilibrada, ou seja, gera valores de  $di(x)$  mais próximos um dos outros.

A função utilidade usada por eles já conduz parcialmente ao ajuste ótimo, pois penaliza os desvios do alvo das variáveis de resposta. A função de utilidade não busca otimizar uma característica em detrimento das demais. O ajuste ótimo identificado pela função utilidade faz um compromisso entre as múltiplas variáveis de resposta, de forma que cada uma delas esteja relativamente próxima do valor ideal. No entanto, a função utilidade proposta por eles não tem uma ligação mais direta com *custos da má qualidade* e tampouco incorpora outros aspectos importantes na otimização, como a *variabilidade* das variáveis de resposta e *custos de fabricação*.

Acredita-se que o critério mais adequado para identificar-se o ajuste ótimo global seja a Função de Perda Quadrática Multivariada. A justificativa para seu uso será apresentada a seguir.

A performance de um produto deteriora-se gradualmente quando as variáveis de resposta desviam-se do valor alvo. Há um consenso na literatura que a perda incorrida ao consumidor devido a má qualidade é, em muitos casos, aproximadamente proporcional ao quadrado do desvio do alvo. Esse modelo de comportamento é capturado pela Função de Perda Quadrática, cuja versão univariada foi proposta por Taguchi.

A função objetivo proposta nessa dissertação é uma versão multivariada da Função de Perda Quadrática. Ela possui as vantagens da Função de Perda (forte associação com aspectos financeiros - perda financeira devido à má qualidade) e, além disso, pondera a importância relativa das várias variáveis de resposta e incorpora a preocupação com possíveis oscilações nos fatores controláveis, em geral presentes durante a manufatura.

A Função de Perda Quadrática Multivariada aparece descrita em detalhe no capítulo 3 dessa dissertação (ver eq. 3.1). É importante ressaltar que a função objetivo proposta pode ser estendida para incluir outros aspectos econômicos (além do aspecto referente à qualidade) no estudo de otimização (ver eq. 3.4). Dessa forma, custos de matéria prima ou custos de energia podem ser incluídos no estudo.

Em função dessas constatações, acredita-se que o emprego da Função de Perda Quadrática, usada há muito tempo pelos estatísticos (Desvio Quadrado Médio) e mais recentemente rediscutida por Taguchi (1991) e outros autores, seja o critério mais eficiente para dar suporte à busca do ajuste ótimo global.

Uma vez definida a função objetivo, os modelos individuais das variáveis de resposta são incluídos nessa função. Os coeficientes  $w_j$  foram calculados atribuindo-se peso 1 para todas as variáveis de resposta e dividindo-se esse peso pelo quadrado da semi-amplitude das especificações. Uma vez que Chang & Shivpuri (1995) não comentam a respeito da importância relativa das diferentes variáveis de resposta, o objetivo dos coeficiente  $w_j$ , nesse caso, limita-se a eliminar diferenças de escala entre as três variáveis de resposta.

Além disso, o modelo de experimento escolhido pelos autores não permite a modelagem da variabilidade. Assim, não será possível explorar ajustes robustos aos fatores de ruído. Chang & Shivpuri (1995) também não fornecem informações referentes às oscilações

dos fatores controláveis, de modo que não será possível explorar robustez às oscilações nos fatores controláveis.

Vale ressaltar que esses objetivos não serão incorporados nesse estudo devido à falta de informações disponíveis, uma vez que Chang & Shivpuri (1995) não se preocuparam com esses aspectos no estudo de otimização realizado por eles.

Em seu artigo, Chang & Shivpuri (1995) dizem que, após realizado o estudo de otimização, é necessário que o engenheiro tome uma decisão final de qual o melhor ajuste considerando a estabilidade do chão-de-fábrica e os aspectos econômicos. Ou seja, eles mesmos apontam as falhas da função objetivo empregada (a Função Utilidade) no estudo de otimização conduzido por eles.

Ao contrário da Função Utilidade, a Função de Perda Quadrática Multivariada está vinculada a aspectos econômicos e incorpora os termos necessários para considerar a estabilidade do chão de fábrica. Assim, chega-se a um resultado final muito mais consistente e abrangente.

### Etapa 5: Otimização

A partir da função de perda definida anteriormente, utilizaram-se rotinas de programação linear para se identificar o ajuste ótimo global. O ajuste ótimo global é aquele que minimiza a função de perda. A Tabela 4.2.5 apresenta uma comparação entre os ajustes ótimos encontrados por Chang & Shivpuri (1995), Derringer & Suich (1980) (apud Chang & Shivpuri (1995)) e pelo método proposto nessa dissertação.

**Tabela 4.2.5** - Comparação entre os ajustes ótimos encontrados pelos diferentes métodos

Método	X1	X2	Y1	Y2	Y3	Z
Método proposto	0,345	-1,00	1,61	17,41	94,64	0,254
Chang e Shivpuri	0,19	-0,78	3,53	17,43	94,10	0,331
Derringer e Suich	0,84	-1,00	0,58	15,96	100,26	0,652

Como pode-se verificar, o ajuste ótimo encontrado pelo método proposto nessa dissertação incorre no menor valor de perda. A perda gerada pelo ajuste ótimo encontrado pelo método proposto é aproximadamente 2,6 vezes menor do que a perda gerada pelo método de Derringer & Suich (1980) (apud Chang & Shivpuri (1995)) e 1,3 vezes menor do que o método de Chang & Shivpuri (1995).

Uma vez identificado o ajuste ótimo, plotou-se a função de perda em função dos fatores controláveis para se definir um envelope operacional.

A Fig. 4.2.1 representa a superfície de resposta da função de perda quadrática, enquanto que a Fig. 4.2.2 representa curvas de isovalores para a função de perda quadrática.

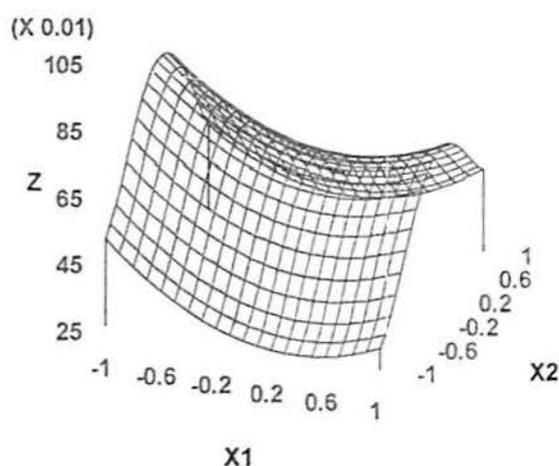


Fig. 4.2.1 - Superfície de resposta da função de perda quadrática

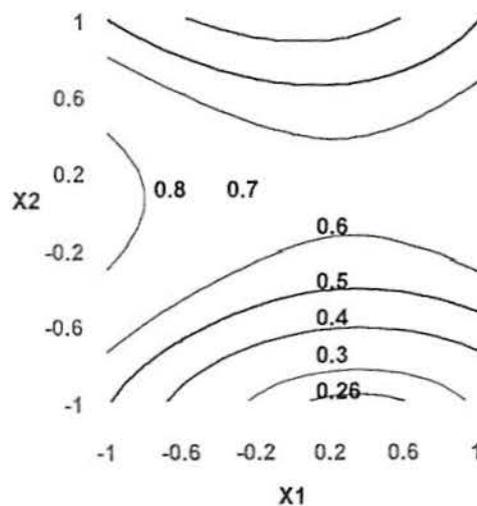


Fig 4.2.2 - Isovalores da função de perda quadrática

Analisando-se a Fig. 4.2.2, pode-se definir um envelope operacional para os fatores controláveis. Esse envelope é definido de forma a assegurar qualidade superior ao processo. Neste estudo, para efeitos de controle, poderia se recomendar os seguintes limites para o envelope de operação:

**Tabela 4.2.6 - Envelope operacional para os fatores controláveis**

<b>Fatores controláveis</b>	<b>Envelope operacional</b>
X1: Temperatura do Forno	+0,0 a +0,8
X2: Tempo de Permanência	-1,0 a -0,8

Esses limites asseguram um valor inferior a 0,3 para a função objetivo, o que assegura uma boa qualidade ao processo de fundição.

Como pode ser visto, o processo é bastante sensível a alterações no tempo de permanência da matriz (X2), e não é tão sensível a variações nos valores da temperatura do forno (X1). Assim, o controle (e o ajuste correto) de X2 é crítico para a qualidade.

A função utilidade usada no artigo de Chang & Shivpuri (1995) otimiza o processo considerando apenas a perda referente ao desvio das variáveis de resposta do seu valor alvo. Essa função utilidade já é um passo em direção do ajuste ótimo, uma vez que ela busca um compromisso equilibrado das múltiplas variáveis de resposta. No entanto, ela não considera a perda gerada pela variabilidade das variáveis de resposta devido ao efeito dos fatores de ruído e devido às oscilações dos fatores controláveis no chão-de-fábrica.

Ainda, a função utilidade usada por Chang & Shivpuri (1995) não contempla a incorporação de aspectos econômicos na identificação do ajuste ótimo global. Dessa forma, o ajuste ótimo global identificado pela função utilidade necessita de uma avaliação posterior dos engenheiros a respeito dos aspectos que não estão incorporados na função utilidade.

### 4.3 Estudo de otimização de uma receita química

Este estudo de caso descreve um processo de otimização experimental da qualidade e do custo de uma receita química de uma empresa do Rio Grande do Sul. Com o processo de otimização pretende-se quantificar o efeito dos fatores controláveis, neste caso, os componentes de uma receita, sobre as variáveis de resposta e, posteriormente, identificar o ajuste ótimo para os fatores controláveis. Como as informações são sigilosas, os dados foram alterados (através de uma transformação linear) e o texto cita apenas fatores controláveis  $X_1, \dots, X_K$  e variáveis de resposta  $Y_1, \dots, Y_J$ , sem indicar o nome dos fatores e das variáveis.

Neste processo de otimização, utilizou-se inicialmente a Casa da Qualidade, uma das ferramentas do QFD, para a coleta e organização de informações a respeito do problema em estudo. Posteriormente, utilizou-se o método de Projeto de Experimentos para estruturar a coleta de dados e análise. Uma vez coletados os dados, utilizaram-se rotinas de regressão múltipla para fazer a modelagem individual das variáveis de resposta em função dos fatores controláveis.

Conhecidos os modelos individuais das variáveis de resposta, definiu-se uma função objetivo a ser otimizada. Esta função objetivo é uma extensão da função de perda quadrática desenvolvida inicialmente por Taguchi. A função de perda representa a perda de qualidade ou perda financeira incorrida ao cliente toda vez que as variáveis de resposta se distanciam dos seus valores alvos.

A função objetivo deste estudo incorporou dez variáveis de resposta de interesse para o cliente, buscando fazer um compromisso entre maximizar qualidade e reduzir custos de fabricação. Sendo que, para maximizar a qualidade de um produto, é necessário minimizar os desvios do valor nominal e maximizar a robustez aos fatores de ruído e às oscilações dos fatores controláveis.

A partir da definição da função objetivo, utilizaram-se rotinas de programação linear para identificar o ajuste dos fatores controláveis que minimizasse esta função objetivo. O ajuste que minimiza a função objetivo representa o ajuste ótimo, ou seja, os níveis dos

fatores controláveis que melhor atendem o conjunto de variáveis de resposta. Resumindo, o ajuste ótimo representa o ajuste de menor perda financeira para o cliente.

Uma vez identificado o ajuste ótimo dos componentes da receita, desenvolveu-se um simulador. Este simulador incorpora todos os modelos previamente obtidos e estima o valor das variáveis de resposta para qualquer ajuste dos componentes da receita. Dessa forma, a empresa pode verificar previamente a qualidade de uma receita que eles tenham interesse em produzir. O simulador fornece também as estimativas dos valores das variáveis de resposta cujos ensaios são feitos fora da empresa, a partir das variáveis de resposta cujos ensaios são realizados dentro da empresa. Isso foi possível porque foram identificadas algumas correlações significativas entre as variáveis de resposta.

### **Etapa 1: Identificação do problema**

No estudo de otimização da receita química aplicou-se inicialmente a matriz da Casa da Qualidade, uma das ferramentas do QFD - "Quality Function Deployment" ou Desdobramento da Função Qualidade. A estrutura de matrizes do QFD permite reunir, organizar e documentar facilmente todas as informações existentes e necessárias sobre as variáveis em estudo, que geralmente encontram-se dispersas entre os técnicos e engenheiros da empresa.

Com a aplicação da Casa da Qualidade, foi possível inicialmente identificar quais as características de qualidade de interesse do cliente. Uma vez identificadas essas características, elegeram-se as variáveis de resposta que seriam usadas para quantificá-las. Atribuiu-se um peso para cada uma das variáveis de resposta, ponderando a importância relativa daquela variável sobre a qualidade do produto como um todo. Além disso, identificaram-se os limites de especificação e os limites de uso de cada variável de resposta. A Tabela 4.3.1 resume as informações coletadas sobre as variáveis de resposta.

**Tabela 4.3.1 - Descrição das variáveis de resposta**

Variável de Resposta	Imp. Rel.	Tipo de V. R.	Valor Atual	Valor Alvo	Lim. de Esp. MIN	Lim. de Esp. MAX	Lim. de Uso MIN	Lim. de Uso MAX
Y1	2	NOMINAL	8,0	8,5	7,5	9,5	7,0	10,0
Y2	2	NOMINAL	85	85	75	95	60	140
Y3	3	MENOR-M	220	210	-	230	-	300
Y4	3	NOMINAL	27	30	27	33	20	40
Y5	4	NOMINAL	62	62	60	64	49	75
Y6	4	NOMINAL	1,137	1,13	1,125	1,135	1,11	1,15
Y7	5	MENOR-M	80	65	-	85	-	100
Y8	4	MAIOR-M	1300	1400	1200	-	900	-
Y9	3	MAIOR-M	2400	2900	2300	-	2300	-
Y10	4	MAIOR-M	500	530	500	-	400	-

### Etapa 2 : Planejamento e execução dos experimentos

Ainda trabalhando-se com a casa da qualidade, listaram-se todos os parâmetros do processo que tinham influência sobre as variáveis de resposta. Posteriormente, atribuíram-se pesos para as relações entre os parâmetros do processo e as variáveis de resposta, representando o grau de influência de cada parâmetro do processo sobre cada uma das variáveis de resposta. Quanto maior a influência de um parâmetro sobre uma determinada variável, maior o peso daquela relação.

Logo após, identificou-se quais seriam os intervalos de investigação dos parâmetros do processo e também a existência de possíveis interações entre eles. A existência de interações entre parâmetros do processo implica que o efeito de um parâmetro do processo sobre a variável de resposta depende do nível em que se encontra um outro parâmetro do processo.

Uma vez documentadas todas essas informações para cada um dos parâmetros do processo, escolheram-se os fatores controláveis, ou seja, aquele subconjunto dos parâmetros do processo que seria ensaiado no experimento. A escolha foi feita priorizando-se os parâmetros do processo que exercem maior efeito sobre as variáveis de resposta mais importantes.

Vale ressaltar que todas essas informações são necessárias para o correto planejamento do experimento e, posteriormente, para o processo de otimização global do produto. A Tabela 4.3.2 resume as informações coletadas sobre os fatores controláveis.

**Tabela 4.3.2 - Descrição dos fatores controláveis**

Fatores Controláveis	Ajuste Atual	Intervalo de Mínimo	Ajuste Máximo	Facilidade de Ajuste
X1	4,0	3,0	5,0	10
X2	6,5	5,5	6,5	10
X3	19,5	18	22	10
X4	3,5	2,0	4,0	10
X5	8	8	12	10

Uma vez reunido todo o conhecimento prévio dos engenheiros a respeito do processo e levando-se em consideração algumas restrições experimentais, planejou-se o estudo experimental. O planejamento foi realizado utilizando-se o método de Projeto de Experimentos, introduzido por Fischer em 1935, que se apoia em conceitos estatísticos. Esse método permite estruturar uma seqüência de ensaios que atenda os objetivos pré-estabelecidos pelos engenheiros de maneira confiável, eficiente e econômica.

A matriz experimental ensaiada inicialmente foi um fatorial fracionado  $2^{5-1}$ , pois os engenheiros não acreditavam na hipótese de efeitos quadráticos dos fatores controláveis sobre as variáveis de resposta. Para permitir um teste referente ao ajuste do modelo linear, foram acrescentados quatro pontos centrais. A ordem de ensaio dos tratamentos foi aleatorizada, de forma a distribuir o efeito dos fatores não controláveis. A Tabela 4.3.3 mostra a seqüência de tratamentos ensaiada.

Tabela 4.3.3 - Matriz experimental do projeto fatorial fracionado  $2^{5-1}$ 

Num	X1	X2	X3	X4	X5
1	3,0	5,5	18	4,0	8
2	3,0	6,5	18	2,0	8
3	3,0	5,5	18	2,0	12
4	3,0	6,5	18	4,0	12
5	3,0	5,5	22	2,0	8
6	3,0	6,5	22	4,0	8
7	3,0	5,5	22	4,0	12
8	3,0	6,5	22	2,0	12
9	5,0	5,5	18	2,0	8
10	5,0	6,5	18	4,0	8
11	5,0	5,5	18	4,0	12
12	5,0	6,5	18	2,0	12
13	5,0	5,5	22	4,0	8
14	5,0	6,5	22	2,0	8
15	5,0	5,5	22	2,0	12
16	5,0	6,5	22	4,0	12
17	4,0	6,0	20	3,0	10
18	4,0	6,0	20	3,0	10
19	4,0	6,0	20	3,0	10
20	4,0	6,0	20	3,0	10

Em seguida, os dados coletados no experimento foram analisados. Inicialmente, utilizando-se rotinas de regressão múltipla, fez-se uma modelagem individual das variáveis de resposta em função dos efeitos principais e das interações dos fatores controláveis estudados. Nesse estudo, verificou-se a falta de ajuste do modelo linear, ou seja, em muitas variáveis de resposta, verificou-se a presença de efeitos não-lineares dos fatores controláveis. No entanto, esses efeitos não podiam ser quantificados, pois os fatores controláveis foram ensaiados a apenas dois níveis, permitindo apenas o ajuste de um modelo linear.

Conversando-se com os engenheiros, verificou-se que provavelmente apenas dois fatores controláveis seriam os responsáveis pelos efeitos não-lineares. Dessa forma, planejou-se um experimento adicional, onde os fatores controláveis X1 e X2 seriam ensaiados em três níveis, enquanto os demais permaneceriam em seus níveis centrais. Neste experimento, repetiram-se os pontos centrais ensaiados anteriormente para verificar a existência do efeito de algum fator externo não previsto, que pudesse interferir nos resultados. A Tabela 4.3.4 apresenta o experimento seqüencial realizado.

**Tabela 4.3.4 - Matriz experimental do experimento adicional**

Num	X1	X2	X3	X4	X5
21	4,0	5,5	20	3,0	10
22	3,0	6,0	20	3,0	10
23	5,0	6,0	20	3,0	10
24	4,0	6,5	20	3,0	10
25	4,0	6,0	20	3,0	10
26	4,0	6,0	20	3,0	10
27	4,0	6,0	20	3,0	10

Comparando-se os resultados das variáveis de resposta obtidos nos pontos centrais do primeiro experimento com os resultados obtidos nos pontos centrais do segundo experimento, verificou-se uma certa tendência nos dados. Conversando-se com os engenheiros, confirmou-se que esta tendência poderia ter sido provocada pela mudança dos lotes de matéria-prima utilizados no segundo experimento. Devido a esta constatação, aplicou-se um fator corretivo aos dados desse segundo experimento.

### **Etapa 3: Modelagem individual das variáveis de resposta**

Uma vez corrigidos os dados, fez-se a análise estatística. Utilizando-se rotinas de regressão múltipla, modelou-se cada variável de resposta em função dos fatores controláveis, desta vez incluindo efeitos principais, efeitos quadráticos e efeitos de interações entre os fatores controláveis. Com a inclusão dos termos quadráticos, os modelos de algumas variáveis de resposta apresentaram importantes aumentos de significância.

Os modelos permitem quantificar o efeito dos fatores controláveis. Dessa forma, sabe-se quais os fatores que exercem maior efeito sobre cada uma das variáveis de resposta.

Em uma segunda etapa, modelou-se a variabilidade das variáveis de resposta em função dos fatores controláveis. Como esse experimento não contemplava repetições, a modelagem da variabilidade foi realizada baseada na amplitude dos resíduos medida

graficamente em cada nível dos fatores controláveis. Se a amplitude não variava de forma significativa, adotava-se um desvio-padrão constante. Caso contrário, buscava-se um modelo para essa variabilidade.

Sabendo-se que o desvio-padrão não é constante para todos os tratamentos, deveria-se utilizar rotinas de regressão múltipla ponderada para se modelar a média das variáveis de resposta. No entanto, em experimentos planejados, a diferença dos modelos obtidos é mínima.

Na modelagem das variáveis de resposta, trabalhou-se com níveis codificados dos fatores controláveis, pois isso facilita a análise estatística dos dados. Apresenta-se a seguir como converter os níveis reais (NR) em níveis codificados (NC):

$$NC = \frac{NR - MI}{((LSI - LII) / 2)} \quad (4.3.1)$$

onde: *MI* representa a média do intervalo investigado;  
*LSI* representa o limite superior do intervalo investigado.  
*LII* representa o limite inferior do intervalo investigado.

**Tabela 4.3.5 - Níveis reais e codificados dos fatores controláveis**

Fatores controláveis	Níveis reais	Níveis codificados
X1	3,0 - 5,0	-1 - +1
X2	5,5 - 6,5	-1 - +1
X3	18 - 22	-1 - +1
X4	2,0 - 4,0	-1 - +1
X5	8 - 12	-1 - +1

A seguir, são listados os modelos obtidos para a média e a variabilidade de cada variável de resposta. Todas as equações apresentadas estão modeladas em função dos níveis codificados dos fatores controláveis.

### Modelo para a média e variabilidade de Y1

$$\hat{Y}_1 = 7,10 + 1,08 * X_1 + 0,64 * X_1^2 + 1,11 * X_2 + 0,54 * X_2^2 + 0,42 * X_4 + 0,256 * X_1 * X_2 \quad (4.3.2)$$

$$\hat{\sigma}_{Y_1} = 0,362 + 0,186 * X_1 + 0,118 * X_2 \quad (4.3.3)$$

Tabela 4.3.6 - Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y1

Fatores	Controláveis	X1	X2	X3	X4	X5
	Mínimo	3,0	5,5	18	2,0	8
Intervalo	Médio	4,0	6,0	20	3,0	10
	Máximo	5,0	6,5	22	4,0	12
Valor do teste "t"		15,46	15,37	0,0000	3,83	0,0000
Grandeza do Efeito		forte	forte	nenhum	médio	nenhum

### Modelo para a média e variabilidade de Y2

$$\hat{Y}_2 = 74,62 - 6,26 * X_2^2 \quad (4.3.4)$$

$$\hat{\sigma}_{Y_2} = 4,125 - 1,40 * X_3 + 1,58 * X_5 \quad (4.3.5)$$

Tabela 4.3.7 - Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y2

Fatores	Controláveis	X1	X2	X3	X4	X5
	Mínimo	3,0	5,5	18	2,0	8
Intervalo	Médio	4,0	6,0	20	3,0	10
	Máximo	5,0	6,5	22	4,0	12
Valor do teste "t"		0,0000	-5,96	0,0000	0,0000	0,0000
Grandeza do Efeito		nenhum	forte	nenhum	nenhum	nenhum

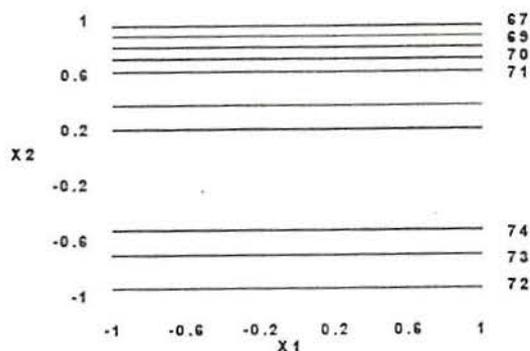
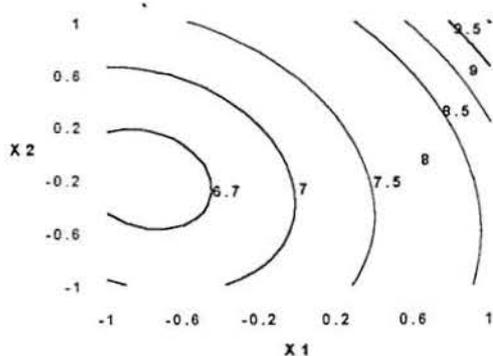


Fig 4.3.1 - Contornos da variável de resposta Y1    Fig. 4.3.2 - Contornos da variável de resposta Y2

### Modelo para a média e variabilidade de Y3

$$\hat{Y}_3 = 201,19 - 4,89 * X1 - 7,78 * X1^2 - 3,89 * X2 - 9,88 * X5 \quad (4.3.6)$$

$$\hat{\sigma}_{Y3} = 6,225 + 2,525 * X1 \quad (4.3.7)$$

Tabela 4.3.8 - Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y3

Fatores Controláveis	X1	X2	X3	X4	X5
Mínimo	3,0	5,5	18	2,0	8
Intervalo Médio	4,0	6,0	20	3,0	10
Máximo	5,0	6,5	22	4,0	12
Valor do teste "t"	-7,81	-3,24	0,0000	0,0000	-7,75
Grandeza do Efeito	forte	médio	nenhum	nenhum	forte

### 4- Modelo para a média e variabilidade de Y4

$$\hat{Y}_4 = 31,57 + 3,60 * X1 + 1,43 * X1^2 + 1,98 * X2 + 1,58 * X2^2 + 1,69 * X3 + 1,10 * X4 + 2,36 * X5 \quad (4.3.8)$$

$$\hat{\sigma}_{Y4} = 0,623 + 0,253 * X2 \quad (4.3.9)$$

Tabela 4.3.9 - Grandeza do efeito de cada fator controlável sobre a variável de resposta Y4

Fatores Controláveis	X1	X2	X3	X4	X5
Mínimo	3,0	5,5	18	2,0	8
Intervalo Médio	4,0	6,0	20	3,0	10
Máximo	5,0	6,5	22	4,0	12
Valor do teste "t"	14,79	9,35	5,58	3,64	7,82
Grandeza do Efeito	forte	forte	forte	médio	forte

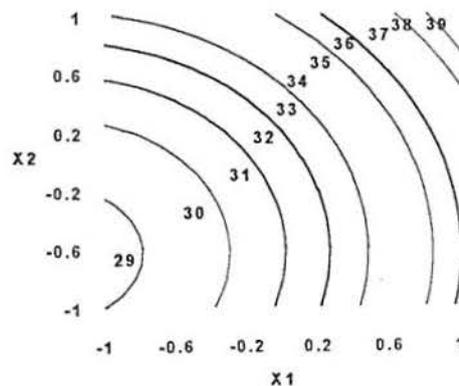
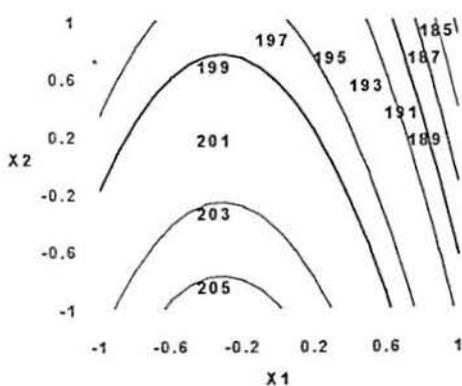


Fig 4.3.3-Contornos da variável de resposta Y3      Fig 4.3.4 - Contornos da variável de resposta Y4

### Modelo para a média e variabilidade de Y5

$$\hat{Y}_5 = 61,73 + 2,06 * X_1 + 2,33 * X_2 + 0,938 * X_3 + 0,938 * X_5 + 2,46 * X_1^2 \quad (4.3.10)$$

$$\hat{\sigma}_{Y_5} = 1,633 + 0,892 * X_1 \quad (4.3.11)$$

Tabela 4.3.10 - Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y5

Fatores Controláveis	X1	X2	X3	X4	X5
Mínimo	3,0	5,5	18	2,0	8
Intervalo Médio	4,0	6,0	20	3,0	10
Máximo	5,0	6,5	22	4,0	12
Valor do teste "t"	10,47	7,03	2,66	0,0000	2,66
Grandeza do Efeito	forte	forte	fraco	nenhum	fraco

### Modelo para a média e variabilidade de Y6

$$\hat{Y}_6 = 1,132 + 0,00678 * X_1 + 0,0058 * X_1^2 + 0,0108 * X_2 + 0,0063 * X_2^2 - 0,00281 * X_4 \quad (4.3.12)$$

$$\hat{\sigma}_{Y_6} = 0,00356 + 0,00202 * X_1 + 0,00825 * X_4 \quad (4.3.13)$$

Tabela 4.3.11- Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y6

Fatores Controláveis	X1	X2	X3	X4	X5
Mínimo	3,0	5,5	18	2,0	8
Intervalo Médio	4,0	6,0	20	3,0	10
Máximo	5,0	6,5	22	4,0	12
Valor do teste "t"	8,33	12,18	0,0000	-2,38	0,0000
Grandeza do Efeito	forte	forte	nenhum	fraco	nenhum

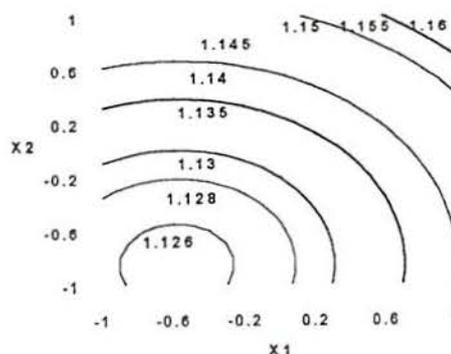
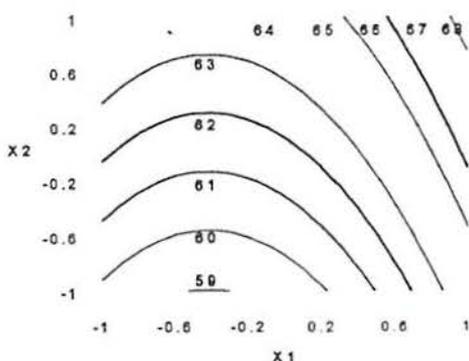


Fig. 4.3.5 -Contornos da variável de resposta Y5    Fig. 4.3.6 -Contornos da variável de resposta Y6

**Modelo para a média e variabilidade de Y7**

$$\hat{Y}_7 = 74,11 - 1,17 * X_1 - 4,88 * X_4 + 1,47 * X_5 + 0,92 * X_1 * X_2 - 0,689 * X_3 * X_4 \quad (4.3.14)$$

$$\hat{\sigma}_{Y7} = 0 \quad (4.3.15)$$

Tabela 4.3.12 - Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y7

Fatores Controláveis	X1	X2	X3	X4	X5
Mínimo	3,0	5,5	18	2,0	8
Intervalo Médio	4,0	6,0	20	3,0	10
Máximo	5,0	6,5	22	4,0	12
Valor do teste "t"	-1,46	3,08	-2,3	-18,62	4,92
Grandeza do Efeito	fraco	médio	fraco	forte	médio

**Modelo para a média e variabilidade de Y8**

$$\hat{Y}_8 = 1602 + 335,56 * X_1 + 179,47 * X_1^2 + 228,67 * X_2 + 154,47 * X_2^2 + 167,75 * X_3 + 125,75 * X_5 \quad (4.3.16)$$

$$\hat{\sigma}_{Y8} = 74,92 + 26,095 * X_2 \quad (4.3.17)$$

Tabela 4.3.13 - Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y8

Fatores Controláveis	X1	X2	X3	X4	X5
Mínimo	3,0	5,5	18	2,0	8
Intervalo Médio	4,0	6,0	20	3,0	10
Máximo	5,0	6,5	22	4,0	12
Valor do teste "t"	13,85	9,90	5,31	0,0000	3,98
Grandeza do Efeito	forte	forte	forte	nenhum	médio

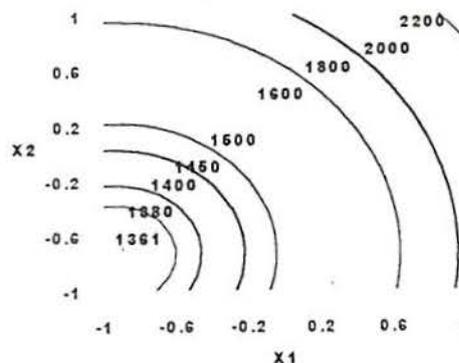
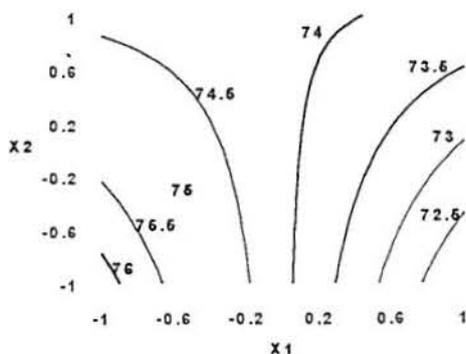


Fig 4.3.7 - Contornos da variável de resposta Y7

Fig 4.3.8 - Contornos da variável de resposta Y8

### Modelo para a média e variabilidade de Y9

$$\hat{Y}_9 = 3306,4 - 123,44 * X_4 - 76,24 * X_1^2 + 41,19 * X_1 * X_2 \quad (4.3.18)$$

$$\hat{\sigma}_{Y_9} = 53,03 - 23,56 * X_1 + 18,52 * X_2 \quad (4.3.19)$$

Tabela 4.3.14 - Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y9

Fatores Controláveis	X1	X2	X3	X4	X5
Mínimo	3,0	5,5	18	2,0	8
Intervalo Médio	4,0	6,0	20	3,0	10
Máximo	5,0	6,5	22	4,0	12
Valor do teste "t"	-0,35	2,67	0,0000	-7,99	0,0000
Grandeza do Efeito	fraco	fraco	nenhum	forte	nenhum

### Modelo para a média e variabilidade de Y10

$$\hat{Y}_{10} = 520,7 - 58,06 * X_1 - 32,57 * X_1^2 - 34,17 * X_2 - 22,57 * X_2^2 - 32,69 * X_3 - 12,06 * X_4 - 21,56 * X_5 \quad (4.3.20)$$

$$\hat{\sigma}_{Y_{10}} = 13,329 - 6,566 * X_2 - 6,673 * X_3 \quad (4.3.21)$$

Tabela 4.3.15 - Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta Y10

Fatores Controláveis	X1	X2	X3	X4	X5
Mínimo	3,0	5,5	18	2,0	8
Intervalo Médio	4,0	6,0	20	3,0	10
Máximo	5,0	6,5	22	4,0	12
Valor do teste "t"	-15,89	-9,67	-6,79	-2,51	-4,48
Grandeza do Efeito	forte	forte	forte	fraco	médio

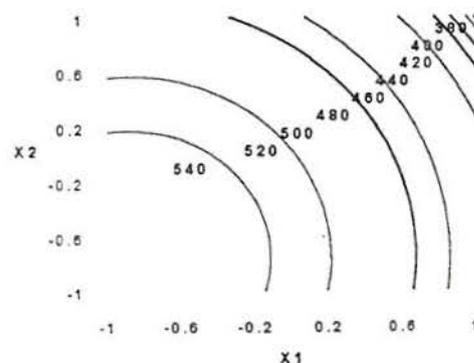
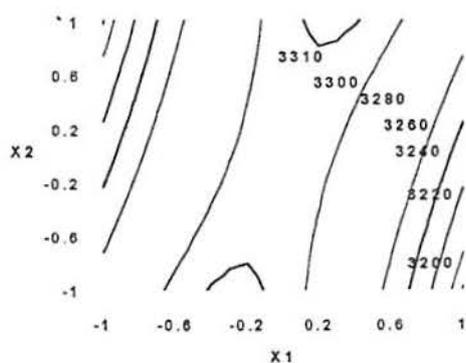


Fig 4.3.9- Contornos da variável de resposta Y9

Fig 4.3.10- Contornos da variável de resposta Y10

### Modelo para a estimativa da variável custo

$$\hat{Y}_{\text{custo}} = 1,419 + 0,0117 * X1 - 0,0156 * X2 + 0,00875 * X4 + 0,00375 * X5 \quad (4.3.22)$$

Tabela 4.3.16 - Grandeza do efeito dos fatores controláveis sobre a variável de resposta custo

Fatores	Controláveis	X1	X2	X3	X4	X5
	Mínimo	30	55	1,8	20	0,8
Intervalo	Médio	40	60	2,0	30	1,0
	Máximo	50	65	2,2	40	1,2
Valor do teste "t"		14,96	-19,95	0,0000	10,58	4,53
Grandeza do Efeito		forte	forte	nenhum	forte	médio

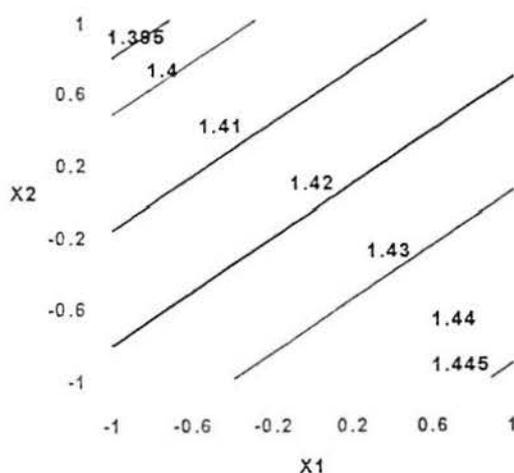


Fig 4.3.11- Contornos da variável custo

A modelagem individual das variáveis de resposta realizada anteriormente refere-se a receitas cujas misturas foram realizadas em laboratório. Assim, os modelos obtidos estimam a resposta associada a uma receita produzida em laboratório.

Posteriormente, realizaram-se quatro misturas no laboratório e outras quatro no chão-de-fábrica, com o mesmo ajuste dos componentes da receita e com os mesmos lotes de matéria-prima.

Comparando-se as variáveis de resposta obtidas em laboratório com as obtidas no chão-de-fábrica, verificou-se um efeito de *scale-up*, ou seja, os resultados obtidos em

laboratório não são exatamente iguais àqueles obtidos com a mesma receita no chão-de-fábrica.

Uma vez verificado o efeito de *scale-up*, estimou-se para cada variável de resposta a relação existente entre os resultados de laboratório e de chão-de-fábrica. A partir dessa relação, conhecidos os resultados de uma receita produzida no laboratório, pode-se prever o provável desempenho dessa receita quando produzida no chão-de-fábrica.

Os modelos que relacionam os resultados de chão-de-fábrica ( $Y_{jp}$ ) com aqueles obtidos em laboratório ( $Y_j$ ) são os seguintes:

$$Y_{1p} = 1,06 * Y_1 \quad (4.3.23)$$

$$Y_{2p} = 1,16 * Y_2 \quad (4.3.24)$$

$$Y_{3p} = 1,06 * Y_3 \quad (4.3.25)$$

$$Y_{4p} = 0,96 * Y_4 \quad (4.3.26)$$

$$Y_{5p} = 1,01 * Y_5 \quad (4.3.27)$$

$$Y_{6p} = 0,997 * Y_6 \quad (4.3.28)$$

$$Y_{7p} = 1,066 * Y_7 \quad (4.3.29)$$

$$Y_{8p} = 0,832 * Y_8 \quad (4.3.30)$$

$$Y_{9p} = 0,93 * Y_9 \quad (4.3.31)$$

$$Y_{10p} = 1,08 * Y_{10} \quad (4.3.32)$$

O uso desses modelos é feito da seguinte maneira: primeiramente, estima-se as variáveis de resposta (por exemplo  $Y_1$ ) para receitas produzidas em laboratório. Em seguida, usando as equações listadas acima, corrige-se as estimativas das variáveis de resposta obtendo-se o provável desempenho da receita caso produzida no chão-de-fábrica

(por exemplo  $Y_{1p} = 1,06 Y_1$ ).

Cabe ressaltar que há muitas vantagens em otimizar a receita em laboratório. Os experimentos de laboratório são mais fáceis de realizar, são mais fáceis de controlar, o erro experimental é menor e o custo e tempo de execução são consideravelmente menores.

#### Etapa 4: Definição da função objetivo

A função objetivo utilizada na otimização foi a Função de Perda Quadrática Multivariada, acrescida de um termo referente aos custos de matéria-prima e energia, uma vez que havia interesse da empresa em considerar esses aspectos.

Para esse estudo, os pesos  $w_j$  foram definidos levando-se em consideração a importância relativa ( $IR$ ) de cada variável de resposta e a média entre a semi-amplitude do intervalo de especificação ( $\Delta E$ ) e o intervalo de uso ( $\Delta U$ ).

$$w_j = IR_j \times K_j \quad (4.3.33)$$

$$K_j = \frac{E_j + U_j}{2} \quad (4.3.34)$$

$$E_j = \frac{1}{\Delta E_j^2} \quad (4.3.35)$$

$$U_j = \frac{11,4}{\Delta U_j^2} \quad (4.3.36)$$

As fórmulas de  $E_j$  e  $U_j$  foram definidas de modo a resultar uma perda igual a 1,0 para uma unidade sobre o limite de especificação e 11,4 para uma unidade sobre o limite de uso.

O valor 11,4 provém da relação entre os limites de uso e os limites de especificação. Os engenheiros foram questionados a respeito dos limites de uso e de especificação e verificou-se que os limites de uso são, em média, 3,37 vezes maiores do que os limites de especificação. Esse valor elevado ao quadrado resulta em 11,4.

Com respeito às oscilações dos fatores controláveis, os engenheiros informaram o coeficiente de variação de cada fator controlável e esse foi convertido em desvio-padrão (em níveis codificados).

$$CV_{X1} = 4,0\% \quad \hat{\sigma}_{X1} = 0,04 \times 40 = 1,60 \quad \text{ou} \quad \hat{\sigma}_{X1} = \frac{1,60}{10} = 0,16 \quad (4.3.37)$$

$$CV_{X2} = 0,5\% \quad \hat{\sigma}_{X2} = 0,005 \times 60 = 0,30 \quad \text{ou} \quad \hat{\sigma}_{X2} = \frac{0,30}{5} = 0,06 \quad (4.3.38)$$

$$CV_{X3} = 0,5\% \quad \hat{\sigma}_{X3} = 0,005 \times 2,0 = 0,010 \quad \text{ou} \quad \hat{\sigma}_{X3} = \frac{0,010}{0,2} = 0,05 \quad (4.3.39)$$

$$CV_{X4} = 4,0\% \quad \hat{\sigma}_{X4} = 0,04 \times 30 = 1,20 \quad \text{ou} \quad \hat{\sigma}_{X4} = \frac{1,20}{10} = 0,12 \quad (4.3.40)$$

$$CV_{X5} = 4,0\% \quad \hat{\sigma}_{X5} = 0,04 \times 1,0 = 0,04 \quad \text{ou} \quad \hat{\sigma}_{X5} = \frac{0,04}{0,2} = 0,2 \quad (4.3.41)$$

Os modelos para a média e desvio-padrão de cada variável de resposta já foram apresentados anteriormente. A partir dos modelos para a média das variáveis de resposta, calcularam-se as derivadas parciais correspondentes. Todos esses pesos, modelos e derivadas foram substituídos na função de perda, obtendo-se:

$$\begin{aligned} \hat{Z} = & w_1 \left[ (\hat{Y}_1 - T_1)^2 + \hat{\sigma}_{Y1}^2 + \left( \hat{\sigma}_{X1} \times \frac{\partial \hat{Y}_1}{\partial X_1} \right)^2 + \left( \hat{\sigma}_{X2} \times \frac{\partial \hat{Y}_1}{\partial X_2} \right)^2 + \dots \right] + \\ & + w_2 \left[ (\hat{Y}_2 - T_2)^2 + \hat{\sigma}_{Y2}^2 + \left( \hat{\sigma}_{X1} \times \frac{\partial \hat{Y}_2}{\partial X_1} \right)^2 + \left( \hat{\sigma}_{X2} \times \frac{\partial \hat{Y}_2}{\partial X_2} \right)^2 + \dots \right] + \\ & + w_3 \dots \end{aligned} \quad (4.3.42)$$

Em sua forma original, a Função de Perda Quadrática Multivariada fornece valores que são proporcionais à perda financeira devido à má qualidade. Para obter a perda em valores monetários, é preciso conhecer a constante de proporcionalidade  $K$ .

O valor de  $K$  para esse produto foi definido da seguinte maneira: a empresa oferece aos seus clientes duas categorias de produto classificadas de acordo com a qualidade e com preços diferenciados de venda. Calculou-se o valor da perda  $Z$  para um produto da categoria A (alta qualidade), sendo esse valor 64 unidades de perda. Calculou-se o valor da perda  $Z$  (considerando os mesmos valores alvos da categoria A) para um produto da categoria B (baixa qualidade), sendo esse valor 179 unidades de perda.

O preço de venda do produto da categoria A (R\$ 1,42/Kg) é 33% superior ao preço de venda do produto da categoria B (R\$ 1,07/Kg). Dessa forma, têm-se informações suficientes para se calcular o valor da constante de proporcionalidade  $K$ .

$$K = \frac{\Delta R\$}{\Delta Z} = \frac{(1,42 - 1,07)}{(179 - 64)} = 0,003043 \quad (4.3.43)$$

Uma vez obtido o valor de  $K$ , pode-se transformar o valor da perda  $Z$  em unidades monetárias, ou seja, em custos da má qualidade.

$$C_Q = K \times Z = 0,003043 \times Z \quad (4.3.44)$$

Por outro lado, modelaram-se os custos de matéria-prima e energia de fabricação de um produto em função dos fatores controláveis:

$$C_M = 1,42 + 0,0117 * X_1 - 0,0156 * X_2 + 0,00875 * X_4 + 0,00375 * X_5 \quad (4.3.45)$$

Com essas informações, é possível trabalhar com a seguinte função objetivo:

$$Z^* = C_Q + C_M \quad (4.3.46)$$

Dessa forma, o ajuste ótimo encontrado é um compromisso entre custos devidos à má qualidade de um produto e custos de matéria-prima e energia gastos na fabricação do produto.

### **Etapa 5: Otimização**

Uma vez definida a função objetivo, utilizaram-se rotinas de programação linear para determinar o ajuste dos fatores controláveis que minimizasse a função objetivo. O ajuste que minimiza a função objetivo é o que melhor atende simultaneamente o conjunto das variáveis de resposta da produção considerando também os custos de matéria-prima e energia.

A Tabela 4.3.17 apresenta o ajuste ótimo para os fatores controláveis, ou seja, para os componentes da receita.

**Tabela 4.3.17 - Ajuste ótimo dos fatores controláveis**

<b>Fatores controláveis</b>	<b>Níveis codificados</b>	<b>Níveis reais</b>
X1	-0,645	3,355
X2	0,475	6,238
X3	0,955	21,91
X4	1,0	4,0
X5	-1,0	8

Este ajuste dos fatores controláveis incorre em uma custo total de R\$1,52 unidades monetárias e fornece as estimativas das variáveis de resposta que aparecem na Tabela 4.3.18.

Tabela 4.3.18- Variáveis de resposta referentes ao ajuste ótimo dos fatores controláveis

Variáveis de resposta	Especificações	Valores alvos	Valores laboratório	Valores produção	Unidades
Y1	7,5 - 9,5	8,5	7,66	8,12	u.m.
Y2	75 - 95	85	72,10	83,64	u.m.
Y3	- 230	210	209,14	221,69	u.m.
Y4	27 - 33	30	31,49	30,23	u.m.
Y5	60 - 64	62	62,49	63,11	u.m.
Y6	1,125 - 1,130	1,13	1,134	1,130	u.m.
Y7	- 85	65	67,57	71,97	u.m.
Y8	900 -	1400	1638,152	1362,94	u.m.
Y9	2300 -	2400	3138,62	2918,92	u.m.
Y10	500 -	530	501,54	541,66	u.m.

Em função do número excessivo de termos da função objetivo, ajustou-se um meta-modelo (um modelo do modelo) aos resultados gerados pela função objetivo. O meta-modelo, relativamente mais simples, facilita a análise gráfica dos resultados.

Uma vez obtido o meta-modelo, este foi plotado em função de  $X_1$  e  $X_2$ , que são os dois fatores controláveis com maior influência sobre a função objetivo. A Fig. 4.3.12 apresenta um modelo tridimensional da superfície de resposta da função objetivo, enquanto que a Fig. 4.3.13 apresenta curvas de isovalores para a função objetivo. Essas figuras foram plotadas mantendo-se os fatores  $X_3$ ,  $X_4$  e  $X_5$  em seus ajustes ótimos.

Nessa figura pode-se identificar um envelope operacional para os fatores controláveis. Esse envelope define os limites de uma região dentro da qual os fatores controláveis  $X_1$  e  $X_2$  podem variar sem incorrer em maiores perdas para o cliente.

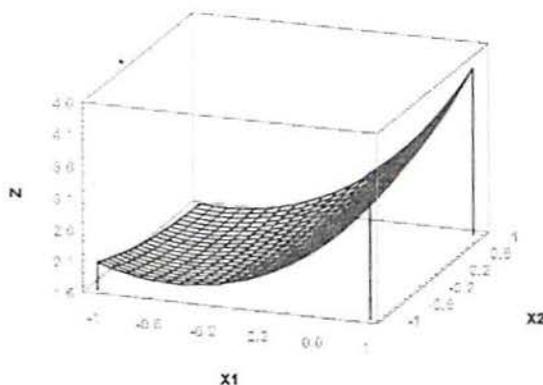


Figura 4.3.12 - Superfície de resposta da Função objetivo

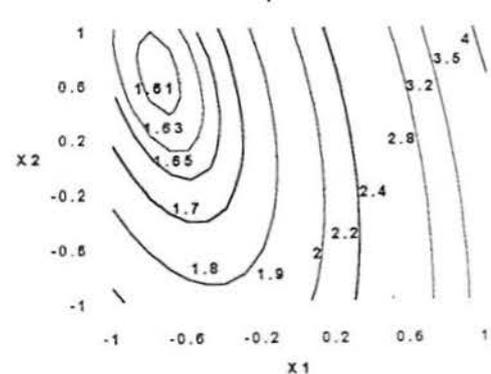


Figura 4.3.13 - Curvas de isovalores da Função objetivo

Uma vez encontrado o ajuste ótimo, realizou-se uma análise de sensibilidade para verificar o efeito dos fatores controláveis sobre a função objetivo.

A análise de sensibilidade foi realizada da seguinte forma: variou-se um fator controlável por vez e calculou-se a função de perda, enquanto os demais fatores permaneciam fixos em seus níveis ótimos. Dessa forma, geraram-se cinco gráficos distintos, onde plotou-se a função de perda contra cada um dos cinco fatores controláveis.

As Fig. 4.3.14 - 4.3.18 apresentam os resultados da análise de sensibilidade.

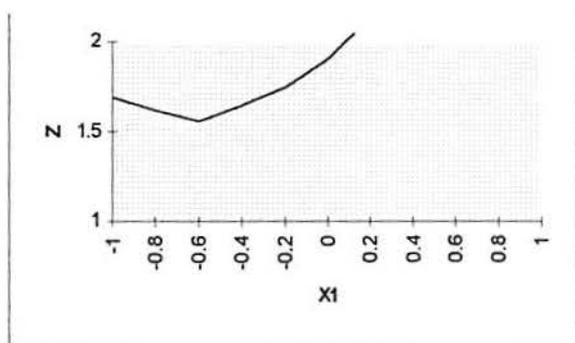


Fig. 4.3.14 Efeito de X1 sobre a Função objetivo

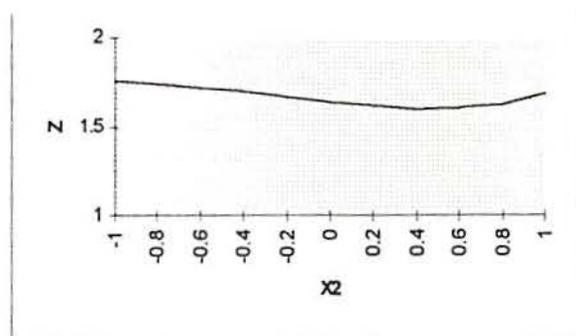


Fig. 4.3.15 Efeito de X2 sobre a Função objetivo

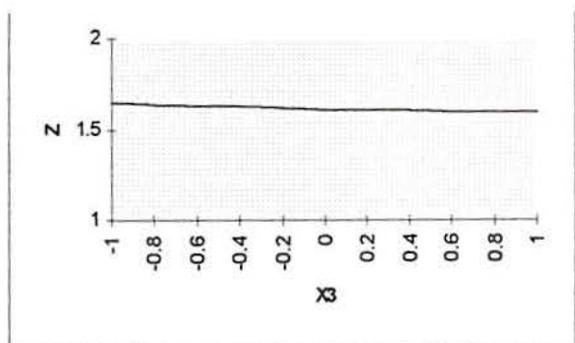


Fig. 4.3.16 Efeito de X3 sobre a Função objetivo

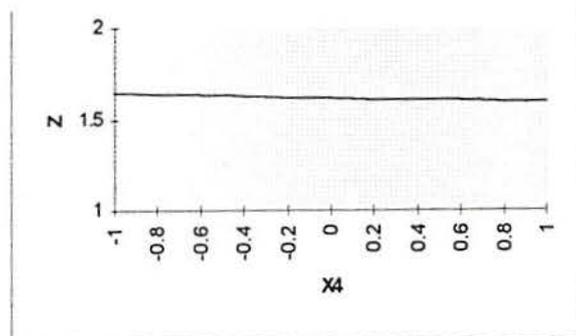


Fig. 4.3.17 Efeito de X4 sobre a Função objetivo

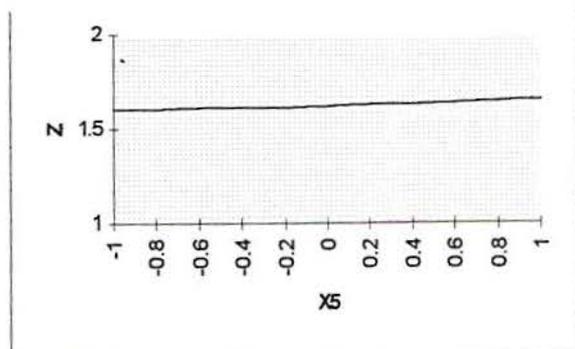


Fig. 4.3.18 Efeito de X5 sobre a Função objetivo

Com a análise de sensibilidade, pode-se verificar que apenas o fator controlável X1 exerce uma grande influência sobre a função de perda. Os demais fatores são poucos influentes sobre a função de perda, comparados com o fator X1.

Na Tabela 4.3.19 apresenta-se o envelope operacional que assegura uma função objetivo inferior a R\$ 1,62 unidades monetárias, ou seja, garante qualidade superior à receita.

Tabela 4.3.19 - Envelope operacional para os fatores controláveis.

Fatores controláveis	Níveis codificados	Níveis reais
X1	-0,80 a -0,65	3,20 - 3,35
X2	+0,40 a +1,00	6,20 - 6,50
X3	+0,60 a +1,00	21,20 - 22,00
X4	-0,40 a +1,00	2,60 - 4,00
X5	-1,00 a +1,00	8,00 - 12,00

Uma vez feita a análise estatística completa, programou-se um simulador na linguagem QBASIC. Esse simulador fornece uma estimativa das variáveis de resposta do laboratório e do chão-de-fábrica para qualquer ajuste dos componentes da receita, dentro dos intervalos ensaiados no experimento. A simulação é realizada a partir dos modelos individuais das variáveis de resposta, ajustados aos dados do experimento de laboratório e dos modelos que relacionam o desempenho em laboratório e chão-de-fábrica.

É necessário apenas entrar com um ajuste qualquer dos componentes da receita e o simulador fornece todas as estimativas das variáveis de resposta do laboratório e da produção referentes a esta receita, e ainda, o valor ideal de cada variável de resposta e suas especificações. Com isso, a empresa pode verificar previamente a eficiência de diversas receitas que posteriormente venham a ser produzidas.

O simulador fornece também as estimativas das variáveis de resposta dos ensaios realizados fora da empresa a partir dos resultados das variáveis de resposta obtidos nos ensaios realizados pela empresa.

A estimativa de algumas variáveis de resposta a partir de outras é possível, pois verificou-se que existem correlações entre as variáveis de resposta. Uma vez identificadas as

correlações, modelaram-se as variáveis de resposta, cujos ensaios eram feitos fora da empresa em função dos resultados dos ensaios feitos pela empresa. Com estes modelos incorporados no simulador, a empresa pode estimar todas as variáveis de resposta de uma receita a partir exclusivamente dos ensaios realizados dentro da empresa, o que reduz o custo e o tempo dos ensaios.

## CAPÍTULO 5

### 5 COMENTÁRIOS FINAIS

#### 5.1 Conclusões

A otimização de produtos e processos é um dos focos centrais da área da Engenharia de Qualidade, a qual combina o uso de ferramentas da Engenharia e da Estatística.

Este trabalho descreveu um método para otimização experimental de produtos e processos medidos por múltiplas características de qualidade, com ênfase na necessidade de cumprir determinadas etapas para o sucesso do método e na sugestão de técnicas para o cumprimento dessas etapas, sem restringir o uso das demais técnicas.

O método descrito nesse trabalho é *quantitativo, flexível e genérico*.

*Quantitativo*, pois todas as informações a respeito do produto ou do processo estão modeladas quantitativamente e o ajuste ótimo é identificado por critérios numéricos.

*Flexível*, uma vez que permite que se trabalhe simultaneamente com várias características de qualidade de interesse do consumidor e do produtor, com importâncias relativas diferenciadas. Outro fator que contribui para sua flexibilidade é a possibilidade de incorporar na otimização aspectos referentes à qualidade de um produto, como desvios do

alvo, robustez ao ruído e robustez às oscilações dos parâmetros do processo, assim como aspectos econômicos.

*Genérico*, pois, devido à flexibilidade do método, ele pode ser aplicado à otimização experimental de produtos e processos em qualquer tipo de indústria, sem restrições.

Vale ressaltar que, pelo fato do método ser genérico, não é possível cobrir todas as técnicas necessárias para a solução de aspectos particulares a uma empresa. Por isso sugere-se o uso de algumas técnicas sem restringir as demais, cabendo ao usuário do método fazer as adaptações consideradas necessárias para cada empresa.

O método proposto é constituído por cinco etapas:

Etapa 1: Identificação do problema;

Etapa 2: Planejamento e execução do experimento;

Etapa 3: Modelagem das variáveis de resposta;

Etapa 4: Definição de uma função objetivo;

Etapa 5: Otimização

O método proposto foi aplicado a vários estudos de caso. No entanto, optou-se por descrever apenas três deles, devido à limitação de páginas da dissertação. Os três estudos de caso descritos nessa dissertação foram escolhidos por melhor validarem o método proposto.

O primeiro estudo de caso foi a aplicação do método em uma empresa cerâmica. O estudo de otimização foi realizado primeiramente por Bernardin (1994), que identificou um ajuste como sendo o ótimo. No entanto, esse ajuste não otimizou a formulação de massa cerâmica em estudo. Posteriormente, aplicou-se o método proposto nessa dissertação aos dados coletados por Bernardin (1994) e identificou-se outro ajuste ótimo. Ao longo do texto, apontam-se as falhas cometidas que levaram ao fracasso do estudo experimental apresentado por Bernardin (1994). Com esse estudo de caso, concluiu-se que, sem o cumprimento das etapas propostas no método, o estudo de otimização não identifica o ajuste ótimo.

O segundo estudo de caso refere-se à aplicação do método proposto aos dados apresentados por Chang & Shivpuri (1995) sobre um estudo experimental em um processo de

fundição. Em seu estudo de otimização, identificou-se um ajuste na direção do ajuste ótimo. No entanto, o ajuste encontrado não é o ajuste ótimo, pois Chang & Shivpuri (1995) não consideraram na função objetivo utilizada no seu estudo de otimização a maximização da robustez das características de qualidade aos fatores de ruído e às oscilações dos fatores controláveis, tampouco os custos de fabricação associados a cada ajuste.

Como esses aspectos não foram considerados na otimização, Chang & Shivpuri (1995) sugerem que, uma vez identificado o ajuste ótimo, esse seja avaliado subjetivamente pelos engenheiros responsáveis pelo produto ou processo em estudo com respeito a esses critérios.

Com esse estudo de caso, visualiza-se a vantagem de incluir todos os aspectos de interesse na função objetivo que será utilizada na otimização, pois assim esses critérios são considerados de maneira quantitativa na identificação do ajuste ótimo. Desta forma, não é necessária uma avaliação posterior subjetiva dos engenheiros responsáveis.

O terceiro estudo foi a aplicação do método em uma empresa química. Esse estudo foi bastante complexo e completo, pois estudaram-se cinco fatores controláveis e dez variáveis de resposta. Realizou-se a otimização considerando três objetivos referentes à redução dos custos da má qualidade do produto, qual sejam, minimização dos desvios do alvo e maximização da robustez aos fatores controláveis e às oscilações dos parâmetros do processo e ainda a redução dos custos de matéria-prima e energia gastos na fabricação desse produto.

O ajuste ótimo encontrado pelo método é aquele que incorre na menor soma das parcelas do custo de um produto, representando um compromisso entre os custos gerados pela má qualidade do produto e os custos de sua fabricação. Com esse estudo envolvendo tantas características de qualidade e objetivos conflitantes, visualizou-se a eficiência do método proposto.

O método de otimização proposto nessa pesquisa foi aplicado com sucesso em todos os estudos de caso abordados. Acredita-se que ele possa resolver com sucesso muitos problemas da engenharia de qualidade, principalmente quando os parâmetros do processo forem do tipo contínuo e quando for difícil mantê-los em níveis pré-fixados.

## 5.2 Sugestões para pesquisas futuras

Ao longo do desenvolvimento dessa pesquisa, surgiram outros assuntos relevantes que não foram aqui abordados por não serem o escopo dessa dissertação.

Entre esses assuntos está a garantia do correto planejamento do experimento, que incorpora, entre outros aspectos, a correta identificação das variáveis de resposta e dos fatores controláveis que serão ensaiados. Esta é uma etapa crucial para se alcançar bons resultados com o método de otimização, pois os modelos para a estimativa da média e da variabilidade das variáveis de resposta utilizados na otimização são obtidos a partir dos dados coletados no experimento.

Um segundo assunto relevante, porém não abordado nessa pesquisa, refere-se à quantificação dos custos gerados pela má qualidade de um produto. Esse é um assunto de extrema importância, pois, uma vez conhecidos esses custos, pode-se justificar investimentos em qualidade. Da mesma forma, é relevante analisar as demais parcelas que contribuem para o custo total de um produto, pois o ajuste ótimo identificado pelo método de otimização depende da precisão das informações a respeito de custos do produto. Quanto maior o esforço da empresa em quantificar esses valores, maior a precisão do ajuste ótimo.

Um terceiro assunto relevante refere-se ao estudo de aspectos gerenciais que identifiquem e priorizem os projetos ou processos nos quais a aplicação do método resulte em ganhos consideráveis.

## ANEXO - Resultados dos experimentos realizados por Bernardin (1994)

Tabela 1 - Resultados para Retração Linear [%] - Primeiro Experimento

Massa	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	$\eta$ [dB]
1	8,9	9,2	8,0	8,7	8,7	-18,8
2	11,1	11,6	12,4	11,6	9,9	-21,1
3	9,4	8,5	8,5	6,8	-	-18,4
4	12,6	13,6	11,6	10,1	12,1	-21,6
5	9,4	9,9	9,6	9,2	9,4	-19,6
6	9,6	9,4	8,5	6,8	8,2	-18,6
7	9,9	11,1	11,1	10,6	-	-20,6
8	6,6	6,4	5,9	5,9	6,8	-16,0
9	7,8	8,0	8,5	8,5	8,5	-18,3
10	13,4	13,4	13,6	13,4	12,4	-22,4
11	9,6	10,6	8,9	7,5	8,9	-19,2
12	8,5	8,7	7,8	-	-	-18,4
13	12,9	12,9	11,6	8,2	11,1	-21,2
14	7,1	7,3	8,2	7,3	5,9	-17,1
15	12,9	12,4	12,6	12,6	12,9	-22,1
16	8,2	9,2	9,2	8,5	8,7	-18,9
17	9,9	9,6	9,6	10,1	8,9	-19,8
18	7,3	4,6	4,6	6,4	7,8	-16,4

Tabela 2 - Resultados para Resistência Mecânica à Ruptura por Flexão [Kgf/cm<sup>2</sup>] - Primeiro Experimento

Massa	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	$\eta$ [dB]
1	419	398	377	400	366	51,8
2	464	566	558	327	-	52,9
3	445	369	360	379	-	51,7
4	538	546	480	317	519	53,0
5	510	493	511	509	573	54,3
6	366	405	278	343	-	50,6
7	460	497	519	492	-	53,8
8	324	258	233	281	326	48,9
9	335	416	373	476	-	51,8
10	618	612	698	620	524	55,7
11	420	541	38	307	424	51,9
12	430	443	385	-	-	52,4
13	547	471	406	301	414	52,1
14	362	407	359	321	-	51,1
15	419	398	377	400	366	51,8
16	416	447	496	479	471	53,2
17	443	417	387	414	-	52,3
18	367	314	211	307	313	49,2

Tabela 3 - Resultados para Absorção de Água [%] - Primeiro Experimento

Massa	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	$\eta$ [dB]
1	5,5	4,8	6,2	5,7	5,5	-14,8
2	3,0	2,8	2,5	3,0	3,4	-9,6
3	4,8	5,5	5,7	6,3	-	-13,6
4	0,9	0,4	1,3	1,8	1,1	1,3
5	0,8	0,6	0,6	0,7	0,5	1,9
6	6,7	7,0	7,3	8,0	7,5	-16,5
7	2,3	1,5	1,7	2,0	-	-7,2
8	9,0	10,2	10,5	10,6	9,3	-19,1
9	6,0	5,7	5,3	5,5	6,7	-15,6
10	0,5	0,5	0,2	0,7	1,0	5,8
11	3,9	4,5	3,3	3,0	3,5	-11,9
12	5,5	5,9	6,2	-	-	-14,8
13	2,8	2,7	3,2	4,5	3,4	-8,9
14	6,1	6,4	5,0	6,5	7,0	-15,7
15	0,2	0,4	0,5	0,4	0,3	12,8
16	4,4	3,9	4,0	4,3	4,1	-12,9
17	5,6	5,0	6,1	5,2	7,0	-14,9
18	8,1	9,2	10,5	9,4	7,7	-18,1

Tabela 4 - Resultados para Retração Linear [%] - Segundo Experimento

	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6	CP 7	CP 8	CP 9	CP 10	$\eta$ [dB]
1	9,6	8,0	7,8	8,7	8,7	9,6	9,2	9,2	8,2	9,2	-18,9
2	8,2	7,8	7,3	7,1	7,3	8,5	7,3	6,8	8,0	7,5	-17,6
3	9,4	6,4	7,3	10,6	6,2	9,6	9,9	8,9	9,6	9,9	-19,0
4	8,5	8,7	8,7	7,8	8,2	8,7	8,0	8,7	8,9	9,6	-18,7
5	9,2	9,2	8,9	8,5	9,6	8,2	9,2	9,4	8,7	8,0	-19,0
6	9,2	9,4	9,2	9,2	7,8	9,4	9,6	7,8	8,9	5,7	-18,8
7	8,0	5,3	7,8	7,8	8,2	6,6	7,3	8,2	5,5	7,5	-17,3
8	9,9	9,9	10,6	8,5	6,8	10,9	11,1	8,0	9,2	10,4	-19,7
9	7,1	7,8	8,2	6,4	8,0	8,9	8,2	9,9	8,7	8,7	-18,3

Tabela 5 - Resultados para Resistência Mecânica à Ruptura por Flexão [Kgf/cm<sup>2</sup>] - Segundo Experimento

	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6	CP 7	CP 8	CP 9	CP 10	$\eta$ [dB]
1	390	283	328	329	343	342	352	359	322	366	50,6
2	312	272	241	281	247	275	254	252	322	278	48,6
3	338	163	199	382	209	366	377	307	374	353	48,6
4	333	371	304	274	287	246	208	305	311	-	49,0
5	365	354	337	321	379	304	357	411	355	261	50,5
6	344	298	284	340	284	348	386	243	275	193	49,1
7	292	132	253	313	352	200	314	360	162	-	46,9
8	290	379	428	298	180	334	386	286	224	403	49,2
9	248	259	333	210	344	282	370	358	356	278	49,2

Tabela 6 - Resultados para Absorção de Água [%] - Segundo Experimento

	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6	CP 7	CP 8	CP 9	CP 10	$\eta$ [dB]
1	3,5	6,8	5,8	5,6	4,7	3,4	5,2	4,1	6,7	3,7	-14,1
2	6,1	6,7	5,8	7,7	6,5	5,4	6,8	6,5	5,6	6,6	-16,1
3	4,3	7,7	7,1	3,7	9,2	3,2	3,3	4,7	3,6	3,7	-14,7
4	5,2	5,4	5,1	6,8	6,7	5,9	7,4	4,3	4,4	-	-15,2
5	3,9	5,6	5,2	5,5	3,9	4,6	4,2	5,7	5,2	6,3	-14,1
6	5,0	4,3	5,9	4,7	6,9	4,8	4,6	8,0	6,3	8,0	-15,6
7	6,0	9,1	6,0	5,9	6,1	8,2	6,3	6,5	8,9	-	-17,0
8	6,5	4,3	2,4	5,7	8,6	3,7	2,5	5,1	4,7	3,7	-14,1
9	6,4	4,9	4,3	5,6	5,1	4,5	4,2	3,1	4,1	5,3	-13,7

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almeida, H. S. & Toledo, J. C. Método de Taguchi; Qualidade voltada para o projeto do produto e do processo. *Revista da Administração*, v. 24, n. 4, p. 62-68, 1989.
- Bernardin, A. M. *Delineamento de experimentos utilizando as técnicas de Taguchi para formulação de massa cerâmica*. Santa Catarina, 1994. 95p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) Curso de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina.
- Biles, W. E. A response surface method for experimental optimization of multi-response processes. *Ind. Eng. Chem., Process Des. Dev.*, v.14, n. 2, p.152-158, 1975.
- Box, G. E. P. Signal-to-Noise ratios, performance criteria, and transformation. *Technometrics*, v. 30, n. 1, p. 1-21, February 1988.
- Box, G. E. P. & Draper, N. *Empirical Model Building and Response Surfaces*. New York: John Wiley and Sons, 1987.
- Box, G. E. P., Hunter, W. G. & Hunter, J. S. *Statistics for experimenters*. New York: John Wiley, 1978.
- Box, G. E. P. & Jones, S. P. Designing products that are robust to the environment. *Total Quality Management*, v. 3, n. 3, p. 265-282, 1992.
- Box, G. E. P. et alli Quality practices in Japan. *Quality Progress*, p. 37-41, March, 1988.
- Byrne, M. D. & Taguchi, S. The Taguchi approach to parameter design. *Quality Progress*, p. 19-26, December, 1987.
- Campos, V. F. *TQC - Controle da qualidade total (no estilo japonês)*, Belo Horizonte, MG: Fundação Christiano Ottoni, Escola de Engenharia da UFMG, 1992, 220 p. (Rio de Janeiro, Bloch Ed.).
- Caten, C.S. & Ribeiro, J.L. Um estudo de caso na área da Engenharia da Qualidade. Encontro Nacional de Engenharia de Produção, João Pessoa, Paraíba. *Anais do XIV Encontro Nacional de Engenharia de Produção* : Ed. Universitária UFPB v. 2, p. 1131-1136, 1994

- Caten, C.S. & Ribeiro, J.L. *Estudo de Otimização da bandas de rodagem pré-curadas*. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil, 1995a, 32 p. (Relatório Técnico, 01/95).
- Caten, C.S. & Ribeiro, J.L. *Otimização experimental da qualidade: Massas cerâmicas e processo de fundição*. Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil, 1995b, 45 p. (Caderno Técnico 05/95).
- Caten, C. S. & Ribeiro, J. L. Custos da qualidade e manufatura: Um estudo de caso em uma empresa química. Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil, 1995c, 21 p. (Caderno Técnico 06/95).
- Chan, L, K. & Cheng, S. W. & Wang, Z. M. Applications of loss function and tolerance design. *ASQC Quality Congress Transactions*, Milwaukee, p. 539-546, 1991.
- Chang, I. S. & Shivpuri, R. A Multiple-Objective Decision-Making Approach for assessing simultaneous improvement in die life and casting quality in a die casting process. *Quality Engineering*, v. 7, n. 2, p. 371-383, 1994-1995.
- Coleman, D. E. & Montgomery, D. C. A sistematic approach to planning for a design industrial experiment. *Technometrics*, v. 35, n. 1, p. 1-12, February, 1993.
- Deming, W.E. *Out of the crisis*. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA, 1986.
- Echeveste, M.E. et alli *Planejamento de experimentos e otimização em um processo de pintura de lentes de contato*. Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil, 1995, 20 p. (Relatório Técnico 04/95).
- Elsayed, E. A. & Chen, A. Optimal levels of process parameters for products with multiple characteristics. *International Journal of Production Research*, v. 31, n. 5, p. 1117-1132, 1993.
- Goik, P.; Liddy, J. W. & Taam, W. Use of desirability functions to determine operating windows for new product designs. *Quality Engineering*, v. 7, n. 2, p. 267-276 1995.
- Gunter, B. A perspective on the Taguchi methods. *Quality Progress*, p. 44-52, June, 1987.
- Hahn, G. J. Some things engineers should know about experimental design. *Journal of Quality Technology*, v. 9, n. 1, p. 13-20, 1977.

- Hendrix, C. D. Signal-to-noise ratios: a wasted effort. *Quality Progress*, p.75-76, July, 1991.
- Kapur, K. C. & Cho, B. R. Univariate and multivariate quality loss function. *Proceedings of the IASTED International Conference*, Massachusetts, USA, p. 9-13. October, 1991?.
- Leon, R. B.; Shoemaker, A. C. and Kacker, R. N. Performance measures independent of adjustment. *Technometrics*, v. 29, p. 253-285, 1987.
- Lucas, M. J. How to achieve a robust process using response surface methodology. *Journal of Quality Technology*, v. 26, n. 4, p. 248-260, 1994.
- Montgomery, D.C. *Design and analysis of experiments*. New York: John Wiley and Sons, 2nd ed. 1984.
- Montgomery, D.C. & Peck, E. A. *Introduction to Linear Regression Analysis*. New York: John Wiley and Sons, 2nd ed. 1991.
- Myers, R. H. & Carter, W. H. C. Response surface techniques for dual response systems. *Technometrics*, v. 15, n. 2, p. 301-317, 1973.
- Myers, R. H., Khuri, A. I. & Carter, W. H. C. Response surface methodology: 1966-1988. *Technometrics*, v. 31, n. 2, p.137-157, 1989.
- Myers, R. H., Khuri, A. I. & Vining, G. Response surface alternatives to the Taguchi robust parameter design approach. *The American Statistician*, v. 46, n. 2, p. 131-139, 1992.
- Nandakumar, P., Datar, S. M. & Akella, R. Models for measuring and accounting for cost of conformance quality. *Management Science*, v. 39, n. 1, p. 1-16, 1993.
- Nanni, L. F. & Ribeiro, J.L. *Planejamento e avaliação de experimentos.*, CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, Brasil, 1991, 134 p. (Caderno de Engenharia 17/87).
- Oh, H. L. Variation tolerant design. Quality: Design, Planning, and Control. *ASME, PED*, v. 27, p. 137-148, 1987?.
- Pasa, G. S.; Ribeiro, J. L. & Caten, C. S. *Otimização de qualidade em um processo de produção de borracha*. Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil, 1995, 13 p. (Caderno Técnico 07/95).
- Pignatiello Jr., J. J. Strategies for robust multiresponse quality engineering, *IIE Transactions*, v. 25, p. 5-15, 1993.

- Ribeiro, J. L. A engenharia de qualidade e a função perda de Taguchi. *EGATEA, Revista da Escola de Engenharia da UFRGS*, v. 20, n.1, Porto Alegre, Brasil. 1992.
- Ribeiro, J. L. & Albin, S. An objective function of multiple quality characteristics for parameter optimization experiments. *IE Working Paper*, p. 1-15, Department of Industrial Engineering, Rutgers University, USA, 1993.
- Ribeiro, J. L. & Echeveste, M. E. *A aplicação do projeto de experimentos no ambiente QFD*. Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil, 1994, 20 p. (Caderno Técnico 03/94).
- Ribeiro, J. L. & Elsayed, E. A. A gradient loss function for process optimization. *IE Working Paper*, p. 1-23, Department of Industrial Engineering, Rutgers University, USA, 1993.
- Riboldi, J. & Nascimento, L. C. S. C. *Metodologia de superfície resposta: Uma abordagem introdutória*. Instituto de Matemática/UFRGS, Porto Alegre, Brasil, 1994, 84 p. (Caderno de Matemática e Estatística, Série B, n. 25)
- Roesch, S. M. A. *A dissertação de mestrado em administração: Proposta de uma tipologia*. Programa de Pós-graduação em Administração, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil, 1994, 14 p. (Série Documentos para Estudo 14/94).
- Sullivan, L. P. A new approach to quality. *Quality Progress*, v. 17, n. 7, p. 15-21, July, 1984.
- Taguchi, G.; Elsayed, E. A. and Hsiang, T. *Engenharia de Qualidade em Sistemas de Produção: tradução Regina Cláudia Loverri; revisão técnica José Carlos de Castro Waeny*. São Paulo: McGraw-Hill, 1990, 235 p.
- Taguchi, G. & Clausing, D. Quality Robust. *Havard Business Review*, Jan/Fev, 1990.
- Tribus, M. & Szonyl, G. An alternative view of the Taguchi approach. *Quality Progress*, p. 46-52, May, 1989.
- Turino, J. From Design for Test to Concurrent Engineering (s.l.) (s.d.) p. 345-349, (19--).
- Vick Jr., J. E. Design of experiments and the waste of subjectivity. *Industrial Engineering*, p. 58-61, Nov, 1992.
- Vining, G. G. & Myers R.H. Combining Taguchi and response surface philosophies: a dual response approach. *Journal of Quality Technology*, v. 22, n. 1, p. 38-45, 1990.

Winterbottom, A. The use of a generalized signal-to-noise ratio to identify adjustment and dispersion factors in Taguchi experiments. *Quality and Reliability Engineering International*, v. 8, p. 45-56, 1992.

Yum, B. J. & Ko S. W. On Parameter design optimization procedures. *Quality and Reliability Engineering International*, v. 7, p. 39-46, 1991.