

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO**

CLEO SCHMITT SILVEIRA

**GESTÃO DE CLIENTES: UM
FRAMEWORK PARA INTEGRAR AS
PERSPECTIVAS DO PORTFÓLIO DE
CLIENTES E DO CLIENTE INDIVIDUAL**

**Porto Alegre
2016**

CLEO SCHMITT SILVEIRA

**GESTÃO DE CLIENTES: UM
FRAMEWORK PARA INTEGRAR AS
PERSPECTIVAS DO PORTFÓLIO DE
CLIENTES E DO CLIENTE INDIVIDUAL**

**Tese apresentada como requisito parcial para a
obtenção do grau de Doutor em Administração.**

Orientador: Prof. Dr. Fernando Bins Luce

**Porto Alegre
2016**

CIP — CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

Silveira, Cleo Schmitt

Gestão de clientes: um *framework* para integrar as perspectivas do portfólio de clientes e do cliente individual / Cleo Schmitt Silveira. – Porto Alegre: PPGA da UFRGS, 2016.

225 f.: il.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Administração, Porto Alegre, BR–RS, 2016. Orientador: Fernando Bins Luce.

1. Gestão de clientes. 2. Gestão de portfólio de clientes. 3. Otimização do portfólio de clientes. 4. Valor vitalício do cliente. I. Luce, Fernando Bins. II. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Reitor: Prof. Carlos Alexandre Netto

Vice-Reitor: Prof. Rui Vicente Oppermann

Pró-Reitor de Pós-Graduação: Prof. Vladimir Pinheiro do Nascimento

Diretor da Escola da Administração: Prof. Hugo Fridolino Müller Neto

Coordenador do PPGA: Prof. Walter Meucci Nique

Bibliotecária-chefe da Escola da Administração: Tânia Marisa de Abreu Fraga

CLEO SCHMITT SILVEIRA

**GESTÃO DE CLIENTES: UM
FRAMEWORK PARA INTEGRAR AS
PERSPECTIVAS DO PORTFÓLIO DE
CLIENTES E DO CLIENTE INDIVIDUAL**

**Tese apresentada como requisito parcial para a
obtenção do grau de Doutor em Administração.**

Conceito final: Aprovado com louvor
Aprovado em 5 de maio de 2016.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. João Luiz Becker – PPGA/UFRGS

Prof. Dr. Carlos Alberto Rossi – PPGA/UFRGS

Prof. Dr. José Afonso Mazzon – FEA/USP

Prof. Dr. Guilherme Liberali – Erasmus University

Orientador: Prof. Dr. Fernando Bins Luce – PPGA/UFRGS

Tudo é incerto e derradeiro.
Tudo é disperso, nada é inteiro.

— FERNANDO PESSOA

AGRADECIMENTOS

A decisão de cursar o doutorado foi algo marcante na minha vida por ter significado uma mudança de rumo. Ao longo dessa caminhada, muitas pessoas foram importantes por diferentes motivos. Inicialmente, gostaria de agradecer àquele que me incentivou a ter coragem de seguir um sonho, o Professor Fernando Bins Luce, pelo apoio e sábios conselhos em todos os momentos. Caro Professor Luce, muito obrigada pela inestimável e sempre prestativa orientação. A amizade e admiração que tenho pelos colegas Rodrigo Castilhos e Marta Oliveira também foram determinantes para que essa escolha fosse tomada. Estar em boa companhia é um dos prazeres da vida. Claro que eu não teria essa valentia se não soubesse que poderia contar com o apoio incondicional do meu companheiro, Sandro Fetter; dos meus pais, João Cristóvão e Maria da Graça, e das minhas queridas irmãs, Julia e Natália. Tenho muita sorte de ter vocês sempre ao meu lado.

Foram muitos desafios e aprendizados, desde as disciplinas iniciais de Teorias Organizacionais – na qual a Professora Maria Ceci Misoczky mostrou o quão pequenos somos perante a imensidão do conhecimento existente –, de Teoria de Marketing – em que o Professor Carlos Rossi apresentou diversos pensamentos interessantes de Marketing, os quais alimentaram o meu espírito crítico – e de Marketing Estratégico – na qual o Professor Fernando Bins Luce trouxe artigos teóricos fundamentais para posicionar a minha pesquisa. Lições que continuaram nas disciplinas de Marketing de Serviços e de Comércio Eletrônico – nas quais a Professora Cristiane Pizzutti contribuiu para enriquecer os meus conhecimentos sobre essas áreas – e nas disciplinas da área financeira: Teoria Financeira e Métodos Quantitativos aplicados à Finanças – nas quais os Professores Jairo Procianoy e Marcelo Perlin foram receptivos à ideia de aproximação entre as áreas e apresentaram conceitos e teorias que acabei incorporando a esta tese. E estenderam-se por disciplinas do curso de Economia: Econometria I e Econometria II – nas quais os Professores Marcelo Portugal e Flávio Augusto Ziegelmann foram igualmente cordiais ao apresentarem várias modelagens úteis. Agradeço a todos pela dedicação e ensinamentos que me foram passados.

Durante esse período, alguns colegas da área de marketing do PPGA: Luiza Bortoli, Priscila Esteves, Renato Hubner e Getúlio Reale foram importantes para que eu conseguisse superar as dificuldades iniciais do curso. Conte também com o apoio dos colegas Mauro Mastella, Henrique Martins, Camilo Bornia, Rodrigo Silva e Guilherme Bucco para ultrapassar os

limites da área de marketing e avançar em campos, até então, novos para mim. Obrigada pela ajuda de vocês. Sou grata também ao Professor Guilherme Liberali pelas contribuições recebidas no projeto de tese, assim como ao sempre gentil Professor João Luiz Becker pelo auxílio e sugestões dadas ao longo de todo este estudo.

De forma especial, gostaria de expressar meu agradecimento ao colega Rodrigo Silveira, um grande parceiro de pesquisa cujas contribuições foram inúmeras. Rodrigo, o teu apoio e incentivo foram essenciais para a realização desta tese. Muito obrigada! Igualmente especial é o meu agradecimento ao Professor Filipe Zabala pela parceria e por compartilhar seus conhecimentos estatísticos de forma tão aberta. Filipe, obrigada por toda generosidade e dedicação despendida.

Por fim, gostaria de dedicar esta tese ao meu querido e amado filho, Joaquim, que nasceu em meio a esta jornada. Espero poder retribuir a oportunidade de ter estudado em uma Universidade pública e contribuir para que tenhamos um futuro melhor para o Brasil.

RESUMO

A gestão de clientes é um processo que envolve a tomada de decisões estratégicas, que influenciam a composição do portfólio de clientes da companhia, e operacionais, que afetam o relacionamento dos clientes com a empresa no dia a dia. O *framework* sugerido nesta tese propicia a integração dessas duas perspectivas, permitindo aos gestores alocarem melhor os recursos de marketing, por possibilitarem (a) o incremento da eficiência da carteira de clientes, a partir da sua otimização, e (b) a identificação dos clientes mais propensos a gerarem lucros futuros, com base na modelagem de *customer lifetime value* (CLV) desenvolvida. A abordagem de otimização do portfólio de clientes foi elaborada para auxiliar os gestores a definirem os segmentos que devem ser alvo dos investimentos de marketing e tem como objetivo indicar a composição da carteira de clientes que proporcionará a rentabilidade, a diversificação do risco e a lucratividade desejadas pelos acionistas. A abordagem sugerida é uma adaptação para o marketing da teoria financeira do portfólio. Foram incluídas restrições específicas para a área de gestão de clientes que asseguram a exequibilidade dos portfólios recomendados, tanto em relação à necessidade de aquisição de clientes ou de redução da participação dos segmentos na carteira, quanto em relação à manutenção da lucratividade da empresa. Ademais, foram incorporadas opções de estimação do retorno, tais como a inclusão da tendência à série com base na modelagem SUR, além de serem avaliadas a utilização de duas *proxies* para o risco, a variância e o *Conditional Value at Risk*. De acordo com o *framework* de gestão de clientes proposto, a implementação das decisões estratégicas é viabilizada a partir da integração da análise dos resultados obtidos pela otimização com a avaliação proporcionada pelo modelo de CLV sugerido. Este, além de englobar a evolução do comportamento do cliente ao longo do relacionamento da empresa, considera o retorno e a matriz de probabilidade de troca de segmento de maneira individualizada. A heterogeneidade da matriz de Markov foi alcançada a partir da combinação convexa da matriz de transição geral com a matriz personalizada de cada cliente, possibilitando, assim, a priorização de clientes pertencentes a um mesmo segmento. O *framework* sugerido foi aplicado na base de clientes de uma grande empresa que atua nacionalmente na indústria de serviços financeiros. Após a constatação de que os segmentos podem gerar diferentes retornos e representar distintos níveis de risco para a companhia, foi feita a comparação dos resultados dos portfólios recomendados com o realizado. Os portfólios sugeridos desempenharam melhor de maneira consistente em termos de lucratividade e de eficiência, medida a partir do *sharpe*

ratio. Em relação ao modelo de CLV, os resultados foram comparados com os obtidos a partir do modelo de Pfeifer & Carraway (2000), utilizado como ponto de partida para o seu desenvolvimento. As modificações incorporadas, além de possibilitarem a individualização por cliente, aumentaram a precisão da previsão dos valores individuais e a qualidade do ordenamento, mantendo a capacidade de avaliação do valor da base. Para resumir, foi proposto um *framework* de gestão de clientes que inclui a avaliação do risco, possibilitando aos gestores uma visão holística do negócio e particular de cada cliente.

Palavras-chave: Gestão de clientes. Gestão de portfólio de clientes. Otimização do portfólio de clientes. Valor vitalício do cliente.

Customer management: a framework for integrating customer portfolio and customer perspectives

ABSTRACT

Customer management is a process that involves strategic decision-making, which influence the composition of the customer portfolio, and operational decision making, which affect the relationship of each customer with the company. The proposed framework provides the integration of the strategic and operational perspectives, empowering managers to better allocate marketing resources as it enables (a) the increase of the efficiency of the customer portfolio, through its optimization, and (b) the identification of the customers that are more likely to bring profit in the future, through the customer lifetime value (CLV) model developed. The customer portfolio optimization method was built to help managers to define the customer segments that should be the target of their marketing investments. Its purpose is to indicate the customer portfolio composition that will provide the return, profitability and risk diversification desired by shareholders. The suggested approach is an adaptation to marketing of financial portfolio theory. In this way, customer management specific constraints were included to ensure the applicability of the recommended portfolios in terms of either the necessity of acquiring new customers or reducing the importance of a given segment in the portfolio as well as in terms of maintaining the company's profitability. Furthermore, options of estimating return were incorporated such as the inclusion of the trend in the time series based SUR modeling as well as the optimizations were evaluated considering two proxies for risk, variance and Conditional Value at Risk. According to the proposed framework, the implementation of the strategic decisions concerning the changes needed in the customer portfolio become possible through the integration of the results of the optimization with the estimation of the value of each customer provided by the CLV model developed. In this model, besides accounting for the evolution of the customer behavior throughout the duration of his relationship with the company, we also consider, for each customer, his individual return and his individual transition matrix. The heterogeneity of the Markov matrix was reached with a convex combination of the general transition matrix and the personalized matrix of each customer. It, therefore, enables managers to prioritize customers of the same segment. The suggested framework was applied to the customer database of a large national company from the financial services industry. Once evidenced that the customer segments can generate different returns and can have different levels of risk for

the company, we compared the results of the recommended with the current. The portfolios suggested by the optimization performed consistently better in terms of profitability and efficiency, measured through sharpe ratio. Concerning the CLV model developed, we compared the results with Pfeifer & Carraway (2000) model, which was used as the start point for our model. The improvements implemented not only allowed the estimation of CLV at the individual level, but also increased the precision of the predictions for the customer lifetime values and for the customer ranking, maintaining the quality of the customer equity forecast. To sum up, our proposed framework which includes risk assessment enables marketing managers to have a holistic vision of their customer portfolio and to drilldown into a particular vision of each customer.

Keywords: Customer management. Customer portfolio management. Customer portfolio optimization. Customer lifetime value.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AAS	<i>Always-a-share</i> (sempre uma parcela)
AIC	Critério de informação de Akaike
B2B	<i>Business-to-business</i> (de empresa para empresa)
B2C	<i>Business-to-consumer</i> (de empresa para o consumidor)
BB	Beta-Bernoulli
BG	Beta-geométrica
CAPM	<i>Capital asset pricing model</i> (modelo de precificação de ativos financeiros)
CE	<i>Customer equity</i> (valor do cliente)
CLV	<i>Customer lifetime value</i> (valor vitalício do cliente)
CVaR	<i>Conditional value at risk</i> (valor condicional em risco)
G-D	<i>Goods-dominant</i> (dominante de produto)
LFG	<i>Lost-for-good</i> (perdido para sempre)
MAE	<i>Mean absolute error</i> (erro absoluto médio)
MDAE	<i>Median absolute error</i> (erro absoluto mediano)
NBD	<i>Negative binomial distribution</i> (distribuição binomial negativa)
PDO	<i>Periodic death opportunity</i> (oportunidade periódica de morte)
RFM	<i>Recency, frequency, monetary value</i> (recência, frequência, valor monetário)
RMSE	<i>Root mean square error</i> (raiz quadrada do erro quadrático médio)
sBG	<i>shifted</i> Beta-geométrica
S-D	<i>Service-dominant</i> (dominante de serviço)
SOW	<i>Share of wallet</i> (participação na carteira)
SR	<i>Sharpe ratio</i> (índice de Sharpe)
SUR	<i>Seemingly unrelated regressions</i> (regressões aparentemente não relacionadas)

TMP Teoria moderna do portfólio

VaR *Value at risk* (valor em risco)

WACC *Weighted average cost of capital* (custo de capital da empresa)

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 <i>Framework</i> de gestão de clientes	27
Figura 2 Relação entre satisfação e lucro.....	33
Figura 3 Esquemas de segmentação de clientes.....	39
Figura 4 Análise dos segmentos de clientes.....	40
Figura 5 Passos para a gestão dinâmica de portfólio de clientes	44
Figura 6 Exemplo de modelagem da dinâmica dos clientes	45
Figura 7 Desempenho do portfólio de dois ativos com diferentes níveis de correlação	46
Figura 8 Passos para a definição do portfólio eficiente de clientes.....	80
Figura 9 Cadeia de Markov com 3 segmentos de clientes	83
Figura 10 Análise do portfólio de clientes	87
Figura 11 CVaR.....	91
Figura 12 Segmentos de clientes.....	95
Figura 13 Boxplot dos retornos dos segmentos	96
Figura 14 Distribuição dos retornos.....	97
Figura 15 Correlação dos retornos dos segmentos.....	98
Figura 16 Matriz de probabilidade de troca de segmentos	101
Figura 17 Fronteiras eficientes	103
Figura 18 Análise da lucratividade dos portfólios eficientes	104
Figura 19 Portfólios eficientes	106
Figura 20 Evolução do portfólio	108
Figura 21 Esquema da matriz de probabilidade de troca de segmentos	121
Figura 22 Microsegmentação com base no CLV	133
Figura 23 CLV médio dos segmentos – modelo B.....	136
Figura 24 Análise dos quantis – modelo R	138
Figura 25 Etapas para estimação do CLV – modelo E.....	139
Figura 26 Variáveis para cada situação – modelo E.....	141
Figura 27 Análise dos quantis – modelo E	142
Figura 28 Análise dos quantis – modelo M	144
Figura 29 Comparação do CLV médio dos segmentos	145
Figura 30 Microsegmentação – modelo M.....	148
Figura 31 Relação da probabilidade dos clientes com perfis típicos pertencerem aos segmentos	150

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	Comparação entre as abordagens centrada no produto e centrada no cliente	31
Quadro 2	Definições de CLV	51
Quadro 3	Contextos de utilização de modelos probabilísticos	56
Quadro 4	Estudos sobre o risco no contexto do portfólio de clientes	66
Quadro 5	Variáveis de entrada utilizadas na otimização.....	110
Quadro 6	Exemplos de variáveis preditoras candidatas.....	125
Quadro 7	Métricas de capacidade preditiva dos modelos de CLV	132
Quadro 8	Variáveis candidatas a preditoras	135
Quadro 9	Identificação dos modelos de CLV.....	135

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Definição dos limites de participação dos segmentos	78
Tabela 2	Retorno médio e risco dos segmentos	96
Tabela 3	Correlação serial dos retornos dos segmentos	97
Tabela 4	Teste M de Box	98
Tabela 5	Comparação das matrizes de similaridade de troca.....	99
Tabela 6	Participações históricas, composição esperada e limites.....	100
Tabela 7	Comparação evolução histórica e portfólios eficientes	109
Tabela 8	Períodos de calibragem e validação das amostras	109
Tabela 9	Resultados dos portfólios sugeridos vs realizado – opção 1	111
Tabela 10	Resultados dos portfólios sugeridos vs realizado – opção 2	112
Tabela 11	Resultados dos portfólios sugeridos vs realizado – opção 3	113
Tabela 12	Resultados dos portfólios sugeridos vs realizado – opção 4	114
Tabela 13	Variáveis dependentes do vetor <i>Evec</i>	124
Tabela 14	Comparação da capacidade preditiva dos modelos	146
Tabela 15	Perfis demográficos típicos para cada segmento	149
Tabela A1	Propostas de modelagens de CLV, CE e de variáveis de entrada desses modelos	170
Tabela B1	Composição dos portfólios sugeridos na calibragem – opção 1	180
Tabela B2	Composição dos portfólios sugeridos na calibragem – opção 2.....	181
Tabela B3	Composição dos portfólios sugeridos na calibragem – opção 3	182
Tabela B4	Composição dos portfólios sugeridos na calibragem – opção 4.....	183

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	20
1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E JUSTIFICATIVA	22
1.2 OBJETIVOS	25
1.2.1 Objetivo geral	25
1.2.2 Objetivos específicos	25
1.3 ESTRUTURA DA TESE	26
2 REFERENCIAL TEÓRICO	29
2.1 A CENTRALIDADE NO CLIENTE	29
2.1.1 O consenso: a satisfação dos clientes e dos acionistas	32
2.1.2 As métricas de longo prazo: do <i>brand equity</i> para o <i>customer equity</i>	36
2.1.3 A segmentação na nova era	38
2.2 GESTÃO DO PORTFÓLIO DE CLIENTES.....	41
2.2.1 Teoria de marketing de gestão de portfólio	43
2.2.2 Teoria financeira de gestão portfólio	46
2.2.3 Adaptação da teoria financeira para a gestão de portfólio de clientes	48
2.3 ANÁLISE INDIVIDUAL DO CLIENTE	50
2.3.1 <i>Customer equity</i>	50
2.3.2 Valor vitalício do cliente	51
2.3.3 Os modelos de CLV e <i>customer equity</i>	55
2.4 O RISCO NA GESTÃO DE CLIENTES.....	62
2.5 CONCLUSÃO	68
3 GESTÃO DO PORTFÓLIO DE CLIENTES	69
3.1 TEORIA MODERNA DO PORTFÓLIO	70
3.1.1 Otimização do portfólio	72
3.1.2 Portfólio de clientes	74
3.1.3 Restrições específicas	78
3.2 FRONTEIRA EFICIENTE.....	80
3.2.1 Segmentação	80
3.2.2 Estimação do retorno dos segmentos	82
3.2.3 Estimação do risco dos segmentos	82
3.2.4 Estimação da matriz de probabilidade de troca	83
3.2.5 Definição dos limites de participação dos segmentos	85
3.2.6 Definição da lucratividade mínima da empresa	86
3.2.7 Definição dos retornos alvo	87
3.2.8 Construção da fronteira eficiente	87
3.2.9 Definição da priorização de segmentos	89
3.3 ALTERNATIVAS DE PREVISÃO	89
3.3.1 Retorno: inclusão de tendência	89
3.3.2 Risco: <i>Conditional-Value-at-Risk</i>	90
3.4 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO	92
3.4.1 Dados	93
3.4.2 Otimização do portfólio da empresa	94
3.5 CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES GERENCIAIS.....	116
3.6 LIMITAÇÕES DA OTIMIZAÇÃO	117

4 ANÁLISE INDIVIDUAL DO CLIENTE	118
4.1 MODELOS DE CLV	119
4.1.1 Modelo de retorno individual.....	120
4.1.2 Modelo de migração individual	123
4.1.3 Modelo misto	130
4.2 TENDÊNCIA DA LUCRATIVIDADE.....	131
4.3 SELEÇÃO DO MODELO.....	133
4.4 COMPOSIÇÃO DO PORTFÓLIO.....	134
4.5 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DOS MODELOS DE CLV.....	135
4.6 CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES GERENCIAIS.....	151
4.7 LIMITAÇÕES DOS MODELOS	152
5 CONCLUSÕES	153
5.1 IMPLICAÇÕES GERENCIAIS	156
5.2 LIMITAÇÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	158
REFERÊNCIAS.....	160
APÊNDICE A — LEVANTAMENTO DE MODELAGENS DE CLV, CE E AFINS ...	170
APÊNDICE B — TABELAS ADICIONAIS	181
APÊNDICE C — MODELO CLV E – MODELOS SELECIONADOS.....	185
APÊNDICE D — FUNÇÕES PROGRAMADAS NO <i>SOFTWARE R</i>.....	208
D.1 FUNÇÕES PRIMÁRIAS GERAIS	208
D.1.1 Função para segmentar de acordo com o perfil de risco (variável 1).....	208
D.1.2 Função para segmentar de acordo com o montante de investimento (variável 2)	208
D.1.3 Função para combinar dois critérios de segmentação (variáveis 1 e 2)	209
D.1.4 Função para criar filtros referentes à segmentação	209
D.1.5 Função para estimar a matriz de probabilidade de transição	209
D.1.6 Função para calcular o retorno dos segmentos	210
D.1.7 Função para definir os limites de participação dos segmentos	211
D.1.8 Função para estimar a tendência da série	211
D.2 FUNÇÕES PRIMÁRIAS REFERENTES À OTIMIZAÇÃO	212
D.2.1 Função para otimizar o portfolio de clientes (variância).....	212
D.2.2 Função para construir a fronteira da eficiência (variância)	213
D.2.3 Função para otimizar o portfolio de clientes (CVaR)	214
D.2.4 Função para construir a fronteira da eficiência (CVaR)	215
D.3 FUNÇÕES PRIMÁRIAS REFERENTES AOS MODELOS DE CLV.....	216
D.3.1 Função para contar as migrações entre os segmentos – modelos E e M.....	216
D.3.2 Função para criar a matriz das variáveis independentes – modelos E e M.....	216
D.3.3 Função para criar as matrizes contendo as variáveis dependentes e indepen-	
dentes – modelos E e M.....	217
D.3.4 Função para limitar o número de variáveis preditoras – modelos E e M.....	217
D.3.5 Função para selecionar os modelos – modelos E e M	218
D.3.6 Funções para extrair os coeficientes dos modelos selecionados – modelos E e M	218
D.3.7 Função para criar o vetor E – modelos E e M.....	219
D.3.8 Função para criar as matrizes individuais – modelos E e M	219
D.3.9 Função para estimar o CLV – Modelo B.....	220
D.3.10 Função para estimar o CLV – Modelo R	220
D.3.11 Função para estimar o CLV – Modelo E.....	221
D.3.12 Função para estimar o CLV – modelo M.....	222

D.4 FUNÇÕES ENCADEADAS	222
D.4.1 Função unificada para segmentar e estimar a matriz de probabilidade, o retorno e o risco dos segmentos	222
D.4.2 Função unificada para construir a fronteira eficiente	224
D.4.3 Função para construir as matrizes individuais – modelo E	225
D.4.4 Função para comparar a capacidade de previsão dos modelos de CLV	226

1 INTRODUÇÃO

Os acionistas, em última instância, avaliam seus investimentos de acordo com o retorno e risco financeiro do negócio. No entanto, para que uma empresa seja bem-sucedida, é preciso ter clientes, fornecedores, funcionários e interagir com a sociedade em geral. O papel da área de marketing tem sido o de representar a empresa perante os clientes, embora afirme ser o representante dos clientes na empresa (SHETH e SISODIA *in* BROWN *et al.*, 2005). O discurso do marketing desde as escolas modernas tem sido o de satisfazer clientes (LEVITT, 1960). A justificativa para os acionistas seria a de que clientes satisfeitos proporcionariam um desempenho financeiro superior para a empresa. Ainda que diversas pesquisas acadêmicas tenham comprovado tal ligação (ANDERSON; FORNELL; MAZVANCHERYL, 2004; FORNELL *et al.*, 2006; GRUCA; REGO, 2005; MORGAN; REGO, 2006; AKSOY *et al.*, 2008; TULI; BHARADWAJ, 2009), a área de marketing continua sob pressão para demonstrar em números a validade de seu discurso, de modo que, na academia, há os que acusem o marketing de adotar apenas o ponto de vista da empresa (OSBORNE; BALLANTYNE, 2012) e, em relação às empresas, há estudos que argumentam que seria possível ter clientes lucrativos insatisfeitos, em função de custos de mudança (BURNHAM; FRELS; MAHAJAN, 2003) e da viabilidade das ofertas dos concorrentes (GUSTAFSSON; JOHNSON; ROOS, 2005).

Na luta para demonstrar seu valor para os acionistas e justificar os investimentos para satisfazer e cultivar o relacionamento com os clientes, a área de marketing afirma que a marca – *brand equity* – e a base de clientes – *customer equity* – são ativos intangíveis que proporcionarão retornos de longo prazo para a empresa (AMBLER *et al.*, 2002). Diante disso, os acionistas com visão de longo prazo deveriam utilizar o *brand equity* e *customer equity* como métricas complementares aos amplamente aceitos indicadores de curto prazo: faturamento e participação de mercado. A discussão de curto *versus* longo prazo transcende a área de marketing, sendo igualmente relevante para a área financeira.

De acordo com a teoria financeira de avaliação de ativos, os investidores seriam avessos ao risco, de maneira que, para aceitarem ficar expostos a riscos mais elevados, desejariam receber retornos superiores (SMART; GITMAN; MEGGINSON, 2007). Portanto, se uma base de clientes satisfeitos representa um risco menor para a empresa, ao reduzir a volatilidade do seu fluxo de caixa (GRUCA; REGO, 2005), segundo a teoria financeira, seria esperado que o retorno financeiro dos clientes satisfeitos (leais) fosse inferior e não superior, conforme argu-

mentam Anderson, Fornell & Mazvancheryl (2004). Em recente pesquisa, Aksoy *et al.* (2008) incluíram na análise o fator risco para que fosse possível demonstrar que o portfólio de ações de empresas que possuíam altos e crescentes índices de satisfação de clientes apresentavam resultados financeiros superiores. Por outro lado, alguns autores encontraram evidências de que os clientes leais (mesmo que satisfeitos) poderiam não ser lucrativos (REINARTZ; KUMAR, 2002; KUMAR, 2008; KUMAR; SHAH, 2009).

Existiria, então, um *trade-off* entre satisfação e lucratividade? O discurso do consenso cliente-acionista segue sendo válido mesmo diante da possibilidade de clientes fiéis não serem lucrativos? A redução do risco também não seria um benefício para os acionistas? Fica a reflexão: clientes mais satisfeitos são menos arriscados e (ou) mais rentáveis? Se um dos benefícios esperados de uma base de clientes satisfeita seria gerar fluxos de caixa mais estáveis e, com isso, reduzir o nível de risco da empresa, algo desejado pelos acionistas por melhorar a eficiência da companhia, a análise dos clientes não deveria contemplar o risco? Sob essa perspectiva, não existiria espaço para que houvesse consenso entre as partes: clientes satisfeitos – redução do risco da empresa – acionistas satisfeitos? Para Buhl & Heinrich (2008), Dhar & Glazer (2003), Ryals (2002), Ryals & Knox (2005), Tarasi *et al.* (2011), as empresas deveriam priorizar e segmentar os seus clientes não apenas de acordo com a lucratividade que proporcionam, mas também em função do risco que representam. Gupta *et al.* (2006, p. 150) além de compartilharem dessa opinião, defendem a mudança do foco de análise da clientela da companhia – do cliente para o portfólio: "Decisões locais ótimas relacionadas à aquisição e desenvolvimento (de relacionamentos) com os clientes podem ser em alguns casos globalmente subótimas sob a perspectiva mais ampla do negócio". Essa situação pode ocorrer devido à possibilidade de alguns clientes altamente lucrativos, serem igualmente arriscados; em vista disso, a análise dos clientes com base exclusivamente no CLV (*customer lifetime value*) e, portanto, desconsiderando os diferentes níveis de risco que eles representam, conduziria os gestores, nesses casos, a priorizarem clientes mais arriscados em virtude de esses gerarem as maiores margens de contribuição.

1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E JUSTIFICATIVA

Os negócios tornaram-se cada vez mais de curto prazo desde que as únicas responsabilidades da empresa parecem ser com seus acionistas e com o preço das ações. Entretanto, para que sejam bem vistas pela comunidade, as empresas também deveriam se preocupar com o seu impacto na sociedade. A lealdade do cliente, bem como a dos empregados, permite que a empresa experimente o círculo virtuoso, tornando o negócio benéfico no longo prazo para todas as partes envolvidas, incluindo os acionistas. Esse não seria um jogo de ganhadores e perdedores, mas um jogo em que a soma é maior do que zero. Esse pensamento foi chamado por Mackey & Sisodia (2013) de "Capitalismo Consciente". No entanto essa não é uma ideia nova: acadêmicos e profissionais de marketing a defendem desde de que as empresas passaram a focar e se orientar pelo mercado. Assim, esse discurso tem sido difundido desde os tempos em que as empresas começaram a encontrar dificuldades para conseguir vender toda a sua produção e, com isso, passaram a se preocupar em compreender melhor as necessidades dos clientes e as capacidades de seus concorrentes. Contudo a crescente demanda dos acionistas por evidências de retornos financeiros dos investimentos está levantando dúvidas em relação a esse argumento. Diante disso, a área de marketing possui a difícil tarefa de demonstrar a sua produtividade e manter viva a sua crença principal: satisfazer clientes é algo positivo para a empresa.

Nessa jornada, as principais métricas de marketing – faturamento e participação de mercado – não são mais capazes de demonstrar o retorno das ações de marketing para os acionistas (AMBLER, 2005; LEHMANN, 2004). Assim, no final do século passado, depois de um grande esforço de acadêmicos, surgiram duas novas métricas de marketing – *brand equity* e *customer equity*. O propósito desses indicadores é o de demonstrar o valor das ações de marketing, auxiliando os gestores a alocarem melhor os recursos da área. A ideia central de ambas as métricas reside no retorno de longo prazo dos ativos intangíveis da empresa – em relação a *brand equity*, o valor da marca, e em relação a *customer equity*, o valor da base de clientes da empresa. Diferentemente das métricas de vendas e de participação de mercado, que tem foco no curto prazo, *brand equity* e *customer equity* foram concebidas para demonstrar aos acionistas o retorno de longo prazo, resultante da vantagem competitiva que a empresa terá, em comparação aos seus concorrentes, por possuir ativos valiosos. Embora existam estudos que comprovem a importância da satisfação dos clientes para o desempenho da empresa, seja por proporcionar um maior retorno ou por reduzir o risco da companhia (ANDERSON; FORNELL; MAZVANCHERYL,

2004; FORNELL *et al.*, 2006; GRUCA; REGO, 2005; MORGAN; REGO, 2006; AKSOY *et al.*, 2008; TULI; BHARADWAJ, 2009), e dos esforços de acadêmicos de marketing para desenvolver modelos de *brand equity* e de *customer equity*, até o momento, a utilização dessas métricas por parte dos acionistas e do departamento financeiro da empresa ainda é limitada (HANSSENS; RUST; SRIVASTAVA, 2009). Em geral, os modelos de *brand equity* baseados na perspectiva financeira tem como objetivo mensurar o retorno adicional (preço prêmio ou aumento de valor da empresa gerado pela marca) e ignoram o fator relativo ao risco na concepção dos modelos. Em relação aos modelos de *customer equity*, a situação é similar, a maioria dos modelos procura medir a lucratividade do cliente e ignora os diferentes níveis de risco que o cliente pode representar para a empresa. Sendo assim, apesar das evidências das pesquisas de que clientes satisfeitos podem reduzir o risco da empresa e do risco para a área financeira ser um fator chave na avaliação do desempenho das empresas, a maior preocupação dos acadêmicos de marketing no desenvolvimento de modelos de *brand equity* baseados na perspectiva financeira e de *customer equity* ainda se restringe à mensuração do retorno dos ativos. De acordo com Tarasi *et al.* (2011, p. 1), “os pesquisadores têm dado pouca atenção ao risco na teoria e na prática de segmentação de mercado e de gestão do portfólio de clientes”. Sendo assim, o risco deveria ser incluído na análise dos clientes, influenciando para que o foco de análise da clientela da companhia seja ampliado e sua gestão se torne mais eficiente.

Desde que Srivastava, Shervani & Fahey (1998) previram que as estratégias de retenção de clientes iriam ser reconhecidas por suas implicações na redução do risco (vulnerabilidade e volatilidade) do fluxo de caixa, vários estudos relacionados ao valor do cliente – CLV e *customer equity* – foram realizados. De modo geral, os modelos propostos procuraram analisar o retorno dos clientes, relacionando-o com o valor para o acionista. O foco de debate da linha de pesquisa de produtividade em marketing concentrou-se sobre a questão da importância entre reter (ter clientes leais) ou adquirir novos clientes. A princípio, a literatura recomendava que as empresas deveriam buscar satisfazer seus clientes para que eles se tornassem leais e, assim, permanecessem mais tempo no relacionamento com a empresa (REICHHELD; TEAL, 1996). À medida que a aderência dos clientes fosse maior (maior satisfação, maior lealdade, maior retenção), o fluxo de caixa da empresa seria mais estável, aumentando a eficiência para os acionistas. Nesse sentido, estudos comprovaram os benefícios que clientes satisfeitos podem proporcionar ao desempenho das empresas (ANDERSON; FORNELL; MAZVANCHERYL, 2004; FORNELL *et al.*, 2006; GRUCA; REGO, 2005; MORGAN; REGO, 2006; AKSOY *et al.*, 2008;

TULI; BHARADWAJ, 2009). Entretanto alguns autores encontraram evidências de que clientes leais poderiam não ser lucrativos, o que seria um indício de que as empresas deveriam gerir os clientes de acordo com a sua lucratividade independente de serem leais (REINARTZ; KUMAR, 2002; KUMAR; SHAH, 2009). Dando prosseguimento a esse debate, alguns autores, como Buhl & Heinrich (2008), Dhar & Glazer (2003), Ryals (2002), Ryals & Knox (2005), Ryals & Knox (2007), Tarasi *et al.* (2011), embasados na teoria financeira do portfólio, argumentaram que as empresas devem priorizar os clientes de acordo com a rentabilidade e o risco que eles apresentam para a empresa. Tarasi *et al.* (2011) demonstraram hipoteticamente que a empresa pode ter uma combinação de portfólio de clientes mais estáveis (menos arriscados), mantendo o mesmo retorno proporcionado pela atual base de clientes.

Em vista do exposto, esta tese contribui para a discussão sobre a importância da ampliação do foco de análise dos clientes de maneira a incluir a avaliação do risco na gestão da clientela. Foram realizados avanços em relação à teoria sobre a gestão de clientes, seguindo o caminho sugerido por Gupta *et al.* (2006) e iniciado por Tarasi *et al.* (2011) de buscar embasamento teórico na área financeira e modificar o foco de análise do cliente para o portfólio. As adaptações propostas nesta tese à teoria moderna de otimização do portfólio de ativos, além de permitirem a sua utilização na área de gestão de clientes, garantem a sua exequibilidade ao assegurarem a recomendação de portfólios atingíveis que proporcionem a lucratividade mínima desejada pelos acionistas. Embora o nível de análise da clientela tenha sido ampliado, permitindo avaliar o portfólio de clientes como um todo, a fim de melhorar a eficiência da gestão e propiciar soluções ótimas para a companhia, o *framework* de gestão sugerido também contempla a necessidade de as empresas avaliarem os clientes de maneira individualizada. Nesse sentido, do mesmo modo, foram realizados avanços teóricos decorrentes da proposição de um modelo de CLV que estivesse alinhado com a abordagem de otimização de portfólio de segmentos de clientes sugerida e que considerasse a heterogeneidade dos clientes. Os progressos provenientes da elaboração do modelo de CLV apresentado, que tem como ponto de partida o modelo desenvolvido por Pfeifer & Carraway (2000) – que proporciona apenas a avaliação agregada do CLV médio do segmento –, referem-se à possibilidade de avaliação dos clientes de maneira individualizada com base no seu lucro esperado e na probabilidade particular de o cliente trocar de segmento. A partir da integração dos dois níveis de análise – portfólio e cliente – proposto pelo *framework* de gestão sugerido, a priorização dos clientes pode ser realizada considerando a eficiência do portfólio como um todo e as particularidades de cada cliente. A

capacidade de ampliação e redução do foco de análise propiciada pelo *framework* de gestão e modelagens propostas é uma das principais contribuições desta tese, pois possibilita a inclusão do risco na avaliação dos clientes, tornando-a mais completa, sem que seja preciso ignorar as diferenças existentes entre os clientes, visto que permite que a empresa se relacione com o cliente de maneira personalizada quando necessário.

1.2 OBJETIVOS

Neste item, são apresentados o objetivo geral e os objetivos específicos da tese.

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo central da pesquisa foi o desenvolvimento de um *framework* de gestão de clientes que integrasse as análises do portfólio e individual, contemplando o risco associado aos clientes.

1.2.2 Objetivos específicos

Para alcançar o objetivo geral acima exposto, foi necessário atingir os seguintes objetivos específicos:

- Propor uma abordagem de gestão de portfólio de clientes que incluísse a avaliação do risco;
- Elaborar um modelo para estimação individualizada do valor do cliente;
- Elaborar funções programadas em *software* para que fosse possível:
 - avaliar os critérios de segmentação adotados;
 - otimizar o portfólio de segmentos de clientes;
 - computar o CLV individual;
 - ordenar os clientes por prioridade;
- Aplicar o *framework* de gestão de clientes sugerido na base de clientes de um empresa.

1.3 ESTRUTURA DA TESE

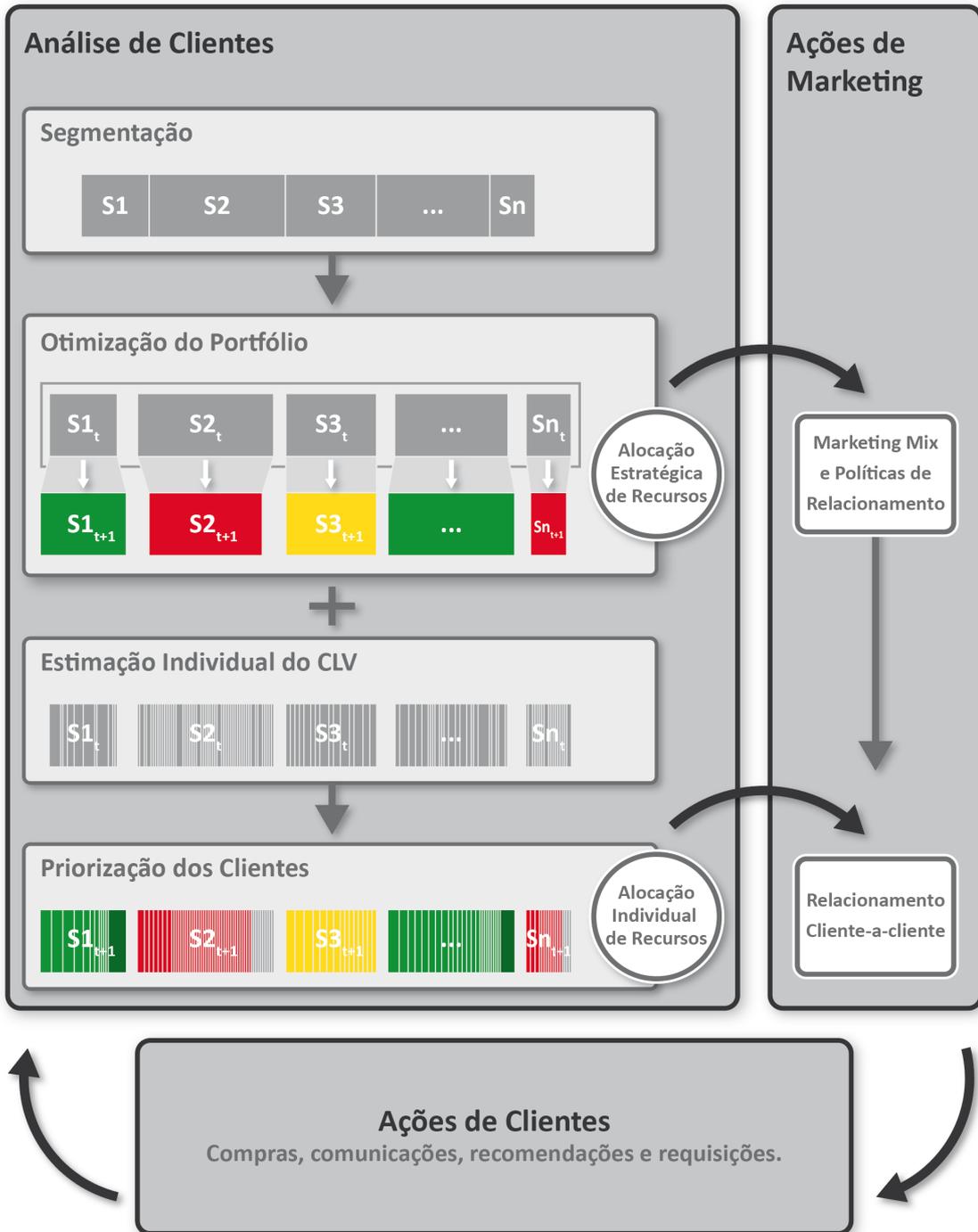
A presente tese está estruturada em cinco capítulos. O primeiro capítulo foi destinado à introdução e delimitação do tema, sendo definido o problema e justificada a relevância do estudo, assim como elencados seus objetivos. No segundo capítulo, foi construído o referencial teórico contendo as principais ideias e conceitos relacionados à gestão de clientes. O desenvolvimento do *framework* de gestão sugerido está apresentado nos capítulos seguintes. O terceiro capítulo foi dedicado à elaboração da abordagem de gestão do portfólio de clientes, baseada em conceitos financeiros e na teoria moderna do portfólio. O quarto capítulo teve como foco a análise individual, com o propósito de desenvolver um modelo de valoração do cliente que permitisse a sua avaliação de maneira individualizada. A integração das duas perspectivas de análises foi possível em função das propostas terem sido idealizadas com a preocupação de que houvesse alinhamento teórico entre elas, de modo que, embora possam ser adotadas separadamente, foram elaboradas visando compor uma proposta de *framework* de gestão de clientes que permitisse uma visão ampla do negócio e, ao mesmo tempo, contemplasse a possibilidade de tomadas de decisões individuais relativas a cada cliente.

O *framework* de gestão de clientes sugerido está representado na Figura 1. Ambas perspectivas – do portfólio e individual – estão baseadas na concepção de que a companhia sempre necessitará tomar algumas decisões relacionadas a um grupo de clientes em vista das dificuldades de implementação de uma forma de gestão completamente individualizada, na qual a empresa se comunica diretamente com cada cliente em todas as situações, assim como em função dos custos envolvidos caso todas as decisões tenham que ser tomadas cliente-a-cliente (HANSSENS, 2014). Assim sendo, o tratamento individualizado dos clientes terá como base as decisões estratégicas definidas a partir das análises dos segmentos. Logo o primeiro passo da análise de clientes será a segmentação. O passo seguinte consiste na análise do portfólio de segmentos de clientes com o propósito de melhorar a relação entre o retorno e o risco proporcionado pelos clientes da empresa. A otimização do portfólio de clientes irá apontar quais as composições de carteiras mais eficientes, que, de acordo com o nível de risco que os acionistas julgarem mais apropriado, indicarão a participação recomendada para cada segmento. Com isso, os esforços de marketing poderão ser direcionados para os segmentos nos quais os gestores desejem aumentar ou manter a importância no portfólio. A definição da alocação estratégica de recursos de modo a priorizar alguns segmentos influenciará o composto de marketing

e as políticas de relacionamentos da empresa. Contudo, para que os clientes sejam avaliados e possam ser tratados de forma particular, será necessário realizar o terceiro passo, que compreende a estimação do valor do cliente de maneira individual. A priorização dos clientes, quarto passo, será resultante da combinação dos dois níveis de análises realizados nos passos anteriores. A partir da definição de incremento (representada em verde na Figura 1), manutenção (em amarelo) ou redução (em vermelho) da participação de cada segmento, e de posse do valor individual dos clientes (representado pela espessura da barra), será possível ordenar os clientes em função do segmento ao qual pertencem e do seu CLV (*customer lifetime value*). O ranqueamento dos clientes propiciará a identificação das características comuns aos clientes pertencentes aos segmentos mais interessantes para a companhia, auxiliando no direcionamento dos esforços para conquistar novos clientes, assim como proporcionará a seleção daqueles menos valiosos pertencentes aos segmentos cuja participação na carteira a empresa deseja mitigar. Portanto a análise individual afetará o nível micro, determinando o ordenamento interno ao segmento e, com isso, a alocação individual de recursos que influenciarão as decisões relativas ao relacionamento particular de cada cliente com a companhia. As ações de marketing da empresa afetarão o comportamento de compra, as comunicações e requisições do cliente para a empresa, assim como as recomendações a outros clientes. Embora as modelagens sugeridas não contemplem o dinamismo da relação cliente-empresa, o portfólio recomendado será entendido como um alvo a ser buscado, que deverá ser reavaliado e sofrerá ajustes ao longo do tempo à medida que o comportamento dos clientes for observado.

Ao final de cada um dos dois capítulos que compreendem o *framework* de gestão, são apresentados os resultados das análises que foram realizadas na base de clientes de uma grande empresa de atuação nacional com o propósito de demonstrar a sua aplicação. Por fim, no quinto capítulo, estão apresentadas as conclusões e limitações do *framework* proposto.

Figura 1: Framework de gestão de clientes



Fonte: Elaborado pela autora

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção são abordados alguns entendimentos e conceitos sobre a gestão de clientes. Primeiramente, será discutida a filosofia de negócios predominante na atual era do marketing, a centralidade do cliente. Após, discorrer-se-á sobre a gestão do portfólio e a análise individual de clientes, apresentando diferentes propostas de modelos de valor vitalício do cliente e de *customer equity*. Por fim, serão elencadas sugestões para a inclusão do risco na gestão da clientela.

2.1 A CENTRALIDADE NO CLIENTE

A orientação para o cliente destaca-se como a filosofia de negócios dominante nas culturas corporativas das empresas contemporâneas bem-sucedidas (LUSCH; WEBSTER, 2011). De acordo com essa orientação, o foco da gestão de marketing deve ser o provimento do bem-estar dos clientes e dos acionistas da empresa (ou de uma forma mais ampla, dos clientes e das partes interessadas na companhia). Embora a compreensão de que, além de atender os interesses dos acionistas, a empresa deve satisfazer as necessidades dos clientes seja um dos pilares centrais da disciplina desde a sua proposição: “A indústria é um processo de satisfazer clientes, não um processo de produzir produtos” (LEVITT, 1960, p. 55), a nova era do marketing centrado nos clientes impulsionou o surgimento de métricas que viabilizassem a comprovação da validade desse discurso nos tempos atuais aos acionistas da companhia.

A mudança do paradigma centrado na produção e baseado em teorias econômicas, das primeiras escolas de marketing, para o paradigma centrado no mercado, no qual as ciências comportamentais são consideradas complementares às teorias econômicas, foi impulsionada em grande parte pelo excedente econômico decorrente dos avanços tecnológicos ocorridos após a Segunda Guerra Mundial. As escolas subsequentes de marketing – Gestão de Marketing, Sistemas de Marketing, Comportamento do Consumidor, Macromarketing, Troca e História do Marketing – foram fortemente influenciadas pelos pensamentos de Wroe Alderson (JONES; MOTHERSBAUGH; BEATTY, 2000), pensador que reconheceu a heterogeneidade da oferta e da demanda. A ênfase, antes na produção em massa, passa a ser nos mercados e na segmentação de mercado (SHETH; SISODIA; SHARMA, 2000). Nesse momento, satisfazer os clientes ganha relevância para os gestores das empresas, e a segmentação do mercado passa a ser uma

opção de estratégia de marketing que permite atender melhor um determinado grupo de clientes.

Embora o foco no cliente, direcionamento apontado por Drucker (1954, p. 61): “É o cliente quem determina o que é o negócio, [...] o que ele produz, e se ele irá prosperar.”, seja uma tendência crescente desde então, até o início dos anos 1970, o pensamento de marketing tendia a conceber as trocas apenas em termos transacionais – nas quais as partes agiam somente em interesse próprio –, passando, a partir da década de 1980, a serem compreendidas também como relacionais – nas quais há cooperação entre as partes (BAGOZZI, 2010). Em um contexto de troca relacional, o papel do marketing deixa de ser o de manipular o cliente para vender produtos, e passa a ser o de colaborar e incentivar o compartilhamento do conhecimento (MCKENNA, 1991). Com base na literatura de marketing de relacionamento, e diante de uma maior disponibilidade de informações sobre os clientes decorrentes do avanço da tecnologia, surge, no século 21, a filosofia de orientação para o cliente, que visa fomentar relacionamentos de longo prazo com os clientes a partir de atendimento individualizado (SHETH; SISODIA; SHARMA, 2000). A cooperação entre as partes é um ponto chave para a filosofia de orientação para o cliente, de modo que a essência do paradigma da centralidade no cliente reside na interação entre o cliente e a empresa (KUMAR, 2008) e no processo (duplo) de criação de valor para o cliente e para a empresa (BOULDING *et al.*, 2005; SHAH *et al.*, 2006).

A proposição da gestão centrada no cliente coincide com a introdução do conceito da lógica dominante de serviço (S-D, sigla em inglês), apresentado por Vargo & Lusch (2004). Diante da constatação da inadequação da disciplina para compreender e auxiliar na gestão do crescente número de negócios baseados na prestação de serviços (SHOSTACK, 1977), Vargo & Lusch (2004) argumentaram que a disciplina havia sido concebida sob os fundamentos da lógica dominante do produto (G-D, sigla em inglês). De acordo com esses autores, pela lógica G-D, as empresas, ao adicionarem valor aos produtos fabricados, participariam de uma cadeia de valor que seria finalizada no consumo. Sendo assim, o valor ocorreria na troca. Em contrapartida, a proposta da lógica S-D seria de que o valor não é criado pela organização, mas cocriado a partir de recursos integrados (VARGO; LUSCH, 2008), de forma que o valor seria atribuído de acordo com o contexto em que ocorre a prestação de serviço (CHANDLER; VARGO, 2011).

A partir do início deste século, surgiram diversos artigos com proposições de temas relacionados à mudança de paradigma do produto para o do cliente, tais como gestão centrada nos clientes (SHETH; SISODIA; SHARMA, 2000; SHAH *et al.*, 2006), gestão de portfólio de clientes (JOHNSON; SELNES, 2004; TARASI *et al.*, 2011) e rentabilidade dos clientes

(GUPTA; LEHMANN; STUART, 2004; RUST; LEMON; NARAYANDAS, 2004; RUST; LEMON; ZEITHAML, 2004). Entretanto grande parte desses autores não faz menção direta à lógica S-D, utilizando-se de outros argumentos para justificar o foco no cliente, tais como gestão (ou métrica) adequada para o desenvolvimento de relacionamentos de longo prazo com os clientes, oportunidade para utilização do crescente número de informações referentes à clientela proporcionado pelo avanço tecnológico e aumento da satisfação dos clientes em função do preenchimento de suas necessidades individuais. Essa omissão dos autores da área pode ser um indício da existência de um ponto ainda confuso na disciplina: o quão diferentes são a literatura de marketing de serviços e a literatura de marketing de produtos. Segundo Grönroos (2000), a oferta de produtos está-se tornando cada vez mais heterogênea e os serviços estão cada vez mais padronizados, o que estaria em congruência com a substituição da lógica dominante de G-D para a S-D. No entanto é possível argumentar que exista um *continuum* entre produto e serviço (LOVELOCK, 1996) e que as lógicas G-D e S-D não sejam excludentes, mas mais ou menos adequadas, dependendo do tipo de indústria.

Se há pontos de vista distintos em relação à lógica S-D, parece haver um consenso entre os acadêmicos no que diz respeito às características básicas da gestão centrada no cliente. Shah *et al.* (2006) organizaram um quadro comparativo (Quadro 1) que auxilia na compreensão das diferenças entre a abordagem centrada no produto e a abordagem centrada no cliente. De forma sintética, a empresa que adota uma gestão centrada no cliente deve ter como objetivo básico servir os seus clientes e não vender produtos, visto que o valor para o cliente existirá em função dos benefícios percebidos no uso (e não da troca). Considerando a natureza da prestação de serviços, o negócio deve ser orientado para o desenvolvimento de relacionamentos de longo prazo com os clientes, incentivando a lealdade e, conseqüentemente, garantindo a retenção da base de clientes (RUST; LEMON; ZEITHAML, 2004). Para tanto, a gestão da empresa deve ter um foco externo e ser organizada de acordo com os segmentos de clientes e não de acordo com as linhas de produtos que comercializa. Sendo assim, as decisões dos gestores não devem ser realizadas em função do portfólio de produtos, mas sim em decorrência do portfólio de clientes da empresa. Nesse contexto, as informações sobre clientes tornam-se vitais para que seja possível a gestão centrada no cliente. Por fim, a mensuração dos resultados deve ser realizada a partir de métricas relacionadas ao cliente, tais como *share of wallet*, valor vitalício dos clientes e *customer equity*.

Quadro 1: Comparação entre as abordagens centrada no produto e centrada no cliente

Abordagem	Centrada no Produto	Centrada no Cliente
Objetivo básico	Vender produtos	Servir os clientes
Orientação do negócio	Transacional	Relacional
Posicionamento do produto	Características dos produtos	Benefícios ao cliente dos produtos
Estrutura organizacional	Centros de produtos Time de vendas por produto	Centros de clientes Time de vendas por cliente
Foco organizacional	Foco interno Desenvolver produtos Conquistar mercado	Foco externo Construir relacionamentos Conquistar clientes
Métricas de desempenho	Satisfação dos clientes Participação de mercado Número de novos produtos Lucratividade dos produtos <i>Brand equity</i>	Satisfação dos clientes Aquisição e Retenção de clientes <i>Share of wallet</i> Valor vitalício do cliente (CLV) <i>Customer equity</i>
Critério de gestão	Portfólio de produtos	Portfólio de clientes
Abordagem de venda	Para quantos clientes podemos vender esse produto?	Quantos produtos podemos vender para esse cliente?
Conhecimento do cliente	Os dados do cliente são um mecanismo de controle.	O conhecimento do cliente é um ativo valioso.

Fonte: Adaptado de Shah *et al.* (2006)

2.1.1 O consenso: a satisfação dos clientes e dos acionistas

O entendimento de colaboração entre cliente e empresa antecede à filosofia de orientação para o cliente, sendo a ideia central da cadeia do serviço-lucro defendida por Heskett *et al.* (1994), e do ciclo virtuoso proposto por Deschamps & Nayak (1995). Segundo esses autores, (a) a empresa, ao realizar investimentos para aumentar a produtividade e investir nos recursos humanos da organização, proporcionaria o aumento da satisfação dos seus funcionários; (b) funcionários mais satisfeitos, por sua vez, se dedicariam mais às suas tarefas, proporcionando produtos e prestando serviços de qualidade superior aos clientes da empresa, aumentando a satisfação dos clientes; (c) clientes mais satisfeitos desertariam menos da empresa, proporcionando lucros e crescimento superiores à companhia e, assim, aumentando a satisfação dos acionistas. Destarte, havendo harmonia entre as partes envolvidas com a empresa, o negócio seria bem sucedido. Entretanto o ciclo seria quebrado se os interesses de alguma das partes não fosse atendido (por exemplo, as necessidades dos clientes não fossem satisfeitas). Pensamento semelhante foi defendido em entrevista concedida recentemente por Sisodia (2012), o qual nomeou de “capitalismo consciente”. Segundo o pesquisador, as empresas que buscarem resultados de curto prazo e estiverem preocupadas apenas com os interesses dos acionistas, não

serão bem-sucedidas no longo prazo.

Diante do exposto, fica evidente que a orientação para o cliente está baseada na crença da possibilidade da existência do consenso de interesses das partes envolvidas com a empresa, na possibilidade de satisfazer as necessidades dos clientes e, ao mesmo tempo, aumentar a produtividade em marketing desejada pelos acionistas. Sob esse ponto de vista, o conflito entre as partes seria prejudicial para o sucesso de longo prazo da empresa, embora, no curto prazo, possam ser obtidos resultados positivos. A visão de longo prazo é vital para que os gestores e os clientes considerem a possibilidade de consenso e não ajam apenas em interesse próprio. De acordo com Shah *et al.* (2006), a orientação para o cliente é uma condição necessária para que as empresas sejam bem-sucedidas, pois isso lhes garantirá desempenho financeiro superior e clientes fiéis.

Fica o questionamento em relação à capacidade ou viabilidade da área em demonstrar tal habilidade. Seria a área de marketing capaz de agir como conciliadora de interesses: ser a representante dos clientes na empresa e ser a representante da empresa para os clientes? Dito de outra forma, é possível que haja cooperação entre as partes ou a visão de curto prazo prevalecerá nos negócios contemporâneos? Segundo Sheth e Sisodia (*in* BROWN *et al.*, 2005), prevalece a visão de curto prazo, fazendo com que a área de marketing encontre-se marginalizada tanto na academia quanto nas empresas. Para eles, a reputação da disciplina só poderá ser resgatada se a sua contradição fundamental for sanada:

O marketing clama por ser o representante dos clientes na empresa, mas continua, principalmente, a ser o representante da empresa para o cliente, utilizando-se de todos os truques [...] para fazer com que os clientes se comportem de acordo com os interesses da companhia (SHETH e SISODIA *in* BROWN *et al.*, 2005, p.12).

Portanto, embora a relação entre a satisfação dos clientes e a lucratividade dos acionistas seja um dos principais discursos da área de marketing desde o surgimento das escolas modernas da disciplina – clientes satisfeitos representam uma vantagem competitiva para a empresa e proporcionam maiores lucros aos acionistas (KOTLER, 1994) –, existe a necessidade iminente da comprovação financeira aos acionistas do retorno dos esforços para satisfazer os clientes (RUST; LEMON; NARAYANDAS, 2004). A partir do início deste século, a pressão para a demonstração da produtividade da área de marketing foi intensificada em função dos investimentos necessários para desenvolver relacionamentos de longo prazo com os clientes, cerne da filosofia de orientação para o cliente (LEHMANN, 2004; AMBLER, 2005). As métricas de marketing elaboradas para uma gestão centrada no produto, com foco nas vendas e em retornos de curto prazo, não se mostravam adequadas para mensurar investimentos em ações

de marketing com retornos de longo prazo. A gestão centrada no cliente exigiu a criação de métricas com foco no cliente, lacuna preenchida pelo *customer equity* e pelo valor vitalício do cliente (CLV)¹. Contudo, essas métricas ainda não são amplamente aceitas pelos acionistas, ao passo que as métricas elaboradas para a gestão centrada no produto, tais como participação no mercado e lucratividade dos produtos, por ser passíveis de serem averiguadas no curto prazo, permanecem sendo bastante utilizadas pelos executivos.

Apesar do tempo de análise do retorno das ações de marketing ser diferente, as duas abordagens de gestão – produto e cliente – compartilham do mesmo *rationale*: clientes satisfeitos, acionistas satisfeitos, de modo que a cadeia da relação entre satisfação e lucro (Figura 2) proposta por Anderson & Mittal (2000)² pode ser considerada compatível com ambas as abordagens. Ao proporcionar melhorias nos atributos dos produtos ou benefícios dos serviços prestados, a empresa atenderia as necessidades dos clientes de maneira mais completa, influenciando para aumentar a lealdade comportamental e, por consequência, os lucros da empresa.

Figura 2: Relação entre satisfação e lucro



Fonte: Adaptado de Anderson & Mittal (2000)

Em relação à gestão centrada no produto, a demonstração da cadeia satisfação-lucro é facilitada em função do horizonte de tempo dos retornos dos investimentos de marketing com foco nos produtos ser, em grande parte, de curto prazo. Embora o *brand equity* seja um ativo de longo prazo centrado no produto, ainda assim, é possível comprovar seu retorno imediato com base no valor prêmio que os clientes estão dispostos a pagar por produtos de marcas melhor avaliadas (AILAWADI; LEHMANN; NESLIN, 2003).

Entretanto, no que se refere à gestão centrada no cliente, a comprovação da relação entre satisfação e lucro torna-se mais complexa em função da necessidade da alocação de recursos para construção de relacionamentos, que têm retornos esperados no longo prazo. Seguindo a lógica proposta pela cadeia, as empresas deveriam buscar satisfazer seus clientes, favorecendo para que eles se tornassem leais e, assim, permanecessem mais tempo se relacionando com a

¹ Optou-se por utilizar a abreviação do termo original em inglês, *customer lifetime value*, em função da sua ampla adoção pela Academia.

² Segundo Anderson & Mittal (2000), as relações da cadeia da satisfação-lucro não são lineares.

companhia (REICHHELD; TEAL, 1996). Apesar de existirem evidências de que os clientes se tornam mais rentáveis ao longo do tempo (REICHHELD; SASSER, 1990), assim como de que a taxa de retenção de clientes tem impacto significativo no valor da empresa (GUPTA; LEHMANN; STUART, 2004), há evidências contrárias que sugerem que clientes fiéis não são necessariamente lucrativos para a companhia (REINARTZ; KUMAR, 2000; REINARTZ; KUMAR, 2002), contrariando a concepção basilar da cadeia satisfação-lucro.

Diante disso, retoma-se a discussão se seria possível satisfazer os clientes e os acionistas em uma empresa com gestão centrada no cliente? Considerando que os investimentos em ações de marketing para aumentar o *brand equity* proporcionam um prêmio no valor dos produtos, não seria esperado supor que os investimentos em ações de marketing para aumentar o *customer equity* tornassem os clientes mais lucrativos (por exemplo, a partir de ações de *cross-selling* e *up-selling*, ou da realocação de recursos de forma mais eficiente entre os clientes)? Os resultados até o momento são inconclusivos e controversos. Há estudos que comprovam relações positivas entre a satisfação dos clientes e o valor para os acionistas. Anderson, Fornell & Mazvancheryl (2004) foram precursores e encontraram uma relação positiva entre a satisfação dos clientes e o índice Tobin's Q^3 , o que indicaria que empresas com clientes mais satisfeitos possuem ativos intangíveis (por exemplo, *brand equity* ou *customer equity*) de valor superior. Fornell *et al.* (2006) verificaram que o portfólio composto por ações de empresas que possuíam índices mais elevados de satisfação de clientes apresentou retorno superior e risco sistemático inferior. Gruca & Rego (2005) relacionaram a satisfação com o crescimento do fluxo de caixa e a redução da sua variabilidade. Morgan & Rego (2006) encontram indícios de que o índice de satisfação dos clientes seria um bom preditor do desempenho da empresa, enquanto que a lealdade ofereceria alguma capacidade preditiva. Aksoy *et al.* (2008) demonstraram que o portfólio de ações de empresas que possuíam altos e crescentes índices de satisfação de clientes apresentaram resultados superiores, se comparado com o portfólio de ações de empresas com baixos e decrescentes índices de satisfação de clientes. Tuli & Bharadwaj (2009) encontraram evidências de que melhorias na satisfação reduzem o risco sistemático (geral e *downside*) e não sistemático da ação da empresa, de modo que satisfazer os clientes proporcionaria benefícios para o acionistas, seja pela obtenção de retornos superiores ou pela redução do risco da companhia.

³Proporção entre o valor de mercado da empresa e o valor dos seus ativos.

Todavia existem estudos que demonstraram que a lealdade teria outros antecedentes além da satisfação, tais como custos de mudança (BURNHAM; FRELS; MAHAJAN, 2003) e viabilidade das ofertas dos concorrentes (GUSTAFSSON; JOHNSON; ROOS, 2005), o que poderia ser um indício de que seria possível alcançar a lucratividade almejada pelos acionistas sem que necessariamente os clientes estivessem totalmente satisfeitos. De acordo com Voss & Voss (2008), em ambientes altamente competitivos e inovadores, adquirir novos clientes seria mais relevante do que reter clientes; enquanto que, em ambientes com menor densidade de competidores, as empresas deveriam concentrar-se em atender e satisfazer os clientes leais. Ainda há pesquisas que, embora não contradigam a argumentação de que satisfazer a base de clientes de forma agregada seja algo positivo para os acionistas, verificaram a existência de clientes não lucrativos que possuíam relacionamentos duradouros com a empresa (REINARTZ; KUMAR, 2000; REINARTZ; KUMAR, 2002), sendo até prejudiciais para a rentabilidade da companhia (SELDEN; COLVIN, 2003).

Perante os achados da Academia sobre o tema até o momento, surge a reflexão sobre os benefícios advindos da eliminação de clientes. Seria realmente benéfico para a empresa se desfazer de clientes fiéis (satisfeitos ou não) em virtude de esses não serem lucrativos? Tais clientes não estariam contribuindo de forma indireta para o desempenho da empresa, ou seja, se a análise fosse feita de forma conjunta com o restante da base de clientes da empresa, o resultado agregado não poderia ser superior em comparação à opção de exclusão desses clientes? Além disso, considerando que os clientes satisfeitos representam um risco menor à empresa por apresentarem uma probabilidade menor de deserção, esses clientes não estariam contribuindo para a redução do risco da empresa?

2.1.2 As métricas de longo prazo: do *brand equity* para o *customer equity*

O *customer equity*, assim como o *brand equity*, pode ser considerado um ativo de marketing. Empresas que possuem marcas bem avaliadas ou uma base de clientes valiosa possuem ativos intangíveis que as tornam mais competitivas. Assim, espera-se que investimentos de marketing de longo prazo gerem incrementos no *brand equity* ou no *customer equity* da empresa, aumentando a capacidade da empresa para adquirir novos clientes, cobrar preços mais elevados, lançar novos produtos, reduzir os custos de marketing e aumentar o volume de compra dos clientes a partir de ações de *cross-selling* e *up-selling* (AMBLER *et al.*, 2002). Enquanto que

brand equity é um conceito focado no produto e definido segundo Aaker (1998) como “conjunto de ativos e passivos ligados a uma marca, ao seu nome e símbolo, que se adicionam ou se subtraem ao valor proporcionado por um produto ou serviço, em benefício da empresa e de seus clientes”, o *customer equity* é um conceito focado no cliente e determinado em função do fluxo de caixa gerado pelos clientes, sendo definido como “a soma do valor vitalício de todos clientes atuais e potenciais da empresa descontado a valor presente” (RUST; LEMON; ZEITHAML, 2004, p. 110).

Inicialmente proposto por Blattberg & Deighton (1996), a ideia central da concepção de *customer equity* consistia em encontrar o equilíbrio ideal entre adquirir e reter clientes, sendo a aquisição e a retenção os seus principais *drivers*. Em ambientes contratuais, a abordagem *lost-for-good* – que assume que os clientes permanecerão fazendo negócios com a empresa até que optem por trocar de fornecedor – e o modelo de retenção seriam os mais adequados (DWYER, 1997). Todavia Reinartz & Kumar (2003) argumentaram que, em ambientes não contratuais, nos quais a abordagem *always-a share* – que assume que os clientes possuem vários fornecedores simultaneamente – fosse mais apropriada, os *drivers* do *customer equity* seriam formados por características relativas à troca – tais como propensão de compra, margem de contribuição, comportamento de *cross-buying*, frequência de compra, recência da compra, comportamento de compra passado e contatos de marketing realizados pela empresa – e por variáveis do cliente – tais como variáveis demográficas (B2C) ou firmográficas (B2B). Alternativamente, Rust, Lemon & Zeithaml (2004) propuseram que *drivers* do *customer equity* em situações *always-a share* seriam baseados no valor (*value equity*), na marca (*brand equity*) e no relacionamento (*relationship equity*).

Independente do modelo e *drivers* utilizados, a métrica *customer equity* foi proposta para auxiliar os gestores a superarem o desafio da área de marketing de compreender a relação entre os investimentos de marketing e o desempenho financeiro da empresa, a fim de possibilitar a comprovação e a otimização da alocação dos esforços de marketing com retorno de longo prazo necessários à gestão centrada no cliente (RUST; LEMON; ZEITHAML, 2004; VILLANUEVA; HANSSSENS, 2007). Segundo Kumar & George (2007), a escolha do modelo de *customer equity* deveria ocorrer em função do cenário no qual o modelo seria aplicado, da disponibilidade de dados, dos benefícios esperados, dos custos envolvidos, além do tempo e da facilidade para implementação.

Em relação às estratégias de marketing, alguns modelos de *customer equity* permitem a segmentação de clientes por adotarem uma abordagem desagregada que possibilita o cômputo do valor vitalício do cliente de maneira individual – a exemplo das propostas de Reinartz & Kumar (2003), Villanueva, Yoo & Hanssens (2008), Kumar & Shah (2009), Skiera, Bermes & Horn (2011) –, enquanto outros modelos adotam uma abordagem agregada e permitem apenas a gestão global da base de clientes – a exemplo das propostas de Rust, Lemon & Zeithaml (2004), Gupta, Lehmann & Stuart (2004), Libai, Muller & Peres (2009). Embora os modelos que adotam a abordagem desagregada de *customer equity* permitam avaliar a lucratividade de forma individual ou por segmento de clientes, o mesmo não ocorre em relação ao risco dos clientes. De uma maneira geral, nos modelos de *customer equity* o risco considerado refere-se à empresa, ou seja, os valores oriundos do relacionamento futuro com diferentes clientes é descontado a valor presente por uma taxa de desconto única, que normalmente representa o custo de capital da empresa (WACC). Portanto, enquanto alguns modelos de *customer equity* possibilitam a segmentação dos clientes de acordo com a sua lucratividade, a maioria dos modelos *customer equity* não considera as possíveis diferenças nos níveis de risco entre os segmentos de clientes (RYALS, 2003). Logo, no que se refere ao processo de segmentação e seleção dos clientes, pouca atenção tem sido dada pelos pesquisadores de marketing em relação ao risco dos clientes, embora a gestão do risco também seja central para a teoria financeira de portfólios (TARASI *et al.*, 2011).

2.1.3 A segmentação na nova era

A segmentação, termo que foi utilizado pela primeira vez por Alderson (1937), é uma das estratégias clássicas de marketing propostas por Smith (1956). Seria uma forma de lidar com a heterogeneidade de demanda, na qual são ajustadas diferentes curvas de demanda para os segmentos da companhia. A outra estratégia seria a diferenciação de produto na qual a demanda é considerada homogênea – existindo apenas uma curva de demanda –, e os produtos são oferecidos de forma padronizada ao mercado. Portanto um segmento deve ter homogeneidade interna e ser heterogêneo em relação ao restante da base de clientes. Originalmente, essas estratégias foram elaboradas para serem utilizadas em empresas com gestões centradas no produto, de modo que as empresas que optassem pela estratégia de segmentação deveriam lançar produtos específicos para o segmento-alvo definido, proporcionando aos clientes a escolha dos

produtos mais adequados às suas necessidades. Na adaptação da estratégia de segmentação para a gestão centrada no cliente, a lógica permaneceu a mesma: a empresa deveria fazer proposições de valor visando atingir determinado segmento de clientes.

No entanto há uma diferença fundamental entre as duas abordagens de gestão no que se refere à maneira de a companhia lidar com a heterogeneidade dos clientes. Enquanto que a empresa com gestão centrada no produto pode: a) lançar diferentes produtos para atender segmentos distintos de clientes ou b) tratar os segmentos de clientes como se homogêneos fossem, ofertando o mesmo produto para todos, a empresa centrada no cliente tem a opção de a) tratar todos os clientes de maneira igualitária ou b) tratá-los de forma diferenciada, utilizando-se de ferramentas como programas de fidelidade ou proporcionando canais de atendimento exclusivos para clientes selecionados, por exemplo. Ou seja, caso a companhia opte por segmentar seus clientes, a opção de enquadramento na gestão por produto será do cliente, ao passo que, na gestão por cliente, será da empresa. Com isso, havendo diferentes níveis de tratamento, a gestão por cliente torna-se mais complexa e poderá incluir questões éticas relativas à discriminação de clientes. Wagner, Hennig-Thurau & Rudolph (2009) demonstraram o efeito assimétrico de programas hierárquicos de fidelidade e concluíram ser mais recomendável manter clientes em uma determinada categoria a elevá-los e, posteriormente, ter de rebaixá-los. Todavia as oportunidades de *cross-selling* e *up-selling* possibilitam a maximização dos esforços da gestão centrada no cliente, sem a necessidade de lidar com o dilema de discriminar clientes de forma direta. De maneira geral, ações que incentivem o *cross-selling* e *up-selling* apresentam resultados positivos, mas a alocação em segmentos mais propensos a esses comportamentos proporciona uma rentabilidade ainda maior para a empresa (SHAH *et al.*, 2012).

Caso a opção estratégica da companhia seja a segmentação, os gestores deverão escolher os critérios mais adequados para adotarem no agrupamento dos clientes. Alguns exemplos de variáveis utilizadas por pesquisadores da área de gestão de clientes são: faturamento, RFM (sigla em inglês para recência, frequência e valor monetário), lucratividade (a exemplo dos modelos de *customer equity*), lealdade (ou duração do relacionamento) e satisfação (ou adequação à oferta da empresa). Dentre esses, o critério de lucratividade tem recebido maior atenção dos pesquisadores e executivos (KUMAR, 2008). Diante das possibilidades existentes para particionar os clientes, Reinartz & Kumar (2002)⁴ propuseram um esquema fundamentado na lucratividade e na lealdade (Figura 3a), enquanto Meyer & Schwager (2007) sugeriram um esquema

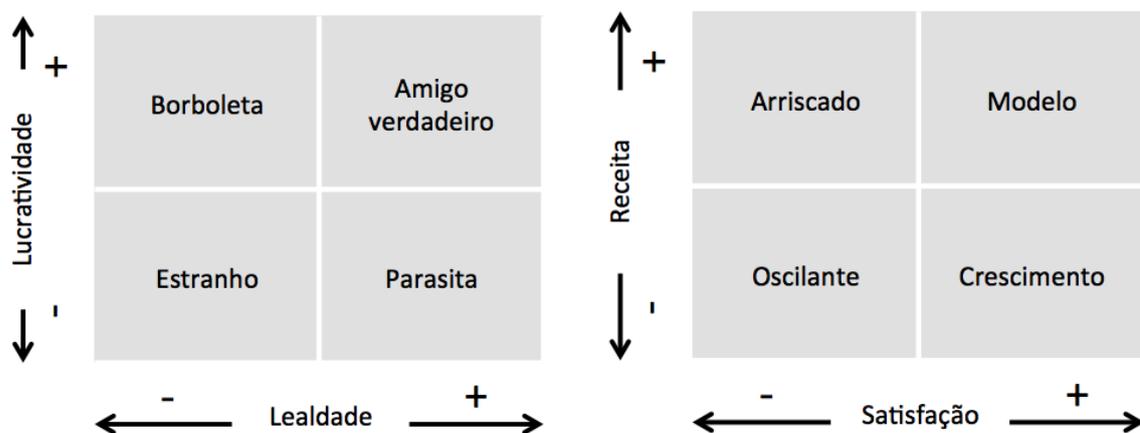
⁴Embora os critérios de segmentação tenham sido utilizados por Reinartz & Kumar (2002), a denominação dos segmentos foi sugerida posteriormente por Kumar (2008).

baseado na receita e na satisfação dos clientes (Figura 3b).

Segundo o esquema de segmentação de Meyer & Schwager (2007), os critérios a serem adotados para a segmentação de clientes seriam: a satisfação, que estaria relacionada com o risco (menor) para a empresa, e a receita, que está relacionada com a lucratividade dos clientes. A proposta de Meyer & Schwager (2007) está alinhada com alguns dos estudos supracitados (GRUCA; REGO, 2005; AKSOY *et al.*, 2008; TULI; BHARADWAJ, 2009), que verificaram que a satisfação dos clientes influencia no incremento das receitas e na redução do risco da companhia, possibilitando fluxos de caixa menos voláteis e oscilações no valor das ações da empresa mais amenas. Sendo assim, poder-se-ia supor que a satisfação dos clientes, além do retorno, também esteja relacionada com o risco da empresa, influenciando positivamente no desempenho financeiro geral da companhia. Em linha, portanto, com os critérios – retorno e risco – utilizados pela área financeira para a avaliação de investimentos.

Alternativamente, Reinartz & Kumar (2002) propuseram como critérios a serem utilizados na segmentação o tempo de relacionamento com a empresa e a lucratividade. Embora o tempo de relacionamento possa ser um consequente da satisfação, existem outros possíveis antecedentes para a lealdade comportamental, sendo plausível supor que clientes insatisfeitos mantenham relacionamentos com a empresa em função de custos de mudança (BURNHAM; FRELS; MAHAJAN, 2003) e da falta de ofertas dos concorrentes (GUSTAFSSON; JOHNSON; ROOS, 2005). De acordo com o estudo de (REINARTZ; KUMAR, 2002), a cadeia da satisfação-lucro seria um mito, visto que existiriam clientes leais que não são lucrativos.

Figura 3: Esquemas de segmentação de clientes



(a) Proposta de Reinartz e Kumar

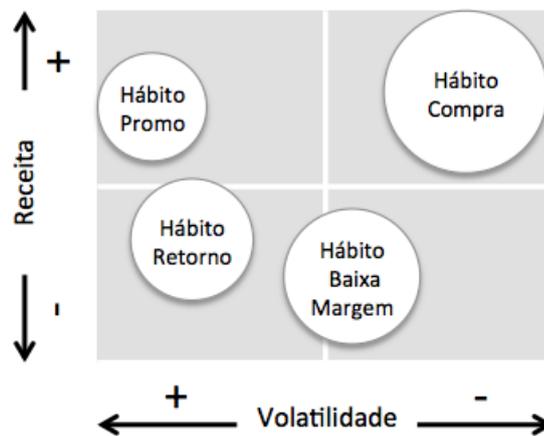
Fonte: Reinartz & Kumar (2002)

(b) Proposta de Meyer e Schwager

Fonte: Meyer & Schwager (2007)

Em recente pesquisa, Shah *et al.* (2016) defenderam a inclusão do risco na análise dos clientes, em função do seu impacto na avaliação da companhia. A partir da segmentação baseada no comportamento de compra do cliente – compra regular (hábito compra), compra promocional (hábito promo), compra itens específicos (hábito retorno) e compra de itens com baixa margem de contribuição (hábito baixa margem) –, os autores avaliaram a volatilidade e a receita gerada pelos clientes. De acordo com Shah *et al.* (2016), o hábito de compra pode ser uma boa *proxy* comportamental para o nível e a volatilidade do fluxo de caixa gerado pelo cliente. A relação da segmentação sugerida com o retorno e o risco dos clientes verificada na pesquisa, está resumida na Figura 4.

Figura 4: Análise dos segmentos de clientes



Fonte: Adaptado de Shah *et al.* (2016)

Considerando a sugestão de Shah *et al.* (2016), se o benefício ao acionista fosse mensurado de maneira mais ampla e contemplasse, além da usual análise do lucro, a avaliação do risco, a cadeia proposta por Anderson & Mittal (2000) poderia ser considerada válida; nesse caso, porém, seria modificada para: atributos e benefícios - satisfação - lealdade - desempenho financeiro.

2.2 GESTÃO DO PORTFÓLIO DE CLIENTES

Sob a perspectiva de que os clientes são ativos, a clientela da empresa poderia ser analisada como um “portfólio no qual a empresa investe tempo e recursos” (RYALS, 2002, p. 219). Desse modo, para serem bem sucedidos, os gestores devem decidir como e onde investir os

recursos de marketing, assim como a empresa deve sugerir a melhor proposição de valor aos seus clientes. Neste momento, surge o questionamento sobre quais clientes devem ser o foco da dedicação da empresa.

A proposta de gestão de portfólio de clientes pode ser entendida como um passo além da estratégia de segmentação de clientes, visto que não se restringe a identificar e focar os esforços nos segmentos de clientes mais lucrativos, mas objetiva maximizar a alocação dos recursos de marketing de maneira global, considerando a interação e complementaridade entre os clientes, procurando avaliar o impacto das ações em relação à base de clientes como um todo (GUPTA *et al.*, 2006). A análise do portfólio de clientes possibilita aos gestores da empresa avaliar o valor da contribuição do cliente para o portfólio de relacionamentos da firma, em vez de analisar o valor do cliente de forma isolada (HOMBURG; STEINER; TOTZEK, 2009).

Estudos de marketing relacionados à avaliação dos portfólios de clientes das empresas – a exemplo de Buhl & Heinrich (2008), Dhar & Glazer (2003), Ryals (2002), Ryals (2003), Tarasi *et al.* (2011) – buscaram incorporar conceitos advindos da teoria financeira de portfólio. Segundo Ryals (2002), o primeiro passo para a mensuração do retorno do portfólio de clientes seria a estimação do valor dos clientes. Nesse sentido, a diversidade existente de modelos de valor vitalício do cliente e de *customer equity* propostos demonstra que o passo inicial já foi dado pela Academia.

Embora esses conceitos estejam relacionados, a proposta de gestão de portfólio de clientes em relação aos critérios de segmentação dos clientes e alocação de recursos de marketing é mais ampla do que a proposta de maximização da lucratividade dos clientes sugerida nos estudos de CLV e *customer equity*. Se, de acordo com o critério de maximização de lucratividade, a empresa deveria focar seus esforços nos clientes mais rentáveis (KUMAR, 2008), sob a perspectiva de gestão do portfólio, o foco nos clientes mais lucrativos poderia ocasionar a atração de clientes mais arriscados para a base de clientes – por exemplo, no caso de empresas de cartão de crédito ou bancos (GUPTA *et al.*, 2006). Desse modo, a gestão da clientela baseada nos modelos de CLV existentes, apesar de possibilitar o aumento da rentabilidade da empresa, em termos de eficiência de portfólio – relação risco x retorno – pode ocasionar desempenhos equivalentes, ou até mesmo inferiores, aos obtidos se a carteira de clientes inicial da empresa tivesse sido mantida. Recentes pesquisas em gestão de portfólio de clientes (BUHL; HEINRICH, 2008; DHAR; GLAZER, 2003; RYALS, 2002; RYALS, 2003; TARASI *et al.*, 2011) sugerem que o risco da clientela também seja considerado no processo de seleção e segmentação dos

clientes, de maneira que é possível haver mais de uma combinação ótima para a composição da clientela da empresa devido aos diferentes retornos e riscos que os segmentos de clientes podem proporcionar à firma. Os acionistas podem optar por terem retornos menores, em função de desejarem compor uma base de clientes menos arriscada, assim como podem estar dispostos a ficarem mais suscetíveis às possíveis mudanças de mercado e comportamento dos clientes para obterem retornos superiores. Portanto, em vez de controlar a heterogeneidade em relação ao risco e retorno da clientela, a abordagem da gestão de portfólio de clientes sugere que os gestores podem utilizá-la para aumentar a *performance* da empresa (TARASI *et al.*, 2011).

2.2.1 Teoria de marketing de gestão de portfólio

Em relação à literatura da área de Marketing, os primeiros estudos sobre gestão de portfólio de clientes, de uma maneira geral, propuseram que fosse utilizado mais de um critério de segmentação de clientes, aumentando o plano de análise dos gestores da empresa para um número maior de dimensões (RAJAGOPAL; SANCHEZ, 2005; TERHO; HALINEN, 2007; HOMBURG; STEINER; TOTZEK, 2009). Além da análise conjunta dos critérios de risco e retorno, presente nos estudos que incorporaram conceitos da área financeira (BUHL; HEINRICH, 2008; DHAR; GLAZER, 2003; RYALS, 2002; RYALS, 2003; TARASI *et al.*, 2011), outras dimensões foram sugeridas pelos pesquisadores, tais como: preço, custo de venda, poder de barganha e força da relação.

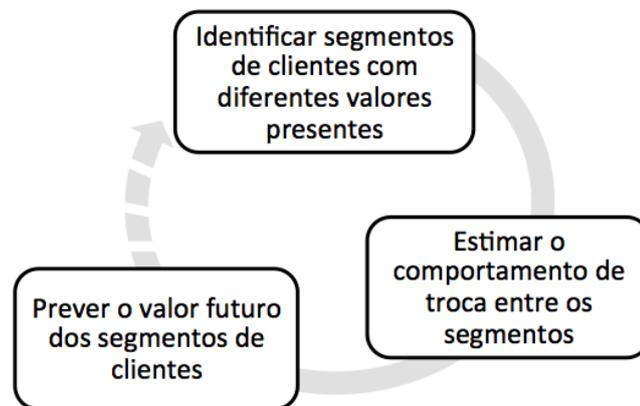
Estudos recentes sobre gestão de portfólio de clientes ampliaram a discussão, sugerindo que fosse contemplada na análise do portfólio o efeito da evolução do relacionamento dos clientes com a empresa. Segundo Homburg, Steiner & Totzek (2009), os modelos estáticos de gestão de portfólio superestimam os clientes do topo e subestimam os clientes das camadas inferiores, uma vez que desconsideram a evolução da lucratividade dos clientes ao longo do tempo. Logo seria preciso considerar na avaliação dos clientes a possibilidade de os clientes se tornarem mais ou menos rentáveis no transcorrer do relacionamento com a empresa (JOHNSON; SELNES, 2004; RUST; KUMAR; VENKATESAN, 2011).

Johnson & Selnes (2004) propuseram um esquema teórico para vincular o nível de relacionamento com o cliente e a criação de valor para a empresa. Segundo esses autores, os níveis de relacionamento cliente-empresa podem ser classificados em quatro grupos: estranhos (aqueles que ainda não são clientes), conhecidos (clientes satisfeitos com a oferta da empresa),

amigos (clientes satisfeitos que confiam na empresa) e parceiros (clientes satisfeitos que confiam e estão comprometidos com a empresa). À medida que o cliente se torna mais próximo da empresa, maior será o seu retorno financeiro. Contudo a importância de cada segmento na composição do portfólio deve ser definida em função da sensibilidade da rentabilidade do portfólio em relação à economia de escala. Em situações em que a economia de escala é baixa, relações mais próximas tenderão a gerar mais valor do que relações distantes. Em situações de maior incerteza, as relações intermediárias permitem um bom equilíbrio entre o risco e o retorno. Em situações nas quais a economia de escala é alta, as relações mais distantes tornam-se mais relevantes para o portfólio da empresa. Homburg, Steiner & Totzek (2009) estenderam a proposta de Johnson & Selnes (2004), sugerindo um modelo gestão dinâmica de portfólio de clientes. Na Figura 5, estão descritos os passos sugeridos por esses autores para a avaliação do portfólio de clientes da empresa. O passo inicial consiste em estimar o valor presente dos clientes e identificar os diferentes segmentos a partir do método de árvores de decisão; após, são observados os comportamentos de mudança de segmentos dos clientes para estimar a matriz de probabilidade de troca; e, por fim, com base nessa matriz, são realizadas as previsões das margens de contribuição futuras (descontadas a valor presente) dos clientes.

De acordo com a pesquisa realizada por Homburg, Steiner & Totzek (2009), a evolução da relação ao longo do tempo afeta o valor do segmento de clientes da empresa, devendo ser considerada na priorização dos clientes. Os achados desse estudo sugerem que o recomendável seria fortalecer os segmentos de clientes intermediários. As estratégias ofensivas (com foco na aquisição) seriam mais indicadas para os segmentos de clientes de maior e menor valor. Em função dos clientes atuais dos segmentos mais valiosos terem atingido o topo, a redução da lucratividade desses clientes seria esperada, sendo mais proveitoso para a companhia despende esforços para adquirir novos clientes que tenham capacidade de gerar níveis altos de margem por períodos mais longos. Em relação aos clientes menos valiosos, a baixa margem proporcionada por esses clientes não justificaria o esforço para retê-los, enquanto que as estratégias defensivas (com foco retenção) teriam um impacto superior no valor do portfólio se fossem direcionadas para os clientes de valor intermediário, visto que esses teriam maior potencial de crescimento. Portanto segmentos de clientes com rentabilidade média contribuiriam mais para o valor esperado do portfólio de clientes da empresa em comparação a clientes altamente lucrativos que possuíssem elevados níveis de risco de deterioração da margem ou de deserção da base de clientes.

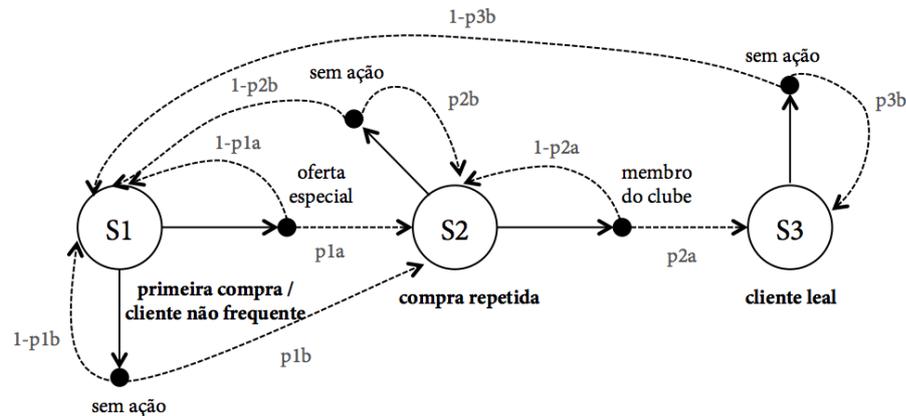
Figura 5: Passos para a gestão dinâmica de portfólio de clientes



Fonte: Adaptado de Homburg, Steiner & Totzek (2009)

Em relação aos passos sugeridos, a proposta de Tirenni *et al.* (2007) de modelo de gestão dinâmica do portfólio de clientes assemelha-se à proposta de Homburg, Steiner & Totzek (2009). A principal diferença das duas sugestões reside no fato de Tirenni *et al.* (2007) incluir no modelo o impacto financeiro das ações de marketing que podem ser realizadas pela empresa. A primeira etapa da abordagem consiste na segmentação dos clientes de acordo com o critério escolhido pelo gestor da empresa (RFM, ABC de valor, árvore de decisão, mapas auto-organizáveis, K-médias). No caso apresentado no estudo, os autores optaram pela utilização da árvore de decisão com dez segmentos. Cabe ressaltar que, obrigatoriamente, um dos segmentos deve ser o de clientes inativos. Após essa etapa, o gestor deve definir o conjunto de ações disponíveis. As probabilidades de troca de segmento e os retornos obtidos em função dessas ações são estimados a partir do histórico do relacionamento dos clientes com a empresa. Com base nas especificações dos segmentos, ações, probabilidades de troca e retornos esperados, assim como na definição do nível de risco desejado pela empresa, é possível encontrar a política de ações que maximize o retorno esperado do portfólio de clientes da empresa. Uma das opções consideradas na otimização é a de não realizar nenhuma ação em relação àquele segmento. O modelo proposto combina o processo de decisão de matriz de Markov, simulação de Monte Carlo e otimização de portfólio, a partir de programação dinâmica. Na Figura 6, é apresentado um exemplo da dinâmica dos clientes em função das ações, das probabilidades de sucesso de ações, assim como de seus dos retornos esperados.

Figura 6: Exemplo de modelagem da dinâmica dos clientes



Fonte: Adaptado de Tirenni *et al.* (2007)

Tirenni *et al.* (2007) inovaram ao introduzirem o conceito de risco relacionado à volatilidade do CLV previsto. Até então, os modelos de CLV procuravam maximizar a rentabilidade, sem considerar a incerteza inerente à previsão de comportamento de compra futura. Diante disso, foi possível analisar os investimentos nas ações de marketing considerando o *trade-off* entre risco e retorno.

2.2.2 Teoria financeira de gestão portfólio

A pressão dos acionistas para mensuração da produtividade de marketing tem proporcionado uma maior interação dos pesquisadores de marketing com a área financeira. Essa interface impulsionou a adaptação de alguns conceitos financeiros utilizados pelos acionistas para avaliação de investimentos para a área de marketing, tais como a teoria financeira de portfólio. As principais teorias financeiras nessa área são: Teoria Moderna do Portfólio, *Capital Asset Pricing Model*⁵, Modelo Fama-French e a Teoria do Prospecto.

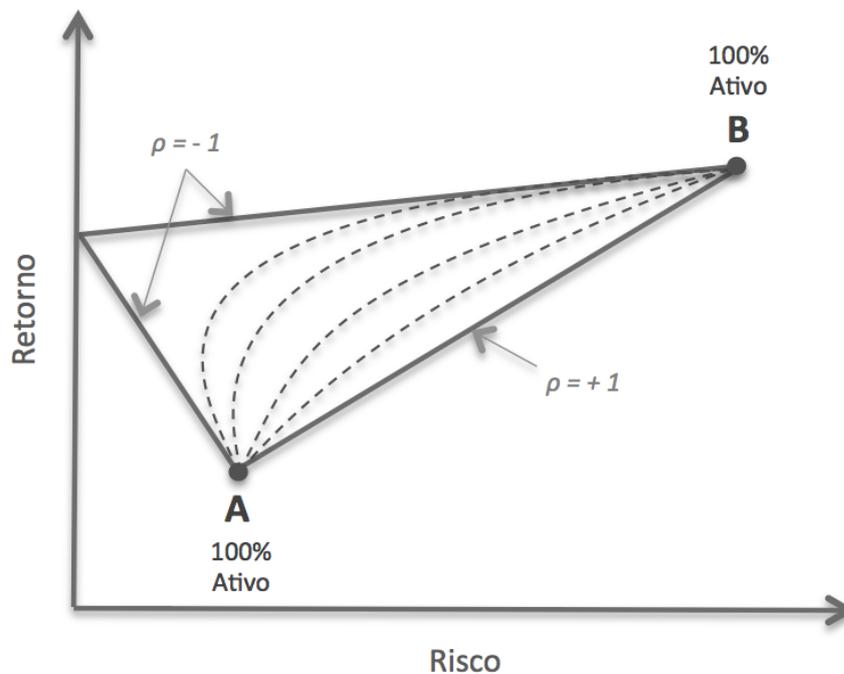
De acordo com a Teoria Moderna do Portfólio (TMP), um investimento não deve ser analisado de forma isolada, mas em função da sua interação com os demais ativos do portfólio. Segundo seu mentor, Markowitz (1952), dependendo da correlação existente entre os ativos, existiria um conjunto de possíveis combinações eficientes que maximizariam o retorno, dado o nível de risco desejado pelo investidor (Figura 7). No caso de os ativos serem perfeitamente positivamente correlacionados ($\rho=+1,0$), a fronteira da eficiência seria uma linha reta; ao passo que,

⁵Devido à sua ampla utilização pela Academia, optou-se por manter o termo original em inglês.

existindo ativos perfeitamente negativamente correlacionados ($\rho=-1,0$), seria possível compor uma carteira de ativos sem risco.

Além do entendimento do risco de maneira global, para a Teoria Moderna do Portfólio o conceito de fronteira eficiente é central. De acordo com essa teoria, o ótimo portfólio será aquele que apresentar o menor risco dado determinado nível de retorno, ou o maior retorno para determinado nível de risco. O conjunto das possibilidades de portfólios ótimos representa a fronteira da eficiência (MARKOWITZ, 1952). Recentes trabalhos da área de marketing com foco no risco individual, ou do segmento de clientes, têm adotado a abordagem da Teoria Moderna do Portfólio (BUHL; HEINRICH, 2008; RYALS, 2003; TARASI *et al.*, 2011).

Figura 7: Desempenho do portfólio de dois ativos com diferentes níveis de correlação



Fonte: Smart, Gitman & Megginson (2007)

O *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), assim como a Teoria Moderna do Portfólio, baseia-se na premissa de que o investidor é avesso ao risco, de forma que investimentos que envolvem elevados riscos devem gerar altos retornos, e investimentos que envolvem baixos riscos podem gerar baixos retornos. De acordo com o CAPM, todos os ativos contêm dois tipos de riscos: o risco sistemático – que se refere ao risco geral de um determinado mercado – e o risco não sistemático – que se refere ao risco específico daquele ativo. O risco não sistemático pode ser eliminado a partir de uma correta diversificação de portfólio de ativos, enquanto que o risco

sistemático não pode ser eliminado. A mensuração do risco sistemático de determinado ativo é feita a partir do coeficiente β , que representa a razão entre a covariância do ativo e o mercado, e a variância do mercado. Os ativos que possuem o coeficiente β próximo de 1 apresentam um risco similar ao do mercado, enquanto que os ativos que possuem um coeficiente β superior a 1 são considerados mais arriscados; e os ativos que possuem coeficientes β inferiores a 1 são considerados menos arriscados. O CAPM tem sido utilizado por pesquisadores de marketing – como, por exemplo, Dhar & Glazer (2003), Gupta, Lehmann & Stuart (2004) – para calcular custo de capital da empresa (WACC) para atualizar a valor presente os retornos esperados provenientes da relação com o cliente (BUHL; HEINRICH, 2008).

O Modelo Fama-French é uma proposta alternativa ao CAPM que considera cinco fatores na avaliação dos ativos. Além do coeficiente β original do CAPM, Fama & French (1993) adicionaram quatro fatores, sendo dois relacionados ao mercado de ações – tamanho da companhia e relação entre o valor contábil e o valor de mercado da empresa – e dois relacionados aos títulos de mercado. Dessa forma, os autores conseguiram aumentar o poder explicativo do modelo em relação ao retorno dos portfólios diversificados. Na área de marketing, o Modelo Fama-French já fora utilizado para avaliar a relação entre o valor da marca com o retorno e o risco da empresa (MADDEN; FEHLE; FOURNIER, 2006), bem como para analisar a relação entre a satisfação dos clientes e o risco da empresa (TULI; BHARADWAJ, 2009).

A Teoria do Prospecto é uma explicação comportamental para as ações dos investidores. De acordo com essa teoria, existe uma assimetria de avaliação e comportamento em relação a perdas e ganhos em condições de incerteza, devido ao viés decorrente da aversão ao risco (KAHNEMAN; TVERSKY, 1979), de forma que os investidores seriam mais sensíveis a mudanças percebidas como perdas, do que a mudanças de igual magnitude percebidas como ganhos. Segundo Ryals (2003), a Teoria do Prospecto pode proporcionar uma perspectiva útil para a gestão do portfólio de clientes.

2.2.3 Adaptação da teoria financeira para a gestão de portfólio de clientes

Embora os clientes possam ser considerados ativos de risco para os acionistas, existem algumas diferenças entre portfólios financeiros e portfólios de clientes que precisam ser consideradas na adaptação da teoria financeira para a área de marketing (RYALS, 2002):

Mobilidade do investimento. Diferentemente da gestão de ativos financeiros, na qual a mudança de portfólio é rápida e gera baixos custos de transação para o investidor, a alteração da composição do portfólio de clientes pode representar para a empresa um horizonte de tempo maior e elevados custos fixos, dependendo do segmento de clientes que a empresa deseje adquirir (BUHL; HEINRICH, 2008; BILLETT *in* SELNES *et al.*, 2011). A mobilidade de uma posição para outra nem sempre existe em virtude dos custos e da dificuldade que os gestores possam ter para atraírem determinado segmento de cliente, do mesmo modo que o desenvolvimento de relacionamentos com clientes tende a ser um processo de longo prazo (JOHNSON; SELNES, 2004).

Interação entre os segmentos de clientes. Devido à sua origem na teoria financeira, os estudos de gestão do portfólio de clientes, até o momento, não contemplam a interação entre os diversos segmentos de clientes da empresa. Destarte, Selnes *et al.* (2011) alertam para a possibilidade de os gestores, sob a justificativa de aumentarem a eficiência, decidirem por reduzir-se o tamanho de um determinado segmento de clientes que representa um risco mais elevado para a empresa, mas que, por outro lado, influencia e afeta positivamente os demais consumidores da empresa, por fazerem boca a boca positivo ou auxiliarem para a construção da marca. Nesse caso, existirá correlação entre os segmentos de clientes e, conseqüentemente, a gestão do portfólio dos clientes deve tentar considerar os efeitos da interação entre os clientes.

Complementaridade entre os segmentos de clientes. Da mesma maneira que pode existir interação entre os diferentes segmentos de clientes, também poderá haver complementaridade em relação aos padrões de compra, proporcionando uma melhor otimização da utilização das estruturas fixas da empresa; como, por exemplo, um segmento de clientes de companhias aéreas que precisam viajar em datas determinadas e outro segmento de clientes que dispõem de flexibilidade em relação às datas de viagem (BILLETT *in* SELNES *et al.*, 2011). Nesse sentido, a Teoria Moderna do Portfólio ao analisar os portfólios a partir de adições e subtrações, parece ser mais adequada do que o CAPM (BUHL; HEINRICH, 2008).

Escalabilidade do investimento. Em contraste aos portfólios de ativos financeiros, os portfólios de clientes não possuem relação linear com os investimentos realizados para atrair ou reter segmentos de clientes, podendo ser insuficientes se reduzidos a quantidade muito pequenas, assim como pode haver ganhos de escalas para grandes montantes (TARASI *et al.*, 2011). Portanto a realocação de recursos entre os segmentos pode significar uma alteração da relação do retorno e risco dos diferentes segmentos e, por conseqüência, do portfólio como um todo

(SELNES *et al.*, 2011).

Em vista disso, embora as abordagens disponíveis para gestão do portfólio de clientes possam auxiliar os gestores a identificarem a combinação que melhora o desempenho e estabiliza o fluxo de caixa da empresa, essas ferramentas devem ser utilizadas em conjunto com a experiência e avaliação pessoal dos gestores, dada a complexidade das variáveis que envolvem a segmentação e composição do portfólio de clientes da empresa (TARASI *et al.* in SELNES *et al.*, 2011).

2.3 ANÁLISE INDIVIDUAL DO CLIENTE

À medida que a prestação de serviços e os relacionamentos com os clientes tornaram-se mais relevantes para a economia, foram propostas novas métricas de marketing para atender a necessidade de compatibilidade com o horizonte de tempo demandado para a construção de relações sustentáveis com os clientes da companhia. Nesse contexto, surgiram o *customer equity* e o valor vitalício do cliente, métricas baseadas na concepção financeira de fluxo de caixa descontado, que permitiam contemplar na análise do cliente as receitas esperadas ao longo do seu relacionamento com a empresa.

2.3.1 *Customer equity*

O termo *customer equity* foi introduzido por Blattberg & Deighton (1996) na ocasião em que apresentaram uma proposta de gestão da clientela da empresa baseada em critérios semelhantes aos adotados para os ativos tradicionais da companhia. Segundo esses autores, a maximização dos recursos seria obtida a partir da determinação do balanço ideal entre os esforços de aquisição e de retenção de clientes. Posteriormente, Rust, Lemon & Zeithaml (2000, p. 4) definiram *customer equity* como sendo: “a soma dos valores vitalícios de todos os clientes da empresa descontados a valor presente”. Porém, em 2004, ampliaram essa definição para que contemplasse os clientes potenciais da empresa: “a soma dos valores vitalícios descontados de todos clientes atuais e potenciais da empresa” (RUST; LEMON; ZEITHAML, 2004, p. 110). Essa definição tem sido amplamente adotada pela academia (KUMAR; LEMON; PARASURAMAN, 2006; DRÈZE; BONFRER, 2009). Villanueva & Hanssens (2007) procuraram distinguir

a definição de *customer equity* que contempla apenas os clientes atuais, da definição de *customer equity* que também inclui os clientes potenciais, nomeando o primeiro de *customer equity* estático e o segundo de *customer equity* dinâmico. Com isso, o conceito de valor vitalício do cliente, originário da literatura de marketing direto e de relacionamento (BERGER; NASR, 1998; HOGAN; LEMON; RUST, 2002), tornou-se central ao conceito de *customer equity*, modificando o seu foco para a mensuração e construção de relacionamentos lucrativos com os clientes (VILLANUEVA; HANSSSENS, 2007).

2.3.2 Valor vitalício do cliente

Diversos modelos de valor vitalício do cliente (CLV) foram propostos. As primeiras sugestões de modelos surgiram nas pesquisas da área de marketing direto e de relacionamento (BITRAN; MONDSCHHEIN, 1996; DWYER, 1997); principalmente, em função da necessidade das empresas de definição de alocação dos recursos de marketing no que diz respeito aos clientes (por exemplo, envio de catálogos e mala direta). De uma maneira geral, há um consenso em relação à definição de CLV, sendo sutis as diferenças entre os autores da área. No quadro 2, estão citadas as definições mais adotadas pelos pesquisadores. Na maioria das definições, está presente a ideia de fluxo de caixa descontado, de lucratividade e de relacionamento futuro. A principal distinção entre as definições utilizadas refere-se à questão do uso do termo esperado, que reforça a incerteza em relação à estimativa. Considerando que o CLV é uma métrica que pretende estimar o valor do relacionamento futuro com o cliente, optou-se por explicitar a incerteza, adotando a seguinte definição de CLV: valor presente de todos os lucros (ou prejuízos) esperados decorrentes do relacionamento futuro da empresa com um cliente.

Diante da importância do conceito de relacionamento com os clientes para os modelos de CLV, torna-se relevante compreender os diferentes contextos em que esses relacionamentos podem ocorrer. Jackson (1985) propôs uma das classificações de relacionamento mais adotadas (DWYER, 1997; BERGER; NASR, 1998; RUST; LEMON; ZEITHAML, 2004). De acordo com essa tipologia, os clientes (no contexto B2B) se relacionam com as empresas de duas formas: *lost-for-good* e *always-a-share*. Na situação *lost-for-good*, os clientes permanecem fazendo negócios com a empresa até que decidem alterar de fornecedor e não retornam mais a comprar da empresa. Na situação *always-a-share*, os clientes compram de várias empresas, e não estão comprometidas com um único vendedor. Portanto a métrica *share-of-wallet* está

Quadro 2: Definições de CLV

1989	DWYER	O valor presente líquido da lucratividade do cliente ao longo do relacionamento cliente-empresa.
1996	BITRAN; MONDSCHHEIN	O total do lucro líquido descontado que um cliente gera durante a vida dele na carteira da empresa.
1997	DWYER	O valor presente dos benefícios esperados (por exemplo, margem bruta) menos os encargos (por exemplo, custos diretos do serviço e comunicação) dos clientes.
2001	NOVO	O lucro líquido total que a empresa pode esperar de um cliente.
2002	JAIN; SINGH	O lucro líquido ou prejuízo para a empresa de um cliente durante toda a vida de transações desse cliente com a empresa.
2002	LIBAI; NARAYANDAS; HUMBY	O valor presente líquido do fluxo de lucro dos clientes com base na taxa de retenção de clientes da empresa ou de segmento de clientes.
2005	PFEIFER; HASKINS; CONROY	O valor presente dos fluxos de caixa futuros associados a um cliente.
2006	KUMAR; LEMON; PARASURAMAN	O valor presente líquido dos lucros futuros de um cliente.
2006	GUPTA; LEHMANN	O valor presente de todos os lucros futuros obtidos de um cliente pelo período em que o seu relacionamento com a empresa perdurar.
2015	Presente estudo	O valor presente de todos os lucros (ou prejuízos) esperados decorrente do relacionamento futuro da empresa com um cliente.

Fonte: Elaborado pela autora

diretamente vinculada à classificação sugerida por Jackson (1985), de forma que, na situação *lost-for-good*, as empresas teriam a totalidade do *share-of-wallet* dos seus clientes, enquanto que, na situação *always-a-share*, as empresas teriam apenas uma parcela do *share-of-wallet* dos seus clientes. Em relação aos modelos de CLV, as situações *lost-for-good* são modeladas a partir da taxa de retenção, ou seja, da probabilidade de o cliente permanecer ativo na base de clientes da empresa; e as situações *always-a-share* são modeladas a partir da probabilidade da compra repetida ou de migração para o concorrente (BERGER; NASR, 1998).

Outra classificação bastante utilizada refere-se à existência de contrato para regular o relacionamento: relações contratuais e não contratuais (REINARTZ; KUMAR, 2000; VENKATESAN; KUMAR, 2004; FADER; HARDIE; LEE, 2005a). A principal diferença entre as duas formas de relacionamento refere-se ao fato de que em uma situação contratual o desligamento de um cliente é observável, enquanto que em uma situação não contratual a ausência de pedidos pode representar um grande hiato entre duas compras. De uma maneira geral, as relações contratuais são modeladas a partir da taxa de retenção, ao passo que as relações não

contratuais são modeladas a partir da probabilidade da compra repetida ou de migração para o concorrente. Em grande parte da literatura de CLV, as relações contratuais são consideradas situações *lost-for-good*, e as relações não contratuais são consideradas situações *always-a-share* (JAIN; SINGH, 2002). Entretanto existem contextos em que as relações são contratuais com características de situações *always-a-share* (por exemplo, clientes de clubes de desconto, clientes que possuem mais de uma operadora de celular) e vice-versa, relações não contratuais com características de situações *lost-for-good* (por exemplo, clientes habituais de cabeleireiros).

Villanueva & Hanssens (2007) propuseram uma tipologia baseada na fonte de dados. De acordo com esses autores, a disponibilidade de informações dependeria do tipo de relacionamento que a empresa mantém com os seus clientes, de modo que as entradas para os modelos de CLV seriam oriundas de: dados internos, pesquisas, relatórios da empresa, dados em painel e julgamento gerencial. Para empresas que possuem relações contratuais, a utilização de dados internos seria mais adequada, enquanto que, para empresas cujos clientes alternam com frequência entre as marcas, pesquisas e dados em painel seriam desejáveis. Segundo Kumar & George (2007), os modelos de CLV deveriam ser escolhidos em função da disponibilidade dos dados, de maneira que, havendo dados relativos às transações e interações dos clientes com a empresa, deveriam ser adotados modelos baseados em dados internos. Na falta de dados individuais, a recomendação seria utilizar informações relativas aos segmentos de clientes e, por fim, utilizar-se de pesquisas para coletar os dados necessários.

Além disso, o nível de análise do CLV está vinculado à fonte de dados utilizada pela empresa. As abordagens *top-down* não necessitam de dados individuais, visto que dados de entrada agregados são suficientes para estimar o CLV médio dos clientes. No entanto, para as abordagens *bottom-up*, os dados individuais dos clientes são imprescindíveis para a estimação do CLV de maneira desagregada. Portanto, ao adotar modelos agregados de CLV, a empresa pode utilizar fontes como pesquisa ou dados secundários; porém, para optar por modelos desagregados, a empresa deve dispor de bancos de dados internos que contenham o histórico das transações com seus clientes.

Gupta *et al.* (2006) alertam para a necessidade de inclusão de variáveis econômicas externas à empresa nos modelos de CLV que utilizam abordagens *bottom-up*, dado que, a partir desses modelos, é possível somar as estimativas individuais de cada cliente e realizar projeções da demanda total da companhia. Se esses modelos estiverem embasados apenas em dados internos históricos individuais, é provável que a estimação do comportamento de compra futuro

dos clientes apresente divergência em relação aos modelos de estimação de demanda agregada, que, de um modo geral, são utilizados pelos executivos do setor financeiro das empresas e incluem variáveis externas, o que poderia representar um empecilho para a adoção dos modelos desagregados de CLV.

Em relação à abordagem adotada, ainda é possível classificar os modelos em determinísticos e estocásticos. Os modelos estocásticos consideram que a natureza do processo de compra é probabilística, de modo que, segundo essa abordagem, o comportamento observado seria dependente de variáveis latentes não observadas que possuem componentes aleatórios decorrentes da incerteza intrínseca ao comportamento do consumidor. Diante disso, o passado não seria um “espelho perfeito”, mas embaçado do futuro (FADER; HARDIE, 2009, p. 62). Portanto os modelos estocásticos assumem que o comportamento dos consumidores varia de acordo com uma distribuição de probabilidade obtida a partir de dados passados. Em sua grande maioria, os modelos que estimam o CLV de maneira individualizada utilizam modelagens estocásticas – por exemplo, Venkatesan & Kumar (2004), Fader, Hardie & Lee (2005a), Borle, Singh & Jain (2008) – enquanto que, de uma maneira geral, os modelos agregados de CLV que utilizam a abordagem estocástica, buscam estimar a probabilidade de troca entre segmentos de clientes – por exemplo, Dwyer (1997), Pfeifer & Carraway (2000), Libai, Narayandas & Humby (2002) – ou de troca de marca – por exemplo, Rust, Lemon & Zeithaml (2004). Em contrapartida, a abordagem determinística assume certeza sobre todos os aspectos e, portanto, não possui elementos aleatórios. Existem vários modelos agregados de CLV que adotam essa abordagem (por exemplo, Berger & Nasr (1998), Gupta, Lehmann & Stuart (2004). Se, de um lado, os modelos estocásticos são capazes de capturar a heterogeneidade dos clientes e gerar informações mais detalhadas; por outro, os modelos determinísticos são mais simples e, por consequência, mais fáceis de serem implementados pelas empresas (VILLANUEVA; HANSSENS, 2007).

No que diz respeito à capacidade preditiva dos modelos de CLV, pesquisas realizadas até o momento demonstram que a previsão da lucratividade dos clientes tem sido uma tarefa difícil. Modelos simples, que consideram a lucratividade constante ao longo do tempo, apresentaram resultados equivalentes ou superiores a modelos mais complexos, baseados em regressões e probabilidade de compra (Donkers, Verhoef, e Jong 2007; (RUST; KUMAR; VENKATESAN, 2011). A dificuldade de elaboração e previsão dos modelos seria tanta, a ponto de Wübben & Wangenheim (2008) concluírem que métodos heurísticos usados por gerentes de empresas possuíam desempenho similar a modelos estocásticos mais sofisticados, o que contribuiria para

a não utilização de modelos de CLV por parte dos executivos.

Em suma, as principais tipologias relativas aos modelos de CLV referem-se ao tipo de relacionamento (*lost-for-good* e *always-a-share* / contratual e não contratual), fonte de dados (dados internos, pesquisas, relatórios da empresa, dados em painel e julgamento gerencial), nível de análise (agregado e desagregado) e modelagem (determinística e estocástica).

2.3.3 Os modelos de CLV e *customer equity*

De acordo com o modelo clássico, o CLV de um cliente pode ser obtido a partir da Equação 1 (GUPTA; LEHMANN; STUART, 2004; REINARTZ; KUMAR, 2003):

$$CLV = \sum_{t=0}^T \frac{m_t r_t}{(1+d)^t} \quad (1)$$

onde: m_t é a margem de contribuição do cliente⁶ no tempo t , r_t é taxa de retenção (ou probabilidade de compra) no tempo t , d é a taxa de desconto, T é o horizonte de tempo de duração do relacionamento com a companhia arbitrado.

Existem diversas variações do modelo clássico que contemplam tendências de crescimento para a margem de contribuição, incluem restrições de margem de contribuição e taxa de retenção constantes, bem como consideram o horizonte de tempo infinito (para maiores detalhes, veja Berger & Nasr (1998), Jain & Singh (2002), Gupta & Lehmann (2005)). Embora o modelo clássico seja, em princípio, determinístico, alguns autores utilizaram variações desse modelo estimando as entradas de forma estocástica – por exemplo, Reinartz & Kumar (2003), Venkatesan & Kumar (2004).

Diante dessa limitação, o modelo proposto por Rosset *et al.* (2003) é mais genérico do que o modelo considerado clássico pela literatura de Marketing. O horizonte de tempo é infinito e as variáveis podem assumir valores contínuos. Além disso, a taxa de retenção é substituída pela função de sobrevivência, definida como a probabilidade de o cliente permanecer ativo em determinado período de tempo:

$$E(CLV) = \int_0^{\infty} E[m(t)]S(t)d(t)dt \quad (2)$$

⁶ Em se tratando de clientes potenciais, a margem de contribuição esperada deve ser reduzida dos custos de aquisição.

onde: $E[m(t)]$ é a margem de contribuição esperada do cliente no tempo t , $S(t)$ é probabilidade de o cliente permanecer ativo até o tempo t , e $d(t)$ é a taxa de desconto que reflete o valor presente do dinheiro no tempo t .

Note-se que, se for considerado o intervalo de tempo discreto e finito, e impostas algumas restrições, a Equação 2 transforma-se na Equação 1:

- $E[m(t)] = m_t$
- $S(t) = r_t$
- $d(t) = (1 + d)^{-t}$

Portanto as variáveis a serem modeladas para que seja possível a mensuração do CLV seriam: a sobrevivência (duração do relacionamento), a margem de compra e a taxa de desconto.

De maneira empírica, função de sobrevivência $S(t)$ pode ser definida como a proporção dos clientes adquiridos no período anterior a t que ainda permanecem ativos no tempo t . Em contextos contratuais, a função de probabilidade de sobrevivência do cliente por determinado período de tempo pode ser estimada a partir de modelos Hazard, que definem a probabilidade de deserção do cliente em determinado período de tempo – por exemplo, Rosset *et al.* (2003), Donkers, Verhoef & Jong (2007), Borle, Singh & Jain (2008). Esses modelos podem ser paramétricos, assumindo formas de distribuições de probabilidade (por exemplo, Exponencial, Weibull), semiparamétricos, ou não paramétricos. Fader & Hardie (2007) propuseram o modelo sBG (*shifted*-Beta-Geométrica) como opção para situações contratuais em que as oportunidades de compras são discretas.

Em contextos não contratuais, nos quais a deserção dos clientes não pode ser observada, uma referência é o modelo Pareto/NBD (*Negative Binomial Distribution*). Schmittlein, Morrison & Colombo (1987) propuseram esse modelo de estimação da probabilidade de sobrevivência do cliente a partir de dados relativos à recência e frequência de compras dos clientes. Para isso, utilizaram a distribuição Pareto (mista Exponencial-Gamma) para definir a taxa de deserção dos clientes e a distribuição NBD (mista Poisson-Gamma) para definir o número de compras. A taxa de deserção e o número de compras foram consideradas variáveis independentes. A utilização da distribuição Gamma permitiu a modelagem da heterogeneidade dos clientes. Foram propostas algumas alternativas ao modelo Pareto/NBD como os modelos BG/NBD (Beta-Geométrica/NBD) de Fader, Hardie & Lee (2005a); BG/BB (Beta-Geométrica/Beta-Bernoulli) de Fader, Hardie & Shang (2010), e PDO/NBD (*Periodic Death Opportunity/NBD*) de Jerath, Fader & Hardie (2011). Abe (2009) permitiu o relaxamento do pressuposto de independência

entre a taxa de deserção e o número de compras ao realizar a estimação do modelo Pareto/NBD pelo método hierárquico bayesiano. No Quadro 3, estão resumidos os principais modelos probabilísticos utilizados nos diferentes contextos de compra.

Quadro 3: Contextos de utilização de modelos probabilísticos

Oportunidades de compra	Relação contratual	Relação não contratual
Contínuas	Hazard (cartões de crédito, serviços bancários, serviços de telecomunicação)	Pareto/NBD, BG/NBD e PDO/NBD (estadia em hotéis, passagens aéreas, compras em supermercados)
Discretas	sBG (contratação de seguro, assinatura de revistas, academia)	BG/BB (<i>shows</i> , palestras, eventos de caridade)

Fonte: Adaptado de Fader & Hardie (2009)

Em relação à margem de contribuição esperada, a maioria dos modelos de CLV considera que os lucros de cada cliente evoluem de acordo com um processo estacionário e, portanto, possuem média constante ao longo de tempo (VILLANUEVA; HANSSENS, 2007). Enquanto os modelos mais simples definem a margem de contribuição futura em função da média histórica, em grande parte dos modelos estocásticos, a margem de contribuição dos clientes é estimada a partir de regressões lineares ou de distribuições probabilísticas – tais como Normal (SCHMITTLEIN; PETERSON, 1994), Gamma-Gamma (FADER; HARDIE; LEE, 2005a) ou Log Normal (BORLE; SINGH; JAIN, 2008). Fader, Hardie & Lee (2005a) utilizaram a distribuição mista Gamma-Gamma para que fosse possível modelar a heterogeneidade dos clientes. Muitos desses modelos estocásticos pressupõem independência entre o montante despendido pelo cliente e o momento da compra (SCHMITTLEIN; PETERSON, 1994; VENKATESAN; KUMAR, 2004; FADER; HARDIE; LEE, 2005a). Entretanto Gladys, Baesens & Croux (2009) propuseram uma extensão do modelo Pareto/NBD na qual relaxam esse pressuposto de independência. Borle, Singh & Jain (2008) modelaram as variáveis de forma conjunta para que não fosse necessário pressupor independência entre o montante, o momento da compra e o risco de deserção. De fato, esses autores verificaram dependência entre as variáveis na pesquisa que realizaram. Kumar *et al.* (2008) também modelaram as variáveis relativas à margem de contribuição, custos de contato de marketing e a probabilidade de compra de forma conjunta. Embora o ideal seja que a empresa tenha condições de apropriar os custos de maneira individual e, com isso, calcular a margem de contribuição de cada cliente, devido à falta de dados, grande parte das pesquisas de CLV realizadas apropria os custos de acordo com um percentual médio (tal como 30%) das receitas para toda a base de clientes – por exemplo, Schmittlein & Peterson

(1994), Fader, Hardie & Lee (2005a), Borle, Singh & Jain (2008). Diante disso, a margem de contribuição acaba sendo estimada basicamente em função da receita de venda dos produtos. Ainda que Venkatesan & Kumar (2004) apropriem os custos dos produtos do mesmo modo, esses autores deduzem adicionalmente da margem de contribuição, despesas variáveis individuais referentes aos custos de comunicação com o cliente.

No que diz respeito à taxa de desconto, a maioria dos pesquisadores utiliza para atualizar as estimações a valor presente, uma taxa constante e homogênea para toda a base de clientes – por exemplo, Berger & Nasr (1998), Pfeifer & Carraway (2000), Gupta, Lehmann & Stuart (2004), Kumar *et al.* (2008). De maneira geral, os valores adotados são arbitrários (entre 10 e 20% a.a.); sendo definidos, em alguns casos, de acordo com o custo de capital da empresa. Desse modo, as abordagens tradicionais de estimação do CLV não contemplam o risco gerado pela incerteza relativa ao comportamento futuro do consumidor, ou decorrente das estimações do parâmetros do modelo (TIRENNI *et al.*, 2007), mas apenas em relação ao risco da empresa como um todo.

Apesar de ser possível modelar o CLV considerando um horizonte de tempo infinito – por exemplo, Rosset *et al.* (2003), Gupta & Lehmann (2003), Borle, Singh & Jain (2008) –, diversos modelos foram elaborados de forma com que seja necessária a determinação do período de tempo que será contemplado na mensuração – por exemplo, Rust, Lemon & Zeithaml (2004), Venkatesan & Kumar (2004). Nesses casos, normalmente, os pesquisadores especificam o período de duração entre três e cinco anos. Kumar & Shah (2009) argumentam que, em função da incerteza ocasionada pela dinâmica do mercado, perde-se a acurácia de predição em estimações com prazos mais longos. Rust, Kumar & Venkatesan (2011) justificam que, diante da alteração das ofertas de produtos que ocorrem no passar do tempo, a contribuição para a lucratividade da empresa, relativa a períodos superiores a três anos, seria muito pequena; sendo, portanto, recomendável limitar o tempo de análise do CLV.

Um grande debate que surge em relação aos modelos de CLV diz respeito à possível mudança de comportamento dos clientes no transcorrer do relacionamento com a empresa. Ao focar na lucratividade atual dos clientes, muitos modelos “negligenciam o fato de que os clientes podem evoluir ao longo do tempo” (Rust, Kumar e Venkatesan 2011: 281). A pesquisa realizada por Mark *et al.* (2013) desafia o pressuposto de estabilidade da lucratividade dos clientes implícito em muitos modelos. Esses autores verificaram que, aproximadamente, 40% dos clientes mudaram de segmento no período analisado, sendo que a maioria tornou-se mais

lucrativa para a empresa com o passar do tempo. Rust, Kumar & Venkatesan (2011) também verificaram essa dinâmica de comportamento dos clientes. De acordo com esse estudo, após um ano, apenas metade dos clientes permanecia no mesmo segmento de lucratividade, 22% haviam evoluído para um segmento superior e 28% haviam migrado para um segmento inferior. Diante disso, alguns pesquisadores propuseram modelos que contemplassem a probabilidade de os clientes mudarem de segmento, partindo da premissa de que cada segmento geraria um retorno distinto e que os clientes poderiam alternar de segmentos ao longo do relacionamento com a empresa – por exemplo, Pfeifer & Carraway (2000), Libai, Narayandas & Humby (2002), Haenlein, Kaplan & Beeser (2007), Tirenni *et al.* (2007), Aeron *et al.* (2008). Pfeifer & Carraway (2000) foram pioneiros na utilização da Cadeia de Markov em abordagens de CLV, introduzindo dinâmica ao relacionamento cliente-empresa no modelo que propuseram:

$$CLV^T = \sum_{t=0}^T [(1+d)^{-1}P]^t r \quad (3)$$

onde: P é a matriz de probabilidade de troca de segmento, r é o vetor de retornos esperados para cada segmento, d é a taxa de desconto e T é o horizonte de tempo de duração do relacionamento com a companhia arbitrado. Considerando um horizonte de tempo infinito, $\|(1+d)^{-1}P\| < 1$, a Equação 3 será transformada para:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} CLV^T = [I - (1+d)^{-1}P]^{-1} r \quad (4)$$

onde: I é a matriz identidade.

O ponto crítico dos modelos baseados na Cadeia de Markov é a determinação da matriz de probabilidades e a definição dos segmentos de clientes. Enquanto alguns pesquisadores adotaram critérios de segmentação arbitrários – por exemplo, Aeron *et al.* (2008) –, outros pesquisadores segmentaram com base na recência, frequência e valor monetário das transações (RFM) – por exemplo, Pfeifer & Carraway (2000) – ou, ainda, classificaram a partir da análise da árvore de decisão – por exemplo, Haenlein, Kaplan & Beeser (2007). De maneira complementar, Libai, Narayandas & Humby (2002) sugeriram que a segmentação fosse realizada de acordo com os critérios considerados mais adequados pelos gestores e propuseram a estimação do valor da base de clientes da empresa a partir da matriz de probabilidade de troca de segmento:

$$CE^T = \sum_{t=0}^T [(1+d)^{-1}P]^t r c \quad (5)$$

onde: P é a matriz de probabilidade de troca de segmento, r é o vetor de retornos esperados para cada segmento, c é o vetor do número de clientes em cada segmento, d é a taxa de desconto e T é o horizonte de tempo de duração do relacionamento com a companhia arbitrado.

Em relação à estimação da matriz de probabilidades, a maioria das abordagens baseia-se em dados históricos – por exemplo Pfeifer & Carraway (2000), Haenlein, Kaplan & Beeser (2007), Aeron *et al.* (2008). Exemplos de propostas alternativas seriam as de Tirenni *et al.* (2007) – que adotaram a abordagem bayesiana e incorporaram um modelo a priori à matriz de transição de probabilidade – e Rust, Lemon & Zeithaml (2004) – que, além de definirem a matriz de transição em função da probabilidade de troca de marca, utilizaram como fonte de dados a intenção de compra informada pelos consumidores pesquisados. Outro ponto importante refere-se ao pressuposto dos modelos baseados nas Cadeias de Markov de que o número total de clientes permaneça estável ao longo do tempo, de maneira que, necessariamente, um dos segmentos de clientes deve ser o de clientes inativos, e a soma de clientes ativos e inativos deve ser constante. Logo esses modelos podem ser entendidos como uma generalização dos modelos de retenção com intervalo de tempo discreto (TIRENNI *et al.*, 2007).

Além das abordagens supracitadas, diante da importância da aquisição e retenção de clientes, foram propostos modelos de *customer equity* para auxiliar os gestores na definição do balanço ideal entre os esforços para conquistar e manter clientes, a fim de maximizar a lucratividade da base de clientes – por exemplo, Blattberg & Deighton (1996), Thomas (2001), Thomas, Blattberg & Fox (2004), Reinartz, Thomas & Kumar (2005). Pioneiros na concepção de modelos de *customer equity*, Blattberg, Getz & Thomas (2001) assumiram independência entre os processos de aquisição e retenção de clientes:

$$CE(t) = \sum_{s=1}^S \left[N_{st}(\alpha_{st}m_{st} - A_{st}) + \sum_{k=1}^{\infty} N_{st}\alpha_{st} \prod_{j=1}^k \rho_{s(t+j)}(m_{s(t+j)} - R_{s(t+j)}) \left(\frac{1}{1+d} \right)^j \right] \quad (6)$$

onde: $CE(t)$ é o *customer equity* dos clientes adquiridos no tempo t , N_{st} é o número de clientes potenciais para o segmento s ao tempo t , α_{st} é a probabilidade de aquisição do segmento s ao tempo t , $\rho_{s(t+j)}$ é a probabilidade de retenção do segmento s para o tempo $t + j$, A_{st} refere-se aos custos de aquisição do segmento s ao tempo t , $R_{s(t+j)}$ refere-se aos custos de

retenção e *add-on selling* do segmento s ao tempo $t + j$, $m_{s(t+j)}$ é margem de contribuição do segmento s para o tempo $t + j$, d é a taxa de desconto, k refere-se ao intervalo de tempo a partir do qual o cliente já fora adquirido, S é o número de segmentos e s é o segmento determinado.

Todavia estudos mais recentes demonstraram que os processos de aquisição e retenção de clientes estariam relacionados e deveriam ser modelados de forma conjunta (THOMAS; BLATTBERG; FOX, 2004; YOO; HANSSENS, 2005). Lewis (2006) concluiu que políticas de descontos agressivas para a aquisição de clientes afetam de forma negativa a probabilidade de compra e o valor da base de clientes. Yoo & Hanssens (2005) verificaram que o impacto do aumento da taxa de aquisição de clientes na taxa de retenção dependia da empresa analisada. Berger & Bechwati (2001) vincularam os processos de aquisição e retenção de clientes propondo inclusão da restrição orçamentária da empresa ao modelo.

Por fim, ressalta-se que os modelos de CLV, de modo geral, não consideram os efeitos de *cross-selling* – visto que pressupõem que a média da margem de contribuição seja estacionária (VILLANUEVA; HANSSENS, 2007) –, assim como não incluem efeitos de interligação entre os clientes – pois assumem que as ações dos clientes são independentes (TIRENNI *et al.*, 2007). Segundo Kumar *et al.* (2010), o CLV seria uma métrica destinada apenas para mensurar o comportamento de compra do cliente, e não seria adequada para avaliar os efeitos decorrentes da referência, influência e cocriação de valor decorrentes do conhecimento do cliente sobre os produtos e serviços oferecidos pela empresa. Para esses efeitos, os autores propõem outras métricas: *customer referral value* (CRV), *customer influencer value* (CIV) e *customer knowledge value* (CKV), respectivamente. Todas, inclusive o CLV, formariam o chamado *customer engagement value* (CEV).

A fim de verificar as modelagens sugeridas por pesquisadores de marketing, foi realizado um levantamento sobre estudos que apresentassem modelos de CLV e de *customer equity* (CE) nos principais periódicos da área – *Journal of Marketing*, *Journal of the Academy of Marketing Science*, *Journal of Marketing Research* e *Journal of Service Research* –, desde o seu surgimento (no final da década de 1980) até o momento atual, resumido na Tabela A1 (Apêndice A). Adicionalmente, foram incluídas pesquisas de outros periódicos citadas por esses estudos, assim como pesquisas que continham propostas de estimações para as variáveis de entradas relevantes, tais como o Pareto/NDB de Schmittlein, Morrison & Colombo (1987). No total, foram elencados 51 estudos, sendo 35 modelos de CLV, dez modelagens de CE e seis propostas de estimação de variáveis de entrada. Os modelos foram classificados de acordo com o tipo de

modelagem adotada – determinística ou estocástica –, situação de relacionamento ao qual são adequados – *lost-for-good* (LFG) ou *always-a-share* (AAS) –, nível de análise que proporcionam aos gestores – empresa, segmento ou individual –, tipo de relação que são compatíveis – contratual ou não contratual –, horizonte de tempo contemplado – finito ou infinito – e a taxa de desconto aplicada. Além disso, foi feita uma breve descrição sobre cada estudo, assim como identificadas a indústria e a natureza da relação – B2B ou B2C – nos casos em que a modelagem foi aplicada.

2.4 O RISCO NA GESTÃO DE CLIENTES

A origem do conceito de risco do cliente na literatura sobre gestão de clientes advém da área financeira. A introdução do termo na área de marketing foi impulsionada pela pressão dos acionistas para a comprovação do retorno financeiro das ações de marketing, e está relacionado com estudos e modelos de mensuração do valor da clientela da empresa. Todavia os modelos financeiros tradicionais de avaliação utilizam apenas um fator, a taxa de desconto, que corresponderia a todas as fontes de risco envolvidas; enquanto que, a maioria dos modelos de CLV adota dois fatores de risco, a taxa de desconto e a taxa de retenção (ou probabilidade de compra). Em vista disso, poderia existir uma sobreposição de fatores de risco nos modelos de CLV, o que ocasionaria uma superestimação do risco nesses modelos (HOGAN; LEMON; RUST, 2002; GUPTA, 2009). Além disso, de um modo geral, os modelos de CLV desconsideram a variabilidade da margem de contribuição gerada pelos clientes. Segundo Gupta *et al.* (2006), para que realmente seja possível acessar o risco dos clientes, seria necessário considerar a distribuição ou a variância dos valores previstos para o CLV. Portanto, se por um lado, a opção de utilizar apenas a taxa de desconto da empresa (por exemplo, custo de capital da empresa) para todos clientes não é satisfatória por não contemplar as diferenças individuais dos clientes (por exemplo, em relação à probabilidade de compra); de outro a utilização de ambas também pode ser um equívoco, em função da possibilidade de contagem dupla de componentes do risco. Da mesma forma, se os modelos considerassem apenas a taxa de retenção, outras fontes de risco poderiam ser negligenciadas, tais como redução da *share-of-wallet*, redução no nível de compra do cliente, aumentos nos custos para atendimento (HOGAN; LEMON; RUST, 2002). Desse modo, segundo Hogan, Lemon & Rust (2002), alternativas possíveis para lidar com o risco seriam: (1) considerar a variância dos retornos dos diferentes segmentos de clientes; ou (2)

decompor as fontes de risco representadas pela taxa de desconto da empresa, contemplando os componentes de risco de forma separada nos modelos de CLV.

Em relação às fontes de risco, o risco do cliente poderia ser decomposto em seis grupos:

1. Risco de deserção ou de perda da venda: relacionado à probabilidade de o cliente optar por não ser mais cliente da empresa ou de o cliente decidir por não realizar a compra. Esse tipo de risco está contemplado na maioria dos modelos de CLV.
2. Risco de suscetibilidade às mudanças do ambiente: relacionado às alterações nos padrões de compra devido a mudanças no cenário macroeconômico. Rust, Kumar & Venkatesan (2011) incluíram no modelo variáveis externas e verificaram que os clientes tendem a proporcionar maiores margens de contribuição em ambientes nos quais as tendências macroeconômicas são favoráveis. Gupta *et al.* (2006) salientaram que, em previsões do faturamento da empresa, os executivos financeiros normalmente incluem variáveis macroeconômicas em suas análises, de modo que seria razoável supor que essas variáveis afetem de forma diferente os clientes da empresa.
3. Risco de suscetibilidade às mudanças no ambiente competitivo, inexistência de contratos, ou influência de ações de marketing: relacionado à mudanças no fluxo de caixa gerado pelo cliente para a empresa em função de ações de concorrentes. Hogan, Lemon & Rust (2002) sugeriram a inclusão de variáveis relativas ao *share-of-wallet* do cliente nos modelos de CLV. Tarasi *et al.* (2011) comprovaram a estabilidade superior do fluxo de caixa gerado por clientes que possuíam contratos com a empresa.
4. Risco de comportamento oportunista: relacionado ao poder de negociação do cliente devido à sua alta relevância para o fluxo de caixa da empresa. Esse tipo de risco está relacionado ao tamanho do cliente e à concentração da carteira de clientes da empresa. Tarasi *et al.* (2011) evidenciaram que clientes de maior porte apresentaram uma variabilidade do caixa gerado superior se comparado a clientes de pequeno porte.
5. Risco de inadimplência: relacionado à sua saúde financeira, dada a sua capacidade de compra e pagamento. Singh, Murthi & Steffes (2013) incluíram essa categoria de risco na métrica que propuseram para mensurar o valor do cliente.
6. Risco de relação do comportamento de compra com outros clientes: associado às interações (positivas ou negativas) com os demais clientes da empresa, tanto como influenciado, quanto como influenciador, assim como de complementaridade em relação aos seus padrões de compra.

Em relação à análise da variância dos retornos dos clientes, esse conceito está diretamente relacionado com as concepções de gestão de portfólio e de diversificação da carteira de clientes (GUPTA, 2009). Em recente estudo sobre gestão do portfólio de clientes, Tarasi *et al.* (2011) comprovaram que distintos segmentos de clientes podem apresentar diferentes graus de variabilidade e vulnerabilidade do fluxo de caixa, representando, portanto, diferentes níveis de risco para a empresa; e, demonstraram que seria possível compor uma carteira de clientes menos arriscada mantendo o retorno da carteira de clientes atual da companhia. Nessa pesquisa, foi verificada uma diferença significativa na variabilidade do fluxo de caixa gerado por clientes de tamanhos (portes) diferentes, assim como entre cliente contratuais e não contratuais. Do mesmo modo, Singh, Murthi & Steffes (2013) identificaram diversos fatores de risco relativos aos clientes de empresas de cartão de crédito e verificaram que o retorno e o risco desses clientes eram correlacionados. Logo estudos demonstram que “os segmentos de clientes são igualmente arriscados” (HOMBURG; STEINER; TOTZEK, 2009, p. 71).

Pesquisas recentes ampliaram o debate em torno da gestão da base de clientes, introduzindo para a área de marketing, a teoria financeira de gestão de portfólios. De acordo com estes autores (BUHL; HEINRICH, 2008; DHAR; GLAZER, 2003; RYALS, 2002; TARASI *et al.*, 2011), além da rentabilidade, é preciso analisar o risco que os clientes representam para a empresa. Dito de outra forma, a companhia deve analisar o seu portfólio de clientes com base em dois fatores: retorno e risco, procurando formar uma carteira com a combinação mais adequada para empresa.

O principal benefício da análise do risco dos clientes é proporcionar à empresa um fluxo de caixa mais estável, mantendo o nível de retorno desejado pelos acionistas (TARASI *et al.*, 2011). Assim como os clientes podem não ser igualmente rentáveis, eles podem representar diferentes níveis de riscos para a empresa, dependendo do seu padrão de compra, da suscetibilidade a mudanças no mercado e no ambiente competitivo, da influência das ações de marketing da empresa, da existência de contratos, e do porte. Tarasi *et al.* (2011) evidenciaram empiricamente que distintos segmentos de clientes podem de fato apresentar diferentes graus de variabilidade e vulnerabilidade do fluxo de caixa. Buhl & Heinrich (2008) demonstraram que, mesmo um determinado segmento de clientes não lucrativo, se apresentar pouca correlação com os demais segmentos, pode contribuir para a redução do risco do portfólio e, com isso, para a melhora do desempenho da empresa.

Embora esses achados pareçam promissores e conceito do risco na área financeira seja igualmente importante ao conceito de retorno, estudos na área de gestão do risco de clientes ainda são escassos. No quadro 4, estão sintetizadas as pesquisas mais relevantes relativas a esse tema. Os principais conceitos que contemplados nesses estudos são: variância do cliente, beta do cliente, percentual de prêmio do cliente, portfólio eficiente, CLV por segmento e *risk scorecard*.

Variância do cliente. A volatilidade ou variabilidade do fluxo de caixa gerado pelo cliente para a empresa, usualmente mensurado em função da variância, é uma forma de definir o risco do cliente. E, portanto, uma alternativa à definição de risco feita em relação às diferentes fontes de incerteza – tais como deserção ou perda da venda, mudanças do ambiente macroeconômico e competitivo, comportamento oportunista por parte dos clientes, inadimplência, influência de comportamento de compra entre clientes – englobadas na taxa de desconto adotada para atualizar os fluxos de caixa ao tempo presente (HOGAN *et al.*, 2002).

$$V_i = \frac{\sum_{t=1}^N (m_{it} - \bar{m}_i)^2}{N - 1} \quad (7)$$

onde: m_{it} é a margem de contribuição do cliente i no período t , \bar{m}_i é a margem de contribuição média do cliente i ao longo dos N períodos, e N é o total de períodos em que a margem do cliente ocorreu.

Beta do cliente. O beta do cliente captura o grau em que cada cliente individual contribui para o risco global do portfólio. Da mesma forma que um ativo financeiro, o cliente que possui β_i superior a 1, representa um risco maior para a companhia.

$$\beta_i = \frac{Cov(x_i, x_p)}{Var(x_p)} \quad (8)$$

onde: $Cov(x_i, x_p)$ é a covariância entre o fluxo de caixa individual do cliente e o fluxo de caixa do portfólio de clientes, e $Var(x_p)$ é a variância do fluxo de caixa do portfólio de clientes.

Percentual de prêmio do cliente. O percentual de prêmio do cliente auxilia os gestores a analisarem as diversas possibilidades de combinações entre retorno e risco, e escolherem as que apresentarem as melhores relações. Se os clientes apresentam o mesmo retorno ou mesmo risco, a comparação pode ser feita de forma direta; no entanto, para distintos retornos e riscos, o percentual de prêmio do cliente torna-se uma ferramenta útil na identificação dos clientes mais

atrativos (TARASI *et al.*, 2011).

$$RR_i = \frac{R_i - R_f}{\sigma_i} \quad (9)$$

onde: RR_i representa o percentual de recompensa do cliente i , R_i representa o retorno do cliente i , R_f é a *proxy* do retorno do cliente sem-risco, e σ_i é o desvio padrão do retorno do cliente i .

Portfólio eficiente. A combinação de segmentos de clientes que proporciona o menor risco para um determinado nível de retorno (ou o maior retorno para um determinado nível de risco) para a companhia constitui o portfólio eficiente de clientes, sendo que o conjunto de portfólios eficientes forma a fronteira da eficiência, ou seja, curva resultante das melhores combinações de risco (eixo das abscissas) e retorno (eixo das ordenadas) das possíveis carteiras de clientes.

CLV por segmento. De acordo com Buhl & Heinrich (2008), o CLV de determinado segmento de cliente pode ser estimado em função do fluxo de caixa descontado de acordo com risco específico do segmento. Além do modelo expresso pela Equação 10, os autores também propuseram uma abordagem alternativa de estimação que considera os custos fixos envolvidos na mudança de composição do portfólio de clientes.

$$CLV_i = \sum_{t=1}^T \frac{CFin_{it} - CFout_{it}}{[1 + r_f + \beta_i(E[r_p] - r_f)]^t} \quad (10)$$

onde: $CFin_{it}$ são as entradas de caixa referentes ao segmento i no período t , $CFout_{it}$ são as saídas de caixa referentes ao segmento i no período t , β_i é o risco do segmento i , r_f representa o retorno livre de risco e $E[r_p]$ é o retorno esperado do portfólio.

Risk scorecard. É um método de avaliação do risco de clientes em função de determinados fatores considerados críticos pelos gestores da companhia, tais como condições do mercado, suscetibilidade a mudanças no ambiente competitivo, influência das ações de marketing da empresa, tamanho da empresa e tipo de indústria. Para cada fator é atribuído um peso, sendo que a avaliação de risco de cada cliente é ponderada com base no risco padrão da companhia (RYALS; KNOX, 2007).

Quadro 4: Estudos sobre o risco no contexto do portfólio de clientes

Autores	Teoria	Conceitos	Resultados
Ryals (2002)	CAPM	Taxa de desconto (WACC) por segmento, <i>Risk scorecard</i> .	Avalia a adaptação do modelo CAPM para a gestão de portfólio de clientes, propondo que a análise do risco de diferentes segmentos seja incorporada à estimação valor do cliente a partir da adoção do custo de capital diferenciado por segmento. A autora sugere que o custo por segmento seja obtido através do <i>risk scorecard</i> ou da dispersão (desvio padrão) do fluxo de caixa planejado em relação ao realizado.
Dhar & Glazer (2003)	TMP	Beta do cliente, <i>Customer's risk-adjusted lifetime value risk</i> (RALTV), Portfólio eficiente.	Introduzem o conceito de beta do cliente e desenvolvem um modelo (RALTV) para segmentação do cliente baseados em cinco fatores: taxa de retorno do investimento desejada, previsão de retorno dos clientes que a empresa almeja adquirir, correlação do retorno dos clientes potenciais com o retorno da base existente, risco dos novos clientes e contribuição dos novos clientes para o risco do portfólio.
Ryals (2003)	CAPM + TMP	CLV ajustado ao risco, <i>Risk scorecard</i> .	A autora sugere que a estimação do CLV seja ajustada em função do risco do segmento. O ajuste é feito a partir da análise da influência da diferença do risco (empresa x segmento) sobre a taxa de retenção e a taxa de desconto utilizadas no CLV. O risco do segmento é obtido a partir do <i>risk scorecard</i> .
Ryals & Knox (2005)	CAPM	CLV ajustado ao risco	Propõem uma abordagem para análise e utilização do CLV ajustado ao risco a partir do exemplo de aplicação em uma empresa.
Buhl & Heinrich (2008)	TMP	CLV por segmento, Portfólio eficiente.	Sugeriram um modelo que estima o CLV dos segmentos a partir da avaliação do risco e da correlação do fluxo de caixa entre os segmentos da empresa. Os pesquisadores verificaram que segmentos de clientes não lucrativos, se apresentarem pouca correlação com os demais, podem contribuir para a redução do risco da empresa.
Tarasi <i>et al.</i> (2011)	TMP	Variância e Beta do cliente, Percentual de prêmio do cliente, Portfólio eficiente.	Comprovaram empiricamente que distintos segmentos de clientes podem apresentar diferentes graus de variabilidade e vulnerabilidade do fluxo de caixa. A partir da adaptação da teoria financeira de portfólio para o contexto de portfólio de clientes, os autores demonstram, hipoteticamente, que a empresa poderia ter um portfólio de clientes mais estável (menos arriscado), mantendo a mesma <i>performance</i> obtida com a atual base de clientes.

Fonte: Elaborado pela autora

2.5 CONCLUSÃO

A maior parte dos estudos sobre gestão da clientela tem desconsiderado a heterogeneidade do risco dos clientes, tendo como foco principal a lucratividade gerada por esses. Em função disso, em muitas situações, a gestão do portfólio é tratada como se fosse o resultado da soma das gestões dos relacionamentos individuais da empresa com seus clientes. Considerando que o foco de interesse dos pesquisadores têm sido a margem de contribuição gerada, há sentido em afirmar que a soma dos retornos nominais será equivalente ao todo. Entretanto, se incluirmos a análise do risco, essa afirmação pode não ser verdadeira. Gupta & Lehmann (2006) apontaram para a necessidade de modificação do nível de análise da gestão da clientela do indivíduo para o portfólio, devido à possibilidade do conjunto de decisões individualmente ótimas serem, em algumas situações, subótimas na perspectiva mais ampla do negócio da companhia, de modo que o risco deveria ser incluído na análise, pelo menos em relação ao portfólio de clientes da empresa. Nos próximos dois capítulos, serão discutidas e apresentadas propostas para a gestão da clientela nos níveis estratégico, relativo ao portfólio de clientes, e operacional, referente à gestão indivíduo a indivíduo, bem como a sugestão de uma abordagem de gestão que integre as duas perspectivas – do portfólio e do cliente –, a fim de possibilitar uma gestão holística e mais eficiente.

3 GESTÃO DO PORTFÓLIO DE CLIENTES

Considerando que as empresas tenham condições de selecionar os clientes que pretendem atender e esses clientes possuam necessidades distintas, caberá aos seus gestores selecionar aqueles que se espera que possibilitem aos seus acionistas alcançarem, da maneira mais satisfatória, os objetivos pretendidos.

A priorização de clientes tem sido tema recorrente na literatura de Marketing relativa à gestão de clientes. Argumenta-se que, para grande parte das empresas, poucos clientes sejam responsáveis por um percentual elevado dos lucros da companhia (KUMAR; SHAH, 2009). Portanto seria possível concentrar esforços no atendimento das necessidades desses clientes, garantindo a lucratividade desejada pelos acionistas e, ao mesmo tempo, em decorrência de modificações na política de atendimento aos clientes pouco rentáveis, possibilitar uma redução dos custos da empresa. O desafio dos gestores, por conseguinte, seria o de identificar e suprir as necessidades daqueles clientes que proporcionarão os maiores retornos à firma.

Imbuídos em auxiliar as empresas na tarefa de selecionar clientes, pesquisadores de Marketing da área de gestão da clientela propuseram diversos modelos de valoração de clientes, nomeados de valor vitalício do cliente (CLV), que se baseiam no conceito da área financeira de fluxo de caixa descontado a valor presente.

No entanto, dependendo da capacidade preditiva da empresa para estimar os retornos esperados dos clientes, alguns autores alertam para o fato de que, devido aos custos relacionados a uma provável classificação de tratamento equivocada, a priorização pode não ser a melhor opção para a gestão da clientela (MALTHOUSE; BLATTBERG, 2005).

Além disso, diante da incerteza dos retornos, poder-se-ia argumentar a favor da diversificação dos clientes em oposição à concentração de esforços em um grupo reduzido. A priorização de clientes, em muitas situações, acarreta o aumento do risco da empresa, visto que o desempenho da companhia depende do sucesso do relacionamento com um número menor de clientes, ao mesmo tempo que a firma fica mais exposta a possíveis erros de previsão. Uma opção alternativa para a gestão da clientela seria a de, justamente, procurar fortalecer o relacionamento com clientes que atualmente não sejam tão relevantes para a empresa, mas que tenham potencial para evoluir.

Essa discussão ilustra alguns dos aspectos que diferenciam as decisões relativas à gestão da base de clientes das decisões que se referem a cada cliente individualmente. O desafio desse

estudo será o de buscar conciliar essas duas perspectivas, procurando se apropriar de conceitos clássicos da área financeira.

A adaptação da metodologia de avaliação de fluxo de caixa descontado para a área da gestão de clientes adotada nos modelos de CLV é um dos possíveis caminhos a serem seguidos. No entanto o propósito desse capítulo será a apresentação de uma proposta de abordagem que permita a gestão estratégica a partir da análise do portfólio de clientes. Para isso, buscou-se adaptar as ideias de Markowitz (1952), que deram origem à Teoria Moderna do Portfólio, para a área de gestão da clientela. A partir da trilha iniciada por Tarasi *et al.* (2011), foram realizados avanços que proporcionaram a superação de algumas dificuldades relacionadas às mudanças na composição do portfólio, possibilitando a imposição de limites de crescimento ou redução dos segmentos de clientes, bem como a criação de restrições que permitem o estabelecimento do limite mínimo de lucratividade esperada pelos acionistas da empresa.

3.1 TEORIA MODERNA DO PORTFÓLIO

Markowitz (1952) inicia o artigo "*Portfolio Selection*" de sua autoria argumentando que os investidores não deveriam ter como objetivo a maximização do retorno descontado, uma vez que, seguir essa *rationale*, implicaria a aplicação de todos os recursos em um único ativo, aquele de maior valor presente. E segue, sendo o pioneiro na demonstração formal da importância da diversificação da carteira para o investidor, comprovando que o todo pode diferir da soma das partes, dependendo da correlação existente entre os ativos (RUBINSTEIN, 2002). Para Markowitz (1952), a avaliação da contribuição de cada ativo para a variância do portfólio seria mais importante do que análise da variância dos ativos de maneira isolada. E justifica, demonstrando que, a partir da análise da correlação entre os ativos, seria possível montar portfólios com retornos esperados superiores para um mesmo nível de risco, ou que para um determinado retorno desejado, existiriam portfólios menos arriscados.

Portanto a Teoria do Portfólio proposta por Markowitz (1952) baseia-se na premissa de que o investidor deveria almejar maximizar seus retornos e minimizar a variância desses, definindo o retorno esperado do portfólio como:

$$E(r_p) = \sum_{s=1}^N x_s E(r_s) \quad (11)$$

onde: $E(r_p)$ é o retorno esperado do portfólio, $E(r_s)$ é o retorno esperado do ativo s e x_s é a sua participação na carteira do investidor.

E, o risco do portfólio, em função da variância, ou seja, da dispersão dos possíveis retornos em relação ao retorno esperado (média) dos ativos que compõem a carteira:

$$\sigma_p^2 = \sum_{s=1}^N \sum_{j=1}^N x_s x_j \rho_{sj} \sigma_s \sigma_j \quad (12)$$

onde: σ_p^2 é a variância do portfólio, x_s e x_j representam as participações dos ativos s e j na carteira, ρ_{sj} é a correlação entre os ativos, e σ_s e σ_j são as suas respectivas variâncias.

Explorando a Equação 12, é possível avaliar as implicações da existência de correlação entre esses ativos. No caso em que os ativos não são correlacionados, $\rho_{sj} = 0$ para $s \neq j$, se todos os ativos possuírem a mesma participação na carteira e mesmo desvio padrão, é possível demonstrar que quanto maior o número de ativos menor será o risco do portfólio:

$$\sigma_p^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad (13)$$

No caso em que os ativos são perfeita e positivamente correlacionados, $\rho_{sj} = 1$ para $s \neq j$, o risco do portfólio será o resultado da soma ponderada das variâncias dos ativos que o compõem. Portanto o portfólio de menor risco será composto pelos ativos de menor variância, não sendo possível reduzir o risco a partir da combinação de ativos. Assim sendo, tem-se:

$$\sigma_p^2 = \left(\sum_{s=1}^N x_s \sigma_s \right)^2 \quad (14)$$

E, por fim, nas situações em que os ativos são perfeita e negativamente correlacionados, $\rho_{sj} = -1$ para $s \neq j$, o risco do portfólio poderia ser completamente eliminado, conforme demonstrado no exemplo de uma carteira composta por dois ativos:

$$\sigma_p^2 = (x_s \sigma_s - x_j \sigma_j)^2 \quad (15)$$

Se $x_s = -\frac{x_j \sigma_j}{\sigma_s}$, então, $\sigma_p^2 = 0$.

Entretanto os casos descritos acima são ilustrativos, sendo pouco provável a existência de ativos que não apresentem correlação alguma ou que sejam totalmente correlacionados. Sendo assim, em situações reais, não seria possível eliminar o risco do portfólio, mas sim reduzi-lo em função da diversificação de ativos e, conseqüente, mudança de expectativa de re-

torno.

3.1.1 Otimização do portfólio

De acordo com a Teoria Moderna do Portfólio (TMP), existiriam diversas combinações de portfólios a disposição do investidor, dependendo do retorno ou risco desejado por esse. A escolha do portfólio por parte do investidor seria uma questão de minimizar a Equação 16, em função da sua tolerância ao risco:

$$\text{Minimizar } x^T \Sigma x - q E(r)^T x \quad (16)$$

onde: q é o fator de tolerância ao risco do investidor ($q \geq 0$), $E(r)$ é o vetor de retornos esperados dos ativos, Σ é a matriz de covariância dos retornos desses ativos, e x é o vetor de participação de cada ativo no portfólio.

Na primeira parte da Equação 16, está representada a variância do portfólio, $x^T \Sigma x$, e, na segunda parte, está representado o retorno esperado do portfólio, $E(r)^T x$. Sendo que, para encontrar a composição do portfólio que possui o menor risco para cada nível de retorno, é possível utilizar a otimização quadrática (*vide* Equação 17), uma técnica de otimização matemática utilizada para minimizar ou maximizar funções objetivo quadráticas sujeitas a restrições lineares.

$$\text{Minimizar } \frac{1}{2} x^T D x - d^T x \quad (17)$$

onde: N o número de variáveis da função objetivo, D é uma matriz de dimensões $N \times N$ e d é um vetor de dimensão N .

De modo que, substituindo D pelo dobro da matriz de covariância dos retornos dos ativos 2Σ , e d pelo vetor de retornos esperados $E(R)$, se o retorno desejado para o portfólio for definido, será possível otimizar a função para obter o vetor x , que indicará a participação recomendada de cada ativo na carteira. Portanto o propósito da otimização do portfólio será o de minimizar a função objetivo que, nesse caso, será a variância dos retornos (RUPPERT, 2011).

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } & x_s^T 2\Sigma x_s - E(r_s)x_s \\ \text{Sujeito a } & \sum_{s=1}^n x_s = 1 \\ & \sum_{s=1}^n E(r_s)x_s = E(r_p) \end{aligned} \quad (18)$$

Conforme mencionado, na otimização quadrática, as funções objetivos estão sujeitas a restrições lineares. Essas restrições podem ser de desigualdade (Equação 19) ou de igualdade (Equação 20):

$$A_{neq}^T x \leq b_{neq} \quad (19)$$

onde: A_{neq} é uma matriz de dimensão $m \times N$ e b_{neq} é um vetor de dimensão m , sendo m o número de restrições de desigualdade.

$$A_{eq}^T x = b_{eq} \quad (20)$$

onde: A_{eq} é uma matriz de dimensão $n \times N$ e b_{eq} é um vetor de dimensão n , sendo n o número de restrições de igualdade.

No caso da otimização do portfólio, a mesma está sujeita a dois tipos de restrições igualitárias (Equação 22). A primeira para garantir que a soma das participações dos ativos que compõem a carteira seja 1 e a segunda para determinar o retorno desejado pelo investidor. Uma maneira de determinar o retorno esperado dos ativos seria estimá-lo a partir da sua média (MARKOWITZ, 1952):

$$E(r_s) = \mu_p = \sum_{s=1}^N x_s \mu_s \quad (21)$$

onde: $E(R_p)$ é o retorno esperado do portfólio, μ_p refere-se ao retorno médio do portfólio, μ_s representa o retorno médio do ativo s e x_s é a participação de cada ativo na carteira do investidor.

Os elementos das restrições lineares de igualdade seriam:

$$A_{eq}^T = \begin{bmatrix} 1^T \\ \mu_s^T \end{bmatrix}$$

$$b_{eq} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mu_p \end{bmatrix}$$

E a minimização da variância do portfólio estaria sujeita à:

$$\begin{bmatrix} 1^T x \\ \mu_s^T x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mu_p \end{bmatrix} \quad (22)$$

onde: μ_p seria o retorno do portfólio desejado pelo investidor.

3.1.2 Portfólio de clientes

A clientela da empresa pode ser considerada e gerenciada como um ativo da companhia. Sob a perspectiva de que a base de clientes da empresa tem valor, os gestores investem tempo e recursos da companhia para construir e manter relacionamentos com seus clientes. A alocação dos recursos de marketing ocorre de maneira agregada, de acordo com os segmentos de clientes que a empresa atende, e de forma individualizada. Sendo assim, os resultados da gestão da base de clientes podem ser mensurados em relação aos investimentos de marketing destinados a um grupo de clientes, e em função do relacionamento individual com cada cliente. Logo seria interessante aos gestores disporem de modelos que permitam a avaliação dos resultados financeiros decorrentes de ambas as formas de alocação de recursos.

Enquanto o foco principal dos modelos de CLV é o de possibilitar a gestão cliente-a-cliente, a proposta de gerenciar a clientela a partir da otimização do portfólio de clientes objetiva a gestão do todo, focando nos segmentos de clientes e na interação desses. Tarasi *et al.* (2011) contribuíram para o avanço da teoria de gestão do portfólio de clientes quando propuseram a adaptação da teoria financeira de portfólio para a área de marketing (SELNES *et al.*, 2011). No entanto existem diferenças entre a gestão de ativos financeiros e a gestão de clientes que devem ser consideradas e discutidas. Além disso, a própria teoria moderna do portfólio, embora seja um dos pilares teóricos da área financeira, é criticada por alguns pesquisadores.

Em relação aos principais pressupostos da TMP:

- Os investidores são racionais e avessos ao risco. Embora seja possível argumentar que os investidores ajam de maneira emocional em alguns momentos, é razoável supor que os acionistas de empresas sejam prioritariamente racionais e avessos ao risco.

- Existe um *trade-off* entre risco e retorno. Para Markowitz (1952), a avaliação apenas do retorno dos ativos não é suficiente, pois os investidores deveriam objetivar, ao mesmo tempo, maximizar o retorno e minimizar o risco do seu portfólio. Em relação à base de clientes, a suposição de que clientes mais rentáveis possam ser mais arriscados para a empresa é aceitável, da mesma forma que é plausível considerar que os acionistas das empresas queiram maximizar os retornos e minimizar os riscos relacionados aos clientes.
- Não há custos de transação. Os investidores podem alterar as composições de seus portfólios sem a necessidade de despender recursos para tal. Essa premissa é questionável, visto que, de fato, os investidores provavelmente terão custos para alterar seus portfólios. Entretanto é possível incorporar à otimização do portfólio restrições mais complexas que considerem os custos envolvidos nas mudanças de portfólio (FABOZZI; MARKOWITZ, 2002). Em se tratando da alteração da participação dos segmentos de clientes na carteira da empresa, embora os custos para aquisição e retenção possam ser distintos entre os clientes, se o orçamento total da empresa não for modificado, sendo somente alterada a distribuição dos recursos entre os segmentos, e as as limitações impostas pelos gestores para crescimento ou redução da participação de cada segmento permitirem apenas pequenas modificações na composição do portfólio, é possível considerar que não haverá variação nos custos da companhia. Alternativamente, também seria possível incluir quantitativamente restrições relativas a esses custos.
- Os mercados são eficientes. A TMP está baseada na hipótese de que os mercados são eficientes. Sendo assim, todos investidores dispõem das mesmas informações e, por conseguinte, as ações são negociadas a um valor justo. No caso do portfólio dos clientes, considerando que os gestores de marketing tenham acesso a todas as informações relativas aos clientes suficientes para avaliá-los de maneira adequada, é possível assumir esse pressuposto.

Além das premissas supracitadas, as sugestões de Markowitz (1952) para as estimações do retorno, com base na média, e do risco dos ativos, em função da sua variância (dispersão da média), necessárias como entradas do modelo, baseiam-se em alguns pressupostos:

- Os retornos esperados são normalmente distribuídos. Apesar de essa ser uma das principais críticas à TMP, em função de vários estudos terem comprovado que os retornos dos ativos financeiros usualmente possuem caudas mais pesadas (FABOZZI; MARKOWITZ, 2002), em princípio, pode-se considerar aceitável supor que os retornos espe-

rados dos clientes possuam distribuição normal. Muitos modelos de CLV estão baseados na premissa de que margens de contribuição dos clientes estão distribuídas normalmente (SCHMITTLEIN; PETERSON, 1994; RUST; KUMAR; VENKATESAN, 2011).

- Os investidores seriam avessos igualmente à obtenção de retornos abaixo do esperado (*downside risk*) e à obtenção de resultados acima do esperado (*upside risk*). Diante da crítica à TMP decorrente da constatação de assimetria dos retornos financeiros, o próprio Markowitz (1952) sugere que possam ser utilizadas estimativas alternativas para a mensuração do risco como a semivariância. Entretanto, em relação ao portfólio de clientes, os retornos dos segmentos podem ser considerados simétricos, visto que a previsibilidade da demanda e a estabilidade do fluxo de caixa são fatores importantes para a redução de custos das empresas (SRIVASTAVA; SHERVANI; FAHEY, 1998). Aumentos imprevistos no faturamento, assim como quedas bruscas, podem ocasionar a necessidade de estruturas muito flexíveis e onerosas, tais como grandes quantidades de estoque, contratação de funcionários temporários, realização de promoções periódicas, na tentativa de controlar essas oscilações e de evitar a perda de clientes para a concorrência. Desse modo, retornos acima do planejado, se em demasia, seriam igualmente indesejados pelos acionistas da companhia.
- As correlações entre os ativos são constantes. De maneira geral, supõe-se que as correlações entre ativos financeiros sejam mais instáveis do que as correlações entre segmentos de clientes. Primeiro, em função dos segmentos de clientes serem analisados de maneira agregada, o que aumenta a estabilidade dos valores dos retornos esperados em comparação com os valores dos ativos financeiros que são estimados individualmente. Segundo, porque o mercado acionário é mais volátil, estando mais sujeito a oscilações em função da divulgação de novas informações, do que o mercado em que as empresas atuam.

De fato, a otimização do portfólio pela média e variância dos ativos é bastante sensível a alterações nas entradas do modelo e a erros de previsão (FABOZZI; MARKOWITZ, 2002). Todavia o modelo teórico proposto por Markowitz (1952), ainda que sugira essas formas de estimativa, trata de um esquema de escolha de ativos e não de um modelo para estimativa dos retornos e dos riscos desses ativos. O foco da MPT é a gestão global do portfólio, sendo uma metodologia útil aos gestores por permitir a análise de forma conjunta da carteira e demonstrar que a soma das partes nem sempre é equivalente ao todo. Caso seja necessário, é possível otimizar o portfólio com base na MPT utilizando-se de outras formas de estimativas para o retorno

e o risco, que podem ser mais adequadas e robustas para determinadas situações (FABOZZI; MARKOWITZ, 2002).

Por fim, existem outras diferenças a serem analisadas entre o portfólio de ativos financeiros e o portfólio de clientes.

- Os ativos podem ser adquiridos na quantidade desejada. Apesar de nem todos os ativos financeiros estarem disponíveis em parcelas de qualquer tamanho, essa é uma limitação de menor relevância para utilização da otimização do portfólio por parte dos investidores. No entanto, em relação aos clientes da empresa, essa pode ser considerada uma restrição importante, visto que há limites para a aquisição de clientes.
- Os segmentos de clientes com os maiores retornos não possuem necessariamente as maiores margens de contribuição (SELNES *et al.*, 2011). Essa questão também é decorrente da limitação relativa à aquisição de clientes. Se a empresa pudesse adquirir quantos clientes desejasse, os gestores poderiam despender esforços para conquistar o número de clientes que proporcionam o maior retorno, suficiente para gerar a margem de contribuição necessária à companhia. Contudo, diante dessa limitação, para garantir o montante de lucratividade mínimo desejado pelos acionistas, os gestores são forçados a atenderem clientes que geram níveis inferiores de retorno.

Sendo assim, as restrições para a otimização do portfólio de clientes devem indispensavelmente contemplar essas limitações para garantir a sua aplicabilidade. A fim de evitar a ambiguidade dos termos utilizados relativos à margem de contribuição, devido à possibilidade de a taxa de retorno não estar perfeitamente correlacionado com o montante de margem de contribuição gerada pelo cliente, serão adotadas as seguintes definições:

- Retorno (taxa de retorno) – corresponde à relação entre o montante da margem de contribuição gerada pelo cliente e o montante de receita decorrente da transação realizada com a empresa. Por conseguinte rentável será o que proporciona retornos positivos e rentabilidade, o caráter ou qualidade do que é rentável.
- Lucro – ganho correspondente ao montante (positivo) de margem de contribuição gerada pelo cliente. Portanto lucrativo será o que proporciona lucros e lucratividade, o caráter ou qualidade do que é lucrativo.

3.1.3 Restrições específicas

Em função da necessidade de adaptação da teoria do portfólio para tornar viável a otimização dos segmentos de clientes, será preciso construir restrições adicionais às usualmente utilizadas pelos investidores financeiros. Portanto, além das restrições lineares de igualdade especificadas na Equação 22, a otimização do portfólio de clientes estará sujeita às restrições lineares de desigualdade detalhadas individualmente a seguir:

$$\begin{aligned}
 x_s &\geq 0 \\
 \min[X_s] &\leq x_s \leq \max[X_s] \\
 \sum_{s=1}^n E(l_s)nx_s &\geq E(l_p)
 \end{aligned} \tag{23}$$

A primeira restrição servirá para garantir que a participação dos segmentos recomendada será positiva, visto que valores negativos não são possíveis. Para isso, $A_{neq 1}^T = -I_s$ e $b_{neq 1} = 0_s$. Logo:

$$-I_s x_s \leq 0_s \tag{24}$$

onde: s é o número de segmentos de clientes, I é a matriz Identidade de dimensão s e x_s a participação relativa ao número de clientes de cada segmento no portfólio.

A segunda (Equação 25) e terceira restrições (Equação 26) estabelecerão o mínimo e o máximo, respectivamente, da participação de cada segmento na carteira de clientes da empresa. Assim sendo, $A_{neq 2}^T = -I_s$, $b_{neq 2} = \min_s$, $A_{neq 3}^T = I_s$, $b_{neq 3} = \max_s$.

$$-I_s x_s \leq -\min[X_s] \tag{25}$$

$$I_s x_s \leq \max[X_s] \tag{26}$$

Os limites mínimos e máximos de participação na carteira poderão ser definidos de acordo com julgamento dos gestores, em função da participação histórica de cada segmento, ou da combinação entre os valores históricos e a previsão futura do portfólio estimada a par-

tir da matriz de probabilidade de troca de segmento (π), passo detalhado posteriormente nas subseções 3.2.4 e 3.2.5.

Tabela 1: Definição dos limites de participação dos segmentos

	Limites históricos	Limites históricos e previsão
Participação mínima	$\min[X_s] = \min[X_{st}]$	$\min[X_s] = \min(\min[X_{st}], \pi_s)$
Participação máxima	$\max[X_s] = \max[X_{st}]$	$\max[X_s] = \max(\max[X_{st}], \pi_s)$

Fonte: Elaborado pela autora

onde: X é o conjunto de participações históricas do segmento s no portfólio, t é o período de tempo e π a composição do portfólio esperada.

A quarta restrição é de suma importância para garantir que as composições de portfólios resultantes da otimização gerem o montante mínimo de retorno esperado pelos acionistas da companhia, conforme detalhado posteriormente na subseção 3.2.6. Essa restrição é relevante em função da limitação existente para alterar a composição da carteira de clientes da empresa diante da possível dificuldade para a aquisição de clientes, de modo que, em conjunto com a segunda e a terceira restrições de desigualdade, a otimização apontará portfólios superiores, mas próximos da composição atual. Com isso, as mudanças indicadas serão sutis e gerenciáveis. Para tanto, $A_{neq4}^T = -E(l_s)n$ e $b_{neq4} = -E(l_p)$.

$$-E(l_s)nx_s \leq -E(l_p) \quad (27)$$

onde: $E(l_s)$ é a lucratividade (margem de contribuição total) esperada do segmento s , n é o número total de clientes da empresa, x_s é a participação de cada segmento no portfólio e $E(l_p)$ é a lucratividade esperada da empresa.

Investidores financeiros também podem determinar limites de participação para os ativos, assim como optar por não trabalhar com carteiras alavancadas, impondo restrições equivalentes às três primeiras restrições de desigualdade. Entretanto a determinação dos limites mínimo e máximo de participação dos ativos financeiros fica a critério dos gestores, tendo exclusivamente a finalidade de garantir um portfólio diversificado e a liquidez de seus ativos. Em relação à pesquisa de Tarasi *et al.* (2011), a otimização do portfólio de clientes proposta estava limitada exclusivamente às restrições de igualdade (Equação 22) e à primeira restrição de desigualdade (Equação 24). Sendo assim, permite-se a obtenção de composições de carteiras de segmentos de clientes bastante distintas da situação atual da empresa, e, por conseguinte, possibilita-se a ocorrência de altos custos de mudança de portfólio ou níveis bastante distintos

de lucratividade para a empresa.

A inclusão da quarta restrição de desigualdade soluciona o problema apontado por (SELNES *et al.*, 2011). Segundo ele, considerar que o retorno e a margem de contribuição estão perfeitamente correlacionados quando não o estão violaria os pressupostos da MPT. Sendo assim, impor que a lucratividade mínima esperada para a empresa seja considerada, ao mesmo tempo que estabelecer diferentes margens de contribuições esperadas para os segmentos de clientes, não só permite que o retorno não esteja correlacionado com os montantes de margens geradas pelos clientes, como soluciona a questão referente à limitação da empresa para adquirir clientes. Essa é uma restrição forte, pois limita as possibilidades de composição de portfólio, mas necessária para permitir a aplicabilidade da otimização como uma ferramenta útil aos gestores de marketing.

Ademais, a estimação dos limites de participação dos segmentos no portfólio de clientes da empresa a partir da matriz de probabilidade de troca em conjunto com as composições históricas aumenta a adesão à realidade dos portfólios propostos pela otimização.

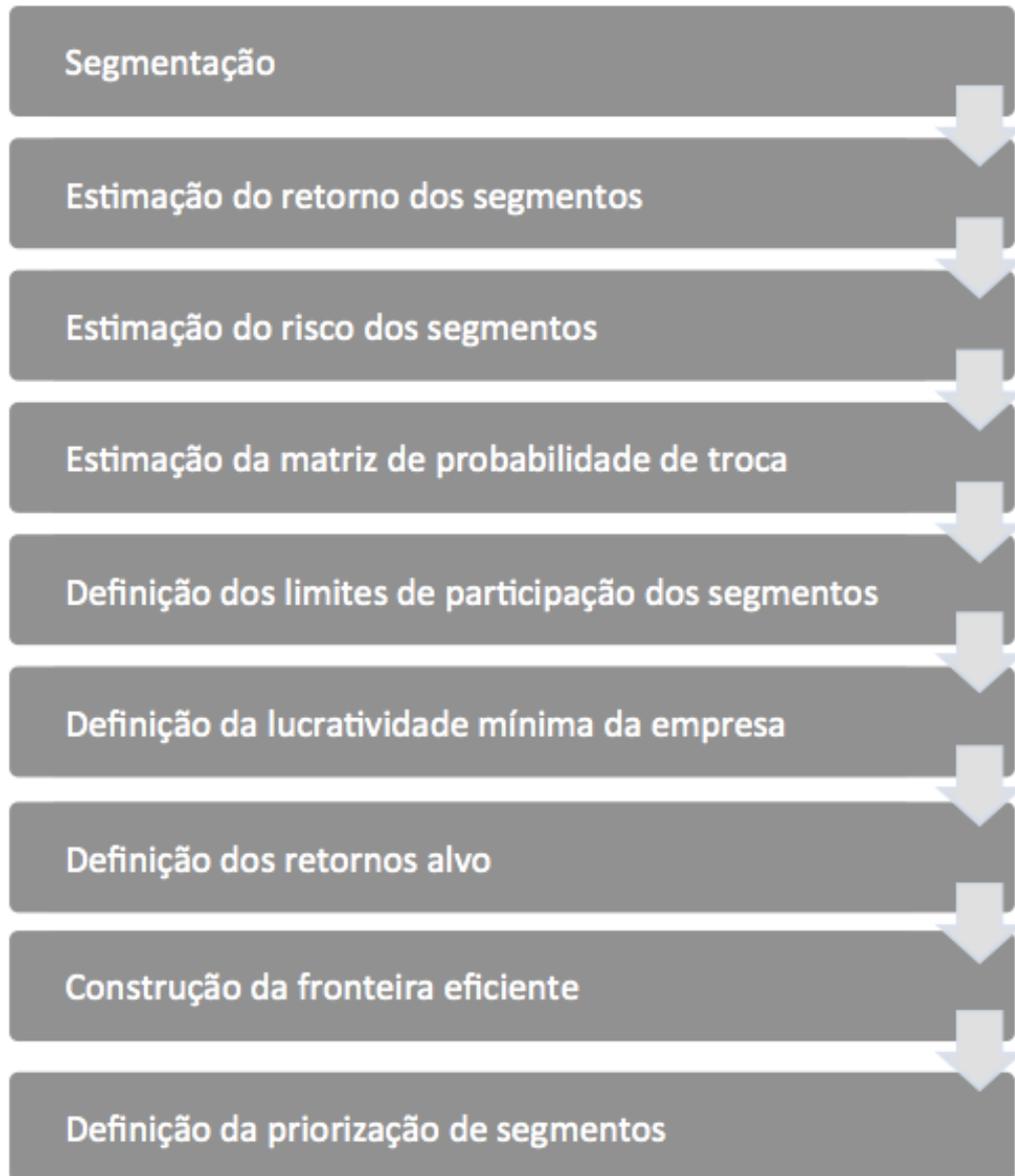
3.2 FRONTEIRA EFICIENTE

Definidas as restrições pelas quais a otimização do portfólio estará sujeita, e de posse das estimativas de retorno e risco dos ativos, é possível construir a fronteira eficiente variando o retorno desejado pelos investidores ou, no caso do portfólio de clientes, pelos acionistas da empresa. Assim, os passos (*vide* Figura 8) para a obtenção das possíveis combinações eficientes de portfólios de clientes são:

3.2.1 Segmentação

O objetivo principal da segmentação é o de particionar os clientes da empresa em função de suas necessidades (SMITH, 1956), de tal forma que os segmentos criados respondam de maneira homogênea ao composto de marketing da empresa. Sendo assim, as segmentações baseadas no mercado seriam mais adequadas do que as segmentações baseadas nos produtos ou nas transações de compras.

A seleção da segmentação mais apropriada para a empresa depende, em grande parte,

Figura 8: Passos para a definição do portfólio eficiente de clientes

Fonte: Elaborado pela autora

dos critérios escolhidos para separar os clientes em diferentes grupos. Segundo Wedel & Kamakura (2000), para que seja útil, a segmentação deve atender a alguns requisitos: estar baseada em variáveis facilmente identificáveis e mensuráveis, ser estável, propiciar orientação para as decisões dos gestores da companhia, gerar segmentos que tenham tamanho suficiente, que possam ser alvo de alocação de recursos e que respondam de maneira similar aos esforços de ações de marketing.

Embora a definição da segmentação seja uma etapa vital para a construção da fronteira dos portfólios, a discussão sobre os critérios de segmentação não será alvo dessa pesquisa. Esse

estudo tem como foco o desenvolvimento de uma metodologia de priorização de segmentos, a fim de tornar mais eficiente a alocação dos recursos de marketing da companhia. A seleção dos segmentos alvo, de acordo com os 4 P's estratégicos (pesquisar, particionar, priorizar e posicionar) propostos por Kotler (1989) seria a etapa seguinte à segmentação.

Contudo, para que os efeitos dos critérios de segmentação adotados pela empresa possam ser avaliados, os passos para a construção da fronteira eficiente do portfólio de clientes foram elaborados em forma de funções programadas em *software* de uso livre que permitem a realização de testes e alterações dos critérios de segmentação por parte dos gestores da marketing.

3.2.2 Estimação do retorno dos segmentos

Os retornos dos segmentos dos clientes podem ser calculados em função da razão entre a receita e a margem de contribuição gerados pelos clientes desses segmentos (TARASI *et al.*, 2011).

$$r_s = \frac{\sum_{j=1}^N m_j}{\sum_{j=1}^N f_j} \quad (28)$$

onde: r_s é o retorno do segmento, m_j e f_j são, respectivamente, a margem de contribuição e a receita dos clientes daquele segmento.

Posto isso, a estimação dos retornos esperados dos segmentos pode ser feita com base na média histórica, conforme sugerido por Markowitz (1952).

$$E(r_s) = \mu_s \quad (29)$$

Em alternativa à média simples, pode-se utilizar a média móvel ou, ainda, é possível adicionar tendência à série.

3.2.3 Estimação do risco dos segmentos

De acordo com a TMP, uma maneira de mensuração do risco seria utilizar a variância, que é uma medida de dispersão dos retornos, embora seja possível mensurar o risco de outras

formas, tais como semivariância, MAD (*mean-absolute deviation*), VaR (*Value-at-Risk*) e CVaR (*Conditional Value-at-Risk*). O entendimento tradicional será adotado como ponto de partida para esse estudo. Logo o risco do segmento de clientes será computado em função da variância dos seus retornos.

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (r_{sj} - \mu_s)^2 \quad (30)$$

onde: σ_s^2 é a variância do segmento, r_{sj} são os retornos históricos do segmento e μ_s é o retorno médio do segmento.

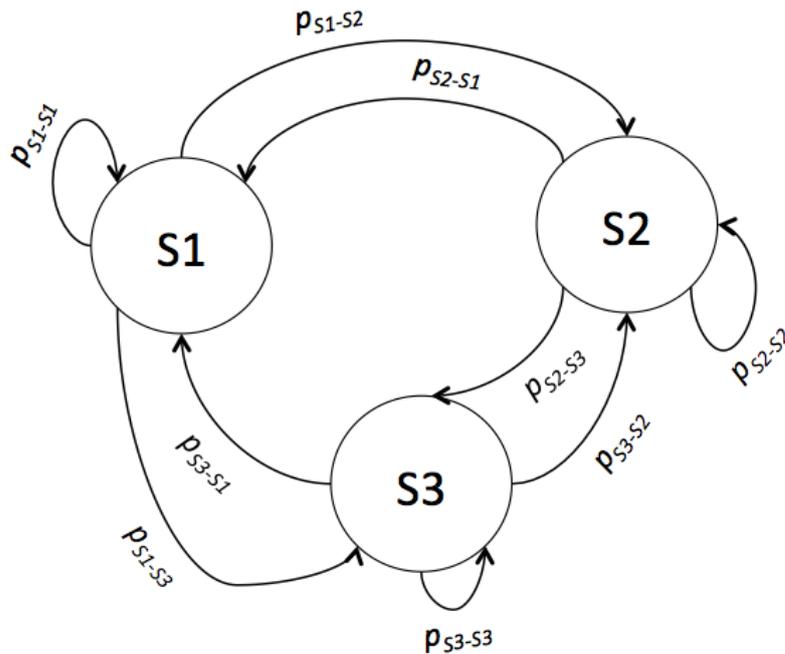
3.2.4 Estimação da matriz de probabilidade de troca

Ao longo do relacionamento dos clientes com a empresa, dependendo dos critérios adotados pelos gestores para realizarem a segmentação, é possível que os clientes migrem de segmento. A incorporação da evolução do relacionamento aos modelos propostos para a gestão de clientes tem sido uma das preocupações dos pesquisadores de marketing (JOHNSON; SELNES, 2004; RUST; KUMAR; VENKATESAN, 2011). Por isso, a modelagem dessa evolução foi introduzida na otimização do portfólio a partir da utilização da cadeia de Markov, de modo que, com base na matriz de probabilidade de trocas estimada em função das migrações entre segmentos ocorridas na base de clientes e se essa matriz mostrar-se atemporal, será possível determinar a distribuição estacionária da carteira de clientes. Dito de outra forma, para onde o portfólio irá convergir no futuro se as ações de marketing da companhia, assim como as demais condições, permanecerem inalteradas. Essa informação será útil na etapa de definição dos limites de participação dos segmentos na carteira de clientes. Os gestores poderão optar por ampliar os limites impostos pelas participações históricas e, adicionalmente, considerar as participações resultantes da convergência do portfólio na definição das restrições.

Na Figura 9, estão representadas as possíveis situações contempladas pela cadeia de Markov para uma empresa que possui hipoteticamente 3 segmentos de clientes. Os clientes podem permanecer nos segmentos em que se encontram, situação mais provável na maioria dos casos, ou podem migrar para outros segmentos. Em princípio, os clientes poderão mover-se para qualquer segmento, mas isso dependerá dos critérios adotados pela companhia para realizar a segmentação. A fim de assegurar uma certa estabilidade da matriz de probabilidade de troca,

as contagens históricas das migrações da base de clientes serão realizadas ao longo do intervalo de tempo que os gestores julgarem pertinente ao negócio.

Figura 9: Cadeia de Markov com 3 segmentos de clientes



Fonte: Elaborado pela autora

Sendo assim, a probabilidade de troca de segmento será estimada de acordo com a Equação 31.

$$p_{ij} = Pr(S_{t+1} = j | S_t = i) \quad (31)$$

onde: p_{ij} é a probabilidade de os clientes migrarem do estado S_i no tempo t para o estado S_j no próximo período. Sendo $p_{ij} \geq 0$, $i, j \geq 0$, $\sum_{j=0}^{\infty} p_{ij} = 1$ e $i, j = 0, 1, \dots$

Se a cadeia de Markov não variar ao longo do tempo, for *time-homogeneous*, a probabilidade de troca de segmento poderá ser representada por:

$$p_{ij}^{(n)} = Pr(S_{t+n} = j | S_t = i) \quad (32)$$

Sendo $n \geq 0$ e $i, j \geq 0$.

3.2.5 Definição dos limites de participação dos segmentos

Diante da restrição da Equação 26, a participação do segmento no portfólio de clientes da empresa dependerá do tamanho de cada segmento no decorrer do tempo e da expectativa futura de composição do portfólio decorrente da possível convergência da matriz de probabilidade de troca. Em princípio, espera-se que os limites impostos não permitam alterações significativas, visto que se supõe que as possibilidades de ações dos gestores sejam restritas. Considera-se que sejam raras as situações em que a companhia tenha condições de aumentar a participação de algum segmento rapidamente. Logo, modificações na carteira graduais e lentas seriam mais exequíveis.

Sendo assim, de acordo com a metodologia proposta, os gestores de marketing poderão optar por adotar restrições mais conservadoras e considerar apenas os limites históricos, ou poderão ampliar as possibilidades de modificação, permitindo que a participação dos segmentos alcance os percentuais estimados para a composição futura da carteira em função da matriz de probabilidade de troca. Caso julguem pertinente, os gestores também dispõem da alternativa de definir os limites de maneira arbitrária.

Portanto, caso a opção seja pela adoção dos limites históricos, os valores mínimo e máximo de participação para cada segmento no portfólio serão, respectivamente, a sua menor e a maior participação observada. Existindo estado estacionário para a cadeia de Markov, a distribuição esperada do portfólio (π_j) poderá ser computada de acordo com a Equação 33. Caso o gestor deseje considerar um intervalo de tempo para a previsão inferior ao período necessário para ocorrer a convergência da matriz, a composição futura do portfólio poderá ser estimada a partir da multiplicação do produto das matrizes de probabilidade de troca n passos à frente pela composição atual da carteira (Equação 34). Assim, os gestores terão a opção de utilizar a composição da carteira futura (π) para aumentar os limites impostos pelos valores históricos de participação (*vide* Tabela 1).

$$\pi_j = \sum_{i=0}^{\infty} \pi_i p_{ij} \quad (33)$$

Sendo $j \geq 0$ e $\sum_{j=0}^{\infty} \pi_j = 1$.

$$nvec_k = P^{t-k}nvec_t \quad (34)$$

$$\pi_k = \frac{nvec_k}{1_N nvec_k}$$

onde: $nvec$ é o vetor do número de clientes de cada segmento, 1_N é o vetor unitário de dimensão N , t o período atual, k o período de tempo contemplado na previsão e P a matriz de probabilidade de troca de segmentos (sendo $j > k > t$).

Entretanto o estabelecimento de limites de participação para os segmentos no portfólio de maneira isolada não é suficiente para garantir mudanças sutis na carteira. Será preciso, além disso, estipular o número total de clientes, necessidade atendida pela inclusão da restrição de lucratividade da companhia. Somente assim, será possível assegurar a viabilidade dos portfólios gerados pela otimização em relação às limitações para a aquisição de clientes.

3.2.6 Definição da lucratividade mínima da empresa

Em função da necessidade de garantir que as sugestões de alterações na composição do portfólio de clientes geradas a partir da otimização proporcionem um determinado montante mínimo de lucratividade para a empresa, satisfazendo acionistas e assegurando o funcionamento da companhia, faz-se indispensável a definição desse valor, assim como a estimação das margens de contribuição esperadas para cada segmento.

Considerando que a previsão do retorno será realizada em função da sua média, será mantida a mesma lógica para estimar as margens de contribuição da companhia e dos segmentos de clientes. Além disso, será assumido o pressuposto de que os gestores desejem assegurar, pelo menos, o nível atual de lucratividade. Assim sendo, a margem de contribuição total da empresa esperada deverá ser, no mínimo, equivalente à soma das contribuições médias dos segmentos.

$$E(l_p) = \mu_s n x_s \quad (35)$$

onde: μ_s é a margem média de contribuição do segmento s , n é o número total de clientes da empresa, x_s é a participação atual de cada segmento no portfólio e $E(l_p)$ é a lucratividade

esperada da empresa.

3.2.7 Definição dos retornos alvo

Os retornos mínimo e máximo utilizados para construir a fronteira eficiente podem ser definidos de acordo com o interesse dos acionistas, visto que servirão para limitar as opções consideradas por esses na escolha do portfólio de segmento de clientes mais adequado para a companhia. A alternativa a essa opção seria definir esses limites em função dos valores mínimo e máximo possíveis. Para isso, pode-se utilizar a otimização linear, mantendo-se as mesmas restrições utilizadas para realizar a otimização do portfólio e definindo-se como função objetivo a minimização ou maximização do retorno.

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar ou Maximizar } E(r_s)^T x_s \\
 &\text{Sujeito a } \sum_{s=1}^n x_s = 1 \\
 &\quad \sum_{s=1}^n E(r_s)x_s = E(r_p) \\
 &\quad x_s \geq 0 \\
 &\quad \min[X_s] \leq x_s \leq \max[X_s] \\
 &\quad \sum_{s=1}^n E(l_s)x_s \geq E(l_p)
 \end{aligned} \tag{36}$$

Definidos os limites de retorno contemplados, faltará apenas o preenchimento dos valores intermediários para que seja estabelecido o conjunto completo de retornos alvo utilizado para a construção da fronteira. Uma maneira simples e usual é a divisão do intervalo entre os dois extremos em partes iguais.

3.2.8 Construção da fronteira eficiente

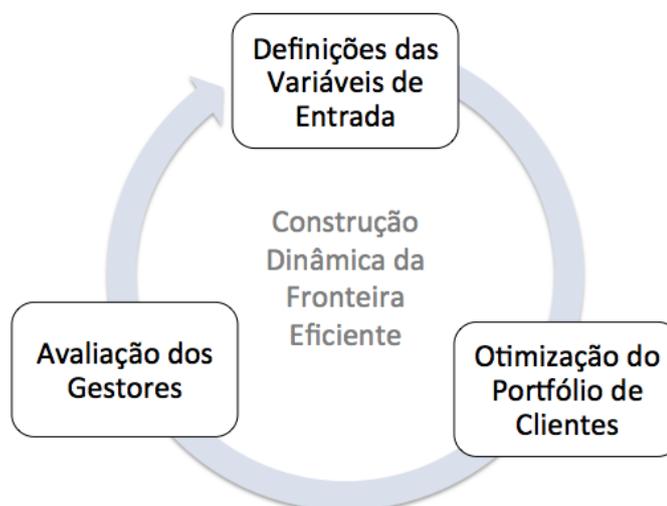
Por fim, estimados o retorno e risco esperado para os segmentos, a lucratividade mínima esperada para a companhia e estabelecidos os limites de participação dos segmentos, será possível rodar a otimização do portfólio em função das Equação 37 para cada retorno considerado

pelos acionistas e, assim, construir a fronteira dos portfólios de segmentos de clientes eficientes.

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar } x_s^T \Sigma x_s - E(r_s)^T x_s \\
 &\text{Sujeito a } \sum_{s=1}^n x_s = 1 \\
 &\quad \sum_{s=1}^n E(r_s) x_s = E(r_p) \\
 &\quad x_s \geq 0 \\
 &\quad \min[X_s] \leq x_s \leq \max[X_s] \\
 &\quad \sum_{s=1}^n E(l_s) n x_s \geq E(l_p)
 \end{aligned} \tag{37}$$

Contudo, em função da otimização do portfólio ser um processo sensível às entradas utilizadas, é pertinente que os efeitos de possíveis alterações nas variáveis de entradas sejam avaliados. Para isso, o julgamento dos gestores em relação à validade dos portfólios eficientes propostos será essencial (TARASI *et al.*, 2011). Sendo assim, diante da necessidade de avaliação da sensibilidade a diferentes previsões e restrições adotadas na otimização do portfólio, associando-se ao fato de essas definições estarem diretamente vinculadas aos critérios de segmentação utilizados pela empresa, e de que esses também podem sofrer modificações, optou-se por desenvolver uma programação dinâmica para a construção da fronteira que permitisse alterações de maneira simples. A programação elaborada em um *software* de uso livre em formas de funções propicia a realização de testes e possibilita a avaliação contínua da carteira de clientes conforme pode ser visualizado na Figura 10.

Figura 10: Análise do portfólio de clientes



Fonte: Elaborado pela autora

3.2.9 Definição da priorização de segmentos

A etapa final de seleção do portfólio mais adequado para a companhia dentre os incluídos na fronteira eficiente passa pelo julgamento dos gestores, visto que depende dos interesses dos acionistas. Portanto, em última instância, a alocação dos recursos de marketing para cada segmento de clientes estará sujeita à análise qualitativa dos dirigentes da firma, sendo a otimização do portfólio uma ferramenta auxiliar para a gestão da base de clientes.

Baseados na fronteira eficiente, os gestores poderão visualizar as diversas opções de composições de portfólio, assim como o retorno e risco proporcionados por esses, e escolher o mais apropriado para a empresa. A análise dos portfólios passados, assim como a distribuição esperada para a carteira de clientes, enriquecerá a avaliação, pois permitirá que sejam realizadas comparações adicionais. Devido às limitações para a aquisição de clientes, de modo distinto aos portfólios de ativos financeiros, a lucratividade proporcionada por cada portfólio de segmentos de clientes sugerido será diferente, visto que a margem média de contribuição gerada por cada segmento varia. Portanto, além do retorno e do risco, a lucratividade esperada também poderá ser um fator determinante para a seleção do portfólio alvo.

3.3 ALTERNATIVAS DE PREVISÃO

Embora o modelo teórico sugerido por Markowitz (1952) proponha a estimação do retorno a partir da sua média e do risco em função da dispersão dos retornos, é possível otimizar o portfólio com base na TMP utilizando-se de maneiras alternativas de previsão. Sendo assim, se os gestores julgarem pertinente, podem fazer uso de outras métricas, assim como ajustar as estimativas de acordo com as suas opiniões, desde que estejam cientes das implicações ocasionadas por possíveis erros (RUPPERT, 2011).

3.3.1 Retorno: inclusão de tendência

Com propósito de ampliar as possibilidades de análises e permitir a inclusão de tendência à série de retornos, a abordagem proposta foi estendida. Dessa forma, foi disponibilizado nas funções de otimização do portfólio programadas no *software* R (versão 3.2.2), um parâmetro

para a definição se a possibilidade de tendência aos retornos deverá ser considerada. Devido à provável existência de correlação entre os retornos dos segmentos, adotou-se para estimar a tendência o modelo chamado de *seemingly unrelated regression* (SUR), que é uma generalização do modelo de regressão multivariada. A modelagem SUR é mais abrangente e permite que sejam consideradas variáveis independentes distintas na estimação do retorno de cada segmento. Por exemplo, nem todos segmentos de clientes podem ser afetados pelas mesmas variáveis.

$$r_s = X_s \beta_s + u_s, \quad u_s \sim \mathcal{N}(0, \Omega \otimes I), \quad s = 1, \dots, m,$$

sendo

$$E[u_s u_j'] = \begin{cases} \omega_{sj} I(s \neq j) \\ \omega_s^2 I(s = j) \end{cases} \quad (38)$$

onde: r_s é o vetor de retorno de cada segmento s (de dimensão n), n é o número de períodos observados, X_s é a matriz das variáveis independentes do segmento s (de dimensão $n \times p_s$, onde p_s é o posto da matriz X_s), β_s representa o vetor de coeficientes do segmento s (de dimensão p_s), u_s é o vetor de resíduos (de dimensão n), $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$ representa uma distribuição normal de média $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_m)'$ e matriz de covariância Σ , \otimes é o produto tensorial, Ω é uma matriz (de dimensão $m \times m$) formada pelos elementos ω_s^2 na diagonal e ω_{sj} nas demais posições.

3.3.2 Risco: *Condiciona-Value-at-Risk*

O *Condiciona-Value-at-Risk* (CVaR) tem sido empregado em opção à variância, sugerida pela TMP, na otimização de portfólios. Sua origem está vinculada ao *Value-at-Risk* (VaR), uma medida de risco usual da área financeira, que define o limite máximo de perda para determinado nível de probabilidade e intervalo de tempo especificados. Entretanto, embora o VaR tenha a vantagem de ser facilmente interpretado, possui o inconveniente de não proporcionar o valor máximo de perda esperada, caso o limite estabelecido seja excedido. Além disso, o VaR não será uma medida de risco coerente se os retornos padronizados não forem normalmente distribuídos, pois carecerá de características matemáticas desejáveis, tais como subaditividade e convexidade. Rockafellar & Uryasev (2000) propuseram a utilização do CVaR na otimização de portfólios, que pode ser considerado uma extensão ao VaR, e é medida coerente de risco que

permite mensurar a perda sob a condição de que o VaR seja excedido.

Por definição, o VaR corresponde ao menor percentil da distribuição de perda:

$$VaR_\alpha(R) = \min(z | F_R(z) \geq \alpha) \quad (39)$$

onde: R é a matriz de retorno dos segmentos, $F_R = Pr(R \leq z)$ é sua função de distribuição acumulada, α é o nível de confiança especificado, sendo $\alpha \in]0, 1[$.

Enquanto o CVaR, também chamado de *expected shortfall*, pode ser definido como sendo a esperança condicional sujeita à existência de perda superior ao VaR, ou seja, de que $R \geq VaR_\alpha(R)$:

$$CVaR_\alpha(R) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha VaR_\beta(R) d\beta \quad (40)$$

No caso da otimização de portfólio discreta, considerando que as diferentes composições da carteira de ativos possíveis tenham a mesma probabilidade de ocorrência, o CVaR pode ser estimado a partir da soma do VaR com a média dos excedentes entre as perdas máximas e o VaR, dividido pela probabilidade de que esse venha a ocorrer (*vide* Figura 11). Assim, a criação da variável auxiliar z_c permite que a otimização seja resolvida de forma linear (PFLUG, 2000; SCHERER; MARTIN, 2005).

$$CVaR_\alpha = VaR_\alpha + \frac{1}{(1-\alpha)C} \sum_{c=1}^C z_c$$

sendo

$$z_c = \max(0, -\sum_{s=1}^S x_s r_{s,c} - VaR_\alpha)$$

Sendo assim, além das restrições aplicadas à otimização do portfólio clássica, devem ser introduzidas duas restrições referentes a z_c que permitem a utilização desse artifício matemático:

$$\text{Minimizar } VaR_\alpha + \frac{1}{(1-\alpha)C} \sum_{c=1}^C z_c$$

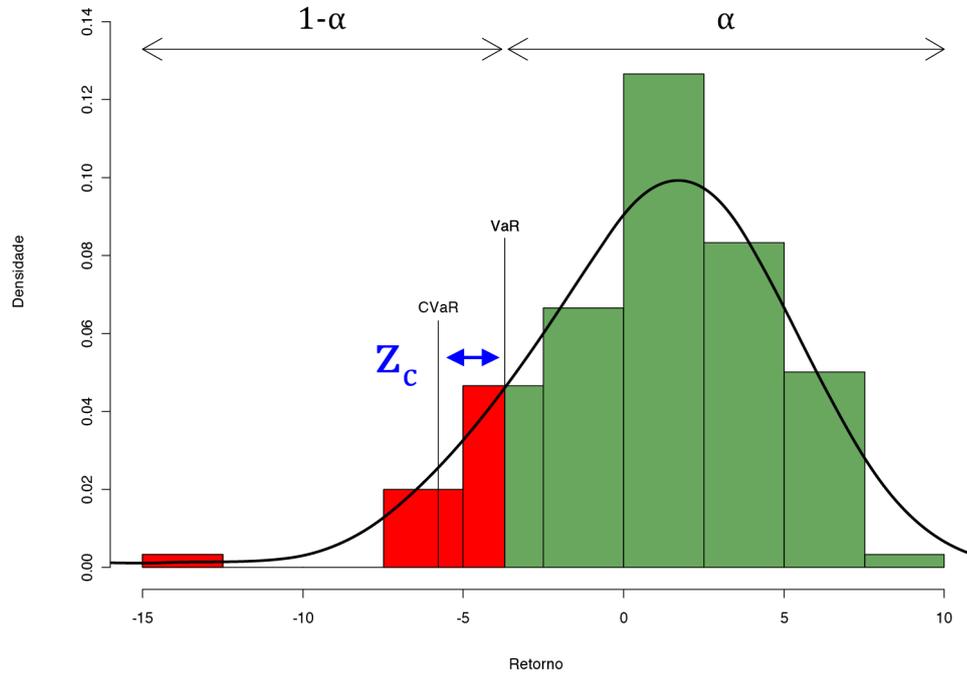
$$\text{Sujeito a } z_c \geq -x_s r_s - VaR_\alpha \quad (42)$$

$$z_c \geq 0$$

$$\sum_{s=1}^n x_s = 1$$

$$\sum_{s=1}^n E(r_s) x_s = E(r_p)$$

Figura 11: CVaR



Fonte: Adaptado de Yollin (2009)

No caso da otimização do portfólio de clientes, ainda será necessário adicionar as restrições específicas detalhadas anteriormente na seção 3.1.3:

$$\text{Minimizar } VaR_{\alpha} + \frac{1}{(1-\alpha)C} \sum_{c=1}^C z_c$$

$$\text{Sujeito a } z_c \geq -x_s r_s - VaR_{\alpha}$$

$$z_c \geq 0$$

$$\sum_{s=1}^n x_s = 1$$

$$\sum_{s=1}^n E(r_s) x_s = E(r_p)$$

$$x_s \geq 0$$

$$\min[X_s] \leq x_s \leq \max[X_s]$$

$$\sum_{s=1}^n E(l_s) n x_s \geq E(l_p)$$

(43)

3.4 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO

A metodologia de otimização do portfólio de segmentos de clientes proposta nesta tese foi aplicada em uma grande empresa do setor financeiro que tem atuação nacional. A gestão de

clientes para essa companhia é relevante para o seu desempenho financeiro, sendo considerado tema estratégico pelos seus gestores. Além disso, as transações realizadas com os clientes são frequentes, o que possibilita o desenvolvimento de relacionamentos. Por compartilharem do interesse na análise do portfólio de maneira global, incluindo na avaliação da carteira de clientes o risco que determinados segmentos de clientes podem representar para a empresa, seus gestores disponibilizaram para essa pesquisa uma base de dados com transações referentes a cerca de 70 mil clientes.

3.4.1 Dados

Para a aplicação da otimização, foram utilizados dados transacionais de clientes compreendidos entre janeiro/2011 a maio/2013, perfazendo um total de 29 meses. Os dados foram recebidos de maneira fragmentada, sendo necessário organizá-los e reuni-los em uma base de dados confiável e única.

Após realizar reuniões com os gestores da empresa para a compreensão da base de dados e do entendimento do funcionamento do negócio, decidiu-se por considerar apenas os clientes pessoa física devido às diferenças de comportamento de compra e das margens de contribuição geradas por esses em comparação aos clientes pessoa jurídica. Durante o período abrangido nessa pesquisa, os clientes pessoa física representaram cerca de 88% do total das receitas da empresa. Em relação à forma de atendimento dos clientes, embora alguns sejam atendidos diretamente por funcionários da companhia (B2C), a maioria dos clientes é atendida por intermédio de escritórios afiliados (B2B). Apesar dessa diferença na forma de atendimento, a empresa tem a preocupação de que a política de atendimento dos clientes, assim como a alocação dos recursos de marketing seja similar para ambos os casos, de modo que optou-se por analisar os clientes B2C e B2B de forma conjunta. Por fim, em relação aos produtos comercializados, seguindo a orientação dos gestores da empresa, os mesmos foram agrupados em quatro categorias de produtos.¹

De posse dos dados mensais de cada cliente, as variáveis selecionadas para serem utilizadas na otimização do portfólio de clientes foram:

¹Em função do acordo de confidencialidade firmado com a empresa, a identificação dos produtos pertencentes às categorias analisadas foi omitida.

- receita total;
- receita por categoria de produto;
- impostos relativos a cada produto
- comissões pagas correspondentes a cada produto;
- custos de operação por produto;
- margem de contribuição total;
- margem de contribuição por categoria de produto;
- valor total dos investimentos do cliente;
- perfil de risco do cliente.

Os dados relativos às receitas, aos custos de operação, aos percentuais de impostos e comissões incidentes em cada produto e aos valores totais de investimentos dos clientes foram informados diretamente pela empresa. As margens de contribuições, assim como o perfil do investidor, foram manipulados de acordo com as orientações recebidas da companhia para que pudessem ser utilizados nessa pesquisa. Para o cômputo das margens de contribuição foram deduzidos da receita, os impostos, as comissões e os custos de operação. O perfil de risco do cliente foi definido em função da composição dos investimentos dos clientes, utilizando-se como *proxy*, diante da diferença de risco das diferentes categorias de produtos contempladas nesse estudo para o investidor, a categoria de produto com maior volume de transações e montante de negociações. Além disso, as variáveis monetárias foram atualizadas pelo Índice Geral de Preços do Mercado (IGP-M) a fim de equalizar as diferenças entre os períodos e torná-los comparáveis. E, por último, foi realizado o processo de winsorização ao nível de 0.1% nas variáveis necessárias para computar o retorno dos clientes com o propósito de reduzir a influência dos *outliers*.

3.4.2 Otimização do portfólio da empresa

O primeiro passo para otimizar o portfólio de clientes é a segmentação. Para isso, foram adotados como ponto de partida os critérios utilizados pela empresa. Sendo assim, os clientes foram agrupados em três segmentos de acordo os valores de seus investimentos. Esse é um critério usual ao mercado em que a empresa atua. O segmento 1 corresponde aos clientes que possuem valores altos de aplicações, os clientes do segmento 2 possuem valores interme-

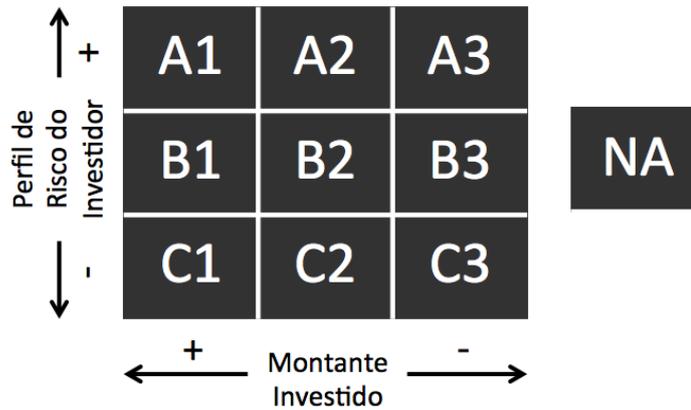
diários e os clientes do segmento 3 investem montantes considerados baixos pelos gestores da companhia. Em função da margem de contribuição estar diretamente relacionada ao tipo de investimento escolhido pelo cliente, foi empregada uma variável adicional à utilizada pela empresa para agrupar os clientes. Portanto, além dos valores investidos, também foi adotado como critério de segmentação o perfil de risco do investidor. Em função dessa variável estar relacionada à quantidade de categorias de produtos, o máximo de partições relativas ao perfil do investidor será de quatro. O segmento A é composto por investidores mais agressivos que investem em produtos mais arriscados, o segmento B é formado por clientes que possuem um perfil um pouco menos agressivo que o anterior, no segmento C estão os clientes de perfil moderado e, por fim, o segmento D é composto por clientes mais conservadores. Sendo possível dividir os clientes em apenas dois ou três grupos, se assim o gestor julgar ser o mais adequado. Nesses casos, os clientes seriam divididos em perfil arriscado e moderado, ou perfil arriscado, arriscado-moderado e moderado-conservador.

As funções de segmentação desenvolvidas no *software* R (versão 3.2.2) (*vide* Apêndice D) permitem a alteração com facilidade dos valores de corte utilizados para particionar os clientes em relação aos montantes investidos, não havendo limitação em relação à quantidade de grupos gerados, assim como possibilitam a escolha da quantidade de grupamentos relativos ao perfil de risco do investidor. Dessa forma, é possível testar mais de uma opção de segmentação e avaliar os efeitos dos critérios escolhidos.

No exemplo utilizado para demonstrar o processo de otimização proposto, os clientes foram agrupados em dez segmentos, conforme apresentado na Figura 12. Nove segmentos são resultantes da combinação de três níveis de valor de investimento (1, 2 e 3) com três tipos de perfis de risco do investidor (A, B e C), e o décimo segmento é formado pelo grupo de não clientes (NA). Esse último segmento é necessário para que seja possível incorporar à análise a aquisição e perda de clientes.

Definida a segmentação, a etapa seguinte consistiu na estimação do retorno de cada segmento, com base na sua média, conforme especificado nas equações 28 e 29. E, na estimação do risco, mensurado em função da dispersão dos retornos em relação ao esperado, conforme determinado na Equação 30. Todavia, a fim de proporcionar uma maior estabilidade à série, optou-se pela utilização da média móvel em alternativa à média aritmética simples descrita na Equação 28. Essa opção está disponível na função desenvolvida no *software* R (versão 3.2.2) para estimar os retornos (Apêndice D). O período contemplado na média móvel foi de seis

Figura 12: Segmentos de clientes



Fonte: Elaborado pela autora

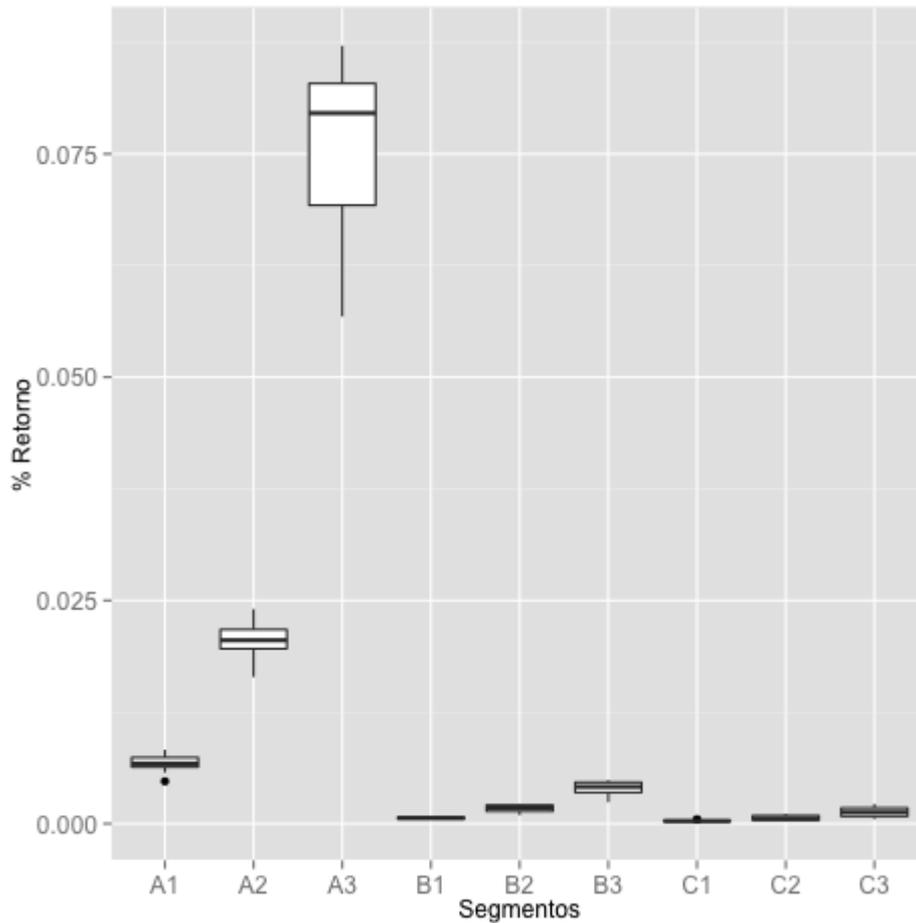
meses devido a algumas receitas da empresa serem lançadas semestralmente. Além disso, em virtude da decisão de desembolso do cliente ocorrer em relação ao montante que investirá e da receita estar vinculada aos valores investidos, uma particularidade da indústria em que companhia utilizada no exemplo da otimização atua, o valor das aplicações do cliente na empresa foi utilizado como base para calcular o retorno. Sendo assim, a Equação 28 foi modificada para:

$$R_s = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{g=j-mm+1}^j m_g}{\sum_{j=1}^N \sum_{g=j-mm+1}^j a_g} \quad (44)$$

onde: R_s é o retorno do segmento, m_j e a_j são, respectivamente, a margem de contribuição e o montante de investimentos dos clientes daquele segmento e mm é o período contemplado na média móvel.

Os retornos dos segmentos obtidos, a partir da aplicação da Equação 44 para cada período compreendido na análise, estão apresentados no gráfico da Figura 13. Observa-se que os retornos, assim como a variabilidade, dos segmentos A (A1, A2 e A3) são superiores aos demais segmentos. Assim, a aparente diferença de retorno e risco entre os segmentos de clientes da companhia apresentados na Tabela 2, pode ser considerado um indicativo de que será possível construir uma fronteira eficiente de portfólios de segmentos de clientes.

Diante do pressuposto de normalidade, verificamos a distribuição de probabilidade dos retornos com base no teste Shapiro-Wilk. Para a segmentação utilizada, o p -value foi de 0,1641, não sendo possível rejeitar a hipótese de que os retornos dos segmentos são normalmente distribuídos. A fim de validar os resultados obtidos, foi feita uma verificação adicional a partir da plotagem da distribuição dos retornos padronizados (Figura 14a) e da comparação da distri-

Figura 13: Boxplot dos retornos dos segmentos entre jan/2011 e mai/2013

Fonte: Elaborado pela autora

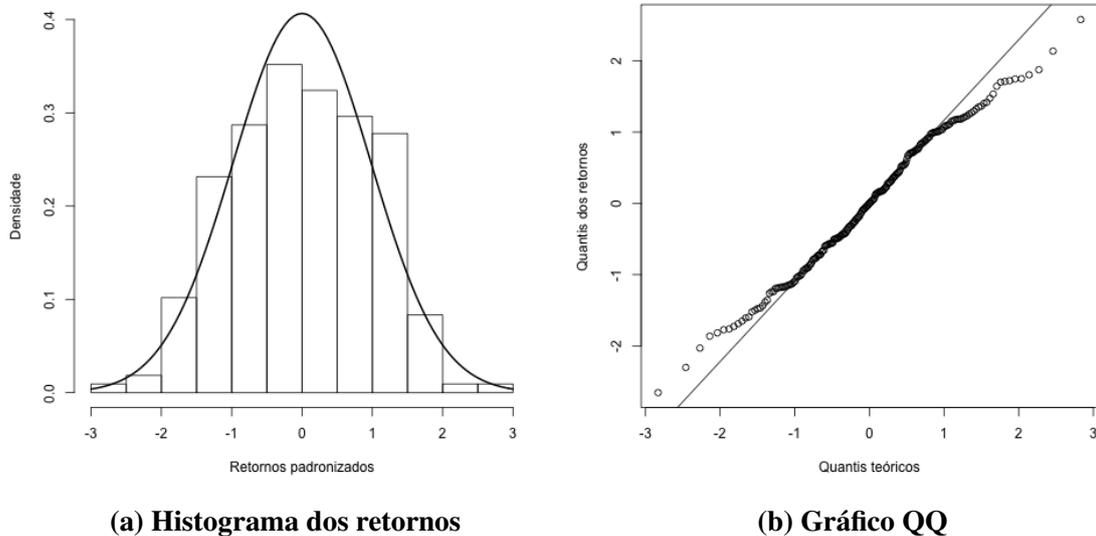
Tabela 2: Retorno médio e risco dos segmentos

	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1	C2	C3
R_s	0.0068	0.0207	0.0750	0.0006	0.0017	0.0040	0.0003	0.0006	0.0013
σ_s	0.0008	0.0019	0.0100	0.0001	0.0004	0.0008	0.0001	0.0003	0.0005

Fonte: Elaborado pela autora

buição de probabilidade dos retornos com a distribuição normal teórica (Figura 14b). O desvio observado pode ser considerado pequeno, sendo aceitável supor a normalidade dos dados.

A seguir, foi realizada a análise da correlação e da estabilidade da correlação entre os retornos dos segmentos com base no intervalo de análise de um ano. Conforme apresentado na Tabela 3, os retornos dos segmentos de clientes estão positivamente correlacionados entre si. A alta e positiva correlação existente entre os retornos, demonstrada no gráfico da Figura 15, limita em parte as possibilidades de redução do risco a partir da combinação de clientes de dife-

Figura 14: Distribuição dos retornos

Fonte: Elaborado pela autora

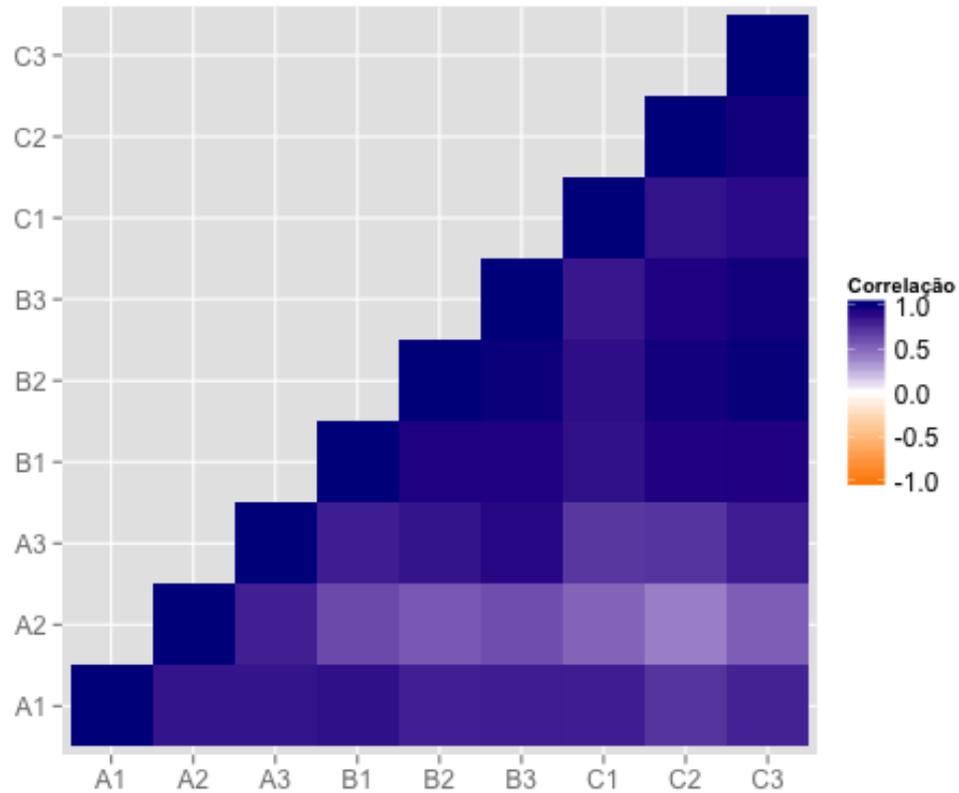
rentes segmentos, visto que esses tendem a ter o mesmo comportamento. A correlação mínima observada foi de 0,4 entre os segmentos A2 e C2. Para avaliar a estabilidade da correlação entre os retornos dos segmentos e, conseqüentemente, da matriz de covariância, foi realizado o teste M de Box, que verifica a similaridade de duas ou mais matrizes de covariância. A hipótese nula é de que as matrizes são equivalentes. Na Tabela 4, estão apresentados os resultados. Em função da premissa desse teste de que o número de períodos contemplados na matriz de covariância seja superior ao número de segmentos, foi considerado o intervalo de análise de um ano. Para todas as janelas de 12 períodos testadas, não foi possível rejeitar a hipótese de que a matriz de covariância subsequente seja similar à sua antecessora ($\Sigma_1 = \Sigma_2$).

Tabela 3: Correlação serial dos retornos dos segmentos

	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1	C2	C3
A1	1.00								
A2	0.85	1.00							
A3	0.86	0.80	1.00						
B1	0.87	0.62	0.81	1.00					
B2	0.81	0.55	0.85	0.95	1.00				
B3	0.82	0.60	0.90	0.94	0.99	1.00			
C1	0.81	0.51	0.69	0.87	0.88	0.84	1.00		
C2	0.71	0.41	0.71	0.92	0.97	0.93	0.86	1.00	
C3	0.79	0.53	0.82	0.93	0.99	0.97	0.90	0.97	1.00

Fonte: Elaborado pela autora

Figura 15: Correlação dos retornos dos segmentos



Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 4: Teste M de Box

Σ_1	Σ_2	<i>p-value</i>
1 a 12	2 a 13	0.2333
2 a 13	3 a 14	1.0000
3 a 14	4 a 15	0.9812
4 a 15	5 a 16	0.3232
5 a 16	6 a 17	0.9999
6 a 17	7 a 18	0.9645
7 a 18	8 a 19	0.3631
8 a 19	9 a 20	0.3873
9 a 20	10 a 21	0.9752
10 a 21	11 a 22	0.9879
11 a 22	12 a 23	0.9549
12 a 23	13 a 24	0.7165

Fonte: Elaborado pela autora

No passo subsequente à verificação dos pressupostos, para que fosse possível definir os limites de participação de cada segmento no portfólio considerando a sua composição esperada (Tabela 1), foi realizada a estimação da matriz de probabilidade de troca de segmentos para o intervalo de seis meses e analisada a existência do seu estado estacionário. Para avaliar a similaridade entre as matrizes de probabilidade de troca verificadas durante o período contemplado na pesquisa foram computadas as distâncias entre as matrizes consecutivas a partir do cálculo das principais normas (*1-norm*, *∞-norm*, *2-norm*) de suas diferenças. Sendo que, o valor esperado da diferença entre matrizes similares e, conseqüentemente, das suas normas, é zero: $E(\|P_1 - P_2\|_p) = 0$. Para facilitar a análise dos resultados, os valores foram transformados de modo a estarem contidos no intervalo entre zero – representando matrizes totalmente diferentes – e um – representando matrizes similares: $0 \leq e^{-\|P_1 - P_2\|_p^2 / 2\sigma^2} \leq 1$, onde: P_1 representa a matriz de probabilidade de troca a ser analisada, P_2 a matriz de probabilidade de troca que a sucede, p a norma da matriz e σ o desvio padrão da amostra.

Diante dos valores obtidos para as normas das diferenças entre as matrizes serem próximos de zero (entre 0.0069 e 0.0579), assim como dos valores transformados para o intervalo entre $[0, 1]$ serem próximos de um (entre 0.9778 e 0.9997), conforme apresentado na Tabela 5, considera-se aceitável supor que a matriz se manteve estável ao longo do tempo e, portanto, independente deste.

Tabela 5: Comparação das matrizes de probabilidade de troca

P_1	P_2	Norma			Similaridade		
		<i>1-norm</i>	<i>∞-norm</i>	<i>2-norm</i>	<i>1-norm</i>	<i>∞-norm</i>	<i>2-norm</i>
1 a 6	2 a 7	0.0329	0.0579	0.0340	0.9928	0.9778	0.9923
2 a 7	3 a 8	0.0154	0.0158	0.0104	0.9984	0.9983	0.9993
3 a 8	4 a 9	0.0175	0.0275	0.0150	0.9980	0.9950	0.9985
4 a 9	5 a 10	0.0216	0.0172	0.0127	0.9969	0.9981	0.9989
5 a 10	6 a 11	0.0126	0.0179	0.0100	0.9990	0.9979	0.9993
6 a 11	7 a 12	0.0118	0.0117	0.0069	0.9991	0.9991	0.9997
7 a 12	8 a 13	0.0117	0.0211	0.0109	0.9991	0.9971	0.9992
8 a 13	9 a 14	0.0111	0.0141	0.0084	0.9992	0.9987	0.9995
9 a 14	10 a 15	0.0113	0.0202	0.0105	0.9992	0.9973	0.9993
10 a 15	11 a 16	0.0129	0.0143	0.0095	0.9989	0.9987	0.9994
11 a 16	12 a 17	0.0174	0.0216	0.0146	0.9980	0.9969	0.9986
12 a 17	13 a 18	0.0336	0.0325	0.0269	0.9925	0.9930	0.9952
13 a 18	14 a 19	0.0241	0.0259	0.0175	0.9961	0.9955	0.9979
14 a 19	15 a 20	0.0202	0.0322	0.0194	0.9973	0.9930	0.9975
15 a 20	16 a 21	0.0282	0.0272	0.0208	0.9946	0.9950	0.9971
16 a 21	17 a 22	0.0144	0.0159	0.0112	0.9986	0.9983	0.9991
17 a 22	18 a 23	0.0209	0.0219	0.0171	0.9970	0.9967	0.9980

Fonte: Elaborado pela autora

De acordo com a matriz de troca de segmentos encontrada, apresentada na Figura 16², os clientes que têm a maior probabilidade de manterem-se no mesmo segmento são aqueles que pertencem aos segmentos tipo B e tipo 3, sendo que os clientes do segmento A1 e A2 são aqueles que têm a maior probabilidade de migrarem para outro segmento. Os clientes dos segmentos tipo A e tipo C têm maior probabilidade de mudarem para os segmentos tipo B, do que o inverso. Em relação à aquisição de clientes, a empresa tem maior facilidade para adquirir clientes dos segmentos B3 e C3, o que pode ser explicado pelo fato de esses segmentos serem formados por clientes que possuem volumes menores de investimentos e aplicações menos arriscadas que os clientes do segmento A. Em relação à saída de clientes da base, os clientes que têm a maior propensão a deixarem a empresa, são aqueles pertencentes ao segmento A3.

Para definir os limites de participação de cada segmento no portfólio, além de estimar a composição futura da carteira para o período desejado com base na matriz de probabilidade de troca, é necessário realizar o levantamento da participação histórica de cada segmento. Esses valores servem de balizadores, assim como de indicativo da viabilidade de crescimento ou de redução do tamanho dos segmentos na carteira de clientes. Na Tabela 6, constam os valores mínimos e máximos de participação verificados durante o período analisado e a previsão futura da composição da carteira, assim como os limites resultantes. Em função da opção de considerar tanto as participações históricas como a esperada para restringir o tamanho dos segmentos, dentre as alternativas dos gestores apresentadas na Tabela 1, os limites mínimo e máximo de cada segmento foram definidos em função dos valores extremos dessas informações. A composição esperada foi computada a partir da Equação 33, representando o estado estacionário da matriz de probabilidade de troca.

Tabela 6: Participações históricas, composição esperada e limites (%)

Segmento	Participação histórica		Comp. esperada π_j	→ Limites resultantes	
	mínimo	máximo		mínimo	máximo
A1	0.20	0.32	0.73	0.20	0.73
A2	0.87	1.47	1.05	0.87	1.47
A3	5.33	8.44	2.81	2.81	8.44
B1	1.86	3.64	14.11	1.86	14.11
B2	9.07	12.56	18.49	9.07	18.49
B3	43.89	54.97	34.78	34.78	54.97
C1	0.32	2.22	6.69	0.32	6.69
C2	1.77	7.56	8.20	1.77	8.20
C3	21.94	27.08	13.14	13.14	27.08

Fonte: Elaborado pela autora

²A análise teórica sobre essa figura será apresentada no próximo capítulo.

Figura 16: Matriz de probabilidade de troca de segmentos (%)

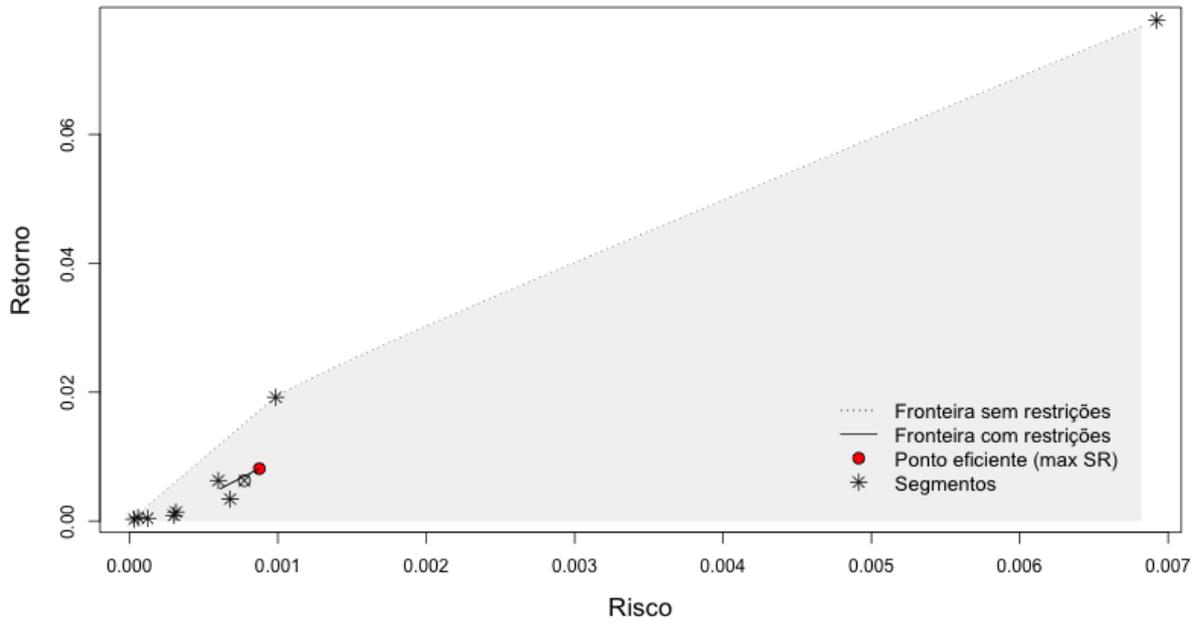
↗	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1	C2	C3	NA
A1	85.40	2.30	-	10.35	-	-	1.59	0.18	-	0.18
A2	1.01	83.34	3.23	0.07	9.54	0.37	0.02	2.09	0.05	0.27
A3	-	0.42	92.44	-	0.09	4.08	-	0.01	0.93	2.02
B1	0.55	-	-	94.14	1.71	0.02	3.35	0.08	0.01	0.14
B2	0.01	0.57	0.01	1.19	92.90	2.33	0.06	2.66	0.04	0.24
B3	-	0.01	0.35	-	0.92	96.46	-	0.03	0.99	1.25
C1	0.24	-	-	7.44	0.17	-	90.89	1.22	-	0.04
C2	0.01	0.42	0.01	0.13	6.60	0.12	1.16	90.00	1.27	0.28
C3	-	-	0.19	-	0.07	2.89	-	0.87	94.73	1.25
NA	0.01	0.05	0.41	0.29	1.26	4.03	0.25	1.22	2.94	89.54

Fonte: Elaborado pela autora

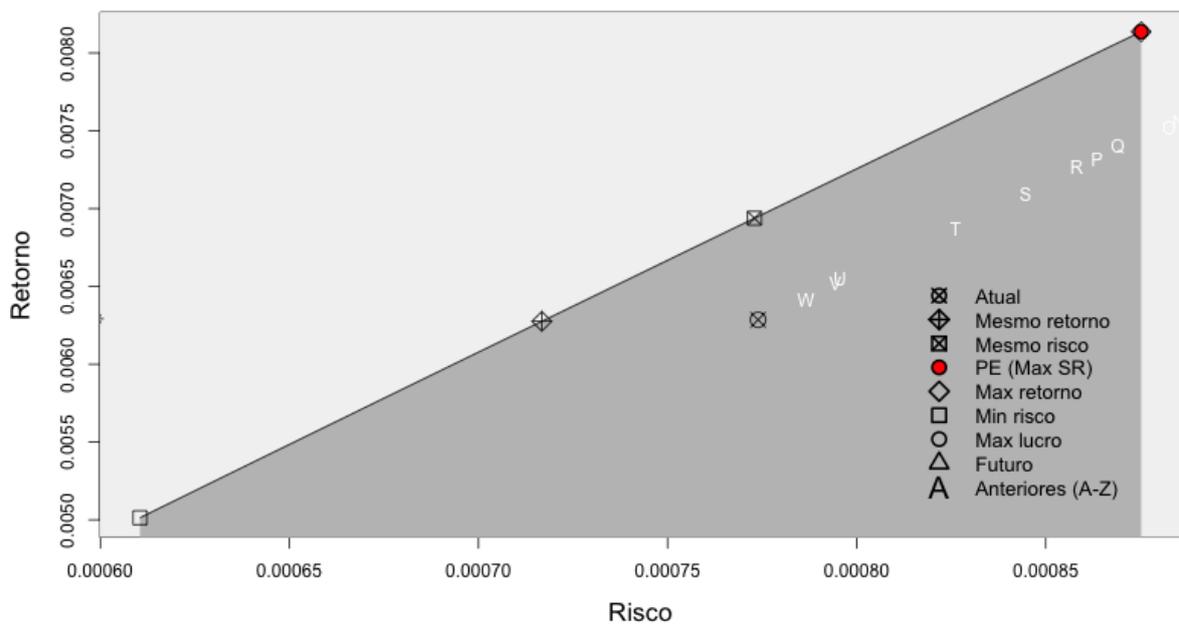
A determinação da lucratividade mínima da empresa e dos retornos alvo considerados na análise, incluindo a definição dos seus limites mínimo e máximo, ocorreu de forma automática a partir das funções programadas no *software* R (versão 3.2.2). A lucratividade média da empresa durante o período contemplado na pesquisa foi estabelecida como sendo a lucratividade mínima aceitável. Em relação aos retornos, foram contemplados na análise todos os retornos possíveis dadas as restrições impostas de participação de cada segmento e de lucratividade. Com isso, foi possível construir a fronteira eficiente com as opções de portfólios de segmentos de clientes, conforme pode ser visualizado na Figura 17. O portfólio ótimo resultante da otimização sem restrições específicas, sugerido por Tarasi *et al.* (2011), está representado pela linha pontilhada (Gráfico 17a). Os pontos correspondentes aos segmentos também estão apontados. A fronteira

eficiente sujeita a todas as restrições propostas nesta tese é subótima e está representada pela linha contínua. O ponto mais eficiente também está destacado e aponta o portfólio com melhor *sharpe ratio* (SR), ou seja, aquele que possui a relação retorno-risco mais favorável. Portanto observa-se que as opções de portfólios da fronteira resultante da otimização proposta são bem mais restritas, tanto em relação às combinações de retornos e risco possíveis, quanto em relação à eficiência. Contudo essas limitações aumentam a viabilidade de ocorrência dos portfólios sugeridos. No detalhe (Gráfico 17b), estão apontados os portfólios de maior interesse: o atual, o de mesmo retorno e o de mesmo nível de risco do portfólio atual, o mais eficiente (maior SR), o mais rentável, o menos arriscado e o mais lucrativo para a empresa. O portfólio futuro, contendo a composição esperada da carteira de clientes, também está representado, assim como os portfólios passados da companhia, que estão simbolizados por letras em ordem alfabética, do mais antigo ao mais recente.

Figura 17: Fronteiras eficientes



(a) Geral

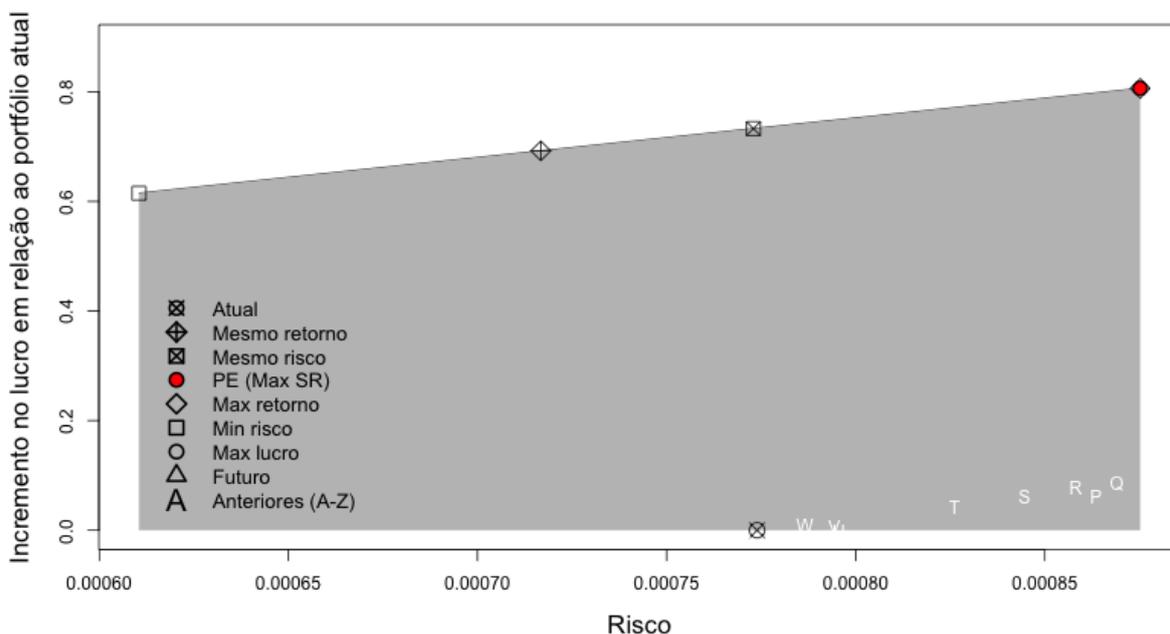


(b) Detalhe

Fonte: Elaborado pela autora

Diante da possibilidade da correlação entre a taxa de retorno e o lucro não ser perfeita, e da existência de limitações para alteração da composição da carteira, sugere-se que seja realizada adicionalmente a análise da lucratividade. Na Figura 18, está representado o gráfico similar ao da fronteira eficiente com restrições específicas, porém comparando a razão entre o lucro dos portfólios eficientes e o proporcionado pelo portfólio atual com o risco. Os portfólios mais lucrativos recomendados pela otimização são aqueles que representam níveis de risco mais elevados para a companhia, de modo que, no exemplo apresentado, o aumento da lucratividade está relacionado ao incremento do risco. Contudo, se comparado aos portfólios atual e passados, os portfólios sugeridos são mais eficientes, visto que, para o mesmo nível de risco, apresentam níveis superiores de lucratividade.

Figura 18: Análise da lucratividade dos portfólios eficientes

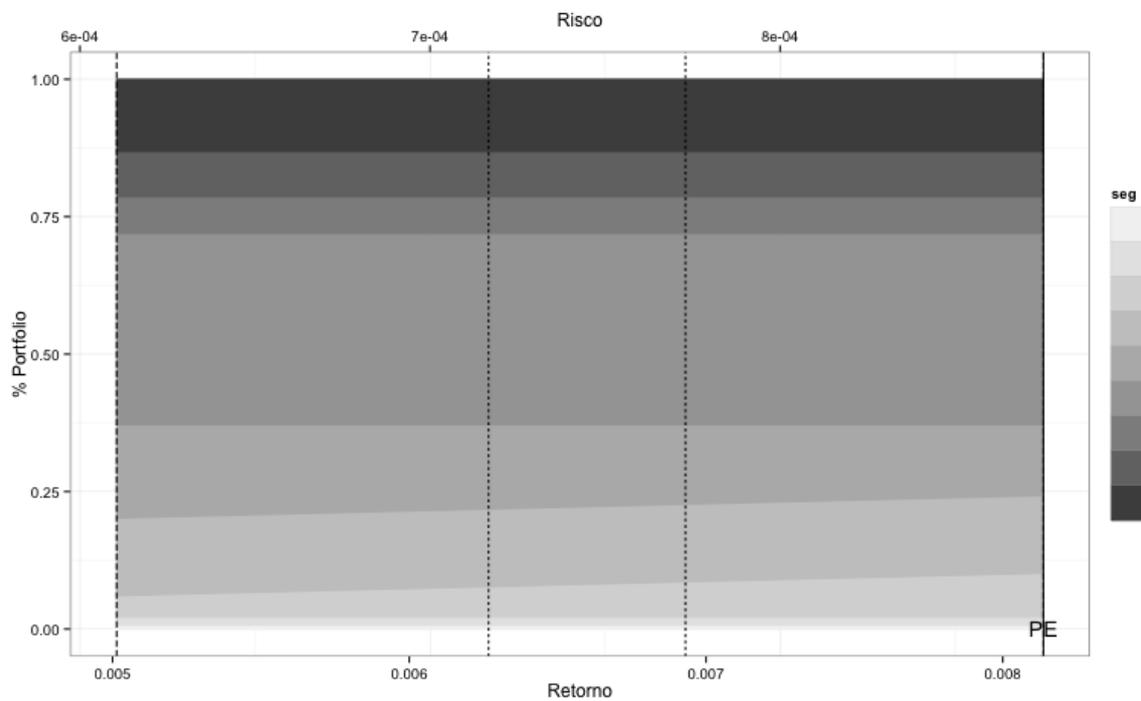


Fonte: Elaborado pela autora

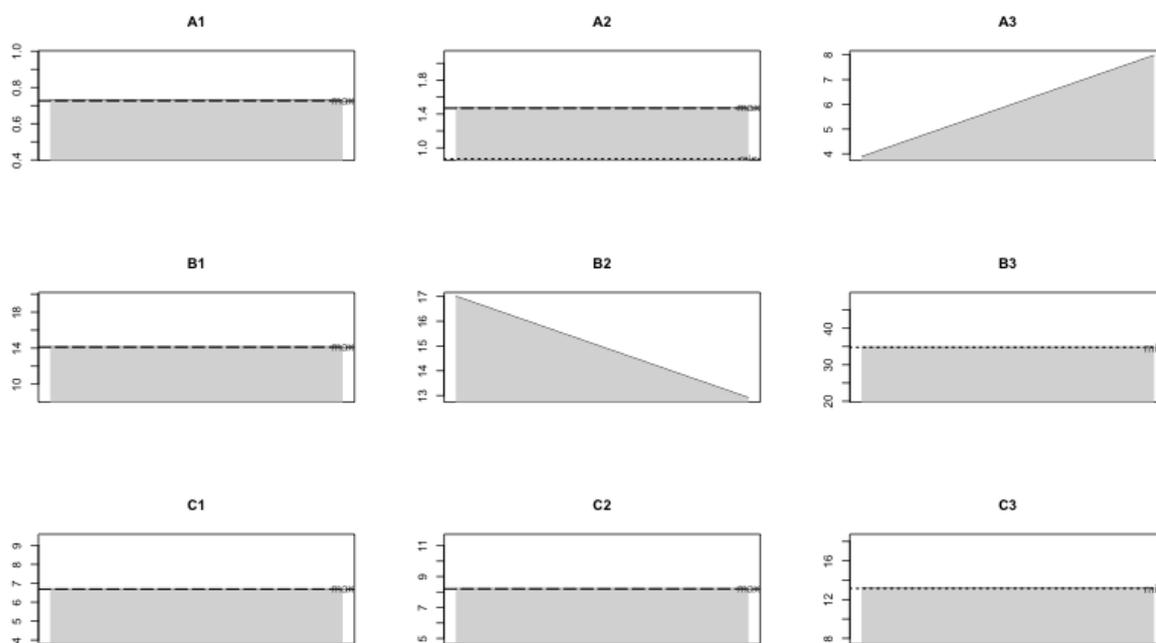
As diferentes composições de segmentos de clientes dos portfólios que formam a fronteira eficiente podem ser visualizadas no Gráfico 19a. A escolha do portfólio alvo dependerá da avaliação dos gestores quanto à adequação aos interesses da empresa. Entretanto, no caso utilizado como exemplo, a participação sugerida para a maioria dos segmentos independe do nível de retorno e risco desejado. Nos gráficos da Figura 19b, percebe-se a constância ao longo da fronteira dos segmentos A1, A2, B1, B3 e tipo C. Isso se deve ao fato de esses segmentos terem atingido os limites estabelecidos pelas restrições. Portanto, de acordo com os resultados da otimização, há uma indicação para ampliação ao máximo da participação de todos os segmentos tipo 1 e dos segmentos A2 e C2 e de redução ao mínimo da participação dos segmentos B3 e C3. As diferentes possibilidades de retornos e riscos decorrem da participação dos demais segmentos no portfólio, de modo que, nas posições mais conservadoras, a participação do segmento B2 é superior e, nas posições mais arriscadas, a participação dos segmentos A3 ganha relevância. De certa forma, esses resultados estão de acordo com a taxa de retenção de clientes, visto que os clientes dos segmentos tipo 3 são aqueles que mais desertam da base.

A seleção do portfólio alvo e, por conseguinte, a definição das políticas de priorização dos segmentos, deve ser realizada em conjunto com a análise dos portfólios passados e esperado. Dessa forma, será possível comparar e decidir qual será o direcionamento desejado pelos gestores. A análise da evolução da composição dos portfólios passados (representados por letras, em ordem alfabética do mais antigo ao mais recente – A a W) apresentada na Figura 20 indica o crescimento da importância de todos os segmentos tipo 1 e dos segmentos B2 e C2 na carteira de clientes, assim como a redução dos segmentos A2, A3, B3 e, mais recente, C3. Para facilitar a comparação da situação passada e atual da carteira de clientes da companhia com os portfólios sugeridos pela otimização, as composições dos portfólios eficientes de maior interesse – o de mesmo retorno ($=Re$) e o de mesmo nível de risco ($=Ri$) do portfólio atual, o mais eficiente (EP), o mais rentável ($+Re$), o menos arriscado ($+Ri$) e o mais lucrativo para a empresa ($+L$) – foram incluídas na Figura 20a. Em relação à composição futura esperada para o portfólio (PF), também apresentada nessa Figura, observa-se a indicação de crescimento para todos os segmentos tipo 1 e 2 e de redução para os segmentos tipo 3.

Figura 19: Portfólios eficientes



(a) Mapa da composição



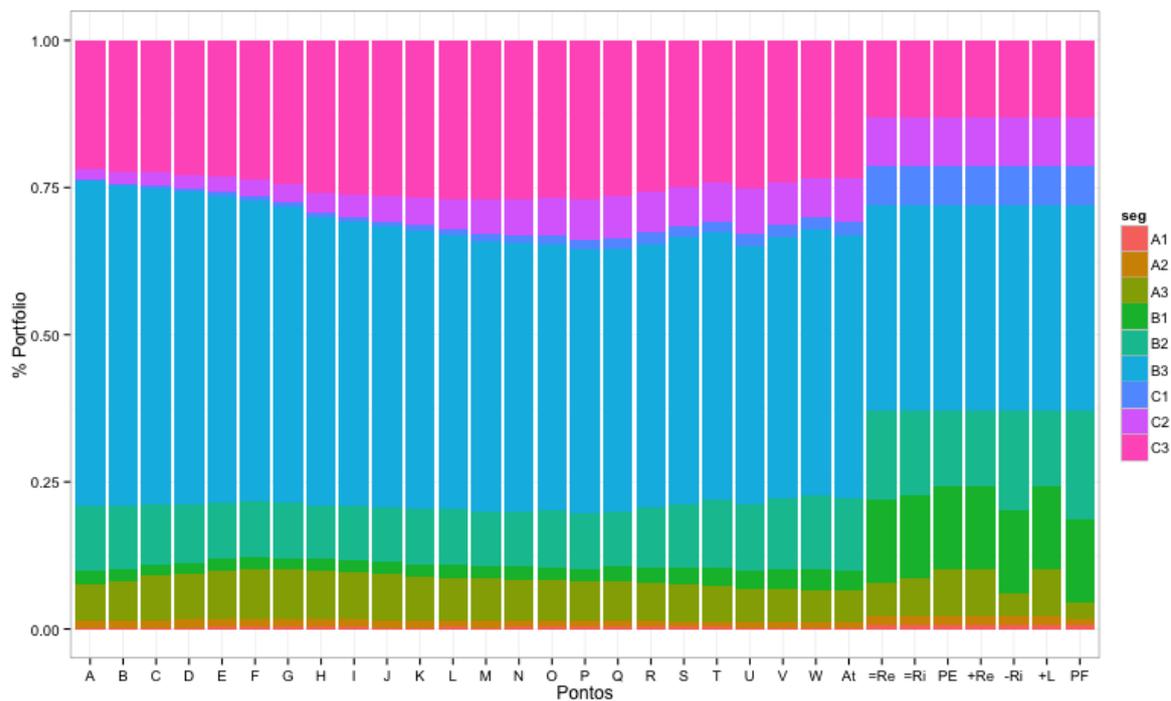
(b) Participação dos segmentos

Fonte: Elaborado pela autora

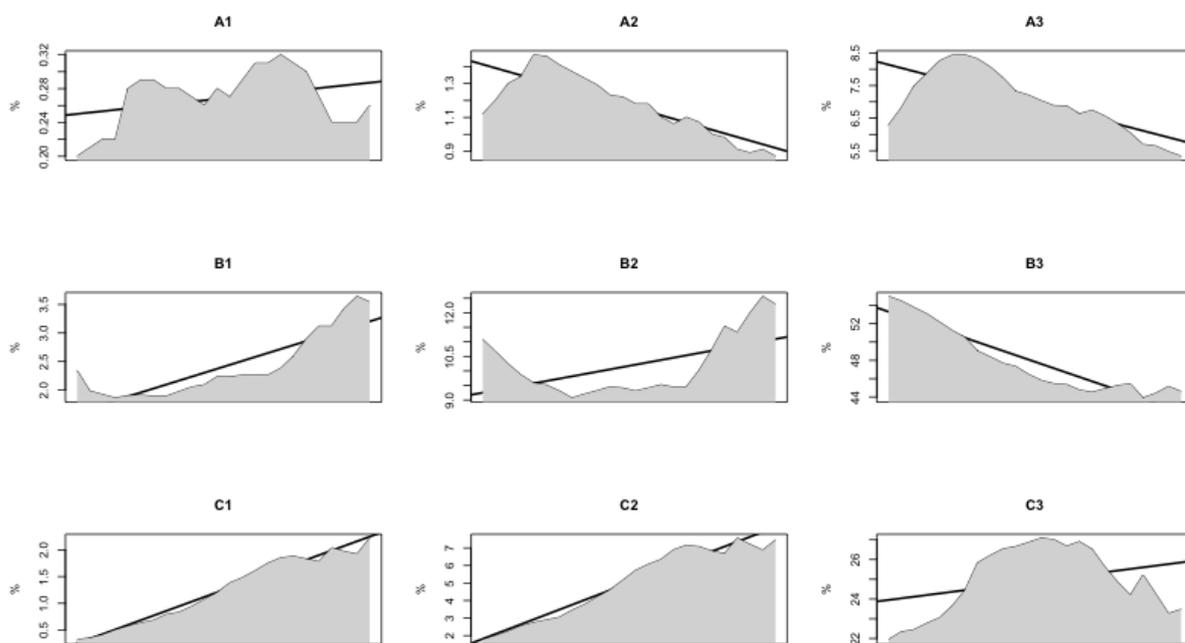
Na Tabela 7, está apresentado um resumo da tendência da participação de cada segmento na carteira de clientes – crescimento (+) ou queda (-) –, da recomendação resultante da otimização – incremento (+), redução da participação (-) ou variável em função do portfólio sugerido escolhido (var) – e da comparação da participação recomendada com os limites estabelecidos – atingiu o máximo (max), o mínimo (min) ou se os limites foram atingidos apenas em alguns portfólios sugeridos (var). Além dessas informações, a fim de auxiliar a avaliação, foram acrescentados os percentuais de participação dos portfólios eficientes de maior interesse e do portfólio estimado para o futuro.

A análise conjunta da evolução da carteira de clientes, com as posições recomendadas e futura, indica que, de um modo geral, o direcionamento adotado pelos gestores da empresa para o portfólio de clientes está em linha com a sugestão apontada pela otimização. Os resultados da otimização sugerem que sejam realizados esforços para aumentar as participações de todos os segmentos tipo 1 e dos segmentos B2 e C2, e a tendência observada das participações desses segmentos é de crescimento, assim como as composições recomendadas pela otimização apontam para que sejam elaboradas políticas de atendimento que conduzam para a redução da importância dos segmentos B3 e C3, o que vem ocorrendo ao longo dos últimos períodos. De modo que a divergência entre a tendência de participação dos segmentos observada nos portfólios passados da companhia e o caminho sugerido pela otimização se restringe ao segmento A2. Observa-se uma tendência de queda da participação do segmento A2, enquanto que a orientação para melhorar a eficiência do portfólio seria exatamente a oposta. Em relação ao segmento A3, as composições sugeridas pela otimização variam em função do nível de risco que a empresa deseja assumir: em posições mais arriscadas, deve ser realizado um esforço para aumentar a sua participação no portfólio e, em posições mais conservadoras, o esforço deve ser direcionado visando à sua redução, o que vem sendo observado na carteira de clientes da companhia. Os gráficos apresentados na Figura 19b evidenciam essa avaliação. As diferentes opções de posicionamentos apontados pela otimização ocorrem em função do tamanho dos segmentos B2 e A3. Nas carteiras menos arriscadas, as participações dos segmentos B2 são superiores e as do segmento A3 são inferiores. Além disso, a análise do retorno e do risco dos portfólios passados apresentados na Figura 17b corroboram com os indícios de adoção de um posicionamento mais conservador por parte da empresa, visto que o portfólio de clientes da companhia está-se tornando menos arriscado com o transcorrer do tempo (*vide* as últimas posições, ordenadas em função do nível de risco, da mais arriscada para a de menor risco: Q-P-R-S-T-U-V-W).

Figura 20: Evolução do portfólio



(a) Mapa da composição histórica e pontos de interesse



(b) Participação histórica dos segmentos

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 7: Comparação evolução histórica e portfólios eficientes

	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1	C2	C3
Atual	0.26	0.87	5.33	3.54	12.29	44.59	2.22	7.44	23.47
Mesmo retorno	0.73	1.47	5.53	14.11	15.35	34.78	6.69	8.20	13.14
Mesmo risco	0.73	1.47	6.40	14.11	14.48	34.78	6.69	8.20	13.14
Max SR	0.73	1.47	7.97	14.11	12.91	34.78	6.69	8.20	13.14
Max retorno	0.73	1.47	7.97	14.11	12.91	34.78	6.69	8.20	13.14
Mín risco	0.73	1.47	3.88	14.11	17.00	34.78	6.69	8.20	13.14
Max lucro	0.73	1.47	7.97	14.11	12.91	34.78	6.69	8.20	13.14
Futuro	0.73	1.05	2.81	14.11	18.49	34.78	6.69	8.20	13.14
Recomendação	+	+	var	+	+	-	+	+	-
Limite	max	max	var	max	var	min	max	max	min
Real	+	-	-	+	+	-	+	+	-

Fonte: Elaborado pela autora

Assim sendo, a metodologia de otimização do portfólio é um elemento que proporciona a verificação do rumo da carteira de clientes e indica os possíveis ajustes a serem feitos. No exemplo analisado, os portfólios passados formam o que poderia ser chamado de fronteira realizada (Figura 17b), que é menos eficiente que a fronteira sugerida, mas está próxima desta. A análise conjunta dos portfólios eficientes e passados permite avaliar a coerência das prioridades de segmentos propostas com a situação atual da companhia. Conclui-se que há espaço para melhorar a relação entre o risco e a rentabilidade e, principalmente, entre o risco e a lucratividade da empresa.

A fim de avaliar a capacidade de previsão da otimização, a amostra foi dividida em duas partes. A primeira parte foi utilizada para rodar a otimização e a segunda parte, composta pelos seis períodos subsequentes, serviu para comparar os resultados dos portfólios sugeridos com o portfólio mais recente da empresa (*vide* Tabela 8). A comparação foi realizada em relação aos portfólios eficientes correspondentes aos pontos de interesse destacados previamente e em relação à média de todos os portfólios que compõem a fronteira. Dessa maneira, foram obtidas sete amostras de calibração e de validação.

Tabela 8: Períodos de calibragem e validação das amostras

Amostra	Período de calibragem	Período de validação
1	1 a 17	18 a 23
2	2 a 18	19 a 24
3	3 a 19	20 a 25
4	4 a 20	21 a 26
5	5 a 21	22 a 27
6	6 a 22	23 a 28
7	7 a 23	24 a 29

Fonte: Elaborado pela autora

Para a maioria dos portfólios recomendados, caso a composição indicada pela otimização fosse alcançada, a lucratividade e a rentabilidade da empresa teriam sido superiores, e haveria um incremento do risco. De acordo com a análise do *sharpe ratio*, para a média da fronteira, haveria um aumento de até 11% da eficiência do portfólio, assim como um incremento de 3 a 11% dos lucros, caso os gestores conseguissem compor um dos portfólios eficientes sugeridos a partir da otimização. Entretanto, diante da opção da empresa pela redução do risco da carteira de clientes, poderíamos avaliar que a gestão do portfólio implementada pela companhia foi bem-sucedida por obter um portfólio menos arriscado, apesar de menos rentável, lucrativo e eficiente. Na Tabela B1 (Apêndice B), constam as composições de portfólios sugeridos a partir da otimização e, na Tabela 9, estão apresentadas as comparações entre os resultados que seriam obtidos caso esses portfólios fossem realizados e o portfólio de clientes da empresa no período correspondente.

Quadro 5: Variáveis de entrada (estimações) utilizadas na otimização

Opção	Retorno	Risco	Composição futura do portfólio
1	Média móvel	Variância	Convergência da matriz
2	Média móvel	Variância	Próximo período
3	Média móvel com tendência	Variância	Convergência da matriz
4	Média móvel	CVaR	Convergência da matriz

Fonte: Elaborado pela autora

Para analisar o impacto das escolhas das formas de estimação das variáveis de entrada utilizadas na otimização, além da opção de considerar a média móvel para estimar os retornos, a variância para mensurar o risco e as participações passadas em conjunto com estado estacionário da matriz de probabilidade de troca para estimar a composição futura do portfólio (opção 1), foram testadas opções alternativas conforme detalhado no Quadro 5.

Tabela 9: Resultados dos portfólios sugeridos vs realizado – opção 1

Período	Indicador	Mesmo retorno	Mesmo risco	Max SR	Max retorno	Min risco	Max lucro	Média fronteira
17+6 vs 23	Lucro	102.48	102.48	102.48	103.63	102.48	103.63	103.06
	Retorno	110.09	110.09	110.09	112.60	110.09	112.60	111.34
	Risco	110.48	110.48	110.48	111.04	110.48	111.04	110.76
	SR	99.64	99.64	99.64	101.41	99.64	101.41	100.53
18+6 vs 24	Lucro	104.29	104.29	104.29	104.74	104.29	104.74	104.51
	Retorno	113.43	113.43	113.43	114.46	113.43	114.46	113.94
	Risco	110.28	110.28	110.28	110.49	110.28	110.49	110.39
	SR	102.85	102.85	102.85	103.59	102.85	103.59	103.22
19+6 vs 25	Lucro	105.51	105.51	105.51	105.53	105.51	105.53	105.52
	Retorno	117.35	117.35	117.35	117.39	117.35	117.39	117.37
	Risco	114.07	114.07	114.07	114.08	114.07	114.08	114.08
	SR	102.88	102.88	102.88	102.90	102.88	102.90	102.89
20+6 vs 26	Lucro	109.36	109.36	109.36	109.76	109.36	109.76	109.56
	Retorno	122.64	122.64	122.64	123.67	122.64	123.67	123.15
	Risco	118.29	118.29	118.29	118.78	118.29	118.78	118.53
	SR	103.68	103.68	103.68	104.12	103.68	104.12	103.90
21+6 vs 27	Lucro	106.57	106.57	106.57	107.44	106.57	107.44	107.00
	Retorno	123.24	123.24	123.24	125.55	123.24	125.55	124.39
	Risco	115.52	115.52	115.52	116.63	115.52	116.63	116.08
	SR	106.68	106.68	106.68	107.65	106.68	107.65	107.17
22+6 vs 28	Lucro	106.48	106.48	106.48	107.29	106.48	107.29	106.88
	Retorno	126.29	126.29	126.29	129.04	126.29	129.04	127.66
	Risco	114.50	114.50	114.50	116.03	114.50	116.03	115.26
	SR	110.30	110.30	110.30	111.22	110.30	111.22	110.76
23+6 vs 29	Lucro	106.20	106.20	107.38	107.38	106.20	107.38	106.79
	Retorno	128.38	128.38	131.59	131.59	128.38	131.59	129.98
	Risco	118.68	118.68	120.78	120.78	118.68	120.78	119.73
	SR	108.18	108.18	108.95	108.95	108.18	108.95	108.56

Fonte: Elaborado pela autora

Inicialmente, foi avaliado o efeito da determinação dos limites de participação com base nos valores históricos e na composição da carteira prevista para o próximo semestre (opção 2). Assim como para a primeira opção, caso alguma das composições de portfólio indicada pela otimização fosse alcançada, de um modo geral, a lucratividade e a rentabilidade da empresa teriam sido superiores, e haveria um incremento do risco. De acordo com a análise do *sharpe ratio*, para a média da fronteira, haveria um aumento de 3 a 14% da eficiência do portfólio, assim como um incremento de 7 a 34% dos lucros, caso os gestores conseguissem compor um dos portfólios eficientes sugeridos a partir da otimização. Na Tabela B2 (Apêndice B), constam as composições de portfólios sugeridos a partir da otimização e, na Tabela 10, estão apresentados os resultados. Em comparação à opção 1, a otimização baseada em limites de

participação dos segmentos mais restritos, em função de considerar a previsão da carteira de clientes para um período mais próximo, obteve um desempenho superior.

Tabela 10: Resultados dos portfólios sugeridos vs realizado – opção 2

Período	Indicador	Mesmo retorno	Mesmo risco	Max SR	Max retorno	Min risco	Max lucro	Média fronteira
17+6 vs 23	Lucro	122.90	123.26	122.90	128.04	122.90	128.04	125.47
	Retorno	111.02	111.82	111.02	122.28	111.02	122.28	116.65
	Risco	112.14	112.31	112.14	114.83	112.14	114.83	113.44
	SR	99.00	99.56	99.00	106.49	99.00	106.49	102.82
18+6 vs 24	Lucro	125.40	125.40	125.40	130.07	125.40	130.07	127.73
	Retorno	113.31	113.31	113.31	123.54	113.31	123.54	118.53
	Risco	111.00	111.00	111.00	115.38	111.00	115.38	112.37
	SR	102.08	102.08	102.08	107.08	102.08	107.08	105.47
19+6 vs 25	Lucro	127.15	127.15	127.15	130.88	127.15	130.88	129.01
	Retorno	116.36	116.36	116.36	125.34	116.36	125.34	120.84
	Risco	114.20	114.20	114.20	117.00	114.20	117.00	115.65
	SR	101.90	101.90	101.90	107.13	101.90	107.13	104.48
20+6 vs 26	Lucro	132.39	132.39	132.39	135.46	132.39	135.46	133.93
	Retorno	121.76	121.76	121.76	129.62	121.76	129.62	125.68
	Risco	117.65	117.65	117.65	121.30	117.65	121.30	119.50
	SR	103.49	103.49	103.49	106.86	103.49	106.86	105.17
21+6 vs 27	Lucro	121.50	121.50	121.50	122.68	121.50	122.68	121.90
	Retorno	123.24	123.24	123.24	127.93	123.24	127.93	125.47
	Risco	112.74	112.74	112.74	116.61	112.74	116.61	115.02
	SR	109.32	109.32	109.32	109.71	109.32	109.71	109.09
22+6 vs 28	Lucro	125.00	125.00	125.00	125.97	125.00	125.97	125.60
	Retorno	125.88	125.88	125.88	131.83	125.88	131.83	128.85
	Risco	111.72	111.72	111.72	115.16	111.72	115.16	113.44
	SR	112.68	112.68	112.68	114.47	112.68	114.47	113.58
23+6 vs 29	Lucro	106.13	106.13	108.53	108.53	106.13	108.53	107.33
	Retorno	127.59	127.59	134.10	134.10	127.59	134.10	130.84
	Risco	117.58	117.58	121.85	121.85	117.58	121.85	119.72
	SR	108.51	108.51	110.05	110.05	108.51	110.05	109.29

Fonte: Elaborado pela autora

Com o propósito de complementar a avaliação dos resultados dos portfólios sugeridos pela otimização com base no período de calibragem, foram realizadas análises considerando a possibilidade de inclusão de tendência de crescimento ou redução à previsão dos retornos dos segmentos de clientes (opção 3). Os resultados estão apresentados na Tabela 11, e a composição dos pontos principais da fronteira eficiente estão disponíveis na Tabela B3 (Apêndice B). Apesar de serem similares, de um modo geral, são um pouco superiores aos resultados obtidos com base na média dos retornos sem inclusão da tendência (opção 1).

Tabela 11: Resultados dos portfólios sugeridos vs realizado – opção 3

Período	Indicador	Mesmo retorno	Mesmo risco	Max SR	Max retorno	Min risco	Max lucro	Média fronteira
17+6 vs 23	Lucro	102.28	102.28	102.28	104.14	102.28	104.14	103.21
	Retorno	109.64	109.64	109.64	113.73	109.64	113.73	111.68
	Risco	110.39	110.39	110.39	111.30	110.39	111.30	110.84
	SR	99.32	99.32	99.32	102.18	99.32	102.18	100.76
18+6 vs 24	Lucro	103.67	103.67	103.67	105.66	103.67	105.66	104.67
	Retorno	112.05	112.05	112.05	116.53	112.05	116.53	114.29
	Risco	110.01	110.01	110.01	110.91	110.01	110.91	110.46
	SR	101.85	101.85	101.85	105.07	101.85	105.07	103.47
19+6 vs 25	Lucro	104.67	104.67	104.67	106.66	104.67	106.66	105.66
	Retorno	115.33	115.33	115.33	120.11	115.33	120.11	117.72
	Risco	113.40	113.40	113.40	114.98	113.40	114.98	114.19
	SR	101.70	101.70	101.70	104.46	101.70	104.46	103.09
20+6 vs 26	Lucro	108.79	108.79	108.79	110.55	108.79	110.55	109.67
	Retorno	121.71	121.71	121.71	126.14	121.71	126.14	123.95
	Risco	115.89	115.89	115.89	118.25	115.89	118.25	116.89
	SR	105.03	105.03	105.03	106.67	105.03	106.67	106.04
21+6 vs 27	Lucro	107.44	107.44	107.44	108.94	107.44	108.94	108.19
	Retorno	122.91	122.91	122.91	127.07	122.91	127.07	124.99
	Risco	112.68	112.68	112.68	114.91	112.68	114.91	113.79
	SR	109.08	109.08	109.08	110.58	109.08	110.58	109.83
22+6 vs 28	Lucro	106.51	106.51	106.51	107.17	106.51	107.17	106.84
	Retorno	126.38	126.38	126.38	128.66	126.38	128.66	127.52
	Risco	114.55	114.55	114.55	115.81	114.55	115.81	115.18
	SR	110.33	110.33	110.33	111.09	110.33	111.09	110.71
23+6 vs 29	Lucro	106.16	106.16	107.05	107.05	106.16	107.05	106.61
	Retorno	128.27	128.27	130.68	130.68	128.27	130.68	129.48
	Risco	118.61	118.61	120.19	120.19	118.61	120.19	119.40
	SR	108.15	108.15	108.73	108.73	108.15	108.73	108.44

Fonte: Elaborado pela autora

Por fim, utilizou-se uma medida de risco alternativa à sugerida pela abordagem clássica da TMP, o CVaR. Embora o retorno gerado pelos clientes possa ser negativo para a companhia, o que justificaria a adoção do CVaR como métrica para avaliar o risco, esse não é o caso da empresa em que a abordagem está sendo exemplificada. Seu uso nessa situação será ilustrativo, tendo o intuito de demonstrar a aplicação da abordagem proposta. Assim sendo, utilizou-se o artifício de determinar o retorno mínimo aceitável pelos acionistas, para deduzi-lo dos retornos gerados pelos clientes e, com isso, tornar negativos os valores inferiores a esse limite. Portanto foram realizadas análises, a título de demonstração, dos resultados obtidos com a otimização feita com base no CVaR – considerando como limite mínimo a média –, no retorno gerado pelos segmentos de clientes estimado em função da sua média móvel e na convergência da

composição da carteira de cliente (opção 4).

Tabela 12: Resultados dos portfólios sugeridos vs realizado – opção 4

Período	Indicador	Mesmo retorno	Mesmo risco	Max SR	Max retorno	Min risco	Max lucro	Média fronteira
17+6 vs 23	Lucro	105.82	105.82	106.39	106.39	105.82	106.39	106.10
	Retorno	111.07	111.07	112.31	112.31	111.07	112.31	111.69
	Risco	105.87	105.87	106.26	106.26	105.87	106.26	106.06
	SR	104.91	104.91	105.70	105.70	104.91	105.70	105.30
18+6 vs 24	Lucro	107.42	107.42	107.75	107.75	107.42	107.75	107.58
	Retorno	113.94	113.94	114.68	114.68	113.94	114.68	114.31
	Risco	105.27	105.27	105.46	105.46	105.27	105.46	105.37
	SR	108.24	108.24	108.74	108.74	108.24	108.74	108.49
19+6 vs 25	Lucro	108.92	108.92	109.17	109.17	108.92	109.17	109.05
	Retorno	118.07	118.07	118.67	118.67	118.07	118.67	118.37
	Risco	106.76	106.76	106.96	106.96	106.76	106.96	106.86
	SR	110.59	110.59	110.95	110.95	110.59	110.95	110.77
20+6 vs 26	Lucro	112.87	112.87	113.01	113.01	112.87	113.01	112.94
	Retorno	124.02	124.02	124.37	124.37	124.02	124.37	124.20
	Risco	112.57	112.57	112.74	112.74	112.57	112.74	112.65
	SR	110.17	110.17	110.32	110.32	110.17	110.32	110.25
21+6 vs 27	Lucro	112.87	112.87	112.94	112.94	112.87	112.94	112.91
	Retorno	124.80	124.80	124.98	124.98	124.80	124.98	124.89
	Risco	112.78	112.78	112.87	112.87	112.78	112.87	112.83
	SR	110.66	110.66	110.73	110.73	110.66	110.73	110.69
22+6 vs 28	Lucro	112.64	112.64	112.68	112.68	112.64	112.68	112.66
	Retorno	127.34	127.34	127.45	127.45	127.34	127.45	127.40
	Risco	114.34	114.34	114.41	114.41	114.34	114.41	114.38
	SR	111.37	111.37	111.40	111.40	111.37	111.40	111.38
23+6 vs 29	Lucro	113.91	113.91	114.02	114.02	113.91	114.02	113.96
	Retorno	129.48	129.48	129.78	129.78	129.48	129.78	129.63
	Risco	118.76	118.76	118.95	118.95	118.76	118.95	118.85
	SR	109.03	109.03	109.10	109.10	109.03	109.10	109.07

Fonte: Elaborado pela autora

3.5 CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES GERENCIAIS

Diante da pressão dos acionistas para aumentar a *performance* da companhia, ferramentas que possam auxiliar na melhoria da eficiência da gestão da clientela tornam-se relevantes. A metodologia de otimização do portfólio de clientes proposta nesse capítulo permite verificar o rumo do portfólio de clientes da empresa, caso a política de atendimento da companhia e as demais condições permaneçam inalteradas, assim como oferece aos gestores opções viáveis de portfólios que possibilitam gerar incrementos da eficiência e da lucratividade dos clientes. Com isso, a análise conjunta da evolução da carteira e dos portfólios recomendados, além de englobar as restrições existentes, serve de base para os gestores definirem os ajustes a serem almejados nas participações dos segmentos no portfólio de clientes, influenciando para uma alocação de recursos de marketing superior.

A partir do exemplo da aplicação da metodologia sugerida, foi demonstrado que os segmentos podem gerar diferentes retornos e representar distintos níveis de risco para a empresa, corroborando os achados de Buhl & Heinrich (2008) e de Tarasi *et al.* (2011). Sendo assim, a programação das funções de otimização realizada em *software* de uso livre, torna-se útil por permitir a avaliação com base em indicadores financeiros das possíveis segmentações a serem implementadas.

Em suma, a metodologia de otimização de portfólio de clientes apresentada contribui para a teoria de marketing, ao seguir os passos iniciados por Tarasi *et al.* (2011) e avançar em vários aspectos. Primeiro, por permitir a inclusão de restrições que tornam os portfólios sugeridos mais viáveis ao representarem mudanças mais sutis e gerenciáveis. Segundo, por acrescentar as opções para previsão do retorno a partir da média móvel e da inclusão da tendência da série, assim como disponibilizar o uso do CVaR como métrica alternativa de risco. Terceiro, por construir uma ferramenta que permite testar diferentes segmentações e formas de estimação, permitindo a análise de distintos cenários para lidar com a incerteza de maneira mais adequada e, ao mesmo tempo, verificar a consistência dos resultados obtidos. E, por fim, por possibilitar o aumento da eficiência da gestão dos clientes e da lucratividade da empresa de forma conjunta, permitindo aos acionistas alcançarem os resultados esperados em função do direcionamento dos esforços de marketing para adquirir e reter os clientes mais adequados para a empresa.

3.6 LIMITAÇÕES DA OTIMIZAÇÃO

Embora a abordagem proposta possa ser uma ferramenta útil aos gestores de marketing e represente avanços para a teoria de gestão de clientes, existem algumas limitações que não podem ser desconsideradas. A primeira refere-se à capacidade de previsão da metodologia proposta. A previsão dos retornos com base na média, mesmo que seja possível incorporar a tendência, ou considerá-la em intervalos móveis de tempo, pode não ser uma estimativa adequada para algumas situações, assim como existem métricas de risco opcionais à variância e ao CVaR que podem ser utilizadas, de modo que modelos de previsão alternativos são desejáveis. A segunda limitação está relacionada ao pressuposto de inexistência de custo para modificações na composição do portfólio de clientes. Apesar de ser plausível considerar que o orçamento da empresa não sofrerá alterações, ocorrendo apenas a realocação de recursos entre os segmentos, a inclusão da possibilidade de mudanças na verba destinada à gestão de clientes seria oportuna. A terceira refere-se ao fato de a otimização ter sido aplicada em apenas um caso. Para que a mesma possa ser generalizada e implementada de forma mais ampla, é recomendável que seja testada em outros contextos. E, por último, ainda que a ferramenta permita testar diversas formas de segmentação, o surgimento de novos segmentos decorrentes do lançamento de produtos ou da verificação de novos perfis de clientes não está contemplado na metodologia proposta, visto que há necessidade de dados históricos para que seja possível otimizar o portfólio de clientes. Sendo assim, novas abordagens que permitam incluir as estimativas e opiniões dos gestores podem ser interessantes como uma forma de viabilizar a inclusão dessas mudanças do mercado.

4 ANÁLISE INDIVIDUAL DO CLIENTE

A otimização do portfólio de clientes, abordada no capítulo anterior, proporciona uma visão holística da base de clientes, essencial para a tomada de decisões estratégicas da empresa. Entretanto é incompleta em relação à necessidade de os gestores lidarem individualmente com seus clientes, pois não propicia parâmetros que possam ser utilizados para a priorização de clientes de mesmo segmento. Nesse ponto, os modelos de CLV, baseados na metodologia de avaliação do fluxo de caixa descontado, são mais apropriados. O valor do cliente estimado por modelos que tratam os clientes de maneira agregada é uma informação útil ao gestor que serve de referência para a tomada de decisões específicas a cada cliente, contudo somente os modelos que avaliam os clientes de maneira individual possibilitam a alocação de recursos de forma distinta entre clientes, independentemente do segmento em que estes estejam.

Diante disso, buscou-se explorar neste capítulo alternativas para a elaboração de modelos de CLV que dessem continuidade às propostas concebidas por pesquisadores de marketing e, ao mesmo tempo, possibilitassem a interação com a otimização do portfólio de clientes apresentada nesta tese e fossem passíveis de individualização. Com base no levantamento dos modelos existentes até o momento, exibido na Tabela A1, foi possível selecionar dentre esses o modelo para ser o ponto de partida. Por compartilhar algumas semelhanças teóricas com o esquema de otimização do portfólio de clientes previamente discutido, o modelo proposto por Pfeifer & Carraway (2000) foi aquele que se destacou como sendo o mais apropriado para ser utilizado de base (Equação 45). De fato, foi adotado o modelo generalizado, proposto por Libai, Narayandas & Humby (2002), que permite a adoção de outros critérios para segmentar os clientes, em adição ao critério de RFM utilizado por seus mentores.

$$CLV = [I - (1 + d)^{-1}P]^{-1}r \quad (45)$$

onde: P é a matriz de probabilidade de troca de segmento, r é o vetor de retornos esperados de cada segmento, d é a taxa de desconto e I é a matriz identidade.

A principal semelhança entre o modelo selecionado e a otimização do portfólio de clientes deve-se ao fato de ambos estarem baseados no conceito de segmentação dos clientes. Em vista disso, a estimação dos retornos esperados é realizada de maneira agregada, em função dos segmentos estabelecidos. Além dessas afinidades, as duas propostas utilizam-se da cadeia de Markov para incluir na modelagem a probabilidade de migração entre os segmentos, adotando,

assim, a perspectiva de que os clientes se relacionam com a empresa sem que haja a necessidade de exclusividade na relação (*always-a-share*) e podendo entrar e sair da base de acordo com os seus interesses.

Portanto os principais dados de entrada – segmentação, retorno, margem de contribuição e matriz de probabilidade de troca – utilizados por essas abordagens são similares. A diferença central está na maneira de lidar com o risco: a otimização tem como objetivo possibilitar uma avaliação conjunta do retorno e do risco da base de clientes, atribuindo diferentes níveis de risco para cada segmento; o modelo de CLV selecionado considera o risco geral da companhia e o risco de o cliente migrar de segmento, o que alterará, conseqüentemente, o montante de lucratividade gerado para a empresa.

Em suma, as análises individual e do portfólio de clientes são visões alternativas para a gestão da base de clientes, que podem gerar informações complementares aos gestores, se partilharem de similaridades teóricas que permitam a conciliação dessas perspectivas de alguma forma. Sendo assim, o objetivo deste capítulo será o de apresentar modelos de CLV que possam adicionar informações às direções apontadas pela otimização.

4.1 MODELOS DE CLV

Os gestores necessitam de abordagens que permitam a tomada de decisões de marketing estratégicas, assim como embasem as decisões em nível individual. Considerando que o foco dos modelos de CLV é a gestão do cliente da maneira mais granular que os dados disponíveis permitirem (KUMAR; GEORGE, 2007), neste capítulo será feito esforço para explorar formas de individualização do modelo selecionado como ponto de partida a fim de possibilitar a estimação do CLV individual de cada cliente, uma vez que o modelo base adotado permite apenas a estimação do CLV médio dos segmentos de clientes da empresa. Serão apresentados três modelos de CLV, sendo que o primeiro modelo possibilita a estimação do retorno de maneira individual, o segundo individualiza a matriz de probabilidade de troca de segmento e, por fim, o terceiro modelo unifica as duas propostas anteriores. Para os três modelos sugeridos, foram programadas funções do *software* R (versão 3.2.2), que estão detalhadas no Apêndice D.

4.1.1 Modelo de retorno individual

A ideia central para a sugestão do modelo de retorno individual é de que, em relação ao segmento a que o cliente pertence, os dados individuais são mais informativos e, portanto, oportunizam uma estimacão mais precisa do que a estimacão realizada a partir dos dados agregados do segmento. Entretanto, para estimar os retornos esperados para as situaoes em que o cliente venha a migrar de segmento, a melhor informao disponível será aquela originária dos dados agregados dos clientes desses segmentos. Sendo assim, será necessário estimar o retorno esperado para o cliente considerando que ele permaneça naquele segmento, estimar o retorno para as circunstâncias em que ele troque de segmento e, por fim, combinar essas estimativas.

A previsão do retorno individual para as situaoes em que o cliente permaneça no segmento em que está, será realizada de maneira similar  forma de estimacão dos retornos sugerida na otimizao do portfólio, ou seja, com base na média dos retornos de cada cliente. A fim de ampliar as possibilidades de análises dos gestores, foram feitas extensões ao modelo que permitem que a estimacão seja realizada em funo da média móvel, assim como contemplam a possibilidade de inclusão de tendência  série (passo detalhado na seo 4.2). Em funo do CLV ser uma métrica baseada no conceito de fluxo de caixa, será utilizado o lucro, ao invés da taxa de retorno usada na otimizao. Diante disso, para diferenciá-los, o vetor de retornos será identificado como vetor de lucros. Sendo assim, o valor do lucro individual esperado para as situaoes de permanência será a margem de contribuio média do cliente.

$$L_{si} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T m_{it} \quad (46)$$

onde: L_{si} é o lucro esperado do cliente i para segmento s , ao qual ele pertence; m_{it} é a margem de contribuio do cliente i no tempo t e T representa o total de períodos considerados.

A estimativa dos lucros esperados para as situaoes em que o cliente migre de segmento, será realizada com base na média das margens de contribuio dos clientes pertencentes aos segmentos que o cliente possa a vir fazer parte. Visto que, para os casos em que o cliente venha a mudar de comportamento, os dados decorrentes da experiência da empresa com seus demais clientes serão úteis para a estimacão da lucratividade do cliente. Sendo assim, primeiramente,

será calculado o lucro médio esperado para cada segmento:

$$l_s = \frac{1}{T} \frac{1}{N_s} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{N_s} m_{it} \quad (47)$$

onde: l_s é o vetor de lucros esperados, s representa o segmento, m_{it} é a margem de contribuição no tempo t do cliente i , T representa o total de períodos considerados e N_s o total de clientes pertencentes ao segmento s .

Para, após, combinar os lucros esperados para o cliente tendo em vista a sua permanência ou migração para outro segmento dada a possibilidade de evolução do seu relacionamento com a companhia. Portanto, a fim de facilitar a operacionalização dessa combinação, foi incluído um vetor de variáveis *dummy* para determinar se o cliente pertence ou não àquele segmento. Desse modo, o vetor contendo os lucros esperados para cada cliente será o resultado da Equação 48.

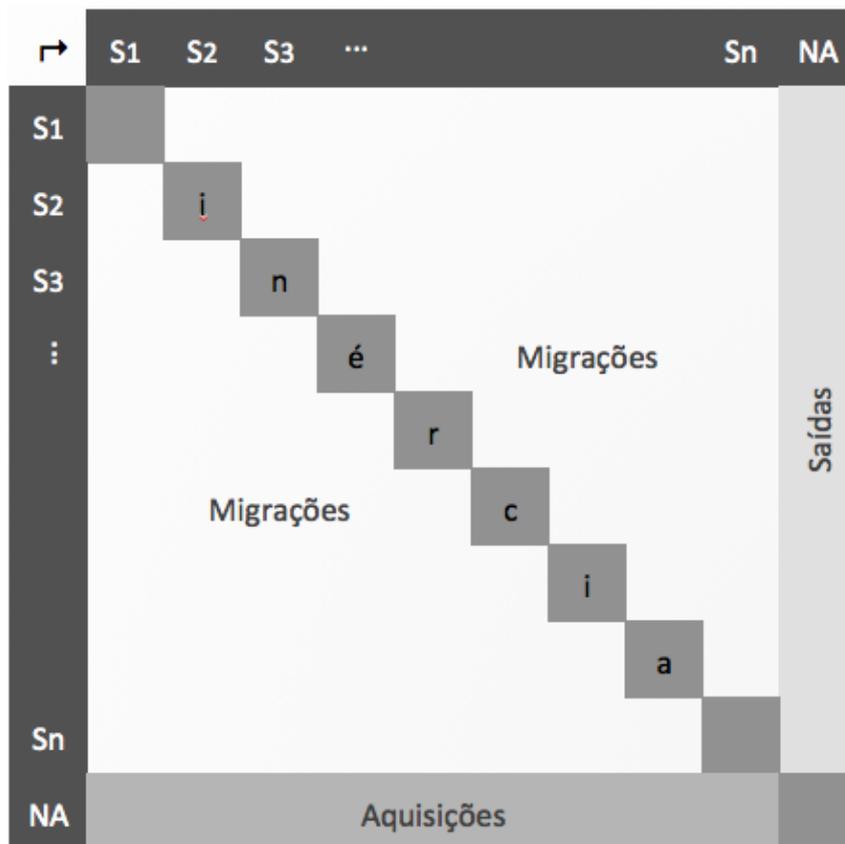
$$l_i = Svec_i L_{si} + (1 - Svec_i) l_s \quad (48)$$

onde: l_i é o vetor de lucros esperados para o cliente i , L_{si} é o lucro do cliente i caso ele permaneça no segmento si , l_s é vetor dos lucros médios de cada segmento, e $Svec_i$ é o vetor de variáveis *dummy* que define de qual segmento o cliente faz parte.

Além da estimação dos diferentes montantes de lucro que o cliente poderá gerar, dependendo do segmento a que ele pertencer no futuro, para que seja possível calcular o seu valor monetário (CLV), será necessário estimar a probabilidade de permanência ou de troca para os demais segmentos. A cadeia de Markov tem sido uma abordagem adotada por pesquisadores de marketing para modelar o comportamento de troca de segmentos de clientes (DWYER, 1997; BERGER; NASR, 1998; PFEIFER; CARRAWAY, 2000; LIBAI; NARAYANDAS; HUMBY, 2002), assim como para mensurar a probabilidade de troca entre marcas (RUST; LEMON; ZEITHAML, 2004). A modelagem do comportamento de compra dos clientes a partir de um sistema estocástico é vantajosa, pois considera a incerteza que caracteriza as relações da empresa com os seus clientes (LIBAI; NARAYANDAS; HUMBY, 2002). Portanto, seguindo os passos de Pfeifer & Carraway (2000), a cadeia de Markov será utilizada para estimar a probabilidade de troca de segmentos. Na Figura 21, está demonstrado de forma esquematizada um passo da matriz de transição. Na cadeia de Markov, os clientes estão distribuídos em um número finito de segmentos, composto pelos segmentos de clientes ativos (S1, S2, S3, ..., Sn) e um segmento de clientes inativo (NA). Na diagonal principal estão representadas as probabilidades

de permanência nos segmentos, nomeadas de inércia. A probabilidade de um cliente inativo ser adquirido e vir a pertencer a algum segmento de clientes ativos está representada na última linha. Da mesma forma, a probabilidade de saída de clientes da base ao se tornarem inativos está representada na última coluna. As demais situações representam as migrações dos clientes entre os segmentos de clientes ativos.

Figura 21: Esquema da matriz de probabilidade de troca de segmentos



Fonte: Elaborado pela autora

A estimação da matriz de probabilidade de troca para um passo à frente entre os segmentos pode ser feita a partir do histórico de migrações ocorridas entre os segmentos de clientes, sendo que o produto da multiplicação das matrizes de probabilidade de troca n vezes será a estimativa de probabilidade de troca n -passos à frente. A modelagem com base na cadeia de Markov possui alguns pressupostos. É um processo tido como sendo sem memória, pois considera apenas o último estado para a estimação da probabilidade do próximo estado, assim como assume que as probabilidades de troca sejam estacionárias.

Após realizar as estimativas de lucratividade do cliente para os diferentes segmentos que possa vir a pertencer, estimar a matriz de probabilidade de troca de segmento e definir a taxa de desconto que atualizará a valor presente os fluxos de caixa esperados dos clientes, será possível calcular o valor do cliente de maneira individualizada, conforme apresentado na Equação 49.

$$CLV_i = [I - (1 + d)^{-1}P]^{-1}l_i \quad (49)$$

onde: P é a matriz de probabilidade de troca de segmento, l_i é o vetor de lucros esperados para cada cliente i , d é a taxa de desconto e I é a matriz identidade.

Caso o gestor prefira determinar o período de tempo que contemplará na avaliação do valor do cliente, a Equação 49 deverá ser modificada para:

$$CLV_i^T = \sum_{t=0}^T [(1 + d)^{-1}P]^t l_i \quad (50)$$

onde: P é a matriz de probabilidade de troca de segmento, l_i é o vetor de lucros esperados para cada cliente i , d é a taxa de desconto e T é o horizonte de tempo estimado de duração do relacionamento com a companhia.

Além disso, a fim de permitir a adequação do número de clientes potenciais considerados na estimação da matriz de probabilidade de troca de segmentos, estendendo as possibilidades de análise dos gestores, foram disponibilizadas parametrizações nas funções programadas no *software* R (versão 3.2.2) que permitem informar o tamanho estimado do mercado no qual a companhia atua. Dessa forma, o lucro esperado dos clientes a serem adquiridos, assim como a matriz de probabilidade de troca, serão ajustados.

4.1.2 Modelo de migração individual

O modelo de migração individual é uma opção de individualização do modelo base, alternativa ao modelo de retorno individual. Enquanto o foco do primeiro é estimação do retorno de forma particular para cada cliente, o caminho adotado no modelo de migração é a diferenciação da matriz de probabilidade de troca por cliente. A inspiração para a elaboração desse modelo foi a aplicação dada à cadeia de Markov por Page *et al.* (1999) para propor um método de ranqueamento das páginas da internet para ser utilizado no mecanismo de busca da rede. Por considerar que um dos principais propósitos dos modelos de CLV é o de proporci-

onar o ordenamento dos clientes e, com isso, possibilitar a priorização dos recursos naqueles que são mais valiosos para a empresa, julgou-se que a aplicação da cadeia de Markov sugerida pelos fundadores do Google seria uma boa referência para o desenvolvimento do modelo aqui proposto.

A ideia consiste na combinação convexa de duas cadeias de Markov, uma geral e outra personalizada. No caso da proposta de Page *et al.* (1999), a matriz G é definida como sendo a matriz resultante da combinação das matrizes H , decorrente dos *hyperlinks* existentes na internet, e E , estabelecida em função de um vetor personalizado (HILGERS; LANGVILLE, 2006). O peso atribuído a cada matriz é arbitrário. Sendo assim, a adaptação para a modelagem de CLV sugerida nesta tese consiste na combinação da matriz de probabilidade de troca de segmento (P) com a matriz personalizada (E) para compor a matriz individual de probabilidade de troca de segmento (P_i), conforme especificado a Equação 51.

$$P_i = \alpha P + (1 - \alpha)E_i \quad (51)$$

onde: P_i é a matriz individual de probabilidade de troca de segmento, P é a matriz de probabilidade de troca de segmento, E_i é a matriz personalizada e α é o peso atribuído para a matriz P (sendo $0 \leq \alpha \leq 1$).

O primeiro passo para a estimação da matriz individual de probabilidade de troca consiste na estimação da matriz geral. Essa etapa é similar à apresentada na seção anterior. O segundo passo compreende a construção do vetor $Evec$, que compõe a matriz E . Por último, será abordada a definição do parâmetro α que determinará a relevância de cada matriz.

A lógica de construção do vetor personalizado $Evec$ está na identificação das características comuns aos clientes que passaram por cada uma das possíveis combinações de segmentos de origem e destino. Para então, baseando-se nas características de cada cliente, determinar se esse tem ou não uma probabilidade maior de vir a passar por determinada combinação. Em virtude das situações de permanência no mesmo segmento serem mais prováveis e, portanto, ocorrerem em maior número de vezes, a regressão de Poisson foi utilizada para modelar a contagem de passagens dos clientes nessas situações (Equação 52). Em relação às situações de migração para outro segmento, em função de essas ocorrerem em menor frequência, pois as mudanças de segmentos são menos prováveis que as permanências, a regressão binomial foi

utilizada para modelar o trânsito ou não dos clientes por essas passagens (Equação 53).

$$\log(E(c)) = \alpha + \beta x \quad (52)$$

onde: c é a contagem de permanências dos clientes em determinado segmento e x são as variáveis preditoras referentes aos clientes.

$$\text{logit}(E(b)) = \alpha + \beta x \quad (53)$$

onde: b é a variável binária que indica se os clientes fizeram determinada migração e x são as variáveis preditoras referentes aos clientes.

Sendo assim, para cada uma das combinações possíveis de segmentos de origem e destino, existirá uma regressão que dependerá da situação a que a passagem se refere. Se for uma situação de permanência, a exemplo da situação S_1-S_1 que está indicada pela variável c_1 na Tabela 13, a regressão será de Poisson. Para as situações de migração, a exemplo da situação S_1-S_2 representada pela variável b_1 , a regressão será binomial.

Tabela 13: Variáveis dependentes do vetor $Evec$

	S_1-S_1	S_1-S_2	S_1-S_3	...	S_n-S_n	S_n-NA
	↓	↓	↓		↓	↓
cliente	c_1	b_1	b_2		c_n	b_n
1	c_{11}	b_{11}	b_{21}	...	c_{n1}	b_{n1}
2	c_{12}	b_{12}	b_{22}	...	c_{n2}	b_{n2}
3	c_{13}	b_{13}	b_{23}	...	c_{n3}	b_{n3}
...
n	c_{1n}	b_{1n}	b_{2n}	...	c_{nn}	b_{nn}

Legenda: c para variável de contagem e b para variável binária

Fonte: Elaborado pela autora

Definidas as variáveis dependentes das regressões, a próxima etapa para construção do vetor $Evec$ consiste na definição das variáveis preditoras. Dentre as variáveis candidatas, sugere-se que sejam pré-selecionadas aquelas que possuam maior correlação com a variável dependente, de modo que, para cada combinação de segmentos existente, obtenha-se uma lista específica de possíveis preditoras. O passo seguinte envolve a escolha dos modelos para cada situação e, conseqüente, definição das variáveis preditoras e dos parâmetros das regressões. Em função do grande número de modelos a serem analisados e da decisão de programação das funções no *software* R (versão 3.2.2), a seleção dos modelos foi feita de forma automatizada com

base na avaliação de todas as possíveis regressões para cada situação de passagem, a partir da função *Bestglm* do pacote de mesmo nome do *software* R. Foram selecionados os modelos com menor valor pelo critério de informação de Akaike (AIC). Como essa etapa requer um grande esforço computacional, a fim de minimizá-lo, o número de possíveis variáveis preditoras foi reduzido a dez, conforme sugerido por McLeod & Xu (2010). No Quadro 6, estão listados exemplos de variáveis transacionais e demográficas que podem ser utilizadas para prever o comportamento de migração entre os segmentos de clientes.

Quadro 6: Exemplos de variáveis preditoras candidatas

Variáveis transacionais	Sugestões de operacionalização
Lucro gerado	Margem de contribuição gerada pelo cliente (média, máximo e coeficiente de variação)
Lucro gerado por categoria	Margem de contribuição gerada por categoria de produto (média e máximo)
<i>Cross-buying</i>	Número de categorias de produtos (média e máximo)
Nível de gasto	<i>Share-of-Wallet</i> (SOW)
Períodos com transações	Total de períodos em que houve transações
Número de transações	Total de transações realizadas em determinado período (média e máximo)
Frequência	Intervalo médio entre transações
Recência	Tempo decorrido desde a última transação
Tempo de relacionamento	Cliente anterior a determinado período (<i>dummy</i>) ou período de aquisição (coorte)
Canal de relacionamento	Número ou tipo de canais utilizados pelo cliente
Variáveis demográficas	
Idade	
Sexo	
Estado civil	
Renda	
Endereço (cidade, UF)	

Fonte: Elaborado pela autora

A determinação dos modelos de regressão é sucedida pela estimação da variável binária, que definirá se o cliente tem ou não as características que aumentam a probabilidade dele passar por aquela combinação de segmentos de origem e destino. Devido à decisão de personalizar a matriz de probabilidade de transição apenas em relação ao segmento atual do cliente, por considerar que os dados individuais são mais informativos somente no que se refere a esse segmento, as estimações para cada cliente precisam ser realizadas unicamente em relação às situações em que o segmento de origem coincide com o seu segmento mais recente.

Conforme definido nas equações 52 e 53, a função *link* das situações que foram mode-

ladas com base no processo de Poisson será $\pi = \frac{\exp(c)}{t}$ e para as situações modeladas a partir da regressão binomial será $\pi = \frac{\exp(b)}{1+\exp(b)}$. O intervalo de tempo considerado na contagem (t) foi incluído no cálculo da probabilidade das situações de permanência para que fosse possível analisar o número de ocorrências de maneira proporcional ao máximo de eventos possíveis, sendo que, para transformar a variável latente em binária, foi utilizado o ponto de corte de 0,5 nos dois tipos de regressões:

$$y^* = \begin{cases} 0 & \text{se } \pi < 0,5 \\ 1 & \text{se } \pi \geq 0,5 \end{cases} \quad (54)$$

Assim sendo, para cada cliente existirá um vetor $Yvec$ formado de variáveis y^* que indicam se o cliente possui ou não as características que aumentam a sua probabilidade de permanecer no segmento atual ou migrar para os segmentos de destino possíveis.

A transformação do vetor $Yvec$ no vetor de probabilidades $Evec$ ocorre a partir da Equação 55. Além de assegurar que a soma das probabilidades dos clientes que possuem maior probabilidade de passar por algum segmento que o restante da base de clientes ($\| Yvec_i \|_1 > 0$) seja 1, mantém a proporcionalidade existente na matriz de probabilidades de troca geral (P) entre os segmentos destinos apontados pelo vetor $Yvec$ como sendo os mais prováveis. A utilização do vetor que indica a qual segmento o cliente pertence ($Svec_i$) tem a função de restringir a personalização da matriz de probabilidade de transição para que essa ocorra exclusivamente em relação ao segmento atual do cliente.

$$Evec_i = \begin{cases} Yvec_i & \text{se } \| Yvec_i \|_1 = 0 \\ \frac{P \times Svec_i \circ Yvec_i}{\sum P \times Svec_i \circ Yvec_i} & \text{se } \| Yvec_i \|_1 > 0 \end{cases} \quad (55)$$

onde: $Evec$ é o vetor individual de probabilidade de trocas de segmento, $Yvec$ é o vetor que indica se o cliente tem ou não maior probabilidade de permanecer ou migrar para determinado segmento, P é matriz de probabilidade de troca de segmento, $Svec_i$ é o vetor de variáveis *dummy* que define qual segmento o cliente pertence e \circ denota o produto de Hadamard.

Por fim, para que seja possível encontrar a matriz individual de probabilidade de troca de segmento (P_i) a partir da Equação 51, será necessário especificar o parâmetro α que determinará a importância dada para a matriz de probabilidade de troca geral e, por conseguinte, para a matriz específica de cada cliente. Em virtude de α ser um critério arbitrário, dependerá da

avaliação do gestor quanto à magnitude a ser atribuída, no processo de estimação do valor dos clientes, para as diferenças dos clientes em relação às suas probabilidades de transições de segmentos. No entanto, embora seja determinado de forma subjetiva, é possível realizar análises de sensibilidade para avaliar os efeitos de α na capacidade preditiva do modelo. Devido à personalização da matriz de probabilidade de troca (P) ocorrer somente em relação ao segmento atual do cliente, o parâmetro α deverá ser transformado em um vetor de maneira a restringir a sua influência apenas ao segmento ao qual o cliente pertence. Logo:

$$\alpha vec_i = (\alpha - 1)Svec_i + 1_N \quad (56)$$

E, por conseguinte, a Equação 51 deve ser modificada para:

$$P_i = \alpha vec_i P + (1_N - \alpha vec_i)E_i \quad (57)$$

Para o exemplo de um cliente z cujo segmento atual é S_1 ($Svec_z$), que possui características que aumentam a sua probabilidade de permanecer nesse segmento, assim como de migrar para o segmento S_2 ($Yvec_z$), sendo a matriz de probabilidade de troca de segmento (P) similar à descrita em 58, seus respectivos vetor $Evec_z$ e matriz E_z resultantes da Equação 55 serão aqueles apresentados em 59. A matriz E é uma matriz esparsa, em virtude de que as probabilidades referentes aos segmentos de origem aos quais o cliente não pertence não são personalizáveis. Se o parâmetro α for de 0,7, o vetor αvec e a sua matriz individual de probabilidade de troca de segmento (P_z) resultantes das equações 56 e 57 serão aqueles descritos em 60.

$$P = \begin{matrix} & S_1 & S_2 & NA \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ NA \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,85 & 0,10 & 0,05 \\ 0,07 & 0,90 & 0,03 \\ 0,02 & 0,03 & 0,95 \end{pmatrix} & & \end{matrix} \quad Svec_z = \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ NA \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad Yvec_z^T = \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ NA \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (58)$$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{c} S_1 \\ S_2 \\ NA \end{array} \begin{pmatrix} 0,8947 \\ 0,1053 \\ 0 \end{pmatrix} \\
\text{Evec}_z^T =
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc} S_1 & S_2 & NA \end{array} \\
\begin{array}{c} S_1 \\ S_2 \\ NA \end{array} \begin{pmatrix} 0,8947 & 0,1053 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
E_z =
\end{array}
\quad (59)$$

$$\begin{array}{c}
\begin{pmatrix} 0,70 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\
\alpha vec_z =
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\begin{pmatrix} 0,30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
1_N - \alpha vec_z =
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc} S_1 & S_2 & NA \end{array} \\
\begin{array}{c} S_1 \\ S_2 \\ NA \end{array} \begin{pmatrix} 0,8634 & 0,1016 & 0,0350 \\ 0,0700 & 0,9000 & 0,0300 \\ 0,0200 & 0,0300 & 0,9500 \end{pmatrix} \\
P_z =
\end{array}
\end{array}
\quad (60)$$

Após a estimação da matriz de probabilidade de troca individual para cada cliente (P_i), para que seja possível estimar o valor do cliente de acordo com a Equação 61, é preciso estimar o lucro por cliente esperado para cada segmento e determinar a taxa de desconto que atualizará a valor presente os fluxos de caixa esperados dos clientes. As duas últimas entradas necessárias ao modelo de migração individual são similares às apresentadas no modelo de retorno individual. Em virtude do propósito do modelo de migração ser a individualização da matriz de probabilidade de troca de segmento, apenas os lucros médios por segmento são considerados para estimar a lucratividade do cliente, conforme descrito na Equação 47.

$$CLV_i = [I - (1 + d)^{-1}P_i]^{-1}l \quad (61)$$

onde: P_i é a matriz individual de probabilidade de troca de segmento do cliente i , l é o vetor de lucros esperados de cada segmento, d é a taxa de desconto e I é a matriz identidade.

De maneira similar ao modelo anterior, caso o gestor prefira determinar o período de tempo que contemplará na avaliação do valor do cliente, a Equação 61 deverá ser modificada para:

$$CLV_i^T = \sum_{t=0}^T [(1 + d)^{-1}P_i]^t l \quad (62)$$

onde: P_i é a matriz individual de probabilidade de troca de segmento do cliente i , l é o vetor de lucros esperados por cliente para cada segmento, d é a taxa de desconto e T é o horizonte de tempo estimado de duração do relacionamento com a companhia.

4.1.3 Modelo misto

Nas seções anteriores, foram detalhados os modelos de retorno individual e de migração individual, duas propostas de personalização do modelo de Pfeifer & Carraway (2000) adotado como ponto de partida. Embora o propósito principal desse capítulo seja a elaboração de um modelo misto, que possibilite a individualização, tanto da lucratividade esperada quanto da matriz de probabilidade de troca de segmento, optou-se por apresentar os modelos de forma separada para que os efeitos das individualizações sugeridas também possam ser analisados de maneira desagregada. Em vista disso, as entradas para o modelo misto sugerido na Equação 63 são as mesmas dos modelos apresentados anteriormente. O vetor individual de lucratividade esperada é estimado a partir da Equação 48, seguindo os passos descritos no modelos de retorno individual. Em vista disso, a matriz individual de probabilidade de troca de segmento é estimada a partir da Equação 57, de acordo com os passos detalhados no modelo de migração individual.

$$CLV_i = [I - (1 + d)^{-1}P_i]^{-1}l_i \quad (63)$$

onde: P_i é a matriz individual de probabilidade de troca de segmento do cliente i , l_i é o vetor de lucros esperados de cada cliente i , d é a taxa de desconto e I é a matriz identidade.

Caso seja mais adequado determinar o período de tempo que será contemplado na avaliação do valor do cliente, estabelecendo assim um limite de tempo, a Equação 63 deverá ser modificada para:

$$CLV_i^T = \sum_{t=0}^T [(1 + d)^{-1}P_i]^t l_i \quad (64)$$

onde: P_i é a matriz individual de probabilidade de troca de segmento do cliente i , l_i é o vetor de lucros esperados de cada cliente i , d é a taxa de desconto e T é o horizonte de tempo estimado de duração do relacionamento com a companhia.

4.2 TENDÊNCIA DA LUCRATIVIDADE

Para todos modelos de CLV sugeridos, é possível incorporar a tendência da lucratividade dos segmentos. Portanto, caso exista tendência nas séries, o lucro esperado para cada cliente será estimado considerando a previsão da sua margem de contribuição multiplicada pela tendência do segmento ao qual pertence, assim como os lucros esperados para as situações de migração serão multiplicados pelas tendências dos respectivos segmentos. Dessa maneira, a importância do lucro gerado pelo cliente em relação ao lucro total do segmento ao qual ele pertence será mantida. Com isso, a Equação 46 é ajustada para:

$$L_{si} = \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T m_{it} \right) \delta_{sq} \quad (65)$$

onde: L_{si} é o lucro esperado do cliente i para segmento s , ao qual ele pertence; m_{it} é a margem de contribuição do cliente i no tempo t , T representa o total de períodos considerados, δ_{sq} é a tendência do segmento s para o período q , sendo que q que corresponde ao tempo da matriz da probabilidade de troca um passo à frente do tempo atual.

Assim como a Equação 47 é ajustada para:

$$l_s = \left(\frac{1}{T} \frac{1}{N_s} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{N_s} m_{it} \right) \delta_{sq} \quad (66)$$

onde: l_s é o vetor de lucros esperados, s representa o segmento, m_{it} é a margem de contribuição no tempo t do cliente i , T representa o total de períodos considerados, N_s o total de clientes pertencentes ao segmento s , δ_{sq} representa a tendência do segmento s para o período q , sendo que q que corresponde ao tempo da matriz da probabilidade de troca um passo à frente do tempo atual.

Em função dos lucros nos modelos base e de migração individual serem estimados de maneira agregada (por segmento), o lucro esperado do cliente para o segmento ao qual ele pertence será o lucro esperado do segmento. Portanto, para esses modelos, apenas a Equação 66 deverá ser utilizada para estimar o vetor de lucros esperados do cliente.

Em vista disso, em opção à estimação do lucro com base na média, foi disponibilizado aos gestores, nas funções de estimação do CLV programadas no *software* R (versão 3.2.2), a inclusão de tendência à lucratividade. Devido à possibilidade dos lucros dos segmentos serem correlacionados, foi utilizado o modelo chamado de *seemingly unrelated regression* (SUR), que é uma generalização do modelo de regressão multivariada, para estimar as tendências. Por ser mais abrangente, a modelagem SUR permite que sejam consideradas variáveis independentes distintas na estimação do lucro de cada segmento.

$$l_s = X_s \beta_s + u_s, \quad u_s \sim \mathcal{N}(0, \Omega \otimes I), \quad s = 1, \dots, m,$$

sendo

$$E[u_s u_j'] = \begin{cases} \omega_{sj} I(s \neq j) \\ \omega_s^2 I(s = j) \end{cases} \quad (67)$$

onde: l_s é o vetor de lucro de cada segmento s (de dimensão n), n é o número de períodos observados, X_s é a matriz das variáveis independentes do segmento s (de dimensão $n \times p_s$, onde p_s é o posto da matriz X_s), β_s representa o vetor de coeficientes do segmento s (de dimensão p_s), u_s é o vetor de resíduos (de dimensão n), $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$ representa uma distribuição normal de média $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_m)'$ e matriz de covariância Σ , \otimes é o produto tensorial, Ω é uma matriz (de dimensão $m \times m$) formada pelos elementos ω_s^2 na diagonal e ω_{sj} nas demais posições.

A tendência do segmento para o período q , correspondente ao próximo passo da matriz de probabilidade, é estimada a partir da razão entre a previsão realizada com base na Equação 67 e o lucro ao tempo presente, sendo dada pela seguinte equação:

$$\delta_{sq} = \frac{l_{sq}}{l_{s(q-p)}} \quad (68)$$

onde: l_{sq} é o vetor de lucros do segmento s previsto para o tempo q , que corresponde ao tempo da matriz da probabilidade de troca um passo à frente do tempo atual, sendo p o intervalo de tempo considerado para estimar a matriz de probabilidade de troca e $l_{s(q-p)}$ o vetor de lucros do segmento s no período atual, $q - p$.

4.3 SELEÇÃO DO MODELO

O CLV é uma métrica de longo prazo que tem como propósito estimar o valor presente dos lucros (ou prejuízos) decorrentes do relacionamento futuro do cliente com a empresa. Essa informação será útil para os gestores avaliarem o valor total da base de clientes, elaborarem políticas de priorização de clientes e gerirem individualmente questões específicas do relacionamento com o cliente. Sendo assim, a capacidade preditiva dos modelos poderá ser avaliada em relação a essas três diferentes tarefas: precisão do *customer equity*, ordenamento dos clientes e precisão individual. A apreciação da *performance* dos modelos em relação a cada tarefa deverá ser realizada de forma distinta. Para avaliar o nível de acerto referente ao valor da base, pode-se utilizar a comparação em termos percentuais da soma dos valores estimados em relação à soma dos valores realizados. Uma alternativa para analisar a capacidade de ordenamento dos clientes é comparar as correlações de Spearman entre os valores estimados pelos modelos de CLV e os valores reais. O coeficiente da correlação de Spearman é uma medida não paramétrica que avalia a relação de duas variáveis em função do ranqueamento dos dados. Outra opção seria classificar os clientes em grupos e avaliar o nível de acerto da classificação indicada pelos modelos com o agrupamento correto. Malthouse & Blattberg (2005) dividiram os clientes em dois grupos, melhores 20% e 80% restante, e utilizaram esse método para comparar o desempenho dos modelos de CLV avaliados. Por fim, a precisão dos valores dos clientes estimados pode ser analisada com base em medidas de erro de predição tais como o erro médio absoluto (MAE – *mean absolute error*), a raiz quadrada do erro quadrático médio (RMSE – *root-mean-square deviation*) e o erro mediano absoluto (MDAE – *median absolute error*).

Quadro 7: Métricas de capacidade preditiva dos modelos de CLV

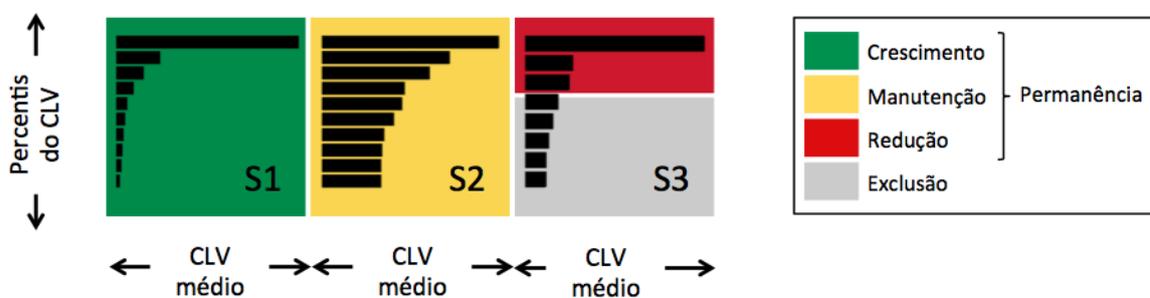
Tarefa	Formas de avaliação
Avaliação da base	Valor da base
Ordenamento de clientes	Correlação Spearman e classificação em grupos
Precisão individual	MAE, RMSE e MDAE

Fonte: Elaborado pela autora

4.4 COMPOSIÇÃO DO PORTFÓLIO

A integração da análise individual feita a partir dos modelos de CLV com a gestão do portfólio de segmentos de clientes, de acordo com a proposta desta tese, ocorrerá no nível micro da segmentação. Assim, sugere-se que a otimização seja realizada para auxiliar na determinação da priorização dos segmentos e os modelos de CLV sirvam de base para a implementação dos ajustes nas participações dos segmentos almejados. A priorização dos clientes dentro de cada segmento deverá obedecer ao ordenamento definido a partir dos modelos de CLV. Caso a definição dos gestores seja a de reduzir a participação de determinado segmento, existirá a preocupação de reter os clientes mais valiosos que pertençam a esses segmentos. A partir da integração proposta da otimização com a análise individual, será possível realizar ações destinadas aos clientes dos segmentos aos quais se tenha o objetivo de aumentar ou manter a participação na carteira, assim como ações focadas apenas nos clientes mais interessantes dos segmentos de menor relevância. E, portanto, mitigar a participação de alguns segmentos, alterando a composição do portfólio. Além disso, as estimções dos valores individuais proporcionadas pelos modelos de CLV, podem auxiliar na tomada de decisões particulares ao relacionamento com cada cliente. Na Figura 22, está representado o exemplo de uma companhia que possui três segmentos de clientes e que a abordagem de otimização de portfólio apontou para que os esforços de marketing da companhia focassem nos clientes pertencentes aos segmentos S1 (incentivar o crescimento) e S2 (manter sua participação na carteira) e apenas nos mais valiosos do segmento S3 (reduzir sua importância no portfólio).

Figura 22: Microsegmentação com base no CLV



Fonte: Elaborado pela autora

Em relação ao incremento de participação dos segmentos, a análise do perfil demográfico típico dos clientes de cada segmento poderá servir de orientação para as ações destinadas à aquisição de clientes. Nesse caso, sugere-se que sejam identificadas as características que variam de forma significativa entre os segmentos, para então, a partir da regressão multinomial logit, determinar a probabilidade de um novo cliente pertencer a cada segmento.

$$\zeta_{is} = \alpha_s + \beta_s x_i \quad (69)$$

$$prob_{is} = \frac{\exp(\zeta_{is})}{\sum_{s=1}^S \exp(\zeta_{is})}$$

onde: $prob_{is}$ e ζ_{is} são, respectivamente, a probabilidade e a utilidade latente do cliente i pertencer ao segmento s , α_s e β_s são os coeficientes estimados a partir dos clientes atuais da empresa, e x_i são as características demográficas do cliente i .

Adicionalmente, políticas de incentivo à migração para segmentos estratégicos para a companhia serão fundamentais para a aproximação da carteira de clientes ao portfólio alvo.

4.5 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DOS MODELOS DE CLV

Com o propósito de assegurar a possibilidade de integração das análises do portfólio e individual, permitindo a demonstração do *framework* de gestão de clientes sugerido, foram mantidas todas as definições – amostra, período contemplado, tratamento dos dados, segmentação – estabelecidas no capítulo anterior (Seção 3.4) para exemplificar os modelos de CLV propostos nesta tese. Em virtude das modelagens terem sido desenvolvidas com base no modelo de Pfeifer & Carraway (2000), o mesmo foi utilizado como *benchmark*. Além das variáveis anteriormente utilizadas na aplicação da otimização do portfólio de clientes, as variáveis apresentadas no Quadro 8 foram usadas como entradas dos modelos de CLV.

Em função do *framework* de gestão de clientes proposto, os critérios de segmentação e o intervalo considerado na estimação adotados previamente foram mantidos. Com isso, a matriz de probabilidade de troca de segmentos utilizada para computar os valores de CLV é semelhante à apresentada anteriormente na Figura 16. Embora em algumas situações possa ser adequado

¹Ou seja: lucroA, lucroB, lucroCC e lucroCD. Em função da similaridade existente entre os clientes que adquirem os produtos pertencentes às categorias C e D, os clientes dessas categorias majoritárias foram agrupados no segmento C. Por isso, os lucros gerados por esses produtos foram denominados CC e CD.)

Quadro 8: Variáveis candidatas a preditoras

Código	Variáveis transacionais	Operacionalização
lucro	Lucro gerado	Margem de contribuição gerada pelo cliente (média, máximo, desvio padrão e coeficiente de variação)
lucro+nome da categoria ¹	Lucro gerado por categoria	Margem de contribuição gerada por categoria de produto (média e máximo)
crossbuy	Cross-buying	Número de categorias de produtos (média e máximo)
inv	Nível de investimento	Valor dos investimentos do cliente (média, máximo e tendência)
gasto	Nível de gasto	Razão entre a média e o nível máximo de investimento do cliente (<i>proxy</i> da <i>SOW</i>)
periodos	Períodos com transações	Total de períodos em que houveram transações
transacoes	Número de transações	Total de dias com transações (média e máximo)
frequencia	Frequência	Intervalo médio entre transações
recencia	Recência	Tempo decorrido desde a última transação
Código	Variáveis demográficas	Operacionalização
estcivil	Estado civil	Variável binária (0 = solteiro, divorciado e viúvo, 1 = casado e união estável)
sexo	Sexo	Variável binária (0 = feminino, 1 = masculino)
idade	Idade	Variável contínua

Fonte: Elaborado pela autora

determinar o horizonte de tempo contemplado para a previsão do valor do cliente, os modelos que determinam a duração do relacionamento do cliente com a empresa dependem menos de critérios arbitrários. Por isso, os modelos com horizonte de tempo infinito foram selecionados para demonstrar as semelhanças e diferenças entre os quatro modelos testados. Para facilitar a comparação, os modelos foram identificados por letras conforme exposto no Quadro 9. Por fim, a taxa de desconto foi definida em 10% ao ano. Em virtude de a empresa ser do setor financeiro, a média da taxa Selic no período analisado² foi utilizada como referência para determinação da taxa de desconto.

Quadro 9: Identificação dos modelos de CLV

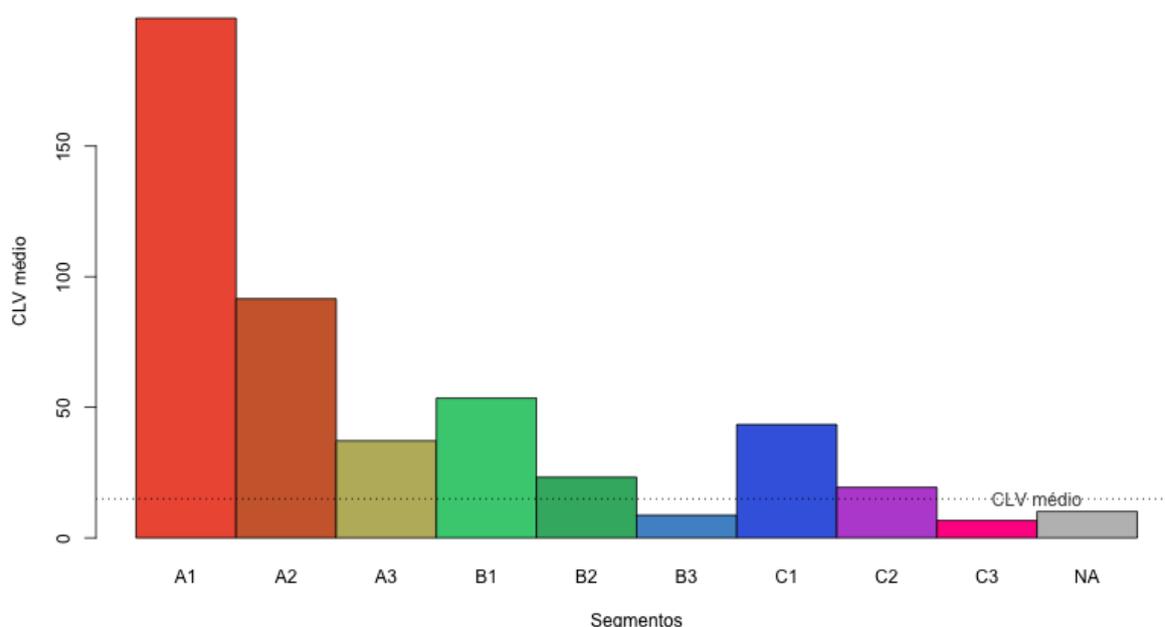
Modelo	Descrição
Modelo B	Modelo <i>benchmark</i>
Modelo R	Modelo de retorno individual
Modelo E	Modelo de migração individual
Modelo M	Modelo misto

Fonte: Elaborado pela autora

²A taxa Selic média entre jan/2011 e mai/2013 foi de 9,51%.

As entradas do modelo B são a matriz de probabilidade de troca de segmento, o vetor de lucros esperados de cada segmento e a taxa de desconto. Para estimar o valor da base de clientes, também será necessário informar o número de clientes pertencente a cada segmento. Foi elaborada uma função no *software* R (versão 3.2.2) para computar o CLV de acordo com o modelo B apresentado na Equação 45 (*vide* Apêndice D). Como resultado, foi obtido o vetor de CLV médios para cada segmento. Os valores estão apresentados na Figura 23. De acordo com o modelo B, os clientes com maiores montantes de investimento são os mais valiosos para a empresa, sendo que, para mesmos níveis de volume de investimento, os clientes dos segmentos tipo A podem ser considerados mais interessantes que os clientes das demais categorias de produtos. Os clientes de menor importância são aqueles pertencentes aos segmentos B3 e C3. Além disso, diante do valor dos futuros clientes, os gestores devem despender esforços para adquirir clientes, de preferência de segmentos valiosos para a companhia. O CE resultante da multiplicação do vetor de CLV com o vetor contendo o número de clientes pertencente a cada segmento foi próxima, 5% inferior, à avaliação feita na ocasião da venda de parte da empresa.³

Figura 23: CLV médio (R\$ mil) dos segmentos – modelo B



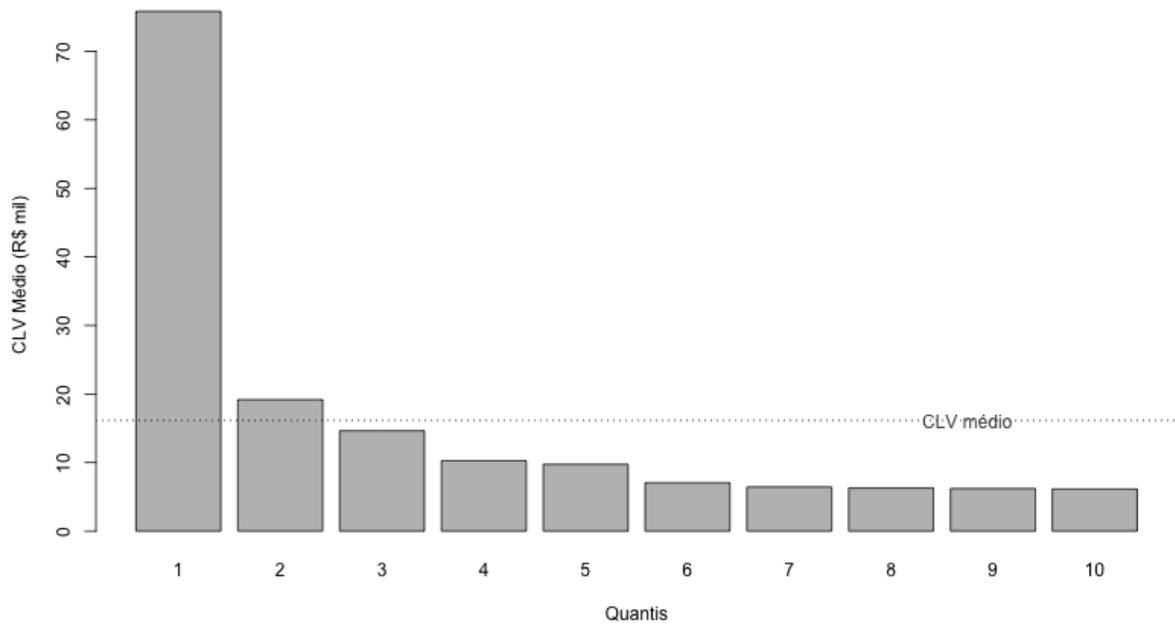
Fonte: Elaborado pela autora

Em função da expectativa de lucros do cliente, caso ele venha a permanecer no mesmo

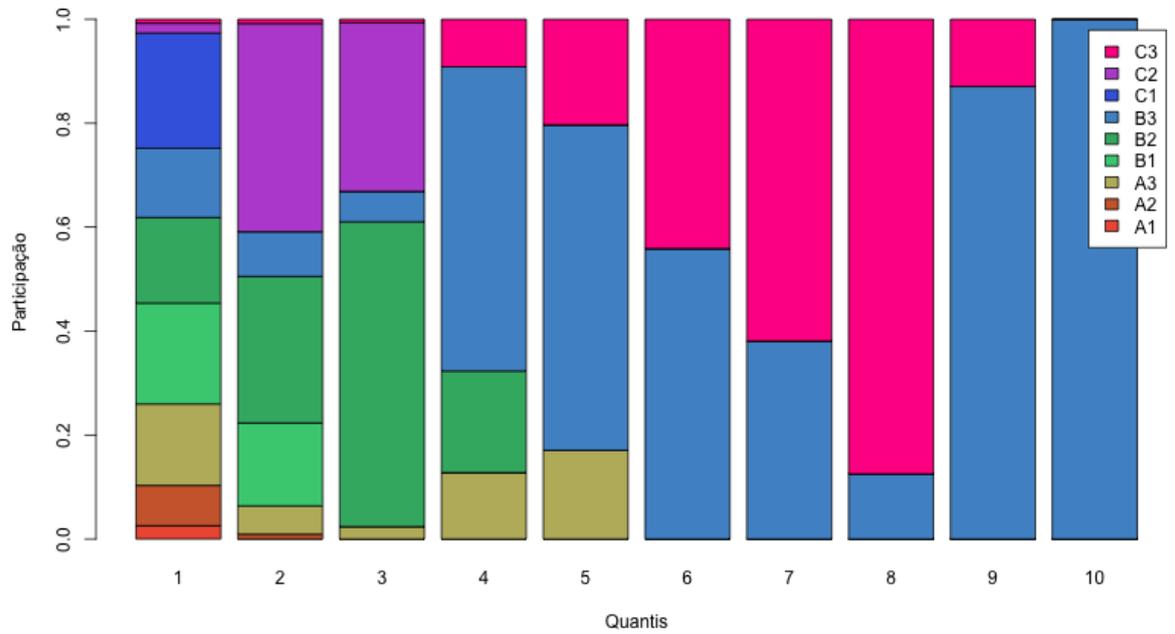
³Devido ao acordo de confidencialidade firmado com a companhia, foram omitidos o nome, a data e o valor da negociação.

segmento, no modelo R ser estimada individualmente, além das variáveis de entradas utilizadas no modelo B, são necessárias informações referentes à margem de contribuição individual e ao segmento do cliente. Da mesma forma, foi desenvolvida uma função no *software* R (versão 3.2.2) para computar o CLV segundo a Equação 49 do modelo R (*vide* Apêndice D). No gráfico da Figura 24, estão apresentados a distribuição dos escores de CLV obtidos e a composição dos segmentos de cada quantil. O CLV médio dos clientes foi de R\$16,1 mil, 8% superior ao CLV médio de R\$15 mil estimado a partir do modelo B. A vantagem desse modelo reside na avaliação individualizada dos clientes, possibilitando a priorização independentemente do segmento a que os clientes pertençam e a gestão caso-a-caso em função da expectativa de lucros decorrentes do relacionamento específico do cliente com a empresa. De acordo com o modelo R, observa-se uma grande concentração de valor da base de clientes no primeiro decil, sendo que, apenas o CLV médio dos dois primeiros decis é superior à média dos clientes. Assim como verificado para o modelo B, de acordo com o modelo R, os clientes mais valiosos são aqueles pertencentes aos segmentos tipo 1, que possuem montantes de investimentos mais elevados, e ao segmento A2. Todos os clientes desses segmentos fazem parte dos dois primeiros decis. De modo geral, os clientes menos interessantes para a empresa são aqueles pertencentes aos segmentos B3 e C3. Contudo, em função do modelo R permitir distinguir clientes de mesmo segmento, é possível verificar na figura 24b que os clientes do segmento B3 estão presentes em todos os decis, sendo alguns clientes desse segmento valiosos para a companhia.

Figura 24: Análise dos quantis – modelo R



(a) Distribuição dos valores de CLV

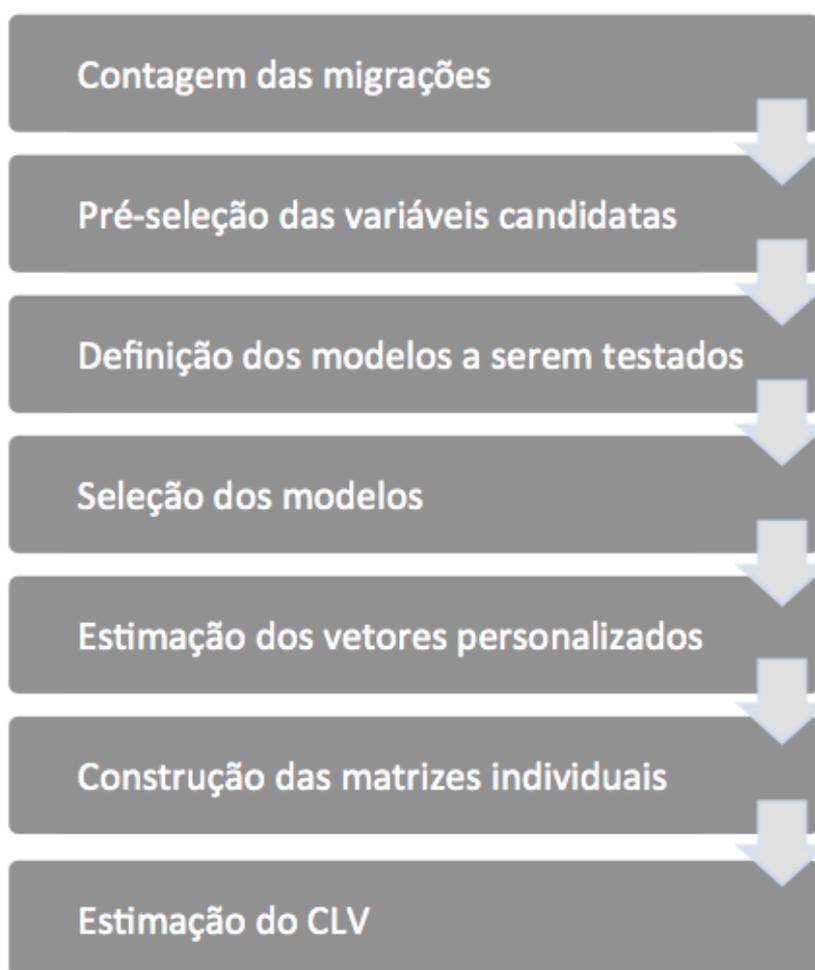


(b) Composição de segmentos

Fonte: Elaborado pela autora

O modelo E tem como propósito estimar o CLV a partir da individualização da matriz de probabilidade de troca de segmentos em função das características demográficas e transacionais dos clientes. Sendo assim, além das variáveis utilizadas no modelo B, as variáveis listadas no Quadro 8 foram consideradas como possíveis entradas do modelo. Assim como para os demais, foram desenvolvidas funções (*vide* Apêndice D) no *software* R (versão 3.2.2) para estimar as matrizes de probabilidade individuais e os valores de CLV de acordo com o modelo E expresso na Equação 61. O processo de construção das matrizes individuais e de estimação do CLV pode ser dividido em sete etapas principais apresentados na Figura 25 e detalhados a seguir:

Figura 25: Etapas para estimação do CLV – modelo E

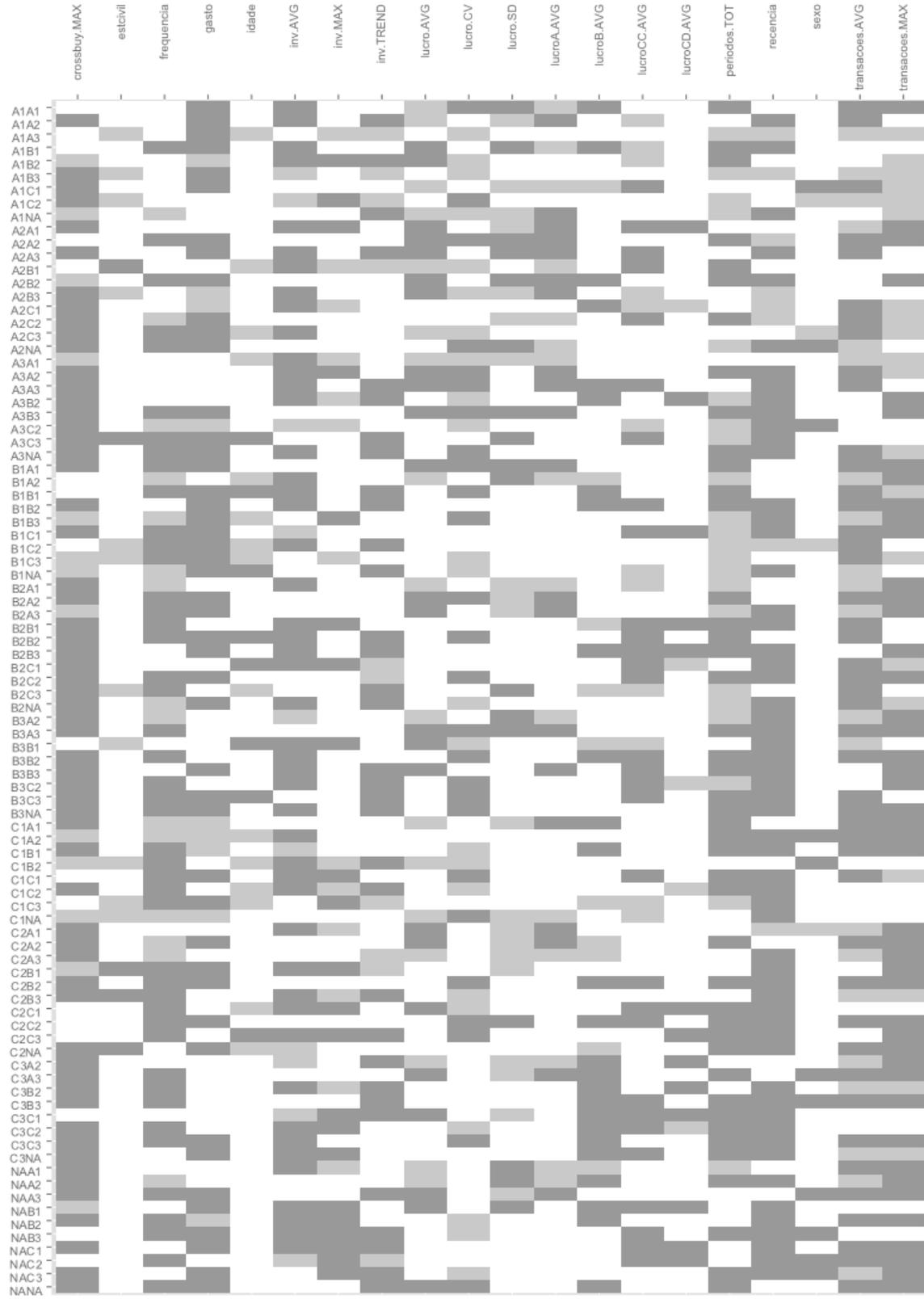


Fonte: Elaborado pela autora

A primeira etapa consistiu na contagem das migrações e permanências dos clientes nos segmentos. Foram verificadas 90 situações possíveis, sendo 10 de permanência e 80 de migração, além de ter sido realizado o levantamento das ocorrências por cliente. Na segunda etapa, foi feita a pré-seleção, com base nos valores de correlação com as ocorrências das situações, das dez variáveis candidatas a preditoras dentre as mencionadas no Quadro 8. Na Figura 26, estão apresentadas as variáveis pré-selecionadas (marcadas em cinza claro). Na terceira etapa, foram definidos os modelos a serem testados de acordo com a situação a que se referiam – permanência ou migração – e as variáveis pré-selecionadas a preditoras para cada situação na etapa anterior. Com isso, na quarta etapa foram determinadas as regressões específicas a serem avaliadas para cada uma das 90 situações observadas. As variáveis utilizadas nos modelos estão demonstradas na Figura 26 (marcadas em cinza escuro) e no Apêndice C estão listados os modelos selecionados na quarta etapa. Após, os vetores $Yvec$ e $Evec$ foram estimados, sendo que 52% dos clientes tiveram sua probabilidade de permanecer no seu segmento ou de migrar para outro aumentada, para, então, serem construídas as matrizes de troca individuais, considerando o parâmetro α de 0.6 – definido arbitrariamente em função da análise da capacidade preditiva dos modelos com diferentes valores de α . A média do determinante das matrizes individuais foi de 0,37, valor próximo do determinante da matriz de probabilidade de troca geral (0,42) e dentro do intervalo formado pelos valores extremos das matrizes gerais observadas nos períodos compreendidos na amostra (0,37 a 0,45). E, por fim, foram computados os valores dos clientes. O CLV médio obtido foi de R\$14,8 mil, 1% inferior ao CLV médio estimado pelo modelo B. Observa-se que o efeito no CLV da individualização das matrizes de probabilidade de troca é menor que o efeito ocasionado em função da estimação individual dos lucros. Assim sendo, o modelo E proporciona uma diferenciação entre os clientes superior ao modelo B, porém inferior a oportunizada pelo modelo R. De acordo com os resultados do modelo E (*vide* Figura 27), da mesma forma que o verificado nos demais modelos, os clientes mais valiosos para a empresa são aqueles pertencentes aos segmentos tipo 1 e A2 e os clientes menos interessantes são os clientes dos segmentos B3 e C3. Entretanto, de um modo geral, a avaliação dos segmentos A3 é mais positiva do que a estimada pelo modelo R. Os clientes dos segmentos A2 e C2 podem ser considerados intermediários. A Figura 27 traz os valores médios de CLV e a composição dos segmentos dos quantis.⁴

⁴Devido à discriminação entre clientes proporcionada pelo modelo E ser inferior, o gráfico da Figura 27 foi apresentado apenas com seis quantis.

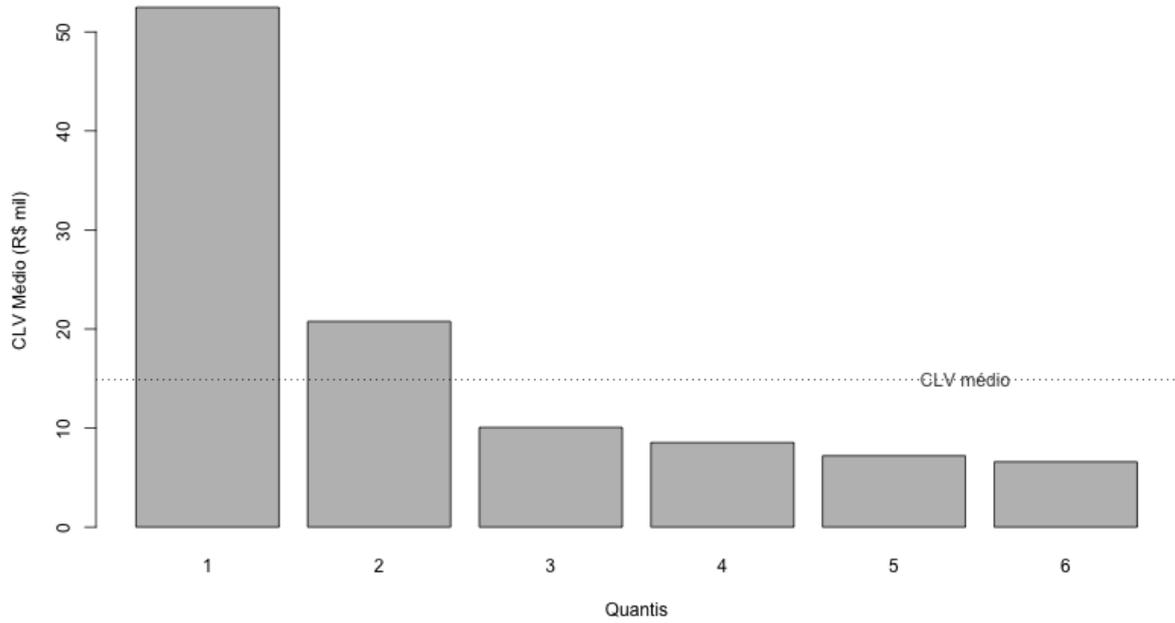
Figura 26: Variáveis para cada situação – modelo E



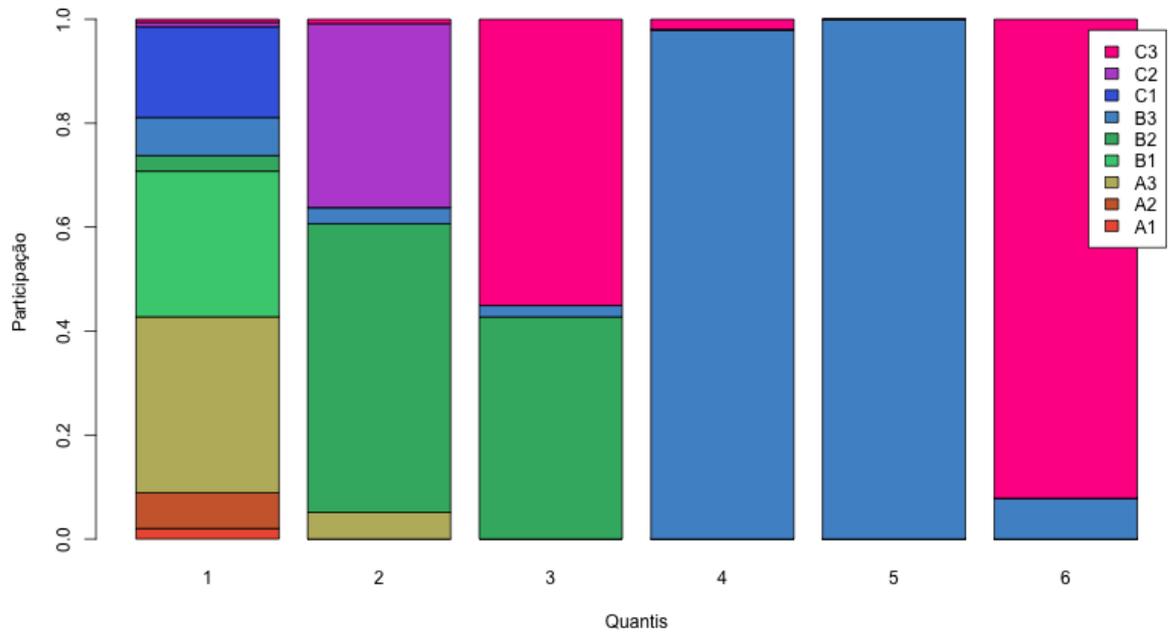
Legenda: variável pré-selecionada variável utilizada no modelo

Fonte: Elaborado pela autora

Figura 27: Análise dos quantis – modelo E



(a) Distribuição dos valores de CLV



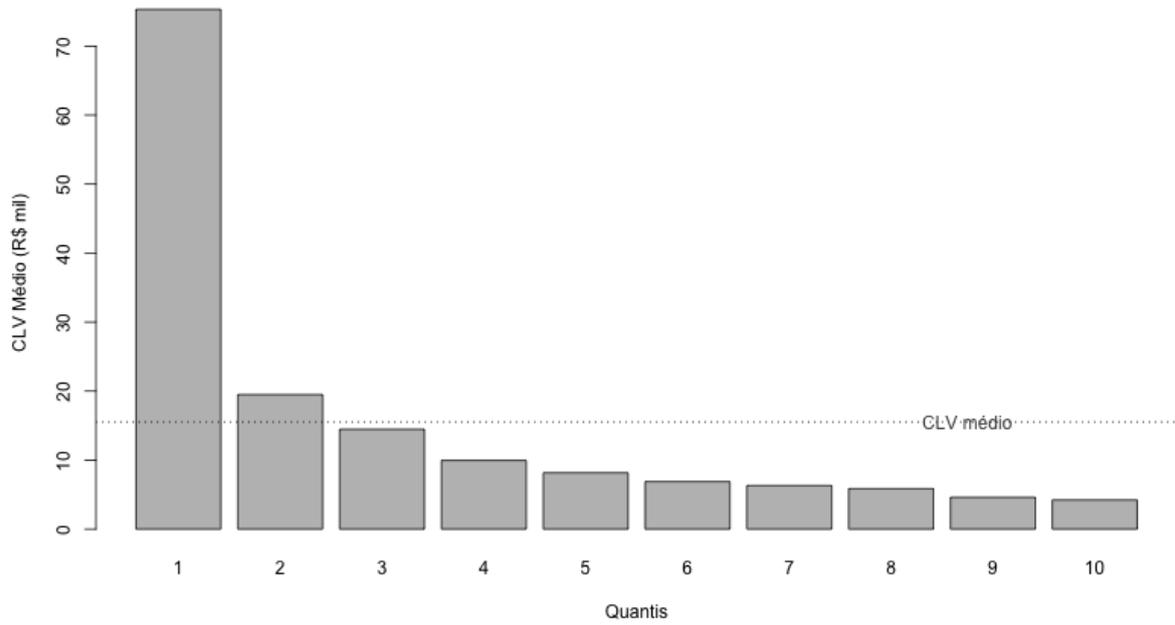
(b) Composição de segmentos

Fonte: Elaborado pela autora

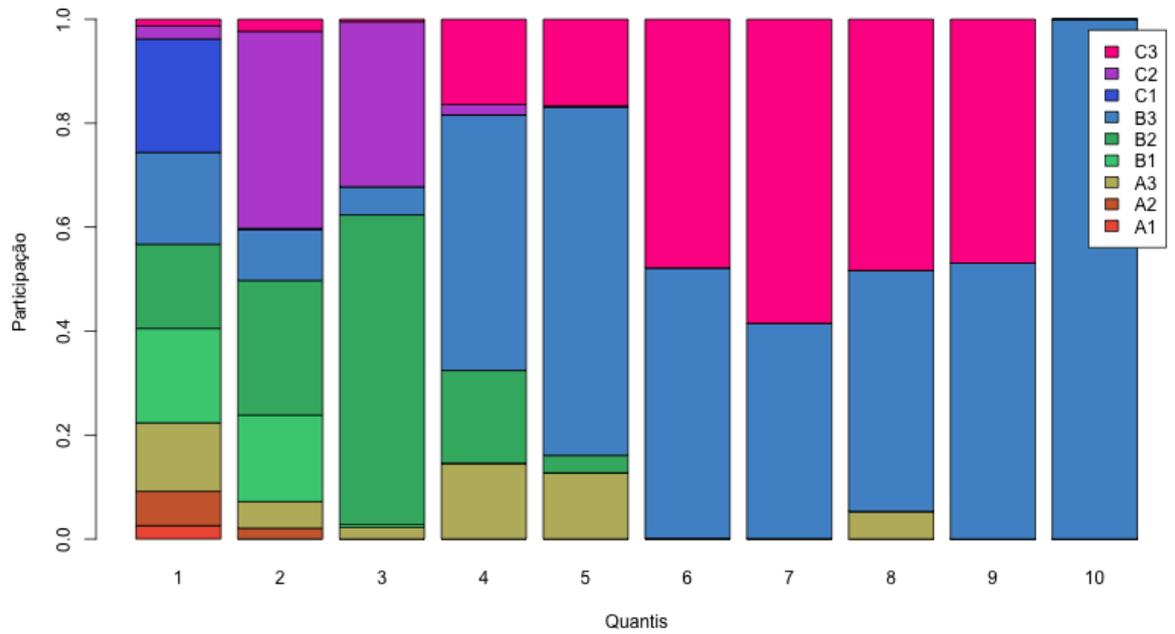
Por último, foi computado o CLV com base no modelo M que, de certa forma, representa a junção dos modelos R e E aplicados anteriormente. Por tratar os clientes de maneira mais individualizada, utiliza o conjunto de variáveis de entradas adotadas nos modelos B, R e E. Assim sendo, os vetores de lucro individual e as matrizes de probabilidade de troca individuais são os mesmos dos modelos citados. Foi elaborada uma função no *software* R (versão 3.2.2) para estimar o CLV dos clientes com base no modelo M descrito na Equação 63 (*vide* Apêndice D). O CLV médio obtido foi de R\$ 15,6 mil, 4% superior ao valor estimado a partir do modelo B. Embora os resultados apontem para uma avaliação da importância dos segmentos para a companhia similar aos demais modelos – os clientes mais valiosos seriam aqueles pertencentes aos segmentos tipo 1 e A2, os clientes dos segmentos B2 e C2 os de valor intermediário, e os clientes dos segmentos B3 e C3 os menos relevantes (*vide* Figura 28) –, a análise dos resultados indica que o modelo M tem uma capacidade maior de diferenciação dos clientes. Sendo assim, conforme apresentado no gráfico da Figura 28, a composição dos decis resultante da aplicação desse modelo é mais diversificada em comparação aos demais.

Adicionalmente, foi realizada a comparação do CLV médio do segmento estimado a partir dos modelos propostos – R, E e M – com os valores obtidos com base no modelo B. Conforme pode ser visualizado na Figura 29, de modo geral, há um equilíbrio entre os valores estimados pelos quatro modelos. As principais divergências referem-se aos segmentos tipo A, possivelmente em função da sua maior volatilidade e de serem compostos por uma quantidade menor de clientes (representam juntos menos de 7% da clientela da companhia). Portanto verifica-se uma paridade nas avaliações agregadas, tanto em relação ao CE quanto em relação ao CLV médio do segmento, proporcionadas pelas modelagens analisadas. As diferenças observadas referem-se fundamentalmente às avaliações individuais proporcionadas.

Figura 28: Análise dos quantis – modelo M

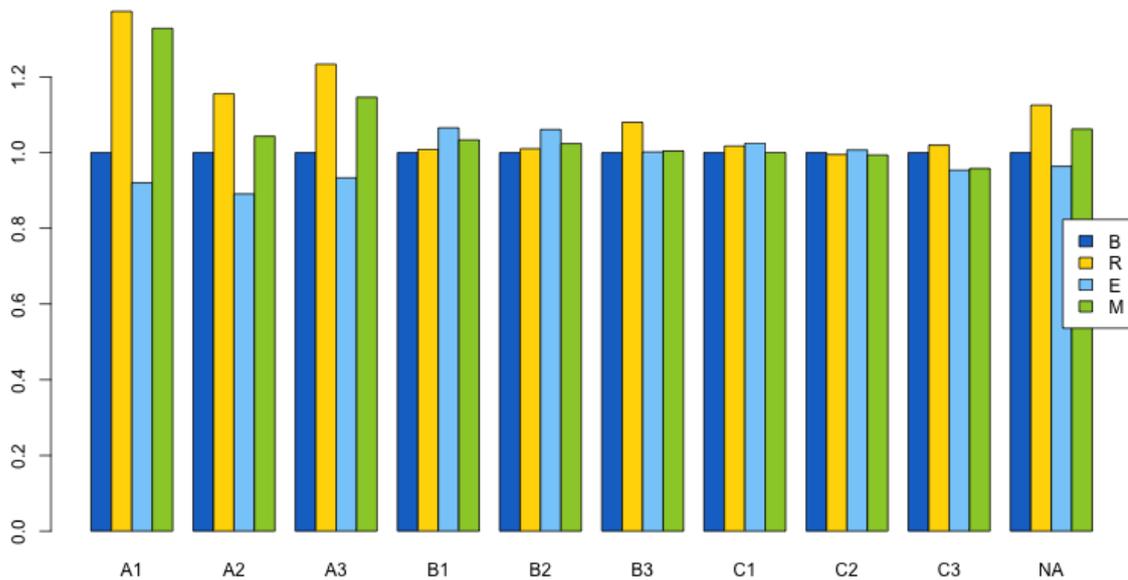


(a) Distribuição dos valores de CLV



(b) Composição de segmentos

Fonte: Elaborado pela autora

Figura 29: Comparação do CLV médio dos segmentos

Fonte: Elaborado pela autora

Para avaliar a capacidade preditiva dos modelos propostos, a amostra foi dividida em duas partes. A primeira parte, composta de 23 períodos, foi utilizada para estimar os parâmetros dos modelos, e a segunda parte, composta de seis períodos, foi utilizada para comparar as previsões aos valores realizados. Os modelos de CLV foram analisados em relação à capacidade de estimar o valor da clientela da companhia, ordenar e prever individualmente o valor dos clientes, com base nas métricas descritas na seção 4.3. Os clientes foram classificados em três grupos, de acordo com as previsões da lucratividade esperada: alta (5% superiores), média (de 25 a 5%) e baixa (75% restantes). A comparação do desempenho dos modelos em relação a essas tarefas está apresentada na Tabela 14. Como a definição do parâmetro α é arbitrária, foram testados modelos alternativos utilizando diferentes valores (α) com a finalidade de avaliar a *performance* em função do valor usado e, com isso, auxiliar na definição do parâmetro a ser adotado. Portanto foram utilizados cinco valores para o parâmetro α : 40%, 50%, 60%, 70% e 80%. Sendo que a importância dada à matriz de probabilidade de troca individual é maior quanto menor for o valor adotado para α . Os modelos E e M foram identificados de acordo com os valores utilizados: E_α e M_α .

Tabela 14: Comparação da capacidade preditiva dos modelos

Modelo	Individual			Base CE	Ordenamento				
	MAE	RMSE	MDAE		ρ	Grupo	A	B	C
<i>B</i>	846.00	6216.50	193.10	0.97	0.45	0.57	0.37	0.29	0.91
<i>R</i>	599.54	4846.26	58.29	1.15	0.55	0.82	0.61	0.58	0.90
<i>E</i> ₄₀	834.40	6256.47	192.94	0.94	0.48	0.73	0.39	0.42	0.91
<i>M</i> ₄₀	617.04	5342.14	32.45	1.07	0.60	0.82	0.56	0.58	0.90
<i>E</i> ₅₀	833.46	6244.14	193.38	0.95	0.48	0.73	0.39	0.42	0.91
<i>M</i> ₅₀	609.15	5195.59	32.74	1.08	0.59	0.82	0.58	0.58	0.90
<i>E</i> ₆₀	833.53	6234.06	193.45	0.95	0.48	0.73	0.39	0.42	0.91
<i>M</i> ₆₀	602.78	5072.56	36.13	1.10	0.58	0.82	0.60	0.58	0.90
<i>E</i> ₇₀	837.70	6206.12	190.75	0.97	0.45	0.76	0.40	0.47	0.90
<i>M</i> ₇₀	595.65	4879.11	42.15	1.14	0.55	0.82	0.60	0.59	0.90
<i>E</i> ₈₀	839.09	6207.74	193.45	0.97	0.45	0.76	0.39	0.47	0.90
<i>M</i> ₈₀	595.41	4851.81	48.15	1.14	0.54	0.82	0.61	0.58	0.90

Fonte: Elaborado pela autora

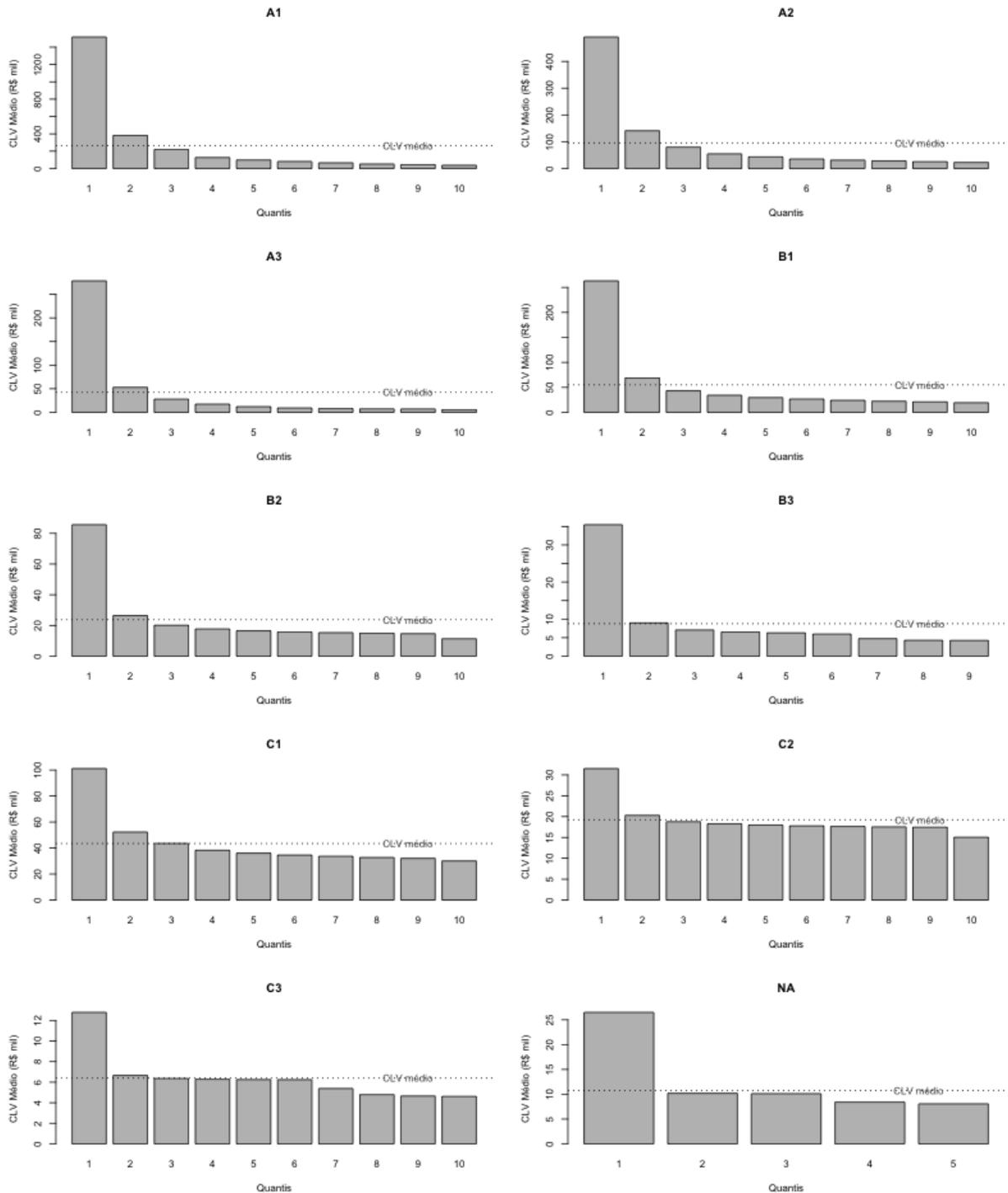
Em relação à tarefa de estimação do CE, os modelos que obtiveram os melhores resultados foram aqueles nos quais os dados são tratados de maneira mais agregada, *B*, *E*₇₀ e *E*₈₀. O desvio em relação ao valor real foi de apenas 3%. A estimação do retorno de forma individualizada gerou uma pequena sobrevalorização da base, enquanto que a individualização da matriz ocasionou uma pequena desvalorização. Em relação às tarefas de ordenar e estimar o valor individual dos clientes, os modelos de maior êxito foram aqueles mais individualizados, destacando-se o *M*₄₀ para a tarefa de ordenação e *M*₆₀ para a tarefa de previsão individual. Sendo assim, o modelo *R* superou o modelo *B* na avaliação individual e no ordenamento dos clientes, mas teve um desempenho inferior em relação à avaliação da base. O modelo *E* mostrou-se superior ao modelo *B* em relação ao ordenamento dos clientes e, de um modo geral, equivalente em relação às demais tarefas. Por fim, o modelo *M* foi aquele que apresentou os melhores resultados individuais e de ordenamento, além de ter proporcionado estimações da base mais precisas que o modelo *R*, aproximando-se dos modelos *B* e *E* nas opções em que peso da matriz individualizada é mais elevado. De acordo com os resultados obtidos, na medida em que a matriz personalizada ganha importância, o valor estimado para o CE se torna mais próximo do valor real e o ordenamento sugerido dos clientes é superior. Embora o MAE e o RMSE aumentem, o MDAE é uma medida de erro de previsão mais adequada para situações em que variáveis não possuam distribuição normal, como a do exemplo utilizado, de modo que, também se pode considerar que há uma redução do erro individual. Portanto, no caso exemplificado, as motivações para criação dos modelos foram atingidas, a individualização do retorno proporcionou uma melhor acuracidade na predição do valor individual e a individualização da

matriz de probabilidade possibilitou um ordenamento mais preciso dos clientes. Com isso, embora o modelo *B* seja suficiente para embasar decisões relativas à base de clientes, o modelo *M* teve um desempenho superior, permitindo análises individuais e decisões de priorização de clientes mais precisas.

Por conseguinte os modelos de CLV propostos complementam e integram a gestão do portfólio ao proporcionarem uma metodologia para priorização de clientes pertencentes ao mesmo segmento. Assim, os gestores poderão alocar os recursos de forma distinta entre os clientes, influenciando para a retenção dos melhores clientes e para a redução da participação na carteira dos segmentos menos interessantes. Na Figura 30 estão apresentados os valores médios dos CLV, obtidos a partir do modelo *M*, para os segmentos de clientes da empresa. De um modo geral, há uma concentração dos valores no primeiro quantil. Caso os gestores avaliem que a diminuição da importância dos segmentos tipo 3 na carteira de clientes trará resultados positivos à empresa, conforme recomendado pela otimização para as posições de portfólios menos arriscados, poderão definir políticas de atendimento distintas dentre os clientes desses segmentos em função da sua lucratividade esperada, estimada a partir dos modelos de CLV. Dessa forma, a integração das gestões do portfólio e individualizada permite a análise da eficiência e da lucratividade da carteira de maneira global e simultânea à análise de rentabilidade esperada de cada cliente. Portanto os modelos de CLV sugeridos possibilitam a seleção dos clientes necessária para a implementação de portfólios mais eficientes.

Um benefício adicional, proporcionado pelos modelos *E* e *M*, refere-se à identificação das variáveis específicas de cada segmento que auxiliam a prever o comportamento de saída dos clientes da base. O processo de construção das matrizes individuais contempla a seleção dos melhores modelos para cada situação de migração, incluindo a deserção. Com isso, é possível analisar os resultados obtidos (*vide* Apêndice C) e verificar quais as variáveis que têm maior influência no incremento da probabilidade dos clientes de cada segmento de se tornar inativo (\rightarrow NA). No caso utilizado para aplicação dos modelos, de um modo geral, quanto maior for o tempo transcorrido desde a última compra (recência), menor a razão entre o valor dos investimentos atuais e o montante máximo investido (gasto) e menor o número máximo de categorias que o cliente já possuiu (crossbuy.MAX), maior será a probabilidade de o cliente desertar.

Figura 30: Microsegmentação – modelo M



Fonte: Elaborado pela autora

Em relação à aquisição de clientes, foram identificadas as variáveis demográficas mais significativas e traçados os perfis típicos para cada segmento a partir da base atual de clientes e da Equação 69. Assim, poderão ser realizadas ações de marketing focadas para os perfis dos segmentos que os gestores desejem atrair. Na Tabela 15, estão listados alguns exemplos de

perfis e na Figura 31 estão apresentadas as probabilidades relativas dos clientes com esses perfis pertencerem a cada segmento. A probabilidade relativa é estimada em relação ao perfil genérico de um cliente, sem que sejam definidas as suas características demográficas. Por exemplo, um cliente com o perfil 1 (homem, divorciado, idoso, residente na Bahia, empresário) tem sua probabilidade aumentada em seis vezes de pertencer ao segmento A1, tendo também chances superiores à média de ser um cliente dos segmentos A2, B1 e C1. Um cliente com perfil 9 (mulher, casada, jovem, residente no Espírito Santos, estudante) provavelmente é um cliente que irá pertencer ao segmento C3. De um modo geral, as mulheres possuem investimentos mais conservadores, assim como os mais idosos e solitários são aqueles que possuem montantes de investimentos superiores.

Tabela 15: Perfis demográficos típicos para cada segmento

Cliente	Segmento	Sexo	Estado civil	Idade	Região	Profissão
Perfil 1	A1	M	S	I	0	3
Perfil 2	A2	M	S	I	0	3
Perfil 3	A3	M	S	J	0	3
Perfil 4	B1	M	S	I	2	3
Perfil 5	B2	M	S	I	1	2
Perfil 6	B3	M	C	M	1	0
Perfil 7	C1	F	S	I	2	4
Perfil 8	C2	F	C	I	2	2
Perfil 9	C3	F	C	J	0	0
Perfil 10	NA	M	C	J	0	0

Legenda:

M = masculino, F = feminino

S = solteiro, separado ou divorciado, C = casado ou união estável

J = jovem (até 30 anos), M = meia-idade (entre 30 e 70 anos), I = idoso (acima de 70 anos)

Região 1 = RS, SC e PR, Região 2 = SP, RJ e MG, Região 0 = demais estados

Prof. 0 = estudante, funcionário de linha de frente, aposentado e outros

Prof. 1 = hierarquia média, área exatas, área humanas e servidor público

Prof. 2 = engenheiro e área biomédica

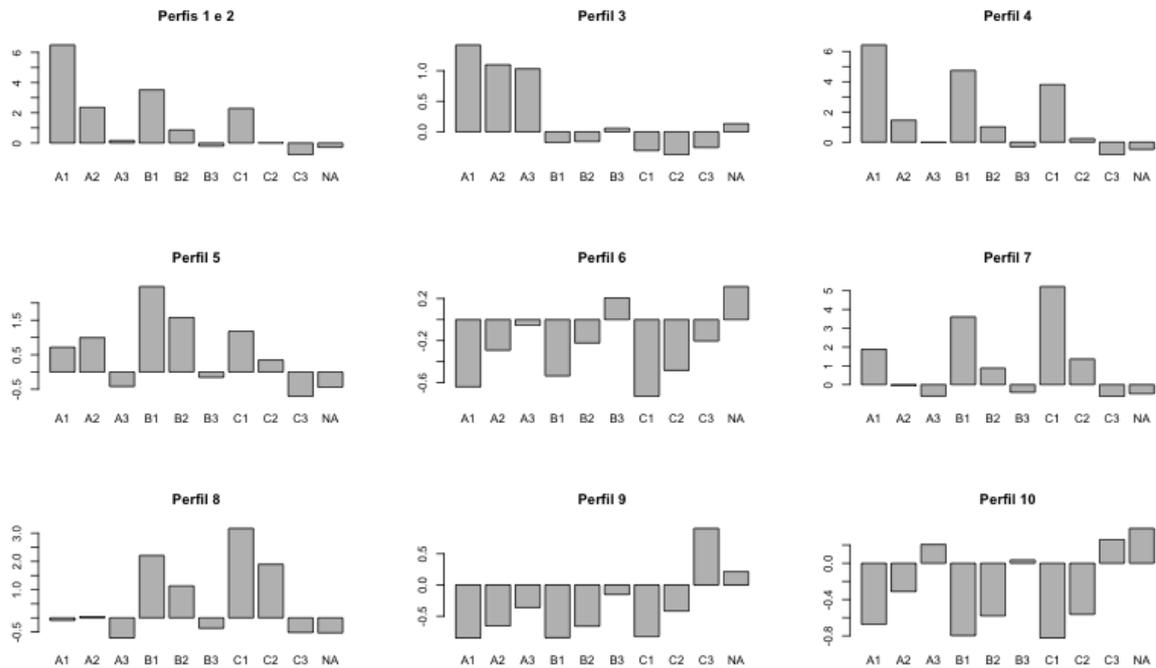
Prof. 3 = empresário e autônomo

Prof. 4 = administrador

Fonte: Elaborado pela autora

De acordo com as análises do portfólio e individual, conclui-se que os gestores devem focar os esforços e alocar os recursos de marketing para reter e atrair clientes dos segmentos tipo 1 e 2, e que clientes menos interessantes para a empresa são aqueles pertencentes aos segmentos B3 e C3. Caso fosse realizada apenas a análise baseada nos modelos de CLV, os gestores não considerariam a opção de minimizar também a participação do segmento A3, a fim

Figura 31: Relação da probabilidade dos clientes com perfis típicos pertencerem aos segmentos



Fonte: Elaborado pela autora

de adotar uma posição mais conservadora para a companhia, visto que são clientes rentáveis, porém mais arriscados. Portanto a gestão do portfólio possibilita uma visão mais global ao permitir o entendimento do todo, facilitando a adoção de políticas de atendimento e a tomada de decisões que avaliem, além da rentabilidade, o risco e a eficiência da companhia, ao passo que a gestão individualizada permite a priorização de clientes que pertençam a um mesmo segmento.

4.6 CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES GERENCIAIS

Os modelos de CLV propostos possibilitam a interação com a abordagem de otimização de portfólio sugerida no capítulo anterior, permitindo a gestão dos clientes de maneira individual e a priorização daqueles mais interessantes para a companhia. Por estarem alinhados teoricamente com a otimização, oportunizam a união das duas abordagens, proporcionando uma visão holística e aumentando a gama de ferramentas a disposição dos gestores para avaliarem o impacto na base de clientes frente aos possíveis cenários. As modificações incorporadas ao

modelo original de Pfeifer & Carraway (2000), além de possibilitarem a sua individualização, aumentaram a precisão da previsão dos valores de cada cliente e a qualidade do ordenamento, mantendo a capacidade de avaliação do valor da base de clientes. O modelo M, que reúne a individualização do retorno e da matriz de probabilidade de troca, foi que obteve o melhor desempenho. Outro ponto positivo dos modelos propostos é o fato de contemplarem a evolução dos clientes por considerarem a possibilidade de migração entre os segmentos.

Dessa forma, o *framework* de integração sugerido possibilita à empresa gerir melhor a sua clientela, alocando de maneira mais adequada os recursos de marketing, focando nos clientes mais propensos a gerarem lucros no futuro para a companhia e, ao mesmo tempo, aumentando a eficiência da carteira de clientes. Assim, os gestores, ao fazerem uso do *framework* proposto, terão uma visão global do portfólio de clientes e uma visão particular de cada cliente, facilitando a gestão sob as duas perspectivas. A adoção dessa proposta pressupõe que possam ser construídos relacionamentos entre a empresa e seus clientes, situação corriqueira em contextos de negócios realizados entre companhias (B2B) e mais propícia nas situações B2C de indústrias nas quais o contato com o cliente seja direto e frequente, tais como serviços financeiros, telecomunicações, companhias aéreas, empresas hoteleiras e de comércio eletrônico.

4.7 LIMITAÇÕES DOS MODELOS

Apesar dos avanços obtidos com a individualização do modelo base, permitindo a incorporação da heterogeneidade dos clientes à modelagem de CLV, existem algumas limitações que podem ser superadas em futuros estudos. Primeiro, em relação ao fato de os modelos não contemplarem tendências macroeconômicas, assim como o surgimento de novos segmentos e o impacto de ações dos concorrentes, sendo, portanto, desejável o desenvolvimento de modelos mais completos, que atendam situações mais dinâmicas. Segundo, em função de ter sido aplicado em apenas um caso, sendo oportuna a verificação da *performance* dos modelos propostos em outras situações.

5 CONCLUSÕES

Nesta tese, foi discutida a inclusão do risco na gestão da clientela da empresa a fim de possibilitar a alocação ótima de recursos de marketing para a companhia. Muito dos esforços realizados pelos pesquisadores da área referem-se à maximização dos lucros, concentrando-se na alocação ótima individual, que, dependendo das circunstâncias, pode resultar em soluções sub-ótimas para a empresa. A ampliação do foco de análise – do cliente para o portfólio – é necessária para que seja possível melhorar a eficiência (relação retorno e risco) da gestão da clientela, aumentando a compatibilidade entre as práticas da área de marketing com as adotadas pela área financeira, contribuindo, assim, para a aceitação das métricas de marketing pelas demais áreas da empresa. Além disso, com a inclusão do risco na análise dos clientes, passa a ser possível considerar sua redução como uma vantagem aos acionistas, viabilizando a contabilização de benefícios advindos da estabilidade do fluxo de caixa decorrentes do aumento da satisfação dos clientes. Nesse sentido, abre-se uma nova perspectiva para defesa do discurso de consenso entre acionistas e clientes, no qual se almeja a satisfação de todas as partes. Até então, grande parte dos estudos sobre CLV concentrou-se em explorar apenas a probabilidade de os clientes manterem-se na base ou a probabilidade de os clientes comprarem. No entanto esse seria apenas um dos fatores de risco envolvidos na relação com a empresa. A dispersão em relação ao nível de margem de contribuição esperada é outra forma de mensurar o risco, mais geral, que englobaria grande parte dos fatores de risco envolvidos nessa relação. Embora tenha sido realizado o esforço para contribuir para que a análise dos clientes fosse ampliada, caminho apontado por Gupta *et al.* (2006) e iniciado por Tarasi *et al.* (2011), a necessidade crescente de lidar com os clientes de maneira individualizada (marketing um-a-um) também foi contemplada no *framework* de gestão de clientes proposto. Sendo assim, a análise dos portfólios de segmentos corresponde ao nível estratégico, que embasará todas as decisões, e a análise individual corresponde ao nível operacional, que possibilitará que a empresa se relacione de forma personalizada com cada cliente. A integração dos dois níveis de análise proporciona aos gestores uma visão ampla e particular dos clientes, servindo para aumentar o suporte para a tomada de decisões relativas à clientela da companhia.

Em relação à teoria de gestão do portfólio de clientes, foram realizados vários avanços referentes à adaptação da teoria moderna de portfólio da área financeira para a área de gestão de clientes. A inclusão das restrições propostas assegura a viabilidade e exequibilidade dos

portfólios recomendados pela otimização, visto que os ativos de marketing possuem algumas características distintas dos ativos financeiros: 1) existem limitações relativas à aquisição de clientes e 2) os segmentos de clientes que propiciam os maiores retornos (taxas) podem não ser aqueles que geram as maiores margens de contribuição (valores nominais). Selnes *et al.* (2011) critica a proposta de Tarasi *et al.* (2011) justamente por não ter contemplado a possibilidade de a taxa de retorno não estar perfeitamente correlacionada ao montante de lucro. Em vista disso, a composição da carteira de clientes recomendada pode ser eficiente, mas não proporcionar os lucros almejados pelos acionistas. Embora Tarasi *et al.* (2011) tenham demonstrado que, no caso em que exemplificaram a abordagem, supondo que a companhia conquistasse 25% de clientes novos, o lucro do portfólio sugerido seria equivalente à lucratividade do portfólio atual da empresa, essa pode ser considerada uma limitação do estudo desses autores, visto que os resultados obtidos dependem dos dados e não da metodologia adotada. Assim sendo, em outras situações, essa equivalência pode não ser verificada. A questão apontada por Selnes *et al.* (2011), por ser relevante para que a adaptação da teoria financeira à área de gestão de clientes seja viável, foi endereçada nesta tese mediante a proposição da restrição referente à lucratividade – que garante que a soma dos lucros gerados pela clientela à companhia seja mantido ou superado – e das restrições relativas à participação dos segmentos – que limitam o incremento ou redução da importância de cada segmento no portfólio. Essas últimas são complementares à restrição anterior, que assegura a lucratividade esperada aos acionistas, por representarem as limitações da empresa para aquisição e modificação da composição da carteira de clientes, contribuindo para que as mudanças sugeridas sejam sutis e, com isso, aumentando a probabilidade de ocorrência do portfólio-alvo. Nesse ponto, há uma contribuição adicional proveniente da utilização da matriz de probabilidade de troca de segmento para estimar a composição futura da carteira de clientes, que, em conjunto com a informação das posições passadas, determinarão os limites de participação para os segmentos. Embora tenham sido consideradas na abordagem as opções de definir os limites apenas em função das participações históricas ou da opinião dos gestores, a opção de incluir a posição futura parece ser a mais apropriada, por ampliar os limites de maneira a que compreendam o caminho esperado do portfólio.

Além dessas contribuições, também foram sugeridos avanços referentes às estimações do retorno e do risco dos segmentos de clientes. Foram incluídas à abordagem de otimização do portfólio de clientes as alternativas de estimação do retorno com base na média móvel, o que possivelmente favorecerá a existência de estabilidade das correlações entre os segmentos de

clientes e a opção de inclusão de tendência a partir da utilização do modelo SUR, que permite que os retornos estejam correlacionados – pois contempla a correlação dos termos de erro entre as regressões –, assim como permite que as variáveis independentes relativas a cada segmento sejam distintas. Em relação ao risco, foi incluída a opção de mensuração do risco com base no CVaR, métrica alternativa à variância sugerida pela TMP, usualmente utilizada na área financeira, que avalia o risco sob a perspectiva da perda (*downside risk*). A utilização do CVaR não pressupõe normalidade da distribuição dos retornos e é uma medida de risco considerada mais intuitiva para os gestores.

Em relação à teoria sobre análise individual do cliente, foi proposto um modelo de CLV que, pelo que se tem conhecimento, inovou ao utilizar a cadeia de Markov de maneira individualizada, possibilitando que a estimação contemplasse a evolução do relacionamento do cliente com a companhia a partir de dados agregados referentes à clientela da empresa, assim como de características particulares do cliente. Essa ideia está baseada proposta de Page *et al.* (1999) para ranquear as páginas da internet no mecanismo de busca da rede e consiste na combinação convexa de duas matrizes de probabilidade de troca de segmentos: uma geral – comum a todos clientes – e uma personalizada – específica do cliente e definida em função de suas características. Além da individualização da matriz de probabilidade de troca, o modelo prevê a individualização do vetor de lucros esperados. O *rationale* é simples e reside na concepção de que, para estimar o lucro esperado referente ao segmento ao qual o cliente pertence, os seus dados serão mais informativos do que os dados relativos aos demais clientes do segmento; em contrapartida, para estimar o lucro esperado referente aos demais segmentos, aos quais o cliente não pertence, os dados relativos aos clientes desses segmentos serão mais úteis. Portanto o alicerce do modelo de CLV desenvolvido permanece sendo o conceito de segmentação proveniente do modelo sugerido por Pfeifer & Carraway (2000), no qual está baseado, o que facilita a alocação estratégica de recursos, ao passo que as modificações propostas permitiram a individualização e personalização da modelagem, possibilitando que a empresa se relacione com seus clientes de maneira particular, algo cada vez mais presente no dia a dia das companhias.

A concepção do modelo de CLV proposto foi realizada com o cuidado para que esse fosse teoricamente alinhado com a abordagem de otimização sugerida, o que permitiu a integração dos dois níveis de análise. Em vista disso, foi possível ampliar o foco de análise – do cliente para o portfólio – sem perder a riqueza oriunda da heterogeneidade dos clientes, sendo essa uma contribuição relevante da tese. Assim, a otimização do portfólio de clientes indicará

a participação recomendada para cada segmento de acordo com nível de risco que a empresa considerar aceitável, servindo de suporte para definições estratégicas relativas à alocação dos recursos de marketing entre segmentos e, com isso, influenciando para a diversificação e o aumento da eficiência da carteira. Enquanto que, a estimação do CLV a partir do modelo sugerido permitirá avaliar o cliente de maneira individual e, em conjunto com as definições relativas ao portfólio, determinar a priorização dos clientes que influenciará as decisões relativas ao relacionamento da companhia com cada cliente. Logo a integração dos dois níveis de análise sugerida pelo *framework* de gestão proposto proporciona uma visão global do portfólio de clientes e uma visão particular de cada cliente, permitindo a gestão sob as duas perspectivas.

De forma sintética, as principais contribuições teóricas desta tese foram:

- A proposição de restrições específicas à área de marketing as quais possibilitam a utilização da abordagem de otimização do portfólio de Markowitz para a gestão de clientes;
- A incorporação de formas alternativas de estimação para o retorno e o risco dos segmentos, tais como a inclusão de tendência a partir da modelagem SUR e do uso CVaR;
- A elaboração de um modelo individualizado de CLV baseado na probabilidade particular de o cliente trocar de segmento;
- A concepção conjunta de abordagens para os dois níveis de análise da clientela que pudessem ser integradas e permitissem, ao mesmo tempo, a visão global do portfólio e particular de cada cliente.

A pressão dos acionistas e da área financeira para que o marketing demonstre a eficiência e a eficácia de suas atividades e investimentos segue crescente, de sorte que KUMAR (2015), na reflexão que fez sobre o futuro da disciplina como editor chefe do *Journal of Marketing*, considerou que esse será um dos principais fatores que impulsionarão o desenvolvimento de pesquisas e o surgimento de um novo paradigma da área. Esta tese contribui para o avanço da teoria sobre gestão da clientela, propondo abordagens e modelos analíticos que possibilitam uma alocação dos recursos de marketing mais eficiente.

5.1 IMPLICAÇÕES GERENCIAIS

O preenchimento da lacuna entre a teoria e a prática foi uma das motivações que orientaram a construção desta pesquisa. Em vista disso, buscou-se contribuir para aproximar a

academia e o mundo corporativo, conexão apontada como fraca por Brown *et al.* (2005), de maneira que são várias as suas implicações gerenciais. Inicialmente, poder-se-ia destacar o desenvolvimento de uma ferramenta que permite testar diferentes segmentações e formas de estimação, possibilitando que os gestores lidem com a incerteza de maneira mais adequada ao proporcionar a análise dos clientes frente a distintos cenários, assim como a verificação da consistência das previsões obtidas. Todas as abordagens e modelagens propostas foram programadas como funções do *software* R (versão 3.2.2), de uso livre. As funções foram encadeadas com o propósito de facilitar a sua utilização.

Em relação à gestão do portfólio de clientes, os executivos, ao fazerem uso do *framework* proposto, poderão: 1) verificar as possíveis composições de carteira de clientes mais eficientes dadas as restrições definidas quanto à lucratividade e viabilidade de crescimento ou redução da participação dos segmentos; 2) avaliar a evolução da carteira de clientes da empresa, verificando quais os segmentos de clientes que estão crescendo de importância na carteira, aqueles que estão mantendo e quais são aqueles que estão perdendo relevância; 3) verificar a composição futura esperada para portfólio, estimada a partir da matriz de probabilidade de troca de segmento; 4) comparar as posições recomendadas, as composições históricas e a composição futura esperada, avaliando as diferenças em relação ao portfólio atual da empresa; 5) definir, em função da comparação dos portfólios (recomendados, passados e futuro), dos níveis de retorno e risco considerados adequados para a empresa, assim como da lucratividade esperada para as carteiras sugeridas, qual será portfólio-alvo a ser buscado; e, em decorrência disso, 6) alocar os recursos de marketing de maneira a direcionar os esforços para atender as necessidades dos segmentos os quais se almejam aumentar ou manter a participação.

Em relação à análise individual do cliente, ao utilizar o modelo de CLV proposto, os gestores poderão: 1) acessar o valor de cada cliente de maneira individualizada, com base no segmento a que pertencem e nas suas características particulares; 2) analisar a distribuição dos valores de CLV, avaliando a concentração e a importância de alguns clientes em relação ao valor total da base de clientes; 3) analisar a distribuição dos valores de CLV para cada segmento de clientes; 4) alocar os recursos de marketing de maneira a priorizar os clientes mais valiosos dentro de cada segmento, influenciando assim a sua retenção; 5) identificar os perfis para aquisição de novos clientes em função das características demográficas comuns aos clientes dos segmentos considerados prioritários pela companhia.

De um modo geral, foi proposto um *framework* de gestão da clientela de fácil imple-

mentação, que servirá para direcionar as ações dos gestores de marketing para que a empresa consiga compor um portfólio eficiente e diversificado de clientes. Além de o *framework* proporcionar uma visão global e possibilitar que as decisões tomadas sejam ótimas sob a perspectiva mais ampla do negócio, a heterogeneidade dos clientes também foi contemplada na análise individual, permitindo que a empresa se relacione de maneira particular com cada cliente, necessidade das companhias contemporâneas. A partir da demonstração do *framework* sugerido na base de clientes de uma grande empresa do setor de serviços financeiros de atuação nacional, foi possível visualizar as análises proporcionadas pelo *framework* aos gestores tanto em relação ao portfólio de segmentos quanto em relação aos clientes de maneira individual, assim como comprovar a validade das composições de carteiras de clientes sugeridas e das avaliações individuais realizadas a partir dos modelos de CLV elaborados. Portanto os ativos de marketing podem gerar diferentes graus de retorno e representar distintos níveis de risco para a companhia, sendo possível analisar e priorizar os segmentos de clientes em função dessas características.

5.2 LIMITAÇÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Embora as análises do portfólio e individual apresentadas nesta tese, integradas no *framework* de gestão da clientela proposto, contribuam para o avanço da teoria de marketing, possuem limitações que podem servir de base para pesquisas futuras.

Nesta tese, não foram considerados os custos para modificar a composição do portfólio de segmentos de clientes, supondo-se que as mudanças sugeridas influenciarão apenas a realocação de recursos entre os segmentos, não havendo modificação do orçamento total da companhia. Portanto uma extensão interessante seria a inclusão da avaliação do impacto de alterações na verba destinada à gestão de clientes, de maneira a contemplar possíveis diferenças de custos de retenção e aquisição de clientes que existam entre os segmentos ou decorrentes de ganhos de escala, de modo a permitir que o nível de investimento ótimo seja atingido. Nesse sentido, ainda seria possível avançar mais e expandir a compreensão de que as ações de marketing influenciam a matriz de probabilidade de troca entre os segmentos, sendo, portanto, variáveis endógenas às modelagens.

Além disso, embora tenham sido propostas formas alternativas de previsão, seja por considerar os dados referentes ao retorno e ao lucro em intervalos móveis de tempo, por contemplar a opção de incluir a tendência às séries com base na modelagem SUR, ou ainda por disponi-

bilizar o CVaR como uma métrica alternativa de risco, a abordagem e os modelos sugeridos não contemplam o surgimento de novos segmentos, nem o impacto de ações de concorrentes, sendo oportuna a proposição de outras maneiras de estimação que contemplem a dinâmica do mercado, assim como considerem as opiniões dos gestores para formar as previsões.

Outra proposta de continuação da presente pesquisa seria a apreciação da pertinência da otimização do portfólio de clientes considerando os indivíduos e os segmentos de maneira conjunta. Nesse caso, os clientes continuariam sendo agrupados em segmentos, assumir-se-ia a existência de correlação apenas no nível do segmento, e as restrições continuariam sendo relativas aos segmentos. A diferença residiria no fato de que a composição carteira de clientes seria realizada de maneira individualizada.

A comparação entre os resultados obtidos a partir da ampliação do nível de análise do cliente para o portfólio com a abordagem tradicional, na qual a análise é realizada individualmente e o todo é resultante da soma dos resultados individuais, também pode oferecer bons *insights* para a área de gestão de clientes. No primeiro caso, a segmentação antecede o *framework* proposto e, no segundo, a segmentação seria decorrente dos valores de CLV estimados.

Ademais, a individualização do risco do cliente para estimar o valor do seu CLV é um caminho que pode ser produtivo. Por fim, o *framework* de gestão proposto foi aplicado em apenas um caso, sendo desejável a sua implementação em outros contextos e situações para que possa ser generalizado.

REFERÊNCIAS

- AAKER, D. A. **Marcas: brand equity – gerenciando o valor da marca**. São Paulo: Negócio Editora, 1998.
- ABE, M. Counting your customers one by one: a hierarchical bayes extension to the pareto/nbd model. **Marketing Science**, v. 28, n. 3, p. 541–553, 2009.
- AERON, H.; BHASKAR, T.; SUNDARARAJAN, R.; KUMAR, A.; MOORTHY, J. A metric for customer lifetime value of credit card customers. **Journal of Database Marketing & Customer Strategy Management**, v. 15, n. 3, p. 153–168, 2008.
- AILAWADI, K. L.; LEHMANN, D. R.; NESLIN, S. A. Revenue premium as an outcome measure of brand equity. **Journal of Marketing**, v. 67, n. 4, p. 1–17, 2003.
- AKSOY, L.; COOIL, B.; GROENING, C.; KEININGHAM, T. L.; YALÇIN, A. The long-term stock market valuation of customer satisfaction. **Journal of Marketing**, v. 72, n. 4, p. 105–122, 2008.
- ALDERSON, W. A marketing view of competition. **Journal of Marketing**, v. 1, n. 3, p. 189–190, 1937.
- AMBLER, T. Maximizing profitability and return on investment: a short clarification on reinartz, thomas, and kumar. **Journal of Marketing**, v. 69, n. 4, p. 153–154, 2005.
- AMBLER, T.; BHATTACHARYA, C. B.; EDELL, J.; KELLER, K. L.; LEMON, K. N.; MITTAL, V. Relating brand and customer perspectives on marketing management. **Journal of Service Research**, v. 5, n. 1, p. 13–25, 2002.
- ANDERSON, E. W.; FORNELL, C.; MAZVANCHERYL, S. K. Customer satisfaction and shareholder value. **Journal of Marketing**, v. 68, n. 4, p. 172–185, 2004.
- ANDERSON, E. W.; MITTAL, V. Strengthening the satisfaction-profit chain. **Journal of Service Research**, v. 3, n. 2, p. 107–120, 2000.
- BAGOZZI, R. P. The evolution of marketing thought: from economic to social exchange and beyond. In: _____. **The SAGE Handbook of Marketing Theory**. Los Angeles: SAGE Publications Ltd, 2010. p. 244–265.
- BERGER, P. D.; BECHWATI, N. N. The allocation of promotion budget to maximize customer equity. **Omega**, v. 29, n. 1, p. 49–61, 2001.
- BERGER, P. D.; NASR, N. I. Customer lifetime value: marketing models and applications. **Journal of Interactive Marketing**, v. 12, n. 1, p. 17–30, 1998.
- BERGER, P. D.; WEINBERG, B.; HANNA, R. C. Customer lifetime value determination and strategic implications for a cruise-ship company. **The Journal of Database Marketing & Customer Strategy Management**, v. 11, n. 1, p. 40–52, 2003.
- BITRAN, G. R.; MONDSCHHEIN, S. V. Mailing decisions in the catalog sales industry. **Management Science**, v. 42, n. 9, p. 1364–1381, 1996.

BLATTBERG, R. C.; DEIGHTON, J. Manage marketing by the customer equity test. **Harvard Business Review**, v. 74, n. 4, p. 136, 1996.

BLATTBERG, R. C.; GETZ, G.; THOMAS, J. S. **Customer equity: building and managing relationships as valuable assets**. Boston: Harvard Business Press, 2001.

BORLE, S.; SINGH, S. S.; JAIN, D. C. Customer lifetime value measurement. **Management Science**, v. 54, n. 1, p. 100–112, 2008.

BOULDING, W.; STAELIN, R.; EHRET, M.; JOHNSTON, W. J. A customer relationship management roadmap: what is known, potential pitfalls, and where to go. **Journal of Marketing**, v. 69, n. 4, p. 155–166, 2005.

BROWN, S. W.; JR, F. E. W.; STEENKAMP, J.-B. E.; WILKIE, W. L.; SHETH, J. N.; SISODIA, R. S.; KERIN, R. A.; MACINNIS, D. J.; MCALISTER, L.; RAJU, J. S. *et al.* Marketing renaissance: opportunities and imperatives for improving marketing thought, practice, and infrastructure. **Journal of Marketing**, v. 69, n. 4, p. 1–25, 2005.

BUHL, H. U.; HEINRICH, B. Valuing customer portfolios under risk-return-aspects: a model-based approach and its application in the financial services industry. **Academy of Marketing Science Review**, v. 12, n. 5, 2008.

BURNHAM, T. A.; FRELS, J. K.; MAHAJAN, V. Consumer switching costs: a typology, antecedents, and consequences. **Journal of the Academy of Marketing Science**, v. 31, n. 2, p. 109–126, 2003.

CHANDLER, J. D.; VARGO, S. L. Contextualization and value-in-context: how context frames exchange. **Marketing Theory**, v. 11, n. 1, p. 35–49, 2011.

DESCHAMPS, J. P.; NAYAK, P. R. **Product juggernauts: how companies mobilize to generate a stream of market winners**. Boston: Harvard Business Press, 1995.

DHAR, R.; GLAZER, R. Hedging customers. **Harvard Business Review**, v. 81, n. 5, p. 86–92, 2003.

DONKERS, B.; VERHOEF, P. C.; JONG, M. G. de. Modeling clv: a test of competing models in the insurance industry. **Quantitative Marketing and Economics**, v. 5, n. 2, p. 163–190, 2007.

DRÈZE, X.; BONFRER, A. **A renewable-resource approach to database valuation**. 2003. Available from Internet: <http://ink.library.smu.edu.sg/lkcsb_research/1913>. Accessed in: 24 mar. 2016.

DRÈZE, X.; BONFRER, A. Moving from customer lifetime value to customer equity. **Quantitative Marketing and Economics**, v. 7, n. 3, p. 289–320, 2009.

DRUCKER, P. F. **The practice of management**. New York: Harper & Row, 1954.

DWYER, F. R. Customer lifetime valuation to support marketing decision making. **Journal of Direct Marketing**, v. 3, n. 4, p. 8–15, 1989.

DWYER, F. R. Customer lifetime valuation to support marketing decision making. **Journal of Interactive Marketing**, v. 11, n. 4, p. 6–13, 1997.

FABOZZI, F. J.; MARKOWITZ, H. M. **The theory and practice of investment management**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2002.

FADER, P. S.; HARDIE, B. G. How to project customer retention. **Journal of Interactive Marketing**, v. 21, n. 1, p. 76–90, 2007.

FADER, P. S.; HARDIE, B. G. Probability models for customer-base analysis. **Journal of Interactive Marketing**, v. 23, n. 1, p. 61–69, 2009.

FADER, P. S.; HARDIE, B. G.; LEE, K. L. Counting your customers the easy way: an alternative to the pareto/nbd model. **Marketing Science**, v. 24, n. 2, p. 275–284, 2005.

FADER, P. S.; HARDIE, B. G.; LEE, K. L. Rfm and clv: using iso-value curves for customer base analysis. **Journal of Marketing Research**, v. 42, n. 4, p. 415–430, 2005.

FADER, P. S.; HARDIE, B. G.; SHANG, J. Customer-base analysis in a discrete-time noncontractual setting. **Marketing Science**, v. 29, n. 6, p. 1086–1108, 2010.

FADER, P. S.; HARDIE, B. G. S.; JERATH, K. Estimating clv using aggregated data: the tuscan lifestyles case revisited. **Journal of Interactive Marketing**, v. 21, n. 3, p. 55–71, jan. 2007.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. **Journal of Financial Economics**, v. 33, n. 1, p. 3–56, 1993.

FORNELL, C.; MITHAS, S.; III, F. V. M.; KRISHNAN, M. S. Customer satisfaction and stock prices: high returns, low risk. **Journal of Marketing**, v. 70, n. 1, p. 3–14, 2006.

GLADY, N.; BAESENS, B.; CROUX, C. A modified pareto/nbd approach for predicting customer lifetime value. **Expert Systems with Applications**, v. 36, n. 2, p. 2062–2071, 2009.

GRÖNROOS, C. **Service management and marketing: a customer relationship management approach**. Chichester: John Wiley & Sons, 2000.

GRUCA, T. S.; REGO, L. L. Customer satisfaction, cash flow, and shareholder value. **Journal of Marketing**, v. 69, n. 3, p. 1–130, 2005.

GUPTA, S. Customer-based valuation. **Journal of Interactive Marketing**, v. 23, n. 2, p. 169–178, 2009.

GUPTA, S.; HANSENS, D.; HARDIE, B.; KAHN, W.; KUMAR, V.; LIN, N.; RAVISHANKER, N.; SRIRAM, S. Modeling customer lifetime value. **Journal of Service Research**, v. 9, n. 2, p. 139–155, 2006.

GUPTA, S.; LEHMANN, D. R. Customers as assets. **Journal of Interactive Marketing**, v. 17, n. 1, p. 9–24, 2003.

GUPTA, S.; LEHMANN, D. R. **Managing customers as investments: the strategic value of customers in the long run**. New Jersey: Wharton School Publishing, 2005.

GUPTA, S.; LEHMANN, D. R. Customer lifetime value and firm valuation. **Journal of Relationship Marketing**, v. 5, n. 2-3, p. 87–110, 2006.

- GUPTA, S.; LEHMANN, D. R.; STUART, J. A. Valuing customers. **Journal of Marketing research**, v. 41, n. 1, p. 7–18, 2004.
- GUSTAFSSON, A.; JOHNSON, M. D.; ROOS, I. The effects of customer satisfaction, relationship commitment dimensions, and triggers on customer retention. **Journal of Marketing**, v. 69, n. 4, p. 210–218, 2005.
- HAENLEIN, M.; KAPLAN, A. M.; BEESER, A. J. A model to determine customer lifetime value in a retail banking context. **European Management Journal**, v. 25, n. 3, p. 221–234, 2007.
- HANSSSENS, D. M. 5 things i know about marketing. **Five Things I Know About Marketing Series**, jun. 2014. Available from Internet: <<http://www.msi.org/articles/five-things-i-know-about-marketinguclas-dominique-hanssens/>>. Accessed in: 24 mar. 2016.
- HANSSSENS, D. M.; RUST, R. T.; SRIVASTAVA, R. K. Marketing strategy and wall street: nailing down marketing's impact. **Journal of Marketing**, v. 73, n. 6, p. 115–118, 2009.
- HESKETT, J. L.; JONES, T. O.; LOVEMAN, G. W.; SASSER, W. E.; SCHLESINGER, L. A. Putting the service-profit chain to work. **Harvard Business Review**, v. 72, n. 2, p. 164–174, 1994.
- HILGERS, P. V.; LANGVILLE, A. N. The five greatest applications of markov chains. In: **Proceedings of the Markov Anniversary Meeting**. Boston, MA: Boston Press, 2006.
- HOGAN, J. E.; LEHMANN, D. R.; MERINO, M.; SRIVASTAVA, R. K.; THOMAS, J. S.; VERHOEF, P. C. Linking customer assets to financial performance. **Journal of Service Research**, v. 5, n. 1, p. 26–38, 2002.
- HOGAN, J. E.; LEMON, K. N.; RUST, R. T. Customer equity management charting new directions for the future of marketing. **Journal of Service Research**, v. 5, n. 1, p. 4–12, 2002.
- HOMBURG, C.; STEINER, V. V.; TOTZEK, D. Managing dynamics in a customer portfolio. **Journal of Marketing**, v. 73, n. 5, p. 70–89, 2009.
- JACKSON, B. B. Build customer relationships that last. **Harvard Business Review**, v. 63, n. 11, p. 120–128, 1985.
- JAIN, D.; SINGH, S. S. Customer lifetime value research in marketing: A review and future directions. **Journal of Interactive Marketing**, v. 16, n. 2, p. 34–46, 2002.
- JERATH, K.; FADER, P. S.; HARDIE, B. G. New perspectives on customer “death” using a generalization of the pareto/nbd model. **Marketing Science**, v. 30, n. 5, p. 866–880, 2011.
- JOHNSON, M. D.; SELNES, F. Customer portfolio management: toward a dynamic theory of exchange relationships. **Journal of Marketing**, v. 68, n. 2, p. 1–17, 2004.
- JONES, M. A.; MOTHERSBAUGH, D. L.; BEATTY, S. E. Switching barriers and repurchase intentions in services. **Journal of Retailing**, v. 76, n. 2, p. 259–274, 2000.
- KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. Prospect theory: an analysis of decision under risk. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, v. 47, n. 2, p. 263–291, 1979.

KEANE, T. J.; WANG, P. Applications for the lifetime value model in modern newspaper publishing. **Journal of Direct Marketing**, v. 9, n. 2, p. 59–66, 1995.

KOTLER, P. From mass marketing to mass customization. **Planning Review**, v. 17, n. 5, p. 10–47, 1989.

KOTLER, P. **Marketing management, analysis, planning, implementation, and control**, Philip Kotler. New Jersey: Prentice Hall, 1994.

KUMAR, V. **Managing customers for profit: strategies to increase profits and build loyalty**. New Jersey: Wharton School Publishing, 2008.

KUMAR, V. Evolution of marketing as a discipline: what has happened and what to look out for. **Journal of Marketing**, v. 79, n. 1, p. 1–9, 2015.

KUMAR, V.; AKSOY, L.; DONKERS, B.; VENKATESAN, R.; WIESEL, T.; TILLMANN, S. Undervalued or overvalued customers: capturing total customer engagement value. **Journal of Service Research**, v. 13, n. 3, p. 297–310, 2010.

KUMAR, V.; GEORGE, M. Measuring and maximizing customer equity: a critical analysis. **Journal of the Academy of Marketing Science**, v. 35, n. 2, p. 157–171, 2007.

KUMAR, V.; LEMON, K. N.; PARASURAMAN, A. Managing customers for value: an overview and research agenda. **Journal of Service Research**, v. 9, n. 2, p. 87–94, 2006.

KUMAR, V.; SHAH, D. Expanding the role of marketing: from customer equity to market capitalization. **Journal of Marketing**, v. 73, n. 6, p. 119–136, 2009.

KUMAR, V.; SHAH, D.; VENKATESAN, R. Managing retailer profitability—one customer at a time! **Journal of Retailing**, v. 82, n. 4, p. 277–294, 2006.

KUMAR, V.; VENKATESAN, R.; BOHLING, T.; BECKMANN, D. Practice prize report—the power of clv: managing customer lifetime value at ibm. **Marketing Science**, v. 27, n. 4, p. 585–599, 2008.

LEHMANN, D. R. Metrics for making marketing matter. **Journal of Marketing**, v. 68, n. 4, p. 73–75, 2004.

LEVITT, T. Marketing myopia. **Harvard Business Review**, v. 38, n. 4, p. 24–47, 1960.

LEWIS, M. Incorporating strategic consumer behavior into customer valuation. **Journal of Marketing**, v. 69, n. 4, p. 230–238, 2005.

LEWIS, M. Customer acquisition promotions and customer asset value. **Journal of Marketing Research**, v. 43, n. 2, p. 195–203, 2006.

LIBAI, B.; MULLER, E.; PERES, R. The diffusion of services. **Journal of Marketing Research**, v. 46, n. 2, p. 163–175, 2009.

LIBAI, B.; NARAYANDAS, D.; HUMBY, C. Toward an individual customer profitability model a segment-based approach. **Journal of Service Research**, v. 5, n. 1, p. 69–76, 2002.

LOVELOCK, C. **Services marketing**. New Jersey: Prentice Hall, 1996.

LUSCH, R. F.; WEBSTER, F. E. A stakeholder-unifying, cocreation philosophy for marketing. **Journal of Macromarketing**, v. 31, n. 2, p. 129–134, 2011.

MACKEY, J.; SISODIA, R. **Liberating the heroic spirit of business –conscious capitalism**. Boston: Harvard Business Review Press, 2013.

MADDEN, T. J.; FEHLE, F.; FOURNIER, S. Brands matter: an empirical demonstration of the creation of shareholder value through branding. **Journal of the Academy of Marketing Science**, v. 34, n. 2, p. 224–235, 2006.

MALTHOUSE, E. C.; BLATTBERG, R. C. Can we predict customer lifetime value? **Journal of Interactive Marketing**, v. 19, n. 1, p. 2–16, 2005.

MARK, T.; LEMON, K. N.; VANDENBOSCH, M.; BULLA, J.; MARUOTTI, A. Capturing the evolution of customer–firm relationships: how customers become more (or less) valuable over time. **Journal of Retailing**, v. 89, n. 3, p. 231–245, 2013.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.

MCKENNA, R. Marketing is everything. **Harvard Business Review**, v. 69, n. 1, p. 65–79, 1991.

MCLEOD, A.; XU, C. **Bestglm: best subset GLM**. [S.l.], 2010. Available from Internet: <<http://CRAN.R-project.org/package=bestglm>>. Accessed in: 24 mar. 2016.

MEYER, C.; SCHWAGER, A. Understanding customer experience. **Harvard Business Review**, v. 85, n. 2, p. 116, 2007.

MORGAN, N. A.; REGO, L. L. The value of different customer satisfaction and loyalty metrics in predicting business performance. **Marketing Science**, v. 25, n. 5, p. 426–439, 2006.

NOVO, J. **Maximizing Marketing ROI with Customer Behavior Analysis**. 2001. Available from Internet: <<http://www.drilling-down.com>>. Accessed in: 25 mai. 2013.

OSBORNE, P.; BALLANTYNE, D. The paradigmatic pitfalls of customer-centric marketing. **Marketing Theory**, v. 12, n. 2, p. 155–172, 2012.

PAGE, L.; BRIN, S.; MOTWANI, R.; WINOGRAD, T. The pagerank citation ranking: bringing order to the web. Stanford InfoLab, 1999.

PFEIFER, P. E.; CARRAWAY, R. L. Modeling customer relationships as markov chains. **Journal of Interactive Marketing**, v. 14, n. 2, p. 43–55, 2000.

PFEIFER, P. E.; HASKINS, M. E.; CONROY, R. M. Customer lifetime value, customer profitability, and the treatment of acquisition spending. **Journal of Managerial Issues**, v. 17, n. 1, p. 11–25, 2005.

PFLUG, G. C. Some remarks on the value-at-risk and the conditional value-at-risk. In: **Probabilistic constrained optimization**. [S.l.: s.n.], 2000. p. 272–281.

RAJAGOPAL; SANCHEZ, R. Analysis of customer portfolio and relationship management models: bridging managerial dimensions. **Journal of Business & Industrial Marketing**, v. 20, n. 6, p. 307–316, 2005.

- REICHHELD, F. F.; TEAL, T. **The Loyalty Effect**. Boston: Harvard Business School Press, 1996.
- REICHHELD, F. P.; SASSER, W. E. Zero defections: Quality comes to services. **Harvard Business Review**, v. 68, n. 5, p. 105–111, 1990.
- REINARTZ, W.; KUMAR, V. The mismanagement of customer loyalty. **Harvard Business Review**, v. 80, n. 7, p. 86–95, 2002.
- REINARTZ, W.; KUMAR, V. The impact of customer relationship characteristics on profitable lifetime duration. **Journal of Marketing**, v. 67, n. 1, p. 77–99, 2003.
- REINARTZ, W.; THOMAS, J. S.; KUMAR, V. Balancing acquisition and retention resources to maximize customer profitability. **Journal of Marketing**, v. 69, n. 1, p. 63–79, 2005.
- REINARTZ, W. J.; KUMAR, V. On the profitability of long-life customers in a noncontractual setting: An empirical investigation and implications for marketing. **Journal of Marketing**, v. 64, n. 4, p. 17–35, 2000.
- ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. Optimization of conditional value-at-risk. **Journal of Risk**, v. 2, p. 21–42, 2000.
- ROSSET, S.; NEUMANN, E.; EICK, U.; VATNIK, N. Customer lifetime value models for decision support. **Data Mining and Knowledge Discovery**, v. 7, n. 3, p. 321–339, 2003.
- RUBINSTEIN, M. Markowitz's "portfolio selection": a fifty-year retrospective. **Journal of Finance**, v. 57, n. 3, p. 1041–1045, 2002.
- RUPPERT, D. **Statistics and data analysis for financial engineering**. New York: Springer, 2011.
- RUST, R. T.; KUMAR, V.; VENKATESAN, R. Will the frog change into a prince? predicting future customer profitability. **International Journal of Research in Marketing**, v. 28, n. 4, p. 281–294, 2011.
- RUST, R. T.; LEMON, K. N.; NARAYANDAS, D. **Customer equity management**. New Jersey: Pearson/Prentice Hall, 2004.
- RUST, R. T.; LEMON, K. N.; ZEITHAML, V. A. **Driving customer equity: How customer lifetime value is reshaping corporate strategy**. New York: The Free Press, 2000.
- RUST, R. T.; LEMON, K. N.; ZEITHAML, V. A. Return on marketing: Using customer equity to focus marketing strategy. **Journal of Marketing**, v. 68, n. 1, p. 109–127, 2004.
- RYALS, L. Measuring risk and returns in the customer portfolio. **The Journal of Database Marketing**, v. 9, n. 3, p. 219–227, 2002.
- RYALS, L. Making customers pay: measuring and managing customer risk and returns. **Journal of Strategic Marketing**, v. 11, n. 3, p. 165–175, 2003.
- RYALS, L. Making customer relationship management work: the measurement and profitable management of customer relationships. **Journal of Marketing**, v. 69, n. 4, p. 252–261, 2005.

RYALS, L. Determining the indirect value of a customer. **Journal of Marketing Management**, v. 24, n. 7-8, p. 847–864, sep. 2008.

RYALS, L.; KNOX, S. Measuring and managing customer relationship risk in business markets. **Industrial Marketing Management**, v. 36, n. 6, p. 823–833, 2007.

RYALS, L. J.; KNOX, S. Measuring risk-adjusted customer lifetime value and its impact on relationship marketing strategies and shareholder value. **European Journal of Marketing**, v. 39, n. 5/6, p. 456–472, 2005.

SCHERER, B.; MARTIN, R. D. **Modern Portfolio Optimization with NuOPT™, S-PLUS®, and S+ Bayes™**. New York: Springer Science & Business Media, 2005.

SCHMITTLEIN, D. C.; MORRISON, D. G.; COLOMBO, R. Counting your customers: Who-are they and what will they do next? **Management Science**, v. 33, n. 1, p. 1–24, 1987.

SCHMITTLEIN, D. C.; PETERSON, R. A. Customer base analysis: An industrial purchase process application. **Marketing Science**, v. 13, n. 1, p. 41–67, 1994.

SELDEN, L.; COLVIN, G. **Angel customers & demon customers: Discover which is which and turbo-charge your stock**. New York: Penguin, 2003.

SELNES, F.; BILLETT, M. T.; TARASI, C. O.; BOLTON, R. N.; HUTT, M. D.; WALKER, B. A. Commentaries and rejoinder to “balancing risk and return in a customer portfolio”. **Journal of Marketing**, v. 75, n. 3, p. 18–26, 2011.

SHAH, D.; KUMAR, V.; KIM, K. H.; CHOI, J. B. Linking customer behaviors to cash flow level & volatility: Implications for marketing practices. **Journal of Marketing Research**, v. 0, n. ja, p. null, 2016.

SHAH, D.; KUMAR, V.; QU, Y.; CHEN, S. Unprofitable cross-buying: evidence from consumer and business markets. **Journal of Marketing**, v. 76, n. 3, p. 78–95, 2012.

SHAH, D.; RUST, R. T.; PARASURAMAN, A.; STAELIN, R.; DAY, G. S. The path to customer centricity. **Journal of Service Research**, v. 9, n. 2, p. 113–124, 2006.

SHETH, J. N.; SISODIA, R. S.; SHARMA, A. The antecedents and consequences of customer-centric marketing. **Journal of the Academy of Marketing Science**, v. 28, n. 1, p. 55–66, 2000.

SHOSTACK, G. L. Breaking free from product marketing. **The Journal of Marketing**, v. 41, n. 2, p. 73–80, 1977.

SINGH, S.; MURTHI, B.; STEFFES, E. Developing a measure of risk adjusted revenue (rar) in credit cards market: implications for customer relationship management. **European Journal of Operational Research**, v. 224, n. 2, p. 425–434, 2013.

SISODIA, R. Capitalismo consciente. **Folha de São Paulo**, p. B11, 2012.

SKIERA, B.; BERMES, M.; HORN, L. Customer equity sustainability ratio: A new metric for assessing a firm’s future orientation. **Journal of Marketing**, v. 75, n. 3, p. 118–131, 2011.

SMART, S. B.; GITMAN, L. J.; MEGGINSON, W. L. **Corporate finance**. Mason: Thomson South-Western, 2007.

- SMITH, W. R. Product differentiation and market segmentation as alternative marketing strategies. **The Journal of Marketing**, v. 21, n. 1, p. 3–8, 1956.
- SRIVASTAVA, R. K.; SHERVANI, T. A.; FAHEY, L. Market-based assets and shareholder value: a framework for analysis. **The Journal of Marketing**, v. 62, n. 1, p. 2–18, 1998.
- TARASI, C. O.; BOLTON, R. N.; HUTT, M. D.; WALKER, B. A. Balancing risk and return in a customer portfolio. **Journal of Marketing**, v. 75, n. 3, p. 1–17, 2011.
- TERHO, H.; HALINEN, A. Customer portfolio analysis practices in different exchange contexts. **Journal of Business Research**, v. 60, n. 7, p. 720–730, 2007.
- THOMAS, J. S. A methodology for linking customer acquisition to customer retention. **Journal of Marketing Research**, v. 38, n. 2, p. 262–268, 2001.
- THOMAS, J. S.; BLATTBERG, R. C.; FOX, E. J. Recapturing lost customers. **Journal of Marketing Research**, v. 41, n. 1, p. 31–45, 2004.
- TIRENNI, G.; LABBI, A.; BERROSPI, C.; ELISSEEFF, A.; BHOSE, T.; PAURO, K.; PÖYHÖNEN, S. The 2005 isms practice prize winner-customer equity and lifetime management (celm) finnair case study. **Marketing Science**, v. 26, n. 4, p. 553–565, 2007.
- TULI, K. R.; BHARADWAJ, S. G. Customer satisfaction and stock returns risk. **Journal of Marketing**, v. 73, n. 6, p. 184–197, 2009.
- VARGO, S. L.; LUSCH, R. F. Evolving to a new dominant logic for marketing. **Journal of Marketing**, v. 68, n. 1, p. 1–17, 2004.
- VARGO, S. L.; LUSCH, R. F. Service-dominant logic: continuing the evolution. **Journal of the Academy of Marketing Science**, v. 36, n. 1, p. 1–10, 2008.
- VENKATESAN, R.; KUMAR, V. A customer lifetime value framework for customer selection and resource allocation strategy. **Journal of Marketing**, v. 68, n. 4, p. 106–125, 2004.
- VILLANUEVA, J.; HANSSENS, D. M. **Customer equity: measurement, management and research opportunities**. Hanover: Now Publishers Inc, 2007.
- VILLANUEVA, J.; YOO, S.; HANSSENS, D. M. The impact of marketing-induced versus word-of-mouth customer acquisition on customer equity growth. **Journal of Marketing Research**, v. 45, n. 1, p. 48–59, 2008.
- VOSS, G. B.; VOSS, Z. G. Competitive density and the customer acquisition-retention trade-off. **Journal of Marketing**, v. 72, n. 6, p. 3–18, 2008.
- WAGNER, T.; HENNIG-THURAU, T.; RUDOLPH, T. Does customer demotion jeopardize loyalty? **Journal of Marketing**, v. 73, n. 3, p. 69–85, 2009.
- WEDEL, M.; KAMAKURA, W. A. **Market segmentation: Conceptual and methodological foundations**. New York: Springer Science & Business Media, 2000.
- WIESEL, T.; SKIERA, B.; VILLANUEVA, J. Customer equity: an integral part of financial reporting. **Journal of Marketing**, v. 72, n. 2, p. 1–14, mar. 2008.

WÜBBEN, M.; WANGENHEIM, F. v. Instant customer base analysis: managerial heuristics often “get it right”. **Journal of Marketing**, v. 72, n. 3, p. 82–93, 2008.

YOLLIN, G. **R Tools for Portfolio Optimization**. Bellevue, Washington, 2009. Available from Internet: <http://www.rinfinance.com/RinFinance2009/presentations/yollin_slides.pdf>. Accessed in: 24 mar. 2016.

YOO, S.; HANSSSENS, D. M. Modeling the sales and customer equity effects of the marketing mix. **UCLA Anderson School of Management**, v. 2, 2005.

ZHANG, Y.; BRADLOW, E. T.; SMALL, D. S. Predicting customer value using clumpiness: from rfm to rfmc. **Marketing Science**, v. 34, n. 2, p. 195–208, 2015.

APÊNDICE A — LEVANTAMENTO DE MODELAGENS DE CLV, CE E AFINS

Tabela A1: Propostas de modelagens de CLV, CE e de variáveis de entrada desses modelos

Keane & Wang (1995)	CLV	Determinístico	LFG	Empresa	B2C	Jornal	Contratual	Finito (5 anos)	Constante (10% a.a.)	Computaram o CLV por zonas geográficas, de maneira a auxiliar nas decisões de marketing.
Bitran & Mondschein (1996)	CLV	Estocástico	AAS	Segmento	B2C	Catálogo	n/a	Finito	n/a	Elaboraram um modelo para possibilitar a decisão ótima de envio de catálogos e a maximização do CLV.
Dwyer (1997)	CLV	Determinístico / Estocástico	LFG / AAS	Empresa / Segmento	n/a	Exemplo ilustrativo	Contratual / Não contratual	Finito (5 anos)	Constante (20% a.a.)	Propôs cinco modelos, sendo quatro de retenção adequados para as situações <i>lost-for-good</i> e um de migração, adequado para as situações (<i>always-a-share</i>).
Berger & Nasr (1998)	CLV	Determinístico / Estocástico	LFG / AAS	Empresa / Segmento	n/a	Exemplo ilustrativo	Contratual / Não contratual	Finito (5 anos)	Constante (20% a.a.)	Demonstraram analiticamente e fizeram extensões aos cinco modelos propostos por Dwyer (1997).
Pfeifer & Carraway (2000)	CLV	Estocástico	AAS	Segmento	n/a	Exemplo ilustrativo	Não contratual	Infinito	Constante (3% período)	Propuseram a utilização da cadeia de Markov para modelar o CLV, segmentando os clientes com base na recência e frequência de compras.
Reinartz & Kumar (2000)	CLV	Estocástico	LFG	Individual	B2C	Catálogo	Não contratual	Finito (3 anos)	Constante (15% a.a.)	Testaram a relação entre lealdade e lucratividade dos clientes.
Rust, Lemon & Zeithaml (2000)	CLV	Estocástico	AAS	Empresa	n/a	Exemplo ilustrativo	Não contratual	Finito	Constante	Propuseram um modelo de CLV que inclui a variável <i>share-of-wallet</i> esperada, estimada a partir da matriz de compra do cliente.

Tabela A1: Propostas de modelagens de CLV, CE e de variáveis de entrada desses modelos (continuação)

Estudo	Proposta	Modelo	Situação	Nível de Análise	Natureza Relação	Aplicação	Tipo de Relação	Horiz. Tempo	Taxa de Desconto	Descrição
Jain & Singh (2002)	CLV	Determinístico	LFG	Empresa	n/a	n/a	Contratual / Não contratual	Finito	Constante	Apresentaram um modelo básico de CLV.
Berger, Weinberg & Hanna (2003)	CLV	Estocástico	AAS	Segmento	B2C	Empresa de cruzeiros	Não contratual	Finito (5 anos)	Constante (15% a.a.)	Demonstraram uma aplicação real de um modelo de CLV que possibilita a estimação dos valores dos diferentes segmentos de clientes da empresa.
Drèze & Bonfrer (2003)	CLV	Estocástico	LFG	Empresa	B2C	Entretenimento	Não contratual	Finito	Constante (10% a.a.)	Desenvolveram uma abordagem para mensurar o impacto da frequência das comunicações no valor vitalício do cliente.
Gupta & Lehmann (2003)	CLV	Determinístico	LFG	Empresa	B2C	Empresas de Capital Aberto	Contratual / Não contratual	Infinito	Constante	Demonstraram como informações públicas podem ser úteis para a estimação do CLV.
Reinartz & Kumar (2003)	CLV	Determinístico	LFG	Individual	B2C / B2B	Catálogo / Tecnologia	Não contratual	Finito (18 meses)	Constante (15% a.a.)	Estimaram a probabilidade de o cliente estar vivo a partir do modelo Pareto/NBD e utilizaram essa informação para estimar o CLV com base na média histórica.
Rosset <i>et al.</i> (2003)	CLV	Estocástico	LFG	Segmento	B2C	Exemplo Ilustrativo / Telecomunicação	Contratual	Infinito	Constante	Apresentam uma nova abordagem de CLV baseada em segmentos.

Tabela A1: Propostas de modelagens de CLV, CE e de variáveis de entrada desses modelos (continuação)

Estudo	Proposta	Modelo	Situação	Nível de Análise	Natureza Relação	Aplicação	Tipo de Relação	Horiz. Tempo	Taxa de Desconto	Descrição
Gupta, Lehmann & Stuart (2004)	CLV	Determinístico	LFG	Empresa	B2C	Empresas de Capital Aberto	Contratual / Não contratual	Infinito	Constante	Demonstraram que, a partir da estimação do CLV, é possível comprovar a relação entre o valor da base de clientes e o valor da empresa.
Thomas, Blattberg & Fox (2004)	CLV	Estocástico	LFG	Individual	B2C	Jornal	Contratual	Infinito	n/a	Avaliaram a melhor estratégia de preços para readquirir clientes. Estimaram o valor do CLV esperado dos clientes readquiridos (STLV = <i>second lifetime value</i>) e concluíram que, em média, esse valor é inferior ao de novos clientes.
Venkatesan & Kumar (2004)	CLV	Estocástico	AAS	Individual	B2B	Tecnologia	Não contratual	Finito (4 anos)	Constante	Avaliaram a alocação de recursos de marketing (contatos com clientes) de forma a maximizar o CLV.
Fader, Hardie & Lee (2005b)	CLV	Estocástico	LFG	Individual	B2C	CD online	Não contratual	Infinito	Constante (15% a.a.)	Propuseram analisar os clientes a partir de curvas de <i>iso-value</i> , no qual se torna possível agrupar clientes com diferentes históricos de compras, mas que possuem o mesmo valor futuro.
Lewis (2005)	CLV	Não paramétrico	n/a	Individual	B2C	Jornal	Contratual	Finito* (3 anos)	Constante (10% a.a.)	Desenvolveu uma abordagem de programação dinâmica de preços para maximizar o valor do cliente.

Tabela A1: Propostas de modelagens de CLV, CE e de variáveis de entrada desses modelos (continuação)

Estudo	Proposta	Modelo	Situação	Nível de Análise	Natureza Relação	Aplicação	Tipo de Relação	Horiz. Tempo	Taxa de Desconto	Descrição
Malthouse & Blattberg (2005)	CLV	Estocástico	LFG	Individual	B2C / B2B	Serviços / ONG / B2B / Catálogo	Contratual / Não contratual	Finito (1 a 6 anos)	Constante (15% a.a.)	Avaliaram a capacidade de predição de modelos de CLV e concluíram que é preciso avaliar os custos decorrentes de erros de classificação antes de adotar tratamentos diferenciados para os clientes.
Ryals (2005)	CLV	Determinístico	LFG	Individual	B2C	Seguradora	Contratual	Finito (4 anos)	Contante	Demonstraram, a partir da estimação do CLV de contas de clientes chave baseada no julgamentos dos gestores, que o valor do cliente e as estratégias de gestão de cliente estão interligadas.
Kumar, Shah & Venkatesan (2006)	CLV	Estocástico	AAS	Individual	B2C	Varejo	Não contratual	Finito (3 anos)	Constante	Estimaram o CLV individual em um contexto de varejo com milhões de clientes. Utilizaram o modelo proposto por Venkatesan & Kumar (2004).
Donkers, Verhoef & Jong (2007)	CLV	Determinístico / Estocástico	LFG / AAS	Segmento	B2C	Seguradora	Contratual	Finito (4 anos)	Constante (10% a.a.)	Compararam diversos modelos de CLV e concluíram que os modelos mais simples apresentam bons resultados.
Fader & Hardie (2007)	CLV	Estocástico	LFG	Individual	n/a	Exemplo ilustrativo	Contratual	Infinito	n/a	Propuseram um modelo de probabilidade para a taxa de retenção / deserção dos clientes em situações de relações contratuais e discretas.

Tabela A1: Propostas de modelagens de CLV, CE e de variáveis de entrada desses modelos (continuação)

Estudo	Proposta	Modelo	Situação	Nível de Análise	Natureza Relação	Aplicação	Tipo de Relação	Horiz. Tempo	Taxa de Desconto	Descrição
Fader, Hardie & Jerath (2007)	CLV	Estocástico	LFG	Segmento	n/a	Exemplo ilustrativo	Não contratual	Finito*	Constante (10% a.a.)	Propuseram um modelo de estimação de CLV com base em dados agregados de RFM.
Haenlein, Kaplan & Beeser (2007)	CLV	Estocástico	AAS	Segmento	B2C	Banco	Contratual	Finito	Constante	Propuseram um modelo de CLV a partir da combinação de modelagem da cadeia de Markov de primeira ordem e CART (classificação e análise de árvore de decisão).
Aeron <i>et al.</i> (2008)	CLV	Estocástico	AAS	Individual	n/a	Exemplo ilustrativo	Contratual	Finito (100 meses)	Constante	Desenvolveram um modelo de estimação do CLV com base na probabilidade das receitas geradas pelo diferentes estados (segmentos) que o cliente pode estar.
Borle, Singh & Jain (2008)	CLV	Estocástico	LFG	Individual	B2C	Clube de compra	Contratual	Infinito	Contante (12,5% a.a.)	Utilizaram a abordagem hierárquica Bayesiana para estimar o valor vitalício do cliente, modelando em conjunto o momento da compra, o valor da compra e o risco de deserção da empresa para cada cliente.
Buhl & Heinrich (2008)	CLV	Estocástico	LFG	Segmento	B2C	Serviços financeiros	Contratual	Finito	Constante	Sugeriram um modelo que estima o CLV dos segmentos, a partir da avaliação do risco e da correlação do fluxo de caixa entre os segmentos da empresa.

Tabela A1: Propostas de modelagens de CLV, CE e de variáveis de entrada desses modelos (continuação)

Estudo	Proposta	Modelo	Situação	Nível de Análise	Natureza Relação	Aplicação	Tipo de Relação	Horiz. Tempo	Taxa de Desconto	Descrição
Kumar <i>et al.</i> (2008)	CLV	Estocástico	AAS	Individual	B2B	Tecnologia	Não contratual	Finito (3 anos)	Constante (15% a.a.)	Propuseram uma abordagem de CLV que permite à empresa aperfeiçoar a estratégia de contatos com os clientes.
Ryals (2008)	CLV	Determinístico	n/a	Individual	B2B	Serviços financeiros	Contratual	Finito (4 anos)	Constante (10% a.a.)	Demonstrou que a determinação do valor indireto de um cliente é viável e útil para a gestão dos clientes.
Fader & Hardie (2009)	CLV	Estocástico	LFG	Individual	n/a	Exemplo ilustrativo	Contratual	Infinito	Constante (10% a.a.)	Demonstraram que desconsiderar a dinâmica da taxa de retenção entre grupos (<i>cohort-level</i>) pode gerar estimativas tendenciosas do valor residual do cliente.
Kumar & Shah (2009)	CLV	Estocástico	AAS	Individual	B2C / B2B	Varejo / Tecnologia	Não contratual	Finito (3 anos)	Constante (15% a.a.)	Propuseram uma abordagem baseada no CE que possibilita a previsão do valor da empresa e a identificação de estratégias de marketing para aumentar o CE e, em vista disso, o preço das ações da empresa.
Fader, Hardie & Shang (2010)	CLV	Estocástico	LFG	Individual	B2C	ONG	Não contratual <i>Discrete-Time</i>	Infinito	n/a	Desenvolveram um modelo de análise da base de clientes em ambientes não contratuais nos quais as oportunidades para as transações ocorrem em intervalos discretos.

Tabela A1: Propostas de modelagens de CLV, CE e de variáveis de entrada desses modelos (continuação)

Estudo	Proposta	Modelo	Situação	Nível de Análise	Natureza Relação	Aplicação	Tipo de Relação	Horiz. Tempo	Taxa de Desconto	Descrição
Rust, Kumar & Venkatesan (2011)	CLV	Estocástico	AAS	Individual	B2B	Tecnologia	Não contratual	Finito (3 anos)	Constante (15% a.a.)	Elaboraram uma nova abordagem de previsão da lucratividade futura do cliente. A partir da simulação de Monte Carlo, com termos de erro aleatórios, são projetados os valores futuros possíveis para cada cliente.
Zhang, Bradlow & Small (2015)	CLV	Estocástico	LFG	Individual	B2C	Online e Internet	Não contratual / contratual	Infinito	Constante	Estenderam o esquema de segmentação baseada na recência, frequência e valor monetário (RFM), incluindo uma nova variável denominada <i>clumpiness</i> (RFMC) para estimar o CLV.
Blattberg & Deighton (1996)	CE	Determinístico	n/a	Empresa	LFG	Exemplo ilustrativo	Contratual	Finito	Constante	Propuseram uma abordagem para a alocação dos recursos de aquisição e retenção de clientes de maneira a maximizar o CE. As entradas do modelo formal de decisão são baseadas em julgamentos e estimativas dos gestores.
Berger & Bechwati (2001)	CE	Determinístico	LFG	Empresa		Exemplo ilustrativo	n/a	Finito	Constante	Estenderam a abordagem de Blattberg & Deighton (1996) de maneira a maximizar o CE de acordo com alocação dos recursos nos diferentes canais de comunicação. As entradas do modelo são baseadas em julgamentos e estimativas dos gestores.

Tabela A1: Propostas de modelagens de CLV, CE e de variáveis de entrada desses modelos (continuação)

Estudo	Proposta	Modelo	Situação	Nível de Análise	Natureza Relação	Aplicação	Tipo de Relação	Horiz. Tempo	Taxa de Desconto	Descrição
Blattberg, Getz & Thomas (2001)	CE	Determinístico	LFG	Empresa	n/a	Exemplo ilustrativo	Contratual	Infinito	n/a	Propôs uma estratégia para otimizar o CE, balanceando os esforços de aquisição e retenção de clientes.
Libai, Narayandas & Humby (2002)	CE	Estocástico	AAS	Segmento	n/a	n/a	Não contratual	Finito	Constante	Apontaram a possibilidade de avaliar o CE a partir da probabilidade de migração dos clientes entre diferentes segmentos da empresa.
Rust, Lemon & Narayandas (2004)	CE	Estocástico	AAS	Empresa	B2C	Companhia área e mais 4 outras	Não contratual	Finito (3 anos)	Constante (10% a.a.)	Desenvolveram um modelo que, a partir da modelagem da probabilidade de os clientes trocarem de marca, identifica o impacto e os principais <i>drivers</i> do CE.
Yoo & Hanssens (2005)	CE	Estocástico		Empresa	B2C	Automóvel	Não contratual	Finito (13 semanas)	Contante	Avaliaram o impacto de longo prazo dos esforços de marketing mix nos componentes do CE (aquisição e retenção).
Lewis (2006)	CE	Estocástico	n/a	Individual	B2C	Jornal / Mercadoria	Contratual / Não contratual	Finito (1 ano)	Constante (10% a.q)	Avalia como os esforços de uma empresa para adquirir clientes influencia a composição e valor da carteira de clientes.

Tabela A1: Propostas de modelagens de CLV, CE e de variáveis de entrada desses modelos (continuação)

Estudo	Proposta	Modelo	Situação	Nível de Análise	Natureza Relação	Aplicação	Tipo de Relação	Horiz. Tempo	Taxa de Desconto	Descrição
Tirenni <i>et al.</i> (2007)	CE	Estocástico	AAS	Individual	B2C	Companhia área	Não contratual	Finito (1 ano)	Constante	Elaboraram uma estratégia para modelar a dinâmica dos clientes e encontrar políticas de marketing ótimas que maximizem o CLV.
Villanueva, Yoo & Hanssens (2008)	CE	Estocástico	n/a	Segmento	B2C	Hospedagem Web	Contratual	Finito (10 semanas)	Constante (11% a.a.)	Desenvolveram um modelo para medir o impacto da aquisição de clientes a partir de diferentes canais sobre o crescimento do CE.
Wiesel, Skiera & Villanueva (2008)	CE	Determinístico	n/a	Empresa	B2C	TV por internet	Contratual	Infinito	Constante	Propuseram um esquema, a partir da mensuração do CE, que permite aos investidores monitorarem o desempenho das empresas em relação aos seus ativos relativos aos clientes.
Schmittlein, Morrison & Colombo (1987)	Entrada	Estocástico	LFG	Individual	n/a	Exemplo ilustrativo	Não contratual	Infinito	n/a	Estimaram a probabilidade de o cliente estar ativo na base a partir dos dados de recência e frequência de compra – modelo Pareto/NBD.
Schmittlein & Peterson (1994)	Entrada	Estocástico	LFG	Individual	B2B	Suprimentos de escritório	Não contratual	Finito* (5 anos)	Constante (10% a.a.)	Incorporam ao modelo proposto em 1987 a estimação do volume de compras.

Tabela A1: Propostas de modelagens de CLV, CE e de variáveis de entrada desses modelos (continuação)

Estudo	Proposta	Modelo	Situação	Nível de Análise	Natureza Relação	Aplicação	Tipo de Relação	Horiz. Tempo	Taxa de Desconto	Descrição
Fader, Hardie & Lee (2005a)	Entrada	Estocástico	LFG	Individual	B2C	CD online	Não contratual	Infinito	n/a	Propuseram uma variação do modelo NBD/Pareto, no qual a distribuição da probabilidade de o cliente estar ativo é dada pela distribuição geométrica e não pela exponencial.
Reinartz, Thomas & Kumar (2005)	Entrada	Estocástico	n/a	Individual	B2B	Tecnologia	Não contratual	Finito (4 anos)	n/a	Apresentam uma estrutura para balancear os esforços de aquisição e de retenção de clientes de maneira a maximizar a lucratividade dos clientes.
Abe (2009)	Entrada	Estocástico	LFG	Individual	B2C	CD online / Varejo / CD	Não contratual	Infinito	n/a	Estenderam o modelo Pareto/NBD ao utilizarem a abordagem hierárquica bayesiana para estimação.
Jerath, Fader & Hardie (2011)	Entrada	Estocástico	LFG	Individual	B2C	CD online / Mercearia	Não contratual	Infinito	n/a	Propuseram o modelo PDO (<i>periodic death opportunity</i>) para compreender e captar melhor o processo de deserção de clientes em ambientes não contratuais, nos quais o processo de abandono ocorre em períodos de tempo discreto e está relacionado ao tempo de calendário.

* Modelado como infinito.

Fonte: Elaborado pela autora

APÊNDICE B — TABELAS ADICIONAIS

Tabela B1: Composição dos portfólios sugeridos na calibragem – opção 1

Período	Portfólio	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1	C2	C3
17	Mesmo retorno	0.29	1.47	7.17	1.86	9.07	51.20	0.32	1.77	26.86
	Mesmo risco	0.29	1.47	7.17	1.86	9.07	51.20	0.32	1.77	26.86
	Max SR	0.29	1.47	7.17	1.86	9.07	51.20	0.32	1.77	26.86
	Max retorno	0.29	1.47	7.41	1.86	9.07	50.96	0.32	1.77	26.86
	Min risco	0.29	1.47	7.17	1.86	9.07	51.20	0.32	1.77	26.86
	Max lucro	0.29	1.47	7.41	1.86	9.07	50.96	0.32	1.77	26.86
18	Mesmo retorno	0.29	1.47	7.22	1.86	9.07	50.92	0.32	1.77	27.08
	Mesmo risco	0.29	1.47	7.22	1.86	9.07	50.92	0.32	1.77	27.08
	Max SR	0.29	1.47	7.22	1.86	9.07	50.92	0.32	1.77	27.08
	Max retorno	0.29	1.47	7.32	1.86	9.07	50.83	0.32	1.77	27.08
	Min risco	0.29	1.47	7.22	1.86	9.07	50.92	0.32	1.77	27.08
	Max lucro	0.29	1.47	7.32	1.86	9.07	50.83	0.32	1.77	27.08
19	Mesmo retorno	0.29	1.47	7.10	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.16
	Mesmo risco	0.29	1.47	7.10	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.16
	Max SR	0.29	1.47	7.10	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.16
	Max retorno	0.29	1.47	7.10	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.16
	Min risco	0.29	1.47	7.10	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.16
	Max lucro	0.29	1.47	7.10	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.16
20	Mesmo retorno	0.31	1.47	7.05	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.20
	Mesmo risco	0.31	1.47	7.05	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.20
	Max SR	0.31	1.47	7.05	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.20
	Max retorno	0.31	1.47	7.14	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.11
	Min risco	0.31	1.47	7.05	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.20
	Max lucro	0.31	1.47	7.14	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.11
21	Mesmo retorno	0.20	1.47	7.21	1.86	11.07	49.03	0.32	1.77	27.08
	Mesmo risco	0.20	1.47	7.21	1.86	11.07	49.03	0.32	1.77	27.08
	Max SR	0.20	1.47	7.21	1.86	11.07	49.03	0.32	1.77	27.08
	Max retorno	0.20	1.47	7.40	1.86	11.07	48.83	0.32	1.77	27.08
	Min risco	0.20	1.47	7.21	1.86	11.07	49.03	0.32	1.77	27.08
	Max lucro	0.20	1.47	7.40	1.86	11.07	48.83	0.32	1.77	27.08
22	Mesmo retorno	0.20	1.47	7.43	1.86	9.99	44.51	0.32	7.15	27.08
	Mesmo risco	0.20	1.47	7.43	1.86	9.99	44.51	0.32	7.15	27.08
	Max SR	0.20	1.47	7.43	1.86	9.99	44.51	0.32	7.15	27.08
	Max retorno	0.20	1.47	7.64	1.86	9.77	44.51	0.32	7.15	27.08
	Min risco	0.20	1.47	7.43	1.86	9.99	44.51	0.32	7.15	27.08
	Max lucro	0.20	1.47	7.64	1.86	9.77	44.51	0.32	7.15	27.08
23	Mesmo retorno	0.20	1.06	7.51	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	24.02
	Mesmo risco	0.20	1.06	7.51	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	24.02
	Max SR	0.20	1.06	7.76	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	23.77
	Max retorno	0.20	1.06	7.76	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	23.77
	Min risco	0.20	1.06	7.51	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	24.02
	Max lucro	0.20	1.06	7.76	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	23.77

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela B2: Composição dos portfólios sugeridos na calibragem – opção 2

Período	Portfólio	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1	C2	C3
17	Mesmo retorno	0.47	2.37	7.07	1.86	9.07	50.22	0.32	1.77	26.86
	Mesmo risco	0.47	2.37	7.15	1.86	9.07	50.14	0.32	1.77	26.86
	Max SR	0.47	2.37	7.07	1.86	9.07	50.22	0.32	1.77	26.86
	Max retorno	0.47	2.37	8.16	1.86	9.07	49.13	0.32	1.77	26.86
	Min risco	0.47	2.37	7.07	1.86	9.07	50.22	0.32	1.77	26.86
	Max lucro	0.47	2.37	8.16	1.86	9.07	49.13	0.32	1.77	26.86
18	Mesmo retorno	0.49	2.34	7.02	1.86	9.07	50.06	0.32	1.77	27.08
	Mesmo risco	0.49	2.34	7.02	1.86	9.07	50.06	0.32	1.77	27.08
	Max SR	0.49	2.34	7.02	1.86	9.07	50.06	0.32	1.77	27.08
	Max retorno	0.49	2.34	7.86	1.86	9.07	52.70	0.32	1.77	23.60
	Min risco	0.49	2.34	7.02	1.86	9.07	50.06	0.32	1.77	27.08
	Max lucro	0.49	2.34	7.86	1.86	9.07	52.70	0.32	1.77	23.60
19	Mesmo retorno	0.51	2.28	6.80	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	22.43
	Mesmo risco	0.51	2.28	6.80	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	22.43
	Max SR	0.51	2.28	6.80	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	22.43
	Max retorno	0.51	2.28	7.58	1.86	9.07	54.68	0.32	1.77	21.94
	Min risco	0.51	2.28	6.80	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	22.43
	Max lucro	0.51	2.28	7.58	1.86	9.07	54.68	0.32	1.77	21.94
20	Mesmo retorno	0.52	2.28	6.76	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	22.46
	Mesmo risco	0.52	2.28	6.76	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	22.46
	Max SR	0.52	2.28	6.76	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	22.46
	Max retorno	0.52	2.28	7.41	1.86	9.07	54.84	0.32	1.77	21.94
	Min risco	0.52	2.28	6.76	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	22.46
	Max lucro	0.52	2.28	7.41	1.86	9.07	54.84	0.32	1.77	21.94
21	Mesmo retorno	0.20	2.25	7.10	1.86	11.07	45.85	0.32	4.26	27.08
	Mesmo risco	0.20	2.25	7.10	1.86	11.07	45.85	0.32	4.26	27.08
	Max SR	0.20	2.25	7.10	1.86	11.07	45.85	0.32	4.26	27.08
	Max retorno	0.20	2.25	7.41	1.86	11.07	48.04	0.32	1.77	27.08
	Min risco	0.20	2.25	7.10	1.86	11.07	45.85	0.32	4.26	27.08
	Max lucro	0.20	2.25	7.41	1.86	11.07	48.04	0.32	1.77	27.08
22	Mesmo retorno	0.20	2.29	7.25	2.46	11.07	41.94	0.56	7.15	27.08
	Mesmo risco	0.20	2.29	7.25	2.46	11.07	41.94	0.56	7.15	27.08
	Max SR	0.20	2.29	7.25	2.46	11.07	41.94	0.56	7.15	27.08
	Max retorno	0.20	2.29	7.71	2.23	11.07	41.94	0.32	7.15	27.08
	Min risco	0.20	2.29	7.25	2.46	11.07	41.94	0.56	7.15	27.08
	Max lucro	0.20	2.29	7.71	2.23	11.07	41.94	0.32	7.15	27.08
23	Mesmo retorno	0.20	1.06	7.52	2.67	11.07	42.22	1.92	7.15	26.20
	Mesmo risco	0.20	1.06	7.52	2.67	11.07	42.22	1.92	7.15	26.20
	Max SR	0.20	1.06	8.03	2.67	11.07	42.22	1.92	7.15	25.69
	Max retorno	0.20	1.06	8.03	2.67	11.07	42.22	1.92	7.15	25.69
	Min risco	0.20	1.06	7.52	2.67	11.07	42.22	1.92	7.15	26.20
	Max lucro	0.20	1.06	8.03	2.67	11.07	42.22	1.92	7.15	25.69

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela B3: Composição dos portfólios sugeridos na calibragem – opção 3

Período	Portfólio	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1	C2	C3
17	Mesmo retorno	0.29	1.47	6.98	1.86	9.07	51.39	0.32	1.77	26.86
	Mesmo risco	0.29	1.47	7.06	1.86	9.07	51.31	0.32	1.77	26.86
	Max SR	0.29	1.47	6.98	1.86	9.07	51.39	0.32	1.77	26.86
	Max retorno	0.29	1.47	7.70	1.86	9.07	50.68	0.32	1.77	26.86
	Min risco	0.29	1.47	6.98	1.86	9.07	51.39	0.32	1.77	26.86
	Max lucro	0.29	1.47	7.70	1.86	9.07	50.68	0.32	1.77	26.86
18	Mesmo retorno	0.29	1.47	6.98	1.86	9.07	51.17	0.32	1.77	27.08
	Mesmo risco	0.29	1.47	6.98	1.86	9.07	51.17	0.32	1.77	27.08
	Max SR	0.29	1.47	6.98	1.86	9.07	51.17	0.32	1.77	27.08
	Max retorno	0.29	1.47	7.66	1.86	9.07	50.48	0.32	1.77	27.08
	Min risco	0.29	1.47	6.98	1.86	9.07	51.17	0.32	1.77	27.08
	Max lucro	0.29	1.47	7.66	1.86	9.07	50.48	0.32	1.77	27.08
19	Mesmo retorno	0.29	1.47	6.83	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.44
	Mesmo risco	0.29	1.47	6.83	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.44
	Max SR	0.29	1.47	6.83	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.44
	Max retorno	0.29	1.47	7.47	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	22.79
	Min risco	0.29	1.47	6.83	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	23.44
	Max lucro	0.29	1.47	7.47	1.86	9.07	54.97	0.32	1.77	22.79
20	Mesmo retorno	0.31	1.47	7.07	1.86	11.07	49.07	0.32	1.77	27.08
	Mesmo risco	0.31	1.47	7.07	1.86	11.07	49.07	0.32	1.77	27.08
	Max SR	0.31	1.47	7.07	1.86	11.07	49.07	0.32	1.77	27.08
	Max retorno	0.31	1.47	7.58	1.86	9.25	50.37	0.32	1.77	27.08
	Min risco	0.31	1.47	7.07	1.86	11.07	49.07	0.32	1.77	27.08
	Max lucro	0.31	1.47	7.48	1.86	11.07	48.66	0.32	1.77	27.08
21	Mesmo retorno	0.20	1.47	7.27	1.86	11.07	44.75	0.32	5.98	27.08
	Mesmo risco	0.20	1.47	7.27	1.86	11.07	44.75	0.32	5.98	27.08
	Max SR	0.20	1.47	7.27	1.86	11.07	44.75	0.32	5.98	27.08
	Max retorno	0.20	1.47	7.70	1.86	11.07	44.75	0.32	5.54	27.08
	Min risco	0.20	1.47	7.27	1.86	11.07	44.75	0.32	5.98	27.08
	Max lucro	0.20	1.47	7.70	1.86	11.07	44.75	0.32	5.54	27.08
22	Mesmo retorno	0.24	1.47	7.44	1.86	9.94	44.51	0.32	7.15	27.08
	Mesmo risco	0.24	1.47	7.44	1.86	9.94	44.51	0.32	7.15	27.08
	Max SR	0.24	1.47	7.44	1.86	9.94	44.51	0.32	7.15	27.08
	Max retorno	0.23	1.47	7.59	1.86	9.80	44.51	0.32	7.15	27.08
	Min risco	0.24	1.47	7.44	1.86	9.94	44.51	0.32	7.15	27.08
	Max lucro	0.23	1.47	7.55	1.86	9.83	44.51	0.32	7.15	27.08
23	Mesmo retorno	0.20	1.06	7.50	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	24.04
	Mesmo risco	0.20	1.06	7.50	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	24.04
	Max SR	0.20	1.06	7.64	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	23.89
	Max retorno	0.20	1.06	7.64	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	23.89
	Min risco	0.20	1.06	7.50	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	24.04
	Max lucro	0.20	1.06	7.64	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	23.89

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela B4: Composição dos portfólios sugeridos na calibragem – opção 4

Período	Portfólio	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1	C2	C3
17	Mesmo retorno	0.20	1.47	7.43	2.34	11.07	46.46	1.20	5.15	24.68
	Mesmo risco	0.20	1.47	7.43	2.34	11.07	46.46	1.20	5.15	24.68
	Max SR	0.20	1.47	7.55	2.34	11.07	46.46	1.20	5.15	24.56
	Max retorno	0.20	1.47	7.55	2.34	11.07	46.46	1.20	5.15	24.56
	Min risco	0.20	1.47	7.43	2.34	11.07	46.46	1.20	5.15	24.68
	Max lucro	0.20	1.47	7.55	2.34	11.07	46.46	1.20	5.15	24.56
18	Mesmo retorno	0.20	1.47	7.46	2.34	11.07	45.80	1.38	5.71	24.56
	Mesmo risco	0.20	1.47	7.46	2.34	11.07	45.80	1.38	5.71	24.56
	Max SR	0.20	1.47	7.53	2.34	11.07	45.80	1.38	5.71	24.50
	Max retorno	0.20	1.47	7.53	2.34	11.07	45.80	1.38	5.71	24.50
	Min risco	0.20	1.47	7.46	2.34	11.07	45.80	1.38	5.71	24.56
	Max lucro	0.20	1.47	7.53	2.34	11.07	45.80	1.38	5.71	24.50
19	Mesmo retorno	0.20	1.47	7.47	2.34	11.07	45.44	1.48	6.06	24.46
	Mesmo risco	0.20	1.47	7.47	2.34	11.07	45.44	1.48	6.06	24.46
	Max SR	0.20	1.47	7.53	2.34	11.07	45.44	1.48	6.06	24.41
	Max retorno	0.20	1.47	7.53	2.34	11.07	45.44	1.48	6.06	24.41
	Min risco	0.20	1.47	7.47	2.34	11.07	45.44	1.48	6.06	24.46
	Max lucro	0.20	1.47	7.53	2.34	11.07	45.44	1.48	6.06	24.41
20	Mesmo retorno	0.20	1.47	7.48	2.34	11.07	45.34	1.61	6.34	24.15
	Mesmo risco	0.20	1.47	7.48	2.34	11.07	45.34	1.61	6.34	24.15
	Max SR	0.20	1.47	7.51	2.34	11.07	45.34	1.61	6.34	24.12
	Max retorno	0.20	1.47	7.51	2.34	11.07	45.34	1.61	6.34	24.12
	Min risco	0.20	1.47	7.48	2.34	11.07	45.34	1.61	6.34	24.15
	Max lucro	0.20	1.47	7.51	2.34	11.07	45.34	1.61	6.34	24.12
21	Mesmo retorno	0.20	1.47	7.49	2.34	11.07	44.75	1.75	6.89	24.03
	Mesmo risco	0.20	1.47	7.49	2.34	11.07	44.75	1.75	6.89	24.03
	Max SR	0.20	1.47	7.51	2.34	11.07	44.75	1.75	6.89	24.02
	Max retorno	0.20	1.47	7.51	2.34	11.07	44.75	1.75	6.89	24.02
	Min risco	0.20	1.47	7.49	2.34	11.07	44.75	1.75	6.89	24.03
	Max lucro	0.20	1.47	7.51	2.34	11.07	44.75	1.75	6.89	24.02
22	Mesmo retorno	0.20	1.47	7.51	2.38	11.07	44.51	1.85	7.15	23.86
	Mesmo risco	0.20	1.47	7.51	2.38	11.07	44.51	1.85	7.15	23.86
	Max SR	0.20	1.47	7.52	2.38	11.07	44.51	1.85	7.15	23.85
	Max retorno	0.20	1.47	7.52	2.38	11.07	44.51	1.85	7.15	23.85
	Min risco	0.20	1.47	7.51	2.38	11.07	44.51	1.85	7.15	23.86
	Max lucro	0.20	1.47	7.52	2.38	11.07	44.51	1.85	7.15	23.85
23	Mesmo retorno	0.20	1.47	7.49	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	23.63
	Mesmo risco	0.20	1.47	7.49	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	23.63
	Max SR	0.20	1.47	7.52	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	23.61
	Max retorno	0.20	1.47	7.52	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	23.61
	Min risco	0.20	1.47	7.49	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	23.63
	Max lucro	0.20	1.47	7.52	2.59	11.07	44.51	1.88	7.15	23.61

Fonte: Elaborado pela autora

APÊNDICE C — MODELO CLV E – MODELOS SELECIONADOS

\$A1A1

AIC

BICq equivalent for q in (0.55786866620948, 0.914170181655003)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	2.559279e+00	1.513778e-01	16.906574	4.024334e-64
transacoes .AVG	7.877792e-02	4.561778e-03	17.269125	8.035157e-67
lucro .CV	-3.933515e-01	3.379085e-02	-11.640768	2.557016e-31
lucro .SD	1.560310e-05	1.194228e-06	13.065425	5.189396e-39
transacoes .MAX	-1.864844e-02	3.500776e-03	-5.326946	9.987758e-08
gasto	1.906374e+00	1.254343e-01	15.198191	3.635228e-52
inv .AVG	6.024646e-08	2.403925e-08	2.506171	1.220466e-02
periodos .TOT	-7.815812e-02	4.749446e-03	-16.456260	7.563093e-61
lucroB .AVG	-2.102973e-04	3.861480e-05	-5.446028	5.150699e-08

\$A1A2

AIC

BICq equivalent for q in (0.667249870379316, 0.94562925272803)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	8.103186e-01	6.260638e-01	1.294307	1.955595e-01
recencia	1.496007e-01	3.162846e-02	4.729940	2.245862e-06
gasto	-3.303416e+00	8.923712e-01	-3.701841	2.140410e-04
crossbuy .MAX	-5.439616e-01	2.121439e-01	-2.564117	1.034387e-02
inv .AVG	-4.768915e-06	1.006262e-06	-4.739239	2.145228e-06
lucroA .AVG	6.351789e-05	2.194366e-05	2.894589	3.796550e-03
inv .TREND	-4.846442e-01	2.210475e-01	-2.192489	2.834422e-02
transacoes .AVG	1.194259e-01	2.021421e-02	5.908017	3.462508e-09

\$A1A3

AIC

BICq equivalent for q in (0.0150201840991614, 0.960230935940394)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	218.9372	3724.914	0.05877644	0.9531302
gasto	-5880.5978	98604.360	-0.05963831	0.9524437

\$A1B1

AIC

BICq equivalent for q in (0.682777322044574, 0.919071531035508)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-2.703816e-01	5.649666e-01	-0.4785799	6.322375e-01
gasto	2.930707e+00	6.466856e-01	4.5318879	5.845888e-06
inv .AVG	5.779986e-07	1.968706e-07	2.9359310	3.325483e-03
recencia	-8.575861e-02	3.065893e-02	-2.7971819	5.155050e-03
lucroB .AVG	1.558408e-03	3.276802e-04	4.7558818	1.975821e-06
periodos .TOT	-6.753160e-02	2.442272e-02	-2.7651134	5.690301e-03
frequencia	-1.675793e-01	1.016864e-01	-1.6480009	9.935250e-02
lucro .AVG	-3.113317e-04	6.898852e-05	-4.5128045	6.397599e-06
lucro .SD	1.231059e-04	3.502506e-05	3.5147945	4.400945e-04

\$A1B2

AIC

BICq equivalent for q in (0.778498031296579, 0.909553394737401)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-7.400609e+00	2.227197e+00	-3.322835	0.0008910762
inv .TREND	-2.790716e+00	1.330729e+00	-2.097133	0.0359818421
periodos .TOT	3.103911e-01	1.149916e-01	2.699249	0.0069496116
inv .AVG	-2.278294e-05	8.838661e-06	-2.577646	0.0099475801
lucro .AVG	-4.280005e-04	3.476571e-04	-1.231100	0.2182855315
inv .MAX	8.880292e-07	3.309350e-07	2.683395	0.0072878936

\$A1B3

AIC

BICq equivalent for q in (0.658663751386345, 0.960231256164648)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	111.19492	6647.253	0.016727950	0.9866536
crossbuy .MAX	-38.90459	4528.321	-0.008591393	0.9931451
gasto	-1456.93701	71128.430	-0.020483188	0.9836579

\$A1C1

AIC

BICq equivalent for q in (0.874631166972235, 0.902879901837558)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-3.304430403	0.745463311	-4.432720	9.305152e-06
transacoes .AVG	-0.228818048	0.032823014	-6.971269	3.140955e-12
lucroCC .AVG	0.008655563	0.002045935	4.230616	2.330527e-05
crossbuy .MAX	0.825988036	0.218984724	3.771898	1.620105e-04
gasto	2.873110135	0.657778953	4.367896	1.254491e-05
sexo	-0.540996394	0.337864346	-1.601224	1.093274e-01

\$A1C2

AIC

BICq equivalent for q in (0.869807751355507, 0.905669565672698)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-8.733502e+00	4.240111e+00	-2.059734	0.03942396
lucro .CV	8.903679e-01	4.751624e-01	1.873818	0.06095552
crossbuy .MAX	1.633618e+00	9.298307e-01	1.756898	0.07893518
inv .MAX	-5.138460e-06	3.861479e-06	-1.330697	0.18328862

\$A1C3

NULL

\$A1NA

AIC

BICq equivalent for q in (0.870471788939869, 0.899112112608163)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-7.858090e+00	1.667737e+00	-4.711827	2.455053e-06
recencia	2.542270e-01	7.801895e-02	3.258529	1.119916e-03
lucroA .AVG	7.836428e-05	3.979479e-05	1.969210	4.892900e-02
inv .TREND	1.854954e+00	1.211830e+00	1.530705	1.258422e-01

\$A2A1

AIC

BICq equivalent for q in (0.756258353677541, 0.952518980958977)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
--	----------	------------	---------	----------

Intercepto	-8.017676e+00	5.877523e-01	-13.641251	2.276235e-42
inv .AVG	1.299549e-05	1.003520e-06	12.949907	2.352395e-38
inv .MAX	-4.284873e-07	8.414827e-08	-5.092052	3.542095e-07
lucro .AVG	-2.592538e-03	6.048136e-04	-4.286508	1.815036e-05
lucroA .AVG	2.642405e-03	6.094578e-04	4.335665	1.453199e-05
crossbuy .MAX	7.435105e-01	1.589133e-01	4.678718	2.886743e-06
lucroCC .AVG	-4.250610e-02	5.531948e-03	-7.683750	1.544983e-14
lucroCD .AVG	7.322868e-03	2.886958e-03	2.536534	1.119559e-02
transacoes .MAX	6.676982e-02	1.448705e-02	4.608932	4.047434e-06

\$A2A2

AIC

BICq equivalent for q in (6.85546326040232e-07, 0.981571679028208)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	2.0843527071	7.167793e-02	29.079421	6.536857e-186
transacoes .AVG	0.0981173428	2.681128e-03	36.595548	3.366539e-293
lucro .CV	-0.2585164695	1.683523e-02	-15.355681	3.244851e-53
gasto	1.5657358890	5.402144e-02	28.983601	1.059067e-184
periodos .TOT	-0.0509361528	2.317959e-03	-21.974570	5.042975e-107
lucroA .AVG	0.0005505752	4.856338e-05	11.337252	8.579677e-30
lucro .AVG	-0.0005603810	4.796903e-05	-11.682140	1.572854e-31
transacoes .MAX	-0.0287617512	1.782062e-03	-16.139592	1.344271e-58
lucro .SD	0.0000239548	2.990484e-06	8.010340	1.143916e-15
frecuencia	0.0309052980	4.860780e-03	6.358094	2.042723e-10

\$A2A3

AIC

BICq equivalent for q in (0.76920622651792, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	1.421422e-01	2.635454e-01	0.5393459	5.896482e-01
recencia	1.084124e-01	9.646030e-03	11.2390671	2.621378e-29
gasto	-1.985585e+00	3.431766e-01	-5.7858991	7.212550e-09
crossbuy .MAX	-7.488572e-01	1.021136e-01	-7.3335683	2.241041e-13
inv .AVG	-1.282033e-05	1.324371e-06	-9.6803185	3.655754e-22
lucro .SD	5.979485e-05	2.050697e-05	2.9158302	3.547435e-03
lucroA .AVG	9.801295e-04	2.841153e-04	3.4497596	5.610859e-04
lucro .AVG	-9.781506e-04	2.810689e-04	-3.4801104	5.012073e-04
inv .TREND	-4.792098e-01	8.798707e-02	-5.4463660	5.140930e-08
transacoes .AVG	1.454883e-01	1.055256e-02	13.7870105	3.051455e-43
lucroCC .AVG	1.785472e-02	5.794255e-03	3.0814528	2.059931e-03

\$A2B1

AIC

BICq equivalent for q in (0.871262849846542, 0.963613533098133)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-5.961436e+00	8.854756e-01	-6.732468	1.668094e-11
inv .AVG	4.563958e-06	9.357293e-07	4.877434	1.074748e-06
lucroCC .AVG	-1.239889e-02	6.352602e-03	-1.951782	5.096409e-02
estcivil	1.816326e+00	7.920368e-01	2.293234	2.183453e-02
periodos .TOT	-7.437906e-02	3.601009e-02	-2.065506	3.887513e-02

\$A2B2

AIC

BICq equivalent for q in (0.942676453448465, 0.981571642246494)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-0.639707850	2.855669e-01	-2.240133	2.508230e-02
gasto	2.630009094	2.673730e-01	9.836481	7.840535e-23
frecuencia	-0.127997584	3.281423e-02	-3.900673	9.592560e-05
lucroA .AVG	0.007147748	2.252375e-03	3.173428	1.506505e-03
periodos .TOT	-0.033546205	1.001645e-02	-3.349111	8.107121e-04
lucro .AVG	-0.007663825	2.257563e-03	-3.394734	6.869541e-04
lucro .SD	0.000139862	3.252213e-05	4.300518	1.703991e-05
recencia	-0.028928426	9.231098e-03	-3.133801	1.725578e-03
lucroB .AVG	0.009527315	2.303990e-03	4.135136	3.547439e-05
transacoes .MAX	0.009904884	6.459452e-03	1.533394	1.251789e-01

\$A2B3

AIC

BICq equivalent for q in (0.94331151973426, 0.956783696055566)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.880740e+00	4.916614e-01	-3.825275	0.0001306262
inv .AVG	-1.478523e-05	3.846037e-06	-3.844275	0.0001209093
crossbuy .MAX	-4.348106e-01	2.205857e-01	-1.971164	0.0487050958
lucroA .AVG	-1.193093e-03	5.666809e-04	-2.105405	0.0352560565
lucro .AVG	1.040846e-03	5.314864e-04	1.958368	0.0501868363

\$A2C1

AIC

BICq equivalent for q in (0.805350423422924, 0.967335642278604)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-9.253351e+00	1.474481e+00	-6.275668	3.481372e-10
inv .AVG	4.847666e-06	1.247338e-06	3.886409	1.017378e-04
crossbuy .MAX	1.916521e+00	5.080906e-01	3.772006	1.619404e-04
transacoes .AVG	-2.512969e-01	1.142447e-01	-2.199637	2.783265e-02
lucroB .AVG	-1.810882e-02	9.289494e-03	-1.949387	5.124923e-02

\$A2C2

AIC

BICq equivalent for q in (0.906199959036252, 0.961730791727885)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-5.749750530	0.313077201	-18.365280	2.491604e-75
crossbuy .MAX	1.215198368	0.106449008	11.415779	3.487646e-30
gasto	2.591517572	0.381305992	6.796425	1.072471e-11
lucroCC .AVG	0.004069036	0.002164669	1.879750	6.014216e-02
periodos .TOT	0.062334653	0.012610677	4.943006	7.692711e-07
transacoes .AVG	-0.194405029	0.016491819	-11.787968	4.502757e-32

\$A2C3

AIC

BICq equivalent for q in (0.904151746884346, 0.954125724891919)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.460700e+00	2.045066e+00	-0.7142557	0.475069075
crossbuy .MAX	1.121699e+00	4.961798e-01	2.2606695	0.023779729
transacoes .AVG	-2.759541e-01	9.277708e-02	-2.9743776	0.002935835
gasto	-5.420040e+00	2.165243e+00	-2.5032014	0.012307550
inv .AVG	-8.656952e-06	6.508398e-06	-1.3301201	0.183478692
frecuencia	-1.118417e+00	3.830086e-01	-2.9200838	0.003499373

\$A2NA

AIC

BICq equivalent for q in (0.949297696133399, 0.957514263129781)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.801411e+01	8.037199e+02	-0.02241342	9.821182e-01
recencia	1.310442e-01	2.318055e-02	5.65319429	1.574931e-08
frecuencia	1.141243e-01	4.483796e-02	2.54526024	1.091963e-02
gasto	-2.794868e+00	1.106380e+00	-2.52613646	1.153247e-02
crossbuy .MAX	-6.641879e-01	3.451686e-01	-1.92424171	5.432429e-02
lucro .CV	-5.132747e-01	2.564136e-01	-2.00174475	4.531219e-02
lucro .SD	2.828541e-05	1.812870e-05	1.56025535	1.186996e-01
sexo	1.598074e+01	8.037191e+02	0.01988349	9.841363e-01

\$A3A1

AIC

BICq equivalent for q in (0.00352353887196022, 0.990480106550089)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.551580e+02	6.745777e+03	-0.02300076	0.9816497
inv .AVG	8.068509e-05	3.522827e-03	0.02290350	0.9817272

\$A3A2

AIC

BICq equivalent for q in (0.916885814217206, 0.989972809687647)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-3.542253e+00	3.515322e-01	-10.076613	7.010088e-24
inv .AVG	2.508361e-05	1.633320e-06	15.357436	3.158186e-53
transacoes .AVG	1.391103e-01	1.451906e-02	9.581223	9.590292e-22
periodos .TOT	-7.861853e-02	1.186645e-02	-6.625277	3.465976e-11
lucro .CV	-1.615226e-01	7.467623e-02	-2.162972	3.054336e-02
crossbuy .MAX	5.549798e-01	8.680781e-02	6.393201	1.624480e-10
lucro .AVG	-2.056770e-03	5.490050e-04	-3.746360	1.794191e-04
lucroA .AVG	2.111402e-03	5.516544e-04	3.827400	1.295039e-04
inv .MAX	-8.773997e-07	1.491235e-07	-5.883711	4.011673e-09
recencia	-9.942398e-02	1.189686e-02	-8.357160	6.424590e-17

\$A3A3

AIC

BICq equivalent for q in (0.0398482455873991, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	2.345117e+00	2.170520e-02	108.044018	0.000000e+00
recencia	3.283454e-02	4.769085e-04	68.848723	0.000000e+00
transacoes .AVG	8.110156e-02	1.139689e-03	71.161122	0.000000e+00
crossbuy .MAX	-3.153068e-01	6.558921e-03	-48.072976	0.000000e+00
inv .TREND	-1.356970e-01	5.782482e-03	-23.466914	8.883190e-122
lucro .CV	-8.932872e-02	4.360638e-03	-20.485242	2.915290e-93
inv .AVG	-6.583866e-06	2.307199e-07	-28.536179	4.169418e-179
lucroA .AVG	-4.096574e-03	9.563629e-04	-4.283493	1.839818e-05
lucroB .AVG	-7.882833e-03	9.585819e-04	-8.223433	1.977600e-16
lucro .AVG	4.122392e-03	9.564047e-04	4.310300	1.630329e-05
lucroCC .AVG	-1.845286e-02	2.968268e-03	-6.216709	5.076909e-10

\$A3B1

NULL

\$A3B2

AIC

BICq equivalent for q in (0.966612384487215, 0.98780772309446)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-6.623958e+00	6.103786e-01	-10.852212	1.946564e-27
inv .AVG	1.409784e-06	7.370041e-07	1.912857	5.576631e-02
lucroB .AVG	7.947391e-04	3.465419e-04	2.293342	2.182831e-02
lucroCD .AVG	9.194442e-03	5.272082e-03	1.743987	8.116138e-02
crossbuy .MAX	5.967526e-01	2.064615e-01	2.890382	3.847742e-03
recencia	-1.178719e-01	3.438842e-02	-3.427662	6.088030e-04
transacoes .MAX	2.939980e-02	1.736973e-02	1.692588	9.053394e-02
inv .TREND	4.717418e-01	1.871351e-01	2.520862	1.170676e-02

\$A3B3

AIC

BICq equivalent for q in (0.391012758958664, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.0184623962	1.783583e-01	-5.710205	1.128400e-08
frequencia	-0.2245127538	1.178645e-02	-19.048381	6.776622e-81
gasto	1.7057605367	1.310786e-01	13.013267	1.028498e-38
periodos .TOT	-0.0414730275	5.638789e-03	-7.354953	1.909948e-13
recencia	-0.0152319132	3.383541e-03	-4.501767	6.739087e-06
crossbuy .MAX	0.1321491991	4.043617e-02	3.268094	1.082746e-03
transacoes .MAX	0.0236320539	3.997379e-03	5.911888	3.382095e-09
lucro .CV	0.3417859846	3.110790e-02	10.987111	4.408130e-28
lucroA .AVG	-0.0027834436	3.659170e-04	-7.606762	2.810476e-14
lucro .AVG	0.0021281968	3.427677e-04	6.208861	5.337014e-10
lucro .SD	0.0001079271	3.382859e-05	3.190410	1.420712e-03

\$A3C1

NULL

\$A3C2

AIC

BICq equivalent for q in (0.921625417987371, 0.97732003338294)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-24.4048466	1.177969e+03	-0.02071773	0.983470827
crossbuy .MAX	1.2008457	3.803488e-01	3.15722221	0.001592799
recencia	-0.1708717	8.947948e-02	-1.90961940	0.056182236
sexo	15.9904964	1.177969e+03	0.01357463	0.989169341

\$A3C3

AIC

BICq equivalent for q in (0.921935661473519, 0.988046712296116)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-2.2792978560	2.188245e-01	-10.416099	2.093652e-25
crossbuy .MAX	0.6982984360	6.000835e-02	11.636687	2.682339e-31
recencia	-0.0646145902	7.199454e-03	-8.974930	2.835329e-19
gasto	0.9775527424	1.894129e-01	5.160960	2.456861e-07
frequencia	-0.1019819905	1.667088e-02	-6.117374	9.512980e-10
inv .TREND	0.2494173497	5.247058e-02	4.753471	1.999540e-06
idade	-0.0158208923	3.451299e-03	-4.584040	4.560763e-06
lucroCC .AVG	0.0087399647	4.432591e-03	1.971751	4.863804e-02
estcivil	-0.2329430745	8.316147e-02	-2.801094	5.092971e-03

lucro .SD -0.0004383378 5.055274e-05 -8.670902 4.287107e-18

\$A3NA

AIC

BICq equivalent for q in (0.947106929609076, 0.990150350997982)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-3.658369e-01	2.477845e-01	-1.476432	1.398279e-01
recencia	1.587715e-01	5.126335e-03	30.971745	1.294944e-210
gasto	-4.491760e+00	2.749873e-01	-16.334423	5.616099e-60
periodos .TOT	-4.199373e-02	1.388313e-02	-3.024802	2.487959e-03
frecuencia	1.513693e-02	8.062086e-03	1.877545	6.044340e-02
crossbuy .MAX	-5.193126e-01	6.617715e-02	-7.847309	4.250582e-15
lucro .CV	-2.523300e-01	5.428711e-02	-4.648064	3.350651e-06
inv .TREND	1.750677e+00	6.589466e-02	26.567808	1.599331e-155
transacoes .AVG	9.184624e-02	1.773622e-02	5.178456	2.237296e-07
inv .AVG	-8.466452e-06	2.425550e-06	-3.490528	4.820669e-04

\$B1A1

AIC

BICq equivalent for q in (0.795246859665193, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-7.0054673254	7.579470e-01	-9.242688	2.403809e-20
transacoes .AVG	0.0980751524	2.524793e-02	3.884483	1.025477e-04
transacoes .MAX	0.0904614273	1.123088e-02	8.054702	7.967265e-16
lucroA .AVG	0.0010510940	2.153168e-04	4.881617	1.052193e-06
lucro .AVG	-0.0006306532	1.882578e-04	-3.349945	8.082763e-04
crossbuy .MAX	1.0339961349	1.277390e-01	8.094597	5.745403e-16
lucro .SD	-0.0001344708	5.855088e-05	-2.296649	2.163878e-02
periodos .TOT	-0.1306174252	2.624875e-02	-4.976138	6.486540e-07
gasto	4.2052614400	5.351170e-01	7.858583	3.885037e-15
frecuencia	-0.3659514112	1.209407e-01	-3.025875	2.479146e-03
lucro .CV	0.3699760537	1.190863e-01	3.106789	1.891315e-03

\$B1A2

AIC

BICq equivalent for q in (0.240671514194292, 0.975673630615073)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-6.792135e+00	8.739549e-01	-7.771723	7.742573e-15
lucro .SD	8.668620e-05	2.052495e-05	4.223455	2.405855e-05
transacoes .MAX	9.715910e-02	2.471471e-02	3.931226	8.451373e-05
inv .AVG	-5.207356e-06	2.098791e-06	-2.481122	1.309695e-02

\$B1A3

NULL

\$B1B1

AIC

BICq equivalent for q in (0.425802752743629, 0.979468131217)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	9.666025e-01	3.860411e-02	25.038850	2.309243e-138
gasto	2.318562e+00	3.238511e-02	71.593463	0.000000e+00
inv .AVG	1.324041e-07	5.457878e-09	24.259262	5.279783e-130
periodos .TOT	-1.625572e-02	1.247824e-03	-13.027253	8.563589e-39
lucro .CV	-2.477059e-02	8.332414e-03	-2.972799	2.950981e-03

frequencia	-1.616091e-02	1.928202e-03	-8.381333	5.233167e-17
lucroB .AVG	1.076441e-04	6.780301e-06	15.876012	9.290062e-57
transacoes .AVG	9.401251e-03	1.399201e-03	6.719012	1.829607e-11
inv .TREND	-4.561013e-02	8.993302e-03	-5.071567	3.945537e-07
idade	3.815230e-03	4.114931e-04	9.271674	1.832473e-20

\$B1B2

AIC

BICq equivalent for q in (0.194496503696945, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.326024e+00	1.661897e-01	-7.978979	1.475481e-15
recencia	1.403340e-01	9.192405e-03	15.266304	1.282391e-52
inv .TREND	-7.852241e-01	7.451347e-02	-10.538015	5.770394e-26
crossbuy .MAX	-7.954438e-01	8.958293e-02	-8.879413	6.721407e-19
inv .AVG	-1.991852e-06	2.099650e-07	-9.486590	2.387155e-21
lucroCC .AVG	-2.251661e-02	4.267433e-03	-5.276383	1.317585e-07
transacoes .MAX	3.132578e-02	7.198773e-03	4.351544	1.351822e-05
transacoes .AVG	-7.775279e-02	1.829843e-02	-4.249151	2.145826e-05
lucroB .AVG	3.986538e-04	1.041327e-04	3.828323	1.290192e-04
gasto	-9.578653e-01	2.621079e-01	-3.654469	2.577145e-04
periodos .TOT	1.231766e-01	8.715758e-03	14.132630	2.390471e-45

\$B1B3

AIC

BICq equivalent for q in (0.876799310954741, 0.96420249575882)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	1.672783e+00	5.357735e-01	3.122184	1.795149e-03
recencia	1.018083e-01	1.647605e-02	6.179169	6.444008e-10
gasto	-3.294299e+01	3.562573e+00	-9.246964	2.309587e-20
inv .MAX	-2.950384e-08	1.600971e-08	-1.842871	6.534779e-02
lucro .CV	-3.347101e-01	1.161739e-01	-2.881114	3.962725e-03
transacoes .MAX	-3.232314e-02	1.433788e-02	-2.254387	2.417183e-02

\$B1C1

AIC

BICq equivalent for q in (0.930948047392806, 0.971436667758024)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-3.479484260	0.2324801999	-14.966798	1.210082e-50
lucroCC .AVG	0.008629196	0.0010366411	8.324188	8.490851e-17
crossbuy .MAX	1.136081237	0.0853598638	13.309314	2.043492e-40
transacoes .MAX	-0.056335938	0.0096888817	-5.814493	6.081779e-09
transacoes .AVG	-0.195878715	0.0323974997	-6.046106	1.483886e-09
gasto	2.053340225	0.2572255631	7.982644	1.432310e-15
recencia	-0.091942066	0.0215959975	-4.257366	2.068496e-05
lucroCD .AVG	0.002589753	0.0006535217	3.962766	7.408650e-05
frequencia	-0.024250790	0.0143090297	-1.694789	9.011540e-02

\$B1C2

AIC

BICq equivalent for q in (0.952082438717055, 0.964729219867317)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.407063e+00	9.953810e-01	-1.413593	0.157481540
inv .TREND	-9.381654e-01	3.827340e-01	-2.451220	0.014237282
inv .AVG	-4.201008e-06	2.099461e-06	-2.000994	0.045393070

frequencia	-5.699300e-01	2.025474e-01	-2.813811	0.004895798
gasto	-2.306998e+00	1.482767e+00	-1.555874	0.119738082
transacoes .AVG	-2.295910e-01	1.062232e-01	-2.161401	0.030664394

\$B1C3

AIC

BICq equivalent for q in (0.169434748385794, 0.984570390770423)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	274.97164	849.95777	0.3235121	0.7463074
gasto	-1225.55645	3780.09881	-0.3242128	0.7457769
transacoes .AVG	-1068.76826	3513.30887	-0.3042056	0.7609713
frequencia	-13.16428	38.19944	-0.3446196	0.7303803

\$B1NA

AIC

BICq equivalent for q in (0.958031552453123, 0.968868069231478)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-5.62467124	0.78847011	-7.133652	9.774039e-13
recencia	0.14443388	0.02094446	6.896042	5.347148e-12
gasto	-3.71848363	1.24363336	-2.990016	2.789629e-03
inv .TREND	1.30776253	0.33906270	3.856993	1.147903e-04
idade	0.01842938	0.01278162	1.441865	1.493405e-01

\$B2A1

AIC

BICq equivalent for q in (0.948790093907162, 0.979953242405928)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.374084e+01	1.462737e+00	-9.393926	5.780452e-21
transacoes .MAX	1.281670e-01	3.099310e-02	4.135340	3.544288e-05
crossbuy .MAX	1.491230e+00	4.033526e-01	3.697087	2.180873e-04
inv .AVG	1.074736e-06	3.488199e-07	3.081063	2.062627e-03

\$B2A2

AIC

BICq equivalent for q in (0.00180661894859557, 0.99067008530453)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-6.750654735	0.2895370717	-23.315338	3.098693e-120
transacoes .MAX	0.092789711	0.0053829859	17.237591	1.386963e-66
transacoes .AVG	0.148387564	0.0138677598	10.700183	1.015777e-26
crossbuy .MAX	0.900934401	0.0649306411	13.875335	8.937447e-44
lucroA .AVG	0.003609284	0.0003262260	11.063753	1.880599e-28
lucro .AVG	-0.003375970	0.0003097274	-10.899810	1.154988e-27
periodos .TOT	-0.090159334	0.0104062371	-8.663971	4.556103e-18
frequencia	-0.155077591	0.0338674444	-4.578958	4.672990e-06
gasto	2.829139326	0.2263253939	12.500318	7.435355e-36
lucro .CV	0.291415951	0.0539376630	5.402829	6.559812e-08

\$B2A3

AIC

BICq equivalent for q in (0.976447429883367, 0.99123830527107)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-6.647924588	0.6139825436	-10.827547	2.548934e-27
transacoes .MAX	0.115311229	0.0126399115	9.122788	7.321630e-20

lucro .AVG	-0.001213611	0.0007365930	-1.647601	9.943460e-02
lucroA .AVG	0.001226770	0.0007481576	1.639722	1.010631e-01
recencia	0.080740466	0.0193483170	4.172997	3.006191e-05
gasto	-2.763741993	0.8282370282	-3.336897	8.471921e-04
frequencia	-0.150341729	0.0818496362	-1.836804	6.623885e-02

\$B2B1

AIC

BICq equivalent for q in (0.972723724776919, 0.989676612418557)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-3.197546e+00	1.537703e-01	-20.794296	4.874494e-96
inv .AVG	1.586176e-05	4.078388e-07	38.892233	0.000000e+00
recencia	-1.515349e-01	1.311967e-02	-11.550205	7.364480e-31
lucroCC .AVG	-2.582226e-02	2.591038e-03	-9.965993	2.147164e-23
periodos .TOT	-7.682067e-02	7.421604e-03	-10.350952	4.143451e-25
inv .MAX	-5.075689e-07	2.100864e-08	-24.160015	5.859779e-129
lucroCD .AVG	2.309297e-03	1.112319e-03	2.076111	3.788369e-02
transacoes .AVG	2.732797e-02	9.848080e-03	2.774954	5.520949e-03
crossbuy .MAX	2.532177e-01	5.583311e-02	4.535261	5.753238e-06
frequencia	-1.638759e-02	1.051401e-02	-1.558643	1.190810e-01

\$B2B2

AIC

BICq equivalent for q in (2.83374057552521e-09, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	1.359015e+00	1.726399e-02	78.719649	0.000000e+00
gasto	2.032152e+00	1.464614e-02	138.749985	0.000000e+00
periodos .TOT	4.367659e-03	6.235720e-04	7.004257	2.483003e-12
lucro .CV	-2.330087e-02	2.690757e-03	-8.659598	4.734327e-18
frequencia	-1.235860e-02	8.238650e-04	-15.000762	7.258106e-51
inv .TREND	-4.923354e-02	4.403359e-03	-11.180907	5.057036e-29
crossbuy .MAX	-2.164521e-01	5.183445e-03	-41.758341	0.000000e+00
inv .AVG	3.005662e-07	1.718481e-08	17.490224	1.700870e-68
transacoes .AVG	7.020332e-03	8.939178e-04	7.853443	4.047675e-15
lucroCC .AVG	-2.160844e-02	5.179152e-04	-41.721959	0.000000e+00
idade	3.057157e-03	2.021277e-04	15.124877	1.110075e-51

\$B2B3

AIC

BICq equivalent for q in (0.75211711328766, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-7.362857e-01	7.552095e-02	-9.749423	1.855194e-22
recencia	1.638502e-01	4.042236e-03	40.534555	0.000000e+00
inv .TREND	-6.745540e-01	3.451059e-02	-19.546294	4.435976e-85
crossbuy .MAX	-8.779582e-01	4.483288e-02	-19.582908	2.163114e-85
inv .AVG	-9.105011e-06	4.359434e-07	-20.885764	7.214188e-97
lucroCC .AVG	-2.402294e-02	5.173384e-03	-4.643563	3.424508e-06
gasto	-1.501193e+00	1.267672e-01	-11.842129	2.363742e-32
transacoes .MAX	2.140061e-02	2.622164e-03	8.161433	3.310720e-16
lucroB .AVG	5.019829e-04	1.059293e-04	4.738847	2.149377e-06
lucroCD .AVG	-8.883711e-03	3.848453e-03	-2.308385	2.097773e-02
periodos .TOT	1.031361e-01	4.059959e-03	25.403233	2.322758e-142

\$B2C1

AIC

BICq equivalent for q in (0.895081952436163, 0.986945725461941)
Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-7.897223e+00	6.921858e-01	-11.409109	3.765671e-30
lucroCC .AVG	1.114716e-02	3.195486e-03	3.488408	4.859056e-04
inv .AVG	4.448528e-06	1.032948e-06	4.306632	1.657588e-05
crossbuy .MAX	1.031640e+00	2.199307e-01	4.690753	2.722012e-06
recencia	-2.405905e-01	9.870575e-02	-2.437452	1.479118e-02
transacoes .AVG	-4.985471e-01	1.083431e-01	-4.601560	4.193392e-06
idade	2.196950e-02	9.243771e-03	2.376682	1.746914e-02
inv .MAX	-7.792058e-07	2.327830e-07	-3.347348	8.158860e-04

\$B2C2

AIC

BICq equivalent for q in (2.60485268643862e-06, 0.98318464500227)
Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-4.45578027	0.153877388	-28.956693	2.311374e-184
crossbuy .MAX	1.23460044	0.045070611	27.392582	3.361416e-165
lucroCC .AVG	0.01332966	0.001854638	7.187203	6.613211e-13
recencia	-0.07842758	0.008099726	-9.682746	3.569967e-22
gasto	1.82577401	0.142561313	12.806939	1.499337e-37
transacoes .MAX	-0.06472261	0.005309822	-12.189225	3.547813e-34
transacoes .AVG	-0.22061028	0.021702932	-10.164999	2.841260e-24
periodos .TOT	0.03468764	0.005795593	5.985175	2.161579e-09
frequencia	-0.07851324	0.010382217	-7.562281	3.960622e-14
lucro .CV	0.33461930	0.035847341	9.334564	1.014076e-20

\$B2C3

AIC

BICq equivalent for q in (0.975634827376083, 0.98925803380872)
Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-5.837975e+00	4.724632e-01	-12.356464	4.494961e-35
crossbuy .MAX	6.290817e-01	1.974483e-01	3.186057	1.442262e-03
frequencia	-1.168608e-01	5.006803e-02	-2.334040	1.959365e-02
transacoes .AVG	-2.422421e-01	6.687959e-02	-3.622063	2.922633e-04
inv .TREND	-4.458255e-01	1.918593e-01	-2.323711	2.014101e-02
lucro .SD	6.659676e-05	2.902889e-05	2.294155	2.178162e-02

\$B2NA

AIC

BICq equivalent for q in (0.96660179174146, 0.988937535463501)
Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-3.623770e+00	2.453961e-01	-14.767024	2.390374e-49
recencia	1.417233e-01	7.210018e-03	19.656437	5.092664e-86
gasto	-2.322015e+00	3.447652e-01	-6.735062	1.638598e-11
crossbuy .MAX	-5.491617e-01	1.376371e-01	-3.989924	6.609435e-05
transacoes .AVG	4.672094e-02	2.403801e-02	1.943628	5.194032e-02
inv .TREND	8.191702e-01	1.088064e-01	7.528691	5.125142e-14
inv .AVG	5.172543e-07	2.316676e-07	2.232744	2.556586e-02

\$B3A1

NULL

\$B3A2

AIC

BICq equivalent for q in (0.983767198947225, 0.990323097237057)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-9.983280e+00	5.578541e-01	-17.895861	1.270193e-71
transacoes .MAX	9.166472e-02	1.336194e-02	6.860137	6.879472e-12
crossbuy .MAX	9.430631e-01	2.339687e-01	4.030723	5.560545e-05
lucro .SD	6.548983e-05	3.096143e-05	2.115207	3.441231e-02
recencia	-6.166162e-02	3.040604e-02	-2.027940	4.256639e-02

\$B3A3

AIC

BICq equivalent for q in (0.984900598383272, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-4.829006e+00	1.334656e-01	-36.181656	1.183065e-286
transacoes .MAX	1.244946e-01	3.445485e-03	36.132672	6.962756e-286
transacoes .AVG	1.728047e-01	1.138868e-02	15.173375	5.307584e-52
crossbuy .MAX	4.103127e-01	4.191273e-02	9.789692	1.246749e-22
lucroA .AVG	1.390934e-02	5.727371e-04	24.285728	2.774291e-130
lucro .SD	-8.058751e-05	4.064844e-05	-1.982548	4.741790e-02
lucro .AVG	-1.358383e-02	5.682938e-04	-23.902830	2.862106e-126
periodos .TOT	-5.822903e-02	5.657333e-03	-10.292665	7.604223e-25
frequencia	-1.777300e-01	1.164521e-02	-15.262071	1.368362e-52
lucro .CV	3.708512e-01	2.855858e-02	12.985633	1.476130e-38
recencia	1.161390e-02	3.158457e-03	3.677081	2.359185e-04

\$B3B1

AIC

BICq equivalent for q in (0.975113066411739, 0.989259156283672)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.036275e+01	1.077946e+00	-9.613415	7.018205e-22
inv .AVG	7.362948e-06	1.021631e-06	7.207052	5.717600e-13
inv .MAX	-1.413765e-07	6.588705e-08	-2.145741	3.189365e-02
idade	4.298476e-02	2.054772e-02	2.091948	3.644317e-02
recencia	-1.030484e-01	6.344624e-02	-1.624184	1.043365e-01
lucro .AVG	-1.018189e-03	1.062849e-03	-0.957981	3.380724e-01

\$B3B2

AIC

BICq equivalent for q in (0.970163877647785, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.304283e+00	9.222824e-02	-14.141901	2.095456e-45
inv .AVG	2.093504e-05	5.410511e-07	38.693280	0.000000e+00
periodos .TOT	-2.598675e-02	3.842712e-03	-6.762606	1.355311e-11
recencia	-1.514988e-01	4.777514e-03	-31.710809	1.102511e-220
lucro .CV	-3.380900e-01	2.717958e-02	-12.439119	1.602628e-35
frequencia	-1.177246e-02	5.814762e-03	-2.024581	4.291036e-02
crossbuy .MAX	2.947470e-01	3.232463e-02	9.118341	7.628331e-20
transacoes .AVG	-3.926274e-02	9.896460e-03	-3.967352	7.267557e-05
transacoes .MAX	9.418335e-03	3.050884e-03	3.087084	2.021308e-03
lucroB .AVG	5.767657e-04	1.478963e-04	3.899798	9.627282e-05
lucroCC .AVG	-5.259073e-02	4.275683e-03	-12.299959	9.061957e-35

\$B3B3

AIC

BICq equivalent for q in (2.88050204799717e-08, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	2.284116e+00	5.233956e-03	436.403310	0.000000e+00
crossbuy .MAX	-3.733912e-01	3.572941e-03	-104.505288	0.000000e+00
inv .TREND	-2.119928e-01	2.164506e-03	-97.940471	0.000000e+00
gasto	1.009372e+00	5.908902e-03	170.822295	0.000000e+00
recencia	1.981033e-02	1.663005e-04	119.123698	0.000000e+00
lucroCC .AVG	-7.934812e-02	1.439070e-03	-55.138461	0.000000e+00
inv .AVG	-3.321975e-06	4.640299e-08	-71.589674	0.000000e+00
transacoes .MAX	8.701789e-03	2.082878e-04	41.777712	0.000000e+00
lucro .AVG	1.047101e-04	1.487951e-05	7.037198	1.961434e-12
periodos .TOT	1.236970e-02	2.757820e-04	44.853175	0.000000e+00
lucroA .AVG	-3.272483e-04	1.689257e-05	-19.372322	1.321611e-83

\$B3C1

NULL

\$B3C2

AIC

BICq equivalent for q in (0.965458289508287, 0.995624801956921)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-6.303865e+00	3.342471e-01	-18.859897	2.436964e-79
lucroCC .AVG	2.329083e-02	4.648255e-03	5.010661	5.424345e-07
inv .AVG	2.139414e-06	5.799521e-07	3.688949	2.251825e-04
crossbuy .MAX	1.150067e+00	1.331978e-01	8.634277	5.909943e-18
recencia	-1.877307e-01	3.719923e-02	-5.046630	4.496721e-07
frequencia	-1.404561e-01	3.175077e-02	-4.423708	9.702118e-06
inv .TREND	2.452780e-01	1.201645e-01	2.041185	4.123241e-02
lucro .CV	2.979166e-01	8.678143e-02	3.432953	5.970461e-04
transacoes .MAX	-1.222073e-01	1.296511e-02	-9.425856	4.266100e-21

\$B3C3

AIC

BICq equivalent for q in (0.981910304711878, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-2.993673009	0.110983808	-26.973962	2.987013e-160
crossbuy .MAX	0.988822976	0.029927306	33.040828	2.106922e-239
periodos .TOT	0.076168016	0.004128289	18.450265	5.189039e-76
recencia	-0.088986178	0.003581329	-24.847249	2.769102e-136
frequencia	-0.171268395	0.007134699	-24.004993	2.466220e-127
lucro .CV	0.437698051	0.020207073	21.660636	4.825231e-104
gasto	0.527739429	0.087482389	6.032522	1.614205e-09
lucroCC .AVG	0.005680755	0.003353027	1.694217	9.022412e-02
inv .TREND	0.147218035	0.024937979	5.903367	3.561575e-09
transacoes .AVG	-0.714643755	0.016138292	-44.282490	0.000000e+00
idade	-0.013382711	0.001295369	-10.331196	5.092154e-25

\$B3NA

AIC

BICq equivalent for q in (0.986686139997678, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.404175e+00	8.659494e-02	-16.215444	3.922317e-59
recencia	1.554501e-01	2.051954e-03	75.757102	0.000000e+00
gasto	-2.624963e+00	8.036122e-02	-32.664550	4.980320e-234
periodos .TOT	7.375025e-03	4.901683e-03	1.504590	1.324295e-01

frecuencia	-7.390179e-03	3.039119e-03	-2.431685	1.502878e-02
lucro.CV	-1.240401e-01	2.120884e-02	-5.848510	4.959971e-09
inv.TREND	1.676326e+00	2.760660e-02	60.721916	0.000000e+00
crossbuy.MAX	-4.859414e-01	3.981722e-02	-12.204303	2.948241e-34
transacoes.AVG	-3.081396e-02	1.435119e-02	-2.147135	3.178250e-02
transacoes.MAX	1.593261e-02	3.194740e-03	4.987138	6.128041e-07
inv.AVG	-2.513927e-06	5.496446e-07	-4.573732	4.791122e-06

\$C1A1

AIC

BICq equivalent for q in (0.750396943237625, 0.947939464463371)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-9.8083675034	1.022235e+00	-9.595021	8.389987e-22
transacoes.AVG	0.1742553598	5.458832e-02	3.192173	1.412068e-03
transacoes.MAX	0.0820849604	1.916245e-02	4.283637	1.838631e-05
crossbuy.MAX	2.2274965532	3.614153e-01	6.163260	7.126254e-10
lucroA.AVG	0.0001613822	6.062536e-05	2.661958	7.768757e-03
periodos.TOT	-0.0632322404	2.572029e-02	-2.458457	1.395354e-02
lucroB.AVG	-0.0020675251	7.059145e-04	-2.928860	3.402073e-03

\$C1A2

AIC

BICq equivalent for q in (0.93883055021263, 0.96524286471859)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-3.766498e+01	7.935201e+03	-0.004746569	0.99621280
transacoes.MAX	5.653131e-01	3.225804e-01	1.752472098	0.07969266
transacoes.AVG	-1.534718e+00	1.157452e+00	-1.325945373	0.18485779
periodos.TOT	5.690472e-01	3.537244e-01	1.608730445	0.10767530
sexo	2.056570e+01	7.935194e+03	0.002591707	0.99793212
recencia	-1.893151e+01	2.636896e+03	-0.007179467	0.99427166
inv.AVG	-3.955395e-05	2.125057e-05	-1.861312549	0.06270005

\$C1A3

NULL

\$C1B1

AIC

BICq equivalent for q in (0.485709932455506, 0.965010649411007)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.018488318	0.2507298882	-4.062094	4.863453e-05
crossbuy.MAX	0.548509635	0.0879396538	6.237341	4.450702e-10
transacoes.MAX	0.036031229	0.0095490063	3.773296	1.611048e-04
frecuencia	-0.121924448	0.0228360577	-5.339120	9.339891e-08
periodos.TOT	-0.029381283	0.0091309506	-3.217768	1.291922e-03
lucroB.AVG	0.002690296	0.0005216328	5.157451	2.503340e-07
transacoes.AVG	-0.125629788	0.0354836460	-3.540498	3.993722e-04
recencia	-0.098262663	0.0280080707	-3.508370	4.508622e-04

\$C1B2

AIC

BICq equivalent for q in (0.943608956875029, 0.960167282067854)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-3.738506e+00	9.733298e-01	-3.840945	0.0001225615
inv.TREND	-9.668321e-01	3.687335e-01	-2.622035	0.0087406510

```

inv .AVG      -5.279139e-06  2.141264e-06  -2.465431  0.0136848533
sexo         9.727045e-01  7.521925e-01   1.293159  0.1959560538
frecuencia  -1.825899e-01  1.025564e-01  -1.780384  0.0750130655

```

\$C1B3

NULL

\$C1C1

AIC

BICq equivalent for q in (0.854418683596173, 0.975814978309892)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	1.182380e+00	4.383867e-02	26.971161	3.221741e-160
gasto	1.850286e+00	5.628671e-02	32.872526	5.429409e-237
lucroCC .AVG	5.420598e-04	4.168643e-05	13.003268	1.172248e-38
periodos .TOT	5.632449e-03	1.747305e-03	3.223507	1.266313e-03
lucro .CV	-4.689610e-02	1.054104e-02	-4.448908	8.630790e-06
inv .AVG	3.598528e-08	1.735721e-08	2.073218	3.815202e-02
frecuencia	-1.253472e-02	2.586249e-03	-4.846680	1.255446e-06
inv .MAX	2.143966e-08	5.845562e-09	3.667682	2.447594e-04
transacoes .AVG	-1.232473e-01	5.006480e-03	-24.617551	8.195536e-134
recencia	1.892105e-02	3.958397e-03	4.779978	1.753145e-06

\$C1C2

AIC

BICq equivalent for q in (0.720281538044291, 0.97800444045299)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.518282e+00	3.399889e-01	-4.465680	7.981490e-06
recencia	2.662789e-01	3.030133e-02	8.787697	1.526567e-18
inv .TREND	-6.788571e-01	1.227022e-01	-5.532557	3.155964e-08
inv .AVG	-4.799280e-06	6.365024e-07	-7.540081	4.696784e-14
periodos .TOT	9.966752e-02	1.367433e-02	7.288658	3.130577e-13
crossbuy .MAX	-5.951103e-01	1.348470e-01	-4.413226	1.018415e-05
frecuencia	-4.440890e-02	1.984751e-02	-2.237505	2.525334e-02

\$C1C3

AIC

BICq equivalent for q in (0.812467678559611, 0.956003699201911)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	2.045572e+00	8.720267e-01	2.345768	1.898793e-02
inv .MAX	1.321299e-07	5.137478e-08	2.571882	1.011473e-02
recencia	1.987657e-01	7.529506e-02	2.639824	8.294905e-03
gasto	-3.429757e+01	7.044252e+00	-4.868873	1.122365e-06
frecuencia	-4.931873e-01	1.992131e-01	-2.475677	1.329838e-02

\$C1NA

AIC

BICq equivalent for q in (0.148503047988233, 0.953250914261705)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-4.2175606	0.7979201	-5.285693	1.252299e-07
recencia	0.3409489	0.0533986	6.384978	1.714224e-10
lucro .CV	-1.3416095	0.5138212	-2.611043	9.026644e-03

\$C2A1

AIC

BICq equivalent for q in (0.968038148726395, 0.97320806431602)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.172278e+01	2.003059e+00	-5.852442	4.844079e-09
lucroA .AVG	3.199337e-02	1.507462e-02	2.122333	3.380976e-02
transacoes .MAX	1.218890e-01	5.148463e-02	2.367482	1.790957e-02
lucro .AVG	-3.140753e-02	1.497762e-02	-2.096965	3.599672e-02
crossbuy .MAX	1.204465e+00	8.043163e-01	1.497502	1.342627e-01
inv .AVG	6.123662e-06	2.073367e-06	2.953486	3.142064e-03

\$C2A2

AIC

BICq equivalent for q in (0.728462993632845, 0.988643497526611)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-8.755728766	0.430653547	-20.331259	6.803442e-92
transacoes .AVG	0.197947784	0.029457839	6.719698	1.821014e-11
transacoes .MAX	0.083456475	0.009637955	8.659147	4.753061e-18
lucroA .AVG	0.007353211	0.001169327	6.288411	3.207322e-10
lucro .AVG	-0.007009392	0.001132093	-6.191533	5.958185e-10
crossbuy .MAX	1.783753372	0.158836621	11.230114	2.901039e-29
periodos .TOT	-0.060591449	0.015134156	-4.003623	6.237983e-05
gasto	1.341450851	0.499632931	2.684873	7.255742e-03

\$C2A3

AIC

BICq equivalent for q in (0.954982429135158, 0.972825024839682)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-12.5045785	1.77835024	-7.031561	2.042353e-12
transacoes .MAX	0.1227903	0.03599634	3.411190	6.467994e-04
recencia	0.2487190	0.04436251	5.606513	2.064435e-08
crossbuy .MAX	1.1405347	0.68362980	1.668351	9.524601e-02

\$C2B1

AIC

BICq equivalent for q in (0.963410898200516, 0.983581122763172)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-3.025549e+00	5.759534e-01	-5.253114	1.495488e-07
inv .AVG	3.414655e-06	1.111121e-06	3.073161	2.118041e-03
inv .MAX	-3.996609e-07	3.660223e-07	-1.091903	2.748757e-01
recencia	-4.199898e-01	1.650832e-01	-2.544110	1.095564e-02
transacoes .MAX	2.469669e-02	1.333566e-02	1.851929	6.403607e-02
gasto	-5.537337e+00	1.194459e+00	-4.635852	3.554697e-06
frequencia	-1.031699e-01	5.288412e-02	-1.950868	5.107278e-02
estcivil	4.518876e-01	2.828947e-01	1.597370	1.101832e-01

\$C2B2

AIC

BICq equivalent for q in (0.718978138303424, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-0.873797993	0.1548259384	-5.643744	1.663912e-08
crossbuy .MAX	0.621166274	0.0484452492	12.822027	1.234316e-37
frequencia	-0.128067272	0.0118963030	-10.765300	5.019773e-27
transacoes .MAX	0.019289566	0.0051061839	3.777687	1.582915e-04
periodos .TOT	-0.027683929	0.0059197305	-4.676552	2.917383e-06

transacoes .AVG	-0.117415570	0.0201271922	-5.833679	5.421852e-09
gasto	0.486116502	0.1699823837	2.859805	4.239013e-03
recencia	-0.071863186	0.0097955523	-7.336308	2.195669e-13
lucro .CV	-0.068794788	0.0288392724	-2.385455	1.705801e-02
lucroB .AVG	0.004372783	0.0006016309	7.268215	3.642674e-13
lucroCC .AVG	-0.031705112	0.0022535896	-14.068716	5.913347e-45

\$C2B3

AIC

BICq equivalent for q in (0.943463613804149, 0.982406111739329)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-5.087149e+00	5.626575e-01	-9.041290	1.548334e-19
recencia	8.574170e-02	2.099729e-02	4.083465	4.436911e-05
inv .TREND	-9.386374e-01	2.092790e-01	-4.485100	7.287987e-06
crossbuy .MAX	6.517579e-01	1.952407e-01	3.338227	8.431480e-04
inv .AVG	-1.631985e-05	4.297565e-06	-3.797464	1.461842e-04
frequencia	-9.689520e-02	4.440933e-02	-2.181866	2.911943e-02
estcivil	-4.831954e-01	2.625235e-01	-1.840580	6.568317e-02

\$C2C1

AIC

BICq equivalent for q in (0.940065182540623, 0.988894767397489)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-2.779601e+00	1.623126e-01	-17.124980	9.664323e-66
inv .AVG	2.216314e-05	7.865811e-07	28.176548	1.133538e-174
lucroCC .AVG	1.780734e-02	2.099046e-03	8.483540	2.184447e-17
inv .MAX	-4.406496e-07	1.005956e-07	-4.380408	1.184573e-05
lucroCD .AVG	5.558007e-03	1.262428e-03	4.402633	1.069448e-05
frequencia	-4.685085e-02	1.312186e-02	-3.570443	3.563783e-04
periodos .TOT	-1.349441e-01	9.549129e-03	-14.131565	2.426901e-45
recencia	-1.405900e-01	2.636033e-02	-5.333394	9.639369e-08
lucro .AVG	-3.169679e-04	1.719375e-04	-1.843507	6.525509e-02

\$C2C2

AIC

BICq equivalent for q in (0.0229726473187558, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	1.183867e+00	1.828938e-02	64.729776	0.000000e+00
gasto	1.582538e+00	2.528615e-02	62.585166	0.000000e+00
periodos .TOT	2.088186e-02	8.171202e-04	25.555438	4.777356e-144
lucro .CV	-1.489878e-02	3.387006e-03	-4.398804	1.088489e-05
frequencia	-1.513865e-02	1.150512e-03	-13.158187	1.527064e-39
lucroCC .AVG	-1.170513e-03	1.215810e-04	-9.627433	6.123995e-22
transacoes .AVG	-9.333137e-02	4.603014e-03	-20.276141	2.088902e-91
recencia	9.247065e-03	1.386266e-03	6.670484	2.549619e-11
transacoes .MAX	-9.277011e-03	9.759150e-04	-9.505962	1.982076e-21
lucroB .AVG	-2.011050e-03	1.408925e-04	-14.273652	3.194048e-46
lucro .SD	6.219944e-05	7.661205e-06	8.118754	4.709932e-16

\$C2C3

AIC

BICq equivalent for q in (0.923181311315145, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-2.943488e+00	2.389901e-01	-12.316359	7.395916e-35

recencia	2.143883e-01	9.755331e-03	21.976525	4.830554e-107
inv .TREND	-6.605504e-01	6.110325e-02	-10.810396	3.073388e-27
inv .AVG	-1.566425e-05	1.193027e-06	-13.129843	2.221178e-39
periodos .TOT	9.912588e-02	7.666398e-03	12.929917	3.051500e-38
frequencia	-5.705137e-02	1.256870e-02	-4.539164	5.647772e-06
lucro .CV	1.454039e-01	5.115189e-02	2.842591	4.474852e-03
idade	-7.351292e-03	2.972654e-03	-2.472973	1.339944e-02
inv .MAX	7.056776e-07	7.948170e-08	8.878491	6.777335e-19
transacoes .MAX	-1.504067e-02	4.734743e-03	-3.176660	1.489817e-03
lucroCD .AVG	-7.945577e-03	4.685960e-03	-1.695614	8.995908e-02

\$C2NA

AIC

BICq equivalent for q in (0.915278795433786, 0.97379313192761)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-4.08259945	0.35492923	-11.502573	1.280405e-30
recencia	0.22886150	0.01303440	17.558266	5.142240e-69
gasto	-2.04823404	0.67833997	-3.019480	2.532089e-03
crossbuy .MAX	-0.96568440	0.20312986	-4.754025	1.994065e-06
periodos .TOT	0.07840922	0.01679477	4.668668	3.031587e-06
transacoes .AVG	-0.47677981	0.19621101	-2.429934	1.510157e-02
transacoes .MAX	0.07166075	0.02674426	2.679481	7.373641e-03
estcivil	0.55065661	0.18832238	2.924011	3.455531e-03

\$C3A1

NULL

\$C3A2

AIC

BICq equivalent for q in (0.98376757320297, 0.990046332572429)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-10.96019100	1.034134358	-10.598421	3.030545e-26
transacoes .MAX	0.16426736	0.031091929	5.283280	1.268915e-07
crossbuy .MAX	0.67500786	0.451657226	1.494514	1.350414e-01
lucroCD .AVG	0.01088953	0.003445875	3.160164	1.576804e-03
inv .TREND	-0.56852018	0.405550462	-1.401848	1.609606e-01
lucroB .AVG	-0.02400962	0.014088045	-1.704255	8.833349e-02

\$C3A3

AIC

BICq equivalent for q in (0.981617941520194, 0.992556919082936)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-6.28591783	0.271276156	-23.171656	8.795369e-119
transacoes .MAX	0.16545132	0.007008343	23.607764	3.207676e-123
transacoes .AVG	0.16537879	0.022265175	7.427689	1.105115e-13
crossbuy .MAX	0.79726365	0.081179603	9.820985	9.144585e-23
lucroA .AVG	0.01561527	0.005920148	2.637648	8.348309e-03
lucro .AVG	-0.01563544	0.005918885	-2.641620	8.251060e-03
periodos .TOT	-0.05820172	0.009545039	-6.097588	1.076806e-09
frequencia	-0.04161950	0.022525539	-1.847658	6.465177e-02
lucroB .AVG	-0.02022419	0.006709452	-3.014284	2.575868e-03
sexo	0.19639686	0.131365414	1.495042	1.349034e-01

\$C3B1

NULL

\$C3B2

AIC

BICq equivalent for q in (0.982799976772037, 0.989853119744388)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-6.307314e+00	2.877059e-01	-21.922778	1.575450e-106
lucroB .AVG	4.782461e-03	1.063040e-03	4.498853	6.832108e-06
lucroCD .AVG	5.079418e-03	1.932053e-03	2.629026	8.562974e-03
crossbuy .MAX	7.212835e-01	1.277405e-01	5.646473	1.637730e-08
inv .AVG	7.966307e-07	3.298563e-07	2.415085	1.573156e-02
recencia	-1.139231e-01	3.404400e-02	-3.346350	8.188303e-04
inv .TREND	5.115674e-01	1.397892e-01	3.659564	2.526446e-04
frecuencia	-3.180197e-02	2.337685e-02	-1.360405	1.737019e-01

\$C3B3

AIC

BICq equivalent for q in (0.738245003803825, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.579020543	0.0836875319	-18.868050	2.088643e-79
crossbuy .MAX	1.225145908	0.0320685250	38.203999	0.000000e+00
transacoes .MAX	0.010490310	0.0036682968	2.859722	4.240121e-03
frecuencia	-0.138907570	0.0065967826	-21.056866	1.978363e-98
transacoes .AVG	-0.135837969	0.0176659409	-7.689257	1.479914e-14
lucroB .AVG	0.005940532	0.0007801833	7.614277	2.651709e-14
recencia	-0.049233098	0.0032262817	-15.260012	1.412222e-52
sexo	0.258536189	0.0389323428	6.640653	3.122959e-11
periodos .TOT	-0.079752786	0.0034577952	-23.064636	1.048939e-117
lucroCC .AVG	-0.058535564	0.0045256944	-12.934051	2.891702e-38
inv .TREND	-0.189557102	0.0254708845	-7.442109	9.909030e-14

\$C3C1

AIC

BICq equivalent for q in (0.978178404396085, 0.991812391988533)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-8.052399e+00	1.380335e+00	-5.8336544	5.422637e-09
lucroCC .AVG	5.983626e-01	1.165242e+00	0.5135093	6.075951e-01
inv .MAX	1.587076e-06	3.193401e-07	4.9698621	6.700054e-07
lucro .AVG	-5.640058e-01	1.164864e+00	-0.4841816	6.282570e-01
recencia	-7.341139e+00	2.242022e+00	-3.2743381	1.059098e-03
lucroB .AVG	5.444758e-01	1.166101e+00	0.4669198	6.405573e-01
periodos .TOT	-1.950001e-01	9.040608e-02	-2.1569355	3.101069e-02
inv .TREND	1.517756e+00	9.771410e-01	1.5532618	1.203606e-01
lucroCD .AVG	5.695965e-01	1.164881e+00	0.4889739	6.248601e-01

\$C3C2

AIC

BICq equivalent for q in (0.00201896194877937, 0.994155993302117)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-2.712478e+00	9.299828e-02	-29.166971	5.090155e-187
inv .AVG	4.083695e-05	1.274851e-06	32.032731	3.819759e-225
crossbuy .MAX	4.552591e-01	3.672744e-02	12.395611	2.760330e-35
lucroCC .AVG	1.551177e-02	3.139284e-03	4.941181	7.765074e-07
inv .MAX	-1.407589e-06	1.143298e-07	-12.311658	7.839596e-35
recencia	-1.127487e-01	7.342903e-03	-15.354786	3.289942e-53

periodos .TOT	-3.262557e-02	3.963288e-03	-8.231943	1.842004e-16
frecuencia	-3.140938e-02	6.084147e-03	-5.162496	2.436791e-07
lucroB .AVG	-5.375145e-03	1.067497e-03	-5.035280	4.771513e-07

\$C3C3

AIC

BICq equivalent for q in (0.464844277604933, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	2.160754e+00	9.645476e-03	224.017361	0.000000e+00
periodos .TOT	3.775521e-02	3.659616e-04	103.167138	0.000000e+00
gasto	3.377761e-01	1.018986e-02	33.148258	6.000254e-241
lucro .CV	7.901805e-03	1.994814e-03	3.961173	7.458249e-05
frecuencia	-1.972370e-02	5.153721e-04	-38.270792	0.000000e+00
transacoes .MAX	-4.299286e-03	6.033939e-04	-7.125174	1.039496e-12
transacoes .AVG	-1.063786e-01	3.277140e-03	-32.460793	3.814635e-231
crossbuy .MAX	-9.032943e-02	4.132680e-03	-21.857347	6.618049e-106
inv .AVG	-9.641845e-06	1.159639e-07	-83.145200	0.000000e+00
lucroB .AVG	-2.447433e-03	1.817481e-04	-13.466070	2.477026e-41
recencia	6.206549e-03	3.338580e-04	18.590382	3.844271e-77

\$C3NA

AIC

BICq equivalent for q in (0.979733193270466, 0.985933495283501)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.882164e+00	8.346691e-02	-22.549826	1.348137e-112
recencia	2.361879e-01	3.723772e-03	63.427046	0.000000e+00
gasto	-3.713670e+00	1.543271e-01	-24.063622	6.011813e-128
periodos .TOT	1.016220e-01	4.261427e-03	23.846949	1.089212e-125
crossbuy .MAX	-1.007768e+00	5.113443e-02	-19.708218	1.833099e-86
inv .AVG	8.054773e-06	2.184210e-06	3.687728	2.262651e-04
lucroB .AVG	-2.627301e-03	1.862520e-03	-1.410616	1.583578e-01
inv .MAX	-2.756406e-06	6.390738e-07	-4.313126	1.609623e-05
lucroCC .AVG	-2.572586e-02	5.948278e-03	-4.324926	1.525833e-05

\$NAA1

AIC

BICq equivalent for q in (0.488837524061822, 0.991764404904734)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-9.855743e+00	4.134665e-01	-23.836858	1.386053e-125
lucro .SD	7.401111e-05	1.216027e-05	6.086305	1.155461e-09
transacoes .AVG	9.989481e-02	2.877587e-02	3.471478	5.176016e-04
inv .AVG	7.507748e-07	1.537757e-07	4.882271	1.048713e-06
transacoes .MAX	6.227694e-02	1.557855e-02	3.997608	6.398584e-05
crossbuy .MAX	9.569972e-01	1.855544e-01	5.157502	2.502668e-07

\$NAA2

AIC

BICq equivalent for q in (6.6187108048843e-05, 0.988711503271872)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-6.818937e+00	1.825501e-01	-37.353789	2.200579e-305
lucro .SD	9.148188e-05	9.980513e-06	9.166050	4.906685e-20
transacoes .MAX	1.159456e-01	5.270095e-03	22.000658	2.838298e-107
crossbuy .MAX	6.242635e-01	8.912590e-02	7.004289	2.482433e-12
periodos .TOT	-6.718169e-02	1.114586e-02	-6.027500	1.665150e-09

lucroB .AVG	-2.036804e-03	4.792170e-04	-4.250275	2.135080e-05
recencia	-8.029507e-02	1.139192e-02	-7.048423	1.809565e-12

\$NAA3

AIC

BICq equivalent for q in (0.859623679638881, 0.990458914931404)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-4.69901981	0.116808227	-40.228500	0.000000e+00
transacoes .MAX	0.21689212	0.003642025	59.552623	0.000000e+00
transacoes .AVG	0.04743305	0.010934678	4.337855	1.438800e-05
crossbuy .MAX	-0.60864066	0.045777878	-13.295519	2.457613e-40
lucroA .AVG	0.03940367	0.001278366	30.823465	1.270711e-208
lucro .AVG	-0.03936419	0.001278606	-30.786799	3.936422e-208
inv .TREND	-0.38104609	0.039985209	-9.529676	1.577747e-21
gasto	-1.17893647	0.177325893	-6.648417	2.962621e-11
sexo	0.17302821	0.064733896	2.672915	7.519526e-03
frequencia	0.05230262	0.003560837	14.688294	7.661844e-49

\$NAB1

AIC

BICq equivalent for q in (0.350743708906446, 0.994051847970714)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-3.817988e+00	8.702259e-02	-43.873531	0.000000e+00
inv .AVG	7.895355e-06	3.759930e-07	20.998675	6.744059e-98
inv .MAX	3.373616e-07	8.373364e-08	4.028985	5.601812e-05
lucroB .AVG	1.980513e-03	1.892733e-04	10.463775	1.267053e-25
recencia	-1.384686e-01	1.130649e-02	-12.246824	1.747044e-34
lucroCD .AVG	-2.702156e-03	8.644249e-04	-3.125958	1.772271e-03
lucroCC .AVG	-4.848421e-02	3.227689e-03	-15.021336	5.322413e-51
gasto	-1.116689e+00	2.705987e-01	-4.126733	3.679530e-05
lucro .SD	3.540610e-04	5.732913e-05	6.175936	6.577274e-10
lucro .AVG	-1.219641e-03	1.425687e-04	-8.554758	1.181160e-17

\$NAB2

AIC

BICq equivalent for q in (0.734167899500418, 0.994330219559616)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-2.579895e+00	5.442282e-02	-47.404655	0.000000e+00
recencia	-1.325371e-01	4.510494e-03	-29.384156	8.753534e-190
crossbuy .MAX	3.204786e-01	3.119452e-02	10.273554	9.272478e-25
lucroB .AVG	1.292428e-03	1.299348e-04	9.946743	2.605709e-23
inv .MAX	1.916379e-07	3.966419e-08	4.831509	1.355021e-06
transacoes .AVG	-5.933510e-02	1.113187e-02	-5.330202	9.810380e-08
transacoes .MAX	1.712535e-02	2.818753e-03	6.075506	1.235973e-09
inv .AVG	-3.755461e-07	1.345823e-07	-2.790458	5.263356e-03
frequencia	1.264738e-02	2.133079e-03	5.929164	3.044809e-09

\$NAB3

AIC

BICq equivalent for q in (0.299033854671949, 0.988472097126018)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	2.053915e-01	4.479914e-02	4.584720	4.545945e-06
recencia	-9.906345e-02	1.716864e-03	-57.700223	0.000000e+00
inv .MAX	-7.309133e-06	2.732552e-07	-26.748378	1.289618e-157

inv .AVG	1.005783e-05	6.861657e-07	14.658023	1.197078e-48
periodos .TOT	-3.278446e-02	3.189253e-03	-10.279667	8.702794e-25
inv .TREND	-3.644179e-01	1.738325e-02	-20.963742	1.405896e-97
frecuencia	5.692776e-03	1.623099e-03	3.507351	4.525923e-04
sexo	4.224967e-01	2.544409e-02	16.604907	6.421974e-62
gasto	-1.065290e+00	8.360221e-02	-12.742364	3.438180e-37
lucroCC .AVG	-1.725078e-01	9.704256e-03	-17.776505	1.074746e-70

\$NAC1

AIC

BICq equivalent for q in (0.971674483546638, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-4.135639e+00	1.404532e-01	-29.444960	1.460635e-190
inv .MAX	3.300133e-07	6.541045e-08	5.045270	4.528822e-07
inv .AVG	4.931477e-07	1.859684e-07	2.651782	8.006823e-03
lucroCC .AVG	2.291413e-02	1.764946e-03	12.982910	1.529564e-38
lucroCD .AVG	4.724021e-03	7.281569e-04	6.487642	8.719009e-11
recencia	-1.762633e-01	1.661453e-02	-10.608984	2.706756e-26
transacoes .MAX	-1.102134e-01	2.074112e-02	-5.313761	1.073852e-07
transacoes .AVG	-4.239664e-01	1.296304e-01	-3.270579	1.073274e-03
crossbuy .MAX	6.253357e-01	7.727094e-02	8.092767	5.832433e-16
gasto	-9.423853e-01	2.872333e-01	-3.280906	1.034742e-03
inv .TREND	-1.343682e-01	6.906666e-02	-1.945486	5.171657e-02

\$NAC2

AIC

BICq equivalent for q in (0.194826674876553, 0.989225347095701)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	-1.755637e+00	4.339636e-02	-40.455854	0.000000e+00
recencia	-2.039460e-01	7.653373e-03	-26.647853	1.895228e-156
transacoes .MAX	-1.109730e-01	9.924710e-03	-11.181483	5.024351e-29
transacoes .AVG	-2.219660e-01	6.502247e-02	-3.413682	6.409128e-04
lucroCC .AVG	1.252566e-02	1.204014e-03	10.403244	2.396341e-25
lucroCD .AVG	3.092938e-03	5.827740e-04	5.307268	1.112807e-07
sexo	-1.891447e-01	4.183613e-02	-4.521086	6.152330e-06
inv .MAX	1.291046e-07	2.573118e-08	5.017437	5.236526e-07
frecuencia	2.065744e-02	2.097392e-03	9.849108	6.915526e-23

\$NAC3

AIC

BICq equivalent for q in (1.47078840749826e-05, 0.995451032890529)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	2.241534e-01	5.094694e-02	4.399742	1.083795e-05
transacoes .MAX	-2.888138e-01	5.310960e-03	-54.380721	0.000000e+00
recencia	-1.624797e-01	3.030288e-03	-53.618550	0.000000e+00
gasto	-6.035596e-01	1.055598e-01	-5.717701	1.079746e-08
sexo	-2.450372e-01	2.915165e-02	-8.405602	4.256735e-17
crossbuy .MAX	2.825371e-01	3.162751e-02	8.933269	4.136008e-19
inv .TREND	1.601568e-01	2.217911e-02	7.221068	5.158091e-13
inv .MAX	-9.845022e-06	2.372256e-07	-41.500671	0.000000e+00
periodos .TOT	1.025895e-01	3.410411e-03	30.081281	8.515606e-199

\$NANA

AIC

BICq equivalent for q in (0.127776121351166, 1)

Best Model:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
Intercepto	3.074406e+00	7.237574e-03	424.784043	0.000000e+00
periodos .TOT	-7.399779e-02	5.736394e-04	-128.997048	0.000000e+00
gasto	-1.120977e+00	1.105280e-02	-101.420123	0.000000e+00
frequencia	-9.306056e-04	2.435047e-04	-3.821716	1.325264e-04
lucro .CV	-1.525534e-02	1.503825e-03	-10.144360	3.510736e-24
transacoes .AVG	2.350033e-02	1.575514e-03	14.915977	2.594533e-50
transacoes .MAX	-9.142483e-03	2.811375e-04	-32.519620	5.631099e-232
crossbuy .MAX	1.311645e-01	2.990068e-03	43.866726	0.000000e+00
inv .TREND	1.038345e-01	2.346877e-03	44.243693	0.000000e+00
lucroB .AVG	1.066628e-04	1.633557e-05	6.529484	6.599671e-11
lucro .AVG	-1.960467e-05	2.775006e-06	-7.064733	1.609253e-12

APÊNDICE D — FUNÇÕES PROGRAMADAS NO *SOFTWARE R*¹

D.1 FUNÇÕES PRIMÁRIAS GERAIS

D.1.1 Função para segmentar de acordo com o perfil de risco (variável 1)

```
#####
### perfil.seg
#####
## Descricao
# Identifica o perfil de risco do cliente de acordo com as transacoes nas categorias de
# produtos, para, apos, segmentar os clientes em funcao desse.

## Uso
# perfil.seg(base.b, base.r, qde.perfis, mm=NULL)

## Argumentos
# base.b - array de 3 dimensoes: clientes x dummies por produto x periodos
# base.r - array de 3 dimensoes: clientes x receita por produto x periodos
# qde.perfis - opcional, numero de perfis de risco dos clientes (default = 4, senao 2 ou 3)
# mm - opcional, intervalo de tempo compreendido na media movel (default = 1)

## Pacotes
# require(abind)

## Saidas
# result$legenda - perfis de risco dos clientes utilizados para segmentacao
# result$perfil.Segmat - segmentacao por perfil de risco
# result$perfil.Segmat.table - resumo da segmentacao por perfil de risco
# result$perfil.Segmat.aug - segmentacao por perfil de risco sem missing values (= mais
# recente)
# result$perfil.Segmat.aug.table - resumo da segmentacao por perfil de risco sem missing
# values (= mais recente)
#####
```

D.1.2 Função para segmentar de acordo com o montante de investimento (variável 2)

```
#####
### net.seg
#####
## Descricao
# Segmenta os clientes de acordo com o montante de investimento (Net).

## Uso
# net.seg(base, net.values, mm=NULL)

## Argumentos
# base - array de 3 dimensoes: clientes x valores do Net x periodos
# net.values - valores utilizados para corte entre os segmentos de clientes
# mm - opcional, intervalo de tempo compreendido na media movel (default = 1)

## Saidas
# result$net.Segmat - segmentacao pelo Net
# result$net.Segmat.table <- resumo da segmentacao pelo Net
#####
```

¹Caso haja interesse em ter acesso aos códigos das funções, favor entrar em contato com a autora pelo email: cleo.ssilveira@gmail.com.

D.1.3 Função para combinar dois critérios de segmentação (variáveis 1 e 2)

```
#####
### segmenta
#####
## Descricao
# Combina dois criterios de segmentacao de clientes

## Uso
# segmenta(base1, base2)

## Argumentos
# base 1 # matriz contendo a segmentacao em funcao da variavel 1
# base 2 # matriz contendo a segmentacao em funcao da variavel 2

## Saidas
# result$nseg - numero de segmentos
# result$segvec - vetor contendo o nome dos segmentos
# result$Segmat - matriz com a segmentacao dos clientes para cada periodo
# result$Segmat.table - resumo da matriz por segmentacao
#####
```

D.1.4 Função para criar filtros referentes à segmentação

```
#####
### filtra
#####
## Descricao
# Cria filtros em funcao da matriz de segmentacao dos clientes

## Uso
# filtra(Segmat)

## Argumentos
# Segmat # matriz que contem a segmentacao dos clientes a cada periodo

## Saidas
# result$Filtromat - matriz dos filtros organizados por periodo
# result$filtrovec - vetor contendo o nome dos filtros
# result$filtros - filtros contendo os clientes de cada segmento por periodo
#####
```

D.1.5 Função para estimar a matriz de probabilidade de transição

```
#####
### markovFit
#####
## Descricao
# Estima a matriz de probabilidade de transicao entre segmentos

## Uso
# markovFit(Segmat, mm.M=NULL, mercado=NULL)

## Argumentos
# Segmat # matriz que contem a segmentacao dos clientes a cada periodo
# mm.M - opcional, intervalo de tempo utilizado para estimacao da Markov (default = 1)
# mercado - opcional, tamanho do mercado (numero total de clientes)

## Pacotes
# require(markovchain)

#####
```

```
##### (continuacao)#####
## Saidas
# result$Segmat.B - matriz que contem as migracoes dos clientes entre segmentos
# result$Transmat.count.l - array contendo as matrizes de contagem das transicoes entre
  segmentos
# result$Transmat.count - matriz de contagem das transicoes entre segmentos
# result$Transmat.l - array contendo as matrizes de transicao entre segmentos
# result$Transmat - matriz de transicao entre segmentos
# result$steadyStates.l - matriz contendo os vetores de steadyStates
# result$steadyStates - vetor de steadyStates
# result$abStates - relacao dos vetores de absorbingStates
# result$transStates - relacao dos vetores de transientStates
# result$Transmat.det - vetor dos determinantes das matrizes de transicoes
#####
```

D.1.6 Função para calcular o retorno dos segmentos

```
#####
## ret.seg
#####
## Descricao
# Calcula o retorno dos segmentos

## Uso
# ret.seg(margem, receita, filtros, segvec=NULL, mm=NULL, mm.cor=NULL, calculo=NULL)

## Argumentos
# margem - matriz que contem a margem de contribuicao do cliente por periodo
# receita - matriz que contem a receita gerada pelo cliente a cada periodo
# filtros - lista contendo a relacao de clientes correspondente a cada filtro (segmento por
  periodo)
# segvec - opcional, vetor contendo os nomes dos segmentos
# mm - opcional, intervalo de tempo considerado na media movel (default=1)
# mm.cor - opcional, intervalo para analise da estabilidade da correlacao entre os segmentos (
  default = 1) # so calcula a correlacao entre os segmentos se periodo-mm+1 > mm.cor
# calculo - opcional, forma de agregacao dos dados 'sum' or 'mean' (default = 'sum')

## Pacotes
# require(ggplot2)
# require(gridExtra)
# require(reshape2)

## Saidas
# result$nmat - numero de clientes por segmento por periodo
# result$Rmat - matriz com retorno dos segmentos por periodo
# result$sdvec - vetor com desvio padrao do retorno dos segmentos
# result$n.test - teste de normalidade dos retornos
# result$Lucmat - matriz de lucratividade dos segmentos por periodo
# result$lucvec - vetor da lucratividade media por segmento
# result$cor.seg - correlacao entre os segmentos
# result$cor.seg.sd - desvio padrao da correlacao entre os segmentos
# result$cor.seg.l - matriz de correlacao entre os segmentos
# grafico 1: analise_seg.png - retorno dos segmentos
# grafico 2: hist_ret.png - histograma dos retornos dos segmentos
# grafico 3: QQsRmat.png - qqplot dos retornos dos segmentos
# grafico 4: cor.png - correlacao dos retornos dos segmentos
#####
```

D.1.7 Função para definir os limites de participação dos segmentos

```
#####
### lim.seg
#####
## Descrição
# Define os limites (restricoes) para alteracao da participacao de cada segmento na carteira
  de clientes

## Uso
# lim.seg(nmat, steadyStatesvec, Transmat, Rmat, limite.tipo='p')

## Argumentos
# nmat - numero de clientes por segmento por periodo
# steadyStatesvec - vetor de steadyStates
# Transmat - matriz de transicao entre segmentos
# Rmat - matriz com retorno dos segmentos por periodo
# limite.tipo - opcional, criterio para definicao dos limites: previsto, convergencia ou
  historico (default='p', senao 'c' ou 'h')

## Saidas
# result$Limmat - matriz contendo a participacao minima e maxima historicas, assim como a
  tendencia da carteira
# result$minvec - participacao minima de cada segmento na carteira de clientes (limite
  inferior da Limmat)
# result$maxvec - participacao maxima de cada segmento na carteira de clientes (limite
  superior da Limmat)
#####
```

D.1.8 Função para estimar a tendência da série

```
#####
### trend.sur
#####
## Descrição
# Verifica a existencia de tendencia linear na serie, permitindo a correlacao entre os erros
  das series dos segmentos.

## Uso
# trend.sur(serie, segvec=NULL, pvalue=NULL, byrow=T, mm.M=1)

## Argumentos
# serie - matriz de retornos ou de lucratividade dos segmentos
# segvec - opcional, vetor contendo os nomes dos segmentos de clientes
# pvalue - opcional, ponto de corte desejado para p_value (default = 0.05)
# byrow - opcional, sentido temporal (default = linhas)
# mm.M - opcional, intervalo de tempo utilizado para estimacao da Markov (default = 1)

## Saidas
# result$serie.t1 - previsao da serie para o proximo periodo
# result$serie.mean - media historica da serie
# result$serie.trend - previsao da serie, considerando a existencia de tendencia
# result$lm - resultado das regressoes lineares
#####
```

D.2 FUNÇÕES PRIMÁRIAS REFERENTES À OTIMIZAÇÃO

D.2.1 Função para otimizar o portfólio de clientes (variância)

```
#####
### QP.seg
#####
## Descrição
# Encontra o portfólio de menor variancia a partir da funcao de otimizacao quadratica (solve.
  QP), dada determinadas restricoes lineares.

## Uso
# QP.seg(Rmat, mm.cor=NULL, Rtgt = NULL, nmat = NULL, Transmat.count = NULL, Lucmat = NULL,
  minvec = NULL, maxvec = NULL, gvec = NULL, gminvec = NULL, gmaxvec = NULL, output = F,
  tendencia = F)

## Especificacoes
# minimize in x: 0.5*x'*D*x - d'*x
# subject to: Aeq*x >= bleq
# x >= 0
# subject to: Aeq*x == beq
# sum(x) == 1
# x >= minvec
# x <= maxvec
# sum.group(x) >= gminvec
# sum.group(x) <= gmaxvec

## Argumentos
# Rmat - matriz de retornos dos segmentos
# mm.cor - opcional, intervalo considerado para estimar o retorno esperado dos segmentos (
  default = NULL)
# Rtgt - opcional, retorno desejado (default = NULL)
# nmat - opcional, numero de clientes por segmento por periodo (default = NULL)
# Transmat.count - opcional, matriz de contagem das transicoes entre segmentos (default = NULL
  )
# Lucmat - opcional, matriz de lucratividade por segmento (default = NULL)
# minvec - opcional, participacao minima na carteira de cada segmento (default = NULL)
# maxvec - opcional, participacao maxima na carteira de cada segmento (default = NULL)
# gvec - opcional, vetor de identificacao dos grupos de segmentos (default = NULL)
# gminvec - opcional, participacao minima na carteira de cada grupo (default = NULL)
# gmaxvec - opcional, participacao maxima na carteira de cada grupo (default = NULL)
# output - opcional, mostrar o resultado (default = FALSE)
# tendencia - opcional, adiciona tendencia, se houver, a serie (default = FALSE)

## Pacotes
# require(quadprog)

## Saidas
# result$solution - composicao da carteira de clientes que minimiza a variancia
# result$value - variancia do portfolio
# result$Amat - matriz contendo as restricoes
# result$bvec - vetor de restricoes
# result$meq - numero de restricoes equalitarias
# result$Rvec - vetor de retorno dos segmentos
#####
```

D.2.2 Função para construir a fronteira da eficiência (variância)

```
#####
### Eff.seg
#####
## Descricao
# Constroi a fronteira da eficiencia contendo os portfolios de menor variancia para todos
# possiveis retornos da carteira.

## Uso
# Eff.seg(Rmat, mm.cor = NULL, segvec = NULL, nmat = NULL, Transmat.count = NULL,
# steadyStatesvec=NULL, Lucmat = NULL, minvec = NULL, maxvec = NULL, gvec = NULL, gminvec =
# NULL, gmaxvec = NULL, minret = NULL, maxret = NULL, leneff = NULL, tendencia = F)

## Argumentos
# Rmat - matriz de retornos dos segmentos
# mm.cor - opcional, intervalo considerado para estimar o retorno esperado dos segmentos (
# default = NULL)
# segvec - opcional, vetor contendo o nome dos segmentos
# nmat - opcional, numero de clientes por segmento por periodo
# Transmat.count - opcional, matriz de contagem das transicoes entre segmentos (default = NULL
# )
# steadyStatesvec - opcional, vetor de steadyStates (default = NULL)
# Lucmat - opcional, matriz de lucratividade por segmento (default = NULL)
# minvec - opcional, participacao minima na carteira de cada segmento (default = NULL)
# maxvec - opcional, participacao maxima na carteira de cada segmento (default = NULL)
# gvec - opcional, vetor de identicao dos grupos de segmentos (default = NULL)
# gminvec - opcional, participacao minima na carteira de cada grupo (default = NULL)
# gmaxvec - opcional, participacao maxima na carteira de cada grupo (default = NULL)
# minret - opcional, retorno alvo minimo da fronteira da eficiencia (default = NULL)
# maxret - opcional retorno alvo maximo da fronteira da eficiencia (default = NULL)
# leneff - opcional, pontos da fronteira da eficiencia (default = 100)
# tendencia - opcional, adiciona tendencia, se houver, a serie (default = FALSE)

## Pacotes
# require(quadprog)
# require(lpSolve)
# require(reshape)
# require(ggplot2)
# require(gtable)
# require(markovchain)

## Funcoes programadas
# source('trends.R')
# source('qpsseg.R')
# source('effsegint.R') # funcao interna

## Saidas
# result$eff.front - fronteira eficiente
# result$points - pontos de interesse da fronteira eficiente
# grafico 1: plot1.png - fronteira eficiente - retorno vs risco (geral)
# grafico 2: plot2.png - fronteira eficiente - retorno vs risco (detalhe)
# grafico 3: plot3.png - fronteira eficiente - lucro vs risco
# grafico 4: plot4.png - composicao do portfolio
# grafico 5: plot5.png - participacao dos segmentos ao longo da fronteira
# grafico 6: plot7.png - evolucao do portfolio
# grafico 7: plot8.png - participacao historica dos segmentos
#####
```

D.2.3 Função para otimizar o portfolio de clientes (CVaR)

```
#####
### LP.seg
#####
## Descricao
# Encontra o portfolio de menor variancia a partir da funcao de otimizacao linear (solve_LP),
  dada determinadas restricoes lineares.

## Uso
# LP.seg(Rmat, mm.cor= NULL, beta, Rtgt = NULL, nmat = NULL, Transmat.count = NULL, Lucmat =
  NULL, minvec = NULL, maxvec = NULL, gvec = NULL, gminvec = NULL, gmaxvec = NULL, output =
  F, tendencia = F)

## Especificacoes
# minimize in x: c'*x
# subject to: Aleq*x >= bbleq
# x >= 0
# subject to: Aeq*x == beq
# sum(x) == 1
# x >= minvec
# x <= maxvec
# sum.group(x) >= gminvec
# sum.group(x) <= gmaxvec

## Argumentos
# Rmat - matriz de retornos dos segmentos
# mm.cor - opcional, intervalo considerado para estimar o retorno esperado dos segmentos (
  default = NULL)
# beta - intervalo de confianca
# Rtgt - opcional, retorno desejado (default = NULL)
# nmat - opcional, numero de clientes por segmento por periodo (default = NULL)
# Transmat.count - opcional, matriz de contagem das transicoes entre segmentos (default = NULL
  )
# Lucmat - opcional, matriz de lucratividade por segmento (default = NULL)
# minvec - opcional, participacao minima na carteira de cada segmento (default = NULL)
# maxvec - opcional, participacao maxima na carteira de cada segmento (default = NULL)
# gvec - opcional, vetor de identificacao dos grupos de segmentos (default = NULL)
# gminvec - opcional, participacao minima na carteira de cada grupo (default = NULL)
# gmaxvec - opcional, participacao maxima na carteira de cada grupo (default = NULL)
# output - opcional, mostrar o resultado (default = FALSE)
# tendencia - opcional, adiciona tendencia, se houver, a serie (default = FALSE)

# Pacotes
# require(Rglpk)

## Saidas
# result$solution - composicao da carteira de clientes que minimiza o CVaR
# result$Amat - matriz contendo as restricoes
# result$bvec - vetor de restricoes
# result$meq - numero de restricoes equalitarias
# result$Rvec - vetor de retorno dos segmentos
#####
```

D.2.4 Função para construir a fronteira da eficiência (CVaR)

```
#####
### Eff.gen
#####
## Descricao
# Constroi a fronteira da eficiencia contendo os portfolios de menor CVaR para todos possiveis
  retornos da carteira.

## Uso
# Eff.gen(Rmat, mm.cor=NULL, beta, segvec = NULL, nmat = NULL, Transmat.count = NULL, Lucmat =
  NULL, minvec = NULL, maxvec = NULL, gvec = NULL, gminvec = NULL, gmaxvec = NULL, minret =
  NULL, maxret = NULL, leneff = NULL, tendencia = F)

## Argumentos
# Rmat - matriz de retornos dos segmentos
# mm.cor - opcional, intervalo considerado para estimar o retorno esperado dos segmentos (
  default = NULL)
# beta - intervalo de confianca
# segvec - opcional, vetor contendo o nome dos segmentos (default = NULL)
# nmat - opcional, numero de clientes por segmento por periodo (default = NULL)
# Transmat.count - opcional, matriz de contagem das transicoes entre segmentos (default = NULL
  )
# Lucmat - opcional, matriz de lucratividade por segmento (default = NULL)
# minvec - opcional, participacao minima na carteira de cada segmento (default = NULL)
# maxvec - opcional, participacao maxima na carteira de cada segmento (default = NULL)
# gvec - opcional, vetor de identificacao dos grupos de segmentos (default = NULL)
# gminvec - opcional, participacao minima na carteira de cada grupo (default = NULL)
# gmaxvec - opcional, participacao maxima na carteira de cada grupo (default = NULL)
# minret - opcional, retorno alvo minimo da fronteira da eficiencia (default = NULL)
# maxret - opcional retorno alvo maximo da fronteira da eficiencia (default = NULL)
# leneff - opcional, pontos da fronteira da eficiencia (default = 100)
# tendencia - opcional, adiciona tendencia, se houver, a serie (default = FALSE)

## Pacotes
# require(lpSolve)
# require(reshape)
# require(ggplot2)
# require(gtable)
# require(markovchain)

## Funcoes programadas
# source('trendsur.R')
# source('qpseg.R')
# source('effgenint.R') # funcao interna

## Saidas
# result$eff.front - fronteira eficiente
# result$points - pontos de interesse da fronteira eficiente
# grafico 1: plot1.png - fronteira eficiente - retorno vs risco (geral)
# grafico 2: plot2.png - fronteira eficiente - retorno vs risco (detalhe)
# grafico 3: plot3.png - fronteira eficiente - lucro vs risco
# grafico 4: plot4.png - composicao do portfolio
# grafico 5: plot5.png - participacao dos segmentos ao longo da fronteira
# grafico 6: plot7.png - evolucao do portfolio
# grafico 7: plot8.png - participacao historica dos segmentos
#####
```

D.3 FUNÇÕES PRIMÁRIAS REFERENTES AOS MODELOS DE CLV

D.3.1 Função para contar as migrações entre os segmentos – modelos E e M

```
#####
### migracoes
#####
## Descricao
# Realiza a contagem das migracoes entre os segmentos.

## Uso
# migracoes(Segmat.B, segvec)

## Argumentos
# Segmat.B - matriz que contem as migracoes dos clientes entre segmentos
# segvec - vetor contendo os nomes dos segmentos de clientes

## Funcoes programdas
# source('migra.R') # funcao interna
# source('migras.R') # funcao interna
# source('migra.todos.R') # funcao interna

## Saidas
# result$Migra - matriz com a contagem binaria das migracoes
# result$Migras - matriz com a contagem das migracoes
# result$migra.col - coluna correspondente nas listas de contagem para todas as situacoes de
#   migracao possiveis
# result$migra.seg - segmento de origem da situacao de migracao
# result$migra.tab - tabela contendo as migracoes, segmentos de origem e colunas
#   correspondentes nas listas de contagem
# result$t.poisson - periodo de tempo considerado na contagem das migracoes
# result$inercia - informa as posicoes das situacoes de permanencia
#####
```

D.3.2 Função para criar a matriz das variáveis independentes – modelos E e M

```
#####
### matrixX
#####
## Descricao
# Cria a matriz contendo as variaveis independentes. Algumas variaveis sao calculadas de
#   maneira automatica nessa funcao.

## Uso
# matrixX(base, var.list, base.demo, var.list.demo, mm.M)

## Argumentos
# base - array de 3 dimensoes: clientes x variaveis independentes x periodos
# var.list - lista das variaveis independentes longitudinais que deverao ser avaliadas
# base.demo - matriz contendo as variaveis demograficas dos clientes
# var.list.demo - lista das variaveis demograficas que deverao ser avaliadas
# mm.M - intervalo de tempo utilizado para estimacao da Markov (default = 1)

## Pacotes

## Funcoes programadas
# source('matrixaut.R') # funcao interna
# source('matrixcompl.R') # funcao interna
# source('matrixdemo.R') # funcao interna

## Saidas
# result$matrix.X - matriz contendo as variaveis independentes
#####
```

D.3.3 Função para criar as matrizes contendo as variáveis dependentes e independentes – modelos E e M

```
#####
### listXY
#####
## Descrição
# Cria a matriz contendo as variáveis independentes e dependentes para as situações de
# permanência e de migração.

## Uso
# listXY(matrix.X, Migra, Migras)

## Argumentos
# matrix.X - matriz contendo as variáveis independentes
# Migra - matriz com a contagem binária das migrações (utilizada nas situações de migração)
# Migras - matriz com a contagem das migrações (utilizada nas situações de permanência)

## Saídas
# result$list.XY.binomial - lista das matrizes contendo as variáveis para as situações de
# migração
# result$list.XY.poisson - lista das matrizes contendo as variáveis para as situações de
# permanência
#####
```

D.3.4 Função para limitar o número de variáveis preditoras – modelos E e M

```
#####
### topX
#####
## Descrição
# Limita de número de variáveis preditoras dos modelos.

## Uso
# topX(list.XY.binomial, list.XY.poisson, top=10)

## Argumentos
# result$list.XY.binomial - lista das matrizes contendo as variáveis para as situações de
# migração
# result$list.XY.poisson - lista das matrizes contendo as variáveis para as situações de
# permanência
# top - opcional, número máximo de variáveis preditoras (default = 10)

## Saídas
# result$list.XY.top.binomial - lista reduzida das matrizes contendo as variáveis para as
# situações de migração
# result$top.names.b - relação das variáveis selecionadas para cada situação de migração
# result$cor.top.names.b - correlação entre as variáveis independentes selecionadas e a
# variável dependente para cada situação de migração
# result$list.XY.top.poisson - lista reduzida das matrizes contendo as variáveis para as
# situações de permanência
# result$top.names.p - relação das variáveis selecionadas para cada situação de permanência
# result$cor.top.names.p - correlação entre as variáveis independentes selecionadas e a
# variável dependente para cada situação de permanência
#####
```

D.3.5 Função para selecionar os modelos – modelos E e M

```
#####
### best.model
#####
## Descriçao
# Seleciona os melhores modelos para cada situacao.

## Uso
best.model(list.XY, family=binomial)

## Argumentos
# list.XY - lista reduzida das matrizes contendo a contagem da situacao (variavel dependente)
# e as variaveis independentes
# family - opcional, define o tipo de modelo a ser testado (default = binomial, senao =
# poisson)

## Pacotes
# require(bestglm)
# require(parallel)

## Saidas
# result$model.fit - lista contendo os melhores modelos para cada situacao
#####
```

D.3.6 Funções para extrair os coeficientes dos modelos selecionados – modelos E e M

```
#####
### model.binomial e model.poisson
#####
## Descriçao
# Extrai os coeficientes e testa os modelos encontrados.

## Uso
# model.binomial(model.fit, varXY)
# model.poisson(model.fit, varXY, t.poisson)

## Argumentos
# model.fit - lista contendo os melhores modelos para cada situacao
# varXY - lista reduzida das matrizes contendo a contagem da situacao (variavel dependente) e
# as variaveis independentes
# t.poisson - periodo de tempo considerado na contagem das migracoes

## Saidas
# result$model.coef - coeficientes dos modelos selecionados
# result$acerto - percentual de acerto dos modelos selecionados
#####
```

D.3.7 Função para criar o vetor E – modelos E e M

```
#####
### vetorE
#####
## Descricao
# Cria o vetor personalizado de cada cliente.

## Uso
# vetorE(migra.tab, Segmat, segvec, Transmat, matrix.X, inercia, model.fit.binomial, model.fit
  .poisson, t.poisson, p.corte=0.5)

## Argumentos
# migra.tab - tabela contendo as migracoes possiveis, segmentos de origem e colunas
  correspondentes nas listas de contagem
# Segmat - matriz que contem a segmentacao dos clientes em cada periodo
# segvec - vetor contendo os nomes dos segmentos de clientes
# Transmat - matriz de transicao entre segmentos
# matrix.X - matriz contendo as variaveis independentes
# inercia - posicoes das situacoes de permanencia no vetor de situacoes possiveis
# model.fit.binomial - lista contendo os melhores modelos para cada situacao de migracao
# model.fit.poisson - lista contendo os melhores modelos para cada situacao de permanencia
# t.poisson - periodo de tempo considerado na contagem das migracoes
# p.corte - opcional, parametro que define o valor utilizado para transformar a variavel em
  binaria (default=0.5)

## Saidas
# result$seg.i - vetor dos segmentos atuais de cada cliente
# result$vetor.E - lista contendo os valores binarios referentes aos vetores E personalizados
  de cada cliente
# result$vetor.E.prob - lista de vetores E personalizados de cada cliente
# result$use.vetor.E - percentual de clientes que possuem vetor E
#####
```

D.3.8 Função para criar as matrizes individuais – modelos E e M

```
#####
### Transmat.i
#####
## Descricao
# Cria as matrizes individuais.

## Uso
# Transmat.i(Transmat, segvec, seg.i, vetor.E.prob, alpha)

## Argumentos
# Transmat - matriz de transicao entre segmentos
# segvec - vetor contendo os nomes dos segmentos de clientes
# seg.i - vetor dos segmentos atuais de cada cliente
# vetor.E.prob - lista de vetores E personalizados de cada cliente
# alpha - parametro que determina o peso da matriz geral

## Saidas
# result$Matrix.i - matrizes personalizadas
# result$Matrix.i.mean - media das matrizes personalizadas
# result$det.Transmat.i - determinantes das matrizes individuais
#####
```

D.3.9 Função para estimar o CLV – Modelo B

```
#####
### clv.seg
#####
## Descricao
# Computa o CLV de cada segmento e o CE, para um horizonte de tempo finito (t) e infinito.

## Uso
# clv.seg (segvec, Transmat, nmat, Lucmat, mm.M=1, da, t, to=0, tendencia=F)

## Argumentos
# segvec - vetor contendo o nome dos segmentos
# Transmat - matriz de transicao entre segmentos
# nmat - numero de clientes por segmento por periodo
# Lucmat - matriz de lucratividade dos segmentos por periodo
# mm.M - opcional, intervalo de tempo compreendido na media movel para estimacao d Markov (
  default = 1)
# d - taxa de desconto corresponde ao periodo definido por mm.M
# t - periodo de tempo (multiplo de mm.M) considerado para computo do CLV e CE finitos
# to - opcional, periodo inicial para computo do CLV (default=0)
# tendencia - opcional, adiciona tendencia, se houver, a serie (default = FALSE)

## Funcoes programadas
# source('trends.R')

## Saidas
# result$CE.Libai - CE para um periodo de tempo finito
# result$CLV.seg.fin - CLV de cada segmento para um periodo de tempo finito
# result$CE.seg.fin - CE para um periodo de tempo finito
# result$CLV.seg.inf - CLV de cada segmento para um horizonte de tempo infinito
# result$CE.seg.inf - CE para um horizonte de tempo infinito
# grafico 1: clv_B.png - CLV medio dos segmentos
#####
```

D.3.10 Função para estimar o CLV – Modelo R

```
#####
### clv.i
#####
## Descricao
# Computa o CLV individual e o CE, para um horizonte de tempo finito (t) e infinito.

## Uso
# clv.i(base, segvec, Segmat, Transmat, nmat, Lucmat, mm.M=1, d, t, to=0, tendencia=F, n.
  quantis=10)

## Argumentos
# base - array de 3 dimensoes: clientes x variaveis (dummies buy por produto, receita por
  produto, net, margem e receita) x periodos
# segvec - vetor contendo o nome dos segmentos
# Segmat # matriz que contem a segmentacao dos clientes em cada periodo
# Transmat - matriz de transicao entre segmentos
# nmat - numero de clientes por segmento por periodo
# Lucmat - matriz de lucratividade dos segmentos por periodo
# mm.M - opcional, intervalo de tempo compreendido na media movel para estimacao da Markov (
  default = 1)
# d - taxa de desconto corresponde ao periodo definido por mm.M
# t - periodo de tempo (multiplo de mm.M) considerado para computo do CLV e CE finitos
# to - opcional, periodo inicial para computo do CLV (default=0)
# tendencia - opcional, adiciona tendencia, se houver, a serie (default = FALSE)
# n.quantis - opcional, define o numero de quantis para avaliacao da distribuicao dos valores
  de CLV (default = 10)

## Funcoes programadas
# source('trends.R')

#####
```

```
##### (continuacao)#####
## Saidas
# result$CLV.i.fin - CLV para um periodo de tempo finito
# result$CLV.i.inf - CLV considerando o horizonte de tempo infinito
# result$CE.i.fin - CE para um periodo de tempo finito
# result$CE.i.inf - CE considerando o horizonte de tempo infinito
# result$Transmat.T.d0 - matrix de probabilidade de troca acumulada ate um determinado periodo
  de tempo
# grafico 1: quantis_R.png - distribuicao dos valores de CLV
# grafico 2: quantis_seg_R.png - composicao dos quantis em relacao aos segmentos
#####
```

D.3.11 Função para estimar o CLV – Modelo E

```
#####
## clv.E
#####
## Descricao
# Computa o CLV individual e o CE, para um horizonte de tempo finito (t) e infinito.

## Uso
clv.E(segvec, Segmat, Transmat, vetor.E.prob, alpha, nmat, Lucmat, mm.M=1, d, t, to=0,
      tendencia=F, n.quantis=10)

## Argumentos
# segvec - vetor contendo o nome dos segmentos
# Segmat # matriz que contem a segmentacao dos clientes em cada periodo
# Transmat - matriz de transicao entre segmentos
# vetor.E.prob - matriz contendo os vetores personalizados
# alpha - parametro que determina o peso da matriz geral
# nmat - numero de clientes por segmento por periodo
# Lucmat - matriz de lucratividade dos segmentos por periodo
# mm.M - opcional, intervalo de tempo compreendido na media movel para estimacao d Markov (
  default = 1)
# d - taxa de desconto corresponde ao periodo definido por mm.M
# t - periodo de tempo (multiplo de mm.M) considerado para computo do CLV e CE finitos
# to - opcional, periodo inicial para computo do CLV (default=0)
# tendencia - opcional, adiciona tendencia, se houver, a serie (default = FALSE)
# n.quantis - opcional, define o numero de quantis para avaliacao da distribuicao dos valores
  de CLV (default = 10)

## Pacotes
require(markovchain)

## Funcoes programadas
# source('trends.R')

## Saidas
# result$CLV.E - CLV para um periodo de tempo finito
# result$CE.E - CE para um periodo de tempo finito
# result$CLV.E.inf - CLV considerando o horizonte de tempo infinito
# result$CE.E.inf - CE considerando o horizonte de tempo infinito
# result$clv.seg.E - CLV medio por segmento considerando o horizonte de tempo infinito
# grafico 1: quantis_E.png - distribuicao dos valores de CLV
# grafico 2: quantis_seg_E.png - composicao dos quantis em relacao aos segmentos
#####
```

D.3.12 Função para estimar o CLV – modelo M

```
#####
### clv.E.i
#####
## Descricao
# Computa o CLV individual e o CE, para um horizonte de tempo finito (t) e infinito.

## Uso
clv.E.i(base, segvec, Segmat, Transmat, vetor.E.prob, alpha, nmat, Lucmat, mm.M=1, d, t, to=0,
        tendencia=F, n.quantis=10)

## Argumentos
# base - array de 3 dimensoes: clientes x variaveis (dummies buy por produto, receita por
#       produto, net, margem e receita) x periodos
# segvec - vetor contendo o nome dos segmentos
# Segmat # matriz que contem a segmentacao dos clientes em cada periodo
# Transmat - matriz de transicao entre segmentos
# vetor.E.prob - matriz contendo os vetores personalizados
# alpha - parametro que determina o peso da matriz geral
# nmat - numero de clientes por segmento por periodo
# Lucmat - matriz de lucratividade dos segmentos por periodo
# mm.M - opcional, intervalo de tempo compreendido na media movel para estimacao d Markov (
#       default = 1)
# d - taxa de desconto corresponde ao periodo definido por mm.M
# t - periodo de tempo (multiplo de mm.M) considerado para computo do CLV e CE finitos
# to - opcional, periodo inicial para computo do CLV (default=0)
# tendencia - opcional, adiciona tendencia, se houver, a serie (default = FALSE)
# n.quantis - opcional, define o numero de quantis para avaliacao da distribuicao dos valores
#             de CLV (default = 10)

## Funcoes programadas
# source('trendsur.R')

## Saidas
# result$CLV.E.i - CLV para um periodo de tempo finito
# result$CE.E.i - CE para um periodo de tempo finito
# result$CLV.E.i.inf - CLV considerando o horizonte de tempo infinito
# result$CE.E.i.inf - CE considerando o horizonte de tempo infinito
# result$clv.seg.E.i - CLV medio por segmento considerando o horizonte de tempo infinito
# grafico 1: quantis_M.png - distribuicao dos valores de CLV
# grafico 2: quantis_seg_M.png - composicao dos quantis em relacao aos segmentos
# grafico 3: quantis_M_seg.png - distribuicao dos valores de CLV por segmento
#####
```

D.4 FUNÇÕES ENCADEADAS

D.4.1 Função unificada para segmentar e estimar a matriz de probabilidade, o retorno e o risco dos segmentos

```
#####
### avalia.seg
#####
## Descricao
# Segmenta em funcao do Net e do perfil de risco do cliente
# Estima o retorno, risco, correlacoes e a matriz de probabilidade de troca entre os segmentos

## Uso
# avalia.seg(base, net.values, qde.perfis=NULL, receita.tipo=NULL, mm=NULL, mm.cor=NULL,
#            mercado=NULL, calculo=NULL, limite.tipo='p')

#####
```

```
##### (continuacao)#####
## Argumentos
# base - array de 3 dimensoes: clientes x variaveis (dummies buy por produto, receita por
# produto, net, margem e receita) x periodos
# net.values - valores utilizados para corte entre os segmentos de clientes
# receita.tipo - opcional, variavel base para computo do retorno (default = 'rec', senao 'net
# ')
# qde.perfis - opcional, numero de perfis de risco dos clientes (default = 4, senao 2 ou 3)
# mm - opcional, intervalo de tempo compreendido na media movel (default = 1)
# mm.cor - opcional, intervalo para analise da estabilidade da correlacao entre os segmentos (
# default = 1) # so calcula a correlacao entre os segmentos se periodo-mm+1 > mm.cor
# mm.M - opcional, intervalo de tempo compreendido na media movel para estimacao da Markov (
# default = 1)
# mercado - opcional, tamanho do mercado (numero total de clientes)
# calculo - opcional, forma de agregacao dos dados 'sum' or 'mean' (default = 'sum')
# limite.tipo - opcional, criterio para definicao dos limites: previsto, convergencia ou
# historico (default='p', senao 'c' ou 'h')

## Pacotes
# require(abind)
# require(markovchain)

## Funcoes programadas
# source('perfilseg.R')
# source('netseg.R')
# source('segmenta.R')
# source('filtra.R')
# source('markovFit.R')
# source('retseg.R')
# source('limseg.R')
# source('win.R') # funcao interna

## Saidas
# result$segvec - vetor contendo o nome dos segmentos
# result$Segmat - matriz com a segmentacao dos clientes para cada periodo
# result$Segmat.B - matriz que contem as migracoes dos clientes entre segmentos
# result$filtros - filtros contendo os clientes de cada segmento por periodo
# result$Transmat.count - matriz de contagem das transicoes entre segmentos
# result$Transmat - matriz de transicao entre segmentos
# result$Transmat.l - array contendo as matrizes de transicao entre segmentos
# result$Transmat.det - vetor dos determinantes das matrizes de transicoes
# result$steadyStates - vetor de steadyStates
# result$nmat - numero de clientes por segmento por periodo
# result$Rmat - matriz com retorno dos segmentos por periodo
# result$n.test - teste de normalidade dos retornos
# result$Lucmat - matriz de lucratividade dos segmentos por periodo
# result$lucvec - vetor da lucratividade por segmento
# result$cor.seg - correlacao entre os segmentos
# result$cor.seg.sd - desvio padrao da correlacao entre os segmentos
# result$Limmat - matriz contendo a participacao minima e maxima historicas, assim como a
# tendencia da carteira
# result$minvec - participacao minima de cada segmento na carteira de clientes (limite
# inferior da Limmat)
# result$maxvec - participacao maxima de cada segmento na carteira de clientes (limite
# superior da Limmat)
# grafico 1: analise_seg.png - retorno dos segmentos
# grafico 2: hist_ret.png - histograma dos retornos dos segmentos
# grafico 3: QQsRmat.png - qqplot dos retornos dos segmentos
# grafico 4: cor.png - correlacao dos retornos dos segmentos
#####
```

D.4.2 Função unificada para construir a fronteira eficiente

```
#####
### front.seg
#####
## Descricao
# Constroi a fronteira da eficiencia para todos possiveis retornos da carteira, utilizando
# como metrica de risco a variancia. Para isto, estima os retornos, riscos, correlacoes e a
# matriz de probabilidade de troca entre os segmentos definidos com base no perfil de risco
# e no Net do cliente.

## Uso
# front.seg(base, net.values, qde.perfis=NULL, receita.tipo=NULL, mm=NULL, mm.cor=NULL,
# mercado=NULL, calculo=NULL, minvec = NULL, maxvec = NULL,
# gvec = NULL, gminvec = NULL, gmaxvec = NULL, minret = NULL, maxret = NULL, leneff = NULL,
# tendencia = F)

## Argumentos
# base - array de 3 dimensoes: clientes x variaveis (dummies buy por produto, receita por
# produto, net, margem e receita) x periodos
# net.values - valores utilizados para corte entre os segmentos de clientes
# qde.perfis - opcional, numero de perfis de risco dos clientes (default = 4, senao 2 ou 3)
# receita.tipo - opcional, variavel base para computo do retorno (default = 'rec', senao 'net
# ')
# mm - opcional, intervalo de tempo compreendido na media movel (default = 1)
# mm.cor - opcional, intervalo para analise da estabilidade da correlacao entre os segmentos (
# default = 1) # obs. so calcula a correlacao entre os segmentos se periodo-mm+1 > mm.cor
# mm.M - opcional, intervalo de tempo compreendido na media movel para estimacao da Markov (
# default = 1)
# mercado - opcional, tamanho do mercado (numero total de clientes)
# calculo - opcional, forma de agregacao dos dados 'sum' or 'mean' (default = 'sum')
# limite.tipo - opcional, criterio para definicao dos limites: previsto, convergencia ou
# historico (default='p', senao 'c' ou 'h')
# minvec - opcional, participacao minima na carteira de cada segmento (default = min(historico
# , previsto))
# maxvec - opcional, participacao maxima na carteira de cada segmento (default = max(historico
# , previsto))
# gvec - opcional, vetor de identificacao dos grupos de segmentos (default = NULL)
# gminvec - opcional, participacao minima na carteira de cada grupo (default = NULL)
# gmaxvec - opcional, participacao maxima na carteira de cada grupo (default = NULL)
# minret - opcional, retorno alvo minimo da fronteira da eficiencia (default = NULL)
# maxret - opcional retorno alvo maximo da fronteira da eficiencia (default = NULL)
# leneff - opcional, pontos da fronteira da eficiencia (default = 100)
# tendencia - opcional, adiciona tendencia, se houver, a serie (default = FALSE)

## Pacotes
# require(abind)
# require(quadprog)
# require(lpSolve)
# require(reshape)
# require(ggplot2)
# require(gtable)
# require(markovchain)

## Funcoes
# source('perfilseg.R')
# source('netseg.R')
# source('segmenta.R')
# source('filtra.R')
# source('markovFit.R')
# source('retseg.R')
# source('limseg.R')
# source('trendsur.R')
# source('qpseg.R')
# source('effsegint.R')
# source('effseg.R')
# source('avaliaseg.R')
# source('win.R')

#####
```

```
##### (continuacao)#####
## Saidas
# result$segvec - vetor contendo o nome dos segmentos
# result$Segmat - matriz com a segmentacao dos clientes para cada periodo
# result$filtros - filtros contendo os clientes de cada segmento por periodo
# result$Transmat.count - matriz de contagem das transicoes entre segmentos
# result$Transmat - matriz de transicao entre segmentos
# result$steadyStates - vetor de steadyStates
# result$nmat - numero de clientes por segmento por periodo
# result$Rmat - matriz com retorno dos segmentos por periodo
# result$Lucmat - matriz de lucratividade dos segmentos por periodo
# result$lucvec - vetor da lucratividade por segmento
# result$cor.seg - correlacao entre os segmentos
# result$cor.seg.sd - desvio padrao da correlacao entre os segmentos
# result$eff.front - fronteira eficiente
# result$points - pontos de interesse da fronteira eficiente
# grafico 1: analise_seg.png - retorno dos segmentos
# grafico 2: hist_ret.png - histograma dos retornos dos segmentos
# grafico 3: QQsRmat.png - qqplot dos retornos dos segmentos
# grafico 4: cor.png - correlacao dos retornos dos segmentos
# grafico 5: plot1.png - fronteira eficiente - retorno vs risco (geral)
# grafico 6: plot2.png - fronteira eficiente - retorno vs risco (detalhe)
# grafico 7: plot3.png - fronteira eficiente - lucro vs risco
# grafico 8: plot4.png - composicao do portfolio
# grafico 5: plot5.png - participacao dos segmentos ao longo da fronteira
# grafico 9: plot7.png - evolucao do portfolio
# grafico 10: plot8.png - participacao historica dos segmentos
#####
```

D.4.3 Função para construir as matrizes individuais – modelo E

```
#####
### modelo.E
#####
## Definicao
# Constroi as matrizes individuais, executando todas etapas do modelo E que antecedem a
  estimacao do CLV.

## Uso
# modelo.E(base, base.demo, var.list, var.list.demo, Segmat, Segmat.B, segvec, Transmat, mm.M,
  top=10, p.corte=0.5)

## Argumentos
# base - array de 3 dimensoes: clientes x variaveis independentes x periodos
# base.demo - matriz contendo as variaveis demograficas dos clientes
# var.list - lista das variaveis independentes longitudinais que deverao ser avaliadas
# var.list.demo - lista das variaveis demograficas que deverao ser avaliadas
# result$Segmat - matriz com a segmentacao dos clientes para cada periodo
# result$Segmat.B - matriz que contem as migracoes dos clientes entre segmentos
# result$segvec - vetor contendo o nome dos segmentos
# result$Transmat - matriz de transicao entre segmentos
# mm.M - intervalo de tempo utilizado para estimacao da Markov (default = 1)
# top - opcional, numero maximo de variaveis preditoras (default = 10)
# p.corte - opcional, parametro que define o valor utilizado para transformar a variavel em
  binaria (default=0.5)

## Pacotes
# require(bestglm)
# require(parallel)

#####
```

```
##### (continuacao)#####
## Funcoes programadas
# source('migracoes.R')
# source('matrixX.R')
# source('listXY.R')
# source('topX.R')
# source('best.model.R')
# source('model.binomial.R')
# source('model.poisson.R')
# source('vetorE.R')

## Saidas
# result$migra.tab - tabela contendo as migracoes, segmentos de origem e colunas
correspondentes nas listas de contagem
# result$t.poisson - periodo de tempo considerado na contagem das migracoes
# result$ineracia - informa as posicoes das situacoes de permanencia
# result$matrix.X - matriz contendo as variaveis independentes
# result$list.XY.top.poisson - lista reduzida das matrizes contendo as variaveis para as
situacoes de permanencia
# result$top.names.p - relacao das variaveis selecionadas para cada situacao de permanencia
# result$cor.top.names.p - correlacao entre as variaveis independentes selecionadas e a
variavel dependente para cada situacao de permanencia
# result$model.coef.b - coeficientes dos modelos selecionados para as situacoes de migracao
# result$acerto.b - percentual de acerto dos modelos selecionados para as situacoes de
migracao
# result$model.coef.p - coeficientes dos modelos selecionados para as situacoes de permanencia
# result$acerto.p - percentual de acerto dos modelos selecionados para as situacoes de
permanencia
# result$seg.i - vetor dos segmentos atuais de cada cliente
# result$vetor.E.prob - lista de vetores E personalizados de cada cliente
# result$use.vetor.E - percentual de clientes que possuem vetor E
#####
```

D.4.4 Função para comparar a capacidade de previsão dos modelos de CLV

```
#####
## erro
#####
## Definicao
# Calcula os erros dos CLVs estimados. O periodo de calibracao refere-se a o periodo um passo
atras da matriz de probabilidade de troca, enquanto o periodo de validacao refere-se ao
periodo atual.
# Metodos: ME - mean error, MAE - mean absolute error, MSE - mean square error, SSE - sum
square error, RMSE -root mean square error, MDAE - median absolute error, RMDSP - root
median square percentage error.

## Uso
erro(base, net.values, qde.perfis=NULL, Transmat, vetor.E.prob, alpha, receita.tipo=NULL, mm=
NULL, mm.cor=NULL, mm.M=NULL, mercado=NULL, calculo=NULL, limite.tipo='p', d, t=1, to=0,
tendencia=F, freq, inicio.ts)

## Argumentos
# base - array de 3 dimensoes: clientes x variaveis (dummies buy por produto, receita por
produto, net, margem e receita) x periodos
# net.values - valores utilizados para corte entre os segmentos de clientes
# qde.perfis - opcional, numero de perfis de risco dos clientes (default = 4, senao 2 ou 3)
# receita.tipo - opcional, variavel base para computo do retorno (default = 'rec', senao 'net
')
# mm - opcional, intervalo de tempo compreendido na media movel (default = 1)
# mm.cor - opcional, intervalo para analise da estabilidade da correlacao entre os segmentos (
default = 1) # so calcula a correlacao entre os segmentos se periodo-mm+1 > mm.cor
# mm.M - opcional, intervalo de tempo compreendido na media movel para estimacao da Markov (
default = 1)
# mercado - opcional, tamanho do mercado (numero total de clientes)
# calculo - opcional, forma de agregacao dos dados 'sum' or 'mean' (default = 'sum')
# limite.tipo - opcional, criterio para definicao dos limites: previsto, convergencia ou
historico (default='p', senao 'c' ou 'h')
#####
```

```

##### (continuacao)#####
# d - taxa de desconto correspondente ao periodo definido por mm.M
# t - opcional, periodo de tempo (multiplo de mm.M) considerado para computo do CLV e CE
    finitos (default=1)
# to - opcional, periodo inicial para computo do CLV (default=0)
# freq - frequencia da serie temporal
# inicio.ts - periodo inicial da serie temporal

## Pacotes
# require(fts)

## Funcoes programadas
# source('clvseg.R')
# source('clvE.R')
# source('clvi.R')
# source('clvEi.R')
# source('errointerna.R')

## Saidas
# result$CLV.seg - modelo B - CLV por segmento (discriminado individualmente) com base no
    periodo de calibracao para o periodo de validacao
# result$seg.CLV.seg - modelo B- somatorio dos CLVs dos clientes de cada segmento com base no
    periodo de calibracao para o periodo de validacao
# result$CLV.i - modelo R- CLV por individuo com base no periodo de calibracao para o periodo
    de validacao
# result$seg.CLV.i - modelo R - somatorio dos CLVs individuais dos clientes de cada segmento
    com base no periodo de calibracao para o periodo de validacao
# result$CLV.E - modelo E - CLV por individuo com base no periodo de calibracao para o periodo
    de validacao
# result$seg.CLV.E - modelo E- somatorio dos CLVs individuais dos clientes de cada segmento
    com base no periodo de calibracao para o periodo de validacao
# result$CLV.E.i - modelo M - CLV por individuo para um determinado periodo de tempo
# result$seg.CLV.E.i - modelo M - somatorio dos CLVs individuais dos clientes de cada segmento
    para um determinado periodo de tempo
# result$margem.real - margem de contribuicao correspondente ao periodo de validacao
# result$margem.real.seg - margem de contribuicao por segmento correspondente ao periodo de
    validacao
# result$error.i - erros individuais dos modelos de CLV
# result$comparativo.clv - tabela comparativa dos valores estimados em relacao aos valores
    reais.
# result$error.segs - erros por segmentos dos modelos de CLV
# result$comparativo.seg - tabela comparativa dos valores estimados para cada segmento em
    relacao aos valores reais.
# result$acerto.groups - acerto referente a classificacao dos clientes nos grupos A, B ou C
# result$acerto.groups.confusao - matriz de confusao referente a classificacao dos
    clientes nos grupos A, B ou C
#####

```