

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL PROGRAMA  
DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE MINAS,  
METALÚRGICA E DE MATERIAIS (PPGEM)**

**VICTOR MIGUEL SILVA**

**ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DAS ESTIMATIVAS AO ERRO AMOSTRAL,  
POSICIONAL E SUAS APLICAÇÕES**

**Porto Alegre**

**2015**

**VICTOR MIGUEL SILVA**

**ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DAS ESTIMATIVAS AO ERRO AMOSTRAL,  
POSICIONAL E SUAS APLICAÇÕES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e dos Materiais – PPGEM, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia.

**Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa**

**Porto Alegre**

**2015**

## CIP - Catalogação na Publicação

MIGUEL SILVA, VICTOR  
ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DAS ESTIMATIVAS AO ERRO  
AMOSTRAL, POSICIONAL E SUAS APLICAÇÕES / VICTOR  
MIGUEL SILVA. -- 2015.  
115 f.

Orientador: João Felipe Coimbra Leite Costa.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de  
Materiais, Porto Alegre, BR-RS, 2015.

1. krigagem ordinária. 2. QAQC. 3. análise de  
sensibilidade. 4. cinturão aluminoso da Zona da  
Mata;. I. Coimbra Leite Costa, João Felipe, orient.  
II. Título.

**VICTOR MIGUEL SILVA**

**ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DAS ESTIMATIVAS AO ERRO AMOSTRAL,  
POSICIONAL E SUAS APLICAÇÕES**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Coordenador do PPGEM: Prof. Dr. Carlos Bergmann

Aprovado em: 06/08/2015

**BANCA EXAMINADORA:**

Dr. Diego Machado Marques

Prof. Dr. Carlos Otávio Petter

Prof. Dr. Vanessa Cerqueira Koppe

A minha família,  
principalmente, à Daniele.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Professor João Felipe Coimbra Leite Costa, pela orientação desse trabalho e na confiança de que seria possível conciliar a pós-graduação com minhas outras demandas profissionais.

A Votorantim Metais/CBA na pessoa de Cristiane Corradi Gois pelo apoio, suporte e investimento no desenvolvimento desta pesquisa e no meu crescimento profissional.

## RESUMO

Desde que um depósito mineral apenas terá sua geometria e propriedades reais conhecidas após a completa extração e processamento, é necessário o emprego de modelos e estimativas ao longo da vida do projeto para seu correto planejamento. Estimativas são fortemente afetadas pela qualidade dos dados, o que torna fundamental seu controle e certificação. Tal necessidade levou à indústria mineral a adotar controles e procedimentos que meçam e garantam a qualidade da informação. Esses controles para amostragem e análises laboratoriais são baseados em valores de tolerância máxima de erros tipicamente baseada na literatura ou tidos como boas práticas, apesar de tais valores não levarem em conta a precisão e acurácia necessária em um dado projeto ou características específicas de um projeto. Nesse contexto se propõe, através da análise de sensibilidade, uma metodologia que mensure como os erros analíticos e/ou locais se propagam às estimativas. Assumindo a base de dados inicial como isenta de erros, outras bases são geradas pela adição de incerteza; as curvas de sensibilidades relacionam o impacto das estimativas à incerteza adicionada a cada base de dados. Tais erros são sorteados dentro de uma distribuição normal com média zero e diferentes desvios-padrões (simulando diferentes níveis de incerteza) para teores e posição espacial. O impacto é medido pela comparação das estimativas com a base de dados sem perturbação e os modelos derivados de bases perturbadas. Os resultados são apresentados através de perda/diluição, correlação entre blocos estimados com os dados originais e perturbados e pelo seu desvio médio. A metodologia proposta foi aplicada nos dados de Walker Lake (Nevada-USA) e parte do depósito de bauxita de Miraf (MG-Brazil). Baseado na curva de sensibilidade, pôde-se avaliar impacto na reconciliação diária da mina de Miraf, causada pela incerteza dos dados. Os resultados indicaram que o impacto de erros nas coordenadas tem um comportamento exponencial, onde erros relativos até 10% da dimensão da malha causam um baixo desvio nas estimativas. A incerteza analítica em geral é reduzida na incerteza dos valores krigados. Definindo como aceitável na mina de Miraf que 90% dos blocos devam ter um máximo de incerteza causada pelos dados de 10% para  $Al_2O_3$  e recuperação mássica e de 30% para sílica reativa, a metodologia proposta definiu uma tolerância para o controle de qualidade das duplicatas de campo respectivamente de 10.9%, 9.5% e 12.5%. Os erros calculados coincidem com os 10% tipicamente sugeridos pela literatura.

Palavras-Chave: krigagem ordinária; QAQC; análise de sensibilidade;

## ABSTRACT

Since a mineral deposit only has its exact geometry and properties known after its complete extraction and processing, it is necessary to use models and estimates throughout the life of the project for proper planning. Estimates are strongly affected by data quality; consequently, their control and certification are imperative. This leads the mineral industry to adopt controls and procedures to measure and ensure data quality. These controls used for sampling and lab analysis are based on max error tolerance intervals typically suggested in the literature, however these limits do not take into account the precision and accuracy required in a given project or in a specific mineral deposit. In this context, this dissertation proposes throughout sensitivity analysis a methodology that measures how the analytical and/or locational errors propagate to estimates. It started using an original dataset considered error free, and databases created from it by adding errors. Sensitivity curves relate the impact on block estimate due to the uncertainty added to each database. The samples errors are draw from a normal distribution with zero mean and different standard deviations (emulating different precision levels) for grades and spatial position. The impact is measure by comparing estimates based on an error-free database against the model derived from error added data sets counting blocks affected by loss/dilution, correlation between original block model versus new model with error added to the data and the block mean deviations. The methodology proposed was illustrated using the Walker Lake (Nevada-USA) dataset and part of Miraf bauxite deposit (MG-Brazil). Based on the defined sensitivity curve the impact on the daily grade reconciliation at Miraf mine caused by using a database with error added is assessed. The results indicates that the impact on grade estimation caused by data coordinates uncertainty has an exponential behavior, where relative errors below 10% of the sampling spacing cause low impact on estimated values. The kriging weighted averaging in general mostly reduces the analytical uncertainty. Defining as acceptable for Miraf Mine that 90% of blocks should have errors (caused by poor quality data) lower than 10% related to  $Al_2O_3$  and for mass recovery and of 30% for reactive silica, the proposed methodology defines a quality control tolerance to field replicate respectively of 10.9%, 9.5% and 12.5%. The defined error limits coincided with the values suggested by literature at 10%.

Keywords: Ordinary Kriging; QAQC; sensitivity analysis.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema da metodologia de análise de sensibilidade através da geração de bases e estimativas de referência e secundárias (A, B e C) e a comparação entre esses valores (D) como forma de analisar os níveis mínimos de qualidade necessários (E).....	19
Figura 2 - Forma de apresentação dos resultados de análises: A) curva de sensibilidade; B) coeficiente de regressão linear; C) perda e diluição por blocos. ....	21
Figura 3 - Os locais planejados S são representados pelos quadrados vazios, os locais de realização das amostras R são os quadrados sólidos (GABROSEK, 2002).....	25
Figura 4 - Curva de equivalência entre os números pseudorrandômicos de 0 a 1 e seus valores correspondentes na distribuição utilizada.....	28
Figura 5 - Fluxograma da geração de base de dados secundárias com base nas informações originais.....	28
Figura 6 - Mapa de distribuição de amostras e histograma da distribuição e curva de probabilidade acumulada (linha azul) dos valores de V das 195 amostras da base de dados de Walker Lake. ....	29
Figura 7 - Gráfico do teor médio (Y) em função do número de valores sorteados junto a cada valor amostral original (X) para os cenários bdSD-04, bdSD-08 e bdSD-10. ....	31
Figura 8 - Gráfico do Z-value (Y) em função do número de valores sorteados junto a cada valor amostral original (X) para os cenários bdSD-04, bdSD-08 e bdSD-10. ....	32
Figura 9 - Gráfico de dispersão entre os valores V da realização bdSD-004-realiz-13 e valores originais a direita e histograma do desvio entre esses dois cenários à esquerda. ....	34
Figura 10 - Gráfico de dispersão entre os valores V da realização bdSD-015-realiz-17 e valores originais a direita e histograma do desvio entre esses dois cenários à esquerda. ....	34
Figura 11 - Gráfico de dispersão entre os valores V da realização bdSD-030-realiz-04 e valores originais a direita e histograma do desvio entre esses dois cenários à esquerda. ....	35
Figura 12 - Gráfico de dispersão entre os valores V da realização bdSD-060-realiz-27 e valores originais a direita e histograma do desvio entre esses dois cenários à esquerda. ....	35
Figura 13 – Mapa de localização com a localização real (cruzes em azul) e localização mapeado com erro posicional (círculos amarelos) dos pontos de amostragem para os cenários SDL-0.04, SDL-0.64, SDL-2.56 e SDL-10.24. ....	37
Figura 14 - Histogramas, com escala em metros, dos desvios entre a localização real e a localização conhecida dos pontos de amostragem para os cenários SDL-0.04, SDL-0.64, SDL-2.56 e SDL-10.24. ....	38
Figura 15 - Estruturas de um variograma experimental, suas estruturas e componentes.....	39

Figura 16 - Modelo variográfico oni-direcional interpretado. Variograma experimental obtido para V nas direções A) menor (N67.5) continuidade B) de maior (N157.5) e C) oni-direcional, .....	40
Figura 17 - Resultados da estimativa do cenário base para a variável V. a) Mapa de blocos estimados e (b) Histograma e resumo estatístico dos blocos estimados. ....	42
Figura 18 - Curva de sensibilidade: Coeficiente de determinação médio entre os blocos krigados (Y) em função do desvio-padrão de erro adicionados à base de dados utilizada (X).....	44
Figura 19 - Curva de sensibilidade: Erro relativo entre as estimativas bloco-a-bloco (Y) em função do desvio-padrão de erro adicionados à base de dados utilizada (X). ....	44
Figura 20 - Curva de sensibilidade: Proporção de blocos classificados incorretamente como minério ou estéril (Y) em função do desvio-padrão de erro adicionado à base de dados utilizada (X). ....	44
Figura 21 - Curva de sensibilidade: Desvio-padrão dos erros relativos das estimativas secundárias (Y) em função do erro da base de dados utilizada (X). ....	45
Figura 22 – Mapa dos blocos estimados para o cenário inicial (SD-0) e realizações dos cenários de incerteza nos teores SD-04, SD-15, SD-30 e SD-60. ....	46
Figura 23 - Curva de sensibilidade: Proporção de blocos classificados incorretamente como minério ou estéril (Y) em função do erro posicional adicionado à base de dados utilizada (X). ....	48
Figura 24 - Erro relativo entre as estimativas bloco-a-bloco (Y) em função do erro posicional adicionado à base de dados utilizada (X). ....	48
Figura 25 - Curva de sensibilidade: Coeficiente de determinação médio entre os krigados (Y) em função do desvio-padrão na posição da base de dados utilizada (X). ....	48
Figura 26 - Mapa dos blocos estimados das realizações dos cenários de incerteza locacional SDL-0.04, SDL-0.16, SDL-0.64, SDL-2.56 e SDL-10.24.....	49
Figura 27 - Fotografia aérea de um típico corpo bauxita já lavrado de Miraí (esquerda) e a distribuição dos corpos modelados sobre um modelo digital de terreno regional (direita).....	51
Figura 29 - Reconstituição, valores relativos, da distribuição de chuvas durante o tempo geológico. Os valores estão divididos em quatro categorias: <50 para baixa precipitação, 50-100 precipitação de baixa a moderada, 100-200 precipitação de moderada a alta e >200 para precipitação alta. (VIEIRA SOARES, 2013). ....	53
Figura 30 - Corpos 101 A, B e C e localização dos furos de sondagem (Malha de 50 x 50 m)..	57
Figura 31 - Histogramas e curvas de probabilidade acumulada das amostras classificadas como bauxita para as variáveis alumínio disponível, recuperação de lavagem e sílica reativa. ....	59
Figura 32 – Furos de trado rebatidos pelo topo na cota 100 m. ....	60
Figura 33 - Variograma horizontal (esquerda) e vertical (direita) para a variável alumínio disponível. ....	62

Figura 34 - Resultados da validação cruzada para a variável alumínio disponível, apresentando gráfico de dispersão e histograma dos desvios absolutos entre as amostras. ....	62
Figura 35 - Variograma horizontal (esquerda) e vertical (direita) para a variável sílica reativa. ....	63
Figura 36 - Resultados da validação cruzada para a variável sílica reativa, apresentando gráfico de dispersão e histograma dos desvios absolutos entre as amostras. ....	63
Figura 37 - Variograma horizontal (esquerda) e vertical (direita) para a variável recuperação de lavagem. ....	64
Figura 38 - Resultados da validação cruzada para a variável recuperação de lavagem, apresentando gráfico de dispersão e histograma dos desvios absolutos entre as amostras e os valores estimados. ....	64
Figura 39 - Vista isométrica do modelo geológico dos corpos 101 A, B e C discretizados em blocos de 25x25x2 metros. ....	65
Figura 40 - Gráfico do teor médio das amostras (Y) em função do número de valores sorteados para cada valor amostral utilizados na estimativa (X) para os cenários blSD-10, blSD-20 e blSD-30. ....	67
Figura 41 - Gráfico do teor médio dos blocos estimados (Y) em função do número de valores sorteados para cada valor amostral utilizados na estimativa (X) para os cenários blSD-10, blSD-20 e blSD-30. ....	70
Figura 42 - Gráfico do Z-Value dos blocos estimados (Y) em função do número de valores sorteados para cada valor amostral utilizado na estimativa (X) para os cenários blSD-10, blSD-20 e blSD-30. ....	70
Figura 43 - Mapa de localização com a localização real (cruzes em azul) e localização mapeado com erro posicional (círculos amarelos) dos pontos de amostragem para os cenários SDL-0.04, SDL-10.24, SDL-15 e SDL 20. ....	72
Figura 44 - Histogramas de desvios (em metros) entre a localização real e localização conhecida dos pontos de amostragem para todos os cenários de incerteza posicional. ....	73
Figura 45 - Curva de sensibilidade: Coeficiente de determinação médio entre os blocos krigados (Y) em função do desvio-padrão de erro adicionados à base de dados utilizada (X). ....	76
Figura 46 - Curva de sensibilidade: Proporção de blocos classificados incorretamente como minério ou estéril (Y) em função do desvio-padrão de erro adicionados à base de dados utilizada (X). ....	77
Figura 47 - Curva de sensibilidade: Desvio-padrão dos desvios entre cenários secundários e de referência (Y) em função do erro adicionado a base de dados secundária utilizada (X). ....	78
Figura 48 - Mapa dos blocos estimados para alumínio disponível das realizações dos cenários de incerteza de teor BL-20, BL-25, BL-30 e BL-40. ....	78

Figura 49 - Mapa dos blocos estimados para alumínio disponível das realizações dos cenários de incerteza de teor BL-2, BL-4, BL-6, BL-8, BL-10 e BL-15.....	79
Figura 50 – Variogramas experimentais horizontais e verticais utilizando 15 realizações do cenário SD-30 de sílica reativa.....	80
Figura 51 - Variograma vertical (esquerda) e horizontal (direita) para a variável sílica reativa utilizando os dados perturbados da realização 1 do cenário SD-30. ....	81
Figura 52 - Variograma vertical (esquerda) e horizontal (direita) para a variável recuperação de lavagem utilizando os dados perturbados da realização 1 do cenário SD-30.....	81
Figura 53 - Variograma vertical (esquerda) e horizontal (direita) para a variável alumínio disponível utilizando os dados perturbados da realização 1 do cenário SD-30.....	81
Figura 54 - Curva de sensibilidade: Proporção de blocos classificados incorretamente como minério ou estéril (Y) em função do desvio médio do deslocamento na base de dados utilizada (X). ....	85
Figura 55 - Erro relativo entre as estimativas (Y) em função do desvio médio do deslocamento na base de dados utilizada. ....	85
Figura 56 - Curva de sensibilidade: Coeficiente de determinação médio entre os krigados (Y) em função do desvio médio do deslocamento na base de dados utilizada. ....	86
Figura 57 - - Mapa dos blocos estimados para alumínio disponível através dos dados iniciais e das realizações dos cenários de incerteza locacional SDL-0.04, SDL-0.16, SDL-0.64, SDL-5.12 e SDL-15 e SDL-20. ....	87
Figura 58 - Curva de sensibilidade do desvio relativo entre os diversos valores krigados no modelo de blocos e seu valor de referência (Y) em função do desvio relativo entre os valores sorteados para cada amostra e seu valor de referência (X) .....	91
Figura 59 – Sequenciamento de lavra para a retirada 10 mil toneladas diárias nos os corpos 101 A, B e C. Legenda em relação ao dia planejado de lavra do bloco. ....	92
Figura 60 - Desvios dos teores lavrados de sílica reativa entre os teores dos blocos estimados com dados perturbados pela incerteza conhecida na base de dados (27.7% de desvio médio) em relação aos valores iniciais. Em vermelho o desvio relativo máximo admissível de +ou- 8.19%. ....	93

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estatísticas descritivas das bases de dados secundárias, em função do desvio-padrão adicionado. ....	33
Tabela 2 - Cenários gerados para a análise de sensibilidade da estimativa da variável V ao posicionamento espacial e seus desvios médios.....	36
Tabela 3 - Parâmetros variográficos para as direções de maior e menor continuidade para a variável V .....	41
Tabela 4 - Estatísticas descritivas da média dos modelos estimados utilizando as 31 bases de dados secundários de teor e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referencia .....	43
Tabela 5 - Estatísticas descritivas da média dos modelos estimados utilizando as bases de dados locais secundários e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referência. ....	47
Tabela 6 - Principais minerais formados da bauxita bruta, suas classes, dureza e teores com maior correlação com o mineral.....	55
Tabela 7 - Estatísticas descritivas das amostras disponíveis no banco de dados agrupadas em minério e estéril.....	58
Tabela 8 - Estatísticas descritivas das amostras do banco de dados com a inclusão de 11 amostras, classificadas com diluição interna ou lentes de bauxita.....	60
Tabela 9 - Parâmetros utilizados para ajuste variográfico das variáveis $Al_2O_3$ , Rx e RLV .....	61
Tabela 10 - Estatísticas descritivas dos teores dos blocos de bauxita estimados para alumínio disponível, recuperação de lavagem e sílica reativa e sua comparação ao banco de dados utilizado.....	66
Tabela 11 - Estatísticas descritivas da média das 15 bases de dados secundárias para a recuperação de lavagem, em função do desvio-padrão adicionada.....	68
Tabela 12 - Estatísticas descritivas média das 15 bases de dados secundárias para o alumínio disponível, em função do desvio-padrão adicionada.....	68
Tabela 13- Estatísticas descritivas médias das 15 bases de dados secundárias para a sílica reativa, em função do desvio-padrão adicionada .....	69
Tabela 14 - Estatísticas descritivas da média dos modelos estimados utilizando as 15 bases de dados secundários para sílica reativa e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referencia .....	74
Tabela 15 - Estatísticas descritivas da média dos modelos estimados utilizando as 15 bases de dados secundários para recuperação de lavagem e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referencia .....	75

Tabela 16 - Estatísticas descritivas da média dos modelos estimados utilizando as 15 bases de dados secundários para alumínio disponível e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referência <sup>8</sup> .....	75
Tabela 17 - Relação do desvio-médio dos modelos de blocos e amostras em função dos cenários de incerteza para as variáveis sílica reativa, recuperação de lavagem e alumínio disponível .....	77
Tabela 18 - Estatísticas descritivas da média dos modelos estimados utilizando as 15 bases de dados secundários do cenário SD-30 estimadas utilizando os variogramas baseados nos dados iniciais e nos valores perturbados do cenário. ....	82
Tabela 19 - Estatísticas descritivas das estimativas utilizando as bases de dados dos cenários secundários para a variável alumínio disponível e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referência <sup>9</sup> .....	83
Tabela 20 - Estatísticas descritivas das estimativas utilizando as bases de dados dos cenários secundários para a variável sílica reativa e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referência .....	83
Tabela 21 - Resultados das inserções replicatas de campo, rejeito grosseiro e duplicata de polpa dos dados analíticos da mina de Mirafí .....	90
Tabela 22 - Comparação entre valores de erro médio definidos pela literatura e obtidos pelo trabalho .....	92

## SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO .....	14
1.1 ESTADO DA ARTE .....	15
1.2 METAS.....	17
1.4 METODOLOGIA.....	19
1.5 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO .....	21
CAPÍTULO 2 - MODELOS DE ERROS POSICIONAIS E DE TEOR .....	23
2.1 INCERTEZA NOS TEORES.....	23
2.2 INCERTEZAS NO POSICIONAMENTO.....	24
2.3 MÉTODO DE MONTE-CARLO .....	26
2.4 GERAÇÃO DE BASES DE DADOS SECUNDÁRIOS.....	28
CAPÍTULO 3 - IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA – ESTUDO DE CASO 2D ....	29
3.1 OBTENÇÃO DE CENÁRIOS SECUNDÁRIOS DE TEORES .....	30
3.2. OBTENÇÃO DE CENÁRIOS SECUNDÁRIOS DE POSICIONAMENTO ESPACIAL .....	36
CAPÍTULO 4 - ESTUDO DE CASO 2D - ESTIMATIVA DE CENÁRIOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	39
4.1 CONTINUIDADE ESPACIAL E ESTIMATIVA DOS TEORES .....	39
4.2 ESTRATÉGIA DE BUSCA E ESTIMATIVAS DE TEORES.....	42
4.3 ANÁLISE DAS ESTIMATIVAS SECUNDÁRIAS DE TEORES .....	43
4.4 ANÁLISE DAS ESTIMATIVAS SECUNDÁRIAS DE POSICIONAMENTO .....	47
4.5 ESTUDO DE CASO 2D – DISCUSSÕES .....	50
CAPÍTULO 5 - IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA – ESTUDO DE CASO 3D ....	51
5.1 GEOLOGIA DO CINTURÃO ALUMINOSO DA ZONA DA MATA .....	51
5.2 VARIÁVEIS DE INTERESSE E BANCO DE DADOS INICIAL.....	54
5.2.2 BANCO DE DADOS INICIAL.....	56
5.3 ANÁLISE VARIOGRÁFICA.....	60
5.4 OBTENÇÃO DE CENÁRIOS SECUNDÁRIOS DE TEORES .....	66
5.5 OBTENÇÃO DE CENÁRIOS SECUNDÁRIOS DE POSICIONAMENTO ESPACIAL .....	71
5.6 ANÁLISE DAS ESTIMATIVAS SECUNDÁRIAS DE TEORES .....	74
5.6.1 ANÁLISE DE IMPACTO DO MODELO VARIOGRÁFICO.....	80
5.7 ANÁLISE DAS ESTIMATIVAS SECUNDÁRIAS DE POSICIONAMENTO .....	82
5.8 ESTUDO DE CASO 3D - DISCUSSÕES.....	88
CAPÍTULO 6 - APLICAÇÕES DA METODOLOGIA PROPOSTA.....	89

6.1	DEFINIÇÃO DE LIMITES DE QUALIDADE E SEU IMPACTO NAS ESTIMATIVAS.....	89
CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....		94
7.1	CONCLUSÕES.....	94
7.2	RECOMENDAÇÕES.....	97
ANEXO I.....		100
ANEXO II.....		108
ANEXO III.....		112

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

É uma realidade da indústria mineira que um depósito mineral apenas terá seu comportamento exato conhecido após a completa extração e processamento do material, o que torna necessária a utilização de modelos e estimativas para decisões ao longo do empreendimento, desde as fases de projeto com definições como métodos de lavra e forma de beneficiamento até o planejamento de curtíssimo prazo. Portanto, o aumento precisão e acurácia dos modelos do depósito é uma forma de reduzir os riscos financeiros e as incertezas de projetos minerais, justificando os investimentos em campanhas de sondagem e estudos que validem a qualidade da base de dados e as metodologias empregadas no seu tratamento. A transformação dos dados amostrais obtidos através da medição pontual de atributos de interesse, para um modelo contínuo do comportamento de volumes muito maiores do que a da amostra em si, é feita utilizando o entendimento geológico da mineralização e o comportamento espacial das variáveis de interesse.

Apesar da ampla gama de técnicas de modelagem e estimativas, nenhuma é capaz de anular o impacto de uma base de dados com altos erros analíticos, amostragem inadequada, posicionamento espacial impreciso ou uma incorreta armazenagem da informação. Para garantir a qualidade dessa informação, são empregados diversos controles no monitoramento sistemático da acurácia e precisão nas análises e ensaios físicos, além de procedimentos que possibilitem uma coleta e preparação das amostras que atendam às exigências de qualidade e de representatividade dos dados.

Os controles de qualidade têm seus limites de tolerância tipicamente baseados em valores médios sugeridos para diversos tipos de depósitos (ABZALOV, 2008). O problema de apenas replicar valores empregados em outros depósitos ou indicados pela literatura, é que não necessariamente as estimativas terão a precisão e acurácia necessária no projeto ou já alcançada nas operações de referência, já que a sensibilidade do modelo à qualidade da informação é uma relação complexa entre variáveis geológicas, operacionais e amostrais.

Frente à necessidade de mensuração do real impacto da informação na precisão e acurácia das estimativas, esta dissertação busca desenvolver uma metodologia para medir o quanto os erros analíticos e/ou locais impactam nos modelos de teor, possibilitando a definição mais eficaz dos limites de tolerância da informação e na seleção

da técnica de estimativa e seus parâmetros mais adequados para minimizar o impacto da incerteza na informação.

## 1.1 ESTADO DA ARTE

A modelagem é uma área multidisciplinar que através da matemática, geometria e estatística, entre outras, possibilita o entendimento de fenômenos em todas as áreas das ciências, prevendo o comportamento de problemas complexos, mesmo que ainda não completamente compreendidos. Como os dados de entrada são parte fundamental de qualquer modelo, a chamada análise de sensibilidade se propõe a estudar como as previsões são influenciadas pela variação nos dados de entrada.

Novas metodologias para a análise de sensibilidade vêm sendo publicadas nas mais diversas áreas. Ao revisar as publicações da revista *Science* entre 1997 e 2003, Saltelli *et al.* (2006) verificaram que a análise de sensibilidade foi utilizada e/ou discutida em 33 artigos em áreas como química atmosférica, dinâmica das populações de peixes, sistemas de informação geográfica, física do estado sólido, entre outros.

Dentro das técnicas de análise de sensibilidade, Liburne e Tarantola (2009) levantaram aquelas aplicáveis aos dados espaciais, as individualizando em dois grupos com diferentes escopos de aplicação e esforços computacionais exigidos. Os métodos locais apresentam menores exigências computacionais ao assumir que as variáveis são independentes. Já nos casos com dependência entre os dados de entrada, a análise global considera todo o espaço de incerteza através das variáveis em separado e suas interações, tendo como principal dificuldade de emprego a grande quantidade de cenários a ser avaliada.

Nas comparações entre os métodos de análise de sensibilidade de dados espaciais em Liburne e Tarantola (2009) e em Saint-Geour e Lilburne (2010), o método global proposto por Sobol (1993) apresentou os resultados mais coerentes, relacionando a qualidade das previsões com a variação isolada e/ou conjunta dos dados. Apesar dos resultados obtidos pelo método de Sobol, a exigência computacional limita sua aplicação, fazendo com que a chamada OAT (*once-at-a-time*) seja a ferramenta mais utilizada, ao empregar a variação de apenas um parâmetro por vez, considerando-o independente das outras variáveis, tornando o processo muito mais rápido e simples. Gabrosek e Cressie (2002) utilizando o método OAT investigaram os efeitos dos erros de locação na krigagem ordinária, avaliando o impacto na qualidade das estimativas e realizando ajustes nos

ponderadores e na função utilizada para melhorar os resultados para o estudo de caso analisado.

Liburne e Tarantola (2009) concluem sobre o atual estado das técnicas de sensibilidade espacial que tanto as técnicas globais quanto locais ainda estão distantes de uma combinação onde as variáveis de interesse são perturbadas de forma simultânea e eficiente, que permita que toda a informação disponível seja utilizada, sem a necessidade de amostragem.

A incerteza dentro dos modelos de depósitos minerais é um tema abordado pelos códigos de classificação de recursos e reservas utilizados em todo o mundo, como o Australiano JORC (2004) ou o padrão Canadense NI-43-101 (CIM, 2010). Neles são propostas classificações baseados na densidade de informação, confiabilidade na continuidade geológica e de teores, tornando a qualidade da informação um dos principais fatores na classificação. Para o atendimento aos códigos, os protocolos de amostragem e controles de qualidade são rigorosamente acompanhados desde os estágios iniciais da pesquisa mineral, garantindo que a qualidade da informação esteja nos níveis exigidos. Tais procedimentos são tratados genericamente como QAQC (*quality assurance* e *quality control*), um conjunto de métodos e práticas para a quantificação e monitoramento sistemático das informações.

Os principais e mais aceitos estudos sobre a incerteza nas estimativas e sua aplicação na classificação de recursos se baseia em algoritmos de simulação estocástica, discutidos por Isaaks (1990) e Matheron (1973), que fornecem cenários equiprováveis que reproduzem a continuidade espacial, teores médios e valores amostrados. Apesar da ampla utilização dessa ferramenta na mensuração da incerteza, ela não leva em conta as variações nos valores amostrais, assumindo que os teores e a localização das amostras são verdadeiros, tornando a manutenção desses dados como condições da simulação.

O QAQC tem como objetivo garantir a qualidade do banco de dados, não havendo a incorporação da incerteza mensurada ao modelo de recurso mineral ou uma correlação direta entre a qualidade da informação com a confiança das classes do recurso (SEN *et al.*, 2011).

Frente à necessidade de mensurar a sensibilidade das estimativas à precisão e acurácia da informação, esta dissertação desenvolve uma metodologia para o mapeamento da composição da incerteza nos modelos de recursos, individualizando o impacto da qualidade da informação e a sensibilidade para cada variável. O entendimento da forma como os erros analíticos e/ou locais impactam nas estimativas possibilitará

a definição mais eficaz dos mínimos de precisão exigidos na informação, da classificação dos recursos e na seleção da técnica e parâmetros mais adequados para minimizar o impacto das flutuações da informação em torno dos valores reais.

## 1.2 METAS

A partir da necessidade de mensurar a incerteza causada às estimativas pelos erros nas amostras utilizadas, levando em consideração o estado da arte e os métodos discutidos, o presente trabalho tem como meta analisar através da geoestatística, a sensibilidade das estimativas à incerteza posicional e dos teores. Baseado nos resultados, é possível definir uma curva de sensibilidade que relaciona à incerteza no modelo de blocos ao nível de perturbação adicionada nos dados.

A partir do entendimento quantitativo da relação entre a incerteza amostral e as estimativas, será apresentada uma abordagem para a definição dos limites de qualidade baseados na sensibilidade das estimativas a cada variável de entrada e a relação dos parâmetros de krigagem com a qualidade das estimativas na presença dessa incerteza. Para maior precisão da terminologia utilizada, alguns termos são definidos no contexto do presente trabalho:

- “Banco de dados original”, “dados de referência” ou “Informação original” - São as bases de dados originais utilizadas no trabalho, sem alteração nos seus teores ou coordenadas.
- “Banco de dados secundário”, “dados derivados”, “Realização” ou “Informação secundária” - São os dados derivados das informações originais através da adição de desvios nos valores. Cada banco secundário resulta da adição de erros sorteados dentro de uma distribuição normal de média centrada no valor inicial e com desvio-padrão definido para o cenário.
- “Limites de tolerância” ou “limites de precisão” - Os termos referem-se aos erros aceitáveis nos dados analíticos dos programas de controles de qualidade, sendo empregados como forma de assegurar que todas as amostras estejam dentro de desvio aceitáveis pela indústria.

- Sensibilidade - Representa a relação de como a incerteza dos dados de entrada (teores de interesse e coordenadas) é aportada à incerteza dos teores estimados em relação ao valor de referência para cada bloco.
- Cenário - Cada cenário é formado por um conjunto de bases de dados secundárias com valores de erro sorteados dentro de um mesmo nível de incerteza definida para o cenário, cada uma tratada como uma realização.

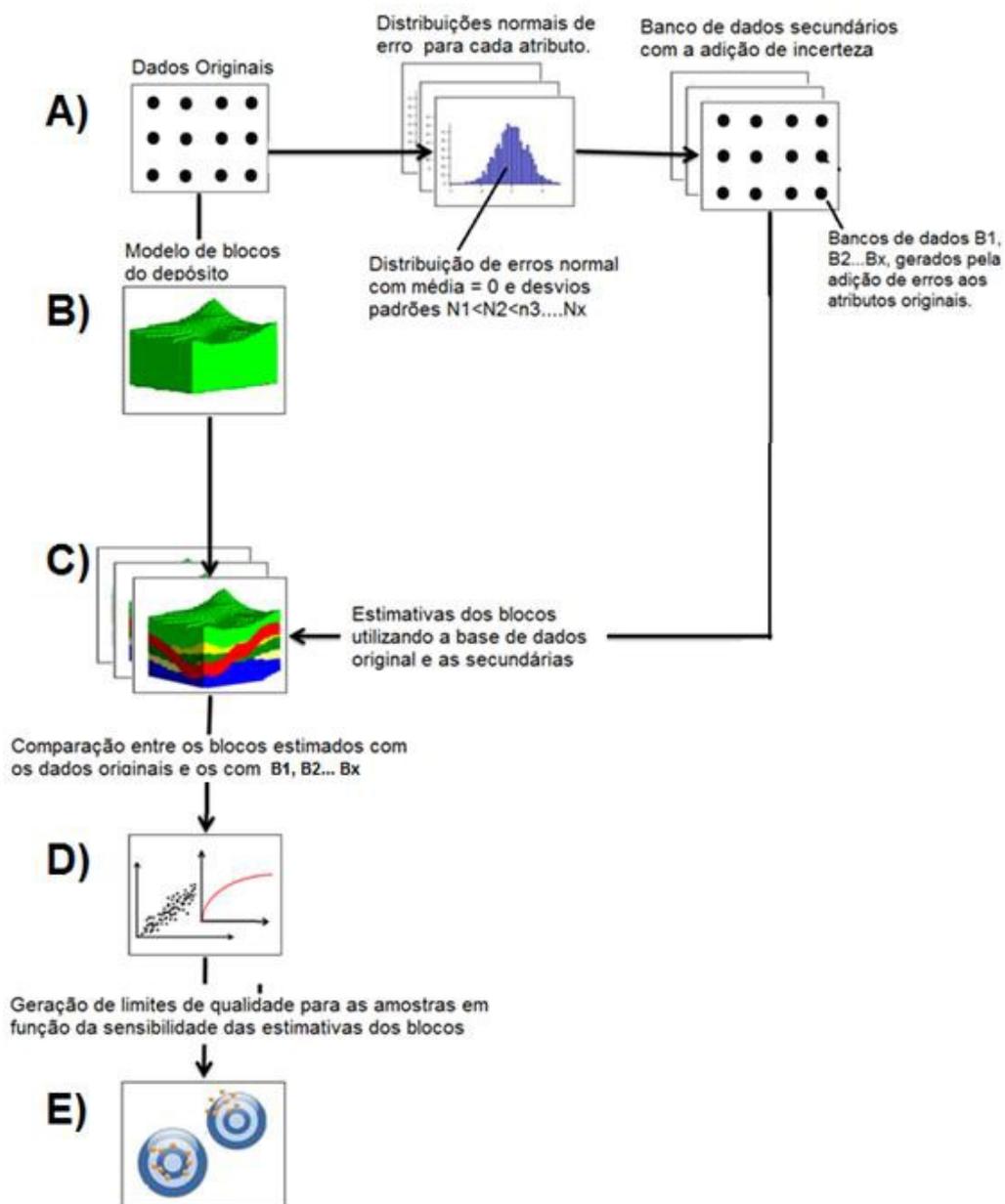
### 1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Utilizando a base de dados reescalada de Walker Lake (ISAACS e SRIVASTAVA, 1989) e três corpos de bauxita da Zona da Mata Mineira, de posse da Votorantim Metais, o trabalho visa alcançar as metas por meio dos seguintes objetivos específicos:

- Modelar e quantificar a sensibilidade da krigagem ordinária à flutuações dos dados químicos e espaciais utilizados, possibilitando delimitar os limites de tolerância na qualidade desses valores;
- Através da krigagem ordinária, utilizar as bases originais e secundárias para estimar em um mesmo modelo de blocos teores utilizando dados perturbados por diferentes níveis de erro;
- Relacionar os resultados de cada estimativa com a precisão da informação utilizada, a fim de medir a sensibilidade dos modelos à variação dos dados analíticos e locais, confeccionando curvas de sensibilidade para as variáveis de interesse;
- Avaliar a aplicabilidade da análise de sensibilidade dos modelos à definição dos limites de tolerância a serem empregados no controle de qualidade e relacionar aos valores tradicionalmente utilizados;

## 1.4 METODOLOGIA

Para a realização da análise e atendimento aos objetivos propostos, será utilizada a metodologia esquematizada na figura 1:



**Figura 1 - Esquema da metodologia de análise de sensibilidade através da geração de bases e estimativas de referência e secundárias (A, B e C) e a comparação entre esses valores (D) como forma de analisar os níveis mínimos de qualidade necessários (E).**

Baseado nos dados originais (Figura 1A), são gerados bancos de dados secundários através da perturbação das variáveis de interesse uma-a-uma (método *Once-*

*a-time*) em torno do valor inicial, com dispersões variando como resultado do aumento gradual do desvio-padrão da distribuição normal de erros utilizada na simulação do cenário.

Em uma distribuição normal, a variabilidade dos dados em relação à média é indicada por um maior desvio-padrão desses dados. Através da área compreendida abaixo da curva a um desvio-padrão da média temos 68,26% das observações contidas. A dois desvios padrões, possuímos 95,44% dos dados compreendidos e finalmente a três desvios, 99,73%.

Apesar dos diferentes métodos de mensuração de incerteza e controle de qualidade nos dados como CV%, AMPD, HARD, todos são matematicamente baseados na diferença entre pares de dados normalizado dividida pela média de um ou ambos valores e geralmente representados pela variância das análises. Os diferentes métodos disponíveis foram comparados (ABZALOV, 2008) para a mesma base de dados, demonstrando que tais métodos são diretamente proporcionais ao desvio-padrão e conseqüentemente não oferecendo mais informação que tal medida.

A análise de sensibilidade para cada variável de interesse será executada utilizando os mesmos blocos (Figura 1B), métodos e parâmetros de estimativa, alterando apenas as bases de dados utilizadas. Como resultado, cada bloco terá uma série de valores estimados para cada variável de interesse, relacionados à distribuição de erro aplicada à informação (Figura 1C). Os três primeiros passos foram automatizados através de algoritmos dentro do ambiente do Datamine Studio 3, ferramenta de amplo uso na indústria. Sua estrutura, interface e funcionalidades são apresentadas no Anexo I.

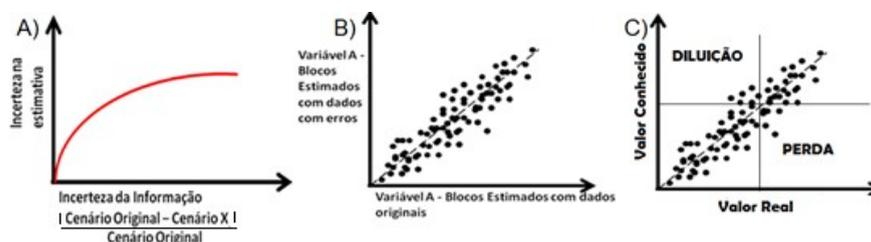
A comparação entre os resultados das estimativas utilizando os dados originais (Figura 1D) e secundários, serão realizados independentemente para cada variável, através de:

Figura 2A - Desvio médio da informação utilizada e suas estimativas. O valor é calculado pela média do módulo do desvio entre o valor inicial e do cenário estudado em todos os blocos estimados.

Figura 2B - coeficiente de determinação linear ( $R^2$ ), onde maior o valor (entre -1 a 1), melhor o modelo matemático empregado se ajusta ao conjunto de pares ordenados estudado. Enquanto os valores extremos indicam completa previsibilidade do comportamento dos pares pela equação utilizada, o valor de 0 mostra a ausência de correspondência entre os valores.

Figura 2C - A perda e diluição avalia a quantidade de blocos classificados erroneamente e indica a capacidade de prever corretamente os tores dos blocos estimados para que sejam tomadas as devidas decisões do uso do material, podendo ocorrer duas situações distintas:

- Na diluição, um bloco de estéril é classificado como minério, diminuindo o teor médio do material lavrado e enviando materiais economicamente marginais para o beneficiamento;
- A perda ocorre quando um volume economicamente viável é classificado como estéril, perdendo o metal contido e reduzindo a tonelagem total do depósito.



**Figura 2 - Forma de apresentação dos resultados de análises: A) curva de sensibilidade; B) coeficiente de regressão linear; C) perda e diluição por blocos.**

Após a análise de sensibilidade poderemos entender como os erros impactam na incerteza do modelo, definindo assim limites de tolerância condizentes com as necessidades de confiabilidade das estimativas. Os valores obtidos serão comparados aos tradicionalmente empregados.

Devido ao grande volume de dados, tabelas, gráficos e outros dados de saída gerados ao longo do trabalho, o material é disponibilizado em meio digital pelo CD fornecido (Anexo III).

## 1.5 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

O trabalho está organizado em capítulos da seguinte maneira: após esta apresentação inicial, o Capítulo 2 irá introduzir os aspectos teóricos da ocorrência e origem dos erros analíticos, locais e suas representações matemáticas. É apresentando a metodologia e os algoritmos para a obtenção das bases secundárias através da inserção desses erros.

No Capítulo 3, a análise de sensibilidade será executada, primeiramente, na base de dados Walker Lake para o teor de V e a localização amostral. O banco de dados é apresentado e são executadas as análises estatísticas uni e bivariada, além da análise da continuidade espacial da informação, seguida pela criação do modelo de blocos e sua estimativa utilizando krigagem ordinária.

No Capítulo 4, os cenários secundários são obtidos por tiragem de números pseudoaleatórios baseado no modelo de erro selecionado, gerando bases de dados com variação na dispersão da informação em torno dos valores originais. Essas informações são krigadas para a estimativa do modelo de blocos, utilizando os mesmos parâmetros de estimativa.

São apresentados os resultados das estimativas para diferentes flutuações no teor de V e na localização das amostras, permitindo a geração das curvas de sensibilidade em função da variação dos parâmetros utilizados.

No Capítulo 5, será utilizado o mesmo fluxo de trabalho dos capítulos 3 e 4. A técnica é aplicada para as variáveis: alumínio disponível, sílica reativa, recuperação de lavagem e coordenadas horizontais de três corpos do depósito de bauxita da Unidade de Miraí, de posse de Votorantim Metais.

Após a análise da sensibilidade para as variáveis de interesse e conhecendo as suas curvas de sensibilidade, no Capítulo 6 será possível definir os limites de tolerância a serem empregados no controle de qualidade interno da operação. Serão também discutidas outras aplicações da análise de sensibilidade os dados e as estimativas.

O Capítulo 7 apresenta as conclusões do estudo e recomendações para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2 - MODELOS DE ERROS POSICIONAIS E DE TEOR

Enquanto a estatística clássica trata de dados sem comportamento espacial, a geoestatística lida com variáveis que apresentam um comportamento regionalizado através de sua estruturação espacial. O Semivariograma (ou variograma) é a ferramenta fundamental da análise espacial, medindo a comportamento espacial do fenômeno estudado (MATHERON, 1963), através da análise de covariância (ou variância) entre amostras separadas por diferentes distâncias.

A informação utilizada possui diferentes erros intrínsecos, agrupadas dentro do chamado efeito pepita, responsável pelo variograma interceptar o eixo vertical em valores maiores que zero, por causar covariância mesmo em amostras com uma separação teoricamente nula. O efeito pepita também exerce influência sobre os ponderadores e a variância de krigagem, onde altos componentes aleatórios resultam em menor atribuição de pesos às amostras próximas, suavizando as estimativas.

Já a incerteza no posicionamento, quando com desvios em distâncias relevantes em relação a malha utilizada, adicionam um novo e desconhecido componente na determinação das covariâncias, devido ao posicionamento real da informação ser diferente daquela utilizada no cálculo dos pesos atribuídos às amostras.

### 2.1 INCERTEZA NOS TEORES

O desenvolvimento da teoria de amostragem (GY, 1982) foi capaz de fornecer à incerteza amostral uma definição científica e um esclarecimento conceitual para os componentes de variabilidade em microescala e erros de medição.

A teoria da amostragem (TOS) define os erros de amostragem gerados pela heterogeneidade do material ou pelo não atendimento da equiprobabilidade amostral. A soma desses erros de amostragem, quando somados aos erros dos métodos de análise, definem a equação do erro total (Equação 1):

$$\text{Erro total} = \sqrt{S^2 \text{Erro de amostragem} + S^2 \text{Erros analíticos}} \quad (1)$$

Onde  $S^2$  corresponde a variância da população de erros utilizada.

A diferença entre o valor real e o amostrado é influenciado por erros no processo de amostragem e sub-amostragem devido ao não respeito da equiprobabilidade do

processo de divisão mássica e da análise laboratorial, o qual invariavelmente inclui erros. O erro total é incluído nas equações de krigagem pelo efeito pepita.

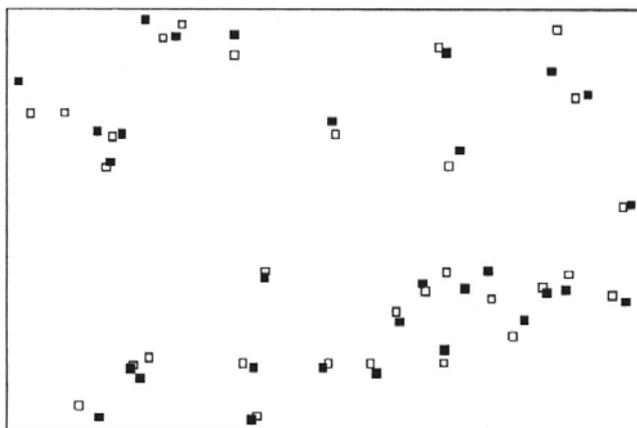
O efeito pepita pode ser separado em dois membros: a chamada variância dos erros de medição ( $C_{me}$ ), em que uma mesma medição repetida por diversas vezes resulta em valores em torno de um valor central; já as variações em microescala ( $C_{ms}$ ) ocorrem devido à presença de variações das propriedades em curtas distâncias não capturadas pela amostragem, sendo desconhecido o comportamento espacial das variáveis em distâncias menores que a amostra. Portanto, na maioria das situações, não é possível medir a continuidade do fenômeno estudado em microescala, tipicamente assumindo-o como descontínuo.

A determinação da importância dos componentes do efeito pepita raramente é tratado (CRESSIE, 1993). Com mais frequência, as equações de krigagem assumem  $C_{me} = 0$ , sem investigar o processo de medição, ainda que existam erros que não podem ser eliminados (GY, 1982), e conseqüentemente haverá desvios entre os valores mensurados e os reais.

## 2.2 INCERTEZAS NO POSICIONAMENTO

Apesar da dependência do posicionamento espacial na geoestatística, Cressie e Nornak (2003) concluem em revisão da literatura, que a incerteza de localização é quase que completamente ignorada. Mesmo as esporádicas publicações que discutem o tema apenas pontuam sobre suas conseqüências, sem incorporar soluções ou alternativas ao problema.

Gabrosek e Cressie (2002) individualizam a origem dos erros de locação em duas fontes: a inaptidão de gerar coordenadas exatas de uma feição conhecida e a incapacidade de se localizar com exatidão uma feição real que tem as suas coordenadas conhecidas, ambas tornando o posicionamento conhecido diferente da real posição, como ilustrado na figura 3.



**Figura 3 - Os locais planejados S são representados pelos quadrados vazios, os locais de realização das amostras R são os quadrados sólidos (GABROSEK, 2002).**

O *feature-positioning model* ocorre na tentativa da aquisição posicional exata de uma feição a ser medida ou amostrada, a qual mesmo que reconhecível e claramente definida, é impossível obter sua localização exata pela ausência de instrumentos de posicionamento completamente precisos.

Enquanto o primeiro modelo vem na incapacidade de obter a localização exata de um ponto, o chamado *coordinate-positioning model* ocorre na incapacidade de chegar exatamente a um local através de suas coordenadas, devido à ausência de instrumentos para localizar tal ponto de forma exata. Tais locais  $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$  pré-determinados na realidade terão suas medições realizadas nos locais  $R = (r_1, r_2, \dots, r_N)$ , deslocados em relação aos pontos S devido a incapacidade de localizar com exatidão infinita os pontos conhecidos por suas coordenadas.

Para a representação matemática o instrumento de posicionamento utilizado é assumido como sem viés e a localização real ( $r$ ) se aproxima do local conhecido ( $s$ ) de acordo com a distribuição dos erros  $p(s)$ , centrada no valor real. A localização do erro faz com que um local planejado  $s$ , conhecido, seja deslocado para o local realizado  $r = s + p(s)$ , desconhecido (equação 2):

$$\begin{aligned} Z(\mathbf{s}) &= Y(\mathbf{r}) + \varepsilon(\mathbf{r}) , \\ \mathbf{r} &= \mathbf{s} + \mathbf{p}(\mathbf{s}); \mathbf{s} \in D \end{aligned} \quad (2)$$

Onde o atributo observado  $Z(\mathbf{s})$ , na localização planejada  $s$ , é igual ao atributo sem erro  $Y(\mathbf{r})$ , no local realizado  $r$ , mais um erro de medição  $\varepsilon(\mathbf{r})$ , independente de  $Y(\mathbf{r})$ ,  $\varepsilon(\cdot)$  é

assumido como uma variável com média zero e variância desconhecida. A localização realizada  $r$  é igual à planejada  $s$  mais o erro de localização  $p(s)$ , independente de  $s$ . As localizações  $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$  são um conjunto de valores conhecidos. A única forma de obter informações sobre a posição  $R$  é através da precisão do equipamento, a qual nos permitirá saber as posições máximas e mínimas que  $R$  pode variar em relação a  $S$ .

Além as origens de erro ligadas ao método de locação, oriundas do método de aquisição, a representação e orientação geográfica de dados no espaço também contém erros inerentes da simplificação do geoide terrestre, o qual em grande escala torna se uma relevante fonte de erro entre os diferentes sistemas de coordenadas e entre eles e a posição real.

Somado ao impacto da utilização de um teor com erro, a propriedade de interpolação exata da krigagem apenas é possível na ausência de erros de medição, em que os pesos ótimos nas equações de krigagem são incorretos quando se utiliza dados amostrais com erros analíticos e de localização.

Devido ao uso das coordenadas (distâncias) na determinação das covariâncias e, portanto, nos pesos dados para as amostras na estimativa de um ponto, a incerteza no posicionamento dos dados adiciona um novo e desconhecido componente de variabilidade.

### 2.3 MÉTODO DE MONTE-CARLO

Para a geração de cenários secundários, os dados iniciais sofreram a adição de erros em suas coordenadas e/ou variáveis de interesse através do chamado método de Monte Carlo. O método corresponde a uma classe de algoritmos computacionais de obtenção de resultados através de etapas de amostragem aleatória realizadas sobre distribuições de densidades de probabilidade que descrevam o processo estudado. Para a aplicação do método de Monte Carlo, é necessária a definição dos seguintes componentes:

- (i) Funções densidade de probabilidade (PDF, de *probability density functions*): As PDF utilizadas serão baseadas nos modelos de erros de teores e de posicionamento, assumindo distribuições normais de média zero e com diferentes desvios-padrões.
- (ii) Gerador de números aleatórios: No método de Monte Carlo, um conjunto de números uniformemente distribuídos entre 0 e 1, relacionados aos valores que podem

ser assumidos pela PDF selecionada, são amostrados por um gerador de números pseudoaleatórios.

(iii) Forma de amostragem: As funções chamadas pseudoaleatórios são funções determinísticas, que “imitam” as propriedades de uma sequência de variáveis randômicas independentes e uniformemente distribuídas, mas que desobedecem a não previsibilidade dos geradores verdadeiramente aleatórios. A maioria desses métodos são variações do proposto por Lehmer (1951), dentre eles o Método Congruente Linear, onde são obtidos valores através da relação recursiva de valores inteiros não negativos (equação 3)

$$Z_i = \text{MOD}((a + f(i+1) + c/m) \quad (3)$$

$$U_i = Z_i/m$$

onde:

m - período

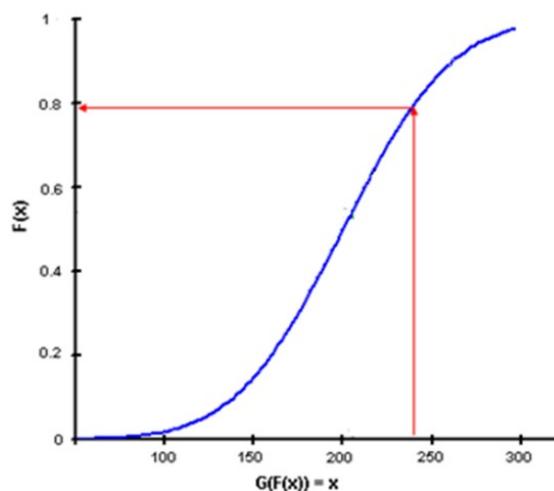
a - multiplicador

c - incremento

Z<sub>0</sub> - Semente ou valor inicial

Com base na definição da semente, a sequência completa de Z<sub>i</sub>'s e U<sub>i</sub>'s é determinada a partir no valor inicial, o que caracteriza a previsibilidade. A função MOD retorna o resto da divisão inteira do primeiro membro pelo período m.

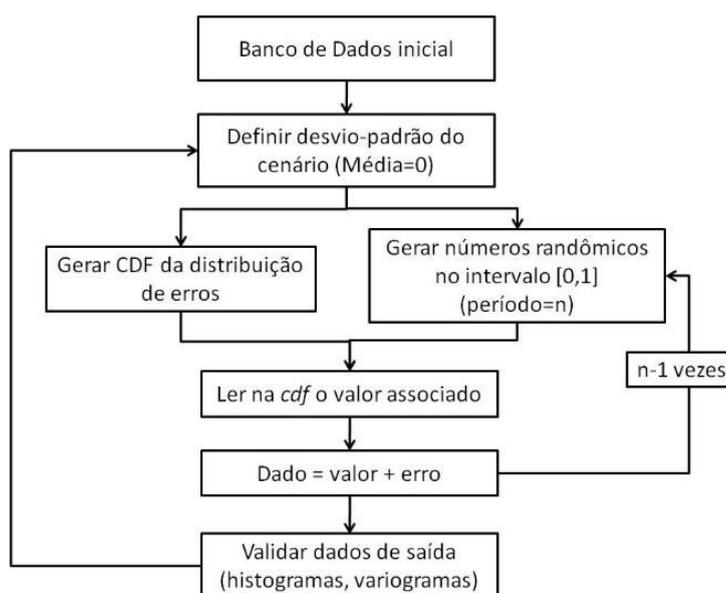
Após a seleção dos histogramas das distribuições simuladas, são geradas suas respectivas PDF's. A amostragem é definida por números randômicos dentro do intervalo entre 0 e 1 e os valores associados no histograma a ser reproduzido (Figura 4). A associação utiliza uma função que retorna o inverso da PDF em função do número randômico utilizado na distribuição, ocorrendo a reprodução do histograma utilizado.



**Figura 4 - Curva de equivalência entre os números pseudorrandômicos de 0 a 1 e seus valores correspondentes na distribuição utilizada.**

## 2.4 GERAÇÃO DE BASES DE DADOS SECUNDÁRIOS

As bases de dados secundárias são obtidas através da perturbação dos teores e coordenadas originais, obedecendo à condição de não-viés através da utilização de distribuições normais centradas no valor inicial (erro médio de zero). A incerteza adicionada às amostras estudadas é resultado da amostragem de números randômicos nas diferentes PDF's utilizadas, conforme Figura 5.



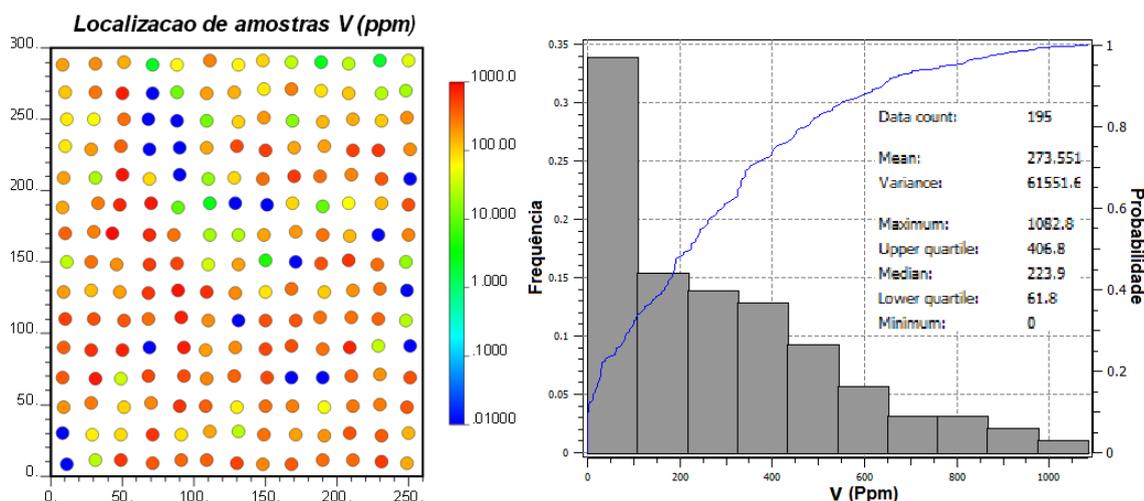
**Figura 5 - Fluxograma da geração de base de dados secundárias com base nas informações originais.**

### **CAPÍTULO 3 - IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA – ESTUDO DE CASO 2D**

O trabalho foi iniciado com uma revisão bibliográfica nos temas de análise de sensibilidade e o impacto da incerteza sobre as estimativas, servindo como introdução ao embasamento teórico, métodos, técnicas e referências utilizadas ao longo do estudo. Com o foco no desenvolvimento de uma metodologia de análise de sensibilidade da krigagem ordinária à incerteza da informação, decidiu-se analisar dois diferentes depósitos.

O banco de dados sintético de Walker Lake (ISAAKS e SRIVASTAVA, 1989) é uma base bidimensional derivada da topografia da área de mesmo nome localizada no estado de Nevada, EUA. Tal modelo de elevação foi utilizado para produzir um conjunto de valores para as variáveis referidas como V, U e T em 78 mil pontos em malha 1x1 m. A partir da base original com amostragem extremamente densa, foram extraídos diferentes subconjuntos extensamente utilizados em diversos estudos na área de geoestatística, por apresentar a rara condição de ser assumido que os valores reais são conhecidos, baseado nos valores amostrados a cada metro quadrado.

Foi utilizada uma versão reescalada da base com teores de V (medido em ppm) em 195 posições, com espaçamento de 20x20 m em um total de 78.000 m<sup>2</sup> (280x300 m). A configuração amostral apresenta uma malha pseudo-regular, com pequenas irregularidades nas linhas de amostragem (figura 6).



**Figura** Erro! Nenhum texto com o estilo especificado foi encontrado no documento. **6 - Mapa de distribuição de amostras e histograma da distribuição e curva de probabilidade acumulada (linha azul) dos valores de V das 195 amostras da base de dados de Walker Lake.**

Utilizando a base de dados inicial, é obtida uma série de cenários secundários através de geradores pseudoaleatórios, em que o teor inicial V ou o posicionamento (coordenadas X e Y) das 195 amostras é alterado através da inserção de erros que obedecem uma distribuição normal, centrados no valor da amostra (não-viés) e com desvio-padrão determinado para cada cenário.

Os teores foram perturbados por valores sorteados de distribuições com desvio-padrão de 2% a 100% (desvio relativo entre o valor secundário e o inicial), enquanto o posicionamento inicial foi deslocado pela adição de ruídos gaussianos de média 0 e desvio-padrão de 0.04 a 10 m sorteados independentemente para os valores de X e Y, gerando deslocamentos médios de 0.02 a 12 m em relação à posição inicial.

### 3.1 OBTENÇÃO DE CENÁRIOS SECUNDÁRIOS DE TEORES

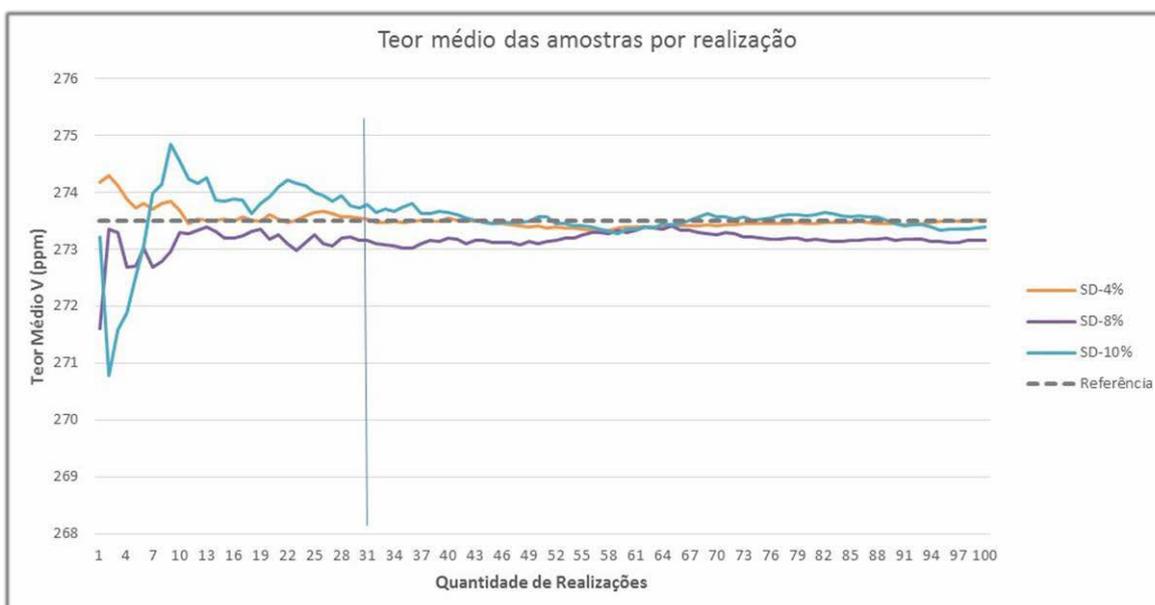
Para garantir consistência nos dados médios das estimativas secundárias e reduzir o impacto de perturbações extremas na informação, é definido uma quantidade mínima de bases de dados, chamadas de realizações, a serem krigadas, ao mesmo tempo em que se procura a otimização computacional da metodologia.

A geração de realizações é uma rotina usual em outras técnicas, como na simulação estocástica, onde são geradas realizações em quantidade suficiente que garanta

o acesso ao espaço de incerteza e um comportamento estável da variância entre os resultados.

A definição da quantidade necessária de bases de dados para a análise de sensibilidade foi obtida através do comportamento dos valores durante a acumulação de diferentes 100 bancos de dados perturbados por distribuições normais centradas no valor inicial e com desvio-padrão de 4, 8 e 10%.

Na figura 7 o gráfico da média dos teores, com base na adição de 1 a 100 valores sorteados para cada amostra, indica a estabilização dos valores após 28 realizações, a partir de onde as flutuações ocorrem em 0.5 ppm entorno do valor inicial de 273.5 ppm.



**Figura 7 - Gráfico do teor médio (Y) em função do número de valores sorteados junto a cada valor amostral original (X) para os cenários bdSD-04, bdSD-08 e bdSD-10.**

Analisou-se também o Z-Value, um número adimensional que indica quantos desvios-padrões uma observação distância da média da população de referência, sendo o processo chamado de estandardização ou normalização. Portanto o Z-value de um determinado valor X é definido (equação 4) como:

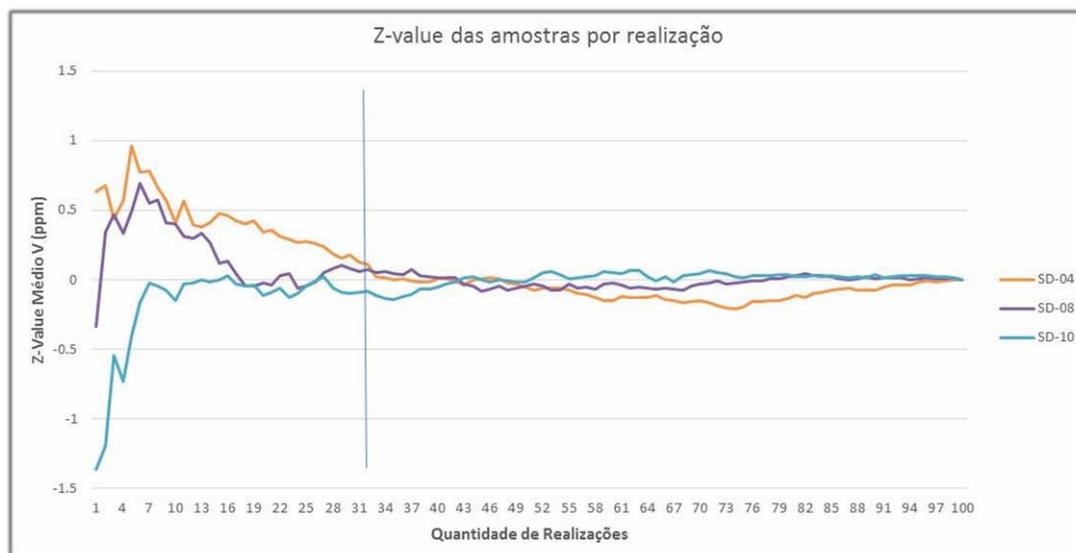
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (4)$$

onde:

$\mu$  é a média da população;

$\sigma$  é o desvio-padrão da população.

A figura 8 indica a obtenção de um patamar estável após a acumulação de 25 realizações.



**Figura 8 - Gráfico do Z-value (Y) em função do número de valores sorteados junto a cada valor amostral original (X) para os cenários bdSD-04, bdSD-08 e bdSD-10.**

Com base na análise dos valores foi decidido pela utilização de 31 bases secundárias para cada um dos 12 cenários de incerteza de teor, tratados como bdSD-002 a bdSD-100, sendo essa quantidade de valores sorteados dentro de um determinado nível de incerteza de bases capaz de garantir representatividade aos cenários.

Os valores para cada cenário são sumarizados na tabela 1 pelas médias das estatísticas de suas 31 bases de dados, sendo o valor central (média e mediana), espalhamento (distância interquartil e desvio-padrão) e análises bivariadas entre os teores do cenário inicial e secundários através do coeficiente de determinação, perda/diluição e desvio-médio.

Os resultados (tabela 1) apresenta a esperada degradação da qualidade da informação devido ao aumento do desvio-padrão adicionada às amostras. Essa maior dispersão em torno do valor de referência é indicada pelo coeficiente de determinação, desvio médio entre as amostras e na perda/diluição.

**Tabela 1 - Estatísticas descritivas das bases de dados secundárias, em função do desvio-padrão adicionado<sup>1</sup>.**

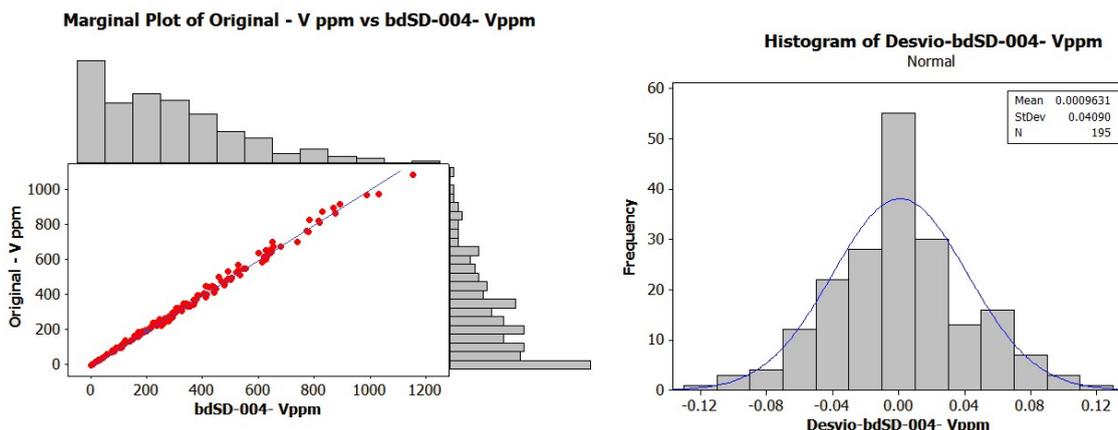
<b>Cenário</b>	<b>Coef. Correl.</b>	<b>Média</b>	<b>1º Quartil</b>	<b>Mediana</b>	<b>3º Quartil</b>	<b>Val. negativos</b>
V (ppm)	1	273.5	62.0	223.9	409.4	0.0%
bdSD-002	1.000	273.6	62.2	222.2	411.2	0.0%
bdSD-004	0.998	273.5	62.6	221.4	413.2	0.0%
bdSD-006	0.996	273.6	63.7	219.6	416.2	0.0%
bdSD-008	0.993	273.8	64.1	217.7	413.8	0.0%
bdSD-010	0.989	273.8	63.3	216.8	409.9	0.0%
bdSD-015	0.977	274.1	63.9	216.1	408.8	0.0%
bdSD-020	0.957	272.8	61.5	214.1	406.7	0.0%
bdSD-025	0.941	273.6	59.7	210.0	406.1	0.0%
bdSD-030	0.920	273.9	53.2	203.5	408.3	0.0%
bdSD-040	0.858	274.0	46.5	193.6	404.5	0.4%
bdSD-060	0.750	273.7	28.0	166.4	406.8	4.3%
bdSD-080	0.636	272.8	12.0	148.1	417.5	9.3%
bdSD-100	0.549	270.6	3.6	125.6	426.8	13.8%

A condição de não-viés é evidenciada pelo espalhamento simétrico e a média a uma distância de apenas 0.02% do valor original (de 273.5) e o bdSD-040 (de 274.0) e com valores ainda menores para os cenários com menor incerteza.

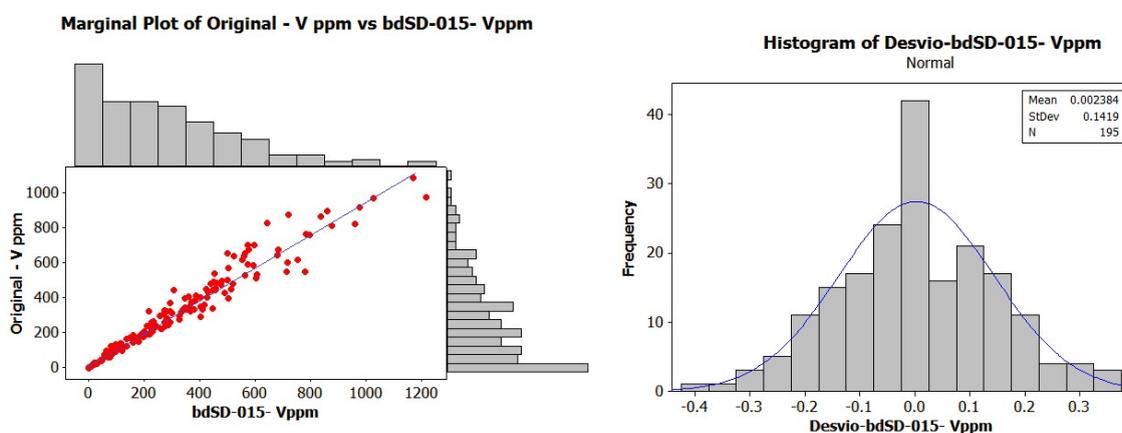
Mas a partir do desvio-padrão de 60% os valores começam a se distanciar do cenário de referência, como resultado da correção na crescente quantidade de teores negativos, afetando a média das realizações.

Devido ao impacto dos teores negativos e seu truncamento para 0, não foram utilizados na estimativa as bases de dados bdSD-060, bdSD-080 e bdSD-100. Como ilustração, são apresentados nas figuras de 9 a 12 os cenários bdSD-004, bdSD-015, bdSD-030 e bdSD-060, representados respectivamente pelas realizações Realiz-13, Realiz-17, Realiz-04 e Realiz-27. Estas realizações foram escolhidas por apresentarem estatísticas como média, mediana e desvio-padrão próximos da média das 31 realizações para aquele intervalo de incerteza.

<sup>1</sup> Colunas: Média, mediana, 1º e 3º quartil e valores negativos se referem ao valor das amostras do cenário; Coef. de correlação comparam amostra-a-amostra o valor do cenário e os valores iniciais.



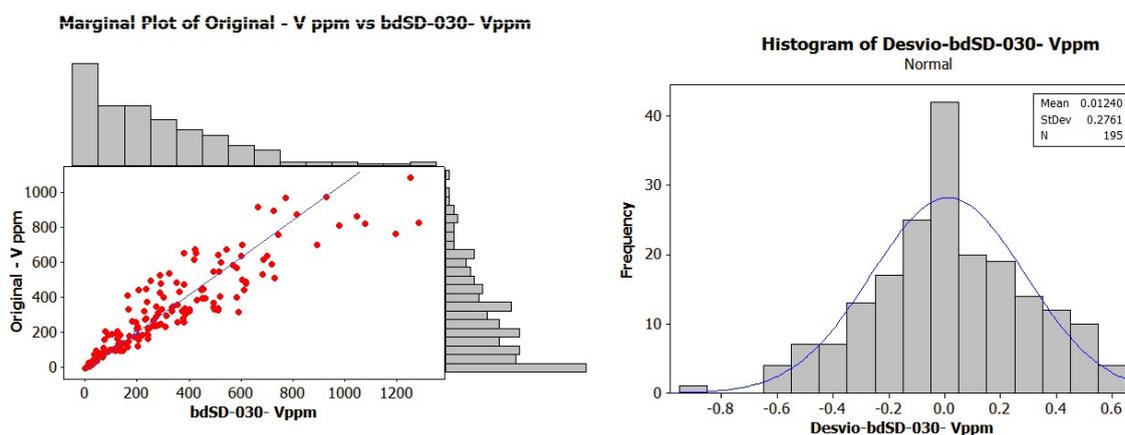
**Figura 9 - Gráfico de dispersão entre os valores V da realização bdSD-004-realiz-13 e valores originais a direita e histograma do desvio entre esses dois cenários à esquerda.**



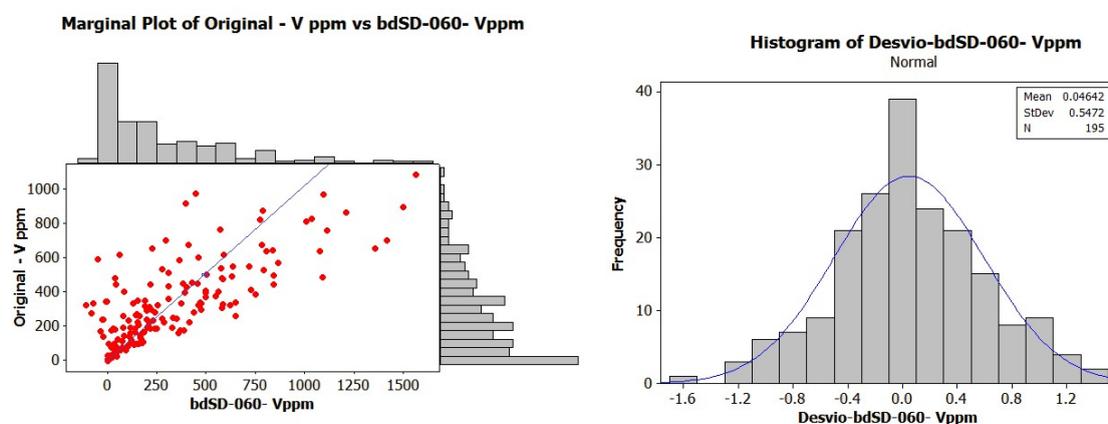
**Figura 10 - Gráfico de dispersão entre os valores V da realização bdSD-015-realiz-17 e valores originais a direita e histograma do desvio entre esses dois cenários à esquerda.**

A análise dos gráficos de dispersão, histogramas da população e dos desvios dos cenários bdSD-004 e bdSD-015 (figura 9 e 10) demonstram a condição de não-viés, pelo espalhamento simétrico dos desvios centrado na origem (médias de 0.0007 e 0.002), enquanto que o desvio-padrão de 0.04 e 0.14 honram o valor aplicado ao cenário, respectivamente de 4% e 15%.

O gráfico de dispersão mostra o desvio em ppm entre o valor original e da realização. Devido a adição de incerteza ser proporcional ao teor da amostra, o gráfico contém um comportamento de trompete com pequenos desvios absolutos próximo a origem, que se distanciam da linha  $X=Y$  com o aumento dos teores.



**Figura 11 - Gráfico de dispersão entre os valores V da realização bdSD-030-realiz-04 e valores originais a direita e histograma do desvio entre esses dois cenários à esquerda.**



**Figura 12 - Gráfico de dispersão entre os valores V da realização bdSD-060-realiz-27 e valores originais a direita e histograma do desvio entre esses dois cenários à esquerda.**

Enquanto a cenário bdSD-030 (figura 11) mantém as características de não-viés e espalhamento simétrico, a tendência de degradação da qualidade e viés começa a impactar nos cenários seguintes, de maior incerteza.

O viés é causado principalmente pela geração de amostras com teor negativo, que tem tais valores truncados para zero. Enquanto esse truncamento em SD-040 afeta 0.4% das amostras, o impacto é muito maior nos cenários bdSD-100, onde 14% dos valores são negativos (tabela 1).

O impacto dos teores negativos é exemplificado no cenário bdSD-060 (figura 12), onde amostras com teor original de 0 ppm são perturbadas a até 600 ppm, o que junto ao truncamento de teores abaixo de zero é responsável pelo aumento da média do cenário.

No bdSD-060-realiz-27, o truncamento dos 10 teores negativos elevou a média da população de 275.04 ppm para 278.71 ppm.

### 3.2. OBTENÇÃO DE CENÁRIOS SECUNDÁRIOS DE POSICIONAMENTO ESPACIAL

Os teores e suas posições no espaço são informações fundamentais para qualquer estudo geoestatístico, devendo ser avaliada a qualidade locacional. Neste capítulo, serão geradas bases de dados com diferentes níveis de erro locacional, possibilitando avaliar a sensibilidade da krigagem ordinária a incerteza que se tem sobre a localização das amostras utilizadas.

Conforme discutido no capítulo 2.2, o erro locacional é a diferença entre a localização conhecida e a real de uma determinada feição no espaço. Com a informação presente nos cenários gerados gradualmente se afastando da posição real, é possível quantificar seu impacto nas estimativas.

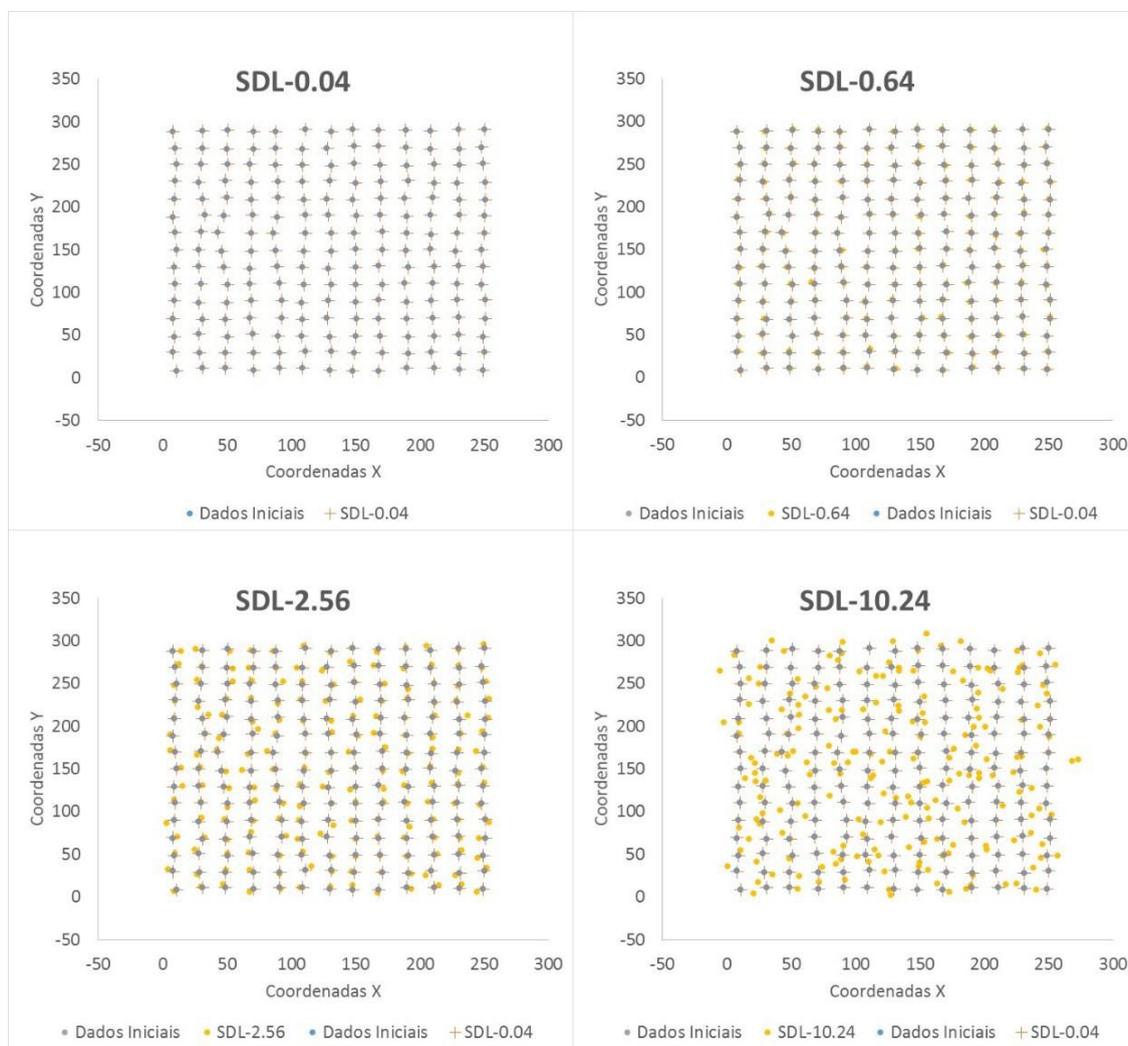
Serão utilizados 5 níveis de perturbação diferentes, com desvios médios de 0.05 m a mais de 12 m de deslocamento. Ao contrário das bases de dados geradas por perturbação nos teores, as variações para um mesmo desvio-padrão tiveram pouco impacto na equação da curva de sensibilidade locacional, o que dispensa o emprego de múltiplas realizações.

As estatísticas relacionadas aos teores no banco de dados se mantêm constantes devido à alteração apenas nas posições da informação. Os desvios-padrões adicionados pelos cenários e os desvios médios em relação a localização inicial são organizados em cenários, chamados de SDL na tabela 2:

**Tabela 2 - Cenários gerados para a análise de sensibilidade da estimativa da variável V ao posicionamento espacial e seus desvios médios**

<b>Cenário</b>	<b>Desvio-Padrão (Metros)</b>	<b>Desvio médio (Metros)</b>
SDL-0	0	0
SDL-0.04	0.04	0.05
SDL-0.16	0.16	0.20
SDL-0.64	0.64	0.84
SDL-2.56	2.56	3.34
SDL-10.24	10.24	12.90

A fim de ilustrar o comportamento dos cenários e permitir a visualização da degradação da qualidade locacional, a figura 13 apresenta a localização das amostras da base de dados original (cruzes em azul) e suas posições nos cenários SDL-0.04, SDL-0.64, SDL-2.56 e SDL-10.24 representadas pelos pontos amarelos.



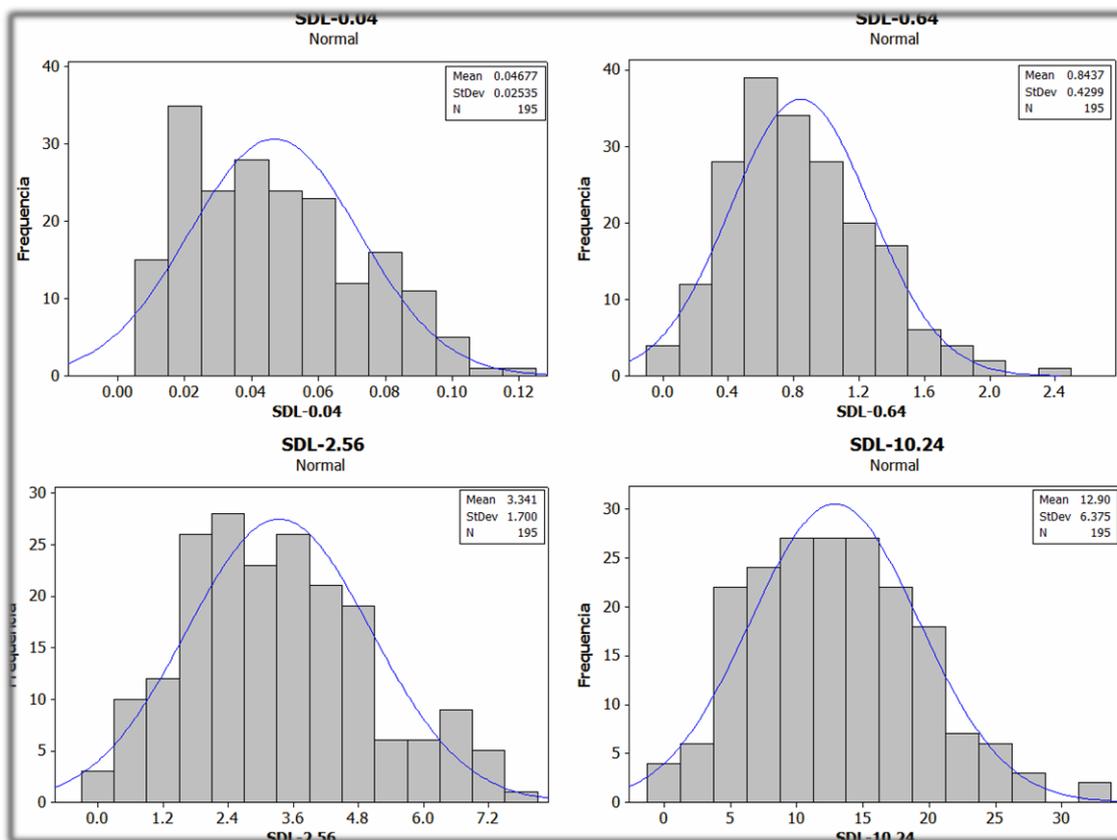
**Figura 13 – Mapa de localização com a localização real (cruzes em azul) e localização mapeado com erro posicional (círculos amarelos) dos pontos de amostragem para os cenários SDL-0.04, SDL-0.64, SDL-2.56 e SDL-10.24.**

Os mapas de localização (figura 13) mostram que os cenários iniciais SDL-0.04 e SDL-0.64 tem suas posições conhecidas visualmente muito próximas dos reais. Com o aumento da incerteza posicional (cenário SDL-2.56 e SDL-10.24), ocorrem grandes desvios entre a posição planejada e realizada.

A figura 14 apresenta os histogramas dos desvios entre as posições conhecidas e reais. Assim como nos mapas de localização, os histogramas dos desvios SDL-0.04 e SDL-0.64 têm dados posicionais muito próximos da informação original, com desvios-

padrões que situam a localização de 95% das amostras respectivamente entre 0.05 e 0.85 m da posição real.

Já os valores de dispersão apresentados nos cenários SDL-2.56 e SDL-10.24, indicam um alto grau de incerteza sobre a posição da informação, com desvios médios respectivamente de 3.34 e 12.9 m, tornando a informação disponível menos representativa das características reais do depósito.



**Figura 14 - Histogramas, com escala em metros, dos desvios entre a localização real e a localização conhecida dos pontos de amostragem para os cenários SDL-0.04, SDL-0.64, SDL-2.56 e SDL-10.24.**

## CAPÍTULO 4 - ESTUDO DE CASO 2D - ESTIMATIVA DE CENÁRIOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Uma vez definidas e validadas as análises estatísticas uni/bivariada das bases de dados secundárias, é iniciado o estudo do comportamento e continuidade espacial da variável  $V$ , a definição dos parâmetros de discretização, estratégia de busca amostral e da interpolação por krigagem ordinária.

A estimativa do modelo de blocos permitirá a comparação bloco-a-bloco dos resultados obtidos com diferentes bases de dados, medindo os desvios entre os blocos (erro) e sua relação com a incerteza na base de dados utilizada, definindo curvas de sensibilidade em função da variação da incerteza dos teores e localização das amostras.

### 4.1 CONTINUIDADE ESPACIAL E ESTIMATIVA DOS TEORES

O variograma, estudado através da variância de pares de amostras separados por uma distância  $h$ , é uma função crescente (figura 15) com  $h$  até um determinado valor conhecido como alcance ( $a$ ), onde a variância dos pares se aproxima da variância total da população amostral (platô) nos casos em que haja estacionariedade. O modelo de comportamento espacial ao atingir o alcance  $a$ , equivale a uma distância onde as amostras passam a ser independentes (sem correlação).

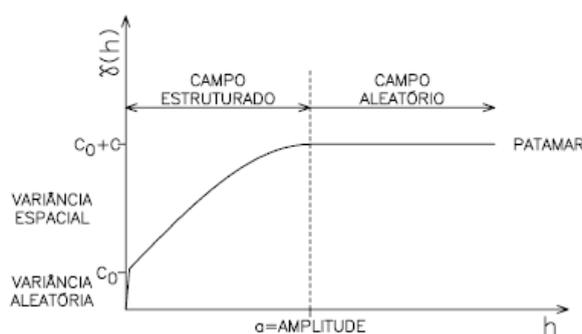
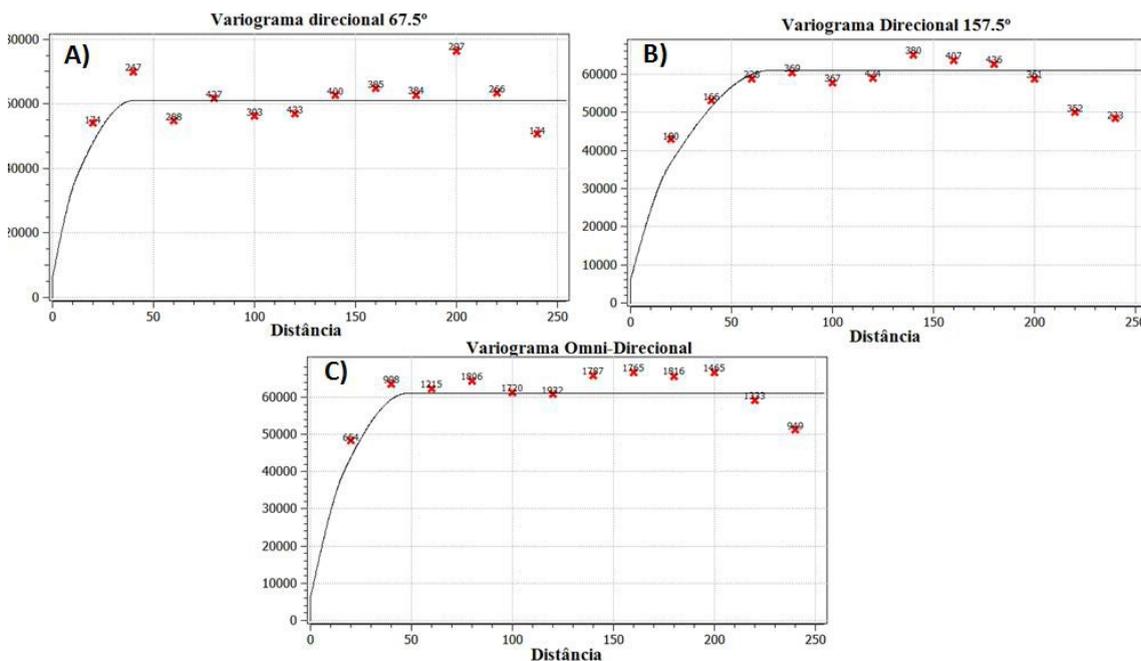


Figura 15 - Estruturas de um variograma experimental, suas estruturas e componentes.

Embora o variograma deva passar pela origem, sua interseção com o eixo vertical em um valor positivo é devido a heterogeneidade natural do fenômeno estudado, erros de amostragem e de análise, o efeito pepita ( $C_0$ ), discutido em capítulo anterior.

Após a construção do gráfico que plota a variância em função da distância, o chamado variograma experimental, os pontos precisam ser modelados por uma equação matemática que descreva esse comportamento das variáveis de forma contínua.

Na modelagem dos semivariogramas da variável V de Walker Lake (Figura 16), foi utilizando o modelo teórico esférico tendo como característica um rápido crescimento linear na origem, com o patamar dado pela soma do efeito pepita ( $C_0$ ) com a variância espacial (C).



**Figura 16 - Modelo variográfico oni-direcional interpretado. Variograma experimental obtido para V nas direções A) menor (N67.5) continuidade B) de maior (N157.5) e C) oni-direcional,**

O semivariograma foi interpretado com um patamar de 61.000 com duas estruturas direcionais distintas, uma com continuidade de 69 m e uma de menor continuidade com alcance de 40 m, respectivamente encontradas em N157.5 e N67.5.

Os valores definidos são concordantes com as análises da base de dados exaustiva, indicando consistência com o comportamento real do depósito (ISAAKS e SRIVASTAVA, 1989: 314-316). Os valores da equação do modelo variográfico para a variável de trabalho são apresentados na tabela 3:

**Tabela 3 - Parâmetros variográficos para as direções de maior e menor continuidade para a variável V**

Direção	Azimute	C <sub>0</sub>	Primeira Estrutura		Segunda Estrutura	
			Patamar	Alcance	Patamar	Alcance
Maior Continuidade	157.5°	6000	13000	20m	42000	69m
Menor Continuidade	67.5°	6000	13000	16m	42000	40m
Omni direcional	OMNI	6000	13000	19m	42000	48m

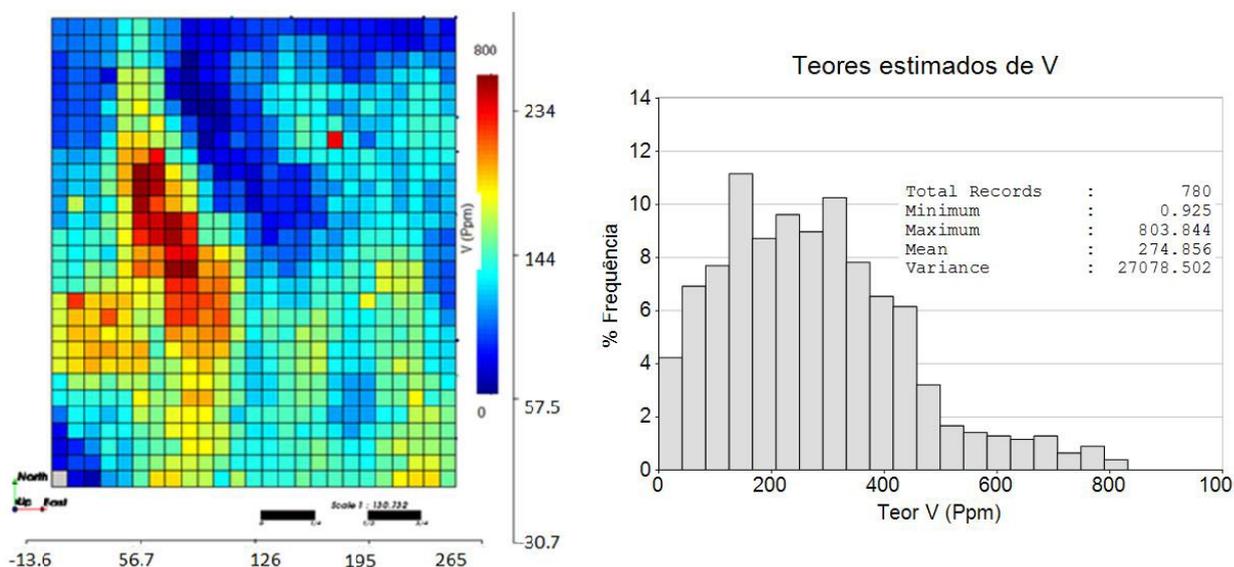
A perturbação local ou de teores resulta em diferentes interpretações no variograma para o fenômeno estudado, devido ao aumento do efeito pepita e a parcial ou total desestruturação da correlação espacial da informação. A fim de avaliar apenas o comportamento relacionado à perda de qualidade na informação, será utilizada para todas as estimativas executados o modelo variográfico definido na tabela 3 através da base de dados inicial.

O impacto da degradação da qualidade da modelagem do comportamento espacial do fenômeno estimado através do variograma será executado no estudo de caso 3D, capítulo 5.6.2.

## 4.2 ESTRATÉGIA DE BUSCA E ESTIMATIVAS DE TEORES

Após a modelagem do comportamento espacial de V, são definidos os parâmetros da krigagem ordinária. Para uma discussão mais aprofundada sobre definição de parâmetros de estimativa, é recomendado consultar o livro *Introduction to Applied Geostatistics* (ISAAKS e SRIVASTAVA, 1989), que apresenta uma completa abordagem sobre o tema, utilizando em seus exemplos a mesma base de dados do presente trabalho. Os parâmetros utilizados na estimativa dos teores apresentado na Figura 17, foram:

- Blocos com medida (X, Y, Z) de 10x10x1 m, baseado na metade da distância da malha amostral na direção X e Y;
- Estimativa de blocos discretizados em 5x5x1 pontos internos;
- Elipse de busca abrangendo a vizinhança do bloco até uma distância igual ao alcance variográfico, de 69 m em N157.5° e 40 m em N67.5°;
- Estratégia de busca utilizando um mínimo de 3 e máximo de 12 amostras;
- Busca de amostras na vizinhança dividindo a região em octantes, limitando ao máximo de duas amostras em cada.



**Figura 17 - Resultados da estimativa do cenário base para a variável V. a) Mapa de blocos estimados e (b) Histograma e resumo estatístico dos blocos estimados.**

### 4.3 ANÁLISE DAS ESTIMATIVAS SECUNDÁRIAS DE TEORES

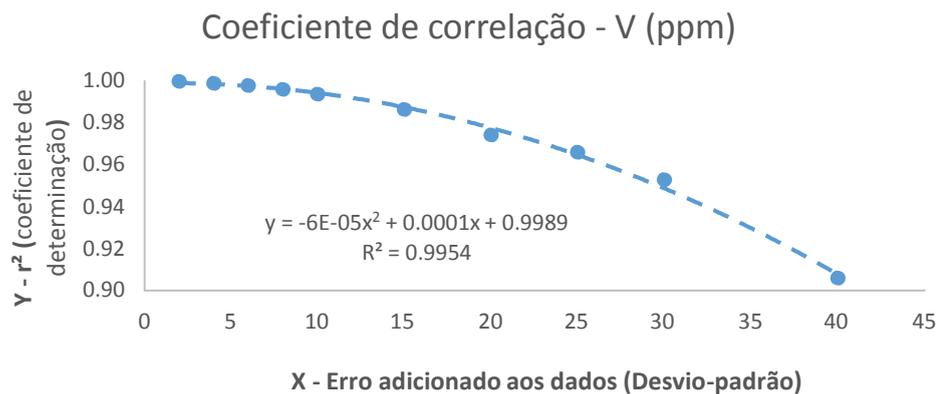
Após a utilização da base de dados inicial para a estimativa do cenário de referência, os mesmos parâmetros de estimativa e modelo de blocos foram utilizados nas 31 bases de dados de cada cenário secundário.

Os resultados são sumarizados através do coeficiente de correlação entre cada amostra perturbada e seu valor inicial, a média dos blocos estimados, o módulo do desvio médio entre os blocos estimados com valores iniciais e secundários e a proporção dos blocos incorretamente classificados como minério ou estéril (*Cut-off* utilizado de 450 ppm). Tais resultados possibilitam a análise do conjunto de resultados obtidos para cada realização e têm suas estatísticas descritivas agrupadas por cenário na tabela 4.

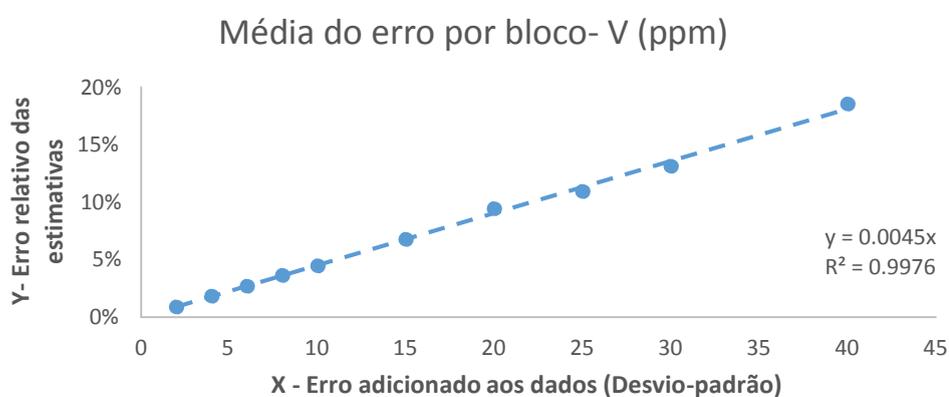
**Tabela 4 - Estatísticas descritivas da média dos modelos estimados utilizando as 31 bases de dados secundários de teor e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referencia**

Cenário	SD	Coef. de Determinação	Média	D. Médio Blocos	Perda+Diluição
bISD-002	2	1.00	274.9	2.45	0.68%
bISD-004	4	1.00	274.7	5.01	1.03%
bISD-006	6	1.00	274.9	7.38	1.47%
bISD-008	8	1.00	275.0	9.96	2.00%
bISD-010	10	0.99	275.2	12.3	2.46%
bISD-015	15	0.99	275.6	18.6	3.59%
bISD-020	20	0.97	274.7	25.9	4.86%
bISD-025	25	0.97	274.4	29.9	5.37%
bISD-030	30	0.95	274.9	36.1	6.47%
bISD-040	40	0.91	273.0	50.6	8.94%

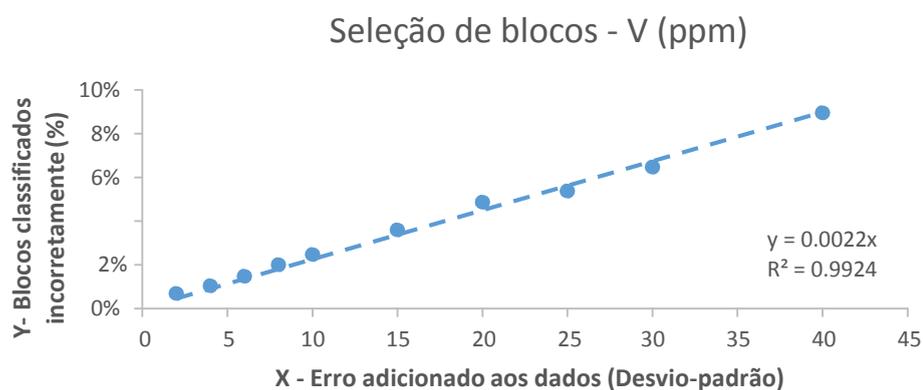
Conforme esperado, os resultados demonstram uma progressiva piora das estimativas de acordo com a qualidade dos dados utilizados, onde o aumento da incerteza nos teores inseridos (indicado na coluna SD) gera uma gradual redução do coeficiente de determinação entre os cenários e modelo de referência e o secundário (Figura 18) e aumento do desvio entre o valor de referência do bloco e seu valor estimado (Figura 19), o que causa um menor número de blocos classificados corretamente como minério ou estéril (Figura 20)



**Figura 18 - Curva de sensibilidade: Coeficiente de determinação médio entre os blocos krigados (Y) em função do desvio-padrão de erro adicionados à base de dados utilizada (X).**



**Figura 19 - Curva de sensibilidade: Erro relativo entre as estimativas bloco-a-bloco (Y) em função do desvio-padrão de erro adicionados à base de dados utilizada (X).**

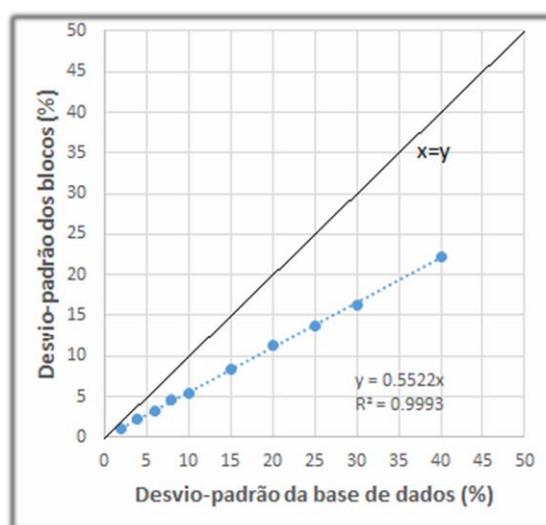


**Figura 20 - Curva de sensibilidade: Proporção de blocos classificados incorretamente como minério ou estéril (Y) em função do desvio-padrão de erro adicionado à base de dados utilizada (X).**

Analisando a incerteza dos cenários utilizados em relação ao cenário de referência, através das estatísticas bivariadas entre as estimativas, é possível determinar como a incerteza amostral é transmitida da informação estimada dos blocos.

Na figura 21 é comparado o desvio-padrão do erro adicionado à base de dados, obtida através do desvio percentual entre a amostra de referência e seu valor após perturbação, com o mesmo desvio entre os blocos krigados com as duas diferentes bases de dados. A análise possibilita ver de forma direta como a incerteza amostral é transmitida aos valores krigados. A inclinação da reta ( $Y=0.5522*X$ ) indica que a krigagem ordinária é capaz de reduzir em 44.78% a incerteza da informação nesse modelo.

A redução da incerteza da base de dados para os blocos estimados pode ser atribuída a combinação linear ponderada realizada pela krigagem ordinária entre diversas amostras (mínimo de 3 e máximo de 12 amostras), suavizando desvios das caldas e obtendo um valor final mais próximo da média.



**Figura 21 - Curva de sensibilidade: Desvio-padrão dos erros relativos das estimativas secundárias (Y) em função do erro da base de dados utilizada (X).**

Os cenários e realizações que tiveram seus histogramas e gráficos de dispersão apresentados nas figuras de 9 a 12 são ilustrados na figura 22 através do mapa em planta dos teores estimados em bloco agrupado em 5 faixas de teor. Visualmente, o comportamento espacial dos teores demonstra a gradual piora da informação com o aumento da incerteza da informação utilizada.

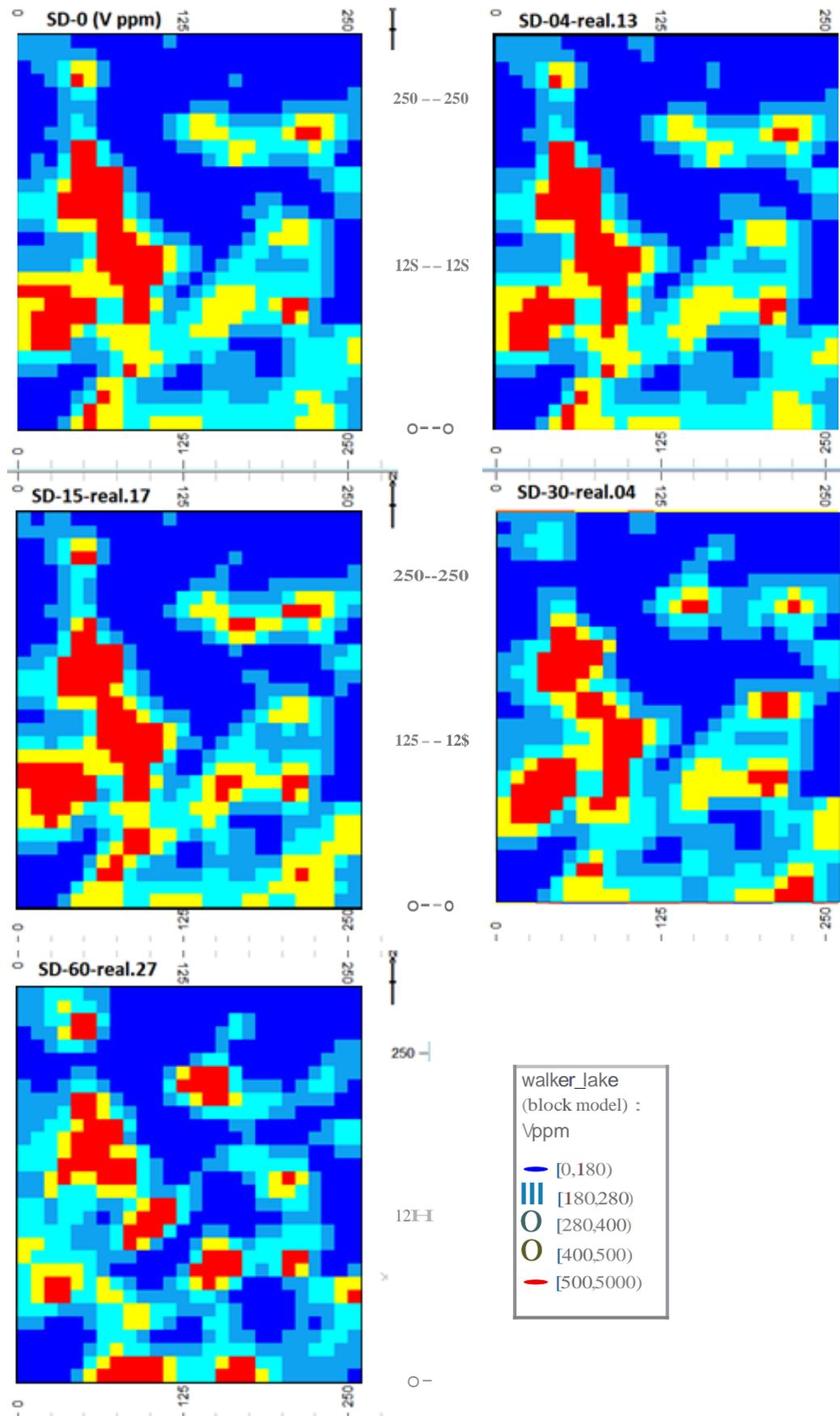


Figura 22-Mapa dos níveis de CO<sub>2</sub> estimados para o cenário UU:ial(SD-0) e realizações dos cenários de incerteza JtOsteoresSD-04, SD-15, SD-30 e SD-60.

#### 4.4 ANÁLISE DAS ESTIMATIVAS SECUNDÁRIAS DE POSICIONAMENTO

Após a krigagem do modelo de blocos utilizando a base de dados inicial, os mesmos blocos foram reestimados utilizando bases de dados com diferentes níveis de perturbação nas suas posições. A utilização de apenas uma base de dados para cada realização é resultado da pouca variação entre as realizações, com baixo impacto na definição da curva de sensibilidade entre elas, tornando desnecessária a geração de múltiplas estimativas para cada cenário.

Assim como na análise de sensibilidade dos teores, as estimativas são sumarizadas (tabela 5) por indicadores relacionais aos valores carimbados nos blocos através de coeficiente de determinação, módulo do erro médio entre os valores krigados, blocos classificados incorretamente como minério ou estéril, média e desvio-padrão da população e as diferentes relações existentes entre as estimativas e a bases de dados.

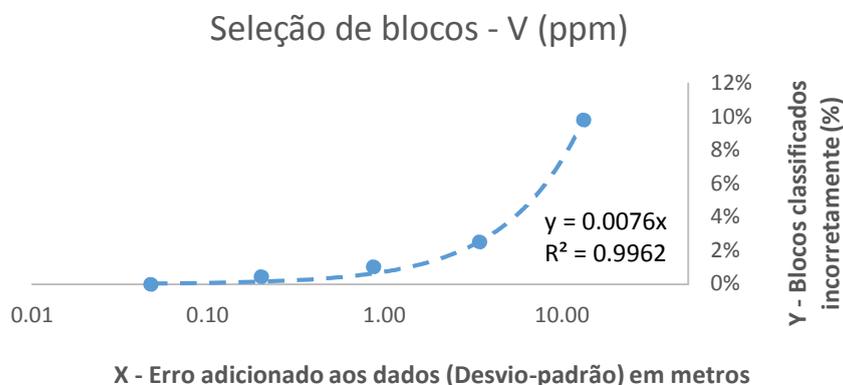
**Tabela 5 - Estatísticas descritivas da média dos modelos estimados utilizando as bases de dados locais secundários e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referência<sup>2</sup>.**

<b>Cenário</b>	<b>Desvio médio (Metros)</b>	<b>Coef. de determinação</b>	<b>Média</b>	<b>D. Médio Blocos</b>	<b>Perda+Diluição (%)</b>
SDL-0	0	1.00	274.9	0%	0.0%
SDL-0.04	0.05	1.00	274.9	0%	0.0%
SDL-0.16	0.20	0.99	274.8	1%	0.4%
SDL-0.64	0.84	0.99	275.4	2%	1.0%
SDL-2.56	3.34	0.98	274.8	10%	2.5%
SDL-10.24	12.90	0.85	281.5	41%	9.8%

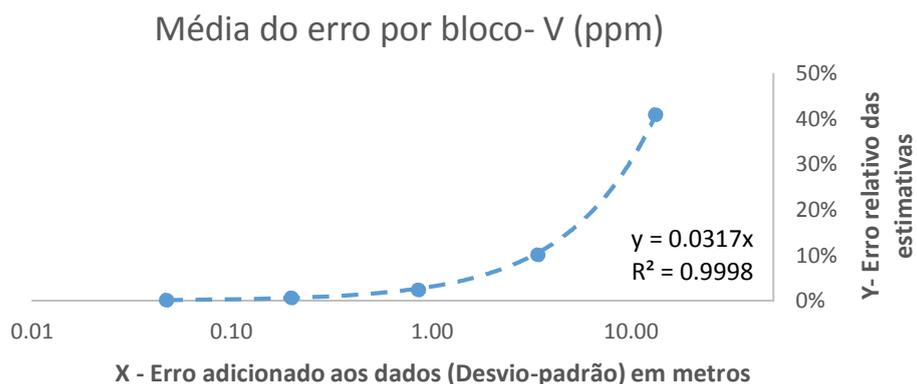
As estatísticas demonstram uma relação linear entre a piora das estimativas com a queda da qualidade locacional da informação, com um aumento de 4% no desvio médio entre os blocos para cada metro de erro locacional adicionado. O mesmo comportamento atribui um aumento em 1% na perda e diluição a cada metro de incerteza posicional presente na base de dados.

<sup>2</sup> Colunas: Desvio-médio corresponde quantos metros a posição conhecida (secundária) dista da posição real da amostragem; média refere ao valor dos blocos do cenário; Coef. de correlação, D. Médio bloco e Perda+Diluição comparam bloco-a-bloco a estimativa do cenário e os valores de referência.

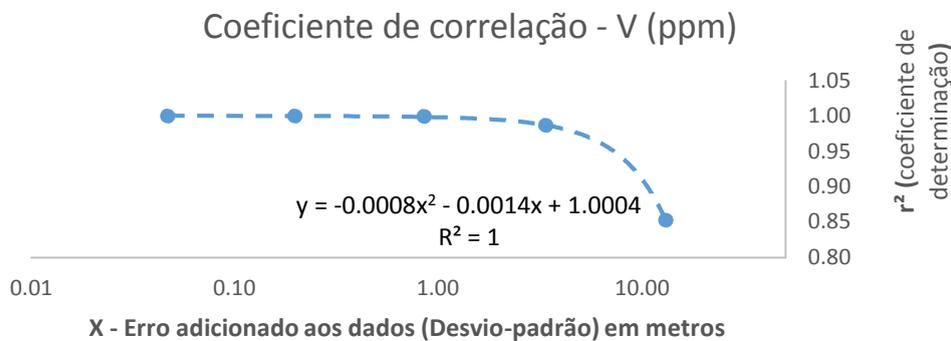
Devido à ordem de grandeza entre os cenários de desvio, que vão desde 0.04 a até 10.24 m, nas figuras 23 a 25 o eixo X (Desvio-Padrão da base de dados) é apresentado em escala logarítmica.



**Figura 23 - Curva de sensibilidade: Proporção de blocos classificados incorretamente como minério ou estéril (Y) em função do erro posicional adicionado à base de dados utilizada (X).**



**Figura 24 - Erro relativo entre as estimativas bloco-a-bloco (Y) em função do erro posicional adicionado à base de dados utilizada (X).**



**Figura 25 - Curva de sensibilidade: Coeficiente de determinação médio entre os krigados (Y) em função do desvio-padrão na posição da base de dados utilizada (X).**

Na fig-a 26 é apresentando o mapa com os blocos estimados através dos dados relativos à diferentes cenários de incerteza locacional.

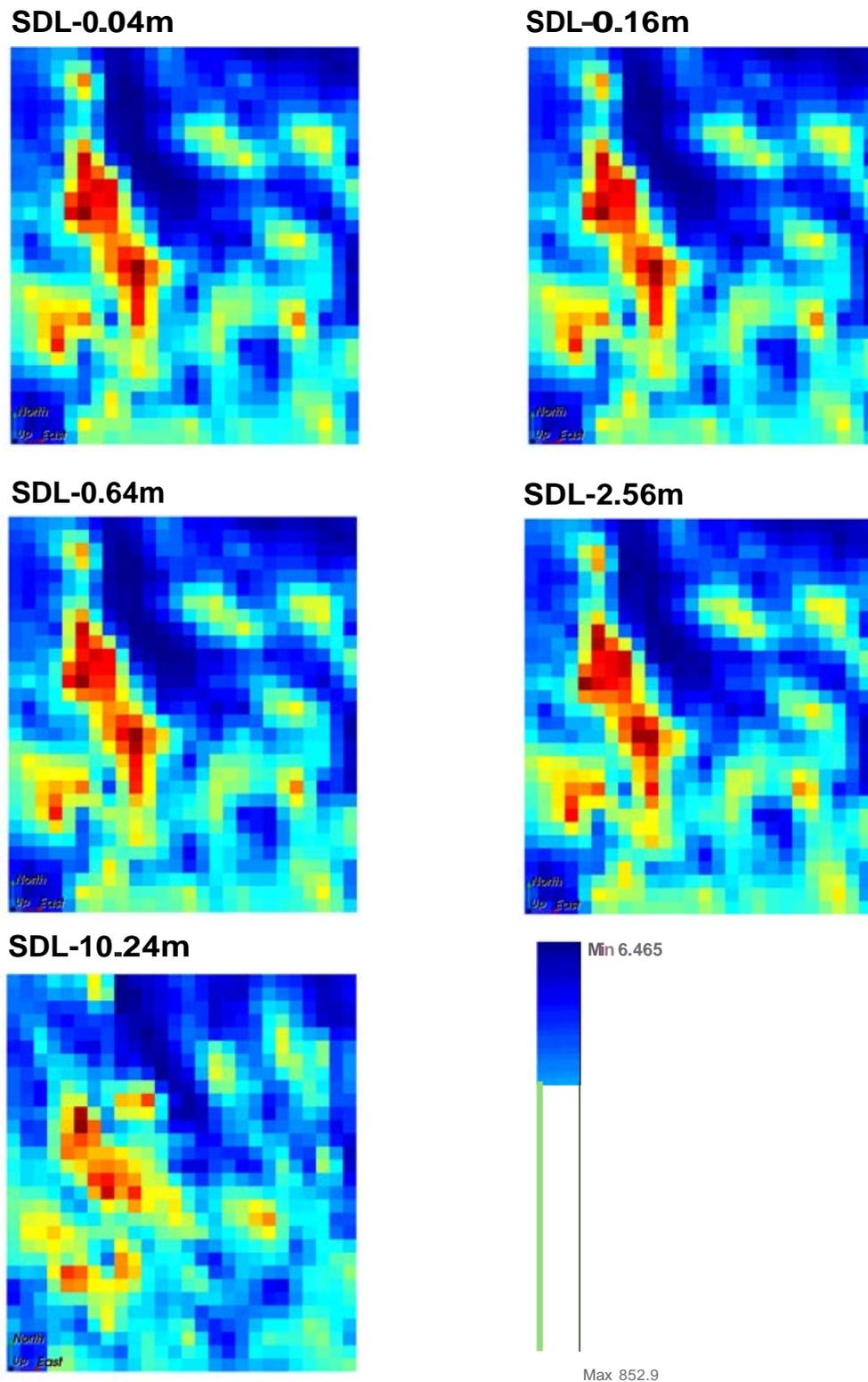


Figura 26- Mapa dos blocos estimados das realizações dos cenários de incerteza locacional SDL-0.04, SDL-0.16, SDL-0.64, SDL-2.56 e SDL-10.24.

#### 4.5 ESTUDO DE CASO 2D – DISCUSSÕES

O objetivo do primeiro estudo de caso foi a análise de sensibilidade das estimativas por krigagem ordinária de Walker Lake.

A curva de sensibilidade indica que o desvio-padrão das estimativas secundárias em relação aos valores de referência é 45% inferior à da base de dados utilizada, indicado na figura 21 pela reta de correlação abaixo (Equação 5):

$$\text{Desvio-padrão dos blocos} = \text{Desvio-padrão das amostras} * 0.5522 \quad (5)$$

A robustez da estimativa mensurada pela relação do desvio entre blocos com o erro amostral leva à necessidade de uma investigação sobre quais parâmetros de krigagem controlam esse comportamento e como ele pode ser utilizado a favor da redução da incerteza amostral. Uma avaliação aprofundada da relação entre parâmetros da krigagem, qualidade da informação, assertividade das estimativas e efeitos de suavização serão aprofundados no estudo de caso real.

O erro nas estimativas e o crescimento do erro posicional das amostras tem uma relação linear, onde cada metro adicionado ao desvio-padrão aumenta em 4% o desvio médio por bloco em relação ao valor inicial e em 1% a quantidade de blocos classificados incorretamente como minério ou estéril (perda/diluição). Considerando que os equipamentos topográficos, mesmo que básicos, apresentem erros de locação na ordem dos milímetros, a precisão locacional não deve ser um ponto de grande preocupação, exceto em situações de conhecido erro entre a posição conhecida e a real.

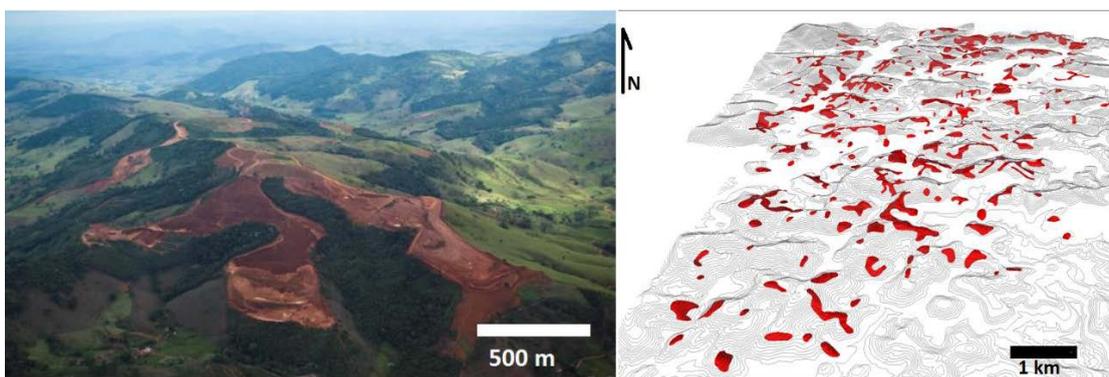
## CAPÍTULO 5 - IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA – ESTUDO DE CASO 3D

Após a aplicação da metodologia de análise de sensibilidade proposta para dados bidimensionais, o mesmo fluxo de trabalho e métodos são aplicados a uma base tridimensional neste segundo estudo de caso, o qual utiliza informações reais fornecidas pela Votorantim Metais. Tratam-se de três corpos de bauxita da unidade de Mineração de Mirai.

### 5.1 GEOLOGIA DO CINTURÃO ALUMINOSO DA ZONA DA MATA

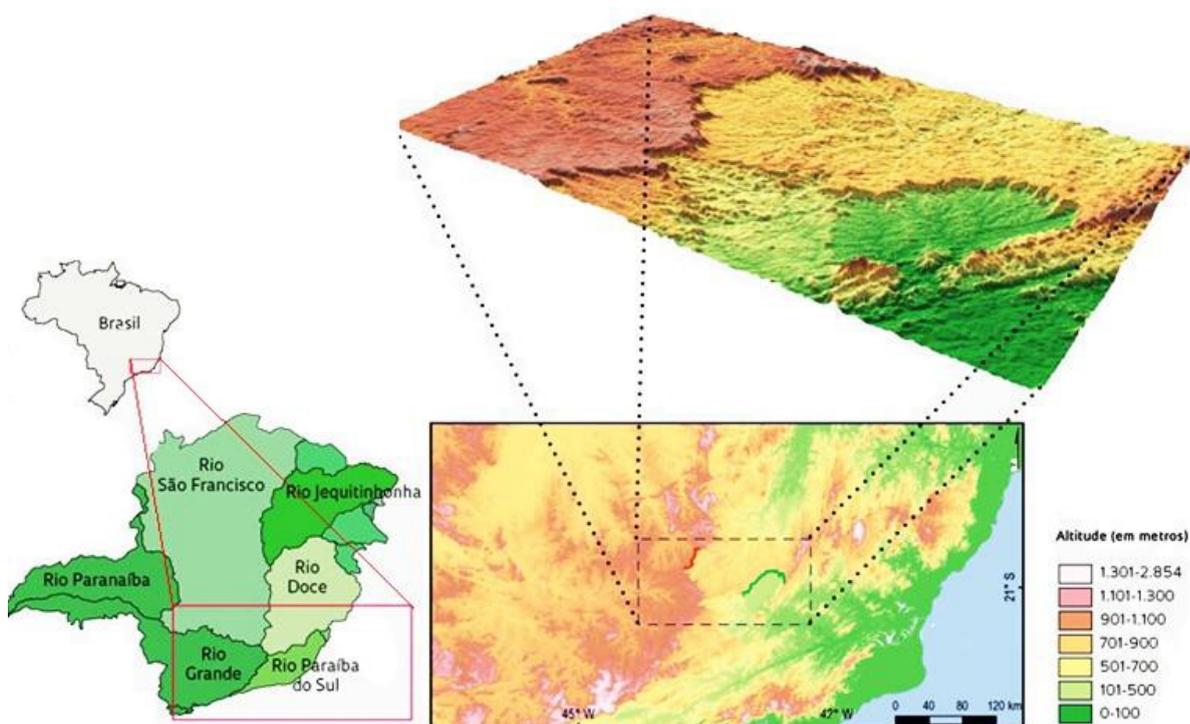
Para possibilitar o entendimento e significado das variáveis utilizadas, estatísticas e a modelagem executada ao longo do capítulo, é apresentada a geologia relativa à gênese e organização do depósito.

O depósito localizado no cinturão aluminoso do sudeste mineiro é uma das maiores jazidas de bauxita do Brasil, ocorrendo na forma de corpos lenticulares de até 2 milhões de toneladas disperso nos topos e encostas de morros (figura 27) ao longo de um cinturão de direção SW-NE sobre a zona da mata mineira entre as cotas 700 e 900 m (figura 26), desde a cidade de São João Nepomuceno, nas planícies escalonadas da bacia do rio Paraíba do Sul até o Baixo Rio Doce onde se localizam a cidade de Manhauçu e o Sul do estado do Espírito Santo.



**Figura 27 - Fotografia aérea de um típico corpo bauxita já lavrado de Mirai (esquerda) e a distribuição dos corpos modelados sobre um modelo digital de terreno regional (direita).**

As planícies escalonadas da zona da mata se inserem no contexto megageomorfológico da chamada superfície sul-americana (VALADÃO, 2009), uma ampla zona de aplainamento bordejado pela margem continental, organizada na região em três níveis principais (figura 28), de 0 a até 700 m, entre 700 e 900 m (onde ocorrem os corpos de bauxita) e acima de 900 m. Apesar de submetida a processos erosivos posteriores a sua gênese, essa superfície apresenta um ótimo estado de conservação, sendo constituinte fundamental da paisagem e da atual margem continental brasileira.



+

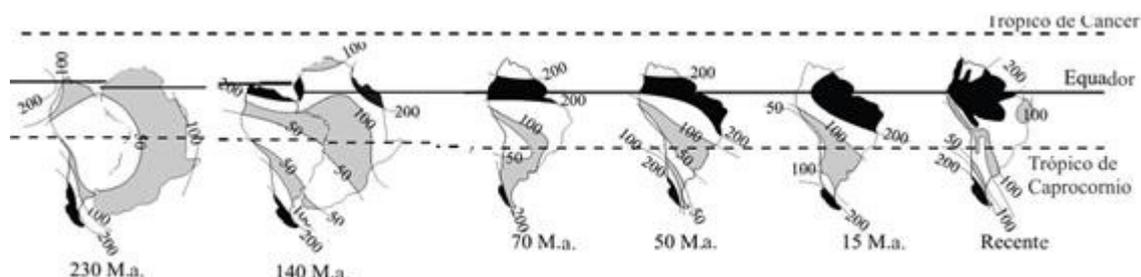
O processo de aplainamento é resultado da estabilidade do nível de base à desnudação continental, alcançada nas condições de quietação tectônica após a separação entre América do Sul e África (VIEIRA SOARES, 2013). A longa duração do processo de penaplação possibilitou o amplo truncamento do arcabouço litoestrutural regional resultando que a ocorrência dessas rochas em superfície predominantemente revestidas por mantos profundos de alteração, geoquimicamente evoluídas, com altos teores de ferro e encrostamento laterítico.

As rochas truncadas pelo processo erosivo na região do depósito, segundo mapeamentos e a integração de dados realizada por Noce *et al.* (2003), fazem parte da chamada Faixa Ribeira, uma faixa móvel neoproterozóico-cambriana gerada durante as etapas finais da Orogênese Brasileira (630-480 M.a.).

A faixa móvel é representada na região pelo Domínio Andrelândia, uma cobertura metassedimentar representada por gnaisses de derivação pelítica, e pelo Complexo Juiz de Fora, embasamento regional composto de ortognaisses e metabasitos fácies granulito de idade paleoproterozóica em uma faixa contínua no sentido SW-NE. Ambos os domínios são intrudidos por granitóides Neoproterozóicos de dimensões variadas com xenólitos de suas encaixantes.

O Cinturão Aluminoso da Zona da Mata apresenta teores de Alumínio Disponível de 30% e Sílica Reativa inferior a 5%, que após a retirada do material mais fino que 28# no processo de beneficiamento, alcança teores de alumínio disponível de 47% e Sílica Reativa inferior a 2.5%, com recuperação mássica de 44% (resultados médios de 2014). As reservas são de mais de 100 milhões de toneladas material beneficiado.

A bauxita na região é resultado dos processos de meteorização das rochas do Complexo Juiz de Fora e da Megasequência Andrelândia, expostas durante a evolução da superfície erosiva Sul-americana. Devido às rochas não apresentarem uma composição mineral favorável a bauxitização, os mecanismos de formação são endereçados a condições morfológicas e climáticas favoráveis presentes no Gondwana (figura 29), uma enorme massa continental onde as áreas centrais apresentaram características secas e árida, possibilitando um longo período de ação química sobre a rocha, em taxas superiores a aquelas da erosão física.



**Figura 28 - Reconstituição, valores relativos, da distribuição de chuvas durante o tempo geológico. Os valores estão divididos em quatro categorias: <50 para baixa precipitação, 50-100 precipitação de baixa a moderada, 100-200 precipitação de moderada a alta e >200 para precipitação alta. (VIEIRA SOARES, 2013).**

A organização atual da bauxita, com grande quantidade de corpos (mais de 1500 já definidos), localizados nos topos e encostas dos morros indica uma extensa erosão sobre o horizonte formado no paleo-continente. O processo erosivo é relacionado a uma ascensão de pilares tectônicos ligados a um processo erosivo rápido e consequente

rejuvenescimento do relevo e formação de um grande volume de leques coluviais (ROMANO e CASTAÑEDA, 2003).

A preservação do perfil laterítico ocorreu em uma longa faixa SW-NE, onde os resquícios estão entre 700 e 900 m (figura 28), em corpos de 50 a 200.000 m<sup>2</sup> com até 6 m de espessura de bauxita, localizados em topos e encostas de serras do tipo “meia-laranja”.

As características dos corpos têm pouca influência da rocha mãe, em que as diferentes configurações dos perfis de alteração são controladas pelo grau de erosão e/ou preservação entre a bauxita *in-situ* e material bauxítico retrabalhado. Os materiais ocorrem em diversas proporções, sendo as mais comuns onde ocorre a preservação do depósito original coberto por camada métrica de material coluvionar e o perfil resultante de processos erosivos e deposicionais do material erodido.

## 5.2 VARIÁVEIS DE INTERESSE E BANCO DE DADOS INICIAL

### 5.2.1 A REPRESENTATIVIDADE DOS DADOS

No controle de qualidade de dados para a estimativa, é fundamental a atenção com o real significado das variáveis no processo e a relação entre o comportamento em escala laboratorial e industrial, onde o incorreto entendimento ou caracterização das variáveis estudadas podem causar maior impacto à previsibilidade dos modelos do que problemas ligados à qualidade analítica em si.

As principais fontes desses problemas são a dificuldade de simular um processo através de ensaios em menor escala e a dinamicidade do processo industrial, constantemente alvo de melhorias e/ou diferentes materiais primas. Apesar de ambas poderem ser corrigidas por reensaio nas novas condições do processo, tal solução é rara devido à indisponibilidade de material bruto excedente nos volumes necessários, sendo mais comum o emprego de fatores e correções retroativas baseadas em uma calibração com um número menor de amostras.

É aqui discutido de forma breve o comportamento dos teores de alumínio disponível (metal de interesse), sílica reativa (principal contaminante do processo) e a recuperação mássica (tratada como recuperação de lavagem, RLV).

Dentre as variáveis submetidas ao programa de controle de qualidade, a recuperação mássica é a única relacionada a simulação do beneficiamento do minério bruto, executado com uma fase de concentração da proporção granulométrica de maior teor através do deslamamento (Scrubagem) seguido por peneiramento em malha #28. O processo é replicado em laboratório por uma lavagem intensiva com água pressurizada, utilizando malhas de mesma abertura.

Além da diferença no processo e na eficiência de separação granulométrica, comum em qualquer separação granulométrica, outra origem de erros seria relativa ao processo de deslamamento, onde deve ser investigado a dureza, cominuição e abrasão seletiva entre as partículas, o que pode alterar a relação entre a proporção dos minerais e teores em cada faixa granulométrica.

A grande diferença entre as durezas (Tabela 6) e capacidade de abrasão dos principais minerais com influência sobre os teores de alumínio disponível, ferro total e sílica reativa podem diferenciar a relação entre os teores retidos e passantes na malha de corte definidos no laboratório e usina. Outros problemas podem ser ligados ao comportamento na escala de laboratório e da usina de agregados minerais.

**Tabela 6 - Principais minerais formados da bauxita bruta, suas classes, dureza e teores com maior correlação com o mineral.**

<b>Mineral</b>	<b>Classe</b>	<b>Dureza (Mohs)</b>	<b>Variável relacionada</b>
<b>Gibbsita</b>	Óxidos de alumínio	5	Alumínio total
<b>Diáspora</b>	Óxidos de alumínio	6.5-7.5	Alumínio total
<b>Goethita</b>	Óxido de ferro	5-5.5	Ferro total
<b>Caolinita</b>	Argilo-mineral hidratado	2.5-3	Sílica reativa
<b>Quartzo</b>	Sílicatos	7	Sílica insolúvel

Já para a análise das variáveis ligadas ao refino da bauxita, a preparação consiste em realizar um ensaio de digestão por soda cáustica em temperatura e tempo controlado dentro de um mini autoclave, simulando para o alumínio disponível o chamado processo Bayer (International Aluminium Institute, 2012). A sílica reativa é definida pelo aluminato silicato de sódio precipitado na lama decantada no processo da determinação da alumina aproveitável, e após solubilizada e separada para análise por espectrometria.

O principal problema para a mensuração das variáveis de alumínio e sílica reativa é a relação entre o processo de digestão utilizado e o real. Os laboratórios utilizam uma

solução de determinada concentração de soda cáustica, colocada em estufa giratória a 150°C para digestão durante 60 minutos. Já na refinaria, esses parâmetros são variáveis durante o processo, com perdas e variações na relação entre reagentes, pressão e temperatura utilizada, além de variações entre parâmetros utilizados em diferentes usinas, sendo todos esses parâmetros responsáveis pelo grau de liberação do metal e contaminante.

Frente a essas questões entre o método de análise e o tratamento industrial do material, além do tratamento para alcançar repetitividade, precisão e exatidão entre as análises, deve ser sempre levada em conta a representatividade e significado dos métodos utilizados e valores estimados em relação ao verdadeiro processo metalúrgico utilizado.

## 5.2.2 BANCO DE DADOS INICIAL

Para a modelagem, estimativa e posterior análise de sensibilidade, utilizou-se 172 furos de sondagem em malha regular de 50x50 m, resultado da campanha de sondagem executada nos corpos 101-A, 101-B e 101-C entre agosto e outubro de 2014 (figura 30).

A sondagem por trado mecânico, em que a cada 0,5 m de avanço o material é descrito com base na textura, cor e aspectos. Após o primeiro avanço descrito como bauxita é iniciada a amostragem, a qual é executada até 1 m após o fim do intervalo mineralizado. Caso após 3,50 m ainda não se tenha descritas amostras de bauxita, o furo é finalizado e considerado como negativo.

Dos 1518 intervalos, 779 foram amostrados e enviadas para análise dos teores de sílica (total, insolúvel e reativa), ferro total e alumínio disponível na fração acima de 28#, obtida no peneiramento a úmido do material, sendo a porcentagem do material recuperado chamada de recuperação de lavagem. Devido à amostragem ocorrer em intervalos de 0,5 m, é dispensado a regularização de suporte sobre os dados.

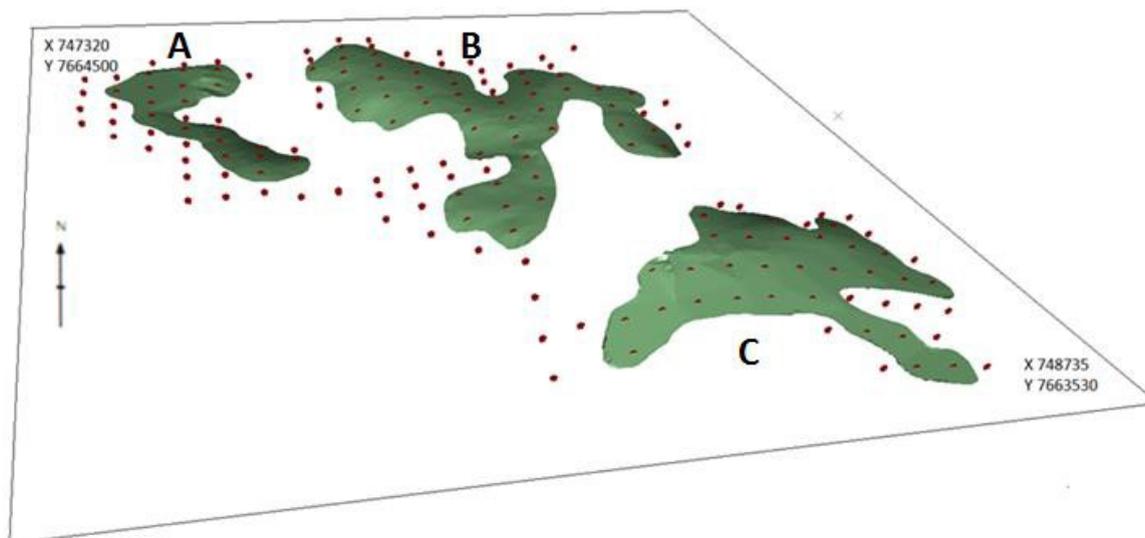


Figura 29 - Corpos 101 A, B e C e localização dos furos de sondagem (Malha de 50 x 50 m).

Apesar da existência da descrição geológica nos intervalos, foi empregado na modelagem o campo CLI (Controle Litológico), onde as amostras, com base nas análises químicas e de recuperação mássica, são individualizadas em: bauxita, estéril e sem análise.

Enquanto o CLI 0 (Solo e estéril de topo) é endereçado a todos intervalos sem análise, o CLI 1 (bauxita) é utilizado para amostras que tenham simultaneamente o alumínio disponível superior a 25%, recuperação de lavagem maior que 28% e sílica reativa menor que 10%, o qual abrangeu 660 das 779 amostras. Por último, as amostras restantes são agrupadas como CLI 2, estéril.

Portanto, o banco de dados utilizado contém os seguintes campos:

- BHID** – Nome do Furo de trado executado;
- XCOLLAR, YCOLLAR e ZCOLLAR** – Coordenadas da boca do furo;
- FROM** – Profundidade inicial do intervalo;
- TO** – Profundidade final do intervalo;
- RX** – Teor de Sílica Reativa;
- AL2O3** – Teor de Alumínio Disponível;
- RLV** – Recuperação mássica do material peneirado de 28#;
- CLI** – Classificação litológica exclusivamente em função das análises químicas.

Após o agrupamento das amostras em bauxita e estéril, os dois conjuntos foram analisados estatisticamente, permitindo um melhor entendimento do comportamento dos valores e servindo como base para as fases de modelagem do depósito e análise espacial dos teores.

O agrupamento das amostras gerou duas populações com características distantes entre si (Tabela 7), tendo a recuperação de lavagem como a variável que mais as difere, com a média do estéril em 19.1% e do minério de 47.6%, o que é plausível considerando que o principal estéril é a chamada argila de base.

**Tabela 7 - Estatísticas descritivas das amostras disponíveis no banco de dados agrupadas em minério e estéril**

<b>Variável</b>	<b>Classifi- cação</b>	<b>Amostras</b>	<b>Valor Mínimo</b>	<b>Valor Máximo</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio- Padrão</b>
Alumínio Disp.	Bauxita	660	26.6	56	44.91	4.04
Alumínio Disp.	Estéril	119	17.6	52	38.8	5.7
Sílica Reativa	Bauxita	660	0.1	9.6	2.73	1.77
Sílica Reativa	Estéril	119	0.8	12.7	5.6	2.8
Rec. De Lavagem	Bauxita	660	28.0	72.3	47.62	9.83
Rec. De Lavagem	Estéril	119	3.8	52.6	19.1	6.3

Devido às análises de sensibilidade serem executadas apenas no intervalo mineralizado, a análise estatística mais aprofundada ocorrerá apenas naquelas amostras classificadas como bauxita. Na figura 31, são apresentados os histogramas e gráficos de probabilidade acumulada para as três variáveis.

Os dados apresentam distribuição aproximadamente normal, indicado graficamente pela forma de sino das distribuições, pelo gráfico de probabilidade acumulada com os pontos próximos da reta de referência e algebricamente pelo chamado valor de Anderson-Darling (AD) onde o teste de hipótese confirma a distribuição gaussiana ( $P\text{-Value} < 0.005$ ) para as três variáveis.

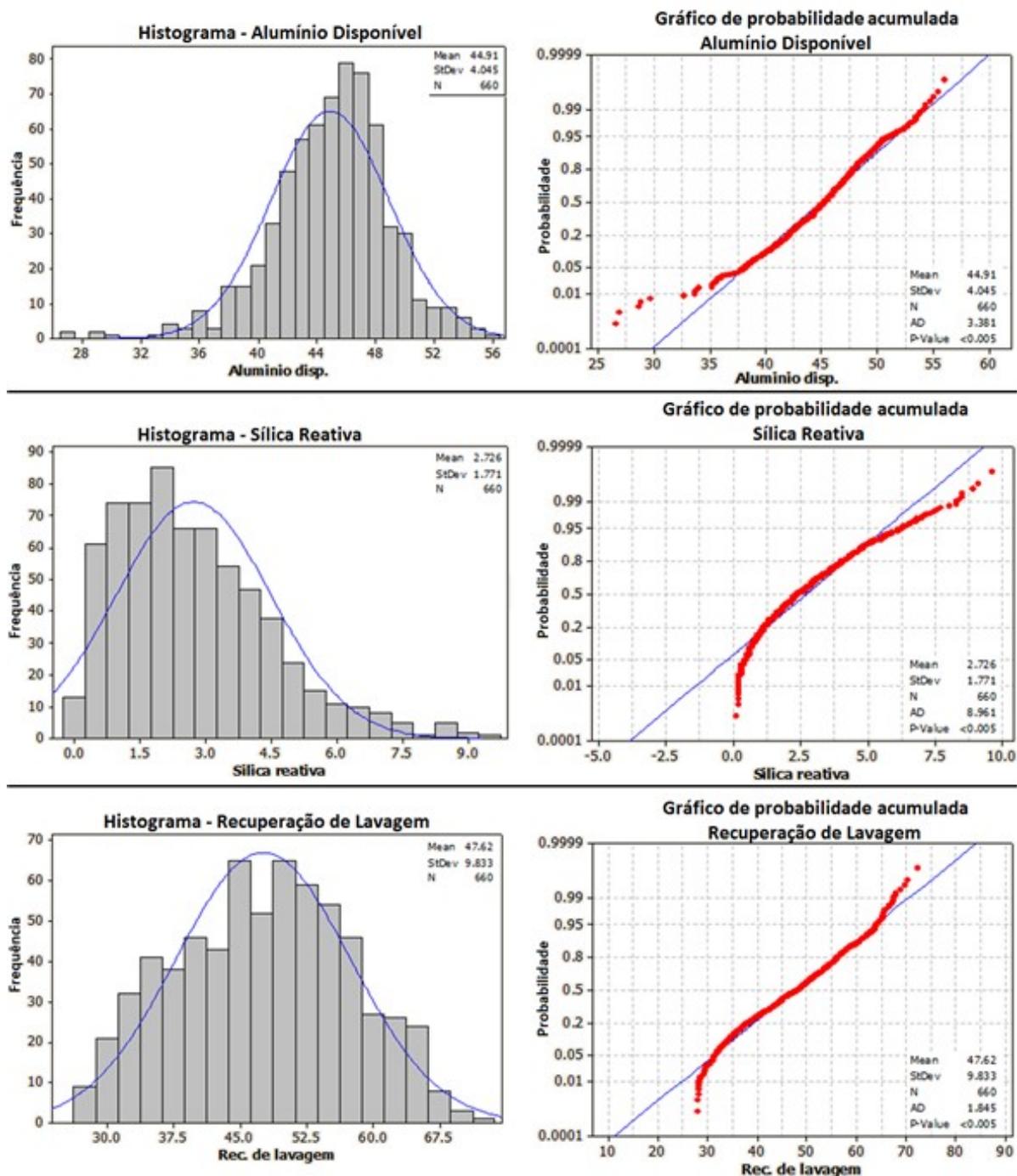


Figura 30 - Histogramas e curvas de probabilidade acumulada das amostras classificadas como bauxita para as variáveis alumínio disponível, recuperação de lavagem e sílica reativa.

### 5.3 ANÁLISE VARIOGRÁFICA

Para a obtenção de uma análise variográfica representativa do comportamento do fenômeno real, é necessário realizar o chamado desdobramento dos furos (figura 32), onde todos os dados são projetados para uma mesma cota qualquer, de forma que tanto o volume de busca quanto a análise de continuidade do fenômeno utilizem amostras de um mesmo nível geoquímico do processo de laterização.

As coordenadas z dos furos redefinidas em relação ao topo pois não necessariamente alcançam o substrato rochoso, variando assim o intervalo laterítico amostrado e a posição geoquímica da base do furo. Por ser o topo da mineralização interceptada pelos furos como proveniente de um mesmo perfil de intemperismo, foi essa posição utilizada para a definição do comportamento das direções de continuidade da mineralização.

**Cota = 100 metros**



**Figura 31 – Furos de trado rebatidos pelo topo na cota 100 m.**

Para a utilização apenas de intervalos mineralizados contínuos, foram analisadas amostras de estéril entre níveis de bauxita e vice-versa, sendo então os níveis isolados reclassificados de forma que se obtivessem níveis contínuos de bauxita. O resultado aumentou a quantidade de amostras de bauxita de 660 para 671, com os resultados nas estatísticas apresentados na tabela 8:

**Tabela 8 - Estatísticas descritivas das amostras do banco de dados com a inclusão de 11 amostras, classificadas com diluição interna ou lentes de bauxita**

Variável	Amostras	Valor Mínimo	Valor Máximo	Média	Desvio-Padrão
Alumínio Disp.	671	20.00	56.00	44.83	4.18
Rec. De Lavagem	671	10.18	72.27	47.13	10.45
Sílica Reativa	671	0.10	9.60	2.78	1.83

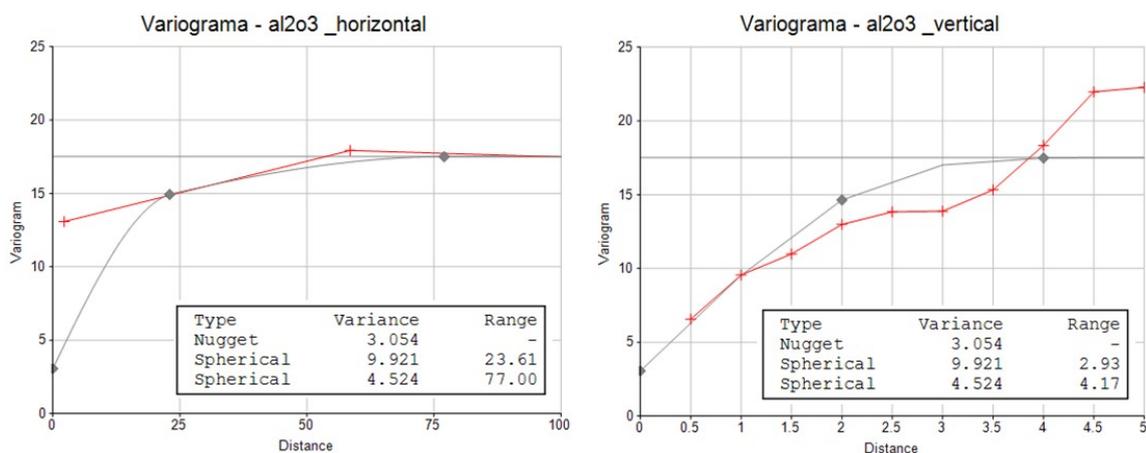
Durante a confecção dos variogramas, não foi verificada anisotropia no plano horizontal (XY), entretanto o alcance na vertical (Z) se mostrou muito menor que a continuidade horizontal (tabela 9), refletindo a estratificação vertical do depósito. Com isso, foram utilizados variogramas nestas duas direções com passos de 50 m (X e Y) e 0.5 m (Z), em concordância com a malha de sondagem e intervalo de amostragem dos furos.

**Tabela 9 - Parâmetros utilizados para ajuste variográfico das variáveis Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Rx e RLV**

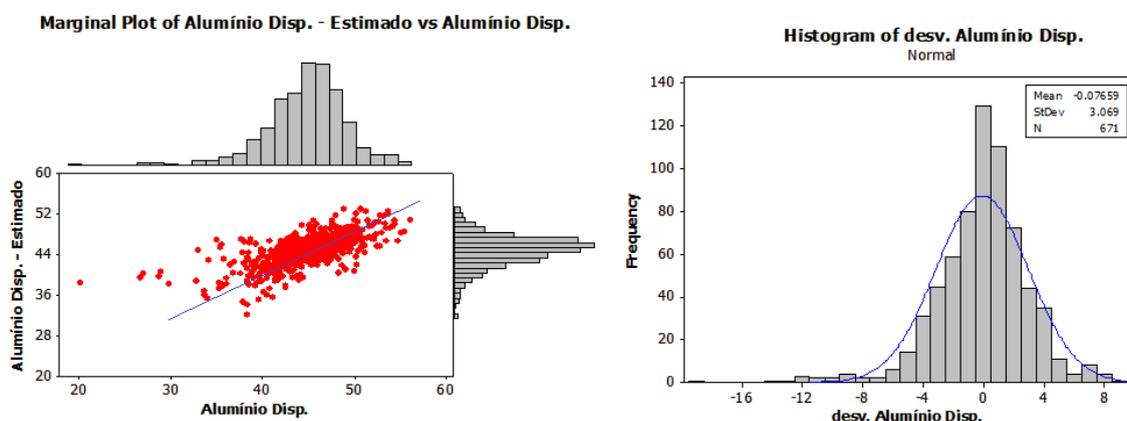
Direção	Azimute	C <sub>0</sub>	Primeira Estrutura		Segunda Estrutura		Terceira Estrutura	
			Patamar	Alcance	Patamar	Alcance	Patamar	Alcance
<b>Alumínio Disponível – Modelo Esférico</b>								
Horizontal	Isotrópico	3.05	9.92	23.61	4.52	77.00	-	-
Vertical	-	3.05	9.92	2.93	4.52	4.17	-	-
<b>Sílica Reativa – Modelo Esférico</b>								
Horizontal	Isotrópico	0.32	2.44	61.94	0.602	193.52	-	-
Vertical	-	0.32	2.44	3.14	0.602	4.32	-	-
<b>Recuperação de Lavagem – Modelo Esférico</b>								
Horizontal	Isotrópico	16.33	70.85	55.11	22.03	160.33	-	-
Vertical	-	16.33	70.85	3.34	22.03	4.44	-	-

Para a validação dos variogramas modelados e parâmetros de entrada da estimativa, foi utilizada a chamada validação cruzada, que consiste em estimar individualmente as amostras do banco de dados utilizando o restante das amostras disponíveis, possibilitando analisar de forma quantitativa a relação entre o valor real e estimado.

Nas figuras 33 a 38, encontram-se os variogramas experimentais (linhas cinzas) com seus respectivos modelos ajustados (linhas vermelhas) e os resultados da validação cruzada para os respectivos variogramas:



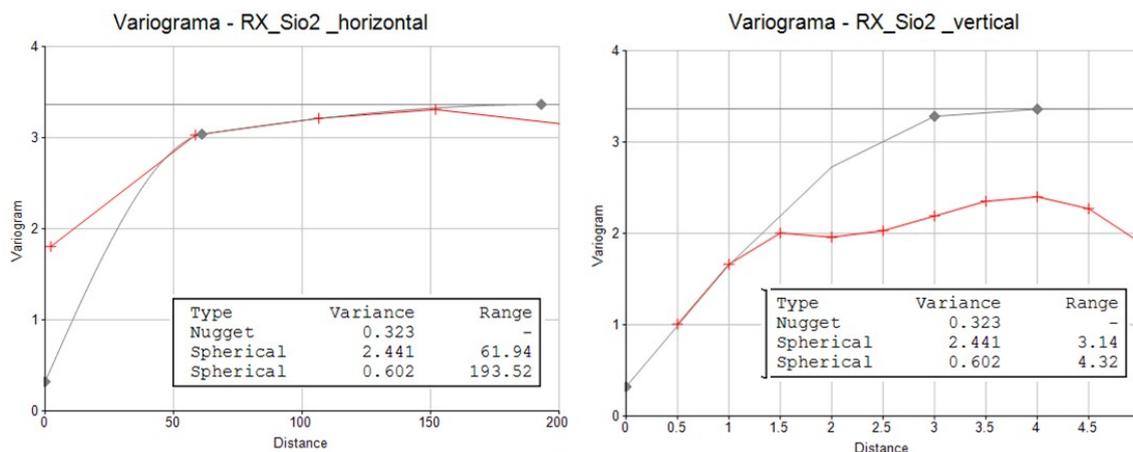
**Figura 32 - Variograma horizontal (esquerda) e vertical (direita) para a variável alumínio disponível.**



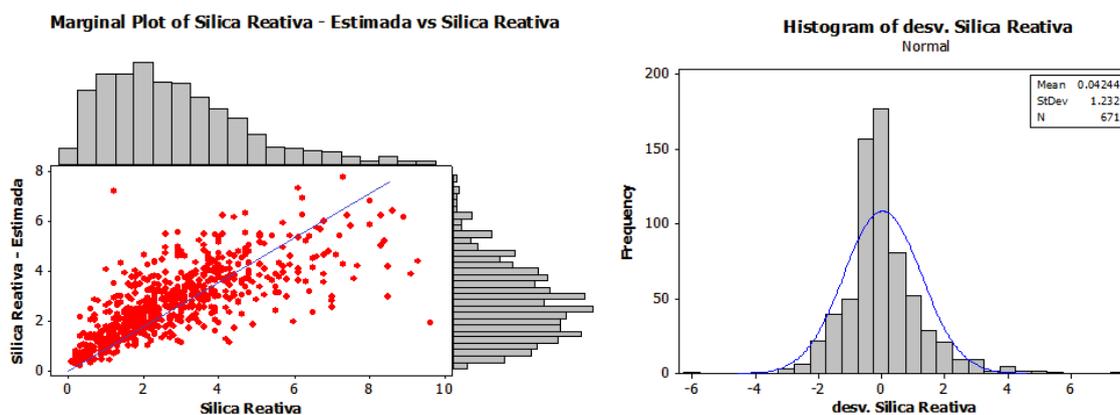
**Figura 33 - Resultados da validação cruzada para a variável alumínio disponível, apresentando gráfico de dispersão e histograma dos desvios absolutos entre as amostras.**

A validação cruzada para o alumínio disponível indica uma estimativa não-tendenciosa, com a média dos erros de -0.076 e proximidade entre os valores amostrais (44.83%) e estimados (44.90%). A correlação entre os valores (coeficiente de determinação -  $R^2$ ) foi de 0.47.

O efeito de suavização da krigagem reduziu a variância amostral de 17.51 para 9.41 nos valores estimados. Considerando a manutenção da média das amostras (44.8%) pelas estimativas (44.9%) e o nível de suavização causado pela krigagem, o variograma e parâmetros de estimativa utilizados para o alumínio disponível foram considerados válidos.



**Figura 34 - Variograma horizontal (esquerda) e vertical (direita) para a variável sílica reativa.**



**Figura 35 - Resultados da validação cruzada para a variável sílica reativa, apresentando gráfico de dispersão e histograma dos desvios absolutos entre as amostras.**

A validação cruzada para a variável sílica reativa indica uma estimativa não-tendenciosa, com a média dos erros de 0.042 e proximidade entre os valores amostrais (2.78%) e estimados (2.74%). A correlação entre os valores (coeficiente de determinação -  $R^2$ ) foi de 0.55.

O efeito de suavização da krigagem reduziu a variância amostral de 3.37 para 1.97 nos valores estimados. Considerando a manutenção da média das amostras (2.78%) nas estimativas (2.74%) e o nível de suavização causado pela krigagem, o variograma e parâmetros de estimativa utilizados para o alumínio disponível foram considerados válidos.

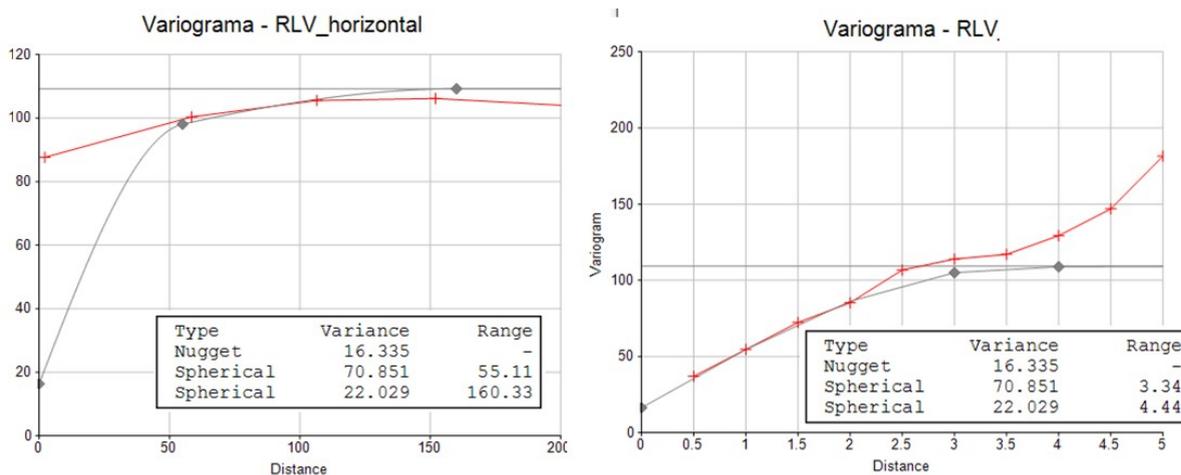


Figura 36 - Variograma horizontal (esquerda) e vertical (direita) para a variável recuperação de lavagem.

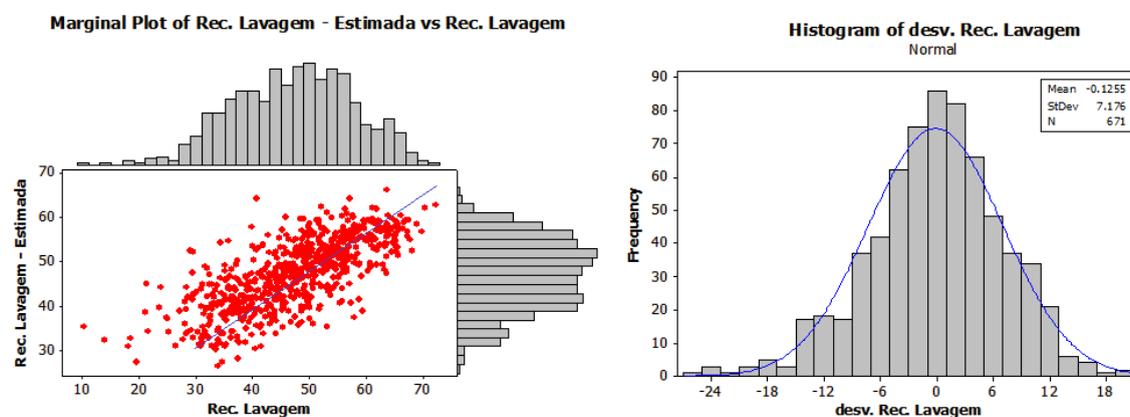


Figura 37 - Resultados da validação cruzada para a variável recuperação de lavagem, apresentando gráfico de dispersão e histograma dos desvios absolutos entre as amostras e os valores estimados.

A validação cruzada para a variável recuperação de lavagem indica uma estimativa não-tendenciosa, com a média dos erros de -0.125 e proximidade entre os valores amostrais (47.13%) e estimados (47.26%). A correlação entre os valores (coeficiente de determinação -  $R^2$ ) foi de 0.53.

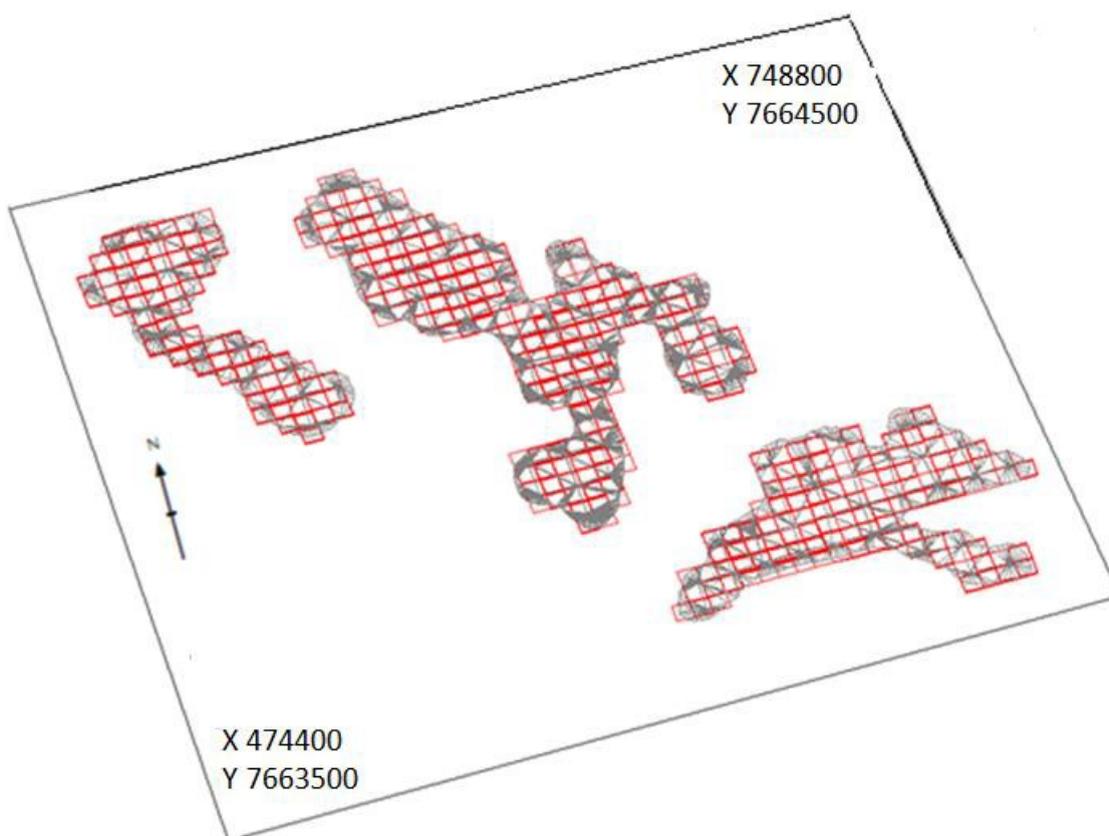
O efeito de suavização da krigagem reduziu a variância amostral de 109.21 para 60.03 nos valores estimados. Considerando a manutenção da média das amostras (47.13%) nas estimativas (47.26%) e o nível de suavização causado pela krigagem, o variograma e parâmetros de estimativa utilizados para a recuperação de lavagem foram considerados válidos.

A análise do comportamento espacial e a comparação entre os modelos experimentais e modelados indicam uma boa definição dos parâmetros variográficos. Já

a validação cruzada demonstrou que a krigagem ordinária e as estratégias de busca foram capazes de reproduzir as informações amostrais, convergindo sem viés sistemático para seus valores médios.

Os parâmetros utilizados na krigagem ordinária para obtenção das estimativas com base na base de dados inicial são:

- Blocos com medida (X, Y, Z) de 25x25x2 m, baseado na metade da distância da malha amostral na direção X e Y e altura mínima do banco de lavra (figura 39);



**Figura 38 - Vista isométrica do modelo geológico dos corpos 101 A, B e C discretizados em blocos de 25x25x2 metros.**

- Estimativa de blocos discretizados em 5x5x4 pontos internos;
- Elipse de busca abrangendo a vizinhança do bloco a uma distância igual ao alcance variográfico de cada variável para cada direção;
- Estratégia de busca utilizando de 2 a 12 amostras na vizinhança para obter sua estimativa de cada bloco;

- Busca de amostras na vizinhança dividindo a região em octantes, limitado ao máximo de duas amostras por setor.

Com o emprego dos parâmetros de estimativa e modelos variográficos, foi executada a estimativa do modelo de blocos. O impacto da incorreta inferência do comportamento espacial, causado pela baixa representatividade das amostras será analisado no capítulo 5.6.1, levando em conta a reinterpretação variográfica e o impacto da diferente distribuição de pesos nas estimativas. Os resultados na tabela 10 apresentam os valores krigados e as estatísticas da população amostral utilizada.

**Tabela 10 - Estatísticas descritivas dos teores dos blocos de bauxita estimados para alumínio disponível, recuperação de lavagem e sílica reativa e sua comparação ao banco de dados utilizado**

Variável	Quantidade	Valor Mínimo	Valor Máximo	Média	Desvio- Padrão
Alumínio Disponível (blocos)	582	29.93	50.24	46.25	2.33
Alumínio Disponível (amostras)	671	20.00	56.00	44.83	4.18
Sílica Reativa (blocos)	582	0.59	5.98	2.98	1.51
Sílica Reativa (amostras)	671	0.10	9.60	2.78	1.83
Rec. de lavagem (blocos)	582	37.67	50.27	44.77	6.22
Rec. de lavagem (amostras)	671	10.18	72.27	47.13	10.45

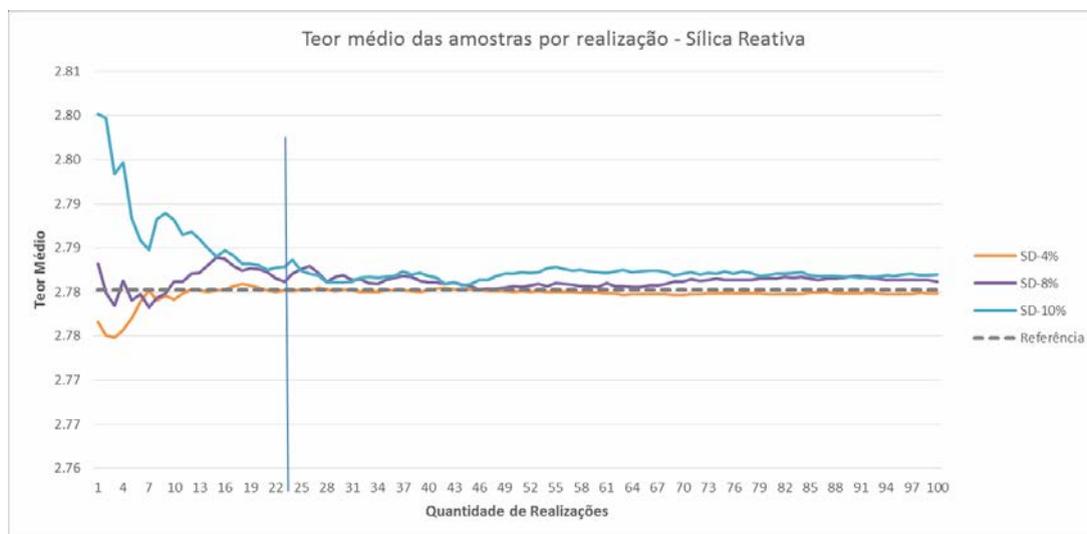
#### 5.4 OBTENÇÃO DE CENÁRIOS SECUNDÁRIOS DE TEORES

Utilizando a metodologia de obtenção de cenários do caso 2D, serão criadas bases secundárias baseados nas 671 amostras de bauxitas do banco de dados. Foram adicionados erros aos teores de alumínio disponível, sílica reativa e recuperação de lavagem amostrando randomicamente de distribuições centradas no valor amostral e desvios-padrões de 2% a 100% (relativos ao desvio entre o valor perturbado e o original).

A quantidade ótima de bases de dados para a análise de sensibilidade será feita através da acumulação de 100 bancos de dados perturbadas por distribuições com desvio-padrão de 4, 8 e 10%.

Os resultados da média de 1 a 100 valores sorteados, se estabilizaram após a geração de 15 bases de dados. A variação absoluta em torno da média foi inferior a 0.025% para o alumínio disponível e a recuperação de lavagem, e de 0.05% para sílica

reativa (Figura 40). O Z-value para a mesma quantidade de cenários se mantem abaixo de 0.2 nas três variáveis.



**Figura 39 - Gráfico do teor médio das amostras (Y) em função do número de valores sorteados para cada valor amostral utilizados na estimativa (X) para os cenários bISD-10, bISD-20 e bISD-30.**

Com base na média e do Z-value, ficou evidenciada uma rápida estabilização em torno dos valores de referência após a utilização de 15 realizações. Portanto, os cenários bdSD-002 a bdSD-100 serão, cada um, representados por 15 diferentes bases secundárias gerados por valores sorteados dentro de uma mesma população de erros, determinada pelo seu desvio-padrão.

Os cenários são sumarizados nas tabelas 11 a 13, pela média das estatísticas de cada uma das suas bases de dados pelo seu valor central (média e mediana), espalhamento (range interquartil e desvio-padrão) e análises bivariadas entre os teores do cenário inicial e secundários pelo coeficiente de determinação.

Devido aos valores de cada cenário serem apresentados através da média das estatísticas descritivas de seus diferentes bancos de dados, os valores de valor central se mantêm próximos do valor original nos cenários com pouco impacto dos valores negativos ou maiores que 100%. Existe um claro aumento no espalhamento e degradação na média do coeficiente de determinação que compara, individualmente, cada base de dados aos valores iniciais.

**Tabela 11 - Estatísticas descritivas da média das 15 bases de dados secundárias para a recuperação de lavagem, em função do desvio-padrão adicionada<sup>3</sup>**

Cenário	Coef. Correl.	Média	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Val. Negativos	Val. Maiores que 100%
RLV - Inicial	1	47.2	39.5	47.8	55.0	0.0%	0.0%
bdSD-002	0.996	47.2	39.4	47.7	55.2	0.0%	0.0%
bdSD-004	0.983	47.1	39.3	47.5	54.8	0.0%	0.0%
bdSD-006	0.964	47.1	39.1	47.4	54.7	0.0%	0.0%
bdSD-008	0.939	47.3	39.2	47.5	55.4	0.0%	0.0%
bdSD-010	0.905	47.2	38.4	46.7	55.4	0.0%	0.0%
bdSD-015	0.827	47.3	38.2	47.2	55.9	0.0%	0.0%
bdSD-020	0.734	46.7	36.9	46.1	55.0	0.0%	0.2%
bdSD-025	0.647	46.9	35.8	45.2	56.4	0.0%	0.2%
<u>bdSD-030</u>	<u>0.561</u>	<u>47.9</u>	<u>35.9</u>	<u>46.2</u>	<u>59.4</u>	<u>0.3%</u>	<u>0.6%</u>
bdSD-040	0.515	48.3	33.1	46.4	62.3	1.2%	1.8%
bdSD-060	0.375	48.7	27.3	46.0	68.6	4.0%	5.6%
bdSD-080	0.287	46.1	17.2	43.2	69.3	11.6%	10.2%
bdSD-100	0.255	47.3	12.6	44.5	79.7	17.2%	14.4%

**Tabela 12 - Estatísticas descritivas média das 15 bases de dados secundárias para o alumínio disponível, em função do desvio-padrão adicionada<sup>4</sup>**

Cenário	Coef. Correl.	Média	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Val. Negativos	Val. Maiores que 100%
Al2o3 - Inicial	1	44.8	42.60	45.20	47.40	0.0%	0.0%
bdSD-002	0.977	44.8	42.5	45.2	47.5	0.0%	0.0%
bdSD-004	0.918	44.8	42.2	45.1	47.7	0.0%	0.0%
bdSD-006	0.850	44.8	42.0	45.1	47.8	0.0%	0.0%
bdSD-008	0.750	45.0	41.7	44.9	48.6	0.0%	0.0%
bdSD-010	0.689	45.0	40.9	45.2	49.1	0.0%	0.0%
bdSD-015	0.547	45.1	39.9	44.8	50.8	0.0%	0.0%
bdSD-020	0.448	45.1	37.4	44.7	52.5	0.0%	0.0%
bdSD-025	0.342	45.1	37.8	44.6	52.9	0.0%	0.0%
bdSD-030	0.347	45.0	34.8	45.0	54.2	0.2%	0.0%
<u>bdSD-040</u>	<u>0.239</u>	<u>44.5</u>	<u>32.5</u>	<u>44.1</u>	<u>56.2</u>	<u>0.3%</u>	<u>0.2%</u>
bdSD-060	0.157	43.9	24.7	43.6	61.7	4.6%	1.8%
bdSD-080	0.029	44.6	22.4	44.9	66.8	10.5%	5.5%
bdSD-100	0.054	45.0	16.4	45.5	71.5	15.2%	9.4%

<sup>3,4</sup> Colunas: Média, mediana, 1º e 3º quartil, valores negativos e maiores que 100% se referem ao valor das amostras do cenário; Coef. de correlação comparam amostra-a-amostra o valor do cenário e os valores iniciais.

**Tabela 13- Estatísticas descritivas médias das 15 bases de dados secundárias para a sílica reativa, em função do desvio-padrão adicionada<sup>5</sup>**

Cenário	Coef. Correl.	Média	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Val. Negativos	Val. Maiores que 100%
Rx - Inicial	1	2.78	1.30	2.40	3.80	0.0%	0.0%
bdSD-002	1.00	2.78	1.31	2.41	3.79	0.0%	0.0%
bdSD-004	1.00	2.78	1.35	2.45	3.73	0.0%	0.0%
bdSD-006	0.99	2.79	1.38	2.44	3.81	0.0%	0.0%
bdSD-008	0.99	2.79	1.34	2.40	3.81	0.0%	0.0%
bdSD-010	0.98	2.80	1.34	2.40	3.81	0.0%	0.0%
bdSD-015	0.96	2.77	1.36	2.38	3.71	0.0%	0.0%
bdSD-020	0.95	2.78	1.30	2.34	3.79	0.0%	0.0%
bdSD-025	0.91	2.78	1.22	2.40	3.81	0.0%	0.0%
bdSD-030	0.88	2.78	1.28	2.26	3.89	0.0%	0.0%
<u>bdSD-040</u>	<u>0.81</u>	<u>2.84</u>	<u>1.13</u>	<u>2.24</u>	<u>3.89</u>	<u>0.3%</u>	<u>0.0%</u>
bdSD-060	0.71	2.85	0.98	2.09	4.01	3.0%	0.0%
bdSD-080	0.58	2.80	0.71	2.03	4.19	11.1%	0.0%
bdSD-100	0.48	2.74	0.37	1.76	4.22	17.2%	0.0%

O comportamento dos indicadores estatísticos para as três variáveis tem em comum que a partir dos desvios-padrões de 30%, as estatísticas começam a ser afetadas pela presença de teores negativos e, no caso do alumínio disponível e recuperação de lavagem, teores acima de 100%. Em ambas as situações, os valores são corrigidos, limitando o valor mínimo para 0% e o máximo em 100%.

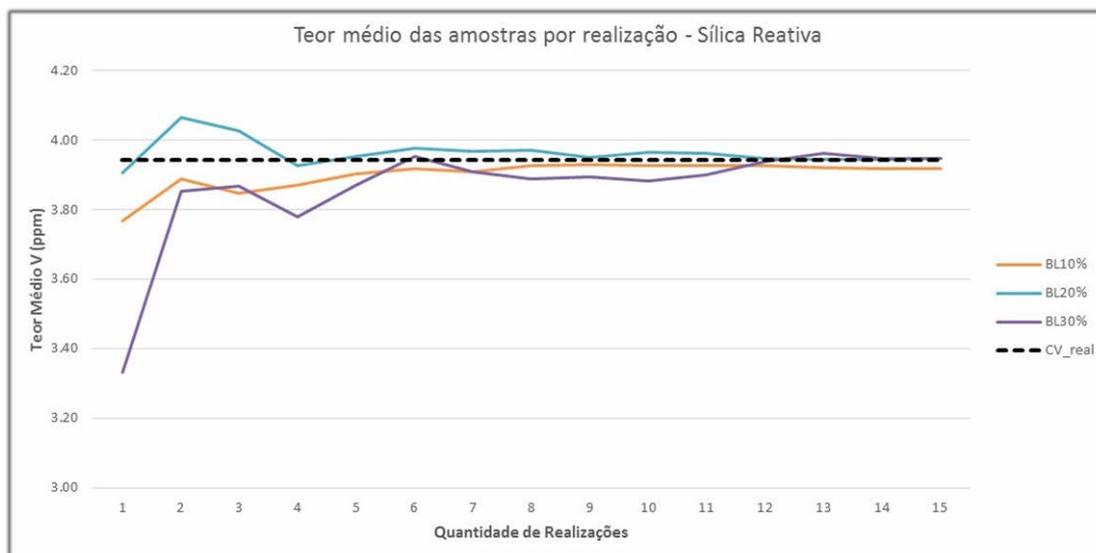
Portanto, devido ao impacto da crescente quantidade de teores negativos e/ou maiores que 100% nas estatísticas e na população amostral, não foi utilizado para estimativa as bases de dados a partir do cenário bdSD-040 para as três variáveis.

A definição da quantidade ótima de bases de estimativas para os teores de alumínio disponível, sílica reativa e recuperação de lavagem, que devem ser krigadas para obter estabilidade nos resultados para o modelo de blocos, foi obtida através da análise do comportamento durante a acumulação das 15 bases de dados dos cenários com desvio-padrão de 10%, 20% e 30%.

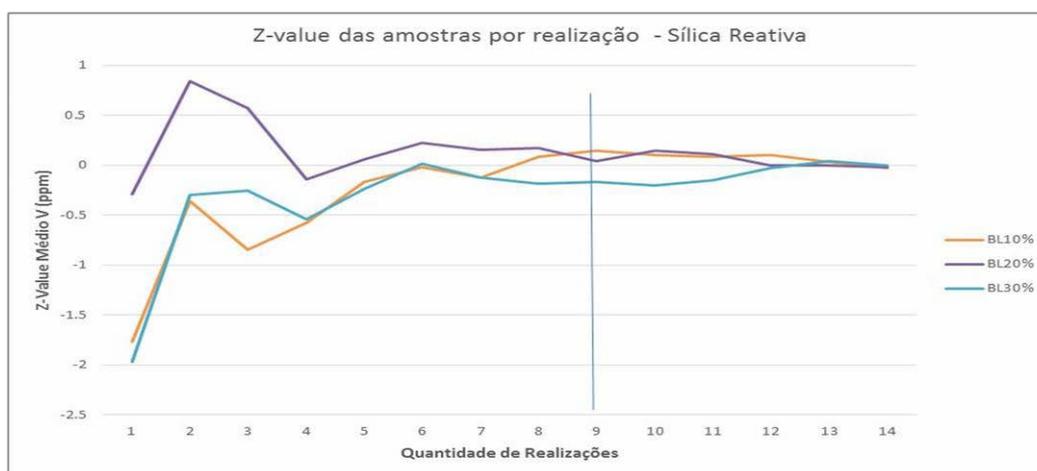
O valor médio das estimativas em função da quantidade de bases de dados utilizadas mostrou estabilização da média entre as realizações após a utilização de 11 bases de dados (Figura 41). Nesse número, as flutuações ocorrem em torno do valor

<sup>5</sup>Colunas: Média, mediana, 1º e 3º quartil, valores negativos e maiores que 100% se referem ao valor das amostras do cenário; Coef. de correlação comparam amostra-a-amostra o valor do cenário e os valores iniciais.

médio do cenário de referência. Já na análise do Z-value (Figura 42), a obtenção de um patamar estável ocorreu após a acumulação de aproximadamente 10 realizações, onde o valor converge para zero.



**Figura 40 - Gráfico do teor médio dos blocos estimados (Y) em função do número de valores sorteados para cada valor amostral utilizados na estimativa (X) para os cenários b1SD-10, b1SD-20 e b1SD-30.**



**Figura 41 - Gráfico do Z-Value dos blocos estimados (Y) em função do número de valores sorteados para cada valor amostral utilizado na estimativa (X) para os cenários b1SD-10, b1SD-20 e b1SD-30.**

Com base nas figuras acima e suas análises, foi decidido pela utilização das 15 bases secundárias, geradas por diferentes valores sorteados para cada desvio-padrão, sendo o valor capaz de garantir estabilidade e robustez aos cenários.

## 5.5 OBTENÇÃO DE CENÁRIOS SECUNDÁRIOS DE POSICIONAMENTO ESPACIAL

Para a análise de sensibilidade das estimativas à incerteza posicional da base de dados do depósito de Mirai, serão adicionadas perturbações que distanciam as coordenadas conhecidas de onde realmente foram executados os furos utilizados na krigagem.

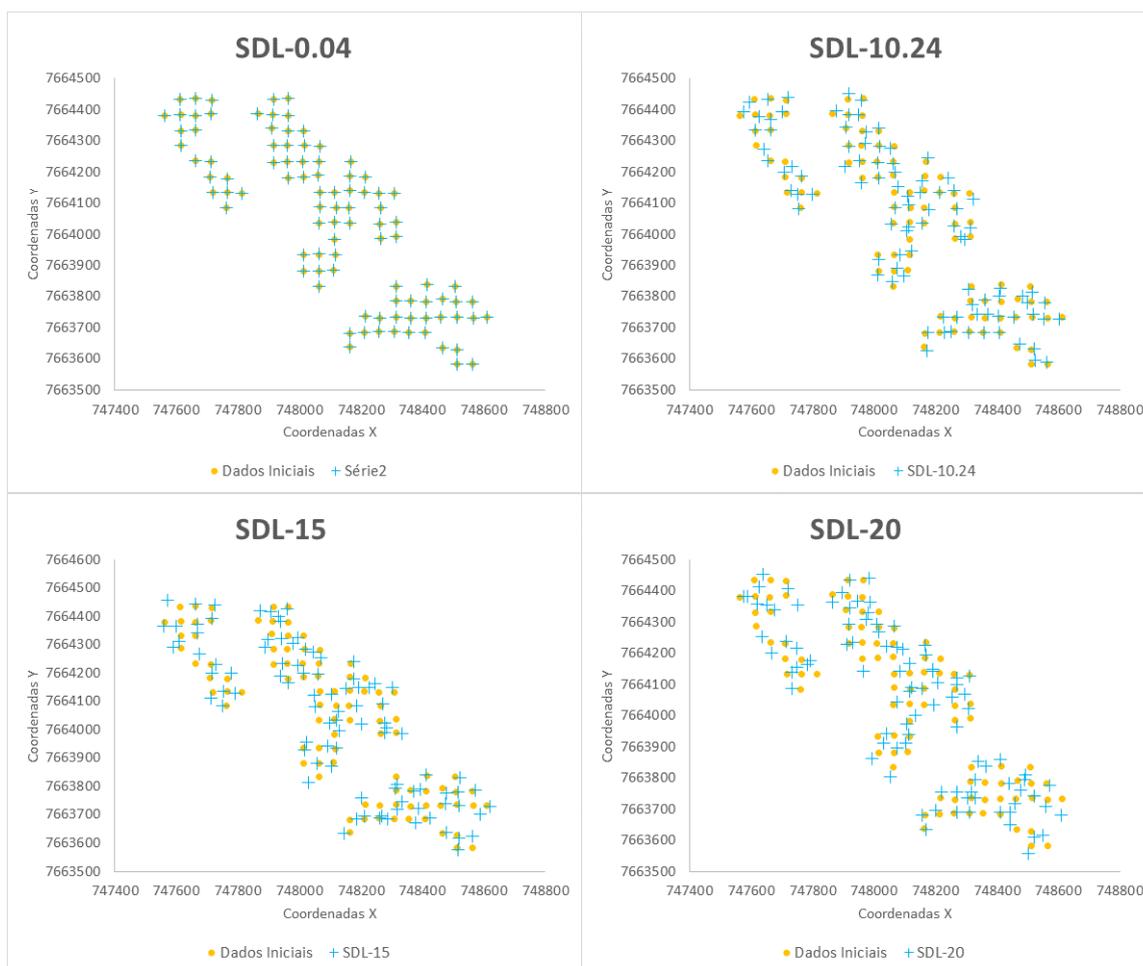
Além das estimativas com os dados iniciais como referência, serão geradas outras oito bases de dados (tabela 13), com desvios-padrões de 0.04 a 20 m deslocando as amostras de suas posições iniciais.

Os cenários, seus desvios-padrões e desvios são organizados em cenários chamados de SDL para cada variável, apresentando pequenos desvios, relacionado às diferentes sementes utilizadas no gerador pseudoaleatório em X e Y para o desvio.

**Tabela 13 - Cenários gerados para a análise de sensibilidade ao posicionamento espacial e seus desvios médios**

<b>Cenário</b>	<b>Desvio-padrão (Metros)</b>	<b>Desvio médio Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (Metros)</b>	<b>Desvio médio RX (Metros)</b>	<b>Desvio médio RLV (Metros)</b>
SDL-0	0	0	0	0
SDL-0.04	0.04	0.05	0.05	0.05
SDL-0.16	0.16	0.20	0.20	0.20
SDL-0.64	0.64	0.78	0.81	0.81
SDL-2.56	2.56	3.16	3.29	3.20
SDL-5.12	5.12	6.58	6.28	6.30
SDL-10.24	10.24	13.23	12.91	12.29
SDL-15	15	18.98	18.81	19.18
SDL-20	20	25.86	24.71	25.06

A fim de ilustrar o comportamento dos cenários e permitir a visualização da degradação da qualidade locacional, a figura 43 apresenta a localização das amostras da base de dados original (cruzes em azul) e suas posições nos cenários SDL-0.04, SDL-10.24, SDL-15 e SDL-20 representadas pelos pontos amarelos.



**Figura 42 - Mapa de localização com a localização real (cruzes em azul) e localização mapeado com erro posicional (círculos amarelos) dos pontos de amostragem para os cenários SDL-0.04, SDL-10.24, SDL-15 e SDL 20.**

A figura 44 apresenta por histogramas os desvios entre as posições conhecidas e reais. Os cenários SDL-0.04 e SDL-0.64 têm dados posicionais muito próximos da informação original, com desvios-padrões que situam a localização de 95% das amostras respectivamente a 0.05 e 0.85 m da posição real.

Já os valores de dispersão apresentados nos cenários SDL-2.56 e SDL-10.24, indicam um alto grau de incerteza sobre a posição da informação, com desvios médios respectivamente de 3.34 e 12.9 m, distanciando os teores das amostras das características reais do depósito.

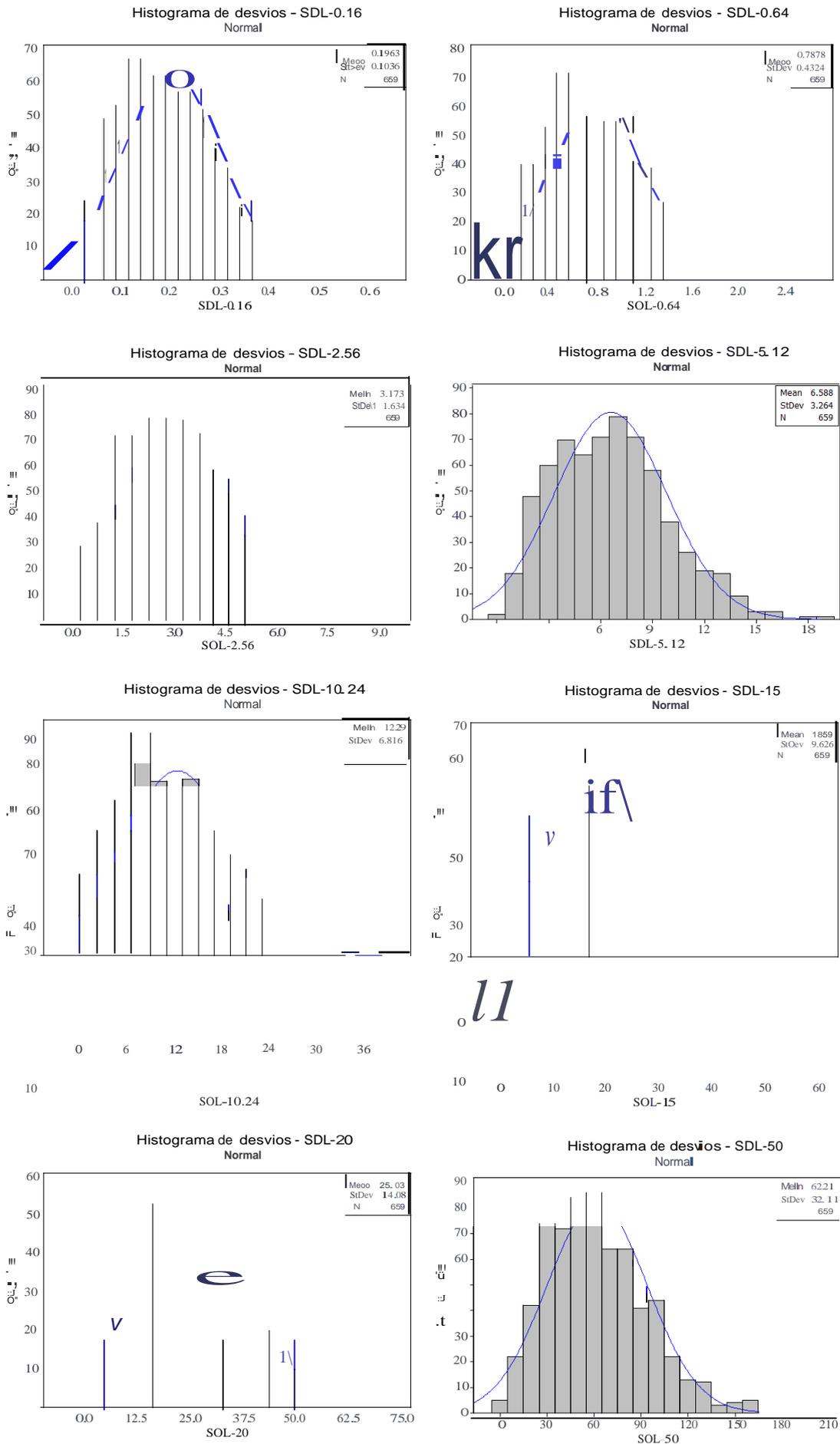


Figura 43 - Histogramas de desvios (em metros) entre a localização real e localização conhecida dos pontos de amostragem para todos os cenários de incerteza posicional.

## 5.6 ANÁLISE DAS ESTIMATIVAS SECUNDÁRIAS DE TEORES

Após a estimativa do cenário de referência, os mesmos parâmetros e modelo de blocos foram utilizados nos cenários secundários. Os resultados (tabela 14 a 16) são sumarizados através do desvio-padrão entre cada amostra perturbada e seu valor inicial, a média dos blocos estimados, o módulo do desvio médio entre os blocos estimados com valores iniciais e secundários e a proporção dos blocos incorretamente classificados como minério ou estéril, considerando um *cut-off* econômico de 38% para alumínio disponível e recuperação de lavagem e de 5% para a sílica reativa.

**Tabela 14 - Estatísticas descritivas da média dos modelos estimados utilizando as 15 bases de dados secundários para sílica reativa e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referência <sup>6</sup>**

Cenário	SD	Coef. de			
		Determinação	Média	Perda+Diluição	Desvio médio
bISD-002	2	1.00	3.0	0.29%	0.57
bISD-004	4	1.00	3.0	0.56%	1.09
bISD-006	6	1.00	3.0	0.99%	1.76
bISD-008	8	1.00	3.0	1.15%	2.30
bISD-010	10	0.99	3.0	1.36%	2.87
bISD-015	15	0.99	3.0	1.88%	4.21
bISD-020	20	0.98	3.0	2.52%	5.81
bISD-025	25	0.97	3.0	3.13%	7.28
bISD-030	30	0.96	3.0	3.71%	8.49

<sup>6</sup> Colunas: SD corresponde ao desvio-padrão da população dos erros inserida; média refere ao valor dos blocos do cenário; Coef. de correlação, D. Médio bloco e Perda+Diluição (proporção dentro do total de blocos) comparam bloco-a-bloco a estimativa do cenário e os valores dos blocos de referência.

**Tabela 15 - Estatísticas descritivas da média dos modelos estimados utilizando as 15 bases de dados secundários para recuperação de lavagem e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referência <sup>7</sup>**

Cenário	SD	Coef. de Determinação	Média	Perda+Diluição	Desvio médio
bISD-002	2	1.00	46.3	0.30%	7.44
bISD-004	4	1.00	46.2	0.71%	14.99
bISD-006	6	0.99	46.2	1.32%	22.76
bISD-008	8	0.98	46.2	2.02%	29.53
bISD-010	10	0.97	46.3	2.41%	37.85
bISD-015	15	0.93	46.3	4.44%	57.05
bISD-020	20	0.89	46.4	6.13%	75.64
bISD-025	25	0.84	46.2	7.81%	94.70
bISD-030	30	0.80	46.2	9.89%	112.49

**Tabela 16 - Estatísticas descritivas da média dos modelos estimados utilizando as 15 bases de dados secundários para alumínio disponível e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referência <sup>8</sup>**

Cenário	SD	Coef. de Determinação	Média	Perda+Diluição	Desvio médio
bISD-002	2	0.99	44.8	0.08%	6.98
bISD-004	4	0.97	44.8	0.45%	13.99
bISD-006	6	0.94	44.8	0.49%	20.67
bISD-008	8	0.90	44.8	0.58%	27.96
bISD-010	10	0.85	44.8	0.77%	35.44
bISD-015	15	0.74	44.8	1.49%	52.15
bISD-020	20	0.67	44.5	4.34%	68.57
bISD-025	25	0.55	44.7	5.81%	85.86
bISD-030	30	0.50	44.9	7.54%	102.20

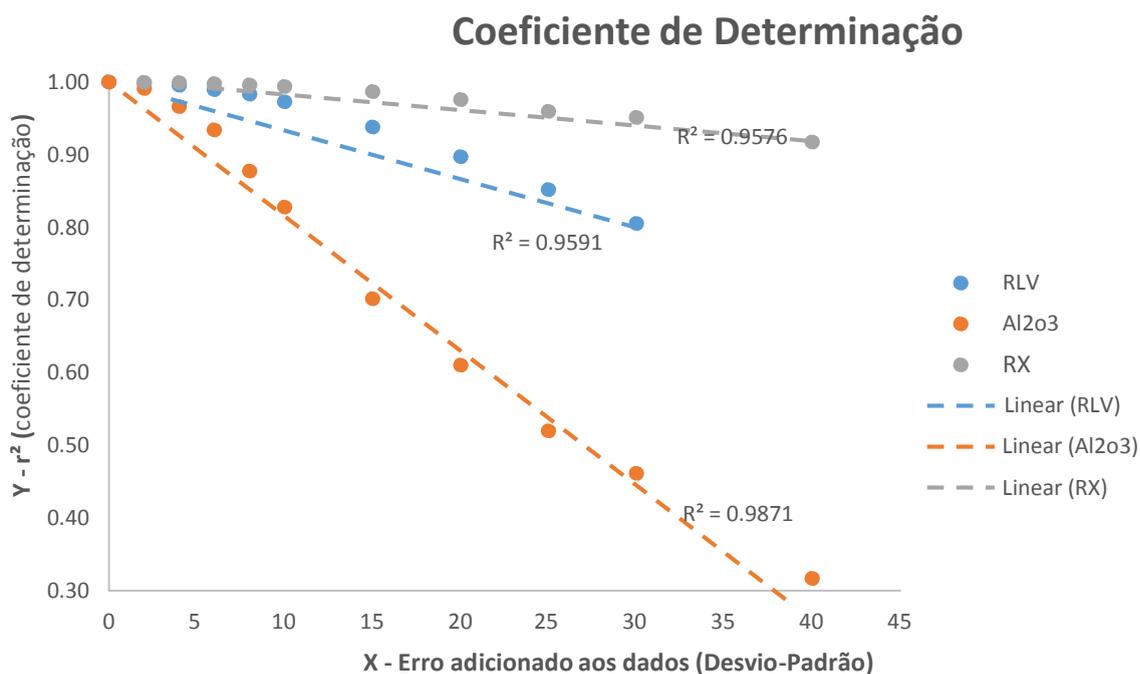
Assim como na análise de Walker Lake, ocorre uma progressiva piora das estimativas de acordo com a perda da qualidade dos dados utilizados. À primeira vista a sílica reativa, ao avaliar o impacto na correlação e na perda e diluição, é a variável mais robusta em relação ao aumento da incerteza, o que é descartado por uma análise mais aprofundada dos dados.

<sup>7,8</sup> Colunas: SD corresponde ao desvio-padrão da população dos erros inserida; média refere ao valor dos blocos do cenário; Coef. de correlação, D. Médio bloco e Perda+Diluição (proporção dentro do total de blocos) comparam bloco-a-bloco a estimativa do cenário e os valores dos blocos de referência.

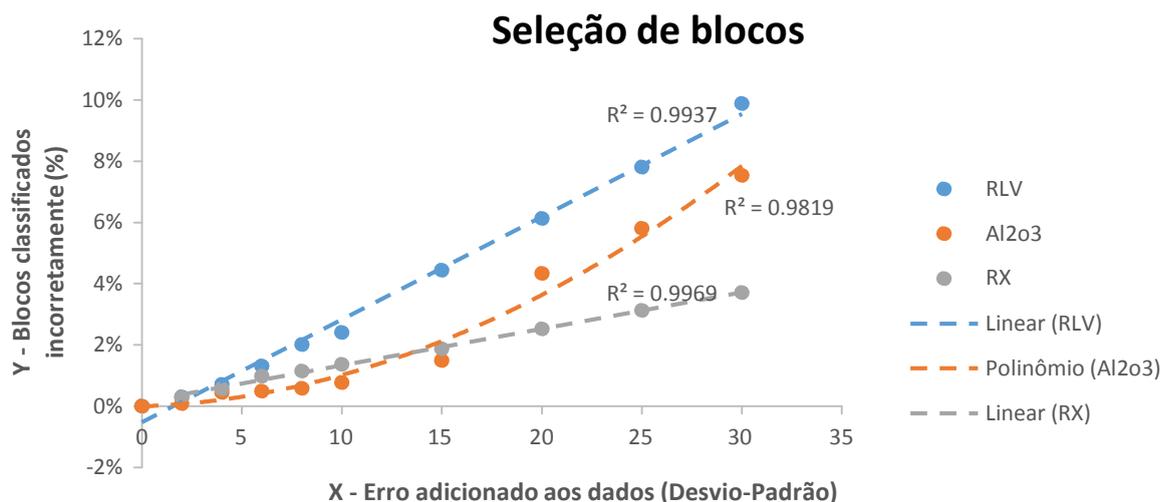
A correlação (coeficiente de determinação-  $R^2$ ) acima de 0.95, mesmo com a adição do valor máximo de incerteza, é resultado da grande amplitude de teores nos blocos de sílica reativa, que variam desde 1% a até 9%, sendo de conhecimento que valores extremos afetam em muito o valor de  $R^2$ .

Já a proporção de blocos incorretamente classificado como minério ou estéril é quatro vezes inferior aos da recuperação de lavagem e alumínio disponível. Isso é explicado devido ao valor de *cut-off* empregado e sua relação ao valor médio e espalhamento dos teores, onde quanto maior é o *cut-off* em relação à média da população, maior a chance de que blocos sejam classificados incorretamente.

Analisando a incerteza dos cenários utilizados e o impacto em relação ao cenário de referência, é possível determinar através das curvas de sensibilidade como a incerteza amostral é transmitida da informação às estimativas, mensurando isso através do coeficiente de determinação e na seleção de blocos, respectivamente nas figuras 45 e 46.



**Figura 44 - Curva de sensibilidade: Coeficiente de determinação médio entre os blocos krigados (Y) em função do desvio-padrão de erro adicionados à base de dados utilizada (X).**



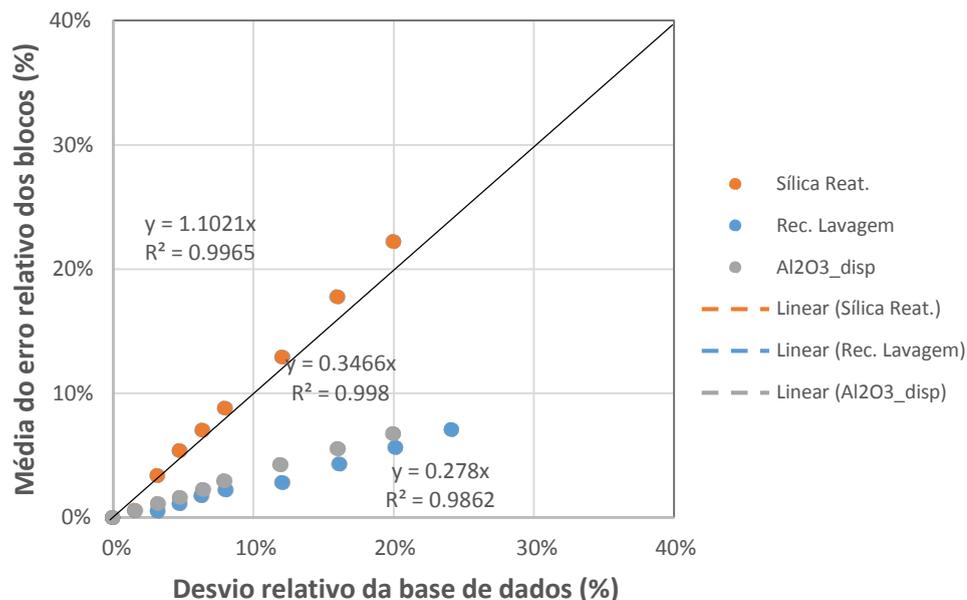
**Figura 45 - Curva de sensibilidade: Proporção de blocos classificados incorretamente como minério ou estéril (Y) em função do desvio-padrão de erro adicionados à base de dados utilizada (X).**

Na tabela 17 e na figura 47, é comparado o desvio relativo entre cada amostra da base de dados com o desvio relativo entre cada bloco estimado com as diferentes bases de dados. A análise mostra como a incerteza amostral é transmitida aos valores krigados, sendo a robustez da estimativa indicada pela inclinação da reta que correlaciona os dois valores.

Nas curvas de sensibilidade da figura 47, a equação das retas demonstra que krigagem reduz a incerteza em 65% da base de dados para alumínio disponível e em 73% na recuperação de lavagem. Já na sílica reativa, a informação é transmitida com acréscimo de 10% no desvio-padrão no erro dos dados às estimativas.

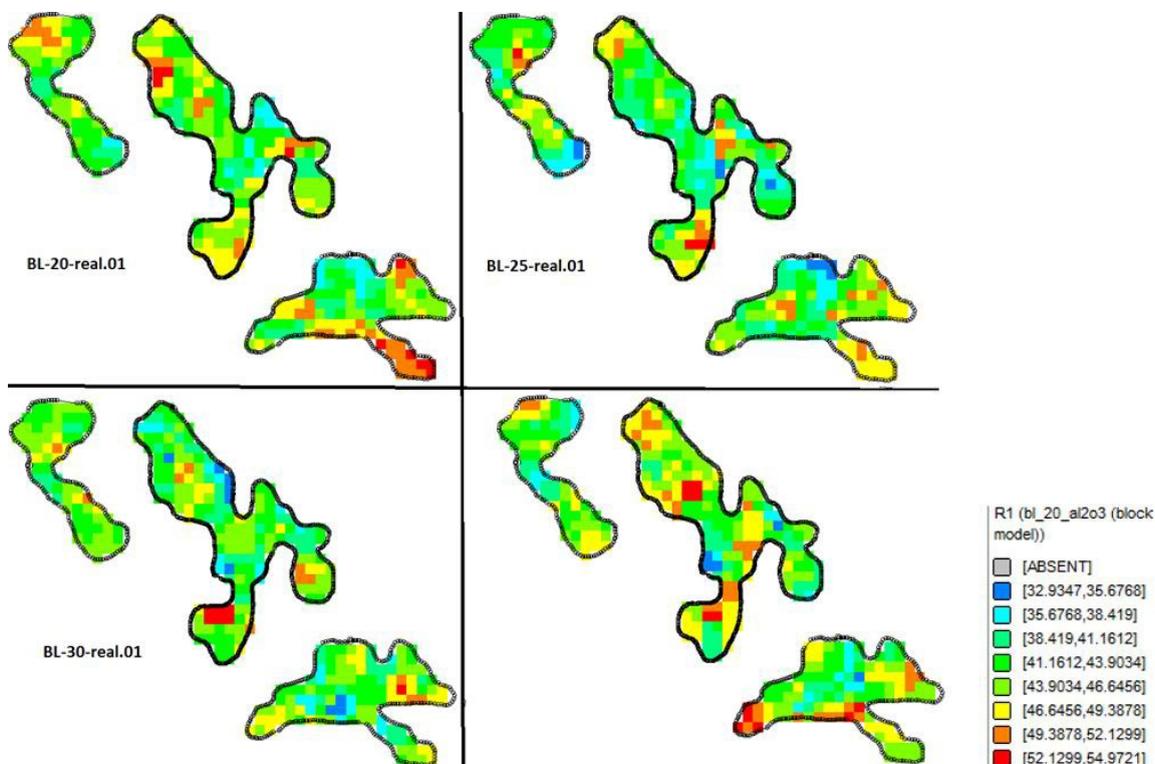
**Tabela 17 - Relação do desvio-médio dos modelos de blocos e amostras em função dos cenários de incerteza para as variáveis sílica reativa, recuperação de lavagem e alumínio disponível**

SD	Sílica Reativa		Rec. de Lavagem		Alumínio Disponível	
	Desvio-médio blocos	Desvio-médio amostras	Desvio-médio blocos	Desvio-médio amostras	Desvio-médio blocos	Desvio-médio amostras
2	0.6%	1.6%	0.5%	3.2%	0.6%	1.6%
4	3.4%	3.2%	1.1%	4.8%	1.1%	3.2%
6	5.4%	4.8%	1.8%	6.3%	1.6%	4.8%
8	7.0%	6.4%	2.2%	8.0%	2.3%	6.5%
10	8.8%	8.0%	2.8%	12.1%	2.9%	8.0%
15	12.9%	12.1%	4.3%	16.1%	4.3%	11.9%
20	17.8%	16.0%	5.7%	20.1%	5.5%	16.0%
25	22.2%	20.0%	7.1%	24.1%	6.8%	20.0%
30	26.3%	23.8%	8.3%	32.0%	8.3%	24.2%



**Figura 46 - Curva de sensibilidade: Desvio-padrão dos desvios entre cenários secundários e de referência (Y) em função do erro adicionado a base de dados secundária utilizada (X).**

Na figura 48 e 49 é apresentando o mapa com os blocos estimados através dos dados relativos a primeira realização dos diferentes cenários de incerteza de teores para alumínio disponível.



**Figura 47 - Mapa dos blocos estimados para alumínio disponível das realizações dos cenários de incerteza de teor BL-20, BL-25, BL-30 e BL-40.**

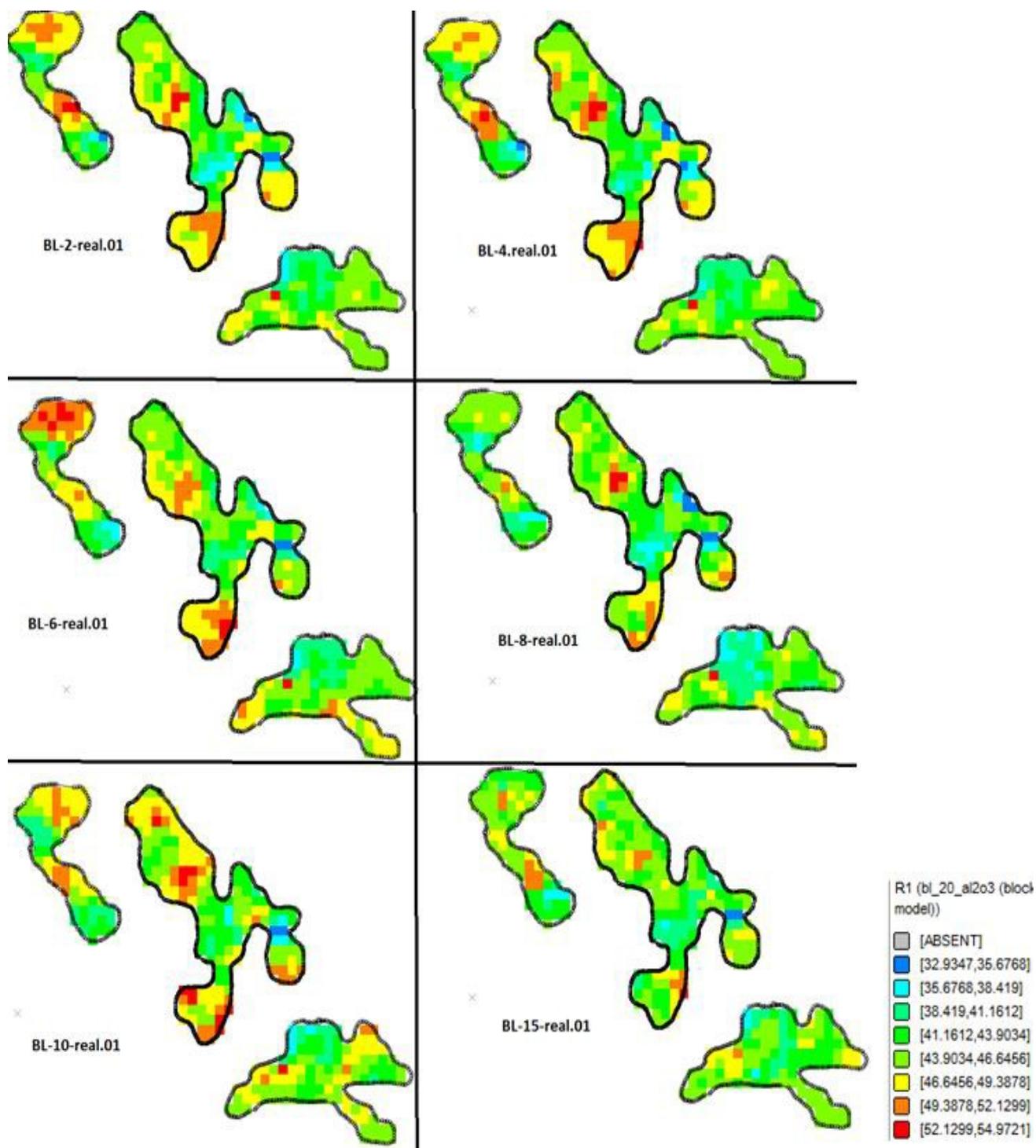


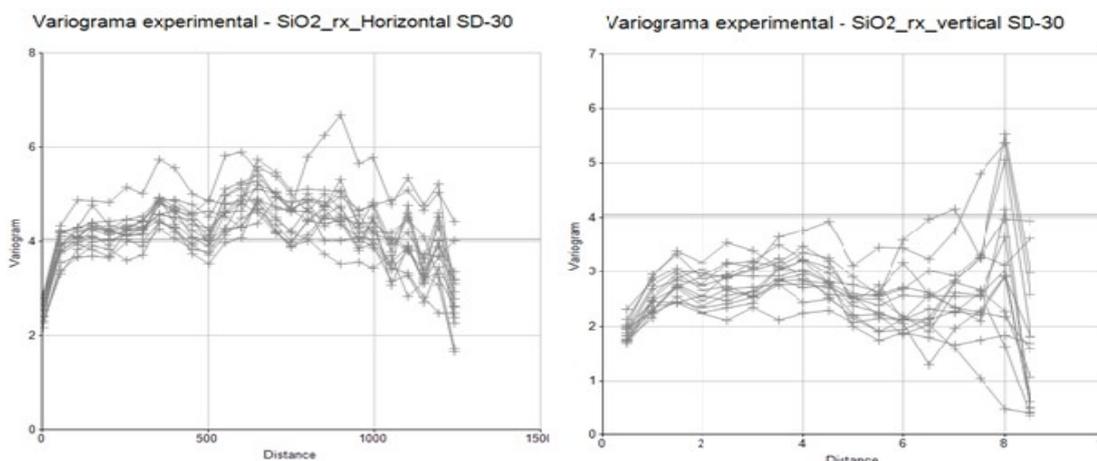
Figura 48 - Mapa dos blocos estimados para alumínio disponível das realizações dos cenários de incerteza de teor BL-2, BL-4, BL-6, BL-8, BL-10 e BL-15.

### 5.6.1 ANÁLISE DE IMPACTO DO MODELO VARIOGRÁFICO

Apesar de empregado no trabalho um mesmo modelo variográfico modelado utilizando os dados iniciais para todas as estimativas, é de conhecimento que a gradual adição de ruído dificulta a inferência do comportamento real do fenômeno.

Devido a utilização de informação disponível cada vez com maior perturbação, foram obtidos diferentes variogramas para o mesmo fenômeno estudado, com a modelagem do comportamento espacial apresentando diferentes efeito pepita e parcial ou total destruição da correlação espacial na informação.

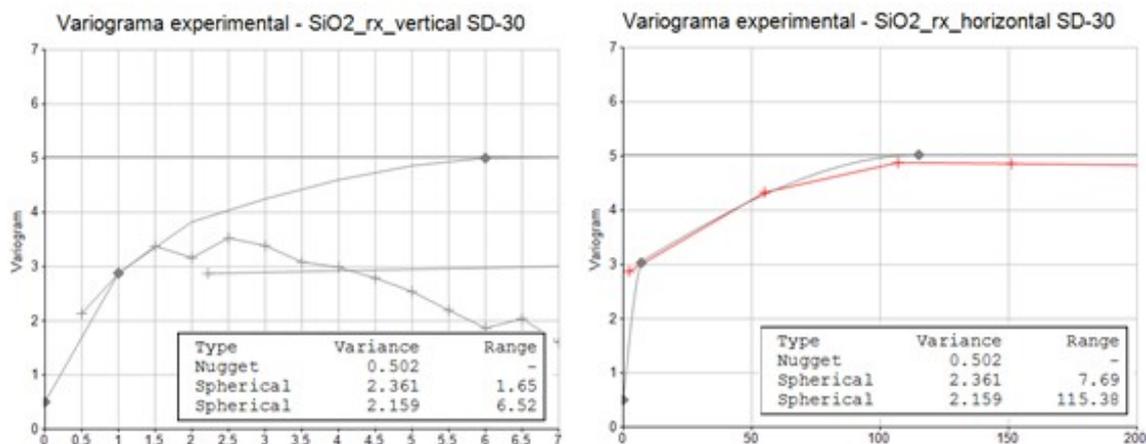
Como exemplo, na figura 50 são apresentados 15 variogramas experimentais para diferentes realizações do cenário de incerteza com desvio-padrão de 30% para os teores de sílica reativa. A inferência do comportamento espacial baseado individualmente pelas diversas realizações gerariam diferentes modelos variográfico.



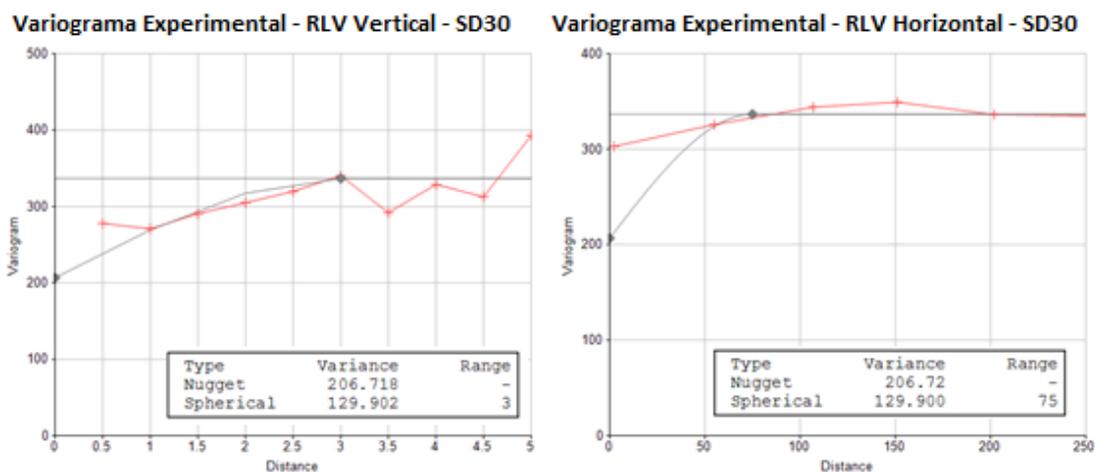
**Figura 49 – Variogramas experimentais horizontais e verticais utilizando 15 realizações do cenário SD-30 de sílica reativa.**

O emprego de diferentes variogramas causa impacto na definição dos ponderadores e a variância de krigagem. Já o gradual aumento da incerteza e da componente aleatória, indicado pela maior relação entre efeito pepita e sill, resultam em menor atribuição de pesos às amostras próximas, suavizando as estimativas.

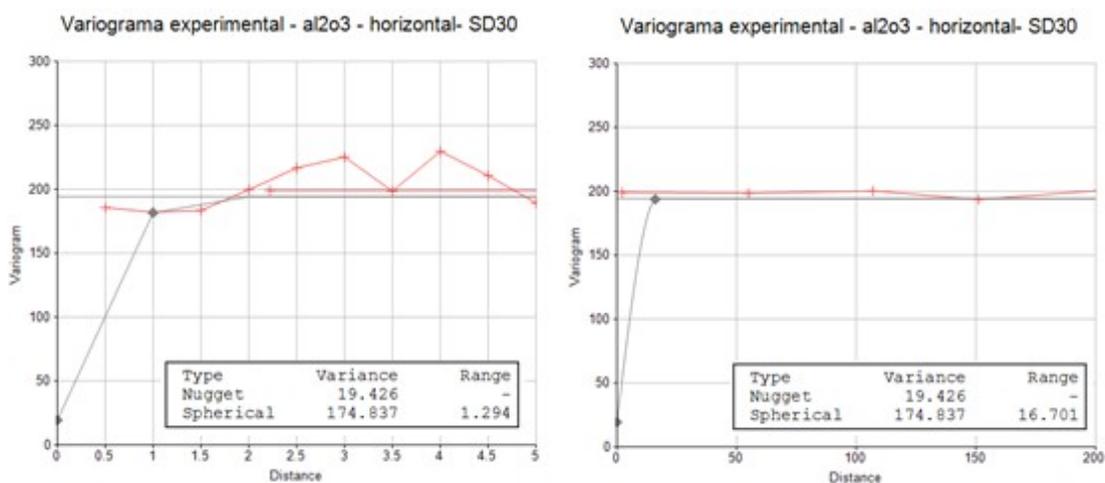
Utilizando a realização 7 do cenário de incerteza SD-30, esses dados foram utilizados para a modelagem do variogramas e estimativa para as variáveis sílica reativa (figura 51), recuperação de lavagem (figura 52) e alumínio disponível (figura 53). Baseado nos mesmos parâmetros de krigagem e modelo de blocos utilizado no capítulo 5.2.



**Figura 50 - Variograma vertical (esquerda) e horizontal (direita) para a variável sílica reativa utilizando os dados perturbados da realização 1 do cenário SD-30.**



**Figura 51 - Variograma vertical (esquerda) e horizontal (direita) para a variável recuperação de lavagem utilizando os dados perturbados da realização 1 do cenário SD-30.**



**Figura 52 - Variograma vertical (esquerda) e horizontal (direita) para a variável alumínio disponível utilizando os dados perturbados da realização 1 do cenário SD-30.**

O resultado da estimativa utilizando os variogramas baseados nos dados iniciais e no cenário SD-30 são apresentados na tabela 18. O impacto nas estimativas denegriu a qualidade das estimativas nas três variáveis foi o mesmo que seria causado por um aumento de 5% no desvio-padrão na incerteza dos dados utilizados.

**Tabela 18 - Estatísticas descritivas da média dos modelos estimados utilizando as 15 bases de dados secundários do cenário SD-30 estimadas utilizando os variogramas baseados nos dados iniciais e nos valores perturbados do cenário.**

Variável	Variograma	Cenário	Coef. De Determinação	Média	Perda+Diluição	Desvio médio
Al2o3_disp	Inicial	SD-30	0.50	44.9	7.54%	102.20
Al2o3_disp	Perturbado	SD-30	0.20	45.0	8.83%	115.87
RX_SiO2	Inicial	SD-30	0.96	3.0	3.71%	8.49
RX_SiO2	Perturbado	SD-30	0.94	3.0	4.52%	10.64
RLV	Inicial	SD-30	0.80	46.2	9.89%	112.49
RLV	Perturbado	SD-30	0.77	46.1	10.19%	116.96

Portanto, apesar de analisado ao longo do trabalho apenas o impacto direto da perda da qualidade da informação nas estimativas, deve ser alertado e levado em conta que a incorreta modelagem do comportamento espacial devido a dados com erros ou incorreta análise do responsável pode causar erros impactos até maiores que o impacto de bases de dados com incerteza.

## 5.7 ANÁLISE DAS ESTIMATIVAS SECUNDÁRIAS DE POSICIONAMENTO

Utilizando oito diferentes bases de dados, foi analisada a sensibilidade da krigagem de um mesmo modelo de blocos e com os mesmos parâmetros em função da qualidade dos dados utilizados. Os resultados do impacto em cada cenário são sumarizados nas tabelas 19, 20 e 21 através de coeficiente de determinação, módulo do erro médio entre os valores krigados, blocos classificados incorretamente, média e desvio-padrão da população.

**Tabela 19 - Estatísticas descritivas das estimativas utilizando as bases de dados dos cenários secundários para a variável alumínio disponível e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referência<sup>9</sup>**

<b>Cenário Al2O3</b>	<b>Desvio médio (Metro)</b>	<b>Coef. De Determinação</b>	<b>Média</b>	<b>D.Médio Blocos</b>	<b>Perda+Diluição (%)</b>
SDL-0	0	1.00	45.6	0.00%	0.0%
SDL-0.04	0.05	1.00	45.6	0.03%	0.0%
SDL-0.16	0.2	1.00	45.6	0.24%	0.0%
SDL-0.64	0.78	0.99	45.6	0.60%	0.0%
SDL-2.56	3.16	0.98	45.6	0.86%	0.0%
SDL-5.12	6.58	0.95	45.5	1.18%	0.0%
SDL-10.24	13.23	0.91	45.6	1.25%	0.0%
SDL-15	18.98	0.88	45.4	1.72%	0.0%
SDL-20	25.86	0.84	45.6	2.10%	0.0%

**Tabela 20 - Estatísticas descritivas das estimativas utilizando as bases de dados dos cenários secundários para a variável sílica reativa e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referência<sup>9</sup>**

<b>Cenário RX</b>	<b>Desvio médio (Metros)</b>	<b>Coef. De Determinação</b>	<b>Média</b>	<b>D.Médio Blocos</b>	<b>Perda+Diluição (%)</b>
SDL-0	0	1.00	3.33	0.00%	0.0%
SDL-0.04	0.05	1.00	3.33	0.89%	0.0%
SDL-0.16	0.2	1.00	3.32	2.72%	1.9%
SDL-0.64	0.81	0.99	3.29	5.58%	3.9%
SDL-2.56	3.29	0.96	3.27	8.02%	1.9%
SDL-5.12	6.28	0.93	3.35	8.19%	4.2%
SDL-10.24	12.91	0.91	3.33	8.04%	2.9%
SDL-15	18.81	0.90	3.29	9.26%	3.5%
SDL-20	24.71	0.81	3.25	10.91%	3.9%

<sup>9</sup> Colunas: Desvio-médio (metros) corresponde ao desvio locacional entre a posição conhecida e a amostragem real; Média refere ao valor dos blocos do cenário; Coef. de correlação, D. Médio bloco e Perda+Diluição comparam bloco-a-bloco a estimativa do cenário e os valores de referência.

**Tabela 20 - Estatísticas descritivas das estimativas utilizando as bases de dados dos cenários secundários para a variável recuperação de lavagem e sua comparação ao modelo de blocos do cenário de referência <sup>10</sup>**

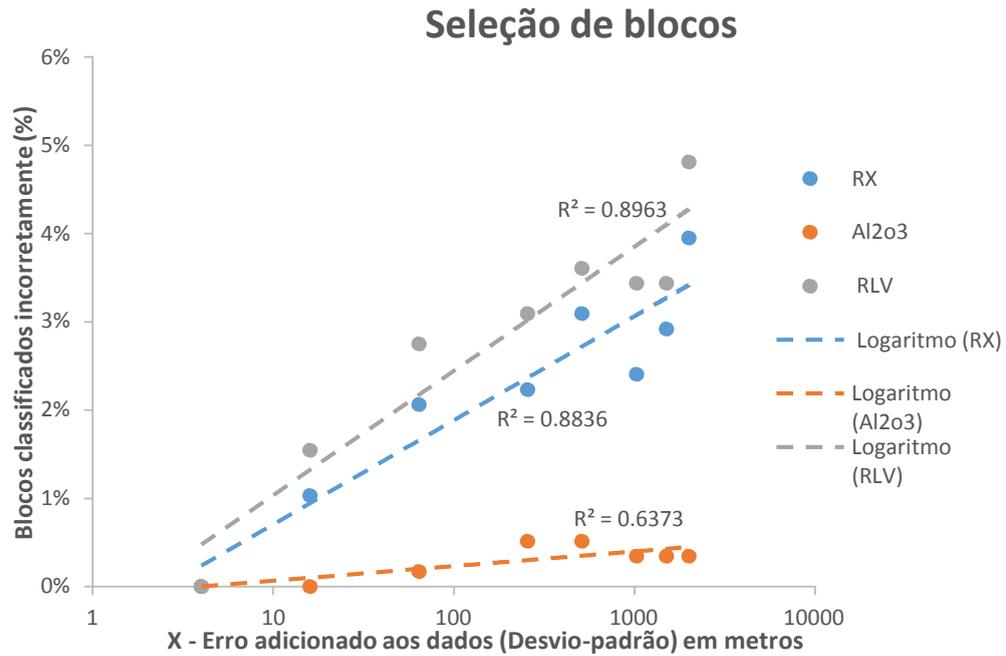
<b>Cenário RLV</b>	<b>Desvio médio (Metros)</b>	<b>Coef. De Determinação</b>	<b>Média</b>	<b>D.Médio Blocos</b>	<b>Perda+Diluição (%)</b>
SDL-0	0	1.00	45.14	0.00%	0.00%
SDL-0.04	0.05	1.00	45.14	0.47%	0.00%
SDL-0.16	0.20	1.00	45.19	1.30%	1.71%
SDL-0.64	0.81	0.99	45.13	2.31%	1.37%
SDL-2.56	3.20	0.98	45.11	2.70%	1.37%
SDL-5.12	6.30	0.97	45.16	2.93%	1.37%
SDL-10.24	12.29	0.96	45.12	3.27%	2.05%
SDL-15	19.18	0.94	44.82	3.75%	5.74%
SDL-20	25.06	0.93	44.60	3.50%	4.01%

Os resultados demonstram robustez nas estimativas nos cenários das três variáveis, com manutenção da média amostral (a qual não foi alterada entre os bancos de dados) e o coeficiente de determinação se mantém acima de 0.8.

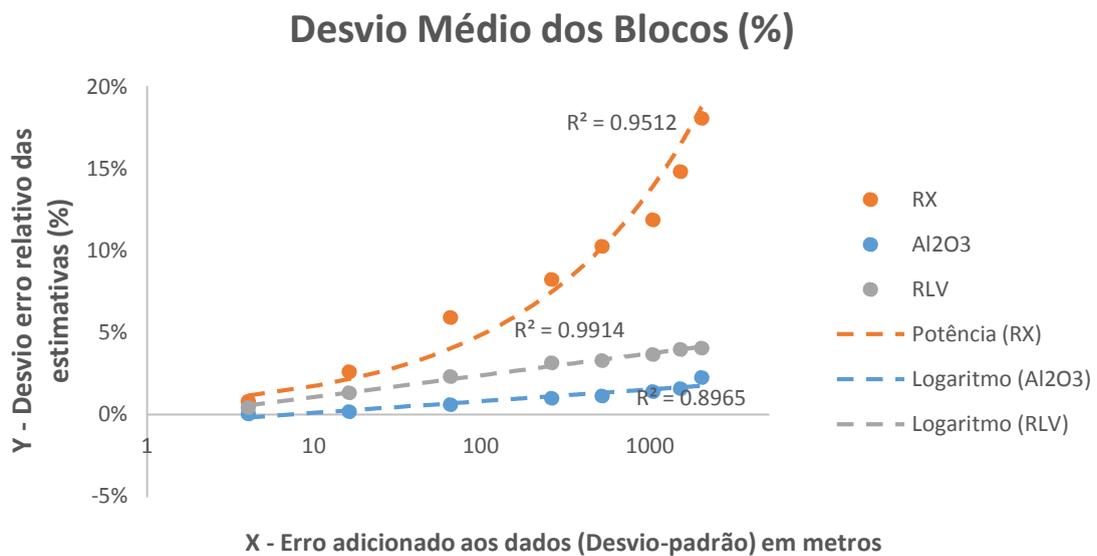
O desvio médio e perda/diluição tem uma tendência linear de aumento nos desvios centimétricos, a partir de onde apesar de manter a tendência de crescimento, eles perdem seu comportamento linear devido aos deslocamentos de amostras com valores muito altos ou baixos. A inexistência de blocos classificados incorretamente em relação ao alumínio disponível é explicada pelo *cut-off* muito abaixo dos valores estimados, onde o primeiro quartil para essa variável (42.6%), já é muito acima do mínimo econômico.

O resultado para cada intervalo de incerteza possibilita a confecção das curvas de sensibilidade das figuras de 54 a 56, onde o eixo X (Desvio-Padrão da base de dados) é apresentado em função logarítmica para comportar a amplitude de valores de incerteza posicional empregados para as três variáveis estudadas.

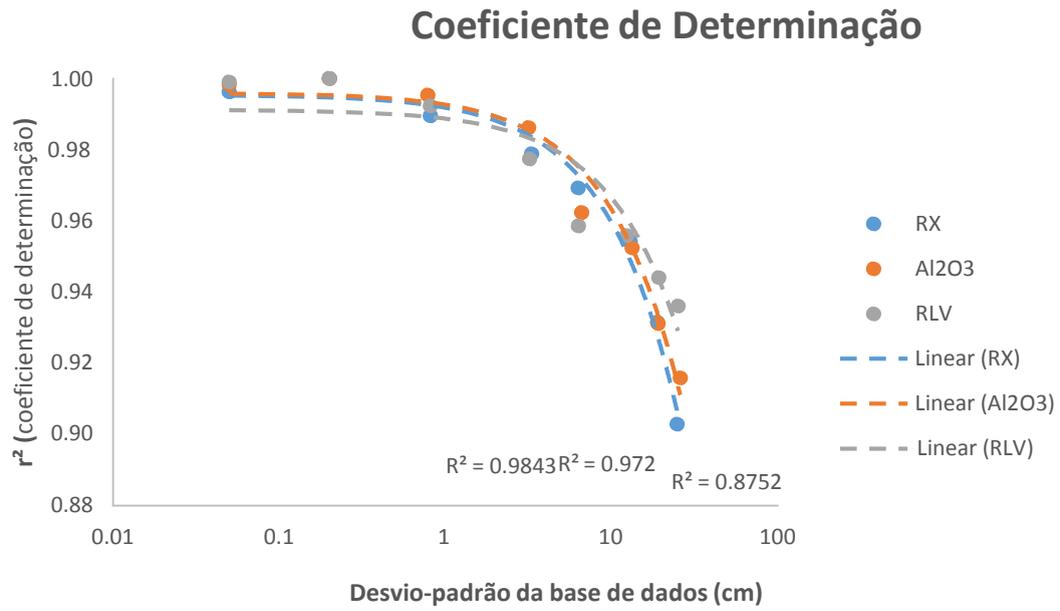
<sup>10</sup> Colunas: Desvio-médio (metros) corresponde ao desvio locacional entre a posição conhecida e a amostragem real; Média refere ao valor dos blocos do cenário; Coef. de correlação, D. Médio bloco e Perda+Diluição comparam bloco-a-bloco a estimativa do cenário e os valores de referência.



**Figura 53 - Curva de sensibilidade: Proporção de blocos classificados incorretamente como minério ou estéril (Y) em função do desvio médio do deslocamento na base de dados utilizada (X).**



**Figura 54 - Erro relativo entre as estimativas (Y) em função do desvio médio do deslocamento na base de dados utilizada.**



**Figura 55 - Curva de sensibilidade: Coeficiente de determinação médio entre os krigados (Y) em função do desvio médio do deslocamento na base de dados utilizada.**

Na figura 57 é apresentando o mapa com os blocos estimados através dos dados relativos à diferentes cenários de incerteza locacional.

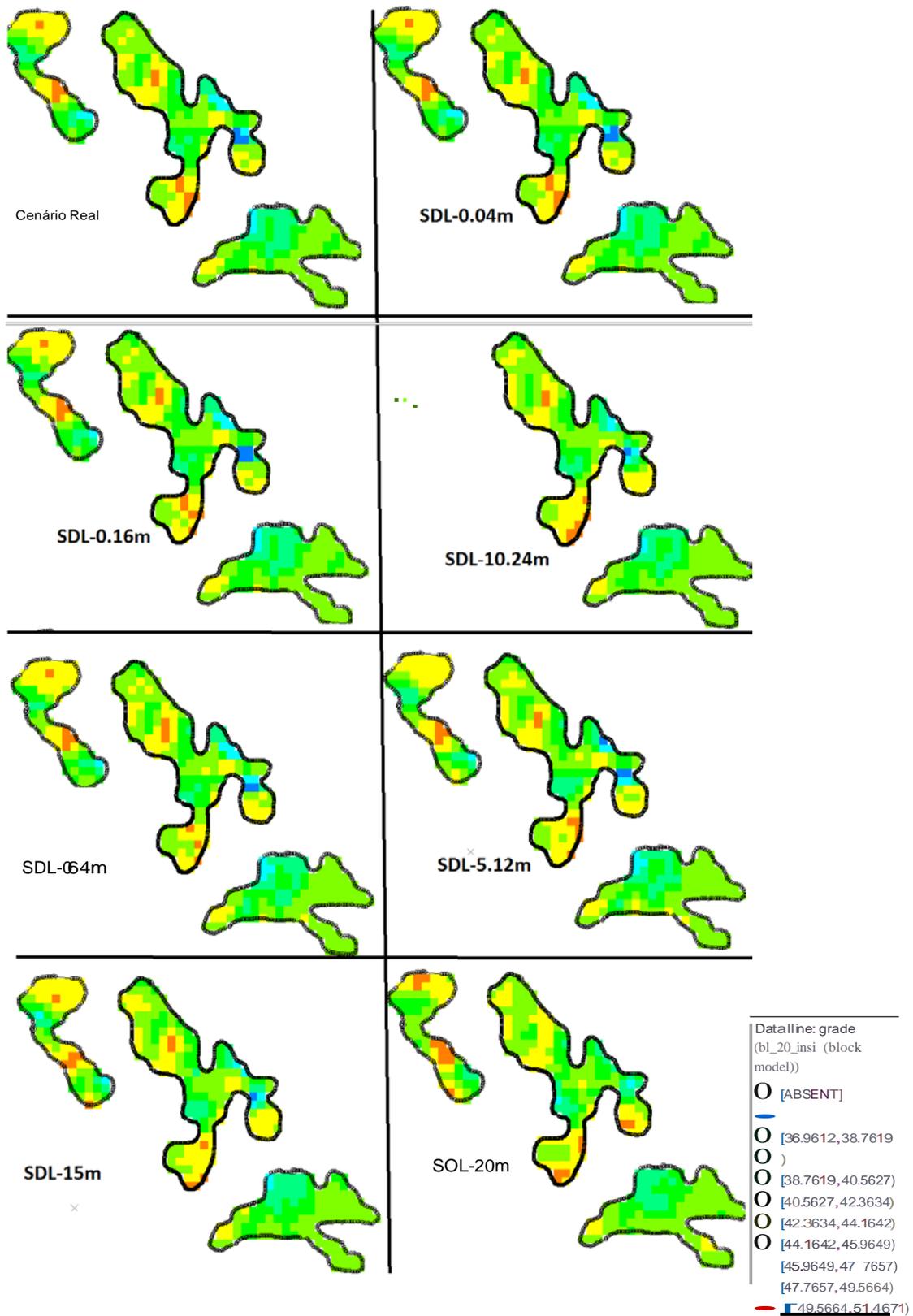


Figura 56 - - Mapa dos blocos estimados para alunúmo dispomvel através dos dados illiciais e das realizações dos cenários de incerteza locacional SDL-0.04,SDL-0.16, SDL-0.64, SDL-5.12 e SDL-15 e SDL-20.

## 5.8 ESTUDO DE CASO 3D - DISCUSSÕES

Este capítulo aplicou a metodologia a um depósito real de bauxita, localizado no Sudeste de Minas Gerais, da Votorantim Metais, analisando a sensibilidade da krigagem às principais variáveis do depósito.

O alumínio disponível e a recuperação de lavagem tiveram comportamentos semelhantes, com redução da incerteza amostral na ordem de 70% para a incerteza dos blocos. Já a sílica reativa, um elemento com menor média e com comportamento errático, a incerteza nas estimativas é 10% superior a presente na informação.

Os resultados para a incerteza posicional, vão de encontro com o caso 2D, onde os níveis de incerteza com alto impacto na qualidade das estimativas são muito maiores que os erros usuais da indústria, sendo a qualidade de locação e seu impacto nas estimativas um ponto de atenção apenas em casos específicos de conhecido problemas locais. O principal impacto ligado à incerteza posicional é a incorreta modelagem geológica, questão que não é foco do presente trabalho.

## **CAPÍTULO 6 - APLICAÇÕES DA METODOLOGIA PROPOSTA**

A metodologia aplicada aos dois diferentes depósitos teve como objetivo quantificar a relação entre a incerteza amostral e a precisão das estimativas. A possibilidade de relacionar os erros amostrais, analíticos e/ou locacionais com a qualidade das estimativas abre uma ampla gama de aplicações da análise de sensibilidade na modelagem de recursos minerais.

Entre as aplicações, é possível traduzir valores do controle de qualidade como taxa de rejeição e intervalo de incerteza, para números financeiramente mensuráveis e de amplo entendimento na indústria, como a perda e diluição. Também é possível fazer o caminho contrário, em que, baseando na assertividade desejada das estimativas, define-se os limites de tolerância que garantam os valores exigidos de precisão ou proporção blocos classificados corretamente pela estimativa.

Ao avaliar cenários com diferentes métodos de amostragem e com diferentes erros, é possível comparar o resultado das estimativas ao se utilizar uma técnica de sondagem com alta representatividade, mas em menor quantidade, com a estimativa obtida através de um método de sondagem mais simples, com maiores erros de amostragem, mas executados em uma malha mais fechada. Seleciona-se a alternativa com melhor relação entre a qualidade das estimativas, custos e dificuldades operacionais.

### **6.1 DEFINIÇÃO DE LIMITES DE QUALIDADE E SEU IMPACTO NAS ESTIMATIVAS**

A aplicação mais direta da curva de sensibilidade é a definição dos limites de tolerância na imprecisão dos dados, de forma a alcançar a precisão desejada nas estimativas. Ou, medindo a incerteza conhecida na informação e avaliando o impacto nas estimativas já realizadas.

A vantagem do método proposto para a geração dos limites de tolerância é ser uma análise de sensibilidade, que considera peculiaridades da mineralização, densidade da malha de sondagem ou suporte amostral empregado. Ao mesmo tempo em que a técnica gera resultados individuais, é uma forma padronizada de delimitar os valores de controle de qualidade, com base no impacto atribuído à incerteza amostral aceitável nas estimativas.

O estudo de caso de Miraf nos permite avaliar o impacto nas estimativas das incertezas associadas às amostras. Esses valores são conhecidos através do programa de QAQC (Tabela 21) baseado em replicatas de campo, rejeito grosseiro e duplicatas de polpa. A replicata de campo (ou apenas replicata) é definida como uma segunda amostra obtida da mesma forma, com as mesmas práticas e procedimentos e mais próximo possível da primeira posição. Seu uso ajuda na quantificação da heterogeneidade do material amostrado, recuperação amostral e o somatório dos erros das fases de redução mássica, moagem, ataques químicos e erros analíticos.

O rejeito grosseiro é resultante da primeira britagem ou quarteamento da amostra, em que parte do material é armazenada e reenviada para análise. Esta inserção avalia a qualidade e a precisão na preparação física, como a britagem, pulverização e seus quarteamentos. Duplicata de polpa é a parte de amostra pulverizada ao ser analisado separadamente da amostra original, nas mesmas condições e pelo mesmo equipamento e operador. É a medida da precisão absoluta da análise.

A incerteza posicional foi medida pela reaquisição das coordenadas dos colares de furos executados em diferentes épocas. Os desvios foram inferiores a 0.03 m entre os dois levantamentos, o que permite assumir que a incerteza locacional é irrelevante para os dados utilizados.

**Tabela 21 - Resultados das inserções replicatas de campo, rejeito grosseiro e duplicata de polpa dos dados analíticos da mina de Miraf**

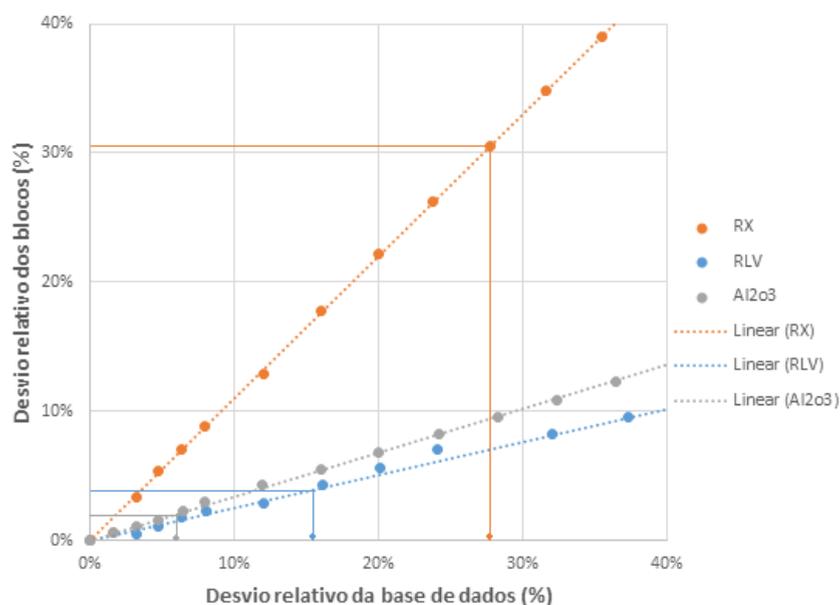
<b>Variável</b>	<b>Desvio médio de replicatas</b>	<b>Proporção de replicatas com até 20% de desvio</b>	<b>Desvio médio rejeito grosseiro</b>	<b>Desvio médio Duplicata de polpa</b>
Alumínio disp.	5.8%	97.8%	2.35%	0.90%
Rec. Lavagem	16.1%	67.1%	4.75%	----
Sílica Reativa	27.7%	43.1%	9.22%	3.62%

Os desvios médios dos teores medidos no rejeito grosseiro e duplicata de polpa têm seus valores atendendo aos limites propostos em Abzalov (2014), de um desvio médio de 5.6%<sup>11</sup> para alumínio disponível e de 13.45%<sup>11</sup> para sílica reativa (valores para a recuperação de lavagem não foram apresentados). Já para o controle de replicatas, é

<sup>11</sup> Valores apresentados em Abzalov (2014) em CV%, sendo convertido para desvio médio através das relações propostas em Abzalov (2008).

difundido a regra que 90% das análises estejam a um desvio máximo de 20% de sua replicata, critérios atendido apenas pelo alumínio disponível.

Considerando que as replicatas de campo servem para medir as incertezas presentes em um banco de dados de sondagem, a figura 58 relaciona o desvio relativo (erro) mensurado nessas amostras aos erros dos blocos estimados, chegando a um impacto nas estimativas para alumínio disponível, recuperação de lavagem e sílica reativa, respectivamente de 5.55%, 4.35% e 30.6%.



**Figura 57 - Curva de sensibilidade do desvio relativo entre os diversos valores krigados no modelo de blocos e seu valor de referência (Y) em função do desvio relativo entre os valores sorteados para cada amostra e seu valor de referência (X)**

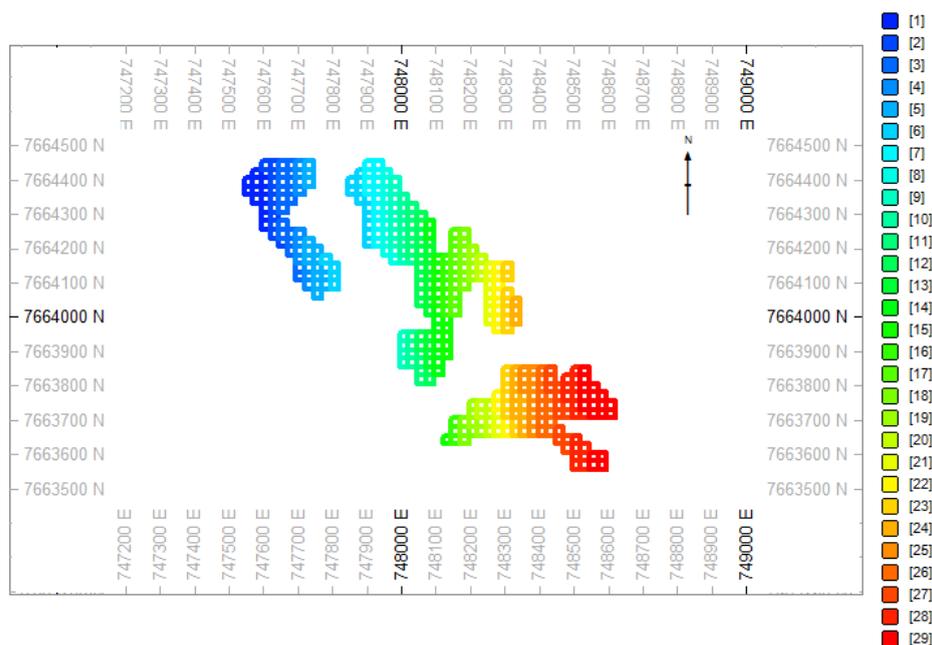
Empregando as curvas de sensibilidade e considerando como aceitável um impacto nas estimativas dos blocos limitada a até 10% para alumínio disponível e recuperação de lavagem e de até 30% para a sílica reativa, podemos calcular a qualidade necessária aos dados (tabela 22). Os valores obtidos se aproximam muito daqueles empregados como padrão (Votorantim Metais) na operação estudada, mas distantes dos definidos e sugeridos como padrão em Abzalov (2014). Essa diferença é endereçada a maior heterogeneidade dos valores de Mirai em comparação ao depósito de Weipa (Austrália), alvo do estudo.

**Tabela 22 - Comparação entre valores de erro médio definidos pela literatura e obtidos pelo trabalho.**

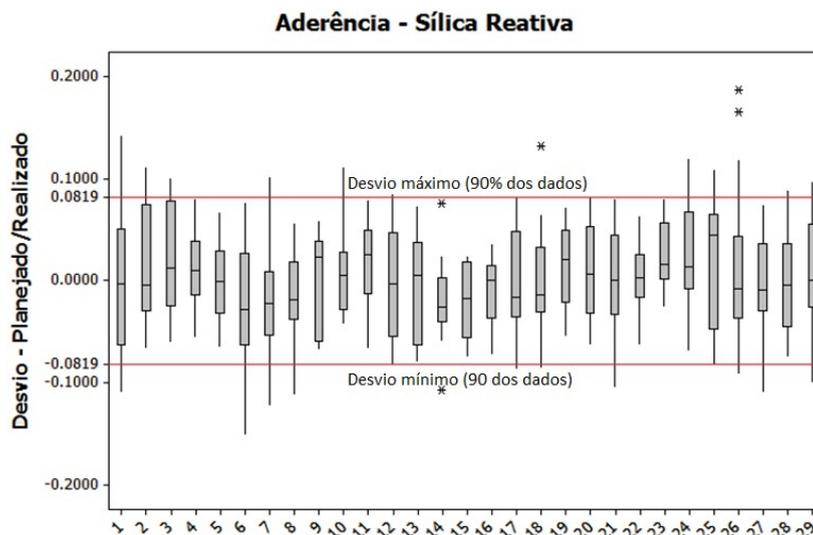
<i>Variável</i>	<i>Padrão</i>	<i>Abzalov (2014)</i>	<i>Calculado S.A.<sup>3</sup></i>
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> Disp.	10%	5.6%	10.9%
Rx-SiO <sub>2</sub>	10%	13.45%	9.5%
RLV	10%	-	12.5%

Além da definição executada através do erro máximo da estimativa para cada bloco, também é proposto avaliar o impacto na previsibilidade desejada na lavra. O método é exemplificado em um sequenciamento (figura 59) onde são lavrados diariamente 19 blocos, é mensurada o desvio médio diária entre teores planejados (base de dados de referência) e realizada (bases secundárias).

Os resultados apresentados na figura 60 indicam que em 90% das previsões diárias, os desvios em números absolutos foram menores que +ou-0.24% para sílica reativa, 0.88% para alumínio disponível e de 2.14% na recuperação de lavagem.



**Figura 58 – Sequenciamento de lavra para a retirada 10 mil toneladas diárias nos os corpos 101 A, B e C. Legenda em relação ao dia planejado de lavra do bloco.**



**Figura 59 - Desvios dos teores lavrados de sílica reativa entre os teores dos blocos estimados com dados perturbados pela incerteza conhecida na base de dados (27.7% de desvio médio) em relação aos valores iniciais. Em vermelho o desvio relativo máximo admissível de +ou- 8.19%.**

Os valores de controle sugeridos pela literatura de forma única para a maioria dos elementos, ao mesmo tempo que dificilmente são atendidos para algumas variáveis erráticas, para outras não fazem sentido. Como seria um desvio relativo de 20% para um minério com 62% de alumínio ou ferro, por exemplo? Os limites de tolerância para bauxita (ABZALOV, 2014) sugerem valores quase duas vezes maiores que as medidas pelas duplicatas em Miraí, devido a ser baseado em depósitos com menor incerteza espacial do comportamento. A regra, usualmente sugerida para replicatas é que 90% das replicatas devam ter até 20% de erro relativo. Enquanto o alumínio disponível tem apenas 2.2% das amostras acima do erro tolerável de 20%, a sílica reativa e a recuperação de lavagem têm respectivamente 56.9% e 32.9% acima desse limite.

Desvios extremos entre os erros presentes em processos bem controlados e os sugeridos pela literatura são compreensíveis, considerando que regras gerais para limites de tolerância são incapazes de levar em conta características como o tipo de metal, seu teor médio, heterogeneidades da mineralização, matriz mineral e outros que diferem entre depósitos.

Fica claro, que valores médios de desvio relativo apenas devem ser utilizados em fases preliminares do projeto, como na definição de protocolos de amostragem e preparação. Devendo esses limites serem continuamente estudados, com foco na garantia dos níveis de assertividade das estimativas e não apenas no atendimento de valores médios sem significado econômico direto.

## CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste capítulo, serão apresentadas as conclusões sobre a metodologia e sua aplicabilidade. Também são feitas recomendações para trabalhos futuros.

### 7.1 CONCLUSÕES

Em função dos objetivos específicos do trabalho, foram obtidas as seguintes as conclusões:

- Através da krigagem ordinária, utilizar as bases originais e secundárias para estimar, em um mesmo modelo de blocos, teores através de dados perturbados por diferentes níveis de erro.

Na metodologia proposta para a geração de cenários secundários, a adição de erros ocorreu através do Método Congruente Linear, sorteando erros dentro de distribuições normais de média zero, sendo os valores em erro relativo (%) nos teores e em metros, para os desvios locais, com cenários diferenciados pelo desvio-padrão da população de erros utilizado.

Ficou evidente a necessidade de avaliar para cada variável estudada, a quantidade de realizações necessárias para melhor definição da equação matemática de sensibilidade. Em ambos os estudos, diferentes realizações locais sorteadas em uma mesma distribuição tiveram pouco impacto na equação da curva de sensibilidade, o que dispensou o emprego de múltiplas realizações para a incerteza topográfica.

Na base de dados 2D reescalada de Walker Lake, se estudou a incerteza local e do teor de V. Já na análise de três corpos de bauxita da Zona da Mata Mineira, foram avaliados os teores de alumínio disponível, sílica reativa, recuperação lavagem e a localização dos furos. A fim de avaliar apenas o comportamento relacionado à perda de qualidade na informação, se utilizou o mesmo modelo variográfico, parâmetros de estimativa e modelo de blocos definidos através da base de dados inicial de cada variável.

Para a execução de forma automática e replicável da metodologia apresentada, toda a rotina foi implementada no ambiente Datamine Studio 3. O anexo I apresenta o algoritmo utilizado ao longo do trabalho, sendo capaz de gerar bases de dados e suas

estimativas em função dos parâmetros da metodologia e da krigagem fornecidos pelo usuário.

- Relacionar os resultados de cada estimativa à precisão da informação utilizada, a fim de medir a sensibilidade dos modelos à variação dos dados analíticos e locais, confeccionando curvas de sensibilidade para as variáveis de interesse.

A comparação das estimativas originais e secundárias foi realizada através do desvio médio entre seus blocos pelo coeficiente de regressão linear e a perda/diluição. Os resultados devem ser avaliados utilizando o conjunto de estatísticas e conhecendo as limitações de cada indicador, como a sensibilidade do coeficiente de determinação ( $R^2$ ) aos valores extremos ou o da perda/diluição à relação entre a média das amostras e o *cut-off* utilizado.

De forma geral, as estimativas têm incertezas menores que a presente na base de dados, mas não é uma regra.

A perda da qualidade locacional da informação também demonstra uma relação direta com a piora das estimativas. Enquanto que pequenas variações pouco influenciam nas estimativas, quando os desvios se aproximam da ordem de grandeza da malha amostral e das dimensões dos blocos, a estimativa começa a perder sua relação com os valores reais de forma mais acelerada;

- Avaliar a aplicabilidade da análise de sensibilidade dos modelos à definição dos limites de tolerância a serem empregados no controle de qualidade e relacionar aos valores propostos pelos métodos tradicionais.

Através da curva de sensibilidade, foi avaliado o impacto na reconciliação de lavra através da comparação entre o sequenciamento utilizando os blocos estimados com os dados perturbados e os valores reais. A partir dessa análise, é possível definir qual o nível de interferência aceitável na lavra ligada à incerteza amostral e definir os limites de tolerância a serem empregados.

Considerando que as replicatas de campo contêm o somatório de todos os erros do processo de amostragem, preparação e análise, é recomendado que tais valores sejam os empregados para mensurar a incerteza no banco de dados, encontrando os níveis de qualidade para rejeito grosseiro e duplicatas de polpa, através da teoria da amostragem ou outro método que escalone a incerteza desde a coleta até a análise química.

Quando comparados os valores alcançados nos controles de qualidade, seu impacto na lavra e os valores recomendados pela literatura, fica claro a inconsistência dos valores e das regras gerais sugeridas como boa prática. Se conclui que os valores médios apenas devam ser utilizados em fases preliminares do projeto, devendo ser reanalisados logo que possível através da análise de sensibilidade.

## 7.2 RECOMENDAÇÕES

A avaliação de como a sensibilidade é controlada pelos parâmetros de krigagem utilizados e a relação entre cenário inicial e secundário é tratado superficialmente no Anexo II com base no observado durante o trabalho. É recomendado que seja estudado em trabalhos futuros a distribuição dos pesos, variância e alterações de outros parâmetros como alcance, utilização de quadrantes / octantes, etc.

A metodologia desenvolvida foca na avaliação do impacto da incerteza amostral nas estimativas. Apesar de essa não ser a única fonte de desvios. É sabido que mesmo em uma situação hipotética onde a localização espacial e a qualidade analítica dos dados fossem exatas, haveria desvios entre o modelo e a realidade, resultado de comportamentos e desvios não capturados pela amostragem e/ou modelados.

Para incluir na incerteza de cada bloco variações não relacionadas ao erro amostral, é recomendável a integração da metodologia apresentada a técnicas de simulação geoestatística. Esses métodos se propõem a explorar o espaço de incerteza para os teores de um bloco de uma dada variável através da construção de uma grande quantidade de realizações equiprováveis, condicionadas a manter em cada uma dessas realizações aproximadamente o mesmo variograma e variância dos dados originais, além de honrar as amostras utilizadas em suas posições.

Apesar das técnicas de simulação avaliarem o espaço de incerteza ao mesmo tempo que honram os pontos amostrados, deve ser levado em conta a não exatidão dos dados utilizados. Portanto, é proposto para trabalhos futuros avaliar a melhor forma de adicionar a incerteza amostral, as variações mensuradas pelas simulações condicionais.

Sem o foco de esgotar a discussão, na integração entre os dois métodos podem ser avaliados possíveis relaxamentos nas condições impostas à simulação; ou considerando a aleatoriedade e ausência de correlação espacial da incerteza amostral, avaliar o uso de ferramentas da estatística clássica para unir a incerteza das duas fontes avaliadas em cada bloco, a perturbação direta na base de dados antes de cada realização, tendo essa solução a principal limitação ligada a capacidade computacional necessária.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABZALOV, M. Z. **Quality Control of Assay Data: A Review of Procedures for Measuring and Monitoring Precision and Accuracy**. In: Exploration and Mining Geology, 2008, 17(3-4): p. 1-14

ABZALOV, M. Z. **Sampling Errors and Control of Assay Data Quality in Exploration and Mining Geology**. Disponível em: <[http://www.academia.edu/6262174/Absalov\\_QAQC](http://www.academia.edu/6262174/Absalov_QAQC)>. Acesso em: 26 abr. 2015.

BIDWELL, V. J.; LILBURNE, L. R.; GOOD, J. M. **Strategy for developing GIS-based tools for management of the effects on groundwater of nitrate leaching from agricultural land use**. Proceedings of MODSIM, 2005, International Congress on Modelling and Simulation, p. 1354-1360.

CANADIAN INSTITUTE OF MINING AND METALLURGY STANDING COMMITTEE ON RESERVE DEFINITIONS. **CIM definitions standards**. 2010. Disponível em: <<http://www.cim.org>>. Acesso em: 26 abr. 2015.

CRESSIE N. **Statistics for spatial data**. Wiley: New York, 1993.

CRESSIE N.; KORNAK, J. **Spatial Statistics in the Presence of Location Error with an Application to Remote Sensing of the Environment**. Statistical Science 18, no. 4, p. 436-456, 2003.

GABROSEK, J.; CRESSIE, N. **The effect on attribute prediction of location uncertainty in spatial data**. Geographical Analysis, 34, p. 262-285, 2002.

GY, P. M. **Sampling of Particulate Materials, Theory and Practice**, Elsevier: Amsterdam, 1982.

INTERNATIONAL ALUMINIUM INSTITUTE, **Refining process**. 2012. Disponível em: <[bauxite.world-aluminium.org/index.php?id=208&L=0](http://bauxite.world-aluminium.org/index.php?id=208&L=0)>. Acesso em: 31 de Ago. 2015.

ISAAKS, E. H. **The application of Monte Carlo methods to the analysis of spatially correlated data**: Ph.D. thesis, Stanford University, 1990.

ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA, R. M. **An Introduction to Applied Geostatistics**. Oxford University Press: New York, 1989.

JOINT ORE RESERVE COMMITTEE (JORC). **Australasian code for reporting of exploration results, mineral resources and ore reserves – The JORC code 2004 ed**. Disponível em: <<http://www.jorc.org>>. Acesso em: 26 abr.2015.

LEHMER, D. H. **Mathematical methods in large-scale computing units**: Proceedings of a Second Symposium on Large-Scale Digital Calculating Machinery. Cambridge: Harvard University Press, p. 141-146, 1951.

LILBURNE L.; TARANTOLA S. **Sensitivity analysis of spatial models**. International Journal of Geographical Information Science, vol. 23, n. 2, p. 151-168, 2009.

MATHERON, G. **Principles of Geostatistics**. Economic Geology, v. 58, p. 1246-1266, 1963.

MATHERON, G. **The intrinsic random functions and their applications**. Adv. Appl. Prob. 5, p. 439-468. 1973.

NOCE, C. M *et al.* **Geologia das Folhas Ubá e Muriaé**. In: PEDROSA-SOARES et al. (Ed.) Geologia e Recursos Minerais do Sudeste Mineiro. COMIG, 12 p. 623-659, 2003.

ROMANO, A., CASTAÑEDA, C., **A tectônica pós-Mesozóica na origem dos depósitos de bauxita da Zona da Mata Mineira**. In: Simpósio de Geologia de Minas Gerais, 2003, Ouro Preto. 12º Simpósio de Geologia de Minas Gerais. Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de Geologia, Núcleo Minas Gerais, 2003.

SALTELLI, A. **Sensitivity analysis practices. Better strategies for model-based inference**. Reliability Engineering and System Safety. v.91. p. 1109-1125,. 2006.

SALTELLI A., K. CHAN K., AND M. SCOTT (Ed.). **Sensitivity Analysis**, New York: John Wiley & Sons publishers, 2000.

SAINT-GEOURS N.; BAILLY J. S.; GRELOT F, LAVERGNE C. **Is there room to optimise the use of geostatistical simulations for sensitivity analysis of spatially distributed models**. TATE N.J.; FISHER P.F (Ed.) Proceedings of Accuracy - The ninth international symposium on spatial accuracy assessment in natural resources and environmental sciences, p. 81–84., 2010.

SEN S.; MILLER A.; E KHOSROWSHAHI S. **Using QAQC results in resource classification in a spatial context**. WCSB5 Sampling, p. 261-268, 2011.

SOBOL. I. M. **Sensitivity analysis for non-linear mathematical models**. Mathematical Modelling and Computational Experiment 1: p. 407-414, 1993.

VALADÃO, R. C. **Geodinâmica de superfícies de aplanamento, desnudação continental e neotectônica ativa como condicionantes da megageomorfologia do Brasil Oriental**. Revista Brasileira de Geomorfologia, v. 10, p. 77-90, 2009.

VIEIRA SOARES, C. V. **Gênese e evolução mineralógica, micromorfológica e geoquímica da bauxita de Espera Feliz, MG**. 2013. Dissertação (Mestrado em Evolução Crustal e Recursos Naturais) - Universidade Federal de Ouro Preto.

## ANEXO I

A metodologia apresentada no trabalho teve sua rotina automatizada no ambiente Datamine Studio 3, através de comandos internos do software estruturados por linguagem JavaScript e HTML. A interface de entrada dos parâmetros e arquivos (FIG I.1) foi organizada em três partes:

- Tipo de análise a ser analisada (teor ou locacional);
- Níveis de incerteza e quantidade de cenários desenvolvidos;
- Modelo geológico (modelo de blocos) e parâmetros de estimativa.

The screenshot shows a web-based interface with the following elements:

- Section 1: Sensibilidade locacional ou de teores?**
  - Radio buttons for "Teor" (unselected) and "Locacional" (selected).
- Section 2: Bases de dados primarias e secundarias**
  - "Arquivo de furos:" with a text input field and a "Procurar..." button.
  - "Media dos erros (vies):" with a text input field.
  - "Desvio-Padrao dos erros\*:" with a text input field.
  - "Quantidade de cenarios:" with a text input field.
  - Asterisk note: "\* = Desvio-padrao: Teor em desvio relativo (%) e locacional em centimetros".
- Section 3: Dados de estimativa primaria e Secundaria**
  - "Modelo de Blocos:" with a text input field and a "Procurar..." button.
  - "Protom:" with a text input field and a "Procurar..." button.
  - "Volume de Busca:" with a text input field and a "Procurar..." button.
  - "Parametros de estimativa:" with a text input field and a "Procurar..." button.
  - "Modelo Variografico:" with a text input field and a "Procurar..." button.
  - A large "Executar" button at the bottom center.

**Figura I. 1 – Tela do script, com definição do tipo de sensibilidade e Bases de dados primárias e secundárias**

No primeiro campo o usuário deve selecionar o tipo de variável que será perturbada, sendo a análise posicional ou nos teores de interesse, não havendo diferença entre os dados de entrada necessário para elas. Na segunda parte, “2-Bases de dados primárias e secundárias” é inserido o arquivo de furos utilizado no cenário de referência

e nos secundários, a qual deve seguir a nomenclatura padrão do Studio 3 para os campos obrigatórios:

*Coordenadas X (UTM) = XCOLLAR*

*Coordenadas Y (UTM) = YCOLLAR*

*Coordenadas Z (UTM) = XCOLLAR*

*Identificação do furo = BHID*

*Variável de interesse = GRADE*

Os campos “Média dos erros” e “Desvio-padrão dos erros” são os parâmetros para adição de ruído pelo gerador pseudoaleatório, com valores em metros para perturbação posicional e desvio-relativo (%) para os teores.

### *I. Geração dos Valores de Incerteza*

O gerador pseudoaleatório utilizado é o comando “MONACO”. Na sua sintaxe deve ser informada a coluna de armazenamento dos valores (no script é utilizado R1...Rn, correspondentes a uma realização cada), quantos dados serão gerados por coluna (informado pelo campo NRECS) e parâmetros da distribuição como tipo, média e desvio-padrão.

```
oDmApp.ParseCommand("monaco &OUT=INCRSD"+k+" @NRECS=195"+
  "'R1'" + //Nome da coluna onde será gerado os valores em NRECS
colunas
  "'3'" + //Tipo de distribuição (3 corresponde à distribuição normal)
  "'"+numMedia.value+ "'" + //media da distribuição
  "'"+k+ "'" + //Desvio-padrão da distribuição de números aleatórios
```

Após a entrada dos dados e do arquivo de origem, são gerados cenários consecutivos com crescentes níveis de perturbação, iniciada pelo desvio-padrão informado, o qual é gradualmente aumentado na quantidade de vezes informada em “quantidade de cenários”, parâmetro discutido nos capítulos 3.2.1, 3.2.2 e 5.4 do trabalho.

O aumento crescente da incerteza entre os cenários possibilita se traçar a curva de sensibilidade, utilizando no algoritmo a variável “k” como o valor de desvio-padrão e a “quantidade de cenários” tratada como “r”. A relação entre essas duas variáveis para os cenários de incerteza nos teores (i) é o resultado da multiplicação do desvio-padrão de 1 a até a quantidade de cenários especificados. Na análise da incerteza locacional (ii), a incerteza para cada cenário é encontrada pelo desvio-padrão elevado pela quantidade de cenários (N1 até Nr).

- (i) *Se (incerteza == teor)*  
*Desvio-padrão= $k*r$  (r de 1 até “quantidade de cenários”)*  
*Rotina realizada r vezes ( $N_r$ )*
- (ii) *Se (incerteza == locacional)*  
*Desvio-padrão= $k'$  (r de 1 até “quantidade de cenários”)*  
*Rotina realizada r vezes ( $N_r$ )*

## II. Geração de bases de dados secundárias

A partir dos dados e arquivos fornecidos na primeira e segunda parte do script, são geradas planilhas que tem os dados iniciais somados às colunas de teores ou coordenadas das suas diferentes realizações, nomeadas de R1 a Rn. As bases de dados secundárias são obtidas pela junção, pelo comando “JOIN”, dos dados iniciais aos valores sorteados. O comando exige um campo referência que relacione as duas tabelas, sendo então gerado o campo ID em ambas tabelas.

```
oDmApp.ParseCommand("extra &IN="+entradaFuros.value+" &OUT=temp01
@APPROX=0 @PRINT=0"+
    ""ID=0""+
    ""if (ID<=prev(ID))""+
    ""ID=prev(ID)+1""+
    ""end""+
    "'GO'");
```

```
oDmApp.ParseCommand("extra &IN=INCRSD"+k+" &OUT=IDSD"+k+"
@APPROX=0 @PRINT=0 ""ID=0""+
    ""if (ID<=prev(ID))""+
    ""ID=prev(ID)+1""+
    ""end""+
    "'GO'");
```

```
oDmApp.ParseCommand("join &IN1=temp01 &IN2=idsd"+k+"
&OUT=hole"+k+" *KEY1=ID")
```

Após ser colocado na mesma linha o valor inicial da amostra e os valores de perturbação para cada realização, os valores sorteados são convertidos para o teor perturbado do cenário. Para a perturbação de teores é executado:

```
oDmApp.ParseCommand("extra &IN=hole"+k+" &OUT=BD"+k+"
@APPROX=0 @PRINT=0"+
    ""R1'=(R1'/100)*grade+grade""+
```

```

""R2'=(R2'/100)*grade+grade""+
""R...N'=(R...N'/100)*grade+grade""+

```

Para a perturbação posicional é executado:

```

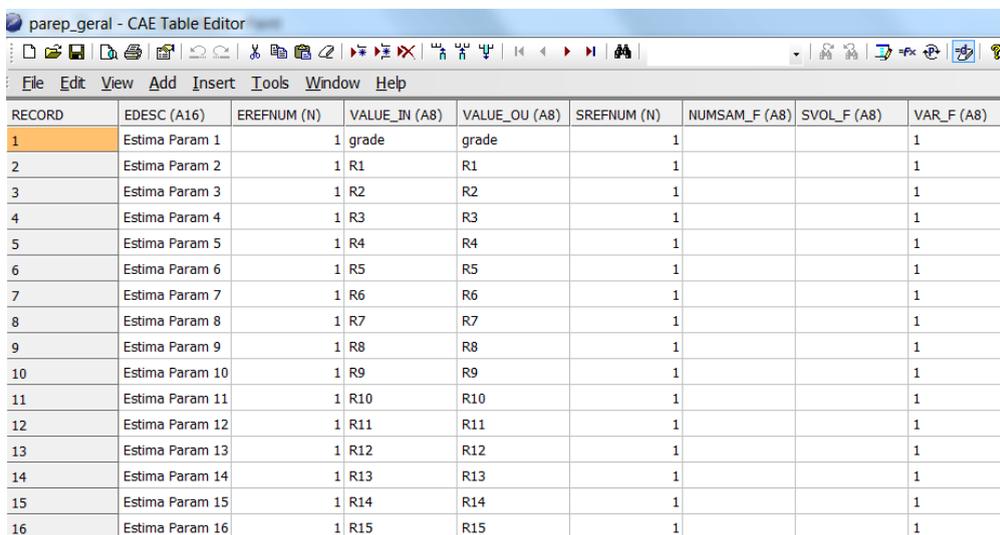
oDmApp.ParseCommand("extra      &IN=hole"+k+"      &OUT=BD"+k+"
@APPROX=0 @PRINT=0"+
""XRn'='XRn'+XCOLLAR""+
""YRn'='YRn'+YCOLLAR""+

```

### I. Dados de estimativa primária e secundária

Para a estimativa utilizando a base de dados inicial e secundárias, é utilizado o comando “ESTIMA” com as bases de dados geradas e os outros parâmetros fornecidos pelo usuário (Modelo de blocos, protom, modelo variográfico, parâmetros de estimativa e estratégia de procura).

A maior preocupação nos arquivos fornecidos deve ser a estrutura dos parâmetros de entrada, onde cada linha utiliza uma das realizações para um mesmo cenário de incerteza, onde VALUE\_IN é o nome da coluna com valores perturbados e utilizando diferentes nomes para os arquivos de saída VALUE\_OU. O campo “grade” corresponde ao valor de referência, sem perturbação.



RECORD	EDESC (A16)	EREFNUM (N)	VALUE_IN (A8)	VALUE_OU (A8)	SREFNUM (N)	NUMSAM_F (A8)	SVOL_F (A8)	VAR_F (A8)
1	Estima Param 1	1	grade	grade	1			1
2	Estima Param 2	1	R1	R1	1			1
3	Estima Param 3	1	R2	R2	1			1
4	Estima Param 4	1	R3	R3	1			1
5	Estima Param 5	1	R4	R4	1			1
6	Estima Param 6	1	R5	R5	1			1
7	Estima Param 7	1	R6	R6	1			1
8	Estima Param 8	1	R7	R7	1			1
9	Estima Param 9	1	R8	R8	1			1
10	Estima Param 10	1	R9	R9	1			1
11	Estima Param 11	1	R10	R10	1			1
12	Estima Param 12	1	R11	R11	1			1
13	Estima Param 13	1	R12	R12	1			1
14	Estima Param 14	1	R13	R13	1			1
15	Estima Param 15	1	R14	R14	1			1
16	Estima Param 16	1	R15	R15	1			1

**Figura I. 2 – Exemplo da organização do arquivo de entrada e nomes de saída com os parâmetros de estimativa utilizados pelo Studio3 (CAE Table Editor).**

Como arquivo de saída, serão gerados arquivos de modelos de blocos estimados, separados pelo desvio-padrão utilizado, com cada coluna correspondendo a uma realização.

Tabela I. 1 – Nomeclatura e tipo dos arquivos de saída do script

Nome do Arquivo	Temporário/Final	Explicação
<b>INCRSD"+k+"</b>	Temporário	Valores pseudoaleatórios gerados pelo comando MONACO para a quantidade de cenários e realizações necessárias.
<b>IDSD"+k+"</b>	Temporário	Arquivo de valores aleatórios com a adição do campo de referência ID.
<b>temp01</b>	Temporário	Arquivo de furos com a adição do campo de referência ID.
<b>hole"+k+"</b>	Temporário	Junção entre arquivo de furos e valores aleatórios.
<b>BD"+k+"</b>	Final	Banco de dados final com valores de referência perturbados.
<b>BL"+k+"</b>	Final	Modelo de blocos com valores estimados utilizando os diferentes bancos de dados.

### III. Algoritmo e estrutura do script

```
function btnExecute_onclick(){
var k=0;
for(var r = 1 ; r <= numCenar.value ; r++)
{
k=numSD.value*r
oDmApp.ParseCommand("monaco &OUT=INCRSD"+k+" @NRECS=195"+
" '3'" +
" "+numMedia.value+ """+
" "+k+ """+
" 'R2'" +
" '3'" +
" "+numMedia.value+ """+
" "+k+ """+
" 'Rn'" +
" ");
oDmApp.ParseCommand("extra &IN="+entradaFuros.value+" &OUT=temp01
@APPROX=0 @PRINT=0"+
""ID=0"+
""if (ID<=prev(ID))"+
""ID=prev(ID)+1"+
""end"+
" 'GO'");
```

```

oDmApp.ParseCommand("extra      &IN=INCRSD"+k+"      &OUT=IDSD"+k+"
@APPROX=0 @PRINT=0"+
  ""ID=0""+
  ""if (ID<=prev(ID))""+
  ""ID=prev(ID)+1""+
  ""end""+
  " 'GO'");
oDmApp.ParseCommand("join &IN1=temp01 &IN2=idsd"+k+" &OUT=hole"+k+"
*KEY1=ID @SUBSETR=0 @SUBSETF=0 @CARTJOIN=0 @PRINT=0");
oDmApp.ParseCommand("extra &IN=hole"+k+" &OUT=BD"+k+" @APPROX=0
@PRINT=0"+
  ""R1'=(R1'/100)*grade+grade""+
  ""Rn'=(R2'/100)*grade+grade""+
  " 'GO'");
oDmApp.ParseCommand("estima      &PROTO="+protom.value+"      &IN=BD"+k+"
&SRCPARM=" + estparsv.value + " &ESTPARM=" + estparep.value + "
&VMODPARM=" + estparvm.value + " &MODEL=BL"+k+" " +
  " *X=XCOLLAR *Y=YCOLLAR *Z=ZCOLLAR *KEY=BHID
@DISCMETH=1 @XPOINTS=5 @YPOINTS=5 @ZPOINTS=4 @XDSPACE=1
@YDSPACE=1 @ZDSPACE=1 @PARENT=0 @DYANKR=1 " + " @MINDISC=1
@COPYVAL=0 @FVALTYPE=1 @FSTEP=1 @XSUBCELL=1 @YSUBCELL=1
@ZSUBCELL=1 @ALLWGTS=0 @LINKMODE=3 " + " @UCSAMODE=2
@UCSBMODE=3 @UCSCMODE=2 @PLANE=1 @TOLRNC=0 @ORGTAG=-
@PRINT=0");
oDmApp.ParseCommand("delete &IN=hole"+k+"");
oDmApp.ParseCommand("delete &IN=INCRSD"+k+"");
oDmApp.ParseCommand("delete &IN=temp01");
oDmApp.ParseCommand("delete &IN=IDSD"+k+"");

```

```

function btnExecute_onclick(){
    var g=0;
    var k=0;
    for(var r = 1 ; r <= numCenar.value ; r++)
    {
        g=(Math.pow(numSD.value,r))
        k=g*0.01
        oDmApp.ParseCommand("monaco                &OUT=INCRSD"+k+"
@NRECS=195"+
    " 'XR1'" +
    " '3'" +
    " "+numMedia.value+ """+
    " "+k+"""+
    " 'YR1'" +
    " '3'" +
    " "+numMedia.value+ """+
    " "+k+"""+
    " ");
        oDmApp.ParseCommand("extra &IN="+entradaFuros.value+" &OUT=temp01
@APPROX=0 @PRINT=0                ""ID=0""+
    "if (ID<=prev(ID))"+
    "ID=prev(ID)+1"+
    "end"+
    " 'GO'");
        oDmApp.ParseCommand("extra &IN=INCRSD"+k+" &OUT=IDSD"+k+"
@APPROX=0 @PRINT=0" +//cria key nos INCR criados no script anterior
    ""ID=0""+
    "if (ID<=prev(ID))"+
    "ID=prev(ID)+1"+
    "end"+
    " 'GO'");
        oDmApp.ParseCommand("join &IN1=temp01 &IN2=idsd"+k+"
&OUT=hole"+k+" *KEY1=ID @SUBSETR=0 @SUBSETF=0 @CARTJOIN=0
@PRINT=0");
        oDmApp.ParseCommand("extra &IN=hole"+k+" &OUT=BD"+k+"
@APPROX=0 @PRINT=0"+
    ""XR1='XR1'+XCOLLAR""+
    ""YR1='YR1'+YCOLLAR""+
    " 'GO'");
        oDmApp.ParseCommand("estima &PROTO="+protom.value+" &IN=BD"+k+"
&SRCPARM=" + estparsv.value + " &ESTPARM=" + estparep.value + "
&VMODPARM=" + estparvm.value + " &MODEL=BL_REAL" + " *X=XCOLLAR
*Y=YCOLLAR *Z=ZCOLLAR *KEY=BHID @DISCMETH=1 @XPOINTS=5
@YPOINTS=5 @ZPOINTS=1 @XDSPACE=1 @YDSPACE=1 @ZDSPACE=1
@PARENT=0 @DYANKR=1 " " @MINDISC=1 @COPYVAL=0 @FVALTYPE=1
@FSTEP=1 @XSUBCELL=1 @YSUBCELL=1 @ZSUBCELL=1 @ALLWGTS=0
@LINKMODE=3 " + " @UCSAMODE=2 @UCSBMODE=3 @UCSCMODE=2
@PLANE=1 @TOLRNC=0 @ORGTAG=- @PRINT=0" );
    }
}

```

```
oDmApp.ParseCommand("estima &PROTO="+protom.value+" &IN=BD"+k+"
&SRCPARM=" + estparsv.value + " &ESTPARM=" + estparep.value + "
&VMODPARM=" + estparvm.value + " &MODEL=BL"+k+"") +
```

```
    " *X=XR1 *Y=YR1 *Z=ZCOLLAR *KEY=BHID @DISCMETH=1
@XPOINTS=5 @YPOINTS=5 @ZPOINTS=1 @XDSPACE=1 @YDSPACE=1
@ZDSPACE=1 @PARENT=0 @DYANKR=1 " " @MINDISC=1 @COPYVAL=0
@FVALTYPE=1 @FSTEP=1 @XSUBCELL=1 @YSUBCELL=1 @ZSUBCELL=1
@ALLWGTS=0 @LINKMODE=3 " + " @UCSAMODE=2 @UCSBMODE=3
@UCSCMODE=2 @PLANE=1 @TOLRNC=0 @ORGTAG=- @PRINT=0" );
```

```
oDmApp.ParseCommand("extra &IN=BL"+k+" &OUT=BL_cen"+k+" @APPROX=0
@PRINT=0"+
```

```
    ""grade_"+k+"='grade'+
    " 'GO'");
```

```
oDmApp.ParseCommand("join &IN1=BL_cen"+k+" &IN2=BL_REAL
&OUT=BL_"+k+" *KEY1=IJK @SUBSETR=0 @SUBSETF=0 @CARTJOIN=0
@PRINT=0");
```

```
oDmApp.ParseCommand("delete &IN=INCRSD"+k+"");
```

```
oDmApp.ParseCommand("delete &IN=temp01");
```

```
oDmApp.ParseCommand("delete &IN=hole"+k+"");
```

```
oDmApp.ParseCommand("delete &IN=IDSD"+k+"");
```

```
oDmApp.ParseCommand("delete &IN=BL_REAL");
```

```
oDmApp.ParseCommand("delete &IN=BL"+k+"");
```

```
oDmApp.ParseCommand("delete &IN=BLfim_"+k+"");
```

## ANEXO II

### Avaliação de parâmetros de krigagem em função dos cenários secundários:

Não necessariamente os melhores parâmetros de krigagem definidos utilizando a base de dados inicial são os mais adequados, quando levado em conta a incerteza nessa informação. Devem ser avaliados parâmetros como estratégia de busca, dimensões e quantidade de pontos que discretizam cada bloco de forma que se avalie a relação entre as estimativas secundárias, sua qualidade e o efeito de suavização.

Foram testadas variações na quantidade mínima ou máxima de amostras e na quantidade de pontos na discretização dos blocos (tabela II.1). Os resultados para a sílica reativa mostram que um aumento do mínimo de amostras ou nos pontos de discretização dos blocos não impactam no coeficiente de determinação (entre o valor estimado em cada bloco com o cenário inicial) ou na redução no desvio-médio.

**Tabela II.1 – Relação entre parâmetros de estimativa e sua relação com a qualidade das estimativas para sílica reativa**

Min. de Amostras	Máx. de Amostras	Discretização	Média	Coef. Corr.	Variância	Desvio médio	Suavização <sup>12</sup>
<u>2</u>	12	5x5x3	2.97	0.94	1.46	10.2%	34%
<u>4</u>	12	5x5x3	2.97	0.94	1.48	10.5%	32%
<u>8</u>	<u>12</u>	5x5x3	2.98	0.94	1.52	10.4%	28%
8	<u>16</u>	5x5x3	3.01	0.94	1.33	9.3%	47%
8	<u>20</u>	5x5x3	3.04	0.94	1.14	8.7%	71%
8	<u>24</u>	5x5x3	3.08	0.95	1.12	7.9%	74%
8	<u>36</u>	5x5x3	3.06	0.95	0.92	7.3%	112%
8	<u>48</u>	5x5x3	3.05	0.96	0.88	6.9%	122%
8	<u>64</u>	5x5x3	3.04	0.96	0.83	6.8%	135%
8	<u>96</u>	5x5x3	3.05	0.96	0.78	6.6%	150%
2	12	<u>1x1x1</u>	2.98	0.94	1.47	10.4%	33%
2	12	<u>3x3x3</u>	2.98	0.94	1.47	10.4%	33%
2	12	<u>5x5x5</u>	2.98	0.94	1.46	10.4%	34%

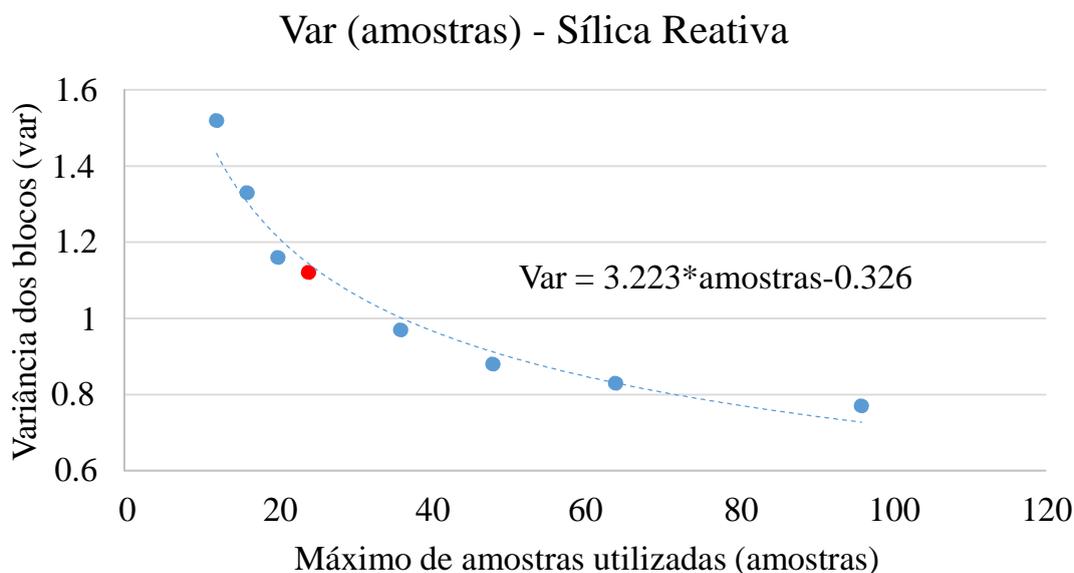
Já o aumento no máximo de amostras gerou melhora tanto no coeficiente de determinação, quanto no desvio médio em relação a estimativa de referência. O maior

<sup>12</sup> A suavização causada pela krigagem é calculada pela redução relativa da variância dos blocos obtidos pela correção do suporte amostral (1.95) pela variância dos teores krigados nos blocos.

número de amostras utilizadas na estimativa de cada ponto tem como efeito negativo o aumento na suavização de krigagem (figura II.1).

A redução da variabilidade nos resultados fazendo que os valores estimados contenham cada vez menos teores extremos, aproximando-os da média, a chamada suavização, é consequência de dois fatores, sendo o primeiro a transformação do suporte amostral para o suporte de blocos, a qual foi medida em 1.95. A segunda causa é a combinação linear ponderada de diversas amostras para obter a interpolação dos valores estimados, onde maior a quantidade de amostras utilizadas na krigagem, em geral também aumenta a suavização das estimativas (ISAAKS e SRIVASTAVA, 1989).

O campo “suavização” da tabela 20 considerou a variância relacionada mínima para o suporte amostral de blocos como 1.95 e toda redução no espalhamento dos valores superior a isso como efeito da krigagem. Enquanto a krigagem com 12 amostras reduz em 28% a variância dos blocos, essa redução é 5 vezes maior (de 150%) ao utilizar 96 amostras.



**Figura II.1 – Relação entre a variâncias estimativas (Y) e o máximo de amostras utilizados (X) (em vermelho o ponto para 24 amostras).**

Apesar do impacto na suavização, o aumento do valor máximo de amostras também é o responsável pela melhora nos resultados em relação ao cenário de referência, já que quanto maior a quantidade de amostras e mais disperso é o peso dado a cada uma delas na krigagem, menor é o impacto das variações aleatórias e a estimativa se aproxima da média inicial.

Portanto, deve ser avaliada a relação entre a suavização e a robustez às incertezas amostrais, onde a utilização de poucas amostras gerará resultados distantes do valor real, e a krigagem com um conjunto grande de amostras gera um conjunto de estimativas com valores médios e sem variações locais com o empobrecimento das regiões de alto teor e enriquecimento das áreas pobres.

Considerando a relação da qualidade das estimativas com o aumento do máximo de amostras utilizadas, mas limitado pelo efeito de suavização e a presença de estimativas negativas, é proposto a definição do melhor valor através da análise da variância das estimativas em função das amostras máximas utilizadas, mantendo estáticos o restante dos parâmetros.

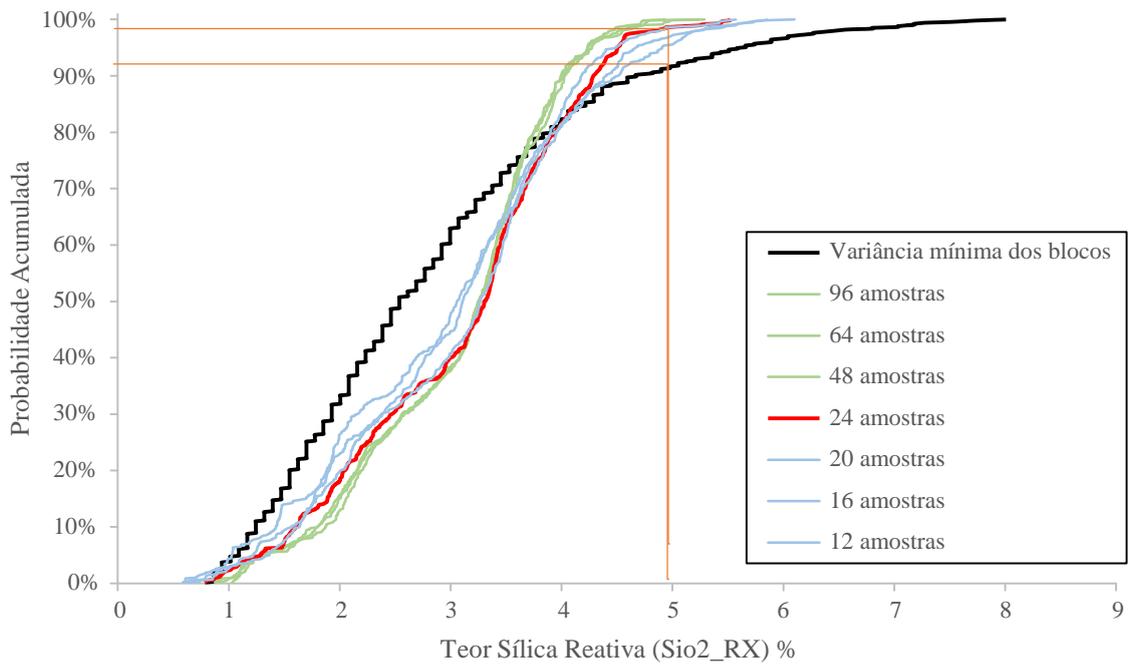
Para a sílica reativa, foi selecionado 24 amostras como o máximo. Ao analisar a tabela 20, é possível ver que essa quantidade de amostras obteve um desvio médio de 7.9%, próximo dos 6.6% obtidos ao se utilizar 96 amostras (cenário com menor desvio médio), ao mesmo tempo que ao utilizar 75% menos amostras, a suavização de krigagem foi 50% inferior (de 150% para 74%)

A figura 53 apresenta a curva de probabilidade acumulada dos valores dos blocos para os teores de sílica reativa. A linha preta foi obtida através da regularização de suporte das amostras, a ser utilizada como referência para a comparação do impacto da suavização da krigagem. O teor *cut-off* de referência foi de 5% de sílica reativa, considerado como valor máximo aceitável na lavra.

Enquanto os blocos obtidos pela regularização de suporte têm 91.8% dos valores acima de 5% de sílica reativa, os blocos krigados utilizando um máximo de 12 e 24 amostras tem respectivamente 95.7% e 98.7% dos seus blocos abaixo desse valor.

Portanto a utilização de 24 amostras teve para o *cut-off* selecionado, 6.9% mais blocos que o obtido pela curva teórica regularização de suporte das amostras, um desvio considerado como aceitável.

## Curva de Probabilidade Acumulada - Valores de Blocos



**Figura II.2 - Curva de probabilidade Acumulada dos valores de sílica reativa no modelo de blocos.**

**Linha preta a curva acumulada de teores das amostras corrigidas ao suporte de blocos (25x25x2 m), em vermelho valores krigados utilizando 24 amostras, em verde utilizando de 48 a 96 amostras e em azul de 12 a 20 amostras.**

### **ANEXO III**

CD – Arquivos intermediários, finais e figuras.

O presente anexo disponibiliza todas as principais figuras, tabelas e gráficos apresentados ao longo do trabalho.

Além disso, é disponibiliza o script (Anexo I). Devido a ser um produto não comercial, desenvolvido com o único objetivo de demonstrar a operacionalização da metodologia proposta, o autor não se responsabiliza pelo seu emprego ou resultados obtidos.