



<b>Evento</b>	Salão UFRGS 2015: SIC - XXVII SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
<b>Ano</b>	2015
<b>Local</b>	Porto Alegre - RS
<b>Título</b>	Análise da dependência da condição inicial para equação Schrödinger-Newton
<b>Autor</b>	MARION LUCIA SILVESTRINI
<b>Orientador</b>	CAROLINA BRITO CARVALHO DOS SANTOS

# Análise da dependência da condição inicial para equação Schrödinger-Newton

Aluna: Marion Silvestrini

Orientadora: Profa. Dra. Carolina Brito  
IF-UFRGS

## Discussão do modelo

Neste trabalho usamos uma aproximação semi-clássica para melhor entender como a gravidade interage com a matéria. Essa aproximação é estudada pela equação de Schrödinger-Newton, que consiste na equação de Schrödinger com um potencial Newtoniano clássico auto-interagente:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + m\Phi \right) \Psi, \quad (1)$$

onde  $\Psi$  é a função de onda que satisfaz a equação de Schrödinger e  $\Phi$  é o potencial gravitacional que deve obedecer à equação de Poisson

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G m \rho. \quad (2)$$

Como estamos impondo que a matéria seja descrita pela dinâmica quântica, então  $\rho = |\Psi|^2$ , onde  $\rho$  é a densidade e faz o papel de fonte do potencial.

Juntando as equações (1) e (2) e usando simetria esférica, temos a equação de Schrödinger-Newton completa:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(r, t)}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - Gm^2 \int \frac{|\Psi(r', t)|^2}{|r' - r|} d^3 r' \right) \Psi(r, t). \quad (3)$$

Por simples análise da equação (3), vemos que, para  $m \gg 1$ , a dinâmica gravitacional domina na equação. Por outro lado, para  $m \ll 1$ , a parte cinética domina. Assim, é lógico pensar em um valor intermediário de massa, definido como  $m_c$ , onde os termos cinético e potencial se equiparam. Quando  $m > m_c$ , o pacote de onda se mantém gravitacionalmente confinado, e, quando  $m < m_c$  o pacote de onda dispersa, quase como partícula livre.

Neste trabalho foram feitos cálculos analíticos e simulações numéricas a fim de conseguir expressões para  $m_c$ . O objetivo deste projeto é verificar se existe dependência da condição inicial (CI) com a massa crítica. Primeiramente temos uma CI consistente

de um pacote de onda Gaussiano centrado na origem. Após isso, são feitos os mesmos cálculos para pacotes de onda com duas, três e cinco Gaussianas, centradas em diferentes posições.

## Estudo numérico

A equação (3) é discretizada a partir da forma de Cayley e a evolução da função de onda é dada por  $\Psi(r, t) = e^{-iHt} \Psi(r, 0)$ . A partir de  $\Psi(r, t)$ , podemos obter diversas quantidades importantes, como a densidade de probabilidade radial,  $\rho$  e a posição do pico do pacote de onda,  $r_p$ , valores necessários para obter  $m_c$ . Fazemos esse método para as várias condições iniciais diferentes citadas acima e verificamos se existe dependência das CI com a massa crítica.

## Estimativa analítica

Analicamente, podemos, a partir da condição inicial, estimar um valor de massa crítica, dependente de  $\sigma$ , a largura do pacote de onda inicial. Calculando  $\rho$  e diferenciando em relação à  $r$ , obtemos os pontos críticos, a saber,  $r_p$ . Obtendo a aceleração do pico do pacote de onda,  $\ddot{r}_p$ , e igualando à aceleração gravitacional conseguimos uma aproximação analítica para a massa crítica.

## Resultados e conclusões

As simulações numéricas e estimativas analíticas nos mostram que  $m_c$  tem uma forte dependência com a condição inicial. Já havia sido encontrada a dependência da massa crítica para o caso em que a condição inicial consiste em apenas uma função Gaussiana. Neste trabalho estendemos essa ideia para outras condições iniciais.

Para o caso em que a condição inicial consiste em uma função Gaussiana centrada na origem e outra função tipo Gaussiana centrada em  $R$ , constatamos que a massa crítica encontrada é menor que a massa crítica para o caso de uma função Gaussiana. Também encontramos que  $m_c$  tem uma dependência não monotônica com  $R$ , ou seja, com a posição do segundo pacote de onda Gaussiano.

Os valores de  $m_c$  para CI de duas Gaussianas e  $m_c$  para CI com apenas uma Gaussiana diferem de apenas  $\sim 10\%$ . Entretanto, o fato de encontrar valores diferentes para massa nos dá a esperança de encontrar algum conjunto específico de parâmetros iniciais que consiga reduzir significativamente  $m_c$ , e assim, conseguir realizar uma experimentação para este modelo.