

MARIA LUIZA PORTO DENARDIN

DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA LATERAL DE ESTRUTURAS PRISMÁTICAS EM
ESCOAMENTO TURBULENTO E NÃO-TURBULENTO.

Tese apresentada ao corpo docente do Curso de Pós-
Graduação em Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Uni-
versidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisi-
tos para a obtenção do título de "MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL".

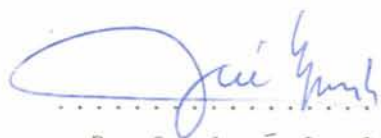
1979

Porto Alegre

Estado do Rio Grande do Sul - Brasil

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção
do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL e apro-
vada em sua forma final pelo orientador e pelo
Curso de Pós-Graduação

.....
Prof. Jorge Daniel Riera
Orientador



.....
Prof. José S. Gomes Franco
Coordenador do Curso de Pós-Graduação

AGRADECIMENTOS

Ao professor Jorge Daniel Riera pela dedicação e apoio na orientação deste trabalho.

Ao professor Joaquim Blessmann pela valiosa assistência tanta na utilização teórica da aparelhagem quanto na conduta teórica geral.

Ao Engenheiro Odilon Denardin pelo auxílio na execução dos ensaios.

Ao Colega José Antônio Nascimento pela colaboração prestada em todas as fases do trabalho.

Ao Corpo docente do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil pelos ensinamentos ministrados.

Ao CNPq e CNEN pela concessão da bolsa de estudos.

A todos os colegas e funcionários que de forma direta ou indireta colaboraram na realização deste trabalho.

SINOPSE

Neste trabalho se apresenta um procedimento teórico para a avaliação da resposta lateral de estruturas prismáticas sujeitas à ação do vento abordando os fenômenos de "galope" e desprendimento de vórtices.

Quanto ao fenômeno de "galope", se obteve curvas experimentais que relacionam a força F_y , normal ao plano de vibração, com o ângulo de ataque α , para seções prismáticas, em escoamento turbulento e não turbulento. Além disto, inclui-se uma discussão sobre a influência da turbulência e resultados da aplicação do método, comparativamente a outros procedimentos.

Uma análise espectral das forças laterais flutuantes atuantes sobre prismas foi levada a termo para várias velocidades do vento e baseado na forma do espectro sugere-se para a sua definição a equação da função densidade de probabilidade de Gauss centrada na frequência de Strouhal. A influência de movimento da estrutura sobre a sua intensidade global e correlação ao longo do seu eixo é discutida, bem como se apresenta uma aplicação do método que inclui redução de amortecimento e forças harmônicas.

SYNOPSIS

This work presents a theoretical approach to the estimation of the lateral response to wind excitation of prismatic structures including galloping and vortex shedding.

Experimental aerodynamics coefficients, related to aeroelastic instability, were determined for prismatic sections in smooth and turbulent flow and the onset velocity is obtained through an eigenvalue problem solution. It is also presented a discussion about turbulence influence in galloping.

A spectral analysis of lateral fluctuating forces on oscillating prismatic cylinders were performed in several wind velocities and based on the aspect of the spectrum it is suggested its definition means of the equation of the Normal distribution centered in the Strouhal frequency. The influence of the top deflection on the global intensity and expansive correlation of the forces are discussed. Finally, an application of the theoretical method, which include damping reduction and harmonic forces at Strouhal frequencies, is given.

SIMBOLOGIA

- a = amplitude do deslocamento, dimensão da seção transversal do prisma na direção do vento, área do espectro.
- a_r = constante que depende das condições iniciais do problema, associada ao modo r
- $\underline{a} = \frac{a}{D}$ = amplitude reduzida
- b = dimensão do prisma normal a direção do vento.
- c = amortecimento do sistema com um grau de liberdade
- f = freqüência
- f_{σ} = desvio padrão da densidade espectral da força lateral
- f_s = freqüência de Strouhal
- f_n = freqüência natural
- f_h = freqüência imposta ao cilindro
- h = altura de referência para as propriedades do vento simulado
- k = rigidez do sistema com 1 grau de liberdade, coeficiente de correção da pressão dinâmica.
- k_r = elemento r da matriz $K^* = \phi^T K \phi$
- m = massa
- m_r = elemento r da matriz $M^* = \phi^T M \phi$
- p = freqüência amortecida, pressão, coeficiente de variação da velocidade com a altura
- p_{∞} = pressão na corrente não perturbada
- $p_r = \frac{1}{\lambda_r} = \alpha_r + i \beta_r$ autovalor
- \rightarrow
- q = vetor de deslocamentos do problema modificado = $\begin{Bmatrix} p_r \psi_r \\ \psi_r \end{Bmatrix}$
- \rightarrow
- \vec{q}_r = autovetor de problemas com amortecimento reduzido
- q_0 = pressão dinâmica = $\frac{1}{2} \rho V^2$
- r = distância entre as tomadas de pressão
- y, \dot{y}, \ddot{y} - deslocamento, velocidade e aceleração normais a direção do vento
- \rightarrow
- y_n - auto vetor
- $\vec{z}, \dot{\vec{z}}$ = vetor de deslocamento e velocidade em coordenadas nodais
- $A^* = \phi^T A \phi$

$$B^* = \phi^T B \phi$$

C = matriz de amortecimento

$$C = \phi^T C \phi$$

C_a = coeficiente de arrasto

C_e = coeficiente da força lateral

C_L r.m.s. = valor R.M.S. do coeficiente da força lateral flutuante

C_x = coeficiente da força na direção X

C_y = coeficiente da força na direção Y

C_{yn} = coeficiente da série de potências que representa C_y em função de $\frac{\dot{y}}{V}$

C_{y1} = primeiro termo da série que representa C_y em função de $\frac{\dot{y}}{V}$

$C_{y1\text{máx}}$ = extrapolação linear máxima de C_{y1}

C_{pb} = coeficiente de pressão básica

D. = matriz dinâmica

D = dimensão característica

E = módulo de elasticidade

$F(t)$ = forças externas

F_{is} = valor absoluto do componente senoidal da força associada a coordenada i

F_{ic} = Valor absoluto do componente cossenoidal da força associada a coordenada i.

F_a = força de arrasto

F_l = força lateral

F_y = força na direção y

F_x = força na direção x

$G_r(f), G_e(f)$ = densidade espectral bilateral de potência da resposta e da excitação

$H(\omega)$ = função de admitância complexa

$|H(\omega)|$ = valor absoluto da função de admitância complexa

I = matriz identidade, intensidade da turbulência, momento de inércia

I_x = intensidade longitudinal da turbulência

K = matriz de rigidez

$$K^* = \phi^T K \phi$$

L = escala da turbulência

M = matriz de massa

$M^* = \phi^r M \phi$

N = número de graus de liberdade

$R_{(\tau)}$ = função de autocorrelação

$R(\)$ = parte real

$R_e = \frac{V \cdot D}{\nu}$ = número de Reynolds

$R_p(r/D)$ = coeficiente de correlação da pressão

$S_t = \frac{f_s \cdot D}{V}$ = número de Strouhal, seção transversal do túnel

S_m = seção de obstrução do modelo

V = velocidade da corrente não perturbada

$\frac{V}{fD}$ = velocidade reduzida

V_{cr} = velocidade crítica

V_o = velocidade na altura de referência

V_G = valor RMS da flutuação longitudinal da velocidade

z_j = cota da massa j

z_o = altura de referência

ϕ = diferença de fase

λ_n = auto valor associado ao modo y_n e frequência ω_n

\vec{n} = vetor de deslocamentos em coordenadas modais, parte imaginária do autovetor

$\vec{\zeta}$ = parte real de autovetor

ζ = razão de amortecimento crítico

μ = parte real do autovalor

ν = parte imaginária do autovalor, viscosidade cinemática do ar

α = ângulo de ataque

ω_n = frequência natural (rd/s)

α_1, α_2 = coeficientes de proporcionalidade da matriz de amortecimento

$\phi_p(f)$ = densidade expectral da pressão

$\phi_{C_L^{(f)}}$ = densidade expectral do coeficiente de pressão lateral

$\phi_{F_L^{(f)}}$ = densidade expectral da força lateral flutuante

$\Delta_p = \Delta_{pA}$ = pressão diferencial

σ^2_p = valor quadrado médio da pressão

ϕ = matriz modal

— = indica a média

INDÍCE

1 - Introdução	1
2 - Determinação da resposta de sistemas com amortecimento não proporcional sujeitos a excitação harmônica.....	6
2.1 - Equações de equilíbrio dinâmico.....	6
2.2 - Ortogonalidade dos modos normais.....	8
2.3 - Modos normais em sistemas com amortecimento viscoso.....	9
2.4 - Método dos modos normais.....	12
2.5 - Condições de estabilidade.....	18
2.6 - Determinação dos auto-valores e auto-vetores através de iteração matricial.....	20
3 - Problema de galope	20
3.1 - Introdução	25
3.2 - Forças do vento e fenômeno de galope.....	31
3.3 - Equações gerais de movimento	38
3.4 - Comportamento dos coeficientes da força lateral em função do ângulo de ataque.....	40
3.5 - Resultados	47
3.6 - Exemplos de determinação da velocidade crítica.....	63
3.7 - Influência da turbulência.....	68
3.8 - Alguns comentários sobre um limite inferior da velocidade crítica.....	71
4 - Forças laterais induzidas por desprendimento de vórtices.	
4.1 - Introdução	73
4.2 - Forças aerodinâmicas atuantes sobre cilindros estacionários e oscilantes.....	86
4.3 - Forças laterais flutuantes atuantes sobre prismas de seção quadrada e retangular.....	93
4.4 - Resultados experimentais	102
4.5 - Exemplo	114
4.6 - Alguns comentários sobre a determinação da resposta de estruturas prismáticas às forças oscilantes provocadas por desprendimento de vórtices.....	120
5 - Considerações Finais.....	122
Bibliografia	126

1 - Introdução

Hã muito tempo os estudiosos se preocupam com a natureza e, principalmente, com a intensidade das forças exercidas sobre os corpos pelo escoamento de fluidos em torno dos mesmos, contudo os primeiros ensaios sobre a ação do vento em modelos de construções civis começaram apenas no século passado, devendo-se citar as pesquisas em túnel de vento de Irminge, na Dinamarca, no fim do século 19 e de Eiffel na França.

Do ponto de vista da estabilidade da estrutura ou de alguns de seus membros, a ação do vento pode ser classificada em duas categorias:

- a) estática
- b) dinâmica

Até cerca de 30 anos atrás o estudo da ação do vento se fazia quase que exclusivamente sob corrente uniforme e levando em conta a sua ação estática, O aparecimento, nos últimos anos, de materiais mais resistentes e técnicas construtivas novas, (com uma conseqüente redução da massa e do amortecimento), aliadas a formas e proporções arquitetônicas de características aerodinâmicas diferentes das usuais, fez com que se desenvolvesse um crescente interesse na avaliação precisa dos efeitos dinâmicos da ação do vento sobre as estruturas. Estes e feitos podem aumentar consideravelmente as tensões e mesmo, em alguns casos, (pontes suspensas, cabos), constituir um dos mais importantes parâmetros de projeto.

O atual interesse pelos efeitos dinâmicos do vento começou efetivamente a partir de 1940 com o famoso desastre da ponte de Tacoma que, calculada para resistir aos esforços estáticos causados por um vento de 160 km/h ruíu, devido a oscilações torsionais, com um vento de 68 km/h, contudo registros anteriores já indicavam danos ou mesmo ruptura de outras pontes e chaminés metálicas causadas pela ação dinâmica do vento.

Os oscilações de linhas de transmissão foram assina

ladas anteriormente a esta data tendo Den Hartog², em 1930, apresentado uma explanação sobre o problema das vibrações laterais auto-induzidas, denominado de "galope", com base na deformação da sua seção transversal pela formação de uma camada aderente de gelo.

Inicialmente os estudos sobre a ação dinâmica do vento estiveram preocupados com o efeito da sua velocidade média em fenômenos como os de galope e desprendimento de vórtices, sem levar em conta a turbulência, na suposição de que as flutuações da velocidade eram tão irregulares e aleatórias que a resposta da estrutura em fluxo turbulento não seria muito diferente da devida a um vento permanente ('steady') com a mesma velocidade média. Contudo, já há alguns anos, esta suposição foi questionada com o aparecimento de diversos trabalhos relacionados com a resposta de estruturas flexíveis ao espectro da turbulência longitudinal e da influência da turbulência nos fenômenos de galope e de desprendimento alternado de vórtices. Como consequência, uma vez que as forças aerodinâmicas em geral são dependentes do tempo, na maioria das vezes de uma forma não determinística, nos últimos anos tem-se desenvolvido grandemente métodos de análise dinâmica de estruturas que incluem elementos da teoria de vibrações aleatórias paralelamente a um enfoque probabilístico no que diz respeito a caracterização das propriedades do vento natural. Além disto, em certos casos se torna necessária uma análise aeroelástica, isto é, o estudo da influência da interação entre o fluido e o movimento do corpo, como no caso de vibrações transversais, estudadas sistematicamente nas construções cilíndricas e mais recentemente também em seções com outras formas.

Com relação a ação dinâmica do vento, cinco principais mecanismos podem provocar vibrações em estruturas esbeltas mergulhadas na corrente de ar:

- a) excitação transversal por desprendimento cadencia do de vórtices.
- b) excitação do tipo "galope", devida às caracterís-

- ticas inerentemente instáveis, em certas situações, de estruturas leves de seções rombudas.
- c) excitação do tipo "flutter" (drapejamento), por interação entre, ao menos, 2 graus de liberdade.
 - d) excitação do tipo "buffeting" (martelamento), causada pela energia contida na esteira de uma estrutura próxima.
 - e) excitação pela energia contida, de uma maneira aleatória, nas rajadas do vento.

Destes cinco mecanismos escolheram-se os dois primeiros para estudo no presente trabalho, no qual se apresenta um método para determinar a instabilidade por "galope" de estruturas de barras com forma e amortecimento arbitrário, além de resultados experimentais que relacionam a força F_y , normal ao plano de vibração, com o ângulo de incidência do vento. Este procedimento permitirá a determinação da velocidade crítica bem como a adequada consideração do amortecimento negativo no caso de estruturas excitadas por desprendimento de vórtices e/ou pela energia das rajadas.

Com relação ao primeiro mecanismo, o capítulo 4 contém, inicialmente, um resumo dos dados experimentais encontrados na bibliografia dirigidos principalmente a análise de estruturas cilíndricas, as quais constituem o caso mais comum de estruturas excitadas por desprendimento de vórtices (torres e chaminés). Em seguida são apresentados resultados como o espectro de potência da força lateral flutuante, seu valor quadrado médio, largura de banda e frequência central para seções retangulares e quadrada objetivando, com isto, fornecer subsídios para o estudo de vibrações em edifícios muito esbeltos ou em barras constituintes de treliças espaciais.

Como os espectros de potência parecem apresentar uma forma muito regular e semelhante à função densidade de probabilidade de Gauss, sugere-se para sua definição uma equação do tipo:

$$G(f) = \frac{C e^{-\frac{Z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi} \cdot f_0} \quad (1-1)$$

onde $Z = \frac{f - f_s}{f_0}$, sendo f_s a frequência central do espectro, em geral correspondente a frequência de Strouhal (frequência de despreendimento de vórtices para o corpo fixo) e C a área do espectro.

No que diz respeito ao procedimento matemático para a obtenção da resposta da estrutura tanto à excitação por galope quanto à por despreendimento de vórtices, no capítulo 2 se apresenta um esquema computacional que pretende levar em conta a interação entre estes dois fenômenos, constituindo, contudo, apenas um passo inicial neste sentido, uma vez que se trata de uma abordagem simples que não leva em conta o caráter não linear da interação fluído-estrutura.

Este processo tem a finalidade de fornecer resultados iniciais que sirvam de base para uma decisão sobre a necessidade ou não do emprego de métodos mais sofisticados e caros como os ensaios em túnel de vento com modelos reduzidos.

Nos últimos anos os pesquisadores desta área tem dedicado especial atenção à formulação de modelos matemáticos que representem adequadamente esta interação fluído-estrutura, mas este ainda é um importante campo aberto a pesquisa porquanto os modelos apresentados até o momento, embora tenham se mostrado eficientes em alguns exemplos menos sofisticados, envolvem um procedimento muito complexo e trabalhoso no caso de estruturas reais. Além disto, o estudo de vibrações transversais sobre modelos reduzidos, necessários à obtenção de coeficientes que complementam o modelo matemático, também encontra sérias dificuldades na simulação de um fluxo correspondente a números de Reynolds elevados.

Da mesma forma, uma abordagem que procure trabalhar com as equações de movimento do fluído, sujeitas as condições de contorno no entorno do corpo, encontra sérios obstáculos matemáticos, sendo, portanto, mais imediato um procedimento que inclua medições direta, em túnel de vento, das forças ou da distribuição de pressões sobre a estrutura e a posterior formulação de equações empíricas simulando as principais características destas forças. Para tal se recomenda como tema de trabalhos

posteriores intensivas investigações sobre os mecanismos da interação fluido-estrutura objetivando uma melhor compreensão do efeito do movimento sobre a correlação das forças aerodinâmicas ao longo da estrutura e mesmo sobre o aparecimento e características de tais forças.

2 - DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA DE SISTEMAS COM AMORTECIMENTO NÃO-PROPORCIONAL SUJEITOS À EXCITAÇÃO HARMÔNICA.

2.1 - Equações de equilíbrio dinâmico.

Para fins de análise os sistemas contínuos podem ser discretizados em N graus de liberdade, obtendo-se a seguinte equação de equilíbrio:

$$M \ddot{\vec{y}} + C \dot{\vec{y}} + K \vec{y} = \vec{F}(t) \quad (2.1-1)$$

onde:

M é a matriz de massa

C a matriz de amortecimento

K a matriz de rigidez

e $\ddot{\vec{y}}$, $\dot{\vec{y}}$, \vec{y} , $\vec{F}(t)$ são, respectivamente, os vetores de aceleração, velocidade, deslocamentos e forças generalizadas.

As frequências e modos de vibração livre, do sistema não amortecido, podem ser obtidos resolvendo a equação:

$$M \ddot{\vec{y}} + K \vec{y} = \vec{0} \quad (2.1-2)$$

admitindo-se para tal que o vetor de deslocamentos $\vec{y}(t)$ pode ser posto na forma:

$$\vec{y}(t) = f_n(t) \vec{y}_n \quad (2.1-3)$$

onde \vec{y}_n é um vetor com coeficientes constantes

Se K admite uma inversa, a equação (2.1-2) pode ser pré-multiplicado por K^{-1} :

$$K^{-1} M \ddot{\vec{y}} + \vec{y} = \vec{0} \quad (2.1-4)$$

ou

$$D \ddot{\vec{y}} + \vec{y} = \vec{0} \quad (2.1-5)$$

A matriz:

$$D = K^{-1} M \quad (2.1-6)$$

denomina-se matriz dinâmica do sistema.

Substituindo (2.1-3) em (2.1-5) obtêm-se:

$$D \vec{y}_n \frac{d^2 f_n(t)}{dt^2} + \vec{y}_n f_n(t) = \vec{0} \quad (2.1-7)$$

Uma vez que tanto D quanto \vec{y}_n são independentes de t resulta que (2.1-7) só é cumprida no caso de:

$$\frac{d^2 f_n(t)}{dt^2} = \text{constante} = -\omega_n^2 f_n \quad (2.1-8)$$

o que conduz a equação:

$$\frac{d^2 f_n}{dt^2} + \omega_n^2 f_n = 0 \quad (2.1-9)$$

A solução geral de (2.1-9) é:

$$f_n(t) = C \text{ sen}(\omega_n t + \phi_n) \quad (2.1-10)$$

onde se verifica que ω_n é a frequência natural do sistema não amortecido.

Com a notação:

$$\lambda_n = \frac{1}{\omega_n^2} \quad (2.1.11)$$

(2.1-7) transforma-se em:

$$(D - I\lambda_n) \vec{y}_n = \vec{0} \quad (2.1-12)$$

que constitui um problema clássico de auto-valores e auto-vetores.

Os N vetores solução de (2.1-12) são os modos de vibração livre do sistema e seus N auto-valores representam as freqüências naturais não amortecidas.

A equação (2.1-3) mostra que, quando o sistema oscila em uma de suas freqüências naturais, a forma da configuração deformada não varia com o tempo, modificando-se somente a amplitude da mesma.

2.2 - Ortogonalidade dos modos normais.

Considerando-se o problema generalizado de auto-valores da forma:

$$M \vec{y}_n = \lambda_n K \vec{y}_n \quad (2.2-1)$$

e sendo λ_i e λ_j os autovalores correspondentes aos auto-vetores \vec{y}_i e \vec{y}_j , verifica-se que:

$$M \vec{y}_i = \lambda_i K \vec{y}_i \quad (2.2-2)$$

$$M \vec{y}_j = \lambda_j K \vec{y}_j \quad (2.2-3)$$

Calculando-se a transposta de ambos os membros da equação (2.2-2) obtém-se:

$$\vec{y}_i^T M^T = \lambda_i \vec{y}_i^T K^T \quad (2.2-4)$$

Pós-multiplicando (2.2-4) por \vec{y}_j e recordando que M e K são simétricas tem-se

$$\vec{y}_i^T M \vec{y}_j = \lambda_i \vec{y}_i^T K \vec{y}_j \quad (2.2-5)$$

Por outro lado, prē-multiplicando ambos os membros de (2.2-3) por \vec{y}_i^T resulta:

$$\vec{y}_i^T M \vec{y}_j = \lambda_j \vec{y}_i^T K \vec{y}_j \quad (2.2-6)$$

Subtraindo-se (2.2-6) de (2.2-5) obtēm-se:

$$(\lambda_i - \lambda_j) \vec{y}_i^T K \vec{y}_j = 0 \quad (2.2-7)$$

o que implica, no caso de λ_j e λ_i serem auto valores diferentes, em:

$$\vec{y}_i^T K \vec{y}_j = 0 \quad i \neq j \quad (2.2-8)$$

Similarmente se pode verificar que:

$$\vec{y}_i^T M \vec{y}_j = 0 \quad i \neq j \quad (2.2-9)$$

As equações (2.2-8 e 9) indicam que os auto - vetores do sistema (2.2-1) são ortogonais em relação às matrizes de massa e rigidez, fato este que permite desacoplar as equações de movimento.

Esta propriedade dos auto-vetores da matriz D constitui a base do mētodo dos modos normais.

2.3 - Modos normais em sistemas com amortecimento viscoso.

A existēncia dos modos principais nos quais os sistemas nāo amortecidos podem vibrar ē bem conhecida assim como o fato de que se estes modos sāo usados para definir um sistema de coordenadas principal, as equações de movimento neste sistema de coordenadas sāo independentes.

Quando se incorpora ao sistema amortecimento do tipo viscoso a situaçāo se torna um pouco diferente embora se possa definir novos modos de vibraçāo nas quais se dā um movimento que decai com o tempo²². Naturalmente estes modos sāo diferentes

dos principais que são definidos na ausência de amortecimento, mas eles degeneram nos primeiros quando o amortecimento tende a zero.

Rayleigh e Caughey encontraram certas condições nas quais estes "modos amortecidos" são exatamente os modos principais em cujo caso as equações do sistema amortecido podem ser facilmente desacopladas, contudo estas condições se mostraram apenas suficientes, mas não necessárias para induzir esta simplificação.

Uma condição mais geral, devida a Fauzy²², incorpora tanto o caráter de necessária quanto suficiente:

No caso de um sistema com N graus de liberdade, não amortecido,

$$M \ddot{\vec{y}} + K \vec{y} = 0 \quad (2.3-1)$$

existem N frequências naturais $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ associada a N modos principais \vec{y}_i , $i = 1, N$, os quais são ortogonais no sentido de (2.2-8) e (2.2-9).

As equações (2.2-8) e (2.2-9) podem ser combinadas em duas equações matriciais

$$\vec{\phi}^T M \vec{\phi} = M^* \quad (2.3-2)$$

$$\vec{\phi}^T K \vec{\phi} = K^* \quad (2.3-3)$$

onde M^* e K^* são matrizes diagonais e $\vec{\phi}$ é a matriz modal cujas colunas são os modos principais de (2.3-1)

De (2.3-2) e (2.3-3) se verifica que uma transformação de coordenadas do tipo $\vec{y} = \vec{\phi} \vec{\eta}$ (2.3-4)

diagonaliza o sistema (2.3-1).

A fim de estabelecer uma condição geral para a qual a transformação (2.3-4) torne independente as equações de movimento livre de sistemas com amortecimento viscoso:

$$M \ddot{\vec{y}} + C \dot{\vec{y}} + K \vec{y} = 0 \quad (2.3-5)$$

vamos introduzi-la em (2.3-5) e prē-multiplicā-la por ϕ^T de forma que resulta:

$$M^* \dot{\vec{n}}(t) + (\phi^T C \phi) \dot{\vec{n}}(t) + K^* \vec{n}(t) = \vec{0} \quad (2.3-6)$$

Como M^* e K^* s̃ao matrizes diagonais, (2.3-6) constitui um conjunto de N equaçōes independentes se, e somente se,

$$\phi^T C \phi = C^* \quad (2.3-7)$$

ē uma matriz diagonal.

Suponha-se que $\phi C \phi^T$ ē diagonal. Em tal caso ela comuta com qualquer outra matriz diagonal, por exemplo

$$E = M^{*-1} K^* \quad (2.3-8)$$

donde

$$\phi^T C \phi M^{*-1} K^* = M^{*-1} K^* \phi^T C \phi \quad (2.3-9)$$

Desde que M^{*-1} e K^* s̃ao diagonais e portanto tem a propriedade de comutatividade

$$\phi^T C \phi M^{*-1} K^* = K^* M^{*-1} \phi^T C \phi \quad (2.3-10)$$

$$\text{De (2.3-2) } M^{*-1} = \phi^{-1} M^{-1} \phi^{T-1} \quad (2.3-11)$$

onde ϕ^{T-1} ē a inversa de ϕ^T

Em tal caso (2.3-1) fica:

$$\begin{aligned} (\phi^T C \phi) (\phi^{-1} M^{-1} \phi^{T-1}) (\phi^T K \phi) &= (\phi^T K \phi) (\phi^{-1} M^{-1} \phi^{T-1}) \\ (\phi^T C \phi) & \quad (2.3-12) \end{aligned}$$

ou

$$C M^{-1} K = K M^{-1} C \quad (2.3-13)$$

que, em vista da natureza da matriz E , pode ser encarada como uma condição suficiente para a matriz C ser diagonalizada pela transformação (2.3-4).

$$\text{Agora seja } Z = \phi^T C \phi \quad (2.3-14)$$

Z é uma matriz simétrica porque C o é.

De (2.3-10) temos:

$$\phi^T C \phi M^{*-1} K^* = E Z \quad (2.3-15)$$

$$K^* M^{*-1} \phi^T C \phi = Z E \quad (2.3-16)$$

A igualdade entre (2.3-15) e (2.3-16) se verifica somente quando Z é diagonal ou E tem todos os seus elementos iguais o que não é admissível porque implicaria em todas as frequências naturais do sistema iguais. Logo Z deve ser diagonal.

Concluindo, demonstrou-se que a condição (2.3-13) se cumpre se, e somente se, $\phi^T C \phi$ é diagonal o que implica em (2.3-13) como condição necessária e suficiente para o sistema (2.1-1) ser diagonalizado pela transformação (2.3-4).

2.4 - Métodos dos modos normais.

a) Caso do amortecimento proporcional

Considerando-se uma matriz de amortecimento da forma:

$$C = \alpha_1 M + \alpha_2 K \quad (2.4-1)$$

que satisfaz a condição (2.3-13) e aplicando a transformação de coordenadas (2.3-4) o sistema (2.1-1) fica:

$$\begin{aligned} M^* \ddot{\eta}(t) + \alpha_1 M^* \dot{\eta}(t) + \alpha_2 K^* \eta(t) + K^* \eta(t) = \\ = \phi^T \vec{F}(t) \end{aligned} \quad (2.4-2)$$

Uma equação genérica de (2.4-2) é

$$m_r \ddot{\eta}_r(t) + (\alpha_1 m_r + \alpha_2 k_r) \dot{\eta}_r(t) + k_r \eta_r(t) = \vec{y}_r^T \vec{F}(t) \quad (2.4-3)$$

ou

$$\ddot{\eta}_r(t) + (\alpha_1 + \alpha_2 \omega_n^2) \dot{\eta}_r(t) + \omega_r^2 \eta_r(t) = \frac{\vec{y}_r^T \vec{F}(t)}{m_r} \quad (2.4-4)$$

Uma vez resolvido o sistema de equações desacoplado (2.4-2) e obtidas as componentes do vetor $\vec{\eta}(t)$ pode-se voltar ao sistema de coordenadas original, resultando finalmente:

$$\vec{Y}(t) = \sum_{r=1}^N \eta_r(t) \vec{y}_r \quad (2.4-5)$$

Com a notação:

$$\alpha_1 + \alpha_2 \omega_r^2 = 2 \zeta_n \omega_r \quad (2.4-6)$$

e dadas as razões de amortecimento crítico ζ_r para cada modo, as constantes α_1 e α_2 resultam determinadas por somente duas delas da seguinte forma:

$$\alpha_1 = 2 \omega_1 \omega_2 \frac{\zeta_1 \omega_2 - \zeta_2 \omega_1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \quad (2.4-7)$$

$$\alpha_2 = 2 \frac{\zeta_2 \omega_2 - \zeta_1 \omega_1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \quad (2.4-8)$$

- b) Quando a matriz C não for diagonalizável pela transformação $\vec{\phi}^T C \vec{\phi}$, ainda assim se pode empregar o método de superposição modal introduzindo-se previamente algumas modificações no problema inicial qual seja constituir-se um novo sistema de $2N$ equações mediante a combinação do sistema original com a se

guinte identidade matricial:²³

$$M \ddot{\vec{y}} - M \dot{\vec{y}} = \vec{0} \quad (2.4-9)$$

De tal combinação resulta a seguinte equação que passará a governar o sistema:

$$\begin{bmatrix} 0 & | & M \\ \hline & & \\ M & | & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\vec{y}} \\ \dots \\ \dot{\vec{y}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -M & | & 0 \\ \hline & & \\ 0 & | & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\vec{y}} \\ \dots \\ \vec{y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dots \\ \vec{F} \end{Bmatrix}$$

(2.4-10)

ou $A \vec{q} + B \dot{q} = \vec{Q}$ (2.4-11)

na qual o novo vetor de incógnitas é:

$$\vec{q} = \begin{Bmatrix} \dot{\vec{y}} \\ \dots \\ \vec{y} \end{Bmatrix} \quad (2.4-12)$$

vetor de cargas $\vec{Q} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dots \\ \vec{F} \end{Bmatrix}$ (2.4-13)

e

$$A = \begin{bmatrix} 0 & | & M \\ \hline & & \\ M & | & C \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -M & | & 0 \\ \hline & & \\ 0 & | & K \end{bmatrix} \quad (2.4-14)$$

O sistema homogêneo $A \vec{q} + B \dot{q} = \vec{0}$ (2.4-15)
associado a (2.4-11) pode ser resolvido admitindo uma solução da forma,

$$\vec{q}(t) = e^{Pr^t} \vec{q}_r \quad (2.4-16)$$

a qual resulta num problema de auto valores:

$$p_r A \vec{q}_r = -B \vec{q}_r \quad (2.4-17)$$

Em geral B admite uma inversa, que prē-multiplicando a (2.4-17) conduz a:

$$p_r D \vec{q}_r = +I \vec{q}_r \quad (2.4-18)$$

ou

$$D \vec{q}_r = +\lambda_r \vec{q}_r \quad (2.4-19)$$

onde

$$D = -B^{-1} \cdot A \quad (2.4-20)$$

e

$$\lambda_r = \frac{1}{p_r} \quad (2.4-21)$$

Esta nova matriz D exerce o mesmo papel que a matriz dinâmica do sistema não amortecido e é dada por:

$$D = \left[\begin{array}{c|c} 0 & I \\ \hline -K^{-1} M & -K^{-1} C \end{array} \right] \quad (2.4-22)$$

A solução de (2.4-19) conduz a um conjunto de 2N auto vetores e auto-valores que neste caso são pares de complexos conjugados:

$$\lambda_k = \mu_k + i \nu_k \quad (2.4-23)$$

$$\lambda_{\bar{k}} = \mu_k - i \nu_k \quad (2.4-24)$$

$$\vec{q}_k = \vec{\varepsilon}_k + i \vec{n}_k \quad (2.4-25)$$

$$\vec{q}_k = \xi_k - i \zeta_k \quad (2.4-26)$$

O vetor \vec{q}_r solução de (2.4-19) é da forma:

$$\vec{q}_r = \begin{Bmatrix} p_r \vec{\psi}_r \\ \vdots \\ \vec{\psi}_r \end{Bmatrix} \quad (2.4-27)$$

A relação entre r -ésimo auto-valor de (2.4-19) e o coeficiente p_r de (2.4-16) que lhe corresponde é dada por (2.4-21) e pode ser desmembrado na sua parte real e complexa como segue:

$$p_r = \frac{1}{\lambda_r} = \alpha_r + i \beta_r \quad (2.4-28)$$

$$\alpha_r = \frac{\mu_r}{\mu_r^2 + \nu_r^2} \quad \beta_r = - \frac{\nu_r}{\mu_r^2 + \nu_r^2} \quad (2.4-29)$$

Da mesma forma como os auto vetores reais associados a (2.3-1), correspondentes ao caso de amortecimento proporcional, permitem desacoplar o sistema (2.3-5), os auto vetores complexos, obtidos da solução de (2.4-19), podem integrar uma transformação de coordenadas da forma:

$$\vec{q} = \Phi \vec{z} \quad (2.4-30)$$

a qual diagonaliza a matriz (2.4-22)

Neste caso a matriz Φ é uma matriz de dimensão $2N \times 2N$ cujas colunas são os auto vetores \vec{q}_r obtidas da solução do problema homogêneo (2.4-19).

Sendo os auto vetores de (2.4-19) ortogonais com relação as matrizes A e B de (2.4-11), a pré-multiplicação de (2.4-11) por Φ^T , bem como a transformação de coordenadas (2.4-30) têm o efeito de desacoplar o sistema de equações resultando em um novo sistema:

$$A^* \dot{\vec{z}} + B^* \vec{z} = \vec{Z} \quad (2.4-31)$$

no qual

$$A^* = \Phi^T A \Phi \quad (2.4-32)$$

$$B^* = \Phi B \Phi \quad (2.4-33)$$

são matrizes diagonais

$$e \quad \vec{Z} = \Phi^T \vec{Q} \quad (2.4-34)$$

Uma equação do sistema (2.4-31) é:

$$A_r^* \dot{z}_r(t) + B_r^* z_r(t) = Z_r(t) \quad (2.4-35)$$

ou

$$\dot{z}_r(t) - P_r z_r(t) = \frac{1}{A_r^*} Z_r(t) \quad (2.4-36)$$

onde

$$A_r^* = \vec{q}_r^T A \vec{q}_r \quad (2.4-37)$$

$$B_r^* = \vec{q}_r^T B \vec{q}_r \quad (2.4-38)$$

$$Z_r = \vec{q}_r^T \vec{Q} \quad (2.4-39)$$

Como os auto vetores e auto valores de (2.4-19) são complexos, sendo soluções de (2.4-19) também os seus conjugados, é fácil verificar que para cada equação do tipo (2.4-36) obtida de um auto vetor \vec{q}_r existirá outra associada a esta obtida do seu conjugado \vec{q}_r^* para a qual A_r^* , B_r^* e Z_r são os conjugados dos valores obtidos através de \vec{q}_r .

Da mesma forma também é fácil demonstrar que os valores $z_r(t)$ solução de (2.4-36) se apresentam aos pares de complexos conjugados o que permite exprimir a solução do problema (2.4-11) em termos das coordenadas originais \vec{q} como:

$$\vec{q} = 2 \sum_{r=1}^N R(\vec{q}_r \cdot z_r(t)) \quad (2.4-40)$$

na qual R representa a parte real do produto $\vec{q}_r \cdot z_r(t)$.

No caso do vetor de forças externas ser dado por

$$\vec{F} = \begin{Bmatrix} F_{1s} \operatorname{sen} \omega_1 t \\ F_{2s} \operatorname{sen} \omega_2 t \\ \dots \\ F_{ns} \operatorname{sen} \omega t \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{1c} \cos \omega_1 t \\ F_{2c} \cos \omega_2 t \\ \dots \\ F_{nc} \cos \omega t \end{Bmatrix} \quad (2.4-41)$$

onde F_{js} e F_{jc} , $j = 1, 2, \dots, N$ representa o módulo da força correspondente ao grau de liberdade j e ω_j a frequência associada a esta força, a equação (2.4-40) resulta:

$$\vec{q}(t) = 2 \sum_{r=1}^N \sum_{j=1}^N R(\vec{q}_j \cdot z_{jcr}) \cos \omega_r t + R(\vec{q}_j \cdot z_{jsr}) \operatorname{sen} \omega_r t \quad (2.4-42)$$

onde z_{jcr} representa a solução da r -ésima equação de (2.4-36) associada a força, aplicada no elemento j devida ao termo em cosseno e z_{jsr} a parcela associada ao termo em seno.

Considerando-se as equações (2.4-13) e (2.4-27) obtêm-se finalmente a seguinte expressão para o deslocamento:

$$\vec{y}(t) = 2 \sum_{r=1}^N \sum_{j=1}^N R(\psi_j z_{jcr}) \cos \omega_r t + R(\psi_j z_{jsr}) \operatorname{sen} \omega_r t \quad (2.4-43)$$

2.5 - Condições de estabilidade

Como os auto vetores associados ao problema (2.4-19) constituem uma base para o espaço vetorial $2N$ -dimensional das soluções de (2.4-15), por serem linearmente independentes, e levando-se em conta as equações (2.4-16) e (2.4-27) verifica-se que a solução geral de (2.4-15) é

$$\vec{q}(t) = \sum_{r=1}^{2N} a_r e^{p_r t} \vec{q}_r \quad (2.5-1)$$

e a solução para os deslocamentos:

$$\vec{y} = \sum_{r=1}^{2N} a_r e^{p_r t} \psi_r \quad (2.5-2)$$

e velocidades:

$$\dot{\vec{y}} = \sum_{r=1}^{2N} a_r p_r e^{p_r t} \psi_r \quad (2.5-3)$$

Se as condições iniciais são:

$$\vec{y}(0) = \vec{y}_0 \quad (2.5-4)$$

$$\dot{\vec{y}}(0) = \dot{\vec{y}}_0 \quad (2.5-5)$$

as constantes a_r , $r = 1, 2, \dots, 2N$ ficam determinadas pelo sistema de $2N$ equações:

$$\vec{y}_0 = \sum_{r=1}^{2N} a_r \psi_r \quad (2.5-6)$$

$$\dot{\vec{y}}_0 = \sum_{r=1}^{2N} a_r p_r \psi_r \quad (2.5-7)$$

A equação (2.5-2) pode ser escrita:

$$\vec{y} = \sum_{r=1}^{2N} \vec{y}_r \quad (2.5-8)$$

$$\text{onde } \vec{y}_r = a_r e^{p_r t} \psi_r \quad r = 1, 2, 3, \dots, 2N. \quad (2.5-9)$$

Utilizando (2.4-28) temos:

$$\vec{y}_r = a_r e^{\alpha_r t} e^{i \beta_r t} \psi_r \quad (2.5-10)$$

da qual se verifica que o módulo de cada componente de \vec{y}_r crescerá no tempo se

$$\alpha_r < 0 \quad (2.5-11)$$

Se $\alpha_r > 0$, o m\u00f3dulo de cada correspondente de \vec{y}_r crescer\u00e1 com o correr do tempo a menos que $\alpha_r = 0$. O mesmo racioc\u00ednio se aplica para as velocidades e acelera\u00e7\u00f5es

Assim v\u00ea-se que a estabilidade do sistema depende tamb\u00e9m das condi\u00e7\u00f5es iniciais em $t=0$ pois as constantes α_r s\u00e3o determinadas em fun\u00e7\u00e3o delas.

Como, na maioria dos casos, as perturba\u00e7\u00f5es iniciais podem ser de qualquer tipo, um crit\u00e9rio "absoluto" para a estabilidade do sistema seria

$$\alpha_r < 0 \quad , \quad r = 1, 2, \dots, 2N \quad (2.5-12)$$

2.6 - Determina\u00e7\u00e3o dos autovalores e autovetores complexos atrav\u00e9s de itera\u00e7\u00e3o matricial.^{23, 24}

A equa\u00e7\u00e3o homog\u00eanea reduzida (2.4-19) pode ser resolvida, de maneira a revelar os autovalores e autovetores do sistema amortecido por um m\u00e9todo de itera\u00e7\u00e3o matricial semelhante ao empregado no caso de sistemas n\u00e3o amortecidos com a \u00fanica diferen\u00e7a que a converg\u00eancia, no caso de auto vetores complexos, n\u00e3o \u00e9 t\u00e3o prontamente reconhec\u00edvel. Contudo um estudo adicional conduz a um teste simples sobre a converg\u00eancia dos auto valores e auto vetores complexos.

Inicialmente se poderia imaginar um procedimento iterativo que utilizasse como vetor inicial um vetor \vec{q} complexo, em cujo caso se selecionaria um tendo componentes arbitrariamente distribuidas tanto em fase quanto em magnitude. A cada itera\u00e7\u00e3o seria necess\u00e1ria, ent\u00e3o, a normaliza\u00e7\u00e3o da amplitude e uma rota\u00e7\u00e3o dos componentes complexos no plano complexo. Tal procedimento \u00e9 muito trabalhoso e a seguir se mostra que, se um vetor real \u00e9 utilizado como vetor inicial do processo iterativo, resultando em vetores sucessivos tamb\u00e9m reais, o processo, ainda assim, converge para autovetores e autovalores complexos de sistemas com amortecimento sub-cr\u00edtico.

Seja $\vec{\xi}$ o vetor inicial do processo, considerado a parte real do vetor complexo \vec{q}

$$\vec{q} = \vec{\xi} + i\vec{\eta} \quad (2.6-1)$$

Iterando-se sobre este vetor temos, de (2.4-19):

$$\begin{aligned} D \vec{\xi}^1 &= \vec{\xi}^2 \\ D \vec{\xi}^2 &= \vec{\xi}^3 \\ &\dots \\ D \vec{\xi}^n &= \vec{\xi}^{n+1} \end{aligned} \quad (2.6-2)$$

onde o super-índice a direita do vetor indica o número da iteração.

Após um número n de iterações, suficientemente grande, suponha-se que se deu a convergência. Em tal caso:

$$D \vec{q}^n = \lambda \vec{q}^n = \vec{q}^{n+1} \quad (2.6-3)$$

Expressando (2.6-3) em termos de suas partes real e imaginária

$$D (\vec{\xi}^n + i \vec{\eta}^n) = (\mu + i\nu) (\vec{\xi}^n + i \vec{\eta}^n) \quad (2.6-4)$$

Separando as partes real e imaginária de (2.6-4), as quais devem ser satisfeitas separadamente, se obtêm as seguintes igualdades:

$$D \vec{\xi}^n = \mu \vec{\xi}^n - \nu \vec{\eta}^n = \vec{\xi}^{n+1} \quad (2.6-5)$$

$$D \vec{\eta}^n = \nu \vec{\xi}^n + \mu \vec{\eta}^n = \vec{\eta}^{n+1} \quad (2.6-6)$$

Resolvendo para $\vec{\eta}^n$ têm-se:

$$\vec{\eta}^n = \frac{\mu}{\nu} \vec{\xi}^n - \frac{1}{\nu} \vec{\xi}^{n+1} \quad (2.6-7)$$

$$\vec{\eta}^n = \frac{1}{\mu} \vec{\eta}^{n+1} - \frac{\nu}{\mu} \vec{\xi}^n \quad (2.6-8)$$

Eliminando $\vec{\xi}^n$ destas duas equações, verifica-se:

$$\left(\frac{\mu}{v} + \frac{v}{\mu}\right) \vec{\xi}^n - \frac{1}{v} \vec{\xi}^{n+1} - \frac{1}{\mu} \vec{\xi}^{n+1} = \vec{0} \quad (2.6-9)$$

Substituindo n por n+1 em (2.6-7)

$$\vec{\xi}^{n+1} = \frac{\mu}{v} \vec{\xi}^{n+1} - \frac{1}{v} \vec{\xi}^{n+2} \quad (2.6-10)$$

Levando (2.6-10) em (2.6-9) chega-se a seguinte relação entre os sucessivos vetores $\vec{\xi}$ do processo:

$$(\mu^2 + v^2) \vec{\xi}^n - 2\mu \vec{\xi}^{n+1} + \vec{\xi}^{n+2} = \vec{0} \quad (2.6-11)$$

Substituindo ainda uma vez n por n+1 em (2.6-11) têm-se:

$$(\mu^2 + v^2) \vec{\xi}^{n+1} - 2\mu \vec{\xi}^{n+2} + \vec{\xi}^{n+3} = \vec{0} \quad (2.6-12)$$

Como as equações (2.6-11 e 12) relacionam os sucessivos vetores $\vec{\xi}^n, \vec{\xi}^{n+1}, \vec{\xi}^{n+2}, \vec{\xi}^{n+3}$ elas também relacionam os elementos homólogos destes vetores de tal forma que pode-se formar o seguinte sistema de equações:

$$(\mu^2 + v^2) \xi_j^n - 2\mu \xi_j^{n+1} + \xi_j^{n+2} = 0 \quad (2.6-13)$$

$$(\mu^2 + v^2) \xi_j^{n+1} - 2\mu \xi_j^{n+2} + \xi_j^{n+3} = 0$$

onde o índice j indica a j-ésima componente do vetor.

Resolvendo-se (2.6-13) obtêm-se:

$$(\mu^2 + v^2) = \frac{\xi_j^{n+1} \xi_j^{n+3} - (\xi_j^{n+2})^2}{\xi_j^n \xi_j^{n+2} - (\xi_j^{n+1})^2} \quad (2.6-14)$$

$$2\mu = \frac{\xi_j^n \xi_j^{n+3} - \xi_j^{n+1} \xi_j^{n+2}}{\xi_j^n \xi_j^{n+2} - (\xi_j^{n+1})^2} \quad (2.6-15)$$

Assim se verifica que é possível obter os autovalores λ , juntamente com o associado auto valor p , usando os sucessivos vetores ξ da iteração (2.6-2) com um vetor inicial real. A cada passo da iteração se calcula os valores de (2.6-14 e 15) até que dois valores sucessivos sejam iguais dentro de certos limites. Neste ponto a parte real do autovetor q é o vetor coluna ξ^n do processo e a sua parte imaginária é dada por (2.6-7).

Este processo iterativo convergirá primeiramente para o modo correspondente ao maior valor absoluto de λ e no caso de desejarmos outros modos é necessário remover o primeiro por um processo de varredura através do qual se gera um novo vetor inicial que seja ortogonal ao primeiro auto vetor no sentido de que:

$$\begin{aligned} \vec{q}_1^T A \vec{q} &= 0 \\ \vec{\bar{q}}_1^T A \vec{q} &= 0 \end{aligned} \quad (2.6-16)$$

onde \vec{q}_1 é o primeiro auto vetor do processo e $\vec{\bar{q}}_1$ o seu complexo conjugado.

A equação (2.6-16) deve ser satisfeita separadamente em termo das suas partes real e imaginária o que conduz as seguintes equações:

$$\begin{aligned} \vec{\xi}_1^T A \vec{\xi} &= 0 \\ \vec{\eta}_1^T A \vec{\eta} &= 0 \\ \vec{\xi}_1^T A \vec{\eta} &= 0 \\ \vec{\eta}_1^T A \vec{\xi} &= 0 \end{aligned} \quad (2.6-17)$$

onde $\vec{\xi}_1$ e $\vec{\eta}_1$ são as partes real e imaginária de \vec{q}_1 e o super-índice T indica o vetor transposto.

Uma vez que o processo iterativo utilizado emprega ape-

nas vetores reais, somente a primeira e a última equação de (2.6-17) serão consideradas.

O procedimento numérico para a obtenção do auto vetor seguinte envolve a construção de uma matriz de varredura S que pré-multiplicada pela matriz dinâmica D resultará em uma matriz dinâmica restringida com duas linhas e colunas nulas.

A última equação de (2.6-17) requer o cálculo da parte imaginária do auto vetor, porém este passo pode ser evitado usando-se um par de condições de ortogonalidade alternativo que se obtêm da consideração de $\vec{\eta}_1^n$ em (2.6-7).

$$\vec{\eta}_1^n = \frac{\mu_1}{v_1} \vec{\xi}_1^n - \frac{1}{v_1} \vec{\xi}_1^{n+1} \quad (2.6-18)$$

Substituindo (2.6-18) na última igualdade de (2.6-17) têm-se

$$\frac{\mu_1}{v_1} \vec{\xi}_1^{nT} A \vec{\xi}_1 - \frac{1}{v_1} \vec{\xi}_1^{n+1 T} A \vec{\xi}_1 = \vec{0} \quad (2.6-19)$$

Como o primeiro termo desta equação é nulo em virtude da primeira igualdade de (2.6-17) conclui-se que o segundo termo também é nulo o que conduz a:

$$\vec{\xi}_1^{n+1 T} A \vec{\xi}_1 = 0 \quad (2.6-20)$$

O par de condições de ortogonalidade utilizado para montar a matriz de varredura é então:

$$\begin{aligned} \vec{\xi}_1^{nT} A \vec{\xi}_1 &= \vec{0} \\ \vec{\xi}_1^{nT} A \vec{\xi}_1 &= \vec{0} \end{aligned} \quad (2.6-21)$$

3. PROBLEMA DE GALOPE

3.1 - Introdução

É conhecido que em prismas esbeltos de seções angulosas submetidos à ação do vento podem ocorrer violentas vibrações em um plano perpendicular a direção do escoamento. Devido ao abrupto crescimento da amplitude destas oscilações com a velocidade do vento, o fenômeno que as caracteriza foi denominado de "galope".

Além do contínuo crescimento da amplitude da vibração com o aumento da velocidade do vento, a principal característica deste fenômeno é a vibração em um único modo, desacoplado, na direção normal a do escoamento.

Esta instabilidade, provocada por "galope", é conhecida desde cerca de 1907 quando Lanchester¹ descreveu a perturbação em uma antena que consistia em um tubo de seção - D, rotulado na base, com a face plana exposta normalmente ao vento, o qual apresentava uma rotação permanente (steady). Den Hartog² associou-a a coeficientes aerodinâmicos próprios de certas seções transversais e Parkinson e Brooks¹ foram os primeiros a determinar as amplitudes destas vibrações com base nestes coeficientes.

O caso clássico de "galope" é o da vibração de linhas de transmissão cobertas pelo gelo, nas quais o baixo amortecimento, associado às relativamente elevadas velocidades do vento encontradas em certas regiões geográficas, conduz a oscilações de grande amplitudes.

No desenvolvimento de métodos gerais de análise de estruturas submetidas à ação do vento, a possibilidade de instabilidade aeroelástica por "galope" deve ser levada em conta por duas razões básicas principais:

a) fortes oscilações laterais auto-induzidas podem se apresentar para velocidades do vento maiores que uma velocidade crítica - "onset velocity" na literatura de língua inglesa.

Por exemplo, Dryden e Hill³ encontraram, com a seção transversal do Empire State Building, uma dependência da força lateral com o ângulo de ataque que indicaria uma possível instabilidade e Davenport⁴ evidenciou a crescente importância deste fato com respeito as novas concepções estruturais muito mais esbeltas e leves que as do passado.

b) o comportamento da estrutura sob a ação do vento, em presença de velocidades inferiores à crítica, também é influenciado por este fenômeno, que introduz um amortecimento aerodinâmico negativo.

Estas oscilações tem sua principal causa relacionada a uma instabilidade aeroelástica própria da seção transversal que se caracteriza pelo fato de o movimento gerar forças que, por sua vez, aumentam a amplitude do deslocamento num processo de realimentação que só cessa em presença dos termos não lineares da força em função do ângulo de incidência do vento.

Scruton⁵ e Parkinson¹⁹⁻²⁰ estudaram as vibrações em prismas de seção quadrada e retangular a partir do enfoque "quase estático", no qual se aceita que as forças que agem sobre o corpo durante as vibrações são as mesmas que agiriam em um modelo submetido a um ensaio estático com ângulo de ataque variável.

A validade desta teoria, no caso de velocidades bem superiores às de ressonância com as forças laterais flutuantes devidas a despreendimento de vórtices, ($f_s \gg f_n$) foi confirmada por numerosos trabalhos experimentais, permitindo, portanto, a sua aplicação a diversos tipos de estruturas. Em geral ela é válida para os casos em que $V/fD > 10$, onde V é a velocidade da corrente não perturbada, f a frequência da vibração em H_z (frequência natural) e D a dimensão da seção normal ao fluxo médio. Por outro lado, grande parte dos problemas de importância prática, como os relacionados com pontes pênses, se situa numa região de velocidades reduzidas (f/VD) entre 1 e 10 na qual o efeito dos vórtices pode ter uma influência muito grande.

Novak⁶ empregou este método para resolver o problema de estruturas contínuas, baseado na hipótese de que, semelhantemente ao caso de sistemas com um grau de liberdade, as forças externas são muito menores que as de inércia e rigidez. Neste

caso é válido aceitar-se que a vibração é praticamente harmônica, com a mesma diferença de fase em cada ponto, de frequência igual à natural do sistema e na forma de um múltiplo de um modo normal de vibração natural.

$$y(x,t) = a y_n(x) \cos \omega_n t. \quad (3.1-1)$$

onde $y_n(x)$ é o enésimo modo natural de vibração e ω_n a sua frequência.

Como o trabalho total realizado pelas forças de inércia e rigidez durante um período de vibração permanente é igual a zero, este estado só se torna possível no caso do trabalho das forças de amortecimento (incluindo o amortecimento próprio da estrutura mais o aerodinâmico) ser nulo. Esta condição conduz à determinação do valor da constante de proporcionalidade "a" de (3.1-1).

A precisão obtida com este método energético é correspondente à aplicação do método de Bogoliubov e Krylov⁷ para a solução das equações diferenciais não lineares do caso de sistemas com um grau de liberdade.

V. Murkhopadyay e J. Dugundji⁸, num trabalho no qual comparavam resultados experimentais para uma barra quadrada, flexível, engastada na base, com soluções teóricas baseadas em medições estáticas da força, concluíram que existia concordância satisfatória entre os resultados obtidos, embora alguns aspectos particulares não pudessem ser previstos teoricamente. Estes procedimentos, porém, são dificilmente aplicáveis à determinação da velocidade crítica no caso de estruturas complexas, não prismáticas ou assimétricas. Por outro lado, frequentemente, estruturas sensíveis à ação dinâmica do vento apresentam caráter misto - por exemplo, torres em concreto providas de uma agulha de aço - em cujo caso além da forma não prismática aparece o problema do amortecimento não proporcional, ou seja, a não existência de modos de vibração no sentido clássico, o que invalida o procedimento empregado na referência (6).

Outro problema importante é o do efeito da turbulên-

cia do vento natural sobre a instabilidade da estrutura, uma vez que muitos ensaios tem sido realizados em condições de mínima intensidade deste fenômeno. Ocorre que condições de turbulência muito intensas podem instabilizar seções originariamente estáveis, ou provocar perturbações iniciais de magnitude tal que a análise feita a partir de condições iniciais de equilíbrio não perturbado não é absolutamente correta.

Enquanto a porção maior da energia contida na turbulência está relacionada com frequências muito diferentes da frequência natural, o seu efeito sobre a instabilidade por "galope" pode ser levado em conta simplesmente pela obtenção de coeficientes para força lateral em função do ângulo de ataque em ensaios com o nível de turbulência desejado.

A figura (3.1-1) mostra que o efeito da turbulência na resposta de um cilindro de seção D restringido a vibrar na direção normal \bar{a} do vento e com um modo de vibração senoidal, é reduzir a velocidade requerida para o início das oscilações.

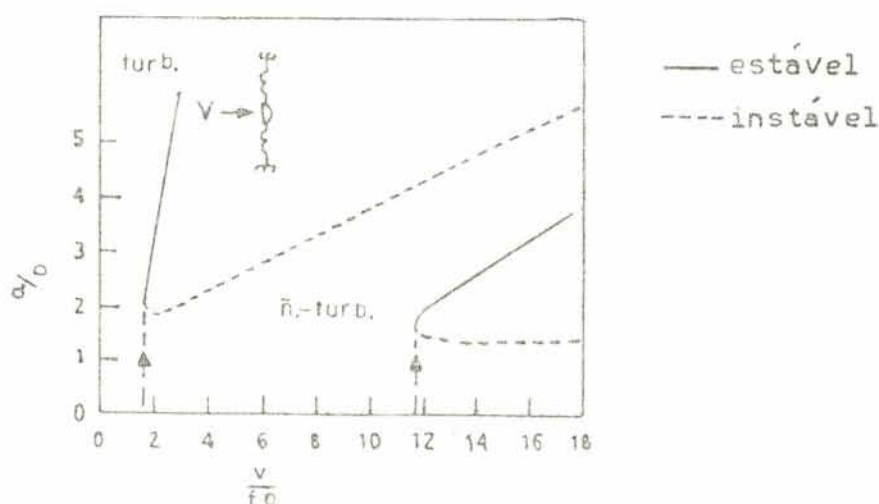


FIG. 3.1-1 - Curva da resposta universal de galope para seção D , em escoamento turbulento e não turbulento. Ref. (9).

Novak e Tanaka⁹, em um trabalho sobre a influência da turbulência na estabilidade de seções retangulares com relação 3:2 e 2:3, seção D e em forma de cruz, concluíram que o procedi

mento "quase estático", empregando coeficientes medidos em níveis de turbulência convenientes, é perfeitamente capaz de prever a resposta por "galope" em escoamento turbulento, além de anotarem as principais alterações que a presença da turbulência pode provocar nestes mesmos coeficientes.

As figuras (3.1-2), (3.1-3) e (3.1-4) apresentadas a seguir foram extraídas deste trabalho e mostram as significativas alterações que podem ocorrer nos coeficientes das forças bem como na resposta da estrutura, causadas pela turbulência.

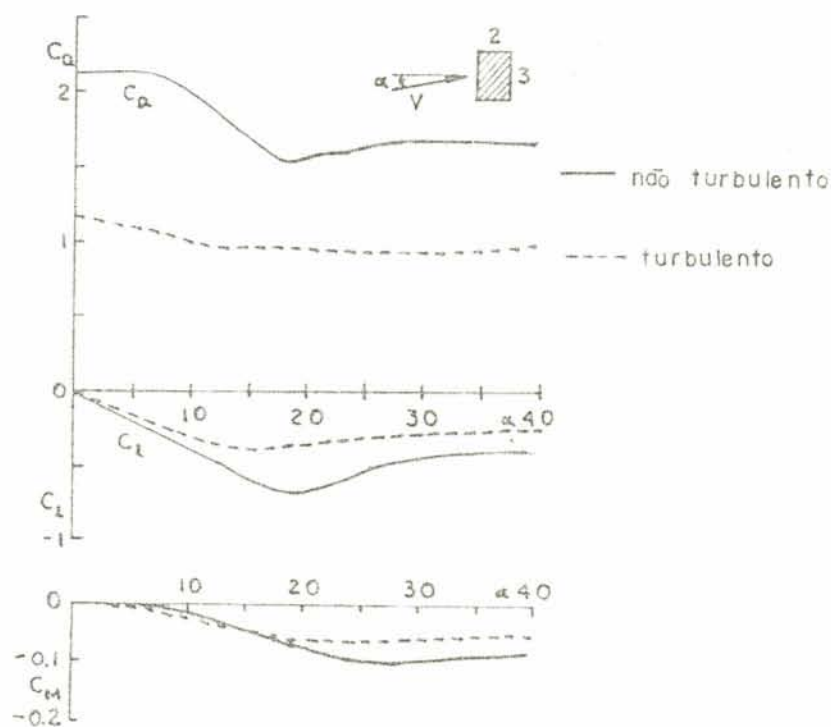


FIG. 3.1-2 - Coeficientes da força de arrasto, lateral e momento torsor para prisma retangular com relação 3:2 em fluxo turbulento e não turbulento (Intensidade da turbulência=11%, $Re = 1,3 \times 10^6$) Ref.(9.)

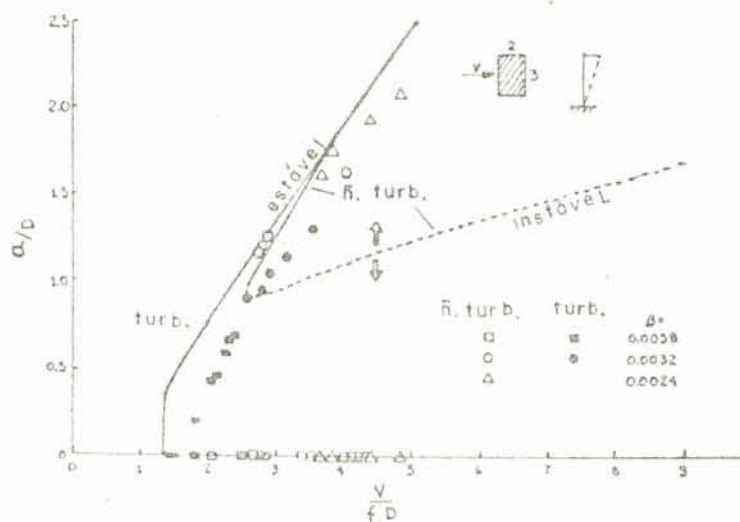


FIG. 3.1-3 - Curva da resposta universal de galope para prismas retangulares de seção 3:2 e comparação com resultados experimentais. (Escoamento turbulento e não turbulento - Intensidade da turbulência = 11%. Expoente do perfil vertical da velocidade=0) (Ref. 9).

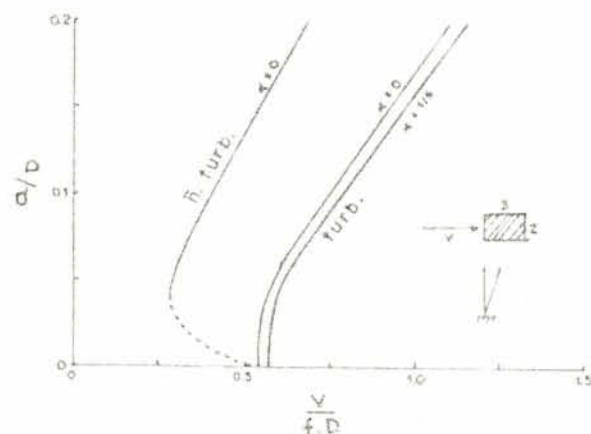


FIG. 3.1-4 - Curva de resposta de galope para prismas retangulares de seção 2:3 para escoamento não turbulento e turbulento (intensidade = 11% - expoente do perfil vertical da velocidade = 0 e 1/6) (Ref. 9).

Laneville e Parkinson¹⁰, num trabalho com o mesmo objetivo, apenas que estudando seções com relação de lados 2:1 e 1:2 obtiveram resultados semelhantes aos de Novak e Tanaka.

Uma discussão mais detalhada sobre o problema da turbulência é apresentada na seção 3.8 baseada em uma pesquisa de Novak e Davenport¹¹.

Na seção 3.4 deste capítulo são apresentadas curvas experimentais que relacionam a força F_y , paralela ao plano de vibração, com o ângulo de incidência do vento, para diversas seções retangulares e duas diferentes condições de turbulência, obtidas no túnel de vento da UFRGS. Por meio delas se estabelecem coeficientes que permitem o emprego do método de determinação da velocidade crítica descrito no capítulo 2.

A comparação dos resultados obtidos em exemplos simples com os correspondentes ao enfoque de Novak⁶ (Seção 3.6) demonstram a aplicabilidade do método, que pode ser empregado sem dificuldade em estruturas complexas e com amortecimento não proporcional.

3.2 - Forças do vento e fenômeno de "galope"

Se um obstáculo é colocado na trajetória do vento, de maneira que o ar em movimento é parcialmente detido ou desviado de sua trajetória original, parte da energia cinética da massa de ar é transformada em energia potencial de pressão que, integrada sobre a superfície do corpo, resulta em uma força aerodinâmica.

Esta força global pode, no caso de fluxo bidimensional, ser decomposta em duas parcelas: uma na direção da corrente chamada força de arrasto F_a , e outra na direção normal à mesma, dita força lateral F_ℓ .

$$F_a = C_a q_0 A \quad (3.2-1)$$

$$F_\ell = C_\ell q_0 A \quad (3.2-2)$$

onde:

C_a e C_ℓ são coeficientes adimensionais determináveis experimentalmente e que dependem da forma da seção, do número

de Reynolds, do ângulo de incidência do vento e, no caso de fluxo turbulento, das características da turbulência.

q_0 é a pressão dinâmica do vento igual a $\frac{1}{2} \rho V^2$ sendo ρ a massa específica do ar e V a velocidade do fluxo não perturbado.

A é a área de uma superfície de referência.

Em uma situação mais geral é necessário definir a orientação da força lateral, ou decompô-la em suas duas componentes, uma horizontal e outra vertical, dita força de sustentação.

A força aerodinâmica que age sobre um corpo, imerso em um fluxo bidimensional de velocidade \vec{V} , que se desloca com uma velocidade \dot{y} , perpendicular à direção do escoamento, é função da velocidade relativa entre o corpo e o fluxo, V_{rel} .

Segundo a figura (3.2-1) o ângulo de ataque da velocidade relativa V_{rel} é

$$\alpha = \arctan \dot{y}/V \quad (3.2-3)$$

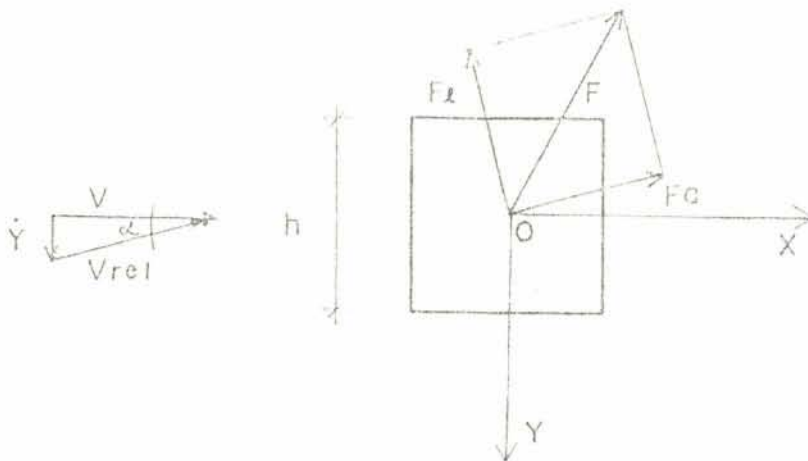


FIG. 3.2-1 - Forças do vento.

No procedimento "quase-estático" aceita-se que, em cada instante durante a vibração, a força aerodinâmica é a mesma a que estaria sujeito o corpo em ensaio estático com o mesmo ângulo de ataque α .

A força total atuante sobre o corpo pode ser decomposta nas direções OX e OY de maneira que

$$F_x = C_x q_0 A \quad (3.2-4)$$

$$F_y = C_y q_0 A \quad (3.2-5)$$

Considerando as equações (3.2-1 e 2) tem-se:

$$F_y = -C_\ell \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 A \cos \alpha - C_a \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 A \sin \alpha \quad (3.2-6)$$

Sendo:

$$V_{rel} = V \sec \alpha \quad (3.2-7)$$

obtêm-se:

$$F_y = -\frac{1}{2} \rho V^2 A (C_\ell \sec \alpha + C_a \tan \alpha \sec \alpha) \quad (3.2-8)$$

Comparando-se com (3.2-5):

$$C_y = - (C_\ell \cos \alpha + C_a \tan \alpha \sec \alpha) \quad (3.2-9)$$

A equação (3.2-9) indica que C_y é uma função de \dot{y}/V que pode, portanto, ser desenvolvida em uma série de potências da forma:

$$C_y = \sum_{n=1} C_{yn} (\dot{y}/V)^n \quad (3.2-10)$$

onde os termos com expoentes pares são necessários para exprimir uma função C_y não simétrica.

A força lateral F_y pode tanto amortecer a vibração quanto excitá-la, conforme se verifica na equação de movimento do sistema para um grau de liberdade:

$$m \ddot{y} + c \dot{y} - F_y + k y = 0 \quad (3.2-11)$$

onde m , c e k representam, respectivamente, a massa, o amortecimento e a rigidez do sistema.

Para o caso de oscilações provocadas por uma perturbação inicial muito pequena ($\dot{y}/V \rightarrow 0$) os termos com expoentes mais elevados da expressão (3.2-10) desaparecem, conservando-se o termo linear. Neste caso a solução geral de (3.2-11) é:

$$y = C e^{-b t} \text{ sen } (p t + \phi) \quad (3.2-12)$$

onde

$$b = \zeta_n \omega_n - \frac{C_{y1} q_0 A}{2 V m} \quad (3.2-13)$$

$$p = \omega_n \sqrt{1 - \left(\frac{b}{\omega_n}\right)^2} \quad (3.2-14)$$

C é a amplitude inicial e ϕ o ângulo de fase.

De acordo com (3.2-12) a vibração será amortecida se $b > 0$ o que implica em $C_{y1} > 0$ como condição necessária para oscilações auto-induzidas a partir da posição de equilíbrio não perturbado. Em consequência existe um valor limite da velocidade, dito velocidade crítica, V_{cr} ("onset velocity"), abaixo do qual a vibração, uma vez iniciada será amortecida, e cuja expressão é obtida diretamente da consideração de $b=0$.

$$\zeta_n \omega_n - \frac{C_{y1} q_0 A}{2 V m} = 0 \quad (3.2-15)$$

$$V_{cr} = \frac{4 \xi_n \omega_n m}{C_{y1} A \rho} \quad (3.2-16)$$

A equação (3.2-16) permite determinar a velocidade crítica, mas não a amplitude das oscilações, o que só poderia ser feito em presença dos termos não lineares de (3.2-10).

O método de Krylov e Bogoliubov⁷, utilizando apenas a primeira aproximação, tem-se mostrado adequado à solução da equação de movimento completa, o que é esperado para equações de fraca não linearidade.

Usualmente se considera que a posição inicial corresponde a um ângulo de incidência 0. Isto pode não ser adequado a outras situações, quando então se estudaria uma nova condição de estabilidade levando-se em consideração as parcelas não lineares de (3.2-10).

No presente trabalho se utiliza um procedimento para a determinação da velocidade crítica de sistemas com vários graus de liberdade em que se aborda apenas o caso de $C_{y1} > 0$, no qual o sistema passa a ser instável a partir da posição não deformada.

Na tabela (3.2-1) são apresentados coeficientes C_{y1} para diversas formas de seção obtidas das referências ^{1,13,14,15}.

A curva que descreve o coeficiente C_y em função de α pode ser obtida em ensaios no túnel de vento para várias formas de seção transversal e intensidades de turbulência, sendo os coeficientes da série (3.2-10) determinados pelo ajuste de um polinômio de grau variável, utilizando o método dos mínimos quadrados.

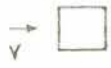
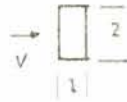
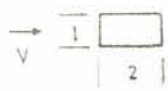

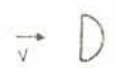
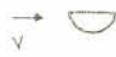
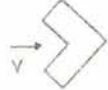
Seção	C_{y1}	Re
	+2.7	66,000
	0	66,000
	+3.0	33,000
	-10.0	2,000-20,000
	0	66,000
	-0.5	51,000
	+0.66	75,000

TABELA 3.2-1 - Tangente, na origem, (C_{y1}) da curva da força lateral, para escoamento não turbulento. Ref. (1,13,14,15).

A figura (3.2-1) indica algumas formas típicas destes coeficientes e as correspondentes respostas devidas à "galope".

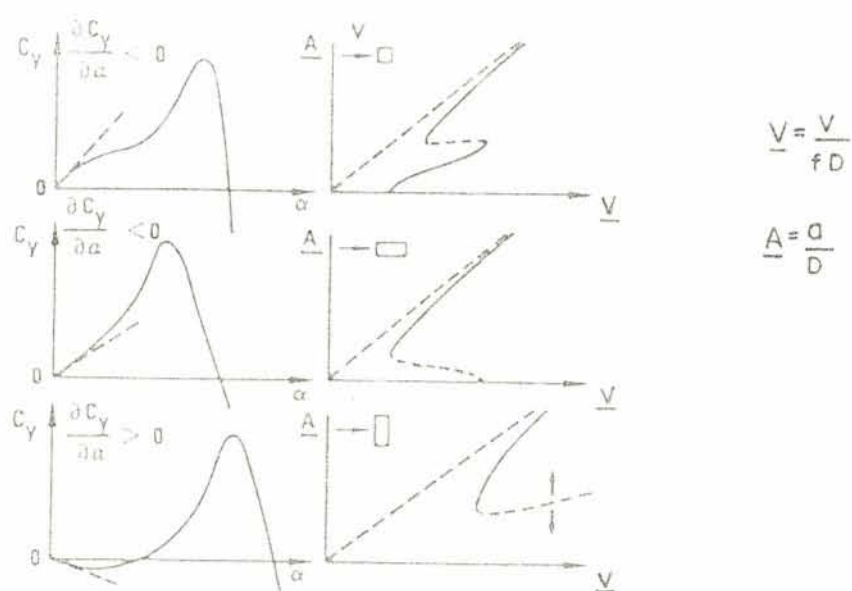


FIG. 3.2-2 - Curvas típicas para $C_y(\alpha)$ e as correspondentes respostas para galope. (Ref. 16).

Um dos resultados mais antigos encontrados na bibliografia sobre a determinação da força F_y atuante sobre um corpo mergulhado em um fluxo uniforme é devido a Flaschsbart¹⁷. Em 1932 ele mediu esta força em uma placa com relação 5:1 conforme esquema da figura (3.2-3)

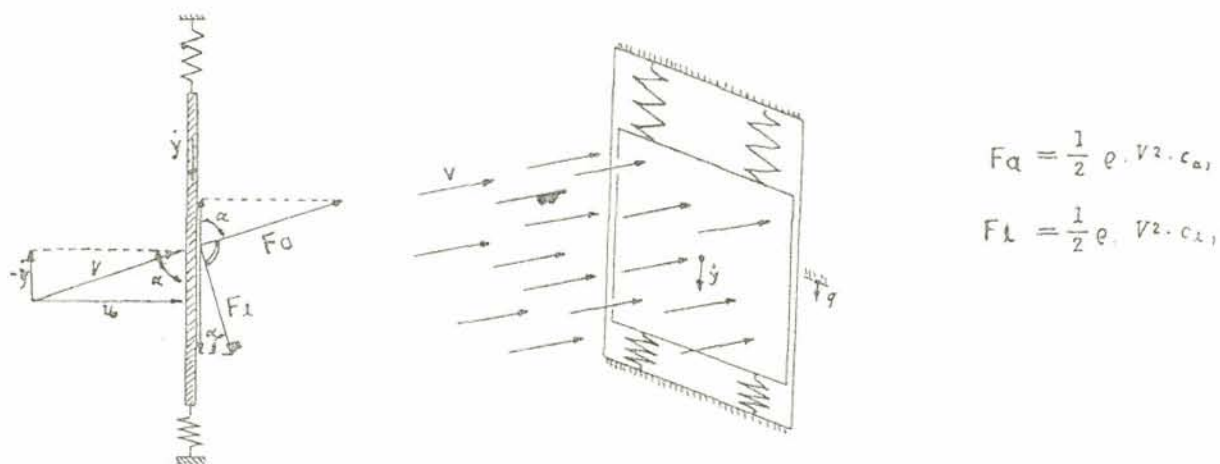


FIG. 3.2-3 Esquema empregado para a medição das forças lateral e de arrasto atuantes em uma placa de relação 5:1 Ref. (17).

α°	$\frac{\dot{y}}{V}$	c_l	c_a	$D_z(\dot{y})$	$\frac{\dot{y}}{V} D_z(\dot{y})$	c_y
90°	0	0	1,200	0	0	0
84,9° 95,1°	$\pm 0,089$	$\pm 0,148$	+ 1,180	$\pm 0,043$	+ 0,0038	+ 0,0425
79,9° 100,1°	$\pm 0,178$	$\pm 0,247$	+ 1,159	$\pm 0,042$	+ 0,0075	+ 0,0399
74,9° 105,1°	$\pm 0,267$	$\pm 0,341$	+ 1,130	$\pm 0,037$	+ 0,0100	+ 0,0349
69,8° 110,2°	$\pm 0,368$	$\pm 0,432$	+ 1,100	$\pm 0,029$	+ 0,0107	+ 0,0256
64,8° 115,2°	$\pm 0,470$	$\pm 0,530$	+ 1,070	$\pm 0,017$	+ 0,0080	+ 0,0240
59,8° 120	$\pm 0,582$	$\pm 0,643$	+ 1,070	$\pm 0,037$	+ 0,0215	+ 0,0175

TABELA 3.2-2 - Coeficientes da força lateral, de arrasto e F_y devidos a Flaschsbart (17).

Seus resultados foram incluídos neste trabalho para tentar esclarecer melhor o comportamento do coeficiente C_{yl} em função da relação a/b de seções retangulares numa região ($a/b=5$) em que não se fez ensaios. A última coluna a direita na tabela 3.2-2 foi adicionada aos resultados originais mediante a decomposição dos coeficientes para a força lateral e de arrasto através da relação:

$$C_y = C_l \operatorname{sen} \alpha - C_a \cos \alpha \quad (3.2-17)$$

3.3 - Equações gerais de movimento

Para um sistema com vários graus de liberdades as equações de movimento são:

$$M \ddot{y} + C \dot{y} + K y = Y \quad (3.3-1)$$

onde:

\vec{y} é o vetor de deslocamentos generalizados

M , C , K são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente

\vec{Y} é o vetor de forças generalizadas, cujas componentes Y_j estão dadas por:

$$Y_j = \frac{1}{2} \rho V_j^2 A_j \cos \beta_j C_{y_j} \quad (3.3-2)$$

Na equação (3.3-2) V_j representa a velocidade da corrente não perturbada, A_j é a área de referência do elemento j , C_{y_j} o correspondente coeficiente aerodinâmico e β_j o ângulo compreendido entre a coordenada generalizada y_j e a direção do fluxo.

Quando sô o termo linear da série (3.2-10) é retido a equação (3.3-2) fica:

$$Y_j = \frac{1}{2} \rho V_j A_j \cos \beta_j C_{ylj} \dot{y}_j \quad (3.3-3)$$

Introduzindo a (3.3-3) em (3.3-1) obtêm-se:

$$\mathbf{M} \ddot{\vec{y}} + [\mathbf{C} - \mathbf{B}] \dot{\vec{y}} + \mathbf{K} \vec{y} = \vec{0} \quad (3.3-4)$$

onde:

\mathbf{B} é uma matriz diagonal cujos elementos diagonais são os coeficientes de \dot{y}_j em (3.3-3). A equação (3.3-4) descreve, portanto, a vibração de um sistema com vários graus de liberdade, sob a ação do vento, na direção OY , quando se considera apenas o efeito linear da força.

Esta equação pode ser resolvida, uma vez que a matriz $[\mathbf{C} - \mathbf{B}]$ de coeficientes dissipativos não é proporcional a \mathbf{M} ou \mathbf{K} , pelo método de superposição modal modificado apresentado no capítulo 2, cuja base está em realizar uma troca de variáveis da forma:

$$\vec{x} = \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \dots \\ y \end{Bmatrix} \quad (3.3-5)$$

cujas consequências é transformar a equação (3.3-4) em uma mais simples

$$\dot{\vec{x}} = \mathbf{F} \vec{x} \quad (3.3-6)$$

onde:

$$\mathbf{F} = \left[\begin{array}{cc|cc} -\mathbf{M}^{-1} & [\mathbf{C} - \mathbf{B}] & -\mathbf{M}^{-1} & \mathbf{K} \\ \hline & & & \\ \hline & \mathbf{I} & & \mathbf{0} \end{array} \right] \quad (3.3-7)$$

Adotando-se como critério de estabilidade o sinal da parte real dos autovalores associados ao problema (3.3-6), pode-se determinar a velocidade crítica para cada modo como sendo

a velocidade a partir da qual a parte real do autovalor ligado ao modo em estudo se torna positiva.

Se os termos não lineares de (3.2-10) são mantidos na expressão de \vec{Y} a equação (3.3-6) toma a forma:

$$\dot{\vec{x}} = \mathbf{F} \vec{x} + \vec{g}(x_1, x_2, \dots, x_n); \vec{g}(0, 0, \dots, 0) = \vec{0} \quad (3.3-8)$$

na qual as componentes g_j do vetor \vec{g} são séries de potências expandidas ao redor da origem das variáveis x_1, x_2, \dots, x_n , começando com os termos de segundo grau. Diz-se então que (3.3-6) é a "primeira aproximação" ou "parte linear" de (3.3-8). O seguinte teorema, devido a Liapunov¹², permite estender a (3.3-8) a condição de estabilidade de (3.3-6): "Se a equação (3.3-6) é assintoticamente estável na origem, também (3.3-8) é estável. Se (3.3-6) é instável, isto é, se \mathbf{F} tem pelo menos uma raiz característica com parte real positiva, então (3.3-8) é instável"

Em consequência, para estabelecer o estado do sistema basta calcular o espectro da matriz \mathbf{F} . No caso de sistemas com muitos graus de liberdade, a determinação da velocidade crítica exige a reiteração do processo para diferentes níveis da excitação.

3.4 - Comportamento dos coeficientes da força lateral em função do ângulo de ataque.

Descrição do equipamento, modelos e procedimentos.

Os ensaios para a determinação das curvas que relacionam os coeficientes da força F_y com o ângulo de incidência α ou mais precisamente, com a sua tangente, foram realizados no túnel de vento da UFRGS.

Trata-se de um túnel de câmara de ensaio fechada que permite uma velocidade máxima de, aproximadamente, 140 km/h em circulação livre, equipado com duas mesas giratórias (I e II).

As dimensões da seção transversal do túnel correspondentes a mesa I e II são as seguintes:

mesa I - 124 cm x 90 cm
 mesa II - 129 cm x 90 cm

A utilização de uma ou de outra implica na adoção de condições diversas para os ensaios no que diz respeito a intensidade da turbulência.

O instrumental utilizado nos ensaios constou de:

uma ponte de medida BAM-1, Vishay Instruments, Inc.
 um termômetro
 um barômetro aneróide de alta precisão
 manômetro a água tipo Betz.

A turbulência foi gerada mediante a interposição de uma grelha de malha constante, conforme a figura (3.4-1), na seção de entrada da câmara de ensaio.

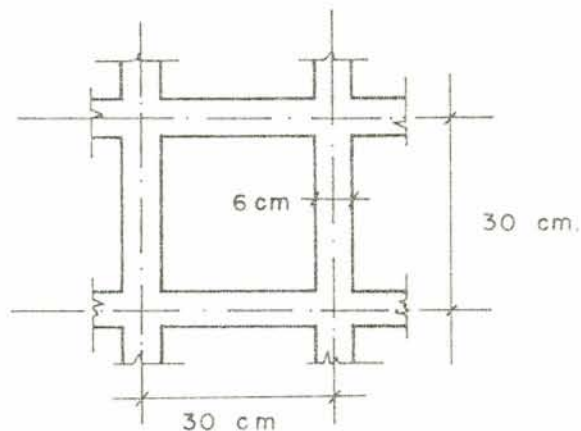


FIG. 3.4-1 - Grelha utilizada para gerar turbulência.

No manômetro se lia a pressão diferencial Δp_a correspondente aos anéis piezométricos existentes na parede do túnel, a qual era afetada de um coeficiente multiplicativo k a fim de se obter a pressão dinâmica q_0 correspondente à posição dos modelos:

$$q_0 = \Delta p_a \cdot k \quad (3.4-1)$$

Os valores de k são os seguintes:

mesa II - vento uniforme - sem grelha $k = 0.983$

mesa II - - com grelha $k = 1.022$
 mesa I - vento uniforme - sem grelha $k = 1.012$
 mesa II - - com grelha $k = 1.029$

Os valores da intensidade longitudinal da turbulência são:

mesa II - com grelha - $I = 4.5\%$
 mesa II - sem grelha - $I = 0.28\%$
 mesa I - com grelha - $I = 10.6\%$
 mesa I - sem grelha - $I = 0.42\%$

Alguns autores têm observado que a escala da turbulência também exerce uma influência sobre os valores do coeficiente da força F_y e, embora não se tenha feito verificação nenhuma desta influência, inclui-se, como referência, os seguintes valores das escalas de turbulência correspondentes aos presentes ensaios:

mesa II - centro do túnel - $h = 450$ mm $L = 100$ mm
 mesa I - centro do túnel - $h = 300$ mm $L = 68$ mm
 $h = 150$ mm $L = 67$ mm
 $h = 450$ mm $L = 56$ mm

Em todos os casos o perfil vertical de velocidades da corrente de ar era praticamente uniforme, havendo uma alteração apenas para pequenas alturas acima do piso do túnel. (camada limite).

As medições foram feitas em dois tipos de modelo:

a) Um colocado horizontalmente ocupando toda a largura do túnel, de seção vazada, feito com chapas de madeira compensada de 1 cm de espessura e com as seções de 5 x 5 cm e 5 x 7,5 cm.

Através de parafusos colocados nas extremidades, os prismas se apoiavam num conjunto de chapas de aço presas externamente às paredes do túnel e sobre as quais foram colados extensômetros. A força lateral atuante no modelo era medida diretamente.

Cada um dos dinamômetros possuía uma rigidez de cerca de 6,5 kgf/cm havendo uma pequena diferença de 5% entre a rigi-

dez de um e outro.

Preliminarmente fez-se uma curva de carga-deformação para cada um dos dinamômetros, tendo-se obtido resultados satisfatórios, quanto ao seu comportamento linear, para cargas até 2kgf.

Também foi considerado insignificante o efeito da presença de forças horizontais sobre o modelo, para valores até 2kgf, em verificações feitas com cargas verticais limitadas a 3kgf.

A figura (3.4-1) apresenta um esquema dos dinamômetros.

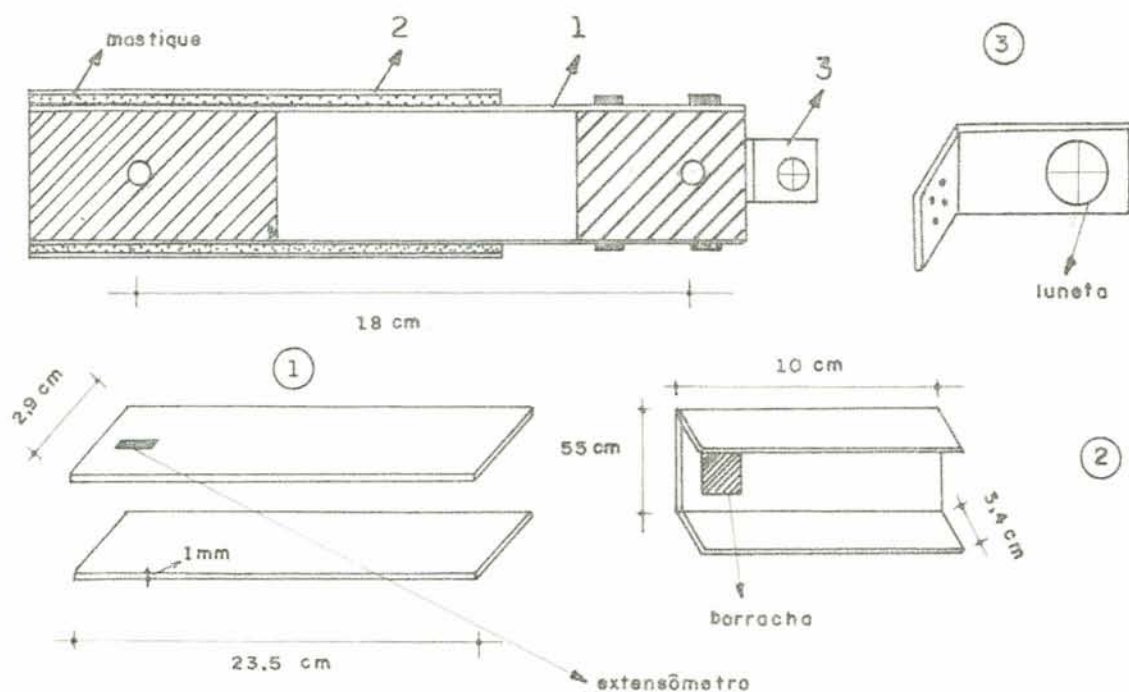


FIG. 3.4-1 - Esquema dos dinamômetros utilizados com os modelos horizontais.

Observa-se que, malgrado os cuidados dispensados à correta disposição dos modelos, no que diz respeito à situação correspondente ao ângulo 0 (ortogonalidade entre a face frontal e a corrente média de ar), ocorreram pequenas distorções para as quais se adotaram correções posteriores.

Como apenas o amortecimento próprio dos suportes não fosse suficiente para abrandar as vibrações, tornou-se necessã

rio colocar entre as chapas uma camada espessa de masticque com propriedades amortecedoras.

Este procedimento mostrou-se suficiente no caso de escoamento não turbulento. Contudo não foi satisfatório para a maioria das seções em escoamento turbulento, obrigando o emprego de outro tipo de modelo, menos instável, descrito a seguir.

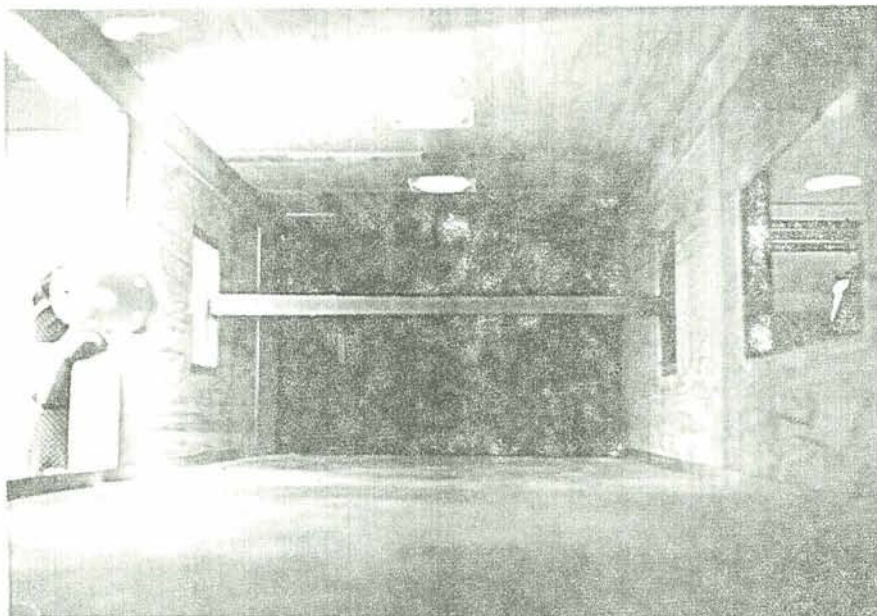


FIG 3.4-2 - Vista do modelo horizontal disposto no túnel.

b) o segundo modelo consistia em pequenos prismas de madeira (pinho) colocados verticalmente no túnel e ligados a um suporte feito com um tubo de alumínio de 18 cm de altura, diâmetro nominal de 1" e 1 mm de espessura de parede, instrumentado de maneira a medir as forças atuantes sobre os prismas em duas direções ortogonais simultaneamente.

A 12,5cm do topo deste tubo foram colocados 4 extensõ-

metros em posições diretamente opostas, duas a duas, de modo a que as linhas que uniam os centros de dois pares deles formassem uma cruz centrada no eixo do cilindro.

A fim de provocar uma concentração de tensões na região das medições foram feitos alguns furos na parede do cilindro, mas mesmo assim os valores a serem lidos, para ângulos de incidência próximos de zero, eram muito pequenos, ao que se atribue a dispersão nos resultados encontrados para este trecho das curvas correspondentes a algumas formas de seção.

Para os ensaios estáticos foram usados prismas cheios, de 30 cm de altura, de 3 x 3 cm, 2 x 3 cm e 2 x 6 cm de seção. Nos ensaios dinâmicos, prismas vasados, de 25 cm de altura, com o fim de diminuir a sua massa e aumentar a frequência natural do conjunto, afastando-a das frequências esperadas para desprendimento de vórtices.

Visando obter uma condição de fluxo bidimensional, o modelo foi colocado entre duas placas paralelas, com os bordos biselados,

O suporte da placa inferior envolvia o conjunto (cilindro e seu revestimento) impedindo que o vento agisse diretamente sobre o dinamômetro. Ficava, pois, perfeitamente delimitada como área de ação do vento apenas a parte correspondente ao prisma de madeira, segundo se verifica na figura (3.4-4).

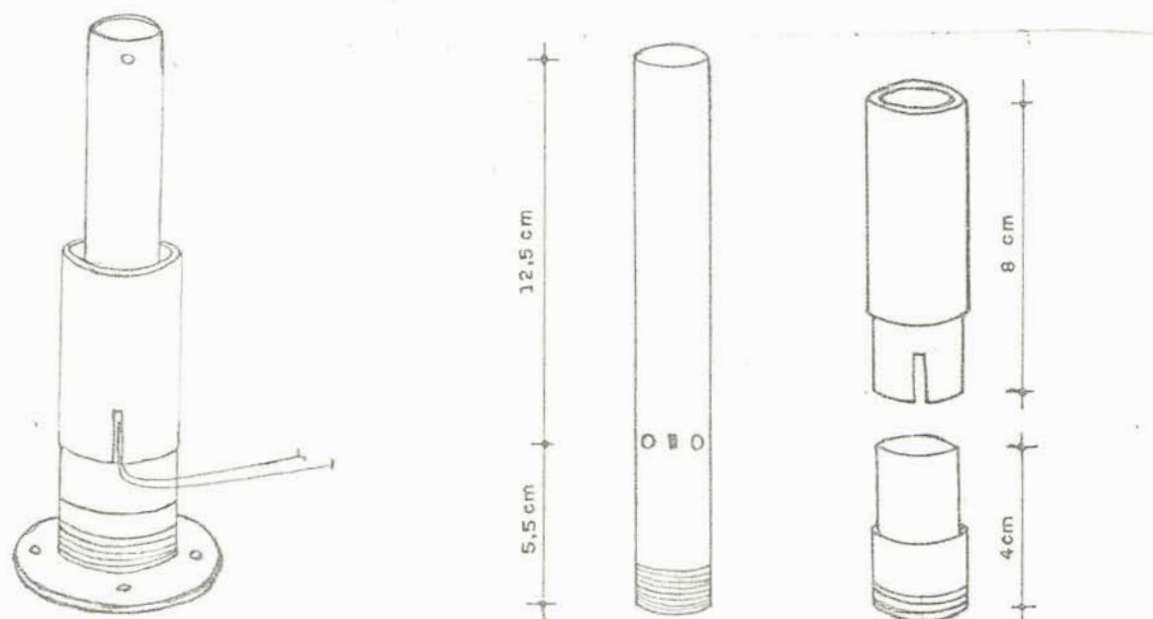


FIG. 3.4-3 - Esquema dos dinamômetros utilizados com os modelos verticais.

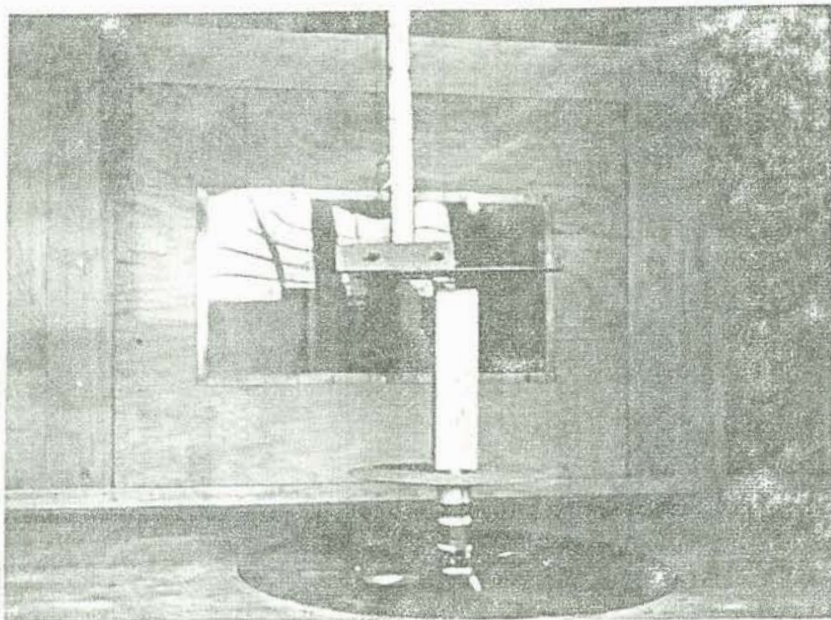
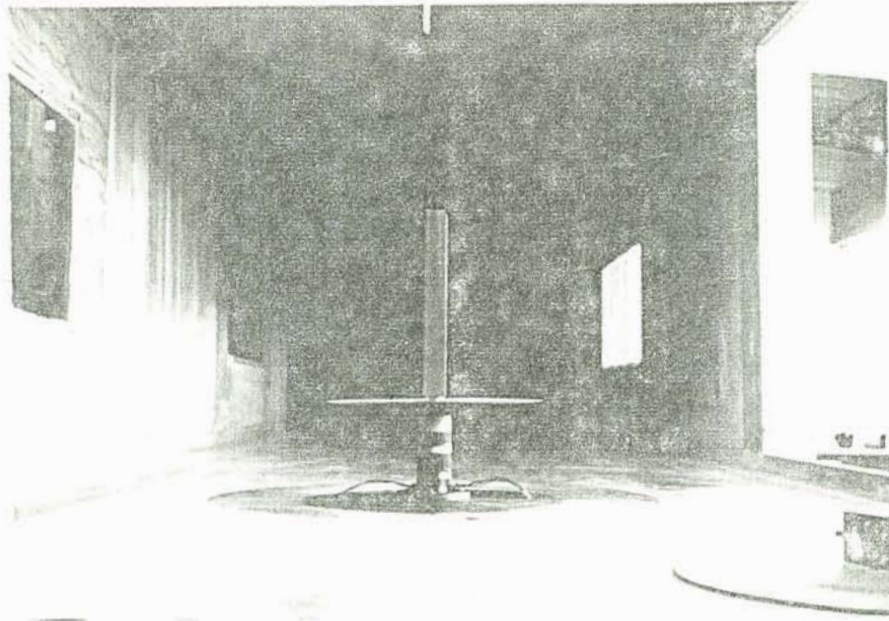


FIG. 3.4-4 - Vista do modelo vertical disposto no túnel.

Como o amortecimento próprio do suporte não era suficiente para abrandar as vibrações, introduziu-se uma camada de mastique amortecedor entre o cilindro e um tubo de PVC que lhe servia de proteção.

Um dos aspectos importantes a serem observados na execução dos ensaios era a perfeita orientação do modelo com relação à direção do vento, bem como dos eixos do modelo em relação aos dos extensômetros, uma vez que pequenas imperfeições neste posicionamento poderiam afetar as leituras e alterar a simetria das curvas.

A fim de permitir que pequenas distorções neste sentido fossem corrigidas posteriormente, foram feitas leituras para ângulos positivos e negativos, de 2 em 2 graus.

As condições de turbulência e os fatores de correção da pressão dinâmica foram estabelecidas para a altura média no modelo horizontal e para o topo no vertical.

No caso do modelo horizontal foi necessário uma correção para levar em conta o efeito de bloqueio sobre a pressão dinâmica segundo a expressão simplificada sugerida por Pope:

$$q_0 = k \Delta_{pa} (1+2\epsilon) \quad 2\epsilon = 0,5 S_m/St \quad (3.4-2)$$

onde S_m = área da seção frontal do modelo

S_t = área da seção transversal do túnel.

3.5 - Resultados

Nesta seção se apresentam os valores dos coeficientes da força F_y em função do ângulo de ataque para as diferentes formas de seção transversal e duas intensidades de turbulência (fig. 3.5 - 1 a 5) bem como uma comparação entre esses resultados e os de outros autores (fig. 3.5 - 8 a 12)

Os valores finais registrados nas curvas são valores médios calculados com base em um conjunto de medições levadas a termo, em geral, para dois valores diferentes da pressão dinâmica.

Nas figuras que seguem $I = \frac{V_{\sigma}}{V}$ indica a intensidade da turbulência em cada caso, sendo V_{σ} o valor r.m.s da flutuação longitudinal da velocidade e V a velocidade média.

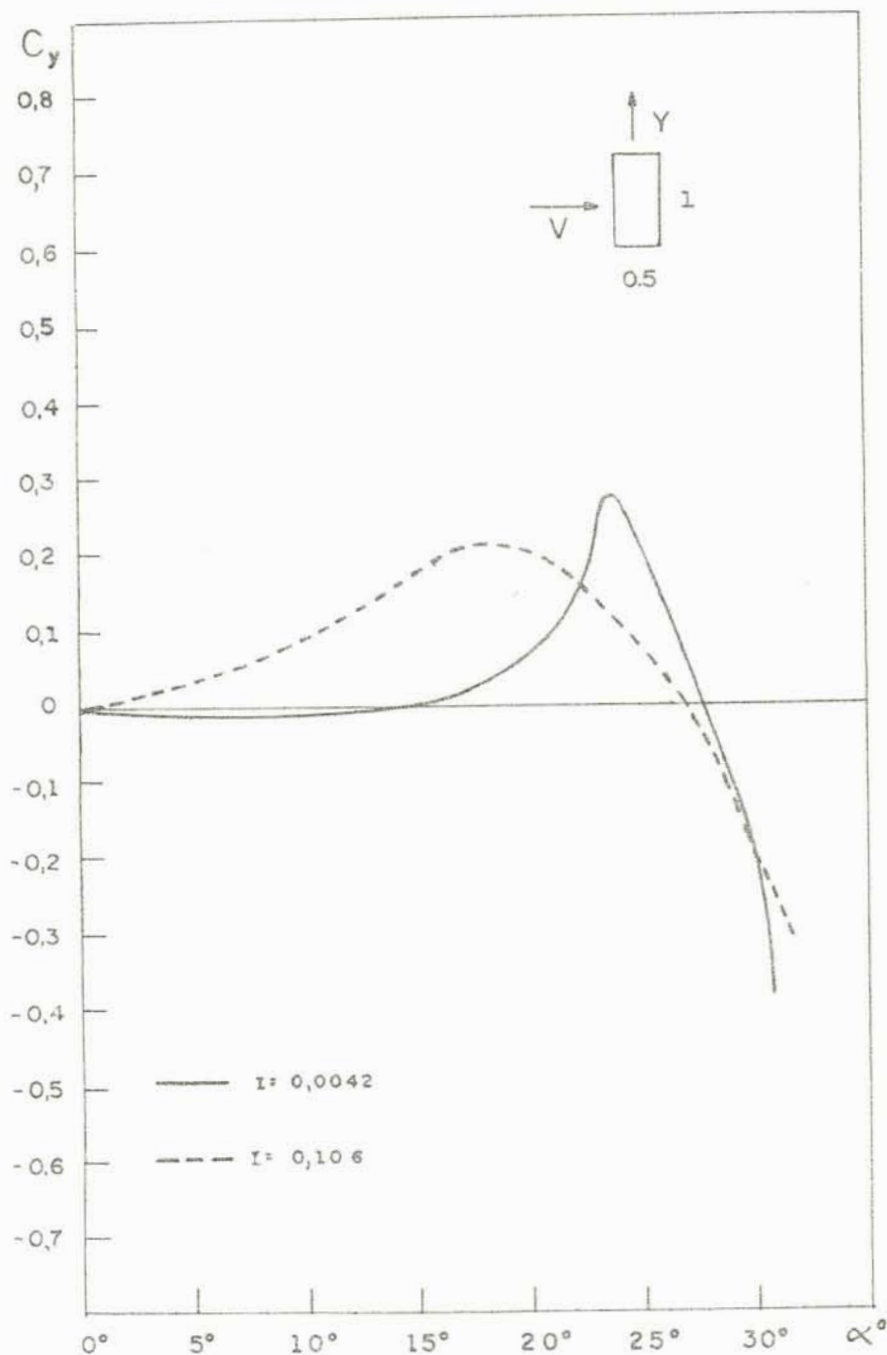


FIG. 3.5-1 - $C_y \times \alpha$ para a seção retangular de relação 1:0.5 em fluxos turbulento e não turbulento.

Da figura (3.5-1) se verifica que o efeito da presença da turbulência é no sentido de incrementar o valor de $C_{y1} = \frac{\partial C_y}{\partial \text{tg}(\alpha)}$ ($\alpha = 0$), tornando instável este tipo de seção que, originariamente se apresentava estável.

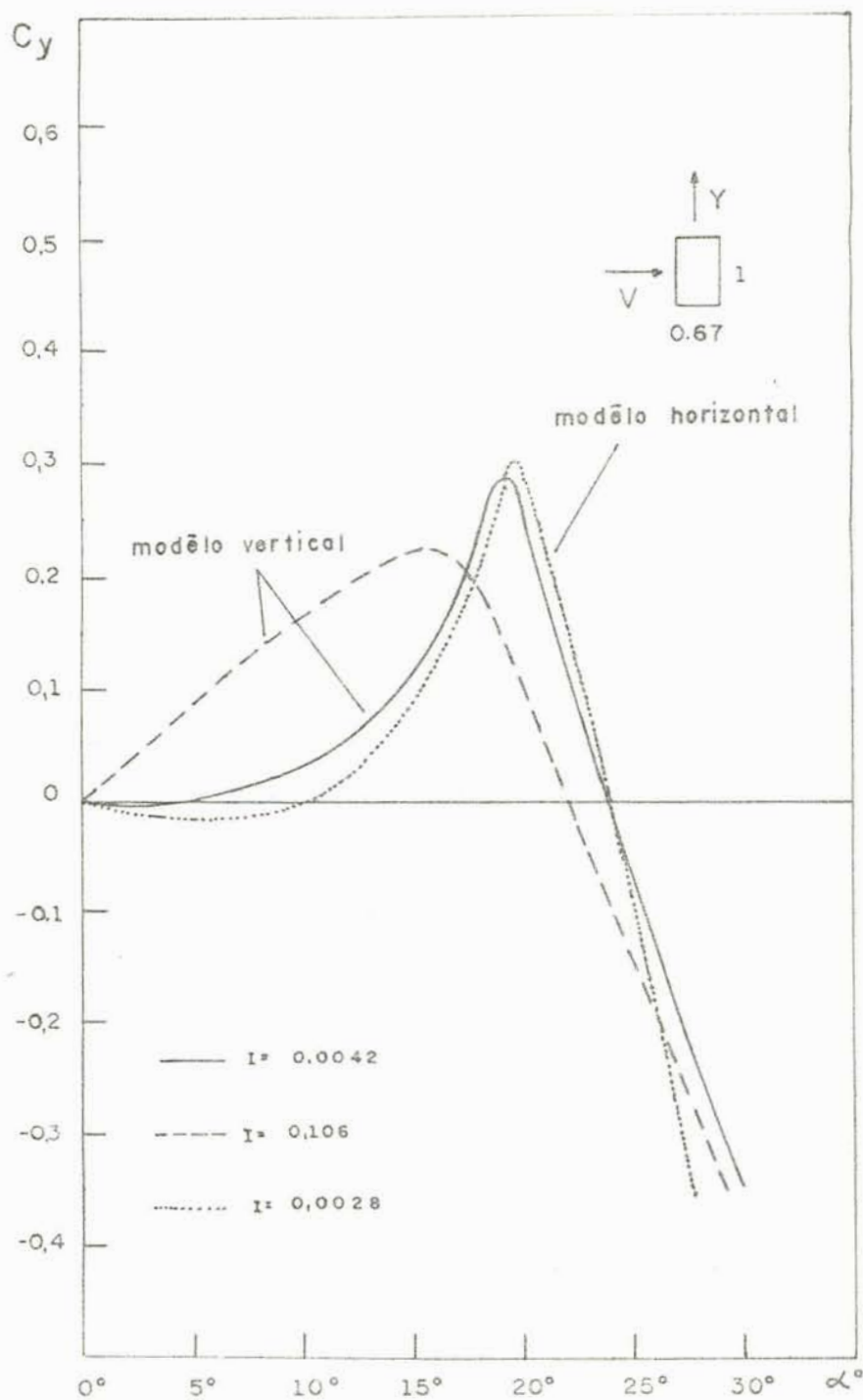


FIG. 3.5-2 - C_y x α para seção retangular de relação 1:0.67 em fluxo turbulento e não turbulento. A curva correspondente à intensidade de turbulência 0,28% foi determinada para o modelo horizontal.

Aqui, novamente, o efeito da turbulência é no sentido de instabilizar a seção, que para escoamento não turbulento é originalmente estável, necessitando uma amplitude inicial mínima para o início das vibrações.

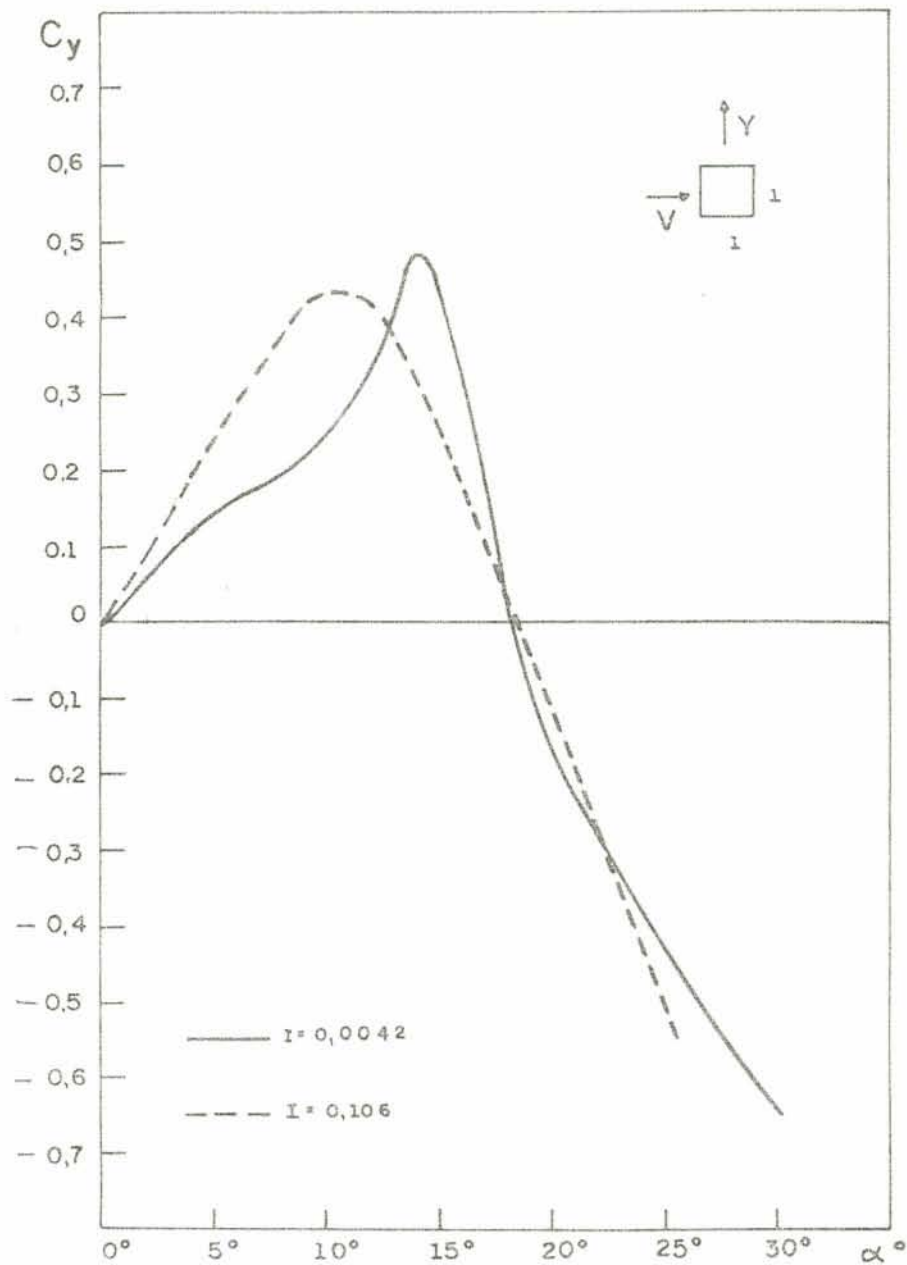


FIG. 3.5-3 - C_y x α para a seção quadrada em fluxo turbulento e não turbulento.

Ainda aqui o efeito da turbulência \bar{e} no sentido de instabilizar a seção, acrescentando-se, no caso de fluxo não turbulento, uma mudança pronunciada na tangente de C_y em cerca de $89,0$ que provoca uma região de histerese confirmada experimentalmente.

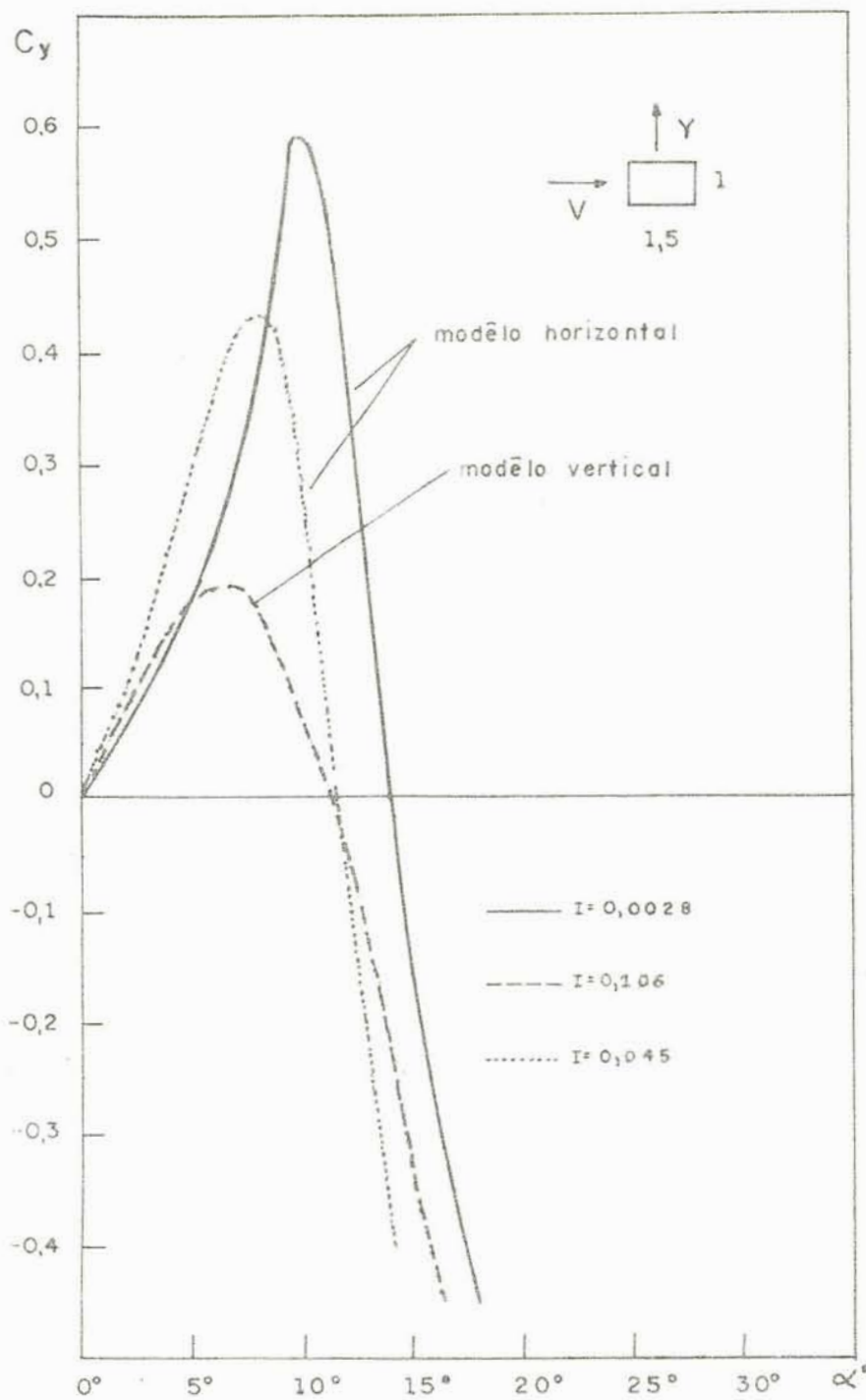


FIG. 3.5-4 - $C_y \times \alpha$ para seções retangulares com relação 1:1.5 em fluxo turbulento e não turbulento.

Aqui o efeito de um aumento da turbulência é marcante, mas em um sentido um pouco diferente dos anteriores, de vez que a presença da turbulência tende diminuir a energia fornecida ao sistema pelo fluido que o envolve. Quanto a velocidade crítica, nota-se uma certa alteração nas tangentes na origem com a variação da intensidade da turbulência.

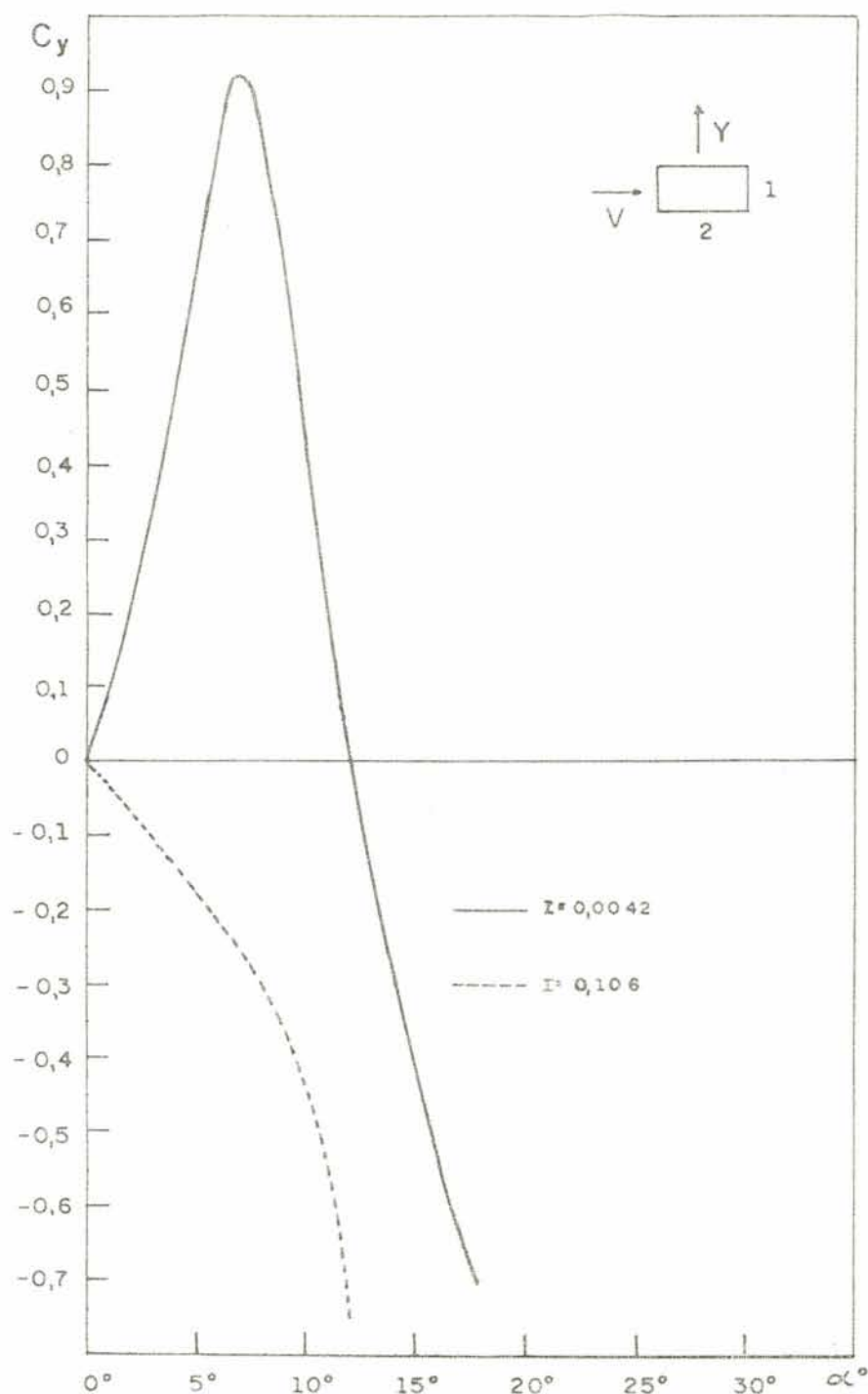


FIG. 3.5-5 - $C_y \times \alpha$ para seções retangulares com relação 1:2 em fluxo turbulento e não turbulento.

Neste último caso se verifica um pronunciado efeito da turbulência no sentido de estabilizar a seção ($C_y < 0$), apresentando as duas curvas características completamente diversas. Para o caso de fluxo não turbulento esta será a seção mais instável dentre as estudadas.

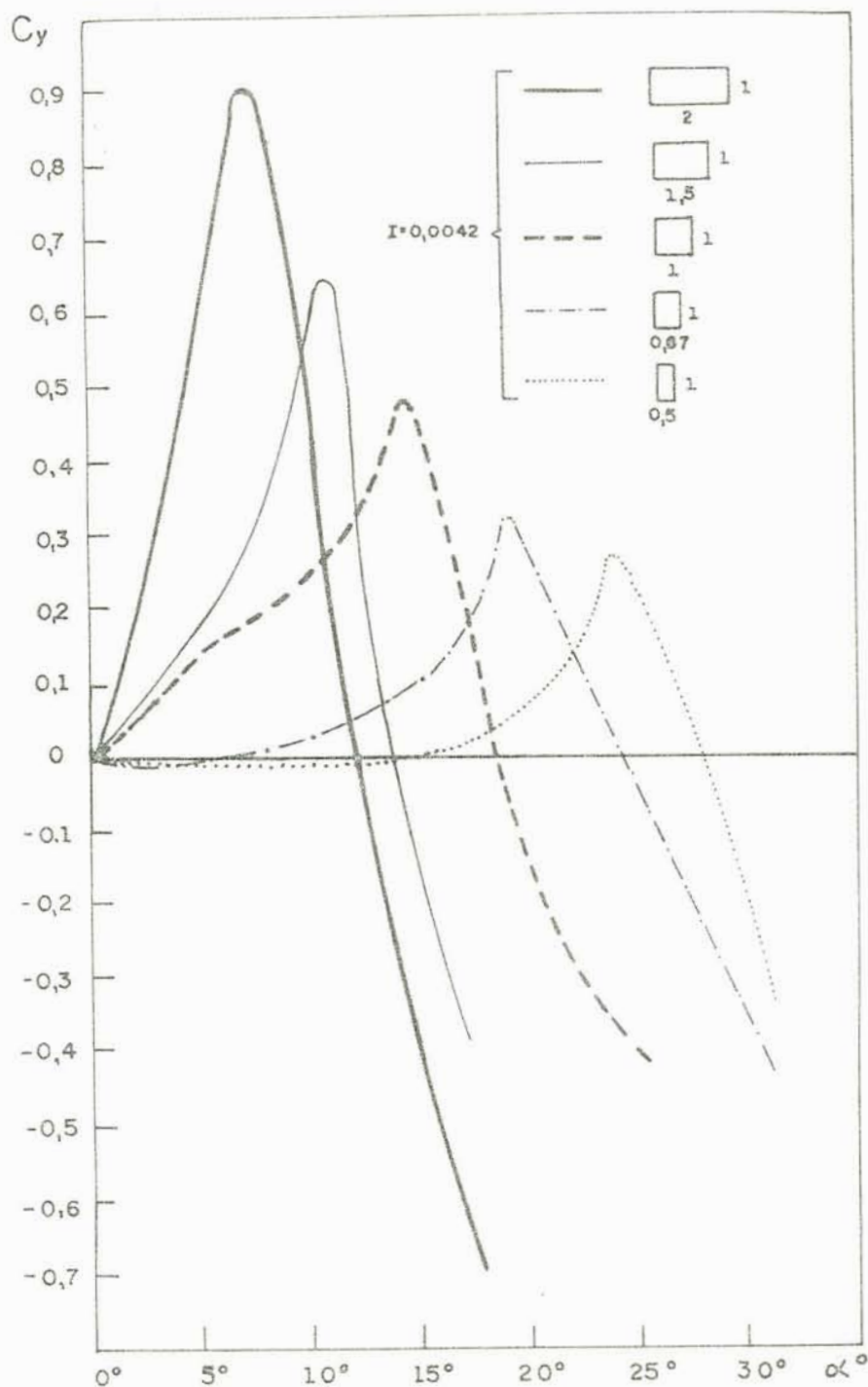


FIG. 3.5-6 - Andamento da força lateral, em fluxo não turbulento, relacionado com a variação da forma da seção.

A redução da relação a/b de seção retangulares, em fluxo não turbulento, tem como consequência direta a diminuição do intercâmbio de energia entre o corpo e o fluido que o cerca, de maneira contínua, além de tornar as seções progressivamente menos instáveis.

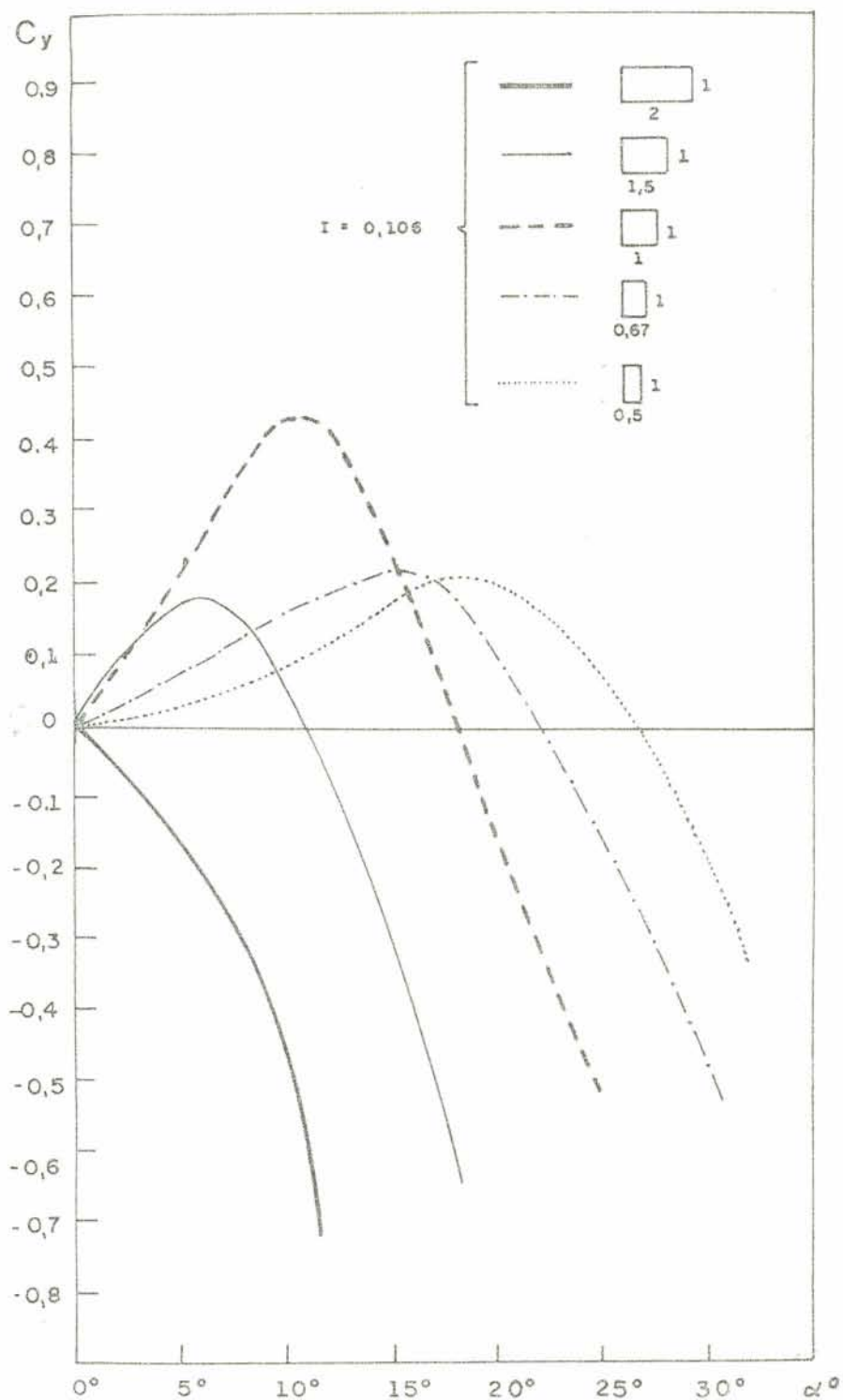


FIG. 3.5-7 - Andamento da força lateral, em fluxo turbulento, relacionado com a forma da seção.

No caso de escoamento turbulento não existe uma variação da força lateral com a relação a/b em um sentido definido, como no caso de fluxo não turbulento, verificando-se inicialmente um crescimento da força com a diminuição desta relação para, posteriormente, haver um decréscimo desta força.

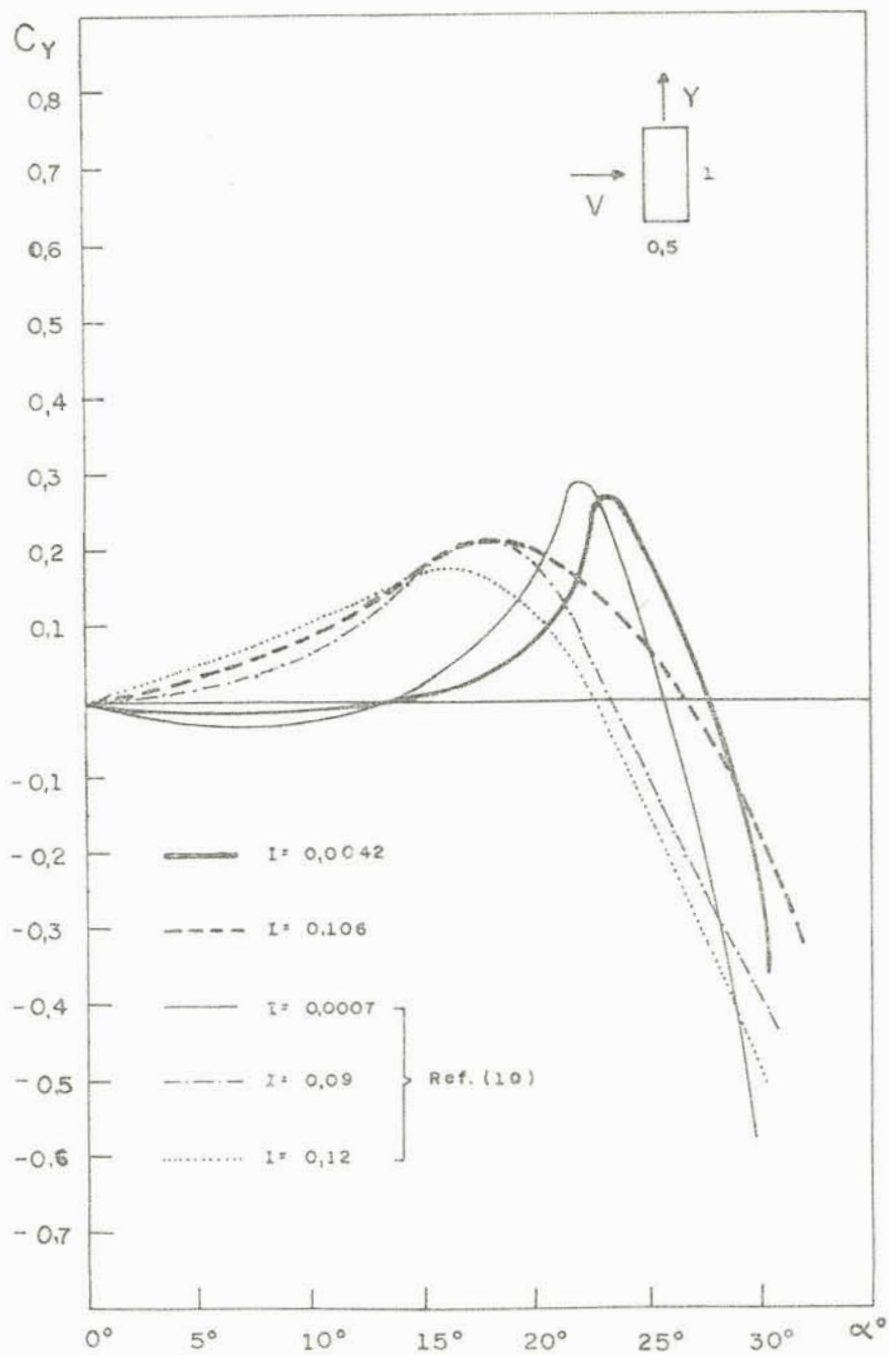


FIG. 3.5-8 - C_y x α para seção retangular 1:05 em fluxo turbulento e não turbulento. Curvas correspondentes a intensidades de turbulência de 12% e 0.07% devidos a Lanville e Parkinson (10).

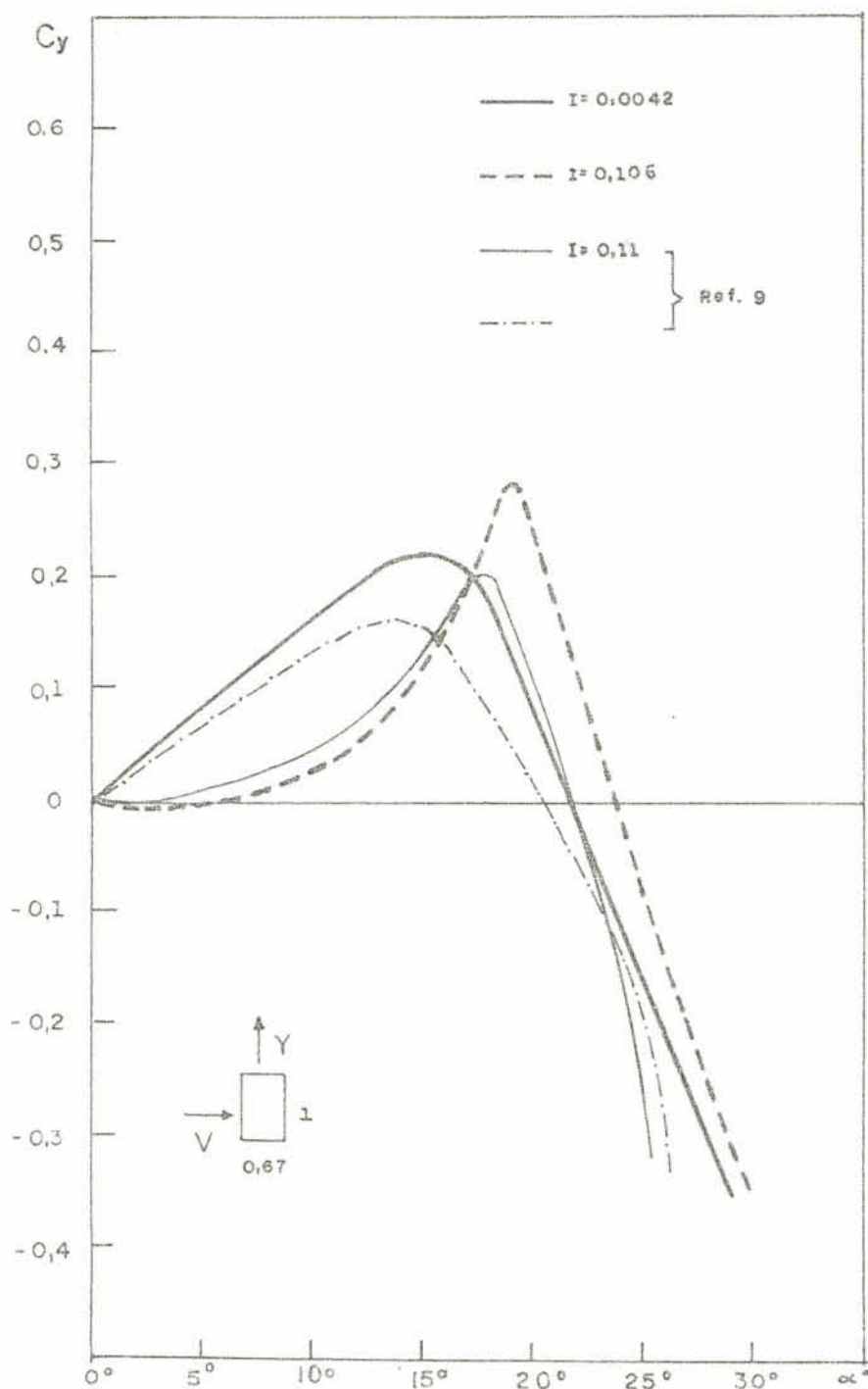


FIG. 3.5-9 - C_y x α para seção retangular em fluxo turbulento e não turbulento. Curvas devidas a Novak e Tanaka⁹ para intensidade da turbulência igual a 11%, e escoamento não turbulento sem especificação da intensidade correspondente.

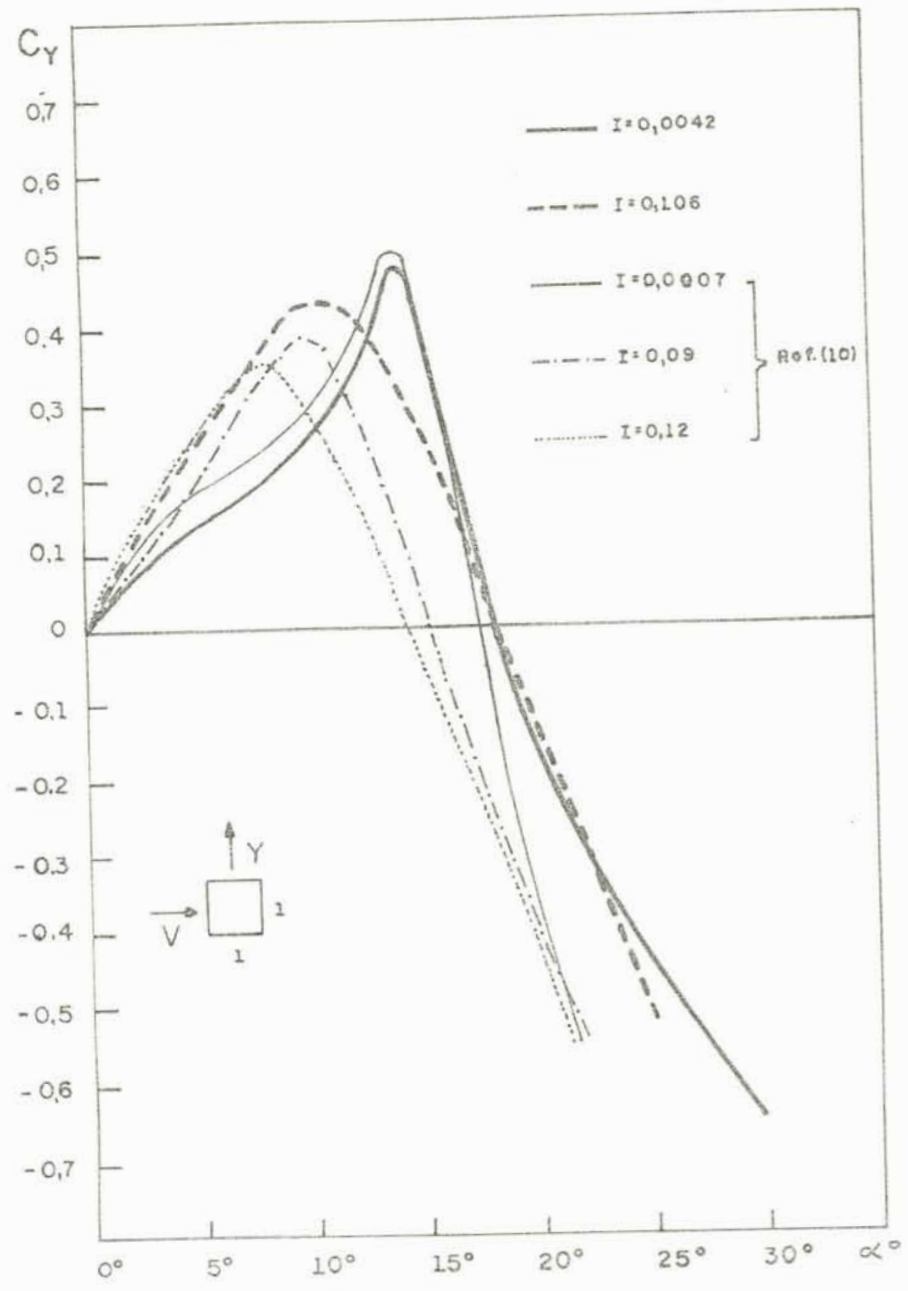


FIG. 3.5-10 - C_y x α para seção quadrada em fluxo turbulento e não turbulento. Curvas correspondentes a 9,12 e 0,07% de turbulência devida a Lanville e Parkinson¹⁰

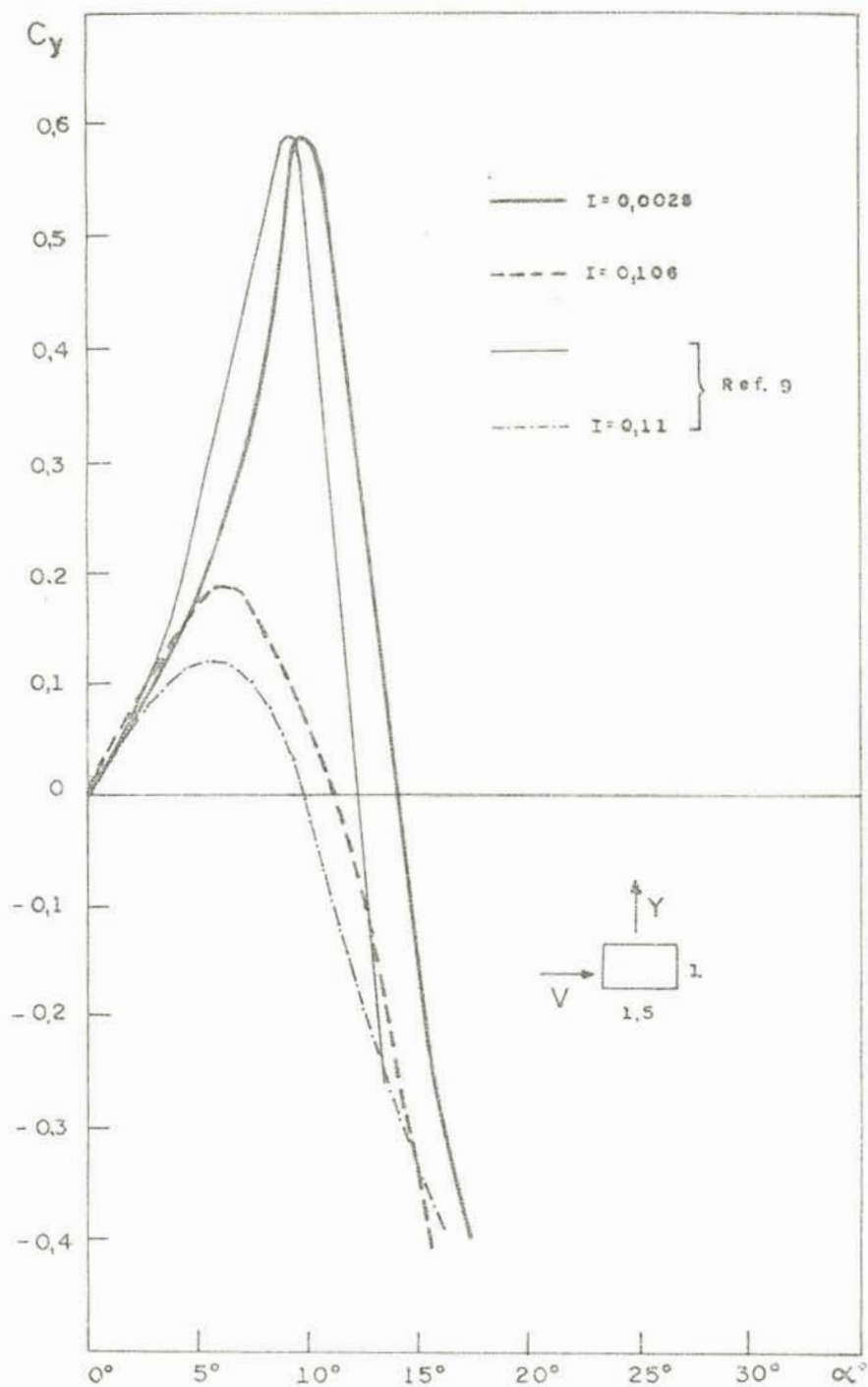


FIG. 3.5-11 - $C_y \times \alpha$ para seção retangular 1:1,5 em fluxo turbulento e não turbulento. Curvas devidas a Novak e Tanaka⁹ para intensidade de turbulência igual a 11% e escoamento não turbulento sem especificação da intensidade correspondente.

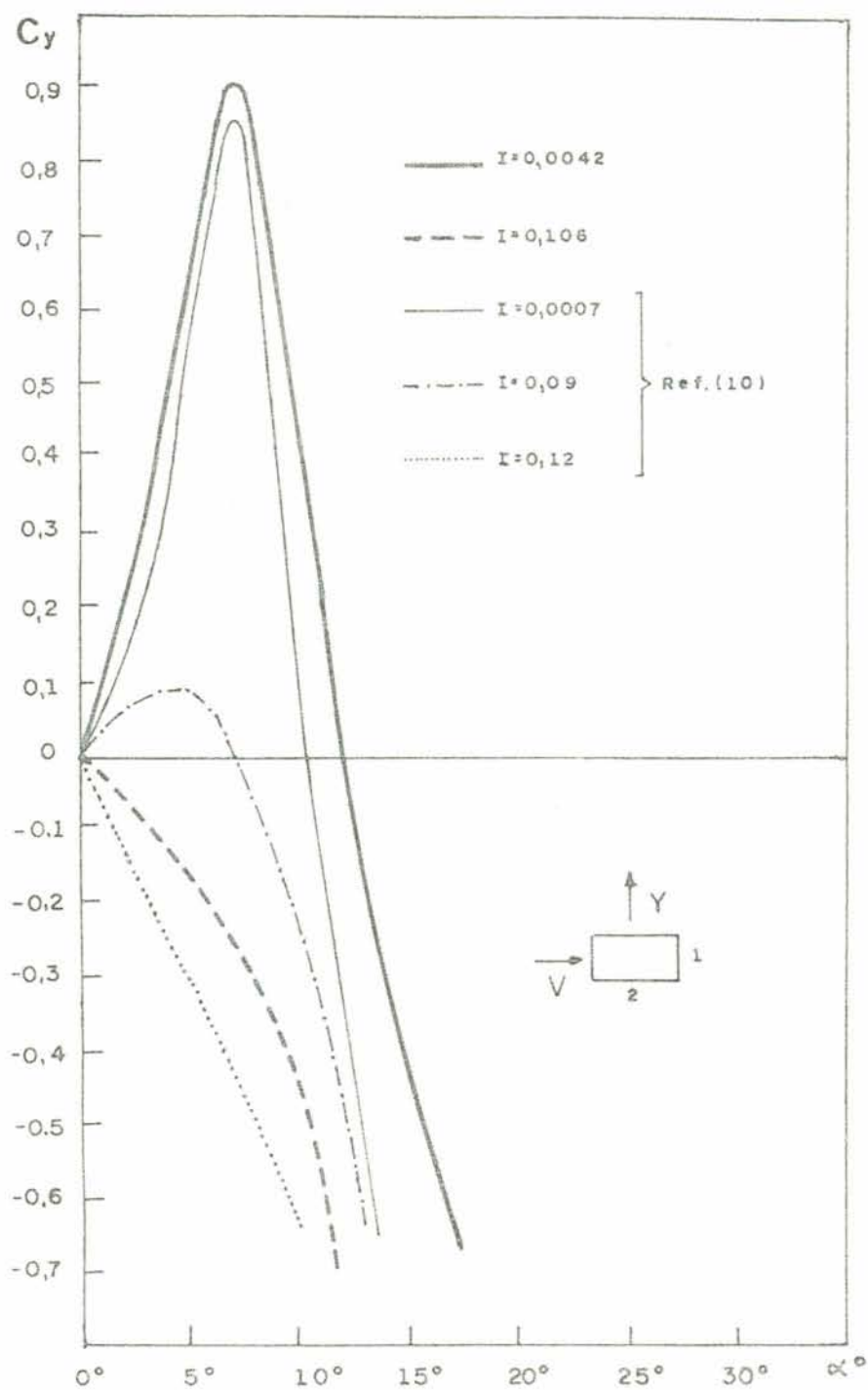


FIG. 3.5-12 - $C_y \times \alpha$ para seção retangular 1:2 em fluxo turbulento e não turbulento. Curvas correspondentes a 9,12 e 0,07% de intensidade de turbulência devidas a Laneville e Parkinson¹⁰

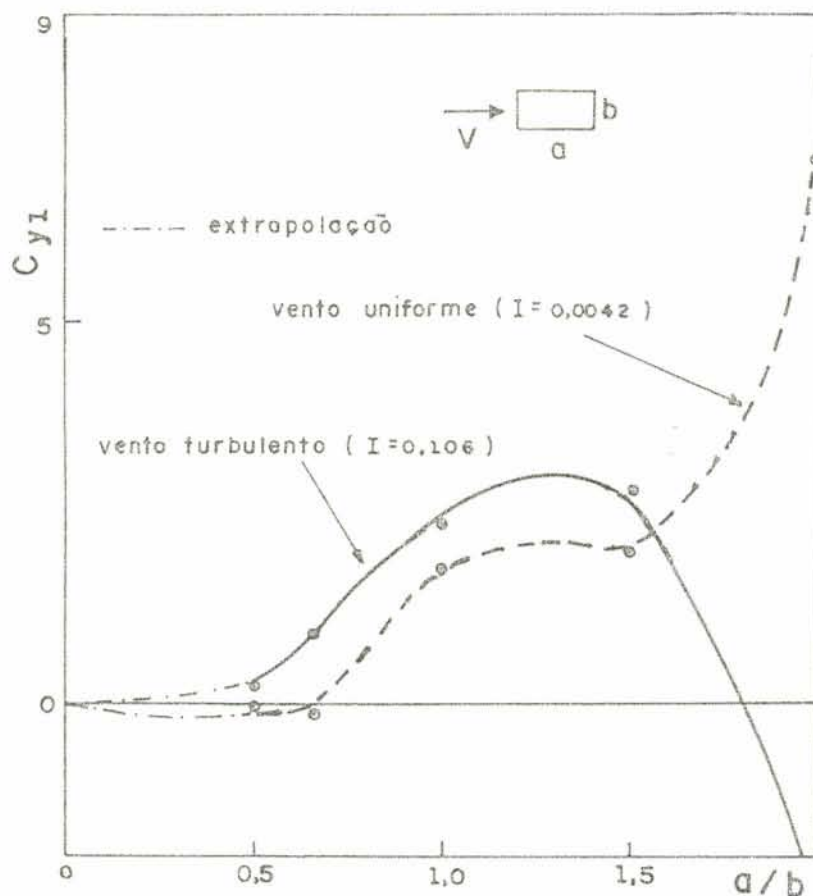


FIG. 3.5-13 - Variação do coeficiente C_{y1} com a relação a/b de seções retangulares mergulhadas em escoamento turbulento e não turbulento.

Na figura 3.5-13 é mostrada a variação do coeficiente C_{y1} (tangente à curva de C_y (tg), na origem) com a relação a/b de seções retangulares até um valor de $a/b = 2$.

No caso de escoamento turbulento verifica-se que, inicialmente, as seções se apresentam instáveis, num crescente, até a relação 1:1,25. Posteriormente, a partir da relação $\approx 1,9$ se tornam estáveis. Embora a figura 3.5-13 não o indique, devido a seus limites, dados encontrados na bibliografia¹⁵ parecem indicar que, mesmo para escoamento não turbulento, os coeficientes C_{y1} crescem até uma certa relação de lados a/b e

depois decrescem, sendo negativos para relações iguais a 1:4.

Devido a forma peculiar de algumas curvas de $C_{y(\alpha)}$, para as quais a tangente na origem é negativa embora a força tenha o caráter de amortecimento aerodinâmico negativo a partir de um certo valor de α , conforme indica a figura (3.5-14), preferiu-se definir um novo coeficiente que será utilizado na determinação de um limite inferior da velocidade crítica. Como já foi visto anteriormente, algumas seções que se mostram estáveis para perturbações muito pequenas ($C_{y1} < 0$) podem sofrer violentas vibrações se perturbadas além de um certo limite (figura 3.2-2), o que não seria observado com o emprego do coeficiente C_{y1} .

Tal coeficiente será anotado por $C_{y1\max}$ e representará o maior valor entre a tangente à curva de $C_y(\text{tg } \alpha)$ na origem e a inclinação da reta que une a origem e o ponto máximo de $C_y(\text{tg } \alpha)$

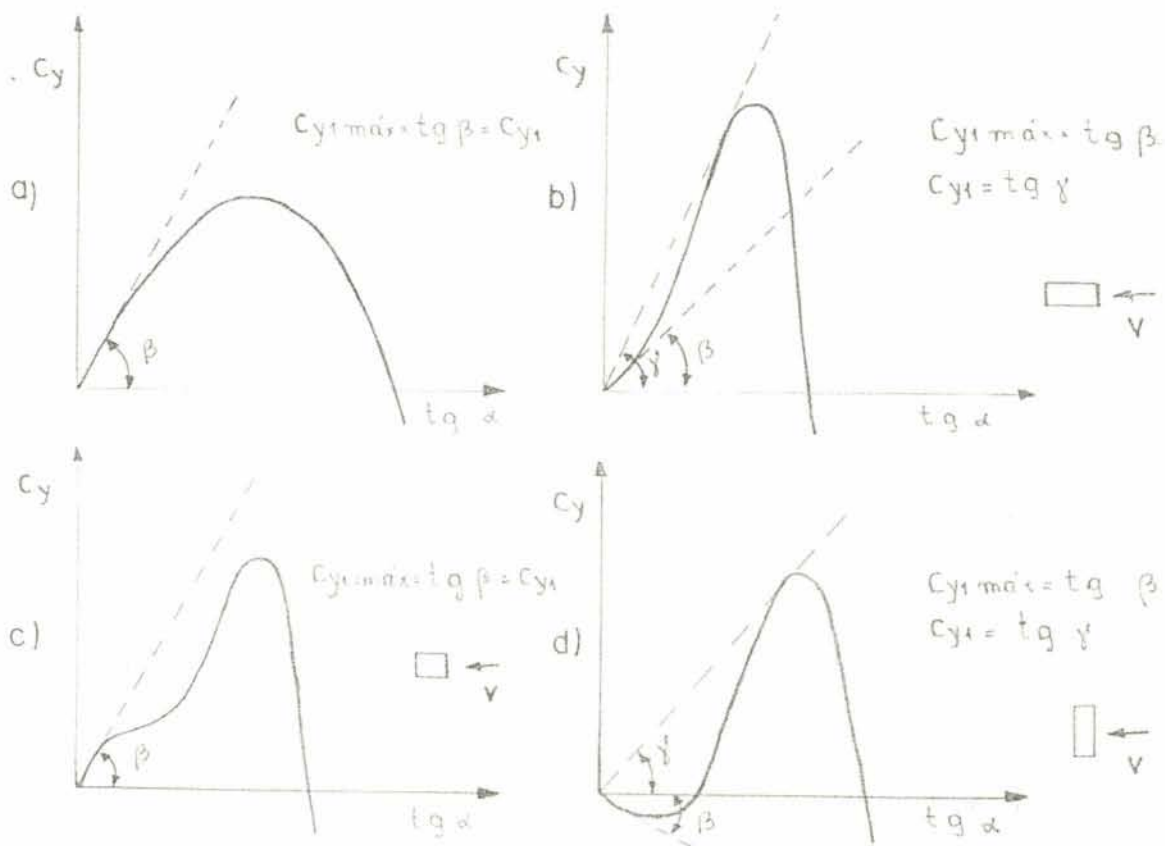


FIG. 3.5-14 - Definição do coeficiente $C_{y1\max}$

A figura (3.5-15) apresenta a variação do coeficiente $C_{y1\max}$ em função da relação a/b.

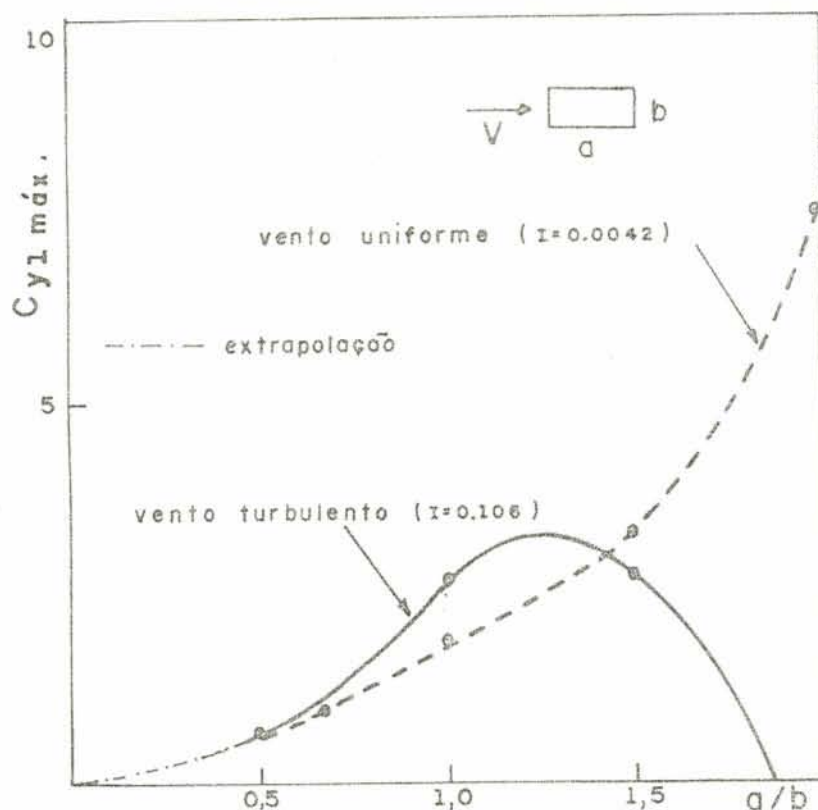


FIG. 3.5-15 - Variação de $C_{yl\ máx.}$ em função de a/b no caso de escoamento turbulento e não turbulento.

3.6 - Exemplos de determinação da velocidade crítica

Foram consideradas dois tipos de estrutura, uma em alumínio e outra em concreto armado.

No primeiro caso se tomou uma barra reta de alumínio, engastada-livre (exemplo A) e bi-rotulada (exemplo B) com as propriedades:

$$\begin{aligned}
 E &= 7,2 \times 10 \text{ kgf/cm}^2 \\
 \gamma &= 2,7 \times 10^{-3} \text{ kgf/cm}^3 \\
 I &= 1427,14 \text{ cm}^4 \\
 A &= 19,84 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Suas dimensões estão apresentadas na figura (3.6-1)

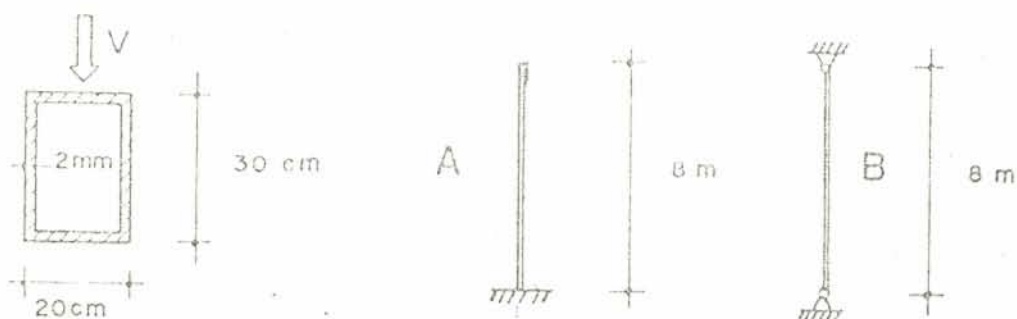


FIG. 3.6-1 - Dimensões da barra de alumínio.

O coeficiente C_{y1} , primeiro termo da série (3.2-10), foi tomado igual a 1,91.

A matriz de amortecimento é proporcional a matriz de massa resultando uma razão de amortecimento crítico de 1% para o 1º modo.

No exemplo A foi admitida uma variação da velocidade com a altura da forma:

$$V_j = V_0 \left(\frac{Z_j}{Z_0} \right)^p \quad (3.6-1)$$

onde V_0 é a velocidade a uma altura de referência $Z_0 = 10$ m

Z_j a altura do elemento sobre o terreno

p o coeficiente de variação da velocidade com a altura, tomado igual a 0,28.

As cargas consideradas foram:

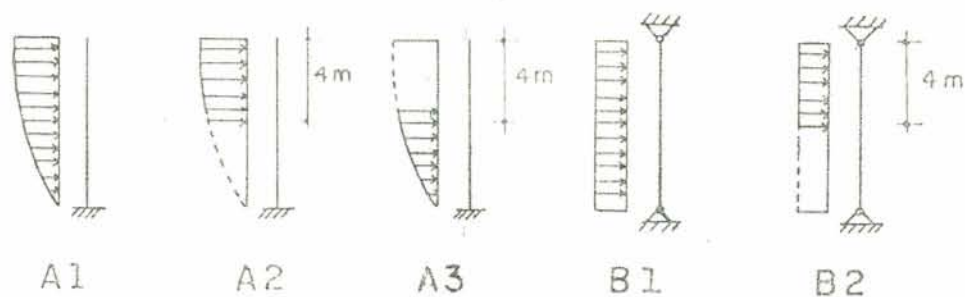


FIG. 3.6-2 - Cargas do vento.

Na tabela (3.6-1) comparam-se as velocidades críticas obtidas com base no presente trabalho e os valores que resultam da aplicação das equações 13,69,70,71,75 e 76 da referência (6).

	Segundo método de Novak (6)	Presente Trabalho
A ₁	$V_j = 12,7 \text{ m/s}$ $j = 1$	$V_j = 12,4 \text{ m/s}$ $j = 1$
A ₂	$V_j = 13,5 \text{ m/s}$ $j = 1$	$V_j = 13,0 \text{ m/s}$ $j = 1$
B ₁	$V_j = 30,6 \text{ m/s}$ $j = 1, \infty$	$V_j = 30,5 \text{ m/s}$ $j = 1,8$
B ₂	$V_j = 61,2 \text{ m/s}$ $j = 1, \infty$	$V_j = 61,3 \text{ m/s}$ $j = 1,8$

TABELA 3.6-1

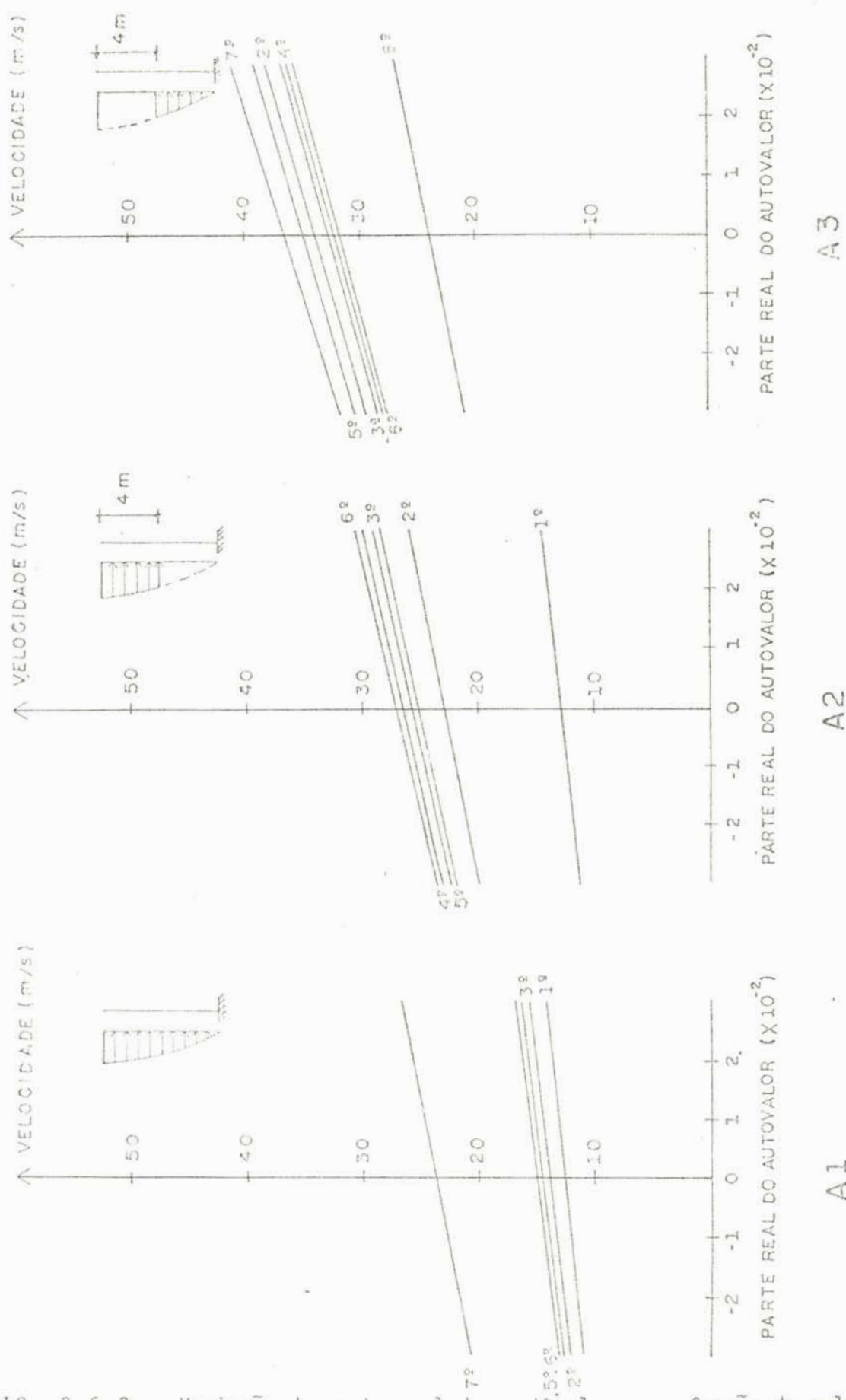


FIG. 3.6-3 - Variação da parte real dos autovalores em função da velocidade

A figura 3.6-3 mostra a variação da parte real dos autovalores, no exemplo A1-3, em função da velocidade básica do vento V_0 , permitindo a imediata determinação da velocidade crítica.

No segundo exemplo se tomou um pilar vazado, em concreto armado, de seção variável, para o qual se dispunha de resultados de um ensaio, com modelo reduzido, no túnel de vento, realizado pelo professor Blessmann.

As propriedades do pilar eram:

$$E = 300.000 \text{ Kgf/cm}^2 \quad f_{ny} = 0,26 \text{ Hz}$$

$$\gamma = 2.500 \text{ Kgf/m}^3$$

$\zeta_1 = 1\%$ (razão do amortecimento crítico para o 1º modo) e suas dimensões as da figura (3.6-4):

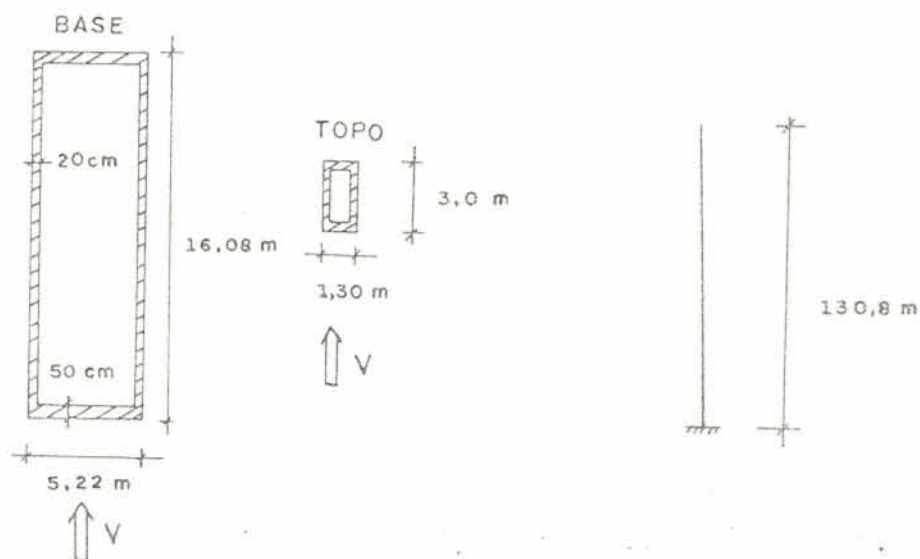


FIG. (3.6-4) - Dimensões do pilar.

No ensaio com modelo reduzido verificou-se uma vibração intensa na direção normal à correspondente ao plano de menor rigidez da estrutura (OY), com uma frequência igual a natural, para velocidades do vento a partir de 20 Km/h, no túnel, e cerca de 50 Km/h ao vento natural conforme a figura (3.6-5).

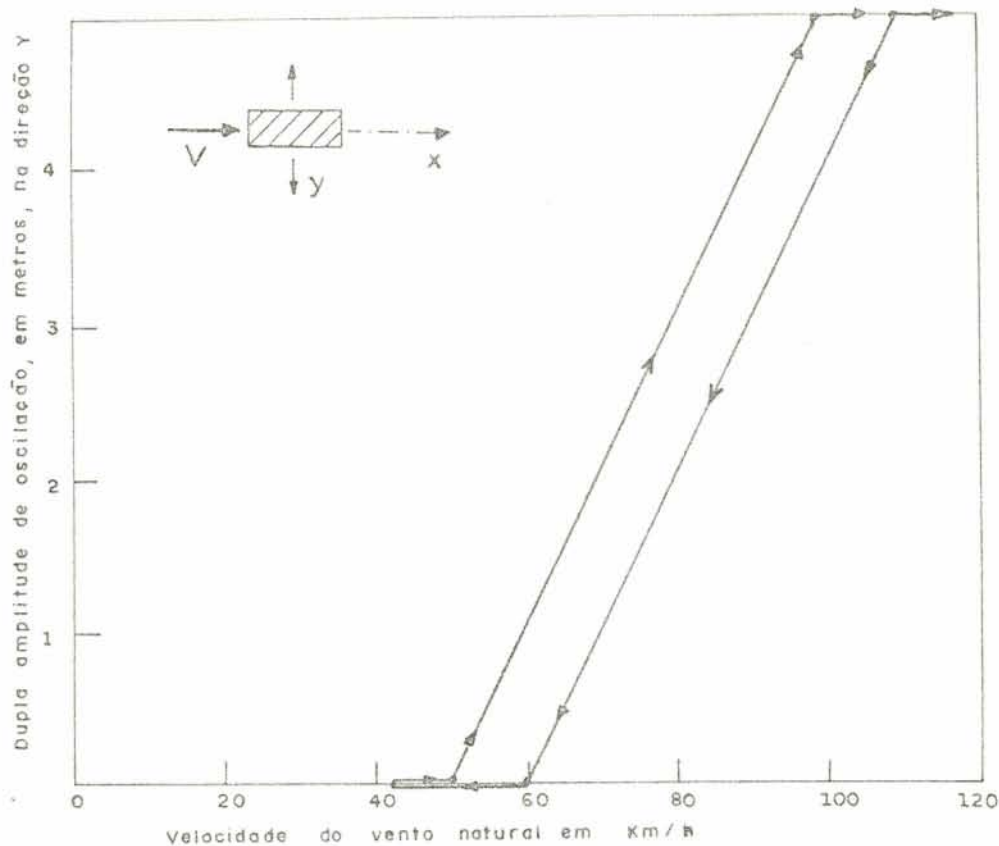


FIG. 3.6-5 - Estimativa visual da amplitude da oscilação do pilar, na direção OY. (Blessmann)

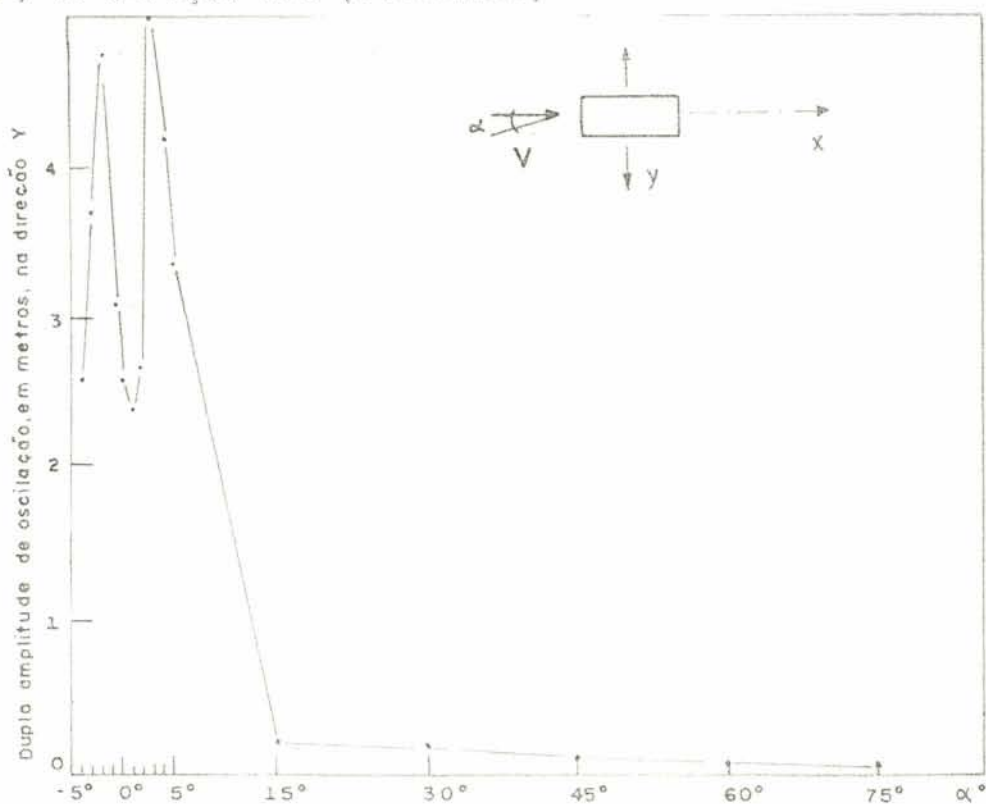


FIG. 3.6-6 - Variação da amplitude do deslocamento na direção OY com o ângulo de ataque. (Blessmann)

O modelo foi ensaiado para vários ângulos de incidência do vento tendo sido registradas as maiores amplitudes para ângulos iguais a 0° ou próximos deste.

Como a estrutura era de seção variável, com relação de lados entre 1:2,3 e 1:3, tomou-se um coeficiente C_{y1} diferente para cada região, obtido da extrapolação da curva (3.5-15) empregando-se dados obtidos em ensaios preliminares para relação de lados 1:3.

Utilizando-se o procedimento do capítulo 2, para a estrutura discretizada em 20 graus de liberdade, determinou-se uma velocidade crítica, para o 1º modo, de 60 km/h que se adapta bem aos resultados dos ensaios mostrados na figura (3.6-5).

A partir desta velocidade a estrutura deve apresentar vibrações com amplitudes sempre crescentes com a velocidade.

3.7 - Influência da turbulência

O sucesso da teoria que utiliza o procedimento "quase-estático" para a análise de vibrações por galope em escoamento não turbulento estimulou a questão da validade do emprego deste procedimento no caso de escoamento com turbulência.

Novak e Davenport¹¹, principalmente, dedicaram atenção a este aspecto e de seu trabalho convém anotar alguns pontos que parecem importantes sobre a teoria do fenômeno de galope nestes casos.

Considere-se uma estrutura com um grau de liberdade mergulhada em um escoamento turbulento no qual, inicialmente, o efeito da correlação da velocidade em torno do corpo é desprezado, podendo-se, portanto, considerá-la como apenas dependente do tempo.

No procedimento quase estático a velocidade seria substituída por:

$$V = \bar{V} + V_x(t) \quad (3.7-1)$$

onde

\bar{V} é a velocidade média

$V_x(t)$ é a componente longitudinal da velocidade, variável com o tempo.

Neste caso a equação de movimento na direção transversal fica:

$$y + \omega^2 y + 2(\beta\omega - \frac{\eta}{h} [\bar{V} + V_x(t)] C_{y1}) \dot{y} + 2\frac{\eta}{h} \sum_{i=3}^m \frac{C_{yi}}{(V+V_x(t))^{i-2}} \dot{y}^i = 2 \frac{\eta}{h} \bar{V}^2 L(t) \quad (3.7-2)$$

na qual o último termo a direita inclui o efeito de forças laterais tais como, as provocadas por desprendimento de vórtices.

$V_x(t)$ e $L(t)$ são aleatórios e podem ser caracterizados pelas suas densidades espectrais de potência e densidades espectrais de potência cruzadas.

$$\eta = \frac{\rho h^2 k}{4m} \text{ é o parâmetro de massa}$$

$\beta = \frac{\delta}{2\omega}$, razão de amortecimento crítico (δ é o decremento logarítmico do amortecimento)

$$\omega = \sqrt{k/m}, \text{ a frequência natural do sistema}$$

A equação (3.7-2) é uma equação diferencial não homogênea e não linear, com coeficientes variáveis aleatoriamente no tempo, cuja característica mais marcante é o fato destes coeficientes variáveis poderem ocasionar a quebra da estabilidade dinâmica (ressonância paramétrica). A sua solução é muito difícil, principalmente devido ao desconhecimento das propriedades do caráter aleatório de $V_x(t)$ e $L(t)$ e suas correlações. No entanto algumas conclusões podem ser tiradas da análise de dois fatores individuais:

- o efeito da flutuação longitudinal da velocidade
- o efeito do amortecimento aerodinâmico negativo na região de estabilidade ($V < V_{\text{crítica}}$)

No primeiro caso verifica-se que, devido ao comportamento aleatório das flutuações longitudinais, a velocidade crítica calculada para escoamento não turbulento pode ser excedida por alguns instantes, o que induziria a instabilidade em velocidades menores que a crítica. Em geral, porém, este aspecto pode ser desprezado porque o tempo médio durante o qual o prisma está instável devido a esta sobre-velocidade é pequeno comparado com o período necessário para desenvolver oscilações permanentes (de algumas dezenas de ciclos).

No segundo caso o efeito prático da turbulência seria

a) alterar a distribuição média de pressões em torno do corpo conduzindo a relações entre a força lateral e o ângulo de incidência diferentes das medidas para escoamento não turbulento.

b) induzir uma excitação lateral significativa que pode provocar oscilações mesmo na região de estabilidade.

A presença do amortecimento aerodinâmico negativo na região de estabilidade provavelmente contribue diretamente para o fato de a resposta lateral de prismas quadrados e retangulares geralmente exceder à resposta longitudinal, em escoamento de baixa e média turbulência.

Os mesmos autores, realizando experiências com prismas quadrados em escoamento com turbulência, constataram que o efeito desta se manifesta de duas principais maneiras - sobre a história do movimento e sobre a sua intensidade. A velocidade crítica sofre apenas uma pequena alteração.

A história do movimento, em fluxo turbulento, torna-se irregular, o que não ocorre em escoamento não turbulento (quase puramente harmônico) apesar da vibração reter a característica de faixa estreita, mesmo para intensidades significativas da turbulência.

Em relação a amplitude, ela diminui com a turbulência em conformidade com o esperado da análise das alterações nas curvas de C_y provocadas pela sua presença.

Os dois pesquisadores também constataram que a teoria para galope, utilizando a equação (3.7-2), desprezando-se o

efeito da flutuação longitudinal da velocidade, e empregando-se coeficientes para a força lateral obtidos em ensaios com vento turbulento, apresenta bons resultados, embora em geral conduza a amplitudes um pouco inferiores a real.

Lanville e Parkinson¹⁰, em um trabalho no qual investigam estes mesmos aspectos, chamam à atenção para a necessidade de se levar em conta, de alguma maneira, também o efeito da escala da turbulência, que é uma característica em geral desprezada.

3.8 - Alguns comentários sobre a determinação de um limite inferior da velocidade crítica em estruturas prismáticas.

Como se verifica dos resultados anteriores, o valor do coeficiente da força F_y é grandemente influenciado pela intensidade da turbulência e forma da seção transversal do corpo, havendo mesmo seções que se mostram estáveis para perturbações muito pequenas ($C_{y1} < 0$), mas que podem ser excitadas por amplitudes um pouco maiores ($C_{y1} > 0, \alpha \geq \alpha_0$), como nos casos das seções com relação 1:0,5 e 1:0,67 em escoamento não turbulento, nas quais a força tem o caráter de um amortecimento aerodinâmico negativo a partir de um certo ângulo α_0 . (Ver figura 3.2-1 (c)). Outra situação peculiar se mostra quando, embora a tangente à curva de C_y ($\text{tg } \alpha$) na origem seja positiva — o que indica possibilidade de instabilidade a partir da posição não deformada — a curva de C_y ($\text{tg } \alpha$) tem curvatura negativa na parte inicial. Nestes casos, conforme se pode ver na figura 3.2-1(b), perturbações iniciais maiores que um certo valor, indicado nesta figura pela linha tracejada inferior, podem provocar instabilidade em velocidades inferiores a determinada com o coeficiente C_{y1} .

A fim de evitar a pesquisa da amplitude inicial que induzirá a instabilidade, associada a cada velocidade, sugere-se a determinação de um limite inferior da velocidade crítica mediante o emprego de um outro valor para o coeficiente característico da força, que será escolhido como o maior dentre C_{y1} e $C_{y1\text{máx}}$, sendo $C_{y1\text{máx}}$ definido como a inclinação da secante a curva que

passa pela origem e tenha inclinação máxima, de acordo com a figura (3.5-14). Tal procedimento conduzirá a um valor mais conservativo da velocidade crítica, uma vez que se estará trabalhando com a extrapolação linear mais nociva de $C_{y(\alpha)}$.

Outro aspecto que merece comentários diz respeito ao fato de em alguns exemplos teóricos se encontrarem valores críticos da velocidade associados a modos diferentes do primeiro, como nos exemplos b e c da seção 3.6.

Nestes exemplos se considerou sempre o amortecimento próprio da estrutura como proporcional à matriz de massa, em cujo caso a razão de amortecimento crítico (ζ), associada aos modos superiores, é decrescente. Tal fato, associado a forma particular de carregamento (estrutura parcialmente exposta ao vento) pode, teoricamente, induzir instabilidade em modos superiores. Contudo vale observar que, embora não se tenha feito experiências com modelo nos quais o amortecimento fôsse unicamente proporcional a massa e parcialmente expostos à ação do vento para verificar a possibilidade real de excitação de um modo superior, em tal caso, talvez, a vibração num modo superior induzisse instabilidade no primeiro, o qual, após algum tempo, passaria a controlar o movimento da estrutura.

O importante, contudo, é considerar que tal procedimento permite avaliar, ainda no caso de estruturas complexas, um limite inferior da velocidade crítica e conseqüentemente a possibilidade de instabilidade por "galope".

4. FORÇAS LATERAIS INDUZIDAS POR DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES.

4.1 - Introdução

Consideremos um corpo rombudo imerso em um fluxo. Dependendo das condições do fluxo, vórtices se formam e se separam do corpo de uma forma regular ou aleatória, provocando o surgimento de forças laterais. (FIG. 4.1-1).

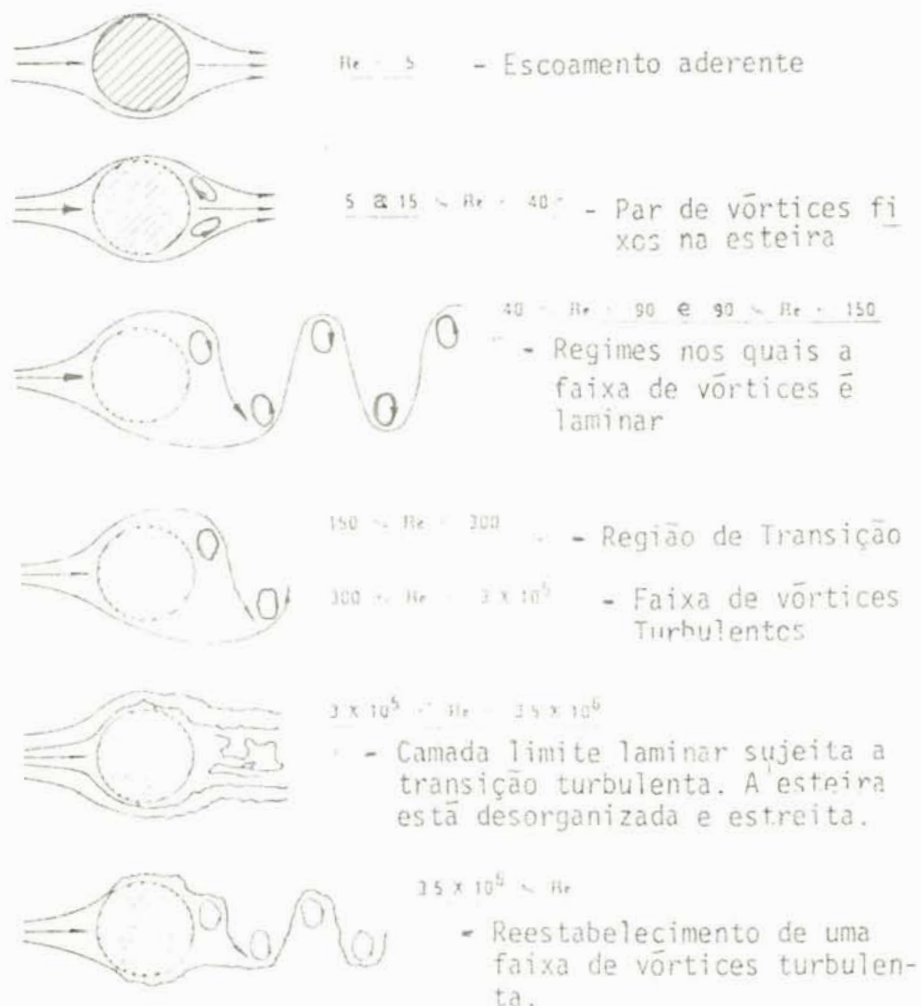


Figura 4.1-1 - Regimes característicos do escoamento em torno de cilindros. Ref. (15).

Como a separação da camada limite não ocorre sempre em um mesmo ponto da superfície lateral do corpo, podendo dar-se mais para frente ou para trás, dependendo de diversos fatores, pode existir uma componente da força flutuante na direção da corrente, mas, em geral, ela é muito pequena comparada com a componente lateral. A figura (4.1-2) apresenta o campo de pressões oscilantes em torno de um cilindro imóvel.

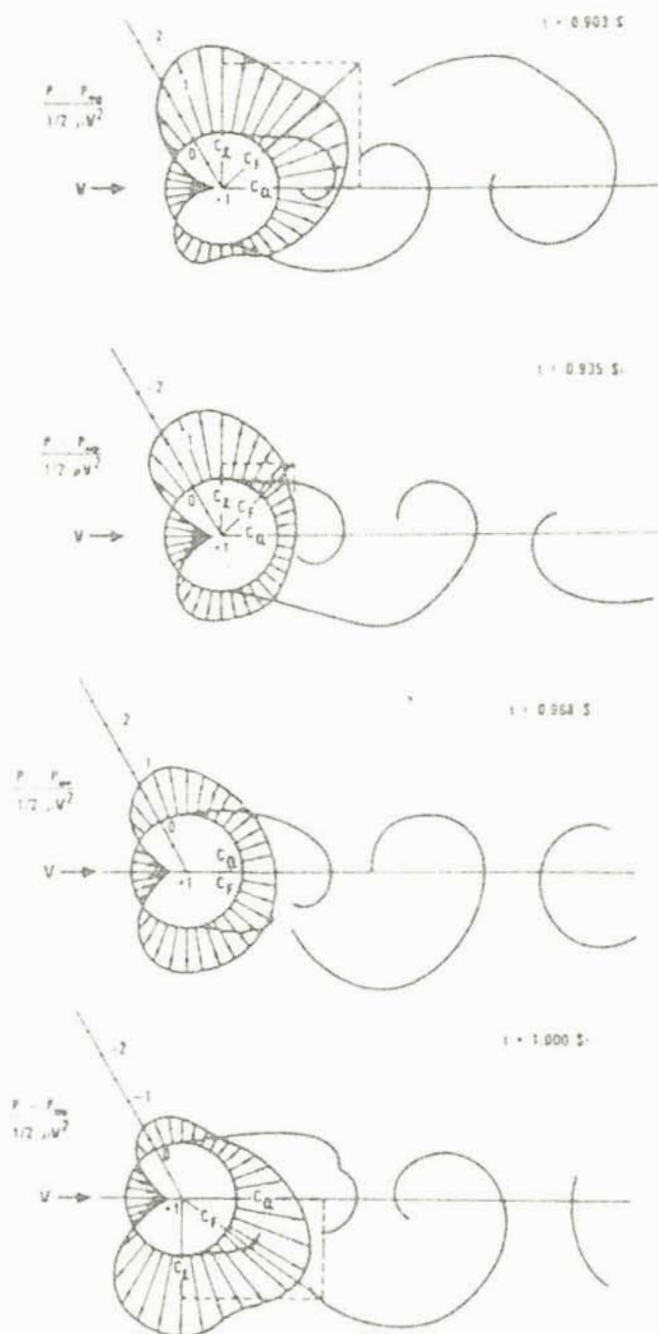


FIG. 4.1-2 - Uma seqüência do campo de pressões sobre a superfície de um cilindro e a forma da esteira para cerca de 1/3 de um ciclo de despreendimento de vórtices ($R_e = 112.000$) Ref. (15)

A frequência de desprendimento de vórtices, para um corpo imóvel, é função da forma do corpo, do seu tamanho, representado por uma dimensão linear característica D , da velocidade do escoamento e do número de Reynolds, $(\frac{V \cdot D}{\nu})$.

Para qualquer forma de seção, e admitindo que os efeitos do número de Reynolds são negligenciáveis, esta frequência f_s é diretamente proporcional a velocidade do escoamento e inversamente proporcional a dimensão característica D , de forma que:

$$f_s = \frac{S_t V}{D} \quad (4.1-1)$$

onde S_t é uma constante, dita número de Strouhal, a qual depende da geometria do corpo, e das características da turbulência.

Se o corpo está inclinado em relação à direção média do escoamento, na equação acima se utiliza a componente da velocidade normal à direção do fluxo.

Na figura (4.1-3) e na tabela (4.1-1) se apresenta o número de Strouhal para algumas seções não circulares, nas quais a dimensão D é definida como a largura máxima da seção normal a corrente.

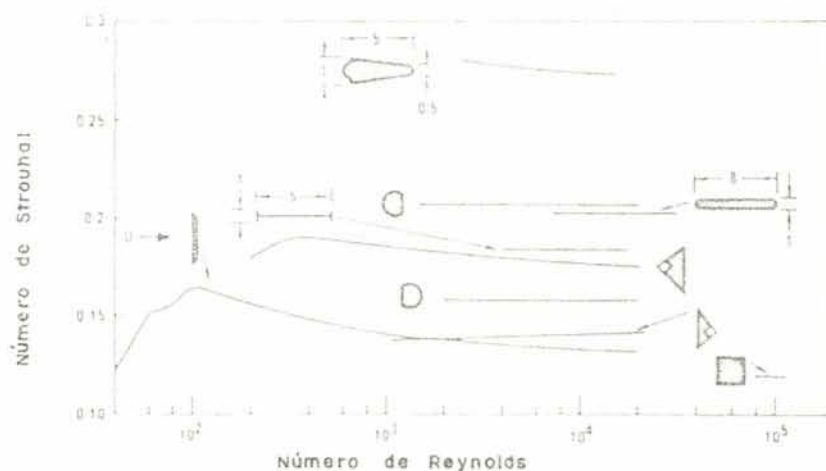


FIG. 4.1-3 - Variação do número de Strouhal com o número de Reynolds para seções não circulares. Ref. (15)

Vento	Dimensão dos perfis	S_x	Vento	Dimensão dos perfis	S_y
		0.120			0.147
		0.137			
		0.120			0.150
		0.144			0.145
					0.142
					0.147
		0.145			0.131
					0.134
					0.137
		0.140			0.121
		0.153			0.143
		0.145			0.135
		0.168			0.135
		0.156			0.160
		0.145			0.160
	Cilindro 11,800 < Re < 19,100 	0.200			0.114
					0.145

TABELA 4.1-1 - Número de Strouhal para varias formas de seções.
Ref. (25,26).

Estudos anteriores, como os de Vickery²⁷ estiveram con- centrados primeiramente na determinação de coeficientes para a força lateral flutuante em modelos imóveis ou na respos- ta de algumas estruturas elásticas particulares sem, contudo, pretender um entendimento mais geral do mecanismo básico desta força. Com, com o tempo, tornou-se clara existência de uma importante interação entre o movimento da estrutura e a força que o provoca e, como consequência, investigações posteriores, reconhecendo a natureza fluído-elástica do problema, passa- ram a estudar a força flutuante em modelos oscilantes.

Quando um corpo é vibrado em uma frequência próxima ou mesmo na sua frequência natural de desprendimento de vórti- ces (entendendo por frequência natural de desprendimento de vórti- ces aquela na qual os vórtices se desprenderiam para o corpo estacionário) três principais alterações podem ocorrer na estru- tura do escoamento:

a) a frequência de desprendimento de vórtices "salta" para a frequência de vibração do corpo, fenômeno este conhecido como "lock-in".

b) há um incremento na correlação da força ao longo do eixo da estrutura.

c) há um incremento na intensidade da força.

Com relação ao fenômeno de "lock-in", que foi primeiramente documentado por Bishopp e Hassan²⁸, nota-se que a sua principal influência é no sentido de alargar a faixa de veloci- dades para as quais se poderia esperar o aparecimento de vibra- ções significativas.

Esta faixa de "lock-in" (região de velocidades para as quais a frequência de desprendimento de vórtices apresenta um sincronismo com a frequência de vibração do corpo) medida por Koopman¹⁵, para baixos números de Reynolds, é mostrada da figura (4.1-4) em função da amplitude da vibração do cilindro.

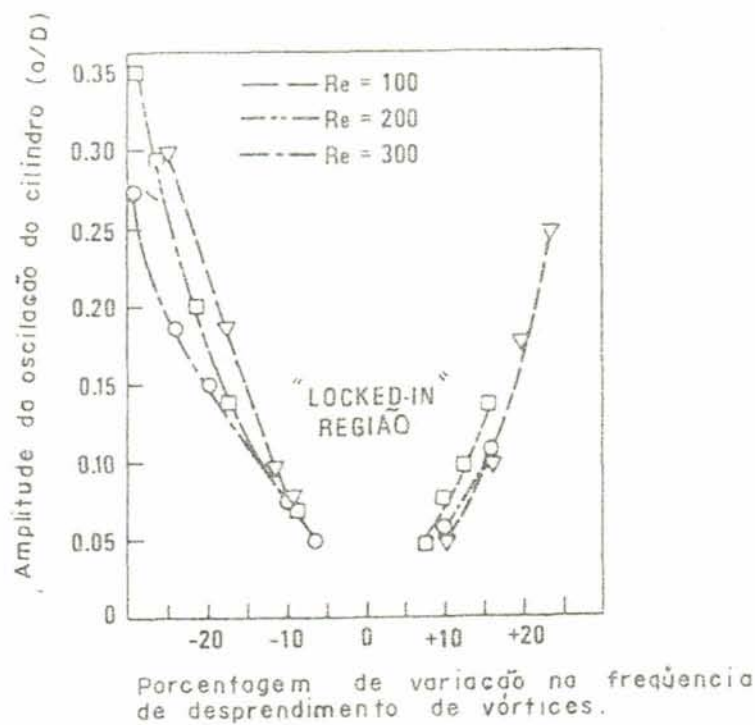


FIG. 4.1-4 - Regiões nas quais o movimento do cilindro controla a frequência de desprendimento de vórtices Ref. (15).

Quando a amplitude "a" da vibração do cilindro cresce além de $0.5D$, o aspecto geral de simétrica alternância dos vórtices é quebrada. Pode-se ver na figura (4.1-5), de Griffin e Ramberg³⁰, que, para uma amplitude de $1D$ e $Re = 190$, três vórtices são formados por ciclo em lugar da forma geral estável de dois vórtices por ciclo, que aparece para amplitudes mais baixas.

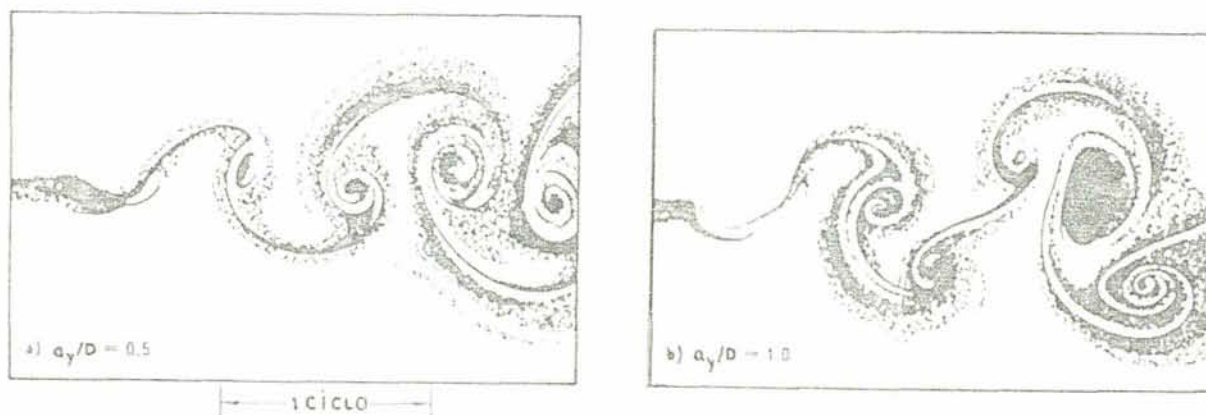


FIG. 4.1-5 - Encaminhamento ("street-vortex") dos vórtices atrás de um cilindro vibrando na direção transversal ao escoamento médio, na frequência de ressonância. Ref. (30).

Esta quebra de simetria no desprendimento de vórtices pode indicar que as forças atuantes sobre o cilindro são auto-limitadas por amplitudes de vibração de cerca de $1D$.

Vibrações forçadas do corpo em frequências muito distantes das de ressonância parecem ter apenas um pequeno efeito sobre a força aerodinâmica.

Com relação ao aumento da correlação provocado pelo movimento do corpo, a figura (4.1-6) mostra como se pode dar esta variação para cilindros oscilantes na frequência de ressonância.

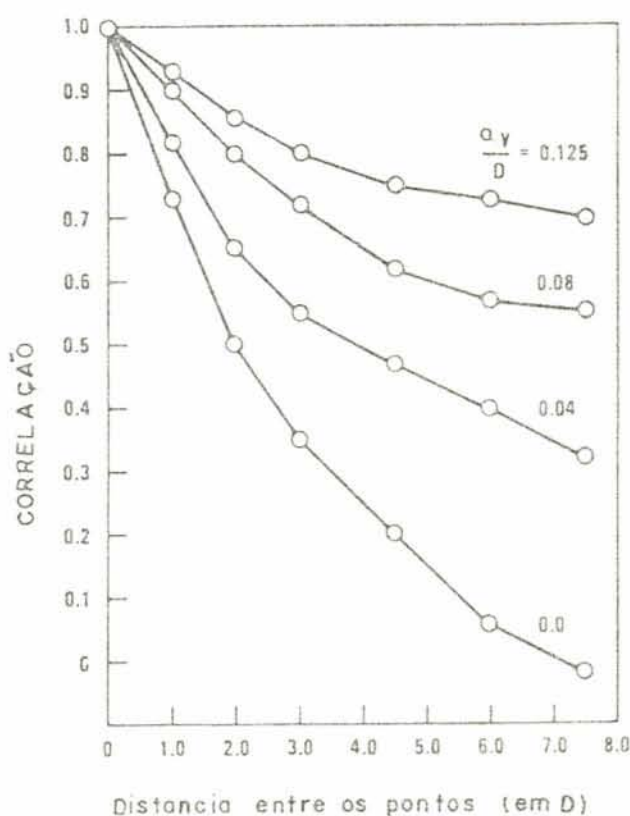


FIG. 4.1-6 - Correlação ao longo do eixo da estrutura para um cilindro vibrando na frequência de ressonância. Ref.(15)

Procurando lançar mais luz sobre o problema de interação fluido-estrutura, Bearman e Davies³², em um trabalho sobre o escoamento em torno de corpos rombudas, apresentam os resultados mostrados nas figuras (4.1-7 a 9) para corpos com seção D , triangular e placa plana, o qual mostra que o fenômeno de "lock-in" é em geral mais complexo do que se pensa e altamente depende da forma do corpo após os pontos de separação.

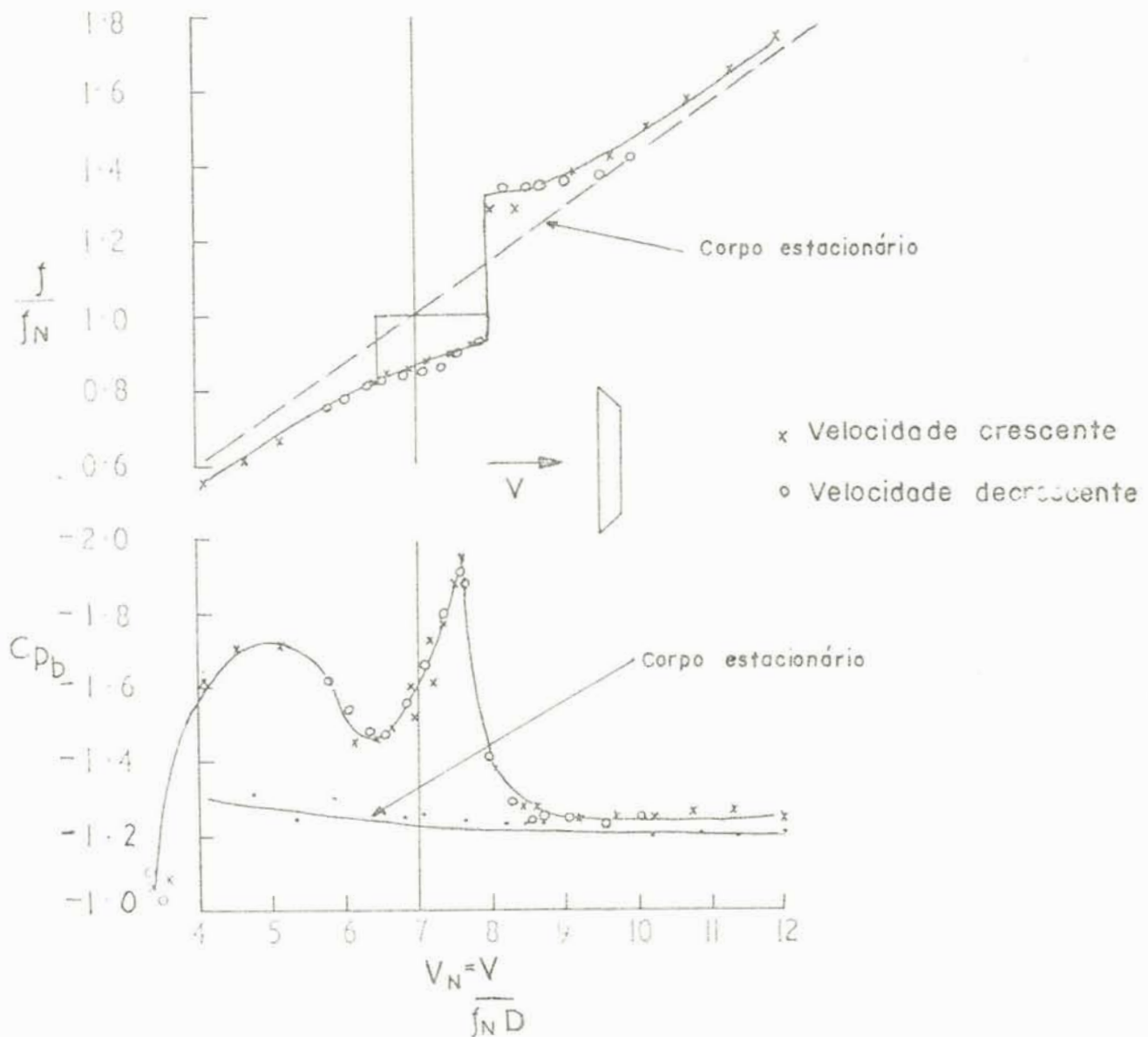


FIG. 4.1-7 - Medições da freqüência de despreendimento de vórtices e do coeficiente de pressão básica para uma placa oscilante com amplitude $0.4t$, onde t é a espessura da placa. A freqüência foi medida na esteira da placa a uma distancia de $6t$ dela. Ref. (32).

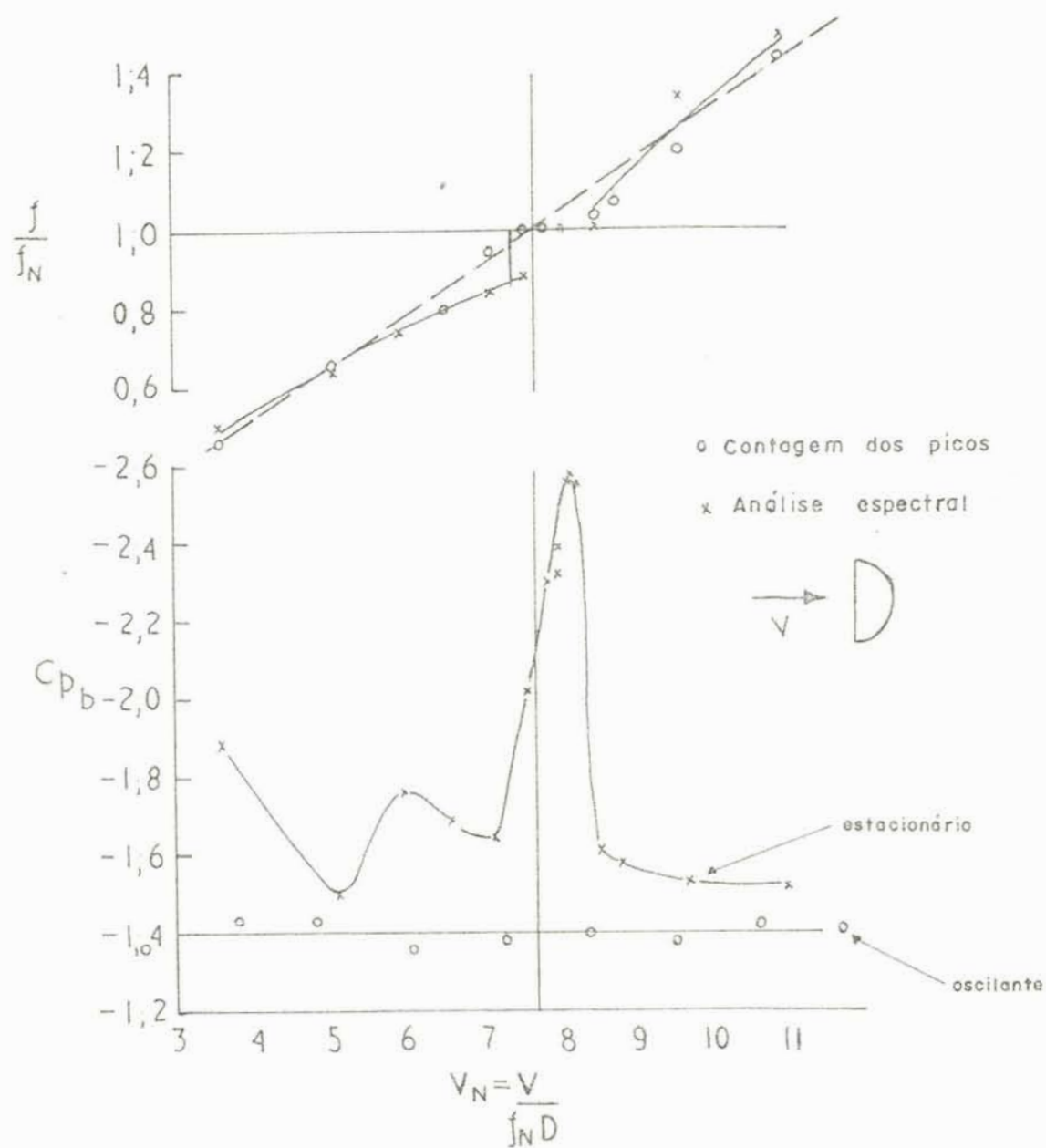


FIG. 4.1-8 - Medidas da frequência de desprendimento de vórtices e coeficiente de pressão básica para a seção D. Ref. (32).

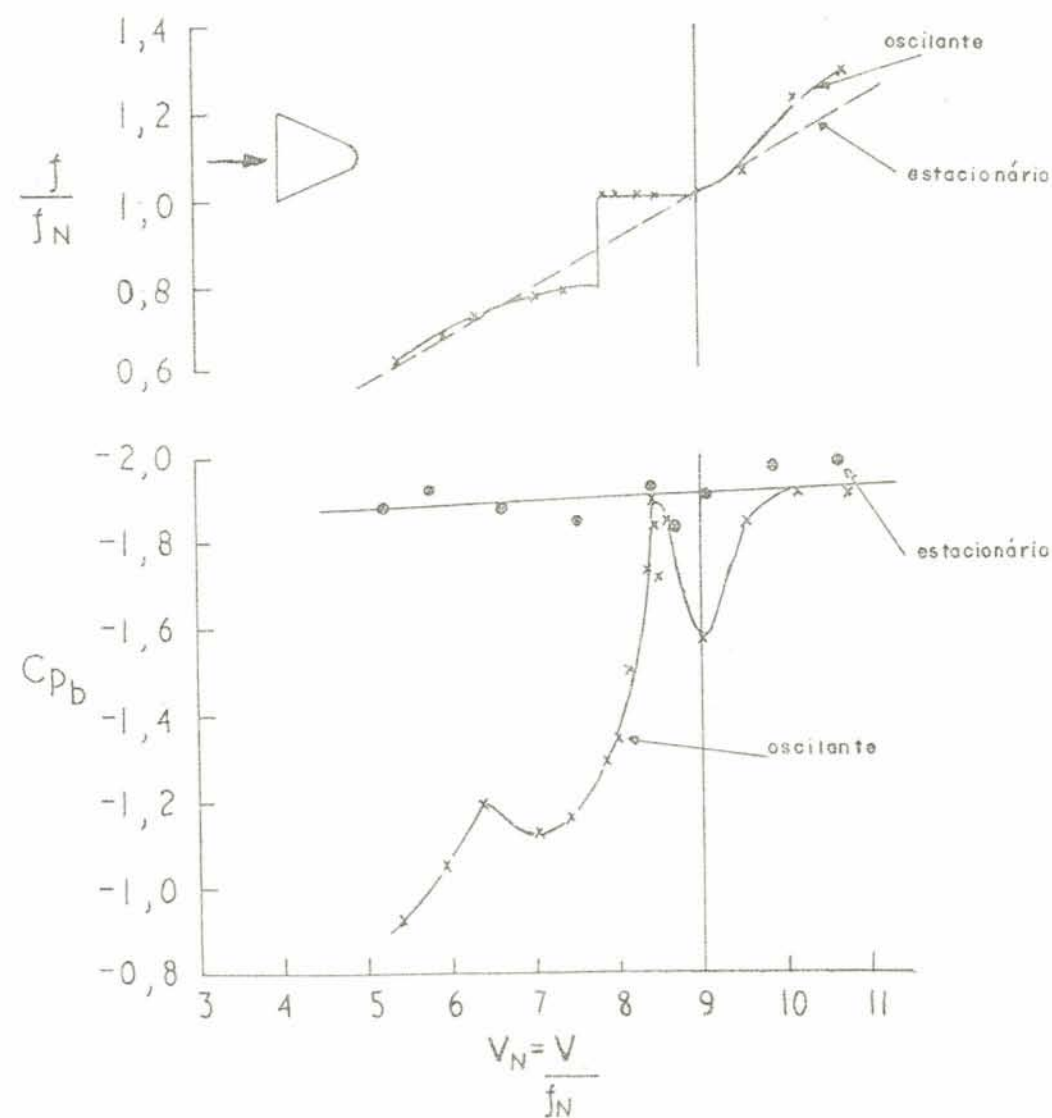


FIG. 4.1-9 - Medidas da frequência de despreendimento de vórtices e do coeficiente de pressão básica para a seção triangular. Ref. (32).

Com relação ao comportamento dos corpos prismáticos, Saunders e Melbourne³⁴ apresentam resultados experimentais obtidos com modelos de edifícios altos de seção transversal retangular constante, expostos a ventos fortes em um túnel de vento de camada limite. Foram empregados dois tipos de perfil vertical de velocidades, um com alta turbulência ($I_x = 19\%$) simulando as condições no centro de uma cidade e outro, com menor intensidade de turbulência ($I_x = 12\%$), mais aplicável a uma área suburbana. Para cada um dos quatro modelos (relações de altura, face frontal e lateral, respectivamente, de 9:1:1, 6:1:1, 3:1:1, 6:2:1, 6:1,5:1) mediu-se a densidade espectral

de potência dos deslocamentos e a partir desta calculou-se a densidade espectral da força. Paralelamente eram determinados espectros da velocidade do vento, na esteira, próximo aos modelos.

Comparando os picos do espectro da esteira com o da força lateral, (figuras 4.1-10 e 11), que se apresentam aproximadamente para as mesmas frequências reduzidas, eles concluíram que a força lateral e o conseqüente movimento são essencialmente excitados pelas perturbações ocorridas na esteira.

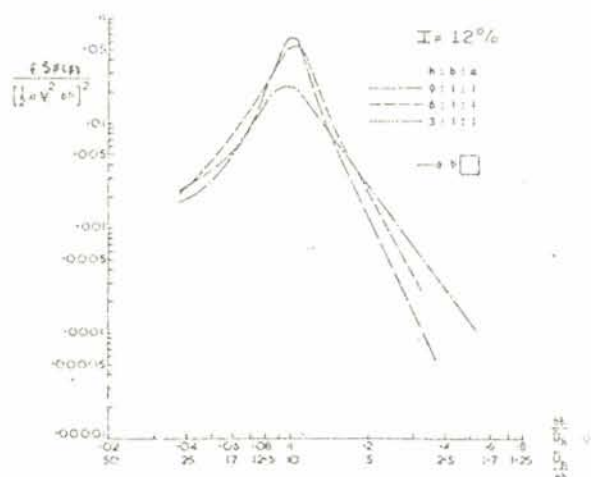


FIG. 4.1-10 - Espectro da força lateral
Ref. (34)

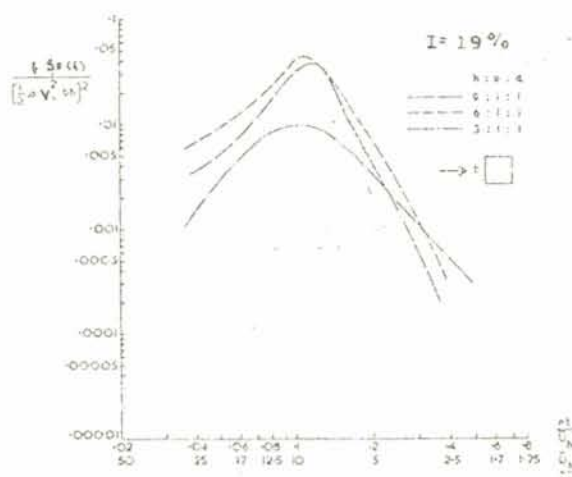


FIG. 4.1-11 - Espectro da força lateral
Ref. (34)

No que se relaciona com a influência da turbulência, da geometria e do movimento do corpo sobre a intensidade e características da força lateral, eles concluíram que, em linhas gerais: a turbulência alarga o espectro, não há influência do movimento (para a gama de amplitudes consideradas) e que um corpo menos alongado apresenta espectro mais estreito, correspondente a uma melhor correlação.

Valores do coeficiente da força lateral atuante sobre um corpo de seção quadrada, em função do ângulo de ataque, devidos a Vickery²⁷, são mostrados na figura 4.1-12.

Em sua pesquisa, Vickery verificou que as forças atuantes sobre prismas quadrados são cerca de três a quatro vezes superiores as atuantes sobre cilindros, além de marcantemente influenciadas pela presença de turbulência, incluindo esta influência uma redução de até 50% na força lateral.

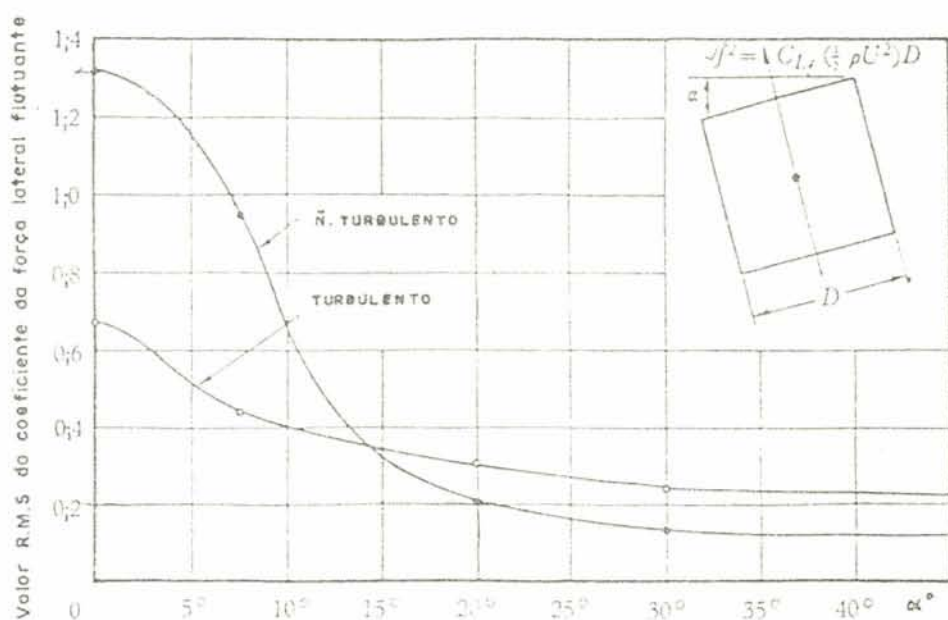


FIG. 4.1-12 - Variação do coeficiente da força lateral com o ângulo de ataque. Ref. (27)

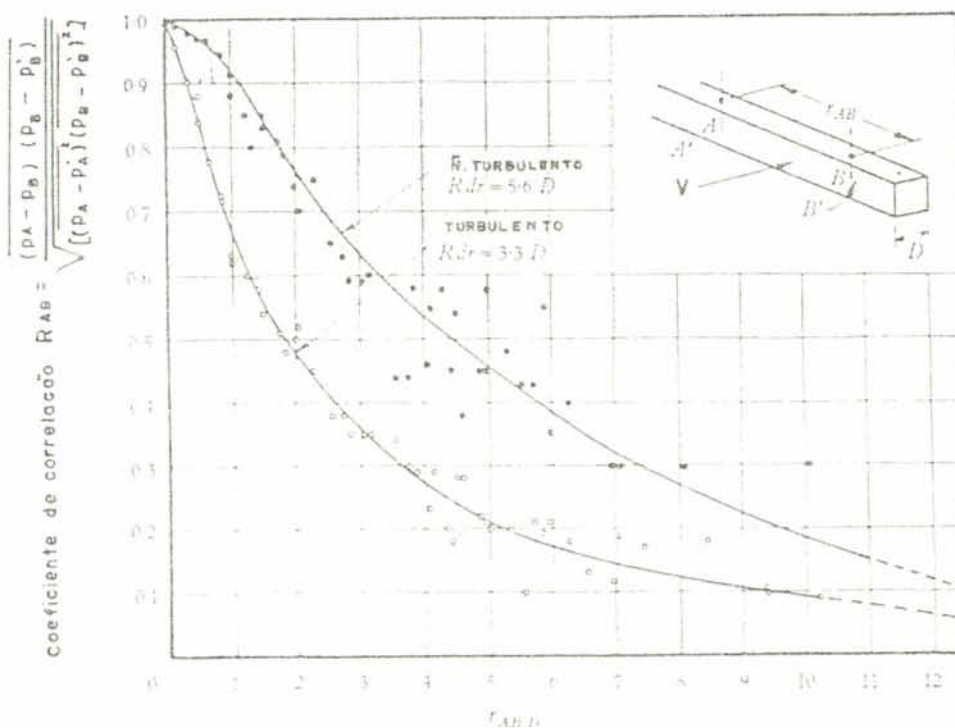


FIG. 4.1-13 - Correlação da pressão flutuante ao longo da linha central de um prisma longo ($R_e = 1 \times 10^5$). Ref. (27).

A natureza da excitação por desprendimento de vórtices sugeriu que o comportamento do fluido poderia ser simulado por um oscilador não linear, modelo este proposto por Bishop e Hassan²⁸ e aperfeiçoado por Hartlen e Currie³³, no qual o coeficiente da força lateral sobre o cilindro satisfaz uma equação diferencial do tipo de Van der Pol.

Este modelo mostrou-se adequado para o emprego no caso de estruturas simples, apresentando tanto "lock-in" quanto um incremento do coeficiente da força lateral na situação de ressonância, mas revela-se de utilização muito trabalhosa no caso de estruturas mais complexas.

Uma importante observação com relação aos modelos matemáticos propostos para considerar a interação fluido-estrutura é que a experiência parece demonstrar que amplitudes pequenas do movimento tem influência desprezível no comportamento geral da estrutura, principalmente no caso de amortecimento não muito baixo. Isto indicaria a validade da utilização, nestes casos, de um procedimento que considerasse a força atuante como harmônica, de frequência igual a frequência de Strouhal correspondente a velocidade do vento considerada e com uma amplitude fixa ou mesmo variável, obtida de uma curva que relacione a força lateral com a amplitude do movimento, através de um processo iterativo.

Um exemplo típico desta situação seria o caso de edifícios altos onde os deslocamentos provocados pela força lateral não seriam significativos a ponto de requerer uma abordagem completa do fenômeno de interação fluido-estrutura.

Para estes casos, e mesmo como uma primeira aproximação para a solução de problemas de vibração em estruturas muito flexíveis que envolvam forças oscilantes provocadas por desprendimento de vórtices e amortecimento aerodinâmico negativo, (nos quais se faz necessária uma abordagem mais completa do mecanismo fluido-estrutura mediante modelos matemáticos mais sofisticados ou ensaios em túnel de vento com modelos reduzidos) é que se desenvolveu o procedimento simplificado apresentado no capítulo 2. Como o seu emprego é muito simples e imediato, seus resultados podem servir como um indicativo da necessidade ou não

de uma análise mais profunda.

Com a finalidade de obter informações que caracterizassem a força lateral flutuante em termos de seu conteúdo de frequências e intensidade, foram realizados ensaios com prismas de seção quadrada e retangular com relação de lados 1:1,5 e 1:2 cujos resultados estão apresentados na seção 4.4, destacando-se os espectros da força e a variação do seu coeficiente com a amplitude do deslocamento referido ao topo do modelo.

Empregando o procedimento simplificado do capítulo 2 e com base nos resultados da seção 4.4, procurou-se determinar a resposta teórica do modelo de um edifício de seção quadrada, com 16 andares e altura de 41cm, constituído de 4 pórticos paralelos, de igual rigidez. Esta está indicada na seção 4.6 em função da velocidade do vento. Somente é abordada a situação de incidência do vento normal a uma das faces, considerando o efeito combinado de desprendimento de vórtices e amortecimento aerodinâmico negativo provocado por "galope".

Embora o presente trabalho tenha se preocupado fundamentalmente com estruturas prismáticas, a próxima seção tratará do problema de forças aerodinâmicas oscilantes em cilindros porque se considera que estes resultados oferecem subsídios, do ponto de vista qualitativo, muito importantes para a análise das vibrações por desprendimento de vórtices de estruturas com outras formas de seção transversal.

4.2 - Forças aerodinâmicas atuantes sobre cilindros estacionários e oscilantes.

Nesta seção se apresentam alguns resultados sobre o comportamento de cilindros mergulhados em escoamento turbulento e não turbulento baseado nos trabalhos de Novak e Tanaka³⁵ e de Jones, Cincotta e Walker³⁶.

No primeiro trabalho se considerou cilindros de "plexiglass" com ligações nos extremos que permitiam o seu movimento em frequências e amplitudes pré-estabelecidas, variando de 0.5 a 15 Hz e de 0 a 5cm.

As notações mais importantes estão indicadas na figura

(4.2-1).

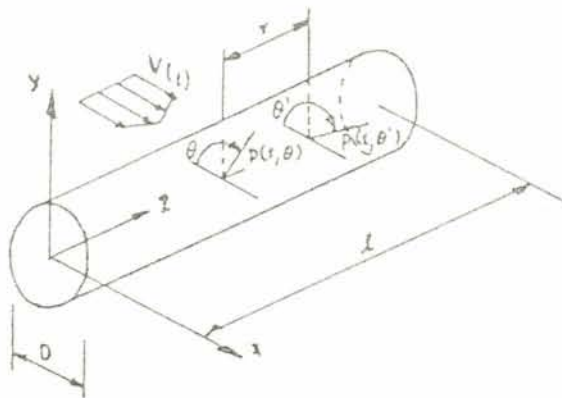


FIG. 4.2-1 - Modelo cilíndrico e notações. Ref. (35)

Na figura (4.2-2) vê-se a distribuição circunferencial do coeficiente de pressão média $\bar{C}_p = \frac{\Delta p}{q_0}$ para o caso de fluxo turbulento e não turbulento e cilindro oscilante e estacionário, a qual sofre apenas uma pequena alteração devida ao movimento ou a turbulência.

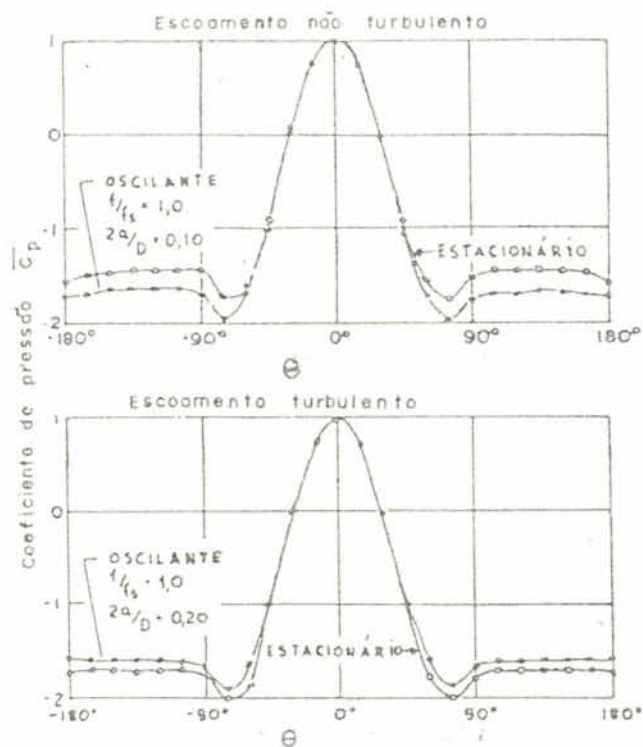


FIG. 4.2-2 - Distribuição circunferencial do coeficiente de pressão média para cilindro estacionário e oscilante. Ref. (35)

Dados do segundo trabalho, Ref. (36), indicam que pequenas irregularidades na superfície do cilindro podem provocar a quebra da simetria desta distribuição, dando origem a uma força lateral estática, isto no caso de número de Reynolds elevados.

A componente flutuante da pressão $p(t)$ pode ser definida em termos do valor RMS do seu coeficiente $C_p = \frac{\sqrt{p^2}}{q_0}$, cuja distribuição em tórno do cilindro é mostrada na figura (4.2-3)

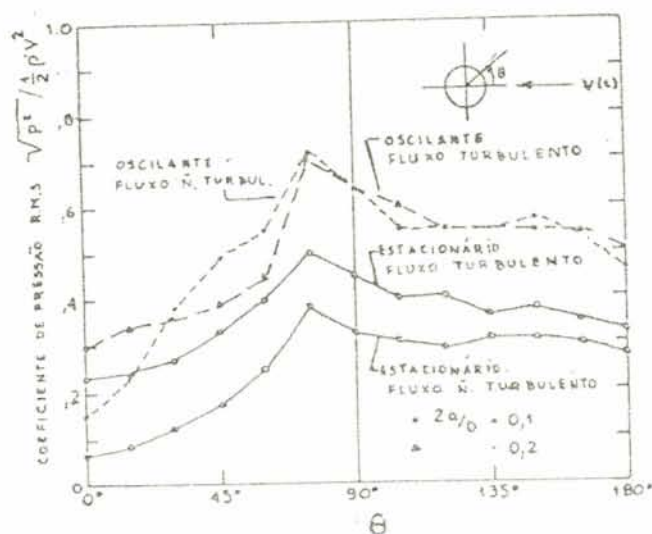


FIG. 4.2-3 - Distribuição circunferencial do valor R.M.S. do coeficiente da pressão flutuante ($Re = 1,9 \times 10^4$) Ref. (35)

Esta distribuição mostra um acentuado incremento da pressão flutuante tanto no caso de fluxo turbulento quanto no caso do modelo oscilante.

No que diz respeito a correlação da pressão ao longo do eixo do cilindro, a figura (4.2-4) nos indica que, enquanto a turbulência reduz esta correlação, o movimento do corpo tende a aumentá-la.

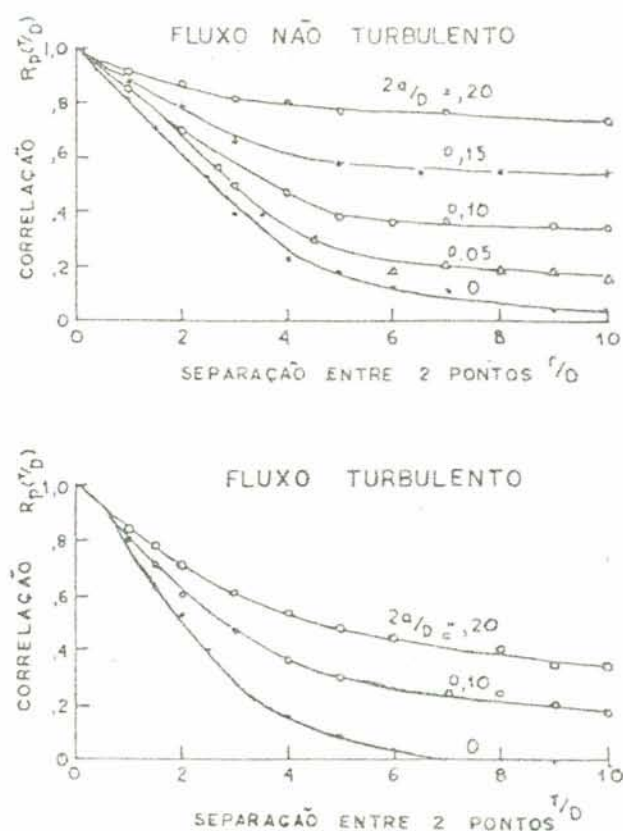


FIG. 4.2-4 - Variação da correlação da pressão ao longo do eixo do cilindro com a turbulência e a amplitude da vibração. Ref. (35)

O coeficiente de correlação que aparece como ordenada na figura (4.2-4) é definido como:

$$R_p(r) = \frac{\sigma^2_{p_1 p_2}}{\sigma_{p_1} \sigma_{p_2}} \quad (4.2-1)$$

$$\text{onde } \sigma^2_{p_1 p_2} = \overline{p_1(\theta, r) \cdot p_2(\theta, r)} \quad (4.2-2)$$

é a covariância da pressão para os pontos 1 e 2 correspondentes ao mesmo ângulo θ e distantes entre si de r/D e σ_1 e σ_2 os correspondentes desvios padrões da pressão nos mesmos pontos.

A densidade espectral de potência da componente flutuante da pressão é grandemente influenciada pela presença da turbulência tanto para o cilindro estacionário quanto para o oscilante. Enquanto o movimento estreita o espectro, a turbulência o

alarga.

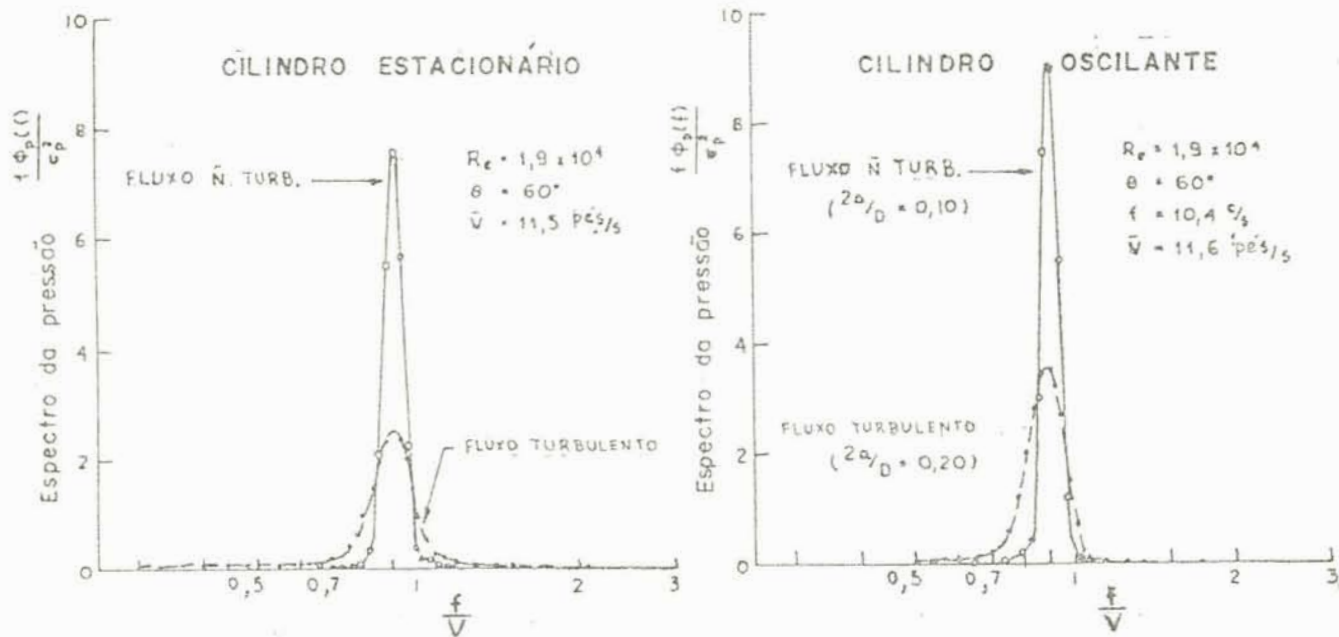


FIG. 4.2-5 - Densidade espectral de potência da pressão flutuante para uma tomada em $\theta = 60^\circ$. Ref. (35)

No segundo trabalho são apresentados resultados diretamente sobre o comportamento da força lateral flutuante e não sobre a pressão como acima.

Com relação ao conteúdo de frequências da força lateral flutuante atuante sobre cilindros estacionários, foram empregados quatro indicadores, quais sejam: a história do movimento, densidade espectral de potência, função de auto correlação e função densidade de probabilidade. Eles conduziram ao agrupamento da força lateral flutuante em tres regimes principais, segundo os critérios da figura (4.2-6):

- a) aleatório de faixa larga
- b) aleatório de faixa estreita
- c) quase periódico.

A correspondência entre os vários regimes e o número de Reynolds mostrou ser a seguinte: Para R_e baixos, entre $1,1 \times 10^6$ e $3,5 \times 10^6$, o regime é predominantemente aleatório de faixa larga, enquanto para $R_e > 6 \times 10^6$ as forças são quase-periódicas, existindo um regime intermediário entre aproximadamente $3,5 \times 10^6$ e 6×10^6 .

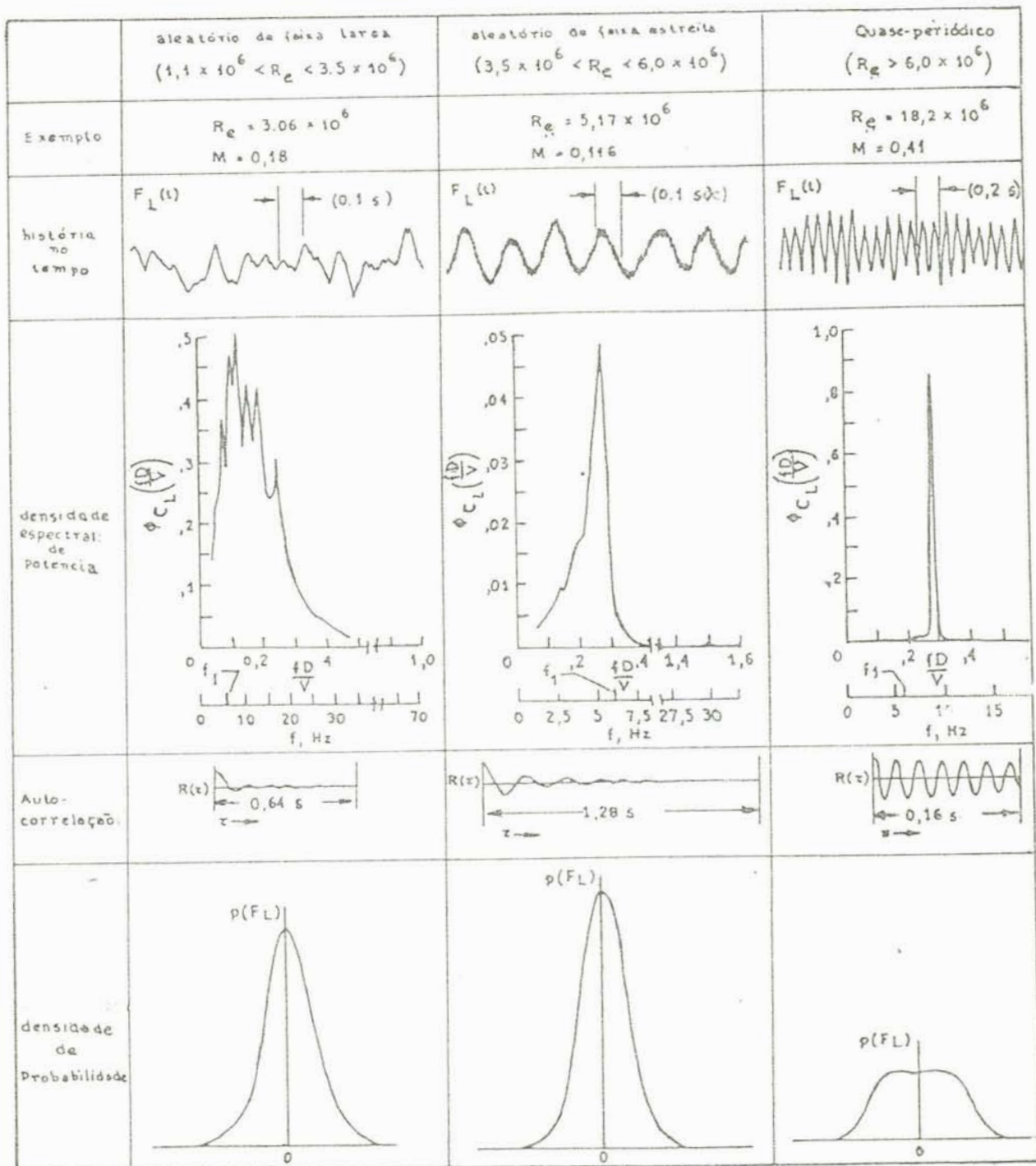


FIG. 4.2-6 - Forma característica dos indicadores associada a cada regime. Ref. (36)

Na figura (4.2-7) se apresenta a variação da relação entre o valor R.M.S. do coeficiente da força lateral flutuante para o cilindro móvel e o para o cilindro estacionário em função de uma frequência reduzida $\frac{f_h \cdot D}{V S_t}$ e da razão a/D onde f_h

é a frequência de vibração imposta ao cilindro, S_t é o número de Strouhal, V a velocidade da corrente não perturbada, D o diâmetro do cilindro e " a " máxima amplitude imposta ao cilindro.

Nota-se que quando o cilindro é forçado a vibrar em uma frequência distante da Strouhal a força aerodinâmica não aumenta chegando mesmo, em alguns casos a diminuir. Por outro lado, para uma frequência próxima da de Strouhal há um acentuado aumento da força lateral se dando a máxima amplificação para uma relação de frequências $\frac{f_h D}{V S_t} = 0.99$. Da mesma forma um aumento da amplitude da $V S_t$ vibração implica num aumento da força

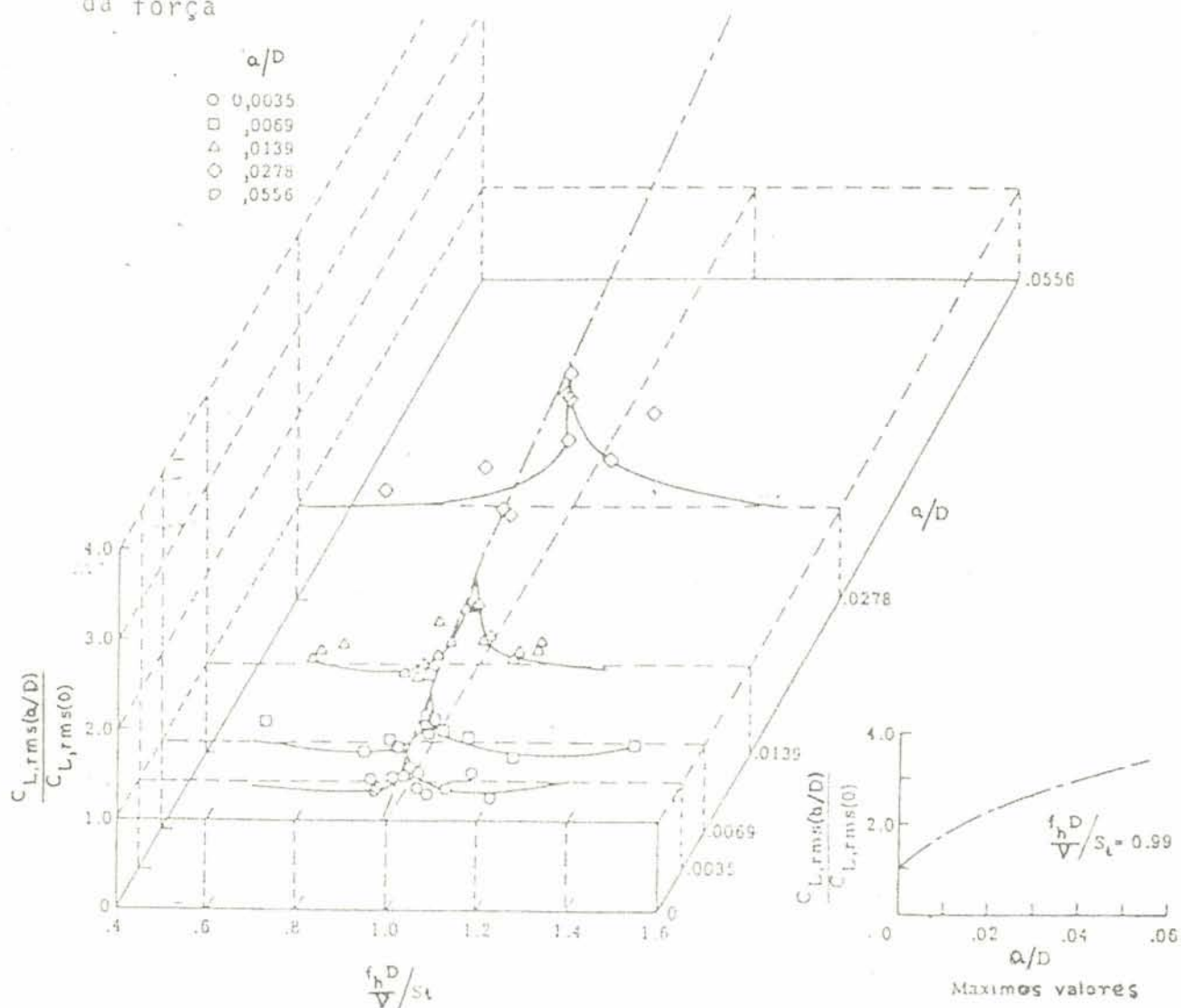


FIG. 4.2-7 - Efeitos da oscilação forçada do cilindro sobre o valor R.M.S. do coeficiente da força lateral flutuante do cilindro oscilante normalizado pelo coeficiente da força lateral flutuante do cilindro estacionário. Ref. (36)

4.3 - Forças laterais flutuantes atuantes sobre prismas de seção quadrada e retangular em escoamento turbulento e não turbulento.

Descrição do equipamento, modelos e procedimentos.

Os ensaios para a determinação dos coeficientes da força lateral flutuante devida ao desprendimento de vórtices foram realizados no túnel de vento da UFRGS cujas características principais já foram definidas na seção (3.4).

O trabalho constou de uma série de ensaios para os quais se obteve resultados qualitativamente semelhantes, a exceção de um no qual o espectro da resposta apresentou dois picos de intensidade equivalentes, um na frequência natural do modelo e outro na frequência de Strouhal, fato este atribuído a má orientação do modelo e ao emprêgo de velocidades não tão distantes da de ressonância, o que pode ter induzido uma certa instabilidade.

O procedimento pode ser dividido em duas fases principais:

- a) obtenção e armazenamento dos sinais correspondentes às vibrações longitudinais e transversais do modelo no túnel.
- b) processamento destes sinais armazenados - análise da distribuição em frequencial do sinal (densidade espectral) e determinação do valor R.M.S. do coeficiente da força lateral flutuante.

O instrumental utilizado na primeira fase constou de:
2 amplificadores/medidores - BAM-1, Vishay Instruments ;

um gravador de fita de 4 canais, Hewlett Packard modelo 3960 ;

2 amplificadores diferenciais - Hewlett Packard modelo 8875A ;

um osciloscópio de dois canais - Hewlett Packard, modelo 1220A ;

termômetro ;

barômetro ;
manômetro a água tipo Betz ;

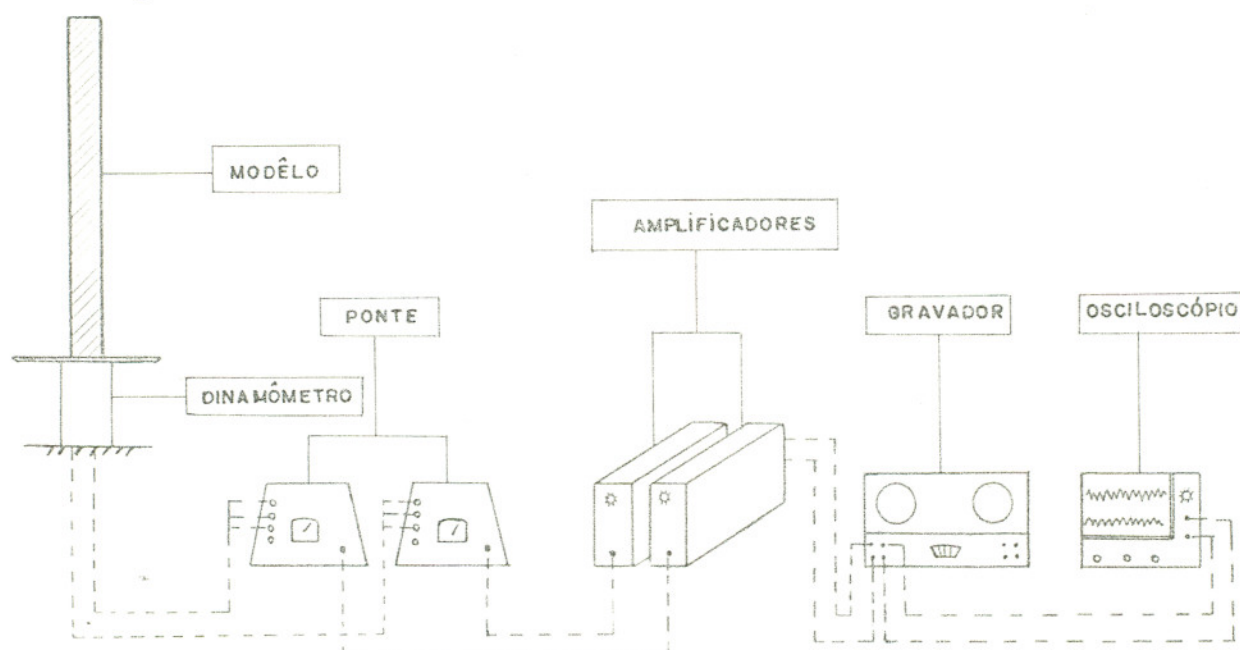


FIG. 4.3-1 - Representação esquemática da montagem experimental.

Para a medição da força lateral flutuante empregou-se os mesmos dinâmetros descritos na seção (3.4). que constavam de um suporte flexível instrumentado de maneira a medir diretamente as forças na direção X e Y.

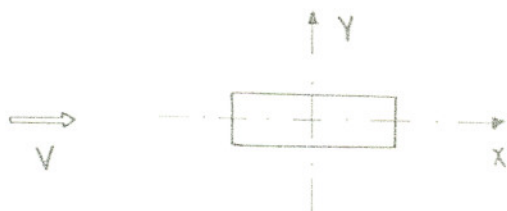


FIG. 4.3-2 - Orientação dos modelos.

Na parte superior do suporte foram adaptados prismas de madeira (pinho) de 25 cm de altura com seção transversal de 3 x 3cm, 3 x 4,5cm e 3 x 6cm, vazados, os quais constituíram os modelos propriamente ditos, dispostos entre duas chapas com extremidades biseladas, cuja função é orientar o escoamento na região de interesse, tornando-o bidimensional.

Neste caso se empregaram prismas mais curtos e vazados com a finalidade de diminuir a massa do conjunto e aumentar a sua frequência natural, afastando-a da zona de ressonância.

Inicialmente se procurou determinar as frequências naturais dos diversos modelos através do programa descrito no capítulo 2, para compará-las com as medidas nos registros de vibração livre, mas, devido a dificuldade de caracterizar corretamente a rigidez do suporte e do modelo, (causada pela presença dos furos, e a sua ligação com a mesa de ensaio, estes valores teóricos não foram considerados. Em vez disto, adotaram-se como valores característicos das frequências naturais os correspondentes ao segundo pico do espectro da resposta dos modelos.

Com relação aos valores característicos do amortecimento, eles foram obtidos dos registros da vibração livre do modelo percutido com uma pancada seca de martelo, através da relação:

$$2\pi\zeta = \lambda_n \frac{x(t)}{x(t+nT)} \quad (4.3-1)$$

onde n é o número de ciclos e

$\frac{x(t)}{x(t+nT)}$ a relação entre as amplitudes das oscilações distantes n períodos entre si.

Os valores finais adotados correspondem à média sobre vários registros consecutivos, porque diferentes intensidades da perturbação inicial conduziam a registros um pouco diferentes, indicando um certo grau de não-linearidade no amortecimento.

Para as frequências naturais não se adotaram os valores obtidos destes registros porque eles não foram feitos com os mo-

delos fixados na sua posição de ensaio no túnel, o que seria mais adequado. Diferentes condições de fixação têm influência sensível sobre a frequência natural, constatando-se uma diferença de cerca de 5% nos valores medidos desta maneira e os detetados nos espectros.

MODELO	FREQ. NAT.	Razão de amort.critico(ζ)
quadrado	115 Hz	4%
retangular (3 x 4,5)	90 Hz	5%
retangular (3 x 6)	83 Hz	6%

TABELA 4.3-1 - Propriedades mecânicas dos modelos.

Uma vez fixado e orientado o modelo, segundo a figura (4.3-1), se processou a calibragem, mediante a aplicação, a meia altura do prisma, de uma força estática de 1kgf para a qual se ajustou o ganho da ponte de maneira a leitura no visor atingir um valor pré-estabelecido.

Com este ganho e fatores de amplificação conhecidos dos amplificadores (3, 10, 30 ou 100) se enviava um sinal correspondente a uma determinada carga, o qual podia ser lido no osciloscópio estabelecendo-se assim a escala dos registros.

Para a amplificação de referência igual a 3 foram obtidas as seguintes relações:

modelo quadrado	1 m V \rightarrow 1,35 gf	
modelo retangular (3x4,5)	1 m V \rightarrow 1,345 gf	(4.3-2)
modelo retangular (3 x 6)	1 m V \rightarrow 1,341 gf	

Como a frequência de despreendimento de vórtices depende diretamente da velocidade do vento, para evitar o aparecimento de "lock-in", utilizaram-se pressões dinâmicas baixas, entre 6

e 20 kgf/m^2 .

As gravações foram feitas com a menor velocidade permitida pelo gravador, durante um período de cerca de 7 minutos, no qual se consideraram constantes as condições do ensaio.

Armazenado o sinal se passou a segunda fase do trabalho, que envolvia a análise do sinal gravado, empregando-se para tanto a seguinte aparelhagem:

Um gravador de fita de 4 canais, Hewlett Packard, modelo 3960 ;

Um medidor HP 5300 A com um contador universal HP 53002A-50 MHz, que permite medir frequência, períodos, períodos médios e intervalo de tempo;

Um voltímetro R.M.S., DISA, modelo 55D35 com uma faixa de leituras de 1 mV até 300 V ;

Um registrador gráfico X-Y, Hewlett Packard, modelo 7045A ;

Um analisador de ondas, Hewlett Packard modelo 302A com uma faixa de frequências de 20 Hz até 50 kHz e uma faixa de amplitude de $30 \text{ } \mu\text{V}$ até 300 V ;

O espectro de potência indica a contribuição, para a variância total, da energia contida nas diversas frequências e pode ser obtido empregando a aparelhagem indicada no esquema da figura (4.3-3) cujas diversas fases correspondem as seguintes operações:

- 1 - Transformação das oscilações em um sinal elétrico através de um transdutor adequado.
- 2 - Filtragem do sinal passando-o por um filtro de faixa estreita, de largura Δf , em torno de uma frequência central f_0 .
- 3 - Elevação ao quadrado dos valores instantâneos do sinal filtrado
- 4 - Cálculo de média dos valores quadrados durante um período T
- 5 - Lançamento em um gráfico do valor quadrado médio em função da frequência.

O valor quadrado médio para cada frequência deve ser dividido pela largura de faixa Δ_f para obter a correspondente densidade espectral de potência.

Fazendo-se variar a frequência central f_0 do analisador determinam-se os valores da densidade espectral de potência para as diversas frequências.

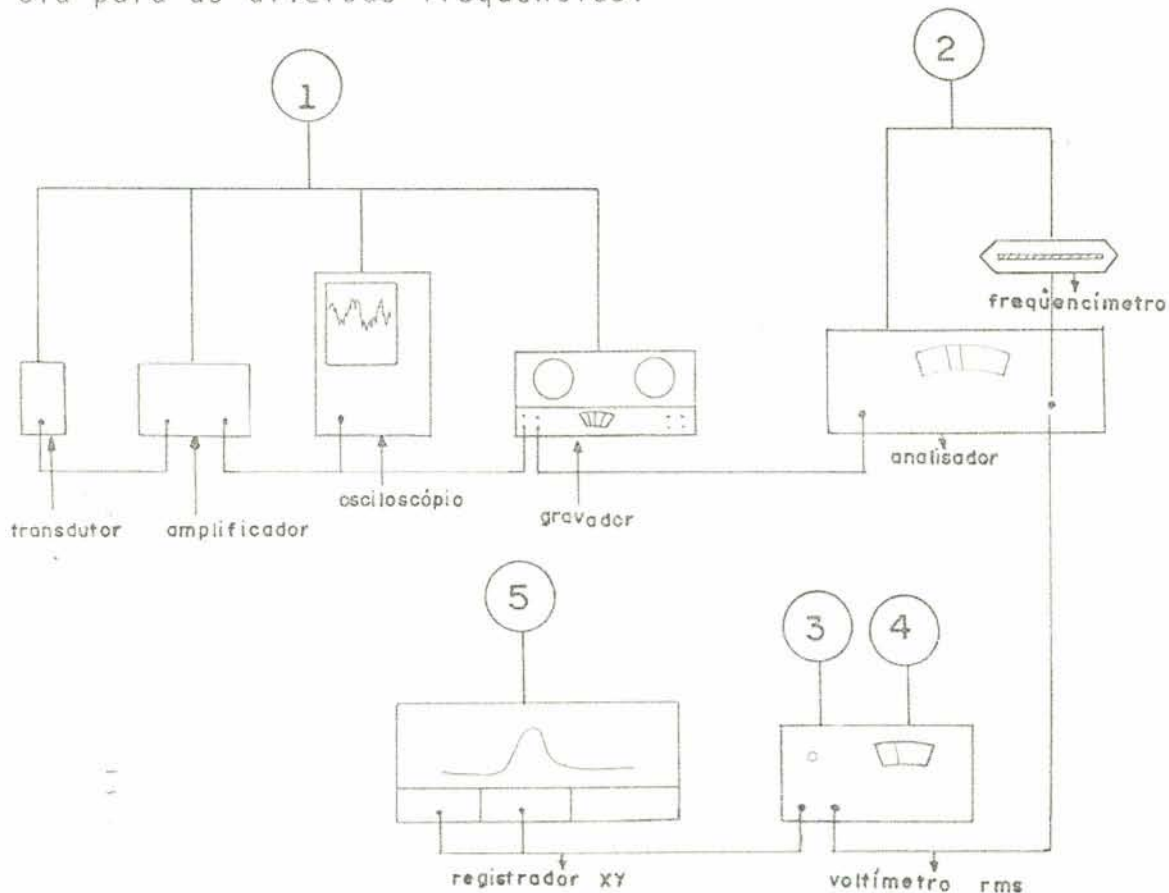


FIG. 4.3-3 - Esquema para a obtenção do espectro das oscilações do modelo.

No presente trabalho se tentou, inicialmente, obter o espectro de potência das oscilações do modelo por intermédio do registrador gráfico XY, porém tal procedimento foi abandonado devido ao tempo de integração muito grande necessário para a obtenção do valor quadrado médio correspondente a cada frequência. Tal tempo exigiria uma velocidade muito lenta do registrador, o que levou a determinação do espectro por pontos.

No caso de se empregar a aparelhagem da figura (4.3-3) os valores finais do registro seriam afetados de um coeficiente K dado por:

$$K = \frac{C}{\Delta f} H \quad (4.3.1-3)$$

onde C é um fator que corrige a amplificação interna do analisador

H o quadrado da relação entre a força atuante e a voltagem que lhe corresponde obtida de (4.3-2)

A escala de registro seria a escala do registrador gráfico (mV^2/cm) multiplicada por K tendo com unidades $\frac{gf^2}{Hz \cdot cm}$

O tempo de integração utilizado em todos os casos foi de 30s, o que implicou em leituras para frequências diferentes a cada 2 minutos obtendo-se com este procedimento um erro máximo de 2% na leitura.

Valores da frequência inferiores a 20 Hz estavam fora da faixa de resposta do analisador, sendo necessário, nestes casos, reproduzir o registro com uma velocidade superior a da gravação, para a qual a relação de frequências é:

$$f_{v_4} = 4f_{v_0} \quad (4.3-4)$$

onde f_{v_4} é a frequência no registro reproduzido com uma velocidade 4 vezes maior e f_{v_0} a frequência na velocidade original. A largura da faixa, em tal caso, fica reduzida a 4ª parte da largura original.

Primeiramente se obtiveram os espectros da resposta dos modelos os quais conduziram aos espectros da excitação mediante a relação:

$$G_r(f) = |H(f)|^2 G_e(f) \quad (4.3-5)$$

onde $G_r(f)$ representa a função densidade espectral de potência da resposta do sistema

$G_e(f)$ a função densidade espectral de potência da excitação e

$H(f)$ a admitância complexa do sistema, constituído pelo

prisma de madeira montado sobre o dinamômetro (figura 3.4-4), dada por:

$$H(f) = \frac{1}{1 - 2\zeta i \frac{f}{f_n} - \left(\frac{f}{f_n}\right)^2} \quad (4.3-6)$$

sendo f_n a frequência natural do sistema e ζ a sua razão de amortecimento crítico.

Definidos o espectro da excitação, se obtêm o seu valor quadrado médio (σ^2) calculando a sua área por integração numérica. Com efeito:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_F(f) df = \int_0^{\infty} G_F(f) df \quad (4.3-7)$$

Como a forma geral da curva que representa o espectro da força é muito semelhante densidade de probabilidade de Gauss se procurou defini-la como:

$$G_F(f) = \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}f_\sigma} e^{-\frac{f^2}{2f_\sigma^2}} \quad (4.3-8)$$

onde $G_F(f)$ representa a função densidade espectral de potência da força, σ^2 o seu valor quadrado médio e f_σ o desvio padrão.

No caso em questão a média seria a frequência de Strouhal ou frequência central do espectro.

Quanto ao desvio padrão, devido ao fato da curva obtida experimentalmente não ser exatamente uma função de Gauss, não se trata de um valor unívocamente determinado sendo portanto necessário o emprego de um método de interpolação adequado a sua determinação. No presente trabalho se empregou o método dos mínimos quadrados, obtendo-se para f_σ os valores apresentados na seção 4.4.

Em se tratando de escoamento turbulento, se admite que uma parcela da energia contida nas frequências correspondentes

as presentes no espectro da turbulência, é devida a este fenômeno sendo, portanto, interessante fazer uma distinção entre a contribuição da turbulência e das forças oscilantes provocadas por desprendimento de vórtices propriamente ditas. Tal pode ser feito mediante a equação (4.3-9)

$$G_F(t) = \frac{1}{4} \rho^2 V^2 C_{L1}^2 A^2 G_V(t) \quad (4.3-9)$$

onde $G_F(t)$ é a densidade espectral da força devida a turbulência
 $G_V(t)$ a densidade espectral da flutuação transversal da velocidade (V_y)

V a velocidade média

A área de referência

C_{L1} um coeficiente determinado experimentalmente e que leva em conta a correlação da flutuação transversal da velocidade ao longo da face paralela a corrente média.

Considerando que os espectros, nas três direções ortogonais, de uma turbulência homogênea e isotrópica, são iguais, e dispondo do espectro da turbulência longitudinal, pode-se empregar a equação (4.3-9), uma vez determinado o coeficiente C_{L1} . Como este coeficiente C_{L1} constituía uma incógnita, utilizou-se, um procedimento simplificado baseado em três considerações:

a) a energia devida ao desprendimento de vórtices deve-se esvaír para frequências muito distantes da de Strouhal.

b) para frequências de Strouhal distantes da de ressonância o espectro deve ser simétrico em relação a ela.

c) esta redução deve guardar a forma geral do espectro da turbulência.

O espectro da turbulência longitudinal utilizado consistia de valores médios entre os medidos em alturas correspondentes a base do modelo e o seu terço superior (150mm e 300mm).

Para verificar a influência da amplitude do movimento sobre a força, determinaram-se os deslocamentos do topo de cada modelo provocados por uma força de 1kgf aplicado na sua seção média, cujos resultados foram:

modelo quadrado	$d = 28 \times 10^{-2}$ mm
modelo retangular(3x4,5)	$d = 28 \times 10^{-2}$ mm
modelo retangular(3x6)	$d = 29 \times 10^{-2}$ mm.

4.4 - Resultados experimentais

Nesta seção se apresentam os espectros da força lateral provocada por despreendimento de vórtices para prismas quadrados e retangulares de relação 1:1,5 e 1:2 em fluxo não turbulento (figuras 4.4-1 a 8) e turbulento (figuras 4.4-9 a 11) bem como os espectros do coeficiente característico desta força C_L , para diferentes velocidades (figuras 4.4-12 a 14) e o seu valor R.M.S. em função da amplitude do deslocamento referido ao t̄opo do modelo (figura 4.4-15). Os espectros foram interpolados por uma função de Gauss cujos parâmetros estão indicados nas figuras. A notação \odot indica os pontos experimentais.

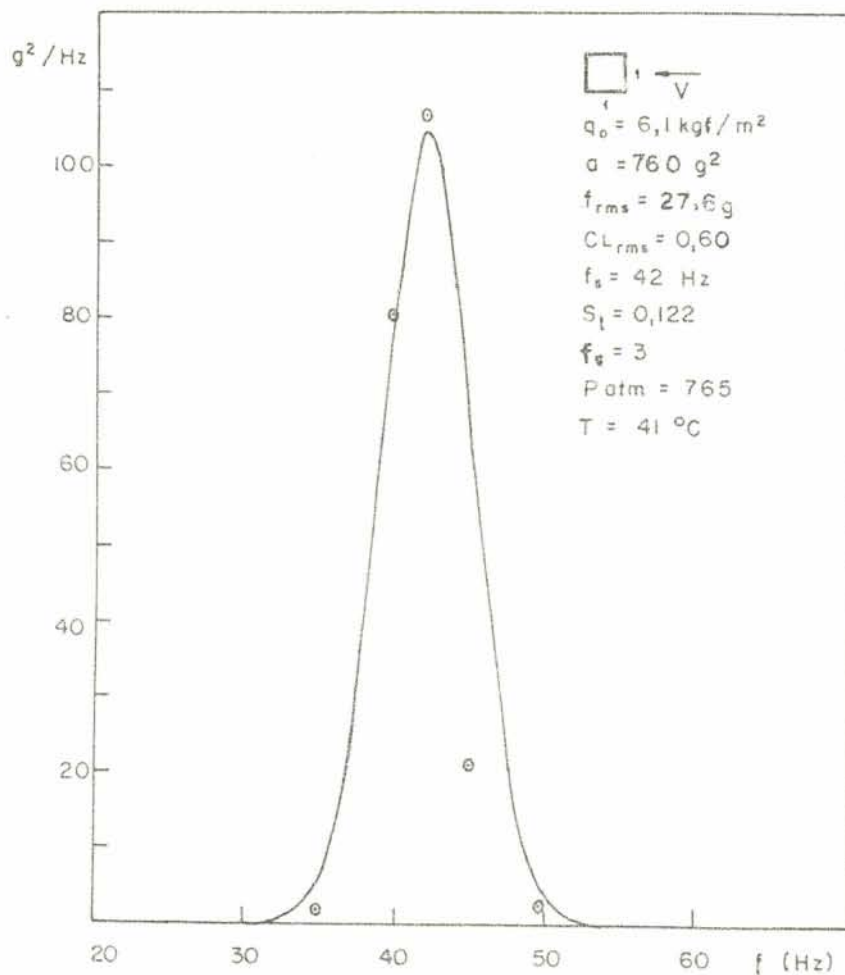


FIG. 4.4-1 - Espectro da força lateral oscilante para seção quadrada em escoamento não turbulento. $Re = 1,8 \times 10^4$.

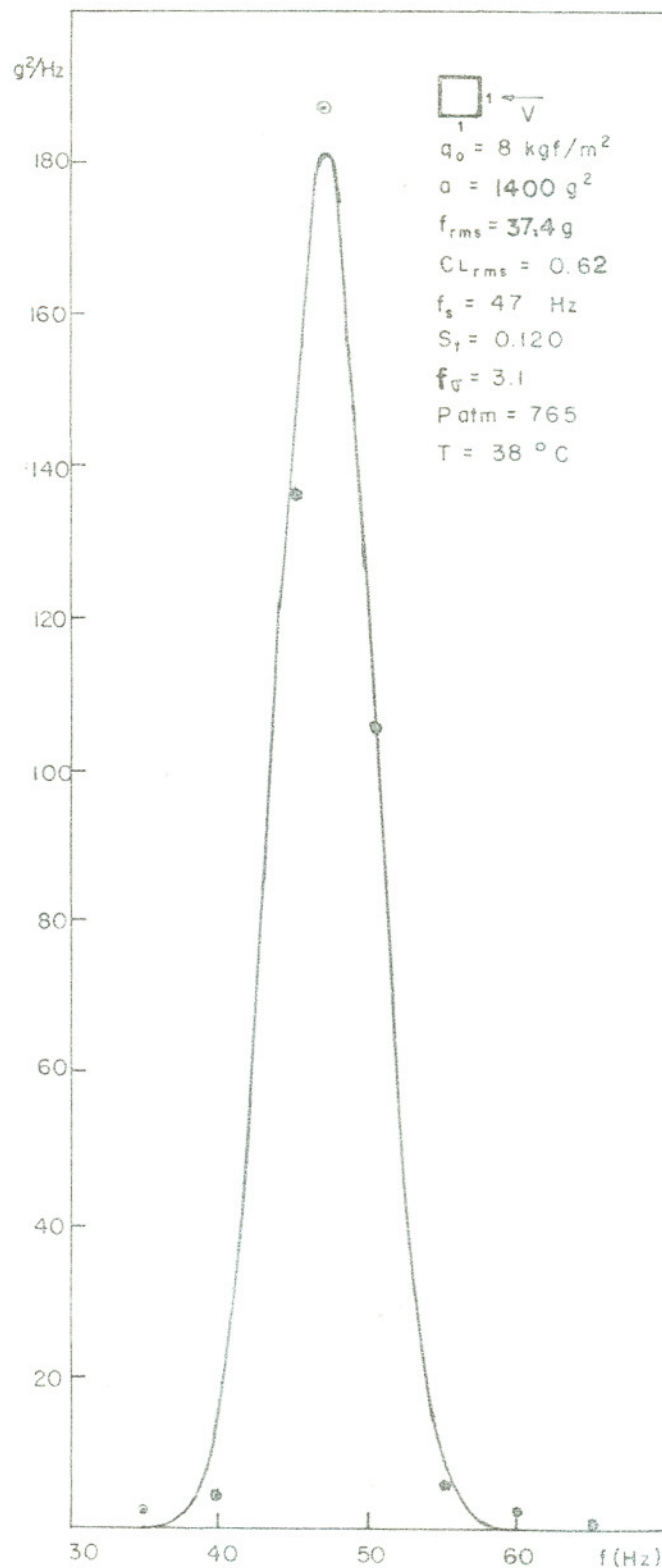
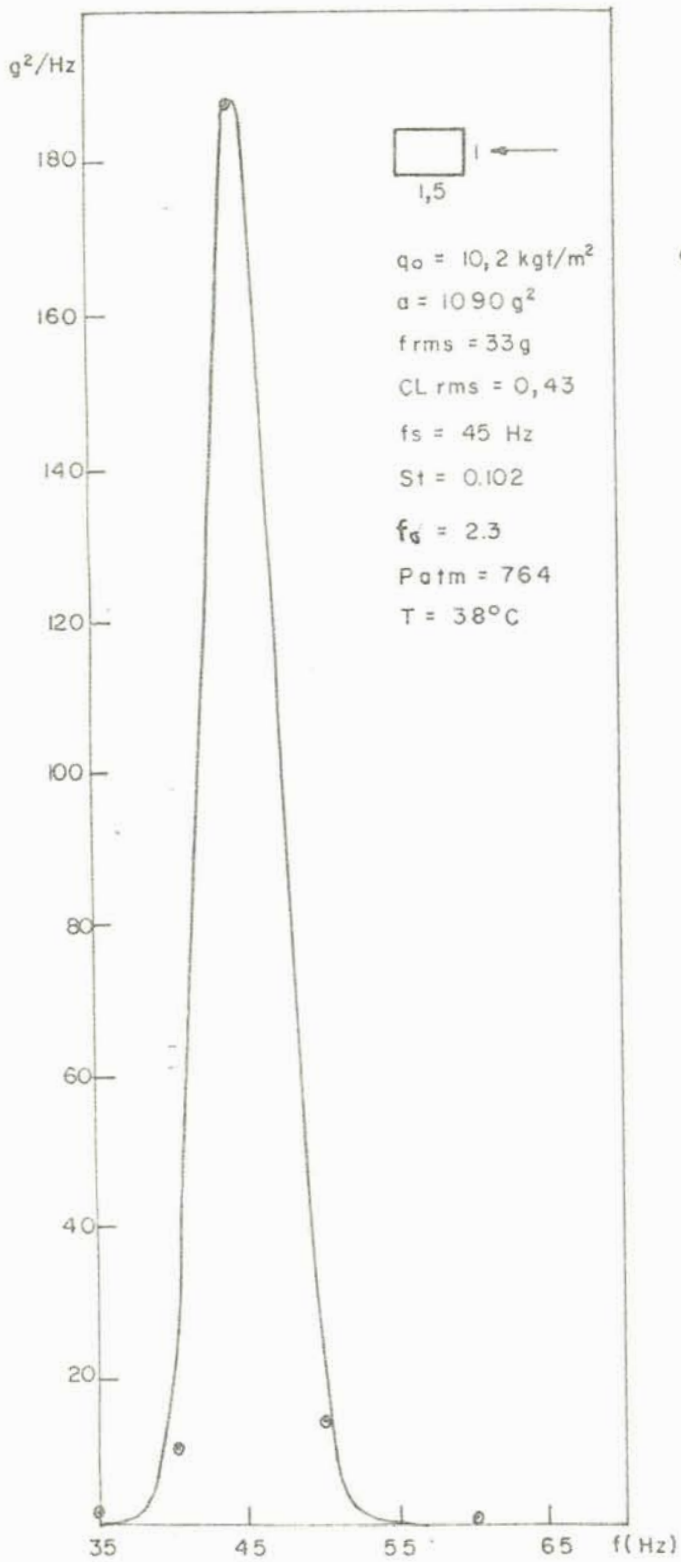
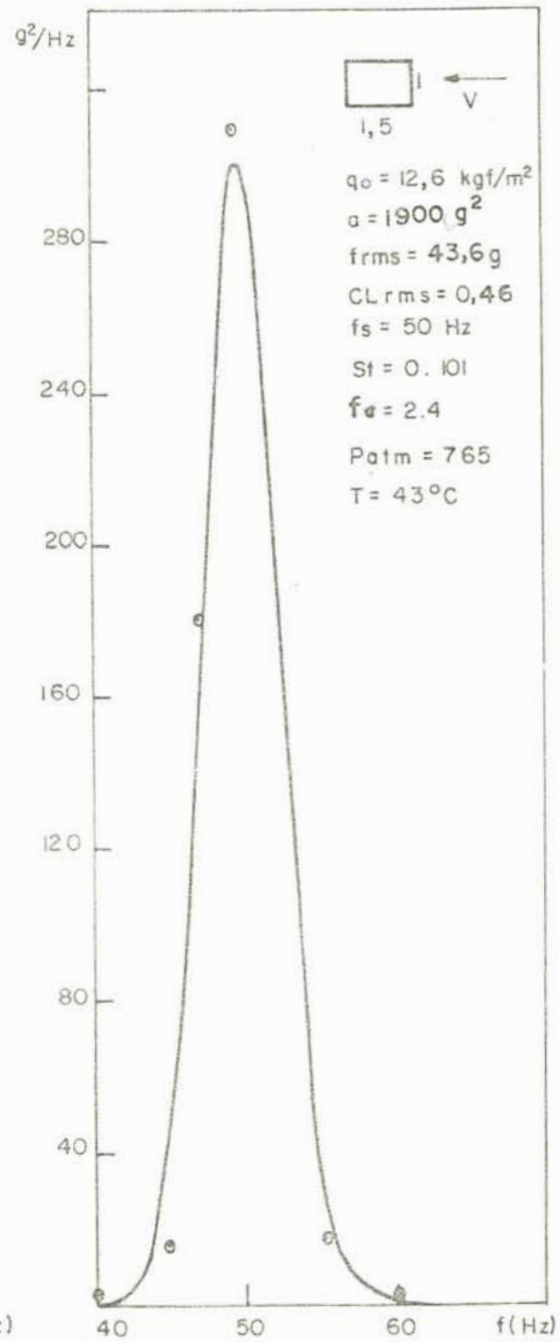
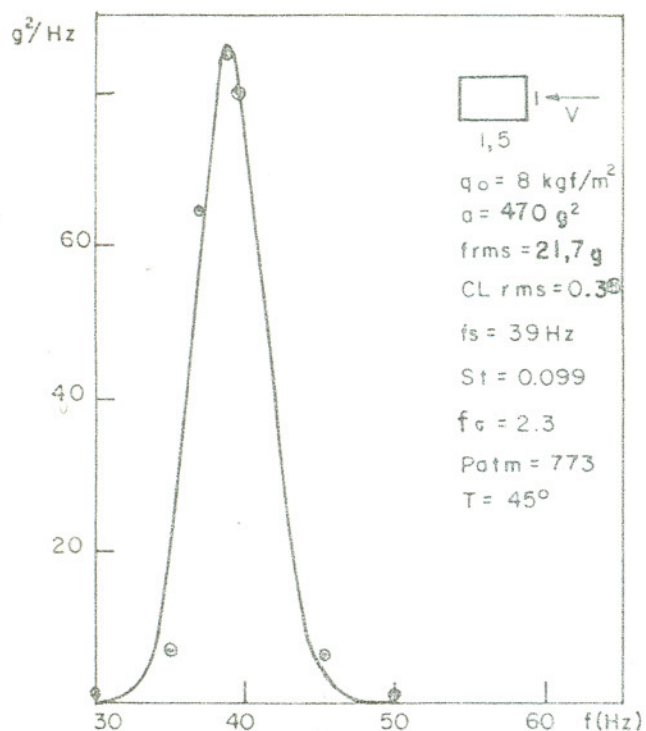
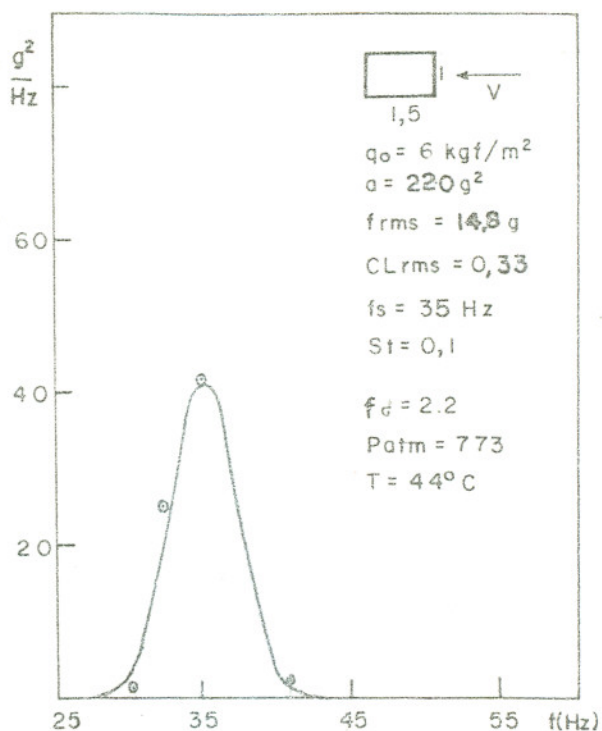


FIG. 4.4-2 - Espectro da força lateral oscilante para seção quadrada em escoamento não turbulento $Re = 2,0 \times 10^4$.

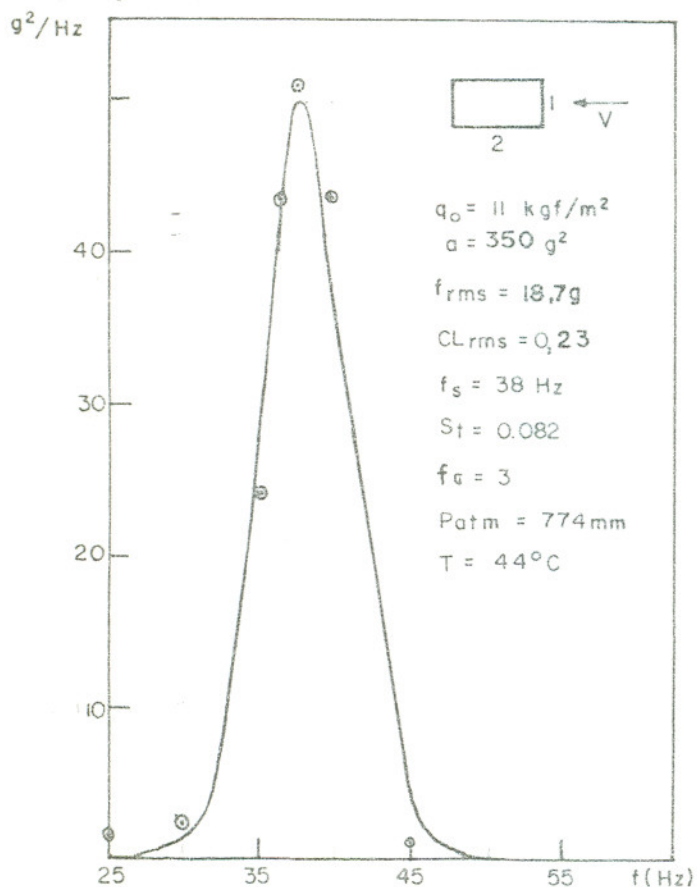
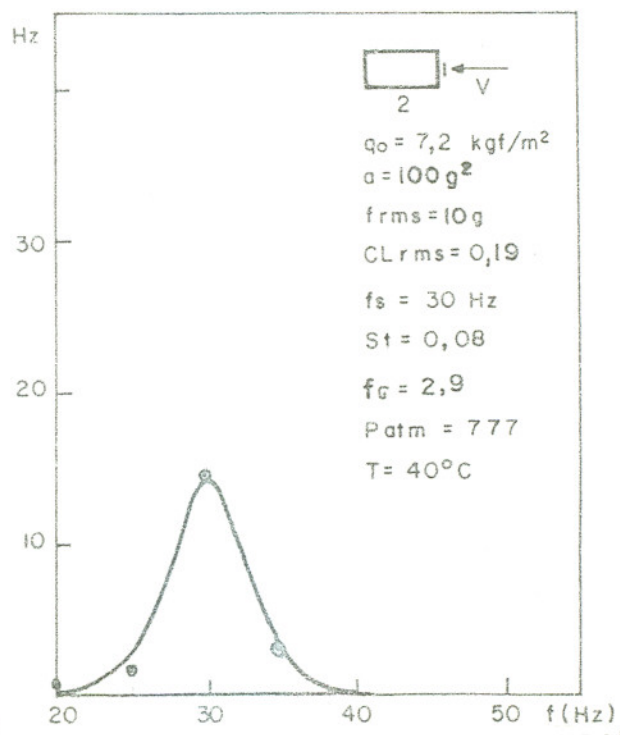
Em qualquer dos dois casos o número de Strouhal foi aproximadamente igual a 0,12, o que é confirmado por resultados anteriores (Ref. 15). Com o aumento da velocidade há também um incremento no coeficiente C_L , provavelmente devido ao movimento da estrutura, que é mais intenso e tende a aumentar a correlação.

FIG. 4.4-3 - $Re = 2,6 \times 10^4$ FIG. 4.4-4 - $Re = 2,3 \times 10^4$

Espectro da força lateral flutuante para prismas retangulares de relação 1:1,5 em escoamento não turbulento. N^o de Strouhal = 0.1.

FIG. 4.4-5 - $Re = 2,0 \times 10^4$ FIG. 4.4-6 - $Re = 1,8 \times 10^4$

Espectros da força lateral flutuante em prismas retangulares de relação 1:15 em escoamento não turbulento.

FIG. 4.4-7 - $Re = 2 \times 10^4$ FIG. 4.4-8 - $Re = 2,4 \times 10^4$

Espectros da força lateral flutuante em prismas retangulares de relação 1:2 em escoamento não turbulento.

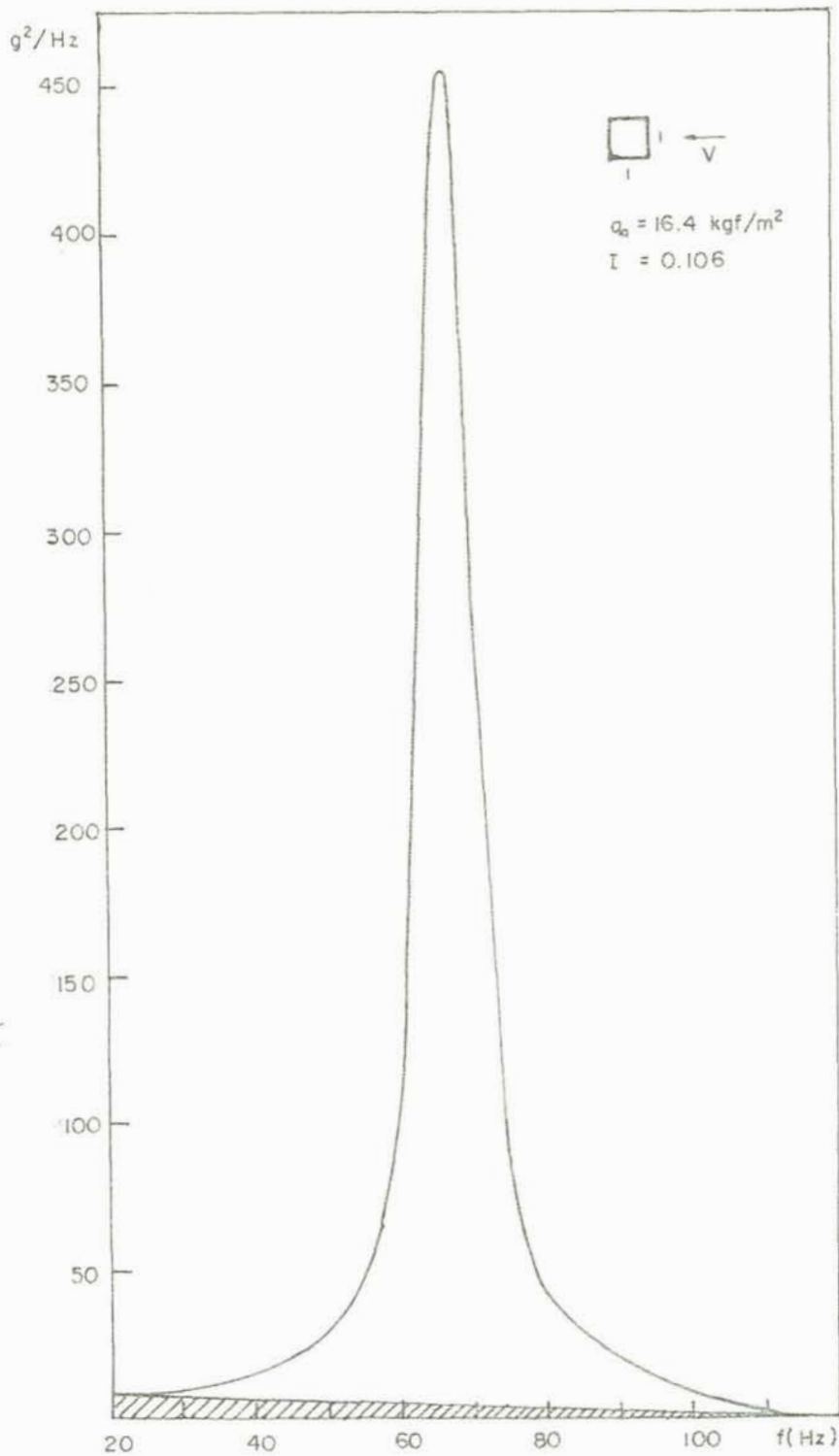


FIG. 4.4-9 - Espectro da força lateral flutuante para a seção quadrada em escoamento turbulento $Re = 2,9 \times 10^4$

A parte achuriada da figura representa a parcela devida a turbulência, segundo os critérios da seção 4.3 para efetuar esta distinção. Neste caso a turbulência parece não ter muito efeito no sentido de alargar e achatam o espectro o que pode ser mais claramente observado em outras formas de seção.

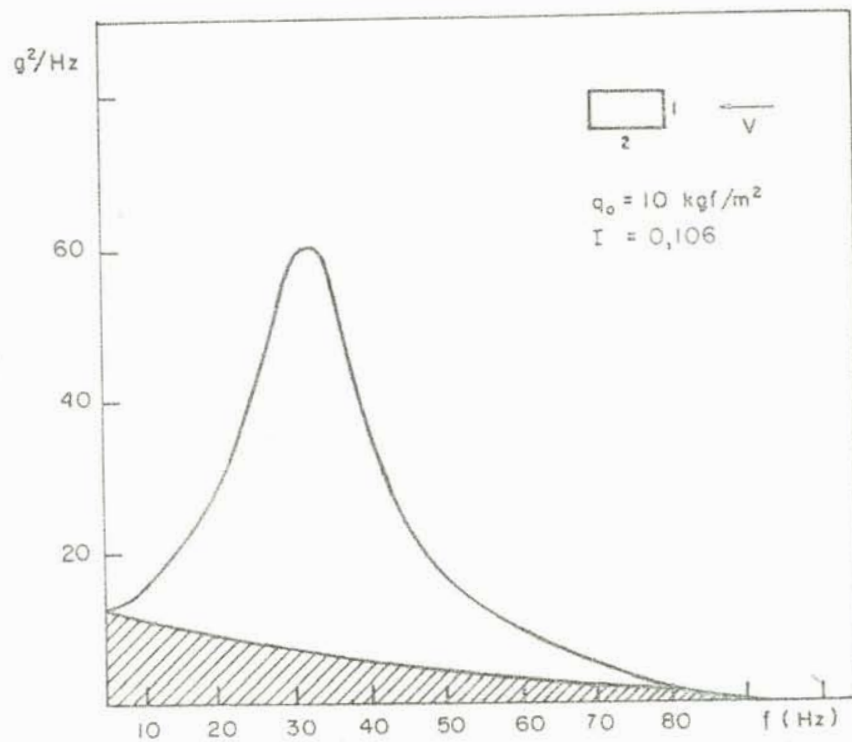
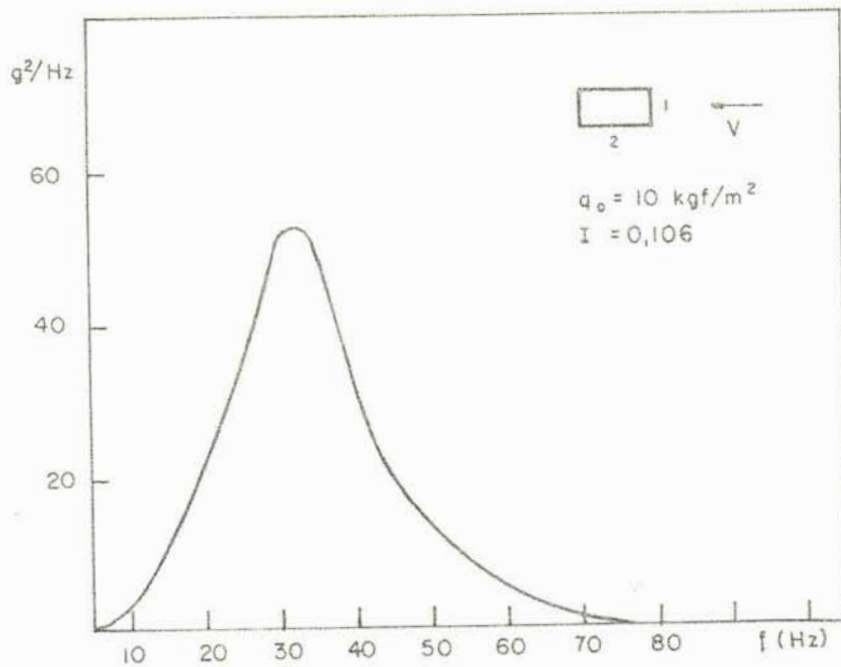


FIG. 4.4-10 - Espectro da força lateral flutuante para um prisma de seção retangular de relação 1:2 em escoamento turbulento: $Re = 2,3 \times 10^4$

A parte achuriada representa a parcela atribuída a turbulência que, neste caso, foi mais intensa porque o espectro da força se desenvolve na faixa de frequências associada a intensidades significativas no espectro da turbulência.

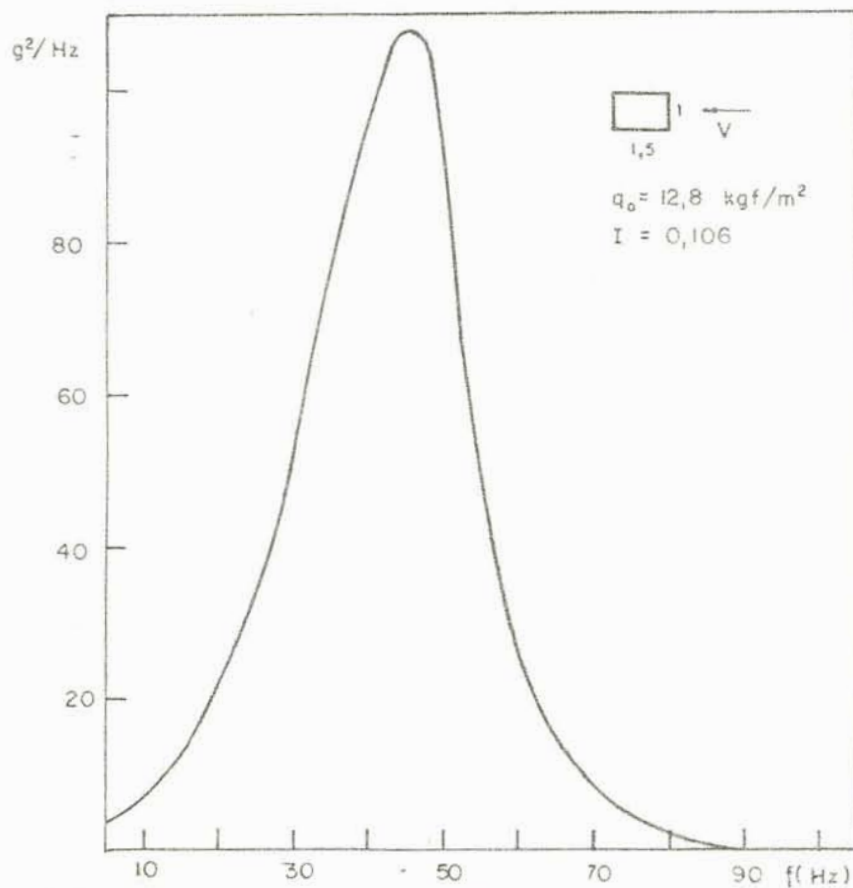
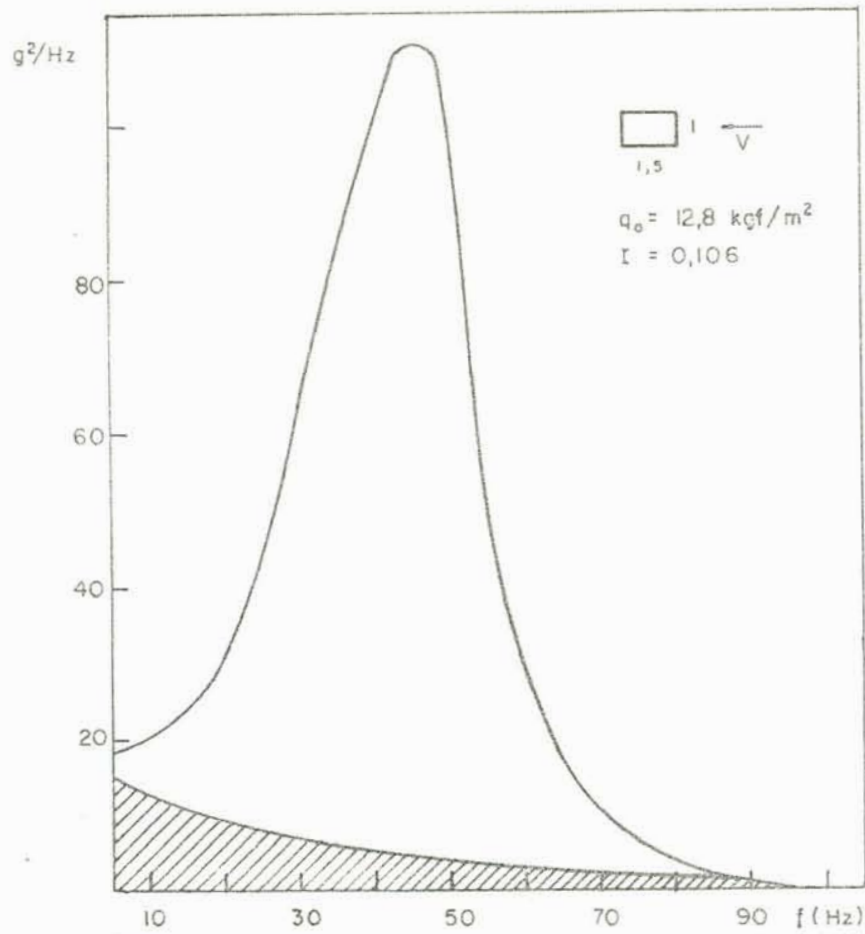


FIG. 4.4-11 - Espectro da força lateral flutuante para prisma de seção 1:1,5 em fluxo turbulento.

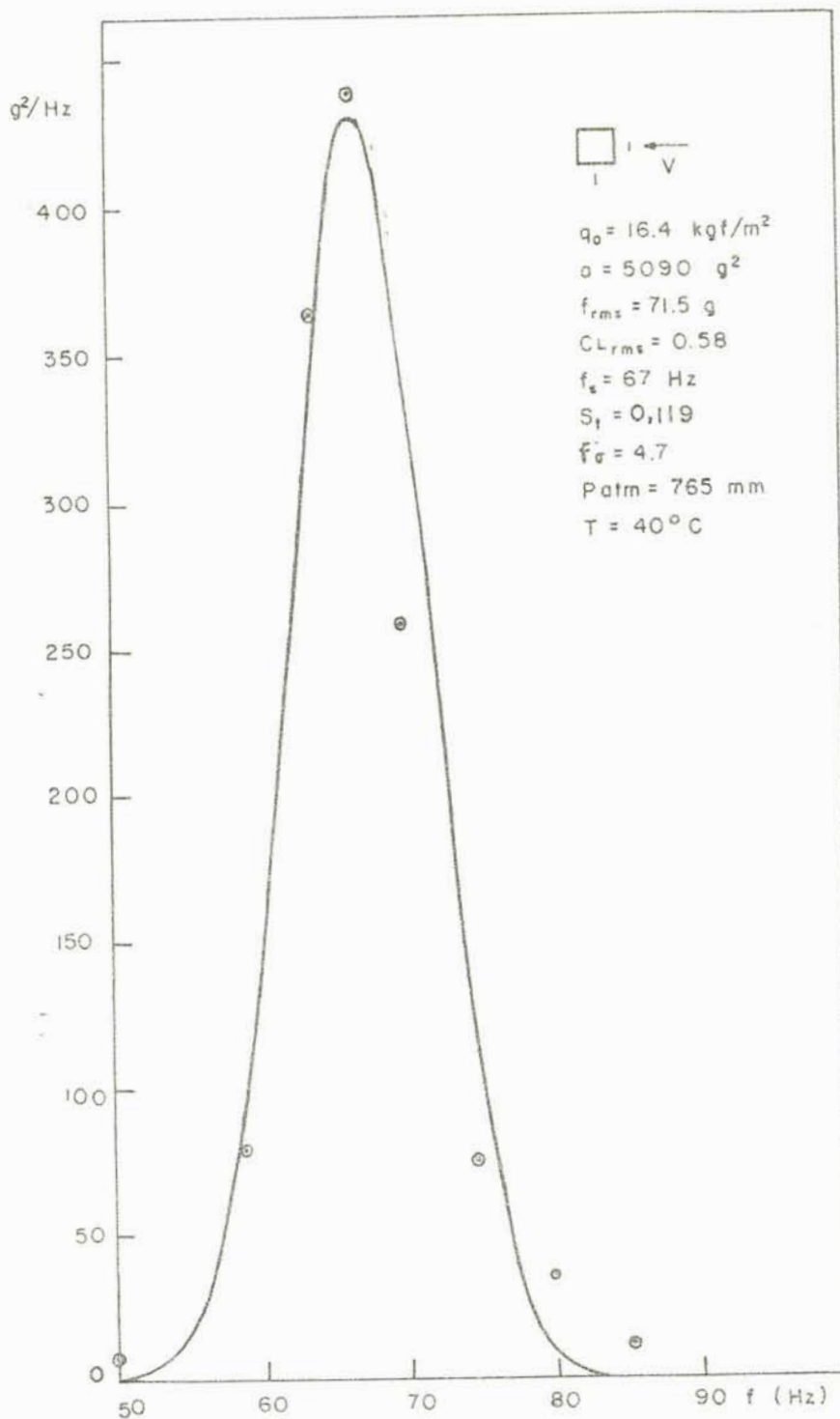


FIG. 4.4-12 - Espectro da força lateral flutuante para seção quadrada em fluxo turbulento, já reduzido da parcela devido a turbulência.

Neste caso a curva de Gauss conduz a um espectro mais achatado que o experimental caindo mais rapidamente a zero e desprezando a energia contida em frequências muito distantes da central.

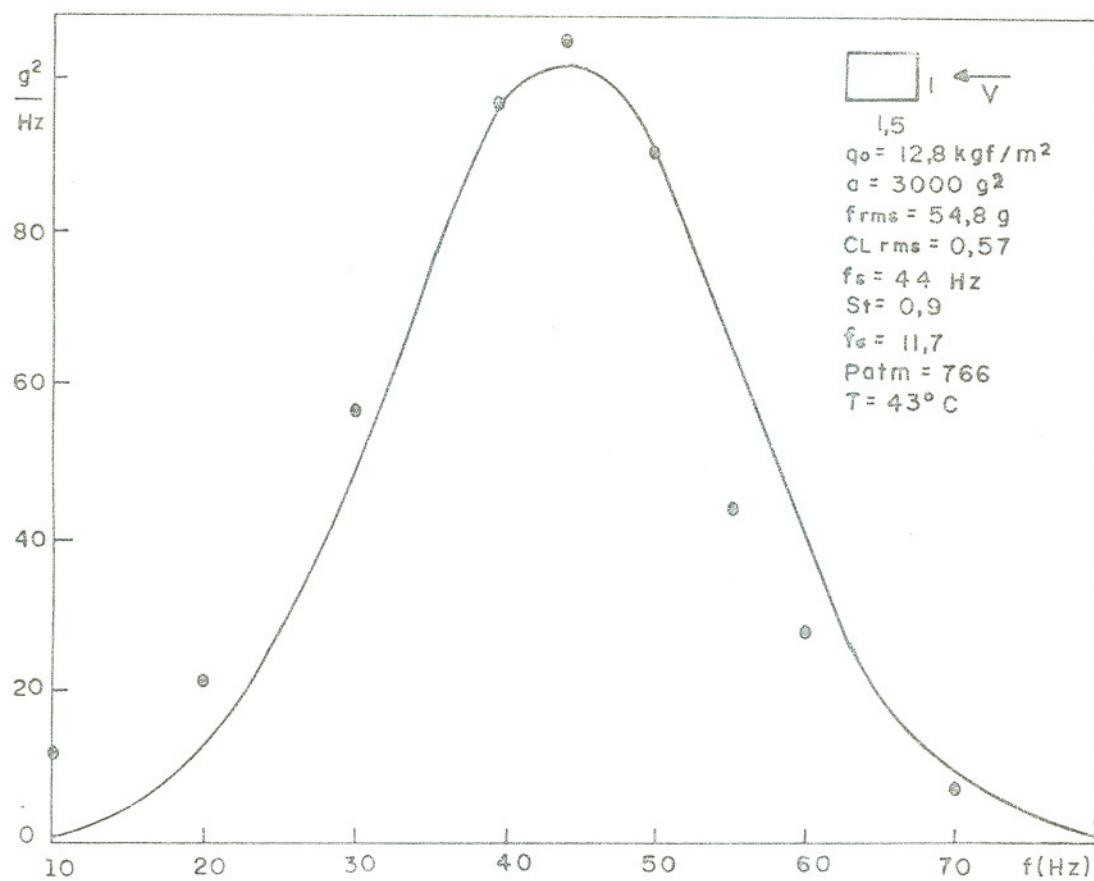


FIG. 4.4-13 - Espectro da força lateral flutuante para um prisma de seção 1:1,5cm em escoamento turbulento, já reduzida a parcela devida a turbulência.

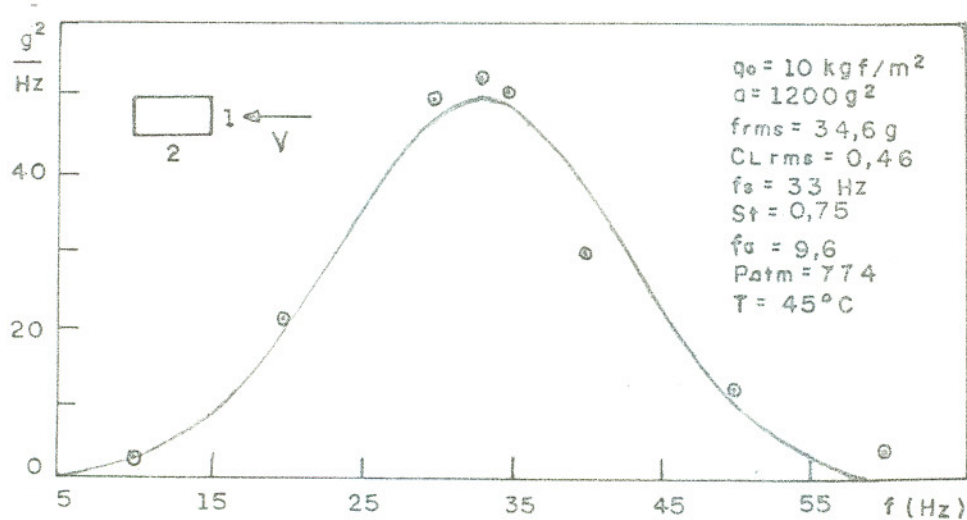


FIG. 4.4-14 - Espectro da força lateral flutuante para um prisma retangular com relação de lados 1:2, em fluxo turbulento e com a parcela devida a turbulência já abatida.

Nos dois casos acima a função de Gauss despreza parcelas de energia contidas em frequências distantes da central, a qual conduz a um número de Strouhal diferente dos obtidos com fluxo não turbulento.

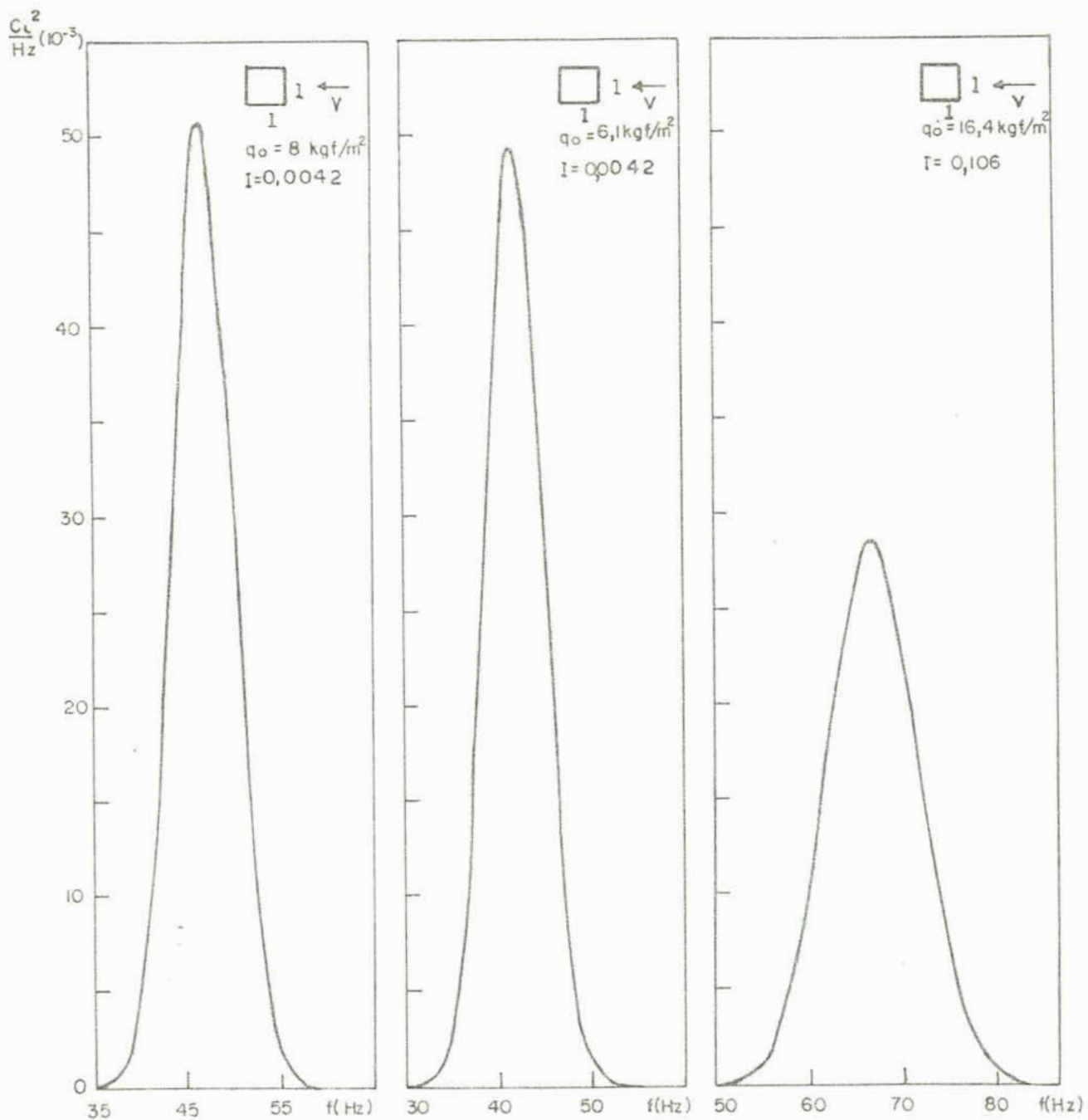


FIG. 4.4-15 - Espectro do coeficiente da força lateral para seção quadrada

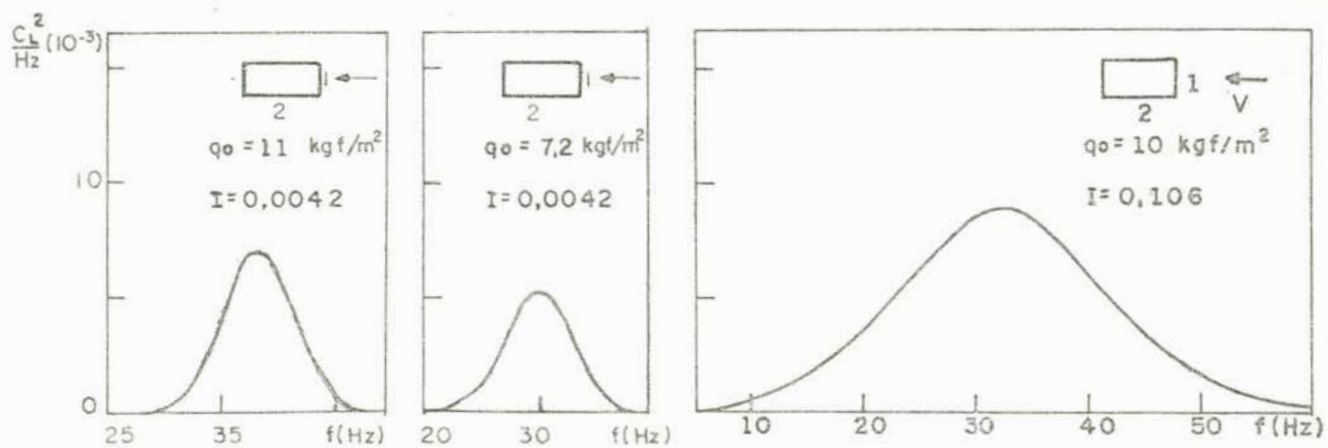


FIG. 4.4-16 - Espectro do coeficiente da força lateral flutuante para seção retangular.

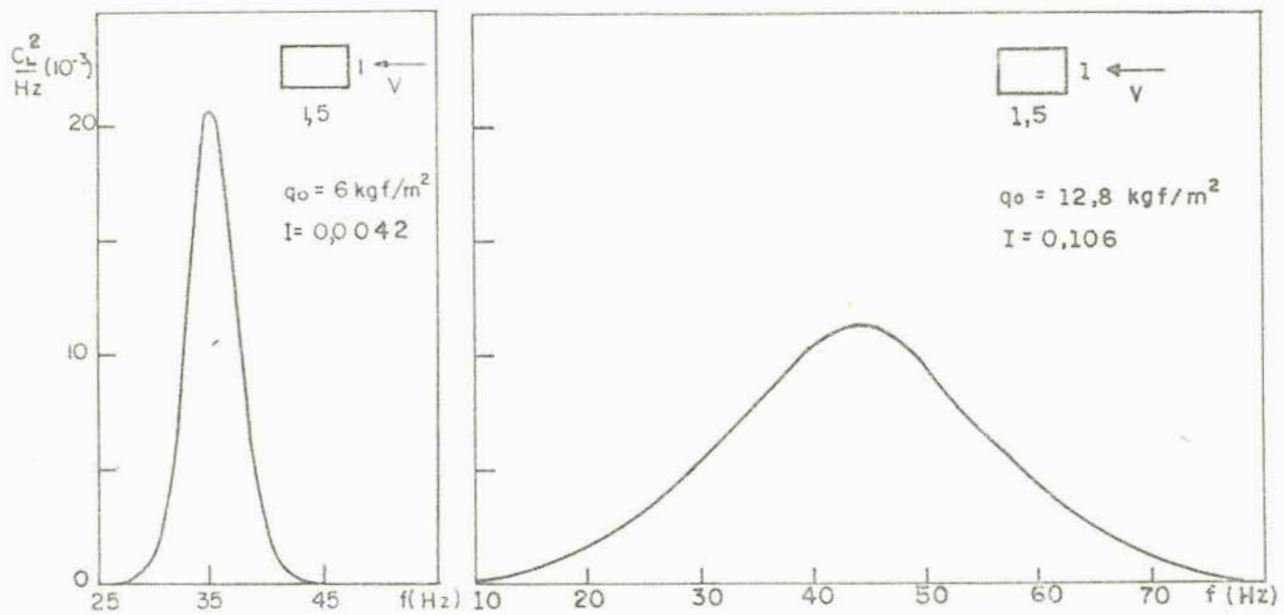
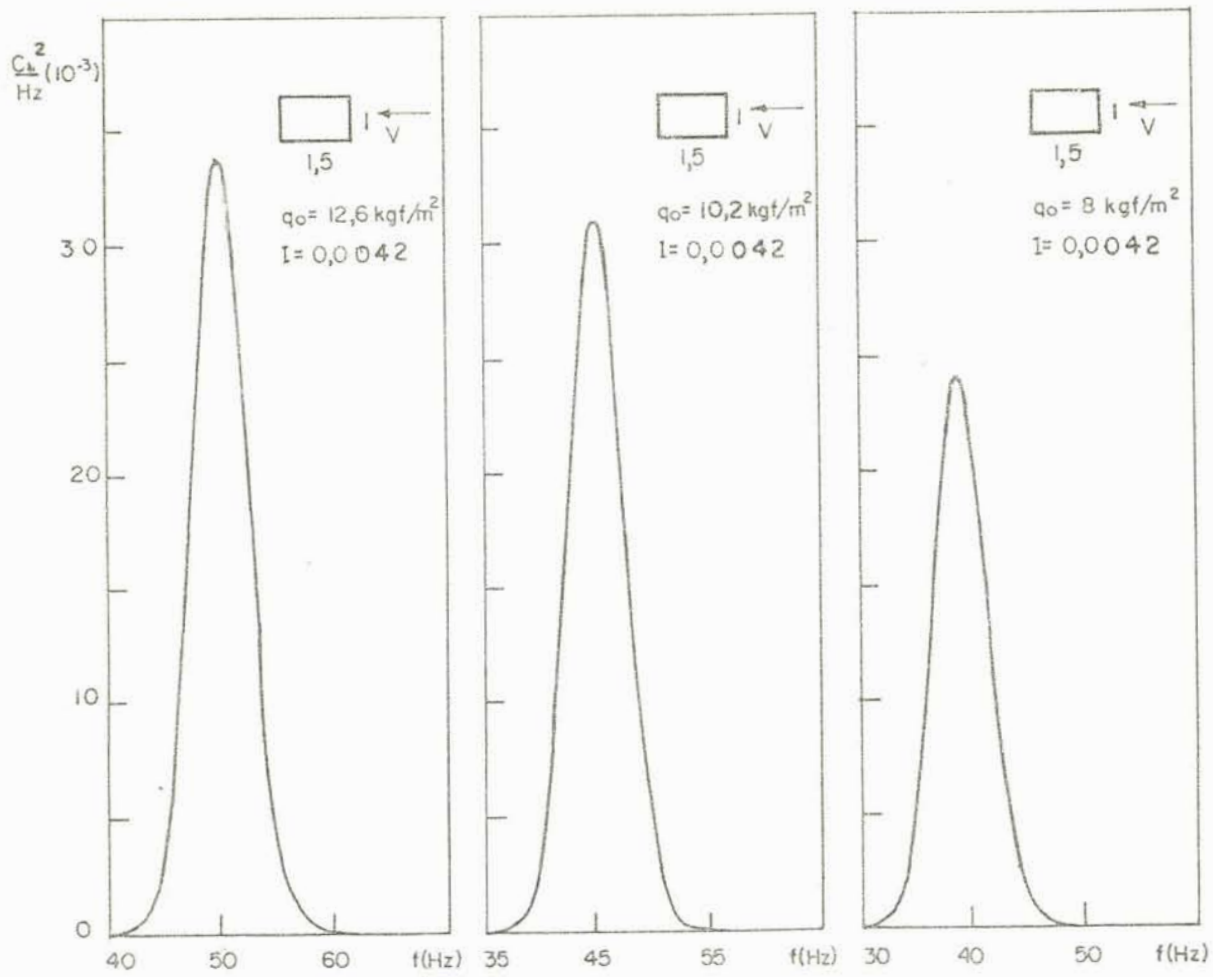


FIG. 4.4-17 - Espectro da força lateral flutuante para seção retangular.

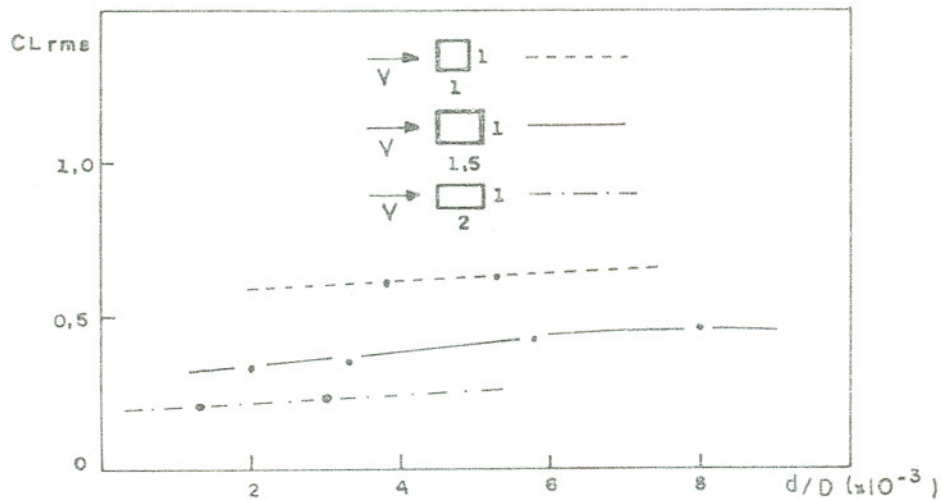


FIG. 4.4-18 - Variação do valor RMS do coeficiente da força lateral flutuante em função da amplitude do deslocamento referido ao topo do modelo.

Com relação aos resultados apresentados convém destacar que:

a) A força lateral flutuante devida ao desprendimento de vórtices apresenta um espectro contínuo que pode ser classificado, conforme os critérios da figura 4.2-6, em aleatório de faixa estreita (fluxo não turbulento) e aleatório de faixa larga (fluxo turbulento), no caso de frequência de Strouhal distante da frequência natural e Re entre $1,8 \times 10^4$ e 3×10^4 . Tal fato pode contribuir para a compreensão do fenômeno de "lock-in", uma vez que para frequências de Strouhal próximas da de ressonância, o espectro da força incorpora a frequência natural.

b) Das figuras (4.4-15 a 17) observa-se que a turbulência desorganiza o desprendimento de vórtices, alargando o espectro, principalmente no caso de seções retangulares alongadas, além de reduzir a intensidade da força, na seção quadrada, devido a menor correlação ao longo do eixo da estrutura. O caso particular da seção retangular com relação de lados 2:1, no qual a turbulência não reduz o pico do espectro, não permite uma conclusão definitiva sobre se para esta relação de lados a turbulência realmente não tem o efeito de reduzi-lo ou se foi atribuída à turbulência (área achuriada da figura) uma parcela de energia muito pequena, uma vez que a frequência central do

espectro da força, coincide com uma frequência relevante do espectro da turbulência.

c) A turbulência parece deslocar a frequência central do espectro conduzindo a números de Strouhal inferiores aos correspondentes a escoamento não turbulento. (menos notadamente para seção transversal quadrada)

d) Semelhantemente ao verificado por Jones, Cincotta e Walker³⁶ com relação a cilindros oscilantes, o movimento do corpo parece exercer uma certa influência sobre a força lateral devida ao desprendimento de vórtices no sentido de intensificá-la a medida que a amplitude do movimento aumenta, fato este relacionado, provavelmente, diretamente com o aumento da correlação da força ao longo do eixo da peça. Apesar de que, de uma maneira geral, os dados que se obtiveram neste trabalho (apenas alguns pontos que não definem precisamente a curva, além de deslocamentos pequenos e variáveis ao longo do modelo) não permitam configurar claramente a forma da relação entre a intensidade do movimento e a força que o provoca, eles são bastante interessantes do ponto de vista qualitativo porque indicam que também para os corpos prismáticos, existe esta inter-relação entre força e movimento, embora talvez, não tão notável como no caso de corpos cilíndricos. Para definir mais precisamente esta influência seriam necessários ensaios com modelos sujeitos a uma translação harmônica de amplitude e frequência variável.

e) No que se refere a geometria da estrutura, verifica-se que seções mais alongadas tendem a apresentar um coeficiente de força lateral menor, o que se atribue a uma tendência de readerência do escoamento, evidenciado em seções mais longas.

f) Mesmo em presença de turbulência, existe uma força lateral oscilante de magnitude considerável, dependente da forma da seção.

4.5 - Exemplo

Com os coeficientes da força lateral determinados na seção 4.4, procurou-se obter a resposta lateral do modelo reduzido de um edifício de seção quadrada, de 16 andares e com re-

lação altura/largura aproximadamente igual a 4, cujas dimensões e propriedade dos materiais estão indicadas na figura 4.5-1. Tal modelo foi executado pelo engenheiro Galindez.

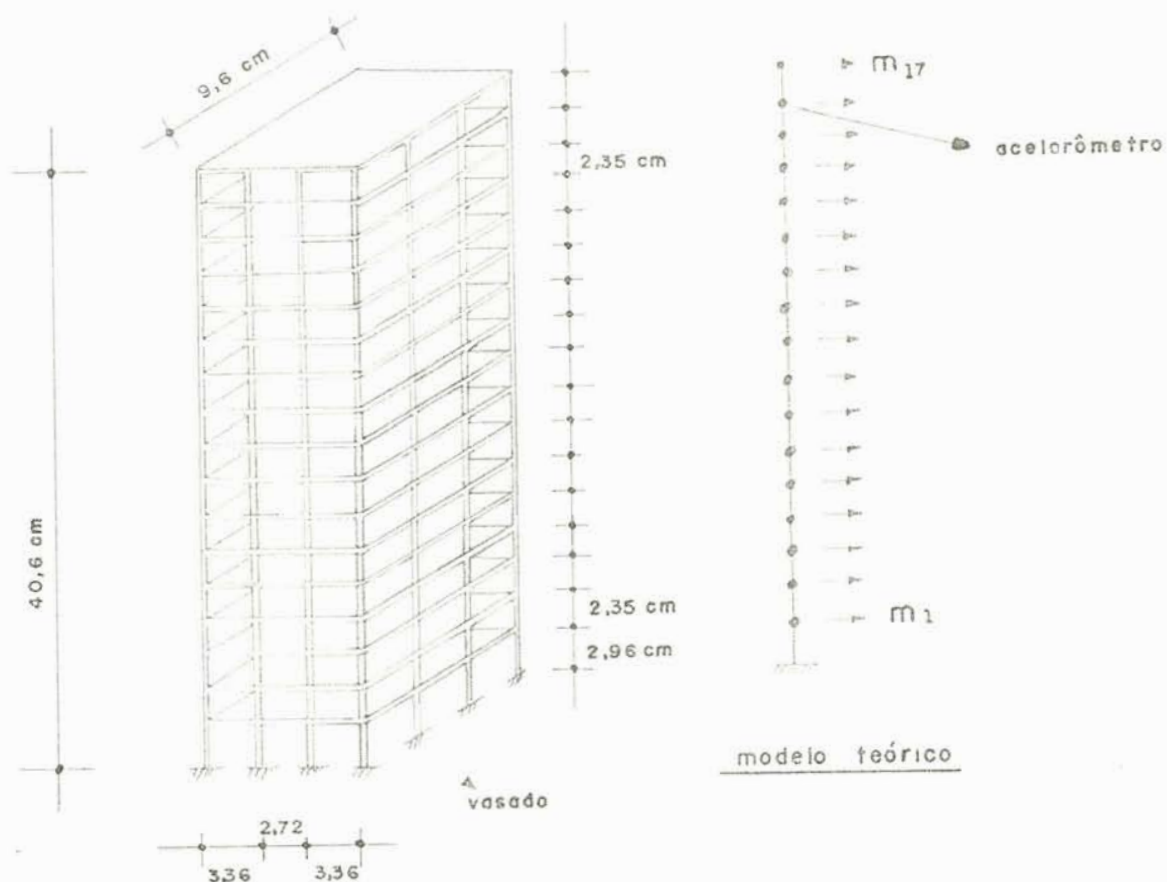


FIG. 4.5-1 - Dimensões do modelo.

Propriedades: $E = 155.000 \text{ Kgf/cm}^2$ Escala geométrica do modelo = 1:125

$$\gamma = 2,69 \text{ g/cm}^3$$

$$\zeta = 1,5\%$$

$$\omega_1 = 276 \text{ rd/s} = 44 \text{ Hz}$$

O amortecimento foi medido em um ensaio de vibração livre, o qual também forneceu o valor experimental da frequência fundamental, sendo este cerca de 6% inferior ao valor teórico.

No procedimento teórico adotou-se a matriz de amorteci

mento proporcional à matriz de massa.

Tal modelo foi ensaiado no túnel de vento em escoamento não turbulento, para uma velocidade de cerca de 16m/s, que ao vento natural, equivaleria a 80 km/h. Mediante acelerômetros colocados no penúltimo pavimento, em uma altura de 31,28 cm, determinou-se o espectro das acelerações, o qual forneceu o espectro de deslocamentos, mostrado na figura 4.5-2, através da relação:

$$G_a(\omega) = G_d(\omega) \omega^4 \quad (4.5-1)$$

onde $G_a(\omega)$ representa a densidade espectral, bilateral das acelerações

$G_d(\omega)$ a densidade espectral dos deslocamentos e ω a frequência.

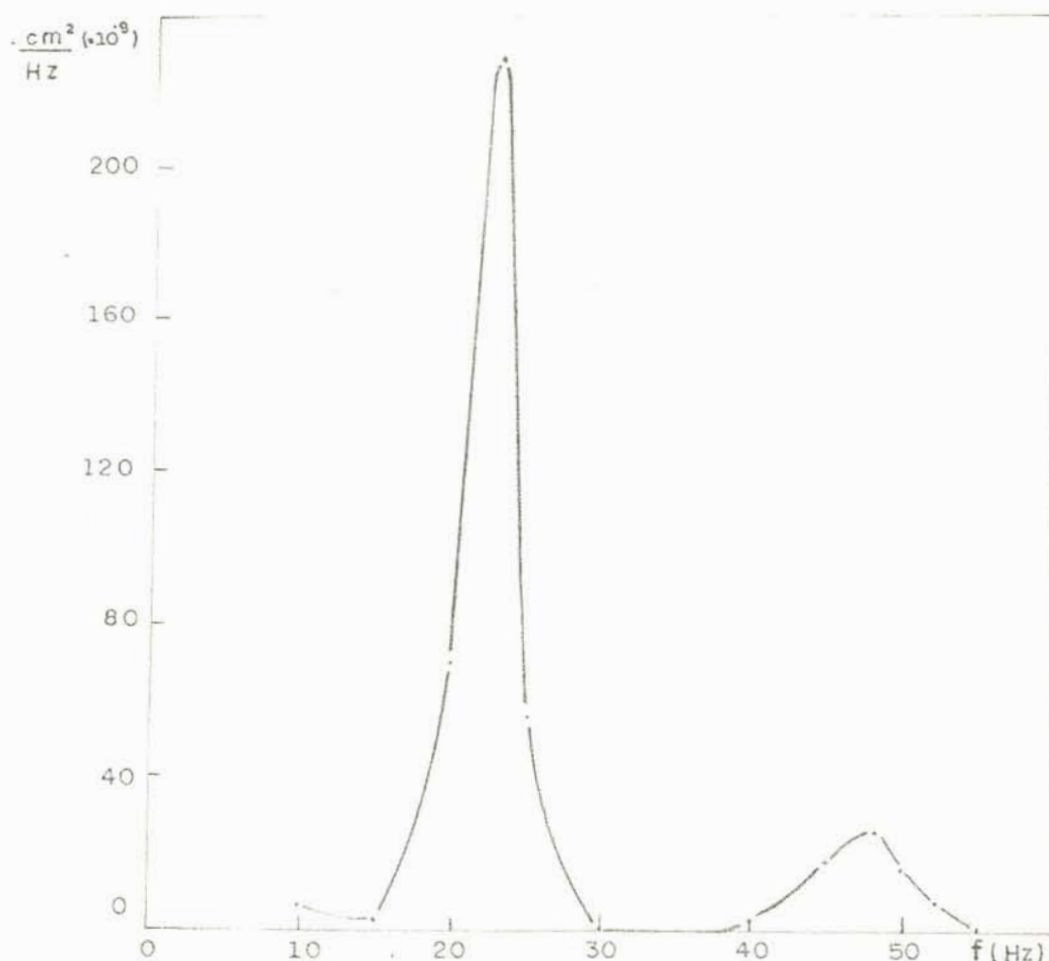


FIG. 4.5-2 - Espectros dos deslocamentos, na direção transversal, do penúltimo piso. (Galindez).

O espectro dos deslocamentos apresenta dois picos distintos, um na frequência de Strouhal (mais intenso) e outro na frequência natural.

O valor R.M.S. do deslocamento medido

foi de cerca de $1,4 \times 10^{-3}$ cm. e pode-se verificar, da análise do quadro 4.5-1, no qual estão comparados os valores teóricos obtidos com quatro considerações diferentes da distribuição da força ao longo do eixo da estrutura (figura 4.5-3) com o experimental, que em qualquer das situações o resultado experimental é sempre significativamente inferior ao teórico. Tal discrepância se deve ao fato de que os coeficientes da seção 4.4 foram medidos para fluxo bidimensional, no qual a correlação das forças ao longo do eixo da peça está muito aumentada conduzindo a valores muito maiores da força. Além disto o procedimento teórico utiliza uma estrutura um pouco mais flexível que a real, o que é verificado pela diferença entre a frequência fundamental teórica e experimental.

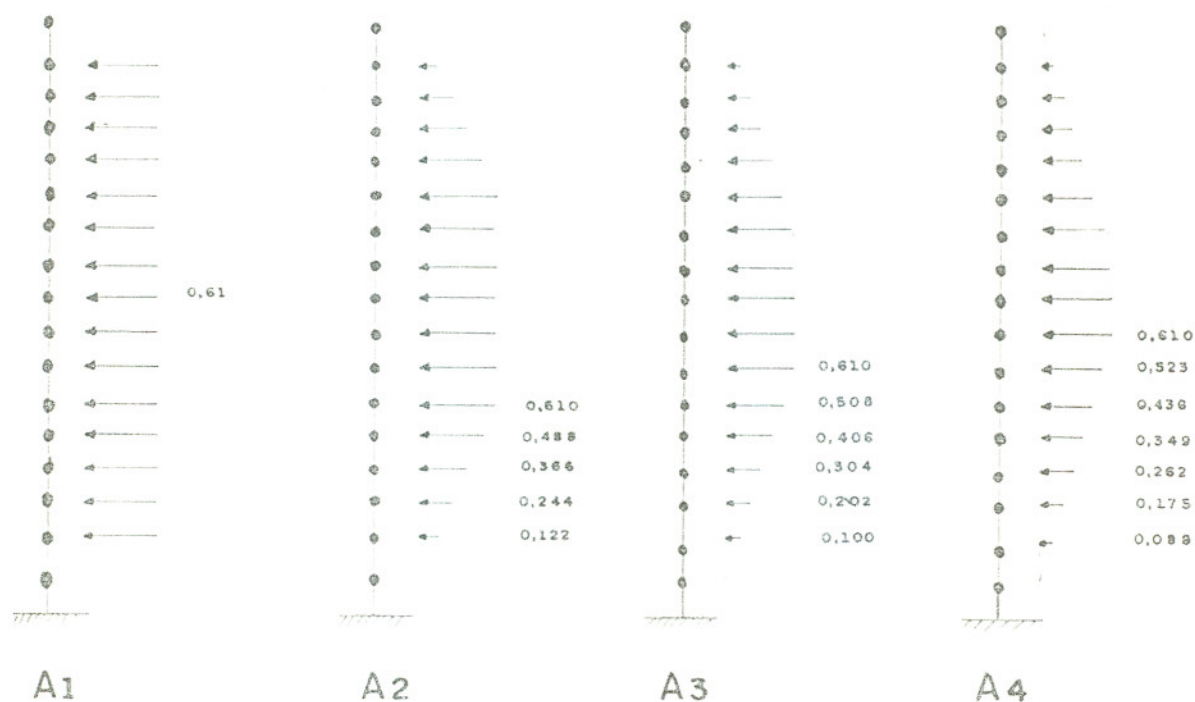


FIG. 4.5-3 - Formas de distribuição da força ao longo do eixo da estrutura consideradas nos exemplos teóricos.

	Experimental	A_1	A_2	A_3	A_4
deslocamento (cm)	2×10^{-3}	8×10^{-3}	6×10^{-3}	5×10^{-3}	4×10^{-3}
		8×10^{-3}	6×10^{-3}	5×10^{-3}	4×10^{-3}

QUADRO 4.5-1 - Comparação dos resultados experimentais e teóricos para velocidade igual a 16m/s. Os valores teóricos da 1ª linha correspondem ao caso em que se considera uma redução adicional do amortecimento.

O coeficiente C_{y1} , de redução do amortecimento, foi estudado em seus valores extremos $C_{y1\max} = 1.95$ e 0, não se manifestando a sua influência para velocidades baixas.

Para tentar levar em conta os efeitos do topo e da não localização do corpo do edificio diretamente em contato com o chão (o pavimento térreo é completamente aberto) admitiu-se quatro distribuições diferentes das forças ao longo do eixo da estrutura conforme se vê na figura 4.5-3. No primeiro caso adotou-se um coeficiente da força lateral igual a 0.61 para todas as massas, variando apenas a diferença de fase entre as forças, segundo a curva de variação da correlação das pressões flutuantes ao longo do eixo da estrutura, para um modelo de seção quadrada, em função da distância entre as tomadas, apresentada por Vickery (figura 4.1 - 13). Tal procedimento não se mostrou adequado, provavelmente porque os coeficientes de Vickery foram assinalados para um prisma muito longo, no qual as perturbações havidas nos extremos não tem muita influência na região média, podendo-se considerar o fluxo como praticamente bidimensional na região média.

A influência da tri-dimensionalidade do fluxo pode ser apreciada na figura (4.1-10), de Saunders e Melbourne,³⁴ na qual se verifica uma redução de, aproximadamente, 40% no valor do coeficiente da força quando se passa de uma relação altura/largura,

de 9 para 3, isto no caso de fluxo turbulento, no qual a esteira já está bastante desorganizada. No caso de escoamento não turbulento deve-se esperar que esta influência seja maior.

Na figura (4.5-4) se apresenta a variação da amplitude do deslocamento, na altura de 38,21 cm, em função na velocidade do vento para as 4 diferentes distribuições da fôrça.

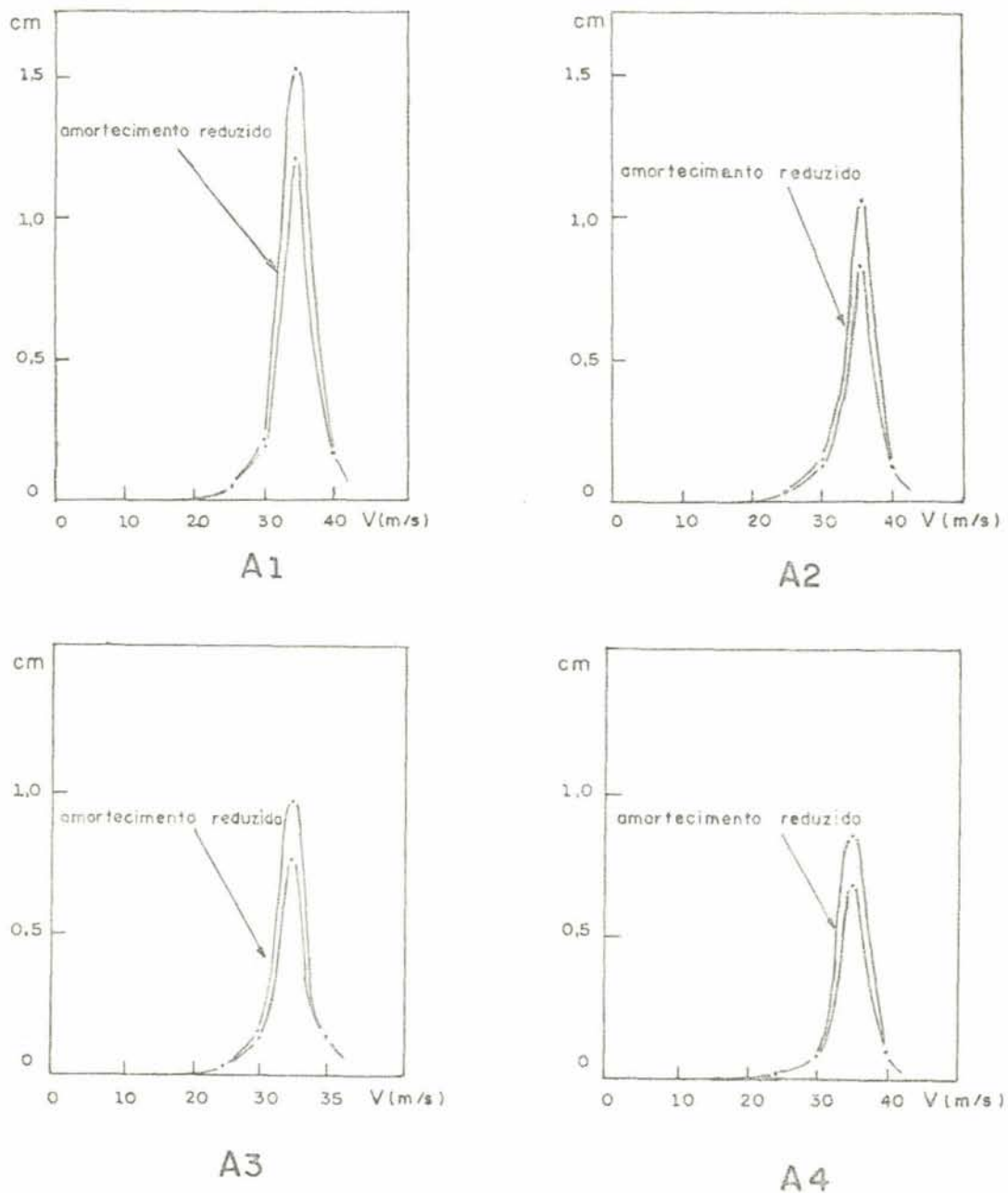


FIG. 4.5-4 - Variação da amplitude do deslocamento transversal do penúltimo piso, em função da velocidade, em escoamento não turbulento.

Deve-se notar que a redução de amortecimento só passa

a ter influência para velocidades próximas da ressonância.

Do que foi aqui mostrado se pode concluir que os coeficientes apresentados na seção 4.4, quando aplicados ao procedimento do capítulo 2, conduzem a resultados exagerados, a menos que sejam feitas algumas correções para levar em conta o efeito do topo e da base, podendo, contudo, se forem adotadas correções convenientes servir de subsídio para a decisão sobre a necessidade de uma análise mais elaborada, que é ao que se propõe tal procedimento.

4.6 - Alguns comentários sobre a determinação da resposta de estruturas prismáticas às forças oscilantes provocadas por desprendimento de vórtices.

No que diz respeito a determinação da resposta da estrutura utilizando o procedimento descrito no capítulo 2, deve-se considerar alguns aspectos importantes, quais sejam a influência da amplitude do movimento do corpo sobre a força que o gera, a correlação desta força ao longo do eixo da estrutura e a largura de faixa do seu espectro.

A primeira simplificação que o método sugerido impõe é a de arbitrar que a força que age sobre cada parcela discretizada da estrutura é harmônica e de frequência igual a frequência de Strouhal correspondente a forma da seção transversal média desta parcela e a velocidade do vento em estudo. Conforme se verifica dos resultados da seção (4.4), esta força não é harmônica com uma única frequência mas sim apresenta um espectro contínuo, com uma certa largura de faixa. Quanto maior for a gama de frequências contida no espectro da força e a energia associada a ela, tanto maior o erro que se está cometendo com esta hipótese. Deve-se salientar que o emprego direto dos coeficientes da seção 4.4, sem nenhuma correção adicional, conduz a deslocamentos muito superiores aos reais, principalmente devido ao fato destes coeficientes terem sido medidos para uma situação de fluxo bidimensional, onde as forças estão aumentadas, consequência de uma melhor correlação. Para o emprego destes coeficientes é necessário reduzi-los a fim de levar em conta efei-

tos de topo ou de base, que são marcantes, conforme se verifica da comparação entre os resultados teóricos e experimentais na seção 4.5. Seria aconselhável a determinação destes coeficientes em escoamento tridimensional, para várias relações de altura/largura, bem como a correlação ao longo do eixo da estrutura, a fim de definir claramente a forma que deve tomar esta redução.

Uma tentativa de contornar o problema do emprego de coeficientes muito grandes poderia incluir a determinação destes coeficientes a partir apenas da região central do espectro, sem considerar toda a sua área.

Quanto a influência da redução do amortecimento ela mostrou não ser significativa para velocidades distantes da de ressonância, e nos casos em que a velocidade crítica para galope é muito alta, contudo na região de ressonância e quando a velocidade crítica é baixa, seu papel é marcante no incremento dos deslocamentos.

No que diz respeito ao incremento da força com a amplitude do deslocamento, uma vez que ele não está perfeitamente definido, inicialmente não será considerado, tomando-se como coeficiente da força lateral, uma média sobre várias velocidades e conseqüentemente varias amplitudes de deslocamentos.

5 - Considerações Finais

Com relação ao trabalho apresentado deve se distinguir dois tipos de desempenho referentes aos resultados obtidos: um que diz respeito a validade da aplicação do procedimento teórico para a obtenção da resposta lateral de estruturas prismáticas e outro que se relaciona com a qualidade e análise dos resultados experimentais, os quais definem as propriedades das forças empregadas no procedimento teórico.

No primeiro caso se observa que, de uma maneira geral, o procedimento para a determinação da velocidade crítica é bastante eficiente, sendo de fácil manuseio e conduzindo a resultados satisfatórios. A possibilidade de instabilidade para modos superiores, sugerida em alguns exemplos, não pôde ser verificada experimentalmente, mas, ainda assim, constitui um indicador, na ausência de outros mais conclusivos. Vale observar que tanto melhores resultados apresentará este método quanto for possível determinar o amortecimento próprio da estrutura e as características de sua redução em presença do movimento do corpo. Uma limitação deste método se refere ao processo de solução do problema de autovalores, que ele envolve, o qual não é muito eficiente para vários graus de liberdade, sendo muito lento e não apresentando uma boa convergência para os modos superiores, uma vez que ele trabalha com matrizes de varredura que introduzem erros à medida que se eliminam os modos já obtidos.

Uma melhoria substancial no campo de aplicação deste procedimento seria a implementação de um método de solução do sistema de equações completo, envolvendo as propriedades não lineares da força, o qual conduziria a curva de resposta da estrutura. Do ponto de vista prático, talvez seja suficiente determinar a velocidade crítica, uma vez que o movimento provocado por esta instabilidade aumenta violentamente com a velocidade e as construções reais, de interesse prático, não suportariam tais vibrações, mantendo-se em operação normal. Uma vez determinada a velocidade crítica, e es

tando ela dentro dos limites prováveis para a região em estudo, deve-se tomar providências no sentido de enrigecer e amortecer a estrutura.

Com respeito a resposta por desprendimento de vórtices considerando forças harmônicas com amplitudes derivadas dos espectros de potência da força lateral flutuante, o método não se mostrou tão satisfatório, conduzindo a amplitudes exageradas, pelo menos fora da região de ressonância, na qual se espera uma melhor concordância entre os resultados teóricos e experimentais devido a influência do movimento do corpo sobre a correlação da força ao longo do seu eixo, bem como no sentido de estreitar o espectro. A redução dos valores das forças nos extremos, de maneira linear, a fim de considerar o efeito do topo e da seção de base (primeiro pavimento vazado), que certamente tende a desorganizar as forças oscilantes, não se mostrou satisfatória, sendo requerida, para uma real avaliação da resposta da estrutura, um estudo detalhado do efeito da tridimensionalidade do escoamento em torno de modelos com várias relações de altura/largura. Deve-se considerar, também, que o espectro da força lateral flutuante não é tão estreito que se possa esperar um comportamento quase harmônico da força sugerindo-se, então, calcular o coeficiente da força lateral flutuante baseado apenas na região central. Por fim observa-se que, aceitando como adequados os resultados da seção 4.5 carregamento A4, a resposta dinâmica indica que o procedimento estático, com os valores do coeficiente de arrasto e velocidade básica do vento indicados na Norma, estaria cobrindo, perfeitamente, o ação dinâmica.

Passando ao segundo ponto, pode-se afirmar que, comparativamente a outros autores, os presentes resultados se mostram, tanto qualitativa quanto quantitativamente consistentes, manifestando-se apenas algumas discrepâncias, por exemplo, no que diz respeito ao coeficiente $C_{y(\infty)}$, que se atribue à diferença de escala e intensidades de turbulência e no caso do coeficiente da força lateral, à diversidade de relações altura/largura, bem como condições de bidimensionalidade do escoamento.

Da análise dos dados apresentados concluí-se que:

a) A turbulência tem um efeito determinante no comportamento da força F_y , paralela ao plano de vibração, tanto no sentido de aumentá-la ou diminuí-la quanto em torná-la ou não fonte de instabilidade, dependendo da forma da seção transversal.

b) Tanto em fluxo turbulento quanto não turbulento, a medida de as seções se afinam, entre as relações 1:0,5 e 1:1,5, aumenta a instabilidade.

c) Em escoamento turbulento inicia-se um decréscimo de C_{y1} a partir da relação 1:1,5, e para escoamento não turbulento a partir de cerca de 1:3.

d) Para a maioria das seções, até a relação 1:1,5, inclusive, a turbulência aumenta a instabilidade, invertendo-se o comportamento a partir desta relação de lados.

e) Em geral as curvas correspondentes a escoamento turbulento se apresentam com picos mais baixos e com uma faixa mais estreita de ângulos de ataque onde C_y é positivo.

Quanto ao coeficiente da força lateral flutuante:

a) A amplitude do movimento aumenta a amplitude da força, principalmente para seções mais alongadas.

b) A turbulência reduz a intensidade da força, notadamente para seções quadradas, porém parece não ter o mesmo efeito em seções alongadas, chegando mesmo, aparentemente, a aumentá-la, além de deslocar a frequência central e alargar notadamente o espectro.

c) Seções mais alongadas apresentam coeficientes de força menores, provavelmente devido a reatância, bem como menores números de Strouhal.

d) A amplitude do movimento parece não exercer grande influência no sentido de estreitar o espectro, diferentemente do assinalado por outros autores, tal vez porque os deslocamentos o corridos tenham sido baixos.

Finalizando, é importante frisar que o presente traba-

lho representa uma tentativa de caracterizar estes dois fenômenos de maneira a abordá-los mediante um procedimento matemático simples, o qual envolve, por isto, falhas que deverão ser sanadas através de pesquisas posteriores envolvendo, principalmente, a avaliação da correlação das forças ao longo do eixo da estrutura, os efeitos de tridimensionalidade do escoamento (efeito do topo), relação altura/largura, presença da turbulência, variação da velocidade com a altura e número de Reynolds.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. PARKINSON, G.V. & BROOKS, N.P.H. On the aeroelastic instability of bluff cylinders. Journal of Applied Mechanics, New York, 28:252-8, 1961.
2. DEN HARTOG, J.P. Mechanical vibrations. 3.ed. New York, McGraw-Hill, 1947.
3. DRYDEN, Hugh L. & HILL, George C. Wind pressure on a model of the Empire State Building. Bureau of Standards Journal of Research, Washington, 10:493-523, 1933.
4. DAVENPORT, A.G. The treatment of wind loading on tall buildings. In: SYMPOSIUM ON TALL BUILDINGS, with particular reference to shear wall structures, Apr. 1966. Proceedings. University of Southampton, 1966. p.441-82.
5. SCRUTTON, C. On the wind-excited oscillations of stacks, towers and masts. In: SYMPOSIUM ON WIND EFFECTS ON BUILDING AND STRUCTURES, Teddington, Middlesex, June 1963. Proceedings. London, Her Majesty's Stationery Office, 1965. v.1, p.10-25.
6. NOVAK, Milos. Aeroelastic galloping of prismatic bodies. Journal of the Engineering Mechanics Division, New York, ASCE, 95(1):115-42, Feb. 1969.
7. MEHORSKY, N. Introduction to non-linear mechanics. Ann Arbor, J.W. Edwards, 1947.
8. MUKHOPADHYAY, V. & DUGUNDJI, J. Wind excited vibration of a square section cantiliver beam in smooth flow. Journal of Sound and Vibration, London, 45(3):329-39, 1976.
9. NOVAK, Milos & TANAKA, Hiroshi. Effect of turbulence on galloping instability. Journal of the Engineering Mechanics Division, New York, ASCE, 100(1):27-47, Feb. 1974.
10. LANEVILLE, A. & PARKINSON, G.V. Effects of turbulence on galloping of bluff cylinders. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND EFFECTS IN BUILDING AND STRUCTURES, 3., Tokyo, Sept. 1971.
11. NOVAK, Milos & DAVENPORT, Alan G. Aeroelastic instability of prisms in turbulent flow. Journal of the Engineering Mechanics Division, New York, ASCE, 96(1):17-39, Feb. 1970.
12. BARNETT, S. & STOREY, C. Matrix methods in stability theory. London, Thomas Nelson, 1970.
13. RICHARDSON Jr., A.S.; MARTUCCELLI, J.R.; PRICE, W.S. Research study on galloping of electric power transmission lines. In: SYMPOSIUM ON WIND EFFECTS ON BUILDING AND STRUCTURES, Teddington, Middlesex, June 1963. Proceedings. London, Her Majesty's Stationery Office, 1965. v.2, p.612-86.

14. NAKAMURA, Yasuharu & MIZOTA, Taketo. Torsional flutter of rectangular prisms. Journal of the Engineering Mechanics Division, New York, ASCE, 101(2):125-42, Apr. 1975.
15. BLEVINS, Robert D. Flow-induced vibration. New York, Van Nostrand Reinhold, 1977.
16. NOVAK, Milos. Galloping and vortex induced oscillations of structures. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND EFFECTS IN BUILDING AND STRUCTURES, 3., Tokyo, Sept. 1971.
17. KAUDERER, Hans. Nichtlineare Mechanik. Berlin, Springer, 1958.
18. WOOTON, L.R. & SCRUTON, C. Aerodynamic stability. In: SEMINAR OF THE MODERN DESIGN OF WIND-SENSITIVE STRUCTURES, London, June 1970. Proceedings. London, Construction Industry Research and Information Association, 1971. p.65-81.
19. PARKINSON, G.V. Aeroelastic galloping in one degree of freedom. In: SYMPOSIUM ON WIND EFFECTS ON BUILDINGS AND STRUCTURES, Teddington, Middlesex, June 1963. Proceedings. London, Her Majesty's Stationery Office, 1965. v.2, p.582-609.
20. PARKINSON, G.V. & SMITH, J.D. An aeroelastic oscillator with two stable limit cycles. Journal of Applied Mechanics, New York, 29:444-5, 1962.
21. BLESSMANN, Joaquim. Aerodinâmica aplicada à engenharia civil. São Leopoldo, Serviço Gráfico de Rotermund, s.d.
22. FAWZY, I. A theorem on the free vibration of damped systems. Journal of Applied Mechanics, New York, 44(1):132-4, Mar. 1977.
23. HURTY, Walter C. & RUBINSTEIN, Moshe F. Dynamics of structures. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1964.
24. BLESSMANN, Joaquim. Técnicas de análise espectral. In: SEMINÁRIO SOBRE HIDRODINÂMICA COMPUTACIONAL, abr. 1975. Porto Alegre, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS, 1975. p.B3-B47.
25. SACHS, Peter. Wind forces in engineering. Oxford, Pergamon Press, 1972.
26. TASK COMMITTEE ON WIND FORCES. Wind forces on structures. Transactions of the American Society of Civil Engineers, New York, 126:1124-98, 1961.
27. VICKERY, B.J. Fluctuating lift and drag on a long cylinder of square cross-section in a smooth and in a turbulent stream. Journal of Fluid Mechanics, London, 25(3):481-94, July 1966.
28. BISHOP, R.E.D. & HASSAN, A.Y. The lift and drag forces in a flowing fluid. Proceedings of the Royal Society of London (Series A), 277(1368):51-75, Jan. 1964.

29. BENDAT, Julius S. & PIERSOL, Allan G. Random data: analysis and measurement procedures. New York, Wiley-Interscience, 1971.
30. GRIFFIN, Owen M. & RAMBERG, Steven E. The vortex-street wakes of vibration cylinders. Journal of Fluid Mechanics, London, 66(3):553-76, Nov. 1974.
31. NOVAK, Milos. Galloping oscillations of prismatic structures. Journal of the Engineering Mechanics Division, New York, ASCE, 98(1):27-46, Feb. 1972.
32. BEARMAN, P.W. & DAVIES, M.E. The flow about oscillating bluff structures. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON BUILDINGS AND STRUCTURES, 4., Heathrow, 1975. Proceedings. Cambridge University Press, 1977. p.285-95.
33. HARTLEN, Ronald T. & CURRIE, Iain G. Lift-oscillator model of vortex-induced vibration. Journal of the Engineering Mechanics Division, New York, ASCE, 96(5):577-91, Oct. 1970.
34. SAUNDERS, J.W. & MELBOURNE, W.H. Tall rectangular building response to cross-wind excitation. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND EFFECTS ON BUILDINGS AND STRUCTURES, 4., Heathrow, 1975. Proceedings. Cambridge University Press, 1977.
35. NOVAK, Milos & TANAKA, Hiroshi. Pressure correlations on a vibrating cylinder. In: CONFERENCE ON WIND EFFECTS ON BUILDINGS AND STRUCTURES, 4., Heathrow, 1975. Proceedings. Cambridge University Press, 1977. p.227-32.
36. JONES Jr., George W.; CINCOTTA, Joseph J.; WALKER, Robert W. Aerodynamic forces on a stationary and oscillating circular cylinder at high Reynolds numbers. Washington, National Aeronautics and Space Administration, 1968. 62p.