

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**PREVISÃO DE DEMANDA DE ACESSOS MÓVEIS NO  
SISTEMA DE TELEFONIA BRASILEIRO**

**Leandro Henz Velasco**

**Porto Alegre 2008**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIOGRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**PREVISÃO DE DEMANDA DE ACESSOS MÓVEIS NO SISTEMA DE TELEFONIA  
BRASILEIRO**

**Leandro Henz Velasco**

**Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Liane Werner**

**Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção  
como requisito parcial à obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA DE  
PRODUÇÃO**

**Porto Alegre  
2008**

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção.

---

**Prof<sup>a</sup>. Liane Werner, Dr.**  
PPGEP / UFRGS  
Orientador

---

**Prof. Flávio Sanson Fogliatto, Ph.D.**  
Coordenador PPGEP / UFRGS

**Banca Examinadora:**

**Gustavo Severo de Borba, Dr.**  
Programa de Pós-Graduação em Administração/UNISINOS

**Prof. Lori Viali, Dr.**  
Departamento de Estatística/UFRGS

**Prof. José Luis Duarte Ribeiro, Dr.**  
PPGEP/UFRGS

*Aos meus pais José Luiz e  
Maria Elisabeth, ao meu  
irmão Leonardo e à  
Patrícia, pelo apoio,  
carinho e amor.*

## **RESUMO**

No presente trabalho são aplicadas ferramentas estatísticas quantitativas clássicas no setor de telefonia móvel brasileiro a fim de comparar os seus resultados. Uma metodologia é proposta para a aplicação destas ferramentas de um modo prático em uma de uma operadora de telefonia celular brasileira. Após são aplicados os métodos de previsão às séries históricas de demanda de acessos da telefonia móvel brasileira, estratificadas de acordo com as tecnologias utilizadas (TDMA, CDMA e GSM), no período de agosto de 2002 a julho de 2007. De acordo com o desempenho, são obtidos os modelos de cada método estatístico proposto. Entre estes, se escolheu aquele que melhor descreveu cada série e previsões foram geradas. Os modelos ARIMA apresentaram o melhor desempenho dentre os métodos aplicados nas séries estudadas.

Palavras-chave: Previsão de Demanda; Métodos de Previsão; Telefonia Móvel

## **ABSTRACT**

The activity of planning ahead their systems in an appropriate manner is fundamental to telecommunication sector agents in order to manage the resources allocation and to meet the quality requirements in the provision of mobile telephony services. As the networks and production systems deployment takes time, there is the need of a service demand forecast. Therefore, in this study, classical quantitative statistics tools are applied to the Brazilian mobile telephony sector to compare their results. A methodology for the application of such tools in a practical way within a business environment of this sector is proposed. Afterwards, forecasting methods are applied to the time series referred to Brazilian mobile telephony demand, stratified according to the technologies (TDMA, CDMA and GSM) in the period from August 2002 to July 2007. The models of each statistical method proposed, based on the performance results, are obtained and, among these methods, it is chosen a model that best described each time series. The ARIMA model had the best performance among the methods applied in the time series studied and forecasts were made.

**Keywords:** Demand Forecast; Cellular Telephony; Methods of Demand Forecasting.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Situações típicas para identificação de modelos AR e MA .....	42
Figura 2 – Construção do Modelo de Previsão .....	53
Figura 3 – Etapas da Metodologia.....	55
Figura 4 – Número de Acessos de Telefonia Móvel com Tecnologia TDMA existentes no Brasil entre Agosto de 2002 e Julho de 2007 .....	68
Figura 5– Série obtida pela primeira diferenciação da série temporal de acessos TDMA....	74
Figura 6 – Série obtida pela segunda diferenciação da série temporal de acessos TDMA...	75
Figura 7 – Gráfico das Autocorrelações da série de acessos TDMA duplamente diferenciada .....	75
Figura 8 – Gráfico das Autocorrelações Parciais da série de acessos TDMA duplamente diferenciada .....	76
Figura 9 – Número de Acessos de Telefonia Móvel com Tecnologia CDMA existentes no Brasil entre Agosto de 2002 e Julho de 2007 .....	79
Figura 10 – Série obtida pela primeira diferenciação da série temporal de acessos CDMA .....	83
Figura 11 – Série obtida pela segunda diferenciação da série temporal de acessos CDMA .....	83
Figura 12 – Gráfico das Autocorrelações da série de acessos CDMA duplamente diferenciada .....	84
Figura 13 – Gráfico das Autocorrelações Parciais da série de acessos CDMA duplamente diferenciada .....	84
Figura 14 – Número de Acessos de Telefonia Móvel com Tecnologia GSM existentes no Brasil entre Junho de 2002 e Setembro de 2006 .....	87
Figura 15 – Série obtida pela primeira diferenciação da série temporal de acessos GSM....	92
Figura 16 – Série obtida pela segunda diferenciação da série temporal de acessos GSM ....	92
Figura 17 – Série obtida pela segunda diferenciação da série temporal da de acessos GSM após ser transformada através da raiz quadrada de seus valores .....	93
Figura 18 – Gráfico das Autocorrelações da série de acessos GSM duplamente diferenciada .....	93

Figura 19 – Gráfico das Autocorrelações Parciais da série de acessos GSM duplamente diferenciada .....	94
Figura 20 – Gráfico da série temporal da demanda temporal TDMA e sua previsão a partir do melhor modelo obtido.....	97
Figura 21 – Gráfico da série temporal da demanda temporal CDMA e sua previsão a partir do melhor modelo obtido.....	98
Figura 22 – Gráfico da série temporal da demanda temporal GSM e sua previsão a partir do melhor modelo obtido.....	98

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Mudanças relevantes na empresa em relações as etapas iniciais do processo.....	67
Tabela 2 – Equações obtidas para a modelagem da tendência da série temporal do número de acessos TDMA.....	70
Tabela 3 – Componente sazonal $S_m$ para o modelo elaborado por decomposição para a série temporal do número de acessos TDMA .....	70
Tabela 4 – Resultados dos parâmetros e RMSE de cada método de suavização exponencial na série temporal de acessos TDMA .....	73
Tabela 5 – Resultado de AIC, RMSE e MAPE dos modelos ARIMA para a série de acessos TDMA .....	77
Tabela 6 – Equações obtidas para a modelagem da tendência da série temporal do número de acessos CDMA .....	80
Tabela 7 – Componente sazonal $S_m$ para o modelo elaborado por decomposição para a série temporal do número de acessos CDMA .....	80
Tabela 8 - Resultados dos parâmetros e RMSE de cada método de suavização exponencial na série temporal de acessos CDMA.....	81
Tabela 9 – Resultado de AIC, RMSE e MAPE dos modelos ARIMA iniciais para a série de acessos CDMA .....	85
Tabela 10 – Resultado de AIC, RMSE e MAPE dos modelos ARIMA para a série de acessos CDMA .....	86
Tabela 11 – Resultado de AIC, RMSE e MAPE dos modelos ARIMA para a série de acessos CDMA .....	86
Tabela 12 – Equações obtidas para a modelagem da tendência da série temporal do número de acessos GSM .....	88
Tabela 13 – Componente sazonal $S_m$ para o modelo elaborado por decomposição para a série temporal do número de acessos GSM .....	89
Tabela 14 - Resultados dos parâmetros e RMSE de cada método de suavização exponencial na série temporal de acessos GSM .....	90
Tabela 15 – Resultado de AIC e RMSE dos modelos ARIMA iniciais para a série de acessos TDMA .....	94

Tabela 16 – Medidas de acurácia dos modelos obtidos pelos métodos de previsão de séries temporais para cada tecnologia analisada.....	95
Tabela 17 – Previsões geradas para três meses a partir dos melhores modelos obtidos para cada tecnologia .....	96

## SUMÁRIO

<b>1. COMENTÁRIOS INICIAIS</b> .....	13
1.1. INTRODUÇÃO .....	13
1.2. OBJETIVOS DO TRABALHO .....	15
1.3. JUSTIFICATIVA .....	16
1.4. MÉTODO .....	17
1.5. LIMITAÇÕES DO TRABALHO .....	19
1.6. ESTRUTURA DO TRABALHO .....	19
<b>2. TÉCNICAS DE PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS</b> .....	21
2.1 MODELAGEM POR DECOMPOSIÇÃO .....	23
2.2 REGRESSÃO LINEAR .....	25
2.3 MÉTODOS DE SUAVIZAÇÃO EXPONENCIAL .....	27
<b>2.3.1. Suavização Exponencial Simples</b> .....	28
<b>2.3.2 Método Bi-paramétrico de Holt</b> .....	29
<b>2.3.3 Método de Holt-Winters</b> .....	30
2.4 METODOLOGIA BOX-JENKINS PARA MODELOS ARIMA .....	33
<b>2.4.1 Identificação</b> .....	34
2.4.1.1 A função de auto-correlação (ACF) .....	34
2.4.1.2 Função de auto-correlação parcial .....	35
2.4.1.3 Estacionariedade e diferenciação.....	36
<b>2.4.2 Modelos ARIMA</b> .....	39
2.4.2.1 Modelos ARIMA Sazonais.....	43
<b>2.4.3 A Estimativa dos parâmetros dos modelos ARIMA</b> .....	44
<b>2.4.4 Verificação do modelo</b> .....	44
<b>2.4.5. Identificação de um novo modelo</b> .....	46
2.5 MEDIDAS DE ACURÁCIA.....	47
2.6 UTILIZAÇÃO DE PREVISÕES DE DEMANDA EM TELECOMUNICAÇÕES .....	49

<b>3. METODOLOGIA PROPOSTA PARA PREVISÃO DE DEMANDA DE TELEFONIA MÓVEL</b> .....	51
3.1 DEFINIÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DA SITUAÇÃO E NECESSIDADES .....	56
3.2 LEVANTAMENTO DOS DADOS NECESSÁRIOS .....	58
3.3 ORGANIZAÇÃO E ANÁLISE PRELIMINAR DOS DADOS .....	60
3.4 ESTIMAÇÃO DOS MODELOS DE PREVISÃO.....	62
3.5 ANÁLISE, COMPARAÇÃO E ESCOLHA DO MODELO .....	62
3.6 GERAÇÃO DE PREVISÕES .....	63
3.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS QUANTO À IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA DA METODOLOGIA.....	64
<b>4. ESTUDO PRÁTICO NA TELEFONIA MÓVEL</b> .....	66
4.1. ETAPAS INICIAIS .....	66
4.2 MODELOS DE PREVISÃO PARA A TECNOLOGIA TDMA.....	68
<b>4.2.1. Modelo por Decomposição para a tecnologia TDMA</b> .....	69
<b>4.2.2 Construção do Modelo por Suavização Exponencial para a tecnologia TDMA</b> .....	71
<b>4.2.3 Construção do Modelo pelo Método ARIMA para a tecnologia TDMA</b> .....	73
4.3 MODELOS DE PREVISÃO PARA A TECNOLOGIA CDMA.....	78
<b>4.3.1 Construção do Modelo por Decomposição para a tecnologia CDMA</b> .....	79
<b>4.3.2 Modelo por Suavização Exponencial para a tecnologia CDMA</b> .....	81
<b>4.3.3 Modelo por Métodos ARIMA para a tecnologia CDMA</b> .....	82
4.4 MODELOS DE PREVISÃO PARA A TECNOLOGIA GSM.....	87
<b>4.4.1 Construção do Modelo por Decomposição para a tecnologia GSM</b> .....	87
<b>4.4.2 Modelo por Suavização Exponencial para a tecnologia GSM</b> .....	89
<b>4.4.3 Modelo por Métodos ARIMA para a tecnologia GSM</b> .....	91
4.5 ESCOLHA DO MODELO A SER UTILIZADO E GERAÇÃO DE PREVISÕES....	95
<b>5. CONCLUSÃO</b> .....	99
5.1 COMENTÁRIOS FINAIS .....	99
5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	100
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	102
<b>ANEXO</b> .....	108

## 1. COMENTÁRIOS INICIAIS

### 1.1. INTRODUÇÃO

O mercado global de celulares nos últimos anos têm tido um crescimento sem precedentes em sua base de assinantes. Em 2002, este número de assinantes ultrapassou o número de assinantes de linhas fixas convencionais (GJERDE *et al.*, 2005). No terceiro trimestre de 2006, o número de assinantes da telefonia móvel mundial ultrapassou a marca de 2,5 bilhões (GSM ASSOCIATION, 2006), sendo que no ano anterior o número de assinantes era de 1,5 bilhões. Este crescimento é esperado que continue no futuro devido às novas tecnologias de comunicação móvel e serviços que surgem em mercados maduros e o potencial dos mercados emergentes (GJERDE *et al.*, 2005).

O setor de telecomunicações brasileiro teve profundas modificações no final da década de 90, ocasionadas pelo processo de reestruturação que englobava desde a privatização do Sistema Telebrás até a criação de uma agência reguladora independente, a ANATEL (Agência Nacional de Telecomunicações). Como objetivos destas modificações, pode-se citar a adequação do setor de telecomunicações brasileiro ao novo contexto de globalização econômico, a evolução da tecnologia, as novas exigências de diversificação e modernização das redes e serviços, o atendimento da demanda reprimida existente na época, a possibilidade de criação empresas com porte significativo com capacidade de gerar recursos próprios e efetuar investimentos em todas as regiões do país, a viabilidade de alianças com *players* globais e o aumento da eficiência da ação regulatória (PIRES, 1999).

O atendimento da demanda reprimida foi um grande avanço, visto que em 1999, de acordo com o ITU (International Telecommunication Union), havia uma lista de espera mundial de 50 milhões de clientes potenciais, com um tempo de espera médio de dois anos. Devido aos efeitos multiplicadores das telecomunicações em quase todas as atividades econômicas, falhas neste setor, no que diz respeito ao atendimento adequado, são rapidamente percebidos no sistema produtivo e afetam a habilidade dos países em competir na economia global (ISLAM & FIEBIG, 2001). No Brasil, após as alterações estruturais citadas, o número de acessos de telefonia fixa - número de telefones públicos ou individuais - teve um aumento de 153%. Passou de 14,8 milhões em 1996 para 37,4 milhões em 2001. E com a implantação efetiva da telefonia móvel, o número de acessos neste serviço teve um aumento ainda mais significativo: de 7,4 milhões para 28,7 milhões, o que representa um acréscimo de 288%

(ANATEL, 2004). Porém, comparando as duas modalidades de serviços em períodos mais recentes, a telefonia fixa aumentou seus acessos, de 2001 a 2004, em 5,88%, enquanto a telefonia móvel aumentou 128,57%.

Os investimentos estrangeiros diretos no setor também tiveram a sua evolução, passando de US\$ 611,23 milhões em 1996 para US\$ 4,13 bilhões em 2001. Em 2004, a cifra foi de US\$ 2,97 bilhões, representando 35,66% do total de investimentos estrangeiros diretos no setor de serviços (BACEN, 2006).

Houve também impactos referentes à qualidade dos serviços. Foi eliminado o monopólio estatal do Sistema Telebrás e instituído um sistema de concorrência, onde a percepção do cliente em relação à qualidade do serviço prestado passou a ser um item a ser considerado para aumentar a participação no mercado. Com a criação da Agência Nacional de Telecomunicações em 1997, se estabeleceu uma série de indicadores de qualidade aos quais as empresas devem se submeter. Este órgão regulador, criado em 1997, tem como metas fiscalizar os serviços prestados pelas empresas de telecomunicações, estabelecer condições para a concorrência no setor, garantir condições para que as tarifas e preços sejam justas ao usuário e fiscalizar o cumprimento das metas de qualidade estabelecidas, o cumprimento das normas e a oferta de serviços (BOLAÑO & MASSAE, 2000).

Em paralelo a estas transformações do mercado brasileiro, foram criados e difundidos mundialmente novos serviços na telefonia móvel, os chamados Serviços de Valor Agregado (VAS – *Value Added Services*). Serviços de mensagem de texto, correio de voz, transferência de dados, acesso a internet, jogos, música e vídeo estão passando da categoria de elemento de diferenciação para serviço básico quando o consumidor opta por uma operadora. Segundo previsões de analistas, estes serviços de dados terão um aumento na parcela da receita das operadoras (PEREIRA & GUEDES, 2004). Isto posto, percebe-se então que a qualidade exigida pelo cliente não se limita apenas ao serviço de voz, e sim para todas as facilidades que lhe foram oferecidas. Para manter a qualidade destes novos serviços, assim como o tráfego de voz, é preciso uma constante monitoração, planejamento e gerenciamento de demanda para que o sistema possa suportar o tráfego demandado.

Muitos dos investidores do setor de telefonia brasileiro, fixo e móvel, são de origem estrangeira e os mercados de diversos países e setores fazem parte de suas opções de investimento (TEIXEIRA & TOYOSHIMA, 2003). Entretanto, mesmo focando apenas nas opções existentes em uma das empresas já controladas por estes investidores, a gama de

possibilidades de alocação de recursos ainda é variada, indo desde novas campanhas publicitárias até o aumento de cobertura geográfica de seus serviços.

No serviço de telefonia, os minutos disponíveis para o uso não podem ser estocados. Uma vez que o tempo passou, a capacidade do sistema excedente que não foi utilizada pode ser considerada como produção perdida. Portanto, em sistemas superdimensionados, o tempo é causa de um duplo prejuízo: a transformação da capacidade excedente em produção perdida e a efetivação do custo de oportunidade. Este custo pode ser estimado pelo ganho obtido caso o capital investido na capacidade excedente fosse aplicado em uma outra opção de investimento ou pelos prejuízos causados por falta de recursos em outras áreas da empresa.

Sistemas sub-dimensionados também causam prejuízos. Alguns destes prejuízos podem ser mensurados em termos financeiros, como a demanda de tráfego que poderia ser atendida e é rejeitada pelo sistema, causando uma perda de receita. Porém, além da queda de desempenho nos indicadores da ANATEL, outras consequências da rejeição desta demanda, como os danos à imagem da empresa, são difíceis de mensurar.

Para planejar sistemas enxutos de forma a reduzir os efeitos indesejados do tempo e proporcionar um serviço de qualidade, os gestores e a equipe técnica de uma empresa de telefonia devem ter uma previsão de demanda bem elaborada. Esta previsão serve como elemento fundamental para decidir o momento mais adequado de aumentar, ou reduzir, as capacidades dos sistemas.

Vários métodos quantitativos de previsão de demanda baseados em séries temporais já foram aplicados em situações práticas de empresas dos mais diversos setores (GOOLJER & HYNDMAN, 2006). Estes métodos, se adaptados e testados a uma situação em que a demanda é um fator determinante no planejamento de capacidade de um sistema, são ferramentas úteis na análise e projeto de capacidade de um sistema, podendo auxiliar na determinação do período mais adequado para a expansão ou redução de um sistema.

## 1.2. OBJETIVOS DO TRABALHO

A previsão de demanda futura é a principal variável de entrada no planejamento e dimensionamento de equipamento para atendimento desta demanda. Um planejamento bem feito previne prejuízos financeiros ou de imagem, além de prevenir também a alocação de

recursos desnecessariamente em projetos que já estão preparados adequadamente para atender demandas futuras.

O presente trabalho tem como objetivo principal aplicar os métodos de previsão quantitativos clássicos à demanda de telefonia móvel total no Brasil e compará-los para identificar o método mais adequado. Complementarmente, estas previsões podem também auxiliar outros departamentos de uma empresa de telefonia celular, fabricantes de equipamentos ou até o órgão regulador do setor.

O trabalho também tem dois objetivos secundários. O primeiro é, através da aplicação dos modelos clássicos de previsão, realizar previsões de demanda a um curto prazo das tecnologias de telefonia móvel adotadas no Brasil. O segundo é o estabelecimento de uma metodologia para a previsão de demanda de telefonia.

### 1.3. JUSTIFICATIVA

Para o estabelecimento de metas, alocação de recursos, definição de prioridades e planejamentos, os agentes do setor de telefonia móvel dependem da previsão da evolução dos elementos que compõem o seu ambiente. A demanda é um destes elementos, a partir da qual, influencia a tomada de decisão destes agentes. O efeito combinado do aumento da competição e novos serviços levam a uma proliferação de problemas de previsão que as operadoras e fornecedores se defrontam e a falha de muitas companhias em produzir previsões razoavelmente precisas, nas quais baseiam seus planejamentos, têm causado conseqüências calamitosas e dramáticas (FILDES & KUMAR, 2002). É imprescindível, em mercados que não apresentam estabilidade na demanda, uma boa previsão para que os agentes possam ter sucesso em suas atividades (KOTLER & ARMSTRONG, 1998).

Para os fabricantes e fornecedores de equipamentos, um dos enganos mais freqüentes é prever a habilidade de fornecer equipamentos e mercadorias do que prever a real demanda do cliente. Invertendo esta lógica corrente, para o fabricante, a previsão de demanda permite uma operacionalização mais eficiente, evitando estoques altos, ou falta de produto para o seu cliente, que se traduz em perdas (MOON *et al.*, 1998)

Para as operadoras, o fornecimento de serviço telefonia móvel segue características comuns da área de serviços, como, por exemplo, a impossibilidade de estoque. Cada minuto

de serviço colocado à disposição dos clientes, se não utilizado, transforma a capacidade excedente de um sistema de telefonia celular em uma perda. Por outro lado, a falta de capacidade também é danosa, pois ao não atender o cliente incorre-se em prejuízos financeiros e de imagem. No caso específico das empresas de telecomunicações no Brasil, estas situações também causam uma queda de desempenho nos indicadores de qualidade da ANATEL.

Considerando a operadora como elemento que se situa entre os usuários de telefones celulares e os fornecedores de equipamentos, esta deve adotar estratégias apropriadas para projetar a sua rede da maneira mais apropriada e eficiente, além de oferecer serviços de alta qualidade de seus usuários (BRASS & FUHRMANN, 1997). A demanda esperada determina a exigência da capacidade dos equipamentos para o atendimento desta demanda (FILDES & KUMAR, 2002). Uma melhor noção de até quando a capacidade do sistema suporta o crescimento de demanda, somada as estatísticas de prazos de entrega e implantação da ampliação da planta, dá às áreas de projeto um forte argumento para liberação de recursos nos prazos necessários.

Para os órgãos reguladores, a demanda futura impacta nas decisões ao elaborar as normas e regulamentos referentes ao uso do espectro de frequências, tecnologias adotadas, estabelecimento de padrões, entre outros (FORGE *et al.*, 2006).

Métodos de previsão de demanda em telecomunicações já vêm sendo utilizados em mercados mundiais, como apontam os artigos de Greis & Gilstein (1991), Tsuji (2000), Papagiannaki (2003), Kivirinta *et al.* (2004), Lin (2005), Gjerde *et al.* (2005), Forge *et al.* (2006) e Blackman *et al.* (2007), utilizando diversas técnicas de previsão.

Frente a estas justificativas, este trabalho irá auxiliar as áreas de engenharia de planejamento das empresas de telefonia celular para que otimizem os custos de capital, mantendo a qualidade e atuando dentro de prazos próximos dos ideais, através da aplicação de técnicas de previsão de séries temporais.

#### 1.4. MÉTODO

O presente trabalho é um estudo de caso, no qual serão aplicados métodos de previsão de séries temporais visando prever a demanda no mercado de telefonia móvel brasileiro.

Inicialmente será realizada uma revisão concisa do referencial teórico que servirá de base para o entendimento do contexto objeto de estudo e das ferramentas estatísticas que serão aplicadas.

Conforme Gil (2002), um estudo de caso pode se definido em um conjunto de etapas que podem ser seguidas: (i) formulação do problema. (ii) definição da unidade-caso, (iii) determinação do número de casos, (iv) elaboração do protocolo, (v) coleta de dados, (vi) avaliação e análise dos dados, e (vii) preparação do relatório.

A formulação do problema é a previsão de demanda e a unidade-caso é a demanda de acessos, na telefonia móvel no Brasil, ou seja, o número de linhas telefônicas. O número de casos será estratificado pelas três tecnologias mais utilizadas.

Em seguida será feita uma coleta das séries históricas das demandas de telefonia móvel no Brasil, junto à agência reguladora do setor (ANATEL). A quantidade de dados se limita à disponibilidade das bases de dados de fonte de origem. Devido aos dados serem de uma única fonte e de apenas uma variável numérica, não há necessidade da elaboração de um protocolo para padronizar a obtenção dos dados.

Com os dados disponíveis, será feita a avaliação e a análise dos dados obtidos. À medida que vão sendo construídos os modelos para previsão de demanda, as medidas de desempenho, equações e parâmetros destes modelos também serão calculados.

Por fim, com os resultados, será escolhido o modelo que tiver a melhor precisão, e este servirá como modelo para previsão de eventos posteriores aos últimos dados das séries históricas.

O capítulo em que são apresentados e comparados os modelos para cada tecnologia e em que são geradas as previsões é o relatório final da atividade, consolidando os números finais do objetivo proposto.

Para a elaboração do processo de previsão de demanda de forma prática em um ambiente real de uma empresa, foram consultados profissionais de uma empresa de telefonia brasileira. Após o processo estar desenhado, estes profissionais o ratificaram, sob a forma de consenso, e o processo foi aplicado na empresa a qual pertencem.

## 1.5. LIMITAÇÕES DO TRABALHO

O presente trabalho se limita à análise de séries históricas de demanda global de telefonia móvel no sistema brasileiro e a estratificação se dará exclusivamente pela tecnologia adotada. Serão utilizadas as séries históricas referentes ao período agosto de 2002 a julho de 2007.

Os métodos adotados neste estudo são os métodos estatísticos clássicos adotados em previsão de demanda, presentes em vários estudos de previsão de demanda existentes na literatura, a saber, decomposição utilizando regressões, suavização exponencial e modelos auto-regressivos, integrados, média móvel (ARIMA). Nenhuma combinação entre estes métodos será adotada.

Os custos referentes a cada método não serão abordados neste estudo, bem como os custos de coleta de dados.

## 1.6. ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho é dividido em cinco capítulos.

O Capítulo 1 traz a introdução do trabalho, seus objetivos principal e secundários, justificativa, método, limitações e a estrutura do trabalho.

O capítulo 2 apresenta o referencial teórico necessário para o entendimento e desenvolvimento do trabalho. Este capítulo apresenta quatro seções, as três primeiras apresentam os métodos de elaboração de modelos de previsão e uma parte abordando as medidas de acurácia para medir a precisão de cada modelo.

O capítulo 3 propõe a metodologia adotada e suas etapas, contemplando um modelo quantitativo de previsão de demanda de telefonia móvel e abordando elementos práticos da implantação da metodologia em um ambiente real. Tal metodologia foi criada com a consulta dos profissionais envolvidos e após concluída, ratificada pelos mesmos.

O capítulo 4 apresenta a aplicação da metodologia, seguindo as etapas do capítulo anterior, a comparação dos resultados dos métodos utilizados, a apresentação dos resultados e a geração da previsão de demanda a curto prazo.

O Capítulo 5 traz as conclusões do trabalho e sugere temas para futuros trabalhos.

## 2. TÉCNICAS DE PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS

Para fins de planejamento de uma rede de telefonia celular, muitas vezes é necessária a estimativa do valor futuro de uma determinada demanda. O histórico desta demanda pode ser considerado como uma série temporal, já que trata-se de um conjunto de observações feitas sequencialmente ao longo do tempo. Há exemplos nos mais variados campos do conhecimento e os métodos de análise das séries temporais constituem uma importante área da estatística (CHATFIELD, 1999). Há vários motivos para analisar uma série temporal, entre eles tem-se: investigar o mecanismo gerador da série temporal, descrever o comportamento da série, procurar periodicidades relevantes nos dados e fazer previsões de valores futuros da série. O foco deste trabalho é orientado para os propósitos de previsão de valores futuros.

Para a previsão de séries temporais, são construídos modelos probabilísticos que podem ter como base o domínio tempo ou o domínio de frequências. Os modelos construídos devem ter como objetivos a simplicidade, parcimônia e a facilidade de manipulação pelas pessoas que irão utilizá-los (MORETTIN & TOLOI, 1981). Modelos sofisticados ou métodos complexos não produzem, necessariamente, previsões mais precisas do que os métodos mais simples (MEADE, 2000). Considerando-se que na construção destes modelos, parâmetros são estimados a partir dos dados observados, entende-se por parcimônia, a utilização do menor número possível de parâmetros (BOX & JENKINS, 1976).

Como forma de abordagem clássica, supõe-se que uma série temporal possui três componentes: uma tendência, uma componente sazonal e um termo aleatório (MORETTIN & TOLOI, 1981). Os modelos de decomposição têm sido úteis quando os parâmetros que descrevem uma série temporal permanecem inalterados ao longo do tempo. Além destes componentes, encontra-se na literatura a inserção de um quarto componente, o componente cíclico, que se refere aos movimentos de subida e descida em uma série em torno dos níveis de tendência que podem ser causados, por exemplo, por um ciclo econômico. Estas flutuações podem durar de dois até mais de dez anos quando mensurados pico a pico ou de vale a vale. (BOWERMAN *et al.*, 1993).

De posse do histórico de uma determinada variável, pode-se inferir o seu comportamento futuro através de técnicas de previsão. As técnicas de previsão são classificadas em duas categorias: quantitativas e qualitativas. As técnicas quantitativas por sua

vez são também divididas em duas categorias: técnicas de previsão de séries temporais e técnicas de previsão utilizando modelos causais (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

As técnicas quantitativas de previsão de séries temporais envolvem a análise de dados históricos na tentativa de identificar padrões de comportamento e prever valores futuros da variável de interesse (CAPPS, 1995). Estes modelos podem ser aplicados desde que três condições existam: (i) a informação sobre o passado está disponível, (ii) estas informações podem ser quantificadas em valores numéricos e (iii) pode-se assumir que alguns aspectos do comportamento passado continuarão no futuro. Esta terceira condição é conhecida como Premissa de Continuidade, e é a premissa fundamental de todos os métodos quantitativos e de muitos métodos qualitativos (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998). Neste grupo, as técnicas clássicas são os modelos de suavização exponencial e os modelos ARIMA (metodologia de Box-Jenkins).

As técnicas quantitativas de previsão por modelos causais envolvem a identificação de outras variáveis e a relação destas com variável em estudo (BOWERMAN *et al.*, 1993). Uma das técnicas utilizadas para se obter um modelo causal é a regressão, utilizando como variável explicativa o tempo.

Ao se utilizar as técnicas estatísticas de séries temporais para se obter previsões, faz-se uma extrapolação, a qual é baseada na premissa que os padrões da série continuarão a se comportar como no passado. Esta suposição é mais apropriada para previsões de curto prazo do que para previsões de longo prazo (ARMSTRONG, 2001).

Segundo Makridakis *et al.* (1998), as técnicas qualitativas, por sua vez, não requerem dados da mesma maneira que os métodos quantitativos de previsão, pois se baseiam no julgamento e conhecimento acumulado do comportamento da série temporal. São utilizadas quando existe um conhecimento qualitativo da variável em estudo e pouca informação quantitativa. Tais métodos são aplicados quase que exclusivamente em situações que envolvem horizontes de médio e de longo prazo, como em formulações de estratégias ou desenvolvimento de novos produtos ou tecnologias. Estes métodos mais fornecem dicas ao planejador ou complementam previsões quantitativas do que fornecem uma previsão numérica específica (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

Stordahl (2003) aponta várias aplicações de previsão de demanda em telefonia. Em seu artigo, são apontados, no conjunto de métodos de utilização mais comum, os métodos de Decomposição, Suavização Exponencial, e modelos ARIMA. Por esta razão estes métodos

serão abordados. Cabe ressaltar, que uma prática comum nesta área é obter as previsões com base na componente de tendência, sendo a tendência obtida por regressão. Sendo assim, este tópico também será abordado.

Além do estudo de Stordahl (2003), outras apontam a utilização de métodos quantitativos de previsão de demanda, tais como os artigos de Greis & Gilstein (1991), Tsuji (2000), Papagiannaki (2003), Kivirinta *et al.* (2004), Lin (2005), Gjerde *et al.* (2005), Forge *et al.* (2006) e Blackman *et al.* (2007).

## 2.1 MODELAGEM POR DECOMPOSIÇÃO

A decomposição de séries temporais em componentes tem sido uma tradição na literatura estatística (GARCIA-FERRER *et al.*, 1992; HAYWOOD & WILSON, 2000). Considerando-se um período de observação suficientemente longo, o padrão resultante da série temporal da demanda permite distinguir quatro comportamentos (Moreira, 1998):

- a) Tendência: é o padrão que existe quando há um aumento ou diminuição da série em um longo prazo.
- b) Sazonalidade: são os comportamentos semelhantes que a série assume em determinadas épocas do ano.
- c) Ciclos : flutuações em geral da série de periodicidade diversa da sazonalidade. São movimentações de difícil previsão.
- d) Variações aleatórias: são variações sem uma causa específica, que não obedecem a nenhum padrão. Estas variações não podem ser previstas.

O componente mais confiável de uma série temporal para fins de previsão é a forma da tendência de longo prazo (ASSIMAKOPOULOS, 1995). A tendência da demanda é importante para as empresas, pois este padrão pode indicar necessidades de expansão, quando se apresentar de forma crescente, ou pode indicar a necessidade de promoções, pesquisa de novos produtos, redução de investimentos à longo prazo.

Na análise de séries temporais, a identificação da tendência é necessária para removê-la, a fim de se estudar outros componentes, pois quando se encontra presente a tendência, pode ser dificultada a análise da sazonalidade. A identificação da tendência também é

necessária para que se possa utilizá-la nas previsões da série. Já separação entre ciclo e tendência é extremamente difícil devido ao fato de que o ciclo e a tendência são inter-relacionados (CHATFIELD, 1988).

Além destes componentes, a maioria dos produtos e serviços apresenta alguma sazonalidade em suas demandas. Algumas causas da sazonalidade surgem devido a condições econômicas, políticas, comportamentais, financeiras, sociais e climáticas (SLACK *et al.*, 1997). Hillmer e Tiao (1982) definem a sazonalidade como as flutuações periódicas que ocorrem de forma regular e que se repetem anualmente.

O ajuste sazonal é amplamente empregado na análise de dados de séries temporais econômicas, uma vez que os componentes sazonais podem ser originados de fatores não-econômicos e que são externos ao sistema em estudo e são, portanto, incontroláveis (SUTRADHAR *et al.*, 1995). Nas estratégias de curto prazo, os fatores sazonais têm maior influência do que as tendências de longo prazo.

O interesse pela sazonalidade no estudo de séries temporais pode ser devido ao estudo da sazonalidade em si ou, através de sua detecção, ou pela remoção da sazonalidade da série, para que se possa estudar esta série em seus demais aspectos. Desta forma, ao remover a sazonalidade, reconhece-se e interpreta-se outros importantes movimentos não-sazonais em uma série, tais como: tendência, eventos cíclicos, padrões emergentes, valores atípicos e ocorrências inesperadas (PIERCE, 1980).

A sazonalidade da série pode ser aditiva ou multiplicativa. No primeiro caso, a amplitude da flutuação é estável, em relação a evolução da tendência. Já no segundo caso, a amplitude da sazonalidade varia de acordo com o nível médio da série. O modelo sazonal aditivo de decomposição é definido através da equação (1) e o modelo multiplicativo através da equação (2) (MONTGOMERY *et al.*, 1990).

$$X_t = T_t + S_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$X_t = T_t \cdot S_t + \varepsilon_t \quad (2)$$

onde:  $X_t$  = observações da série temporal

$T_t$  = componente de tendência

$S_t$  = componente sazonal

$\varepsilon_t$  = erro aleatório

## 2.2 REGRESSÃO LINEAR

Um dos usos mais divulgados da regressão linear nos atuais cenários corporativos é a previsão (HAYS, 2003). Latif & King (1993) também ressaltam o uso da regressão linear, afirmando que a aplicação desta ferramenta como forma de realizar previsões é um dos seus principais usos

Atualmente, as técnicas de regressão possuem a vantagem de não necessitarem de programas computacionais específicos, pois são encontradas em ferramentas incorporadas em planilhas eletrônicas, amplamente utilizadas nos ambiente de trabalho, que contemplam este método. A fácil compreensão, a maior aceitação desta técnica pelos agentes decisores e a facilidade de encontrar profissionais aptos a trabalhar com estas técnicas são fatores que favorecem sua adoção. A principal restrição em utilizar esta técnica é que as observações passadas e as previsões futuras devem se situar próximas ao modelo criado, baseado em uma linha reta (SAMPRON, 2005).

Porém, indo além de simples tendências, estas predições originadas de regressões podem ser mais refinadas. A simples introdução de um componente de sazonalidade, que é uma característica presente no comportamento do tráfego de telefonia, já pode reduzir os erros de previsão.

Embora os modelos de regressão sejam um ponto inicial para a modelagem, em muitos casos estes modelos são suficientes para previsões (WANG, 1994). Estes modelos de regressão linear são utilizados com frequência em séries referentes a mercados e negócios (JAIN, 2000).

Estes modelos podem resultar, dependendo da construção e do número de variáveis independentes, em séries pertencentes a curvas ou a uma reta (JAIN, 2000). Um caso particular deste tipo de modelo é o método de regressão linear simples, o qual tem como objetivo encontrar a reta que melhor represente a relação entre as duas variáveis (dependente e independente). Utilizando-se o tempo como variável independente e a grandeza observada neste período como a variável dependente, o modelo de regressão linear é dado sob a forma da equação (3).

$$Y_t = \beta_1 x + \beta_0 + \varepsilon \quad (3)$$

onde:  $\beta_1$  = inclinação da reta;

$\beta_0$  = termo independente;  
 $\varepsilon_i$  = termo erro no momento  $i$ .

No modelo de regressão linear simples, dois parâmetros são estimados: a inclinação  $\beta_1$  que multiplica a variável tempo e um termo independente  $\beta_0$  que é o valor estimado para o tempo considerado como a origem 0. Portanto, a estimativa é dada pela equação (4)

$$\hat{y}_i = b_0 x_i + b_1 \quad (4)$$

onde:  $b_0$  é o estimador para a inclinação da reta;

$b_1$  é o estimador da variável dependente na origem 0.

Os parâmetros  $\beta_1$  e  $\beta_0$  são estimados, por  $b_1$  e  $b_0$ , respectivamente, de forma que a soma das diferenças entre os valores  $y$  reais e os valores  $\hat{y}_i$  estimados elevadas ao quadrado (SSE) seja mínima, ou seja, utilizando o método de mínimos quadrados ordinários.

Pode-se considerar os métodos de regressão linear simples como um caso particular do método de regressão múltipla, onde se observa  $n$  medidas para cada uma das “p” variáveis dependentes inseridas. Para cada variável que é inserida tem-se um novo coeficiente  $\beta$ , e o modelo será expresso pela equação (5) (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998):

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad (5)$$

onde:  $\beta_i$  = coeficiente que pondera cada variável independente  $i$ ;  
 $X_i$  = variável independente  $i$ ;  
 $\varepsilon$  = erro aleatório

Para verificar se o modelo é adequado é necessário testar a significância das variáveis independentes  $X$ , para tanto se realiza a análise de variância e teste de hipóteses para cada coeficiente. Para maiores detalhes Bowerman *et al.* (1993) e Makridakis *et al.* (1998) podem ser consultados.

Um indicador importante é coeficiente de determinação  $r^2$  definido pela equação (6). Este coeficiente representa a variação da variável dependente que pode ser explicada pela variação da variável independente, ou ainda, indica o quanto de variabilidade total dos dados é explicada variabilidade expressa pelo modelo de regressão. Quando este coeficiente é igual

à zero, significa que não há relação linear entre a variável dependente e a variável independente. Quando este coeficiente for igual a um significa que a relação entre a variável dependente e a variável independente é perfeitamente linear (FALK & WELL, 1997).

$$r^2 = \frac{\sum \left( \hat{y} - \bar{y} \right)^2}{\sum \left( y - \bar{y} \right)^2} \quad (6)$$

onde:  $\bar{y}$  = valor médio de  $y$ .

$\hat{y}$  = valor estimado de  $y$ .

Outros modelos de regressão que podem ser construídos tendo como variável independente o tempo são, por exemplo, as regressões quadráticas e cúbicas. Na regressão quadrática, a variável independente é o valor do tempo  $t$  e o valor do tempo  $t$  elevado ao quadrado. E na regressão cúbica, adiciona-se também o tempo elevado ao cubo. Para cada uma destas variáveis independentes haverá um coeficiente multiplicando-as, que deverão ser estimados de forma a minimizar a soma dos quadrados dos resíduos. Desta forma, os modelos estimados podem ser representados pela equação (7) para os modelos baseados em regressões quadráticas e pela equação (8) para regressões baseadas em polinômios cúbicos (GRANGER, 1980 e ANDERSON, 1971).

$$\hat{y} = \beta_2.t^2 + \beta_1.t + \beta_0 \quad (7)$$

$$\hat{y} = \beta_3.t^3 + \beta_2.t^2 + \beta_1.t + \beta_0 \quad (8)$$

onde:  $\beta_n$  os coeficientes do polinômio.

### 2.3 MÉTODOS DE SUAVIZAÇÃO EXPONENCIAL

O método de suavização exponencial, ou alisamento exponencial, é uma abordagem simples e pragmática de previsão, onde esta é elaborada a partir de uma média ponderada de forma exponencial das observações de eventos passados (TAYLOR, 2004).

Este método, como a maioria dos métodos de previsão de séries temporais, se baseia no princípio que os dados observados no passado contêm informações sobre como a esta série temporal se comportará no futuro (WRIGHT *et al.*, 1996). As técnicas de suavização exponencial assumem que valores extremos são causados por ruídos aleatórios e com a suavização das curvas em relação a estes extremos pode ser identificados os padrões básicos do comportamento da série. As grandes vantagens destes métodos são a sua simplicidade, eficiência computacional e a razoável precisão obtida (MORETTIN & TOLOI, 1981). Ou seja, apesar de sua simplicidade numérica, este método traz bons resultados práticos em comparação com métodos de previsão mais complicados (CIPRA, 1992).

A técnica de suavização exponencial possui três modelos: Simples, Bi-Paramétrica de Holt e Holt-Winters. Estes modelos serão abordados a seguir mais detalhadamente.

### 2.3.1. Suavização Exponencial Simples

Supondo que uma série temporal  $y_1, y_2, \dots, y_T$  é descrita pelo modelo representado pela equação (9)

$$y_t = \beta_0 + \varepsilon_t \quad (9)$$

onde: o nível médio  $\beta_0$  pode se alterar ao longo do tempo. Então a estimativa  $L_t$  de  $\beta_0$  no período  $t$ , é dada pela equação (10)

$$L_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) L_{t-1} \quad (10)$$

onde:  $\alpha$  = constante de suavização, com valor entre 0 e 1;

$L_{t-1}$  = a estimativa de  $\beta_0$  no período  $t-1$ .

Caso o valor de  $\alpha$  for igual a 1, o valor mais recente da série é tomado como previsão de todos os valores futuros da série, o que é chamado de “método ingênuo”.

Nota-se que as formulações do tipo (9) têm uma grande vantagem sob o ponto de vista de processamento computacional, pois não é necessário o armazenamento de todos os valores da série temporal. O que é preciso é o valor mais recente de  $L_{t-1}$  e a observação corrente de

“y”, pois com estes dois valores pode-se fazer a previsão do próximo instante através da equação (10) (GRANGER, 1997).

Nos modelos de suavização exponencial, as equações se referem a parâmetros calculados no tempo  $t-1$ . Como se trabalha com séries finitas, é necessário estimar valores iniciais para estimar a série em  $t=1$ . Para a equação (10), como valor inicial de  $L_t$ , pode ser utilizado o primeiro valor observado ou a média de quatro ou cinco valores iniciais (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

### 2.3.2 Método Bi-paramétrico de Holt

Ampliando o conceito do método de suavização exponencial para permitir a previsão de dados com tendências, utiliza-se duas constantes  $\alpha$  e  $\beta$ . A constante  $\alpha$  é o coeficiente de suavização do nível da série estimada e  $\beta$  é o coeficiente de suavização do nível da série estimada. As equações (11) a (12) expressam o modelo e a equação (13) é a expressão para obter a previsão  $h$  passos à frente com base no período de tempo  $t$ .

$$L_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (11)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (12)$$

$$\hat{y}_{t+h} = L_t + T_t h \quad (13)$$

onde:  $h$  = horizonte de tempo para o qual se desejam estimar  $y$ ;

$L_t$  = estimativa do nível da série no tempo  $t$ ;

$T_t$  = estimativa da tendência da série no tempo  $t$ ;

$\alpha$  = constante de suavização de nível, com valor entre 0 e 1;

$\beta$  = constante de suavização de tendência, com valor entre 0 e 1;

$\hat{y}_{t+h}$  = previsão da série para tempo  $t+h$ , com base no tempo  $t$ .

Para ajustar  $L_{t-1}$  para o período  $t$ , adiciona-se a tendência  $T_{t-1}$  do período anterior. Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  atualizam, de forma suavizada, o nível e a tendência da estimativa, trazendo-os para os valores mais próximos do nível e inclinação mais recentes de forma parcial, o que minimiza os efeitos de componentes aleatórios que possam existir (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

Assim como ocorre no modelo de suavização simples, é necessário ter valores iniciais dos parâmetros para que se possa dar início à série prevista. Os valores iniciais podem ser estimados pelas equações (14) a (16) (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

$$L_t = y_1 \quad (14)$$

$$T_1 = y_2 - y_1 \quad (15)$$

ou,

$$T_1 = \frac{y_4 - y_1}{3} \quad (16)$$

### 2.3.3 Método de Holt-Winters

A abordagem tradicional de suavização exponencial Holt-Winters baseia-se em três parâmetros de suavização (SNYDER & SHAMI, 2001). O abordado para os modelos anteriores, o primeiro é para a média, o segundo para a tendência e agora o terceiro componente adicionado é referente à sazonalidade. A sazonalidade no tempo  $t$  ( $S_t$ ) pode ser incluída de forma multiplicativa ou aditiva. A forma multiplicativa é utilizada quando o comportamento da variação sazonal aumenta quando os valores de tendência  $T_t$  aumentam. Já na forma aditiva, a variação da sazonalidade não muda com o aumento da tendência  $T_t$  (BOWERMAN *et al.*, 1993).

O modelo com sazonalidade multiplicativa é construído sob a forma da equação (17)

$$\hat{y}_t = S_t \times (L_t + T_t) \quad (17)$$

onde:  $S_t$  = o componente sazonal no período  $t$ ;

$L_t$  = o componente de nível no período  $t$ ;

$T_t$  = o componente de tendência no período  $t$ .

No método de suavização exponencial com sazonalidade multiplicativa, as equações (18) a (20) são utilizadas para se obter os parâmetros  $L_t$ ,  $T_t$  e  $S_t$  que estruturam o modelo e a equação (21) é a equação utilizada para se obter valores previstos no tempo  $t+h$  com base no tempo  $t$ .

$$L_t = \alpha \left( \frac{y_t}{S_{t-s}} \right) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (18)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (19)$$

$$S_t = \gamma \frac{y_t}{L_t} + (1 - \gamma)S_{t-s} \quad (20)$$

$$\hat{y}_{t+h} = (L_t + T_t h) \times S_{t-s+h} \quad (21)$$

onde:  $L_t$  = o componente de nível no período  $t$ ;

$S_t$  = o componente sazonal no período  $t$ ;

$T_t$  = o componente de tendência no período  $t$ .

$\alpha$  = constante de suavização de nível, com valor entre 0 e 1;

$\beta$  = constante de suavização de tendência, com valor entre 0 e 1;

$\gamma$  = constante de suavização de sazonalidade, com valor entre 0 e 1;

$s$  = número de períodos de um ciclo sazonal;

$\hat{y}_{t+h}$  = previsão da série para o tempo  $t+h$ , com base no tempo  $t$ .

Da mesma forma que os modelos bi-paramétrico de Holt, para estimar os parâmetros do modelo é necessário estabelecer valores iniciais para as componentes. Segundo Makridakis *et al.* (1998), os valores iniciais podem ser obtidos através das equações (22) a (24). Morettin & Toloi (1981) indicam a utilização de  $\hat{T}_s = 0$ .

$$\hat{L}_s = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s y_k \quad (22)$$

$$\hat{T}_s = \frac{1}{s} \left( \frac{y_{s+1} - y_1}{s} + \frac{y_{s+2} - y_2}{s} + \dots + \frac{y_{s+s} - y_s}{s} \right) \quad (23)$$

$$\hat{S}_j = \frac{y_j}{\hat{L}_s} \quad j=1, 2, 3, \dots, s \quad (24)$$

Quanto maiores os valores de  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  nas suavizações exponenciais, maiores serão os pesos dos últimos valores observados no nível, na tendência e na sazonalidade, fazendo com

que o modelo tenha respostas mais rápidas a variações, mas com uma maior suscetibilidade a componentes aleatórios.

No formato aditivo, o componente sazonal se soma aos outros termos, sob a forma da equação (25).

$$\hat{y}_t = L_t + T_t + S_t \quad (25)$$

Nesta modalidade, seus componentes e a previsão são calculados pelas equações (26) a (29).

$$L_t = \alpha(y_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (26)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (27)$$

$$S_t = \gamma(y_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-s} \quad (28)$$

$$\hat{y}_{t+h} = L_t + T_t h + S_{t-s+h} \quad (29)$$

Os valores iniciais de nível e tendência são os mesmos do modo multiplicativo, com exceção dos valores sazonais iniciais que são dados pelas equações (30) a (32).

$$S_1 = y_1 - \hat{L}_s, \quad (30)$$

$$S_2 = y_2 - \hat{L}_s, \dots, \quad (31)$$

$$S_s = y_s - \hat{L}_s \quad (32)$$

Para todos os modelos de suavização apresentados, os valores de  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  devem ser aqueles que fornecem as melhores estimativas para o modelo em relações as observações já feitas, o chamado *backforecasting*, isto é, buscar os valores que minimizem a soma do quadrado dos erros (SSE) (ABRAHAM & LEDOLTER, 1983). Ou seja, estes parâmetros, cujos valores se encontram no intervalo entre 0 e 1, devem ser otimizados utilizando-se dados de eventos passados em uma fase de calibração (KOTSIALOS *et al.*, 2005).

## 2.4 METODOLOGIA BOX-JENKINS PARA MODELOS ARIMA

Métodos do tipo auto-regressivo e de média móvel em diferentes versões, incluindo a versão completa ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*), têm sido amplamente utilizados em aplicações de telefonia (SKOUBY & VEIRO, 1991). Os modelos ARIMA foram popularizados por George Box e Gwilyn Jenkins no início da década de 70 a ponto de seus nomes serem utilizados como sinônimo destes métodos.

Apesar de haver relutância no uso de métodos de previsão mais sofisticados, tais como o método de Box-Jenkins, entre os analistas de mercado das empresas, este método é amplamente encontrado em trabalhos científicos (WEST, 1994).

Os modelos ARIMA se apóiam na premissa que o padrão de comportamento de uma série possa ser inferido através da soma dos valores passados de forma ponderada e/ou dos valores dos resíduos no passado (MORETTIN & TOLOI, 1981), como representado na equação (33).

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \varepsilon_t \quad (33)$$

Onde:  $Y_t$  = valor da série no instante  $t$ ;

$\phi_n$  = coeficiente auto-regressivo;

$\varepsilon$  = ruído aleatório.

Segundo Morettin e Tolo (1981), a construção destes modelos tem como base um ciclo iterativo, no qual a escolha da forma do modelo está estruturada nos próprios dados. Cada ciclo é composto pelas seguintes etapas:

- (i) identificação da especificação do modelo: nesta etapa, em uma categoria geral de modelos, analisa-se as auto-correlações e auto-correlações parciais para identificar o modelo a ser desenvolvido;
- (ii) estimação de parâmetros: aqui se estima os parâmetros que compõem o modelo identificado na etapa anterior;
- (iii) verificação do modelo ajustado: neste estágio, analisam-se os resíduos referentes ao valor observado e os valores gerados pelo modelo ajustado, para verificar se o modelo é adequado.

Se após este ciclo o modelo ainda não é adequado, inicia-se um outro ciclo, retornando-se a fase de identificação. Não é raro identificar vários modelos que representem a mesma série temporal (CHATFIELD, 1999).

Dentre a variedade de modelos ARIMA, pode ser difícil decidir qual o modelo que é mais apropriado para um conjunto de dados. Os passos a seguir orientam uma forma de abordagem a esta questão.

### 2.4.1 Identificação

A primeira ação para identificar o modelo consiste em montar um gráfico, que possibilita identificar as observações não usuais. Com base nesta análise preliminar tem-se um indicativo da necessidade de uma transformação para estabilizar a média e/ou a variância. Após se constroem os gráficos de ACF (*Autocorrelation Function* – Função de Auto-Correlação) e PACF (*Partial Autocorrelation Function* – Função de Auto-Correlação Parcial)..

#### 2.4.1.1 A função de auto-correlação (ACF)

Uma estatística importante na análise de uma série temporal é o coeficiente de correlação  $\rho$ , o qual descreve a relação entre vários valores da série temporal que estão defasados em  $k$  períodos (*lags*). Um estimador para o parâmetro definido está sob a forma de uma igualdade matemática na equação (34).

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (Y_t - \bar{Y}) \times (Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (34)$$

Desta forma,  $\rho_1$  indica como sucessivos valores de  $Y$  se relacionam entre si,  $\rho_2$  indica como valores de  $Y$  separados em dois períodos se relacionam entre si e assim sucessivamente. Os  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_k$  formam então uma função chamada de função de auto-correlação ACF. Para dados não-correlacionados, como, por exemplo, uma seqüência de números aleatórios, espera-se que cada coeficiente de auto-correlação seja próximo de zero. Porém, por ter-se um número de amostras finito, cada coeficiente de auto-correlação não será exatamente zero. Foi demonstrado por Anderson (1942), Bartlett (1946) e Quenouille (1949) que os coeficientes de

correlação de um ruído branco têm uma distribuição amostral que pode ser aproximada por uma curva normal com média zero e desvio padrão  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ , onde  $n$  é o número de observações da série. Considerando que 95% dos coeficientes de auto-correlação devem estar nos limites da média mais ou menos 1,96 desvios padrão, sendo esta média zero, espera-se que cerca de 95% de todos os coeficientes de correlação estejam entre  $\pm \frac{1,96}{\sqrt{n}}$ . Se não for o caso, a série provavelmente não é ruído branco. Por esta razão, é comum inserir nos gráficos de ACF linhas limitando a região  $\pm \frac{1,96}{\sqrt{n}}$ . Estes limites são conhecidos como valores críticos (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

#### 2.4.1.2 Função de auto-correlação parcial

Na análise de regressão, se a variável prevista  $Y$  é baseada em variáveis explicativas  $X_1$  e  $X_2$ , então é de interesse saber qual é o peso de  $X_1$  sobre  $Y$  e qual o peso que  $X_2$  tem sobre  $Y$  retirando o componente de  $X_1$ . Isto significa dizer que se infere  $Y$  baseado em  $X_2$  e com os erros residuais desta análise se descobre a correlação destes com  $X_1$ . Nas séries temporais, o conceito é similar (BOX & JENKINS, 1976).

As auto-correlações parciais são usadas para medir o grau de associação entre  $Y_t$  e  $Y_{t-k}$ , quando os efeitos de outras amostras defasadas são removidos. Esta definição pode ser vista no seguinte exemplo. Supõe-se que há uma correlação significativa entre  $Y_t$  e  $Y_{t-1}$ , então haverá uma forte correlação entre  $Y_{t-1}$  e  $Y_{t-2}$ , pois também estão distanciadas de uma unidade de tempo. Conseqüentemente, haverá uma correlação entre  $Y_t$  e  $Y_{t-2}$  porque ambas são relacionadas a  $Y_{t-1}$ . Portanto, para se medir a real correlação entre  $Y_t$  e  $Y_{t-2}$ , deve-se retirar o efeito que  $Y_{t-1}$  tem sobre a série. Quando se analisa a auto-correlação parcial, estes efeitos de outras componentes são retirados (BOX & JENKINS, 1976).

O coeficiente de auto-correlação parcial de ordem  $k$  é representado por  $\alpha_k$  e pode ser calculado regredindo  $Y_t$  sobre os valores  $Y_{t-1}, \dots, Y_{t-k}$ , sob a forma da equação (35) (BOX & JENKINS, 1976 e MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \dots + \beta_k Y_{t-k} + \varepsilon \quad (35)$$

onde:  $Y_t$  = valor da série no instante  $t$ ;

$\beta_k$  = coeficientes que ponderam os valores da série em instante anteriores

$\varepsilon$  = erro aleatório.

Esta regressão se baseia em variáveis explicativas, que são valores prévios das previsões da variável  $Y_t$ . Estes valores são valores defasados da variável prevista e, portanto, é dado o nome de auto-regressão (AR) às equações da forma (35).

As estimativas das auto-correlações parciais,  $\alpha_k$ , são os coeficientes  $\beta_k$  estimados  $b_k$  desta regressão múltipla. Observa-se que a primeira auto-correlação parcial é sempre igual à primeira auto-correlação. Variando o número de termos no lado direito da equação (35), serão dadas auto-correlações para diferentes valores de  $k$ .

Na função de auto-correlação parcial (*Partial Autocorrelation Function – PACF*), como a ACF, as auto-correlações parciais devem todas estar próximas de zero para uma série provinda de um ruído branco. Nestes casos, as auto-correlações parciais são aproximadamente independentes e normalmente distribuídas com um erro padrão de  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ . Portanto, os mesmos valores críticos de  $\pm \frac{1.96}{\sqrt{n}}$  podem ser usados com a PACF, para descobrir se os dados provêm de um ruído branco. Também, ao se visualizar a PACF em um gráfico, se delimita nestes gráficos as regiões entre os valores críticos por linhas situadas em  $\pm \frac{1.96}{\sqrt{n}}$  (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

Uma vez que o comportamento das auto-correlações e auto-correlações parciais foram analisadas, o próximo passo é verificar a estacionariedade dos dados.

#### 2.4.1.3 Estacionariedade e diferenciação

Estacionariedade significa que não há crescimento ou declínio no comportamento dos dados. Os dados devem ter um comportamento próximo da horizontal ao longo do eixo do tempo. Em outras palavras, os dados devem flutuar em torno de uma média constante independente do tempo, e a variância desta flutuação permanecem essencialmente constantes ao longo do tempo (CHATFIELD, 1999).

Pode-se perceber a estacionariedade através da análise gráfica. Se a série não apresenta evidência de mudança na média ao longo do tempo, então se diz que a série é estacionária em relação a média. E percebendo no gráfico que a séries não mostram uma mudança óbvia na variância ao longo do tempo, então se diz que a série é estacionária em relação a variância (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998). Frequentemente, a análise gráfica da série temporal fornece evidências suficientes para verificar se os dados são estacionários ou não-estacionários. A análise gráfica dos coeficientes de auto-correlação também pode expor a não-estacionariedade em relação à média. As auto-correlações de dados estacionários caem a zero de forma relativamente rápida, enquanto para séries não-estacionárias, as auto-correlações são significativamente diferente de zero por longos períodos de defasagem. Quando representadas graficamente, as auto-correlações de dados não-estacionários decaem lentamente no sentido em que o número de defasagens aumenta (BOWERMAN, 1993).

Tendências, ou outros padrões não-estacionários no nível de uma série resultam em auto-correlações positivas com altos valores e com lento declínio a medida que aumenta os coeficientes  $k$  de defasagem. Portanto, é importante remover a não-estacionariedade, pois assim uma outra estrutura de correlação pode ser vista antes de proceder com a construção do modelo para a série temporal. Uma maneira de remover a não-estacionariedade é através o método de diferenciação. Para dados não sazonais, utilizam-se as diferenças de primeira ordem. Para dados sazonais, se utiliza a diferenciação sazonal. Após, verifica-se novamente se há estacionariedade. Se os dados ainda se apresentam como não estacionários, aplica-se uma nova diferenciação aos dados já diferenciados (PENA *et al.*, 2001).

Define-se uma série diferenciada como os valores oriundos da diferença entre cada observação da série original. O mecanismo de diferenciação é o mostrado na equação (36) (BOWERMAN, 1993). A série diferenciada possuirá  $n-1$  valores, uma vez que não é possível calcular a diferença  $Y_t'$  para a primeira observação.

$$Y_t' = Y_t - Y_{t-1} \quad (36)$$

O processo de diferenciação é uma ferramenta útil para remover a não-estacionariedade. Entretanto, ocasionalmente os dados diferenciados podem ainda não apresentar uma estacionariedade e pode ser necessário diferenciar os dados uma segunda vez, como indicado na equação (37).

$$Y_t'' = Y_t' - Y_{t-1}' = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} \quad (37)$$

onde:  $Y_t''$  é considerado como uma série de diferenças de segunda ordem.

Esta série terá  $n-2$  valores. Na prática, quase nunca é necessário ir além de uma diferenciação de segunda ordem, pelo motivo que dados reais geralmente envolvem não-estacionariedade apenas de primeiro ou segundo nível (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

Muitos pesquisadores realizam apenas análises gráficas para verificar a estacionariedade de uma série temporal, porém vários testes estatísticos foram desenvolvidos para determinar se uma série é estacionária. Estes são chamados de testes de raiz unitária. O mais utilizado é o teste de Dickey-Fuller. Mais detalhes deste teste podem ser vistos em Makridakis *et al.* (1998) e Allen & Fildes (2001).

Com dados sazonais que são não-estacionários, é apropriado utilizar diferenças sazonais. Uma diferença sazonal é a diferença entre uma observação e observação correspondente do ano anterior, caso a sazonalidade seja, por exemplo, anual. Então, para dados mensais tendo um padrão anual de doze meses, a diferenciação é dada pela equação (38) (PENA *et al.*, 2001).

$$Y_t' = Y_t - Y_{t-12} \quad (38)$$

Em geral, a série sazonalmente diferenciada,  $Y_t'$ , é a diferença entre as observações separadas por  $s$  períodos de tempo, onde  $s$  é o período de uma estação. Para dados mensais,  $s=12$ , para dados de quadrimestres,  $s=4$ , e assim por diante (BOX & JENKINS, 1976). Assim como a diferenciação de primeira ordem, a diferenciação pode ser repetida para obter uma diferenciação sazonal de segunda ordem, embora isto raramente é necessário. A não-estacionariedade na média pode ser retirada com uma diferenciação de primeira ordem, na forma indicada na equação (39).

$$\begin{aligned} Y_t^* &= Y_t' - Y_{t-1}' \\ Y_t^* &= (Y_t - Y_{t-12}) - (Y_{t-1} - Y_{t-13}) \\ Y_t^* &= Y_t - Y_{t-1} - Y_{t-12} + Y_{t-13} \end{aligned} \quad (39)$$

Quando as duas diferenciações, de primeira ordem e sazonal, são aplicadas, não importa a ordem de qual diferenciação é feita primeiro, o resultado é o mesmo. Entretanto, recomenda-se que a diferenciação sazonal seja feita primeiro porque o resultado desta

diferenciação já pode tornar a série estacionária e, portanto, não é necessário uma outra diferenciação (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

É importante que, se diferenciações são utilizadas, as diferenças sejam interpretadas. Por exemplo, as diferenças de primeira ordem são as variações entre uma observação e a próxima, enquanto a diferenciação sazonal, para  $s=12$ , a variação entre um ano e o outro. Porém, diferenças com defasagem  $k=3$  para dados anuais, resultam em um modelo que não pode ser interpretadas de uma maneira intuitiva num primeiro momento (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

#### 2.4.2 Modelos ARIMA

Os modelos ARIMA pressupõem que os valores de uma série possuem uma alta dependência. Desta forma, pode-se explicar um determinado valor baseando-se nos valores anteriores deste. Os modelos ARIMA representam a classe mais geral de modelos para a análise de séries temporais (ABRAHAM e LEDOLTER, 1983).

Geralmente são necessários pelo menos cinquenta dados observados para a elaboração de um modelo ARIMA aceitável. Este fato pode inviabilizar a obtenção de modelos em casos onde não exista a disponibilidade de muitas observações. (MONTGOMERY *et al.*, 1990)

Este sofisticado método consiste em combinações de vários modelos separados. Com técnicas apropriadas, o analista elimina racionalmente combinações de modelos não apropriados, até encontrar um modelo apropriado. Os componentes deste modelo são: uma parcela auto-regressiva (AR), que modela a série através da dependência dos valores anteriores; uma parcela de média móvel (MA), que assume que os valores atuais dependem de erros de previsões passados; e um modelo integrado (I) que remove a estacionariedade (BUSINGER & READ, 1999).

Assim como os modelos de regressão múltipla podem ser descritos em função de fatores tais como: o PIB, preços, investimento, etc, o modelo de regressão linear múltiplo se transforma em um modelo autoregressivo (AR) ao utilizar os valores do passado como fatores explicativos, assim como expresso pela equação (40) (ANDERSON, 1971).

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (40)$$

onde:  $Y_t$  = valor da série no instante  $t$ ;

$\phi_0$  = coeficientes que ponderam os valores da série em instante anteriores;

$\varepsilon$  = erro aleatório.

Uma vez que é possível regredir uma série temporal a partir de seus valores anteriores, há um modelo de série temporal que usa o valor dos resíduos passados como variáveis explicativas, como na equação (41) (GRANGER, 1980).

$$Y_t = \theta_0 + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (41)$$

onde:  $Y_t$  = valor da série no instante t;

$\phi_0$  = coeficientes que ponderam os valores dos erros aleatórios em instante anteriores;

$\varepsilon_t$  = erro no instante t..

Na equação (41) a relação de dependência é explicitamente estabelecida entre os termos sucessivos de erros, e a equação é denominada de modelo de médias móveis (*Moving Averages* – MA). É dado este nome porque a série é definida com uma média móvel da série de erros  $e_t$  (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

Modelos auto-regressivos (AR) podem ser reunidos de forma eficiente com os modelos de média móvel (MA) para formar um modelo de série temporal denominado modelos auto-regressivos – médias móveis (*Autoregressive Moving Average* – ARMA). Todavia, estes modelos só podem ser utilizados quando os dados são estacionários. Esta classe de modelo pode ser estendida para séries não estacionárias levando em conta a diferenciação da série. Desta forma, os modelos são chamados de modelos auto-regressivos integrados de médias móveis (*Autoregressive Integrated Moving Average* – ARIMA) (MORETTIN & TOLOI, 1981).

A combinação destes três elementos básicos gera uma grande variedade de modelos ARIMA. O modelo geral, não sazonal, é conhecido como ARIMA (p,d,q). O componente “p” é a ordem da parte auto-regressiva (AR), “d” é a ordem da diferenciação e “q” é a ordem da parte de médias móveis (MA). Os modelos vistos anteriormente podem ser escritos nesta notação. O modelo de ruído branco é descrito como ARIMA (0,0,0) porque não nenhum componente AR ( $Y_t$  não depende de  $Y_{t-1}$ ), não há nenhum componente de diferenciação envolvido e não há nenhum componente MA ( $Y_t$  não depende de  $\varepsilon_{t-1}$ ). Outro modelo

importante no estudo de modelos ARIMA, é o modelo de “passeio casual”, classificado como ARIMA (0,1,0) porque não possui componentes AR ou MA e envolve uma diferenciação (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

Se “p”, “d” ou “q” é igual a zero, a notação do modelo pode ser escrita de forma reduzida retirando-se as partes não utilizadas do modelo. Por exemplo, um modelo ARIMA (2,0,0) pode ser escrito como AR(2) porque não há diferenciação (parte I) e nem médias móveis (MA). Um ARIMA (0,1,1) pode também ser expresso por IMA (1,1), e assim por diante. De maneira semelhante, um modelo ARIMA (1,0,1) pode também ser escrito como ARMA (1,1). Para este modelo se combina um modelo AR de primeira ordem e um modelo MA de primeira ordem, na equação (42),  $Y_t$  depende de um valor prévio  $Y_{t-1}$  e um termo prévio de erro  $\varepsilon_{t-1}$ . Assume-se que as séries são estacionárias na média e na variância.

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + e_t - \theta_1 e_{t-1} \quad (42)$$

onde:  $Y_t$  = Valor da série no instante t

c = constante de nível médio da série

$\phi$  = coeficiente de ponderação do valor da série no instante t-1

$e_t$  = erro no momento t

$\theta$  = coeficiente de ponderação do valor do erro no momento t-1

Um mecanismo de notação útil é o Operador de Translação para o Passado, “B”, definido pela equação (43) (CHATFIELD, 1999), e cujo efeito é transladar os dados em um período anterior.

$$BY_t = Y_{t-1} \quad (43)$$

Com esta notação de translação, o modelo ARIMA (1,0,1) é escrito conforme a forma da equação (44).

$$(1 - \phi_1 B)Y_t = c + (1 - \theta_1 B)e_t \quad (44)$$

Se a série é não-estacionária é necessário diferenciar os dados e uma parte de integração é adicionada ao modelo ARMA, resultando em um modelo ARIMA(p,d,q). A equação para o caso mais simples, ARIMA(1,1,1), é a representada na equação (45). O termo (1-B) é inserido devido à primeira diferenciação.

$$(1 - \phi_1 B)(1 - B)Y_t = c + (1 - \theta_1 B)e_t \quad (45)$$

A variedade de sub-modelos baseados em ARIMA(p,d,q) é grande, porém vários modelos diferentes podem ter quase a mesma qualidade de previsão. Na prática, raramente é necessário lidar com valores “p”, “d” e “q” diferentes de 0, 1 e 2. Para fins de previsão, com estes valores pode-se cobrir uma grande variedade de situações (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

Como os modelos ARIMA são descritos por “p”, “d” e “q” e o padrão das auto-correlações indicam o modelo possível, na figura (1) são apresentadas os comportamentos das funções de auto-correlação, o que auxilia a identificar qual o modelo adequado. Cabe salientar que se não há auto-correlações significativas depois de um período “q” de defasagens, um modelo MA(q) pode ser apropriado. Se não há auto-correlações parciais significativas depois de um período “p” de defasagens, um modelo AR(p) pode ser apropriado. Se não há um modelo AR ou MA claramente identificado, os modelos compostos podem ser necessários (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

<b>Processo</b>	<b>ACF</b>	<b>PACF</b>
AR(1)	Caimento exponencial no lado positivo se $\phi_1 > 0$ e alternando o sinal positivo e negativo se $\phi_1 < 0$	Pico na defasagem 1, e a partir de então, um corte a zero. Pico positivo se $\phi_1 > 0$ e negativo se $\phi_1 < 0$ .
AR(p)	Caimento exponencial ou com envoltória tipo onda (seno). O padrão exato depende dos sinais e grandeza de $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ .	Picos nas defasagens de 1 a “p”, e então um corte a zero.
MA(1)	Pico na defasagem 1, e a partir de então, um corte a zero. Pico positivo se $\theta_1 > 0$ e negativo se $\theta_1 < 0$ .	Caimento exponencial no lado positivo se $\theta_1 > 0$ e alternando o sinal positivo e negativo se $\theta_1 < 0$
MA(q)	Picos nas defasagens de 1 a “q”, e então um corte a zero.	Caimento exponencial ou com envoltória tipo onda (seno). O padrão exato depende dos sinais e grandeza de $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ .

**Figura 1: Situações típicas para identificação de modelos AR e MA.**

[Fonte: Makridakis *et al.*, 1998]

### 2.4.2.1 Modelos ARIMA Sazonais

Sazonalidade é definida com um padrão que se repete em intervalos fixos de tempo. Por exemplo, se um padrão sazonal anual é consistente, o coeficiente de auto-correlação de defasagem de doze meses terá um valor positivo alto indicando a existência de sazonalidade. Se ele não é significativamente diferente de zero, ele indicaria que os meses separados por um ano são não-correlacionados, com um padrão não consistente de um ano para o outro e, portanto, os dados não seriam sazonais (BOWERMAN, 1993).

Em geral, sazonalidade pode ser identificada nos coeficientes de auto-correlação, parcial ou não, de altos valores referentes à defasagem de um período da sazonalidade. Frequentemente as auto-correlações em múltiplos da defasagem sazonal também serão significativos. Então, para dados mensais, grandes auto-correlações podem ser vistas também em defasagens de 24 meses e até mesmo 36 meses (BOWERMAN, 1993).

A notação utilizada nos modelos ARIMA pode ser estendida para conter os aspectos sazonais na forma de:

$$\text{ARIMA}(p,d,q)(P,D,Q)_s$$

onde o elemento (P, D, Q) representa a parte sazonal do modelo e s representa o número de períodos da estação. Este tipo de modelo é denominado de SARIMA (*Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average*) (MORETTIN & TOLOI, 1981).

A parte algébrica do modelo é simples, mas pode se tornar extensa. Para fins de ilustração, considera-se, em (46), o modelo genérico do modelo ARIMA(1,1,1)(1,1,1)<sub>4</sub>.

$$(1 - \phi_1 B)(1 - \Phi_1 B^4)(1 - B)(1 - B^4)Y_t = (1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^4)e_t \quad (46)$$

onde:  $(1 - \phi_1 B)$  é o componente não sazonal AR(1);

$(1 - \Phi_1 B^4)$  é o componente sazonal AR(1);

$(1 - B)$  é a diferenciação não sazonal;

$(1 - B^4)$  é a diferenciação sazonal;

$(1 - \theta_1 B)$  é o componente não sazonal MA(1);

$(1 - \Theta_1 B^4)$  é o componente sazonal MA(1).

### 2.4.3 A Estimativa dos parâmetros dos modelos ARIMA

Após identificar um primeiro modelo, os parâmetros do modelo identificado devem ser estimados. Para tanto, o método dos mínimos quadrados pode ser utilizado nos modelos ARIMA, assim como nas regressões (CHATFIELD, 1999). Entretanto, para modelos envolvendo um componente MA, isto é, onde  $q > 0$ , não há uma fórmula simples que pode ser aplicada para obter uma estimativa como na regressão. É necessário um método iterativo. Uma estimativa preliminar é escolhida e então estimada iterativamente até que a soma dos erros ao quadrado é minimizada (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

Outro método que é frequentemente utilizado é a máxima verossimilhança. A verossimilhança de um conjunto de dados é simbolizada por  $L$ . No caso de termos uma variável aleatória com distribuição  $f(z, \theta)$ , com o valor  $\theta$  a ser definido, e uma série de  $n$  valores observados  $z_1, z_2, \dots, z_n$ , a função de verossimilhança é desta amostra é dada pela equação (47).

$$L(\theta) = f(z_1, \theta) \times f(z_2, \theta) \times \dots \times f(z_n, \theta) \quad (47)$$

A máxima verossimilhança é dada então pelo valor de  $\theta$  que maximiza a função de verossimilhança  $L(\theta)$ , obtido pela resolução da equação formada pela diferenciação da função  $L(\theta)$  igualada a zero (PELLEGRINI, 2000).

### 2.4.4 Verificação do modelo

Após estimar o modelo é necessário rever a questão de identificação fazendo um diagnóstico de verificação para avaliar se o modelo é adequado. Há dois aspectos no modelo identificado que precisam ser verificados.

O primeiro aspecto é que, os modelos ARIMA, da forma que foram idealizados, permitem algumas estatísticas que podem ser calculadas após estimar os valores ótimos dos coeficientes. Por exemplo, para cada coeficiente haverá um erro padrão associado. A partir do parâmetro estimado e seu erro padrão, um teste de significância pode ser calculado. Pode-se ter também um valor indicando a relação entre a estimativa e seu erro padrão. De onde se calcula o valor de  $p$  (*p-value*). O teste de valor  $p$  indica se o coeficiente é significativo, no caso do valor  $p$  ser pequeno. Caso o valor  $p$  do coeficiente for elevado, pode-se melhorar o

modelo retirando-se o termo correspondente ao coeficiente (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998 e ABRAHAM & LEDOLTER, 1983).

O segundo aspecto se refere ao estudo dos resíduos para verificar se algum padrão ainda permanece. Para um bom modelo de previsão, os resíduos devem seguir a forma de um ruído branco. É usual nestes casos avaliar os resíduos colocando-os na forma padrão da curva normal, com variância igual a um. Dados que estão além de -3 ou de 3 desvios podem ser considerados como atípicos. Dados dentro destes limites sugerem que seguem o comportamento de ruído branco. A plotagem das funções de auto-correlação e auto-correlação parcial dos resíduos podem auxiliar a visualizar o comportamento destes. Outra forma de analisar o comportamento dos resíduos verificando se a estatística do teste é, ou não significativa (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

O teste mais simples consiste em testar um conjunto de valores de  $\rho_k$ , por exemplo os quinze primeiros valores, e testar para verificar se o conjunto é significativamente diferente de um conjunto de zeros. Este tipo de teste é chamado de teste *portmanteau* (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998). Outro teste muito usado é o teste de Box-Pierce, que é baseado na estatística Box-Pierce Q

Além destes, tem-se o teste Ljung-Box, baseado na equação (48) (BOWERMAN, 1993).

$$Q^* = n \times (n+2) \times \sum_{k=1}^h (n-k)^{-1} \times r_k^2 \quad (48)$$

onde: n = número de observações

h = máxima defasagem considerada;

$r_k$  = resíduos analisados.

Este teste possui uma distribuição mais próxima da distribuição  $\chi^2$  do que o teste de Box-Pierce. Se os dados provêm de um ruído branco, a estatística Ljung-Box  $Q^*$  tem exatamente a mesma distribuição que a estatística Box-Pierce Q, que é a distribuição  $\chi^2$  com h-m graus de liberdade, sendo onde m é o número de parâmetros no modelo. Caso o valor de Q ou  $Q^*$  se situe na região da cauda direita de  $\chi^2$ , que representa um certo nível de significância, em geral 5% da distribuição, se conclui que os dados não se comportam como o modelo ruído branco. Convém salientar que estes testes em algumas vezes falham na rejeição de modelos mal ajustados (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

Nos casos em que estes testes indicarem que os resíduos se comportam como ruído branco, não é necessário considerar um refinamento no modelo construído. Caso contrário, é preciso voltar e considerar um outro modelo ARIMA (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

#### 2.4.5. Identificação de um novo modelo

Devido às considerações realizadas anteriormente, é comum ter vários modelos para a série em estudo, e necessita-se de um método para selecionar o melhor dos modelos. Um critério utilizado para a escolha do melhor modelo ARIMA é escolher o modelo que tenha a menor soma dos erros ao quadrado (SSE) ou o maior valor da verossimilhança. Todavia, esta abordagem não funcionará sempre. Frequentemente o SSE pode ser diminuído ou a verossimilhança pode ser aumentada de forma simples através do aumento do número de termos no modelo. Porém, a inserção de um novo termo pode não trazer melhorias ao modelo de forma significativa que justifique a sua inserção (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998). Uma forma de se avaliar se a inserção do novo termo justifica a sua inserção é através do critério de informação de Akaike (*Akaike's Information Criterion* – AIC).

Escolher com parcimônia um modelo significa escolher dentre as representações adequadas um modelo com o menor número possível de parâmetros (LEDOLTER & ABRAHAM, 1981). O critério de Akaike leva em conta a parcimônia na seleção de um modelo, pesando tanto a capacidade do modelo de ajustar-se a série quanto à quantidade de parâmetros utilizados.

Considerando  $m$  como a soma do número de termos estimados do modelo avaliado ( $p+q+P+Q$ ), pode-se escolher o número destes parâmetros de forma a minimizar o critério AIC, dado na equação (49). Há várias alterações no critério de *Akaike*, incluindo o Schwarz BIC (*Bayesian Information Criterion*) e FPE (*Final Prediction Error*).

$$AIC = -2 \times \log L + 2m \quad (49)$$

Não são todos os pacotes computacionais que calculam o critério de *Akaike*. Neste caso, a aproximação da equação (50) pode auxiliar na determinação deste critério.

$$-2 \times \log L \approx n \times (1 + \log(2\pi)) + n \log \sigma^2 \quad (50)$$

onde:  $n$  = o número de observações na série

$\sigma^2$  = variância dos resíduos.

Com esta aproximação, o critério de *Akaike* pode ser calculado conforme a equação (51).

$$AIC \approx n(1 + \log(2\pi)) + n \log \sigma^2 + 2m \quad (51)$$

Algumas vezes o primeiro termo é omitido porque é o mesmo valor para todos os modelos avaliados. Observa-se que considerar o sentido do AIC por si só não tem muito significado. Ele é útil na comparação de modelos através de sua utilização. Deve se escolher o modelo que possui o menor valor de AIC. Porém, a diferença no AIC em valores de 2 ou menos não é considerado substancial e pode-se então escolher o modelo por sua simplicidade de aplicação, parcimônia em relação ao número de parâmetros ou por melhor ajuste aos dados observados (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

Assim, qualquer novo modelo deve ter seus parâmetros estimados e seus valores de AIC calculados e comparados com outros modelos. Usualmente, o modelo com o menor AIC terá resíduos que aparentam ruído branco (PUKKILA & KRISHNAIAH, 1988). Cabe salientar que as previsões realizadas por estes modelos apresentados assumem que os padrões históricos nos dados observados não mudarão durante o período de previsão.

## 2.5 MEDIDAS DE ACURÁCIA

As medidas de acurácia são estatísticas que traduzem numericamente a precisão de um dado modelo. Por possuírem esta propriedade, estas medidas são utilizadas na construção dos modelos, de modo que sejam minimizadas, ou então na escolha de um modelo dentro de um grupo de modelos disponíveis (ARMSTRONG & COLLOPY, 1992). Há várias formas de calcular uma medida de acurácia. Estas medidas podem ser classificadas em medidas absolutas ou relativas.

As medidas absolutas dependem da escala, ou seja, da ordem de grandeza dos dados em estudo. As medidas mais comuns deste tipo são: Erro Quadrático Médio (*Mean Square Error* - MSE), Raiz do Erro Quadrático Médio (*Root Mean Square Error* - RMSE), Erro Absoluto Médio (*Mean Absolute Error* - MAE) e Erro Absoluto Mediano (*Median Absolute Error* - MdAE) (HYNDMAN & KOEHLER, 2006).

As medidas relativas são baseadas em erros percentuais e são independentes de escala. As mais comuns deste tipo são: Erro Percentual Absoluto Médio (*Mean Absolute*

*Percentage Error* - MAPE), Erro Percentual Absoluto Mediano (*Median Absolute Percentage Error* - MdAPE), Raiz do Erro Percentual Quadrático Médio (*Root Mean Square Percentage Error* - RMSPE) e Raiz do Erro Percentual Quadrático Mediano (*Root Median Square Percentage Error* - RMdSPE) (HYNDMAN & KOEHLER, 2006).

Pode-se ainda comparar os erros através da divisão dos erros apontados acima por erros obtidos usando algum outro método padrão de previsão como, por exemplo, o método de “passeio casual” (*random walk*) (HYNDMAN & KOEHLER, 2006).

Historicamente, dos métodos absolutos, o RMSE e o MSE têm sido os mais populares, devido as suas relevâncias teóricas no modelamento estatístico (HYNDMAN & KOEHLER, 2006). As formas de cálculo destas duas medidas são apresentadas nas equações (52) para MSE e (53) para RMSE.

$$MSE = \frac{\sum_{n=1}^N (y_n - \hat{y}_n)^2}{N} \quad (52)$$

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad (53)$$

onde: N = número de elementos da série

$y_n$  = n-ésimo valor da série

$\hat{y}_n$  = n-ésimo valor previsto da série

Já dentre as medidas relativas, a mais utilizada é o MAPE, cuja forma de cálculo é apresentada na equação (54), pois esta medida é bem interpretativa e muito apropriada no planejamento (FADER *et al.*, 2003). Armstrong & Collopy (1992), também ressaltam a preferência de escolha das medidas RMSE e MAPE em métodos de previsão.

$$MAPE = \frac{\sum_{n=1}^N \left| \frac{y_n - \hat{y}_n}{y_n} \right|}{N} \quad (54)$$

## 2.6 UTILIZAÇÃO DE PREVISÕES DE DEMANDA EM TELECOMUNICAÇÕES

As previsões de demanda já vêm sendo mundialmente utilizadas na área de telecomunicações.

Fildes & Kumar (2002) analisam a previsão de demanda em telecomunicações, tanto sob o ponto de vista de produto quanto sob a ótica de serviços. Tal demanda teve uma mudança significativa devido à extinção dos monopólios de fornecedores de serviços estatais e pelo rápido desenvolvimento de novas tecnologias competitivas. Neste estudo são abordadas várias tecnologias utilizadas, tais como comunicações via satélite, ADSL, sistemas a cabo, interconexão, provedores de longa distância, telefonia fixa e móvel.

No estudo de Forge *et al.* (2006), é apresentada uma proposta de previsão de demanda de serviços de telecomunicações móveis em um longo prazo aplicando-a no na União Européia. Sua proposta de previsão é baseada em variáveis sócio-econômicas e em construção de cenários.

No trabalho de Islam & Fiebig (2001) é apresentada uma metodologia para previsão de demanda em mercados de telecomunicações que possuíam limitações no fornecimento de serviços, o que ocasionava em uma demanda reprimida. Neste estudo, antes das aberturas dos mercados nacionais, é salientado que em 1999 havia cinquenta milhões de usuários potenciais em lista de espera cuja previsão de atendimento era de dois anos, em média. Pires (1999) já apontava os impactos da imprevisibilidade da demanda logo após a abertura do mercado brasileiro e acrescentava que esta imprevisibilidade deveria ser levada em conta na regulamentação para a entrada de novos investidores no Brasil.

O uso de redes neurais para predição de tráfego em telefonia foi realizado por Goodman & Ambrose (1994). A utilização de redes neurais não-lineares se mostrou satisfatória na previsão de picos de demanda e salientou que esta aplicação é útil em um contexto de gerenciamento de rede.

Uma visão geral de previsão de demanda com a intenção de auxiliar no planejamento de redes de telecomunicações é apresentada no artigo de Stordahl (2003), onde são descritas as necessidades desta previsão e os impactos destas na estratégia da empresa. É feita uma divisão entre previsão de demanda de acessos ( número de linhas telefônicas) e previsão de demanda de tráfego (o uso destas linhas). Stordahl afirma que dentre os modelos mais comuns para previsões de acessos e de tráfego estão as regressões, os modelos ARIMA e os modelos de

suavização exponencial. Neste estudo, a substituição de linhas telefônicas fixas por telefones móveis já é apontada como um dos motivos do decréscimo da demanda daquele serviço. Esta substituição também é apontada por Gjerde *et al.* (2005). Neste artigo são feitas previsões da evolução das tecnologias GSM, GPRS, EDGE e WCDMA na Europa Ocidental.

Além destes artigos, outros podem ser encontrados, tais como Lin (2005), que apresenta métodos para prever a demanda de novos serviços em telecomunicações, combinando regressões e métodos de suavização exponencial, a fim de que as operadoras otimizem os seus investimentos; Tsuji (2000) realiza previsões de demanda no mercado local japonês; Pappagiannaki (2003) utiliza métodos ARIMA para prever tráfegos em redes de alta capacidade; Kivirinta *et al.* (2004) realiza previsões de demanda de telefonia celular na Finlândia baseadas em métodos quantitativos e Blackman *et al.* (2007) apresenta previsões de demanda de redes sem fio na Europa.

A literatura existente sobre previsão de demanda em telecomunicações abrange os vários serviços desta área, inclusive o atendimento ao cliente, como é o caso do artigo de Araújo *et al.* (2004). Neste artigo é feita a elaboração de um modelo para previsão de demanda em um *call center* de Recife.

### **3. METODOLOGIA PROPOSTA PARA PREVISÃO DE DEMANDA DE TELEFONIA MÓVEL**

As operadoras de telefonia móvel brasileiras atuam em um cenário altamente dinâmico, competitivo, com ciclos de produto relativamente curtos e com constante renovação tecnológica. Neste cenário, uma previsão de demanda feita de forma correta faz com que sejam otimizados os recursos e que se obtenham elementos para um planejamento adequado.

Segundo Alencar (1998), uma rede de telecomunicações deve prover seus assinantes com serviços de qualidade satisfatória a um preço compatível e, portanto, os engenheiros de planejamento devem chegar a um compromisso entre desempenho e custo.

Conforme Araújo et al. (2004), as previsões de demanda são indispensáveis e sua eficácia e acuracidade tornam-se fatores críticos para que se obtenha o correto casamento entre capacidade de produção e a demanda oferecida. Erros de previsão acarretam num sistema super ou sub-dimensionado, o que traz prejuízo financeiro para a empresa. Uma boa previsão de demanda apontará para uma correta aplicação de investimentos e servirá como justificativa de investimentos. Desta forma minimiza-se o risco de super-dimensionar ou sub-dimensionar os sistemas que atenderão a demanda. O super-dimensionamento implica na incorreta aplicação de capital, o qual não terá retorno para o acionista.

Já o sub-dimensionamento da rede de equipamentos para atender a demanda futura tem seus reflexos em termos de qualidade. Caso ocorra um sub-dimensionamento, não haverá como atender a demanda de solicitação dos serviços por parte dos equipamentos, causando congestionamentos. Estes congestionamentos significam indisponibilidade de linhas e lentidão no tráfego de dados, ou seja, uma queda de qualidade do serviço. Mesmo tendo-se equipamentos de boa qualidade e uma manutenção preventiva e corretiva eficiente, a qualidade é drasticamente impactada por um rede sub-dimensionada.

Esta queda da qualidade técnica é percebida além do momento em que o cliente precisa do serviço, pois por se tratar de um serviço de comunicação móvel e o aparelho estar junto ao cliente por um grande período de tempo, o serviço deve estar disponível a todo momento, e caso ocorra uma queda na qualidade do serviço, esta é rapidamente percebida. Adicionalmente a ANATEL cobra das operadoras o atendimento de um plano de metas de qualidade, e no caso do não cumprimento deste, esta agência pode aplicar penalidades às operadoras.

Além da perda de qualidade de um sistema sub-dimensionado, perde-se também as oportunidades de venda de serviço e novamente, nesta situação, ocorre um prejuízo financeiro.

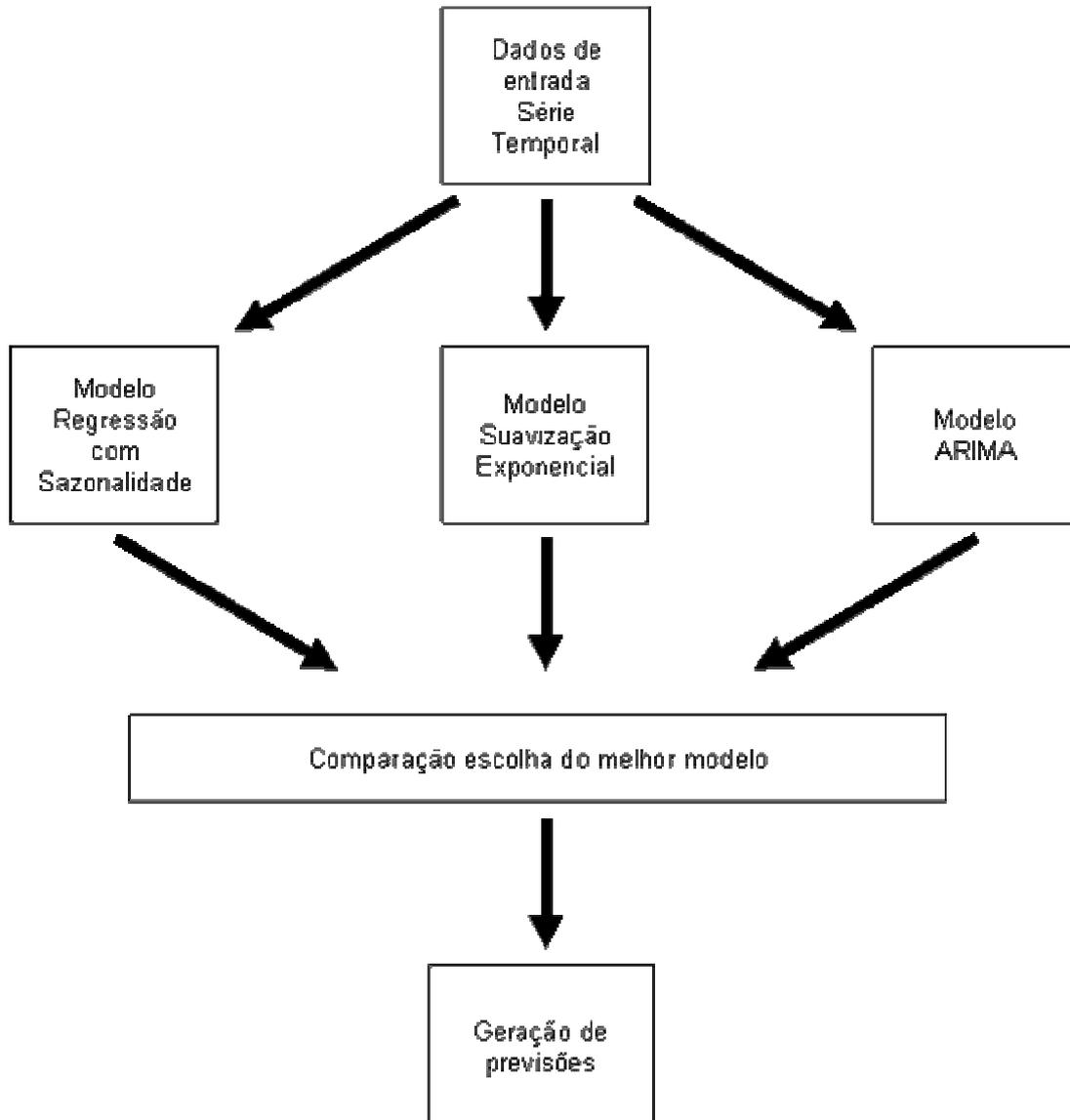
Já as empresas que produzem e vendem equipamentos e produtos para estas operadoras necessitam adequar sua planta produtiva conforme o volume futuro de vendas para atender o mercado. Uma baixa oferta de seus produtos frente a uma alta demanda de um cliente compromete a imagem destes fornecedores. Visto que o cliente está inserido em um setor dinâmico, ele exige uma resposta rápida de seus fornecedores.

Outro agente interessado na previsão de demanda deste mercado é o órgão que regula o setor, a ANATEL (Agência Nacional de Telecomunicações). De posse destas previsões, pode se antecipar na elaboração e revisão da regulamentação, estimar o volume de licenças a serem liberadas, planejar a quantidade de funcionários para fiscalização, etc.

Uma corporação com um bom instrumento de previsão de demanda otimiza seus recursos, aumenta a qualidade e competitividade e garante uma maior segurança na execução de seus planos, uma vez que minimiza a incerteza.

A proposta deste trabalho se justifica devido a necessidade de um método quantitativo que gere previsões de demanda do mercado de telefonia móvel brasileira para dar suporte a decisões aos agentes deste mercado.

Devido à popularização do uso das planilhas eletrônicas e a facilidade de realizar regressões devido a funções destinadas a este fim integradas nestes softwares, a técnica de regressão para prever séries temporais é comum em ambientes corporativos. Por outro lado, as técnicas de previsão de demanda utilizando métodos de suavização exponencial e métodos ARIMA são mais amplamente utilizadas para previsões de demanda em artigos científicos. A construção do modelo de previsão será baseada nestes métodos quantitativos de previsão de séries temporais: (i) regressões com elementos sazonais, (ii) métodos de suavização exponencial e (iii) modelos auto-regressivos integrados de médias móveis (ARIMA). A figura (2) ilustra a forma de obtenção para realizar as previsões desejadas utilizando estes métodos. Os parâmetros sazonais foram inseridos na técnica de regressão como forma de melhorar as previsões desta técnica.



**Figura 2 – Construção do Modelo de Previsão**

Na empresa analisada verificou-se o amplo uso de regressões para previsão de demanda futura, não utilizando os métodos de Suavização Exponencial e ARIMA. O método de previsão por regressão está inserido neste trabalho para poder se comparar o seu desempenho frente aos métodos de Suavização Exponencial e ARIMA.

Adotar metodologias já bem consolidadas na literatura acadêmica e em outros setores econômicos e mercados auxilia os projetistas a questionar as previsões de demanda baseadas em julgamento ou em ferramentas simples. Adicionalmente, dispendo-se de previsões de demanda originadas por mecanismos diferentes, a empresa e o seu agente decisor têm uma ótica variada em relação ao futuro, podendo ter uma decisão mais fundamentada ou mais planos de ação, se achar viável e necessário.

Os métodos de Suavização Exponencial e ARIMA são métodos mais refinados e suas previsões podem servir como componentes da previsão final da empresa, compondo-se juntamente com métodos de previsões quantitativas simples ou previsões de julgamento.

Na aplicação prática desta proposta, a organização deve possuir algumas competências para que o processo de implementação seja eficaz e não se transforme em uma atividade isolada que ocorre apenas uma vez. O processo de previsão de demanda deve ser algo contínuo, perpetuando-se junto com as atividades da empresa. São as etapas do processo que possuem início, meio e fim; mas o conjunto de etapas faz parte de um ciclo contínuo.

Conforme Kuyven (2004) são tidos como elementos necessários a uma organização, na utilização de um sistema de análise as ações de identificar e definir os processos decisórios que têm que ser tratados por uma abordagem de análise de mercado, possuir sistemas de informação com dados externos e internos e a aplicar ferramentas de análise qualitativas e quantitativas.

Segundo Pellegrini (2000), ao elaborar um sistema de previsão, é necessário ter conhecimento e habilidade em identificar e definir os problemas envolvidos no processo de elaboração deste sistema, aplicar os métodos, selecionar o método apropriado. Além disto, a organização que utilizará tais sistemas deve dar suporte, adaptar e utilizá-los.

Makridakis *et al.* (1998) ressalta que, em um modelo de previsão quantitativo, três condições são necessárias: ter as informações históricas disponíveis, ser possível quantificar estas informações em dados numéricos e supor que os aspectos que influenciaram o comportamento destes dados continuarão no futuro (premissa de continuidade). Não importa o quão sofisticado é um método de previsão quantitativo, esta premissa é necessária e embasa tais métodos.

Dentro deste cenário, foi elaborada a uma metodologia para a aplicação para a obtenção do modelo em um ambiente prático. A elaboração da metodologia foi feita através de duas reuniões com integrantes dos departamentos envolvidos. Na primeira reunião foi apresentado o objetivo do processo e partir de então várias atividades necessárias foram levantadas a partir da experiência de cada integrante. A lista de atividades foi compilada em um documento que foi repassado para cada integrante para que cada um revisse junto a sua equipe de trabalho a necessidade da atividade e a sugestão de novas atividades. Na segunda reunião foram listadas todas as atividades trazidas pelos integrantes e consolidadas em seis etapas gerais listadas a seguir e detalhadas no fluxograma da figura (3):

- (i) definição e identificação dos problemas e necessidades,
- (ii) levantamento dos dados necessários,

- (iii) organização e análise preliminar destes dados,
- (iv) estimação dos modelos de previsão,
- (v) análise e comparação dos resultados e escolha do melhor modelo,
- (vi) geração de previsões.

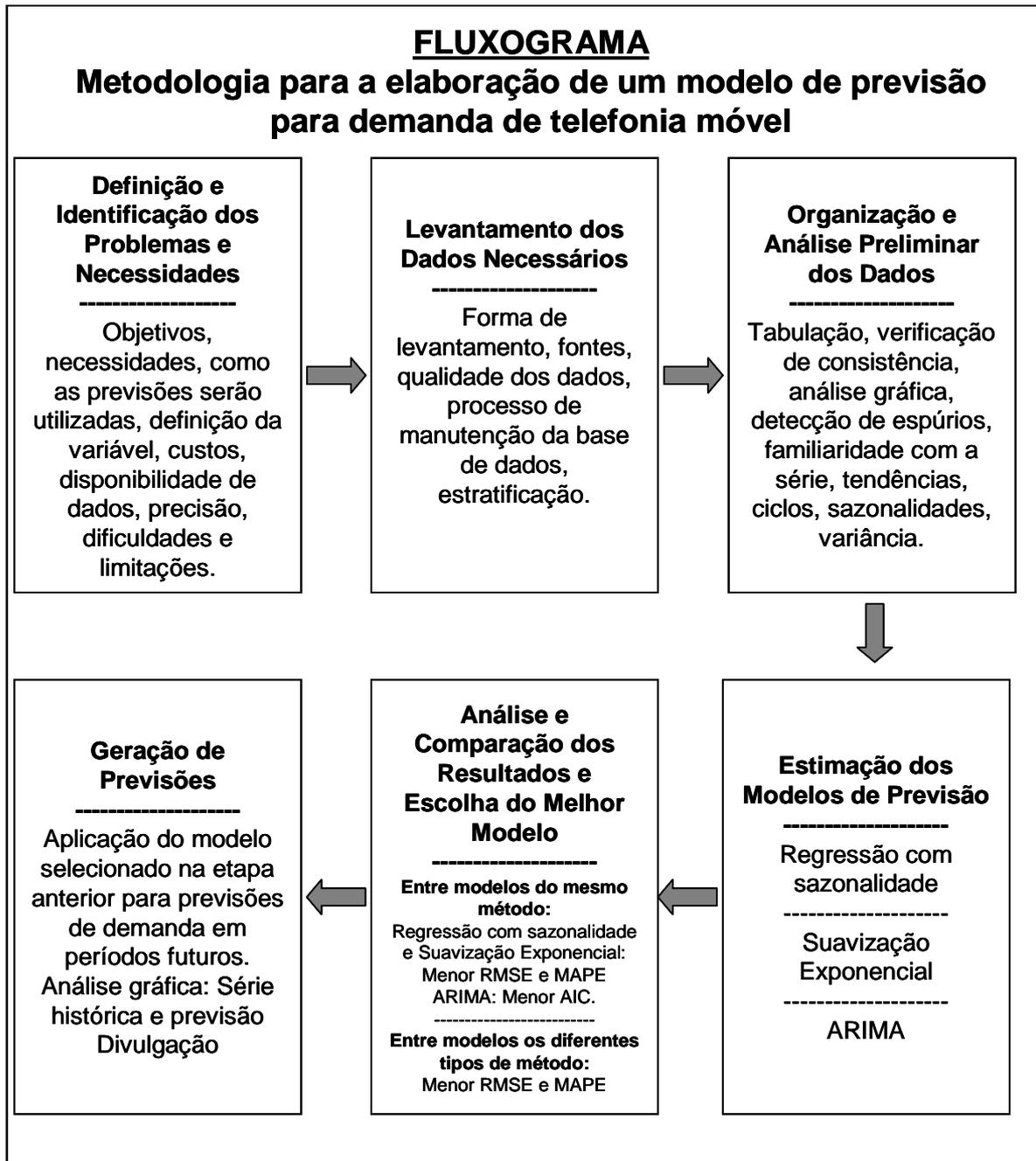


Figura 3 – Etapas da Metodologia

### 3.1 DEFINIÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DA SITUAÇÃO E NECESSIDADES

Nesta etapa inicial, deve-se identificar e definir a situação que será analisada no processo de previsão. Esta etapa é fundamental na metodologia, pois orienta a forma que as demais etapas irão seguir, principalmente, no que diz respeito à escolha dos dados a serem utilizados.

As definições iniciais não devem ser feitas apenas pela área que realizará as previsões. Os especialistas da organização devem ser consultados para que possa criar um sistema eficaz e que atenda as demandas desta organização.

Os departamentos de uma empresa, por sua vez, muitas vezes já possuem seus métodos para gerar previsões. Um departamento-cliente típico de previsões de demanda é a área de vendas. Porém, pelo motivo de que seus objetivos são aumentar o nível de vendas em relação às suas vendas anteriores, os profissionais deste departamento podem ficar tentados a alterar o valor de qualquer previsão produzida por técnicas de extrapolação de forma a refletir o seu otimismo (LINES, 1996).

Os departamentos-cliente devem ser esclarecidos da forma que as previsões são feitas e entregues para que possam adequar seus processos a estas previsões, ou então sugerir melhorias e adequações. Estes departamentos devem também reportar nesta etapa aos profissionais que elaborarão as previsões quais são as decisões que serão tomadas a partir destas previsões. Na especificação de qual o tipo de decisão será tomada a partir dos resultados obtidos pelos métodos de previsão já se delimita e orienta a definição de qual o tipo de dado que é necessário coletar. Desta especificação também se identifica as unidades dos dados em que é mais conveniente trabalhar, podendo ser unidades monetárias, físicas, de quantidade, uso, etc.

A definição de elementos temporais da metodologia – o período, o horizonte e o intervalo - também é orientada de acordo com a forma que as previsões serão utilizadas e o tipo de dado com que se trabalha. Entende-se por período, o espaçamento de tempo entre os dados observados, amiúde expressos em semanas ou meses, dependendo período em que os dados são armazenados. Já a quantidade de períodos que são cobertos pela previsão é chamada de horizonte. Este item se relaciona com a agilidade e flexibilidade da organização em relação a variações da demanda. E o espaço de tempo em que novas previsões são feitas é denominado de intervalo. Na decisão do intervalo a ser utilizado, deve-se considerar os riscos de ocorrer mudanças de comportamento na série durante o intervalo e o custo de revisar a previsão. De modo geral, adota-se como intervalo o valor do período. No método em uso, o

período é mensal, assim como o intervalo de tempo entre os dados disponíveis, e será utilizado o valor do número total de acessos como a variável de demanda.

Na utilização do método, o horizonte pode variar de um mês para previsões de curto prazo, a um ano, para planejamento anuais. Ressalta-se que o desempenho das previsões aumenta à medida que o horizonte de previsão diminui (ISIKLAR & LAHIRI, 2007). E, por se tratar de um setor dinâmico, recomenda-se que o intervalo de previsão seja mensal, igual ao período.

Juntamente com a forma de como serão utilizadas as previsões pelos departamentos-cliente, a disponibilidade de informações pode alterar o tipo de variável que está sendo trabalhada ou confirmar o seu uso. No caso de se verificar que não é possível ter como disponíveis os dados necessários, deve-se considerar a hipótese de utilizar uma variável que reflita de forma indireta o comportamento do que se deseja prever.

Neste estudo se buscará a maior acurácia possível através dos métodos utilizados. Porém, a acurácia resultante do método depende da disponibilidade dos dados e da qualidade destes dados.

No presente estudo, por se tratar de uma metodologia baseada em métodos estatísticos de previsão de séries temporais, esta metodologia assume que as condições para o comportamento da demanda no passado permanecerão no futuro, isto é, supõe-se que os padrões observados nos dados históricos se repitam no futuro. Por causa desta suposição de continuidade, premissa fundamental nos métodos quantitativos de previsão utilizados, é importante informar a todas as áreas envolvidas que não é feita uma análise de cenários diversos.

Além destas considerações, outras dificuldades e limitações podem ocorrer ao longo do processo. Ao serem percebidos nesta etapa inicial, os esforços de correção são minimizados. As características particulares de cada organização também devem ser levadas em conta para que se adapte a metodologia da melhor forma possível à cultura organizacional existente. Esta cultura envolve as atitudes, crenças, experiências e valores da organização. É definida como o conjunto de valores e normas que são compartilhadas pelas pessoas e grupos na organização e que controla o modo que estes interagem entre si e com o ambiente externo da organização (HILL & JONES, 2001). A dificuldade de implantar um novo processo será maior na proporção em que este processo for contrário a cultura vigente da organização, sendo ainda mais agravada em empresas que possuem uma cultura muito forte e específica (KOTTER & HESKETT, 1992).

As séries temporais analisadas neste trabalho são o volume total de acessos de telefonia móvel celular no Brasil estratificados de acordo com o tipo de tecnologia utilizada no Brasil (TDMA, CDMA e GSM).

A estratificação por tecnologia utilizada interessa os três agentes anteriormente citados: operadora, fornecedor e agência reguladora – pois indica em qual estágio está cada tecnologia em seu ciclo de vida. Com esta estratificação se aborda a previsão de demanda sob a perspectiva de volume global, mercadológica e tecnológica do setor de telefonia móvel brasileiro.

### 3.2 LEVANTAMENTO DOS DADOS

A condição básica desta etapa é a de ter disponíveis os dados que se deseja analisar, ou haver a possibilidade de obter estes dados. Além da inexistência dos dados, fatores como sigilo e custos de obtenção devem ser levados em conta.

Segundo Makridakis *et al.* (1998), para a elaboração de um método de previsão é fundamental se ter pelo menos dois tipos de informações: os dados estatísticos e informações qualitativas de especialistas. Estas informações subjetivas provenientes dos especialistas servem, para avaliar se os dados estatísticos têm a qualidade necessária e para validar as previsões geradas pelos métodos.

A qualidade dos dados e a forma de obtenção afetam a acurácia das previsões geradas. Estes dois elementos são críticos nesta etapa. Se a informação não representar o que se deseja analisar de forma satisfatória, de nada adianta refinar os métodos de previsão, pois os resultados já estarão comprometidos pela baixa qualidade dos dados de entrada. Da mesma forma, mesmo com dados representativos, se a coleta das informações distorcerem estes dados, previsões com baixa acurácia serão geradas pelos métodos de previsão, por melhores que sejam.

Caso a organização possua um sistema de informação com os dados necessários, esta etapa se torna de fácil execução. Porém, caso os dados estiverem indisponíveis, deve-se verificar se os dados são de possível obtenção. Caso não forem possíveis por motivos de sigilo, ou se forem inexistentes, deverá ser avaliada a possibilidade de se executar as previsões a partir de forma indireta, utilizando dados que supostamente compõem ou interferem no comportamento da variável que se deseja prever. Por outro lado, caso os dados estiverem momentaneamente indisponíveis, mas possíveis de se obter, deve-se iniciar a criação de uma base de dados com as informações necessárias aos modelos e também avaliar se

outros dados podem ser úteis no futuro para estas previsões, sempre confrontado a possibilidade de uso e a possível relevância com os custos de se obter tais dados. Nesta situação, é requerido um esforço mais demorado e dispendioso na primeira vez em que se obtêm os dados. A partir de então, apenas a atualização periódica do sistema de informações é necessária.

Dependendo do tipo de dado a ser obtido e o preparo da organização em acessar estes dados, esta etapa pode ser a mais demorada de todo o processo. Os dados utilizados devem ter uma precisão satisfatória em relação ao objetivo proposto. Dados faltantes ou imprecisos aumentarão a incerteza das previsões e afetarão a qualidade das decisões que foram baseadas nestas previsões.

Para facilitar acessos futuros a estas informações, recomenda-se que o banco de dados seja montado em sistemas informatizados. Neste banco de dados, deve ser armazenada a série temporal que se deseja analisar no futuro – no caso deste trabalho, a demanda de acessos na telefonia móvel. A forma de armazenar esta série deve permitir a estratificação dos dados de acordo com a necessidade da organização. Estando a série armazenada em um banco de dados informatizado de forma otimizada, pode se obter facilmente a estratificação desejada da série realizando um filtro no banco de dados.

Os sistemas de informação de muitas empresas já contam com recursos computacionais que satisfazem plenamente a necessidade de armazenamento de dados necessários para estas metodologias, uma vez que o armazenamento de séries temporais não requer muito de tais recursos, levando em conta a tecnologia existente e disponível no mercado. Cabe a área responsável pela metodologia adequar os sistemas de informação conforme as necessidades, ou seja, armazenar os dados necessários e estabelecer meios e rotinas de atualização constante.

Dados conjunturais e estruturais referentes a informações macro-ambientais muitas vezes são disponibilizados por órgãos governamentais que regulam a atividade dos setores econômicos em que a organização está inserida e em publicações ou associações de classe deste setor. Quanto mais específicas forem as variáveis a serem analisadas, maior a necessidade da empresa em destinar um esforço de criar e manter um banco de dados disponível e de fácil acesso, pois geralmente estes dados são obtidos através de uma pesquisa, monitoração e esforço próprios. Este tipo de dado pode ser crítico, pois alguns dados que não foram coletados no período de sua ocorrência podem nunca mais estar disponíveis. Para estes dados o período da coleta é fundamental. Assim, recomenda-se que a atualização do banco de

dados seja feita a cada período ou em um período menor do que o período pré-estabelecido, dependendo da disponibilidade e acessibilidade da informação.

Pelo exposto anteriormente, a atualização do banco de dados deve fazer parte da rotina da organização. A responsabilidade desta atualização pode caber ao departamento que realizará as previsões ou por algum outro departamento que cuida dos sistemas de informação da organização. Há também organizações que distribuem esta tarefa pelos departamentos de forma que a responsabilidade de inserir determinada informação seja do departamento em que esta informação tenha maior afinidade. É importante, porém que a responsabilidade seja explícita e esta responsabilidade não se restrinja em apenas atualizar o banco de dados, mas também garantir a inserção correta dos dados e preservar a integridade do mesmo, tomando medidas de segurança para que o banco não seja violado.

### 3.3 ORGANIZAÇÃO E ANÁLISE PRELIMINAR DOS DADOS

Antes da obtenção e aplicação do modelo para prever, faz-se necessário organizar os dados obtidos e realizar uma análise preliminar dos mesmos para verificar a consistência, alguns aspectos de qualidade das informações e o comportamento da variável em estudo.

A forma adotada para organização dos dados é a forma tabular, ou modelo plano, que consiste em uma matriz simples de duas dimensões. Este modelo, além de ser simples, é a base das planilhas eletrônicas existentes no mercado. Os dados são organizados na forma de tabela, com uma coluna contendo a data e com outra coluna contendo o respectivo dado do período. Por exemplo, no caso específico deste trabalho a primeira coluna conterà o mês e na segunda coluna o número de acessos globais. No caso de serem analisadas várias variáveis e os intervalos de coleta de cada dado e o período total de análise forem iguais, para fins de facilitar o armazenamento das informações, sugere-se ter a primeira coluna o período de tempo e outras colunas com os respectivos dados, tendo-se uma série em cada coluna. A ordem das linhas deve seguir a evolução temporal na qual os dados foram coletados, e os dados redundantes, que porventura possam existir, devem ser investigados.

A seguir, realiza-se uma análise da série temporal que se irá trabalhar para a construção do modelo através dos três métodos citados. Estas análises preliminares possibilitam ao observador adquirir uma noção das características da série. A experiência do observador, com este tipo de análise facilita muito esta etapa, podendo até já começar a ter

indicativos de qual o método é o mais adequado para elaborar previsões para a série em estudo.

Para se ter uma idéia da ordem de grandeza e variabilidade, verifica-se quais são os valores: máximo, mínimo, média e desvio padrão de cada série. Estes valores podem ser colocados no topo de cada coluna da respectiva série. Parte-se então para a análise gráfica que permite uma melhor visualização do comportamento das séries temporais e a detecção de possíveis dados atípicos. Elabora-se um gráfico para cada série, tendo no eixo das abscissas o período de tempo e no eixo das ordenadas o respectivo valor da série. As escalas utilizadas nestes eixos são lineares para não distorcer a visualização e deve ser adequada de forma a poder-se visualizar todo o período da série disponível na base de dados e toda a sua amplitude.

Tão logo o gráfico estiver elaborado, observa-se a ordem de grandeza da série, da amplitude e das frequências das oscilações. Verifica-se também a tendência da série, observando se a mesma é crescente ou decrescente. Em muitos casos, pode-se ter uma idéia do tipo de função que melhor representa a série. Como ferramenta auxiliar pode-se acrescentar ao gráfico uma linha representando as médias móveis a fim de suavizar a série e reduzir os efeitos da aleatoriedade. A sazonalidade, se ocorrer, também pode ser detectada na visualização gráfica da série. Por se tratar de dados obtidos mensalmente, caso a sazonalidade ocorra, estas irão ocorrer em períodos tais como: dias das mães ou Natal.

No caso de séries que não oscilam em torno de um nível, ou seja, apresentam uma tendência, deve-se construir um segundo tipo de gráfico com as diferenças entre um mês outro na tentativa de tornar a série estacionária. Esta série é denominada de série diferenciada. Nesta nova série, têm-se como objetivos conhecer o comportamento geral desta, verificar quais são as estatísticas descritivas e analisar os valores atípicos. Os dados atípicos de demanda podem ser causados por eventos macro ou micro-econômicos, promoções, grandes esforços esporádicos de venda, etc. Mas há também podem ocorrer devido ao algum erro de levantamento, tais como erro de leitura, problemas nos sistemas de obtenção dos dados, ou até erros de digitação. Estes dados atípicos devem ser analisados pelos profissionais da empresa que tenham familiaridade com os eventos de marketing, vendas e mercado a fim de se obter explicações práticas em relação aos motivos do surgimento do dado atípico em questão.

Os dados atípicos, seja qual for a sua origem, distorcem os valores das previsões pois são casos isolados que ocorreram no passado e que é esperado que estas mesmas origens não ocorram no futuro de forma regular de forma a incorporar o comportamento usual da série. Como os métodos de previsão quantitativos de série temporais têm a premissa de supor que o

mesmo comportamento que se têm no passado ocorra no futuro, utilizando-se os valores atípicos na construção dos modelos gerará uma previsão que levará em conta, erroneamente, o comportamento dos dados atípicos.

No caso de um dado atípico ser detectado, o tratamento a ser adotado pode ser utilizar uma previsão gerada por algum modelo provisoriamente ajustado aos dados ou utilizar o valor médio dos valores adjacentes ao dado atípico e substituir o valor deste dado atípico. Caso seja observada uma sazonalidade na série, isto deve ser considerado no momento de se estimar um valor substituto ao dado atípico. O mesmo procedimento pode ser adotado para dados faltantes.

Outro fator importante de ser observado é se a variância da série se mantém uniforme ao longo de toda a série. Caso a variância sofrer alterações muito bruscas em alguma parte da série, recomenda-se utilizar somente a parte mais recente da série e que possui uma variação mais uniforme, porém este procedimento só é válido para séries que contêm um grande número de dados.

### 3.4 ESTIMAÇÃO DOS MODELOS DE PREVISÃO

Esta etapa é o primeiro passo para a obtenção, em si, do modelo de previsão. As técnicas de previsão quantitativas utilizadas para construção deste modelo são a regressão linear adicionada a sazonalidade, suavização exponencial e modelos auto-regressivos integrados de médias móveis (ARIMA). Ao final desta etapa se terá três modelos, cada um baseado em um método diferente de obtenção, com os parâmetros ajustados a série em estudo. A forma de obtenção destes modelos é a indicada no capítulo 2.

### 3.5 ANÁLISE, COMPARAÇÃO E ESCOLHA DO MODELO

Neste ponto do processo de previsão já se têm os modelos com os melhores ajustes obtidos pelos métodos de regressão com sazonalidade, suavização exponencial e modelos auto-regressivos integrados de médias móveis.

A abordagem usual para a elaboração de um modelo de previsão envolve a escolha de um método de previsão entre vários candidatos, a partir do qual serão geradas as previsões (LIN, 2005).

Na escolha do melhor modelo, neste trabalho, o fator custo não é computado. Porém, em implementações práticas em organizações este custo deve ser considerado, principalmente em pequenas organizações, uma vez que o custo de uma estrutura para realizar previsões pode ser elevado para o porte destas organizações.

A escolha se dará através do modelo que possui a melhor acurácia dentre os três, através da comparação de valores de série preditos pelo modelo para períodos em que já se têm valores observados, utilizando as métricas da Raiz da Média dos Erros Elevados ao Quadrado (RMSE) e do Erro Absoluto Médio Percentual (MAPE). O modelo que apresentar a maior acurácia, segundo estas métricas, será o modelo escolhido. Estas medidas, além de servirem como elementos de escolha do modelo, podem também monitorar as previsões à medida que vão sendo geradas e confrontadas com os valores reais, para verificar ao longo do tempo a validade do modelo (BOWERMANN, 1993).

Além de analisar o RMSE e o MAPE é importante analisar outras métricas além da acurácia, tais como a análise da distribuição do erro, análise gráfica do comportamento do erro ao longo do tempo de observação, variância, erro padrão, e para os modelos ARIMA, o AIC.

### 3.6 GERAÇÃO DE PREVISÕES

Após a seleção do modelo com a melhor acurácia e que tenha um comportamento de erros satisfatório, aplica-se este modelo de acordo com o horizonte pretendido.

Para fins de visualização do comportamento e da evolução das previsões e as diferenças das previsões com os dados originais, de modo a facilitar a compreensão dos dados gerados pelo modelo, gera-se um gráfico contendo os valores históricos observados e os valores gerados pelo modelo ao longo do tempo.

Tão logo as previsões forem geradas, procede-se com a divulgação destas para as áreas envolvidas. A divulgação feita de forma correta é relevante para o processo. A distribuição deve ser feita para os profissionais indicados para receber as previsões, cuidando-se para que todos aqueles que a organização entende que necessitam das previsões as recebam e, por questões de sigilo, somente estes profissionais as recebam. A distribuição pode ser feita formalmente através de uma reunião periódica ou extraordinária, ou através de meios de comunicação internos da organização. Assim, entende-se como encerrado o ciclo de etapas de previsão.

O modelo construído deve ser atualizado continuamente em resposta as mudanças que ocorrem devido a ações da empresa, ou devido a evolução da demanda do serviço (CHEN *et al.*, 2005). Isto torna este processo contínuo, que deve ser incorporado à empresa. O processo é iniciado, a partir da coleta de dados e manutenção do banco de dados. A cada período de tempo transcorrido, para qualquer técnica utilizada para previsão de demanda, é possível reavaliar o modelo utilizado e seus parâmetros de acordo com os novos valores reais observados. Estas monitorações e revisões tornam-se então parte atividade. De tempos em tempos, se ajusta o modelo de forma que os eventuais erros de novas previsões corrijam os parâmetros, ou até mudem o modelo.

Periodicamente a primeira etapa deve ser também revista. Por estar em um mercado altamente dinâmico, os interesses e objetivos da organização também o são, e o processo de previsão deve ser constantemente adaptado para atender a estes interesses e objetivos.

### 3.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS QUANTO À IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA DA METODOLOGIA

Para a implementação prática em uma organização, há fatores fundamentais que devem ser considerados. Como as organizações diferem muito uma das outras e para que um processo tenha sucesso na sua implementação, este deve ser adaptado às rotinas e a cultura da empresa. Esta adaptação deve ser pensada e planejada pelos responsáveis por implantar a metodologia de previsão. Ter uma metodologia estabelecida é importante, pois assegura um maior controle das ações em andamento e evita-se que ao longo do processo se executem práticas que levam ao insucesso. Além disso, ao ter-se claramente estabelecida uma metodologia é facilitada a análise e melhoria desta metodologia.

Outro fator importante é a consciência das diretorias, gerências e profissionais envolvidos da importância da criação de um processo de previsão de demanda. Tendo conhecimento da evolução da demanda no futuro, é facilitado o planejamento e, por conseguinte, se economizam recursos e esforços na execução deste planejamento, evitando retrabalhos e ajustes a variações de comportamentos de demanda que podem ser previsíveis. Além disto, dependendo do tipo de decisão que é tomada baseada nestas previsões, a importância desta atividade pode ser ainda maior, afetando a esfera estratégica da gestão. Além de estar presente no âmbito operacional da empresa, deve ser questionada no

planejamento estratégico de empresa a existência de previsões de demanda futura e a forma em que é empregada (GIANESI & CORRÊA, 1994).

Por fim, a organização deve fornecer recursos para que o processo seja realizado de forma satisfatória, investindo em conhecimento e alocando recursos humanos, físicos e financeiros. Uma vez tendo estes recursos, a atividade referente a este processo deve ser delegada de forma clara a um determinado setor ou profissional, os quais devem estar aptos para trabalhar com a metodologia proposta.

As etapas apresentadas serão aplicadas no próximo capítulo em um caso prático, subdividido em três tipos de tecnologias, a fim de apresentar, o funcionamento da abordagem descrita.

## 4. ESTUDO PRÁTICO NA TELEFONIA MÓVEL

Como o objetivo de aplicar a metodologia apresentada no capítulo anterior, foi realizado um estudo de caso envolvendo a demanda de acessos de telefonia móvel no Brasil, através de uma empresa de telecomunicações, para fins de aplicação prática das etapas. Para realizar a modelagem dos dados, foram utilizadas como ferramentas computacionais o pacote estatístico *SPSS Release 13 for Windows* e a planilha eletrônica *Microsoft Excel*.

### 4.1. ETAPAS INICIAIS

A área de Engenharia e Marketing da empresa, considerados departamentos-cliente das previsões, cujas atividades de planejamento são diretamente impactadas pelo comportamento da demanda, foram os impulsionadores deste estudo de caso. A tecnologia utilizada pelo usuário é um dos itens mais importantes do planejamento, visto que existem muitos equipamentos dedicados para cada tecnologia e o dimensionamento da expansão é baseado na demanda de cada tecnologia. Uma demanda super-dimensionada significa desperdício de recursos e uma demanda sub-dimensionada significa perda da qualidade do serviço. A previsão de demanda também é importante para o planejamento de tecnologias que estão em declínio em relação ao seu uso. Isto ocorre, pois a manutenção da infra-estrutura mínima para atender os clientes que ainda utilizam esta tecnologia possui um custo fixo, o que torna tecnologia mais desfavorável em termos de retorno financeiro, já que as receitas advindas destes poucos clientes não cobrem estes custos. Logo, o planejamento deve contemplar a minimização destes recursos.

Foi estabelecida, juntamente com os departamentos-cliente, a utilização do número de linhas de telefonia celular, também chamado de acessos, de cada tecnologia. Este número será considerado como a demanda para realizar previsão usando análise de séries temporais. Como as previsões obtidas serão utilizadas como uma variável de entrada nos planejamentos dos departamentos-cliente é importante que se busque por modelos que gerem previsões mais acuradas.

Os dados utilizados neste trabalho foram coletados a partir da base de dados oficial da Agência Nacional de Telecomunicações. Os dados foram disponibilizados na forma pretendida para entrada nos modelos de previsão, ou seja, número de acessos – linhas de telefones celulares – em cada mês, no período de Agosto de 2002 a Julho de 2007. Os dados também já foram entregues de forma estratificada, conforme o período estabelecido.

Uma característica das séries das demandas de telefonia celular no Brasil que facilita a análise e a organização dos dados para construção de modelos é que a ordem de grandeza da demanda é alta. Por se tratar de valores discretos isto diminui o efeito da diferença entre os números inteiros, se aproximando de uma série contínua. Isto pode ser um problema para previsão de demanda de séries discretas de valores baixos e irregulares. Neste caso, seria recomendado agrupar estas séries de pequeno valor e gerar previsões de demanda agregada.

Visando obter as previsões foram abordadas três tecnologias: TDMA (*Time Division Multiple Access*), CDMA (*Code Division Multiple Access*) e GSM (*Global System for Mobile Communications*). O sistema analógico AMPS (*Advanced Mobile Phone System*) não foi considerado por possuir uma baixa utilização – menos de 0,1% do volume total de linhas de telefonia móvel no Brasil.

	<b>Antes da implantação do processo</b>	<b>Após a implantação do processo</b>
<b>Definição e identificação dos problemas e necessidades</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Não havia um conhecimento generalizado de ferramentas de previsão.</li> <li>- As previsões eram feitas de forma qualitativa ou através de regressões lineares.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Foram feitas as definições iniciais pelas áreas envolvidas no processo e apresentados os métodos estatísticos que serão utilizados.</li> <li>- A previsão de demanda de acessos móveis foi considerada como a mais importante e a estratificação definida por tecnologia.</li> <li>- O período foi definido como um mês, horizonte como três meses e uma nova rodada no início de 2008.</li> </ul>
<b>Levantamento dos dados necessários</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Inexistência de um banco de dados único.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilização de dados oficiais da ANATEL para criação de um banco.</li> <li>- Criação de um banco de dados único e informatizado, com um departamento responsável e com atualização constante.</li> <li>- Estabelecimento de uma política de segurança e acesso ao banco de dados</li> </ul>
<b>Organização e análise preliminar dos dados</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Como os dados não estavam integrados em um banco único, cada departamento fazia sua própria organização e análise.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- O departamento responsável pelo banco de dados também foi incumbido de organizar os dados e consultar especialistas periodicamente para a análise destes dados.</li> <li>- O banco de dados possui uma ferramenta que automaticamente gera um relatório contendo gráfico e estatísticas da série, que auxiliam a identificação de dados atípicos.</li> </ul>

**Tabela 1 – Mudanças relevantes na empresa em relações as etapas iniciais do processo**

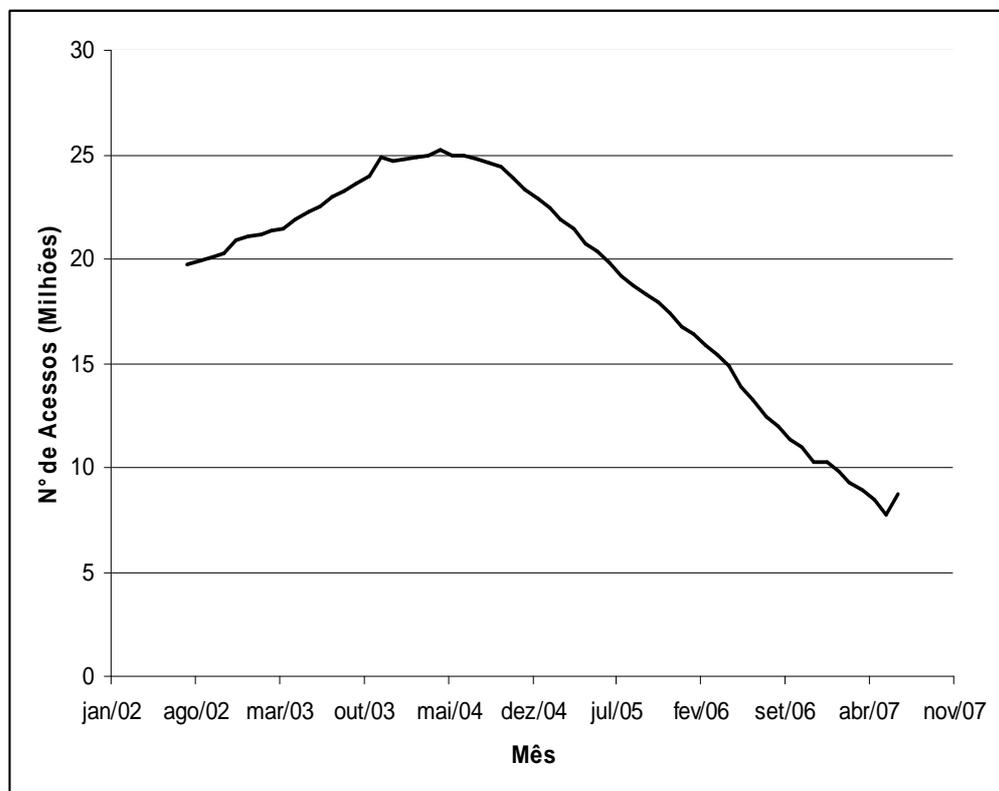
Nesta primeira rodada de previsões foi decidido apresentar as previsões até Outubro de 2007. Desta forma, foi definido o horizonte de três meses para estas previsões.

Em relação às etapas iniciais do processo, as mudanças mais relevantes na empresa estão apontadas na Tabela 1.

A seguir, foram seguidas as etapas seguintes de estimação dos modelos de previsão, análise e comparação dos resultados e escolha do melhor modelo, e geração de previsões.

#### 4.2 MODELOS DE PREVISÃO PARA A TECNOLOGIA TDMA

O TDMA é uma tecnologia que vem sendo substituída por duas outras tecnologias no Brasil: o CDMA e o GSM. Apesar de ser um sistema ainda utilizado por grande parte das operadoras de banda “B”. A tecnologia TDMA teve suas primeiras implantações no Brasil no final da década de 90. Conforme pode ser observado na Figura 4, o sistema TDMA já se encontra em declínio. Analisando o período de Agosto de 2002 a Julho de 2007, pode-se verificar o comportamento de ascensão e queda do uso desta tecnologia no Brasil, a parte de inflexão do ciclo de vida da tecnologia, com o seu auge em maio de 2004, totalizando um pouco mais de 25 milhões de linhas. A partir de então, ocorre um declínio, devido à substituição progressiva desta tecnologia por tecnologias mais modernas.



**Figura 4 – Número de Acessos de Telefonia Móvel com Tecnologia TDMA existentes no Brasil entre Agosto de 2002 e Julho de 2007**

[fonte: ANATEL]

A série, no período analisado, possui seu ponto máximo em maio de 2004, com 25.186.414 acessos e o seu ponto mínimo no penúltimo valor da série, com 7.706.966 acessos.

Na Figura 4, observa-se também que existem picos locais nos meses de dezembro dos anos de 2002 e 2003. Os meses de dezembro são os meses de maiores ofertas e vendas de telefones celulares devido ao Natal. Estes picos ocorreram apenas na região crescente do ciclo de vida do produto, período em que estão sendo vendidas novas linhas de telefones celulares e, portanto, há picos nestes meses de maior venda. Na região de declínio, ainda observando a Figura 4, em um período que os clientes estão substituindo seus celulares por outra tecnologia, seria esperado que em períodos de pico, ocorresse um declínio mais acentuado, acelerando a baixa nas vendas deste produto em meses de maior venda. Este fenômeno não aparece nos dados coletados devido a três tipos de casos:

- No caso do cliente substituir sua linha telefônica junto à mesma operadora, a operadora mantém na sua base de dados a linha antiga do cliente, por motivos operacionais de atualização de base de dados. Como é levado algum tempo para exclusão da linha antiga, o declínio acelerado no mês de maior venda é diluído em meses seguintes.
- Considerando que 80% da base dos usuários de telefonia móvel são usuários pré-pagos, há também um grande número de casos de usuários que adquirem linhas de tecnologias mais novas e mantém ainda suas linhas TDMA até expirarem os seus créditos o que também causa uma sobrevida do TDMA ao longo do tempo.
- Finalmente, de forma similar ao caso anterior, existe o caso onde o usuário adquire uma linha de outra operadora em uma oferta de final de ano. Este usuário mantém a sua linha antiga até expirar os seus créditos e a operadora mantém o cliente em sua base. Mesmo expirando os créditos do usuário, a operadora ainda considera este usuário como cliente e há ainda um período de alguns meses antes de desativar o usuário por falta de uso da linha, dependendo da operadora e da urgência de limpeza da base devido à ocupação do sistema. Cabe salientar também que é proveitoso para a operadora, sob o ponto de vista de receita, de deixar as linhas ativas, caso o usuário ainda receba ligações. Desta forma a operadora é remunerada pela outra operadora que origina a chamada.

#### **4.2.1. Modelo por Decomposição para a tecnologia TDMA**

Os modelos, apresentados a seguir, decompõem a série em uma componente de tendência, modelada através de regressões da própria série, e em uma componente sazonal.

Primeiramente, para modelar-se a componente de tendência, foram feitas regressões polinomiais quadrática e cúbica da série temporal, sendo a demanda a variável dependente  $Y$  e o tempo ( $t = 1, 2, 3, \dots$ ) a variável independente, foram obtidos os resultados apresentados na Tabela 2. O valor da regressão linear não é apresentado devido ao comportamento do gráfico da curva observado na Figura 4. Como existe um crescimento e um declínio, a regressão linear não é adequada.

Através dos valores de  $R^2$ , RMSE e MAPE, nota-se que a equação cúbica é melhor do que a quadrática, tendo o seu valor de  $R^2$  maior e os valores de RMSE e MAPE menores do que a equação quadrática. Desta forma, elege-se como modelo de tendência desta série o polinômio de terceiro grau.

Tipo	Equação	$R^2$	RMSE (x1000)	MAPE
Polinomial de Segundo Grau (Quadrática)	$Y = -11.180,22 t^2 + 434.456,89 t + 19.412.021,08$	0,9607	1.057	5,701%
Polinomial de Terceiro Grau (Cúbica)	$Y = 199,43 t^3 - 29.427,98 t^2 + 883.391,80 t + 17.036.162,06$	0,9839	676,8	2,869%

**Tabela 2 – Equações obtidas para a modelagem da tendência da série temporal do número de acessos TDMA**

Mês	Componente Sazonal
1	-2.895
2	-10.984
3	-88.355
4	-85.201
5	-58.219
6	-190.939
7	127.244
8	157.094
9	74.258
10	18.866
11	-17.819
12	76.951

**Tabela 3 – Componente sazonal  $S_m$  para o modelo elaborado por decomposição para a série temporal do número de acessos TDMA**

Na modelagem da componente da sazonalidade, foram analisadas as formas de sazonalidade aditiva e multiplicativa, já utilizando a equação cúbica como modelo da tendência da série, subtraindo-se esta tendência para a obtenção dos componentes de

sazonalidade. No caso da sazonalidade na forma multiplicativa, o valor do RMSE sobe para 702.033,6 e valor de MAPE sobe para 2,94. Na forma aditiva, os resultados são melhores do que a modelagem feita somente pela tendência. O valor do RMSE com este tipo de inserção de sazonalidade é igual a 670.211 e o valor de MAPE igual a 2,98. Os componentes sazonais para cada mês da modelagem aditiva estão apresentados na Tabela 3.

Portanto, a modelagem por decomposição é a da equação (55), tendo como os componentes de sazonalidade os respectivos valores “ $S_m$ ” da tabela 3, de acordo com cada mês no instante “ $t$ ” calculado.

$$Y = 199,4 t^3 - 29.427 t^2 + 883.391 t + 17.036.162 + S_m \quad (55)$$

Onde:  $Y$  = valor previsto da série

$t$  = instante da série

$S_m$  = valor do componente sazonal no instante  $t$ .

#### 4.2.2 Construção do Modelo por Suavização Exponencial para a tecnologia TDMA

Visando obter as melhores previsões, realizou-se também a modelagem da demanda usando o método de suavização exponencial. Baseado neste tipo de método, a série em estudo foi obtida utilizando três tipos de modelos: suavização exponencial simples, bi-paramétrico de Holt e Holt-Winters. Na modelagem pelo método Holt-Winters foi considerada a sazonalidade sob a forma aditiva e multiplicativa. Ao aplicar estas metodologias, foram estimados, os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  de forma a minimizar a soma dos erros quadráticos.

Ao construir o modelo, baseando-se no método de suavização exponencial simples, obtém-se o parâmetro  $\alpha$  igual à unidade. Isto significa que o melhor modelo que se obtém com este método é tomar como valor previsto da série, para o próximo período, o mesmo valor da série no período anterior. A este tipo de modelo dá-se o nome de “método ingênuo de previsão” (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998). O valor inicial  $L_1$  adotado foi o primeiro valor da série.

Para o método Bi-Paramétrico de Holt, se utilizou os valores iniciais de  $L_1$  igual ao primeiro valor da série e  $T_1$  como a diferença entre o segundo e o primeiro valor da série.

Com o método de Holt-Winters, foram construídos na forma multiplicativa e aditiva, e para estes modelos, foram utilizados valores iniciais  $L_t$  e  $T_s$  calculados através das equações (22) e (23) e também calculados através de regressão linear, considerando os “ $s$ ” valores iniciais.

Os resultados estimados para os modelos encontram-se na Tabela 4. O modelo que apresentou os menores valores de RMSE e MAPE e, portanto, a melhor adaptação à série foi o modelo Bi-Paramétrico de Holt, com RMSE igual a 299.155 e MAPE igual a 1,2606. O modelo de suavização exponencial simples foi o que apresentou os valores de RMSE e MAPE mais altos.

Com base nas medidas de acuracidade, o modelo escolhido foi o modelo gerado a partir do método de Bi-paramétrico de Holt, e é descrito conforme as equações (56) e (57). A partir da equação (58) é possível obter as previsões h passos à frente.

$$L_t = 0,88 * y_t + (1 - 0,88) * (L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (56)$$

$$T_t = 0,39 * (L_t - L_{t-1}) + (1 - 0,39) * T_{t-1} \quad (57)$$

$$P_{t+h} = L_t + T_t * h \quad (58)$$

Onde:  $L_t$  = componente de nível do modelo no instante t

$T_t$  = componente de tendência do modelo no instante t

$P_t$  = previsão no momento t

h = horizonte da previsão

$y_t$  = valor da série no instante t

Como exemplo de uso destas equações, utilizando os três primeiros valores da série:

$$y_1 = 19.733.780$$

$$y_2 = 19.869.670$$

$$y_3 = 20.069.234$$

Assumindo que:

$$L_1 = y_1 = 19.733.780$$

$$T_1 = 0$$

Obtém-se:

$$L_2 = 0,88 \times 19.869.670 + (1-0,88) \times (19.733.780 + 0) = 19.853.887$$

$$T_2 = 0,39 \times (19.853.887 - 19.733.780) + (1-0,39) \times 0 = 45.842$$

$$P_2 = 19.853.887 + 45.842 = 19.899.729$$

Na etapa seguinte :

$$L_3 = 0,88 \times 20.044.233 + (1-0,88) \times (19.853.887 + 135.890) = 20.037.698$$

$$T_3 = 0,39 \times (20.037.698 - 19.853.887) + (1-0,39) \times 45.842 = 99.658$$

$$P_2 = 20.037.698 + 99.658 = 20.137.356$$

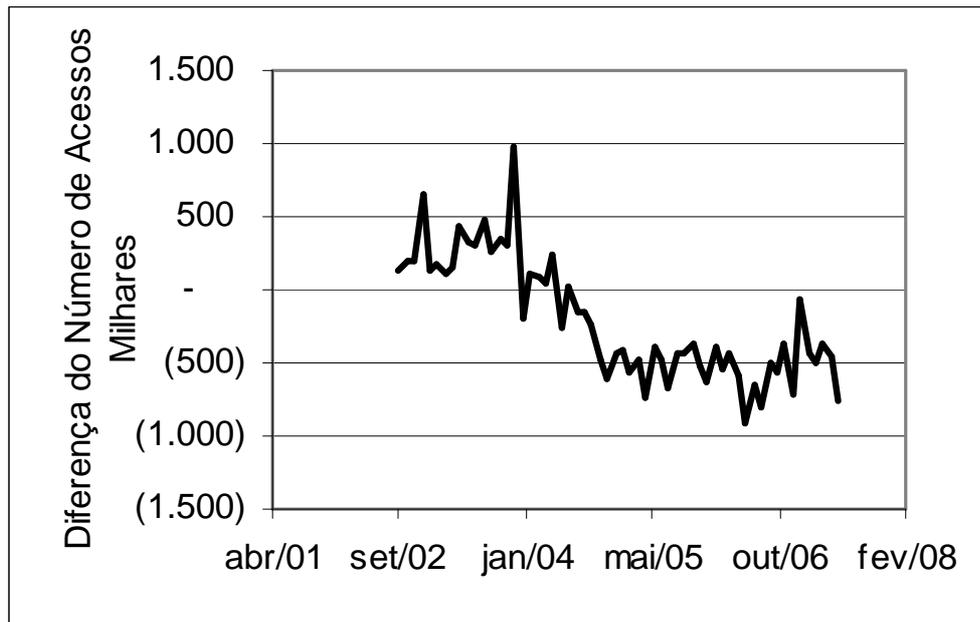
Método de Suavização Exponencial	Parâmetros		RMSE (x1000)	MAPE
	$\alpha$			
<b>Simples</b>	$\alpha$	1,00	478,3	2,688%
<b>Bi-Paramétrico de Holt</b>	$\alpha$	0,88	<b>299,1</b>	<b>1,260%</b>
	$\beta$	0,39		
<b>Holt-Winters Aditivo (Valores Iniciais por Regressão Linear)</b>	$\alpha$	0,73	316,3	1,469%
	$\beta$	0,53		
	$\gamma$	1,00		
<b>Holt-Winters Aditivo (Valores Iniciais por Fórmulas Indicadas)</b>	$\alpha$	0,93	375,3	1,602%
	$\beta$	0,18		
	$\gamma$	1,00		
<b>Holt-Winters Multiplicativo (Valores Iniciais por Regressão Linear)</b>	$\alpha$	0,75	317,1	1,441%
	$\beta$	0,51		
	$\gamma$	1,00		
<b>Holt-Winters Multiplicativo (Valores Iniciais por Fórmulas Indicadas)</b>	$\alpha$	0,94	368,5	1,564%
	$\beta$	0,18		
	$\gamma$	1,00		

**Tabela 4 – Resultados dos parâmetros e RMSE de cada método de suavização exponencial na série temporal de acessos TDMA**

#### 4.2.3 Construção do Modelo pelo Método ARIMA para a tecnologia TDMA

A fim de tornar a série estacionária para a construção dos modelos ARIMA, a série temporal de acessos TDMA da figura 4 foi diferenciada, subtraindo o valor de cada instante da série de seu valor anterior. Ao realizar este processo uma vez, foi obtida a série apresentada no gráfico da Figura 5.

Nota-se na Figura 5 que com apenas uma diferenciação a série ainda não é estacionária, pois há uma variação na média ao longo do tempo. Desta forma, se efetuou novamente uma segunda diferenciação sobre a série da Figura 5, a qual resultou na série apresentada na Figura 6. Com esta segunda diferenciação, a série se torna estacionária, pois não há evidência de variação da média. O valor médio desta série é de -12.656. Não há evidências também de alterações na variância desta série.



**Figura 5– Série obtida pela primeira diferenciação da série temporal de acessos TDMA**

Por se tratar de uma segunda diferenciação, pode-se interpretar este gráfico como apresentando uma aceleração muito rápida, e em janeiro de 2004 houve uma brusca desaceleração, diminuindo a velocidade que a série adquiriu com o pico de vendas do Natal de 2003. Em janeiro de 2004, conforme a Figura 5, se nota que alguns clientes já saíram do sistema TDMA – valores negativos na primeira diferenciação - pela primeira vez, o que colaborou com a ocorrência do ponto mínimo da série da Figura 6. Por este ponto ser uma resposta do mercado referente a desaceleração após um pico de vendas e não ter uma diferença significativa na série original, este ponto mesmo será mantido. Este ponto aponta uma sazonalidade que ocorre no mês de dezembro e que pode ocorrer em meses seguintes.

As Figuras 7 e 8 apresentam os gráficos de ACF (*Autocorrelation Coefficient Function*) e PACF (*Partial Autocorrelation Coefficient Function*) da série duplamente diferenciada.

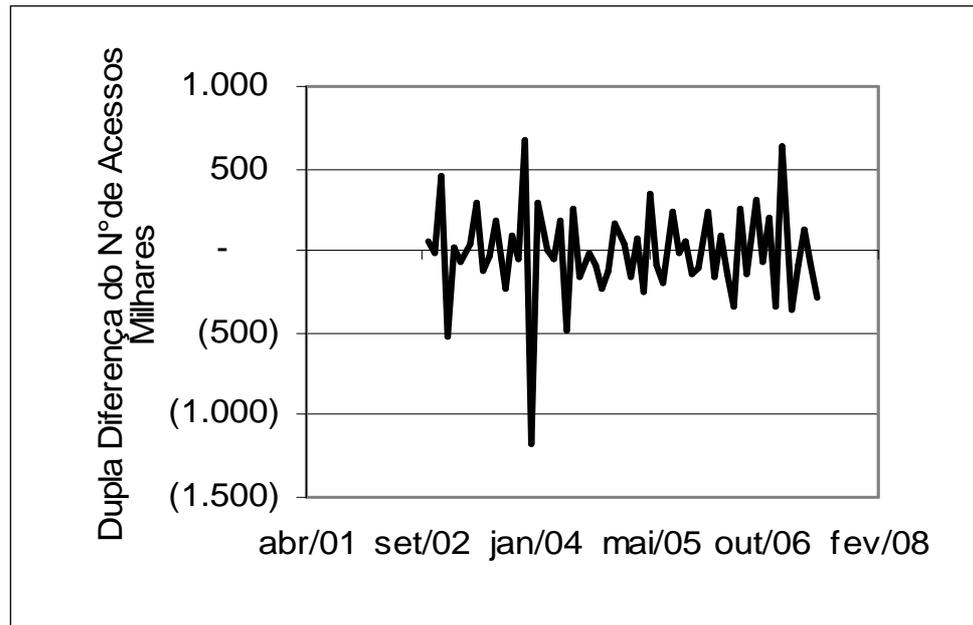


Figura 6 – Série obtida pela segunda diferenciação da série temporal de acessos TDMA

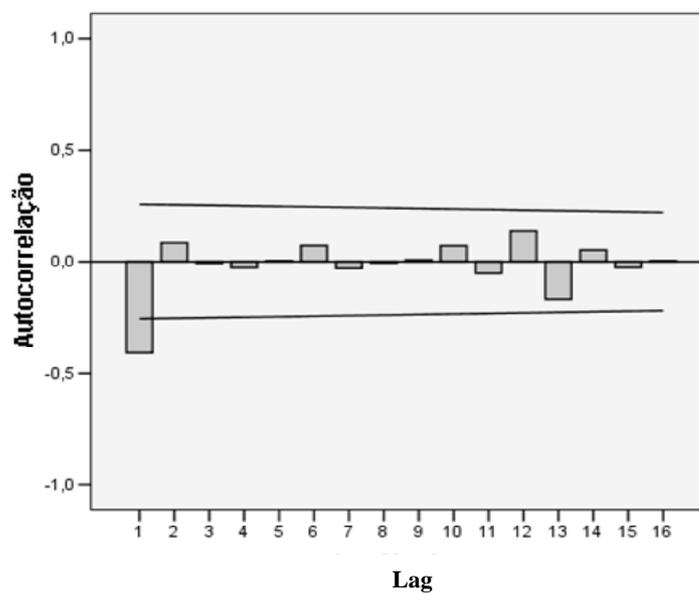
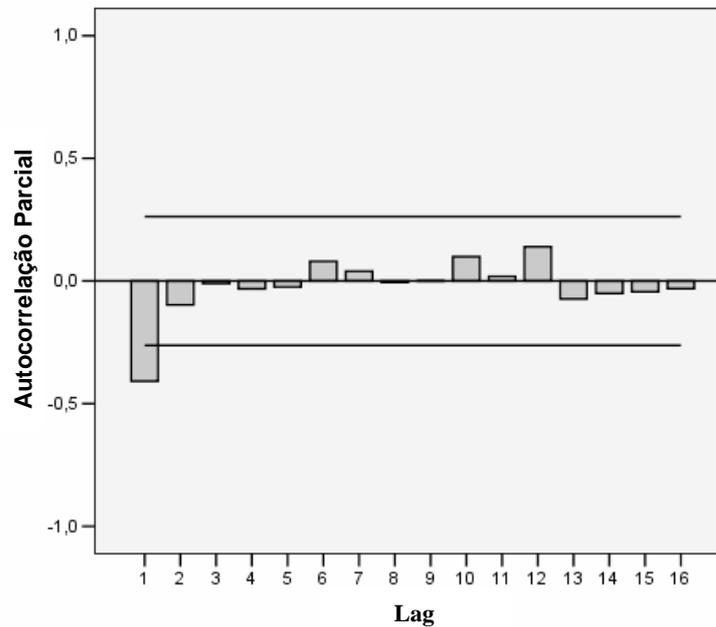


Figura 7 – Gráfico das Autocorrelações da série de acessos TDMA duplamente diferenciada



**Figura 8 – Gráfico das Autocorrelações Parciais da série de acessos TDMA duplamente diferenciada**

Como a série temporal possui 60 amostras, os limites que delimitam a significância das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial são iguais a  $1,96/\sqrt{60}$ , ou seja, 0,2530 (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

Observa-se na figura (7) que o gráfico da função de auto-correlação que não há autocorrelações significativas após o primeiro *lag*. O valor no *lag* 1 é de -0,409. Na figura (8), o gráfico de auto-correlação parcial também não apresenta valores significativos após o primeiro *lag*. O valor deste também é, coincidentemente, -0,409. Adicionalmente, não há valores significativos, por exemplo, no *lag* 12, o que sugere um modelo sem sazonalidade.

Nem a função de auto-correlação e nem a função de auto-correlação parcial decrescem lentamente ao valor zero, e ambas tem um valor significativo no *lag* 1, o que sugere que o modelo inicial seja, visto que são necessárias duas diferenciações para tornar a série estacionária, um modelo ARIMA (1,2,1).

Ao contrário do critério de seleção utilizado para os modelos anteriores, os menores RMSE e MAPE, este procedimento não será adotado para fins de escolha, pois para os modelos ARIMA, freqüentemente, o RMSE e o MAPE podem se tornar menores à medida que se aumenta o número de parâmetros do modelo. Para obedecer a premissa de se obter um modelo mais simples e parcimonioso (MORETTIN & TOLOI, 1981) será utilizado o critério

de escolha o modelo que tiver o menor valor de AIC (*Akaike's Information Criterion*). Todavia, estes índices de acurácia serão apresentados para fins de comparação com os modelos obtidos anteriormente, e para a comparação final entre os modelos.

Se analisou os valores de AIC dos modelos ARIMA(1,2,1) e a partir deste modelo, foram analisados modelos que possuem um número de parâmetros próximo ao da identificação inicial. Os resultados desta análise estão na Tabela 5. Como os gráficos de ACF e PACF não sugeriram uma sazonalidade, este comportamento não foi considerado nos modelos.

Modelo	AIC	RMSE (x1000)	MAPE
ARIMA(1,2,1)	<b>1632,53</b>	224,7	0,9872%
ARIMA(0,2,1)	1633,65	227,8	0,9629%
ARIMA(1,2,0)	1636,22	233,6	1,013%
ARIMA(2,2,1)	1634,40	224,9	0,9941%
ARIMA(1,2,2)	1632,63	233,2	1,053%

**Tabela 5 – Resultado de AIC, RMSE e MAPE dos modelos ARIMA para a série de acessos TDMA**

Pela tabela (5) verificamos que o modelo ARIMA (1,2,1) é o que tem o melhor desempenho na estatística AIC. Estimando-se os parâmetros, se tem os valores de  $\theta_1$  igual a 0,529 e de  $\phi_1$  igual a -0,395. Porém, se considerarmos um parâmetro significativo sendo aquele que tiver um valor de  $p$  ( $p$ -value) menor do que 0,05, com o objetivo de melhorar o modelo, deve-se recalculer os parâmetros sem o termo  $\phi_1$ , pois o seu valor de  $p$  é de 0,093.

Recalculando os parâmetros tem-se um modelo ARIMA(0,2,1) para a série temporal de acessos TDMA, com o valor do parâmetro  $\theta_1$  igual a 0,687 e cuja descrição do modelo é dada pela equação (59). Neste modelo, o AIC teve como valor calculado 1633,65.

$$(1-B)^2 Y_t = (1-0,687B)e_t \quad (59)$$

onde:  $Y_t$  = valor previsto da série

$B$  = operador de translação ao passado

$e_t$  = termo de erro no instante  $t$

Como exemplo de uso destas equações, expandindo-se a equação (50), tem-se que:

$$(1-2B-B^2) Y_t = e_t - 0,687 B e_t$$

$$Y_t - 2BY_t + B^2Y_t = e_t - 0,687 B e_t$$

$$Y_t - 2 Y_{t-1} - Y_{t-2} = e_t - 0,687 e_{t-1}$$

Supondo-se  $e_t=0$

$$Y_t = 2 Y_{t-1} - Y_{t-2} - 0,687 e_{t-1}$$

Para os valores

$$y_1 = 19.733.780$$

$$y_2 = 19.869.670$$

$$y_3 = 20.069.234$$

$$y_4 = 20.260.504$$

Como se precisa de dois valores anteriores, a primeira previsão é  $Y_3$ , e utilizando-se  $e_2$  igual a zero, obtém-se:

$$Y_3 = 2 \times 19.869.670 - 19.733.780 - 0,687 \times 0 = 20.005.560$$

$$e_3 = Y_3 - y_3 = 20.069.234 - 20.005.560 = 63.674$$

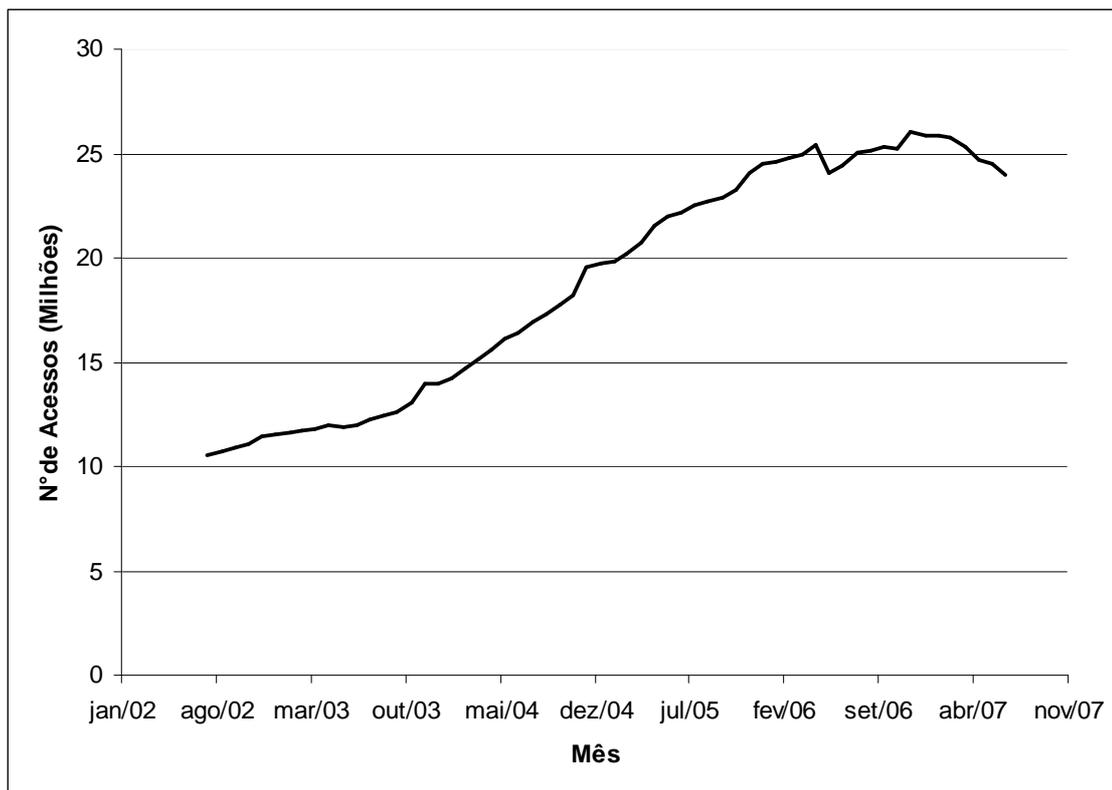
Para a próxima previsão,

$$Y_4 = 2 \times 20.069.234 - 19.869.670 - 0,687 \times 63.674 = 20.225.054$$

#### 4.3 MODELOS DE PREVISÃO PARA A TECNOLOGIA CDMA

O CDMA (*Code Division Multiple Access*) é uma tecnologia de segunda geração que possui atualmente um *market share* de aproximadamente 22% e foi adotada por apenas uma operadora no país. Recentemente, esta operadora decidiu adotar também a tecnologia GSM, esta já utilizada pelos seus concorrentes, e ir migrando a sua base de clientes de forma contínua.

A Figura 9 apresenta o gráfico da série temporal, de onde pode-se verificar a existência de uma queda abrupta no mês de junho de 2006. Isto ocorreu devido a uma limpeza de clientes inativos na base da operadora que utiliza esta tecnologia. A limpeza em questão foi de 1,823 milhões de acessos (FOLHA DE SÃO PAULO, 2006). Para que os modelos não considerem este comportamento, de modo a não projetar este comportamento nas previsões, esta limpeza não será considerada na construção do modelo – os valores a partir de julho de 2006 serão acrescidos de 1.823 milhões - e os valores previstos pelo modelo terão seus valores decrementados do valor dos números de linhas da limpeza realizada.



**Figura 9 – Número de Acessos de Telefonia Móvel com Tecnologia CDMA existentes no Brasil entre Agosto de 2002 e Julho de 2007**  
[fonte: ANATEL]

Após a adaptação feita adicionando os valores da limpeza de julho de 2006, verifica-se que a série encontra-se em elevação e tem o seu ponto máximo no mês de dezembro de 2006, no valor de 27.827.137 acessos e o seu valor mínimo no primeiro valor de série, com 10.559.012 acessos.

#### 4.3.1 Construção do Modelo por Decomposição para a tecnologia CDMA

De forma similar ao que foi feito para a série de acessos da tecnologia TDMA, nesta seção serão construídos modelos decompondo a série em uma componente de tendência, modelada através de regressões, e em uma componente sazonal.

Modelando-se a série por regressões polinomiais, como variável independente ( $t = 1, 2, 3, \dots, N$ ) e o valor estimado da série  $Y$  como variável dependente, obtém-se os resultados da Tabela 6. Dentre os três resultados, a melhor modelagem é feita através do modelo polinomial de terceira ordem, com um  $R^2$  de 0,99664, um RMSE de 347.595 e um MAPE de 1,5546. Este será o modelo utilizado para modelar a tendência.

Tipo	Equação	R <sup>2</sup>	RMSE (x1000)	MAPE
Linear	$Y = 341.122 t + 8.925.403$	0,96876	1.061	5,008%
Polinomial de Segundo Grau (Quadrática)	$Y = -741,47 t^2 + 386.352 t + 8.458.032$	0,9698	1.042	5,244%
Polinomial de Terceiro Grau (Cúbica)	$Y = -241,15 t^3 - 21.323 t^2 - 156.491 t + 11.330.873$	0,9966	347,6	1,555%

**Tabela 6 – Equações obtidas para a modelagem da tendência da série temporal do número de acessos CDMA**

Fazendo-se a decomposição de sazonalidade de forma multiplicativa, o RMSE cai para 315.146 e o MAPE cai para 1,314 e na forma aditiva os resultados são melhores, com um RMSE igual a 294.171 e o valor de MAPE igual a 1,269. Assim sendo, opta-se pela forma aditiva, e os valores das componentes sazonais aditivas para cada mês da série estão apresentados na Tabela 7.

Mês	Componente Sazonal
1	283.232
2	133.763
3	58.515
4	-49.679
5	-39.559
6	-48.967
7	-205.516
8	-78.485
9	-159.822
10	-152.559
11	-164.304
12	423.383

**Tabela 7 – Componente sazonal  $S_m$  para o modelo elaborado por decomposição para a série temporal do número de acessos CDMA**

Desta forma, a modelo por decomposição é a da equação (60), tendo como os componentes de sazonalidades os respectivos valores “ $S_m$ ” da Tabela 7, de acordo com cada mês no instante “ $t$ ” desejado.

$$Y = -241,15 t^3 - 21.323 t^2 - 156.491 t + 11.330.873 + S_m \quad (60)$$

Onde: Y = valor previsto da série

$S_m$  = valor do componente sazonal no instante  $t$ .

#### 4.3.2 Modelo por Suavização Exponencial para a tecnologia CDMA

A exemplo da metodologia aplicada para construção de modelos de suavização exponencial na série temporal de acessos TDMA foi realizada a modelagem da demanda usando o método de suavização exponencial através dos modelos baseados em suavização exponencial simples, bi-paramétrico de Holt e Holt-Winters, calculando os respectivos parâmetros dos modelos minimizando a soma dos erros quadráticos.

Ao aplicar os métodos de suavização exponencial, foram obtidos os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , e os resultados da estatística RMSE e MAPE conforme a Tabela 8.

Método de Suavização Exponencial	Parâmetros		RMSE (x1000)	MAPE
<b>Simple</b>	$\alpha$	1,00	423,9	1,783%
<b>Bi-Paramétrico de Holt</b>	$\alpha$	0,92	<b>293,6</b>	<b>1,150%</b>
	$\beta$	0,33		
<b>Holt-Winters Aditivo</b> (Valores Iniciais por Regressão Linear)	$\alpha$	0,98	318,0	1,189%
	$\beta$	0,35		
	$\gamma$	0,00		
<b>Holt-Winters Aditivo</b> (Valores Iniciais por Fórmulas Indicadas)	$\alpha$	0,80	317,4	1,268%
	$\beta$	0,27		
	$\gamma$	1,00		
<b>Holt-Winters Multiplicativo</b> (Valores Iniciais por Regressão Linear)	$\alpha$	0,94	319,7	1,178%
	$\beta$	0,32		
	$\gamma$	0,00		
<b>Holt-Winters Multiplicativo</b> (Valores Iniciais por Fórmulas Indicadas)	$\alpha$	0,87	323,6	1,236%
	$\beta$	0,18		
	$\gamma$	1,00		

**Tabela 8 - Resultados dos parâmetros e RMSE de cada método de suavização exponencial na série temporal de acessos CDMA**

Observa-se que o valor de  $\alpha$  no método de suavização exponencial simples é igual a 1. Desta forma, o valor previsto para o próximo período é o valor anterior da série. Este método é denominado de método ingênuo. O valor de  $L_1$  adotado foi o primeiro valor da série e o valor RMSE obtido desta maneira é igual a 423.894 e um MAPE igual a 1,783, os piores desempenhos entre os métodos aplicados.

Para o método bi-paramétrico de Holt, utilizou-se como valores iniciais um  $L_1$  igual ao primeiro valor da série e  $T_1$  igual a diferença entre o segundo e o primeiro valores da série.

Os modelos de suavização exponencial de Holt-Winters foram elaborados calculando-se duas formas diferentes de valores iniciais. Primeiramente, foram calculados  $L_t$  e  $T_s$  através de regressão linear, utilizando os doze primeiros valores da série. De forma alternativa, foram calculados os valores iniciais de acordo com as fórmulas (22) e (23) e observa-se que os resultados obtidos, para o modelo Holt-Winters com sazonalidade aditiva, com estes valores iniciais, foram os melhores resultados obtidos. Já para o modelo Holt-Winters com sazonalidade multiplicativa os melhores resultados foram obtidos com os valores iniciais calculados pela regressão linear dos primeiros valores.

Devido aos melhores resultados nas medidas de acurácia, foi escolhido como modelo o método bi-paramétrico de Holt, com RMSE igual a 293.589 e MAPE igual a 1,149. O modelo é apresentado sob a forma das equações (61) e (62), e as previsões podem ser obtidas conforme a equação (63).

$$L_t = 0,92 * y_t + (1 - 0,92) * (L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (61)$$

$$T_t = 0,33 * (L_t - L_{t-1}) + (1 - 0,33) * T_{t-1} \quad (62)$$

$$P_{t+h} = L_t + T_t * h \quad (63)$$

Onde:  $L_t$  = componente de nível do modelo no instante t

$T_t$  = componente de tendência do modelo no instante t

$P_t$  = previsão no momento t

h = horizonte da previsão

$y_t$  = valor da série no instante t

### 4.3.3 Modelo por Métodos ARIMA para a tecnologia CDMA

Para a construção dos modelos ARIMA é necessário tornar a série em estudo estacionária. Como se observa na Figura 9, a série não é estacionária, pois a média da função varia ao longo do tempo. Diferenciando-se esta série através da subtração de cada valor da série pelo seu valor imediatamente anterior obtém-se a série da Figura 10. Esta série ainda apresenta uma suave variação na média. Diferenciando-se a série novamente obtém a série da Figura 11, com a estacionariedade já observável, com a série oscilando entre -12.404 e com variância constante.

Observando o gráfico das diferenças na Figura 11, observa-se que há picos positivos e negativos nos meses de dezembro e janeiro, respectivamente, nos anos de 2003 a 2006. Por se tratar de uma segunda diferenciação, pode-se interpretar este gráfico como a aceleração instantânea da série nos meses de dezembro, devido as vendas de Natal, e nos meses de janeiro houve uma brusca desaceleração, diminuindo a velocidade que a série adquiriu nas vendas de final de ano. Estes pontos serão mantidos na construção dos modelos e sugerem uma possível sazonalidade nos modelos.

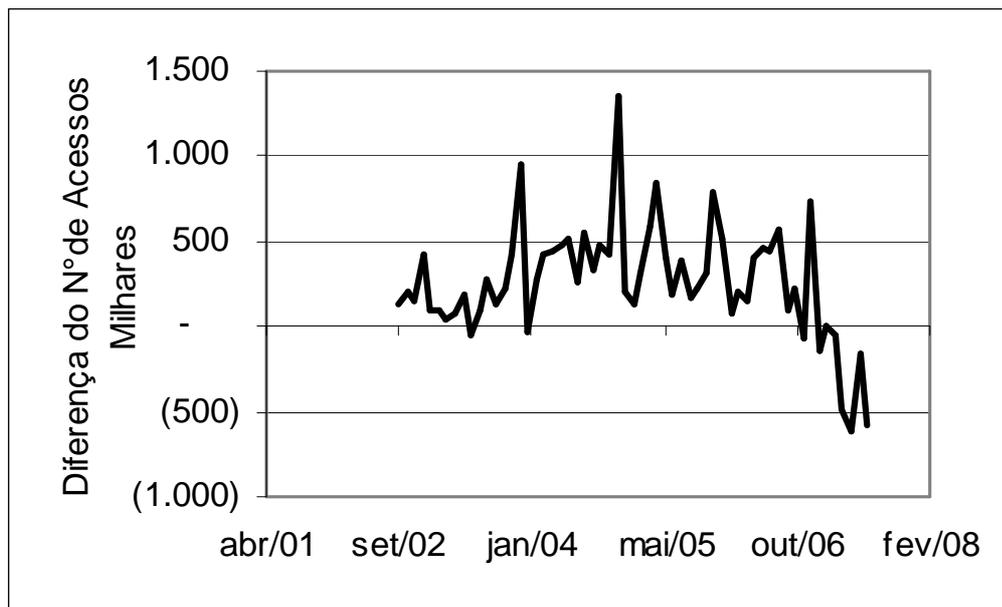


Figura 10 – Série obtida pela primeira diferenciação da série temporal de acessos CDMA

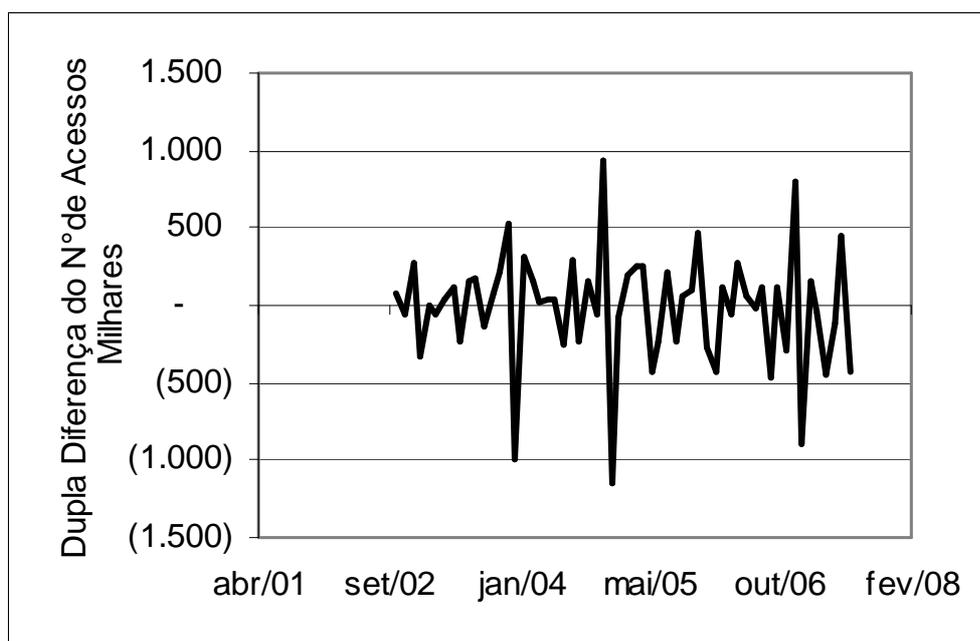


Figura 11 – Série obtida pela segunda diferenciação da série temporal de acessos CDMA

As figuras 12 e 13 apresentam os gráficos de ACF (*Autocorrelation Coefficient Function*) e PACF (*Partial Autocorrelation Coefficient Function*) da série duplamente diferenciada.

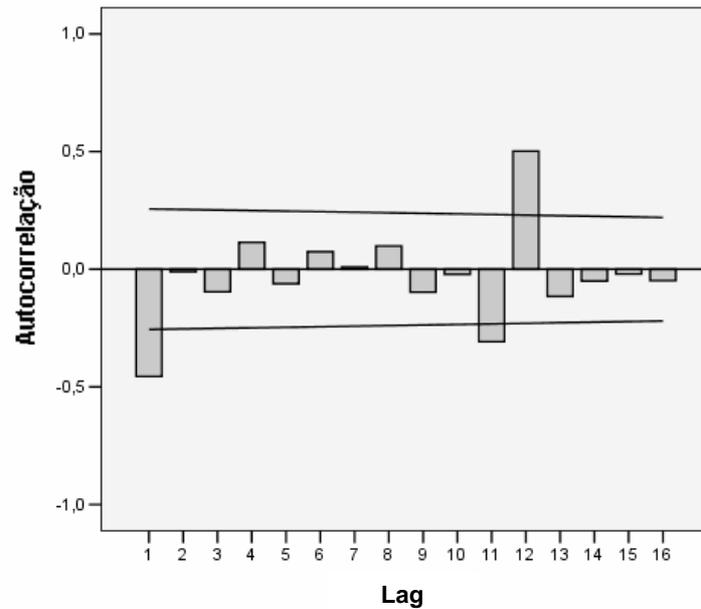


Figura 12 – Gráfico das Autocorrelações da série de acessos CDMA duplamente diferenciada

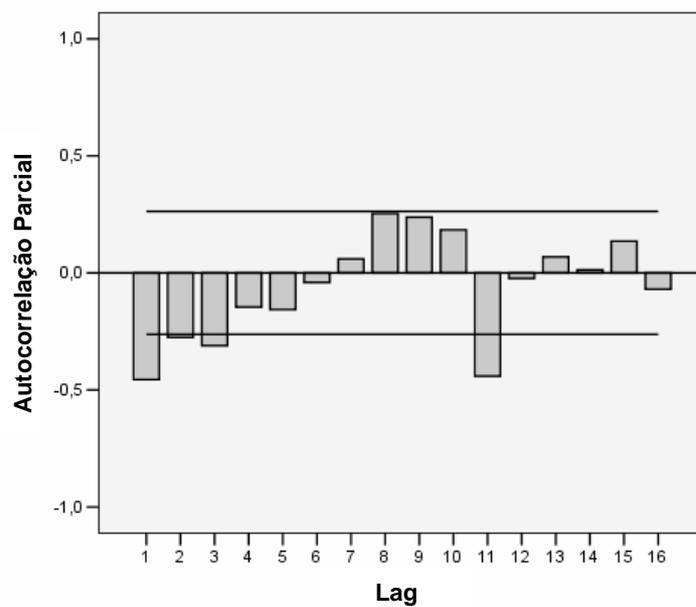


Figura 13 – Gráfico das Autocorrelações Parciais da série de acessos CDMA duplamente diferenciada

Como na análise CDMA, a série temporal possui 60 amostras, os limites que delimitam a significância das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial são iguais a  $1,96/\sqrt{60}$ , ou seja, 0,2530 (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

Observa-se na figura (12), no gráfico da função de auto-correlação, que as correlações significativas ocorrem nos *lags* 1 (-0,456), 11 (-0,308) e 12 (0,501). Na figura (13), o gráfico da função de auto-correlação parcial apresenta valores significativos nos *lags* 1 (-0,456), 2 (-0,275), 3 (-0,311) e 11 (-0,441), com um decréscimo lento. No gráfico de auto-correlação se observa o valor alto no *lag* 12. Isto sugere uma sazonalidade no modelo. Para verificar se o decaimento da função de auto-correlação sugere um decaimento ou três valores significativo, foram verificados os AICs dos modelos ARIMA (3,2,1)(1,0,1), ARIMA (2,2,1)(1,0,1), ARIMA (1,2,1)(1,0,1) e ARIMA (0,2,1)(1,0,1), que resultaram nos valores da tabela (9). Como o modelo de melhor AIC é o modelo ARIMA (0,2,1)(1,0,1), este modelo será usado como modelo inicial.

Modelo	AIC	RMSE (x1000)	MAPE
SARIMA (3,2,1)(1,0,1)	1618,51	236,1	0,9673%
SARIMA (2,2,1)(1,0,1)	1618,18	240,7	0,9963%
SARIMA (1,2,1)(1,0,1)	1616,30	241,1	0,9942%
SARIMA (0,2,1)(1,0,1)	1614,77	240,8	0,9935%

**Tabela 9 – Resultado de AIC, RMSE e MAPE dos modelos ARIMA iniciais para a série de acessos CDMA**

A partir deste modelo, se analisou os valores de AIC (*Akaike's Information Criterion*) dos modelos que possuem um número de parâmetros próximo ao da identificação inicial. Os resultados desta análise estão na Tabela 10. Os valores de RMSE e MAPE também são apresentados nesta tabela para fins de comparação com os modelos obtidos pelos métodos apresentados anteriormente.

Modelo	AIC	RMSE (x1000)	MAPE
SARIMA (0,2,1)(1,0,1)	1614,77	240,8	0,9935%
SARIMA(1,2,1)(1,0,1)	1616,30	241,1	0,9942%
SARIMA(0,2,0)(1,0,1)	1626,74	270,9	1,135%
SARIMA(0,2,2)(1,0,1)	1616,28	241,1	0,9951%
SARIMA(0,2,1)(0,0,1)	1617,99	252,2	1,041%
SARIMA(0,2,1)(2,0,1)	1616,20	240,8	0,9937%
SARIMA(0,2,1)(1,0,0)	<b>1613,41</b>	242,3	0,9979%
SARIMA(0,2,1)(1,0,2)	1615,96	239,4	0,9924

**Tabela 10 – Resultado de AIC, RMSE e MAPE dos modelos ARIMA para a série de acessos CDMA**

Na tabela (10), o melhor modelo ARIMA, comparando-se o AIC é o modelo ARIMA(0,2,1)(1,0,0). Analisando novamente os modelos vizinhos, temos a análise da tabela (11).

Modelo	AIC	RMSE (x1000)	MAPE
SARIMA(0,2,1)(1,0,0)	<b>1613,41</b>	242,3	0,9979%
SARIMA(1,2,1)(1,0,0)	1615,39	242,3	0,9982%
SARIMA(0,2,0)(1,0,0)	1628,22	282,4	1,171%
SARIMA(0,2,2)(1,0,0)	1615,39	242,4	0,9978%
SARIMA(0,2,1)(2,0,0)	1614,88	242,3	0,9972%
SARIMA(0,2,1)(0,0,0)	1628,01	288,3	1,127%
SARIMA(0,2,1)(0,0,1)	1617,99	252,2	1,041%

**Tabela 11 – Resultado de AIC, RMSE e MAPE dos modelos ARIMA para a série de acessos CDMA**

Dentro os modelos da tabela (11), o modelo SARIMA(0,2,1)(1,0,0) é o que possui o menor AIC. Desta forma, este modelo será utilizado como modelo ARIMA para a série temporal de acessos CDMA.

Estimando-se os parâmetros, visando o mínimo da soma dos erros quadráticos, tem-se o valor obtido para  $\theta_1$  igual a 0,609, para  $\Phi_1$  igual a 0,543 Os parâmetros são significativos e a descrição do modelo é dada pela equação (64).

$$(1 + 0,543B^{12})(1 - B)^2 Y_t = (1 - 0,609B)e_t \quad (64)$$

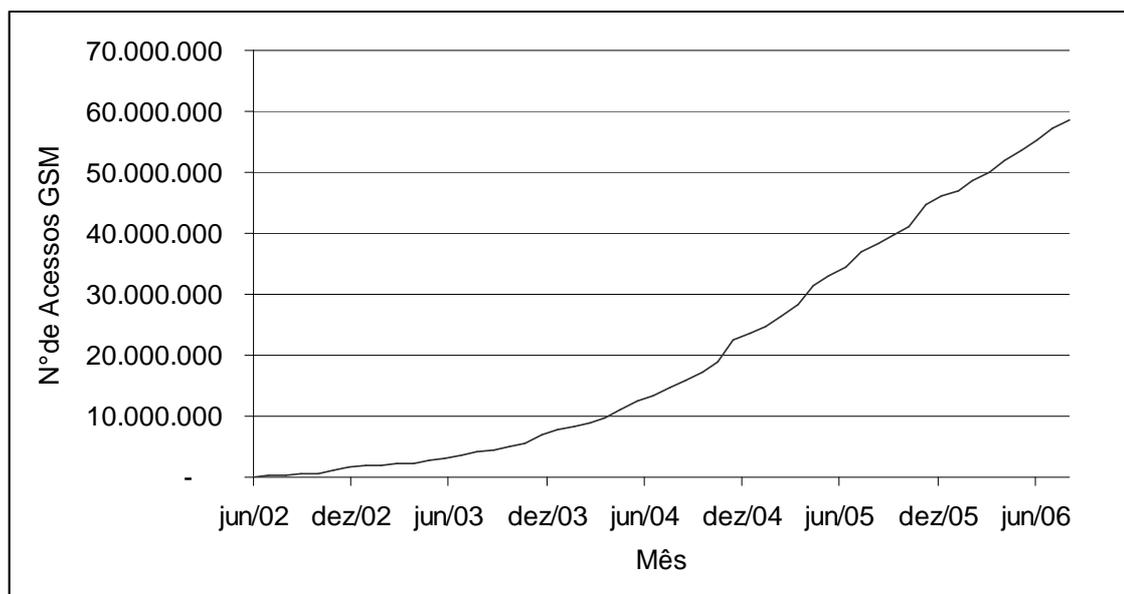
Onde:  $Y_t$  = valor previsto da série

B = operador de translação ao passado

$e_t$  = termo de erro no instante  $t$

#### 4.4 MODELOS DE PREVISÃO PARA A TECNOLOGIA GSM

O sistema GSM (*Global System for Mobile Communications*) é a tecnologia que possui o maior número de linhas no sistema de telefonia móvel brasileiro – quase 70% - e que também possui o maior crescimento. Atualmente, esta tecnologia está sendo adotada por todas as operadoras do Brasil. A Figura 14 apresenta a série temporal do número de acessos que utilizam esta tecnologia. Observa-se que a tecnologia teve seu início em 2002 e desde então está tendo um crescimento uniforme e sem muitos movimentos abruptos. A tecnologia tem seu ponto mínimo no primeiro mês de observação e ponto máximo no último mês observado.



**Figura 14 – Número de Acessos de Telefonia Móvel com Tecnologia GSM existentes no Brasil entre Junho de 2002 e Setembro de 2006**  
[fonte: ANATEL]

##### 4.4.1 Construção do Modelo por Decomposição para a tecnologia GSM

De forma similar ao que foi feito para as séries anteriores, nesta seção serão construídos modelos decompondo a série em uma componente de tendência, modelada através de regressões, e em uma componente sazonal.

Modelou-se a série por regressões polinomiais, com o tempo como variável  $t$  independente ( $t = 1, 2, 3, \dots, N$ ) e o valor estimado da série  $Y$  como variável dependente. Na tabela 12 são apresentados os resultados dos modelos obtidos por estas regressões polinomiais E também as medidas de acurácia. A partir destes resultados, verifica-se que o melhor modelo de tendência é a regressão polinomial de terceiro grau, com um  $R^2$  de 0,9984 e um RMSE de 956.982 e MAPE de 23,878. Por este fato, este modelo será utilizado para a etapa de cálculo das sazonalidades.

Tipo	Equação	$R^2$	RMSE (x1000)	MAPE
Linear	$Y = 1.376.638 t - 12.785.631$	0,96169	4.124	171,50%
Polinomial de Segundo Grau (Quadrática)	$Y = 15.824 t^2 + 411.350 t - 2.810.993$	0,99215	2.154	45,08%
Polinomial de Terceiro Grau (Cúbica)	$Y = -5,807E-4 t^3 + 29.941 t^2 - 143.126 t + 835.153$	0,99799	1,089	9,53%

**Tabela 12 – Equações obtidas para a modelagem da tendência da série temporal do número de acessos GSM**

Com a inserção da sazonalidade na forma multiplicativa, o RMSE resultante é de 958.754 e com um respectivo MAPE de 8,39%. Já na forma aditiva, o RMSE melhora um pouco, caindo para 873.758, da mesma forma que o MAPE, que resulta em 7,65%. Sendo assim, foram obtidos os componentes sazonais aditivos para cada mês e estes são apresentados na Tabela 13.

Desta forma, a modelagem por decomposição é a da equação (65).

$$Y = -5,807E-4 t^3 + 59.157 t^2 - 654.729 t + 2.830.922 + S_m \quad (65)$$

Mês	Componente Sazonal
1	255.139,65
2	-244.575,48
3	-363.872,48
4	-389.535,70
5	331.081,87
6	611.191,55
7	485.629,84
8	58.512,83
9	-209.499,32
10	-435.542,88
11	-637.469,15
12	538.939,25

**Tabela 13 – Componente sazonal  $S_m$  para o modelo elaborado por decomposição para a série temporal do número de acessos GSM**

#### 4.4.2 Modelo por Suavização Exponencial para a tecnologia GSM

Na série temporal do número de acessos GSM, realizou-se a modelagem da demanda usando o método de suavização exponencial através dos modelos baseados em suavização exponencial simples, bi-paramétrico de Holt e Holt-Winters, tal como foi realizado para as séries anteriormente analisadas. Através destes métodos, obtiveram-se os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , minimizando a soma dos erros quadráticos, e os respectivos valores de RMSE e MAPE de cada modelo, apresentados na tabela 14.

De forma análoga a construção dos modelos das tecnologias TDMA e CDMA, para a construção dos modelos baseados no método de Holt-Winters, foram calculados os valores iniciais de duas formas. Uma maneira foi através das fórmulas (22) e (23), e a outra forma foi através das estimativas dos valores iniciais de  $L_t$  através de uma regressão linear dos 12 primeiros valores da série e o  $T_s$  o valor de inclinação da reta obtida.

Observa-se, na Tabela 14, que os valores obtidos de RMSE e MAPE apontam para diferentes modelos para escolha do melhor modelo. Através do RMSE, o melhor modelo é o Bi-paramétrico de Holt, enquanto através do MAPE, o melhor método é o Holt Winters aditivo, com parâmetros iniciais calculados através de regressão linear. Isto ocorre porque no início da série temporal os erros relativos da série são grandes, o que afeta bastante o índice MAPE. Estes erros não ocorrem quando se analisa de forma absoluta os valores, o que não impacta tanto o RMSE. Se recalcular estes parâmetros apenas para os doze últimos valores

mais recentes, verifica-se que o melhor modelo dentre os dois, em termos destes índices de acurácia, é o modelo Bi-paramétrico de Holt. Calculando os índices de acurácia sobre este conjunto de dados para o este modelo, obtém-se um RMSE de 766.218 e um MAPE de 0,9517. Nestes mesmos últimos doze meses, para o modelo Holt Winters aditivo com valores iniciais calculados através de regressão linear, com RMSE igual a 775.030.097 e MAPE igual a 0,9572.

Método de Suavização Exponencial	Parâmetros		RMSE (x1000)	MAPE
<b>Simplex</b>	$\alpha$	1,00	1.515	10,25%
<b>Bi-Paramétrico de Holt</b>	$\alpha$	1,00	<b>652,6</b>	3,433%
	$\beta$	0,23		
<b>Holt-Winters Aditivo</b> (Valores Iniciais por Regressão Linear)	$\alpha$	0,54	689,8	<b>2,332%</b>
	$\beta$	0,56		
	$\gamma$	0,56		
<b>Holt-Winters Aditivo</b> (Valores Iniciais por Fórmulas Indicadas)	$\alpha$	0,89	738,7	2,390%
	$\beta$	0,16		
	$\gamma$	0,49		
<b>Holt-Winters Multiplicativo</b> (Valores Iniciais por Regressão Linear)	$\alpha$	0,93	770,4	3,137%
	$\beta$	0,12		
	$\gamma$	0,61		
<b>Holt-Winters Multiplicativo</b> (Valores Iniciais por Fórmulas Indicadas)	$\alpha$	0,56	812,9	2,690%
	$\beta$	0,46		
	$\gamma$	0,40		

**Tabela 14 - Resultados dos parâmetros e RMSE de cada método de suavização exponencial na série temporal de acessos GSM**

Desta forma, o modelo de suavização exponencial a ser utilizado para a série temporal de acessos GSM, devido ao desempenho dos índices de acurácia, é o modelo Bi-Paramétrico de Holt. O modelo é descrito através das equações (66) e (67) e a equação de previsão  $h$  passos a frente encontra-se na equação (68).

$$L_t = y_t \quad (66)$$

$$T_t = 0,23 * (L_t - L_{t-1}) + (1 - 0,23) * T_{t-1} \quad (67)$$

$$P_{t+h} = L_t + T_t * h \quad (68)$$

Onde:  $L_t$  = componente de nível do modelo no instante  $t$

$T_t$  = componente de tendência do modelo no instante  $t$

$P_t$  = previsão no momento  $t$

$h$  = horizonte da previsão

$y_t$  = valor da série no instante  $t$

#### 4.4.3 Modelo por Métodos ARIMA para a tecnologia GSM

Para construção de modelos ARIMA, tal como feito anteriormente para as outras séries analisadas, deve-se tornar a série do gráfico da Figura 14 estacionária. Para tanto, a série foi diferenciada subtraindo-se cada valor da série do valor da série no instante imediatamente anterior, o que resulta na série da Figura 15. Neste gráfico, observa-se que a série ainda não é estacionária, pois esta possui uma variação em relação a média da série, visivelmente crescente.

A Figura 16 apresenta o comportamento da série com uma segunda diferenciação. Como observado no caso do CDMA, ocorrem picos nos meses de dezembro. Observa-se também que a variância da série no início do período de observação é menor do que no restante da série. Portanto, com duas diferenciações percebe-se que a série se torna estacionária quanto à média, mas não quanto a variância.

Como nos métodos dos modelos ARIMA a série deve ser estacionária em termos de média e variância, será necessária uma transformação na série original. Uma forma de transformar a série em um série com um variância estacionária é trabalhar com a raiz quadrada dos valores da série temporal (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998), e foi esta a solução adotada para estabilizar a variância desta série. Após esta transformação na série, se verificou necessária duas diferenciações para tornar a série estacionária em relação a média. Após a série ter sido transformada e duplamente diferenciada foi elaborado o gráfico da figura (17), o qual sugere estacionariedade.

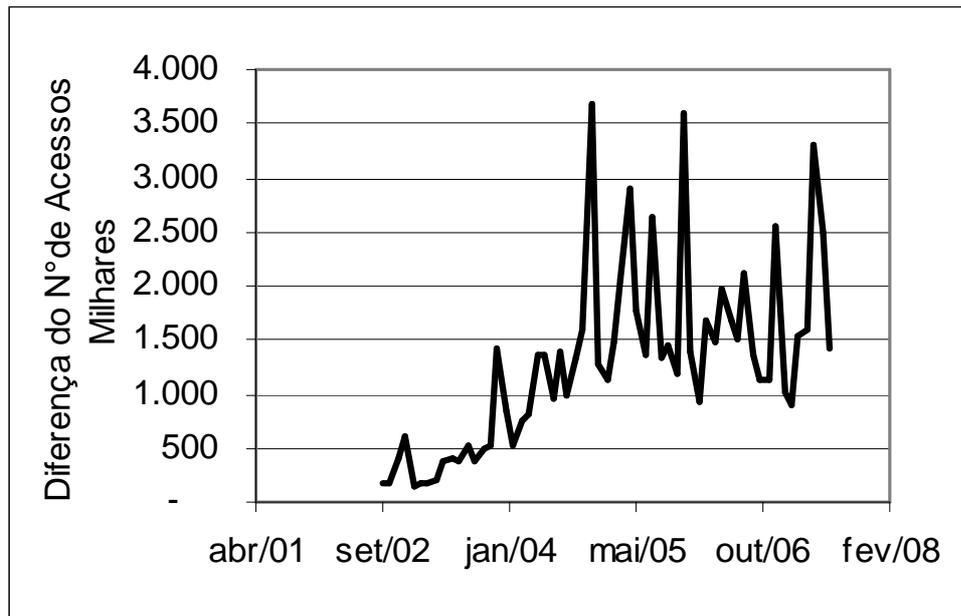


Figura 15 – Série obtida pela primeira diferenciação da série temporal de acessos GSM

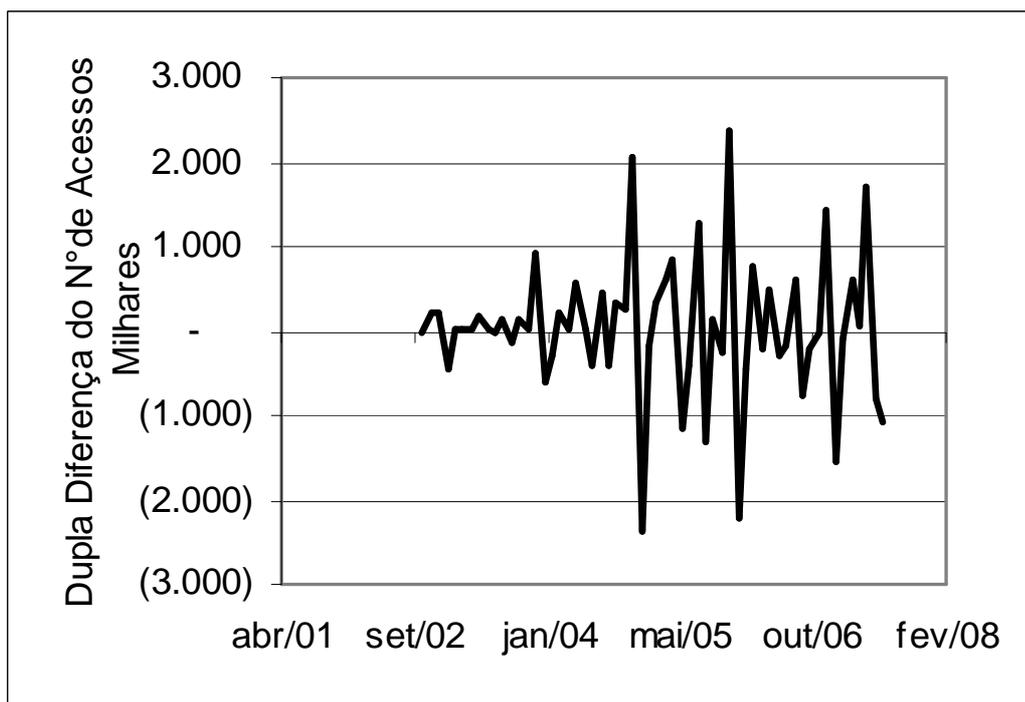
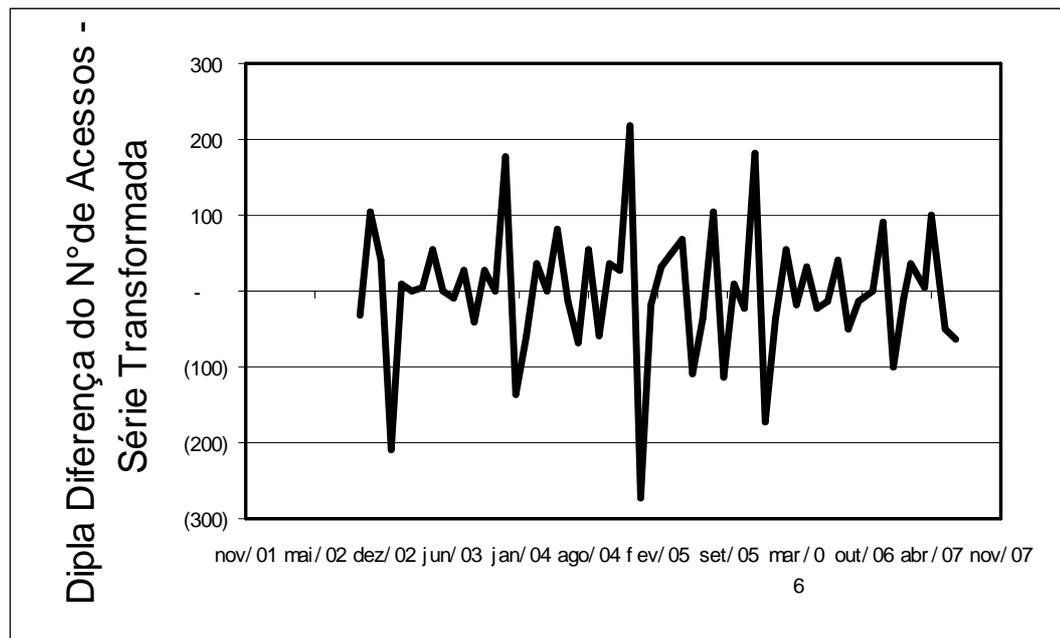
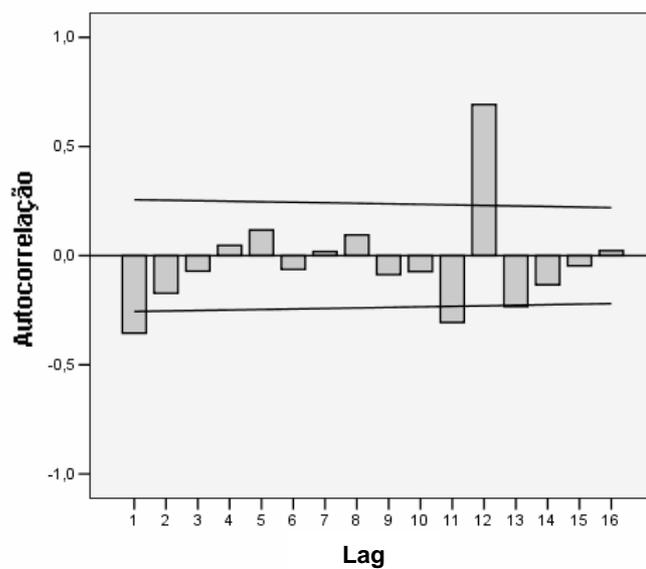


Figura 16 – Série obtida pela segunda diferenciação da série temporal de acessos GSM

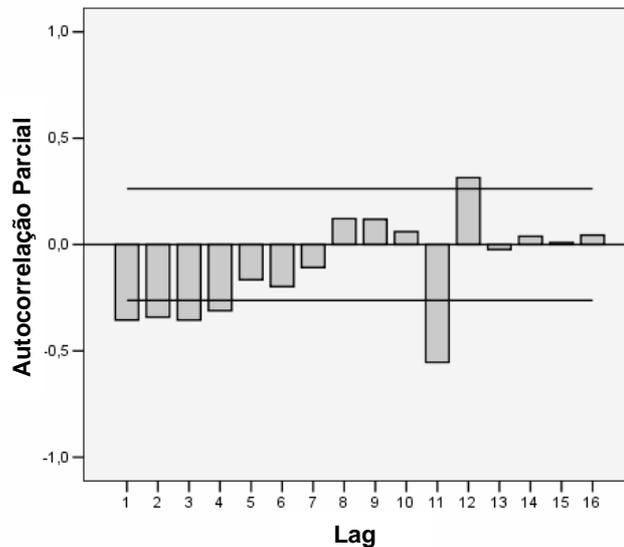


**Figura 17 – Série obtida pela segunda diferenciação da série temporal da de acessos GSM após ser transformada através da raiz quadrada de seus valores**

As Figuras 18 e 19 apresentam os gráficos de ACF (*Autocorrelation Coefficient Function*) e PACF (*Partial Autocorrelation Coefficient Function*) desta série transformada e duplamente diferenciada.



**Figura 18 – Gráfico das Autocorrelações da série de acessos GSM duplamente diferenciada**



**Figura 19- Gráfico das Autocorrelações Parciais da série de acessos GSM duplamente diferenciada**

Como nesta análise a série temporal possui 60 amostras, como nos casos anteriores, os limites que delimitam a significância das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial são iguais a  $1,96/\sqrt{60}$ , ou seja, 0,2530 (MAKRIDAKIS *et al.*, 1998).

Pelos gráficos das figuras 18 e 19, identifica-se como modelo inicial o modelo ARIMA (0,2,1)(1,0,1). A partir deste modelo, se analisou os valores de AIC (*Akaike's Information Criterion*), RMSE e MAPE dos modelos que possuem um número de parâmetros próximo ao da identificação inicial. Os resultados desta análise estão na Tabela 15.

Modelo	AIC	RMSE (x1000)	MAPE
SARIMA(0,2,1)(1,0,1)	<b>1678,02</b>	436,4	2,881%
SARIMA(1,2,1)(1,0,1)	1681,08	439,5	2,731%
SARIMA(0,2,2)(1,0,1)	1678,65	433,1	2,767%
SARIMA(0,2,0)(1,0,1)	1689,57	488,3	2,800%
SARIMA(0,2,1)(0,0,1)	1698,30	522,6	3,007%
SARIMA(0,2,1)(2,0,1)	1680,17	436,4	2,882%
SARIMA(0,2,1)(1,0,0)	1679,70	445,1	2,913%
SARIMA(0,2,1)(1,0,2)	1680,20	436,3	2,882%

**Tabela 15 – Resultado de AIC e RMSE dos modelos ARIMA iniciais para a série de acessos TDMA**

Na Tabela 15, o modelo SARIMA(0,2,1)(1,0,1) apresenta um resultado de AIC. Os parâmetros calculados minimizando-se a soma dos mínimos quadrados são  $\theta_1$  igual a 0,615,

$\Theta_1$  igual a 0,515 e  $\Phi_1$  igual a 0,931. Os valores dos parâmetros são significativos e a equação (69) expressa este modelo. Cabe ressaltar, que devido a transformação dos dados, os valores previstos por esta série devem ser elevados ao quadrado para compensar a transformação feita inicialmente.

$$(1 - B)^2(1 - 0,931B^{12})Y_t = (1 - 0,515B^{12})(1 - 0,615B)\varepsilon_t \quad (69)$$

Sendo  $Y_t$  = valor previsto da série

B = operador de translação ao passado

$\varepsilon_t$  = termo de erro no instante t

#### 4.5 ESCOLHA DO MODELO A SER UTILIZADO E GERAÇÃO DE PREVISÕES

A fim de comparar os resultados dos melhores modelos de cada método, são apresentados os resultados das medidas de acurácia RMSE e MAPE consolidados na Tabela 16.

	Decomposição		Suavização Exponencial		ARIMA	
	RMSE (x1000)	MAPE	RMSE (x1000)	MAPE	RMSE (x1000)	MAPE
<b>TDMA</b>	670,2	2,980%	299,2	1,261%	<b>224,7</b>	<b>0,9872%</b>
<b>CDMA</b>	294,2	1,269%	293,6	1,150%	<b>242,3</b>	<b>0,9979%</b>
<b>GSM</b>	873,8	7,65%	652,7	3,433%	<b>436,5</b>	<b>2,881%</b>

**Tabela 16 – Medidas de acurácia dos modelos obtidos pelos métodos de previsão de séries temporais para cada tecnologia analisada**

Observa-se que, para as séries temporais das três tecnologias, o modelo de previsão ARIMA teve o melhor desempenho nas medidas de acurácia. A partir destes modelos foram geradas as previsões da Tabela 17 para os três meses seguintes.

	Agosto/2007 (x1000)	Setembro/2007 (x1000)	Outubro/2007 (x1000)
TDMA	8.678	8.630	8.581
CDMA	25.457	24.903	24.410
CDMA Ajustado	23.634	23.080	22.587
GSM	78.390	79.997	81.616

**Tabela 17 – Previsões geradas para três meses a partir dos melhores modelos obtidos para cada tecnologia**

Para a tecnologia CDMA, a Tabela 17 mostra no valor superior o valor previsto pelo modelo sem a limpeza que ocorreu na base de dados e abaixo os resultados para a série com o valor descontado de 1.823.000 assinantes, valor este que foi retirado na limpeza feita na base do sistema, conforme apontado na respectiva seção 4.3. As Figuras 20, 21 e 22 apresentam o gráfico com a série temporal original e os valores gerados pelos modelos, inclusive para o horizonte de três meses, nas linhas tracejadas.

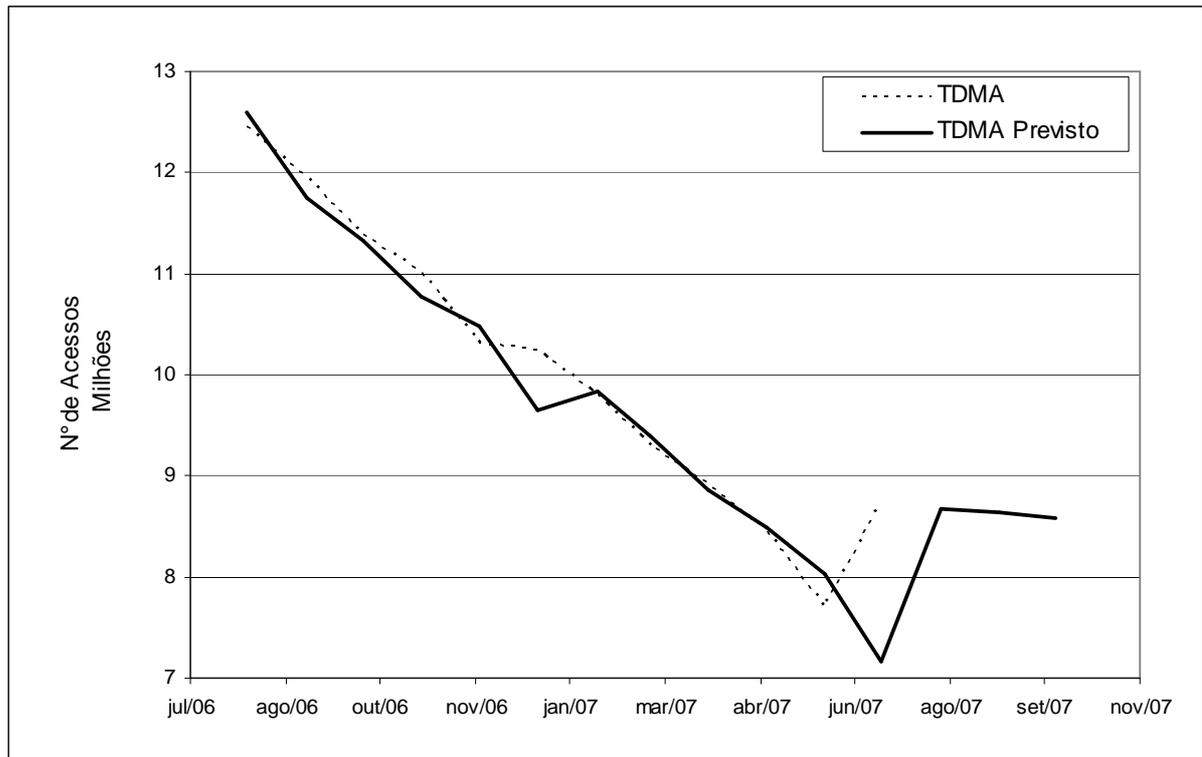
De posse dos resultados das previsões, foram encaminhadas para os departamentos-clientes as previsões através de meio eletrônico para que sejam incorporadas aos métodos já existentes nestes departamentos. Os resultados dos métodos foram considerados satisfatórios pelas equipes que os utilizarão.

Com a introdução de novas tecnologias no setor, tais como 3G, vídeo-fone, banda larga móvel, os modelos e seus parâmetros irão se alterando ao longo do tempo, exigindo uma constante revisão. Em um futuro próximo, é esperado também uma queda na demanda da tecnologia 3G, obedecendo uma curva típica de ciclo de vida de produto, tal como se observa no TDMA e começa-se a ser observado na tecnologia CDMA.

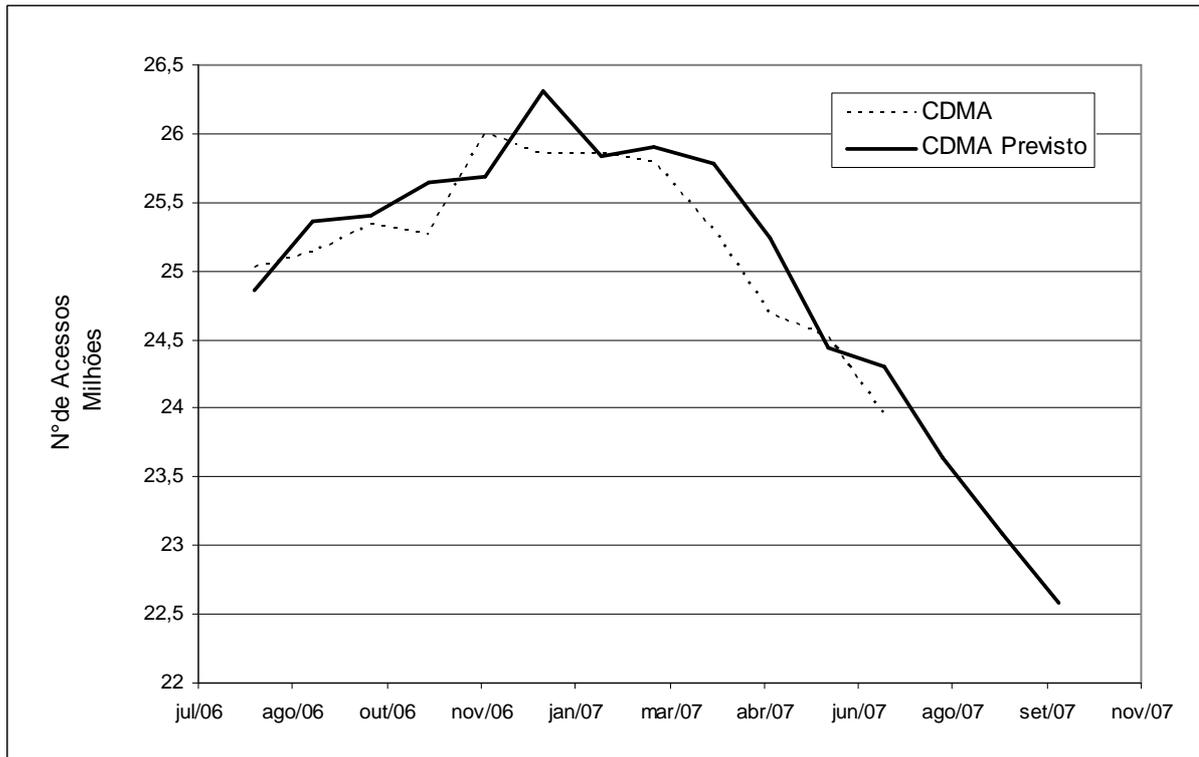
Foi acordada uma nova rodada de previsões no início do ano de 2008. O horizonte e o período em que as previsões serão feitas serão estabelecidos ao final desta segunda etapa de previsões. Nesta oportunidade também será revisto o tempo do ciclo de previsões, já que se considera o ideal que ocorra uma revisão e novas previsões a cada mês para detectar eventuais interrupções abruptas para os métodos serem adaptados..

A área responsável pelas previsões também se comprometeu a apresentar uma visão geral do método utilizado, tão logo os departamentos estiverem disponíveis. Observou-se também um interesse de que seja multiplicado às outras áreas envolvidas o conhecimento detalhado da montagem dos modelos matemáticos de previsão. Quanto ao armazenamento de dados, a empresa criou e pretende manter a estrutura de banco de dados criada para a implantação destas previsões.

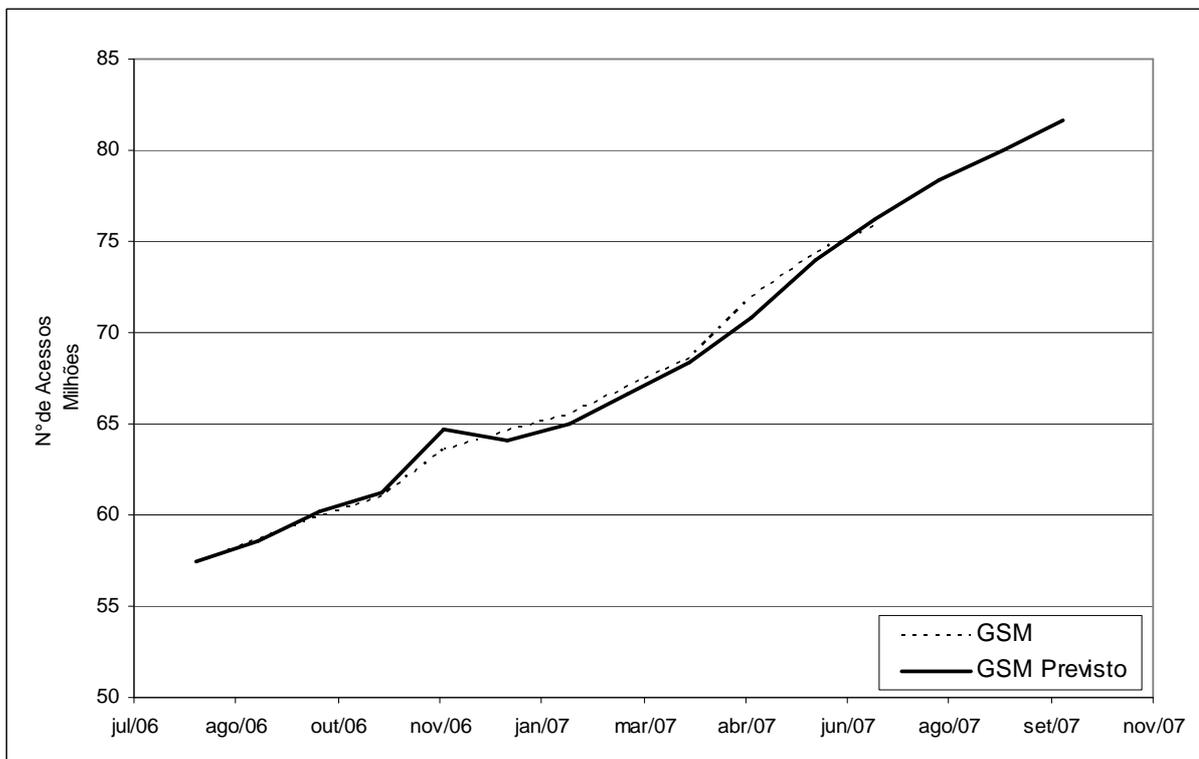
Como observação final, salienta-se que apesar das preocupações quanto a sigilo e divulgação de informação da empresa, a metodologia foi aplicada sem resistências por parte de seus funcionários e gestores.



**Figura 20 – Gráfico da série temporal da demanda temporal TDMA e sua previsão a partir do melhor modelo obtido**



**Figura 21 – Gráfico da série temporal da demanda temporal CDMA e sua previsão a partir do melhor modelo obtido**



**Figura 22 – Gráfico da série temporal da demanda temporal GSM e sua previsão a partir do melhor modelo obtido**

## 5. CONCLUSÃO

### 5.1 COMENTÁRIOS FINAIS

O estudo feito nesta dissertação apresentou a aplicação de técnicas de previsão de demanda através de métodos estatísticos sobre séries temporais no setor de telefonia móvel brasileiro. Este setor é parte de uma área estratégica para o país – as telecomunicações – e apesar de ser relativamente recente, comparado com outros grandes setores da economia, está inserido em um cenário de forte competição e movimentada grandes somas de recursos financeiros. Ferramentas de planejamento são fundamentais para os agentes deste setor, de forma que possam gerir suas atividades com eficiência e objetividade, visto que, em mercados novos e inseridos em ambientes de grande pressão, aspectos subjetivos e emocionais podem afetar a prospecção dos rumos de variáveis importantes para a gestão, podendo, ao agir desta forma, impactar de forma negativa a otimização dos esforços e recursos aplicados.

Apesar das técnicas estatísticas de previsão apresentadas neste trabalho já serem utilizadas para fins de previsão de demanda em diversas áreas, sua utilização para a previsão de demanda da telefonia móvel ainda é incipiente.

A regressão linear é bastante utilizada como forma de previsão de demanda em ambientes corporativos devido a sua facilidade de uso, pois nas planilhas eletrônicas, presentes nos ambientes de trabalho, estão disponíveis as ferramentas para a aplicação desta técnica (HAYS, 2003). A sazonalidade inserida sobre esta técnica, na forma de composição, traz um refinamento maior aos resultados desta prática.

As metodologias de suavização exponencial e ARIMA, de maior complexidade, foram abordadas por terem a capacidade de modelar de forma satisfatória a grande parte das séries temporais existentes em situações práticas (BIANCHI *et al.*, 1993).

Com base nestes métodos, foi apresentada uma metodologia para a implantação dos modelos de previsão de uma maneira prática, contendo alguns aspectos que devem ser considerados ao implementar um processo desta natureza em um ambiente corporativo real de forma eficiente. Por ser exposto de forma genérica, podem ser necessários alguns ajustes na aplicação desta metodologia em outros casos específicos, tais como a previsão de demanda de

clientes de telefonia móvel para uma determinada empresa. Este modelo também pode ser adaptado para a aplicação em outros setores da economia.

Devido à complexidade da forma como as previsões quantitativas são geradas, pode haver resistências por parte dos responsáveis pela tomada de decisão, em relação a estas. Cabe ao departamento que possa vir adotar tal metodologia, esclarecer ao máximo os fundamentos em que esta se baseia e apresentar o amplo uso que estas técnicas vêm sendo utilizadas em outros setores e mercados, bem como a precisão de seus resultados. O confronto entre os dados reais de demanda e as previsões geradas ao longo do tempo, também servem como argumento para reforçar a utilização desta metodologia.

A aplicação prática dos métodos abordados na revisão bibliográfica foi realizada para prever a demanda do número de acessos de telefonia móvel no Brasil. A demanda de acessos foi estratificada de acordo com os tipos de tecnologia vigentes mais utilizados no país. Ao final da aplicação se comparou os resultados de cada método e percebeu-se que o método ARIMA foi o que apresentou melhor resultado, com um RMSE de 224.654 para a tecnologia TDMA, 242.277 para CDMA e 436.447 para GSM. Esta comprovação serve como argumento de uso deste método ao invés dos métodos de regressão utilizados na empresa analisada. Por fim, utilizando o método que apresentou o melhor resultado, o método ARIMA, foram realizadas previsões para cada tecnologia para um horizonte de três meses.

## 5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir deste estudo, outros enfoques podem ser dados ao tema a fim de serem elaborados outros trabalhos.

Devido ao grande volume de estudos de previsão de demanda utilizando-se redes neurais, sugere-se a aplicação de tais métodos para previsão de demanda no setor de telefonia móvel, a fim de confrontar com os resultados da metodologia estatística clássica de previsão de séries temporais.

A aplicação de métodos qualitativos de previsão de demanda à telefonia móvel é um outro tema, visto que tais métodos têm tido uma ampla utilização em diversos setores da economia. A aplicação destas metodologias ao cenário brasileiro atual de telecomunicações colabora para a divulgação destas técnicas no meio corporativo, integrando o conhecimento do meio acadêmico às necessidades das empresas.

Um outro tópico é o estudo de formas de integração de métodos, qualitativos e quantitativos, com a intenção de melhorar as previsões geradas por estes métodos independentemente. Segundo Chase (2000), a maioria das empresas ou não usam a combinação de modelos de previsão, ou a usam de forma não freqüente. A maioria das empresas pesquisadas utiliza cada método independentemente, escolhendo o método que melhor atende estas empresas. Em geral, apenas uma combinação ocorre, feita através de julgamentos de pontos de vista, e na maioria das vezes é feita sobre pressões para que as previsões reflitam resultados desejados, e não projeções realistas baseadas em fatos (CHASE, 2000).

Também o estudo para o desenvolvimento de profissionais voltados a atividade de previsão de demanda no setor de telefonia móvel, envolvendo custos, processos, métodos e melhorias práticas em um estudo de caso é uma sugestão de tema.

Finalmente, sugere-se como tema a elaboração de um levantamento das formas atualmente utilizadas para gerar previsões de demanda nas empresas brasileiras do setor de telecomunicações, sob a forma de pesquisas de campo e entrevistas com os profissionais destas áreas.

## REFERÊNCIAS

ABRAHAM, B.; LEDOLTER, J. **Statistical Methods for Forecasting**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1983.

ALENCAR, M. S. **Telefonia Digital**. São Paulo: Érica, 1998.

ALLEN, P. G.; FILDES, R. **Econometric Forecasting**. Principles of Forecasting: A Handbook for Researchers and Practitioners. Norwell, MA. Kluwer Academic Publishers, 2001.

ANATEL. **Relatório Anual 2004**. Brasília. Disponível em: <[http://www.anatel.gov.br/BIBLIOTECA/PUBLICACAO/RELATORIOS/relatorio\\_anual\\_anatel\\_2004\\_op.htm](http://www.anatel.gov.br/BIBLIOTECA/PUBLICACAO/RELATORIOS/relatorio_anual_anatel_2004_op.htm)>. Acesso em: 14 abr. 2006.

ANDERSON, R. L.; Distribution of the Serial Correlation Coefficient. **Annals of Mathematical Statistics**, n 13, p. 1-13, 1942.

ANDERSON, T.W. **The Statistical Analysis of Time Series**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1971

ARAÚJO, M. A. V.; ARAÚJO, F. J. C.; ADISSI, P.J. **Elaboração de um Modelo Multivariado de Previsão de Demanda para um Call Center**. XXIV Encontro Nacional de Engenharia de Produção. Florianópolis. 03 a 05 de novembro de 2004.

ARMSTRONG, J. S.; COLLOPY, F. Error Measures For Generalizing About Forecasting Methods: Empirical Comparisons. **International Journal of Forecasting**. v.8, p. 69-80, 1992.

ARMSTRONG, J. S. **Extrapolation for Time Series and Cross-Sectional Data. Principles of Forecasting: A Handbook for Researchers and Practitioners**. Norwell, MA. Kluwer Academic Publishers, 2001.

ASSIMAKOPOULOS, V. A successive filtering technique for identifying long-term trends. **Journal of Forecasting**. Chichester. v. 14, Iss. 1; p. 35-44, 1995.

BACEN. **Estoque de Investimento Estrangeiro Direto Ingressos a Partir dos Censos 1995-2005**. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/?INVED>>. Acesso em : 14 abr. 2006.

BARTLETT, M. S. On the Theoretical Specification of Sampling Properties of Autocorrelated Time Series. **Journal of the Royal Statistical Society**. Series B., n. 8 p. 27, 1946.

BIANCHI, L.; JARRETT, J. E.; HANUMARA, R. C. Forecasting incoming calls to telemarketing centers. **The Journal of Business Forecasting Methods & Systems**. v. 12, n. 2; p. 3-12, 1993.

BLACKMAN, C.; FORGE, S.; BOHLIN, E.; CLEMENTS, B. Forecasting User Demand for Wireless Services. **Telematics and Informatics**. n 24, p. 206-216, 2007.

BOLAÑO, C.; MASSAE, F. A Situação das Telecomunicações no Brasil ao Final do Processo de Privatização. **Revista Brasileira de Ciências da Comunicação**. v. XXIII, n.1, p. 43-55, 2000.

BOWERMAN, B. L. **Forecasting and Time Series - An applied Approach**. 3<sup>rd</sup> ed. Belmont: Wadsworth, 1993.

BOX, G. E.; JENKINS, G. M. **Time Series Analysis – Forecasting and Control**. Wisconsin: Holden-Day, Revised Edition, 1976.

BRASS, V.; FUHRMAN, W. F. Traffic engineering experience from operating cellular networks. **Communications Magazine**. IEEE. n. 35, v. 8, p. 66-71, 1997.

BUSINGER, M. P.; READ, R. R. **Identification of Demand Patterns for Selective Processing: A Case Study**. Omega. v. 27, n.2, p. 189-200, 1999.

CAPPS, O. J. Taking the Con Out of Economic Forecasting. **The Journal of Business Forecasting Methods & Systems**. v. 14, n.1, p.18-22, Spring, 1995.

CHASE, C. W. Composite Forecasting: Combining Forecasts for Improved Accuracy. **The Journal of Business Forecasting Methods & Systems**. v. 19, n. 2, p. 2-22, Summer, 2000.

CHATFIELD, C. The future of time series forecasting, International. **Journal of Forecasting**. v. 4, p. 411-17, 1988.

CHATFIELD, C. **The Analysis of Time Series - An Introduction**. 5<sup>th</sup> ed. Boca Raton: Chapman & Hall / CRC, 1999.

CHEN, J.; LI, Z. Z.; LIAO, Z. G.; WANG, Y. L. Distributed Service Performance Management Based on Linear Regression and Genetic Programming. **Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cibernetics**. Guangzhou, 18-21 August, 2005.

CIPRA, T. Robust Exponential Smoothing. **Journal of Forecasting**. v. 11, n.1, p. 57-69, 1992.

FADER, P. S.; HARDIE, B. G. S.; ZEITHAMMER, R. Forecasting new product trial in a controlled test market environment. **Journal of Forecasting**. v. 22, 2003, p. 391-410.

FALK, R.; WELL, A. D. Many faces of Correlation Coefficient. **Journal of Statistics Education**. v.5, n.3, 1997.

FILDES, R.; KUMAR, V. Telecommunications Demand Forecasting – A Review. **International Journal of Forecasting**. n. 18, 2002, p. 489-522.

FORGE, S.; BLACKMAN, C.; BOHLIN, E. **Constructing and Using Scenarios to Forecast Demand for Future Mobile Communications Services**. Foresight. v. 8, issue 3, 2006, pg 36-54.

GARCIA-FERRER, A., DEL HOYO, J., YOUNG, P. C., HARVEY, A. C. **Journal of Forecasting**. Chichester: V. 11, Iss. 8; p. 645, 1992.

GIANESI, I. G. N.; CORRÊA, H. L. **Administração Estratégica de Serviços e Operações para a Satisfação do Cliente**. Atlas. São Paulo, 1994.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 7ª Ed. São Paulo: Atlas S.A., 2002.

GJERDE, I.G.; VENTURIN, R.; STORDAHL, K. Forecasting mobile market development. Telecommunications, 2005. ConTEL 2005. **Proceedings of the 8th International Conference on Telecommunications** – ConTEL 2005 – 15-17 de Junho de 2005. v. 1, Issue , June 15-17, 2005, p. 219 – 224.

GOODMAN, R. M.; AMBROSE, B. E. Time Series Prediction of Telephone Traffic Occupancy using Neural Networks. **Proceedings of the 4th Irish Neural Network Conference, University College Dublin**, Ireland, 1994.

GOOIJER, J. G.; HYNDMAN, R. J. 25 Years of Time Series Forecasting. **International Journal of Forecasting**. v. 22, 2006, p. 443-473.

GRANGER, C. W. J. **Forecasting in Business and Economics**. New York: Academic Press, 1980.

GRANGER, C. W. J. **Forecasting Economic time series**. New York: Academic Press, 1997.

GREIS, N. P.; GILSTEIN, C. Z. Empirical Bayes Methods for Telecommunications Forecasting. **International Journal of Forecasting**. n.7, v.2, p. 183-197, 1991

GSM ASSOCIATION. **GSM Statistics Q3/2006**. Disponível em: <  
[http://www.gsmworld.com/news/statistics/pdf/gsm\\_stats\\_q3\\_06.pdf](http://www.gsmworld.com/news/statistics/pdf/gsm_stats_q3_06.pdf)>. Acesso em: 20 out. 2006.

HAYS, J. M. Forecasting Computer Usage. **Journal of Statistics Education**. v. 11, n. 1, 2003.

HAYWOOD, J.; WILSON, G. T. Selection and Estimation of Component Models for Seasonal Time Series. **Journal of Forecasting**. n. 19, p. 393-417, 2000.

HILL, C. W. L.; JONES, G.R. **Strategic Management Theory: An integrated Approach**. Houghton Mifflin: Boston ,1997.

HILLMER, S. C.; TIAO, G. C. An ARIMA-Model-Based approach to seasonal adjustment. **Journal of American Statistical Association**. Washington, v. 77, n. 377, p. 63-70, 1982.

HYNDMAN, R. J.; KOEHLER, A. B. Another Look at Measures of Forecast Accuracy. **International Journal of Forecasting**. v.22, p. 679-688, 2006.

ISIKLAR, G.; LAHIRI, K. How Far Ahead Can We Forecast? Evidence From Cross-Countries Surveys. **International Journal of Forecasting**. v. 23, p. 167-187, 2007.

ISLAM, T.; FIEBIG, D. G. Modelling the Development of Supply-Restricted Telecommunications Market. **Journal of Forecasting**. v. 20, p. 249-264, 2001.

KIVIRINTA, T.; ALI-VEHMAS, T.; MUTANEN, T.; TUOMINEN, T.; VUORINEN, M. Forecasting Market Demand for Mobile Broadcast Services in Finland. **Operations Research Project Work Seminar**. 2004. Helsinki University of Technology.

KOTTER, J.; HESKETT, J. L. **Corporate Culture and Performance**. Free Press: Illinois, 1992.

KUYVEN, P. S. **Proposta para um Método para a Análise de Demanda: Aplicação numa Indústria de Brinquedos**. 2004. 172f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Produção, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

JAIN, C. L. Editorial: Which forecasting model should we use? **The Journal of Business Forecasting Methods & Systems**. Fall 2000. v.19, Iss. 3; p. 2-5.

KOTLER, P.; ARMSTRONG, G. **Princípios de Marketing**. 7ª ed. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil Ltda, 1998.

KOTSIALOS, A.; PAPAGEORGIOU, M.; POULIMENOS, A. Long-Term Sales Forecasting Using Holt-Winters and Neural Networks Methods. **Journal of Forecasting**. v. 24, p. 353-368, 2005.

LATIF, A.; KING, M. Linear regression forecasting in the presence of AR(1) disturbances. **Journal of Forecasting**. Chichester: Aug 1993. v.12, Iss. 6; p. 513-525.

LEDOLTER, J.; ABRAHAM, B. Parsimony and Its Importance in Time Series Forecasting. **Technometrics**. v. 23, n.4, p. 411-414.

LINES, A. H. Forecasting – Key to Good Service at Low Cost. **Logistics Information Management**. v. 9, n. 4, p. 24-27, 1996.

LIN, F. J. Forecasting Telecommunication New Service Demand by Analogy Method and Combined Forecast. **Yugoslav Journal of Operations Research**. v. 15, n. 1, p. 97-107, 2005.

MAKRIDAKIS, S.; WHEELRIGHT, S. C.; HYNDMAN, R. J. **Forecasting – Methods and Applications**. 3ª ed. New York: John Wiley, 1998.

MEADE, J. Evidence for the Selection of Forecasting Methods. **Journal of Forecasting**. v. 19, n. 6, p. 515-535, 2000.

MONTGOMERY, D. C.; JOHNSON, L. A.; GARDINER, J. S. **Forecasting and Time Series Analysis**. 2ª ed. New York: McGraw-Hill, 1990.

MOON, M.; MENTZER, J.; SMITH, C.; GARVER, M. Seven Keys to Better Forecasting. **Business Horizons**. v. 41, n.5, p. 44-52, 1998.

MOREIRA, D. M. **Administração da Produção e Operações**. São Paulo: Pioneira, 1998.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C. M. C. **Modelos para Previsão de Séries Temporais**. Rio de Janeiro: Impa, 1981.

PAPAGIANNAKI, K. Long-Term Forecasting of the Internet Backbone Traffic: Observations and Initial Models. **IEEE Infocom 2003**. p. 10-21. 2003.

PELLEGRINI, F.R. **Metodologia para Implementação de Sistemas de Previsão de Demanda**. 2000, 130 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Produção, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2000.

PEÑA, D.; TIAO, G. C.; TSAY, R. S. **A Course in Time Series Analysis**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001.

PEREIRA, M. M.; GUEDES, L. G. R. Perspectivas das Comunicações Móveis no Brasil. **Revista Digital Online**. v. 2, p. 25-41, 2004.

PIERCE, D. A. A Survey of Recent Developments in Seasonal Adjustment. **The American Statistician**. v.34, n.3, p. 123-134, 1980.

PIRES, J. C. L. A Reestruturação do Setor de Telecomunicações no Brasil. **Revista BNDES**. n. 11, p. 1-5, junho, 1999. Disponível em:< <http://www.bndes.gov.br/conhecimento/revista/rev1109.pdf>>. Acesso em: 14 abr. 2006.

PUKKILA, T. M.; KRISHNAYAH, P. R. On the Use of Autoregressive Order Determination Criteria in Multivariate White Noise Tests. **IEEE Transactions on Acoustic, Speech and Signal Processing**, v. 36, n.9, 1988.

QUENOUILLE, M. H. The Joint Distribution of Serial Correlation Coefficients. **Annals of Mathematical Statistics**. n. 20, p 561-571. 1949.

SAMPRON, D. A. Seleção de Técnicas de Previsão Segundo as Diferentes Categorias de Novos Produtos. **RAE-eletrônica**. v. 4, n.2, Art. 18, jul/dez 2005.

SKOUBY, K.E., VEIRO, B. Forecasting the Demand for New Telecommunication Services. **Global Telecommunications Conference, 1991. GLOBECOM '91. Countdown to the New Millennium. Featuring a Mini-Theme on: Personal Communications Services**. Phoenix, USA, 1991.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; HARLAND, S.; HARRISON, A.; JOHNSTON, R. **Administração da Produção**. São Paulo: Atlas, 1997.

SNYDER, R. D.; SHAMI, R. G. Exponential Smoothing of Seasonal Data: A Comparison. **Journal of Forecasting**. v. 20, p. 197-202, 2001.

STORDAHL, K., Forecasting – an Important Factor for Network Planning. **Teletronikk**. n. 3, 2003.

SUTRADHAR, B. C.; MACNEIL, I. B.; DAGUM, E. B. A Simple Test for Stable Seasonality. **Journal of Statistical Planning and Inference**. v. 43, p. 157-167, 1995.

TAYLOR, J. W. Smooth Transition Exponential Smoothing. **Journal of Forecasting**. v. 23, p. 385-404, 2004.

TEIXEIRA, R. A.; TOYOSHIMA, S. H. Evolução das Telecomunicações no Brasil, 1950-2001: O Caso da Telefonia. **Revista Econômica do Nordeste**. v. 34, n. 1, p. 150-178, 2003.

TSUJI, M. A Forecasting for Local Competition in the Japanese Telecommunications Market. **The 20<sup>th</sup> International Symposium on Forecasting**. 2000. Lisboa.

WANG, G. C. S., What you should know about regression based forecasting. **The Journal of Business Forecasting Methods & Systems**. Winter 1993-1994. v.12, Iss. 4; p. 15.

WEST, D. C. Number of Sales Forecast Methods and Marketing Management. **Journal of Forecasting**. v. 13, n. 4, p. 395-407, 1994.

WRIGHT, G.; LAWRENCE, M.; COLLOPY, F. The Role of validity of Judgement in Forecasting. **International Journal of Forecasting**. v. 12, n. 1, p. 1-8, 1996.

ZIMMERMANN, P. Com Enxugamento da Vivo, Número de Celulares Cai pela Primeira Vez na História. Brasília, **Folha Online**. jul 2006. Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/folha/dinheiro/ult91u109574.shtml>>. Acesso em: 17 ago. 2006.

**ANEXO**  
**SÉRIES TEMPORAIS**

TDMA

	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Janeiro		21.051.317	24.699.929	22.872.537	16.781.176	10.236.885
Fevereiro		21.214.898	24.801.458	22.469.913	16.394.753	9.806.369
Março		21.314.563	24.899.228	21.911.933	15.854.590	9.297.406
Abril		21.458.875	24.949.108	21.428.597	15.411.337	8.919.923
Maiο		21.904.314	25.186.414	20.700.168	14.828.666	8.460.700
Junho		22.234.008	24.935.553	20.318.043	13.908.735	7.706.966
Julho		22.530.516	24.948.721	19.844.485	13.246.063	8.726.211
Agosto	19.733.780	23.014.818	24.794.432	19.181.283	12.445.957	
Setembro	19.869.670	23.265.465	24.634.676	18.753.356	11.952.716	
Outubro	20.069.234	23.619.043	24.390.837	18.315.910	11.384.960	
Novembro	20.260.504	23.922.885	23.906.829	17.936.984	11.017.673	
Dezembro	20.917.054	24.897.184	23.307.215	17.410.392	10.308.448	

CDMA

	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Janeiro		11.562.763	13.966.674	19.711.311	24.533.762	27.676.004
Fevereiro		11.651.514	14.243.477	19.839.332	24.611.441	27.671.639
Março		11.686.821	14.670.300	20.155.526	24.811.128	27.620.593
Abril		11.764.981	15.110.694	20.734.195	24.955.739	27.122.719
Maiο		11.951.908	15.596.411	21.572.409	25.369.834	26.507.803
Junho		11.897.312	16.116.571	21.983.385	25.834.592	26.346.163
Julho		11.994.546	16.380.708	22.165.324	26.281.744	25.759.686
Agosto	10.559.012	12.264.335	16.937.325	22.552.092	26.845.719	
Setembro	10.691.945	12.398.685	17.262.852	22.711.423	26.947.771	
Outubro	10.895.733	12.613.673	17.736.042	22.927.675	27.161.882	
Novembro	11.049.955	13.045.740	18.155.526	23.238.194	27.090.789	
Dezembro	11.470.840	14.003.545	19.509.163	24.022.557	27.827.137	

GSM

	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Janeiro		1.827.422	7.685.489	23.710.819	46.009.905	64.567.422
Fevereiro		1.992.011	8.217.731	24.841.716	46.931.697	65.476.848
Março		2.166.068	8.979.588	26.311.850	48.621.573	67.003.883
Abril		2.358.866	9.777.060	28.377.427	50.098.252	68.604.026
Maiο		2.731.779	11.134.679	31.277.428	52.055.913	71.899.693
Junho		3.126.961	12.498.692	33.037.780	53.725.632	74.388.344
Julho		3.510.193	13.450.141	34.396.394	55.226.564	75.815.570
Agosto	326.391	4.029.032	14.839.242	37.043.742	57.346.186	
Setembro	510.370	4.402.391	15.829.153	38.380.197	58.708.131	
Outubro	684.491	4.903.344	17.156.908	39.839.106	59.847.369	
Novembro	1.088.509	5.422.279	18.754.117	41.037.976	60.980.915	
Dezembro	1.692.755	6.854.464	22.423.004	44.628.734	63.544.574	