

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE ESTRUTURAL DE TELHAS DE AÇO TRAPEZOIDAIS FORMADAS A FRIO

por

Gustavo Prates Mezzomo

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Abril de 2007

# ANÁLISE ESTRUTURAL DE TELHAS DE AÇO TRAPEZOIDAIS FORMADAS A FRIO

por

Gustavo Prates Mezzomo

Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Ignacio Iturrioz

Aprovada por:

Prof. Dr. Alberto Tamagna

Prof. Dr. Herbert Martins Gomes

Prof. Dr. Ruy Carlos Ramos de Menezes

Prof. Dr. Zacarias Chamberlain Pravia

Prof. Dr. Flavio José Lorini

Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, Abril de 2007

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador, Prof. Dr. Ignacio Iturrioz, por toda a atenção, pelos ensinamentos e pelo incentivo.

Aos meus pais, Angela e Elio, pelo apoio, pelo carinho e pela compreensão.

Aos colegas de Pós-Graduação, Leandro, Newton e Gladimir, pela ajuda e companheirismo.

Aos ex-colegas de empresa e à própria empresa pelo auxílio e fornecimento de material.

A todos os amigos, pelos momentos de descontração, fundamentais para o êxito no Mestrado.

## RESUMO

O uso de perfis de aço formados a frio tem como objetivo a obtenção de estruturas leves. O emprego de chapas de pequena espessura na fabricação desses perfis implica facilidade de obtenção de seções de diferentes geometrias, encorajando a otimização. Porém, isso resulta, muitas vezes, numa grande esbeltez dos elementos que compõem a seção, o que os torna suscetíveis ao fenômeno da flambagem local quando submetidos a esforços de compressão.

No contexto dos perfis de aço formados a frio, esse trabalho tem como objetivo a avaliação do comportamento estrutural de telhas de aço formadas a frio de perfil trapezoidal, analisando-se vários aspectos, entre eles métodos de determinação de carga crítica de flambagem elástica e de carga de colapso, influência das condições de contorno na performance estrutural e a otimização da forma da seção transversal.

A carga crítica e a carga de colapso de telhas trapezoidais de perfil comercial, com diferentes condições de vinculação das bordas longitudinais, foram obtidas experimentalmente e comparadas com resultados teóricos. Para a determinação da carga crítica teórica, foram utilizados modelos de elementos finitos e de faixas finitas e, para a obtenção da carga de colapso teórica, foram empregados o Método da Resistência Direta e o procedimento da Norma Brasileira NBR 14762:2001.

A otimização de forma da seção transversal das telhas foi realizada utilizando-se Algoritmos Genéticos. Foram propostas diferentes funções objetivo, relacionadas com a minimização da flecha no meio do vão, a maximização da carga crítica de flambagem elástica e a maximização da área de cobertura.

Em relação a todos os aspectos citados, os resultados obtidos pelos diversos métodos de análise foram discutidos, com as limitações de cada um devidamente destacadas. As principais conclusões tiradas ao longo desse estudo estão apresentadas no final do trabalho.

## **ABSTRACT**

### “Structural Analysis of Cold-Formed Trapezoidal Steel Roofing Sheets”

The cold-formed steel members application aims at the obtaining of light gauge structures. The use of thin sheets in these members fabrication implies the facility of obtaining different cross sections, encouraging the optimization. However, several times, it results in slender section elements. These elements, when submitted to compressive stresses, have a high tendency to undergo the local buckling phenomenon.

The main aim of this work is to research the structural behavior of cold-formed trapezoidal steel roofing sheets, investigating different aspects: critical elastic buckling load and collapse load evaluation methods, boundary conditions influence on the structural performance and cross section optimization.

The critical buckling load and the collapse load of trapezoidal sheets with a commercial-shaped cross section, with different boundary conditions of the longitudinal edges, were experimentally determined and compared with theoretical results. In order to evaluate the theoretical critical buckling load, finite element and finite strip models were used. For the collapse load determination, the Direct Strength Method and the design specification from the Brazilian Code NBR 14762:2001 were employed.

The cross section optimization of the trapezoidal sheets was carried out using Genetic Algorithms. Different fitness functions were proposed, being related to the midspan deflection minimization, the critical elastic buckling load maximization and the covering area maximization.

Considering all the mentioned points, the results obtained by the different analysis methods were discussed, and the limitations of each one were appropriately highlighted. The main conclusions obtained along this study are presented at the end of the work.

## ÍNDICE

|  |    |
|--|----|
| 1. Introdução.....   | 1  |
| 1.1 Objetivos.....   | 3  |
| 1.2 Justificativa.....   | 4  |
| 1.3 Estrutura do Trabalho.....   | 5  |
| 2. Fundamentos Teóricos.....   | 7  |
| 2.1 Perfis de Aço Formados a Frio.....   | 7  |
| 2.1.1 Resistência Pós-Flambagem.....   | 7  |
| 2.1.2 Modos de Flambagem a Considerar.....   | 11 |
| 2.1.3 Procedimento da Norma NBR 14762:2001.....  | 14 |
| 2.1.4 Método da Resistência Direta (MRD).....  | 17 |
| 2.1.5 Método das Faixas Finitas (MFF) e Método dos Elementos Finitos (MEF).....  | 22 |
| 2.2 Fundamentos de Algoritmos Genéticos.....   | 27 |
| 2.2.1 Os Algoritmos Genéticos no Contexto da Otimização.....   | 27 |
| 2.2.2 Estrutura dos Algoritmos Genéticos.....  | 28 |
| 2.2.3 Abordagem Multi-objetivo.....  | 30 |
| 3. Revisão Bibliográfica.....  | 32 |
| 3.1 Comportamento Teórico e Experimental de Perfis de Aço Formados a Frio.....   | 32 |
| 3.2 Otimização de Estruturas Metálicas.....  | 34 |
| 4. Metodologia.....  | 37 |
| 4.1 Descrição Geral do Modelo em Estudo.....   | 37 |
| 4.2 Procedimento Experimental.....   | 42 |
| 4.2.1 Procedimento Experimental 1.....   | 42 |
| 4.2.2 Procedimento Experimental 2.....   | 45 |
| 4.3 Modelagem pelo Método dos Elementos Finitos.....   | 48 |
| 4.3.1 Determinação das Cargas Críticas das Telhas de Perfil Comercial.....   | 50 |
| 4.3.2 Determinação das Frequências Naturais e dos Modos de Vibração das Telhas de Perfil Comercial.....                  | 53 |
| 4.3.3 Determinação da Flecha e da Carga Crítica de Telhas de Perfis Diversos.....  | 54 |
| 4.4 Modelagem pelo Método das Faixas Finitas.....  | 57 |
| 4.5 Uso da Norma NBR 14762:2001.....   | 59 |
| 4.6 Algoritmo de Otimização.....   | 60 |
| 5. Verificação Teórica e Experimental do Comportamento Estrutural de Telhas de Aço Trapezoidais de Perfil Comercial..... | 67 |

|   |     |
|---|-----|
| 5.1 Procedimento Experimental 1 .....   | 67  |
| 5.1.1 Descrição do Ensaio 1 .....   | 67  |
| 5.1.2 Descrição dos Ensaios 2 e 3 .....   | 69  |
| 5.2 Análise pelo Método dos Elementos Finitos .....   | 73  |
| 5.2.1 Proposta de Simplificação de Cálculo .....  | 78  |
| 5.2.2 Validade dos Modelos .....  | 79  |
| 5.3 Análise pelo Método das Faixas Finitas .....  | 81  |
| 5.4 Cálculo pelo Método da Resistência Direta .....   | 84  |
| 5.5 Cálculo segundo a Norma NBR 14762:2001 .....  | 86  |
| 5.6 Quadros Comparativos .....  | 89  |
| 5.7 Conclusões.....   | 90  |
| 6. Correlação entre as Propriedades Dinâmicas e Tipos de Vinculação de Telhas de Aço Trapezoidais de Perfil Comercial ..... | 93  |
| 6.1 Procedimento Experimental 2 .....   | 93  |
| 6.2 Calibração dos Modelos de Elementos Finitos .....   | 95  |
| 6.3 Comparação entre as Configurações Analisadas.....   | 102 |
| 6.4 Conclusões.....   | 103 |
| 7. Otimização de Perfis de Telhas de Aço Trapezoidais Através de Algoritmos Genéticos.....                                  | 105 |
| 7.1 Otimização Mono-Objetivo da Flecha e da Carga Crítica de Flambagem.....   | 105 |
| 7.2 Otimização Multi-Objetivo .....   | 107 |
| 7.3 Interpretação do Perfil Ótimo com Fixação nas Ondas Comprimidas .....   | 114 |
| 7.4 Comparação com a Telha Comercial .....  | 116 |
| 7.5 Alteração dos Parâmetros .....  | 118 |
| 7.6 Variação dos Pesos .....  | 125 |
| 7.7 Conclusões.....   | 131 |
| 8. Conclusões Gerais .....  | 134 |
| Anexo A - Calibração do Modelo de Elementos Finitos .....   | 142 |
| A.1 Calibração da Malha.....  | 142 |
| A.2 Calibração das Constantes Elásticas.....  | 154 |
| A.3 Verificação da Flecha .....   | 160 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $A$  – Área da seção transversal da placa [ $\text{mm}^2$ ]; área da seção bruta do perfil [ $\text{mm}^2$ ]
- AA – Elemento plano com duas bordas longitudinais vinculadas a outros elementos
- AAut – Análise de Autovalores
- $A_{ef}$  – Área efetiva da seção transversal da placa [ $\text{mm}^2$ ]; área efetiva da seção transversal do perfil [ $\text{mm}^2$ ]
- AG – Algoritmo Genético
- AL – Elemento plano com apenas uma borda longitudinal vinculada a outro elemento
- ANLG – Análise Não-Linear Geométrica
- $b$  – Largura da placa [mm]
- $b_{ef}$  – Largura efetiva da placa [mm]
- $d$  – Extensões das bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos [mm]
- DL – Elemento sob distribuição linear de tensões
- $E$  – Módulo de elasticidade longitudinal [MPa]
- $F$  – Força nodal aplicada [N]
- $f(x)$  – Função que se quer otimizar, dependente do indivíduo  $x$
- $FC$  – Fator de carga no Método das Faixas Finitas
- $F_{cr}$  – Força nodal crítica [N]
- $f_{obj}$  – Função objetivo do processo de otimização que considera minimização da flecha, maximização da carga crítica e maximização da área de cobertura
- $g$  – Aceleração da gravidade [ $9,81 \text{ m/s}^2$ ]
- IE – Elemento plano com uma borda longitudinal vinculada a outro elemento e outra borda vinculada a um enrijecedor
- $I_G$  – Momento de inércia da seção efetiva em relação ao eixo  $G-G$  [ $\text{mm}^4$ ]
- $I_x$  – Momento de inércia da seção bruta em relação ao eixo  $x-x$  [ $\text{mm}^4$ ]
- $I_{x,red}$  – Momento de inércia da seção bruta em relação ao eixo  $x-x$  do perfil reduzido utilizado na proposta de simplificação de cálculo [ $\text{mm}^4$ ]
- $I_y$  – Momento de inércia da seção bruta em relação ao eixo  $y-y$  [ $\text{mm}^4$ ]
- $k$  – Coeficiente de flambagem da placa; constante dos apoios elásticos, em qualquer direção, dos modelos de elementos finitos na Análise Modal [N/m]; valor único da constante de rigidez, nas direções  $x$  e  $y$ , dos apoios elásticos contínuos aplicados nas bordas laterais do Modelo Simplificado [N/m/m]
- $k_x$  – Constante de rigidez na direção  $x$  dos apoios elásticos contínuos aplicados nas bordas laterais do Modelo Simplificado [N/m/m]



$k_y$  – Constante de rigidez na direção  $y$  dos apoios elásticos contínuos aplicados nas bordas laterais do Modelo Simplificado [N/m/m]  
 $[K]$  – Matriz de rigidez  
 $L$  – Comprimento do vão da telha [mm]  
 $L_f$  – Comprimento de flambagem no Método das Faixas Finitas [mm]  
 $L_1$  – Dimensão das Ondas Tracionadas de qualquer telha trapezoidal no processo de otimização [mm]  
 $L_{1,otim}$  – Dimensão das Ondas Tracionadas da telha trapezoidal ótima [mm]  
 $L_2$  – Dimensão das almas de qualquer telha trapezoidal no processo de otimização [mm]  
 $L_{2,otim}$  – Dimensão das almas da telha trapezoidal ótima [mm]  
 $L_3$  – Dimensão das Ondas Comprimidas de qualquer telha trapezoidal no processo de otimização [mm]  
 $L_{3,otim}$  – Dimensão das Ondas Comprimidas da telha trapezoidal ótima [mm]  
MC – Modelo Completo de elementos finitos  
 $M_{cr}$  – Momento fletor crítico de flambagem elástica do perfil [N·m]  
 $M_{crd}$  – Momento fletor crítico de flambagem elástica distorcional do perfil [N·m]  
 $M_{crl}$  – Momento fletor crítico de flambagem elástica local do perfil [N·m]  
MEF – Método dos Elementos Finitos  
MFF – Método das Faixas Finitas  
 $M_{LIM}$  – Momento fletor limite de colapso do perfil [N·m]  
 $M_n$  – Momento fletor resistente nominal [N·m]  
 $M_{nd}$  – Momento fletor resistente nominal do perfil associado à flambagem distorcional [N·m]  
 $M_{nl}$  – Momento fletor resistente nominal do perfil associado à flambagem local [N·m]  
MRD – Método da Resistência Direta  
 $M_{Rd}$  – Momento fletor resistente de cálculo [N·m]  
MS – Modelo Simplificado de elementos finitos  
 $M_y$  – Momento fletor que provoca escoamento nas fibras mais externas da seção [N·m]  
 $[M]$  – Matriz de massa  
 $n$  – Número de ondas comprimidas de uma telha trapezoidal  
 $n_{nos}$  – Número de nós carregados  
OC – Onda Comprimida da telha trapezoidal  
OT – Onda Tracionada da telha trapezoidal  
 $p$  – Ponto utilizado na discretização do espaço definido pela variação dos pesos de cada um dos objetivos no processo de otimização

$P_{col}$  – Carga de colapso da telha [N]

$P_{crit}$  – Carga crítica de flambagem elástica [N]

$p_{crit}$  – Carga distribuída crítica de flambagem elástica por unidade de comprimento aplicada na linha média das ondas altas de uma telha trapezoidal [N/m]

$P_{crit, padrão}$  – Valor padrão para a carga crítica de flambagem elástica, utilizado para normalizar o termo correspondente à maximização da carga crítica da função multi-objetivo que rege o problema de otimização [N]

$p_{crit, red}$  – Carga distribuída crítica de flambagem elástica por unidade de comprimento aplicada na linha média das ondas altas do perfil reduzido utilizado na proposta de simplificação de cálculo [N/m]

$P_n$  – Carga de compressão resistente nominal da placa [N]

$P_y$  – Carga de compressão que causa escoamento na seção transversal da placa [N]

$P_1$  – Peso atribuído ao termo referente à minimização da flecha na função multi-objetivo que rege o problema de otimização

$P_2$  – Peso atribuído ao termo referente à maximização da carga crítica de flambagem elástica na função multi-objetivo que rege o problema de otimização

$P_3$  – Peso atribuído ao termo referente à maximização da área de cobertura na função multi-objetivo que rege o problema de otimização

R – Relógio comparador (numerado de 1 a 2)

$r$  – Rank do indivíduo calculado para o mapeamento das funções objetivo de uma população no processo de otimização através de Algoritmos Genéticos

R1 – Rodada 1 da otimização multi-objetivo da telha com Fixação nas Ondas Comprimidas

R3 – Rodada 3 da otimização multi-objetivo da telha com Fixação nas Ondas Comprimidas

SG – *Strain gauge* (numerado de 1 a 5)

T – Elemento tracionado

$t$  – Espessura da placa [mm]; espessura da telha [mm]

UC – Elemento uniformemente comprimido

$W_c$  – Módulo de resistência elástico da seção bruta em relação à fibra comprimida [mm<sup>3</sup>]

$W_{c, ef}$  – Módulo de resistência elástico da seção efetiva em relação à fibra comprimida [mm<sup>3</sup>]

$W_G$  – Módulo de resistência elástico da seção efetiva [mm<sup>3</sup>]

$W_x$  – Módulo de resistência elástico da seção bruta [mm<sup>3</sup>]

$x$  – Indivíduo (vetor) gerado na otimização através de Algoritmos Genéticos

$y$  – Distância entre o eixo  $x-x$  e as ondas altas de uma telha trapezoidal [mm]

$y_{red}$  – Distância entre o eixo  $x-x$  e as ondas altas do perfil reduzido utilizado na proposta de simplificação de cálculo [mm]

$z_{CG}$  – Posição do eixo  $G-G$  em relação às ondas baixas da telha trapezoidal [mm]

$z_x$  – Posição do eixo  $x-x$  em relação às ondas baixas da telha trapezoidal [mm]

$\delta$  – Flecha no meio do vão das telhas analisadas no processo de otimização [mm]

$\delta_{padrão}$  – Valor padrão para a flecha, utilizado para normalizar o termo correspondente à minimização da flecha da função multi-objetivo que rege o problema de otimização [mm]

$\delta_x$  – Deslocamento de uma linha nodal no plano, na direção  $x$ , no Método das Faixas Finitas

$\delta_y$  – Deslocamento de uma linha nodal fora do plano, na direção  $y$ , no Método das Faixas Finitas

$\delta_z$  – Deslocamento de uma linha nodal no plano, na direção  $z$ , no Método das Faixas Finitas

$\theta$  – Ângulo das almas de qualquer telha trapezoidal no processo de otimização [graus]

$\theta_{oim}$  – Ângulo das almas da telha trapezoidal ótima [graus]

$\theta_z$  – Rotação de uma linha nodal, em torno do eixo  $z$ , no Método das Faixas Finitas

$\lambda$  – Autovalor obtido na Análise de Autovalores na determinação da carga crítica de flambagem elástica pelo Método dos Elementos Finitos

$\lambda_d$  – Índice de esbeltez do perfil associado à flambagem distorcional

$\lambda_l$  – Índice de esbeltez do perfil associado à flambagem local

$\lambda_p$  – Índice de esbeltez reduzido da placa

$\nu$  – Coeficiente de Poisson

$\rho$  – Fator de redução associado à flambagem local de uma placa

$\rho_{FLT}$  – Fator de redução associado à flambagem lateral com torção da barra

$\sigma$  – Máxima tensão normal de compressão admitida no elemento do perfil para o cálculo de larguras efetivas segundo a NBR 14762:2001 [MPa]

$\sigma_{cr}$  – Tensão crítica de flambagem elástica [MPa]

$\sigma_{crd}$  – Tensão crítica de flambagem elástica distorcional do perfil [MPa]

$\sigma_{crl}$  – Tensão crítica de flambagem elástica local do perfil [MPa]

$\sigma_{LIM}$  – Tensão limite de colapso do perfil [MPa]

$\sigma_{max}$  – Tensão máxima na seção transversal de uma placa que sofreu flambagem local (nas bordas) [MPa]

$\sigma_n$  – Tensão de compressão resistente nominal da placa [MPa]

$\sigma_{nl}$  – Tensão de compressão resistente nominal associada à flambagem local da seção [MPa]

$\sigma_y$  – Tensão de escoamento [MPa]

$\omega$  – Frequência natural de vibração [Hz]

## ÍNDICE DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1.1: Processo de corrugação de uma telha de aço de perfil trapezoidal.....   | 2  |
| Figura 1.2: Diversos perfis comerciais de telhas de aço formadas a frio. (a) Telha ondulada. (b), (c), (d), (e) Telhas trapezoidais. (f) Telha autoportante. (g) Telha zipada. ....   | 2  |
| Figura 1.3: Exemplos de aplicações de telhas de aço formadas a frio de perfil trapezoidal.....  | 3  |
| Figura 2.1: (a) Perfil formado a frio dividido em dobras e elementos. (b) Exemplos de flambagem local em elementos comprimidos de perfis formados a frio sob flexão. ....   | 7  |
| Figura 2.2: (a) Placa quadrada apoiada nos quatro lados sofrendo flambagem local. (b) Redistribuição de tensões na seção transversal da chapa. ....   | 8  |
| Figura 2.3: (a) Placa real sob compressão uniforme sofrendo flambagem local. A largura é $b$ e a distribuição de tensões é não-uniforme. (b) Placa efetiva, com largura efetiva $b_{ef}$ e distribuição de tensões uniforme. (c) Variação do fator de redução associado à flambagem com o índice de esbelteza reduzido da placa. .... | 9  |
| Figura 2.4: Curvas de resistência associadas à flambagem local de placas. ....  | 10 |
| Figura 2.5: Comparação entre os modos local e distorcional de um perfil C enrijecido. ....  | 13 |
| Figura 2.6: Modos de flambagem de um perfil do tipo painel submetido a carregamento de flexão. (a) Compressão acima do eixo neutro. (b) Tração acima do eixo neutro. Fonte: Schafer, 2002.....  | 13 |
| Figura 2.7: Exemplos de perfis efetivos, com porções virtuais de área retiradas. ....   | 15 |
| Figura 2.8: Tipos de elementos componentes de perfis formados a frio classificados segundo a Norma Brasileira. Fonte: NBR 14762:2001.....   | 15 |
| Figura 2.9: Eixos de flexão de uma telha de perfil trapezoidal.....   | 16 |
| Figura 2.10: Curvas de resistência associadas à flambagem distorcional calibradas experimentalmente. Fonte: Kwon e Hancock, 1992.....   | 19 |
| Figura 2.11: (a) Calibração das curvas de resistência do MRD para barras fletidas considerando a interação com o escoamento da seção. (b) Curvas de resistência comparadas com a curva de flambagem elástica de Euler. Fonte: Schafer, 2002. ....   | 21 |
| Figura 2.12: (a) Perfil do tipo I discretizado com faixas finitas. (b) Deslocamentos no plano da faixa (membranais). (c) Deslocamentos fora do plano da faixa (flexão de placa). (d) Distribuição de tensões longitudinais numa faixa. Fonte: Hancock, 1978.....  | 23 |
| Figura 2.13: Exemplo de saída gráfica fornecida pelo programa CUFSM. Fonte: Schafer, 2002. ....   | 25 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 4.1: (a) Fixação da telha à terça em sua extremidade. (b) Fixação através de hastes atravessando as ondas altas da telha. (c) Fixação com parafusos nas ondas baixas da telha. (d) Detalhe do trespasse entre telhas adjacentes. ....               | 37 |
| Figura 4.2: Perfil trapezoidal estudado ao longo desse trabalho (dimensões em mm). ....  | 38 |
| Figura 4.3: Carregamento de flexão empregado e as distribuições de esforço cortante $Q$ e momento fletor $M$ ao longo do comprimento da telha. ....  | 39 |
| Figura 4.4: Os três tipos de vinculação das bordas longitudinais estudados (dimensões em mm). ....   | 40 |
| Figura 4.5: Telha usada na Configuração 3. ....  | 40 |
| Figura 4.6: (a) Pórtico de ensaio. (b) Detalhe das hastes de fixação. ....   | 42 |
| Figura 4.7: (a) Linhas de carga da Configuração 3. (b) Linhas de carga da Configuração 1. ....   | 43 |
| Figura 4.8: Desenho esquemático dos três ensaios realizados (dimensões em mm). (a) Ensaio 1 (Configuração 1). (b) Ensaio 2 (Configuração 2). (c) Ensaio 3 (Configuração 3). ....   | 44 |
| Figura 4.9: (a) Layout dos pontos de medição com <i>strain gauges</i> e relógios compradores. (b) Detalhe do posicionamento dos sensores. ....   | 45 |
| Figura 4.10: Determinação experimental das frequências naturais. (a) Configuração 2. (b) Configuração 1. ....  | 46 |
| Figura 4.11: Exemplos de pontos de amplitudes máxima e nula para: (a) modo de vibração “Longitudinal”; (b) modo de vibração “Transversal”. ....  | 47 |
| Figura 4.12: Layout dos pontos de medição com acelerômetros. (a) Configuração 1. (b) Configuração 2. (c) Configuração 3. ....  | 47 |
| Figura 4.13: Diversos pontos de medição através do perfil da telha. (a) Telha com bordas livres (seção A-A da Figura 4.12). (b) Telha com bordas trespassadas (seção B-B da Figura 4.12). (c) Telha com bordas vinculadas (seção C-C da Figura 4.12). .... | 47 |
| Figura 4.14: Perfis das telhas com: (a) bordas longitudinais livres (Configuração 1); (b) bordas trespassadas (Configuração 2); (c) bordas vinculadas (Configuração 3). ....   | 49 |
| Figura 4.15: Modelos tridimensionais de elementos finitos: (a) telha com bordas livres (Configuração 1); (b) telha com bordas trespassadas (Configuração 2); (c) telha com bordas vinculadas (Configuração 3). ....  | 49 |
| Figura 4.16: Discretização do perfil comercial. ....   | 49 |
| Figura 4.17: Equivalência entre os modelos de viga Completo e Reduzido. ....   | 50 |
| Figura 4.18: (a) Perfil das telhas com bordas livres e trespassadas. (b) Perfil da telha com bordas vinculadas. (c) Carga Total. (d) Carga Central. (e) Vinculação dos extremos do Modelo Completo. (f) Vinculação dos extremos do Modelo Reduzido. ....   | 51 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 4.19: Contato entre telhas adjacentes.....  | 51 |
| Figura 4.20: (a) Modelo Completo de elementos finitos (Configuração 2). (b) Modelo Reduzido de elementos finitos (Configuração 2). (c) Detalhe da distribuição de carga nas extremidades do Modelo Reduzido. ....  | 52 |
| Figura 4.21: Momento de inércia em $\text{mm}^4$ e distância do eixo centroidal às ondas altas em mm. (a) Telhas livre e trespassada com Carga Total. (b) Telhas livre e trespassada com Carga Central. (c) Telha vinculada com Carga Total. (d) Telha vinculada com Carga Central.....  | 53 |
| Figura 4.22: (a) Telha real (Modelo Completo) com carregamento centralizado em apenas duas Ondas Comprimidas (perfil da telha comercial). (b) Modelo Simplificado com perfil definido por 14 pontos. (c) Localização dos apoios da telha com fixação nas Ondas Tractionadas (Fixação OT). (d) Localização dos apoios da telha com fixação nas Ondas Comprimidas (Fixação OC). .... | 55 |
| Figura 4.23: (a) Exemplo tridimensional de Modelo Simplificado para a telha comercial com Fixação OT. (b) Aplicação de cargas nodais entre os nós centrais das Ondas Tractionadas externas. (c) Discretização do perfil (número de elementos no perfil baseado num tamanho de 20 mm; 4 elementos nas Ondas Tractionadas é o mínimo).....   | 56 |
| Figura 4.24: (a) Discretização do perfil com 4 faixas finitas em cada lado plano. (b) Solicitação de flexão pura em relação ao eixo $x-x$ , com compressão nas ondas baixas.....   | 58 |
| Figura 4.25: Vinculações das linhas nodais dos diversos modelos de faixas finitas. ....  | 59 |
| Figura 4.26: Perfil com elementos cruzados. ....   | 61 |
| Figura 4.27: Fluxograma do processo de otimização através de Algoritmos Genéticos. ....  | 65 |
| Figura 4.28: Fluxograma da interação entre os softwares Matlab e Ansys para o cálculo da função objetivo de um indivíduo.....  | 66 |
| Figura 5.1: Comportamento dos <i>strain gauges</i> para o Ensaio 1. ....   | 68 |
| Figura 5.2: Comportamento dos relógios comparadores para o Ensaio 1.....   | 68 |
| Figura 5.3: Comportamento dos <i>strain gauges</i> para o Ensaio 2. ....   | 70 |
| Figura 5.4: Comportamento dos relógios comparadores para o Ensaio 2.....   | 71 |
| Figura 5.5: Comportamento dos <i>strain gauges</i> para o Ensaio 3. ....   | 71 |
| Figura 5.6: Comportamento dos relógios comparadores para o Ensaio 3.....   | 72 |
| Figura 5.7: (a) Ondas de flambagem local nos elementos comprimidos para o Ensaio 1. (b) Região de colapso no Ensaio 1 (a 140 mm da linha de carga). (c) Região de colapso no Ensaio 2 (a 105 mm da linha de carga). (d) Região de colapso no Ensaio 3 (somente sobre a linha de carga). ....   | 72 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 5.8: Primeiro modo de flambagem do Modelo Reduzido na AAut. (a) Telha com bordas trespasadas e Carga Total. (b) Telha com bordas trespasadas e Carga Central. (c) Telha com bordas vinculadas e Carga Central. ....  | 74 |
| Figura 5.9: Exemplo de distribuição de tensões na direção do comprimento do Modelo Reduzido em etapa pós-crítica da ANLG. (a) Telha com bordas trespasadas e Carga Total. (b) Telha com bordas trespasadas e Carga Central. (c) Telha com bordas vinculadas e Carga Central. ....   | 74 |
| Figura 5.10: Distribuição de tensões na direção do comprimento da telha com bordas livres, Modelo Reduzido, com Carga Central, na onda 2, para diferentes incrementos de carga da ANLG. A carga critica é de 185,8 N. ....  | 75 |
| Figura 5.11: Distribuição de tensões na direção do comprimento da telha com bordas livres, Modelo Completo, com Carga Central, na onda 2, para diferentes incrementos de carga da ANLG. A carga critica é de 174,2 N. ....  | 76 |
| Figura 5.12: (a) Perfil simplificado para o cálculo da carga crítica de um telhado, com a distância do eixo centroidal $y_{red}$ e as dimensões em mm e o momento de inércia $I_{x,red}$ em $mm^4$ . (b) Modelo tridimensional de elementos finitos para o cálculo da carga crítica do perfil simplificado, com as bordas fixas nas direções $x$ e $y$ . .... | 79 |
| Figura 5.13: Comparação entre resultados numéricos e experimentais da curva de deslocamentos do relógio comparador R1, para a telha com bordas livres e Carga Central, utilizando Modelo Reduzido de elementos finitos. ....  | 80 |
| Figura 5.14: Comparação entre resultados numéricos e experimentais da curva de deslocamentos do relógio comparador R1, para a telha com bordas livres e Carga Central, utilizando Modelo Completo de elementos finitos. ....  | 80 |
| Figura 5.15: Curvas de flambagem elástica, obtidas no CUFSM, para telhas com Carga Total. .   | 82 |
| Figura 5.16: Curvas de flambagem elástica, obtidas no CUFSM, para telha com bordas livres. .  | 82 |
| Figura 5.17: Modos de flambagem local obtidos com o CUFSM. (a) Telha com bordas livres e Carga Total. (b) Telha com bordas trespasadas e Carga Total. (c) Telha com bordas Vinculadas e Carga Total. (d) Telha com bordas livres e Carga Central. (e) Telha com bordas trespasadas e Carga Central. (f) Telha com bordas Vinculadas e Carga Central. ....     | 83 |
| Figura 5.18: Curva de flambagem elástica, obtida no CUFSM, para o modelo utilizado para a simplificação de cálculo. ....  | 84 |
| Figura 5.19: Perfis analisados segundo a Norma NBR 14762:2001. (a) Telha com bordas livres e trespasadas com Carga Total. (b) Telha com bordas vinculadas com Carga Total. (c) Telha com bordas livres e trespasadas com Carga Central. (d) Telha com bordas vinculadas e Carga Central. ....   | 87 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 5.20: Perfil efetivo da telha com bordas livres e Carga Total. As dimensões estão em mm, e as partes escuras representam virtuais retiradas. ....  | 88  |
| Figura 6.1: Exemplos de respostas das telhas no domínio frequência para as três configurações estudadas.....  | 94  |
| Figura 6.2: Representação qualitativa das magnitudes das frequências naturais medidas para as três configurações estudadas: (a) telha com bordas livres; (b) telha com bordas trespassadas; (c) telha com bordas vinculadas. .... | 95  |
| Figura 6.3: Modos de vibração obtidos com o modelo numérico calibrado, para a telha com bordas livres.....  | 96  |
| Figura 6.4: Modos de vibração obtidos com o modelo numérico calibrado, para a telha com bordas trespassadas.....  | 96  |
| Figura 6.5: Modos de vibração obtidos com o modelo numérico, para a telha com bordas vinculadas. ....   | 97  |
| Figura 6.6: Variação das primeiras frequências naturais para a telha com bordas livres (Configuração 1) em função da constante elástica translacional aplicada no modelo numérico. ....   | 98  |
| Figura 6.7: Variação das primeiras frequências naturais para a telha com bordas trespassadas (Configuração 2) em função da constante elástica aplicada no modelo numérico.....  | 98  |
| Figura 6.8: Correspondência entre as magnitudes de medição e as amplitudes modais obtidas com o modelo numérico para telha com bordas livres. ....  | 100 |
| Figura 6.9: Correspondência entre as magnitudes de medição e as amplitudes modais obtidas com o modelo numérico para telha com bordas trespassadas. ....  | 100 |
| Figura 6.10: Transformação gradativa dos modos 3 e 4 da telha com bordas livres com o aumento da rigidez dos apoios elásticos. A transformação é definida como completa quando $k$ vale $8,0E+04$ N/m.....                        | 101 |
| Figura 6.11: Transformação gradativa dos modos 1 e 3 da telha com bordas trespassadas com o aumento da rigidez dos apoios elásticos. A transformação é definida como completa quando $k$ vale $1,8E+03$ N/m.....                  | 101 |
| Figura 7.1: Modos de flambagem característicos dos perfis ótimos obtidos na maximização mono-objetivo da carga crítica. Fixação OT: (a) primeiro modo; (b) quinto modo. Fixação OC: (c) primeiro modo; (d) segundo modo.....      | 107 |
| Figura 7.2: Melhores perfis da telha com Fixação OT obtidos nas otimizações mono-objetivo e multi-objetivo. (a) Variáveis de projeto, vinculação e sentido do carregamento. (b)   |     |



|   |     |
|---|-----|
| Minimização da flecha no meio do vão. (c) Maximização da carga crítica de flambagem elástica. (d) Minimização da Eq. (31). (e) Perfil comercial. ....   | 109 |
| Figura 7.3: Melhores perfis da telha com Fixação OC obtidos nas otimizações mono-objetivo e multi-objetivo. (a) Variáveis de projeto, vinculação e sentido do carregamento. (b) Minimização da flecha no meio do vão. (c) Maximização da carga crítica de flambagem elástica. (d) Minimização da Eq. (31) (R1). (e) Minimização da Eq. (31) (R3). (f) Perfil comercial. ....                    | 109 |
| Figura 7.4: Perfil ótimo resultante da otimização multi-objetivo com Fixação OT. (a) Variáveis de projeto, vinculação e sentido do carregamento. (b) Deformada no meio do vão. (c) Primeiro modo de flambagem. (d) Segundo modo de flambagem. ....  | 112 |
| Figura 7.5: Perfil ótimo resultante da otimização multi-objetivo com Fixação OC-R1. (a) Variáveis de projeto, vinculação e sentido do carregamento. (b) Deformada no meio do vão. (c) Primeiro modo de flambagem. (d) Quinto modo de flambagem. ....  | 112 |
| Figura 7.6: Perfil ótimo resultante da otimização multi-objetivo com Fixação OC-R3. (a) Variáveis de projeto, vinculação e sentido do carregamento. (b) Deformada no meio do vão. (c) Primeiro modo de flambagem. (d) Terceiro modo de flambagem. ....  | 113 |
| Figura 7.7: Deformadas no meio do vão e modos de flambagem para a telha de perfil comercial, com os dois tipos de fixação nas extremidades. Fixação OT: (a) variáveis de projeto, vinculação e sentido do carregamento; (b) deformada; (c) primeiro modo; (d) terceiro modo. Fixação OC: (e) variáveis de projeto, vinculação e sentido do carregamento; (f) deformada; (g) primeiro modo. .... | 113 |
| Figura 7.8: Comparação entre as dimensões (em mm) dos perfis ótimos: (a) perfil com Fixação OT; (b) perfil com Fixação OC-R3. Interpretação dos resultados obtidos: (c) perfil com Fixação OT; (d) perfil com Fixação OC-R3 interpretado como um perfil com Fixação OT e carregamento oposto. ....  | 114 |
| Figura 7.9: Explicação da otimização de um perfil com Fixação OT e solicitação oposta. ....   | 115 |
| Figura 7.10: Comparação entre os perfis ótimos e o perfil comercial, quanto à contribuição de cada termo da Eq. (31) para o valor da função objetivo: (a) Fixação OT; (b) Fixação OC. ...   | 118 |
| Figura 7.11: (a) Parâmetros indicados no perfil ótimo com Fixação OT. (b) Parâmetros indicados no perfil ótimo com Fixação OC-R3. ....  | 119 |
| Figura 7.12: Comparação entre o perfil ótimo com Fixação OT e os perfis modificados quanto à contribuição de cada termo da Eq. (31) para o valor da função objetivo. ....   | 120 |
| Figura 7.13: Comparação entre o perfil ótimo com Fixação OC-R1 e os perfis modificados quanto à contribuição de cada termo da Eq. (31) para o valor da função objetivo. ....  | 121 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 7.14: Comparação entre o perfil ótimo com Fixação OC-R3 e os perfis modificados quanto à contribuição de cada termo da Eq. (31) para o valor da função objetivo. ....  | 121 |
| Figura 7.15: (a) Plano definido pela soma dos pesos de cada termo da otimização multi-objetivo. (b) Discretização do triângulo de interesse em coordenadas naturais de área. Cada ponto foi utilizado na otimização multi-objetivo. ....  | 126 |
| Figura 7.16: (a) Valores da função objetivo para cada ponto do triângulo. (b) Valores da função objetivo para toda região do triângulo (obtidos por interpolação). (c) Valores do ângulo $\theta$ (em graus) para cada ponto do triângulo. (d) Valores do ângulo $\theta$ (em graus) para toda a região do triângulo (obtidos por interpolação). .... | 128 |
| Figura 7.17: Desenho esquemático da variação da geometria do perfil com a variação dos pesos. ....  | 130 |
| Figura 7.18: Diferentes perfis obtidos para diferentes combinações de pesos. ....   | 130 |
| Figura 8.1: Amostras de telhas de perfil ótimo e de perfil comercial para ensaios futuros. ....   | 137 |
| Figura A.1: Diversos perfis utilizados para a calibração do modelo de elementos finitos. Os perfis 1 a 5 têm Fixação OT; os perfis 6 a 7 têm Fixação OC. ....   | 142 |
| Figura A.2: Modelos Completos utilizados para o estudo da sensibilidade da carga crítica à variação da discretização (perfil 5). (a) Telha com Fixação OT. (b) Telha com Fixação OC. ....   | 143 |
| Figura A.3: (a) Modo local nas Ondas Comprimidas apresentado pelos perfis com Fixação OT (perfil 5). (b) Modo local nas Ondas Comprimidas, associado a uma torção dessas ondas, apresentado pelos perfis com Fixação OC (perfil 6). ....  | 143 |
| Figura A.4: Modo local na região dos apoios do Perfil 7. ....   | 144 |
| Figura A.5: Modos globais do Perfil 1. ....   | 144 |
| Figura A.6: Modos globais do Perfil 2. ....   | 144 |
| Figura A.7: Modos globais do Perfil 4. ....   | 145 |
| Figura A.8: Modo global do Perfil 5. ....   | 145 |
| Figura A.9: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 1 (Fixação OT) com o número de elementos nos lados onde estão localizados os apoios das extremidades. ....   | 146 |
| Figura A.10: Variação da carga crítica de flambagem elástica do perfil 6 (Fixação OC) com o número de elementos nos lados onde estão localizados os apoios das extremidades. ....   | 146 |
| Figura A.11: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 1 com o tamanho global do elemento (tanto o da discretização dos lados do perfil quanto o da discretização longitudinal). A carga crítica está exibida em função do número de elemento ao longo do comprimento. ....  | 147 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura A.12: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 1 com o número de elementos ao longo do comprimento, com a discretização do perfil fixa. ....   | 148 |
| Figura A.13: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 1 com o número de elementos no maior lado (no caso, o de dimensão $L_2$ ), com a discretização longitudinal fixa em 103 elementos. ....   | 148 |
| Figura A.14: Variação das cargas críticas de flambagem elástica dos demais perfis com Fixação OT com o número de elementos ao longo do comprimento, com a discretização do perfil fixa. (a) Perfil 2. (b) Perfil 3. (c) Perfil 4. (d) Perfil 5. ....  | 150 |
| Figura A.15: Variação das cargas críticas de flambagem elástica dos demais perfis com Fixação OC com o número de elementos ao longo do comprimento, com a discretização do perfil fixa. (a) Perfil 6. (b) Perfil 7. ....  | 150 |
| Figura A.16: Variação das cargas críticas de flambagem elástica dos demais perfis com Fixação OT com o número de elementos no maior lado (o maior lado de cada perfil está indicado no eixo dos gráficos), com a discretização longitudinal fixa em 103 elementos. (a) Perfil 2. (b) Perfil 3. (c) Perfil 4. (d) Perfil 5. .... | 151 |
| Figura A.17: Variação das cargas críticas de flambagem elástica dos demais perfis com Fixação OC com o número de elementos no maior lado (o maior lado de cada perfil está indicado no eixo dos gráficos), com a discretização longitudinal fixa em 103 elementos. (a) Perfil 6. (b) Perfil 7. ....                             | 151 |
| Figura A.18: Modelos Simplificados utilizados para o estudo da sensibilidade da carga crítica à variação das constantes elásticas nas bordas laterais (perfil 5). (a) Telha com Fixação OT. (b) Telha com Fixação OC. ....  | 154 |
| Figura A.19: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 1 com a constante elástica $k$ aplicada nas bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos. ....   | 155 |
| Figura A.20: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 2 com a constante elástica $k$ aplicada nas bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos. ....   | 156 |
| Figura A.21: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 3 com a constante elástica $k$ aplicada nas bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos. ....   | 156 |
| Figura A.22: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 4 com a constante elástica $k$ aplicada nas bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos. ....   | 157 |
| Figura A.23: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 5 com a constante elástica $k$ aplicada nas bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos. ....   | 157 |
| Figura A.24: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 6 com a constante elástica $k$ aplicada nas bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos. ....   | 158 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura A.25: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 7 com a constante elástica $k$ aplicada nas bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos..... | 158 |
| Figura A.26: Pontos de medição da flecha na seção do meio do vão da telha: (a) Modelo Completo; (b) Modelo Simplificado.....   | 161 |

## ÍNDICE DE TABELAS

|  |     |
|--|-----|
| Tabela 4.1: Faixa de valores permitidos para as variáveis de projeto geradas na otimização. ....   | 60  |
| Tabela 5.1: Comparação entre os resultados experimentais. ....   | 73  |
| Tabela 5.2: Resumo das cargas críticas de flambagem elástica obtidas pelo MEF. ....  | 77  |
| Tabela 5.3: Resultados obtidos através da análise pelo MFF. ....   | 83  |
| Tabela 5.4: Resultados obtidos pelo MRD, utilizando como entrada os resultados do MFF. ....  | 85  |
| Tabela 5.5: Comparação entre as cargas de colapso experimentais e as obtidas pelo MRD (somente telhas com Carga Central). ....   | 85  |
| Tabela 5.6: Classificação dos elementos dos perfis analisados. ....  | 87  |
| Tabela 5.7: Propriedades geométricas da seção bruta e da seção efetiva. ....   | 88  |
| Tabela 5.8: Momentos nominais e cargas de colapso obtidos com o uso da NBR 14762. ....   | 88  |
| Tabela 5.9: Cargas e momentos fletores críticos obtidos experimental e teoricamente. ....  | 89  |
| Tabela 5.10: Cargas e momentos fletores de colapso obtidos experimental e teoricamente. ....   | 90  |
| Tabela 6.1: Primeiras frequências naturais medidas (em Hz), para as três configurações em análise. ....  | 93  |
| Tabela 6.2: Comparação entre frequências naturais obtidas experimental e numericamente (via MEF). ....   | 102 |
| Tabela 7.1: Valores ótimos obtidos na otimização mono-objetivo da flecha para os dois casos de fixação nos extremos da telha. ....   | 106 |
| Tabela 7.2: Valores ótimos obtidos na otimização mono-objetivo da carga crítica de flambagem elástica para os dois casos de fixação nos extremos da telha. ....  | 106 |
| Tabela 7.3: Valores ótimos para a otimização multi-objetivo da Eq. (31) para os dois casos de fixação das extremidades da telha. ....  | 108 |
| Tabela 7.4: Contribuição de cada um dos termos da Eq. (31) para o valor final da função objetivo dos perfis ótimos com Fixação OC-R1 e Fixação OC-R3 (Tabela 7.3). ....                                      | 110 |
| Tabela 7.5: Contribuição de cada um dos termos da Eq. (31) para o valor final da função objetivo dos perfis discutidos na Figura 7.9. ....   | 116 |
| Tabela 7.6: Comparação entre o perfil ótimo e o perfil comercial, para Fixação OT. ....  | 117 |
| Tabela 7.7: Comparação entre os perfis ótimos com Fixação OC-R1 e Fixação OC-R3 e o perfil comercial. ....   | 117 |
| Tabela 7.8: Perfis modificados com Fixação OT que apresentam área de cobertura por unidade de comprimento 20 mm maior do que a do perfil ótimo, e os respectivos valores da função objetivo (Eq. (31)). .... | 119 |

|   |     |
|---|-----|
| Tabela 7.9: Perfis modificados com Fixação OC que apresentam área de cobertura por unidade de comprimento 20 mm maior do que a do perfil ótimo, e os respectivos valores da função objetivo (Eq. (31)). ..... | 120 |
| Tabela 7.10: Resultados da otimização da Eq. (36) para cada um dos pontos da Figura 7.15(b). .....  | 127 |
| Tabela A.1: Diferença entre as cargas críticas dos Modelos Simplificados (MS) calibrados e as dos Modelos Completos (MC) correspondentes, para os perfis 1 a 5 (Fixação OT). .....                            | 159 |
| Tabela A.2: Diferença entre as cargas críticas dos Modelos Simplificados (MS) calibrados e as dos Modelos Completos (MC) correspondentes, para os perfis 6 e 7 (Fixação OC). .....                            | 159 |
| Tabela A.3: Diferença entre as flechas no meio do vão dos Modelos Simplificados (MS) calibrados e as dos Modelos Completos (MC) correspondentes, para os perfis 1 a 7.....                                    | 160 |

## 1. INTRODUÇÃO

Os perfis de aço podem ser divididos em dois grandes grupos: (1) os perfis robustos (em geral, os perfis laminados e soldados) e (2) os perfis esbeltos (essencialmente, os perfis formados a frio). Os perfis formados a frio, também denominados perfis de chapa dobrada, são fabricados a partir de chapas de pequena espessura, caracterizando-se pela facilidade de produção em diferentes geometrias.

A fabricação dos perfis de aço formados a frio, quando comparada com a de perfis laminados e soldados, é muito mais simples e barata. A produção pode ser feita em prensas dobradeiras ou em perfiladeiras, dependendo da quantidade de peças produzidas. Devido à facilidade de fabricação em diversas geometrias, podem ser criadas formas especiais de perfil para atender a uma determinada solicitação, sendo possível otimizar as dimensões da seção, o que representa economia. Assim, os perfis de aço formados a frio são alternativas leves e econômicas para os mais diversos ramos da construção metálica.

Nesse contexto, a utilização desse tipo de perfil está em fase de rápido crescimento no Brasil, ganhando espaço em diversos segmentos da construção metálica. Os perfis de aço formados a frio podem ser aplicados, por exemplo, em construção de prédios (residenciais, comerciais e industriais), carrocerias de ônibus e caminhões, estruturas de aviões, máquinas e implementos agrícolas, prateleiras e *racks* de armazenagem, silos, reservatórios, sinalização e proteção rodoviárias etc.

Os perfis de aço formados a frio também podem ser usados como cobertura ou fechamento lateral sob a forma de telhas metálicas, entre elas telhas de perfil trapezoidal, ondulado e autoportante. O uso de telhas de aço formadas a frio como cobertura ou fechamento é uma opção econômica, uma vez que com um dimensionamento adequado das dimensões da seção, podem ser obtidos componentes leves capazes de vencerem grandes vãos.

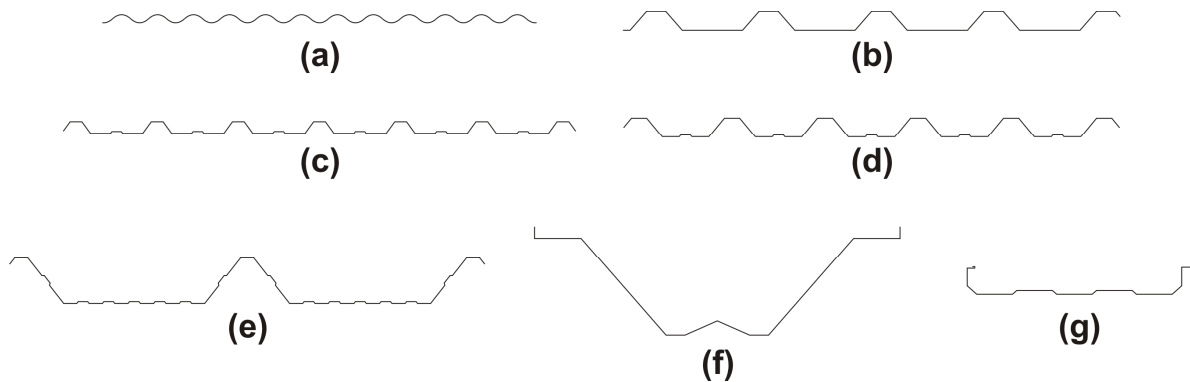
A fabricação de telhas metálicas é executada em perfiladeiras, chamadas corrugadeiras para o caso específico de telhas. O processo consiste na conformação de um laminado plano de aço (em bobina) gradual através de uma mesa com uma série de pares de cilindros superiores e inferiores devidamente ajustados. Os cilindros conformam sucessivamente a chapa de aço até que se obtenha o perfil desejado, sem ocorrer mudança na espessura da chapa. Uma corrugadeira completa consiste dos seguintes itens básicos: desenrolador de bobinas hidráulico, jogo de cilindros (corrugadeira propriamente dita), sistema hidráulico de corte e mesa de embalagem com esteira (o sistema de embalagem pode ser automatizado ou não). A corrugação é um processo de fabricação contínuo, o que permite a produção de telhas com os mais variados

comprimentos; assim, as telhas normalmente dispensam a sobreposição longitudinal na formação de um telhado. As corrugadeiras são econômicas em relação às dobradeiras quando a produção é de larga escala. A Figura 1.1 ilustra o processo de fabricação de uma telha de aço de perfil trapezoidal em uma corrugadeira.



**Figura 1.1: Processo de corrugação de uma telha de aço de perfil trapezoidal.**

A Figura 1.2 ilustra diversos perfis comerciais de telhas metálicas, demonstrando a facilidade de fabricação em diferentes geometrias. No Brasil, as telhas comerciais estão disponíveis com espessuras de chapa variando entre 0,43 mm e 1,5 mm.



**Figura 1.2: Diversos perfis comerciais de telhas de aço formadas a frio. (a) Telha ondulada. (b), (c), (d), (e) Telhas trapezoidais. (f) Telha autoportante. (g) Telha zipada.**

As telhas de aço formadas a frio contam com diversas aplicações, principalmente em coberturas e fechamentos de pavilhões industriais, depósitos, ginásios esportivos, hangares, silos de armazenagem, contêineres etc. Também são usadas como fôrmas de concreto, para lajes mistas (conhecidas como *steel decks*). Em muitos casos, as telhas metálicas são usadas como diafragmas, em substituição a sistemas convencionais de contraventamento, para estabilizar estruturas de pórticos. Ainda se pode citar o emprego das telhas de aço em vigas de alma



corrugada, dispensando o uso de enrijecedores ou de uma chapa de maior espessura para a alma desses componentes. A Figura 1.3 exibe algumas aplicações de telhas de aço de perfil trapezoidal em coberturas e fechamentos.



**Figura 1.3: Exemplos de aplicações de telhas de aço formadas a frio de perfil trapezoidal.**

Conforme discutido, o uso de perfis de aço formados a frio tem como concepção a obtenção de estruturas leves. Porém, o uso de chapas de pequena espessura na fabricação desses perfis resulta, muitas vezes, numa grande esbelteza dos elementos que compõem a seção. Ou seja, as paredes da seção apresentam uma grande relação largura/espessura. Essa grande esbelteza faz com que os perfis de aço formados a frio sejam bastante suscetíveis ao fenômeno da flambagem local de seus elementos, quando submetidos a esforços de compressão.

Perfis que sofrem flambagem local possuem comportamento pós-crítico estável, ou seja, não entram diretamente em colapso quando flambam. Porém, a flambagem local é responsável pela redução da capacidade resistente de um perfil, devendo ser considerada nos cálculos de dimensionamento do mesmo.

Como se pode observar na Figura 1.2, as telhas de aço formadas a frio possuem seções enrijecidas por meio de diversas dobras realizadas durante a conformação, o que confere a esses componentes uma grande resistência à flexão. Porém, como os demais perfis de aço formados a frio, as telhas metálicas estão sujeitas ao fenômeno da flambagem local quando fletidas. O projeto de telhas de aço baseia-se no cálculo de uma flecha admissível, mas há a necessidade da consideração da flambagem local dos elementos que compõem o perfil da seção.

## 1.1 Objetivos

Esse trabalho tem como objetivo geral a compreensão do comportamento estrutural de telhas de aço trapezoidais formadas a frio submetidas à flexão pura. Para poder aproximar-se desse objetivo geral, é possível definir um conjunto de objetivos específicos, listados a seguir:

- 1) Determinar a carga crítica de flambagem elástica e a carga de colapso de telhas de aço formadas a frio de perfil trapezoidal, sob solicitação de flexão pura, considerando-se diferentes tipos de vinculação das bordas longitudinais. Foram obtidos resultados

experimentais que foram comparados com resultados obtidos por diversos métodos teóricos de análise de perfis de aço formados a frio.

Para a determinação da carga crítica teórica, foram utilizados os seguintes métodos numéricos:

- Método dos Elementos Finitos [Zienkiewicz, 1982], considerando análise de flambagem elástica através de um problema de autovalores;
- Método dos Elementos Finitos, considerando análise não-linear geométrica;
- Método das Faixas Finitas [Cheung e Tham, 1998], considerando análise de flambagem elástica através de um problema de autovalores.

Foram empregados os seguintes métodos teóricos para a determinação da carga colapso:

- Método da Resistência Direta [Schafer, 2002; Hancock et al., 2001];
- Procedimento da Norma Brasileira NBR 14762:2001.

2) Avaliar a rigidez das telhas com diferentes condições de vinculação através de resultados experimentais em termos de frequências naturais de vibração e de modelos de elementos finitos. A comparação entre resultados experimentais e numéricos permitiu a calibração da rigidez dos modelos de elementos finitos.

3) Otimizar a forma do perfil de uma telha de aço trapezoidal submetida à flexão, utilizando Algoritmos Genéticos. Foram considerados três objetivos na otimização: minimização da flecha, maximização da carga crítica de flambagem elástica e maximização da área de cobertura. Foram aplicados os seguintes procedimentos:

- Otimização de perfis de telhas trapezoidais com dois tipos de fixação às terças.
- Estudo do comportamento estrutural de perfis ótimos, comparando-os com um perfil comercial. Também foram estudados perfis ligeiramente diferentes dos ótimos.
- Atribuição de prioridades aos diversos objetivos da otimização e verificação de como isso altera o perfil ótimo. Assim, encontrando-se perfis ótimos destinados a diversas aplicações, foi possível estabelecer critérios de projeto de telhas trapezoidais.

## 1.2 Justificativa

A utilização dos perfis de aço formados a frio, e em particular das telhas de aço formadas a frio, em constante crescimento no Brasil já é uma boa justificativa para a realização desse trabalho. Além disso, na literatura, são encontrados poucos trabalhos referentes à avaliação do

comportamento estrutural de telhas de aço formadas a frio sob flexão, o que realça a importância do estudo aqui apresentado.

Conforme já discutido, a facilidade de fabricação dos perfis de aço formados a frio encoraja e justifica um estudo de otimização.

### **1.3 Estrutura do Trabalho**

No Capítulo 1, é introduzido o tema de perfis de aço formados a frio, destacando-se suas principais características, vantagens, e aplicações. Nesse contexto, deu-se atenção especial a telhas de aço formadas a frio (aplicação desse trabalho). Foram expostos os objetivos do estudo sobre telhas metálicas aqui desenvolvido.

O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica. São apresentados os modos de flambagem aos quais os perfis de aço formados a frio estão sujeitos, bem como os diversos métodos de análise utilizados (Método dos Elementos Finitos, Método das Faixas Finitas, Método da Resistência Direta e procedimento da Norma Brasileira NBR 14762:2001). Também são discutidas, nesse capítulo, as características básicas do Algoritmo Genético empregado na otimização das telhas.

A revisão bibliográfica é apresentada no Capítulo 3. Numa primeira parte, são discutidos alguns trabalhos de outros autores que tratam da investigação experimental e teórica de perfis de aço formados a frio, incluindo telhas de aço. A segunda parte trata de trabalhos relacionados à otimização estrutural através de Algoritmos Genéticos e à otimização de perfis de aço formados a frio por diferentes métodos, incluindo os Algoritmos Genéticos.

O Capítulo 4 traz a metodologia empregada nesse trabalho. Primeiramente, o problema estudado é introduzido. Em seguida, são apresentados os procedimentos experimentais e as ferramentas de análise utilizadas ao longo desse estudo. As características das modelagens numéricas são aqui detalhadas.

Os resultados do trabalho estão expostos nos Capítulos 5, 6 e 7. O Capítulo 5 mostra os resultados do estudo teórico e experimental do comportamento estrutural de telhas de aço de perfil trapezoidal submetidas à flexão, sob diferentes condições de vinculação das bordas longitudinais. Adotou-se um perfil comercial para o estudo.

No Capítulo 6, são comparados resultados experimentais em termos de frequências naturais de vibração com resultados numéricos obtidos por elementos finitos, para as telhas estudadas no Capítulo 5. A comparação traçada, avaliando-se as frequências e os modos de

vibração das telhas com diferentes condições de vinculação das bordas longitudinais, permitiu a calibração dos modelos de elementos finitos utilizados como ferramenta no Capítulo 5.

Os resultados da otimização de perfis trapezoidais de telhas de aço submetidas à flexão são discutidos no Capítulo 7. Os resultados foram obtidos para dois tipos de fixação das telhas às terças, e foram comparados com os resultados obtidos para o perfil comercial estudado nos Capítulos 5 e 6. O estudo da otimização permitiu uma compreensão melhor do comportamento estrutural de telhas de aço formadas a frio de perfil trapezoidal.

Finalmente, no Capítulo 8 são apresentadas as principais conclusões obtidas nos Capítulos 5, 6 e 7 sobre o entendimento do comportamento estrutural das telhas aqui estudadas, sendo discutidas sugestões para continuação desse trabalho.

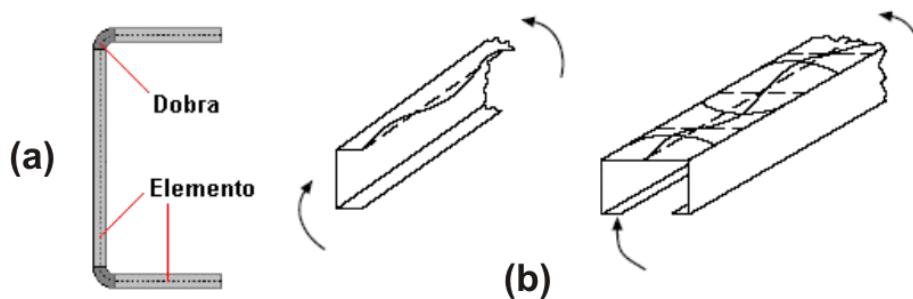
O trabalho ainda conta com um anexo (Anexo A), que traz todos os detalhes do estudo que levou à definição dos modelos de elementos finitos usados no Capítulo 7.

## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 2.1 Perfis de Aço Formados a Frio

#### 2.1.1 Resistência Pós-Flambagem

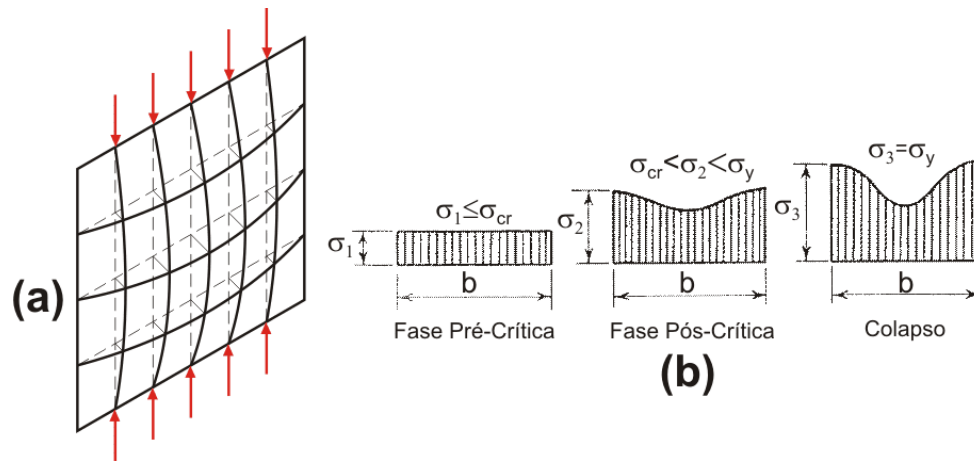
Conforme mencionado no Capítulo 1, os perfis de aço formados a frio são bastante suscetíveis ao fenômeno da flambagem local, quando os elementos que compõem a seção sofrem algum esforço de compressão. Um elemento de um perfil é definido como uma placa plana, entre as dobras da seção. A flambagem local do elemento é caracterizada pelo deslocamento transversal das placas que compõem o perfil e pela formação de ondas ao longo do comprimento do mesmo. A Figura 2.1 ilustra a definição de elemento de um perfil e exemplifica o fenômeno da flambagem local para perfis submetidos à flexão.



**Figura 2.1: (a) Perfil formado a frio dividido em dobras e elementos. (b) Exemplos de flambagem local em elementos comprimidos de perfis formados a frio sob flexão.**

Diferentemente de barras comprimidas, que entram em colapso quando flambam, as placas que compõem um perfil resistem a acréscimos de carga mesmo após a carga crítica ser atingida. Assim, as placas são elementos que, quando restringidos, possuem uma resistência pós-flambagem (ou pós-crítica) estável.

A resistência pós-flambagem pode ser compreendida com auxílio da Figura 2.2(a), onde se tem uma placa quadrada de largura  $b$  apoiada em seus quatro lados, submetida a um esforço de compressão uniforme. A partir da discretização da figura, observa-se que as linhas horizontais contêm os deslocamentos fora do plano da placa. Essa contenção é máxima nas bordas e menor no meio da placa. Por isso, a flambagem local provoca uma redistribuição de tensões na seção transversal da placa, conforme mostra a Figura 2.2(b). Aumentando o nível de carga, a tensão passa a se concentrar cada vez mais nas bordas, até que seja atingida a tensão de escoamento nessa região. Na figura,  $\sigma_{cr}$  é a tensão crítica e  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento.



**Figura 2.2: (a) Placa quadrada apoiada nos quatro lados sofrendo flambagem local. (b) Redistribuição de tensões na seção transversal da chapa.**

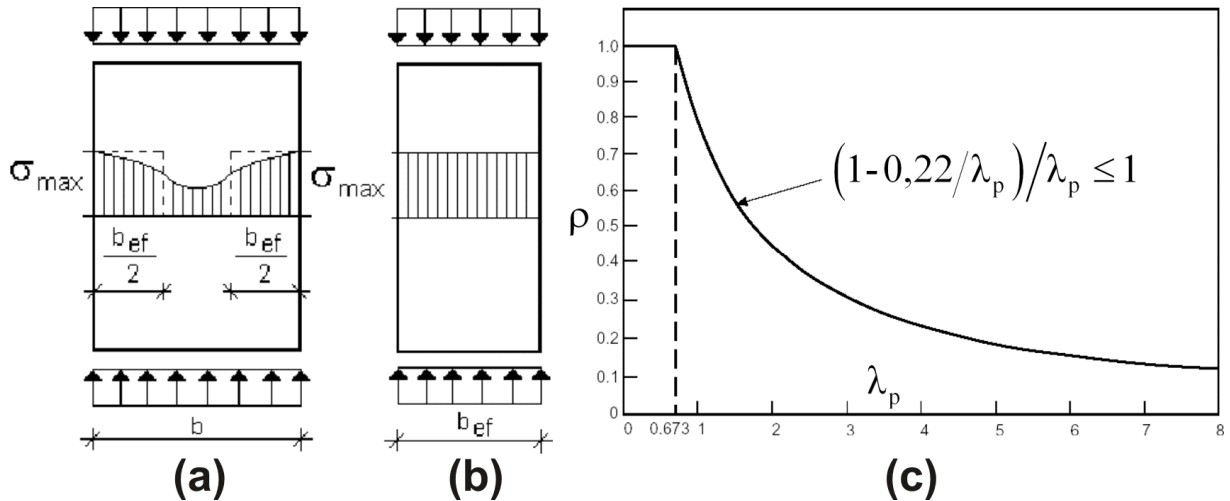
A tensão crítica de flambagem de uma placa é dada pela seguinte equação [Yu, 2000]:

$$\sigma_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (1)$$

onde  $k$  é o coeficiente de flambagem da placa,  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal do material,  $\nu$  é coeficiente de Poisson e  $b/t$  é a relação largura/espessura da placa.  $k$  depende da distribuição de tensões à qual a placa é submetida e das condições de contorno das bordas. Para uma placa com os quatro lados apoiados, sob compressão uniforme,  $k$  vale 4.

A redistribuição de tensões em uma placa que sofreu flambagem local, com perda de rigidez na parte central da mesma e com conseqüente concentração de tensões nas bordas, é responsável pela redução da capacidade resistente inicial, definida pela tensão de escoamento. Porém, o tratamento matemático do comportamento pós-crítico de uma placa é muito trabalhoso. Assim, uma previsão teórica simples desse comportamento pode ser encontrada a partir do *Critério de Larguras Efetivas*, proposto por Von Karman [Yu, 2000].

Para considerar a redução de rigidez da chapa, Von Karman propôs que, ao invés de se utilizar uma distribuição de tensões não-uniforme em uma placa de largura  $b$ , se considerasse que toda a carga aplicada fosse suportada por uma placa de largura fictícia  $b_{ef}$  (menor do que  $b$ ), sujeita a uma distribuição uniforme de tensões. A Figura 2.3 mostra esse procedimento. Assim, respeitado o equilíbrio de forças, a placa da Figura 2.3(a) com distribuição não-uniforme de tensões pode ser substituída pela placa da Figura 2.3(b), sob distribuição de tensões uniforme de valor  $\sigma_{max}$ .



**Figura 2.3:** (a) Placa real sob compressão uniforme sofrendo flambagem local. A largura é  $b$  e a distribuição de tensões é não-uniforme. (b) Placa efetiva, com largura efetiva  $b_{ef}$  e distribuição de tensões uniforme. (c) Variação do fator de redução associado à flambagem com o índice de esbeltez reduzido da placa.

Assim, pode-se considerar que  $b_{ef}$  é a largura de uma placa que flamba quando a tensão chega ao valor de  $\sigma_{max}$ . Se o valor de  $\sigma_{max}$  chegar ao nível da tensão de escoamento  $\sigma_y$ , pode-se escrever que:

$$\sigma_y = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b_{ef}}{t}\right)^2} \quad (2)$$

Comparando as Eqs. (1) e (2), tem-se a expressão proposta por Von Karman para a largura efetiva de uma placa:

$$\frac{b_{ef}}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}} = \frac{1}{\lambda_p} \quad (3)$$

onde  $\lambda_p$  é o índice de esbeltez reduzido da placa. Von Karman propôs uma formulação para uma chapa perfeita, o que fez com que outros pesquisadores incorporassem os efeitos das imperfeições mecânicas e geométricas no procedimento de cálculo, através da calibração experimental [Yu, 2000]. Com base nos resultados de testes realizados por Sechler e Winter [Winter, 1948], Winter propôs, inicialmente, a seguinte modificação para a fórmula da largura efetiva de placas simplesmente apoiadas em suas bordas longitudinais:

$$\frac{b_{ef}}{b} = \frac{1}{\lambda_p} \left(1 - \frac{0,25}{\lambda_p}\right) \quad (4)$$

A Eq. (4) foi posteriormente corrigida [Winter, 1968], para se chegar à expressão de largura efetiva utilizada atualmente na Norma Americana AISI, 2001, e na Norma Brasileira NBR 14762:2001:

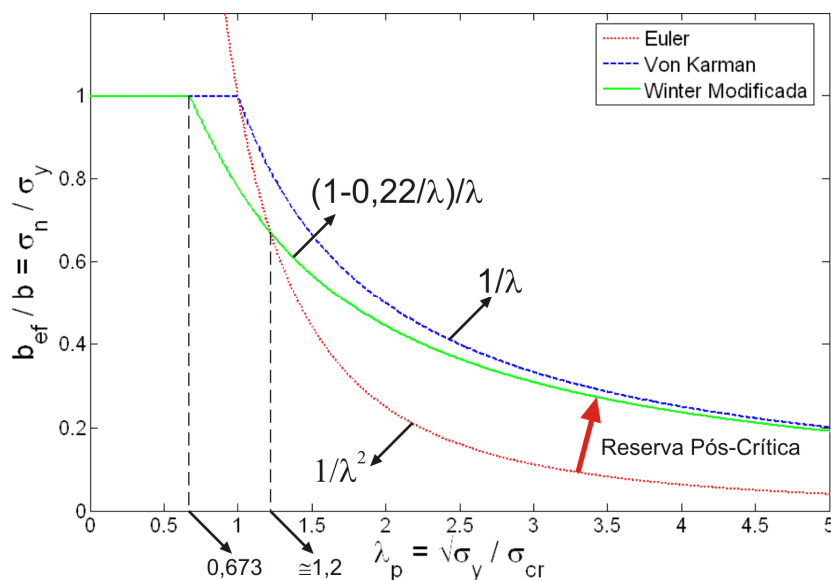
$$b_{ef} = \rho b \quad (5)$$

$$\rho = \frac{1}{\lambda_p} \left( 1 - \frac{0,22}{\lambda_p} \right) \quad (6)$$

onde  $\rho$  é o fator de redução associado à flambagem. A variação do fator de redução segue o comportamento da curva da Figura 2.3(c). Para índices inferiores a 0,673, assume-se que a placa seja inteiramente efetiva. As Eqs. (5) e (6) vão ser referenciadas ao longo desse trabalho como *Equação de Winter Modificada*.

As formulações discutidas nessa seção podem ser expressas como curvas de resistência associadas à flambagem local de placas. Essas curvas consideram a interação da flambagem local das placas com o escoamento da seção das mesmas. Ou seja, a capacidade resistente inicial da placa, que é a tensão de escoamento do material, pode ser reduzida pela flambagem local. Essas curvas estão apresentadas na Figura 2.4, comparadas com a curva de flambagem elástica de Euler, dada pela seguinte equação:

$$\frac{b_{ef}}{b} = \frac{1}{\lambda_p^2} \quad (7)$$



**Figura 2.4: Curvas de resistência associadas à flambagem local de placas.**

A curva de Euler considera que, quando  $\lambda_p > 1$ , o colapso é determinado pela carga crítica, ou seja, que não há resistência pós-crítica. Assim, comparando-se as outras formulações



com a curva de flambagem elástica de Euler, pode-se visualizar a reserva pós-crítica das placas que sofrem flambagem local.

Observa-se, da Figura 2.4, que a relação  $b_{ef}/b$  pode ser reescrita. Multiplicando o numerador e o denominador pelo produto  $t \cdot \sigma_y$  (espessura da placa multiplicada pela tensão de escoamento), tem-se:

$$\frac{b_{ef}}{b} = \frac{b_{ef} \cdot (t \sigma_y)}{b \cdot (t \sigma_y)} = \frac{A_{ef} \sigma_y}{A \sigma_y} = \frac{P_n}{P_y} \quad (8)$$

onde  $A$  é a área da seção transversal da placa,  $A_{ef}$  é a área efetiva da placa,  $P_y$  é a carga de compressão que causa escoamento na placa de seção  $A$ , e  $P_n$  é a carga de compressão resistente nominal da placa, que considera que a mesma é formada apenas pela área efetiva e que a tensão assume o valor da tensão de escoamento (como comentado, uma placa efetiva entra em colapso quando sua distribuição de tensões uniforme atingir a tensão de escoamento).

A Eq. (8) pode ser escrita como:

$$\frac{P_n}{P_y} = \frac{A \sigma_n}{A \sigma_y} = \frac{\sigma_n}{\sigma_y} \quad (9)$$

onde  $\sigma_n$  é a tensão resistente nominal, baseada na placa de área  $A$ . Assim,  $\sigma_n$  é a tensão de colapso que pode ser reduzida pela flambagem local da placa, ou seja, o colapso da placa de largura real ocorre para uma tensão menor do que a do escoamento do material.

A partir das Eqs. (8) e (9), pode-se escrever:

$$\frac{b_{ef}}{b} = \frac{\sigma_n}{\sigma_y} \quad (10)$$

o que quer dizer que a relação  $b_{ef}/b$  representa a resistência da placa.

As curvas de resistência podem ser obtidas para perfis completos, ou seja, para barras com diversas seções, consideradas como um conjunto de placas interagindo entre si. Essa é a idéia básica do Método da Resistência Direta. Por isso, as curvas de resistência de perfis formados a frio serão discutidas na Seção 2.1.4, que trata especificamente do Método da Resistência Direta.

### 2.1.2 Modos de Flambagem a Considerar

Perfis de aço formados a frio, quando submetidos à compressão ou flexão, estão sujeitos a diferentes modos de flambagem. Uma barra comprimida está sujeita ao fenômeno da flambagem global; caso essa barra tenha sua seção formada por elementos esbeltos, ela estará

sujeita à instabilidade das placas que compõem o perfil. Além do fenômeno da flambagem local já mencionado, as placas de um perfil podem sofrer flambagem distorcional.

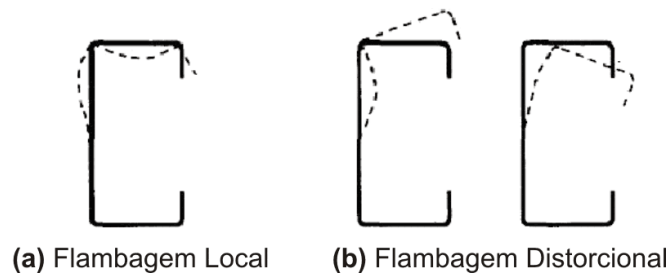
Na flambagem global de uma barra, a seção transversal não sofre alteração de sua forma (conforme mostrado mais adiante na Figura 2.6). O valor da carga crítica associada a esse modo depende da forma da seção transversal, do comprimento da barra e das condições de contorno (carregamento e apoios). Assim, dependendo da relação entre as rigidezes relacionadas à flexão e à torção, diversas formas de flambagem global podem ocorrer. Se a barra estiver solicitada predominantemente por um esforço normal de compressão, flambagem por flexão, flambagem por torção e flambagem por flexo-torção podem ocorrer. Caso a barra esteja solicitada predominantemente à flexão e/ou à torção, a flambagem lateral com torção pode se manifestar. O modo de flambagem global ocorre, em geral, para barras de comprimento longo e possui uma resistência pós-crítica muito pequena. Maiores detalhes sobre flambagem global podem ser encontrados em Allen e Bulson, 1980.

A flambagem local é um modo de instabilidade de placa, sendo que o mesmo pode ocorrer em um ou mais elementos de um perfil formado a frio. Esse modo caracteriza-se por deslocamentos transversais das placas que compõem o perfil, deformando a seção, sem que ocorra translação ou rotação das arestas comuns entre os elementos (dobras do perfil). Os elementos flambam segundo uma sucessão de meias-ondas senoidais ao longo do comprimento da barra. O modo local em um perfil é tratado de forma análoga ao de uma chapa isolada, tendo que se levar em conta a interação entre os elementos, que representa uma vinculação elástica das bordas da placa analisada. Esse modo de instabilidade se manifesta, em geral, em barras de pequeno comprimento e com elementos de grande relação largura/espessura. Perfis que flambam localmente possuem grande resistência pós-crítica.

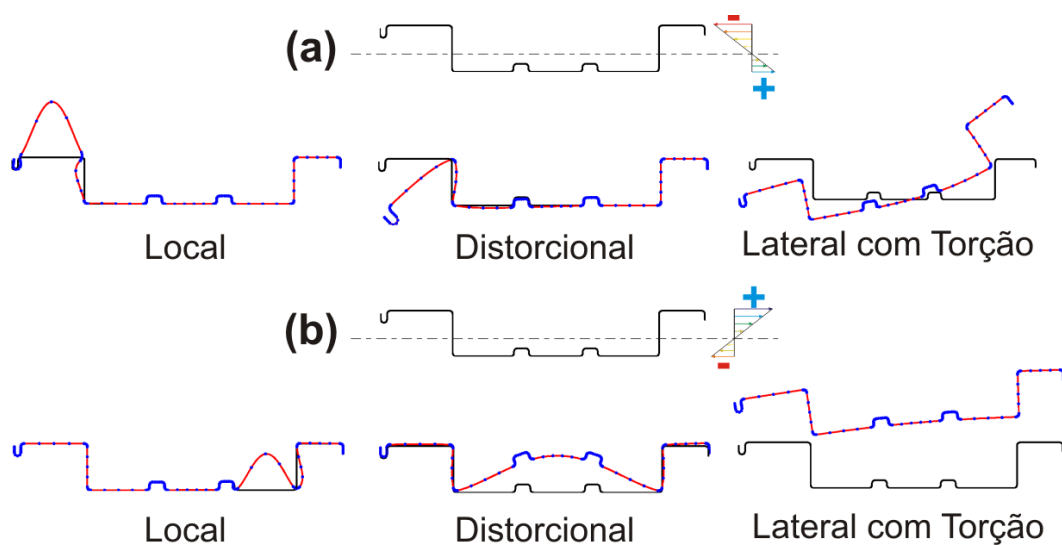
Além da flambagem local, os elementos de um perfil estão sujeitos à flambagem distorcional. Basicamente, esse fenômeno é causado pela perda de estabilidade do conjunto composto por um elemento comprimido e um ou mais enrijecedores. Desse modo, ocorrem a rotação e a possível translação das arestas de união entre os elementos da seção. O modo distorcional ocorre, em geral, em perfis com comprimento intermediário entre os de perfis que sofrem flambagem local e global. Assim como na flambagem local, o modo distorcional se desenvolve através de meias-ondas ao longo do comprimento da barra e oferece uma reserva pós-crítica, que é menor do que a apresentada por perfis que sofrem flambagem local.

As características dos modos de flambagem local e distorcional são discutidas em Hancock et al., 2001.

A Figura 2.5 diferencia os modos local e distorcional para um perfil do tipo C enrijecido submetido à flexão. Na Figura 2.6, ilustram-se os diferentes modos de flambagem aos quais um perfil do tipo painel submetido a solicitações de flexão está sujeito.



**Figura 2.5: Comparação entre os modos local e distorcional de um perfil C enrijecido.**



**Figura 2.6: Modos de flambagem de um perfil do tipo painel submetido a carregamento de flexão. (a) Compressão acima do eixo neutro. (b) Tração acima do eixo neutro. Fonte: Schafer, 2002.**

Considerando as diferentes formas de instabilidade às quais um perfil de aço formado a frio está submetido, é importante que seja considerada a interação entre tais modos. Conforme discutido na Seção 2.1.1, a flambagem local ocasiona uma perda de rigidez de uma barra comprimida, o que pode reduzir a capacidade de resistência ao escoamento do perfil. O mesmo ocorre com a resistência à flambagem global. Assim, a interação entre a flambagem local e flambagem global deve ser considerada na análise de um perfil formado a frio. Essa interação está inserida nas normas de dimensionamento de perfis de aço formados a frio.

A interação entre os modos de flambagem distorcional e global é desprezível, segundo os experimentos realizados por Hancock et al., 1994. Na verdade, Hancock, 1978, define o modo de flambagem distorcional como um tipo de interação entre os modos de flambagem local e global. Apesar de ter sido verificado que a flambagem distorcional não interage com a flambagem

global, deve-se ressaltar que a interação entre esse tipo de instabilidade e o escoamento é possível, ou seja, a flambagem distorcional é responsável pela redução da resistência ao escoamento de um perfil.

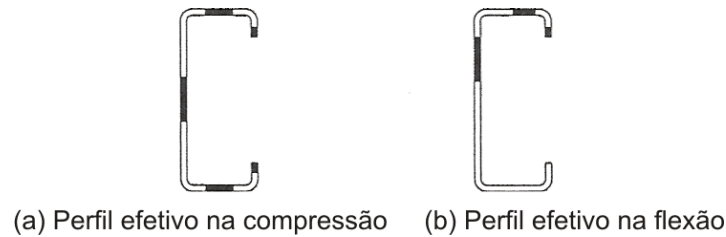
A interação entre os modos local e distorcional é mais complexa. Diversos pesquisadores estudaram esse fenômeno. Entre eles, pode-se citar Kwon e Hancock, 1992, que estudaram perfis do tipo C enrijecido sob compressão axial, sofrendo simultaneamente flambagem local na alma e flambagem distorcional no conjunto composto pelo flange comprimido e pelo enrijecedor de borda. Bernard et al., 1993 e 1995, fizeram estudos semelhantes com telhas de aço formadas a frio com enrijecedores intermediários nos flanges comprimidos.

A flambagem local vai depender da relação largura/espessura dos elementos e das condições de contorno das bordas da placa. A flambagem global vai depender das características geométricas da seção transversal (momento de inércia, constantes de torção e empenamento), excentricidade da carga aplicada e condições de contorno dos extremos da barra. Já a flambagem distorcional depende da rigidez do conjunto formado pelo elemento comprimido e enrijecedor. Ao se avaliar a flambagem distorcional, deve-se também considerar que um enrijecedor pode sofrer flambagem local, induzindo a flambagem local também no elemento enrijecido. Portanto, o uso de forma conjunta dos dois elementos estruturais discutidos (barra e placa) exige uma análise cuidadosa da esbeltez e rigidez de cada um dos componentes.

### **2.1.3 Procedimento da Norma NBR 14762:2001**

A Norma NBR 14762:2001 estabelece princípios gerais para o dimensionamento de perfis estruturais de aço formados a frio com base no *método dos estados limites*. São considerados o estado limite último e o estado limite de utilização.

A Norma Brasileira, como as normas estrangeiras semelhantes, assume as seções com elementos esbeltos como uma associação de placas. Assim, é utilizado o conceito de larguras efetivas apresentado na Seção 2.1.1 para considerar o efeito da flambagem local em cada um dos elementos isoladamente. Isso resulta em um perfil com propriedades geométricas efetivas, ou seja, uma área efetiva e um módulo resistente elástico efetivo. A Figura 2.7 mostra exemplos de perfis efetivos, com porções virtuais de área retiradas, ou seja, porções que não colaboram com a resistência à compressão.



**Figura 2.7: Exemplos de perfis efetivos, com porções virtuais de área retiradas.**

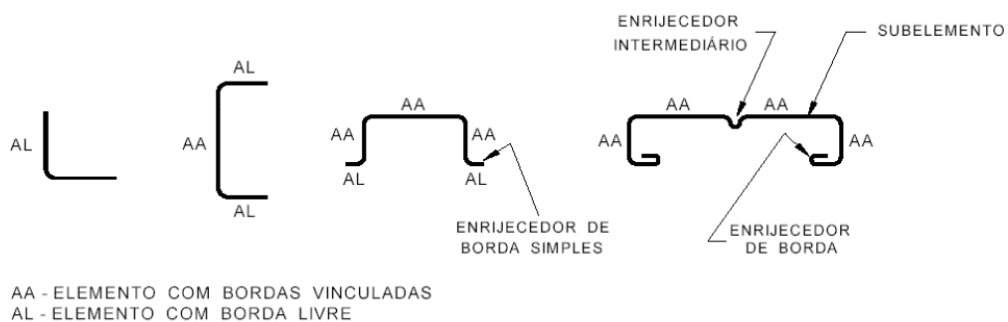
Cabe ressaltar que os elementos estruturais tratados pela NBR 14762:2001 são vigas, colunas e vigas-colunas. Todo o formulário referente à flambagem global está baseado nessa classificação. Além disso, a variação de tensões é linear através dos elementos, e os esforços considerados são generalizados: axial, flexão e cortante.

Para o cálculo das propriedades efetivas de cada elemento do perfil, considerando a interação com o escoamento da seção, a Norma utiliza a Equação de Winter Modificada, apresentada na Seção 2.1.1. O índice esbeltez reduzido da placa é reescrito segundo a Eq. (11):

$$\lambda_p = \frac{b/t}{0,95\sqrt{\frac{kE}{\sigma}}} \quad (11)$$

onde  $\sigma$  é a máxima tensão normal de compressão admitida no elemento do perfil.

A Norma classifica cada elemento do perfil como um elemento AA, ou *elemento com bordas vinculadas* (com as duas bordas longitudinais vinculadas a outros elementos) ou como um elemento AL, ou *elemento com borda livre* (com apenas uma borda longitudinal vinculada a outro elemento). A ilustração desses tipos de elementos, bem como de outras definições da Norma, está exibida na Figura 2.8.



**Figura 2.8: Tipos de elementos componentes de perfis formados a frio classificados segundo a Norma Brasileira. Fonte: NBR 14762:2001.**

O valor de  $k$  da Eq. (11) depende, basicamente, de uma das duas condições de contorno das bordas da placa (elemento AA ou elemento AL), e da distribuição linear de tensões na seção

da placa. O valor de  $k$  é apresentado nas Tabelas 4 e 5 da Norma NBR 14762:2201. A Norma também conta com uma seção que aborda os enrijecedores inadequados, que podem reduzir o valor de  $k$  dos elementos comprimidos adjacentes.

Utilizando a Equação de Winter Modificada e usando o valor de  $k$  para uma chapa isolada (sem considerar interação entre os elementos), o método proposto pela Norma é, muitas vezes, conservador.

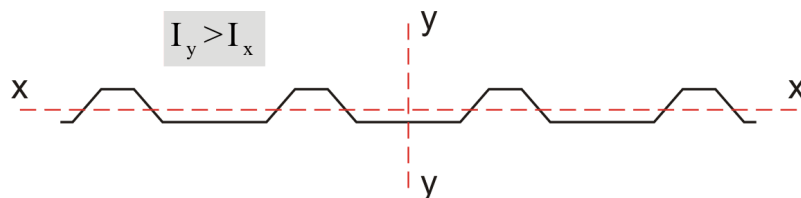
A solicitação analisada ao longo desse trabalho é a flexão pura, sendo considerado apenas o estado limite último (referente ao escoamento da seção ou à flambagem lateral com torção da barra). Por isso, vai ser apresentada apenas a formulação referente a esse tipo de solicitação e ao estado limite referido. Para barras submetidas à flexão simples, o momento fletor resistente nominal  $M_n$  e o momento fletor resistente de cálculo  $M_{Rd}$ , considerando a interação com o escoamento da seção efetiva e com a flambagem lateral com torção são dados pelas Eqs. (12) e (13), respectivamente:

$$M_n = \rho_{FLT} W_{c,ef} \sigma_y \quad (12)$$

$$M_{Rd} = \frac{M_n}{\gamma} \quad (\gamma=1,1) \quad (13)$$

onde  $\rho_{FLT}$  é o fator de redução associado à flambagem lateral com torção e  $W_{c,ef}$  é o módulo de resistência elástico da seção efetiva em relação à fibra comprimida, calculado com base nas larguras efetivas dos elementos.  $W_{c,ef}$  leva em consideração a interação da flambagem local com o escoamento e  $\rho_{FLT}$  leva em consideração a interação da flambagem local com a flambagem lateral com torção, no cálculo do momento resistente nominal.  $\rho_{FLT}$  representa uma curva de resistência, cuja formulação encontra-se no item 7.8.1.2 da NBR 14762:2001.

Nesse trabalho, o cálculo de  $\rho_{FLT}$  é dispensável. Isso se deve ao fato de que telhas de aço formadas a frio de perfil trapezoidal, quando sob flexão, não sofrem flambagem lateral com torção. Ou seja,  $\rho_{FLT} = 1$  na Eq. (12). Isso pode ser entendido com a observação da Figura 2.9.



**Figura 2.9: Eixos de flexão de uma telha de perfil trapezoidal.**

Uma telha do tipo mostrado na Figura 2.9 trabalha sob flexão em relação ao eixo  $x-x$ . Como o momento de inércia em relação ao eixo  $y-y$   $I_y$  é muito maior do que o momento de

inércia em relação ao eixo  $x-x$   $I_x$ , pode-se concluir que esse perfil não vai sofrer flambagem lateral com torção [Allen e Bulson, 1980].

Diferentemente de quando se trabalha com barras axialmente comprimidas (com o mesmo nível de tensões aplicado em todos os elementos do perfil), na flexão as tensões são variáveis. Nos elementos paralelos ao eixo de flexão, pode-se considerar a tensão constante, já que a espessura do elemento é muito pequena e o erro cometido pela simplificação é desprezível. Nos elementos perpendiculares ao eixo de flexão (ou inclinados), a variação de tensão deve ser levada em conta. Assim, nas almas dos perfis, por exemplo, apenas a porção comprimida pode sofrer flambagem local. Isso implica que o perfil efetivo (ver Figura 2.7(b)) seja assimétrico, mesmo que o perfil original tenha eixo de simetria.

A maior dificuldade na determinação do momento fletor resistente nominal consiste no cálculo de  $W_{c,ef}$ , uma vez que a assimetria adquirida pelo perfil fletido que sofreu flambagem local provoca uma mudança na posição do eixo neutro. Conseqüentemente, a distribuição linear de tensões na seção é modificada, o que torna o processo iterativo.

A Norma Brasileira NBR 14762:2001 apresenta um anexo (Anexo D) para o tratamento do fenômeno da flambagem distorcional. Porém, a aplicabilidade desse anexo é limitada a poucos tipos de seções.

#### **2.1.4 Método da Resistência Direta (MRD)**

O Método das Larguras Efetivas foi originalmente desenvolvido para levar em conta a flambagem local em perfis de aço formados a frio, considerando-os como uma associação de placas tratadas isoladamente. O método foi estendido para considerar a flambagem distorcional através de calibração experimental, como, por exemplo, a encontrada no trabalho de Kwon e Hancock, 1992.

Conforme as seções ganham mais rigidez à flexão com o aumento do número de dobras, o cálculo das propriedades efetivas torna-se muito complexo. Além disso, a interação entre os elementos não é considerada. Por isso, as normas de projeto de perfis formados a frio tratam a flambagem distorcional de maneira muito limitada. Para contornar esses problemas, Schafer e Peköz propuseram um método alternativo de cálculo de perfis formados a frio: o Método da Resistência Direta [Schafer, 2002; Hancock et al., 2001].

A idéia do método consiste, basicamente, em utilizar curvas de resistência ajustadas experimentalmente para calcular as cargas de colapso do perfil com um todo. Ou seja, os elementos que compõem o perfil passam a trabalhar de maneira conjunta, não sendo tratados como elementos isolados.

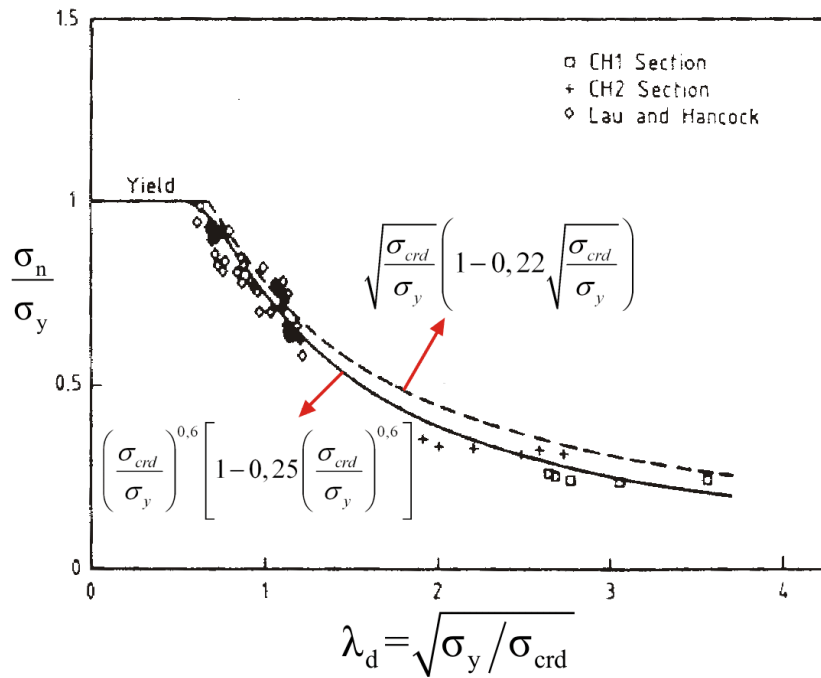
Sabe-se, da Seção 2.1.2, que os perfis de aço formados a frio estão sujeitos aos modos de flambagem local, distorcional e global. Como visto, a flambagem local e a flambagem distorcional são fenômenos de instabilidade com comportamento pós-crítico estável. Assim, o colapso de um perfil, em geral, ocorre por escoamento da seção ou por flambagem global da barra.

As curvas de resistência de um perfil são curvas semi-empíricas, calibradas com dados experimentais. Essas curvas representam a resistência última de um perfil, considerando a interação entre os modos de flambagem local e distorcional com o escoamento da seção e com a flambagem global da barra.

Portanto, existem curvas de resistência associadas à flambagem local e à flambagem distorcional de um perfil. Em geral, é conveniente expressar essas curvas através duma relação de tensões como a obtida na Eq. (9) para placas isoladas.

A Figura 2.10 mostra uma curva de resistência associada à flambagem distorcional (considerando interação com o escoamento da seção), calibrada experimentalmente, para perfis do tipo C enrijecidos, sob solicitação de compressão axial [Kwon e Hancock, 1992]. Nessa figura,  $\lambda_d$  é o índice de esbeltez associado à flambagem distorcional e  $\sigma_{crd}$  é a tensão crítica associada ao mesmo modo. As tensões críticas utilizadas nas curvas de resistência de um perfil representam a tensão crítica da seção, considerando a interação elástica entre os elementos que a compõem.





**Figura 2.10: Curvas de resistência associadas à flambagem distorcional calibradas experimentalmente. Fonte: Kwon e Hancock, 1992.**

Para a definição das curvas do Método da Resistência Direta, a curva de Winter Modificada para larguras efetivas de uma placa isolada (Eqs. (5) e (6)) é adaptada, alterando-se os coeficientes e expoentes, para, então, considerar o perfil como uma unidade. Primeiramente, a equação é reescrita em termos das tensões críticas e de colapso do perfil, do mesmo modo como foi feito nas Eqs. (8) e (9):

$$\frac{\sigma_{nl}}{\sigma_y} = \left( 1 - 0,22 \sqrt{\frac{\sigma_{crl}}{\sigma_y}} \right) \sqrt{\frac{\sigma_{crl}}{\sigma_y}} \quad \text{para } \lambda_l > 0,673 \quad (14)$$

onde  $\sigma_{nl}$  é a tensão resistente nominal associada à flambagem local, considerando que a forma de colapso é do perfil como um todo e que leva em conta a interação entre a flambagem local e o colapso por escoamento,  $\sigma_{crl}$  é a tensão crítica de flambagem elástica local do perfil como um todo, e  $\lambda_l$  é o índice de esbelteza associado à flambagem local do perfil.

A Eq. (14) considera a interação da flambagem local com o colapso por escoamento. Essa equação pode ser generalizada substituindo  $\sigma_y$  por  $\sigma_{LIM}$ .  $\sigma_{LIM}$  representa a tensão limite do perfil, que pode assumir o valor da tensão de escoamento  $\sigma_y$  ou o valor da tensão crítica de flambagem global da barra, dependendo da interação que se quer considerar.

O Método da Resistência Direta trabalha com esforços generalizados. Então, a Eq. (14) pode ser reescrita em termo de momentos fletores a partir das seguintes relações:

$$\frac{\sigma_{nl}}{\sigma_{LIM}} = \frac{\sigma_{nl} \cdot W_c}{\sigma_{LIM} \cdot W_c} = \frac{M_{nl}}{M_{LIM}} \quad (15)$$

$$\frac{\sigma_{crl}}{\sigma_{LIM}} = \frac{\sigma_{crl} \cdot W_c}{\sigma_{LIM} \cdot W_c} = \frac{M_{crl}}{M_{LIM}} \quad (16)$$

onde  $W_c$  é o módulo resistente elástico da seção em relação à fibra comprimida,  $M_{nl}$  é o momento fletor resistente nominal para flambagem local,  $M_{crl}$  é o momento fletor crítico de flambagem elástica local,  $M_{LIM}$  é o momento fletor limite de colapso da seção (que pode ser o momento fletor de escoamento  $M_y$  ou o momento fletor crítico de flambagem lateral com torção, dependendo de qual interação se está considerando)

Assim, ajustando-se a Eq. (14), e reescrevendo-a em termos do momento fletor aplicado na seção, têm-se duas curvas de resistência para barras fletidas (aplicação desse trabalho), considerando a interação da flambagem local e da flambagem distorcional com a forma de colapso da seção, que pode ser por escoamento ou por flambagem global. Para flambagem local, a curva de resistência é dada pelas seguintes expressões:

$$M_{nl} = M_{LIM} \quad \text{para } \lambda_l \leq 0,776 \quad (17)$$

$$M_{nl} = \left[ 1 - 0,15 \left( \frac{M_{crl}}{M_{LIM}} \right)^{0,4} \right] \left( \frac{M_{crl}}{M_{LIM}} \right)^{0,4} M_{LIM} \quad \text{para } \lambda_l > 0,776 \quad (18)$$

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{M_{LIM}}{M_{crl}}} \quad (19)$$

lembrando que  $\lambda_l$  é o índice de esbeltez associado à flambagem local da seção.

Quando se quer considerar a interação entre a flambagem distorcional e a carga de colapso, as expressões fornecidas pelo MRD são as seguintes:

$$M_{nd} = M_y \quad \text{para } \lambda_d \leq 0,673 \quad (20)$$

$$M_{nd} = \left[ 1 - 0,22 \left( \frac{M_{crl}}{M_y} \right)^{0,5} \right] \left( \frac{M_{crl}}{M_y} \right)^{0,5} M_y \quad \text{para } \lambda_d > 0,673 \quad (21)$$

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{M_y}{M_{crl}}} \quad (22)$$

onde  $M_{nd}$  é o momento fletor resistente nominal para flambagem distorcional,  $M_{crl}$  é o momento fletor crítico de flambagem elástica distorcional, e  $\lambda_d$  é o índice de esbeltez associado à flambagem distorcional da seção. As Eqs. (20), (21) e (22) só consideram a interação entre a

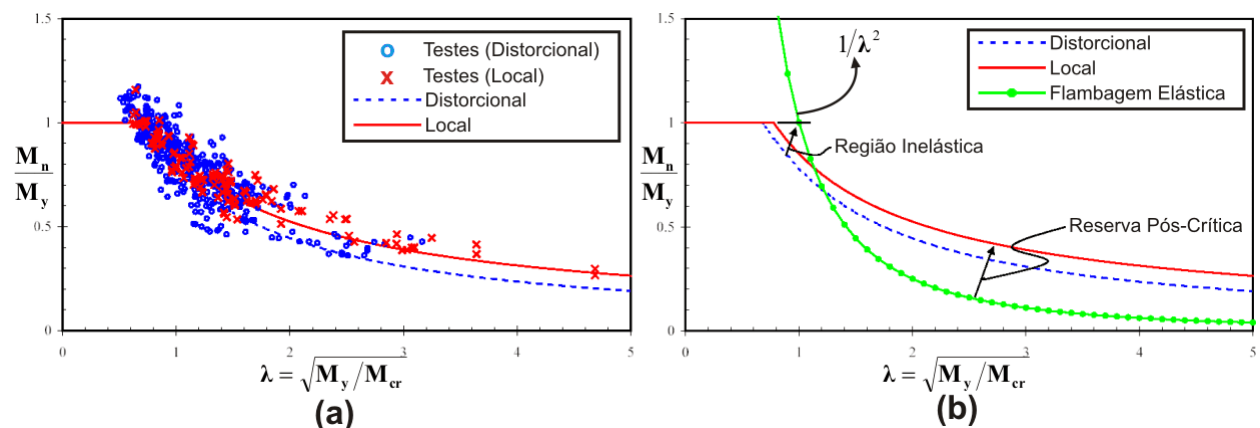
flambagem distorcional com o escoamento da seção, pois foi verificado experimentalmente por Hancock et al., 1994, que a interação entre flambagem distorcional e a flambagem global é desprezível.

Observa-se que  $M_{LIM}$  é o momento fletor referente ao colapso do perfil tratado com um todo. Assim, as Eqs. (17) a (22) fornecem diretamente o momento fletor resistente nominal da seção. Por isso, com o uso do Método da Resistência Direta, dispensa-se o cálculo trabalhoso das propriedades efetivas; uma vez obtidos os momentos fletores críticos de flambagem elástica, o cálculo da resistência de um perfil de geometria complexa é realizado de maneira muito simples.

O uso do Método da Resistência Direta exige como dados de entrada as cargas críticas de flambagem elástica do perfil, o que garante a consideração da interação entre os elementos que compõem a seção. Assim, a interação, tanto da flambagem local quanto da flambagem distorcional, com a forma de colapso (escoamento ou flambagem global) é tratada de forma simples.

As cargas críticas de flambagem elástica do perfil como um todo podem ser obtidas por diversos métodos, entre eles métodos numéricos com Método das Faixas Finitas e Método dos Elementos Finitos, que serão tratados na Seção 2.1.5.

A Figura 2.11(a) ilustra a calibração das curvas de resistência para barras fletidas, considerando-se a interação com o escoamento. Na Figura 2.11(b), as mesmas curvas de resistência estão comparadas com a curva de flambagem elástica de Euler.  $M_n$  representa o momento fletor resistente nominal da seção, tanto o associado à flambagem local quanto o associado à flambagem distorcional. Observa-se que a resistência pós-flambagem do modo local é maior do que a do modo distorcional.



**Figura 2.11: (a) Calibração das curvas de resistência do MRD para barras fletidas considerando a interação com o escoamento da seção. (b) Curvas de resistência comparadas com a curva de flambagem elástica de Euler. Fonte: Schafer, 2002.**

A carga crítica de um perfil, calculada por algum método que considere a interação entre os elementos da seção, pode ser tanto conservadora como contra a segurança quando comparada com a calculada pelo Método das Larguras Efetivas. Exemplos desse comportamento são dados no trabalho de Hancock, 1978.

O Método da Resistência Direta faz parte da especificação da AISI para dimensionamento de perfis formados a frio [Schafer, 2002], constituindo o Apêndice 1 dessa norma, aplicável a todas as vigas e colunas. O método não é explicitamente destinado a análises de esforço cortante, combinação de flexão e esforço cortante, *web crippling*, combinação de flexão e *web crippling* ou combinação de compressão e flexão (vigas-colunas). Para esses casos, a “norma clássica” deve ser usada quando a mesma fornecer especificações suficientes ao problema analisado, ou o MRD pode ser estendido a essas aplicações fazendo-se uso de coeficientes de segurança e resistência conservadores. O trabalho de Rusch e Lindner, 2001, referente à análise de vigas-colunas, destaca a limitação do método quando aplicado a esses componentes.

O Apêndice 1 da Norma AISI traz tabelas de seções “pré-qualificadas”, as quais podem ser analisadas através do MRD com coeficientes de segurança e resistência calibrados. Ainda assim, o MRD pode ser aplicado a seções de vigas e colunas que não respeitem as limitações das tabelas do Apêndice 1, mas coeficientes conservadores precisam ser utilizados. As seções pré-qualificadas foram definidas a partir de testes realizados por diversos autores citados em Schafer, 2002, entre eles Kwon e Hancock, 1992, e Bernard et al., 1993 e 1995.

Ainda se deve ressaltar que o MRD pode ser usado para vigas e colunas que contam com especificações suficientes para serem calculadas pelo método clássico da Norma (utilizando conceito de larguras efetivas). Apesar das diferenças de resultados que possam surgir na análise de um mesmo problema pelos dois métodos, sabe-se que os coeficientes de segurança e resistência utilizados em ambos garantem a confiabilidade.

O cálculo da carga crítica de flambagem global pelo MRD segue o procedimento da Norma AISI. Assim, adaptando o método à Norma Brasileira NBR 14762:2001, o cálculo de  $M_{LIM}$  para flambagem pode seguir a formulação do item 7.8.2.1, onde se considera que o módulo elástico efetivo da seção  $W_{c,ef}$  é igual ao módulo elástico da seção bruta  $W_c$ .

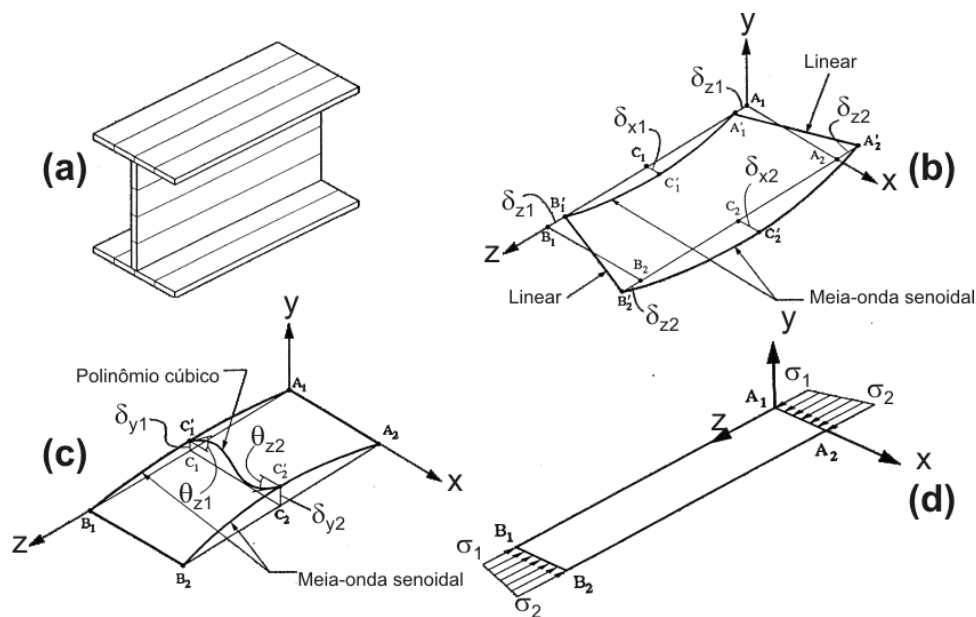
Finalmente, o colapso será governado pelo menor valor entre  $M_{LIM}$ ,  $M_{nl}$  e  $M_{nd}$ .

### **2.1.5 Método das Faixas Finitas (MFF) e Método dos Elementos Finitos (MEF)**

O Método das Faixas Finitas (MFF) é uma ferramenta muito útil para a investigação dos modos de flambagem de um perfil formado a frio. O método apresentado aqui é o mesmo

descrito por Cheung e Tham, 1998, originalmente desenvolvido para análise de tensões em placas. O MFF começou a ganhar importância para análise de flambagem elástica de perfis de paredes finas com o trabalho de Hancock, 1978, com aplicação em perfis do tipo I sob flexão.

A idéia do método consiste em subdividir um perfil formado a frio em faixas longitudinais, como mostra a Figura 2.12(a). A variação dos deslocamentos na direção longitudinal das faixas finitas é representada por funções harmônicas, enquanto funções polinomiais interpolam a variação dos deslocamentos nas direções transversais da seção. Apenas meia onda senoidal é utilizada para descrever os deslocamentos na direção longitudinal.



**Figura 2.12: (a) Perfil do tipo I discretizado com faixas finitas. (b) Deslocamentos no plano da faixa (membranais). (c) Deslocamentos fora do plano da faixa (flexão de placa). (d) Distribuição de tensões longitudinais numa faixa. Fonte: Hancock, 1978.**

Os deslocamentos de cada faixa finita estão ilustrados na Figura 2.12(b) e (c). Os mesmos são representados pelas linhas nodais (linhas  $A_1B_1$  e  $A_2B_2$ ), que possuem 4 graus de liberdade cada (deslocamentos em  $x$ ,  $y$  e  $z$  e rotação em  $z$ ). As faixas possuem rigidez de membrana e de flexão de placa. A rigidez membranal é representada pelos deslocamentos no plano  $\delta_x$  e  $\delta_z$ . Os deslocamentos membranais variam segundo uma meia-onda senoidal em  $z$  e segundo uma distribuição linear em  $x$ . A flexão de placa é representada pelo deslocamento  $\delta_y$  e pela rotação  $\theta_z$ .  $\delta_y$  varia segundo um polinômio cúbico em  $x$  e acompanha a meia-onda senoidal em  $z$ . Os extremos das faixas finitas (linhas  $A_1A_2$  e  $B_1B_2$ ) podem deformar apenas no plano.

Cada uma das faixas finitas pode ser submetida a uma distribuição de tensões normais de compressão com variação linear através da seção, porém uniforme ao longo do comprimento (Figura 2.12(d)). Além do carregamento, as propriedades da seção e as restrições nodais (que na

verdade são aplicadas sobre as linhas nodais) não podem variar na direção longitudinal das faixas.

No MFF, os deslocamentos em  $x$ ,  $y$  e  $z$  e a rotação em  $z$  são compatíveis em uma linha nodal comum a duas faixas adjacentes.

O Método das Faixas Finitas torna-se uma ferramenta muito útil para a análise dos modos de flambagem de um perfil formado a frio pelos seguintes motivos:

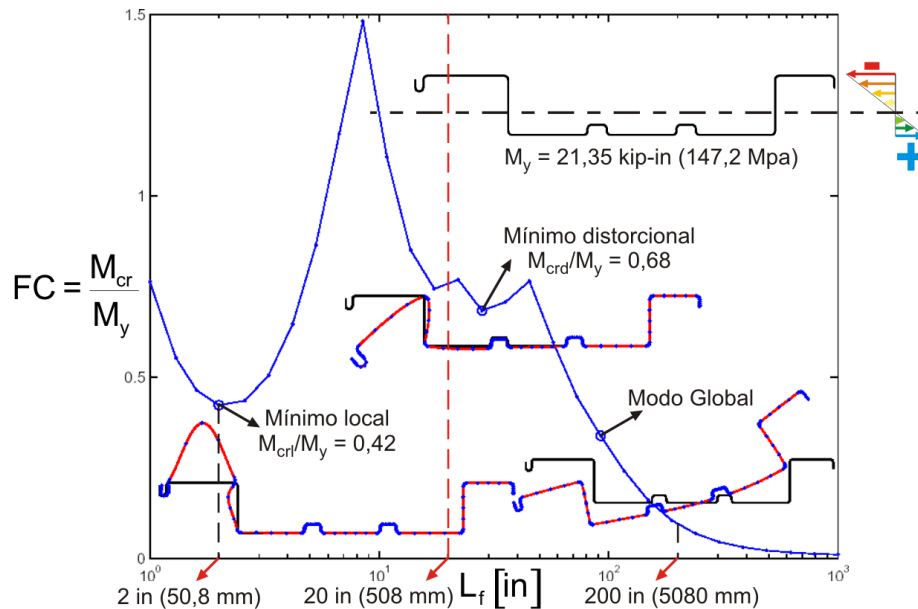
- O método é eficiente para o cálculo das cargas críticas de flambagem elástica de perfis de parede fina e não é computacionalmente custoso.
- As condições de compatibilidade de deslocamentos e rotação nas linhas nodais comuns entre duas faixas finitas adjacentes garantem a interação entre as mesmas. Assim, o fenômeno da flambagem distorcional pode ser tratado de maneira simples.
- A variação da carga crítica em função do comprimento de flambagem, bem como os modos de flambagem, pode ser exibida através de gráficos desenhados por programas de computador, de maneira muito prática para a compreensão do comportamento do perfil.

Um programa computacional para análise de flambagem elástica implementado com o uso do MFF é o CUFSM, desenvolvido por Schafer, 2002. O CUFSM é um programa que pode ser copiado livremente no endereço eletrônico [www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm](http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm). O programa resolve um problema de autovalores para a análise de estabilidade. Mesmo assim, é importante lembrar que o MFF já tenha sido utilizado levando em conta não-linearidades geométricas, como no trabalho de Hancock, 1981, que analisa perfis caixão e perfis I sob compressão axial com imperfeições iniciais.

Respeitando a variação de tensões normais utilizadas no MFF, o programa CUFSM permite a análise de estabilidade de perfis submetidos a solicitações que podem variar de compressão pura até flexão pura, passando por flexão composta. Convém lembrar que o estado de tensões é uniforme ao longo do comprimento das faixas finitas. O CUFSM também permite a aplicação de restrições de graus de liberdade das linhas nodais (que são constantes ao longo do comprimento).

A tensão crítica é calculada para diversos comprimentos de flambagem  $L_f$ , que representam o comprimento de meia onda da função senoidal que interpola a faixa finita longitudinalmente. Torna-se interessante apresentar os resultados obtidos pelo MFF como mostra a Figura 2.13 (extraída de Schafer, 2002), em termos de um fator de carga  $FC$  em função do comprimento de flambagem  $L_f$ . O fator de carga representa a tensão crítica de flambagem elástica adimensionalizada em relação a alguma tensão de referência, que vai ser assumida como

a tensão de escoamento  $\sigma_y$ . O CUFSM foi desenvolvido para ser empregado juntamente com o Método da Resistência Direta, e, por isso, são utilizados esforços generalizados (esforço normal e momento fletor). Assim, na Figura 2.13, o fator de carga  $FC$  representa a razão entre o momento fletor crítico de flambagem elástica  $M_{cr}$  e o momento que provoca escoamento nas fibras mais externas da seção (semelhante à formulação apresentada na Seção 2.1.4).



**Figura 2.13: Exemplo de saída gráfica fornecida pelo programa CUFSM. Fonte: Schafer, 2002.**

Esse tipo de gráfico, uma vez definido o comprimento de um perfil, permite determinar a carga crítica de flambagem do mesmo: mínimo valor de fator de carga entre todos os comprimentos  $L_f$  inferiores ao comprimento do perfil. Estão associados a  $FC$  um modo de flambagem (local, distorcional, global ou uma combinação desses) e seu comprimento de flambagem  $L_f$ .

Se, por exemplo, na Figura 2.13, o comprimento do perfil for de 508 mm, a flambagem elástica estará associada a um  $FC = 0,42$  e a um modo local com  $L_f$  igual a 50,8 mm. Ou seja, o perfil flamba localmente com um comprimento de meia-onda de 50,8 mm na posição em que o momento fletor crítico for atingido. Se o momento fletor for constante ao longo do comprimento do perfil, o mesmo flamba com 10 “meias-ondas” ao longo de seu comprimento. Se o perfil tiver, por exemplo, 5080 mm, o modo característico é o global, com comprimento de meia-onda igual ao comprimento do perfil, ou seja, a barra flamba com apenas meia onda de flambagem.

Quando o MFF é utilizado em conjunto com o MRD, é preciso determinar as cargas críticas correspondentes a cada um dos modos de flambagem para, assim, analisar a interação

entre os diferentes modos. Essa tarefa consiste em encontrar, no gráfico, os pontos mínimos correspondentes a cada um dos modos.

Com a realização de diversas análises de estabilidade através do MFF, é possível fazer as seguintes observações a respeito dos modos de flambagem dos perfis de aço formados a frio:

- O modo local ocorre para comprimentos de meia-onda inferiores à maior dimensão característica de um perfil. Isso se deve ao fato de que, para placas simplesmente apoiadas, a flambagem se manifesta em onda quadradas ao longo do comprimento [Yu, 2000], ou seja, o comprimento de meia-onda é igual à largura da placa. Assim, qualquer restrição adicional que um elemento adjacente do perfil ofereça à borda da chapa analisada (interação), o comprimento de flambagem será menor.
- O modo global ocorre para grandes comprimentos de meia-onda. Não existem mínimos correspondentes à flambagem global, assim, uma barra sempre flamba globalmente com uma meia-onda ao longo do comprimento. Ou seja, o comprimento de flambagem de um perfil que sofra flambagem global, analisado pelo CUFMS, é sempre igual ao próprio comprimento do perfil, o que limita a análise desse modo de flambagem.
- O modo distorcional ocorre para comprimentos de flambagem intermediários. Muitas vezes, o modo distorcional interage com o modo global para um grande faixa de comprimentos de meia-onda. Nesses casos, o gráfico de  $FC$  em função de  $L_f$  não apresenta mínimos correspondentes a esse modo, o que pode dificultar a análise do Método da Resistência Direta. Atualmente, estão sendo desenvolvidas técnicas de decomposição e identificação modal juntamente com o MFF. Essas técnicas permitem o tratamento de cada um dos modos isoladamente. Uma discussão sobre essa variação do MFF pode ser encontrada em Schafer e Ádány, 2006.

No contexto de análise de estabilidade de perfis de parede fina, o Método das Faixas Finitas apresenta duas grandes limitações:

- As solicitações consideradas são uniformes ao longo do comprimento das faixas finitas.
- A barra analisada é suposta bi-apoiada, para ser compatível com a função de interpolação senoidal da direção longitudinal.

As limitações citadas acima restringem a aplicabilidade do método para o cálculo da flambagem global. Assim, é conveniente o uso de expressões analíticas para o cálculo da carga crítica de flambagem global, como as apresentadas nos itens 7.7 e 7.8 da Norma NBR 14762:2001. As equações prescritas pela Norma podem facilmente levar em conta outras



condições de contorno dos extremos da barra e momentos que variam ao longo do comprimento da mesma.

O Método das Faixas Finitas aqui descrito é referido como *Semianalytical Finite Strip Method* por Cheung e Tham, 1998. Uma variação desse método é o *Spline Finite Strip Method*, desenvolvido por Lau e Hancock [Hancock et al., 2001]. Essa versão do MFF utiliza funções *spline* ao invés de uma meia-onda senoidal na direção do comprimento das faixas finitas. Assim, é permitida a utilização de diferentes condições de contorno nas extremidades da barra analisada. Uma aplicação desse método pode ser encontrada no trabalho de Kwon e Hancock, 1992. É demonstrado que, para barras de comprimento grande, as cargas críticas de flambagem distorcional fornecidas pelo MFF convencional e pelo *Spline Finite Strip Method* são muito próximas, independente das condições de contorno adotadas com o *Spline Finite Strip Method*. Ou seja, as condições de contorno deixam de influenciar o modo de flambagem quando esse se manifesta através de várias meias-ondas ao longo do comprimento.

O uso do Método dos Elementos Finitos (MEF) [Zienkiewicz, 1982] pode contornar as limitações apresentadas pelo MFF. O perfil também é discretizado na direção longitudinal, gerando uma malha de elementos finitos. São usadas funções polinomiais para interpolar os deslocamentos nodais tanto nas direções transversais da seção quanto na direção do comprimento da barra. Qualquer tipo de condições de contorno e carregamento pode ser utilizado. Além disso, o carregamento, as propriedades geométricas da seção e as restrições podem variar ao longo do comprimento da barra analisada.

Existem diversos softwares comerciais de elementos finitos que realizam análise de estabilidade, tanto resolvendo um problema de autovalores quanto considerando não-linearidades físicas ou geométricas no problema. Enfim, o MEF pode ser adaptado a qualquer tipo de problema, desde que feita uma modelagem consistente. Porém, o método é muito mais custoso computacionalmente quando comparado com o MFF.

## **2.2 Fundamentos de Algoritmos Genéticos**

### **2.2.1 Os Algoritmos Genéticos no Contexto da Otimização**

Muitos métodos lineares e não-lineares de programação matemática já foram desenvolvidos para resolver problemas de otimização. Entretanto, nenhum método mostrou-se inteiramente eficiente ou robusto para a aplicação nos diferentes problemas de otimização de Engenharia. A maioria dos métodos de otimização geralmente busca a solução na vizinhança de um ponto inicial, através de cálculos de gradientes. Se o problema apresenta mais de um ótimo local, o resultado obtido vai depender da escolha do ponto inicial, e o ótimo global pode não ser

encontrado. Além disso, quando a função objetivo (função que se quer otimizar) e suas restrições apresentam muitos picos, a procura da solução através de cálculo de gradientes torna-se difícil e instável.

Os Algoritmos Genéticos (AGs) constituem um método estocástico de solução de problemas de otimização, criado por Holland, 1975, e desenvolvido por diversos pesquisadores, com destaque para Goldberg, 1989. Os AGs são algoritmos de busca global de soluções, baseados nos conceitos da teoria da evolução natural de Darwin. Combinam sobrevivência do melhor indivíduo (solução) com troca aleatória de informações para formar um algoritmo de busca estruturado. A cada geração, um novo conjunto de indivíduos artificiais (algum tipo de estrutura de dados) é criado a partir de características (dados) do conjunto antigo.

Durante a criação, os objetivos dos AGs puderam ser divididos em dois: (1) explicar rigorosamente de maneira abstrata o processo adaptativo de sistemas naturais, e (2) criar programas de otimização que usem os conceitos de seleção natural para resolver problemas de Engenharia [Goldberg, 1989].

Muitos problemas de interesse em Engenharia são complexos, não-lineares, de difícil representação e descritos por funções nem sempre diferenciáveis. Nesse tipo de problema, muitas vezes é conveniente a utilização de métodos de otimização estocásticos, incluindo os Algoritmos Genéticos. Os métodos estocásticos utilizam um conjunto de ações que buscam a solução ótima de maneira aleatória, sem necessitar de muitas informações sobre o comportamento do problema (cálculo de gradientes), apenas das informações contidas na função objetivo. O trabalho de Liu et. al., 2004, destaca o comportamento não-linear da função objetivo na otimização de colunas formadas a frio sob compressão centrada.

Nos AGs, faz-se a busca da solução ótima a partir de uma população definida por diferentes pontos no domínio da função estudada. Ao término do processo tem-se uma “população de pontos”, ou seja, um conjunto de soluções, das quais se pode escolher a melhor ou simplesmente, dentre as melhores, aquela que for viável. A principal diferença entre os métodos clássicos de otimização e os AGs é que os últimos não se prendem tão facilmente a ótimos locais, uma vez que trabalham com uma população de pontos, realizando uma busca em uma grande região. Assim, diz-se que os AGs são bons para localizar velozmente regiões promissoras do espaço de busca, embora sejam lentos para refinar as soluções.

### **2.2.2 Estrutura dos Algoritmos Genéticos**

Os Algoritmos Genéticos, a partir de uma população de indivíduos, cada um com um valor de aptidão associado, evoluem, através de operações genéticas como cruzamentos e

mutações, para uma nova geração de indivíduos usando os princípios Darwinianos de reprodução e sobrevivência dos mais aptos. A aptidão é calculada a partir do valor da função objetivo que se quer otimizar.

Um indivíduo, ou uma solução do problema, é representado pelo cromossomo, que é uma estrutura de dados (vetor ou cadeia de bits) que representa um conjunto de parâmetros (variáveis de projeto) da função objetivo. Cada parâmetro é codificado em um gene do cromossomo (posição do vetor ou parte da cadeia de bits), sendo o conjunto de informações contidas no cromossomo um genótipo. O AG parte de uma população inicial aleatória que vai gerar indivíduos para a próxima geração, consistindo num processo que chega ao fim (converge) quando for atingido o número máximo de gerações ou quando for satisfeito outro critério de parada. As principais etapas de um AG são descritas a seguir.

***Geração da População Inicial.*** A população inicial é normalmente gerada aleatoriamente. Se uma população inicial pequena for gerada, provavelmente, algumas regiões do espaço de busca não serão representadas.

***Avaliação da População.*** É realizada pela função objetivo. Um problema típico de otimização apresenta restrições de projeto. A aptidão de cada indivíduo da população vai ser definida a partir da função objetivo e das restrições do problema. Existem duas abordagens comuns para lidar com restrições: aplicar penalidades à função de aptidão definindo o quanto a solução viola a restrição, ou fazer de cada restrição uma função objetivo diferente e partir para uma abordagem multi-objetivo.

***Mapeamento da Função Objetivo.*** Essa etapa pode ser definida com o cálculo do valor final de aptidão. Os valores da função objetivo nem sempre são adequados para serem utilizados como valores de aptidão. Por exemplo, a função objetivo pode fornecer valores muito próximos para um conjunto de indivíduos, tornando a seleção “muito aleatória”, ou alguns valores podem ser muito elevados em relação aos outros, causando convergência prematura devida à grande pressão de seleção desses indivíduos bons na geração presente, mas que não são necessariamente os melhores no espaço de busca. Assim, os valores de aptidão precisam ser mapeados (ou escalonados) de maneira que todos os indivíduos possam ser selecionados para as operações genéticas.

**Seleção.** Esse processo seleciona os indivíduos que servirão como pais para a próxima geração. Dentre os métodos clássicos mais comuns de seleção, pode-se citar o *Método da Roleta* e a *Seleção por Torneio*. A descrição desses métodos pode ser encontrada em Goldberg, 1989.

**Cruzamento (Crossover).** É a recombinação de material genético (variáveis do vetor ou parte da cadeia de bits) entre dois indivíduos, resultando em um novo indivíduo para a próxima geração, obedecendo a uma probabilidade de cruzamento.

**Mutação.** É um operador genético que modifica os genes de um indivíduo que vai compor a próxima geração, obedecendo a uma probabilidade de mutação. A mutação melhora a diversidade dos cromossomos de uma população, porém, destrói parte da informação genética contida; logo, deve ser utilizada uma baixa probabilidade de mutação (valores altos tornam a busca, embora abrangente no espaço, aleatória).

**Elitismo.** É um método que copia o melhor cromossomo de uma população para a geração seguinte sem passar pelo processo seletivo, garantindo a convergência.

Mesmo que o cálculo da função objetivo varie com o problema analisado, os operadores genéticos como seleção, crossover e mutação são genéricos. Por essa razão, o uso de programas comerciais fechados em elementos finitos, por exemplo, é muitas vezes conveniente para o cálculo da função objetivo, o que torna os AGs altamente flexíveis.

### 2.2.3 Abordagem Multi-objetivo

Em muitos problemas, a solução ótima não é devida a uma característica que deve ser minimizada ou maximizada, mas sim, a várias. Assim, a função objetivo, que poderia representar, por exemplo, desempenho ou custo numa abordagem mono-objetivo, passa a representar uma combinação dessas duas características na abordagem multi-objetivo. Nesse exemplo, uma solução com menor custo, porém, com menor desempenho, muitas vezes não pode ser considerada melhor do que outra com maior custo e maior desempenho. Mas existem soluções que apresentam desempenho maior ou equivalente por um custo menor ou igual a outras, caracterizando as *soluções não-dominadas*. Maiores detalhes sobre esse tipo de problema podem ser encontrados em Goldberg, 1989.

Desconhecendo-se o comportamento das várias funções objetivo do problema, o que se deseja é obter um grande número de soluções não-dominadas para que se possa caracterizar a região de soluções eficientes, também denominada *Região Ótima de Pareto*. Enfim, pode-se abordar um problema de otimização multi-objetivo de dois modos:

- Estabelecendo pesos (ou prioridades) para cada objetivo da função;
- Encontrando um conjunto de soluções ótimas (não-dominadas), que se aproximem da região de Pareto, para posterior escolha do projetista.

Seguindo essa metodologia, Castro, 2001, utilizou um algoritmo evolucionário com filtro e operadores multi-objetivos para obter a Região Ótima de Pareto em diversos problemas de análise estrutural.

Cheng e Li, 1997, utilizaram um *Algoritmo Genético de Pareto* para otimização multi-objetivo com restrições de estruturas treliçadas. Nesse trabalho, são apresentadas detalhadamente as etapas de um Algoritmo Genético aplicado a um problema de otimização multi-objetivo de Pareto, sendo discutidas as informações necessárias para se avaliar uma solução nesse tipo de problema. É proposto um método de funções de penalidade baseadas em *Lógica Fuzzy*. A *Lógica Fuzzy* [Zadeh, 1965] é uma generalização da lógica tradicional baseada na teoria de conjuntos. O elemento de um conjunto não apenas pertence a um conjunto e não pertence a outro, mas pode pertencer parcialmente a ambos. Assim, no trabalho de Cheng e Li, a cada ponto no espaço de soluções do problema é atribuído um grau de pertinência ao espaço possível de soluções, através de uma função de pertinência. Não existe fronteira definida entre os espaços de soluções possíveis e de soluções não possíveis. Portanto, é definido o quanto uma solução candidata à solução ótima está próxima do conjunto de soluções possíveis.

### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1 Comportamento Teórico e Experimental de Perfis de Aço Formados a Frio

Durante a revisão bibliográfica, deparou-se com muita dificuldade em encontrar trabalhos referentes à avaliação do comportamento de telhas metálicas sob flexão. Trabalhos tratando do estudo de painéis corrugados para uso em diafragmas são mais comuns na literatura.

A maioria dos trabalhos que abordam perfis de aço formados a frio limita-se ao estudo de perfis convencionais, como os dos tipos C e Z. Apresentam-se, a seguir, as principais características de alguns dos trabalhos encontrados na área que investigam o comportamento teórico e experimental de perfis de chapa dobrada, dando destaque aos estudos de telhas de aço.

Muitos trabalhos tratam da determinação experimental de curvas de resistência de perfis de aço formados a frio, considerando o perfil como uma unidade. Muitos resultados desses ensaios, citados por Schafer, 2002, foram utilizados para a calibração das curvas do Método da Resistência Direta. Entre esses títulos, pode-se citar Kwon e Hancock, 1992, que determinaram curvas de resistência para perfis do tipo C sob compressão axial que sofrem flambagem local e distorcional com cargas críticas muito próximas. Também, citam-se os trabalhos de Bernard et al., 1993 e 1995, que realizaram ensaios de flexão em telhas de aço com enrijecedores nos flanges.

Entre os trabalhos que descrevem técnicas experimentais de medição de carga crítica de flambagem em placas, podem-se mencionar os de Hu e Lundquist, 1946, Vann e Sehested, 1973, e Venkataramaiah e Roorda, 1982. Algumas das técnicas discutidas são o *método do ponto de inflexão*, o *método top of the knee*, o *método da deformação reversa*, o *método de Southwell*, entre outras.

Jorgenson e Chern, 1973, e Jorgenson e Chowdhury, 1982, realizaram ensaios de flexão de telhas metálicas retas e curvas de perfil autoportante, comparando as capacidades de carga desses dois tipos. Avaliou-se a influência da espessura na capacidade de carga e foi feita uma verificação dos resultados através de procedimento de Norma AISI. Também se verificou a aplicabilidade da Norma ao cálculo de telhas cujas dimensões não estejam dentro dos limites especificados.

Fonseca, 2000, também estudou o comportamento de telhas autoportantes sob flexão, buscando avaliar diferentes tipos de ligação entre as telhas. Foi feita uma comparação dos resultados com os valores teóricos obtidos pela especificação da AISI, 2001, e por um modelo de elementos finitos baseado no comportamento linear elástico.

Bergfelt et al., 1975, avaliaram experimentalmente o comportamento de telhas de aço de perfil trapezoidal sob flexão, focando a influência da flambagem local dos flanges e das almas na capacidade de carga. Foram destacados procedimentos experimentais para determinação da carga crítica.

Bernard et al., 1993 e 1995, fizeram ensaios de flexão em telhas trapezoidais com enrijecedores nos flanges, estudando a interação entre a flambagem local e a flambagem distorcional. Os resultados dos momentos fletores críticos de flambagem e dos momentos de colapso foram comparados com os obtidos através de modelos numéricos via Método das Faixas Finitas. Os autores propuseram curvas de resistência para o cálculo da capacidade de carga das telhas estudadas.

Uma comparação de resultados numéricos semelhante à realizada no presente trabalho, foi feita recentemente por Chodraui, 2003. Foi avaliada a flambagem distorcional de barras submetidas à compressão centrada e à flexão, comparando resultados obtidos pela Norma Brasileira NBR 14762:2001, pela análise elástica via Método das Faixas Finitas e pela análise via Método dos Elementos Finitos. Na modelagem pelo Método dos Elementos Finitos, foram consideradas uma análise de estabilidade através de um problema de autovalores e, também, uma análise não-linear geométrica.

Leece e Rasmussen, 2005a, investigaram experimentalmente o comportamento de telhas de aço inoxidável de perfil trapezoidal sob flexão, de maneira semelhante à dos trabalhos de Bernard et al., 1993 e 1995. Foram observados os fenômenos de flambagem local e distorcional interagindo.

O uso do Método das Faixas Finitas no estudo de perfis de aço formados a frio ganhou impulso com trabalhos com o de Hancock, 1978, com aplicação em perfis do tipo I sob flexão. Nesse trabalho, mostrou-se que interação entre os elementos de um perfil considerada no MFF pode resultar em resultados de carga crítica tanto conservadores como contrários à segurança, quando comparados com os obtidos pelo Método das Larguras Efetivas. Outro trabalho precursor foi o de Hancock, 1981, que analisa perfis do tipo caixão e do tipo I sob compressão axial com imperfeições iniciais, levando em conta não-linearidades geométricas.

Luo e Edlund, 1994, utilizaram o Método das Faixas Finitas com funções *spline* para interpolação longitudinal, na análise teórica de telhas de aço de perfil trapezoidal submetidas a esforços de compressão e cisalhamento.

A análise de telhas de aço formadas a frio através do Método da Resistência Direta, com auxílio do Método das Faixas Finitas para determinação teórica da carga crítica, foi feita

recentemente por Leece e Rasmussen, 2005b, no estudo de perfis comerciais de telhas de aço inoxidável trapezoidais. Foi avaliada a influência do fenômeno chamado *flange curling* na capacidade de carga de telhas submetidas à flexão, apresentando flambagem local ou distorcional. *Flange curling* é a deflexão dos flanges de uma viga em direção ao eixo neutro. O fenômeno ocorre devido ao efeito da curvatura longitudinal da viga e das tensões de flexão em ambos os flanges [Yu, 2000]. O *flange curling* provoca o enrijecimento dos flanges em relação à flambagem local dos mesmos e o deslocamento do eixo neutro da viga, o que pode alterar a resistência última de um perfil de aço formado a frio, conforme verificado no trabalho de Leece e Rasmussen, 2005b. Os resultados foram comparados com dados experimentais de trabalhos anteriores dos mesmos autores [Leece e Rasmussen, 2005a]. Foi utilizada uma adaptação do Método da Resistência Direta para levar em conta a não-linearidade física do aço inoxidável.

Os trabalhos de avaliação teórica e experimental de telhas de aço sob flexão até agora citados, em geral, advertem sobre o colapso que pode ser ocasionado pela interação entre o momento fletor e uma carga concentrada, embora não estudem especificamente o efeito dessa interação. A carga concentrada pode ser uma linha de aplicação de carga do procedimento experimental ou a reação de um apoio.

O fenômeno resultante da interação entre momento fletor e carga concentrada é chamado *web crippling* e foi avaliado experimental e teoricamente, através de modelos de elementos finitos, em trabalhos como os de Davies e Jiang, 1997, Hofmeyer et al., 2001 e 2002, e Biegus e Czepizak, 2006.

### **3.2 Otimização de Estruturas Metálicas**

Dentro do contexto da otimização estrutural, os Algoritmos Genéticos (AGs) foram aplicados na otimização de estruturas treliçadas em trabalhos como os de Rajeev e Krishnamoorthy, 1992, e de Adeli e Cheng, 1993. Nesses trabalhos, o método de Algoritmos Genéticos e seus diversos operadores são apresentados detalhadamente com o uso de exemplos.

A otimização de perfis de aço formados a frio pode ser encontrada em trabalhos como o de Liu et al., 2004, que apresenta uma nova proposta de otimização global de perfis sob compressão centrada. Mostra-se que o espaço de busca pode ser bastante reduzido quando se tem conhecimento sobre o tipo de problema. Esse é um trabalho de otimização genérica, cuja metodologia permite a obtenção de seções de geometria livre. Para esse fim, é utilizado o Método da Resistência Direta para o cálculo da função objetivo.



O uso de AGs para a otimização de perfis de aço formados a frio pode ser encontrado em trabalhos como a dissertação de Lu, 2003. Nesse trabalho, é feita a otimização de terças formadas a frio contínuas sobre dois vãos, considerando-se diversas alturas da seção, diversas espessuras de chapa e diversos tamanhos de vão. As terças devem satisfazer critérios de norma, levando em conta a flambagem local dos elementos que compõem a seção e a flambagem distorcional do flange livre. Juntamente com o programa de otimização, foi utilizado o Método das Faixas Finitas para a determinação das cargas críticas de flambagem elástica local e distorcional.

Trabalhos de otimização de telhas de aço formadas a frio são escassos na literatura. Seaburg e Salmon, 1971, otimizaram o peso de telhas trapezoidais com métodos clássicos. Calculou-se a espessura mínima possível para dadas dimensões do perfil, de modo que fossem satisfeitos critérios de norma. Calculada a espessura mínima, procurou-se um novo conjunto de dimensões, através dos métodos de *Procura Direta e Gradiente-Descendente*, que diminuíssem ainda mais o peso do perfil. Depois, uma nova espessura era calculada, tornando o processo iterativo.

Registros de trabalhos sobre otimização de telhas de aço através de AGs são ainda mais raros. Lu, 2003, cita o trabalho de Nagy, 2000.

Conforme discutido no Capítulo 2, as normas de projeto de perfis de aço formados a frio são bastante complexas e trabalhosas. Para a consideração da flambagem local, o procedimento da Norma Brasileira, por exemplo, envolve cálculos de propriedades efetivas dos elementos que compõem a seção. Os elementos são tratados isoladamente, sem considerar a interação entre eles de maneira global. Além disso, os cálculos de flambagem distorcional são bastante limitados. Na medida em que os perfis possuem mais dobras, resultando em uma seção mais complexa, o que é comum para perfis formados a frio, os cálculos de flambagem elástica ficam cada vez mais complicados.

Métodos numéricos para a obtenção da carga crítica de flambagem elástica de um perfil, como o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método das Faixas Finitas (MFF), permitem a consideração da interação entre os elementos de um perfil. Sendo assim, a flambagem distorcional pode ser analisada sem limitações. Além disso, os métodos numéricos também podem ser utilizados combinados com Algoritmos Genéticos para a avaliação das melhores soluções do problema analisado.

Seaburg e Salmon, 1971, utilizaram cálculos de propriedades efetivas pra satisfazer os critérios de resistência da versão da Norma AISI vigente na época na otimização de peso de

telhas de aço formadas a frio. Já Lu, 2003, fez uso do MFF para a determinação das cargas críticas de flambagem elástica local e distorcional em seu trabalho de otimização de terças formadas a frio. Esses valores de cargas críticas, considerando a interação entre os elementos do perfil, foram integrados com os critérios de norma.

Quando os métodos numéricos são usados juntamente com o Método da Resistência Direta, o cálculo de propriedades efetivas para obtenção da carga última pode ser dispensado. O método também é flexível quanto à aplicabilidade a diversos tipos de perfis. Assim, o uso desse método encoraja a otimização da geometria da seção. O método foi utilizado no trabalho de otimização de Liu et. al., 2004, no cálculo da capacidade de carga de compressão de colunas com seções de geometrias variadas.

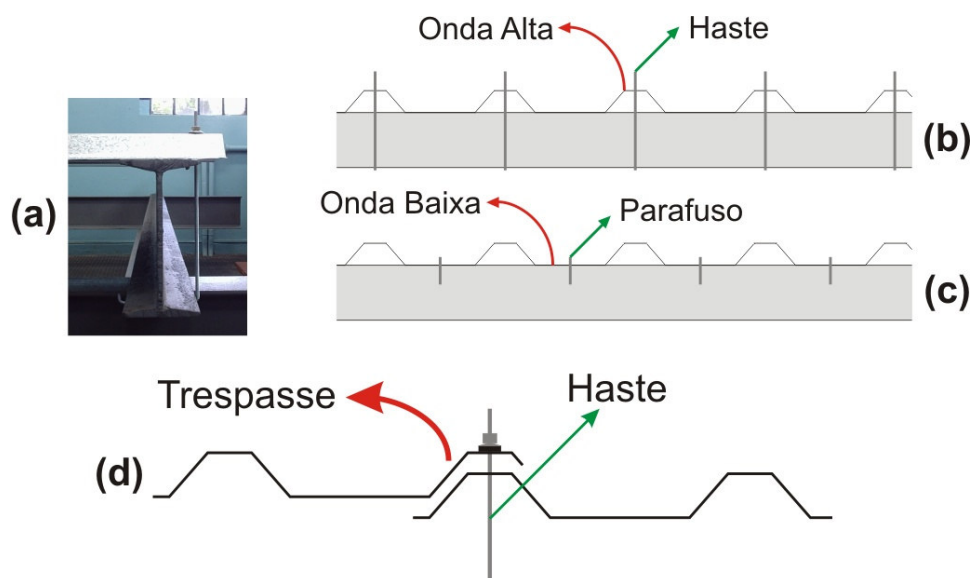
## 4. METODOLOGIA

Nesse capítulo, primeiramente se apresentam as características do modelo físico a ser estudado. Posteriormente, são descritos os dois conjuntos de ensaios realizados: o procedimento experimental para determinação das cargas críticas de flambagem elástica e das cargas de colapso das telhas de perfil comercial submetidas a uma solicitação de flexão pura, e os experimentos de medição de frequências naturais de vibração das mesmas telhas. Por último, são apresentadas as descrições dos modelos teóricos utilizados no estudo das telhas de perfil comercial e de perfil ótimo.

### 4.1 Descrição Geral do Modelo em Estudo

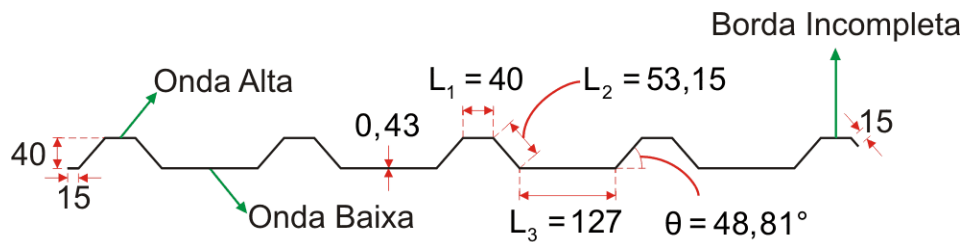
As telhas de aço de perfil trapezoidal utilizadas em coberturas são apoiadas diretamente sobre terças de fixação, podendo-se dispor apoiadas apenas em suas extremidades ou continuamente sobre três ou mais terças. Ao longo do comprimento, as bordas das telhas são trespassadas com as bordas de outras telhas adjacentes, concluindo a vedação do telhado.

Para uso em coberturas, a fixação das telhas às terças é feita com hastes atravessando as ondas altas nas extremidades, presas com porca e arruela, conforme ilustra a Figura 4.1(a) e (b). Uma fixação alternativa seria nas ondas baixas através de parafusos, configuração normalmente utilizada para fechamentos laterais (Figura 4.1(c)). O detalhe do trespasso entre duas telhas adjacentes está ilustrado na Figura 4.1(d).



**Figura 4.1:** (a) Fixação da telha à terça em sua extremidade. (b) Fixação através de hastes atravessando as ondas altas da telha. (c) Fixação com parafusos nas ondas baixas da telha. (d) Detalhe do trespasso entre telhas adjacentes.

Ao longo desse trabalho, foi estudado o comportamento de uma telha com o perfil mostrado na Figura 4.2. As dimensões indicadas referem-se ao perfil comercial estudado nos Capítulos 5 e 6, enquanto  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  e  $\theta$  são as variáveis do processo de otimização do Capítulo 7.



**Figura 4.2: Perfil trapezoidal estudado ao longo desse trabalho (dimensões em mm).**

Telhas de aço formadas a frio utilizadas em coberturas são componentes estruturais solicitados à flexão. Conforme já discutido, os elementos comprimidos das telhas estão sujeitos ao fenômeno da flambagem local. Então, considerando a flambagem local, a solicitação de flexão mais desfavorável é a que comprime as ondas baixas da Figura 4.2, que são os elementos mais esbeltos do perfil. Essa foi a solicitação adotada para o presente trabalho, a qual, na prática, simula o efeito da sucção do vento, que tende a levantar as telhas das terças.

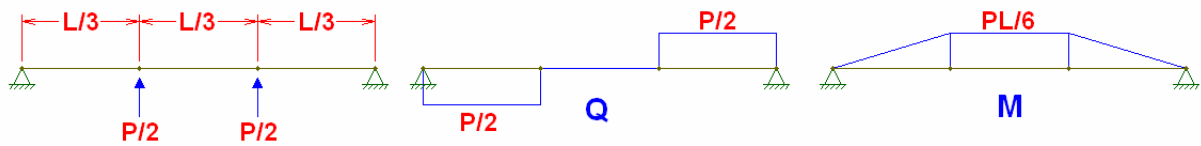
Assim, ao longo desse trabalho foi estudada uma telha de perfil trapezoidal com as seguintes configurações:

- A telha está apoiada em terças apenas em suas extremidades, como uma viga bi-apoiada.
- A fixação da telha comercial é feita com hastes atravessando as ondas altas.
- A espessura é de 0,43 mm.
- O vão é de 2060 mm.
- O material da telha é o aço zincado, com tensão de escoamento de 350 MPa e módulo de elasticidade longitudinal de 205000 MPa.
- A solicitação é de flexão pura, com as ondas baixas comprimidas.
- Diferentes tipos de vinculação das bordas longitudinais foram estudados.

O valor da tensão de escoamento de 350 MPa foi determinado a partir de ensaios mecânicos realizados pela empresa que forneceu as telhas para o presente estudo. Assumiu-se, para o aço zincado, um módulo de elasticidade de 205000 MPa.

O carregamento que causa flexão pura, com as ondas baixas comprimidas, está ilustrado na Figura 4.3, onde as cargas estão aplicadas uniformemente em linhas nas terças partes do vão. Assumindo que o comportamento da telha possa ser aproximado pelo de uma viga, o

carregamento causa flexão pura no terço central do vão. Assim, podem ser analisados os momentos fletores crítico e de colapso sem interação com o esforço cortante.

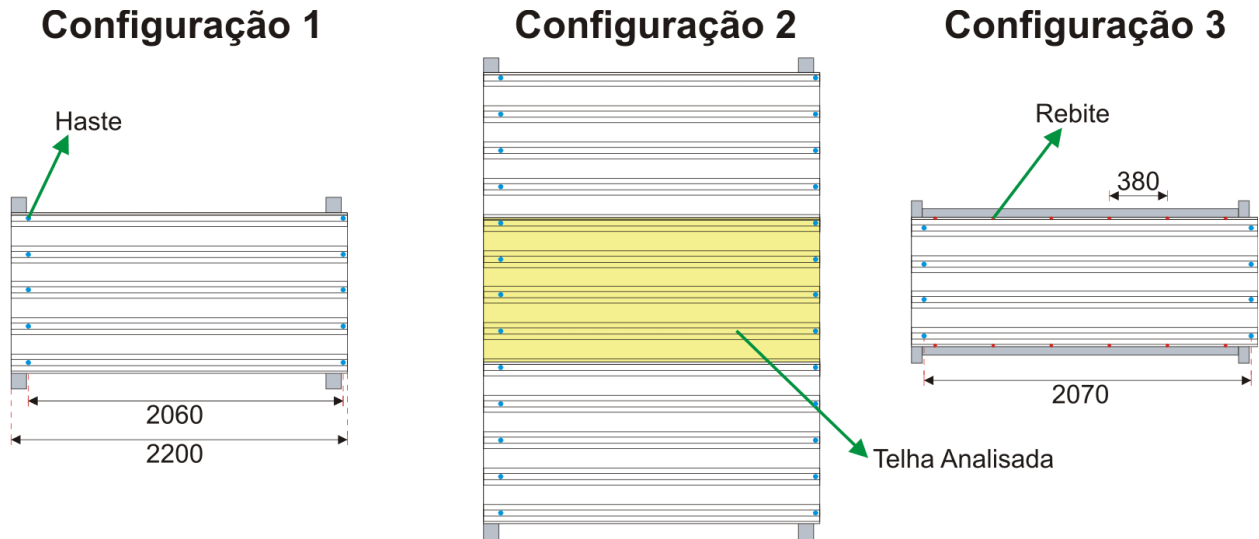


**Figura 4.3: Carregamento de flexão empregado e as distribuições de esforço cortante  $Q$  e momento fletor  $M$  ao longo do comprimento da telha.**

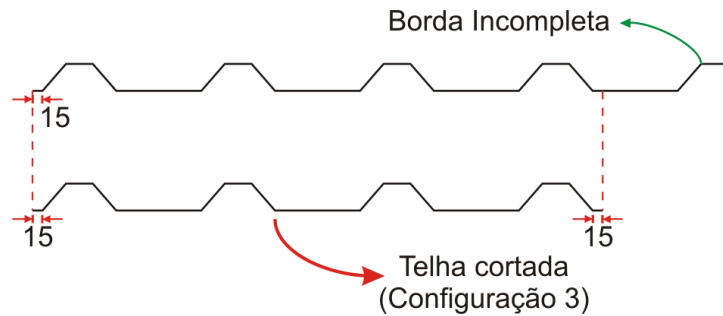
Jorgenson e Chern, 1973, utilizaram o mesmo tipo de carregamento, que também foi empregado por Fonseca, 2000. Cabe ressaltar que Bergfelt et al., 1975, e Jorgenson e Chowdhury, 1982, sugerem a aplicação da carga apenas nos elementos tracionados do perfil.

A telha de perfil comercial (com as dimensões indicadas na Figura 4.2) teve seu comportamento estudado experimental e teoricamente. Foram obtidos os momentos fletores críticos de flambagem elástica e os momentos de colapso através de ensaios. Os resultados foram comparados com os resultados teóricos obtidos via modelos numéricos de elementos finitos e de faixas finitas, Método da Resistência Direta e procedimento da Norma Brasileira NBR 14762:2001.

Foram analisados três tipos de vinculação das bordas longitudinais: bordas longitudinais livres (Configuração 1), bordas longitudinais trespassadas com ondas de outras telhas (Configuração 2) e bordas longitudinais vinculadas (Configuração 3). O esquema das três configurações utilizadas no procedimento experimental está ilustrado na Figura 4.4. Todas as telhas possuem 2200 mm de comprimento, com vão de 2060 mm para as Configurações 1 e 2 e de 2070 mm para a Configuração 3; o vão é considerado como a distância entre as hastes de fixação. A telha com bordas longitudinais vinculadas (Configuração 3) foi fixada em um estrado metálico, que funciona como terças de apoio e como base para a vinculação das bordas, que se dá através de rebites, espaçados entre si por 380 mm, como mostra a Figura 4.4. Para que as bordas pudessem ser fixadas, a borda incompleta indicada na Figura 4.2 precisou ser cortada, conforme Figura 4.5.



**Figura 4.4: Os três tipos de vinculação das bordas longitudinais estudados (dimensões em mm).**



**Figura 4.5: Telha usada na Configuração 3.**

A influência das condições de contorno das bordas na rigidez das telhas é de difícil avaliação. Assim, também se propõe avaliar a distribuição da rigidez dessas estruturas através de resultados em termos de frequências naturais de vibração. Para esse fim, foi realizado um estudo teórico e experimental.

A comparação entre resultados experimentais e numéricos permitiu a calibração da rigidez dos modelos de elementos finitos utilizados para a determinação da carga crítica de flambagem das telhas estudadas. Posteriormente, a comparação entre as configurações estudadas evidenciou que a análise modal permite uma visualização clara da distribuição da rigidez da estrutura em análise.

Após a avaliação do comportamento da telha de perfil comercial, foi feito o estudo da otimização da seção. Com o uso de Algoritmos Genéticos, buscou-se a telha de perfil trapezoidal que apresentasse a menor flecha no meio do vão e a maior carga crítica de flambagem elástica. Tendo em vista a finalidade prática de uma telha em uma cobertura, também se maximizou a

distância coberta pela telha de uma borda a outra. Para o cálculo da flecha e da carga crítica, foi utilizado, combinado ao algoritmo genético de otimização, o Método dos Elementos Finitos.

As variáveis de otimização são  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  e  $\theta$ , indicadas na Figura 4.2. Cada indivíduo  $x$  utilizado no algoritmo foi representado por codificação real, através de um vetor cujos componentes representem as variáveis (contínuas) de projeto, conforme a Eq. (23).

$$x = [L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad \theta] \quad (23)$$

Como mencionado, o comprimento  $L$  da telha estudada é de 2060 mm e sua espessura  $t$  é de 0,43 mm. Foi analisado o caso da telha com fixação convencional nas ondas altas, mas, também, foi verificado o comportamento de uma telha de cobertura com fixação nas ondas baixas.

Os resultados foram comparados com os obtidos para uma telha de perfil comercial (com as dimensões indicadas na Figura 4.2). Além disso, foram estudadas variações das dimensões sobre as geometrias ótimas para se chegar à justificativa de que essas são realmente melhores componentes estruturais.

Finalmente, foi realizado um estudo sobre a variação da geometria do perfil ótimo quando se prioriza algum dos objetivos da otimização, ou seja, a minimização da flecha, a maximização da carga crítica ou a maximização da área de cobertura da telha.

A seguir, nesse capítulo, são apresentadas as ferramentas de análise utilizadas ao longo desse trabalho. Posteriormente, os resultados e as discussões serão apresentados nos seguintes capítulos:

- **Capítulo 5 – Verificação Teórica e Experimental do Comportamento Estrutural de Telhas de Aço Trapezoidais de Perfil Comercial:** Nesse capítulo, é apresentada a comparação entre resultados teóricos e experimentais da determinação da carga crítica e da carga de colapso de telhas trapezoidais com diferentes vinculações das bordas longitudinais, assumindo um perfil comercial.
- **Capítulo 6 – Correlação entre as Propriedades Dinâmicas e Tipos de Vinculação de Telhas de Aço Trapezoidais de Perfil Comercial:** Nesse capítulo, verifica-se a influência das condições de contorno das bordas longitudinais das telhas sobre a rigidez da estrutura, através da obtenção das propriedades dinâmicas, em termos de frequências naturais. São analisadas as telhas de perfil comercial do Capítulo 5.
- **Capítulo 7 – Otimização de Perfis de Telhas de Aço Trapezoidais através de Algoritmos Genéticos:** Nesse capítulo, buscam-se as melhores alternativas estruturais de

perfis de telhas de aço trapezoidais. O comportamento estrutural dos perfis ótimos é discutido detalhadamente.

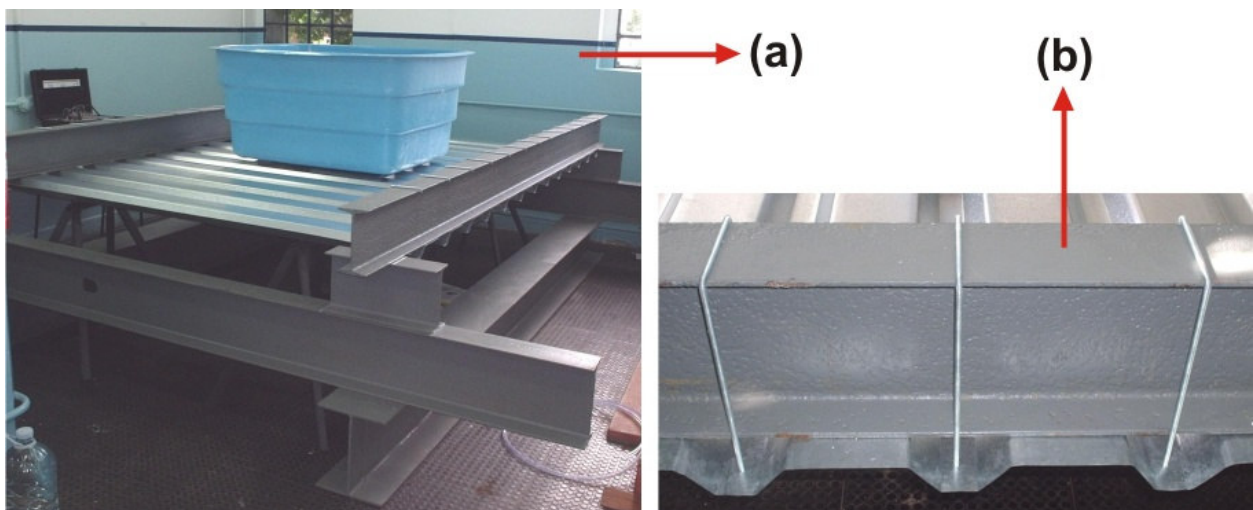
## 4.2 Procedimento Experimental

Dois procedimentos experimentais distintos foram utilizados no presente trabalho:

- **Procedimento Experimental 1:** Telhas de perfil comercial foram ensaiadas à flexão, com o objetivo de se obterem o momento fletor crítico de flambagem elástica e o momento de colapso. Foi empregado o carregamento da Figura 4.3 e foram analisadas as três configurações apresentadas na Figura 4.4.
- **Procedimento Experimental 2:** Foram determinadas experimentalmente as frequências naturais de vibração das telhas de perfil comercial correspondentes às três configurações da Figura 4.4. Os resultados experimentais foram usados para a calibração de modelos de elementos finitos.

### 4.2.1 Procedimento Experimental 1

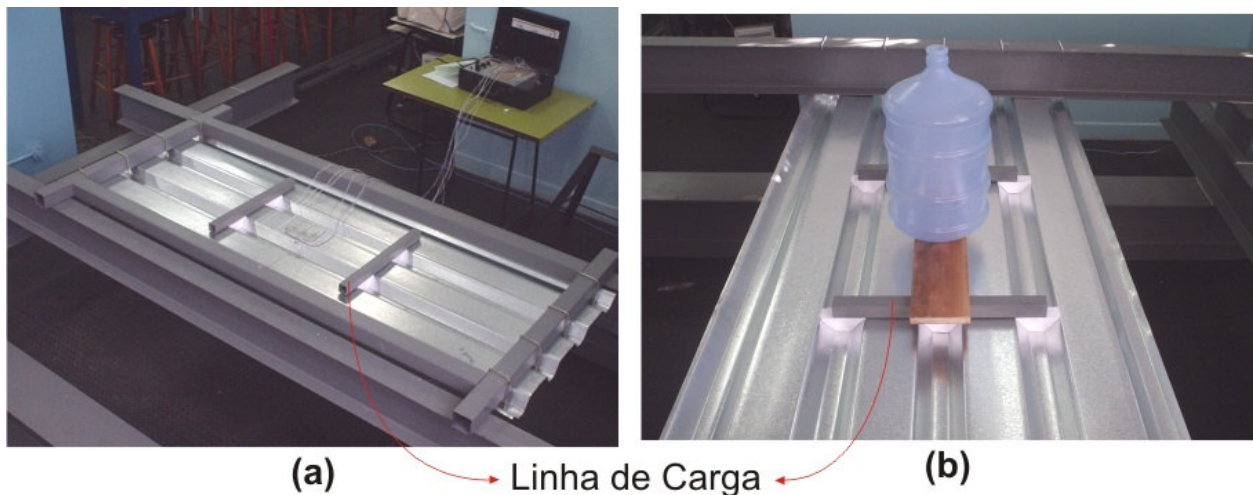
Foram ensaiadas à flexão três telhas correspondendo às três configurações indicadas na Figura 4.4. Foi montado um pórtico de ensaios para fixação das telhas, simulando as terças de um telhado. O pórtico montado precisou ser suficientemente rígido para que sua deformação pudesse ser desprezada frente à deformação da telha ensaiada. Tendo em vista que as ondas baixas do perfil da Figura 4.2 precisam estar comprimidas, as telhas foram fixadas por baixo das terças, como mostra a Figura 4.6(a). Assim, foi possível a aplicação de um carregamento de flexão como o da Figura 4.3. A fixação foi feita com o uso de hastes galvanizadas com porca, arruela e anel de borracha em cada onda alta (Figura 4.6(b)).



**Figura 4.6:** (a) Pórtico de ensaio. (b) Detalhe das hastes de fixação.

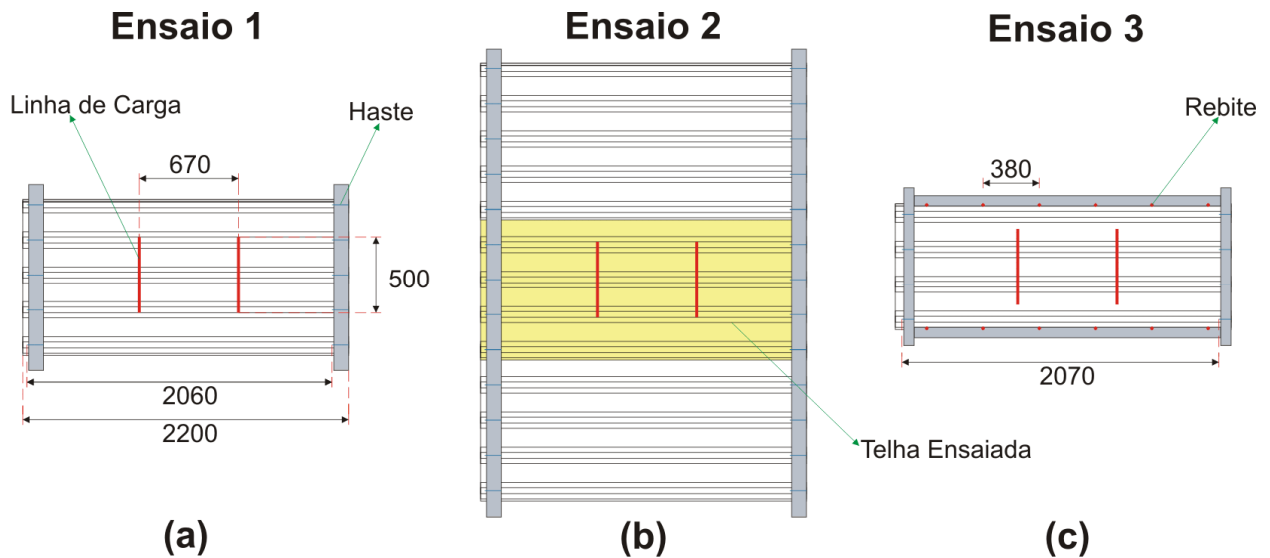


As vigas superiores do pórtico da Figura 4.6(a), que simulam as terças de fixação, são perfis do tipo I laminados W 200 x 22,5. Para o ensaio da Configuração 3, a telha foi fixada a um estrado metálico fabricado com tubos de aço quadrados com dimensões da seção de 70 x 70 x 3 mm (Figura 4.7(a)). A fixação da telha ao estrado foi feita com hastes através das ondas altas nas extremidades e com o acréscimo de seis rebites em cada borda longitudinal, conforme indicado na Figura 4.4.



**Figura 4.7:** (a) Linhas de carga da Configuração 3. (b) Linhas de carga da Configuração 1.

Como mencionado, a solicitação de flexão pura foi obtida aplicando-se a carga em linhas nos terços do vão, conforme Figura 4.3. Através da seção, o carregamento foi centralizado em faixas de 500 mm, para que não implicasse deformação excessiva nas bordas no ensaio da Configuração 1 (telha isolada com bordas livres) e devido à impossibilidade de aplicar uma carga através de toda a largura do perfil na telha fixa ao estrado. Foram usados dois tubos quadrados de seção de 40 x 40 x 3 mm com 1,86 kg cada (*tubos de apoio*) que foram apoiados uniformemente sobre as telhas com o auxílio de calços de isopor para que a carga fosse distribuída uniformemente em todos os elementos do perfil. Sobre os tubos, a carga pôde ser posicionada. A Figura 4.7(a) e (b) mostra as linhas de carga para as Configurações 3 e 1, respectivamente, enquanto a Figura 4.8 esquematiza os três ensaios realizados.



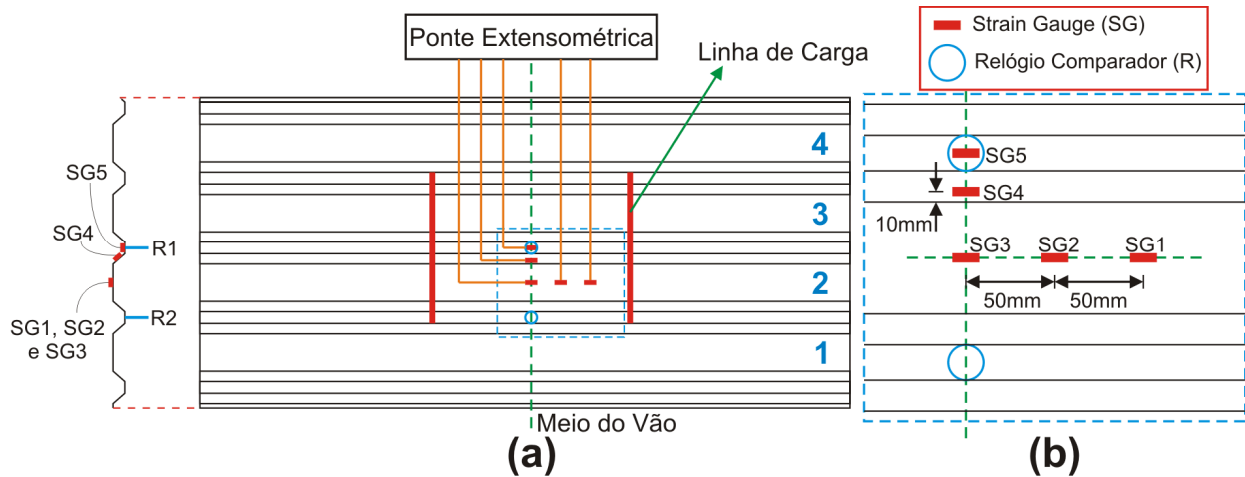
**Figura 4.8: Desenho esquemático dos três ensaios realizados (dimensões em mm). (a) Ensaio 1 (Configuração 1). (b) Ensaio 2 (Configuração 2). (c) Ensaio 3 (Configuração 3).**

Para a determinação da carga crítica, colocou-se uma tábua de madeira de 1,30 kg sobre os *tubos de apoio* e um recipiente centralizado com capacidade para 20 litros, que foi cheio com água. Uma vez cheio o recipiente, e verificado o comportamento, substituiu-se a tábua por um reservatório de fibra de vidro com capacidade para 500 litros (com massa de 15 kg), que foi igualmente carregado com água para a obtenção da carga de colapso. O recipiente de 20 litros está mostrado na Figura 4.7(b), enquanto o reservatório de 500 litros pode ser visto na Figura 4.6(a).

Para a obtenção da carga crítica de flambagem elástica e da carga de colapso, foram utilizados cinco *strain gauges*, para medição de deformações, e dois relógios comparadores, para medição dos deslocamentos verticais, em cada um dos ensaios. A Figura 4.9 mostra um layout do sistema de aquisição de dados. Considerando a posição da telha nos ensaios, fixada por baixo das terças, os *strain gauges* foram colados sobre a telha, enquanto os relógios comparadores foram posicionados sob a telha.

Na Figura 4.9(b), nota-se que os *strain gauges* 1, 2 e 3 (SG1, SG2 e SG3) localizam-se em uma onda baixa (comprimida), enquanto SG5 encontra-se em uma onda alta (tracionada). Já SG4 está posicionado em uma das almas da telha, a 10 mm da dobra, que teoricamente está sob uma distribuição linear de tensões. Como o meio do vão é o eixo de simetria, os *strain gauges* foram colados na linha correspondente ao meio do vão e afastados para somente um dos lados do eixo, com o objetivo de evitar medições em pontos simétricos.

Os relógios comparadores (R1 e R2) foram posicionados sob a telha, em dois pontos nas ondas altas (tracionadas), posicionados na linha correspondente ao meio do vão.



**Figura 4.9: (a) Layout dos pontos de medição com *strain gauges* e relógios comparadores. (b) Detalhe do posicionamento dos sensores.**

A seguinte instrumentação foi utilizada para a medição das deformações e dos deslocamentos:

- Quinze extensômetros coláveis de resistência elétrica (*strain gauges*) Excel, codificação PA-06-125BA-120L, modelo unidirecional simples, forma tradicional, fator de sensibilidade (*gauge factor*) 2,06;
- Uma ponte extensométrica Sodmex IDE-01, resolução  $\pm 1 \mu\text{m/m}$ , aceita extensômetros com configuração em ponte completa,  $\frac{1}{2}$ ponte e  $\frac{1}{4}$ ponte, arranjo a três fios com complementação interna em  $120 \Omega$  e  $350 \Omega$ , alimentação de 5 V c.c. estabilizada, precisão de 0,25% da leitura  $\pm 1$  dígito;
- Dois relógios comparadores Digico 18, com resolução de 0,001 mm.

#### 4.2.2 Procedimento Experimental 2

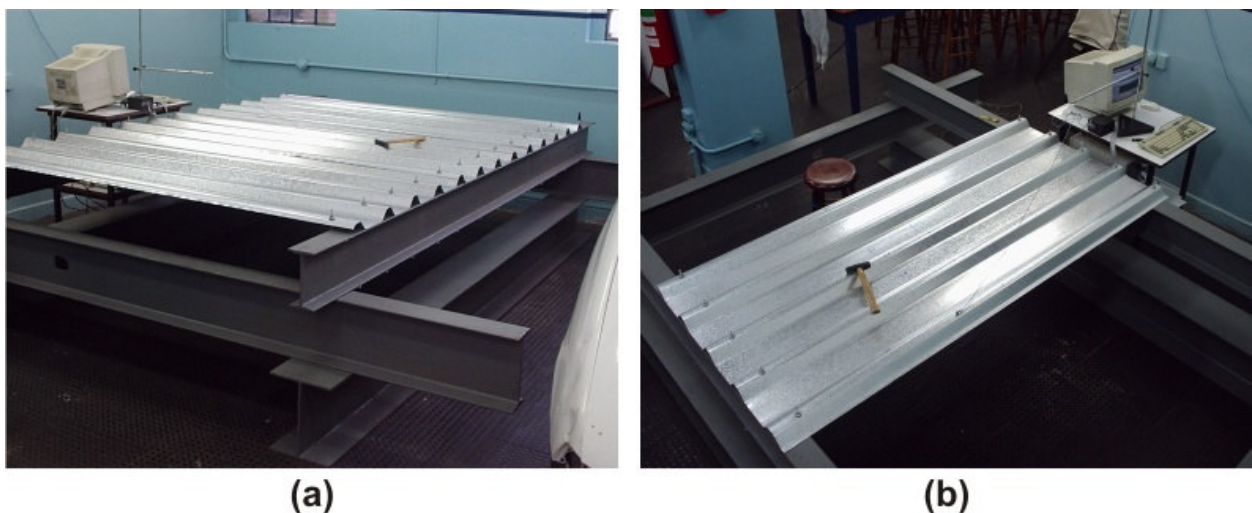
Foram obtidas as frequências naturais de vibração para as três configurações de telhas apresentadas na Figura 4.4. Cada telha foi excitada através do impacto dado por um martelo com a sua resposta sendo medida com um acelerômetro fixo em diferentes pontos da estrutura. Cuidou-se para que a duração do impacto fosse a menor possível.

Um impacto de curta duração é capaz de excitar a estrutura com uma grande faixa de valores de frequências, que amplificará as respostas de cada modo de vibração cuja frequência natural correspondente esteja dentro dessa faixa. A partir das respostas amplificadas, é possível a obtenção de suas frequências naturais através do uso da Transformada de Fourier Discreta, de acordo com Avitabile, 2005. Assim, a partir da medição da resposta da estrutura no domínio do tempo com acelerômetros, pode-se transformá-la para a resposta no domínio frequência. A

amplificação de cada resposta equivale a um pico, no domínio frequência, na frequência natural correspondente.

Foi utilizado um acelerômetro do tipo ADXL50 [Analog Devices, Inc., 1996], que mede acelerações de até 50g, onde  $g$  é a aceleração da gravidade. A resposta do acelerômetro, no domínio tempo, foi transformada em resposta no domínio frequência através do software de aquisição de dados HPVee 4.0.

Para a realização dos ensaios, foi utilizado o mesmo pórtico do Procedimento Experimental 1. Dessa vez, não houve necessidade da fixação das telhas por baixo das terças, já que não há aplicação de carregamento. Assim, optou-se pela fixação das telhas por cima das terças, depois de se ter verificado que a fixação por baixo ou por cima das terças não influencia nos resultados da medição. A Figura 4.10 mostra imagens dos ensaios realizados.



**Figura 4.10: Determinação experimental das frequências naturais. (a) Configuração 2. (b) Configuração 1.**

Os acelerômetros foram posicionados com a intenção de capturar as maiores amplitudes dos primeiros modos de vibração. Para isso, os pontos de medição foram escolhidos de modo que ficassem distantes de possíveis pontos de amplitude de vibração nula. A Figura 4.11 mostra dois exemplos de modos de vibração com seus pontos de amplitude máxima e nula. Antevendo esses pontos de amplitude nula, tanto para modos de vibração “Longitudinais” (cujas deformadas variam apenas ao longo do comprimento da telha) quanto para modos de vibração “Transversais” (cujas deformadas variam através da seção da telha), os sensores foram distribuídos sobre uma linha a 250 mm do meio do vão sobre diversos pontos do perfil da telha, como se ilustra na Figura 4.12 e na Figura 4.13. O ponto de aplicação do impacto variou para a medição em cada ponto: cuidou-se para que o ponto estivesse em alguma onda adjacente à do ponto de colagem do acelerômetro.

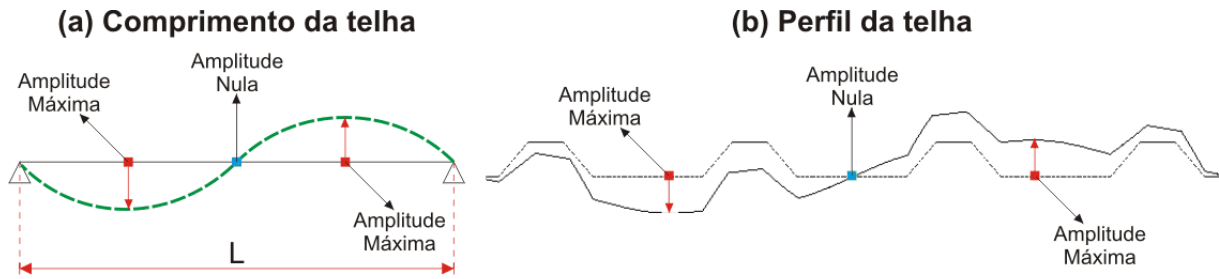


Figura 4.11: Exemplos de pontos de amplitudes máxima e nula para: (a) modo de vibração “Longitudinal”; (b) modo de vibração “Transversal”.

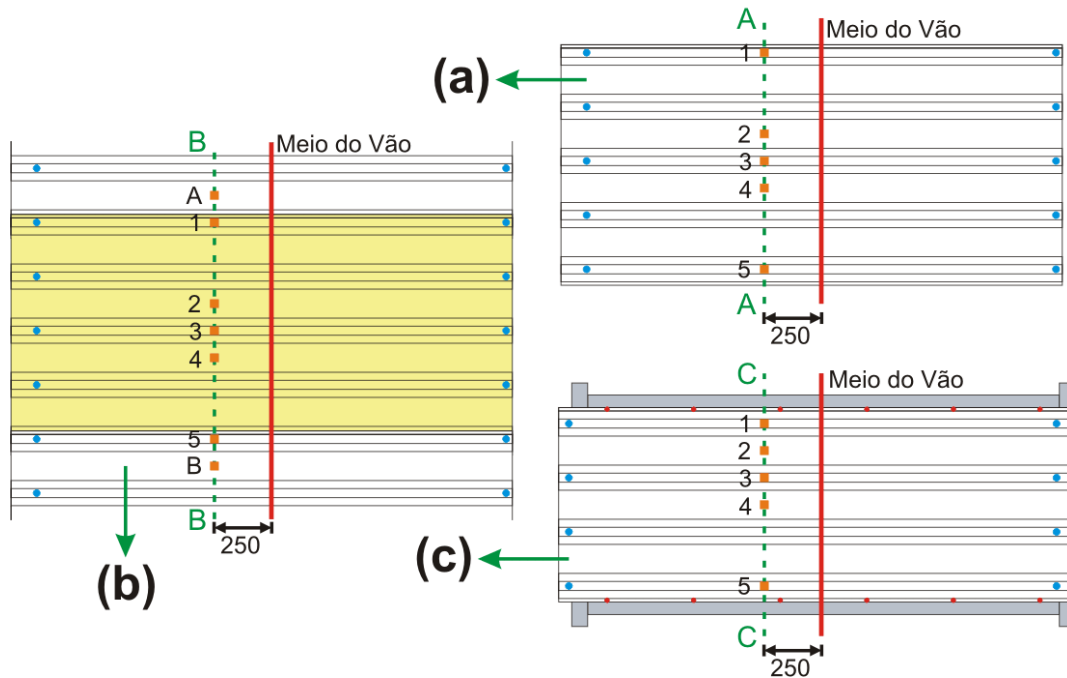


Figura 4.12: Layout dos pontos de medição com acelerômetros. (a) Configuração 1. (b) Configuração 2. (c) Configuração 3.

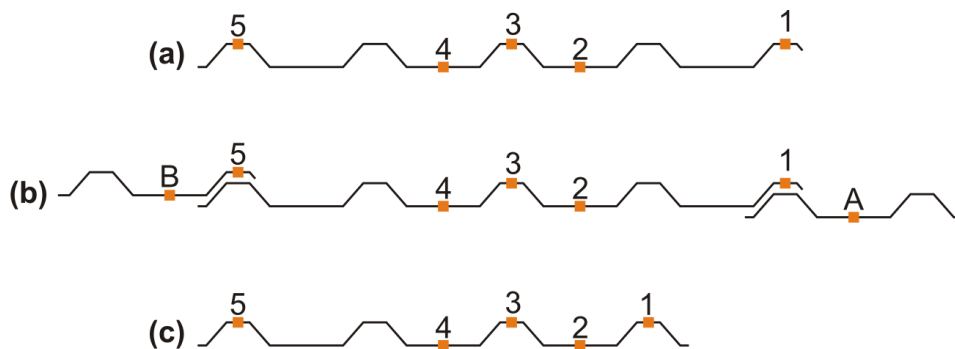


Figura 4.13: Diversos pontos de medição através do perfil da telha. (a) Telha com bordas livres (seção A-A da Figura 4.12). (b) Telha com bordas trespessadas (seção B-B da Figura 4.12). (c) Telha com bordas vinculadas (seção C-C da Figura 4.12).

### 4.3 Modelagem pelo Método dos Elementos Finitos

Todas as análises através do Método dos Elementos Finitos apresentadas ao longo desse trabalho foram realizadas com o uso do software Ansys 9.0 [Ansys, Inc., 2007]. As telhas foram modeladas através de modelos tridimensionais de elementos finitos, discretizados com elementos de casca do tipo SHELL181 [Ansys, Inc., 2004]. Trata-se de elementos estruturais com rigidez de membrana e de flexão, possuindo quatro nós com seis graus de liberdade em cada. Esse tipo de elemento suporta grandes deformações e rotações, características de análises não-lineares.

As análises via Método dos Elementos Finitos tiveram três focos distintos:

- 1) Determinação das cargas críticas de flambagem elástica das telhas de perfil comercial, com os três tipos de vinculação das bordas propostos.
- 2) Determinação das frequências naturais e dos modos de vibração das telhas de perfil comercial, com os três tipos de vinculação das bordas propostos.
- 3) Determinação da flecha e da carga crítica de flambagem elástica de telhas de diferentes perfis (otimização).

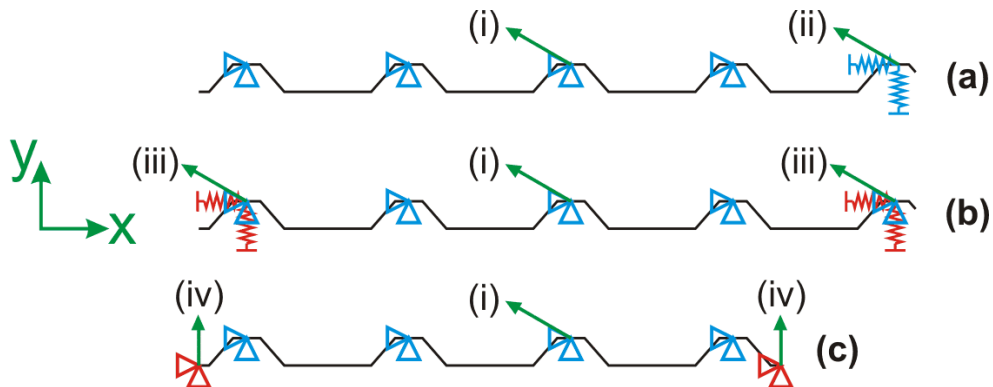
Para os focos 1 e 2, as três configurações da Figura 4.4 – telha com bordas longitudinais livres, telha com bordas trespassadas e telha com bordas vinculadas – foram modeladas. Os perfis estão ilustrados na Figura 4.14, enquanto a Figura 4.15 mostra os modelos tridimensionais. Nas extremidades dos modelos, foram colocadas vinculações translacionais rígidas nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , nos nós centrais das ondas altas, simulando as hastes de fixação (pontos (i) da Figura 4.14 e da Figura 4.15). Somente para o caso da telha com bordas livres, foi preciso colocar vinculações elásticas na onda alta correspondente à borda incompleta (pontos (ii) da Figura 4.14 e da Figura 4.15); essa vinculação também foi aplicada nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Ao longo das ondas altas próximas às bordas, foram selecionados 7 pontos para a aplicação de vínculos elásticos para simular a rigidez da telha adjacente na região do trespassse (pontos (iii) da Figura 4.14 e da Figura 4.15); esses vínculos foram aplicados apenas nas direções  $x$  e  $y$ .

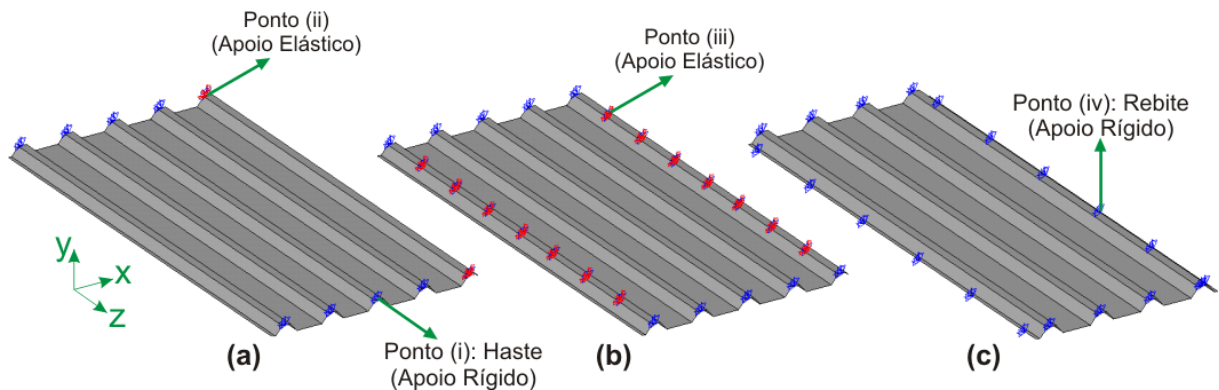
Todas as vinculações elásticas foram modeladas utilizando-se o elemento COMBIN14 [Ansys, Inc., 2004], que é um elemento mola-amortecedor de dois nós, que oferece rigidez elástica longitudinal ou torsional. Na opção longitudinal, o elemento tem até três graus de liberdade em cada nó (translações nas três direções). Flexão e torção não são consideradas.

As constantes elásticas empregadas foram determinadas fazendo-se uma calibração dos modelos de elementos finitos através de resultados experimentais em termos de frequências naturais de vibração (ver Capítulo 6).

Para a telha com bordas vinculadas, foram colocados vínculos translacionais rígidos, nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , nos nós que correspondem às posições do rebites (pontos (iv) da Figura 4.14 e da Figura 4.15).



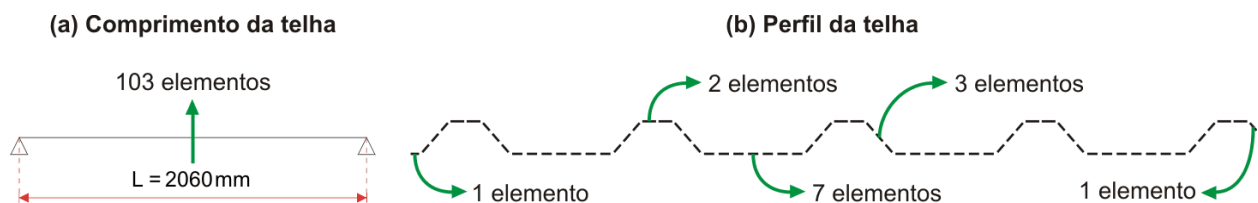
**Figura 4.14: Perfis das telhas com: (a) bordas longitudinais livres (Configuração 1); (b) bordas trespassadas (Configuração 2); (c) bordas vinculadas (Configuração 3).**



**Figura 4.15: Modelos tridimensionais de elementos finitos: (a) telha com bordas livres (Configuração 1); (b) telha com bordas trespassadas (Configuração 2); (c) telha com bordas vinculadas (Configuração 3).**

Os elementos de casca são representados pelo plano médio. Assim, foi modelada apenas a linha média do perfil, cujas dimensões dos lados foram dadas na Figura 4.2. As dobras do perfil foram desprezadas nos modelos.

As telhas de perfil comercial foram discretizadas com uma malha regular com tamanho máximo dos lados do cada elemento igual a 20 mm. A quantidade de elementos resultantes está indicada na Figura 4.16.



**Figura 4.16: Discretização do perfil comercial.**

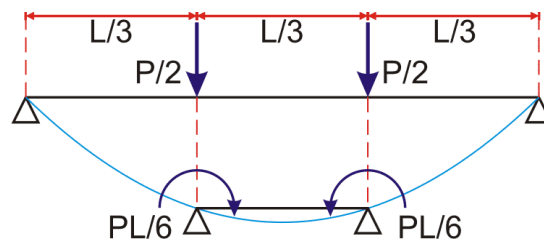


Para o foco 3, foi proposto um Modelo Simplificado de elementos finitos que deve representar a telha da Configuração 2 (telha trespessada). Como a otimização através de Algoritmos Genéticos exige a avaliação de diversos indivíduos, ou seja, o cálculo da flecha e da carga crítica para vários perfis candidatos a perfil ótimo, justifica-se o uso de um modelo menor para evitar um grande custo computacional. Detalhes dessa modelagem são encontrados na Seção 4.3.3 e no Anexo A.

#### 4.3.1 Determinação das Cargas Críticas das Telhas de Perfil Comercial

Foram analisados dois modelos distintos: o Modelo Completo, considerando todo o comprimento da telha entre as duas linhas de fixação nas extremidades (2060 mm para bordas livres e trespessadas e 2070 mm para bordas vinculadas), e o Modelo Reduzido, adotando apenas o terço central do vão, entre as linhas de carregamento (670 mm).

Para o Modelo Completo, o carregamento foi aplicado com cargas nodais nas linhas correspondentes às terças partes do vão. O Modelo Reduzido consiste em considerar apenas o terço central do vão da Figura 4.3, aplicando-se o momento fletor constante nas extremidades, que são consideradas simplesmente apoiadas no centróide da seção. Pode-se demonstrar que, para um modelo de viga, a deformada é a mesma, como se ilustra na Figura 4.17.



**Figura 4.17: Equivalência entre os modelos de viga Completo e Reduzido.**

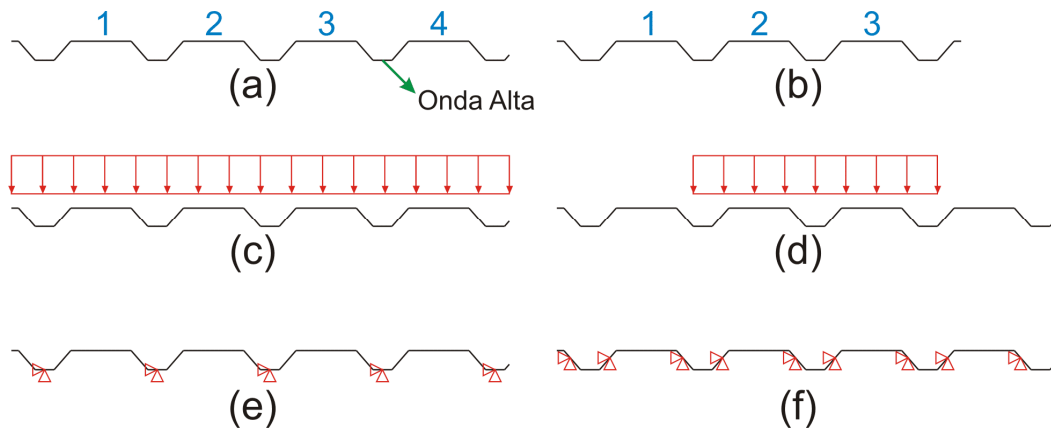
Os modelos de elementos finitos referentes a essa análise serão apresentados, ao longo desse trabalho, na posição em que as telhas foram utilizadas no Procedimento Experimental 1, como mostra a Figura 4.18(a) e (b). As ondas baixas (comprimidas), foram numeradas para fazer referência mais adiante nesse trabalho.

Adicionalmente ao carregamento utilizado no procedimento experimental (Carga Central), também foi utilizado carregamento através de toda a largura da telha (Carga Total) nos modelos numéricos, conforme mostra a Figura 4.18(c) e (d).

Como comentado, nas extremidades do Modelo Completo, foram colocadas vinculações translacionais nas três direções nos nós centrais das ondas altas, simulando as hastes de fixação. No Modelo Reduzido, o mesmo tipo de vinculação foi aplicado em todos os nós da linha centroidal das extremidades, tendo por hipótese que as linhas de carga estão suficientemente

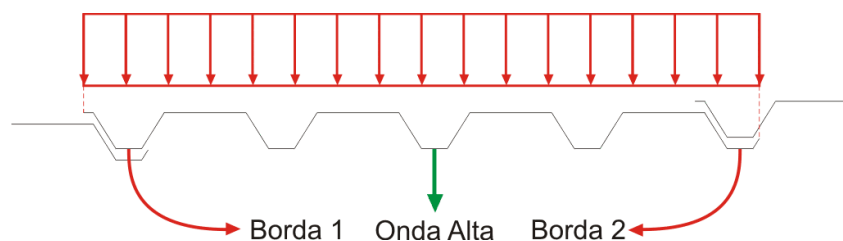


longe das hastes, cujos vínculos não estão aplicados na linha neutra do perfil. A Figura 4.18(e) e (f) compara a vinculação dos extremos dos dois modelos.



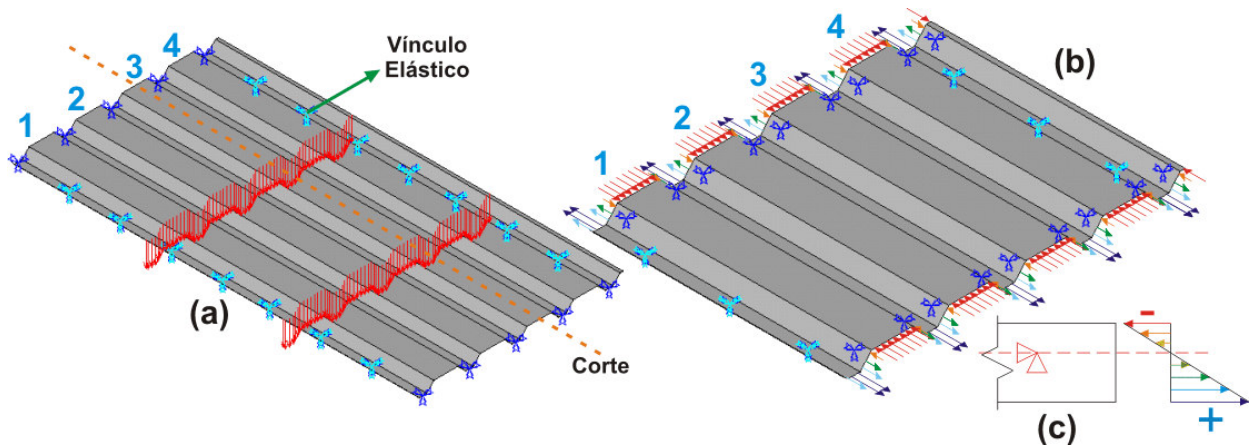
**Figura 4.18: (a) Perfil das telhas com bordas livres e trespassadas. (b) Perfil da telha com bordas vinculadas. (c) Carga Total. (d) Carga Central. (e) Vinculação dos extremos do Modelo Completo. (f) Vinculação dos extremos do Modelo Reduzido.**

Conforme mostra o carregamento indicado na Figura 4.19 (Carga Total), as bordas de uma telha trespassada oferecem rigidez. A borda 1 tem influência da rigidez da borda da telha adjacente, enquanto a borda 2 (borda incompleta) confere rigidez à borda da outra telha adjacente. O carregamento na borda 2, na verdade, é aplicado indiretamente, através da telha adjacente. Portanto, a interação entre as telhas é complexa e, por isso, por simplicidade, assumiu-se que a rigidez das duas bordas é a mesma, ou seja, os valores das constantes elásticas aplicadas no modelo de elementos finitos são iguais para todos os pontos ao longo das duas bordas. Além disso, considerou-se que a carga aplicada além da região de contato entre as telhas adjacente pode ser desprezada na análise da telha trespassada.



**Figura 4.19: Contato entre telhas adjacentes.**

A Figura 4.20 mostra os dois tipos de modelos tridimensionais empregados para a telha com bordas trespassadas. No Modelo Completo (Figura 4.20(a)), foram aplicadas forças nodais em todos os nós das linhas correspondentes aos terços do vão. No Modelo Reduzido (Figura 4.20(b)), foi aplicada uma carga distribuída com variação linear nas extremidades (Figura 4.20(c)), de modo a simular uma sollicitação de flexão pura. Essa carga distribuída é dada por unidade de comprimento nas linhas médias da seção.



**Figura 4.20: (a) Modelo Completo de elementos finitos (Configuração 2). (b) Modelo Reduzido de elementos finitos (Configuração 2). (c) Detalhe da distribuição de carga nas extremidades do Modelo Reduzido.**

Fazendo-se uso dos modelos descritos, foram realizados dois tipos de análises: uma Análise de Autovalores (AAut) e uma Análise Não-Linear Geométrica (ANLG). Na primeira, são obtidas as cargas críticas de flambagem elástica bem como os modos de flambagem correspondentes, com consideração da matriz geométrica da estrutura. Na segunda, a carga é aplicada em incrementos, o que permite a análise da estrutura em diversas etapas, incluindo as etapas de comportamento pós-crítico.

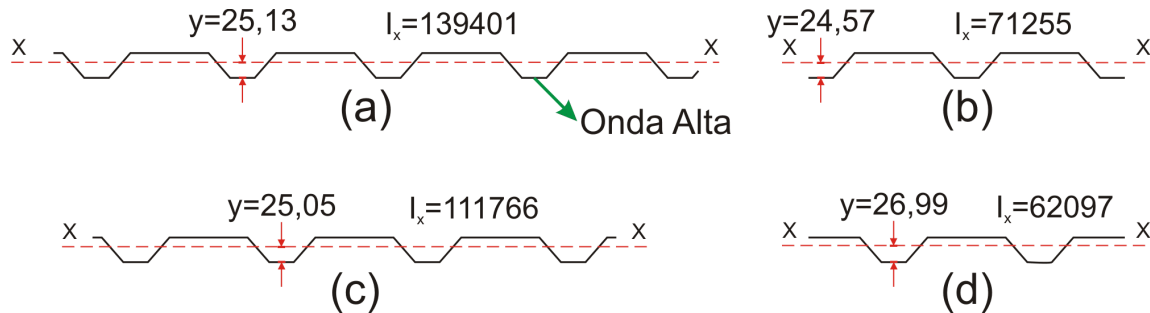
A AAut foi empregada apenas com o Modelo Reduzido, a fim de comparação com os resultados obtidos através do Método das Faixas Finitas. A carga crítica de flambagem elástica  $P_{crit}$  é calculada, para os Modelos Completo e Reduzido, respectivamente, segundo as seguintes equações:

$$P_{crit} = F_{crit} n_{nos} \quad (24)$$

$$P_{crit} = \frac{6I_x p_{cr}}{L y t} \quad (25)$$

onde  $F_{crit}$  é a força nodal crítica,  $n_{nos}$  é o número de nós carregados,  $I_x$  é o momento de inércia da seção em relação ao eixo  $x-x$  (Figura 4.21),  $p_{cr}$  é a carga distribuída crítica por unidade de comprimento nas linhas médias das ondas altas (dada em N/m),  $L$  é o comprimento do vão,  $y$  é a distância entre o eixo  $x-x$  e as ondas altas (Figura 4.21) e  $t$  é a espessura da telha. A Eq. (25) baseia-se na distribuição de momentos da Figura 4.3 e na teoria clássica de vigas. Adotou-se o valor da carga distribuída crítica como o aplicado nas ondas altas das telhas já que é nessa região da seção que a distribuição linear de carga atinge seu valor máximo, respeitando as posições dos eixos centroidais definidas na Figura 4.21.

Deve-se observar que, na Figura 4.21, os momentos de inércia para as telhas com Carga Central são assumidos como referentes apenas à porção carregada, o que é conservador. Seaburg e Salmon, 1971, num trabalho de otimização de telhas de aço formadas a frio, também consideraram que a porção analisada de uma telha suporta a carga agindo apenas nessa porção, de forma independente do resto do perfil.



**Figura 4.21: Momento de inércia em  $\text{mm}^4$  e distância do eixo centroidal às ondas altas em mm. (a) Telhas livre e trespassada com Carga Total. (b) Telhas livre e trespassada com Carga Central. (c) Telha vinculada com Carga Total. (d) Telha vinculada com Carga Central.**

#### 4.3.2 Determinação das Frequências Naturais e dos Modos de Vibração das Telhas de Perfil Comercial

Para modelos de sistemas mecânicos vibratórios discretizados, o número de frequências naturais e de modos de vibração associados será igual ao número de graus de liberdade. As frequências dependem apenas das características naturais do sistema, rigidez e massa, e são encontradas através da Eq. (26):

$$\det([K] - \omega^2 [M]) = 0 \quad (26)$$

onde  $[K]$  é a matriz de rigidez,  $[M]$  é a matriz de massa e  $\omega$  é qualquer frequência natural que satisfaça a equação. Maiores detalhes sobre essa formulação básica, assim como sobre as técnicas de resolução, podem ser encontrados em Clough, 1993.

Para sistemas contínuos, existem infinitos graus de liberdade e, conseqüentemente, infinitos modos de vibração. Nesse tipo de modelo, é comum que apareçam modos de vibrações localizados em algumas partes da estrutura. Caso a massa esteja distribuída uniformemente, os modos e as frequências fornecem informação sobre a distribuição da rigidez da estrutura. Ou seja, um modo de baixa frequência natural estaria colocando em evidência que a estrutura é pouco rígida quando deformada como indica o modo.

Para a definição das constantes elásticas dos pontos (ii) e (iii) da Figura 4.14 e da Figura 4.15, foi feita uma calibração dos valores dessas constantes a partir de resultados do Procedimento Experimental 2. Variou-se o valor das constantes elásticas até que as frequências

naturais dos modelos de elementos finitos aproximassem-se das obtidas experimentalmente. Detalhes dessa calibração são apresentados no Capítulo 6.

Para a obtenção dos resultados numéricos, foi resolvido um problema de autovalores para achar os modos e frequências dos casos estudados (Análise Modal), levando em consideração as matrizes de massa e de rigidez da estrutura discretizada (Eq. (26)).

### 4.3.3 Determinação da Flecha e da Carga Crítica de Telhas de Perfis Diversos

Com base nos resultados que serão apresentados no Capítulo 5, permitiu-se o uso de um Modelo Simplificado para representar o comportamento de uma telha real. Constatou-se que a vinculação das bordas de uma telha trespasada pouco influencia em sua carga crítica de flambagem elástica e, assim, o carregamento foi centralizado em uma porção representativa de toda a telha (Figura 4.22(a)), e foi utilizado um Modelo Simplificado (Figura 4.22(b)). Esse modelo menor deve representar bem a telha completa, que está trespasada com outras telhas, ou seja, a carga crítica do Modelo Simplificado deve ser próxima da de um modelo da telha inteira. Além disso, a flecha no meio do vão, medida no eixo de simetria do Modelo Simplificado, também deve ser próxima da medida na posição equivalente do Modelo Completo.

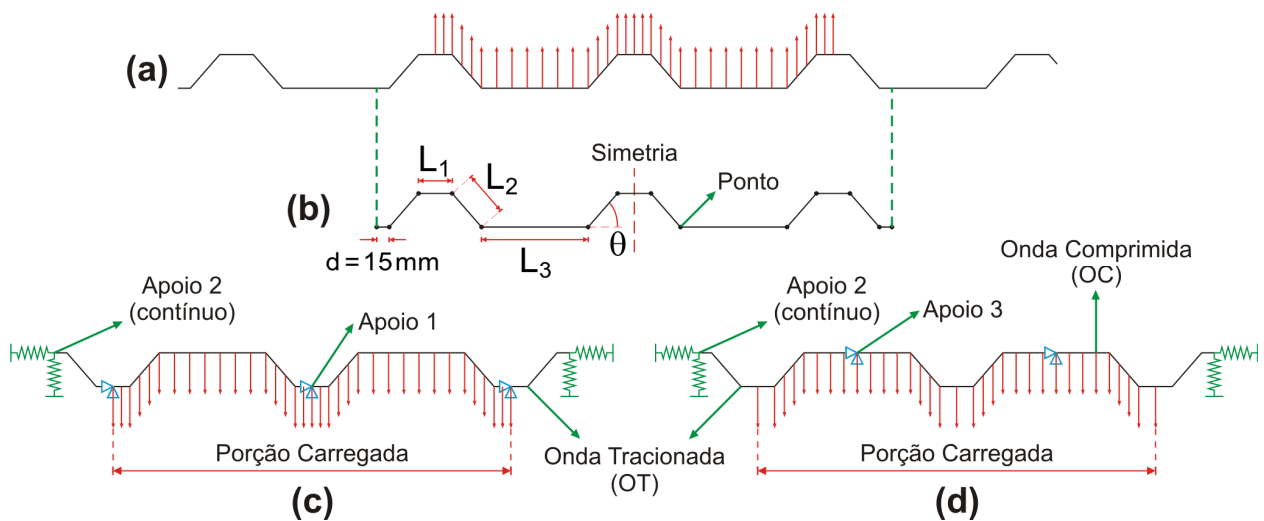
Para se chegar à geometria ótima do perfil da telha trapezoidal, parte-se de uma chapa de 2060 mm de comprimento, cuja linha média da seção é definida por 14 pontos. Uma metodologia semelhante foi utilizada por Liu et al., 2004.

Foram analisados os dois tipos de vinculação dos extremos da telha discutidos na Seção 4.1: fixação nas ondas altas (apoios 1 da Figura 4.22(c)) e fixação nas ondas baixas (apoios 3 da Figura 4.22(d)). Ao longo desse trabalho, os perfis das telhas vão ser apresentados da mesma maneira em que as telhas foram posicionadas no Procedimento Experimental 1 (ver Figura 4.18). Para facilitar a leitura, as ondas altas vão ser referidas como Ondas Tracionadas (OT) e as ondas baixas vão ser chamadas de Ondas Comprimidas (OC). Assim, a fixação convencional (utilizada nos Capítulos 5 e 6) ocorre nas Ondas Tracionadas (Fixação OT), e a fixação alternativa (estudada apenas no Capítulo 7) ocorre nas Ondas Comprimidas (Fixação OC).

Para que o Modelo Simplificado pudesse representar uma telha real (inteira), foram colocados vínculos elásticos nas laterais ao longo de todo o comprimento (apoios 2 da Figura 4.22(c) e (d)). Esse modelo, que apresenta duas Ondas Comprimidas, é capaz de representar bem a carga crítica de uma telha real, uma vez que ela é proporcional ao número de Ondas Comprimidas (ver Capítulo 5). Mas, para isso, o carregamento deve estar suficientemente longe dos apoios elásticos nas laterais, para que ele possa contribuir em sua totalidade para a flexão da porção carregada. Isso foi levado em consideração para a definição dos Modelos Simplificados,

ficando o carregamento compreendido entre os centros das Ondas Tracionadas mais externas, conforme a porção carregada indicada na Figura 4.22(c) e (d). As extensões de dimensão  $d$  nas laterais do modelo foram utilizadas para enrijecer os elementos de dimensão  $L_2$  mais externos, evitando um modo de flambagem relacionado aos mesmos.

A utilização de duas Ondas Comprimadas no Modelo Simplificado preserva a simetria da telha real em relação ao número total de Ondas Comprimadas (quatro, conforme Figura 4.22(a)), o que permite ao modelo a boa representação da flecha no centro do perfil (eixo de simetria do Modelo Simplificado da Figura 4.22(b)).



**Figura 4.22: (a) Telha real (Modelo Completo) com carregamento centralizado em apenas duas Ondas Comprimadas (perfil da telha comercial). (b) Modelo Simplificado com perfil definido por 14 pontos. (c) Localização dos apoios da telha com fixação nas Ondas Tracionadas (Fixação OT). (d) Localização dos apoios da telha com fixação nas Ondas Comprimadas (Fixação OC).**

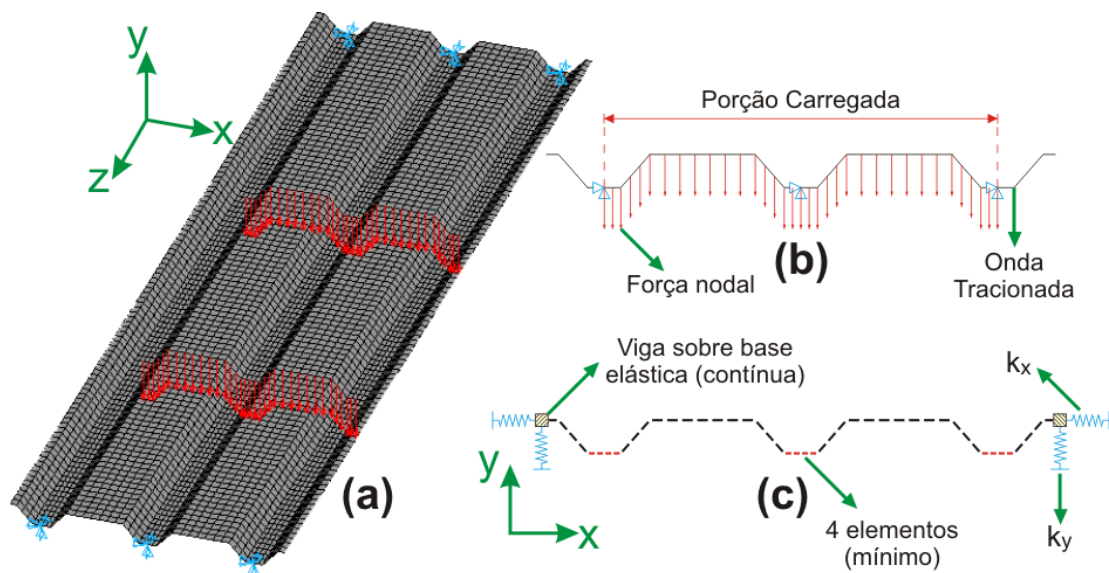
Um exemplo tridimensional do Modelo Simplificado está ilustrado na Figura 4.23(a). Os apoios das extremidades foram modelados da mesma forma discutida antes para os Modelos Completos. O carregamento mais uma vez foi modelado através de forças nodais, nas duas linhas correspondentes aos terços do vão, aplicadas em todos os nós compreendidos entre os nós centrais das Ondas Tracionadas externas (Figura 4.23(b)).

Para que os modos de flambagem associados ao fenômeno da formação de ondas da flambagem local pudessem ser bem representados, definiu-se que o tamanho do elemento a ser utilizado na discretização do perfil fosse igual a  $1/5$  do maior lado ( $L_1$ ,  $L_2$  ou  $L_3$ ), com o tamanho máximo de 20 mm.

Para a obtenção de melhores resultados, os lados onde estão aplicadas as vinculações dos extremos (os de dimensão  $L_1$  para Fixação OT e os de dimensão  $L_3$  para Fixação OC, conforme Figura 4.22(c) e (d)) foram discretizados com um mínimo de 4 elementos.

Ao longo do comprimento, foram utilizados 102 elementos, independentemente da discretização do perfil, o que garante uma razão de aspecto próxima de 1 para todos os elementos do modelo. A discretização do perfil comercial com Fixação OT está ilustrada na Figura 4.23(c).

Em cada borda lateral, foram aplicados 102 elementos de viga sobre apoios elásticos contínuos ao longo do comprimento, oferecendo restrição nas direções  $x$  e  $y$  através das constantes elásticas  $k_x$  e  $k_y$ , respectivamente (Figura 4.23(c)). Foi utilizado o elemento BEAM44 [Ansys, Inc., 2004], que é um elemento de viga tridimensional, com seis graus de liberdade em cada nó. Os elementos de viga foram definidos com área e momento de inércia desprezíveis, de modo que não oferecessem resistência axial e que a rigidez à flexão fosse atribuída unicamente aos apoios elásticos. O estudo da calibração das constantes elásticas  $k_x$  e  $k_y$  está detalhado no Anexo A.



**Figura 4.23: (a) Exemplo tridimensional de Modelo Simplificado para a telha comercial com Fixação OT. (b) Aplicação de cargas nodais entre os nós centrais das Ondas Tracionadas externas. (c) Discretização do perfil (número de elementos no perfil baseado num tamanho de 20 mm; 4 elementos nas Ondas Tracionadas é o mínimo).**

O Modelo Simplificado de elementos finitos apresentado deve ser capaz de representar bem os diversos perfis analisados durante o processo de otimização. Para isso, fez-se um estudo da sensibilidade da carga crítica de flambagem elástica à variação da discretização utilizada no modelo. Detalhes desse estudo estão descritos no Anexo A.

Para o cálculo da flecha, foi realizada uma Análise Linear Elástica, com a qual se verificou o deslocamento no nó central do perfil (sobre o eixo de simetria da Figura 4.22(b)), no meio do vão de comprimento  $L$ . Para a obtenção da carga crítica de flambagem elástica, fez-se uma Análise de Autovalores. A carga crítica  $P_{crit}$  obtida por essa análise é dada pela Eq. (27),

onde  $\lambda$  é o autovalor,  $F$  é o valor de cada força nodal aplicada e  $n_{nos}$  é o número de nós carregados.

$$P_{crit} = \lambda F n_{nos} \quad (27)$$

Na Análise de Autovalores, é conveniente a aplicação de forças unitárias, já que, desse modo, o autovalor obtido representa automaticamente o valor da força nodal crítica. Chega-se à carga crítica total multiplicando o autovalor pelo número de nós carregados. Por praticidade do processo de otimização multi-objetivo (ver Seção 4.6), para a análise da telha comercial, foram utilizadas forças nodais unitárias tanto para o cálculo da carga crítica quanto para o cálculo da flecha.

O cálculo da flecha é dependente do valor da carga total aplicada sobre a telha. Como cada perfil gerado na otimização tem uma discretização diferente, o número de forças nodais aplicadas varia. Assim, para que sempre fosse aplicado um mesmo valor de carga total, definiu-se a força nodal aplicada  $F$  para o cálculo da flecha segundo a Eq. (28). 70 é o número de forças nodais aplicadas no perfil comercial com Fixação OT (perfil tomado como referência) e  $n_{nos}$  é o número de forças nodais aplicadas no perfil em análise.

$$F = \frac{70}{n_{nos}} \quad (28)$$

#### 4.4 Modelagem pelo Método das Faixas Finitas

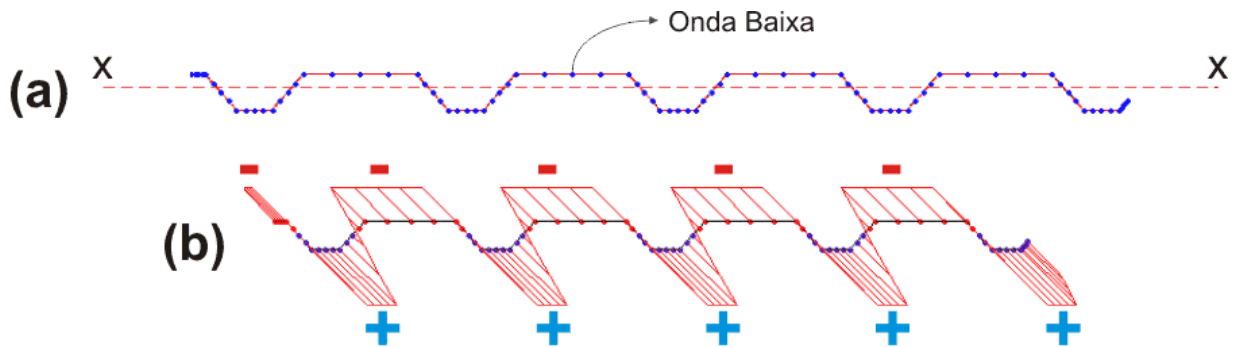
Modelos de faixas finitas foram desenvolvidos para a determinação da carga crítica de flambagem elástica das telhas de perfil comercial. Os resultados serão analisados no Capítulo 5. Utilizou-se o software CUFMS 2.6, desenvolvido por Schafer, 2002, e discutido na Seção 2.1.5.

Para comparação com os resultados obtidos através do Método dos Elementos Finitos, foram modeladas as telhas das três configurações propostas (com bordas longitudinais livres, trespassadas e vinculadas), submetidas à Carga Total e à Carga Central.

Schafer, 2002, aconselha que cada lado plano comprimido do perfil seja discretizado com 4 faixas finitas. Assim, todos os lados planos da seção foram divididos em 4 faixas. Um exemplo de perfil discretizado com o CUFMS está ilustrado na Figura 4.24(a). Os perfis das telhas foram modelados desprezando-se as dobras (considerando somente a linha média acrescida da espessura da chapa).

Respeitando a variação de tensões normais utilizadas no MFF, o programa CUFMS permite variação linear de tensões através da seção, com distribuição uniforme ao longo do comprimento da barra analisada. Como mencionado, os perfis podem ser submetidos a uma

solicitação que pode variar de compressão pura até flexão pura, passando por flexão composta. Adotou-se solicitação de flexão pura em relação ao eixo  $x-x$  da Figura 4.24(a), com compressão nas ondas baixas. A distribuição de tensões, uniforme ao longo do comprimento, está ilustrada na Figura 4.24(b).



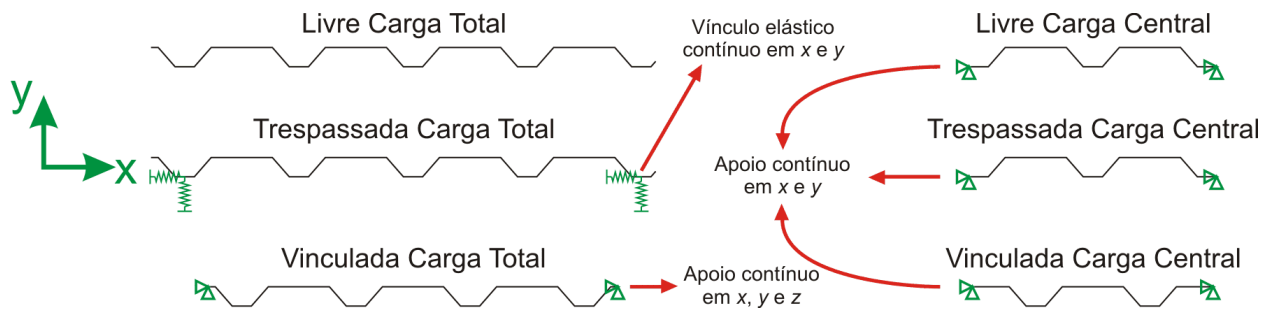
**Figura 4.24: (a) Discretização do perfil com 4 faixas finitas em cada lado plano. (b) Solicitação de flexão pura em relação ao eixo  $x-x$ , com compressão nas ondas baixas.**

Como as tensões são distribuídas através de toda a seção, para poder avaliar as telhas com Carga Central, foram utilizados os perfis ilustrados na Figura 4.21(b) e (d), que consideram apenas a porção carregada.

O CUFISM permite a aplicação de restrições de graus de liberdade das linhas nodais (constantes ao longo do comprimento). Assim, as bordas dos perfis com Carga Central tiveram que ser restringidas continuamente ao longo do comprimento para simular a restrição causada pelo resto da telha. A telha vinculada também teve suas bordas continuamente restringidas, para simular a fixação dos rebites. Nas bordas da telha trespassada, precisou-se aplicar uma vinculação elástica contínua, baseada nas constantes utilizadas no MEF (determinadas no Capítulo 6).

A Figura 4.25 exhibe todos os modelos de faixas finitas utilizados com as respectivas restrições sobre os graus de liberdade das linhas nodais. Os vínculos elásticos da telha trespassada com Carga Total foram aplicados nas direções  $x$  e  $y$  nas linhas nodais centrais das ondas altas mais externas. Os apoios das bordas dos perfis com Carga Central foram aplicados nas direções  $x$  e  $y$  nas linhas nodais extremas. Já para a telha vinculada com Carga Total, os apoios foram aplicados em todas as direções das linhas nodais extremas para simular a fixação dos rebites.





**Figura 4.25: Vinculações das linhas nodais dos diversos modelos de faixas finitas.**

Considerando os modelos dos perfis com Carga Central, comparando-os com o Modelo Simplificado utilizado para o processo de otimização (Seção 4.3.3), nota-se que não foram aplicadas vinculações elásticas nas bordas e sim apoios rígidos.

Verificou-se uma pequena influência do nível de restrição das bordas desses modelos sobre os valores de carga crítica obtidos. Isso ocorre porque é empregada uma distribuição de tensões que simula diretamente a flexão. No Modelo Simplificado, são as forças nodais que causam a flexão e, por isso, sofrem forte influência de apoios próximos aos pontos de aplicação de carga. Assim, nos modelos de faixas finitas, foi possível simplificar a restrição elástica das bordas com o uso de apoios rígidos, sem comprometer os resultados.

#### 4.5 Uso da Norma NBR 14762:2001

No procedimento da Norma NBR 14762:2001, os elementos de um perfil são tratados de forma isolada, sem a consideração da interação entre os elementos no cálculo das propriedades efetivas da seção. Assim, considera-se que um elemento pode ser AA (elemento com bordas apoiadas), AL (elemento com uma borda apoiada e outra livre) ou sob influência de um enrijecedor (item 7.2.2 da Norma).

Da mesma forma que na modelagem pelo Método das Faixas Finitas, a Norma considera que todos os elementos da seção estão submetidos a uma variação linear de tensões. Assim, para o cálculo do momento fletor resistente nominal dos perfis das telhas com Carga Central, devem ser consideradas apenas as porções carregadas, como mostra a Figura 4.25.

As restrições que devem ser aplicadas nas bordas das telhas são consideradas definindo os elementos externos como AA, AL ou sob influência de um enrijecedor. Esse raciocínio está explicado na Seção 5.5.

#### 4.6 Algoritmo de Otimização

Tendo em vista a quantidade de material utilizada para a fabricação de uma telha, o perfil a ser otimizado (Figura 4.22(b)) deve ter o mesmo perímetro do perfil da telha comercial utilizada como comparação (Perímetro Comercial): 1186,56 mm (desconsiderando as pequenas dobras laterais de 15 mm da Figura 4.2).

Respeitando uma maior facilidade de fabricação do perfil ótimo, definiu-se que nenhuma das dimensões do perfil ( $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$ ) pudesse ser inferior a 20 mm. As dimensões máximas foram definidas idealizando-se perfis que tivessem uma das dimensões com valor máximo enquanto as outras duas fossem mínimas (totalizando o Perímetro Comercial). Permitiu-se que o ângulo  $\theta$  variasse entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ . Assim, a faixa de valores permitidos para cada parâmetro gerado na otimização está definida na Tabela 4.1.

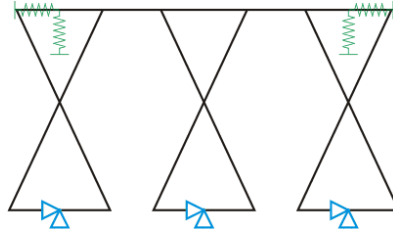
**Tabela 4.1: Faixa de valores permitidos para as variáveis de projeto geradas na otimização.**

|                 | $L_1$ [mm] | $L_2$ [mm] | $L_3$ [mm] | $\theta$ [graus] |
|-----------------|------------|------------|------------|------------------|
| Valores Mínimos | 20         | 20         | 20         | 0                |
| Valores Máximos | 185,27     | 111,82     | 226,59     | 180              |

Uma vez geradas as variáveis aleatórias, o perímetro gerado provavelmente não será igual ao Perímetro Comercial. Assim, os parâmetros gerados  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  são convertidos através da Eq. (29). Através dessa conversão, esses parâmetros são reduzidos ou aumentados proporcionalmente de modo que o perímetro do perfil torne-se igual ao Perímetro Comercial. Ou seja, a razão entre as variáveis de projeto não muda após a conversão.

$$\text{parâmetro modificado} = \frac{\text{perímetro comercial}}{\text{perímetro gerado}} \text{parâmetro gerado} \quad (29)$$

Fazendo a conversão apresentada na Eq. (29), a relação entre o comprimento da telha e o perímetro do perfil deixa de ser uma variável que influencie nos modos de flambagem. Porém, com a conversão para o Perímetro Comercial, algumas dimensões podem-se tornar menores do que 20 mm; caso isso aconteça, esses perfis não são admitidos. Igualmente, não são admitidos perfis que tenham lados cuja relação largura/espessura supere 500. Esse último valor foi definido com base na Tabela 3 da Norma NBR 14762:2001, que estabelece esse limite para se evitar deformações excessivas em elementos comprimidos com ambas as bordas vinculadas a elementos AA (ver Seção 2.1.3). Perfis que possuam elementos cruzados, de fabricação inviável, como mostra a Figura 4.26, também são descartados.



**Figura 4.26: Perfil com elementos cruzados.**

Pode-se resumir o problema de otimização dos perfis das telhas de aço, com todas as restrições, através das Eq. (30).  $f(x)$  é a função que se quer otimizar, que depende do indivíduo  $x$  definido na Eq. (23).

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar / Maximizar } f(x) \\
 & 5L_1 + 9L_2 + 4L_3 = 1186,56 \text{ mm} \\
 & L_i \geq 20 \text{ mm}, i = 1, 2, 3 \\
 & L_i/t \leq 500, i = 1, 2, 3 \\
 & 0^\circ \leq \theta < 180^\circ \\
 & \text{Elementos não se cruzam}
 \end{aligned} \tag{30}$$

Deseja-se minimizar a flecha, maximizar a carga crítica de flambagem elástica e maximizar a área de cobertura da telha trapezoidal. Assim, adotou-se uma única função com três objetivos, que deve ser minimizada:

$$f_{obj} = \frac{\delta}{\delta_{padrão}} + \frac{P_{crit, padrão}}{P_{crit}} + \frac{Cobertura_{padrão}}{Cobertura} \tag{31}$$

onde  $\delta$  representa a flecha do indivíduo analisado,  $P_{crit}$  é a carga crítica correspondente ao primeiro modo de flambagem elástica e  $Cobertura$  é a área coberta pela telha por unidade de comprimento, ou seja, a distância entre suas extremidades laterais.  $\delta_{padrão}$ ,  $P_{crit, padrão}$  e  $Cobertura_{padrão}$  são os valores utilizados para normalizar cada termo da equação, deixando-os com a mesma ordem de grandeza (sem priorizar algum objetivo).

$\delta_{padrão}$  e  $P_{crit, padrão}$  foram obtidos através de otimizações independentes, considerando cada objetivo isoladamente. O valor de  $Cobertura_{padrão}$  coincide com o perímetro do perfil comercial (1186,56 mm), que é o caso de uma chapa plana, estrutura que oferece a maior área de cobertura possível. Assim, ao longo desse trabalho,  $f(x)$  da Eq. (30) é igual a  $f_{obj}$  quando se quer minimizar a Eq. (31), e igual a  $\delta$  ou  $P_{crit}$  quando se quer achar  $\delta_{padrão}$  e  $P_{crit, padrão}$ , respectivamente.

Ao longo desse trabalho, a minimização da Eq. (31) é tratada como uma otimização multi-objetivo. Porém, dentro da terminologia da otimização, uma *otimização multi-objetivo* trata da minimização/maximização de um vetor de funções, sendo cada componente um objetivo

a ser otimizado. A otimização desse vetor de funções consiste em achar a *Região Ótima de Pareto*, conforme comentado na Seção 2.2.3. Maiores detalhes sobre esse tipo de otimização podem ser encontrados em trabalhos como o de Cheng e Li, 1997.

O que se tem na Eq. (31) é a inter-relação entre diversos critérios de otimização através da normalização de cada um. Assim, é encontrado apenas um valor ótimo, ao invés de um conjunto ótimo, como seria na otimização de um vetor de funções. Mesmo assim, sabe-se que as funções que regem o problema, ou seja, que relacionam as variáveis de projeto com flecha, carga crítica e cobertura são complexas, esperando-se não só a existência de diversos mínimos locais, mas também a existência de diversos mínimos que conduzam a resultados muito próximos de  $f_{obj}$ , devido à possível existência de uma Região de Pareto.

Nesse trabalho, interessa a metodologia que permita a obtenção de uma geometria ótima para o perfil da telha. Por isso, não foi utilizada nenhuma técnica de otimização multi-objetivo. Uma prática bastante comum, tanto para a busca do mínimo global quanto para a verificação de uma possível Região de Pareto, é a realização de diversas rodadas de otimizações, partindo-se de pontos diferentes, em busca do melhor resultado dentre os processos. Seaburg e Salmon, 1971, Rajeev e Krishnamoorthy, 1992 e Lu, 2003, utilizaram essa estratégia.

O problema é regido pelas restrições listadas na Eq. (30). Como não foram definidas restrições de comportamento, e sim apenas restrições laterais (ou seja, sobre as variáveis de projeto), dispensou-se o uso de funções de penalidade. Optou-se por excluir do algoritmo indivíduos que não atendam a essas restrições, dando lugar a outros que estejam dentro dos limites estabelecidos (os indivíduos são excluídos antes de passar pelo processo de avaliação da função objetivo).

Para o processo de otimização, foram utilizadas rotinas implementadas no software Matlab 7.0 [The MathWorks, Inc., 2007], fazendo-se uso do *Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox* [The MathWorks, Inc., 2004], que inclui rotinas de otimização através de Algoritmos Genéticos e Procura Direta. Esse *toolbox* é uma coletânea de funções que compõem o algoritmo. Assim, novas funções, aplicadas ao problema tratado, puderam ser incorporadas.

O cálculo de  $\delta$  e  $P_{crit}$  de cada indivíduo analisado no processo de otimização foi feito com o uso do Modelo Simplificado de elementos finitos apresentado na Seção 4.3.3, calculado através do software Ansys 9.0.

Os operadores do algoritmo estão descritos abaixo e o fluxograma do processo de otimização está esquematizado na Figura 4.27. Todas as etapas do fluxograma são realizadas no

Matlab, com exceção da avaliação do indivíduo, ou cálculo da função objetivo, que é feita no Ansys.

**Geração da População Inicial.** Cada geração é composta de 20 indivíduos gerados, sendo os da população inicial gerados aleatoriamente. As variáveis são geradas dentro das faixas de valores atribuídas (Tabela 4.1). Os elementos do perfil gerado não podem cruzar-se, caso contrário, um novo indivíduo é gerado em seu lugar.

**Função Objetivo.** A avaliação de cada indivíduo é feita através do Modelo Simplificado de elementos finitos descrito na Seção 4.3.3.

**Mapeamento da Função Objetivo.** O mapeamento das funções objetivo (ou cálculo de aptidões) de uma população é feito através do método de *Ranking* não-linear. Os indivíduos são escalonados em ordem decrescente de aptidão, que é baseada no “*rank*” do indivíduo dentro da população (ao invés de ser baseada diretamente no valor da função objetivo). Assim, a aptidão escalonada é proporcional a  $1/\sqrt{r}$ , onde  $r$  é o *rank* do indivíduo.

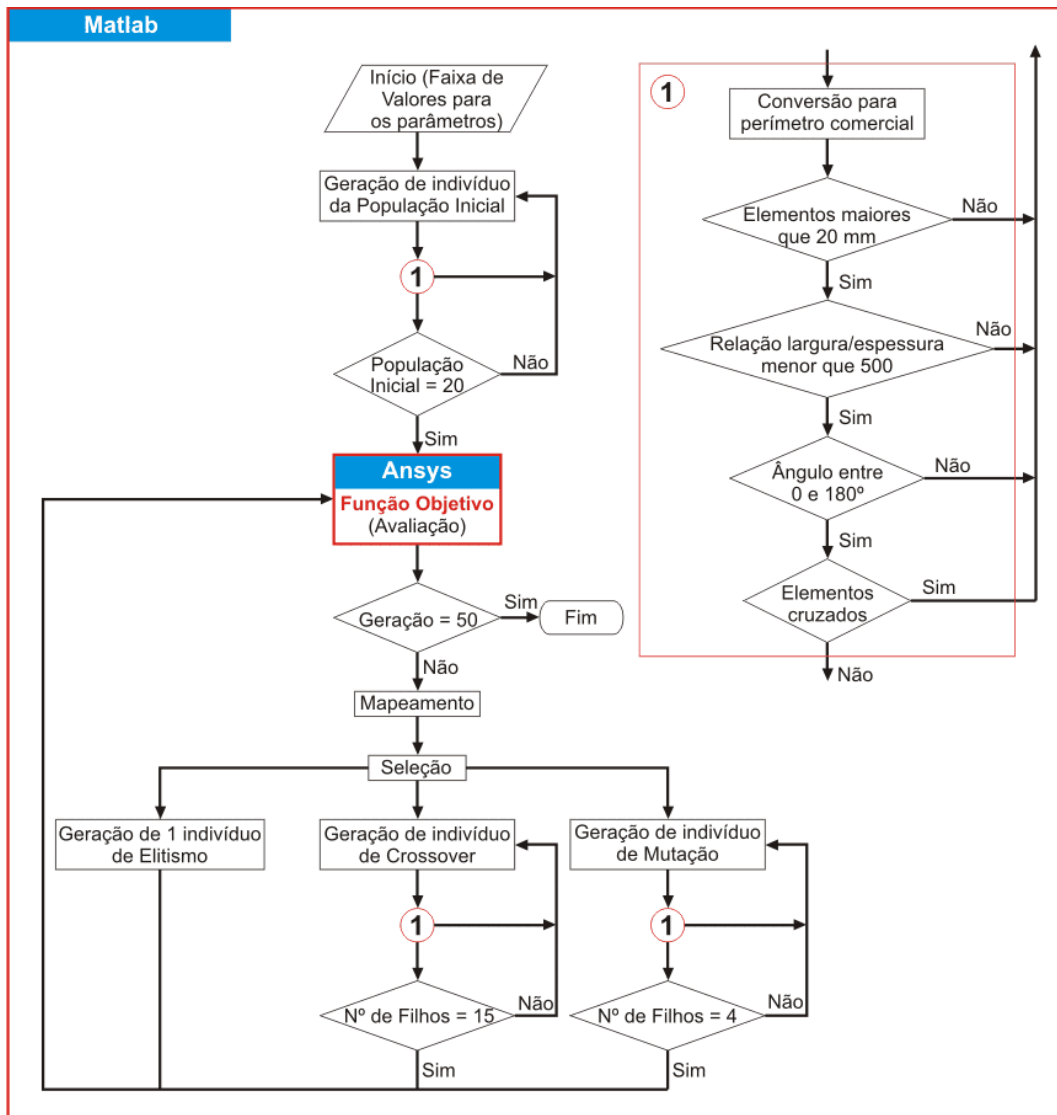
**Seleção.** Os pais que gerarão os filhos da geração seguinte são selecionados segundo o *Método Estocástico Universal*, que é uma variação do *Método da Roleta*, descrito em Goldberg, 1989. Ao invés de uma “roleta” de um único ponteiro ser girada  $n$  vezes para a geração de  $n$  pais, uma roleta com  $n$  ponteiros igualmente espaçados é girada uma única vez para a seleção dos  $n$  pais, que terão uma chance de seleção (área da roleta) baseada no *Ranking*. Esse método garante a seleção de indivíduos com menores valores de aptidão.

**Elitismo.** Apenas um indivíduo de elitismo (o melhor da geração) é mantido para a geração subsequente.

**Crossover.** A probabilidade de crossover adotada foi de 80%. Descontando o indivíduo de elitismo, isso representa a geração de 14 filhos de crossover. Foi utilizada *recombinação uniforme*, através da qual cada variável do vetor que representa o filho gerado é escolhida aleatoriamente entre os dois pais. Caso os elementos do perfil se cruzem (situação não viável na

prática) ou outra restrição da Eq. (30) seja violada, o filho gerado da recombinação dos dois pais é gerado novamente, a partir dos mesmos pais.

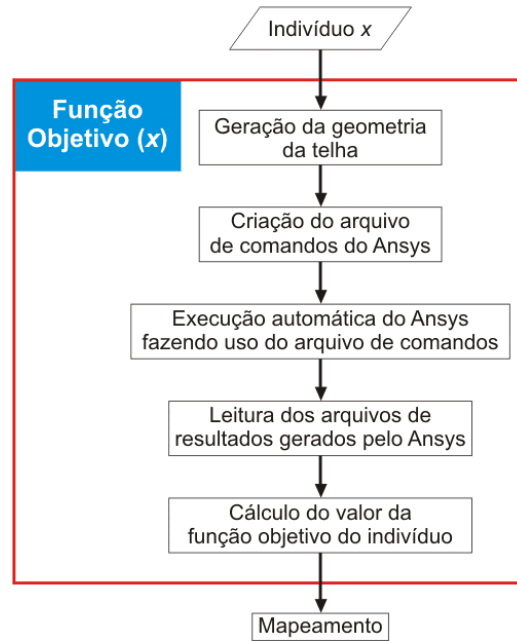
**Mutação.** Os filhos que não forem gerados por elitismo e crossover são indivíduos que obrigatoriamente sofrem mutação em todos os seus genes. A cada gene é adicionado um número tirado de uma distribuição gaussiana com média zero e variância na primeira geração igual a 15% do intervalo de valores para a variável correspondente. A variância vai diminuindo uniformemente a cada geração até chegar a 25% do seu valor inicial quando na última geração. São gerados 4 filhos de mutação, que, caso violem alguma das restrições impostas na Eq. (30), são gerados novamente. A avaliação da função objetivo através do Método dos Elementos Finitos é computacionalmente custosa e, por isso, é conveniente o emprego de tantos indivíduos gerados por mutação, caso contrário, um número muito maior de indivíduos e de gerações deveria ser usado.



**Figura 4.27: Fluxograma do processo de otimização através de Algoritmos Genéticos.**

A função objetivo é representada por um arquivo dentro do *toolbox*, editado conforme o problema, que é responsável pela comunicação automática entre os softwares Matlab e Ansys. A Figura 4.28 esquematiza a interação entre os dois softwares para o cálculo do valor final da função objetivo de cada indivíduo  $x$  (dado pela Eq. (23)).

**Para cada indivíduo  $x$ :**



**Figura 4.28: Fluxograma da interação entre os softwares Matlab e Ansys para o cálculo da função objetivo de um indivíduo.**



## 5. VERIFICAÇÃO TEÓRICA E EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE TELHAS DE AÇO TRAPEZOIDAIS DE PERFIL COMERCIAL

Como é descrito na Seção 4.2, foram realizados ensaios de telhas trapezoidais de perfil comercial com diferentes tipos de condições de contorno: Ensaios 1, 2 e 3, como se observa na Figura 4.8. A carga aplicada produz solicitação de flexão pura na parte central das telhas. Foram obtidas as cargas críticas de flambagem elástica e as cargas de colapso. Assim, nesse capítulo, os resultados experimentais obtidos são comparados com os resultados teóricos calculados por diferentes métodos de análise.

### 5.1 Procedimento Experimental 1

#### 5.1.1 Descrição do Ensaio 1

No Ensaio 1 (telha com bordas longitudinais livres), o carregamento inicial foi aplicado com o uso do recipiente de 20 litros, que foi cheio com água. Carregou-se a telha com incrementos de carga de 9,8 N (1 litro de água) até se atingir 127,7 N, e com incrementos de carga de 19,6 N (2 litros de água) até se atingir 245,4 N. Assim, atingiu-se o valor máximo de carga possível com o uso do recipiente de 20 litros (somando o peso do recipiente cheio de água com o peso dos *tubos de apoio* e da tábua de madeira, descritos na Seção 4.2.1).

Para o valor máximo de carga, a telha não indicou a ocorrência de flambagem local, e a variação das deformações medidas pelos extensômetros em função do carregamento caracterizou uma curva com muitas oscilações, sem indicar mudança de comportamento (Figura 5.1).

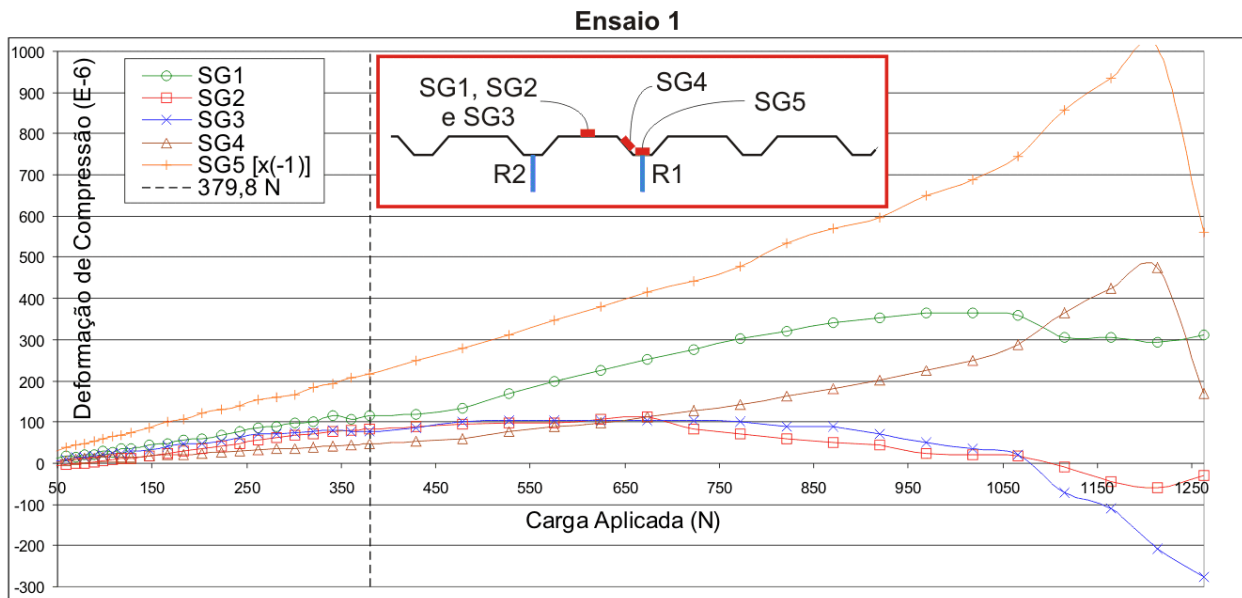
Posteriormente, substituiu-se o recipiente de 20 litros pelo reservatório de 500 litros, mostrado na Figura 4.6(a). Com a mudança do sistema de carga, voltou-se ao estágio de carga de 183,6 N (peso do reservatório vazio mais *tubos de apoio* e tábua de madeira). Aumentou-se o carregamento com incrementos de 19,6 N (2 litros de água) até 379,8 N e de 49,1 N (5 litros de água) até o colapso.

Durante o ensaio foram feitas as seguintes observações:

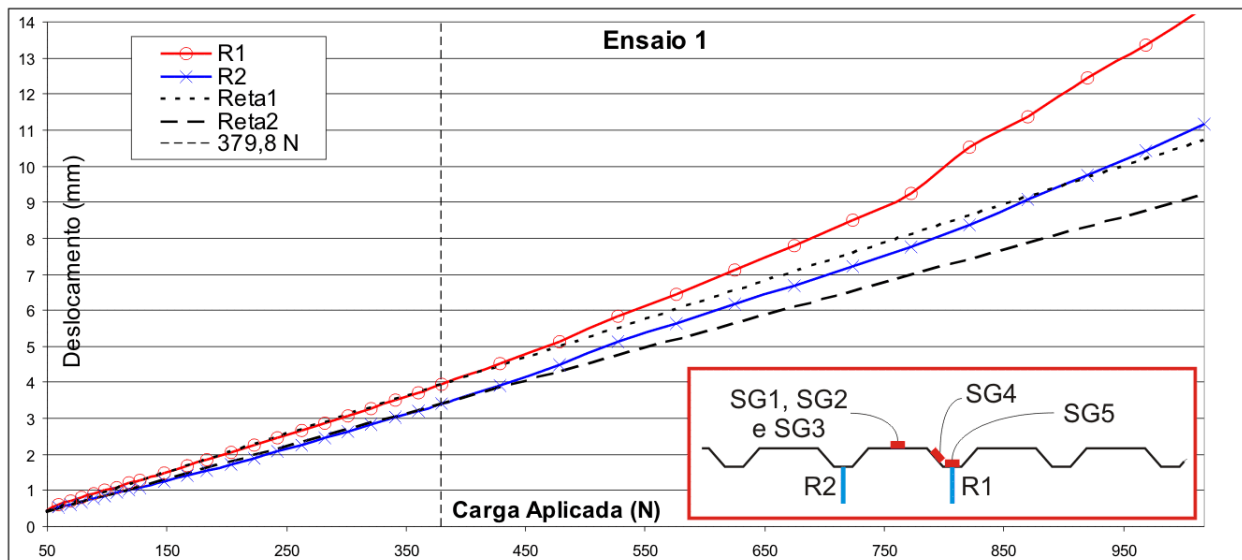
- A flambagem local foi observada visualmente quando se atingiu a carga de 379,8 N.
- O colapso ocorreu por escoamento quando se carregou a telha com 1262,7 N.
- Utilizando a nomenclatura da Figura 4.9, a flambagem local iniciou-se na onda baixa 2, prosseguindo na onda 3, nas ondas 1 e 4 simultaneamente e, finalmente, nas partes comprimidas das almas, na medida em que o valor da carga aumentava.

A Figura 5.1 e a Figura 5.2 mostram as variações das deformações e dos deslocamentos medidos em função da carga aplicada, respectivamente. As posições dos transdutores

apresentadas na Figura 4.9 foram reproduzidas esquematicamente na seção da telha. Deve-se recordar que SG3, SG4, SG5, R1 e R2 localizam-se exatamente no meio do vão, enquanto SG1 e SG2 estão afastados 50 mm e 100 mm do meio do vão, respectivamente; SG4 está a 10 mm da dobra referente à onda comprimida onde estão SG1, SG2 e SG3. Na Figura 5.1, a deformação medida pelo *strain gauge* SG5 está multiplicada por -1. A carga correspondente à flambagem local observada visualmente (379,8 N) está indicada nos dois gráficos.



**Figura 5.1: Comportamento dos *strain gauges* para o Ensaio 1.**



**Figura 5.2: Comportamento dos relógios comparadores para o Ensaio 1.**

Observando os gráficos da Figura 5.1 e da Figura 5.2, pode-se afirmar que:

- As curvas de deformação de SG2 e SG3 mostram que a deformação de compressão começa a crescer com comportamento aproximadamente linear e, à medida que a carga é

aplicada, a taxa de crescimento vai diminuindo até que a compressão passa a decrescer e, então, virar uma deformação de tração. Isso se deve ao fato de que esses sensores estão localizados no lado convexo de uma região onde surge uma onda de flambagem, com curvatura inversa à curvatura global da telha. SG1 apresenta comportamento semelhante, mas está mais afastado da crista da onda.

- SG4 apresenta deformação de compressão menor do que as apresentadas por SG1, SG2 e SG3, pois está localizado num elemento com distribuição linear de tensões (alma). A taxa de crescimento somente aumenta (exceto próximo à carga de colapso), pois se forma uma onda com curvatura favorável à compressão.
- SG5 apresenta deformação de tração até o colapso. Não ocorre flambagem nesse elemento, mas sua deformação sai do regime linear à medida que a estrutura flamba.
- R1 e R2 saem do regime linear para o carregamento de 379,8 N, ponto em que ocorreu a flambagem local observada visualmente. As retas comparativas 1 e 2 indicam esse comportamento no gráfico.
- Quando o sistema de carga foi trocado, ou seja, quando se substituiu o recipiente de 20 litros pelo reservatório de 500 litros, as curvas apresentadas na Figura 5.1 e na Figura 5.2 continuaram dentro do regime linear. Isso significa que a flambagem local não ocorre para uma carga inferior a 245,4 N, que é o estágio de carga correspondente à substituição do sistema de carga.

O método de determinação da carga crítica de flambagem a partir de um gráfico como o da Figura 5.1, referente a *strain gauges* localizados no lado convexo de uma onda de flambagem, é referido como o *Método da Deformação Reversa*. Vann e Sehested, 1973, descrevem esse método comparando-o com outros procedimentos de determinação da carga crítica.

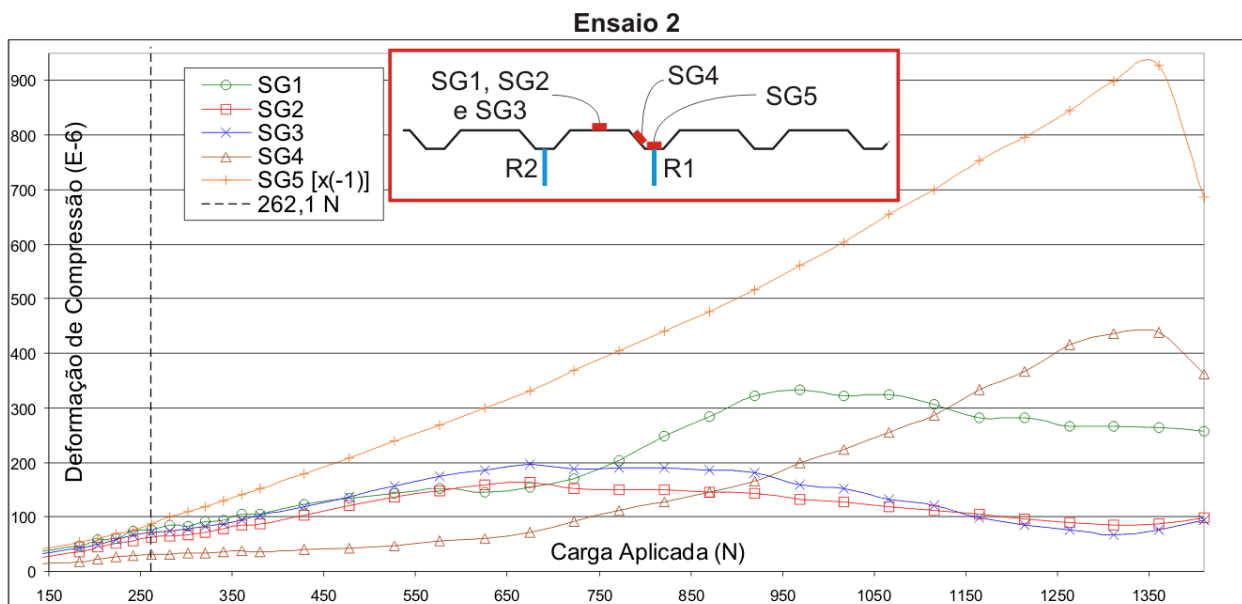
O gráfico da Figura 5.2 permite determinar a carga crítica a partir da medição do deslocamento global da estrutura, e está relacionado com o método *Top of the Knee* para determinação da carga crítica a partir da medição do deslocamento local da região de flambagem. Esse método é apresentado por Hu e Lundquist, 1946.

### 5.1.2 Descrição dos Ensaios 2 e 3

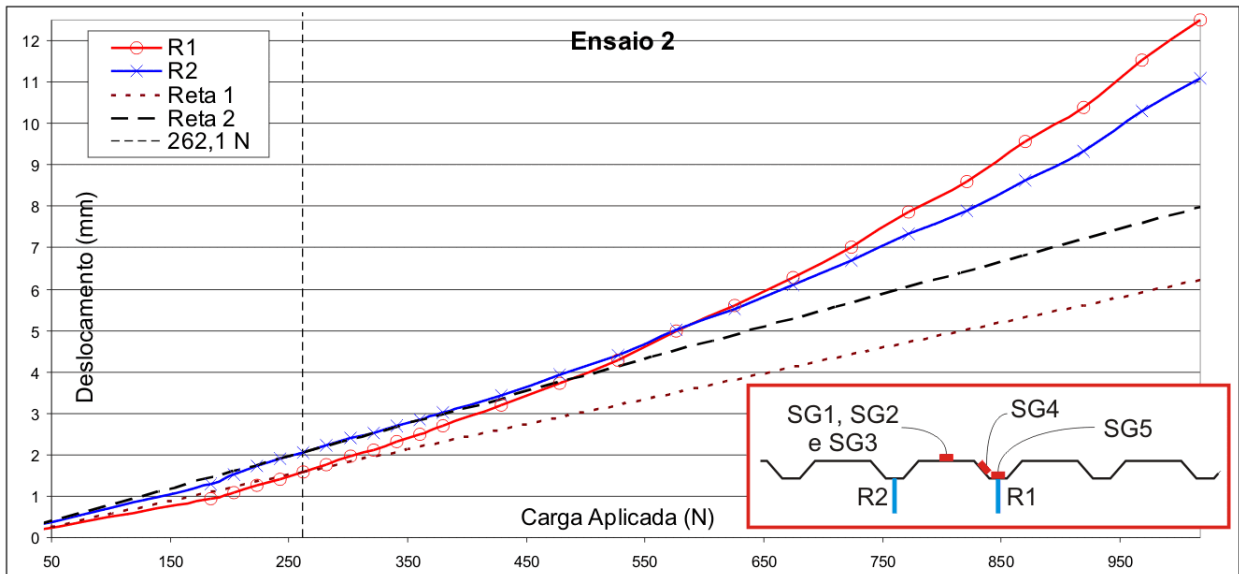
Baseando-se nos resultados do primeiro ensaio, optou-se pela aplicação da carga diretamente com o reservatório (carga inicial de 183,6 N) para a realização dos Ensaios 2 e 3 (telha com bordas trespassadas e bordas vinculadas, respectivamente).

Nesses ensaios, foi possível observar que:

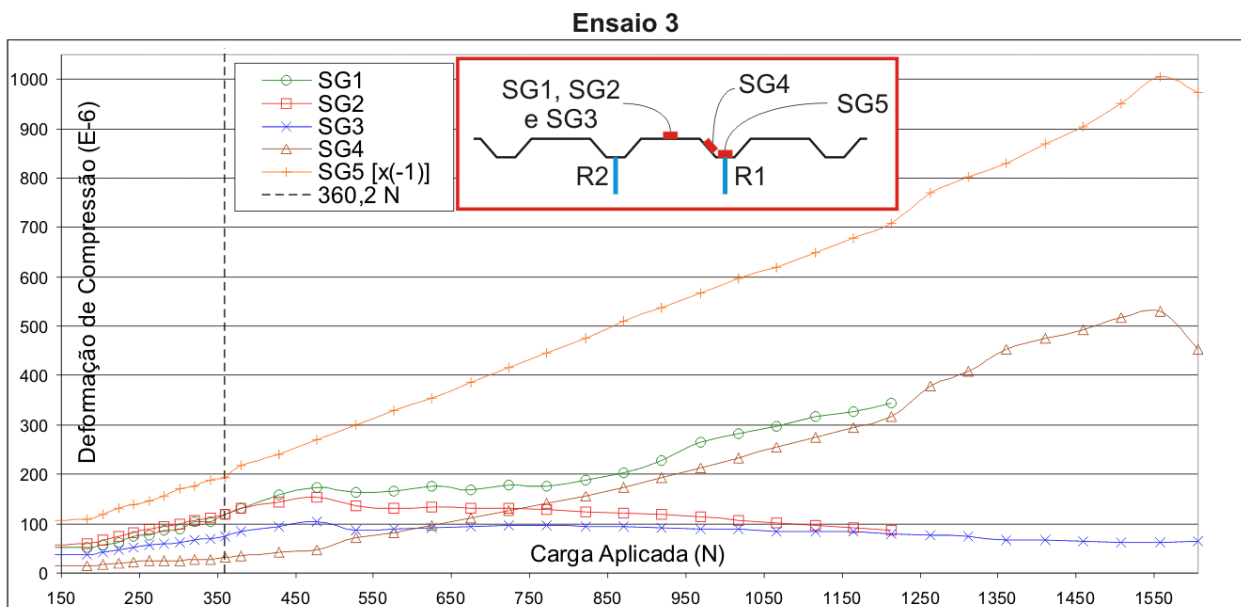
- No Ensaio 3, a simetria adquirida pela nova configuração (Figura 4.5) fez com que a aplicação da carga se concentrasse na onda baixa central (onda baixa 2 da Figura 4.9), fazendo com que a flambagem local se iniciasse na onda baixa 2, prosseguindo nas ondas baixas adjacentes (1 e 3) simultaneamente e, finalmente, nas partes comprimidas das almas, na medida em que o carregamento foi aplicado.
- O comportamento dos *strain gauges* e dos relógios comparadores foi semelhante durante todos os ensaios. Os comportamentos desses sensores estão ilustrados na Figura 5.3 até a Figura 5.6. SG3, SG4, SG5, R1 e R2 localizam-se exatamente no meio do vão, enquanto SG1 e SG2 estão afastados 50 mm e 100 mm do meio do vão, respectivamente; SG4 está a 10 mm da dobra referente à onda comprimida onde estão SG1, SG2 e SG3. As cargas correspondentes à flambagem local observada visualmente (262,1 N no Ensaio 2 e 360,2 N no Ensaio 3) estão indicadas nos gráficos.



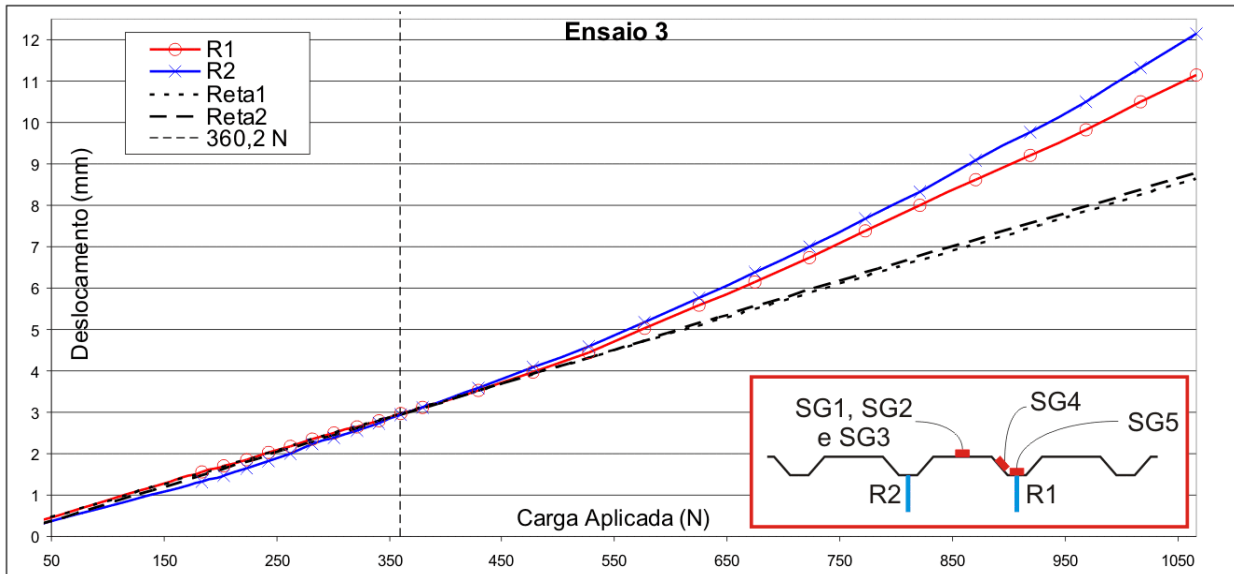
**Figura 5.3: Comportamento dos *strain gauges* para o Ensaio 2.**



**Figura 5.4: Comportamento dos relógios comparadores para o Ensaio 2.**



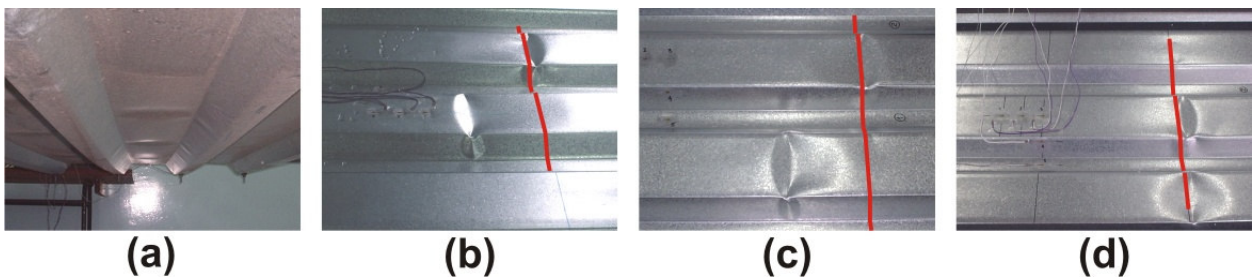
**Figura 5.5: Comportamento dos *strain gauges* para o Ensaio 3.**



**Figura 5.6: Comportamento dos relógios comparadores para o Ensaio 3.**

Observa-se que, no Ensaio 2, as curvas das medições dos deslocamentos com os relógios comparadores (Figura 5.4) não apresentam comportamento linear, mesmo para estágios de carga anteriores à carga crítica observada visualmente. Esse comportamento pode ser atribuído à presença de imperfeições geométricas iniciais.

A Figura 5.7(a) ilustra a formação de ondas de flambagem local no Ensaio 1. A Figura 5.7(b), (c) e (d) mostra respectivamente a região de colapso para os três ensaios realizados, com as linhas de carga destacadas. Nos Ensaios 1 e 2, o colapso se deu por escoamento induzido pela flambagem local, ou seja, próximo às dobras (“escoamento da seção efetiva”). Já no Ensaio 3, o colapso ocorreu apenas na região de aplicação da carga. A Tabela 5.1 compara os resultados obtidos nos três ensaios realizados. Deve-se observar que as cargas críticas listadas nessa tabela correspondem às cargas nas quais ficou clara a visualização das ondas de flambagem. As cargas de colapso também foram determinadas por observação direta do fenômeno (ver Figura 5.7(b), (c) e (d)).



**Figura 5.7: (a) Ondas de flambagem local nos elementos comprimidos para o Ensaio 1. (b) Região de colapso no Ensaio 1 (a 140 mm da linha de carga). (c) Região de colapso no Ensaio 2 (a 105 mm da linha de carga). (d) Região de colapso no Ensaio 3 (somente sobre a linha de carga).**

**Tabela 5.1: Comparação entre os resultados experimentais.**

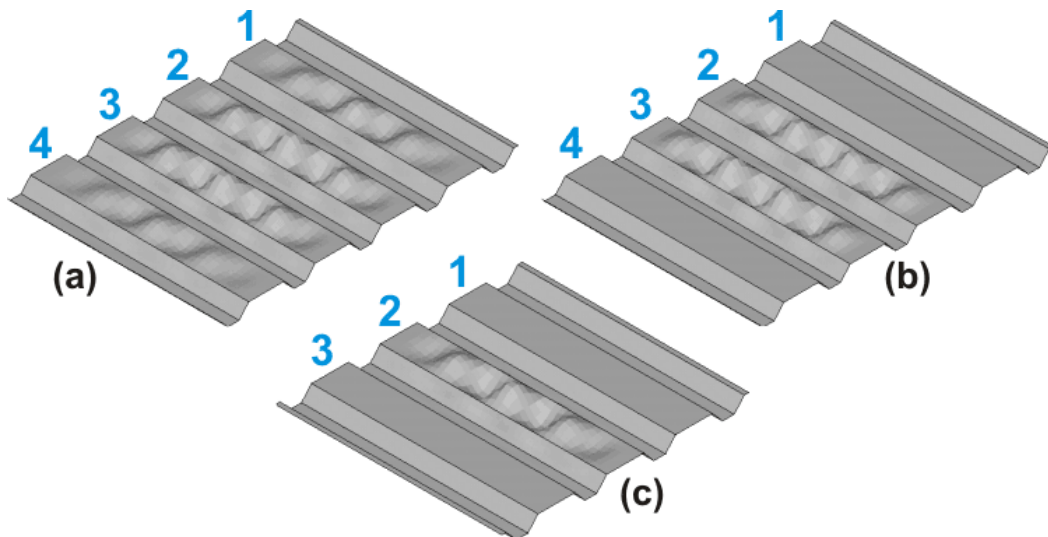
|   | <b>Ensaio 1</b> | <b>Ensaio 2</b> | <b>Ensaio 3</b> |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|
| <b>Carga Crítica <math>P_{crit}</math> [N]</b>                          | 379,8           | 262,1           | 360,2           |
| <b>Carga de Colapso <math>P_{col}</math> [N]</b>                        | 1262,7          | 1409,9          | 1458,9          |
| <b>Medição de R1* [mm]</b>  | 14,399          | 12,496          | 11,142          |
| <b>Medição de R2* [mm]</b>  | 11,153          | 11,096          | 12,146          |
| * Para uma carga de 1017,5 N, ponto em que foram retirados os relógios. |                 |                 |                 |

Constata-se que as cargas críticas dos ensaios com condições extremas de vinculação (1 e 3) são próximas, porém a carga crítica do Ensaio 2 é inferior. Assim, reforça-se a idéia da presença de imperfeições geométricas nos elementos comprimidos da telha do Ensaio 2, que são aumentadas com a aplicação da carga. Essa hipótese foi discutida por Bernard et al., 1995.

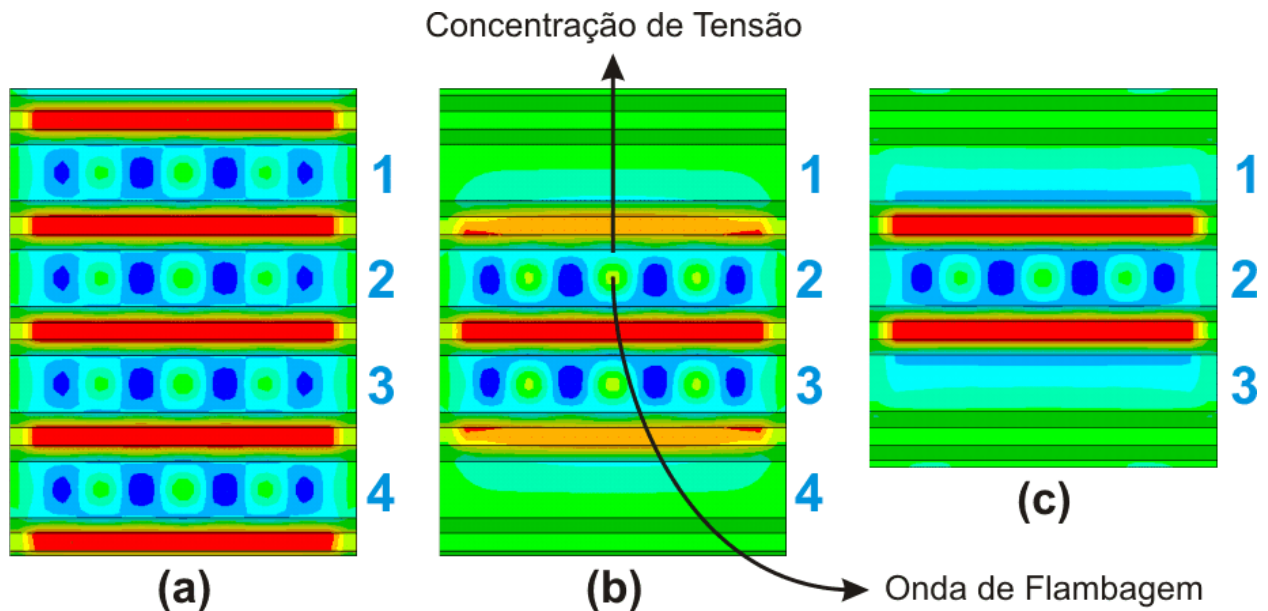
## 5.2 Análise pelo Método dos Elementos Finitos

A Figura 5.8 ilustra o primeiro modo de flambagem obtido através da Análise de Autovalores (AAut), para a telha com bordas trespasadas, Modelo Reduzido, com Carga Total e Carga Central, e para a telha com bordas vinculadas, Modelo Reduzido, com Carga Central. O primeiro modo de flambagem da telha com bordas livres é idêntico ao da telha com bordas trespasadas, para ambos os carregamentos. O primeiro modo de flambagem da telha com bordas vinculadas e Carga Total é idêntico ao da telha com bordas vinculadas e Carga Central.

A Figura 5.9 mostra alguns exemplos da distribuição de tensões na direção do comprimento da telha em uma etapa pós-crítica da Análise Não-Linear Geométrica (ANLG), para as mesmas telhas da Figura 5.8. As duas figuras fazem referência às ondas baixas comprimidas através dos números definidos na Figura 4.9 e na Figura 4.20.



**Figura 5.8: Primeiro modo de flambagem do Modelo Reduzido na AAut. (a) Telha com bordas trespessadas e Carga Total. (b) Telha com bordas trespessadas e Carga Central. (c) Telha com bordas vinculadas e Carga Central.**



**Figura 5.9: Exemplo de distribuição de tensões na direção do comprimento do Modelo Reduzido em etapa pós-crítica da ANLG. (a) Telha com bordas trespessadas e Carga Total. (b) Telha com bordas trespessadas e Carga Central. (c) Telha com bordas vinculadas e Carga Central.**

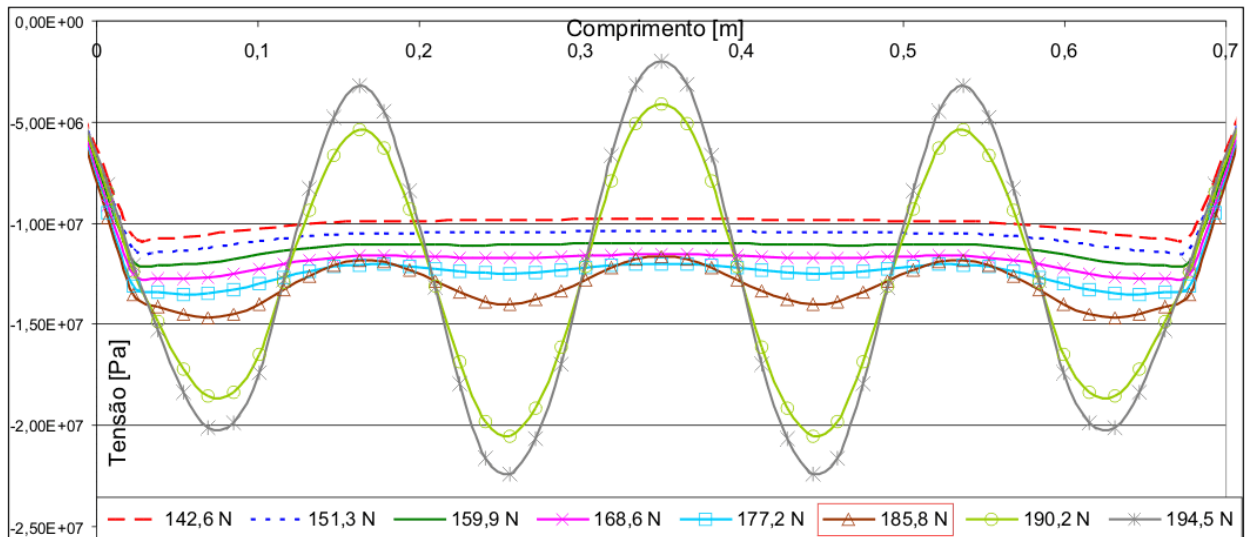
Pode-se observar que, com a formação das ondas de flambagem, ocorrem alívios de tensões em determinadas regiões. Isso acontece porque certas regiões no meio do elemento comprimido deixam de ser efetivas e as tensões concentram-se nas bordas próximas às dobras (Figura 5.9(b)).

Para a obtenção da carga crítica pela AAut, foi aplicada uma carga distribuída por unidade de comprimento, com variação linear na seção, como a indicada na Figura 4.20(b) e (c), sendo que o valor aplicado nas linhas médias das ondas altas (valor máximo) é unitário (ver

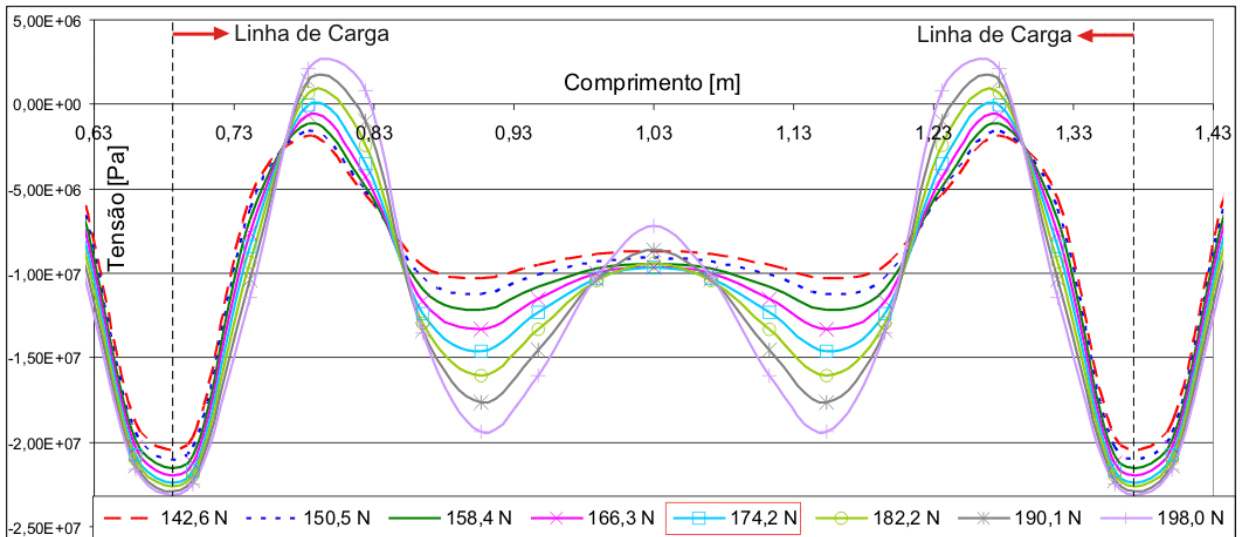


Seção 4.3.1). O menor autovalor obtido será, então, diretamente a carga distribuída crítica atingida nas ondas altas.

Na ANLG, foi analisada a distribuição de tensões em cortes como o indicado na Figura 4.20(a), para distintos valores de carga. O incremento de carga que corresponde a uma diminuição da tensão de compressão em alguma onda baixa foi tomado como critério para se achar a carga crítica. Esse critério foi adotado baseando-se no fato de que o alívio de tensões nos elementos nos quais ocorre a flambagem local é gradual e, quando a tensão começa a diminuir, esse alívio ocorre de forma acentuada, como se ilustra na Figura 5.10. Essa figura exemplifica a obtenção da carga crítica para a telha com bordas livres, Modelo Reduzido, e Carga Central, na onda 2; utilizando o procedimento considerado, a carga crítica obtida foi de 185,8 N. A Figura 5.11 exibe o mesmo processo de obtenção da carga crítica para a telha com bordas livres, Modelo Completo, Carga Central, na onda 2.



**Figura 5.10: Distribuição de tensões na direção do comprimento da telha com bordas livres, Modelo Reduzido, com Carga Central, na onda 2, para diferentes incrementos de carga da ANLG. A carga crítica é de 185,8 N.**



**Figura 5.11: Distribuição de tensões na direção do comprimento da telha com bordas livres, Modelo Completo, com Carga Central, na onda 2, para diferentes incrementos de carga da ANLG. A carga crítica é de 174,2 N.**

Os valores das cargas críticas de flambagem elástica, para cada uma das configurações estudadas, obtidos pela AAut e pela ANLG, estão dispostos na Tabela 5.2. Na coluna correspondente à AAut, os números entre parênteses indicam as ondas da telha onde ocorre flambagem local para a carga crítica associada (segundo a nomenclatura da Figura 4.9 e da Figura 4.20). Na mesma tabela, nas colunas referentes à ANLG, aparecem as cargas críticas de todas as ondas que sofrem flambagem (com os números das respectivas ondas entre parênteses). A carga distribuída crítica por unidade de comprimento (aplicada na linha média das ondas altas) da ANLG refere-se somente à primeira onda que sofre flambagem. As cargas críticas  $P_{crit}$ , em N, são calculadas através da Eq. (24) para o Modelo Completo, e através da Eq. (25) para o Modelo Reduzido.

**Tabela 5.2: Resumo das cargas críticas de flambagem elástica obtidas pelo MEF.**

| Bordas      | Carga   | Modelo Completo                                 | Modelo Reduzido   |                                    |   |   |
|-------------|---------|---|---|------------------------------------|---|---|
|             |         | ANLG –<br>Carga<br>Crítica $P_{crit}$<br>[N]    | Análise de Autovalores<br>(AAut)  |                                    | ANLG  |   |
|             |         |   | Carga Distribuída<br>Crítica por<br>Unidade de<br>Comprimento $p_{crit}$<br>[N/m] | Carga<br>Crítica<br>$P_{crit}$ [N] | Carga Distribuída<br>Crítica por<br>Unidade de<br>Comprimento $p_{crit}$<br>[N/m] | Carga<br>Crítica<br>$P_{crit}$ [N]        |
| Livres      | Total   | 318,24 (4);<br>326,56 (2);<br>334,56 (1 e<br>3) | 9394,7  | 352,94<br>(1,2,3 e<br>4)           | 9200  | 345,63<br>(4);<br>353,14<br>(1,2 e 3)     |
|             | Central | 174,24 (2 e<br>3)                               | 9591,3  | 188,42<br>(2 e 3)                  | 9460  | 185,84<br>(2 e 3)                         |
| Trespasadas | Total   | 326,40 (2);<br>334,56 (1 e<br>3); 359,04<br>(4) | 9395,3  | 352,96<br>(1,2,3 e<br>4)           | 9200  | 345,63<br>(4);<br>353,14<br>(1, 2 e<br>3) |
|             | Central | 174,24 (2 e<br>3)                               | 9591,3  | 188,42<br>(2 e 3)                  | 9460  | 185,84<br>(2 e 3)                         |
| Vinculadas  | Total   | 255,36 (2);<br>282,24 (1 e<br>3)                | 9328,6  | 281,96<br>(2)                      | 9200  | 278,08<br>(2);<br>284,13<br>(1 e 3)       |
|             | Central | 159,12 (2)                                      | 11550,0   | 180,03<br>(2)                      | 11700   | 182,36<br>(2)                             |

**Discussão dos resultados obtidos:**

- Comparando os valores de cargas críticas obtidos pela ANLG com os obtidos pela AAut, para o Modelo Reduzido, constata-se que o critério adotado para a determinação da carga crítica pela ANLG (ilustrado na Figura 5.10 e na Figura 5.11) mostrou-se adequado.
- As cargas críticas obtidas com o Modelo Completo são levemente inferiores às obtidas com o Modelo Reduzido. Isso pode ser atribuído às deformações ocorridas nas linhas de aplicação das cargas, que funcionam como imperfeições geométricas iniciais, induzindo a flambagem local. Esse comportamento pode ser visualizado comparando a Figura 5.11 com a Figura 5.10. Para o Modelo Reduzido, a distribuição de tensões muda radicalmente quando a carga crítica é atingida. Já para o Modelo Completo, a mudança é gradual, começando a ocorrer mesmo antes de se atingir a carga crítica de flambagem elástica.
- Para a telha com bordas trespasadas e Carga Total, a flambagem local se inicia na onda 2 para o Modelo Completo e na onda 4 para o Modelo Reduzido, na ANLG. Isso ocorre, pois as

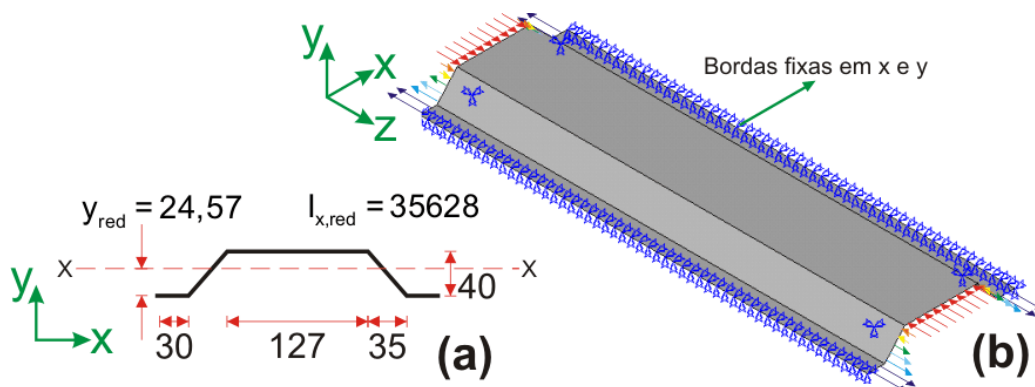
forças nodais aplicadas próximas aos apoios elásticos contribuem menos para a flexão do perfil nessa região. Mesmo assim, em todos os casos, observa-se que as cargas críticas de flambagem das diversas ondas da telha são muito próximas.

- Comparando telhas com bordas livres e trespassadas, nota-se, dependendo do modelo, pequena ou nenhuma influência da vinculação das bordas no valor da carga crítica.
- Para as telhas com bordas livres e trespassadas, se comparados os resultados obtidos para Carga Total e Carga Central, observa-se que a carga crítica para o primeiro carregamento é aproximadamente 85% maior. Fazendo a mesma comparação em termos da carga distribuída crítica por unidade de comprimento, essa diferença desaparece. Isso pode ser compreendido com auxílio da Eq. (25) e da Figura 4.21. Como a distância do eixo neutro às ondas altas pouco varia com o tipo de carregamento aplicado, a carga crítica vai depender basicamente da inércia do perfil resistente à flexão e da carga distribuída crítica por unidade de comprimento. A onda comprimida 4, próxima à borda incompleta, oferece menor rigidez à flambagem, o que diminui a carga distribuída crítica por unidade de comprimento, mas essa diminuição é pequena já que as demais ondas flambam com uma carga muito semelhante, conforme observado antes. Assim, constata-se uma pequena influência da vinculação das bordas e uma grande influência da inércia do perfil, ou seja, do número de ondas baixas comprimidas.
- A carga crítica de flambagem elástica para a telha com bordas vinculadas é menor do que a para as telhas com bordas livres e trespassadas para o caso de Carga Total, mas a carga distribuída crítica por unidade de comprimento é aproximadamente a mesma. Mais uma vez, observa-se que a redução da carga crítica deve-se principalmente à redução da inércia (ver Figura 4.21(a) e (c)), e que a vinculação das bordas pouco influencia no resultado.
- Por outro lado, a diferença no valor da carga distribuída crítica por unidade de comprimento para a telha com bordas vinculadas com Carga Central e possível explicar da seguinte forma: comparando a Figura 4.21(a), (b) e (c), é possível observar que os perfis analisados apresentam um padrão de repetição, com quatro, duas e três ondas baixas comprimidas, respectivamente. Esse padrão não é observado na telha com bordas vinculadas e Carga Central (Figura 4.21(d)).

### 5.2.1 Proposta de Simplificação de Cálculo

Levando em conta que a carga distribuída crítica por unidade de comprimento é independente do tipo de vinculação, pode-se simplificar o cálculo da carga crítica de um telhado a partir de um perfil simplificado que represente o padrão de repetição das ondas comprimidas da telha.

Adota-se o perfil indicado na Figura 5.12(a), fixando suas bordas longitudinais nas direções  $x$  e  $y$ , como se indica na Figura 5.12(b). A distância do eixo centroidal às ondas altas  $y_{red}$  é a mesma do perfil da Figura 4.21(b) e o momento de inércia  $I_{x,red}$  é exatamente a metade. Pela AAut, a carga distribuída crítica por unidade de comprimento  $p_{crit,red}$  é de 9454,2 N/m, aproximadamente igual à carga distribuída crítica por unidade de comprimento para uma telha trespassada com Carga Total (ver Tabela 5.2). Mais uma vez, cabe destacar que a fixação das bordas ao invés da aplicação de vínculos elásticos só é possível uma vez que foram aplicadas cargas distribuídas nas extremidades da seção, simulando diretamente flexão pura (conforme observado na Seção 4.4).



**Figura 5.12: (a) Perfil simplificado para o cálculo da carga crítica de um telhado, com a distância do eixo centroidal  $y_{red}$  e as dimensões em mm e o momento de inércia  $I_{x,red}$  em mm<sup>4</sup>. (b) Modelo tridimensional de elementos finitos para o cálculo da carga crítica do perfil simplificado, com as bordas fixas nas direções  $x$  e  $y$ .**

Assim, pode-se definir a carga crítica e o momento fletor crítico de um telhado composto por diversas telhas trespassadas. A Eq. (32) fornece a expressão para o momento crítico de flambagem local de um telhado genérico utilizando essa metodologia, e a Eq. (33) expressa o momento crítico de flambagem local, em N·m, para um telhado composto pelos perfis comerciais utilizados nesse trabalho, onde  $n$  é o número de ondas comprimidas.

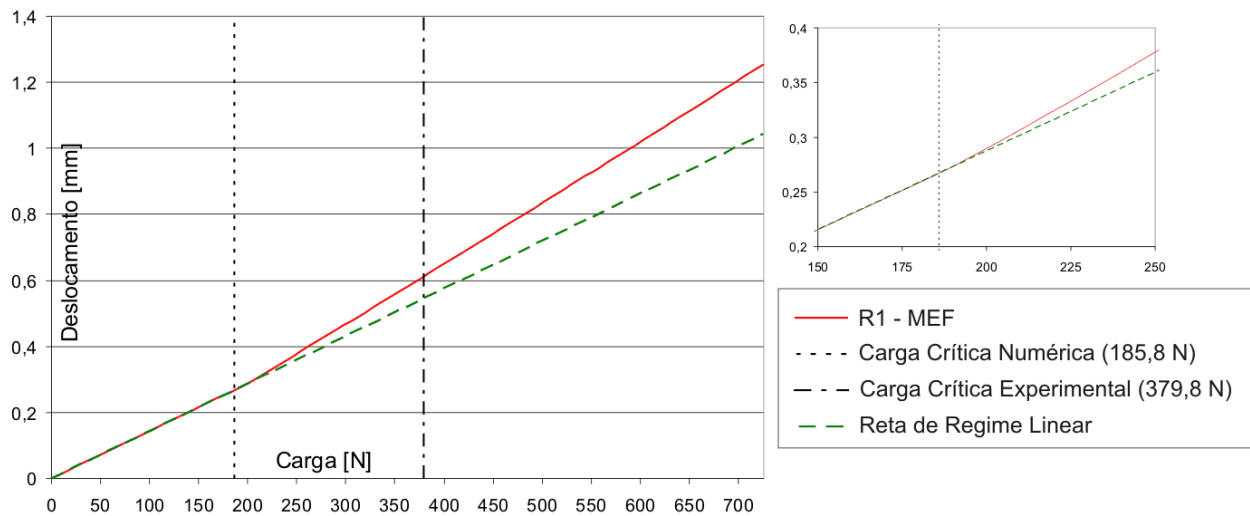
$$M_{crl} = \frac{n I_{x,red} p_{cr,red}}{y_{red} t} \quad (32)$$

$$M_{crl} = 31,88 n \quad (33)$$

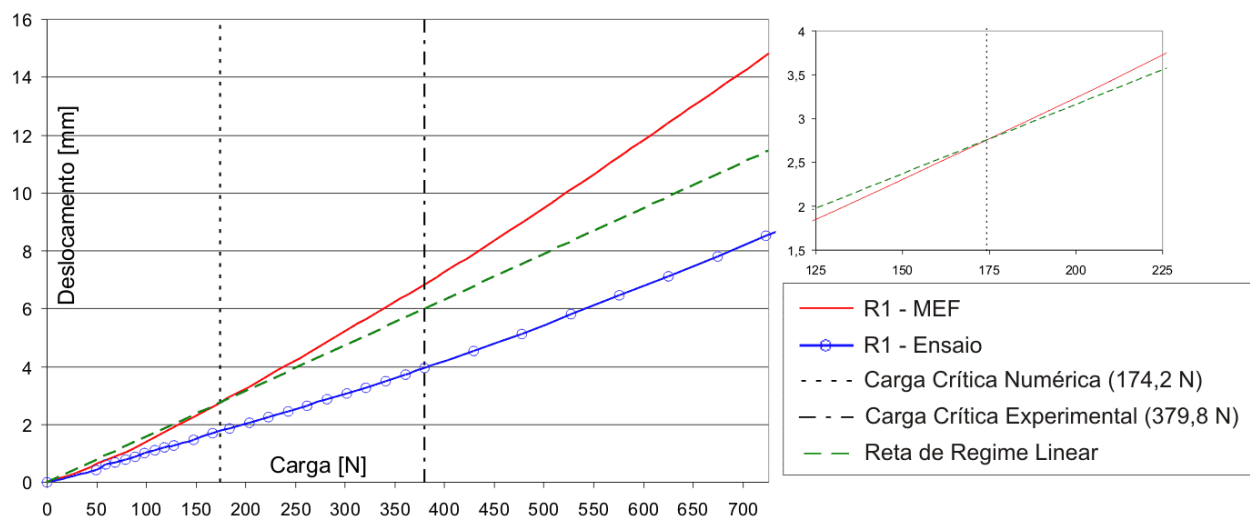
### 5.2.2 Validade dos Modelos

A Figura 5.13 e a Figura 5.14 trazem uma comparação entre resultados numéricos obtidos via MEF com resultados experimentais, utilizando como exemplo a telha com bordas livres com Carga Central. A Figura 5.13 mostra a curva de deslocamentos calculados em um ponto equivalente ao da medição experimental do relógio comparador R1 (Figura 4.9), em função da

carga aplicada, para o Modelo Reduzido. A Figura 5.14 exibe a mesma curva calculada para o Modelo Completo, comparada com a curva experimental.



**Figura 5.13: Comparação entre resultados numéricos e experimentais da curva de deslocamentos do relógio comparador R1, para a telha com bordas livres e Carga Central, utilizando Modelo Reduzido de elementos finitos.**



**Figura 5.14: Comparação entre resultados numéricos e experimentais da curva de deslocamentos do relógio comparador R1, para a telha com bordas livres e Carga Central, utilizando Modelo Completo de elementos finitos.**

São feitas as seguintes observações:

- Ambos os modelos apresentam resultados conservadores para a carga crítica de flambagem elástica.
- A partir dos resultados do Modelo Completo, observa-se que os deslocamentos do modelo de elementos finitos são maiores. Isso significa que os modelos utilizados são pouco rígidos. Uma das causas dessa baixa rigidez dos modelos de elementos finitos é a modelagem

da seção sem consideração dos raios das dobras do perfil, os quais, na prática, diminuem os elementos planos, enrijecendo os mesmos.

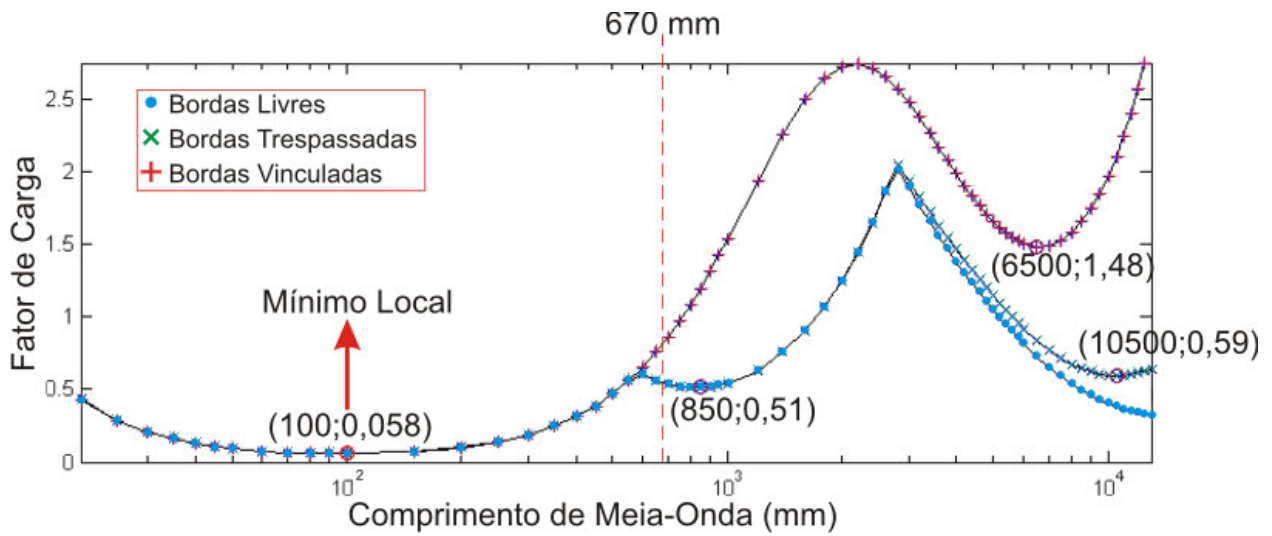
- O Modelo Reduzido apresenta regime linear até o ponto no qual a carga crítica numérica é atingida. Já o Modelo Completo não apresenta trecho linear na curva de deslocamentos. Assim, constata-se que a aplicação de cargas através de forças nodais deforma a estrutura localmente, funcionando como a presença de imperfeições iniciais.

### 5.3 Análise pelo Método das Faixas Finitas

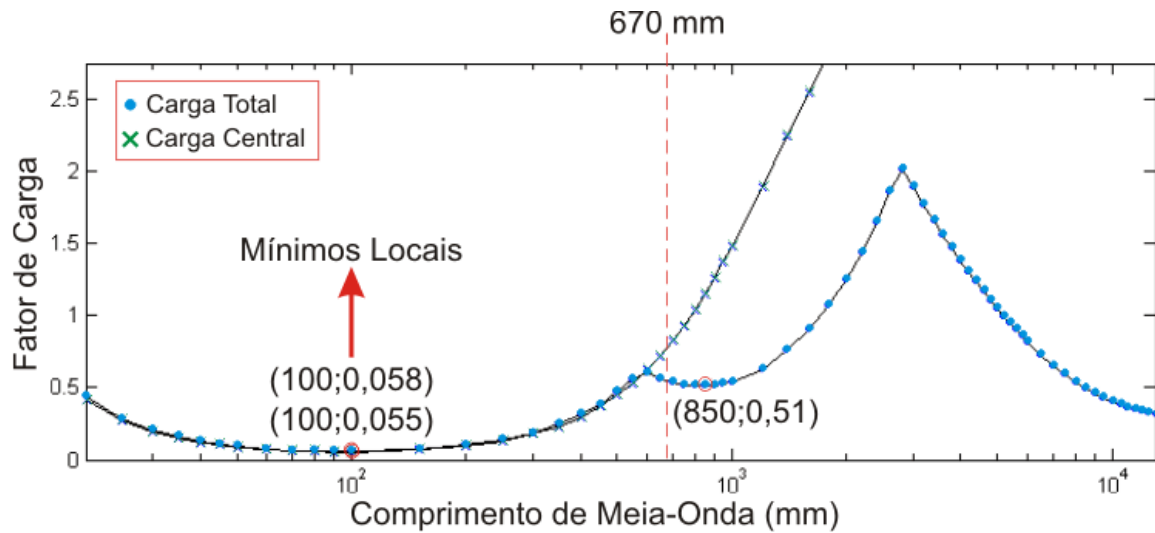
A Figura 5.15 mostra as curvas de flambagem elástica em função do comprimento de meia-onda, para as telhas com Carga Total, obtidas com o software CUFSM. Para o comprimento de meia-onda de até 670 mm, que é o comprimento do terço central do vão da telha analisada (com flexão pura), depara-se com um mínimo comum nas curvas das três configurações. Esse mínimo corresponde ao modo de flambagem local. As três curvas só se diferenciam para comprimentos maiores do que o terço central do vão, que correspondem a modos de flambagem distorcionais. Não existem modos de flambagem puramente globais.

A Figura 5.16 compara as curvas de flambagem elástica para a telha com bordas livres, com Carga Total e Carga Central. Mais uma vez, observam-se mínimos com valores muito próximos para as duas curvas, correspondentes a um modo de flambagem local.

Em ambas as figuras, o fator de carga  $FC$  representa o momento fletor crítico de flambagem elástica adimensionalizado em relação ao momento que causa escoamento nas fibras mais externas da seção  $M_y$ . Assim, o momento fletor crítico associado à flambagem local será dado por  $M_{cr} = FC \times M_y$ .  $M_y$  é calculado considerando uma tensão de escoamento  $\sigma_y$  de 350 MPa, correspondente ao aço zincado, conforme mencionado na Seção 4.1.



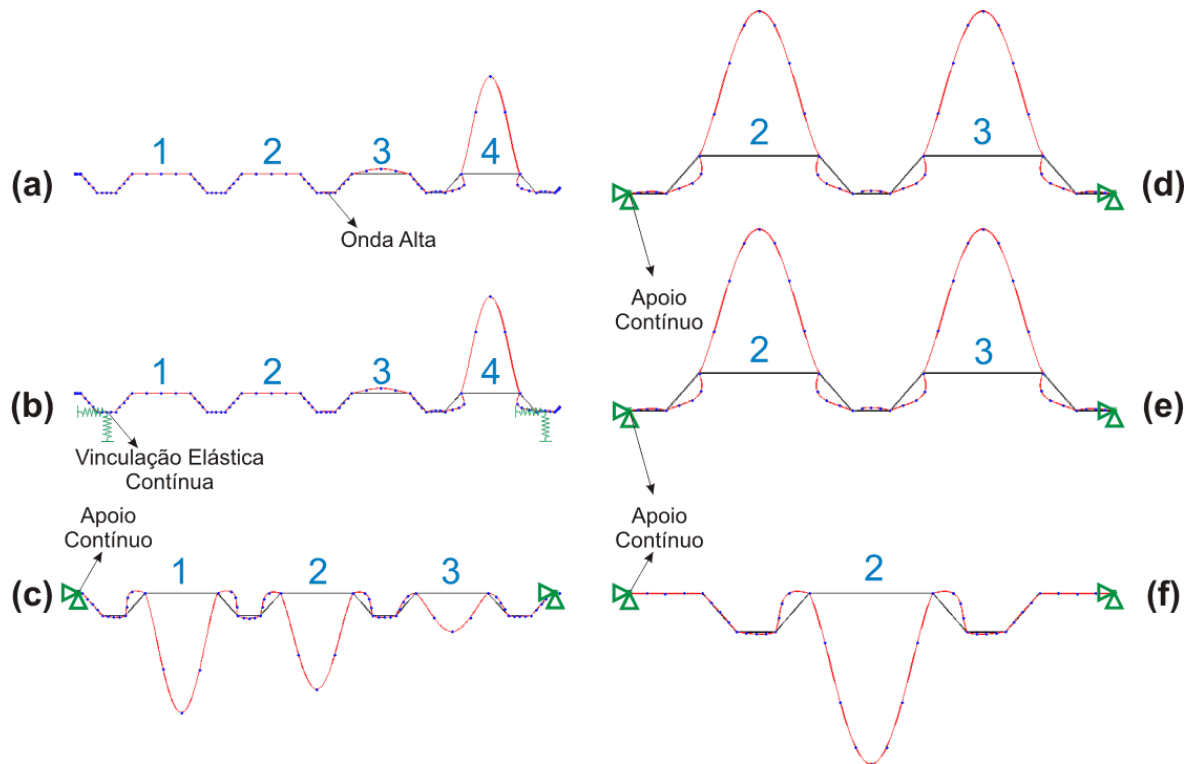
**Figura 5.15:** Curvas de flambagem elástica, obtidas no CUFSM, para telhas com Carga Total.



**Figura 5.16:** Curvas de flambagem elástica, obtidas no CUFSM, para telha com bordas livres.

A Figura 5.17 ilustra os modos de flambagem local para todas as telhas analisadas. Para as telhas com bordas livres e trespasadas, com Carga Total, o modo de flambagem se concentra na onda comprimida 4, o que concorda com o resultado do Modelo Reduzido de elementos finitos. Deve-se ainda recordar, da Seção 4.4 e da Figura 4.25, que os modelos das telhas com bordas livres e com bordas trespasadas com Carga Central, são idênticos.





**Figura 5.17: Modos de flambagem local obtidos com o CUFSM. (a) Telha com bordas livres e Carga Total. (b) Telha com bordas trespassadas e Carga Total. (c) Telha com bordas Vinculadas e Carga Total. (d) Telha com bordas livres e Carga Central. (e) Telha com bordas trespassadas e Carga Central. (f) Telha com bordas Vinculadas e Carga Central.**

Os resultados das cargas críticas de flambagem elástica obtidos com o CUFSM estão dispostos na Tabela 5.3. Estão apresentados os momentos fletores críticos correspondentes ao modo de flambagem local  $M_{crit}$  e a as cargas críticas totais  $P_{crit}$ , que foram calculadas com base no diagrama da Figura 4.3.

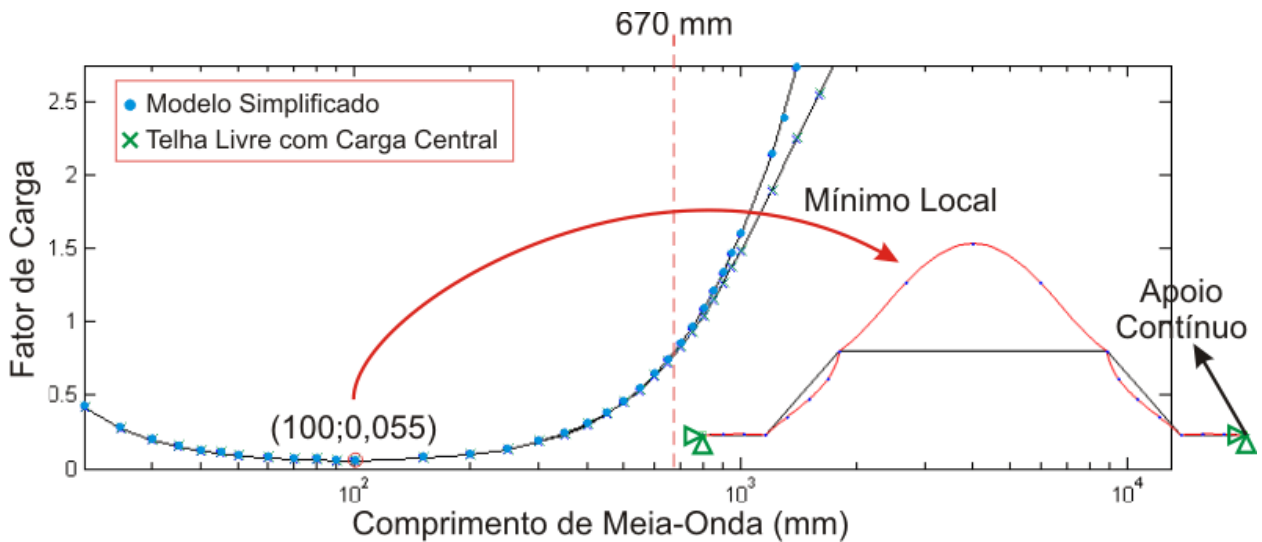
**Tabela 5.3: Resultados obtidos através da análise pelo MFF.**

| Bordas       | Carga   | $M_y$ [N·m] | $FC$    | $M_{crit}$ [N·m] | $P_{crit}$ [N] |
|--------------|---------|-------------|---------|------------------|----------------|
| Livres       | Total   | 1898,7      | 0,05764 | 109,43           | 318,7          |
|              | Central | 1015,1      | 0,05459 | 55,41            | 161,4          |
| Trespassadas | Total   | 1898,7      | 0,05764 | 109,43           | 318,7          |
|              | Central | 1015,1      | 0,05459 | 55,41            | 161,4          |
| Vinculadas   | Total   | 1560,6      | 0,05751 | 89,76            | 260,2          |
|              | Central | 805,4       | 0,07128 | 57,41            | 166,4          |

As mesmas conclusões obtidas a partir dos modelos de elementos finitos (Seção 5.2) podem ser constatadas através da análise pelo MFF. Para as telhas com bordas livres e trespassadas,  $FC$  para Carga Central é apenas 5,3% menor do que o para Carga Total. Além disso,  $FC$  da telha com bordas vinculadas e Carga Total é apenas 0,23% menor do que o para as telhas com bordas livres e trespassadas com o mesmo carregamento. Ou seja, a relação entre  $M_{crit}$

e  $M_y$  é aproximadamente a mesma nas comparações citadas. Como  $M_y$  depende da inércia do perfil estudado, novamente se pode dizer que o  $M_{cr}$  vai depender do número de ondas baixas comprimidas, verificando-se a pequena influência da vinculação das bordas.

Analisando o perfil da Figura 5.12(a) através do MFF, com o CUFSM, que corresponde à proposta de simplificação de cálculo, obtêm-se um  $FC$  de 0,05473 e um  $M_{cr}$  de 27,78 N·m. A Figura 5.18 mostra a curva de flambagem elástica desse modelo simplificado comparada com a curva do modelo da telha com bordas livres (ou trespassadas) com Carga Central; o modo de flambagem local está ilustrado.



**Figura 5.18: Curva de flambagem elástica, obtida no CUFSM, para o modelo utilizado para a simplificação de cálculo.**

Seguindo a metodologia representada pela Eq. (32), o momento crítico de um telhado formado pelos perfis comerciais estudados nesse trabalho pode ser aproximado pela Eq. (34), onde  $n$  é o número de ondas comprimidas. A equação obtida pelo MFF fornece um resultado conservador comparado com o obtido pelo MEF (Eq. (33)), com um valor 12,9% menor.

$$M_{cr} = 27,78n \quad (34)$$

#### 5.4 Cálculo pelo Método da Resistência Direta

Para se obter o momento fletor resistente nominal através do Método da Resistência Direta, são necessários os valores dos momentos críticos de flambagem elástica. Foram utilizados como entrada para as curvas de resistência do MRD valores dos momentos críticos obtidos por dois métodos distintos: o MFF, com o uso do software CUFSM, e a medição experimental.

O momento fletor resistente nominal, que está associado ao fenômeno da flambagem local (e, por isso, é definido como  $M_{nl}$ ), será determinado fazendo-se uso das Eqs. (17), (18) e (19). Como visto na Seção 2.1.3, não há interação com a flambagem global e, assim, tem-se que  $M_{LIM} = M_y$ .

A Tabela 5.4 mostra os momentos fletores nominais  $M_{nl}$  e as cargas totais de colapso  $P_{col}$  obtidas pelo MRD utilizando como entrada os valores obtidos pelo CUFSM. A Tabela 5.5 compara os valores das cargas de colapso obtidas experimentalmente com as obtidas pelo MRD, usando como entrada as cargas críticas obtidas pelo MFF e, também, fazendo uso das cargas críticas experimentais (Tabela 5.1).

**Tabela 5.4: Resultados obtidos pelo MRD, utilizando como entrada os resultados do MFF.**

| Bordas      | Carga   | $M_{crit}$ [N·m] | $P_{crit}$ [N] | $M_{nl}$ [N·m] | $P_{col}$ [N] |
|-------------|---------|------------------|----------------|----------------|---------------|
| Livres      | Total   | 109,43           | 318,7          | 577,31         | 1681,5        |
|             | Central | 55,41            | 161,4          | 302,34         | 880,6         |
| Trespasadas | Total   | 109,43           | 318,7          | 577,31         | 1681,5        |
|             | Central | 55,41            | 161,4          | 302,34         | 880,6         |
| Vinculadas  | Total   | 89,76            | 260,2          | 474,14         | 1374,3        |
|             | Central | 57,41            | 166,4          | 265,42         | 769,3         |

**Tabela 5.5: Comparação entre as cargas de colapso experimentais e as obtidas pelo MRD (somente telhas com Carga Central).**

| Bordas                 | $P_{col}$ [N] |                     |                         |
|------------------------|---------------|---------------------|-------------------------|
|                        | Experimental  | MRD                 |                         |
|                        |               | $P_{crit}$ pelo MFF | $P_{crit}$ experimental |
| Livres (Ensaio 1)      | 1262,7        | 880,6               | 1215,2                  |
| Trespasadas (Ensaio 2) | 1409,9        | 880,6               | 1057,8                  |
| Vinculadas (Ensaio 3)  | 1458,9        | 769,3               | 1026,9                  |

Quando são usadas como entrada as cargas críticas obtidas pelo MFF, as cargas de colapso para telhas com bordas livres e trespasadas com Carga Central obtidas (que têm o mesmo valor, pois os modelos utilizados são iguais) são 30,3% menores do que a obtida no Ensaio 1, e a carga de colapso para telha com bordas vinculadas e Carga Central é 47,3% menor do que a obtida no Ensaio 3. Isso diz que os modelos de faixas finitas fornecem resultados muito conservadores para a carga crítica.

Assim, também é possível dizer que os modelos de faixas finitas utilizados são pouco rígidos. Do mesmo modo que para os modelos de elementos finitos, essa baixa rigidez pode ser atribuída à modelagem da seção sem consideração dos raios das dobras do perfil, os quais, na prática, diminuem os elementos planos, enrijecendo os mesmos.

Utilizando como entrada as cargas críticas experimentais, apenas a carga de colapso para a telha com bordas livres aproxima-se do valor do ensaio (3,8% menor). Deve-se lembrar que no Ensaio 2, a carga crítica obtida experimentalmente pode ter sido reduzida devido à presença de imperfeições iniciais. Assim, o valor de  $P_{col}$  obtido pelo MRD ficou conservador quando comparado com a carga de colapso experimental. O valor da carga de colapso para a telha com bordas vinculadas obtido pelo MRD é conservador quando comparado com o do Ensaio 3.

## 5.5 Cálculo segundo a Norma NBR 14762:2001

Utilizando-se o modelo de carregamento apresentado na Figura 4.3, analisou-se apenas o trecho de momento fletor constante e de esforço cortante nulo. Assim, foi utilizada apenas a formulação aplicável a barras fletidas, sem interação com a flambagem lateral e com o esforço cortante, segundo o item 7.8.1.1. da Norma.

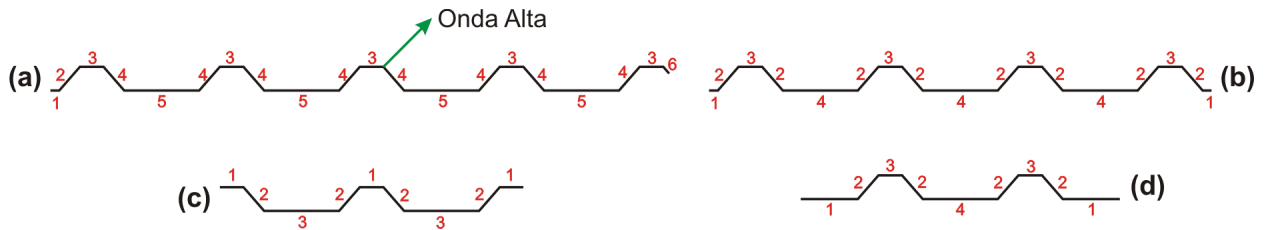
Para o cálculo do momento fletor resistente nominal segundo a Norma NBR 14762:2001, foi desconsiderada a ocorrência de flambagem lateral com torção ( $\rho_{FLT}$  vale 1, conforme Seção 2.1.3). Assim, a Eq. (12) reduz-se a:

$$M_n = W_{c,ef} \sigma_y \quad (35)$$

onde  $\sigma_y$  vale 350 MPa, conforme Seção 4.1.

Como comentado na Seção 4.5, cada elemento dos perfis analisados vai ser considerado como AA (elemento com bordas apoiadas), AL (elemento com uma borda apoiada e outra livre) ou sob influência de um enrijecedor (segundo item 7.2.2 da Norma).

De acordo com a distribuição linear de tensões através da seção, as telhas com Carga Central vão ser analisadas apenas em sua porção carregada. A Figura 5.19 mostra todos os perfis analisados; os raios das dobras foram desprezados. A Tabela 5.6 classifica todos os elementos dos perfis analisados como AA, AL ou IE (elemento plano com uma borda longitudinal vinculada a outro elemento e outra borda vinculada a um enrijecedor, o que representa a *Influência do Enrijecedor* sobre esse elemento); entre parênteses está indicado o estado de solicitação do elemento, que pode ser UC (uniformemente comprimido), DL (sob distribuição linear de tensões) ou T (tracionado).



**Figura 5.19: Perfis analisados segundo a Norma NBR 14762:2001. (a) Telha com bordas livres e trespassadas com Carga Total. (b) Telha com bordas vinculadas com Carga Total. (c) Telha com bordas livres e trespassadas com Carga Central. (d) Telha com bordas vinculadas e Carga Central.**

**Tabela 5.6: Classificação dos elementos dos perfis analisados.**

| Bordas             | Carga   | Elemento |         |         |         |         |        |
|--------------------|---------|----------|---------|---------|---------|---------|--------|
|                    |         | 1        | 2       | 3       | 4       | 5       | 6      |
| Livres/Trespasadas | Total   | AL (UC)  | IE (DL) | AA (T)  | AA (DL) | AA (UC) | AL (T) |
|                    | Central | AA (T)   | AA (DL) | AA (UC) | -       | -       | -      |
| Vinculadas         | Total   | AA (UC)  | AA (DL) | AA (T)  | AA (UC) | -       | -      |
|                    | Central | AA (UC)  | AA (DL) | AA (T)  | AA (UC) | -       | -      |

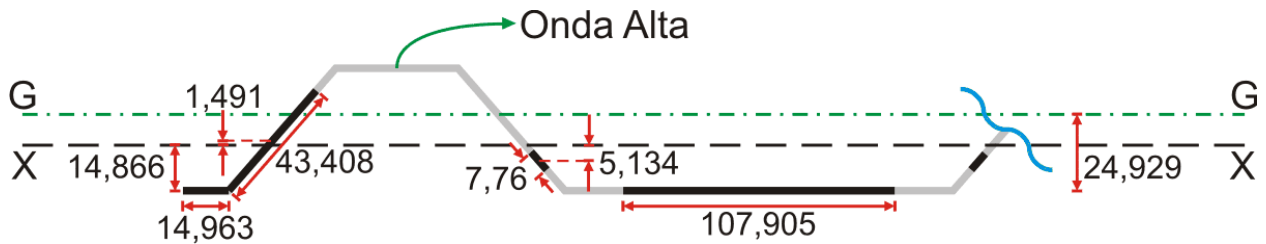
Como se pode ver, os elementos 1 do perfil da Figura 5.19(b) foram assumidos como AA para simular a vinculação das bordas. Da mesma maneira, os elementos mais externos da porção carregada das telhas com Carga Central (elementos 1 da Figura 5.19(c) e (d)) foram considerados AA para levar em conta a vinculação devida à porção não carregada do perfil. Dentro da concepção da Norma, não foi possível considerar a vinculação elástica devida ao trespasso das bordas das telhas adjacentes. Assim, o modelo da telha com bordas trespassadas e Carga Total foi assumido como o mesmo da telha com bordas livres.

Para o cálculo das propriedades efetivas, foi seguido essencialmente o item 7.2.1.1 da Norma. Os elementos tracionados são totalmente efetivos, pois não sofrem flambagem.

O elemento 2 da telha com bordas livres ou trespassadas e Carga Total (Figura 5.19(a)) está sob distribuição linear de tensões e sob influência de um enrijecedor de borda (elemento 1). A Norma NBR 14762:2001 não trata diretamente desse tipo de elemento e, então, as propriedades efetivas foram calculadas segundo o item 7.2.2.2 da Norma, o que é conservador, já que esse item trata de elementos uniformemente comprimidos.

Os elementos comprimidos – as ondas baixas, os enrijecedores de borda e as porções comprimidas das almas – não são totalmente efetivos, ou seja, são retiradas porções virtuais de áreas para o cálculo do momento resistente. Isso faz com que o eixo baricêntrico desloque-se em direção às ondas altas. No final, a área efetiva vai entrar em colapso por escoamento atingido nas ondas baixas (e nos enrijecedores de borda, dependendo do perfil da Figura 5.19). As áreas virtuais retiradas implicam uma redução do momento de inércia da seção, o que se traduz num

momento de inércia efetivo e num módulo elástico efetivo. A Figura 5.20 ilustra o perfil efetivo da telha com bordas livres e Carga Total, sendo  $x-x$  o eixo baricêntrico do perfil bruto e  $G-G$  o eixo baricêntrico do perfil efetivo.



**Figura 5.20: Perfil efetivo da telha com bordas livres e Carga Total. As dimensões estão em mm, e as partes escuras representam virtuais retiradas.**

A Tabela 5.7 lista as propriedades brutas e efetivas de todas as telhas analisadas, enquanto o momento fletor resistente nominal associado à flambagem local  $M_{nl}$  e a carga de colapso total  $P_{col}$  (obtida segundo a distribuição de momentos dada na Figura 4.3) estão apresentados na Tabela 5.8. Nessa tabela,  $A$  é área bruta,  $A_{ef}$  é a área efetiva;  $z_x$  e  $z_{CG}$  são as posições dos eixos  $x-x$  e  $G-G$ , respectivamente, em relação às ondas baixas;  $I_x$  e  $I_G$  são os momentos de inércia da seção bruta e efetiva em relação aos eixos  $x-x$  e  $G-G$ , respectivamente;  $W_x$  e  $W_G$  são os módulos resistentes elásticos da seção bruta e da seção efetiva, respectivamente.

**Tabela 5.7: Propriedades geométricas da seção bruta e da seção efetiva.**

| Bordas                  | Carga   | Seção Bruta               |               |                          |                             | Seção Efetiva                  |                  |                          |                             |
|-------------------------|---------|---------------------------|---------------|--------------------------|-----------------------------|--------------------------------|------------------|--------------------------|-----------------------------|
|                         |         | $A$<br>[mm <sup>2</sup> ] | $z_x$<br>[mm] | $I_x$ [mm <sup>4</sup> ] | $W_x$<br>[mm <sup>3</sup> ] | $A_{ef}$<br>[mm <sup>2</sup> ] | $z_{CG}$<br>[mm] | $I_G$ [mm <sup>4</sup> ] | $W_G$<br>[mm <sup>3</sup> ] |
| Livres e<br>Trespasadas | Total   | 523,03                    | 14,866        | 139400,68                | 9377,09                     | 285,65                         | 24,929           | 65552,86                 | 2629,58                     |
|                         | Central | 252,24                    | 15,431        | 71255,38                 | 4617,59                     | 142,38                         | 26,077           | 32518,99                 | 1247,04                     |
| Vinculadas              | Total   | 428,58                    | 14,953        | 111766,13                | 7474,30                     | 277,61                         | 22,619           | 63650,68                 | 2814,04                     |
|                         | Central | 246,22                    | 13,014        | 62096,92                 | 4771,40                     | 149,17                         | 21,353           | 35408,48                 | 1658,24                     |

**Tabela 5.8: Momentos nominais e cargas de colapso obtidos com o uso da NBR 14762.**

| Bordas               | Carga   | Momento Nominal $M_{nl}$ [N·m] | Carga de Colapso $P_{col}$ [N] |
|----------------------|---------|--------------------------------|--------------------------------|
| Livres e Trespasadas | Total   | 920,35                         | 2680,64                        |
|                      | Central | 436,46                         | 1271,25                        |
| Vinculadas           | Total   | 984,91                         | 2854,82                        |
|                      | Central | 580,39                         | 1682,28                        |

A carga de colapso obtida para a telha com bordas livres e Carga Central é apenas 0,68% maior do que a obtida no Ensaio 1 (Tabela 5.1). Já a carga de colapso obtida para a telha com bordas vinculadas e Carga Central é 15,31% maior do que a obtida no Ensaio 3. Porém, convém lembrar que, no Ensaio 3, o colapso por escoamento ocorreu apenas na linha de aplicação da

carga, antes que ocorresse o colapso no terço central do vão, que foi a parte analisada através dos cálculos segundo a NBR 14762. Assim, é possível que o procedimento da Norma também seja adequado à telha com bordas vinculadas e Carga Central.

## 5.6 Quadros Comparativos

Todos os resultados - teóricos e experimentais - em termos de carga e momento fletor estão dispostos na Tabela 5.9 e na Tabela 5.10, para todos os métodos utilizados. Na comparação entre os resultados devem ser feitas as seguintes observações:

- Não foram realizados ensaios para Carga Total.
- A ANLG não foi desenvolvida até o colapso. Ou seja, considerou-se que o material das telhas (aço zincado) apresentou comportamento linear (com módulo de elasticidade de 205000 MPa, segundo Seção 4.1) até ser atingida a carga crítica.
- O procedimento da Norma NBR 14762:2001 só fornece a carga de colapso do perfil.

**Tabela 5.9: Cargas e momentos fletores críticos obtidos experimental e teoricamente.**

| Bordas      | Carga   | Flambagem Elástica |                 |                |                 |                |                 |
|-------------|---------|--------------------|-----------------|----------------|-----------------|----------------|-----------------|
|             |         | Ensaio             |                 | MEF*           |                 | MFF            |                 |
|             |         | $P_{crit}$ [N]     | $M_{crl}$ [N·m] | $P_{crit}$ [N] | $M_{crl}$ [N·m] | $P_{crit}$ [N] | $M_{crl}$ [N·m] |
| Livres      | Total   | -                  | -               | 345,63         | 118,67          | 318,7          | 109,43          |
|             | Central | 379,8              | 130,40          | 185,84         | 63,81           | 161,4          | 55,41           |
| Trespasadas | Total   | -                  | -               | 345,63         | 118,67          | 318,7          | 109,43          |
|             | Central | 262,1              | 89,99           | 185,84         | 63,81           | 161,4          | 55,41           |
| Vinculadas  | Total   | -                  | -               | 278,08         | 95,94           | 260,2          | 89,76           |
|             | Central | 360,2              | 124,27          | 182,36         | 62,91           | 166,4          | 57,41           |

\* Foram adotados os valores obtidos com o Modelo Reduzido e ANLG para a comparação.

**Tabela 5.10: Cargas e momentos fletores de colapso obtidos experimental e teoricamente.**

| Bordas      | Carga   | Colapso       |             |               |             |               |             |
|-------------|---------|---------------|-------------|---------------|-------------|---------------|-------------|
|             |         | Ensaio        |             | NBR 14762     |             | MRD*          |             |
|             |         | $P_{col}$ [N] | $M_n$ [N·m] | $P_{col}$ [N] | $M_n$ [N·m] | $P_{col}$ [N] | $M_n$ [N·m] |
| Livres      | Total   | -             | -           | 2680,64       | 920,35      | 1681,5        | 577,31      |
|             | Central | 1262,7        | 433,53      | 1271,25       | 436,46      | 880,6         | 302,34      |
| Trespasadas | Total   | -             | -           | 2680,64       | 920,35      | 1681,5        | 577,31      |
|             | Central | 1409,9        | 484,07      | 1271,25       | 436,46      | 880,6         | 302,34      |
| Vinculadas  | Total   | -             | -           | 2854,82       | 984,91      | 1374,3        | 474,14      |
|             | Central | 1458,9        | 503,32      | 1682,28       | 580,39      | 769,3         | 265,42      |

\* Foram usadas como entradas as cargas críticas obtidas pelo MFF. As cargas de colapso obtidas utilizando como entrada as cargas críticas experimentais, para telhas com Carga Central, estão dadas na Tabela 5.5.

## 5.7 Conclusões

O comportamento estrutural de telhas de aço formadas a frio de perfil trapezoidal, apoiadas em suas extremidades e com diferentes condições de vinculação de suas bordas longitudinais, foi estudado experimental e teoricamente.

Através do procedimento experimental, foram obtidas a carga crítica de flambagem elástica e a carga de colapso. A carga crítica foi comparada com resultados obtidos pelo MEF e MFF, enquanto a carga de colapso foi comparada com resultados obtidos pelo procedimento da Norma NBR 14762:2001 e pelo MRD. Todos os resultados foram apresentados na Tabela 5.9 e na Tabela 5.10.

A comparação entre os resultados obtidos pelos diversos métodos utilizados nesse capítulo, bem como a análise detalhada do comportamento estrutural da telha por cada um dos métodos, levou às seguintes conclusões:

- A flambagem local governa o colapso das telhas trapezoidais de aço formadas a frio. Esse modo foi evidenciado no procedimento experimental e nas análises numéricas via MEF e MFF.
- A ocorrência da flambagem local provoca perda de rigidez global da estrutura. Esse comportamento foi observado no procedimento experimental, com a medição dos deslocamentos dos relógios comparadores e, também, na ANLG via elementos finitos.
- A carga crítica de flambagem das telhas é pouco influenciada pela vinculação das bordas. Sendo assim, é dependente basicamente da inércia do perfil, ou seja, do número de ondas baixas comprimidas, desde que obedeça a um padrão de repetição. Então, a carga crítica de



um telhado pode ser aproximada por uma equação dependente apenas do número de ondas comprimidas.

– Os modelos de elementos finitos utilizados mostraram-se pouco rígidos quando comparados com a telha real. Os valores das cargas críticas de flambagem elásticas obtidos numericamente foram menores do que os experimentais. Além, disso a falta de rigidez do modelo pode ser observada através da comparação entre os deslocamentos medidos nos ensaios e os calculados numericamente na ANLG. Essa baixa rigidez dos modelos de elementos finitos pode ser atribuída à modelagem da seção das telhas sem consideração dos raios das dobras do perfil, os quais, na prática, diminuem os elementos planos, enrijecendo os mesmos.

– O Modelo Completo de elementos finitos não apresenta comportamento linear antes de ser atingida a carga crítica. Isso ocorre, pois as cargas nodais aplicadas deformam localmente a estrutura, funcionando como imperfeições geométricas iniciais.

– Os resultados de carga crítica obtidos com os modelos de faixas finitas também foram menores do que os valores experimentais, o que permite dizer que esse modelos também são pouco rígidos. Além disso, o MFF mostrou-se conservador quando comparado com o MEF.

– A carga de colapso obtida pelo procedimento da Norma NBR 14762 para a telha com bordas livres e Carga Central, foi muito próxima da obtida no Ensaio 1. Para a telha com bordas vinculadas, o resultado fornecido pela Norma foi maior do que o obtido experimentalmente para o do Ensaio 3. Porém, deve-se considerar que, no Ensaio 3, o colapso foi precipitado nas linhas de aplicação de carga, enquanto a Norma analisa o colapso apenas no trecho de momento fletor constante.

– A carga de colapso obtida pelo MRD, utilizando como entrada as cargas críticas experimentais, para a telha com bordas livres e Carga Central, foi muito próxima à obtida no Ensaio 1. Para a telha com bordas vinculadas, o resultado fornecido pelo MRD foi conservador quando comparado com o do Ensaio 3. Essa constatação é contrária à do cálculo segundo a Norma.

Finaliza-se esse capítulo com as seguintes considerações:

– A medição experimental com mais *strain gauges*, e a utilização de um menor incremento de carga aplicada e de uma instrumentação mais precisa nos ensaios poderiam auxiliar na determinação mais confiável da carga crítica de flambagem elástica. Além disso, um maior controle durante a aplicação de carga (aplicação lenta) pode evitar alterações no resultado.

- É conveniente a medição com *strain gauges* nas duas faces das telhas, o que permite a determinação da carga crítica através do *Método do Ponto de Inflexão* (como realizado no trabalho de Bergfelt et al., 1975). Esse procedimento também garante a presença de um *strain gauge* no lado convexo da onda de flambagem, o que é fundamental para a determinação da carga crítica.
- Sugere-se a realização de ensaios com maior número de amostras de telhas, para eliminar dúvidas referentes a imperfeições geométricas iniciais na determinação da carga crítica. Essa análise estatística permitiria dizer se o MRD correlaciona bem os valores de carga crítica com os de carga de colapso (ver Tabela 5.5).
- O comportamento dos modelos de elementos finitos e de faixas finitas teria que ser calibrado com valores experimentais e, dessa forma, representar melhor a estrutura em estudo. Além disso, as dobras do perfil real devem ser modeladas para conferir maior rigidez aos modelos.

## 6. CORRELAÇÃO ENTRE AS PROPRIEDADES DINÂMICAS E TIPOS DE VINCULAÇÃO DE TELHAS DE AÇO TRAPEZOIDAIS DE PERFIL COMERCIAL

Nesse capítulo, apresentam-se os ensaios das telhas de perfil comercial com as três condições de vinculação das bordas longitudinais mostradas na Figura 4.4, dos quais foi possível obter os valores das primeiras frequências naturais e informações sobre os modos de vibração. Os resultados obtidos serviram para calibrar as condições de contorno dos modelos de elementos finitos construídos, que foram utilizados como ferramenta no Capítulo 5.

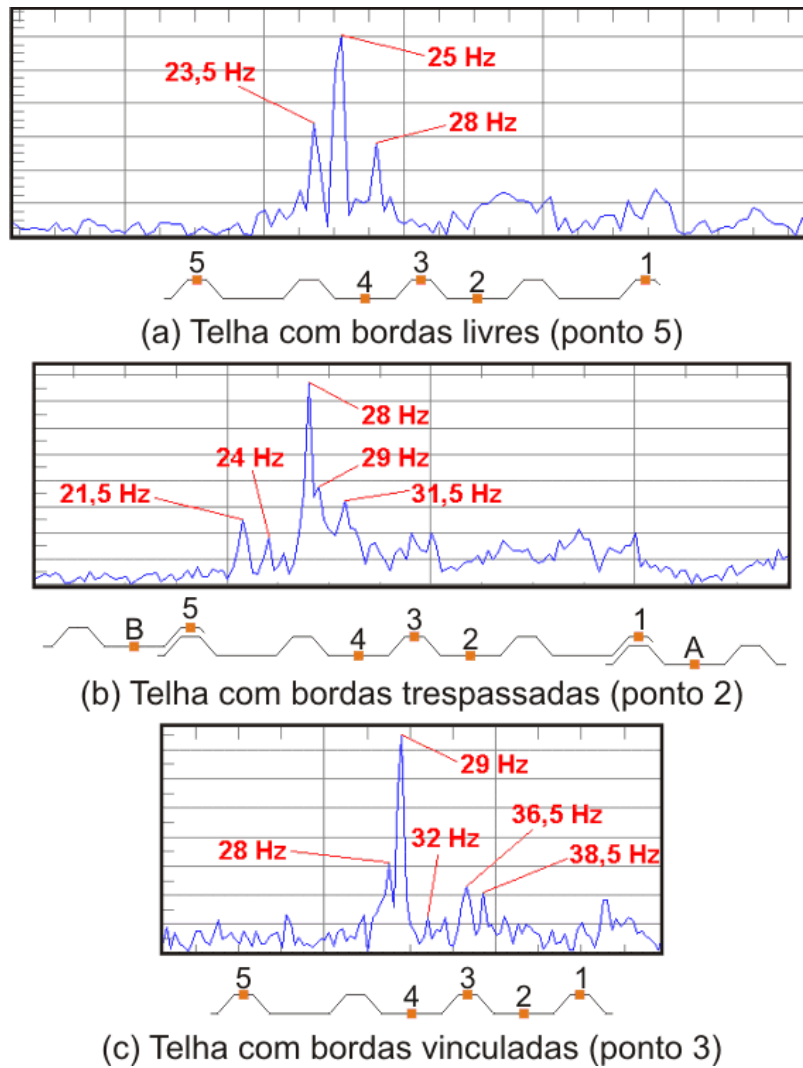
### 6.1 Procedimento Experimental 2

Na Tabela 6.1, apresentam-se os principais valores (de maior magnitude) das frequências naturais medidas com os acelerômetros colocados nas posições definidas na Figura 4.12 e na Figura 4.13. A Figura 6.1 apresenta exemplos de gráficos de resposta no domínio frequência obtidos com o software de aquisição de dados HPVee 4.0, para cada configuração. Recordar-se, da Seção 4.2.2, que as amplificações das respostas dos acelerômetros correspondem a picos nas frequências naturais, nos gráficos no domínio frequência.

Os pontos de medição estão reproduzidos na Figura 6.1, esquematizados sobre a seção das telhas. Deve-se recordar que todos os pontos estão posicionados sobre uma linha distante 250 mm do meio do vão.

**Tabela 6.1: Primeiras frequências naturais medidas (em Hz), para as três configurações em análise.**

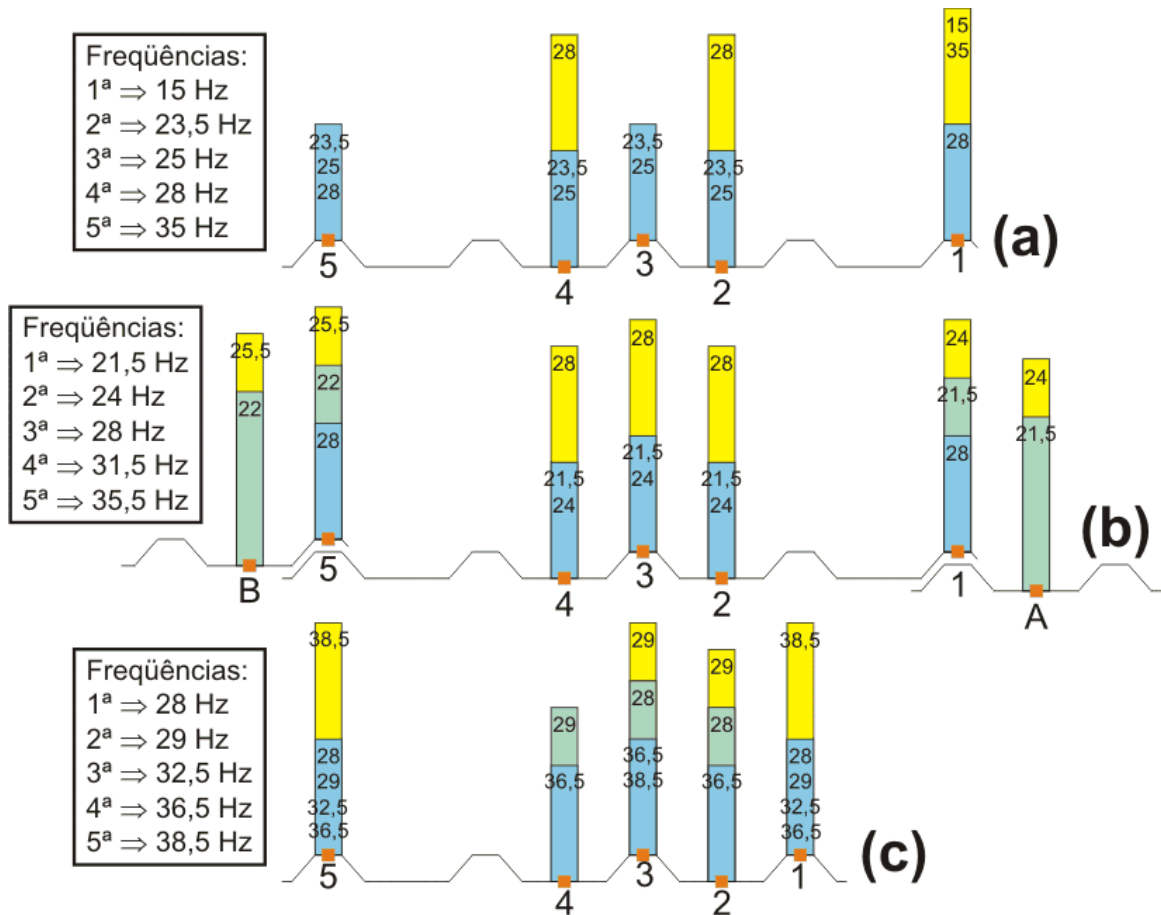
| Ponto | Configuração 1 (Bordas Livres)         | Configuração 2 (Bordas Trespasadas)      | Configuração 3 (Bordas Vinculadas) |
|-------|--|--|------------------------------------|
| 1     | 15 – 28 – 35                           | 21,5 – 24 – 27,5 – 30,5 – 34,5 – 36      | 28 – 29 – 32,5 – 37 – 38,5         |
| 2     | 23,5 – 25 – 28 – 34 – 41,5 – 45,5 – 48 | 21,5 – 24 – 28 – 31,5 – 34,5 – 38 – 40   | 28 – 29 – 36,5                     |
| 3     | 23,5 – 25 – 32 – 35,5 – 40,5 – 42,5    | 21,5 – 24 – 28 – 31,5 – 35,5 – 39 – 43,5 | 28 – 29 – 36,5 – 38,5              |
| 4     | 23,5 – 25 – 28 – 35 – 41,5 – 48,5      | 21,5 – 24 – 28 – 32 – 37,5 – 40          | 29 – 36,5                          |
| 5     | 23,5 – 25,5 – 28 – 37 – 40,5           | 22 – 25,5 – 29 – 33,5 – 35 – 38 – 44     | 28 – 29 – 33 – 35,5 – 36,5 – 38,5  |
| A     | -                                      | 21,5 – 24 – 26 – 31 – 32,5 – 37,5        | -                                  |
| B     | -                                      | 21,5 – 25,5 – 30,5 – 39                  | -                                  |



**Figura 6.1: Exemplos de respostas das telhas no domínio frequência para as três configurações estudadas.**

A Figura 6.2 resume as principais frequências naturais medidas, para as três configurações estudadas, e representa suas magnitudes através de um gráfico de barras sobre os pontos de medição. O tamanho da barra representa, qualitativamente, a magnitude da(s) frequência(s) indicada(s) sobre ela, ou seja, a amplitude do modo de vibração associado no ponto em questão. Nessa figura, as barras estão sobrepostas, sendo o tamanho das mesmas medido a partir da superfície da telha.

Dessa forma, é possível observar que, por exemplo, na Figura 6.2(a), a quarta frequência natural (28 Hz) tem magnitudes consideráveis nos pontos 2 e 4 (barras amarelas) e tem magnitudes menores nos pontos 1 e 5 (barras azuis). Nos pontos 2 e 4, também foram obtidas frequências com de 23,5 e 25 Hz, com magnitudes menores do que as da frequência de 28 Hz obtida nos mesmo pontos.

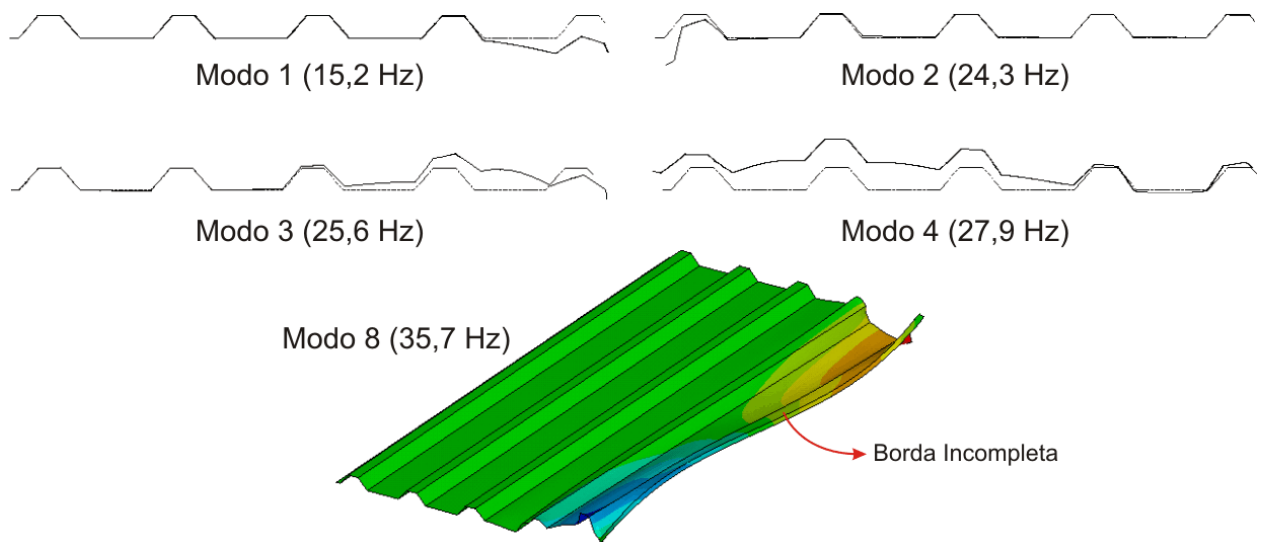


**Figura 6.2: Representação qualitativa das magnitudes das frequências naturais medidas para as três configurações estudadas: (a) telha com bordas livres; (b) telha com bordas trespasadas; (c) telha com bordas vinculadas.**

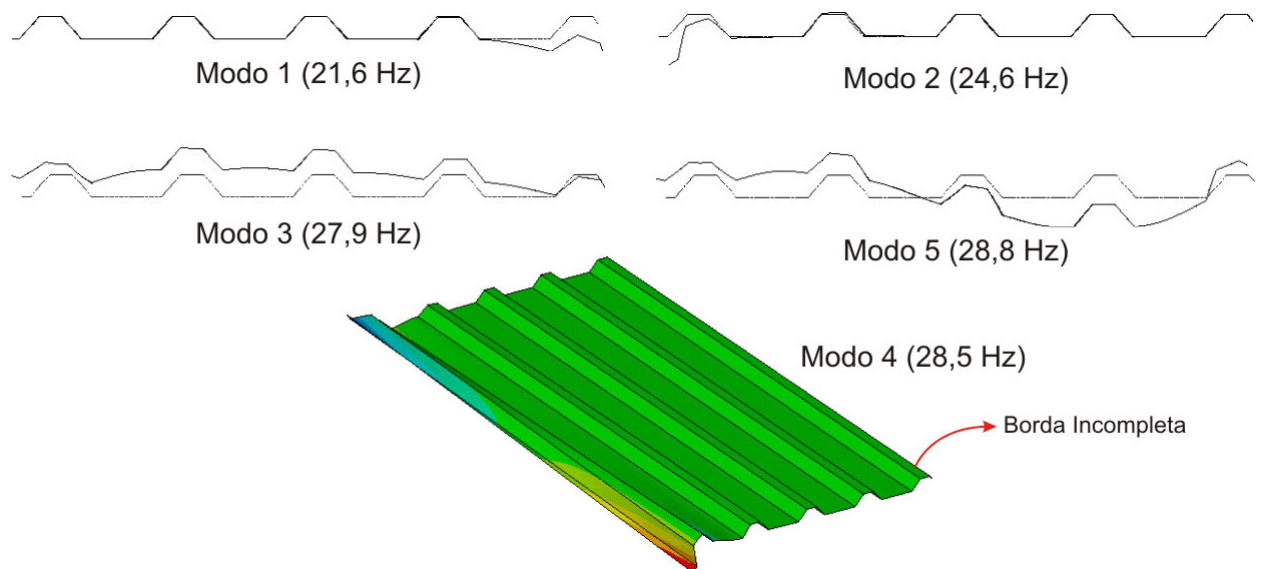
## 6.2 Calibração dos Modelos de Elementos Finitos

Foi feito um estudo da influência da rigidez da vinculação das bordas longitudinais das telhas sobre os valores de frequências naturais de vibração e sobre suas respectivas formas modais. Correlacionando resultados numéricos com experimentais, tentou-se chegar às condições de contorno que melhor representassem o problema real. Assim, foram calibradas as constantes elásticas definidas na Figura 4.14 e na Figura 4.15, para os modelos de elementos finitos das Configurações 1 e 2.

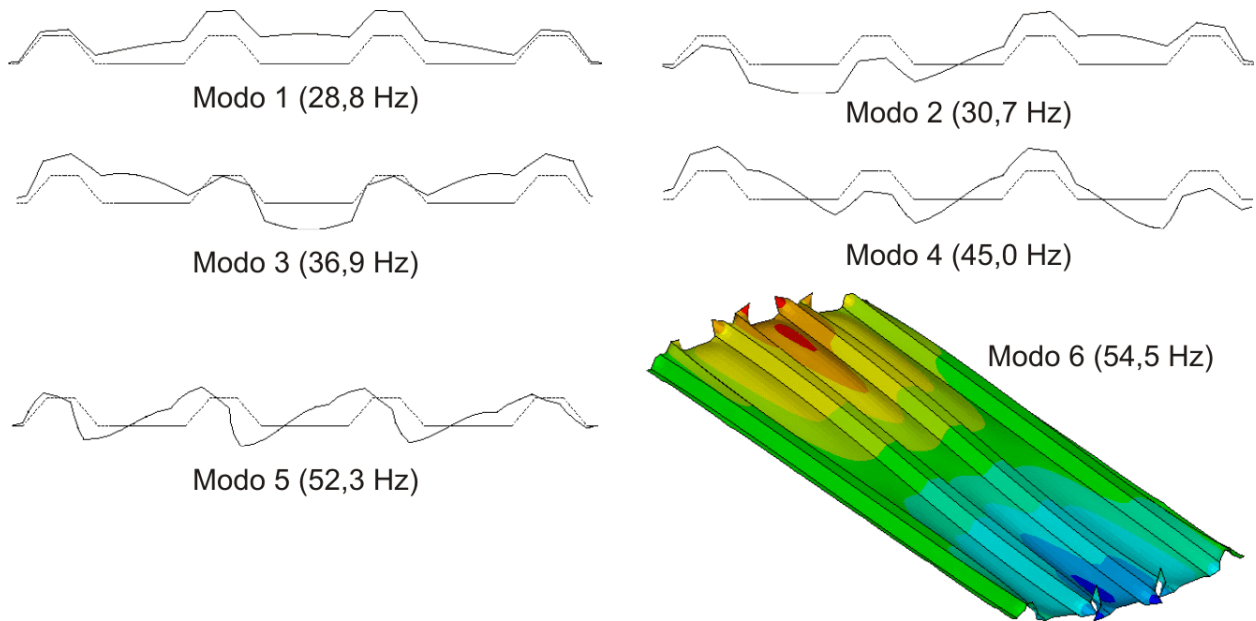
A Figura 6.3, a Figura 6.4 e a Figura 6.5 mostram os primeiros modos de vibração obtidos com os modelos numéricos (já devidamente calibrados no caso das Configurações 1 e 2). As deformadas dos modos chamados “Longitudinais”, que variam apenas ao longo do comprimento da telha, são apresentadas no modelo tridimensional de elementos finitos. Já as deformadas dos modos definidos como “Transversais”, que variam através da seção, estão ilustradas sobre o perfil da telha (no meio do vão).



**Figura 6.3: Modos de vibração obtidos com o modelo numérico calibrado, para a telha com bordas livres.**



**Figura 6.4: Modos de vibração obtidos com o modelo numérico calibrado, para a telha com bordas trespassadas.**

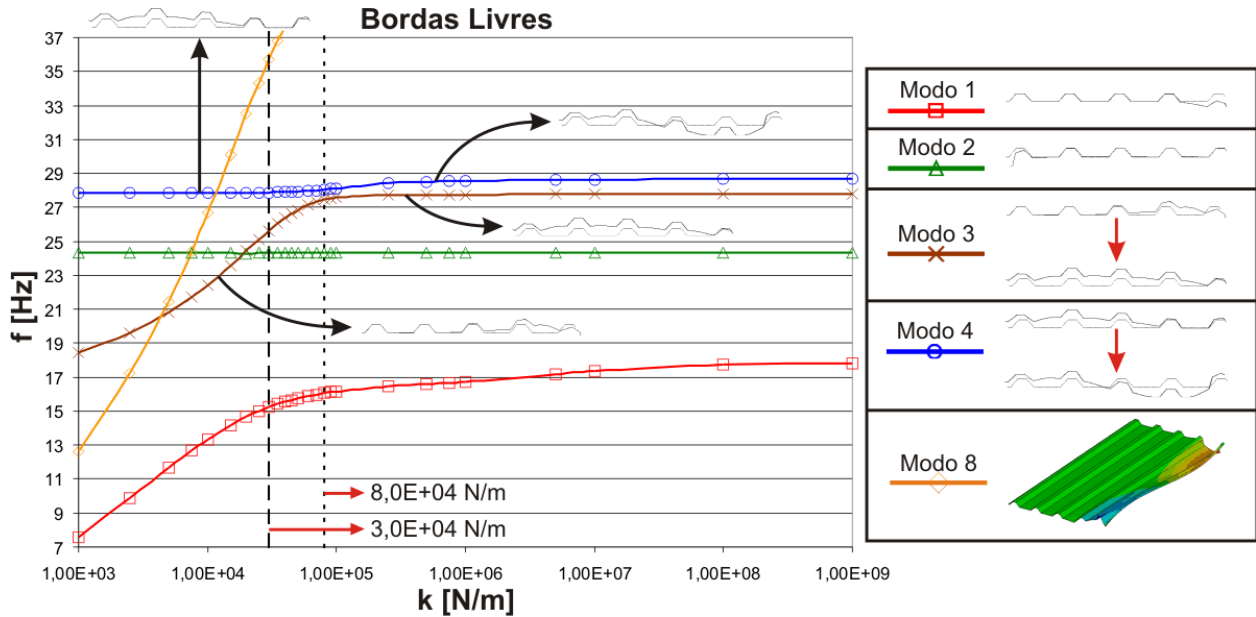


**Figura 6.5: Modos de vibração obtidos com o modelo numérico, para a telha com bordas vinculadas.**

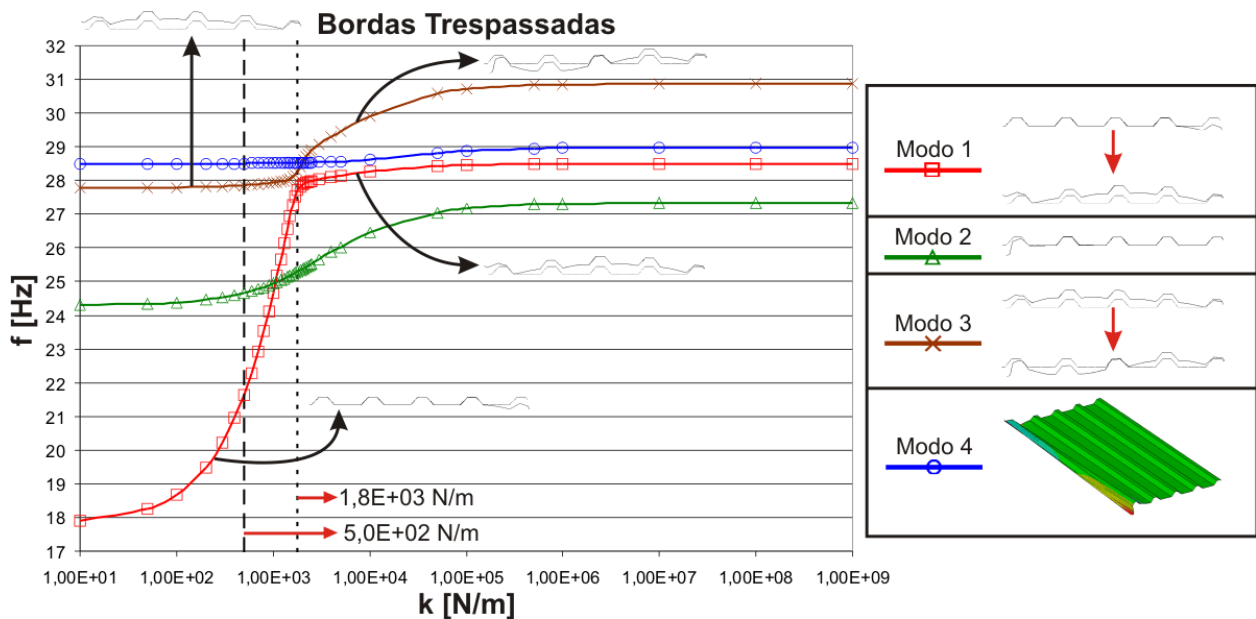
Na Figura 6.6 e na Figura 6.7, são apresentadas as variações das frequências naturais correspondentes aos modos exibidos na Figura 6.3 e na Figura 6.4, com relação à rigidez dos apoios elásticos em questão.

Para a telha com bordas livres, a constante elástica refere-se às hastes de fixação dos extremos da telha, situadas na onda alta próxima à borda incompleta (pontos (ii) da Figura 4.14 e da Figura 4.15). Para a telha com bordas trespassadas, a constante elástica refere-se aos pontos distribuídos ao longo das duas bordas para a simulação do contato entre telhas (pontos (iii) da Figura 4.14 e da Figura 4.15). Por simplicidade, as constantes dos apoios elásticos foram aplicadas com o mesmo valor em todas as direções ( $x$ ,  $y$  e  $z$  para a telha com bordas livres e  $x$  e  $y$  para telha com bordas trespassadas).

Assim, na Figura 6.6 e na Figura 6.7, o eixo das abscissas representa a constante elástica translacional empregada em todas as direções dos apoios elásticos em questão; esse eixo está em escala logarítmica. Nos dois gráficos, é indicado o valor de constante de mola que, para cada configuração, permitiu ajustar melhor resultados numéricos e experimentais:  $3,0E+04$  N/m para a Configuração 1 (telha com bordas livres), e  $5,0E+02$  N/m para a Configuração 2 (telha com bordas trespassadas).



**Figura 6.6:** Variação das primeiras frequências naturais para a telha com bordas livres (Configuração 1) em função da constante elástica translacional aplicada no modelo numérico.



**Figura 6.7:** Variação das primeiras frequências naturais para a telha com bordas trespassadas (Configuração 2) em função da constante elástica aplicada no modelo numérico.

Para a definição dos valores das constantes elásticas adotadas na Figura 6.6 e na Figura 6.7, levaram-se em conta as frequências experimentais obtidas para cada um dos pontos de medição, bem como sua magnitude no gráfico de resposta no domínio da frequência:

- Primeiramente, as frequências obtidas experimentalmente devem-se aproximar dos valores obtidos com os modelos de elementos finitos.



- Adicionalmente, uma grande magnitude de medição deve corresponder a uma grande amplitude modal no modelo numérico.

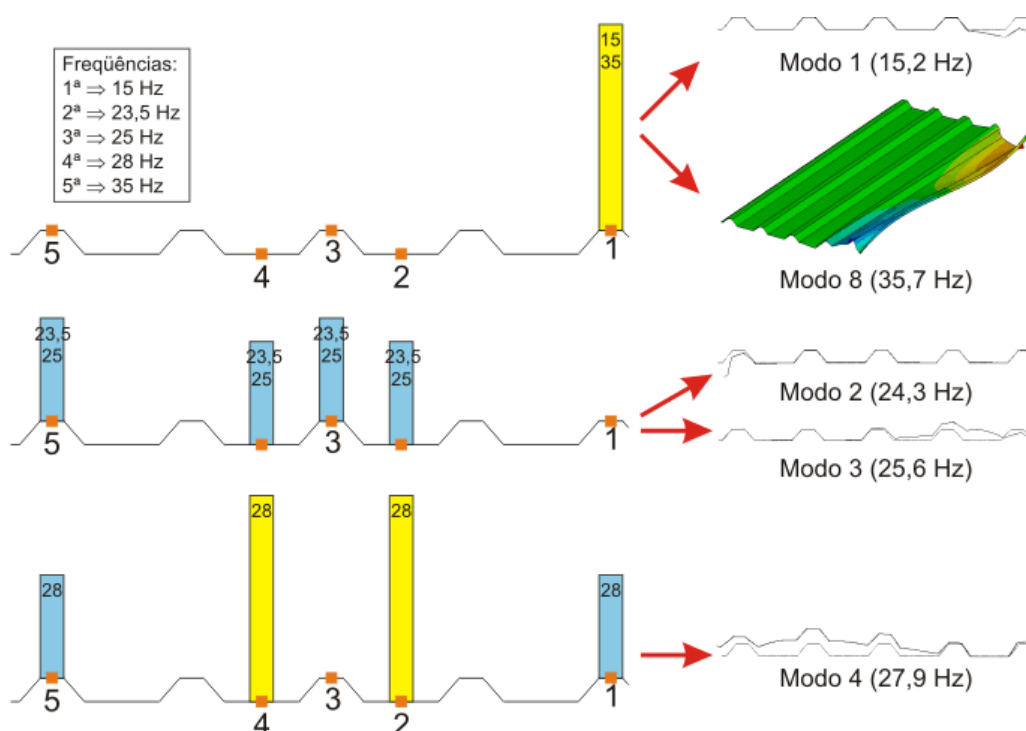
A Figura 6.8 e a Figura 6.9 exibem a correlação entre os valores das frequências naturais obtidas experimentalmente e suas magnitudes e os modos de vibração obtidos com os modelos numéricos.

Assim, para a telha com bordas livres considerou-se que:

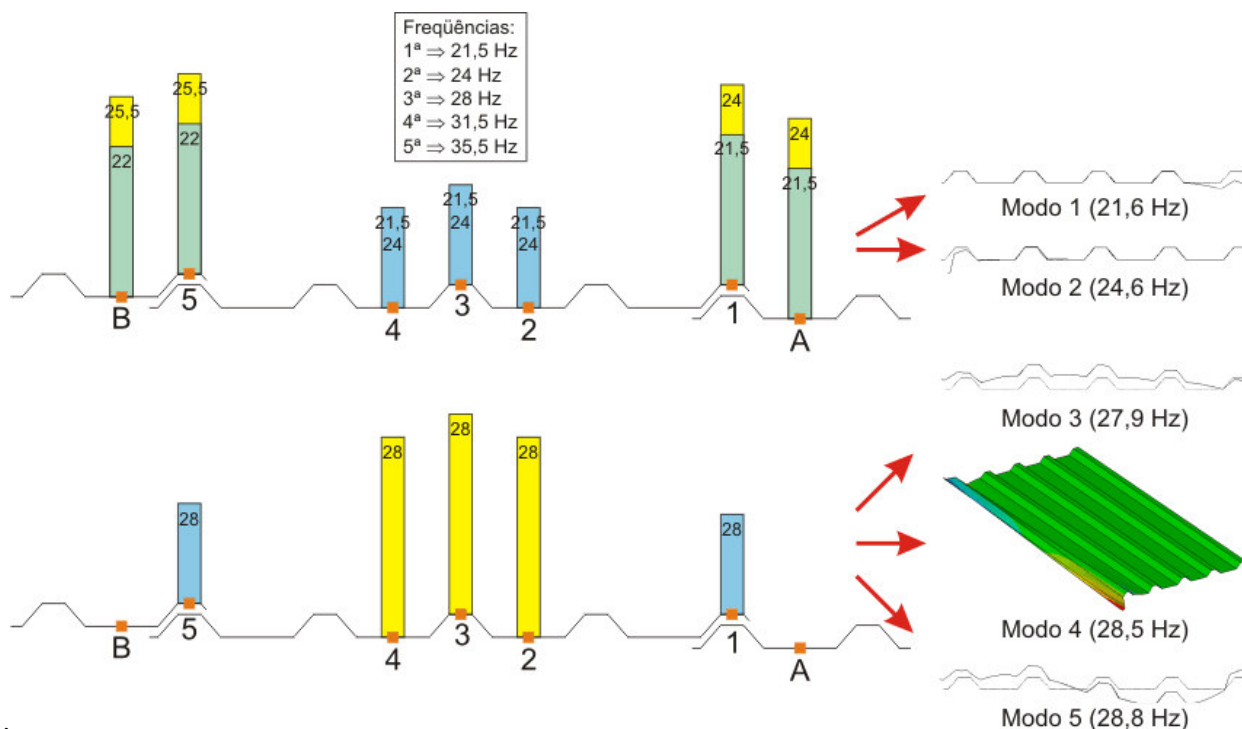
- As frequências de 15 Hz e 35 Hz medidas, com grande magnitude, apenas no ponto 1, devem corresponder a modos de vibração locais na borda incompleta. Esse foi o fator determinante para a definição da constante elástica.
- As demais frequências obtidas experimentalmente (23,5, 25 e 28 Hz) devem corresponder a modos de vibração transversais do perfil, incluindo a outra borda da telha. A partir da Figura 6.8, não se constatou uma perfeita correspondência entre as magnitudes medidas para essas frequências e as amplitudes modais dos modos do modelo numérico.

Para a telha com bordas trespassadas, considerou-se que:

- As frequências de 21,5 Hz e 24 Hz, medidas em todos os pontos, tiveram magnitude máxima nos pontos 1, 5, A e B. Essas frequências devem corresponder a modos de vibração das duas bordas da telha. Ambos os modos foram medidos em cada uma das bordas devido à interação entre as bordas das telhas adjacentes na região do trespassado. As frequências medidas nos pontos A e B comprovam essa interação, embora as frequências medidas nos pontos 1 e A sejam ligeiramente diferentes das medidas nos pontos 5 e B. Essas frequências também foram medidas nos pontos centrais, o que não concorda com o modelo numérico, porém, os valores dessas frequências medidos nas bordas foram determinantes na escolha da constante elástica.
- A frequência de 28 Hz foi medida em todos os pontos, tendo magnitude maior nos pontos 2, 3 e 4. Essa frequência deve corresponder a um modo de vibração transversal. Como essa frequência também foi medida nas bordas, ela também pode corresponder a um modo de vibração de alguma borda, com uma frequência muito semelhante a do modo transversal comentado. Como a medição experimental não contou com boa resolução, esses modos não puderam ser diferenciados.



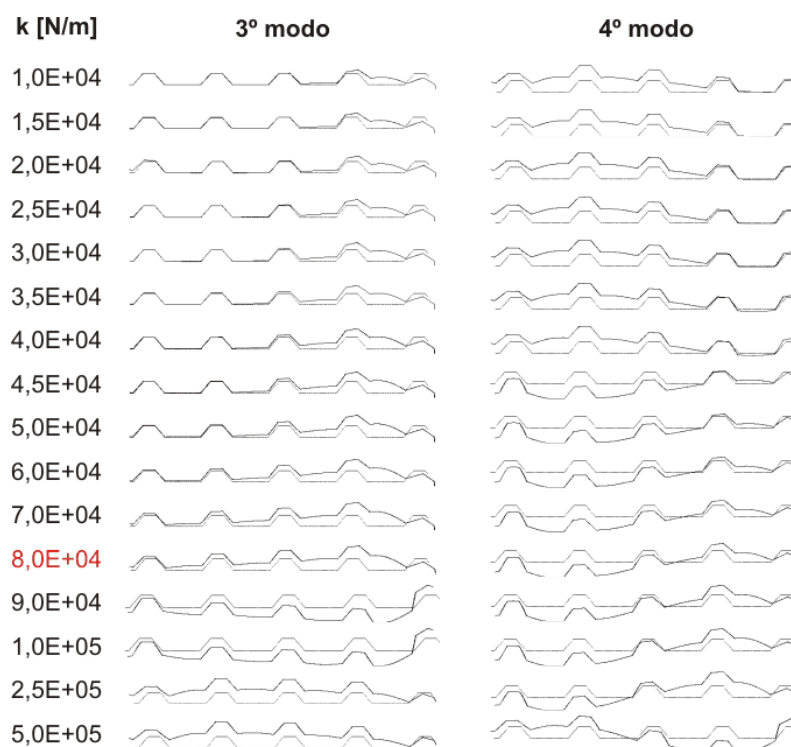
**Figura 6.8: Correspondência entre as magnitudes de medição e as amplitudes modais obtidas com o modelo numérico para telha com bordas livres.**



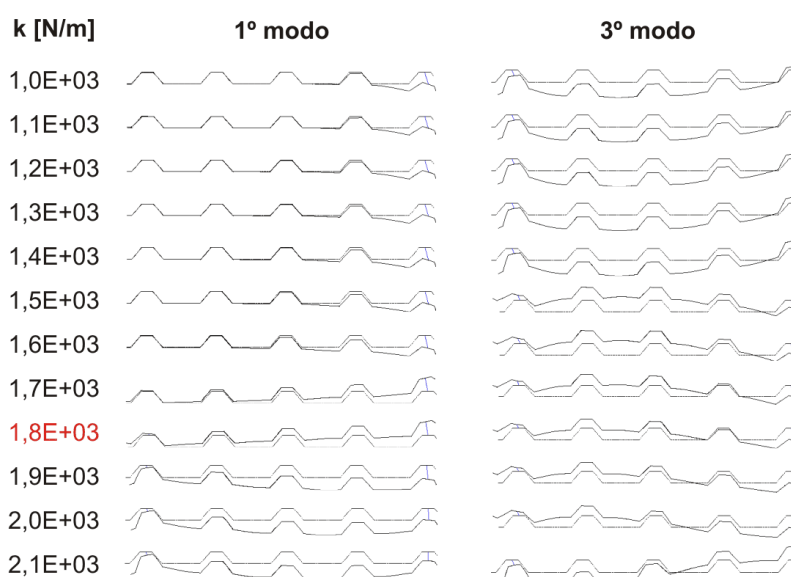
**Figura 6.9: Correspondência entre as magnitudes de medição e as amplitudes modais obtidas com o modelo numérico para telha com bordas trespassadas.**

Na Figura 6.6 e na Figura 6.7, nota-se que alguns modos de vibração são alterados com o aumento da rigidez dos apoios elásticos. Para telha com bordas livres, os modos 3 e 4 são alterados gradativamente com o aumento da constante elástica, sendo que quando essa vale

8,0E+04 N/m, a alteração pode ser definida como completa. O mesmo ocorre para a telha com bordas trespassadas, cujos modos 1 e 3 são gradativamente alterados até que se atinja o valor de constante elástica de 1,8E+03 N/m. A Figura 6.10 e a Figura 6.11 exibem detalhadamente a transformação dos modos para as duas configurações analisadas.



**Figura 6.10: Transformação gradativa dos modos 3 e 4 da telha com bordas livres com o aumento da rigidez dos apoios elásticos. A transformação é definida como completa quando  $k$  vale 8,0E+04 N/m.**



**Figura 6.11: Transformação gradativa dos modos 1 e 3 da telha com bordas trespassadas com o aumento da rigidez dos apoios elásticos. A transformação é definida como completa quando  $k$  vale 1,8E+03 N/m.**

A Tabela 6.2 apresenta a comparação entre as frequências numéricas e experimentais equivalentes para as três configurações estudadas. Nota-se que, para as Configurações 1 e 2, frequências naturais muito próximas são de difícil distinção no procedimento experimental. Para a Configuração 3, o modelo só é compatível com o ensaio para suas duas primeiras frequências, ou seja, o modelo não capturou possíveis modos de vibração locais.

**Tabela 6.2: Comparação entre frequências naturais obtidas experimental e numericamente (via MEF).**

| Modo     | Configuração 1  |      |               | Configuração 2  |      |               | Configuração 3  |      |               |
|----------|-----------------|------|---------------|-----------------|------|---------------|-----------------|------|---------------|
|          | Frequência [Hz] |      | Diferença [%] | Frequência [Hz] |      | Diferença [%] | Frequência [Hz] |      | Diferença [%] |
|          | Ensaio          | MEF  |               | Ensaio          | MEF  |               | Ensaio          | MEF  |               |
| <b>1</b> | 15              | 15,2 | 1,33          | 21,5            | 21,6 | 0,465         | 28              | 28,2 | 0,714         |
| <b>2</b> | 23,5            | 24,3 | 3,40          | 24              | 24,6 | 2,50          | 29              | 30,7 | 5,86          |
| <b>3</b> | 25              | 25,6 | 2,40          | 28              | 27,9 | -0,357        | 32,5            | 36,9 | 13,54         |
| <b>4</b> | 28              | 27,9 | -0,357        | -               | 28,5 | -             | 36,5            | 45   | 23,29         |
| <b>5</b> | -               | 28,5 | -             | -               | 28,8 | -             | 38,5            | 52,3 | 35,84         |
| <b>6</b> | -               | 29,9 | -             | 31,5            | 31,7 | 0,635         | -               | 54,5 | -             |
| <b>7</b> | -               | 34,2 | -             | 35              | 36,6 | 4,57          | -               | -    | -             |
| <b>8</b> | 35              | 35,7 | 2,00          | -               | -    | -             | -               | -    | -             |

### 6.3 Comparação entre as Configurações Analisadas

Observando a Figura 6.6 (Configuração 1), é possível destacar que um aumento de rigidez dos apoios elásticos da borda incompleta além do valor de  $3E+04$  N/m (valor com o qual foi calibrado o modelo numérico) não muda sensivelmente as frequências naturais e a ordem dos modos de vibração da telha. Ou seja, um aperto excessivo das hastes de fixação não produziria considerável aumento de rigidez a ponto de eliminar o modo 1, localizado na borda incompleta.

Por outro lado, observando a Figura 6.7 (Configuração 2), constata-se que se for possível aumentar a rigidez que o trespasse das telhas oferece em 3,6 vezes (de  $5E+02$  N/m para  $1,8E+03$  N/m), o quadro de frequências muda sensivelmente. Assim, o modo de vibração correspondente à borda incompleta não seria mais o primeiro, e mais, esse modo deixaria de ser um modo local e passaria a ser um modo de vibração transversal no perfil. Observando as curvas de calibração, nota-se que, com uma constante elástica de  $1,8E+03$  N/m, o modo 1 assume um comportamento semelhante ao do modo 3 quando com uma constante elástica menor do que  $1,8E+03$  N/m.

Uma telha trespasada, que tenha suas bordas rebitadas com as bordas das telhas adjacentes, deve apresentar comportamento semelhante ao modelo de telha trespasada com vínculos elásticos de grande rigidez, possivelmente com valor da constante elástica além de  $1,8E+03$  N/m.

Comparando a Figura 6.6 com a Figura 6.7, observa-se que ambas as configurações das telhas apresentam um modo de vibração transversal do perfil com frequência natural próxima de 28 Hz, independente das constantes elásticas adotadas para cada modelo (modo 3 ou 4 para telha com bordas livres e modo 1 ou 3 para telha com bordas trespassadas). Esse modo, com a mesma frequência natural, também é observado na telha com bordas vinculadas (Configuração 3), que é o modo 1 da Figura 6.5. Assim, trata-se de um modo que é pouco influenciado pelas condições de contorno das bordas.

## 6.4 Conclusões

Nesse capítulo, fez-se um estudo da influência das condições de contorno das bordas longitudinais de telhas de aço trapezoidais de perfil comercial sobre a rigidez da estrutura, através da determinação de frequências naturais e modos de vibração.

A determinação experimental das frequências naturais de vibração permitiu a calibração de modelos numéricos de elementos finitos.

Com os resultados obtidos, foi possível obter as seguintes conclusões:

- O método experimental e os modelos numéricos mostraram-se compatíveis quanto aos modos de vibração locais das bordas e suas frequências correspondentes. O modo de vibração transversal de frequência de 28 Hz, comum a todas as configurações analisadas, também foi bem representado pelos modelos numéricos. Isso permitiu uma calibração das rigidezes dos apoios elásticos. Os modelos calibrados puderam ser utilizados satisfatoriamente para análises estáticas, como a determinação da carga crítica de flambagem elástica do Capítulo 5.
- Um estudo da variação da rigidez dos apoios elásticos dos modelos numéricos das Configurações 1 e 2 permitiu a avaliação da sensibilidade da rigidez da estrutura em relação a esses parâmetros através da Análise Modal.
- Com base na avaliação da sensibilidade da rigidez da telha em relação aos vínculos elásticos, estudos futuros podem determinar uma forma eficiente e econômica de aumentar a rigidez do trespassado entre telhas. Constatou-se que é possível eliminar o modo 1 da Figura 6.7.
- Com o modelo numérico da configuração 3, só foi possível evidenciar as duas primeiras frequências naturais obtidas experimentalmente, que correspondem a modos globais.
- Observou-se um modo de vibração transversal, com frequência natural de 28 Hz, muito parecido para as três configurações de telhas analisadas. Ou seja, trata-se de um modo que não é influenciado pela vinculação das bordas longitudinais.

- Comparando as configurações estudadas, evidenciou-se que a análise modal permite uma visualização clara da distribuição da rigidez de uma estrutura.

Finaliza-se esse capítulo com a consideração de que foi feita a calibração apenas dos apoios elásticos das bordas. Conforme já observado na Seção 5.7, deve ser feita uma calibração dos apoios correspondentes às hastes de fixação das extremidades (apoios (i) da Figura 4.14 e da Figura 4.15). Além disso, deve-se lembrar que as seções foram modeladas sem consideração dos raios das dobras do perfil, o que pode ter diminuído a rigidez dos modelos. Os devidos aprimoramentos dos modelos poderiam permitir uma melhor correspondência entre modos de vibração da telha real com os modos obtidos via modelos de elementos finitos, no que se refere aos modos transversais.

## 7. OTIMIZAÇÃO DE PERFIS DE TELHAS DE AÇO TRAPEZOIDAIS ATRAVÉS DE ALGORITMOS GENÉTICOS

Nesse capítulo, são apresentados os resultados da otimização de telhas de perfil trapezoidal utilizando Algoritmos Genéticos. Foram considerados diferentes objetivos relacionados com a minimização da flecha no meio do vão, a maximização da carga crítica de flambagem elástica e a maximização da área de cobertura. Foi adotada a mesma solicitação de flexão pura empregada na análise das telhas de perfil comercial do Capítulo 5, e foram estudados dois tipos de fixação das telhas às terças: fixação nas Ondas Tracionadas (Fixação OT) e fixação nas Ondas Comprimidas (Fixação OC), como mencionado na Seção 4.3.3.

### 7.1 Otimização Mono-Objetivo da Flecha e da Carga Crítica de Flambagem

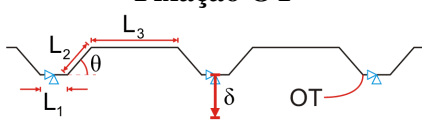
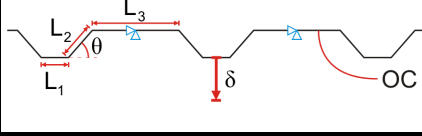
O algoritmo apresentado na Seção 4.6 foi utilizado para minimizar a flecha do centro do perfil, no meio do vão de comprimento  $L$ , e maximizar a carga crítica de flambagem elástica, independentemente.

Para cada objetivo, a otimização foi rodada três vezes, partindo-se de pontos diferentes em cada uma delas. Os resultados, para os dois casos de fixação nas extremidades da telha (Fixação OT e Fixação OC), estão dispostos na Tabela 7.1 e na Tabela 7.2. Os melhores valores entre as três rodadas foram tomados como padrões da otimização multi-objetivo ( $\delta_{padrão}$  e  $P_{crit, padrão}$  na Eq. (31)), e estão indicados nas linhas escuras. Deve-se recordar que os valores obtidos para a flecha correspondem a um carregamento total de 70 N, baseado da discretização da telha de perfil comercial com Fixação OT e com forças nodais unitárias (Seção 4.3.3).

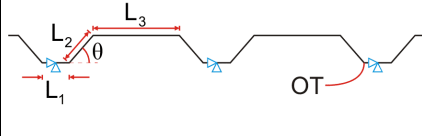
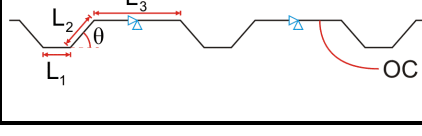
Alguns dos perfis ótimos podem ser obtidos intuitivamente ajustando-se os resultados das diversas rodadas das otimizações através de Algoritmos Genéticos. Para os perfis resultantes da minimização da flecha, o melhor resultado é obtido quando as dimensões  $L_1$  e  $L_3$  assumem seus valores mínimos. Para o caso de Fixação OT, o melhor ângulo é o maior valor possível sem que os elementos se cruzem (deve ser admitida certa tolerância); já para Fixação OC, o ângulo é menor.

Para os perfis resultantes da maximização da carga crítica de flambagem elástica, o único ajuste que pôde ser feito sobre os resultados fornecidos pelo algoritmo foi o do ângulo da telha com Fixação OT, que é o maior possível sem que os elementos do perfil se cruzem.

**Tabela 7.1: Valores ótimos obtidos na otimização mono-objetivo da flecha para os dois casos de fixação nos extremos da telha.**

| Minimização da flecha   |        |            |            |            |                  |               |
|---|--------|------------|------------|------------|------------------|---------------|
|  | Rodada | $L_1$ [mm] | $L_2$ [mm] | $L_3$ [mm] | $\theta$ [graus] | $\delta$ [mm] |
|   | 1      | 20,25      | 95,36      | 56,72      | 93,66            | 0,23733       |
|   | 2      | 20,17      | 109,86     | 24,18      | 94,91            | 0,19237       |
|   | 3      | 20,27      | 102,32     | 41,03      | 91,35            | 0,22627       |
|   | Melhor | 20,00      | 111,82     | 20,00      | 95,11            | 0,17980       |
|  | Rodada | $L_1$ [mm] | $L_2$ [mm] | $L_3$ [mm] | $\theta$ [graus] | $\delta$ [mm] |
|   | 1      | 25,85      | 108,55     | 20,03      | 87,71            | 0,21644       |
|   | 2      | 53,13      | 93,38      | 20,08      | 90,36            | 0,24309       |
|   | 3      | 22,22      | 110,57     | 20,03      | 84,64            | 0,21304       |
|   | Melhor | 20,00      | 111,82     | 20,00      | 85,94            | 0,21042       |

**Tabela 7.2: Valores ótimos obtidos na otimização mono-objetivo da carga crítica de flambagem elástica para os dois casos de fixação nos extremos da telha.**

| Maximização da carga crítica  |        |            |            |            |                  |                |
|---|--------|------------|------------|------------|------------------|----------------|
|   | Rodada | $L_1$ [mm] | $L_2$ [mm] | $L_3$ [mm] | $\theta$ [graus] | $P_{crit}$ [N] |
|   | 1      | 20,51      | 99,45      | 47,18      | 95,42            | 1831,7         |
|   | 2      | 22,52      | 102,54     | 37,73      | 96,25            | 1705,3         |
|   | 3      | 20,47      | 99,49      | 47,16      | 95,21            | 1829,6         |
|   | Melhor | 20,51      | 99,45      | 47,18      | 95,68            | 1834,4         |
|  | Rodada | $L_1$ [mm] | $L_2$ [mm] | $L_3$ [mm] | $\theta$ [graus] | $P_{crit}$ [N] |
|   | 1      | 88,78      | 71,00      | 25,87      | 83,84            | 8969,5         |
|   | 2      | 70,70      | 80,39      | 27,34      | 83,67            | 8346,7         |
|   | 3      | 89,54      | 70,60      | 25,81      | 84,12            | 8949,2         |
|   | Melhor | 88,78      | 71,00      | 25,87      | 83,84            | 8969,5         |

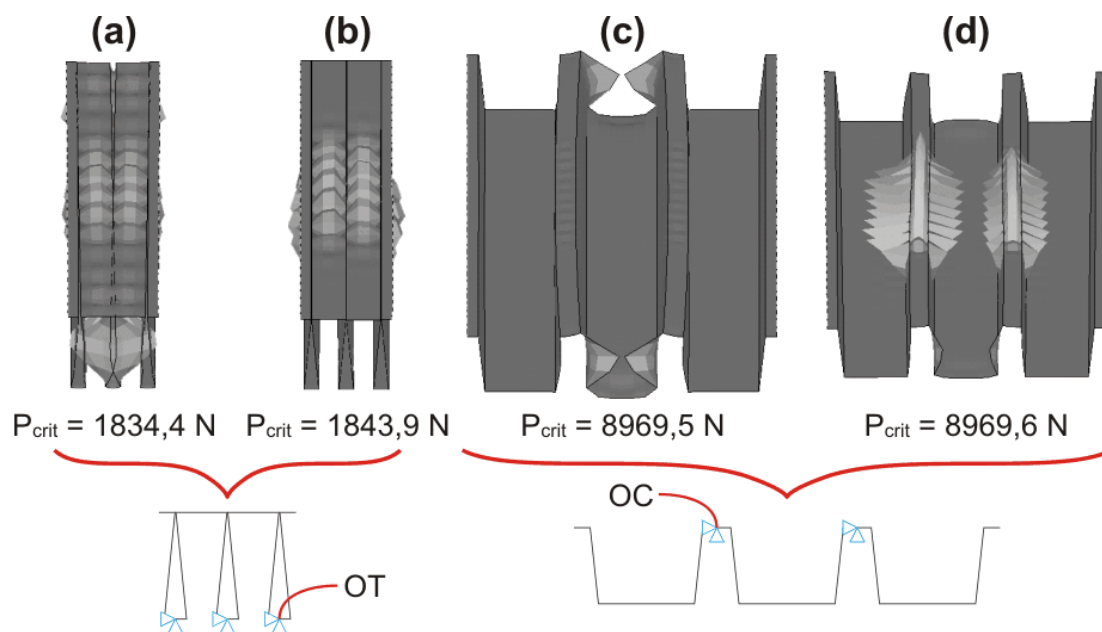
Entre os resultados das diversas rodadas das otimizações mono-objetivo realizadas, pode-se observar que alguns valores das variáveis obtidas diferem consideravelmente entre si. Isso caracteriza uma convergência prematura, que pode ser evitada fazendo-se um estudo dos parâmetros envolvidos no algoritmo, como número de indivíduos e de gerações. Nota-se que a convergência da otimização da flecha, para ambos os casos de fixação, é mais problemática. Isso pode ocorrer porque a solução ótima situa-se nos extremos (mínimos) dos domínios das variáveis  $L_1$  e  $L_3$  (20 mm).

A Figura 7.1 exibe os primeiros modos de flambagem característicos dos perfis ótimos obtidos com Fixação OT e Fixação OC. Para Fixação OT, o primeiro modo é local nos elementos comprimidos - os de dimensões  $L_3$  (inteiramente comprimidos) e  $L_2$  (almas parcialmente comprimidas) - no terço central do vão, juntamente com um modo local próximo à região dos apoios (Figura 7.1(a)). Esse mesmo modo é observado para os quatro primeiros autovalores calculados, até que, para o quinto autovalor, observa-se um modo local



exclusivamente no terço central do vão, sendo sua carga crítica muito próxima às dos quatro primeiros modos (Figura 7.1(b)).

Para a telha com Fixação OC, o primeiro modo concentra-se apenas na região dos apoios (Figura 7.1(c)). O segundo modo, de carga crítica praticamente igual à do primeiro, é local nos elementos comprimidos no terço central do vão (Figura 7.1(d)).



**Figura 7.1: Modos de flambagem característicos dos perfis ótimos obtidos na maximização mono-objetivo da carga crítica. Fixação OT: (a) primeiro modo; (b) quinto modo. Fixação OC: (c) primeiro modo; (d) segundo modo.**

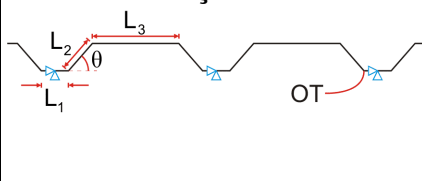
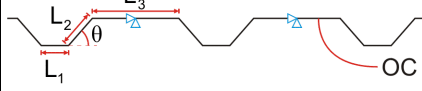
## 7.2 Otimização Multi-Objetivo

O algoritmo desenvolvido também foi utilizado para a minimização da função multi-objetivo dada pela Eq. (31). Dessa vez, a otimização foi rodada cinco vezes, tendo em vista a possível existência de uma Região de Pareto (ver Seção 2.2.3). Os resultados estão dispostos na Tabela 7.3 para os dois casos de fixação das extremidades da telha. Os melhores valores entre as cinco rodadas definiram os perfis ótimos, e estão indicados nas linhas escuras.

Para o perfil com Fixação OT, o melhor resultado é obtido quando a dimensão  $L_I$  assume seu valor mínimo. Assim, ajustando-se as dimensões e o ângulo do perfil obtido na Rodada 3, chega-se ao perfil ótimo, que está indicado na linha escura.

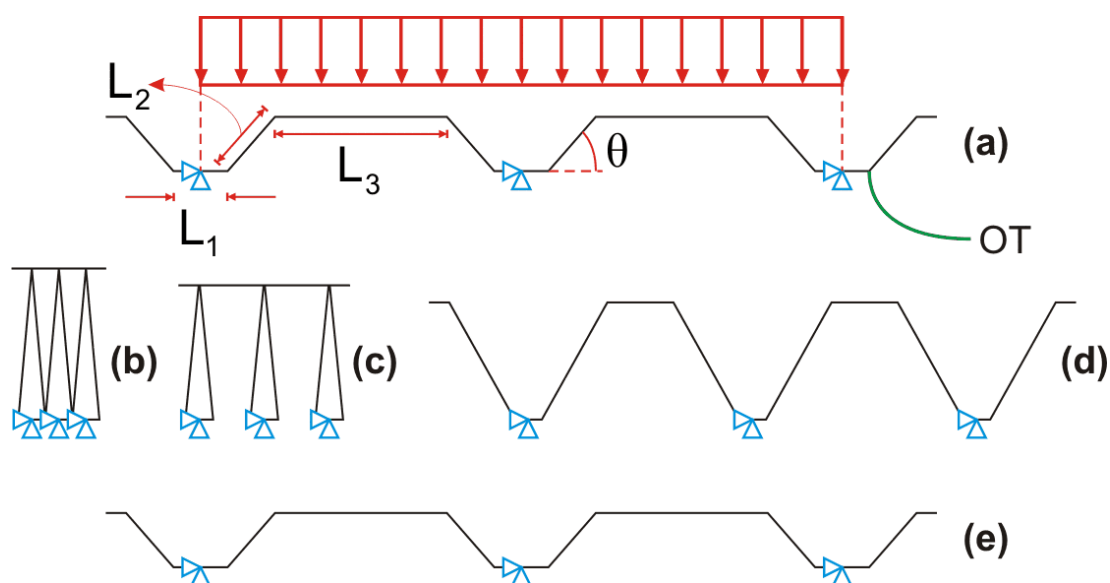
Para o perfil com Fixação OC, chegou-se a dois perfis ótimos bastante diferentes que fornecem um valor muito próximo da função objetivo: os das Rodadas 1 e 3 (R1 e R3), sendo o perfil da R3 levemente melhor. Esses perfis serão referidos como perfil com Fixação OC-R1 e perfil com Fixação OC-R3.

**Tabela 7.3: Valores ótimos para a otimização multi-objetivo da Eq. (31) para os dois casos de fixação das extremidades da telha.**

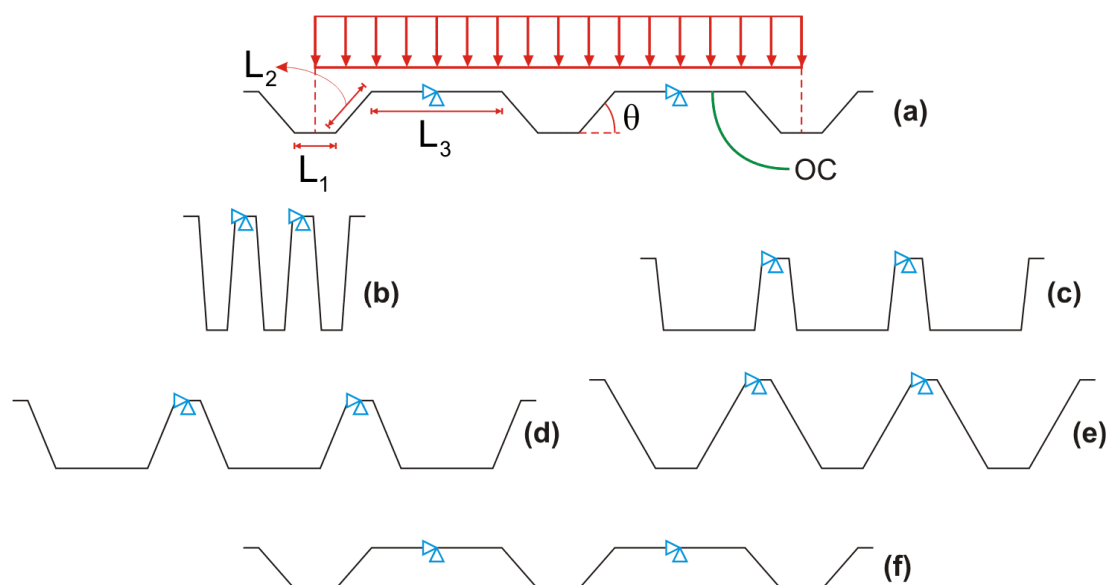
| Minimização da Eq. (31)  |        |            |            |            |                  |           |
|--|--------|------------|------------|------------|------------------|-----------|
|  <p><b>Fixação OT</b></p> | Rodada | $L_1$ [mm] | $L_2$ [mm] | $L_3$ [mm] | $\theta$ [graus] | $f_{obj}$ |
|  | 1      | 20,02      | 99,25      | 48,25      | 64,67            | 4,4499    |
|  | 2      | 20,04      | 98,38      | 50,17      | 60,77            | 4,4405    |
|  | 3      | 20,01      | 99,00      | 48,82      | 60,83            | 4,4272    |
|  | 4      | 20,05      | 98,37      | 50,19      | 60,51            | 4,4425    |
|  | 5      | 20,01      | 102,02     | 42,04      | 59,79            | 4,4419    |
| <b>Melhor</b>  | 20,00  | 99,01      | 48,82      | 60,73      | 4,4240           |           |
|  <p><b>Fixação OC</b></p> | Rodada | $L_1$ [mm] | $L_2$ [mm] | $L_3$ [mm] | $\theta$ [graus] | $f_{obj}$ |
|  | 1      | 89,43      | 71,51      | 23,90      | 66,87            | 4,5817    |
|  | 2      | 89,48      | 71,53      | 23,79      | 69,54            | 4,5875    |
|  | 3      | 40,15      | 99,43      | 22,69      | 60,09            | 4,5589    |
|  | 4      | 89,63      | 71,45      | 23,80      | 67,48            | 4,5825    |
|  | 5      | 89,42      | 71,53      | 23,86      | 67,88            | 4,5823    |
| <b>Melhor</b>  | 40,15  | 99,43      | 22,69      | 60,09      | 4,5589           |           |

A Figura 7.2 e a Figura 7.3 ilustram, em escala, os melhores perfis resultantes das otimizações mono-objetivo e multi-objetivo para Fixação OT e Fixação OC, respectivamente, comparados com o perfil comercial. As variáveis de projeto, a vinculação e o sentido do carregamento estão indicados.

Convém notar que os perfis resultantes da minimização da flecha e da maximização da carga crítica, para a telha com Fixação OT (Figura 7.2(b) e (c)), não são de fabricação viável na prática (ângulo  $\theta$  maior do que  $90^\circ$ ). Contudo, maximizando a área de cobertura, a conformação do perfil torna-se viável (Figura 7.2(d)). Assim, permitindo-se a geração de indivíduos com valores do ângulo  $\theta$  maiores do que  $90^\circ$  na otimização, pôde-se provar que o melhor perfil de telha tem o ângulo menor do que  $90^\circ$  quando se considera a maximização da área cobertura em um projeto.



**Figura 7.2:** Melhores perfis da telha com Fixação OT obtidos nas otimizações mono-objetivo e multi-objetivo. (a) Variáveis de projeto, vinculação e sentido do carregamento. (b) Minimização da flecha no meio do vão. (c) Maximização da carga crítica de flambagem elástica. (d) Minimização da Eq. (31). (e) Perfil comercial.



**Figura 7.3:** Melhores perfis da telha com Fixação OC obtidos nas otimizações mono-objetivo e multi-objetivo. (a) Variáveis de projeto, vinculação e sentido do carregamento. (b) Minimização da flecha no meio do vão. (c) Maximização da carga crítica de flambagem elástica. (d) Minimização da Eq. (31) (R1). (e) Minimização da Eq. (31) (R3). (f) Perfil comercial.

A partir dos resultados apresentados na Tabela 7.3, podem ser feitas as seguintes considerações:

- O perfil com Fixação OT resultante da otimização multi-objetivo (Figura 7.2(d)) tem dimensões muito semelhantes às do perfil com Fixação OT resultante da maximização mono-

objetivo da carga crítica (Figura 7.2(c)). Porém, o ângulo é menor, o que confere uma maior área de cobertura.

– Na otimização dos perfis com Fixação OC, o perfil ótimo com Fixação OC-R1 (Figura 7.3(d)) tem dimensões muito próximas às do perfil com Fixação OC resultante da maximização mono-objetivo da carga crítica (Figura 7.3(c)). Porém, o ângulo é menor, o que confere uma maior área de cobertura.

– Já o perfil com Fixação OC-R3 (Figura 7.3(e)) apresenta características diferentes, o que pode ser entendido analisando-se os dados da Tabela 7.4, que compara a contribuição de cada um dos três termos da Eq. (31) para o valor final da função objetivo (um valor *menor* representa um valor *melhor* para o termo analisado). Observa-se que o perfil com Fixação OC-R1 é muito melhor do que o perfil com Fixação OC-R3 para resistir à flambagem, mas apresenta uma flecha muito maior; essas diferenças acabam-se compensando na otimização multi-objetivo. Assim, a função que rege o problema apresenta mais de um mínimo com valor semelhante; também é possível a existência de uma Região de Pareto. Vale ressaltar que não foi feito um estudo rigoroso sobre o comportamento da função utilizando-se técnicas multi-objetivo.

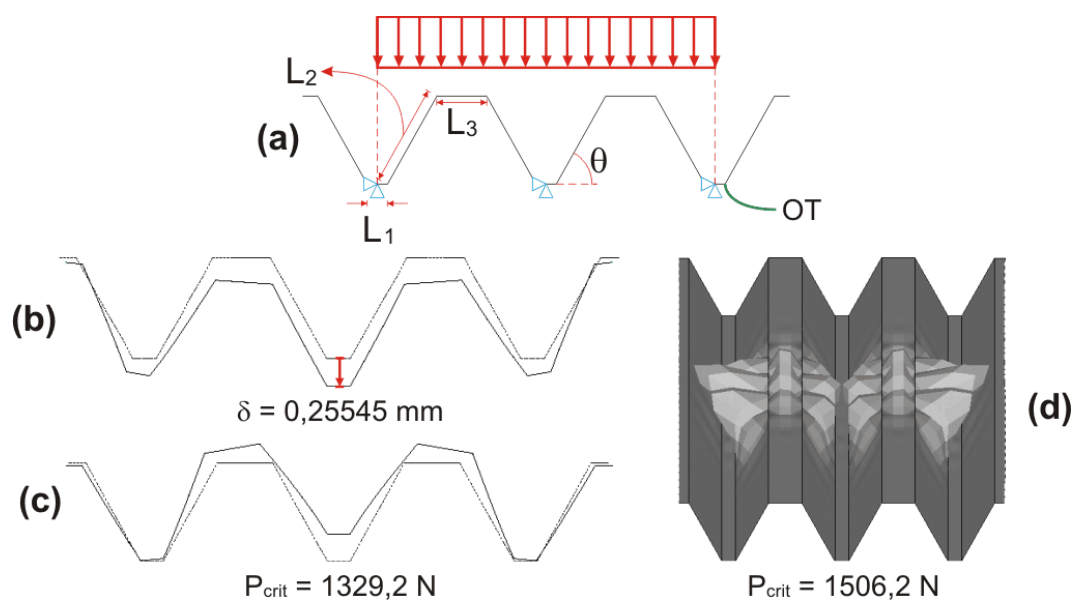
**Tabela 7.4: Contribuição de cada um dos termos da Eq. (31) para o valor final da função objetivo dos perfis ótimos com Fixação OC-R1 e Fixação OC-R3 (Tabela 7.3).**

|                                | Fixação OC-R1 | Fixação OC-R3 | Diferença [%] |
|--------------------------------|---------------|---------------|---------------|
| $\delta/\delta_{padrão}$       | 1,9013        | 1,4457        | -24,0         |
| $P_{crit, padrão}/P_{crit}$    | 1,1892        | 1,5050        | 26,6          |
| $Cobertura_{padrão}/Cobertura$ | 1,4912        | 1,6082        | 7,85          |
| $f_{obj}$                      | 4,5817        | 4,5589        | -0,498        |

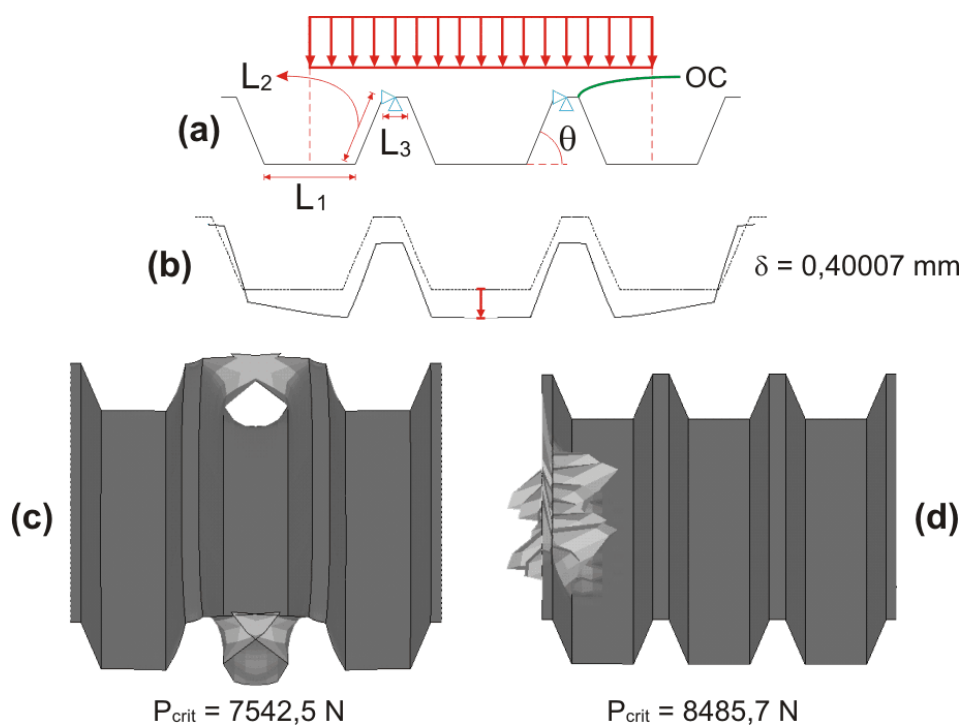
A Figura 7.4, a Figura 7.5 e a Figura 7.6 ilustram as deformadas no meio do vão e os modos de flambagem característicos dos melhores perfis obtidos através da otimização multi-objetivo, para os dois casos de fixação nas extremidades; a flecha medida no centro do perfil e as cargas críticas correspondentes estão indicadas. As variáveis de projeto, a vinculação e o sentido do carregamento estão indicados sobre o perfil ótimo de cada figura. Para comparação, a Figura 7.7 mostra a deformada e os modos de flambagem da telha de perfil comercial, para ambos os casos de fixação. Através da análise dessas figuras, observam-se os seguintes comportamentos:

– Para a telha com Fixação OT, o primeiro modo é global, com deformada constante ao longo do comprimento. Já o segundo modo é local nos elementos comprimidos - os de dimensões  $L_3$  (inteiramente comprimidos) e  $L_2$  (almas parcialmente comprimidas) - no terço central do vão.

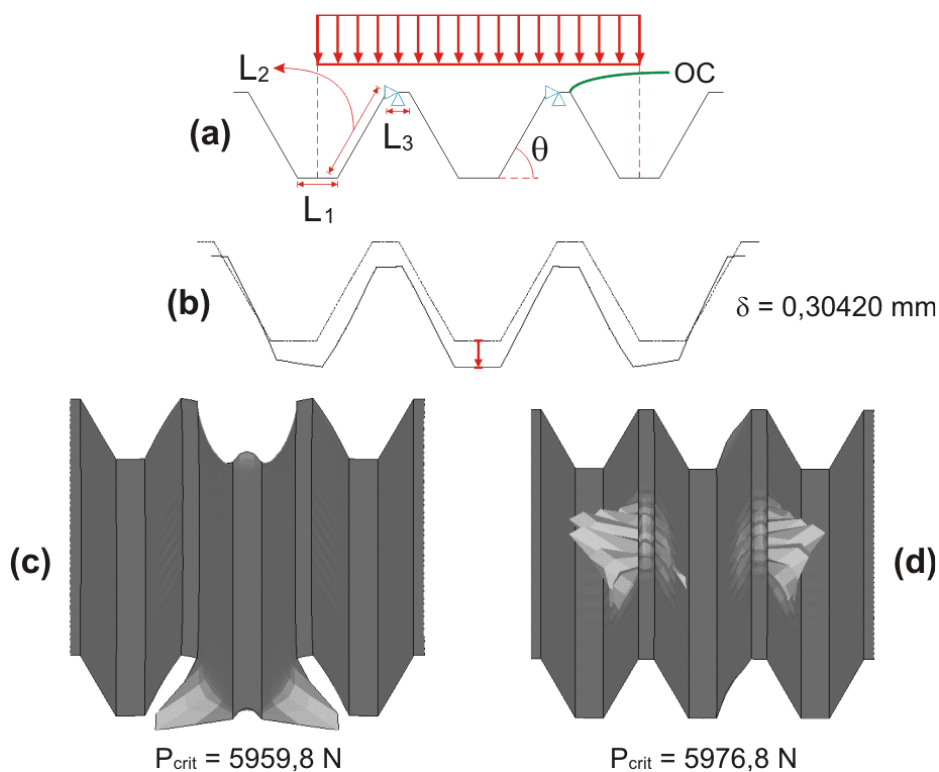
- Para o perfil com Fixação OC-R1, os quatro primeiros modos são concentrados na região próxima aos apoios. O quinto modo é um modo local nos elementos comprimidos no terço central do vão, porém, localizado nas ondas que compõem as bordas do Modelo Simplificado; isso pode ser interpretado, na telha real, como flambagem nas ondas adjacentes àquelas onde a carga é aplicada.
- Para o perfil ótimo com Fixação OC-R3, os dois primeiros modos também são modos concentrados na região dos apoios. O terceiro modo (com carga crítica muito próxima às dos dois primeiros) é o modo local dos elementos comprimidos no terço central do vão.
- Para o perfil comercial, o modo de flambagem característico é o local nos elementos comprimidos no terço central do vão. No caso de Fixação OT, ainda existe um modo global com carga crítica praticamente idêntica.
- O perfil comercial com Fixação OT apresenta flecha menor do que a do perfil comercial com Fixação OC, mas tem uma carga crítica menor.
- Para a telha com Fixação OT, observa-se que o perfil ótimo (Figura 7.4) tem uma inércia grande para elevar a carga crítica correspondente ao modo global. Já os lados de dimensão  $L_3$  são menores do que os do perfil comercial para elevar a carga crítica correspondente ao modo local nos elementos comprimidos.
- Para as telhas com Fixação OC, observa-se que os perfis ótimos (Figura 7.5 e Figura 7.6) têm os lados de dimensão  $L_3$  bastante reduzidos para elevar a carga crítica correspondente ao modo local (e também para reduzir a flecha, conforme é discutido mais adiante). Essa redução ocasiona o surgimento do modo localizado na região dos apoios; mas esse modo tem uma alta carga crítica associada.



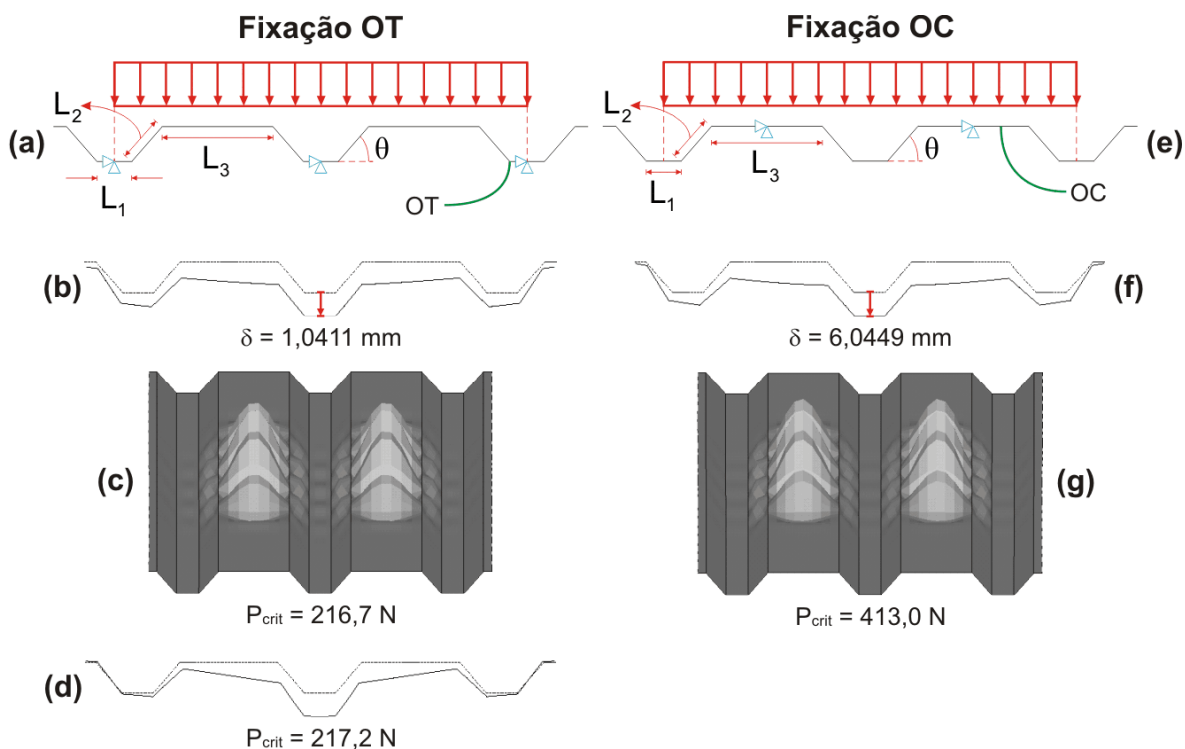
**Figura 7.4: Perfil ótimo resultante da otimização multi-objetivo com Fixação OT. (a) Variáveis de projeto, vinculação e sentido do carregamento. (b) Deformada no meio do vão. (c) Primeiro modo de flambagem. (d) Segundo modo de flambagem.**



**Figura 7.5: Perfil ótimo resultante da otimização multi-objetivo com Fixação OC-R1. (a) Variáveis de projeto, vinculação e sentido do carregamento. (b) Deformada no meio do vão. (c) Primeiro modo de flambagem. (d) Quinto modo de flambagem.**



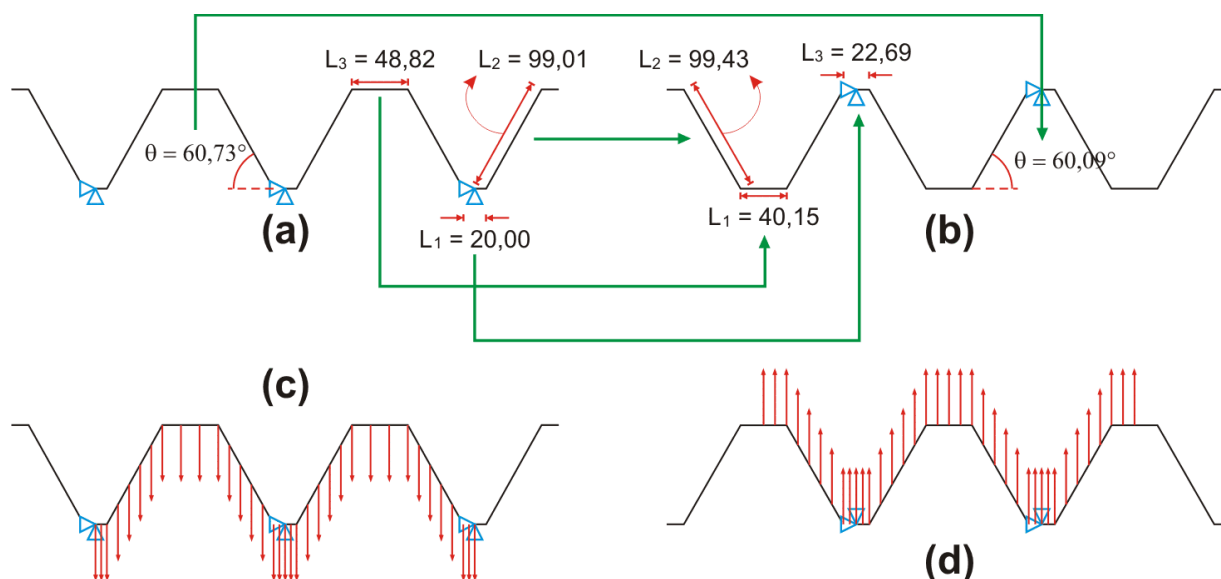
**Figura 7.6:** Perfil ótimo resultante da otimização multi-objetivo com Fixação OC-R3. (a) Variáveis de projeto, vinculação e sentido do carregamento. (b) Deformada no meio do vão. (c) Primeiro modo de flambagem. (d) Terceiro modo de flambagem.



**Figura 7.7:** Deformadas no meio do vão e modos de flambagem para a telha de perfil comercial, com os dois tipos de fixação nas extremidades. Fixação OT: (a) variáveis de projeto, vinculação e sentido do carregamento; (b) deformada; (c) primeiro modo; (d) terceiro modo. Fixação OC: (e) variáveis de projeto, vinculação e sentido do carregamento; (f) deformada; (g) primeiro modo.

### 7.3 Interpretação do Perfil Ótimo com Fixação nas Ondas Comprimidas

Na verdade, pode-se mostrar que o perfil ótimo com Fixação OC-R3 (Tabela 7.3) é consideravelmente semelhante ao perfil ótimo com Fixação OT. Essa semelhança está ilustrada na Figura 7.8(a) e (b). Observa-se que as variáveis  $L_2$  e  $\theta$  têm valores praticamente iguais entre os dois perfis. Com isso, o perfil ótimo com Fixação OC-R3 pode ser interpretado como um perfil com Fixação OT com carregamento oposto; esse raciocínio está esquematizado na Figura 7.8(c) e (d).



**Figura 7.8:** Comparação entre as dimensões (em mm) dos perfis ótimos: (a) perfil com Fixação OT; (b) perfil com Fixação OC-R3. Interpretação dos resultados obtidos: (c) perfil com Fixação OT; (d) perfil com Fixação OC-R3 interpretado como um perfil com Fixação OT e carregamento oposto.

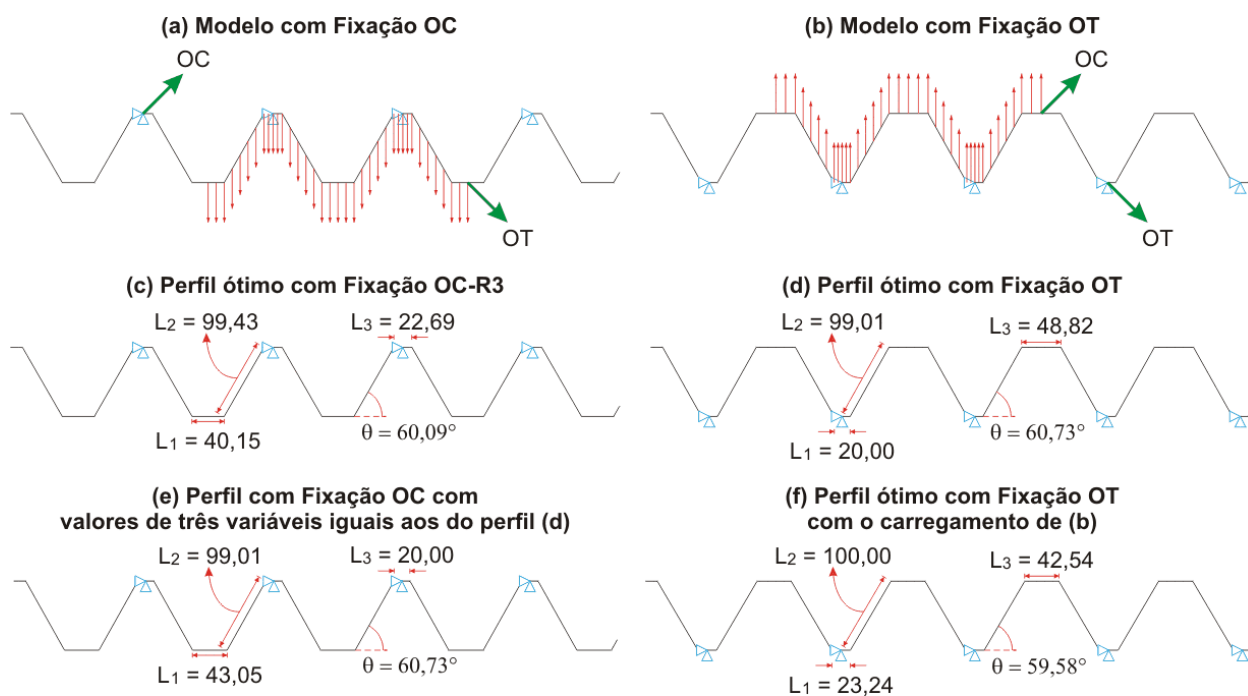
É importante ressaltar que o Modelo Simplificado da Figura 7.8(b) e (d) representa o carregamento real indicado na Figura 7.9(a), com a telha com Fixação OC. Sugere-se, aqui, que esse modelo represente um carregamento como o indicado na Figura 7.9(b), com a telha com Fixação OT. Como todos os perfis gerados na otimização devem respeitar a restrição que diz que  $5L_1 + 9L_2 + 4L_3 = 1186,56 \text{ mm}$  (Eq. (30)), o perfil da Figura 7.8(b) (reproduzido na Figura 7.9(c)), que é o ótimo com Fixação OC-R3, não é exatamente o melhor para representar o carregamento sugerido.

Para explicar isso, considera-se o perfil ótimo com Fixação OT (Figura 7.9(d)). Por exemplo, se um perfil com Fixação OC também tiver dimensão mínima nos lados onde estão os apoios ( $L_3$  igual a 20 mm), e tiver a dimensão  $L_2$  e o ângulo  $\theta$  com valores iguais aos assumidos pelo perfil ótimo com Fixação OT (99,01 mm e  $60,73^\circ$ , respectivamente), obtém-se um perfil com as dimensões ilustradas na Figura 7.9(e). Como esse perfil tem apenas 4 lados com



dimensão mínima, o valor de  $L_1$  só não pode assumir um valor mais próximo de  $L_3$  do perfil da Figura 7.9(d) (48,82 mm) devido à restrição de perímetro. Agora, o perfil ótimo com Fixação OC-R3 (Figura 7.9(c)) é muito mais semelhante ao perfil da Figura 7.9(e) do que ao perfil da Figura 7.9(d).

Assim, precisou-se fazer uma otimização do carregamento indicado na Figura 7.9(b). Ou seja, para otimizar um perfil com Fixação OT com solicitação de flexão oposta, utilizou-se um Modelo Simplificado com Fixação OC como o usual (Figura 4.22(d)), mas considerou-se a existência de 5 lados com apoios (em cada extremo da telha) para o cálculo da totalização do perímetro. Obteve-se o perfil exibido na Figura 7.9(f). A dimensão  $L_3$  desse perfil (42,54 mm) já é consideravelmente mais próxima dos 48,82 mm da dimensão  $L_1$  do perfil ótimo com Fixação OT, só não sendo igual, pois  $L_1$  agora vale 23,24 mm (por motivos estruturais descritos adiante).



**Figura 7.9: Explicação da otimização de um perfil com Fixação OT e solicitação oposta.**

Para concluir a semelhança entre o perfil ótimo com Fixação OT e o ótimo com Fixação OC, foi feita uma comparação entre os quatro perfis discutidos na Figura 7.9. Analisaram-se os perfis da Figura 7.9(c) e (e) com o carregamento da Figura 7.9(a), e os perfis da Figura 7.9(d) e (f) com o carregamento da Figura 7.9(b). É muito importante ressaltar que todos os perfis da Figura 7.9 foram analisados com Modelos Simplificados como os da Figura 4.22(d), isso é, com Fixação OC, mesmo que os mesmos representem um perfil real com Fixação OT (com solicitação oposta), caso dos perfis da Figura 7.9(d) e (f). A Tabela 7.5 mostra a contribuição de cada um dos três termos da Eq. (31) para o valor final da função objetivo (um valor *menor* representa um valor *melhor* para o termo analisado).

**Tabela 7.5: Contribuição de cada um dos termos da Eq. (31) para o valor final da função objetivo dos perfis discutidos na Figura 7.9.**

|                                | <b>Figura 7.9(c)</b> | <b>Figura 7.9(d)</b> | <b>Figura 7.9(e)</b> | <b>Figura 7.9(f)</b> |
|--------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $\delta/\delta_{padrão}$       | 1,4457               | 1,2300               | 1,2374               | 1,4862               |
| $P_{crit, padrão}/P_{crit}$    | 1,5050               | 1,7843               | 1,7573               | 1,4725               |
| $Cobertura_{padrão}/Cobertura$ | 1,6082               | 1,6231               | 1,6231               | 1,5988               |
| $f_{obj}$                      | 4,5589               | 4,6375               | 4,6179               | 4,5575               |

A partir dos resultados da Tabela 7.5, conclui-se que:

- O perfil idealizado na Figura 7.9(e), com dimensões mínimas nos apoios nas OC, oferece, como previsto, uma flecha menor do que a do perfil da Figura 7.9(c). Porém, a carga crítica de flambagem é bastante reduzida quando comparado com o perfil ótimo com Fixação OC-R3 (Figura 7.9(c)). Por isso, o perfil ótimo com Fixação OC-R3 não tem dimensão mínima nos apoios como o perfil ótimo com Fixação OT (Figura 7.9(d)).
- O melhor perfil com Fixação OT para resistir a um carregamento oposto ao usado nesse trabalho é o da Figura 7.9(f). Mesmo assim, se, para essa aplicação, for utilizado o perfil da Figura 7.9(d), otimizado para resistir ao carregamento convencional, a função objetivo será apenas 1,76% maior do que a do melhor perfil (Figura 7.9(f)). Assim, o perfil ótimo com Fixação OC-R3 da Tabela 7.3 foi capaz de sugerir que pode ser usado apenas um mesmo perfil - o perfil ótimo com Fixação OT (Tabela 7.3 e Figura 7.9(d)) - para resistir bem aos dois carregamentos discutidos.

#### 7.4 Comparação com a Telha Comercial

A Tabela 7.6 e a Tabela 7.7 comparam os melhores perfis obtidos na otimização multi-objetivo com o perfil da telha comercial. A Figura 7.10 ilustra a contribuição de cada termo da Eq. (31) para o valor final da função objetivo  $f_{obj}$ , ou seja, das parcelas referentes à minimização da flecha, à maximização carga crítica de flambagem elástica e à maximização da cobertura por unidade de comprimento. Nesse gráfico de barras, uma barra *menor* representa um valor *melhor* para a parcela analisada.

Para ambas as condições de fixação, os perfis ótimos obtidos, dentro do conceito de função multi-objetivo sem prioridades, são melhores do que o comercial. Para o caso de Fixação OC, a melhoria é mais significativa, o que leva à conclusão de que a telha comercial, quando utilizada com Fixação OC, apresenta um pior desempenho estrutural quando submetida a uma solicitação de flexão como a da Figura 4.3 e da Figura 4.22.

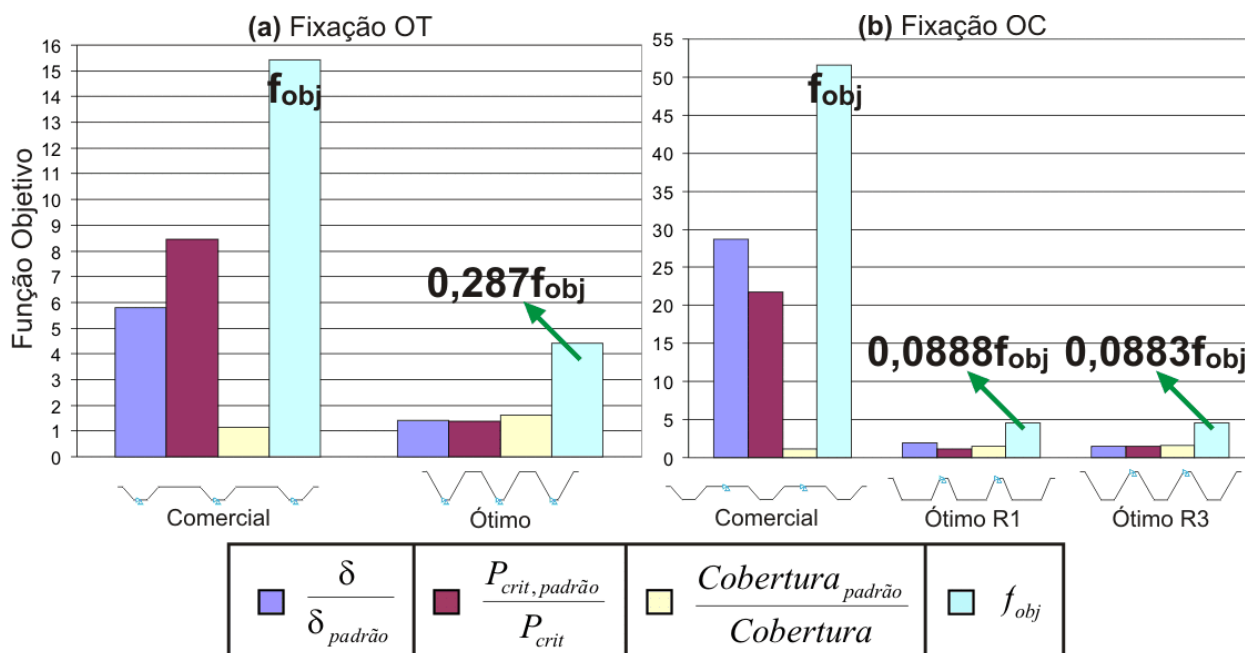
Para ambos os casos de fixação, o perfil ótimo apresenta apenas o termo referente à maximização da cobertura com valor maior (pior) do que o do comercial.

**Tabela 7.6: Comparação entre o perfil ótimo e o perfil comercial, para Fixação OT.**

|                                | Perfil Comercial | Perfil Ótimo | Diferença [%] |
|--------------------------------|------------------|--------------|---------------|
|                                |                  |              |               |
| $\delta$ [mm]                  | 1,04115          | 0,25545      | -75,5         |
| $P_{crit}$ [N]                 | 216,7            | 1329,2       | 513,4         |
| Cobertura [mm]                 | 1023,00          | 730,90       | -28,6         |
| $\delta/\delta_{padrão}$       | 5,7907           | 1,4208       | -75,5         |
| $P_{crit, padrão}/P_{crit}$    | 8,4658           | 1,3801       | -83,7         |
| $Cobertura_{padrão}/Cobertura$ | 1,1597           | 1,6231       | 40,0          |
| $f_{obj}$                      | 15,4162          | 4,4240       | -71,3         |

**Tabela 7.7: Comparação entre os perfis ótimos com Fixação OC-R1 e Fixação OC-R3 e o perfil comercial.**

|                                | Perfil Comercial | Perfil Ótimo R1 | Diferença [%] | Perfil Ótimo R3 | Diferença [%] |
|--------------------------------|------------------|-----------------|---------------|-----------------|---------------|
|                                |                  |                 |               |                 |               |
| $\delta$ [mm]                  | 6,04492          | 0,40007         | -93,4         | 0,30420         | -95,0         |
| $P_{crit}$ [N]                 | 413,0            | 7542,5          | 1726,3        | 5959,8          | 1343,1        |
| Cobertura [mm]                 | 1023,00          | 795,55          | -22,2         | 737,70          | -27,9         |
| $\delta/\delta_{padrão}$       | 28,7281          | 1,9013          | -93,4         | 1,4457          | -95,0         |
| $P_{crit, padrão}/P_{crit}$    | 21,7205          | 1,1892          | -94,5         | 1,5050          | -93,1         |
| $Cobertura_{padrão}/Cobertura$ | 1,1597           | 1,4912          | 28,6          | 1,6082          | 38,7          |
| $f_{obj}$                      | 51,6083          | 4,5817          | -91,1         | 4,5589          | -91,2         |



**Figura 7.10: Comparação entre os perfis ótimos e o perfil comercial, quanto à contribuição de cada termo da Eq. (31) para o valor da função objetivo: (a) Fixação OT; (b) Fixação OC.**

## 7.5 Alteração dos Parâmetros

Para ambos os casos de fixação nos extremos da telha, foi feito um estudo sobre a alteração dos parâmetros de projeto. Partindo-se dos perfis ótimos obtidos na otimização multi-objetivo, alteraram-se as variáveis com o objetivo de verificar o comportamento estrutural de perfis que sejam levemente diferentes dos ótimos.

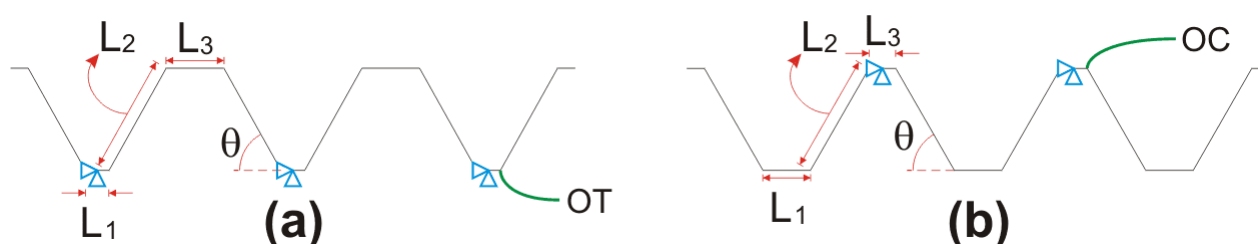
A alteração de qualquer uma das dimensões  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  implica necessariamente a alteração das outras duas variáveis, já que o perímetro do perfil deve ser mantido (Eq. (30)). Assim, foi feito um estudo da alteração entre a proporção dessas três dimensões. Portanto, deseja-se mudar essa proporção de modo que o perfil resultante apresente uma área de cobertura por unidade de comprimento 20 mm maior do que a do perfil ótimo. Para conseguir isso, existem três alternativas:

- Aumento da variável  $L_1$ , que implica diminuição das variáveis  $L_2$  e  $L_3$ , sem alteração da proporção entre as últimas;
- Aumento da variável  $L_3$ , que implica diminuição das variáveis  $L_1$  e  $L_2$ , sem alteração da proporção entre as últimas;
- Diminuição da variável  $L_2$ , ou, em outras palavras, aumento simultâneo das variáveis  $L_1$  e  $L_3$ , sem alteração da proporção entre as últimas. Deve-se observar que não é possível

aumentar a área de cobertura aumentando-se  $L_2$ , visto que o aumento dos elementos inclinados (almas) implica diminuição de elementos horizontais.

Ainda existe a possibilidade de se aumentar a área de cobertura diminuindo-se o ângulo  $\theta$ , o que não exige a modificação das outras variáveis de projeto.

Para melhor visualização, a Figura 7.11 reproduz os perfis ótimos com Fixação OT e Fixação OC-R3, com os parâmetros indicados.



**Figura 7.11: (a) Parâmetros indicados no perfil ótimo com Fixação OT. (b) Parâmetros indicados no perfil ótimo com Fixação OC-R3.**

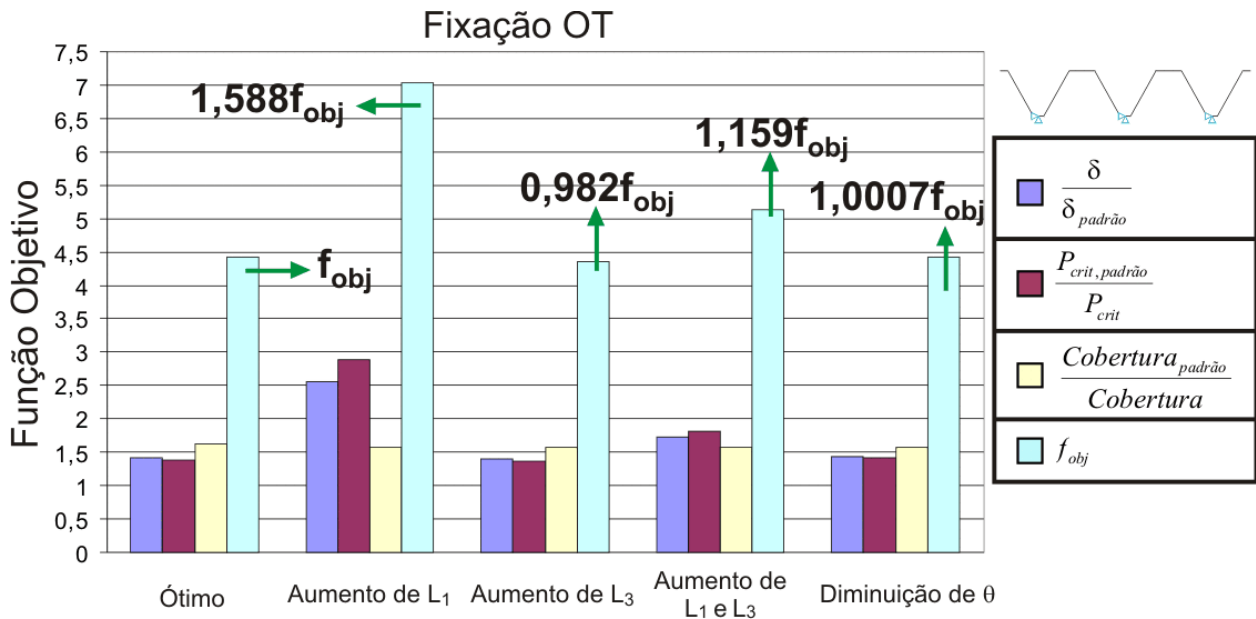
A Tabela 7.8 e a Tabela 7.9 listam os perfis modificados. A Figura 7.12, a Figura 7.13 e a Figura 7.14 ilustram a contribuição de cada termo da Eq. (31) para o valor final da função objetivo  $f_{obj}$ , traçando uma comparação com o perfil ótimo (um valor *menor* representa um valor *melhor* para o termo analisado).  $L_{1,otim}$ ,  $L_{2,otim}$ ,  $L_{3,otim}$  e  $\theta_{otim}$  são os valores das variáveis de projeto dos perfis ótimos, e  $f_{obj,otim}$  é o valor da função objetivo dos mesmos perfis.

**Tabela 7.8: Perfis modificados com Fixação OT que apresentam área de cobertura por unidade de comprimento 20 mm maior do que a do perfil ótimo, e os respectivos valores da função objetivo (Eq. (31)).**

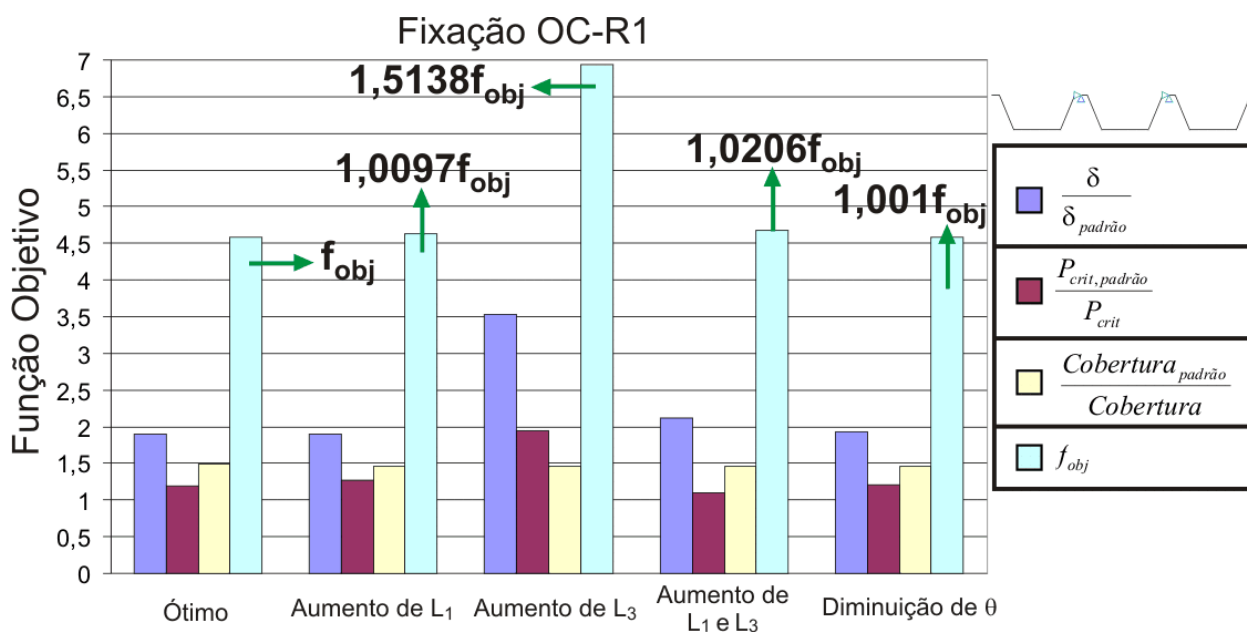
| Modificação              | Valores Modificados  |                      |                      |                         |                         |
|--------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-------------------------|-------------------------|
|                          | $L_1$ [mm]           | $L_2$ [mm]           | $L_3$ [mm]           | $\theta$ [graus]        | $f_{obj}$               |
| Nenhuma (Perfil Ótimo)   | $L_{1,otim} = 20,00$ | $L_{2,otim} = 99,01$ | $L_{3,otim} = 48,82$ | $\theta_{otim} = 60,73$ | $f_{obj,otim} = 4,4240$ |
| Aumento de $L_1$         | $1,477L_{1,otim}$    | $0,956L_{2,otim}$    | $0,956L_{3,otim}$    | $\theta_{otim}$         | $1,588f_{obj,otim}$     |
| Aumento de $L_3$         | $0,956L_{1,otim}$    | $0,956L_{2,otim}$    | $1,223L_{3,otim}$    | $\theta_{otim}$         | $0,982f_{obj,otim}$     |
| Aumento de $L_1$ e $L_3$ | $1,133L_{1,otim}$    | $0,956L_{2,otim}$    | $1,133L_{3,otim}$    | $\theta_{otim}$         | $1,159f_{obj,otim}$     |
| Diminuição de $\theta$   | $L_{1,otim}$         | $L_{2,otim}$         | $L_{3,otim}$         | $0,976\theta_{otim}$    | $1,0007f_{obj,otim}$    |

**Tabela 7.9: Perfis modificados com Fixação OC que apresentam área de cobertura por unidade de comprimento 20 mm maior do que a do perfil ótimo, e os respectivos valores da função objetivo (Eq. (31)).**

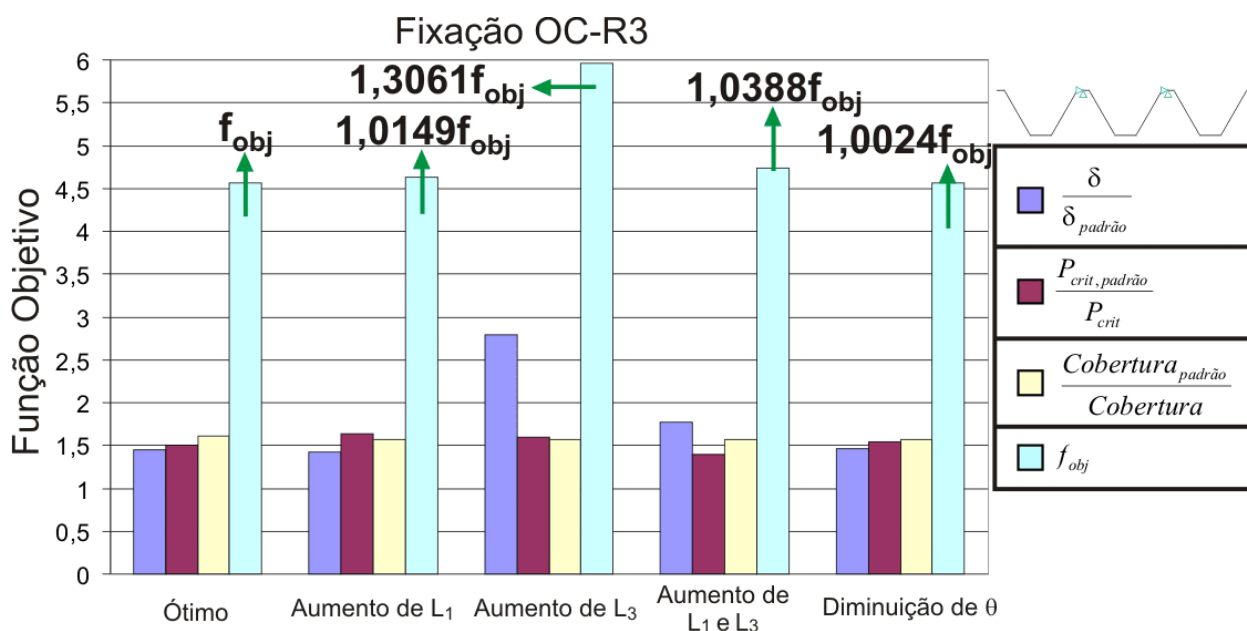
| Perfil        | Modificação              | Valores Modificados  |                      |                      |                         |                         |
|---------------|--------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-------------------------|-------------------------|
|               |                          | $L_1$ [mm]           | $L_2$ [mm]           | $L_3$ [mm]           | $\theta$ [graus]        | $f_{obj}$               |
| Fixação OC-R1 | Nenhuma (Perfil Ótimo)   | $L_{1,otim} = 89,43$ | $L_{2,otim} = 71,51$ | $L_{3,otim} = 23,90$ | $\theta_{otim} = 66,87$ | $f_{obj,otim} = 4,5817$ |
|               | Aumento de $L_1$         | $1,085L_{1,otim}$    | $0,949L_{2,otim}$    | $0,949L_{3,otim}$    | $\theta_{otim}$         | $1,0097f_{obj,otim}$    |
|               | Aumento de $L_3$         | $0,949L_{1,otim}$    | $0,949L_{2,otim}$    | $1,584L_{3,otim}$    | $\theta_{otim}$         | $1,5138f_{obj,otim}$    |
|               | Aumento de $L_1$ e $L_3$ | $1,061L_{1,otim}$    | $0,949L_{2,otim}$    | $1,061L_{2,otim}$    | $\theta_{otim}$         | $1,0206f_{obj,otim}$    |
|               | Diminuição de $\theta$   | $L_{1,otim}$         | $L_{2,otim}$         | $L_{3,otim}$         | $0,971\theta_{otim}$    | $1,0009f_{obj,otim}$    |
| Fixação OC-R3 | Nenhuma (Perfil Ótimo)   | $L_{1,otim} = 40,15$ | $L_{2,otim} = 99,43$ | $L_{3,otim} = 22,69$ | $\theta_{otim} = 60,09$ | $f_{obj,otim} = 4,5589$ |
|               | Aumento de $L_1$         | $1,219L_{1,otim}$    | $0,955L_{2,otim}$    | $0,955L_{3,otim}$    | $\theta_{otim}$         | $1,0149f_{obj,otim}$    |
|               | Aumento de $L_3$         | $0,955L_{1,otim}$    | $0,955L_{2,otim}$    | $1,538L_{3,otim}$    | $\theta_{otim}$         | $1,3061f_{obj,otim}$    |
|               | Aumento de $L_1$ e $L_3$ | $1,137L_{1,otim}$    | $0,955L_{2,otim}$    | $1,137L_{3,otim}$    | $\theta_{otim}$         | $1,0388f_{obj,otim}$    |
|               | Diminuição de $\theta$   | $L_{1,otim}$         | $L_{2,otim}$         | $L_{3,otim}$         | $0,975\theta_{otim}$    | $1,0024f_{obj,otim}$    |



**Figura 7.12: Comparação entre o perfil ótimo com Fixação OT e os perfis modificados quanto à contribuição de cada termo da Eq. (31) para o valor da função objetivo.**



**Figura 7.13:** Comparação entre o perfil ótimo com Fixação OC-R1 e os perfis modificados quanto à contribuição de cada termo da Eq. (31) para o valor da função objetivo.



**Figura 7.14:** Comparação entre o perfil ótimo com Fixação OC-R3 e os perfis modificados quanto à contribuição de cada termo da Eq. (31) para o valor da função objetivo.

**Observações sobre o comportamento estrutural dos perfis modificados resultantes do perfil ótimo com Fixação OT:**

Pelo gráfico da Figura 7.12 e pelos resultados da Tabela 7.8, podem-se fazer observações a partir de cada alteração realizada.

**Aumento de  $L_1$ .** A flecha aumenta grandemente devido ao aumento dos elementos de dimensão  $L_1$ , onde estão os apoios das extremidades. A carga crítica também é bastante reduzida devido ao aumento de  $L_1$ , já que esse aumento favorece o modo de flambagem global (Figura 7.4(c)).

**Aumento de  $L_3$ .** A flecha diminui devido à diminuição dos elementos de dimensão  $L_1$ , onde estão os apoios das extremidades. Com essa diminuição, o modo de flambagem global (Figura 7.4(c)) é eliminado, sendo que o modo local (Figura 7.4(d)) passa a ser o primeiro. A carga crítica do modo local é diminuída com o aumento de  $L_3$ , porém, a mesma é maior do que a do modo global antes apresentado pelo perfil ótimo (sem modificações). Considerando-se ainda o aumento de 20 mm na cobertura, esse perfil é uma melhor alternativa do que o perfil ótimo sem modificações. Entretanto, convém lembrar que o perfil aqui discutido não respeita a dimensão mínima de 20 mm para os lados que o compõem (ver Tabela 7.8).

**Aumento de  $L_1$  e  $L_3$ .** Do mesmo modo que a telha modificada com o aumento de  $L_1$ , a flecha aumenta e a carga crítica diminui. Mas como o aumento da dimensão  $L_1$  não é tão grande, a função objetivo não é tão maior do que a do perfil ótimo (sem modificações).

**Diminuição de  $\theta$**  A telha resultante dessa modificação é, na prática, equivalente à de perfil ótimo. A telha perde rigidez globalmente, ou seja, fica mais “aberta” com a diminuição do ângulo. Isso ocasiona um pequeno aumento da flecha e uma pequena diminuição da carga crítica (do modo global), que são praticamente compensados pelo ganho de 20 mm de cobertura.

### **Observações sobre o comportamento estrutural dos perfis modificados resultantes do perfil ótimo com Fixação OC-R1:**

Pelo gráfico da Figura 7.13 e pelos resultados da Tabela 7.9, podem-se fazer observações a partir de cada alteração realizada.

**Aumento de  $L_1$ .** A flecha diminui devido à diminuição dos elementos de dimensão  $L_3$ , onde estão os apoios das extremidades. Porém, essa diminuição favorece o modo de flambagem na região dos apoios (Figura 7.5(c)), diminuindo sua carga crítica.



**Aumento de  $L_3$ .** A flecha aumenta grandemente devido ao aumento dos elementos de dimensão  $L_3$ , onde estão os apoios das extremidades. Esse aumento também favorece o modo de flambagem local nos elementos comprimidos do centro do vão da telha, reduzindo drasticamente a carga crítica.

**Aumento de  $L_1$  e  $L_3$ .** A flecha aumenta devido ao aumento dos elementos de dimensão  $L_3$ , onde estão os apoios das extremidades. Esse aumento elimina o modo local na região dos apoios (Figura 7.5(c)), fazendo com que o primeiro seja um modo local como o da Figura 7.5(d), de maior carga crítica. Mesmo assim, considerando-se os três objetivos, esse perfil não é melhor do que o ótimo sem modificações.

**Diminuição de  $\theta$ .** Do mesmo modo que a telha com Fixação OT, essa telha é praticamente equivalente à de perfil ótimo sem modificações.

#### **Observações sobre o comportamento estrutural dos perfis modificados resultantes do perfil ótimo com Fixação OC-R3:**

Pelo gráfico da Figura 7.14 e pelos resultados da Tabela 7.9, podem-se fazer observações a partir de cada alteração realizada.

**Aumento de  $L_1$ .** A flecha diminui devido à diminuição dos elementos de dimensão  $L_3$ , onde estão os apoios das extremidades. Porém, essa diminuição favorece o modo de flambagem local na região dos apoios (Figura 7.6(c)), diminuindo sua carga crítica.

**Aumento de  $L_3$ .** A flecha aumenta grandemente devido ao aumento dos elementos de dimensão  $L_3$ , onde estão os apoios das extremidades. Esse aumento também favorece o modo de flambagem local nos elementos comprimidos do centro do vão da telha (Figura 7.6(d)), que passa a ser o primeiro, com uma carga crítica menor. Porém, a redução da carga crítica não é tão drástica quanto a que se observa no perfil ótimo com Fixação OC-R1, quando é feita a mesma modificação.

**Aumento de  $L_1$  e  $L_3$ .** A flecha aumenta devido ao aumento dos elementos de dimensão  $L_3$ , onde estão os apoios nas extremidades. Esse aumento elimina o modo local na região dos

apoios (Figura 7.6(c)), fazendo com que o primeiro seja um modo local como o da Figura 7.6(d), de maior carga crítica. Mesmo assim, considerando-se os três objetivos, esse perfil não é melhor do que o ótimo sem modificações.

***Diminuição de  $\theta$***  Do mesmo modo que a telha com Fixação OT e a telha com Fixação OC-R1, essa telha é praticamente equivalente à de perfil ótimo sem modificações.

### **Observações gerais sobre o comportamento estrutural dos perfis modificados:**

O comportamento estrutural dos perfis modificados pode ser resumido com as seguintes observações:

- Quando a dimensão dos elementos onde estão os apoios das extremidades ( $L_1$  para telha com Fixação OT e  $L_3$  para telha com Fixação OC) é aumentada, ocorre grande aumento da flecha, aumentando também a função objetivo. Mahendran, 1994, comenta sobre a grande deformação de telhas trapezoidais quando sujeitas ao efeito da sucção do vento.
- Para a telha com Fixação OT, o aumento da dimensão  $L_1$  favorece o modo de flambagem global (Figura 7.4(c)), enquanto o aumento de  $L_3$  favorece o modo de flambagem local (Figura 7.4(d)).
- Para a telha com Fixação OC, o aumento da dimensão  $L_3$ , embora aumente a flecha, também aumenta a carga crítica do modo local da região dos apoios (Figura 7.5(c) e Figura 7.6(c)). Se o aumento for muito grande, é favorecido o modo de flambagem local nos elementos comprimidos no meio do vão (Figura 7.5(d) e Figura 7.6(d)).
- Uma pequena diminuição do ângulo pouco altera o valor final da função objetivo, pois a perda de desempenho estrutural referente a um objetivo é compensada pelo ganho de desempenho referente a outro. Assim, sugere-se que a alteração dessa variável seja de grande utilidade prática para se ganhar cobertura em um projeto.

Foi feita uma busca em alguns pontos da vizinhança do ponto ótimo. O único ponto vizinho que apresentou uma diminuição do valor final da função objetivo definida pela Eq. (31) foi o que representa uma telha ótima com Fixação OT com a dimensão  $L_3$  aumentada (com conseqüente diminuição das dimensões  $L_1$  e  $L_2$ ). Porém, esse ponto não obedece à restrição de dimensão mínima de 20 mm para os lados do perfil (ver Tabela 7.8), não pertencendo ao espaço de soluções possíveis.

## 7.6 Variação dos Pesos

Até aqui, a otimização multi-objetivo realizada nesse trabalho foi regida pela Eq. (31). Observa-se que cada um dos termos dessa equação tem o mesmo peso, ou seja, cada termo é multiplicado pelo coeficiente 1. Assim, nenhum objetivo é priorizado na otimização.

Caso os pesos de cada termo sejam diferentes, algum objetivo está sendo priorizado em relação a outro. Definindo  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  como os pesos atribuídos aos termos referentes à minimização da flecha, à maximização da carga crítica de flambagem elástica e à maximização da área de cobertura por unidade de comprimento, respectivamente, a Eq. (31) pode ser reescrita como mostra a Eq. (36):

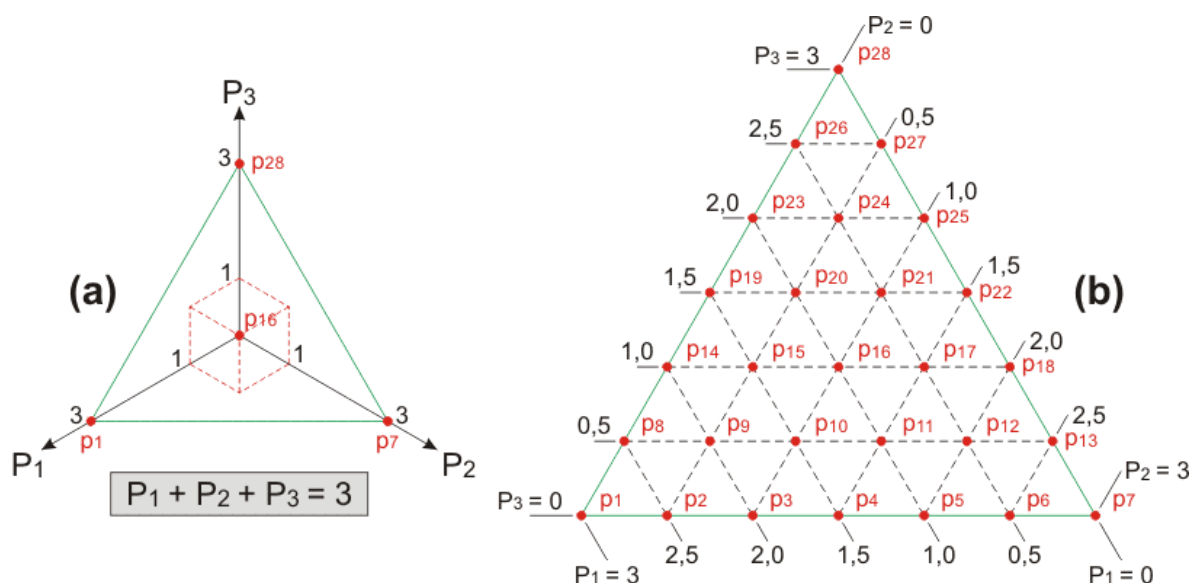
$$f_{obj} = P_1 \left( \frac{\delta}{\delta_{padrão}} \right) + P_2 \left( \frac{P_{crit, padrão}}{P_{crit}} \right) + P_3 \left( \frac{Cobertura_{padrão}}{Cobertura} \right) \quad (36)$$

A otimização multi-objetivo com diferentes pesos para cada termo da Eq. (36) conduz a novas geometrias ótimas para o perfil da telha estudada. Por isso, realizou-se um estudo da variação da geometria ótima do perfil com a definição de prioridades para cada um dos objetivos da otimização. Foi estudado apenas o caso de Fixação OT.

Para que os resultados sejam comparáveis com o fornecido pela Eq. (31), a soma dos pesos dos três termos deve ser constante, conforme a Eq. (37):

$$P_1 + P_2 + P_3 = 3 \quad (37)$$

A Eq. (37) representa a equação de um plano no espaço (Figura 7.15(a)). A região de interesse desse plano é um triângulo, que pode ser discretizado com base em coordenadas naturais de área, conforme a Figura 7.15(b). Cada um dos pontos utilizados na discretização da figura corresponde a uma nova combinação de pesos, os quais definem o quanto de prioridade se dá a algum objetivo em relação ao outro. Esses pontos foram utilizados juntamente com a Eq. (36) para a obtenção de novos resultados.



**Figura 7.15: (a) Plano definido pela soma dos pesos de cada termo da otimização multi-objetivo. (b) Discretização do triângulo de interesse em coordenadas naturais de área. Cada ponto foi utilizado na otimização multi-objetivo.**

A Tabela 7.10 lista as geometrias ótimas obtidas com a utilização de cada um dos pontos da Figura 7.15(b) na otimização multi-objetivo da Eq. (36); o valor da função objetivo de cada caso também está indicado. Os resultados dos pontos  $p1$ ,  $p7$  e  $p16$  são os mesmos resultados obtidos para otimização mono-objetivo da flecha, otimização mono-objetivo da carga crítica e otimização multi-objetivo da Eq. (31).

O ponto  $p28$  representa o que seria a otimização mono-objetivo da área de cobertura, mas se sabe, de antemão, que o perfil ótimo para esse caso é uma chapa plana. Assim, definiu-se que o ângulo  $\theta$  vale  $0^\circ$ , enquanto as demais variáveis foram escolhidas como as mesmas dos pontos próximos, por simplicidade. Na verdade, essas variáveis podem assumir qualquer valor sem alteração da geometria da chapa plana e de sua função objetivo.

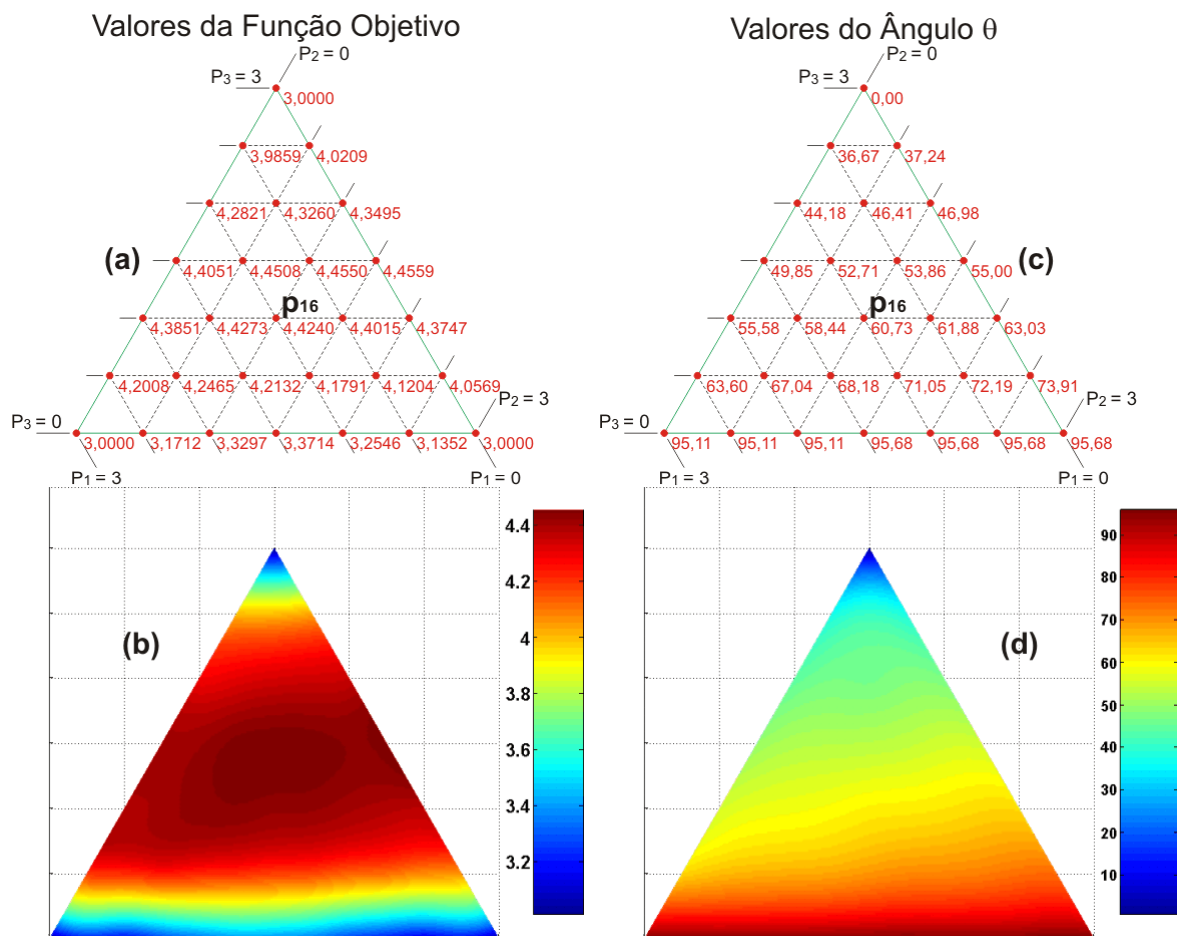
**Tabela 7.10: Resultados da otimização da Eq. (36) para cada um dos pontos da Figura 7.15(b).**

| Ponto | $L_1$ [mm] | $L_2$ [mm] | $L_3$ [mm] | $\theta$ [graus] | $f_{obj}$ |
|-------|------------|------------|------------|------------------|-----------|
| 1     | 20,00      | 111,82     | 20,00      | 95,11            | 3,0000    |
| 2     | 20,00      | 111,82     | 20,00      | 95,11            | 3,1712    |
| 3     | 20,00      | 110,48     | 23,00      | 95,11            | 3,3297    |
| 4     | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 95,68            | 3,3741    |
| 5     | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 95,68            | 3,2546    |
| 6     | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 95,68            | 3,1352    |
| 7     | 20,51      | 99,45      | 47,18      | 95,68            | 3,0000    |
| 8     | 20,00      | 111,82     | 20,00      | 63,60            | 4,2008    |
| 9     | 20,00      | 102,93     | 40,00      | 67,04            | 4,2465    |
| 10    | 20,00      | 102,93     | 40,00      | 68,18            | 4,2132    |
| 11    | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 71,05            | 4,1791    |
| 12    | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 72,19            | 4,1204    |
| 13    | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 73,91            | 4,0569    |
| 14    | 20,00      | 111,82     | 20,00      | 55,58            | 4,3851    |
| 15    | 20,00      | 102,93     | 40,00      | 58,44            | 4,4273    |
| 16    | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 60,73            | 4,4240    |
| 17    | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 61,88            | 4,4015    |
| 18    | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 63,03            | 4,3747    |
| 19    | 20,00      | 108,26     | 28,00      | 49,85            | 4,4051    |
| 20    | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 52,71            | 4,4508    |
| 21    | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 53,86            | 4,4550    |
| 22    | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 55,00            | 4,4559    |
| 23    | 20,00      | 106,48     | 32,00      | 44,18            | 4,2821    |
| 24    | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 46,41            | 4,3260    |
| 25    | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 46,98            | 4,3495    |
| 26    | 20,00      | 104,71     | 36,00      | 36,67            | 3,9859    |
| 27    | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 37,24            | 4,0209    |
| 28    | 20,00      | 99,01      | 48,82      | 0,00             | 3,0000    |

A Figura 7.16 exibe, sobre o triângulo da Figura 7.15(b), os valores da função objetivo e do ângulo  $\theta$  para cada um dos pontos da Tabela 7.10. Também são mostrados gráficos de gradientes de cores resultantes da interpolação dos valores dos pontos estudados. Observa-se o seguinte:

- O valor da função objetivo é mínimo para os pontos correspondentes às otimizações mono-objetivo da flecha e da carga crítica e para o ponto que corresponde à cobertura máxima sem consideração dos outros dois objetivos.
- O valor da função objetivo é maior nas proximidades do ponto 16, que corresponde à otimização multi-objetivo com pesos iguais. Nota-se uma região mais escura no meio do triângulo da Figura 7.16(b).

- Seguindo as linhas de mesmo  $P_1$  e as linhas de mesmo  $P_2$ , os melhores valores da função objetivo dos pontos dessas linhas localizam-se próximos à linha  $P_3 = 0$ , ou seja, quando não se deseja otimizar a cobertura da telha.
- Seguindo as linhas de mesmo  $P_3$ , os melhores valores da função objetivo encontram-se mais próximos à linha  $P_1 = 0$  quando  $P_3 \leq 1$ . Quando  $P_3 > 1$ , os melhores valores localizam-se próximos à linha correspondente a  $P_2 = 0$ .
- O valor do ângulo  $\theta$  é máximo sobre a linha  $P_3 = 0$ . O ângulo máximo é limitado pela restrição de que os elementos do perfil não podem cruzar-se.
- O valor do ângulo  $\theta$  diminui com o aumento de  $P_3$ .
- Seguindo as linhas de mesmo  $P_3$ , o valor do ângulo  $\theta$  diminui quando se move em direção a linha  $P_2 = 0$ . Isso pode ser observado na Figura 7.16(d), onde as zonas de mesma cor estão inclinadas em relação às linhas horizontais que representam as linhas de mesmo  $P_3$ .

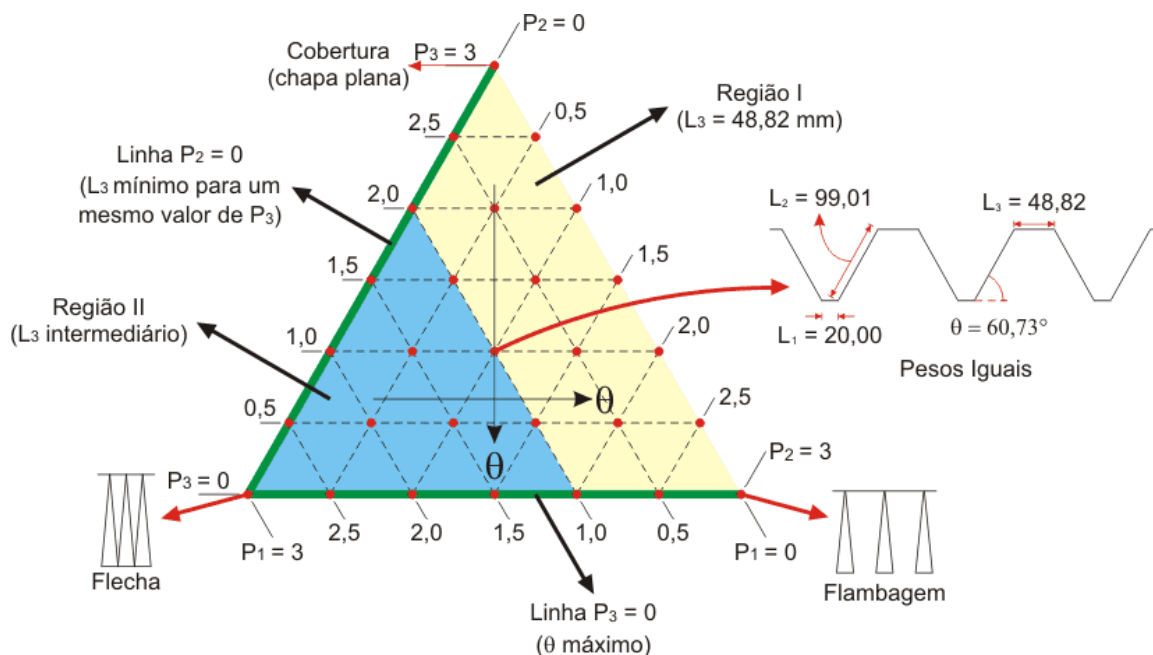


**Figura 7.16:** (a) Valores da função objetivo para cada ponto do triângulo. (b) Valores da função objetivo para toda região do triângulo (obtidos por interpolação). (c) Valores do ângulo  $\theta$  (em graus) para cada ponto do triângulo. (d) Valores do ângulo  $\theta$  (em graus) para toda a região do triângulo (obtidos por interpolação).

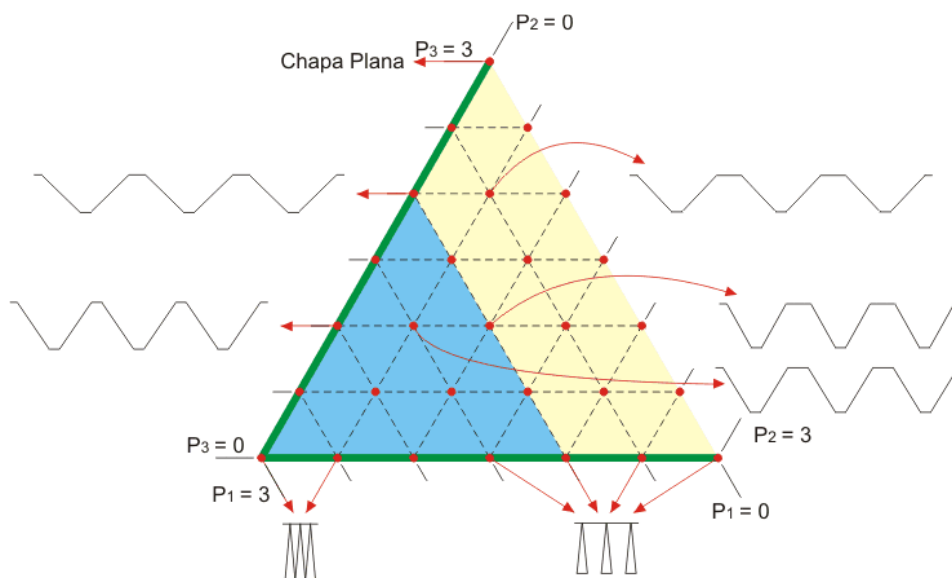
A Figura 7.17 esquematiza as conclusões que podem ser tiradas das dimensões dos diversos perfis listados na Tabela 7.10. São elas:

- Pode-se dividir o triângulo em duas regiões (Região I e Região II) e duas linhas (Linha  $P_2 = 0$  e Linha  $P_3 = 0$ ), que caracterizam bem os perfis obtidos em todos os pontos.
- Na Região I, todos os perfis obtidos (inclusive os referentes aos pontos sobre a linha  $P_1 = 1$ , mas exceto os referentes aos pontos sobre a linha  $P_2 = 0$ ) apresentam dimensões  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  iguais às do perfil resultante da otimização multi-objetivo com pesos iguais ( $p16$  da Figura 7.15).
- Sobre a linha  $P_2 = 0$ , as dimensões  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  dos perfis assemelham-se às do perfil obtido através da otimização mono-objetivo da flecha ( $p1$  da Figura 7.15), sendo que o lado  $L_3$  vai aumentando com o aumento do peso  $P_3$ . O lado  $L_3$  é o menor para todos os pontos sobre uma linha de mesmo  $P_3$ .
- Na Região II, os perfis obtidos têm dimensões intermediárias entre os perfis da Região I e os perfis da linha  $P_2 = 0$ .
- Sobre a linha  $P_3 = 0$ , os perfis com dimensões iguais às do perfil resultante da otimização multi-objetivo com pesos iguais ( $p16$  da Figura 7.15) são obtidos para peso  $P_2$  de até 1,5, ao invés de 1,0 como ocorre quando se tem  $P_3 > 0$ .

A Figura 7.17 ainda ilustra esquematicamente as direções e sentidos nos quais o ângulo do perfil aumenta, conforme discutido anteriormente. Também estão ilustrados os perfis obtidos na otimização mono-objetivo da flecha e da carga crítica ( $p1$  e  $p7$ , respectivamente) e o perfil obtido na otimização multi-objetivo com pesos iguais ( $p16$ ), e é destacado o ponto que corresponde ao que seria a otimização mono-objetivo da cobertura ( $p28$ ), que representa uma chapa plana. A Figura 7.18 exhibe alguns dos diferentes perfis obtidos que caracterizam bem a variação da geometria com a variação dos pesos.



**Figura 7.17: Desenho esquemático da variação da geometria do perfil com a variação dos pesos.**



**Figura 7.18: Diferentes perfis obtidos para diferentes combinações de pesos.**

Com o estudo da variação dos pesos de cada objetivo da otimização, foi possível chegar às seguintes conclusões, que são úteis recomendações práticas em um projeto de uma telha trapezoidal:

- Pode-se dividir o espaço de soluções (que representa todas as alternativas de perfis) em duas regiões (Região I e Região II) e duas linhas (Linha  $P_2 = 0$  e Linha  $P_3 = 0$ ), que caracterizam bem os perfis obtidos em todos os pontos.



- Os lados do perfil onde estão os apoios nas extremidades (os de dimensão  $L_1$ ) devem ter dimensão mínima (considerando a faixa de valores definida na Seção 4.6).
- Quanto mais se quer priorizar a maximização da área de cobertura da telha, menor deve ser o ângulo do perfil.
- Quando se quer maximizar a carga crítica de flambagem elástica (ou seja, quando não se está sobre a linha  $P_2 = 0$ ), a maior região do triângulo fornece perfis com dimensões muito próximas às do perfil obtido através da otimização multi-objetivo com pesos iguais (sendo que dentro da Região I, as dimensões são as mesmas). Por praticidade, sugere-se que se utilize um perfil com essas dimensões para todos os casos em que se deseja minimizar flecha e maximizar carga crítica de flambagem simultaneamente, mesmo que priorizando a minimização flecha em detrimento da carga crítica (Região II). Assim, no caso no qual se prioriza a minimização da flecha, sugere-se apenas o aumento do ângulo do perfil. Observando o sentido de crescimento do ângulo na Figura 7.17, constata-se que quanto mais se prioriza a minimização da flecha em relação à maximização da carga crítica (quanto mais próximo se está da linha  $P_2 = 0$ ), menor é o ângulo do perfil. Se os perfis como os da linha  $P_2 = 0$ , que possuem  $L_3$  pequeno, forem substituídos por perfis com dimensões iguais às do perfil da otimização multi-objetivo com pesos iguais, com  $L_3$  maior, o ângulo, de fato, deverá ser aumentado para reduzir a flecha.
- Do mesmo modo que no caso no qual se deseja priorizar a flecha em detrimento da carga crítica, para o projeto de uma telha no qual se deseja priorizar a área de cobertura, deve-se apenas alterar o ângulo do perfil, sendo necessária uma diminuição nesse caso.

Assim, para qualquer prioridade que se dê aos três objetivos da otimização, recomenda-se, por praticidade, a utilização das mesmas dimensões para os lados do perfil em um projeto de telha trapezoidal, sendo necessária apenas a alteração do ângulo de acordo com as prioridades (pesos da Eq. (36)) estabelecidas.

Essa conclusão já havia sido prevista na Seção 7.5, onde se observou que a alteração do ângulo  $\theta$  pouco alterava o valor da função objetivo. Ou seja, uma pequena variação do ângulo não aumenta significativamente a flecha nem diminui drasticamente a carga crítica.

## 7.7 Conclusões

Nesse capítulo, foi realizada a otimização de um perfil de telha trapezoidal sob solicitação de flexão pura com o uso de Algoritmos Genéticos. Buscou-se a geometria que, cobrindo a maior área possível, apresentasse menor flecha no meio do vão e oferecesse maior

carga crítica de flambagem elástica diante de um carregamento de flexão que simule o efeito da sucção do vento em um telhado (ver Seção 4.1). Foram estudadas duas condições de fixação das telhas em suas extremidades: Fixação nas Ondas Tracionadas (Fixação OT) e Fixação nas Ondas Comprimidas (Fixação OC). Chegou-se às seguintes conclusões e sugestões:

- Através das otimizações mono-objetivo realizadas (Seção 7.1), foram obtidos os melhores perfis de telhas que apresentassem a menor flecha no meio do vão ou a maior carga crítica de flambagem elástica. Esses perfis, embora sejam os melhores para os objetivos otimizados, não são de fabricação viável.
- Os resultados da otimização mono-objetivo acusam convergência prematura em algumas rodadas, principalmente para a minimização da flecha. Cabe um estudo detalhado dos parâmetros e dos operadores genéticos utilizados no algoritmo.
- Os perfis obtidos na otimização multi-objetivo (Seção 7.2) apresentam características semelhantes às dos perfis resultantes da otimização mono-objetivo. Mas, nesse caso, os perfis apresentam uma maior área de cobertura. Assim, a função objetivo proposta na Eq. (31) mostrou-se eficiente para a otimização multi-objetivo, normalizando cada um dos objetivos, deixando-os com a mesma ordem de grandeza. Cabe ressaltar que não foram utilizadas técnicas de otimização multi-objetivo propriamente ditas.
- Optou-se por não limitar o ângulo de projeto. Com isso, foi possível provar, através da otimização multi-objetivo, que, em um projeto de telha que considere a maximização da área de cobertura, o melhor perfil terá um ângulo menor do que  $90^\circ$ , garantindo a viabilidade de fabricação. Resta estudar se os perfis ótimos obtidos também são uma alternativa econômica do ponto de vista de conformação.
- A otimização multi-objetivo da telha com Fixação nas Ondas Comprimidas (Fixação OC) resultou em dois perfis distintos, com valores da função objetivo muito próximos. Um deles apresenta menor flecha, enquanto o outro é melhor para resistir à flambagem; no fim, na soma dos objetivos, as diferenças compensam-se.
- O perfil resultante da Rodada 3 da otimização multi-objetivo da telha com Fixação OC (Fixação OC-R3), conforme Tabela 7.3, é bastante semelhante ao perfil ótimo obtido para a telha com Fixação nas Ondas Tracionadas (Fixação OT). Estudando-se as semelhanças, foi possível concluir que um mesmo perfil (o obtido com Fixação OT) pode ser uma boa alternativa de projeto para uma telha que precise resistir a carregamentos de flexão opostos (momentos fletores positivo e negativo).

- Todos os perfis ótimos obtidos na otimização multi-objetivo (para os dois casos de fixação estudados) são melhores do que o perfil comercial. A função objetivo do perfil ótimo com Fixação OT é 71,3% menor do que a correspondente ao perfil comercial usado como comparação; a função objetivo chega a ser 91,2% menor quando há Fixação OC. A melhoria mais significativa para o segundo caso indica que a telha comercial apresenta resistência estrutural inferior quando com Fixação OC, o que está de acordo com a forma de fixação utilizada em coberturas na prática.
- Partindo dos resultados da otimização multi-objetivo, foram alteradas as variáveis de projeto de modo a estudar o comportamento estrutural de perfis levemente diferentes dos perfis ótimos. Ou seja, analisou-se a região do espaço de soluções próxima aos pontos ótimos de modo a verificar a eficiência do algoritmo e justificar a convergência do mesmo às soluções encontradas. Os perfis obtidos com o algoritmo proposto foram os melhores dentro da região analisada.
- Com o estudo da alteração dos parâmetros de projeto, verificou-se que o aumento da dimensão dos elementos do perfil onde ocorre a fixação nos extremos da telha ( $L_1$  para Fixação OT e  $L_3$  para Fixação OC) provoca um grande aumento da flecha. Por isso, a telha comercial com Fixação OC (de grande dimensão  $L_3$ ) apresenta baixa resistência estrutural.
- Variando-se os pesos de cada termo da função objetivo, definiram-se prioridades a cada um dos objetivos da otimização. Através das observações dos resultados de diversas otimizações com pesos diferentes, foi possível fazer recomendações práticas para um projeto de telha trapezoidal com Fixação OT. Sugere-se que as dimensões do perfil sejam as mesmas do perfil obtido com a otimização multi-objetivo com pesos iguais. O ângulo deve ser aumentado quando se quer dar mais prioridade à minimização da flecha, e o mesmo deve ser diminuído quando se quer priorizar a maximização da área de cobertura.

A metodologia discutida nesse trabalho pode ser aprimorada com a introdução de restrições de comportamento no problema, como a definição de um valor máximo admissível para flecha e de valores mínimos permitidos para carga crítica e cobertura. Isso exigiria o uso de funções de penalidade, como as usadas nos trabalhos de Adeli e Cheng, 1993, e de Lu, 2003, por exemplo. Esse procedimento poderia melhorar a eficiência do algoritmo, já que indivíduos que não fossem viáveis, mas que tivessem informações genéticas úteis, não seriam excluídos imediatamente.

## 8. CONCLUSÕES GERAIS

Nesse trabalho, realizou-se um estudo sobre o comportamento estrutural de telhas de aço formadas a frio de perfil trapezoidal submetidas a uma solicitação de flexão pura. Na literatura, não são encontrados muitos trabalhos que abordem telhas metálicas sob flexão. Portanto, buscou-se avaliar a rigidez de telhas trapezoidais com relação a esse tipo de solicitação e verificar o fenômeno da flambagem local evidenciado pelos elementos esbeltos da seção quando comprimidos. Para esse fim, foi adotado um perfil de telha comercial e perfis otimizados.

Ao longo do trabalho, avaliou-se a rigidez das telhas sob diferentes condições de vinculação. Foram consideradas as vinculações das bordas longitudinais, na região do trespasse entre telhas adjacentes, e a fixação das telhas às terças de sustentação, investigando a influência dessas condições de contorno sobre o comportamento estrutural das telhas.

Através do estudo da telha de perfil comercial, analisou-se o fenômeno da flambagem local através de resultados teóricos e experimentais. Foram determinadas experimentalmente cargas críticas de flambagem e cargas de colapso de telhas com diferentes condições de contorno das bordas longitudinais: bordas livres, bordas trespasadas e bordas vinculadas. O colapso das telhas formadas a frio mostrou-se associado à flambagem local (ou seja, à redução da capacidade resistente do perfil na fase pós-crítica de flambagem).

Os resultados teóricos de carga crítica obtidos pelo Método dos Elementos Finitos e pelo Método das Faixas Finitas mostraram-se conservadores quando comparados com os resultados experimentais. Por exemplo, a carga crítica determinada numericamente via Método dos Elementos Finitos chegou a ser 51,1% menor do que a experimental para a telha com bordas livres.

Assim, constata-se que modelos numéricos precisam de uma calibração mais rigorosa a partir de resultados experimentais. Isso quer dizer que o comportamento da fixação das telhas às terças deve ser calibrado a partir de, por exemplo, deslocamentos em regime linear. A baixa rigidez dos modelos de elementos finitos também pode ser atribuída à modelagem da seção das telhas sem consideração dos raios das dobras do perfil, os quais, na prática, diminuem os elementos planos, enrijecendo os mesmos.

Mesmo assim, através da análise detalhada das telhas com o uso desses modelos, pôde-se avaliar qualitativamente o comportamento das mesmas, chegando-se à conclusão de que a vinculação das bordas longitudinais não tem influência significativa sobre a carga crítica de flambagem elástica. Por exemplo, através da análise via Método dos Elementos Finitos,

constatou-se que, para telhas com Carga Total, a carga distribuída crítica por unidade de comprimento aplicada nas linhas médias das ondas altas é a mesma.

Os resultados teóricos de carga de colapso obtidos pelo Método da Resistência Direta e pelo procedimento da Norma Brasileira NBR 14762:2001 concordaram com os resultados experimentais apenas para a telha com bordas livres (com diferenças menores do que 4%). Para a telha com bordas vinculadas os resultados dos dois métodos foram bastante diferentes entre si: o Método da Resistência Direta (utilizando como entrada a carga crítica experimental) forneceu um resultado 29,6% menor do que o resultado experimental, enquanto o resultado da NBR 14762 foi 15,3% maior. Porém, convém lembrar que, para a telha com bordas vinculadas, o colapso por escoamento ocorreu apenas na linha de aplicação da carga, antes que ocorresse o colapso no terço central do vão, que foi a parte analisada através dos cálculos segundo a NBR 14762. Portanto, é possível que o procedimento da Norma também seja adequado à telha com bordas vinculadas.

Os métodos teóricos que predizem a carga de colapso de perfis formados a frio baseiam-se em curvas de resistência diferentes. A Norma Brasileira considera curvas de resistência baseadas na formulação de Winter Modificada (ver Seção 2.1.1) para placas isoladas e aborda a resistência do perfil como um todo através de propriedades efetivas da seção. Já o Método da Resistência Direta, utiliza curvas de resistência calibradas experimentalmente para o perfil como um todo, a partir de estudos feitos com alguns tipos de perfil. Assim, para comprovar se a Norma Brasileira é adequada a telhas de aço formadas a frio e se o Método da Resistência Direta correlaciona bem os valores experimentais de carga crítica com os de carga de colapso, um maior número de ensaios deve ser realizado para prover uma análise estatística.

Também se avaliou a influência da vinculação das bordas longitudinais sobre a rigidez das telhas de perfil comercial através de uma comparação de resultados teóricos e experimentais em termos de frequências naturais e modos de vibração. Modelos de elementos finitos foram calibrados a partir dos resultados experimentais fazendo-se o uso da Análise Modal. Os modelos calibrados puderam ser usados na determinação da carga crítica de flambagem elástica das telhas com as diferentes condições de contorno das bordas, o que permitiu a verificação da pequena influência dessas vinculações sobre o fenômeno da flambagem local.

Além disso, a própria Análise Modal, através da comparação entre as telhas com os diferentes tipos de vinculação, permitiu evidenciar, independente das condições de contorno, um modo de vibração transversal do perfil, de frequência natural de 28 Hz, que sempre está presente. Isso indica que a vinculação das bordas não afeta de forma significativa o comportamento global da telha.

A Análise Modal também permitiu uma visualização clara da distribuição da rigidez da telha através da seção e do comprimento através dos modos de vibração obtidos. Pôde-se verificar a sensibilidade dos modos em relação à rigidez das bordas, o que possibilita um estudo de como enrijecer adequadamente as telhas na região do trespassse, caso se deseje evitar deslocamentos excessivos nessa região. Cabe ressaltar, novamente, que os modelos de elementos finitos devem ter o comportamento das vinculações das extremidades também calibrado experimentalmente, de modo que todos os modos de vibração possam ser satisfatoriamente representados.

Sabendo-se, de antemão, que a vinculação das bordas longitudinais não afeta significativamente a carga crítica de flambagem, partiu-se para o estudo da otimização de telhas de perfil trapezoidal fazendo-se uso de um Modelo Simplificado de elementos finitos. Nessa parte do estudo, foi verificada a influência da fixação das telhas às terças sobre o comportamento estrutural.

Utilizando Algoritmos Genéticos como ferramenta, buscou-se otimizar telhas trapezoidais com fixação às terças com hastes através das Ondas Tracionadas (Fixação OT) e com parafusos nas Ondas Comprimidas (Fixação OC). Deseja-se o perfil que apresente a menor flecha no meio do vão, que tenha a maior carga crítica de flambagem elástica e que ofereça a maior área de cobertura.

Através da otimização da flecha e da carga crítica de flambagem, pôde-se compreender bem o comportamento estrutural de telhas trapezoidais. Concluiu-se que os elementos do perfil onde ocorre a fixação das telhas às terças devem ser bastante reduzidos para minimizar a flecha. Por exemplo, as telhas com Fixação OT devem ter esses elementos com dimensão mínima, igual a 20 mm, obedecendo à restrição de dimensão mínima dos lados do perfil definida nesse trabalho. Em geral, os perfis devem aliar um grande momento de inércia com um tamanho reduzido dos elementos comprimidos para elevarem ao máximo as cargas críticas correspondentes a modos de flambagem globais e locais, simultaneamente.

O perfil comercial, se fixado nas Ondas Comprimidas, apresenta péssimo desempenho estrutural em função da flecha excessiva. A flecha apresentada pelo perfil comercial com Fixação OT é 308% maior do que a do perfil ótimo correspondente, enquanto a flecha do perfil ótimo com Fixação OC chega a ser 1887% maior do que a do perfil ótimo correspondente (no caso, Fixação OC-R3, conforme definição da Seção 7.2). Isso permite concluir que as telhas comerciais estudadas, quando submetidas ao carregamento de flexão considerado, devem ser fixadas às terças nas Ondas Tracionadas.

Com o estudo detalhado do comportamento estrutural dos perfis ótimos, buscou-se determinar critérios de projeto de telhas de aço formadas a frio. Primeiramente, mostrou-se que um mesmo perfil de telha pode ser utilizado para resistir bem a momentos fletores positivo e negativo.

Posteriormente, verificou-se a influência das prioridades dadas aos objetivos da otimização sobre o perfil ótimo, para a telha com Fixação OT. Chegou-se à recomendação de que pode ser usado um perfil com as mesmas dimensões dos lados da seção para qualquer aplicação prática: o perfil ótimo obtido sem priorizar nenhum objetivo. Para adaptar esse perfil a qualquer aplicação, sugere-se apenas a alteração do ângulo das almas, que deve ser aumentado quando se deseja priorizar a minimização da flecha e diminuído quando se quer priorizar a maximização da área de cobertura.

Finaliza-se esse trabalho com a consideração de que mais ensaios devem ser realizados. Estão sendo providenciados novos ensaios de telhas de perfil comercial de modo a tentar validar os diversos métodos de análise utilizados no Capítulo 5. Além disso, estão previstos ensaios com telhas trapezoidais de perfil ótimo, como mostra a Figura 8.1. A partir dos ensaios de telhas ótimas, as análises realizadas no Capítulo 5 vão ser estendidas a esses novos perfis.



**Figura 8.1: Amostras de telhas de perfil ótimo e de perfil comercial para ensaios futuros.**

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2001. “**Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio – Procedimento**”, NBR 14762, Rio de Janeiro.

Adeli, H., Cheng, N.-T., 1993. “Integrated Genetic Algorithm for optimization of space structures”, **Journal of Aerospace Engineering**, v. 6, n. 4, p. 315-328.

AISI – American Iron and Steel Institute, 2001. “**North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members**”, Washington.

Allen, H. G., Bulson, P. S., 1980. “**Background to Buckling**”, McGraw Hill, London.

Analog Devices, Inc., 1996. “**Monolithic Accelerometer with Signal Conditioning – ADXL50**”, Norwood. Disponível em: <http://www.analog.com/en/prod/0,2877,ADXL50,00.html>.

Ansys, Inc., 2004. “**Ansys Release 9.0 Documentation**”.

Ansys, Inc., 2007. Em: <http://www.ansys.com/>.

Avitabile, P., 2005. “**Modal Space in Our Own Little World**”, Lowell, Massachusetts. Disponível em: <http://macl.caeds.eng.uml.edu/>.

Bergfelt, A., Edlund, B. and Larsson, H., 1975. “Experiments on trapezoidal steel sheets in bending”, **Proceedings of the Third International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, St. Louis, Missouri, November.

Bernard, E. S., Bridge, R. Q. and Hancock, G. J., 1993. “Tests of profiled steel decks with V-stiffeners”, **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.119, n.8, p.2277-2293.

Bernard, E. S., Bridge, R. Q. and Hancock, G. J., 1995. “Tests of profiled steel decks with flat-hat stiffeners”, **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.121, n.8, p. 1175-1182.

Biegus, A., Czepizak, D., 2006. “Research on the interactive resistance of corrugated sheets under combined bending and contact pressure”, **Thin-Walled Structures**, v. 44, p. 825-831.

Castro, R. E. de, 2001. “**Otimização de Estruturas com Multi-Objetivos via Algoritmos Genéticos de Pareto**”, Tese de Doutorado, Programa de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ.

Cheng, F. Y., Li, D., 1997. “Multiobjective optimization design with Pareto Genetic Algorithm”, **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v. 123, n. 9, p. 1252-1261.



- Cheung, Y. K., Tahn, L.G., 1998. **“Finite Strip Method”**, CRC Press.
- Chodraui, G. M. de B., 2003. **“Flambagem por distorção da seção transversal em perfis de aço formados a frio submetidos à compressão centrada e à flexão”**, Dissertação de Mestrado. E.E.S.C./USP, São Carlos.
- Clough, R. W, Penzien, J., 1993. **“Dynamics of Structures”**, McGraw-Hill, New York.
- Davies, J. M., Jiang., C., 1997. “Design procedures for profiled metal sheeting and decking”, **Thin-Walled Structures**, v. 27, n. 1, p. 43-53.
- Fonseca, N. D. R. da, 2000. **“Avaliação do comportamento teórico e experimental em espécimes de telhas metálicas autoportantes submetidas à flexão”**, Dissertação de Mestrado. E.E./UFRGS, Porto Alegre.
- Goldberg, D. E., 1989. **“Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning”**, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- Hancock, G. J., 1978. “Local, distortional, and lateral buckling of I-beams”, **Journal of the Structural Division**, ASCE, v.104, n.11, p.1787-1798.
- Hancock, G. J. 1981. “Nonlinear analysis of thin sections in compression”, **Journal of the Structural Division**, ASCE, v.107, n.3, p.455-471.
- Hancock, G. J., Kwon, Y. B. and Bernard, E. S., 1994. “Strength design curves for thin-walled sections undergoing distortional buckling”, **Journal of Constructional Steel Research**, v.31, n.2-3, p.169-186.
- Hancock, G. J., Murray, T. M., Ellifritt, D. S, 2001. **“Cold-Formed Steel Structures to the AISI Specification”**, Marcel Dekker, New York.
- Hofmeyer, H., Kerstens, J. G. M., Snijder, H. H., Bakker, M. C. M., 2001. “New prediction model for failure of steel sheeting to concentrated load (web crippling) and bending”, **Thin-Walled Structures**, v. 39, p. 773-796.
- Hofmeyer, H., Kerstens, J. G. M., Snijder, H. H., Bakker, M. C. M., 2002. “Combined web crippling and bending moment failure of first-generation trapezoidal steel sheeting”, **Journal of Constructional Steel Research**, v. 58, p. 1509-1529.
- Holland, J. H., 1975. **“Adaptation in Natural and Artificial Systems”**. University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan.

Hu, P. C. and Lundquist, E. E., 1946. "Effect of small deviations from flatness on effective width and buckling of plates in compression", **National Advisory Committee for Aeronautics**, Technical Note n.1124, Washington.

Jorgenson, J. L. and Chern, C., 1973. "Bending strength of deep corrugated steel panels", **Proceedings of the Second International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, St. Louis, Missouri, October.

Jorgenson, J. L. and Chowdury, A. H., 1982. "Buckling strength of cold-formed steel curved panels", **Proceedings of the Sixth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, St. Louis, Missouri, November.

Kwon, Y. B. and Hancock, G. J., 1992. "Tests of Cold-Formed Channels with Local and Distortional Buckling", **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.117, n.7, p.1786-1803.

Leece, M. and Rasmussen, K., 2005a. "**Experimental Investigation of Stainless Steel Roof Sections in Bending**", Research Report n.847, Department of Civil Engineering, University of Sydney, Sydney.

Leece, M. and Rasmussen, K., 2005b. "**Design of stainless steel roof sections**", Research Report n.851, Department of Civil Engineering, University of Sydney, Sydney.

Liu, H., Igusa, T., & Schafer, B. W., 2004. "Knowledge-based global optimization of cold-formed steel columns", **Thin-Walled Structures**, v. 42, n. 6, p. 785-801.

Lu, W., 2003. "**Optimum Design of Cold-Formed Steel Purlins Using Genetic Algorithms**", Dissertation of the degree of Doctor of Science in Technology, Helsinki University of Technology.

Luo, R., Edlund, B., 1994. "Buckling analysis of trapezoidally corrugated panels using spline finite strip method", **Thin-Walled Structures**, v. 18, p. 209-224.

Mahendran, M., 1994. "Behaviour and design of crest-fixed profiled steel roof claddings under wind uplift", **Engineering Structures**, v. 16, n.5, p. 368-376.

Nagy, Z., 2000. "Evolution of optimum trapezoidal sheeting profile based on Eurocode, using finite strip method and genetic algorithm", **Proceedings of 3<sup>rd</sup> International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures**, Lisbon, Portugal, 21-23 September, p. 643-650.

Rajeev, S., Krishnamoorthy, C. S., 1992. "Discrete optimization of structures using genetic algorithms", **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v. 118, n. 5, p. 1233-1250.

Rusch, A., Lindner J., 2001. "Remarks to the Direct Strength Method", **Thin-Walled Structures**, v.39, n.9, p.807-820.

Schafer, B. W., 2002. "**Design Manual for Direct Strength Method of Cold-Formed Steel Design. Draft for American and Iron Steel Institute – Committee on Specifications**", January 7, 2002.

Schafer, B. W., Ádány, S., 2006. "Buckling analysis of cold-formed steel members using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods", **Proceeding of the Eighteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, Orlando, Florida, October.

Seaburg, P. A. and Salmon, C. G., 1971. "Minimum weight design of light gage steel members", **Journal of the Structural Division**, ASCE, v.97, n.1, p.203-222.

The MathWorks, Inc., 2004. "**Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox User's Guide**". Disponível em: <http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/gads/>.

The MathWorks, Inc., 2007. Em: <http://www.mathworks.com/>.

Vann, W. P. and Sehested, J., 1973. "Experimental techniques for plate buckling", **Proceedings of the Second International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, St. Louis, Missouri, October.

Venkataramaiah, K. R. e Roorda, J., 1982. "Analysis of local plate buckling experimental data", **Proceedings of the Sixth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, St. Louis, Missouri, November.

Winter, G., 1948. "Performance of thin steel compression flanges", preliminary publication, 3<sup>rd</sup> Congress, **The International Association for Bridge and Structural Engineering**, Liege.

Winter, G., 1968. "Theoretical solutions and tests results", preliminary publication, 8<sup>th</sup> Congress, **The International Association for Bridge and Structural Engineering**, p. 101-112.

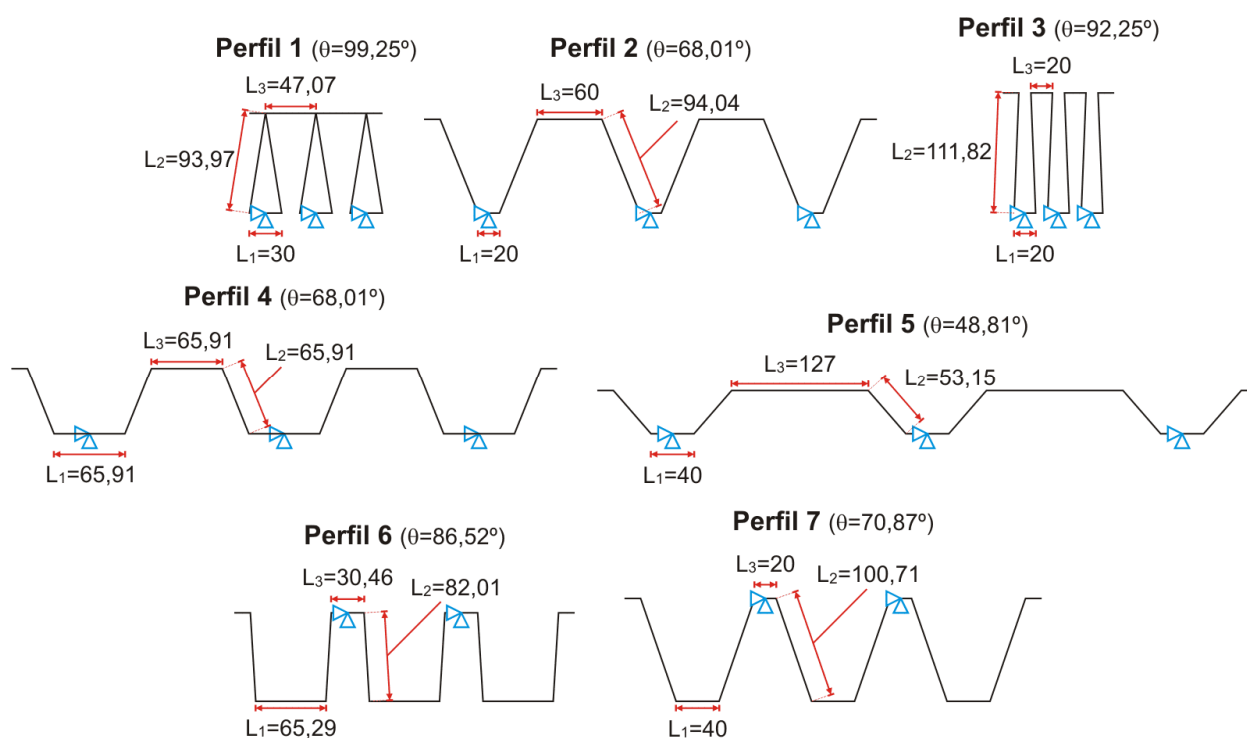
Yu, W-W., 2000. "**Cold-Formed Steel Design**", John Wiley & Sons, Inc., New York.

Zadeh, L. A., 1965. "**Fuzzy Set**", *Information and Control*, v. 8, p. 338-353.

Zienkiewicz, O. C., 1982. "**El Método de Los Elementos Finitos**", Editorial Reverté, S.A., Barcelona-Bogotá-Buenos Aires-Caracas-México-Rio de Janeiro.

## ANEXO A - CALIBRAÇÃO DO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

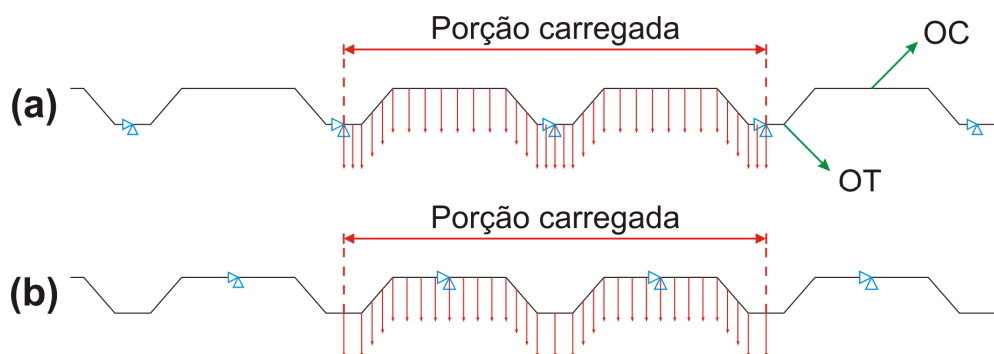
O Modelo Simplificado de elementos finitos apresentado na Seção 4.3.3 deve ser capaz de representar bem os diversos perfis analisados durante o processo de otimização. Para isso, fez-se um estudo da sensibilidade da carga crítica de flambagem elástica à variação da discretização utilizada no modelo e à variação das constantes elásticas  $k_x$  e  $k_y$  aplicadas nas bordas laterais do mesmo (Figura 4.23(c)). A partir de resultados de otimizações preliminares, foram selecionados alguns perfis para se fazer a calibração do modelo. Esses perfis e suas respectivas dimensões estão apresentados na Figura A.1; os perfis numerados de 1 a 5 foram usados para a calibração das telhas com Fixação nas Ondas Tractionadas (Fixação OT), enquanto os perfis numerados de 6 a 7 foram usados para a calibração das telhas com Fixação nas Ondas Comprimidas (Fixação OC).



**Figura A.1: Diversos perfis utilizados para a calibração do modelo de elementos finitos. Os perfis 1 a 5 têm Fixação OT; os perfis 6 a 7 têm Fixação OC.**

### A.1 Calibração da Malha

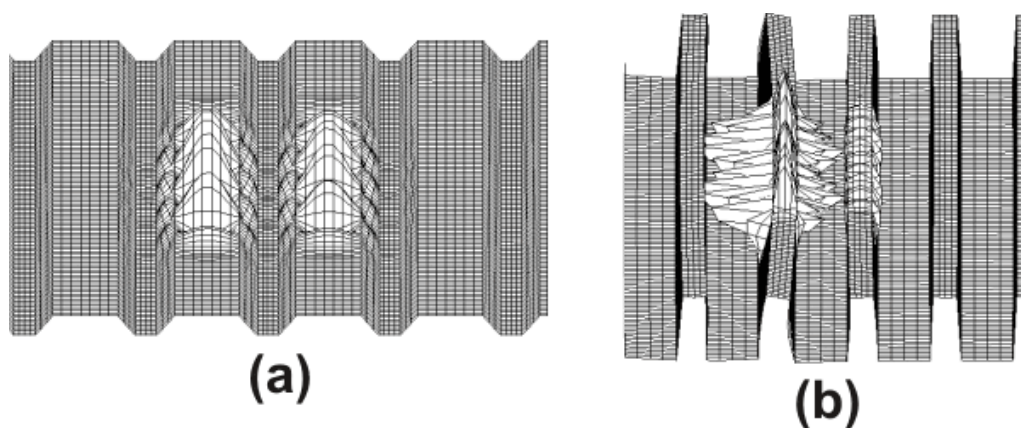
Não se conhecendo as constantes elásticas a serem aplicadas nas bordas laterais dos Modelos Simplificados, a sensibilidade da carga crítica à variação da discretização do modelo foi estudada com o uso dos Modelos Completos de elementos finitos, assumindo-se que os resultados possam ser estendidos aos Modelos Simplificados. Ou seja, foram utilizados os modelos com quatro Ondas Comprimidas, carregados com mostra a Figura A.2.



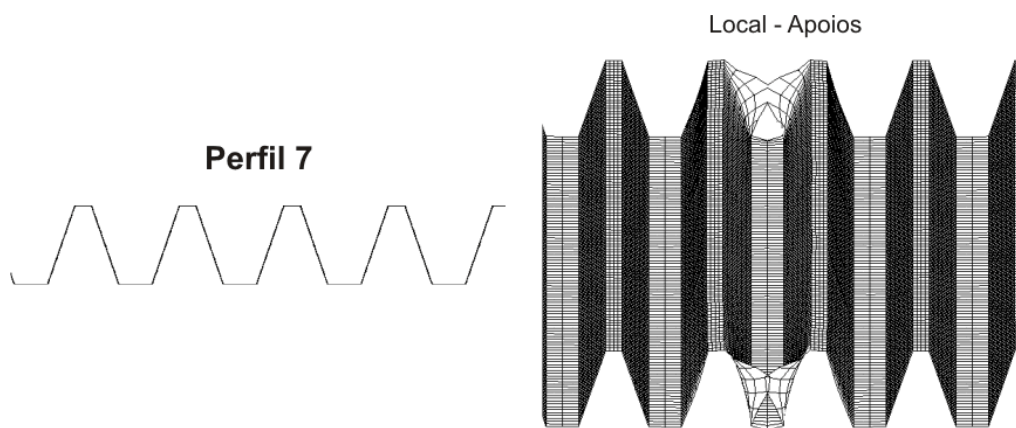
**Figura A.2: Modelos Completos utilizados para o estudo da sensibilidade da carga crítica à variação da discretização (perfil 5). (a) Telha com Fixação OT. (b) Telha com Fixação OC.**

Definiu-se que o tamanho do elemento utilizado na discretização dos lados do perfil fosse igual a  $1/5$  do maior lado, com um máximo de 20 mm. Os lados onde estão os apoios das extremidades foram discretizados com um mínimo de 4 elementos. Ao longo do comprimento da telha foram utilizados 103 elementos, independentemente da discretização do perfil. Considerando que o comprimento  $L$  da telha a ser otimizada é de 2060 mm, a razão de aspecto largura/comprimento dos elementos está sempre próxima de 1. Esses números foram selecionados a partir do estudo da sensibilidade da carga crítica de flambagem elástica à variação da malha, mas também com consideração do custo computacional da discretização no processo de otimização através de Algoritmos Genéticos.

Todos os perfis estudados apresentam modos de flambagem locais (nas Ondas Comprimidas) entre os primeiros modos calculados pela Análise de Autovalores; para os perfis com Fixação OC, esse modo está associado a uma pequena torção dessas ondas. Esses modos locais estão exibidos na Figura A.3. O perfil 7 apresenta, além do modo local nas Ondas Comprimidas, um modo local na região dos apoios, que está ilustrado na Figura A.4.

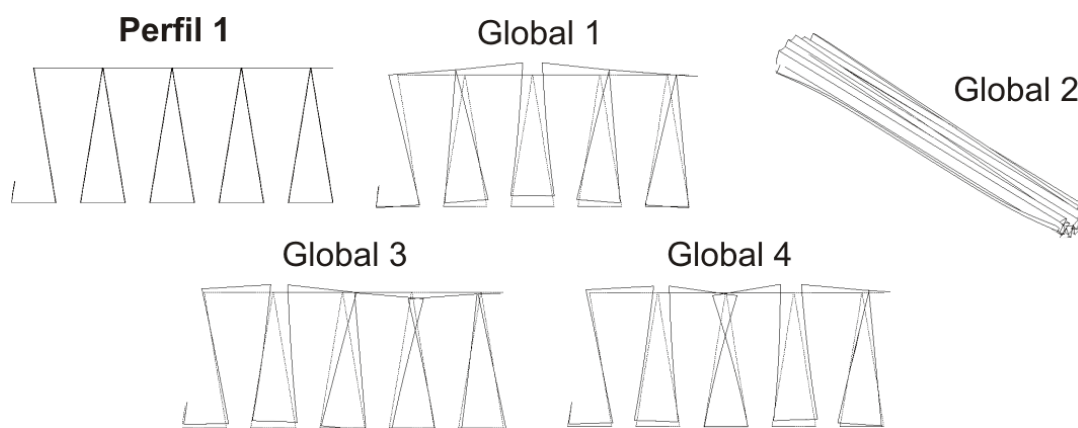


**Figura A.3: (a) Modo local nas Ondas Comprimidas apresentado pelos perfis com Fixação OT (perfil 5). (b) Modo local nas Ondas Comprimidas, associado a uma torção dessas ondas, apresentado pelos perfis com Fixação OC (perfil 6).**

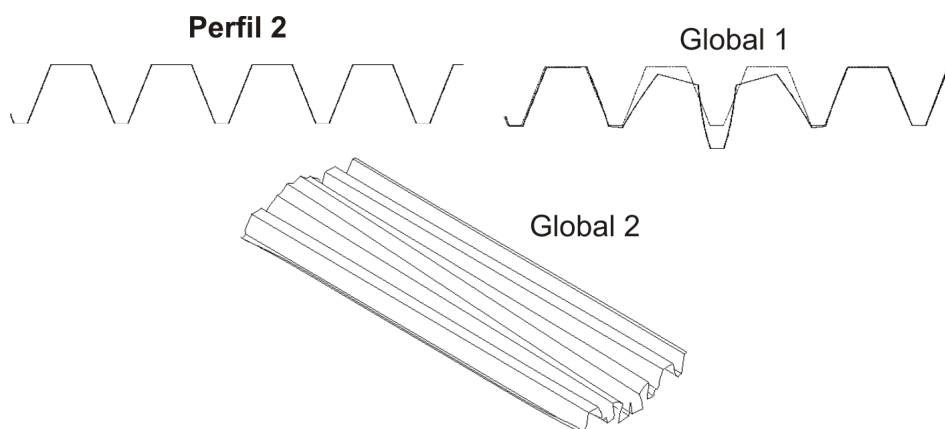


**Figura A.4: Modo local na região dos apoios do Perfil 7.**

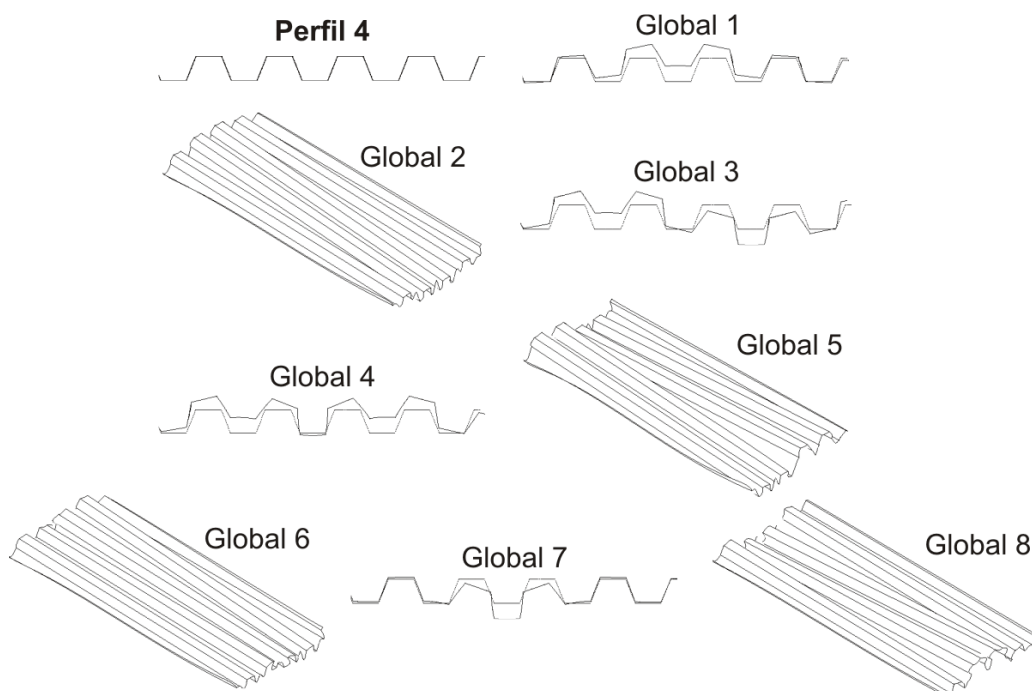
A maioria dos perfis estudados também apresenta modos de flambagem globais entre os primeiros modos obtidos. Alguns desses modos globais estão apresentados na Figura A.5 até a Figura A.8; a deformada está ilustrada no próprio perfil quando essa for constante ao longo do comprimento, ou no modelo tridimensional quando variar longitudinalmente. Os perfis 3 e 6 (Figura A.1) só apresentam modos locais (nas Ondas Comprimidas) entre os primeiros modos calculados.



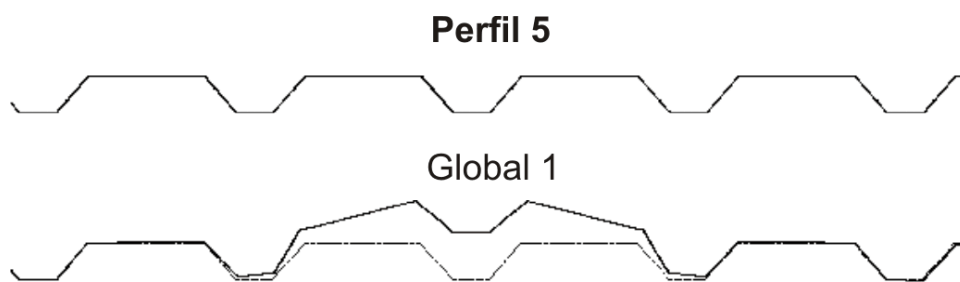
**Figura A.5: Modos globais do Perfil 1.**



**Figura A.6: Modos globais do Perfil 2.**

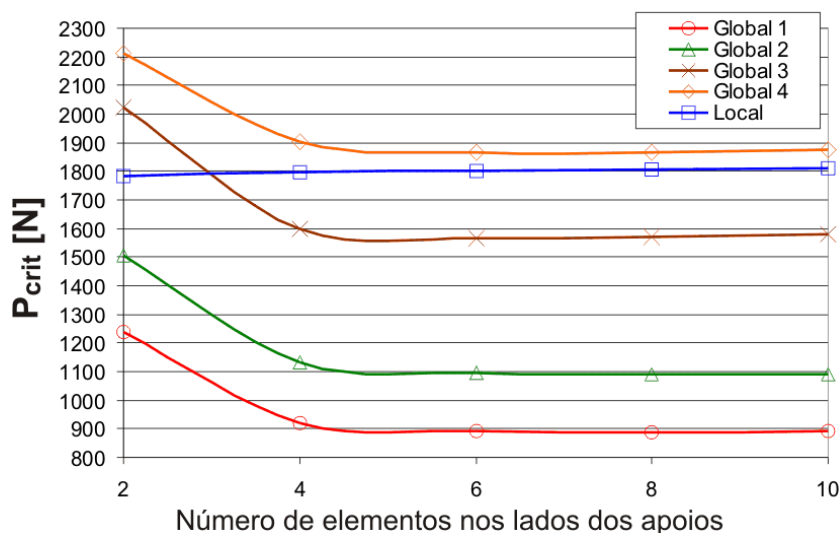


**Figura A.7: Modos globais do Perfil 4.**

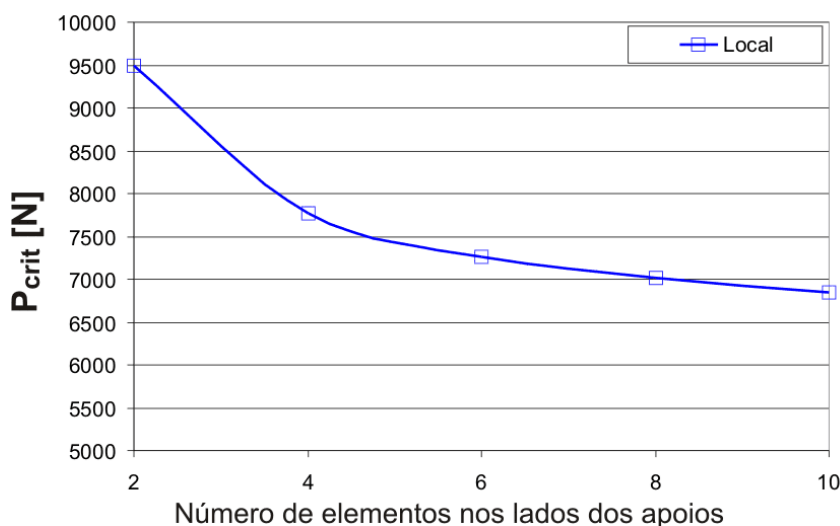


**Figura A.8: Modo global do Perfil 5.**

Primeiramente, constatou-se a influência do número de elementos nos lados do perfil onde estão localizados os apoios das extremidades. Partindo-se do perfil com a discretização escolhida (tamanho do elemento na discretização do perfil igual a 1/5 da maior dimensão com o máximo de 20 mm, e 103 elementos no comprimento), variou-se o número de elementos na região dos apoios de 2 a 10, de 2 em 2. O número de elementos é sempre par devido à existência de um nó no meio dos lados para modelar a fixação, com utilização de malha regular. A Figura A.9 e a Figura A.10 ilustram a variação das cargas críticas com o número de elementos nos lados onde estão os apoios, para os perfis 1 e 6, respectivamente.



**Figura A.9: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 1 (Fixação OT) com o número de elementos nos lados onde estão localizados os apoios das extremidades.**



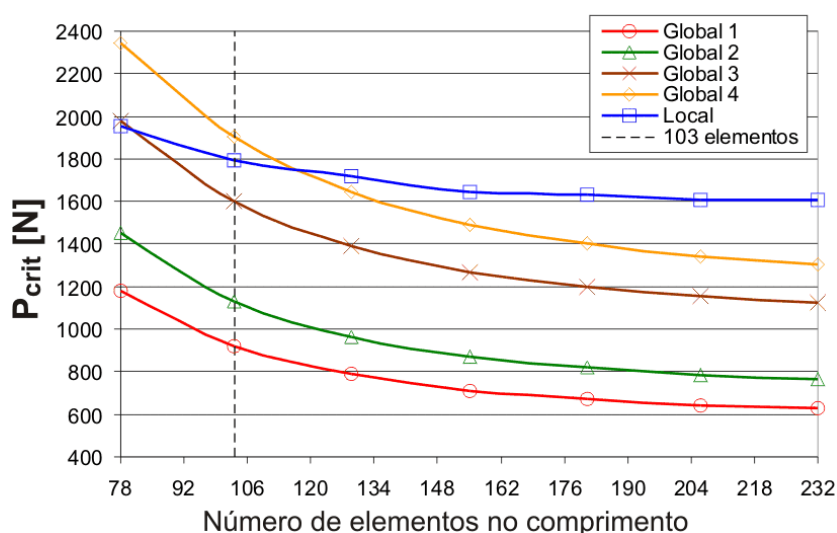
**Figura A.10: Variação da carga crítica de flambagem elástica do perfil 6 (Fixação OC) com o número de elementos nos lados onde estão localizados os apoios das extremidades.**

Para o perfil 1 (Figura A.9), com Fixação OT, observa-se que as cargas críticas correspondentes aos modos globais decrescem muito quando o número de elementos na região dos apoios (nas Ondas Tracionadas) passa de 2 para 4, e pouco variam quando se aumenta o número de elementos para mais de 4; o modo local quase não varia. Para o perfil 6 (Figura A.10), com Fixação OC, a carga crítica (que corresponde a um modo local) é reduzida substancialmente quando o número de elementos nas Ondas Comprimidas é aumentado de 2 para 4, mas, ao contrário da telha com Fixação OT, a carga crítica continua a diminuir com o aumento desse número. O comportamento dos outros perfis com Fixação OT (perfis 2 a 5) é muito semelhante ao exibido na Figura A.9, e o comportamento do outro perfil com Fixação OC é muito semelhante ao exibido na Figura A.10.

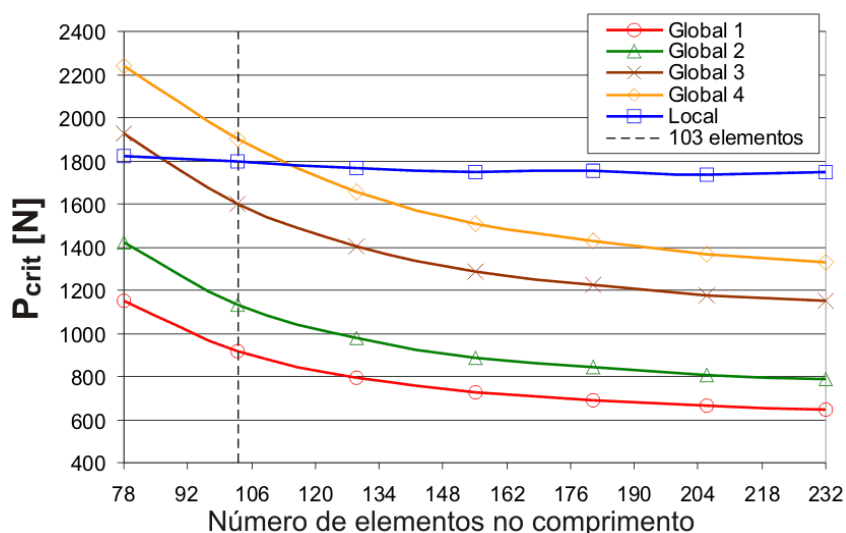


Tendo em vista o comportamento exibido na Figura A.9, definiu-se como 4 o número mínimo de elementos nos lados onde estão os apoios. Não se utilizou um número maior para não tornar a razão de aspecto largura/comprimento dos elementos na região dos apoios muito pequena, lembrando que o número de elementos utilizados na discretização longitudinal é fixo.

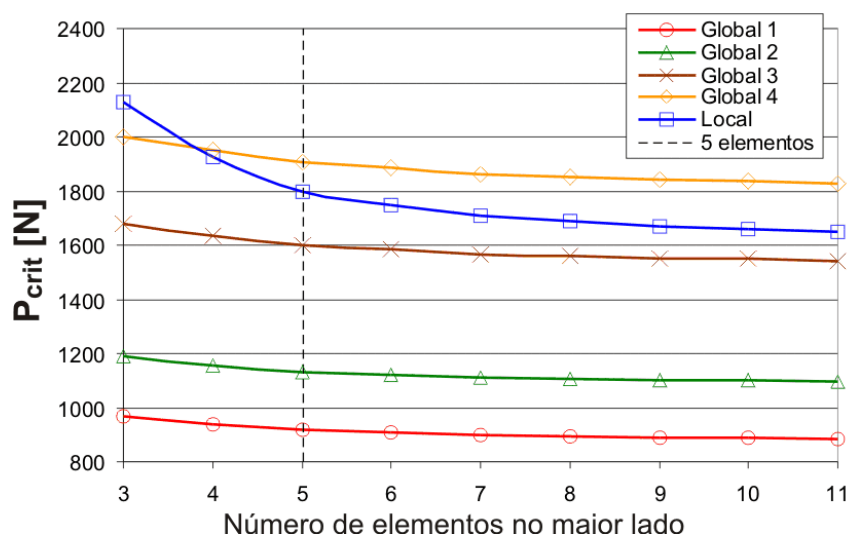
Posteriormente, foram feitas mais três análises de sensibilidade. Definindo o mínimo de 4 elementos na região dos apoios, variou-se o tamanho global do elemento a ser utilizado na discretização (tanto dos lados do perfil quanto do comprimento da telha). Ou seja, manteve-se a razão de aspecto largura/comprimento do elemento próxima de 1 para todos os lados do perfil. Depois, fixando a discretização do perfil (tamanho do elemento igual a 1/5 do maior lado com o máximo de 20 mm), variou-se apenas o número de elementos ao longo do comprimento. Finalmente, fixou-se o número de elementos da discretização longitudinal (103 elementos) e variou-se o tamanho do elemento a ser utilizado na discretização do perfil. Essas três análises estão exemplificadas na Figura A.11 até a Figura A.13, no estudo do perfil 1.



**Figura A.11: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 1 com o tamanho global do elemento (tanto o da discretização dos lados do perfil quanto o da discretização longitudinal). A carga crítica está exibida em função do número de elemento ao longo do comprimento.**



**Figura A.12: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 1 com o número de elementos ao longo do comprimento, com a discretização do perfil fixa.**



**Figura A.13: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 1 com o número de elementos no maior lado (no caso, o de dimensão  $L_2$ ), com a discretização longitudinal fixa em 103 elementos.**

Analisando o gráfico da Figura A.11, nota-se que a carga crítica correspondente ao modo local decresce pouco com a diminuição do tamanho global do elemento (ressalta-se que, no gráfico, a curva está em função do número de elementos ao longo do comprimento). Já as cargas correspondentes aos modos globais decrescem bastante. A carga crítica correspondente ao primeiro modo global decresce 22% quando o número de elementos ao longo do comprimento passa de 78 para 103, e cai 32% quando o número de elementos passa de 103 para 232. A carga crítica correspondente ao modo local decresce 8,2% quando o número de elementos passa de 78 para 103, e cai 10% quando o número vai de 103 a 232.

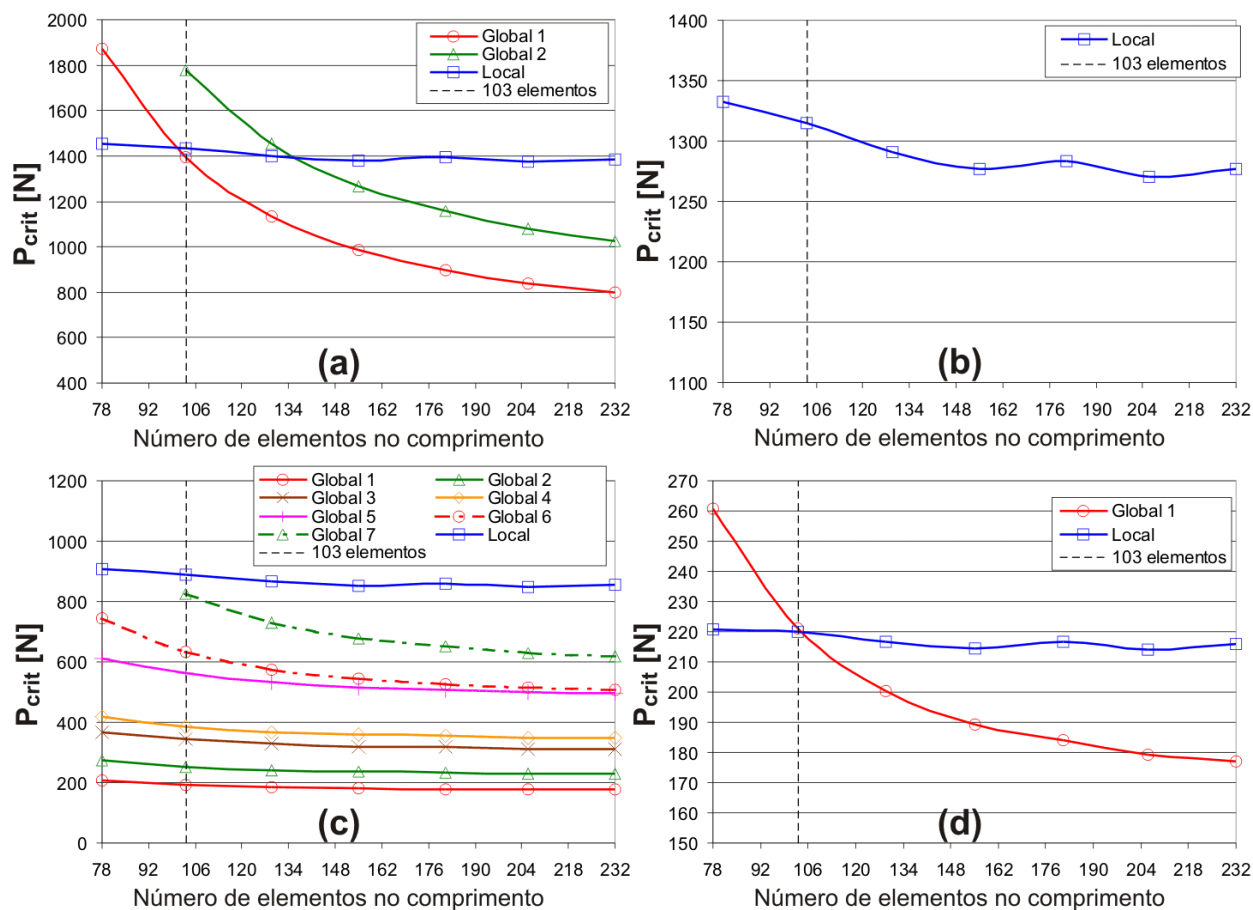
A partir do gráfico da Figura A.12, observa-se que a carga crítica correspondente ao modo local quase não varia com o aumento do número de elementos ao longo do comprimento, enquanto as cargas críticas correspondentes aos modos globais variam quase que como na primeira análise (Figura A.11). A carga crítica correspondente ao primeiro modo global decresce 20% quando o número de elementos ao longo do comprimento passa de 78 para 103, e cai 30% quando o número de elementos passa de 103 para 232. A carga crítica correspondente ao modo local decresce 1,3% quando o número de elementos passa de 78 para 103, e cai 2,7% quando o número vai de 103 a 232.

Observando o gráfico da Figura A.13, verificou-se que as cargas críticas correspondentes aos modos locais decrescem com o aumento do número de elementos, enquanto as cargas críticas correspondentes aos modos globais variam menos. A carga crítica correspondente ao primeiro modo global decresce 3,7% quando a variação do tamanho do elemento é tal que o número de elementos no maior lado do perfil passa de 5 para 11, enquanto a carga crítica correspondente ao modo local cai 8,2% com a mesma variação do tamanho do elemento no perfil.

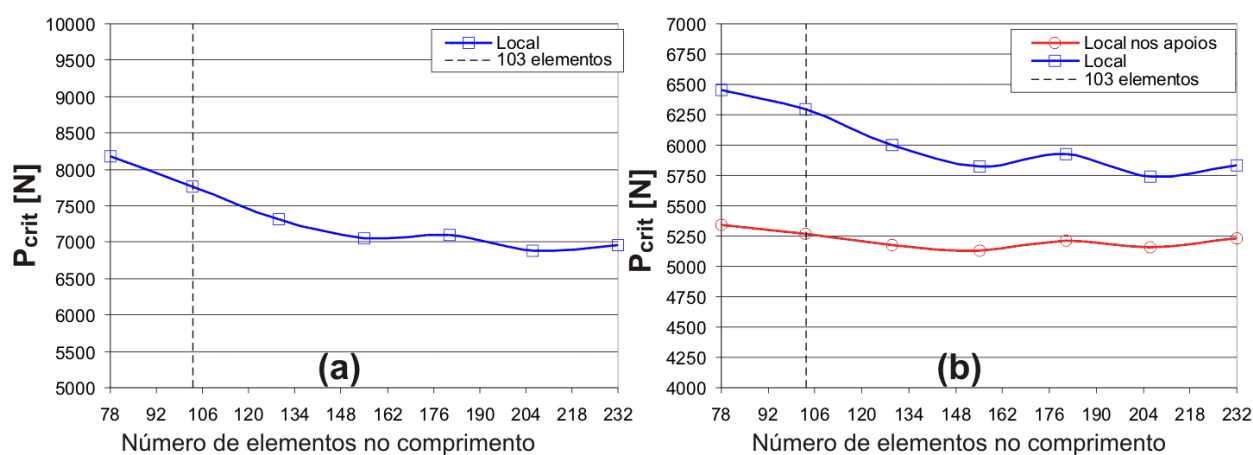
Assim, variação da carga crítica correspondente ao modo local exibida na Figura A.11 se dá principalmente à variação da discretização do perfil. Da mesma forma, a variação das cargas críticas correspondentes aos modos globais exibida na Figura A.11 se dá quase que exclusivamente à variação do número de elementos ao longo do comprimento.

Optou-se pelo uso de 103 elementos ao longo do comprimento para não tornar o modelo muito custoso computacionalmente. As cargas críticas referentes aos modos globais continuam decrescendo bastante com o aumento do número de elementos ao longo do comprimento acima de 103 (Figura A.12), porém o decréscimo é menor do que o verificado quando se trabalha com menos de 103 elementos. O mesmo comportamento é observado para a carga crítica correspondente ao modo local, que continua a decrescer quando o número de elementos no maior lado aumenta além de 5. Mas, para o modo local, esse decréscimo é bem menor do que os das cargas críticas globais.

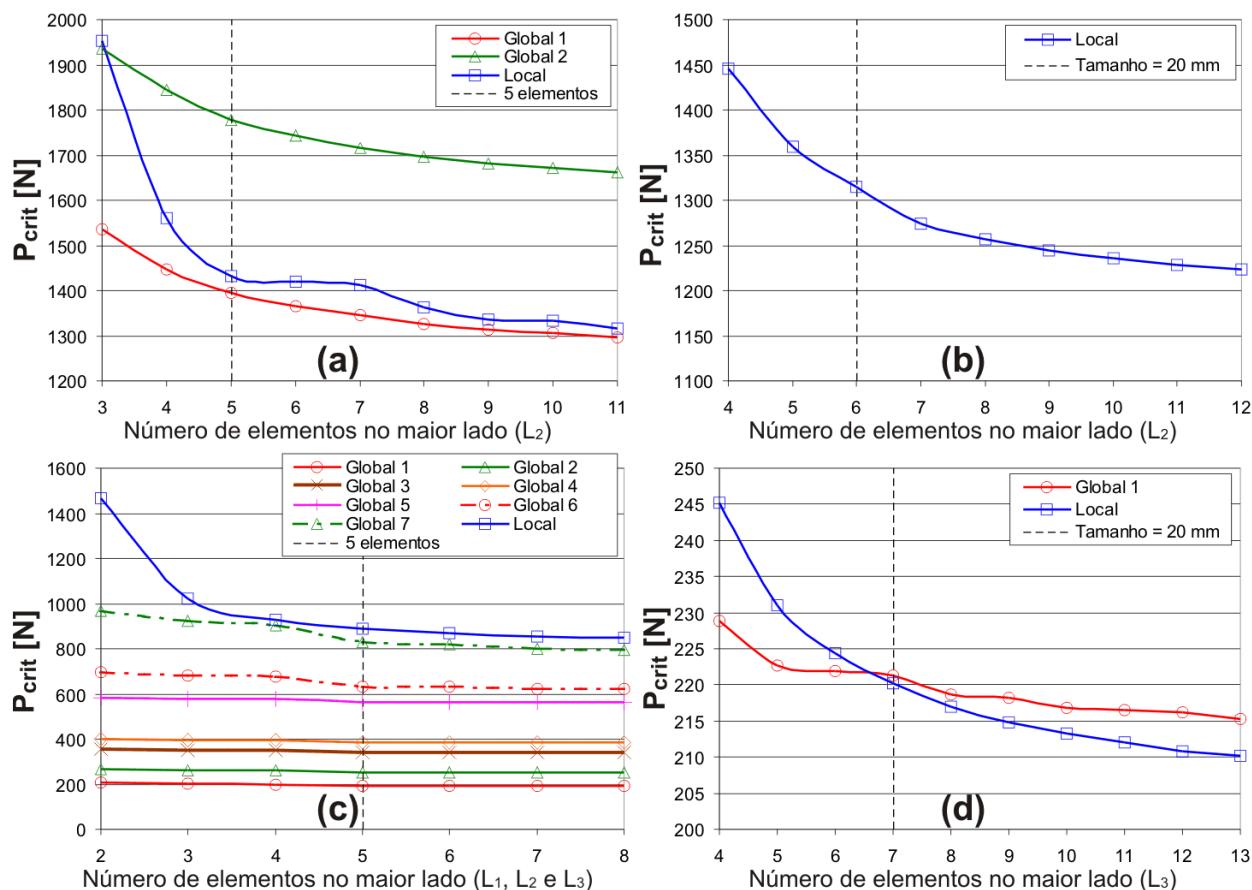
Os gráficos do mesmo tipo da Figura A.12, que relacionam a variação das cargas críticas com o número de elementos ao longo do comprimento (com a discretização do perfil fixa), para os perfis 2 a 7, estão exibidos na Figura A.14 e na Figura A.15. Já os gráficos do mesmo tipo da Figura A.13, relacionando a variação das cargas críticas com a variação da discretização do perfil, para os mesmos perfis, estão ilustrados na Figura A.16 e na Figura A.17.



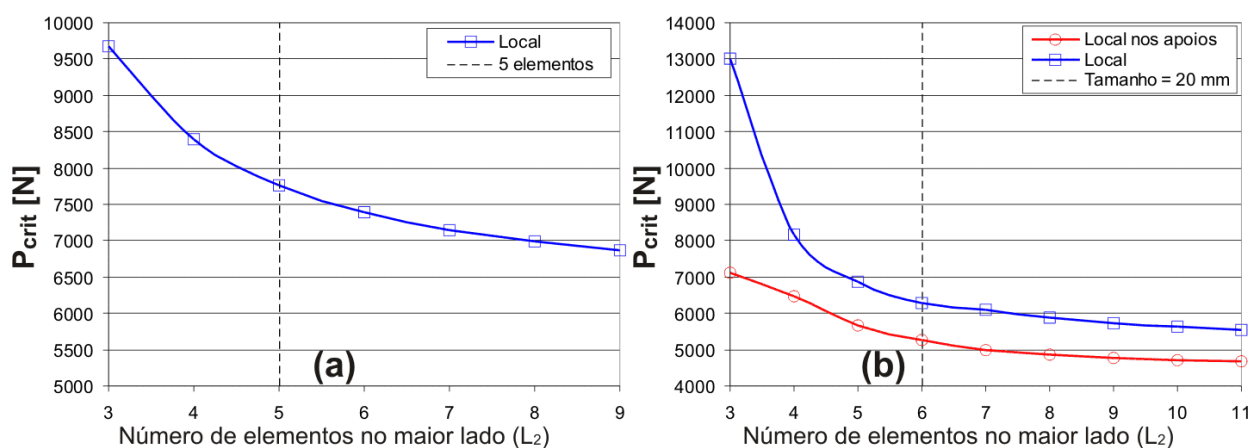
**Figura A.14: Variação das cargas críticas de flambagem elástica dos demais perfis com Fixação OT com o número de elementos ao longo do comprimento, com a discretização do perfil fixa. (a) Perfil 2. (b) Perfil 3. (c) Perfil 4. (d) Perfil 5.**



**Figura A.15: Variação das cargas críticas de flambagem elástica dos demais perfis com Fixação OC com o número de elementos ao longo do comprimento, com a discretização do perfil fixa. (a) Perfil 6. (b) Perfil 7.**



**Figura A.16: Variação das cargas críticas de flambagem elástica dos demais perfis com Fixação OT com o número de elementos no maior lado (o maior lado de cada perfil está indicado no eixo dos gráficos), com a discretização longitudinal fixa em 103 elementos. (a) Perfil 2. (b) Perfil 3. (c) Perfil 4. (d) Perfil 5.**



**Figura A.17: Variação das cargas críticas de flambagem elástica dos demais perfis com Fixação OC com o número de elementos no maior lado (o maior lado de cada perfil está indicado no eixo dos gráficos), com a discretização longitudinal fixa em 103 elementos. (a) Perfil 6. (b) Perfil 7.**

Com base nos gráficos apresentados na Figura A.14 e na Figura A.16, podem ser feitas algumas considerações sobre os perfis com Fixação OT estudados.

**Perfil 2.** A carga crítica correspondente ao primeiro modo global decresce 25% quando o número de elementos ao longo do comprimento passa de 78 para 103, e cai 43% quando o número de elementos passa de 103 para 232. Os dois primeiros modos globais tornam-se os primeiros, à frente do modo local. A discretização usada para os lados do perfil foi adequada, pois a carga crítica correspondente ao modo local decresce 8,2% quando a variação do tamanho do tamanho do elemento é tal que o número de elementos no maior lado passa de 4 para 5, e cai somente 0,9% quando esse número vai de 5 a 6.

**Perfil 3.** Esse perfil só apresenta modo local. A carga crítica decresce apenas 7% quando a variação do tamanho do elemento é tal que o número de elementos no maior lado do perfil passa de 6 para 12. Foi adequado limitar o tamanho do elemento na discretização dos lados do perfil em 20 mm, pois, assim, nesse caso, tem-se 6 elementos no maior lado ao invés de 5, e a carga crítica continua decrescendo consideravelmente quando o número de elementos no maior lado passa de 5 para 6 (Figura A.16(b)).

**Perfil 4.** Esse perfil apresenta comportamento semelhante ao do perfil 1, mas os modos globais são menos sensíveis à variação do número de elementos ao longo do comprimento da telha. A carga crítica correspondente ao primeiro modo global decresce 6,8% quando o número de elementos ao longo do comprimento passa de 78 para 103, e cai 8,8% quando o número de elementos passa de 103 para 232. A variação da carga crítica correspondente ao modo local chega a menos de 1% quando o número de elementos nos lados é maior do que 5, justificando a discretização usada nos lados do perfil.

**Perfil 5.** A carga crítica correspondente ao primeiro modo global decresce 15% quando o número de elementos ao longo do comprimento passa de 78 para 103, e cai 20% quando o número de elementos passa de 103 para 232. O modo global passa a ser o primeiro, à frente do modo local. Esse perfil é pouco sensível à variação da discretização dos lados perfil, já que as Ondas Comprimidadas são suficientemente grandes e são bem discretizadas com tamanho de elemento igual a 20 mm. A carga crítica correspondente ao modo local cai apenas 4,5% quando o número de elementos no maior lado aumenta de 7 para 13.

Com base nos gráficos apresentados na Figura A.15 e na Figura A.17, podem ser feitas algumas considerações sobre os perfis com Fixação OC estudados.

**Perfil 6.** Esse perfil apresenta um modo de flambagem local aliado a uma pequena torção das Ondas Comprimidas. A carga crítica decresce 5,1% quando o número de elementos ao longo do comprimento passa de 78 para 103, e cai 10% quando o número de elementos passa de 103 para 232. A carga crítica decresce 7,6% quando o tamanho do elemento no perfil é alterado de tal forma que o número de elementos no maior lado passe de 4 para 5, e cai apenas 11% quando esse número passa de 5 para 9. Como a carga crítica é igualmente sensível tanto à variação da discretização longitudinal quanto à variação da discretização dos lados do perfil, conclui-se que o modo local está associado a um modo global, que é a torção das Ondas Comprimidas.

**Perfil 7.** Esse perfil apresenta dois modos locais, um deles semelhante ao do perfil 6, nas Ondas Comprimidas, associado a uma pequena torção das mesmas, e outro na região dos apoios. A carga crítica do modo local nas Ondas Comprimidas decresce 2,4% quando o número de elementos ao longo do comprimento passa de 78 para 103, e cai 7,4% quando o número de elementos passa de 103 para 232; o modo local nos apoios quase não é alterado. Ambas as cargas críticas decrescem 11% quando a alteração do tamanho do elemento no perfil é tal que o número de elementos no maior lado passe de 6 para 11.

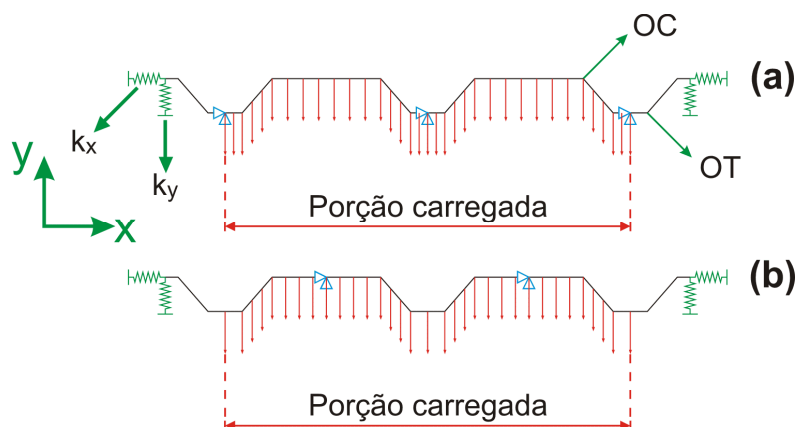
Com base nos resultados obtidos no estudo da sensibilidade da carga crítica de flambagem elástica à malha de elementos finitos, pode-se afirmar o seguinte sobre a discretização escolhida:

- A discretização do perfil dividindo-se o maior lado por 5 (com um tamanho máximo do elemento de 20 mm) mostrou-se satisfatória para todos os perfis estudados, tanto os com Fixação OT quanto os com Fixação OC. Apesar de as cargas críticas relacionadas aos modos locais continuarem a decrescer com o aumento do número de elementos no maior lado de alguns dos perfis analisados, essa diminuição não se mostrou grande para nenhum perfil.
- A discretização do comprimento da telha com 103 elementos mostrou-se satisfatória para os perfis com Fixação OC. Isso se deve ao fato de que esses perfis só apresentam modos globais associados ao modo local, o que faz com que as cargas críticas relacionadas a esses modos não decresçam significativamente com o aumento do número de elementos ao longo do comprimento da telha.
- O uso de 103 elementos na discretização longitudinal da telha não se mostrou adequada para uma boa representação dos modos de flambagem globais dos perfis com Fixação OT. Esse comportamento pode ser bem visualizado na análise dos perfis 2 e 5 (Figura A.14(a) e

(d)), cujas cargas críticas relacionadas aos modos globais continuam decrescendo bastante com o aumento do número de elementos ao longo do comprimento. Além disso, os modos globais passam a ser os primeiros à frente do modo local. Uma discretização com mais elementos traria um elevado custo computacional para a otimização através de Algoritmos Genéticos. Ao menos, tomou-se o cuidado de se selecionar uma discretização com a qual todos os perfis analisados apresentassem o primeiro modo global à frente do modo local (no caso dos perfis 2 e 5, se está trabalhando no limite, conforme Figura A.14(a) e (d)), de modo a tentar otimizá-los para também resistirem bem aos modos globais.

## A.2 Calibração das Constantes Elásticas

Uma vez definida a discretização adequada aos Modelos Completos de elementos finitos, tratou-se de calibrar as constantes elásticas  $k_x$  e  $k_y$  aplicadas nas bordas laterais do modelo reduzido (Figura 4.23(c)) apresentado na Seção 4.3.3. Os Modelos Simplificados utilizados estão exemplificados na Figura A.18. Esses modelos, com as constantes elásticas devidamente calibradas, foram os utilizados na otimização através de Algoritmos Genéticos. Ao contrário do estudo realizado na Seção A.1, foram utilizados 102 elementos ao longo do comprimento do Modelo Simplificado da telha, ao invés de 103. Isso se deve ao fato da necessidade da existência de um nó exatamente no meio do vão para a medição da flecha, durante o processo de otimização.

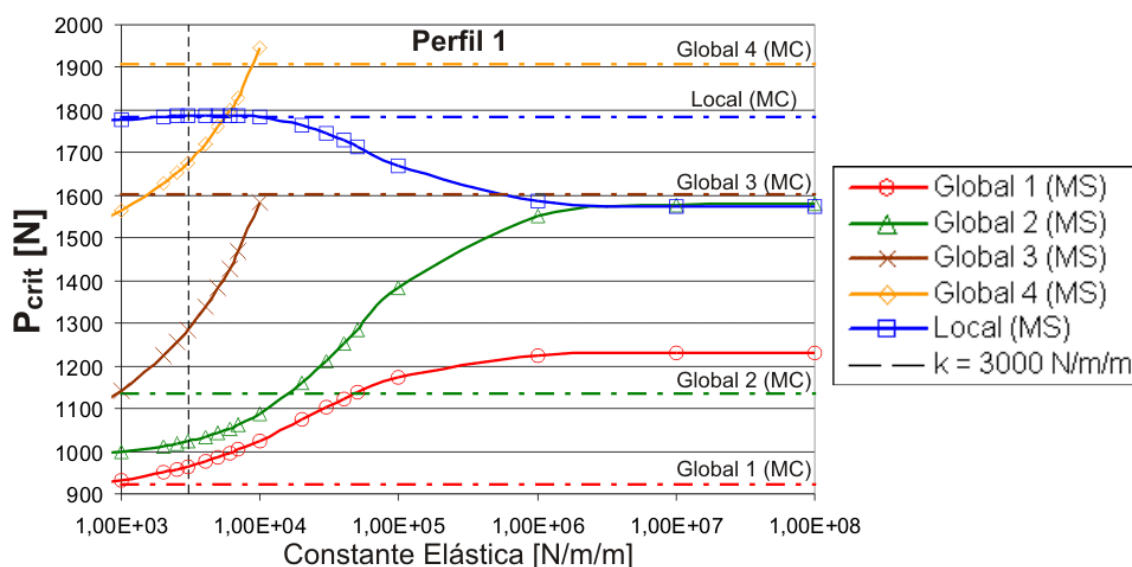


**Figura A.18: Modelos Simplificados utilizados para o estudo da sensibilidade da carga crítica à variação das constantes elásticas nas bordas laterais (perfil 5). (a) Telha com Fixação OT. (b) Telha com Fixação OC.**

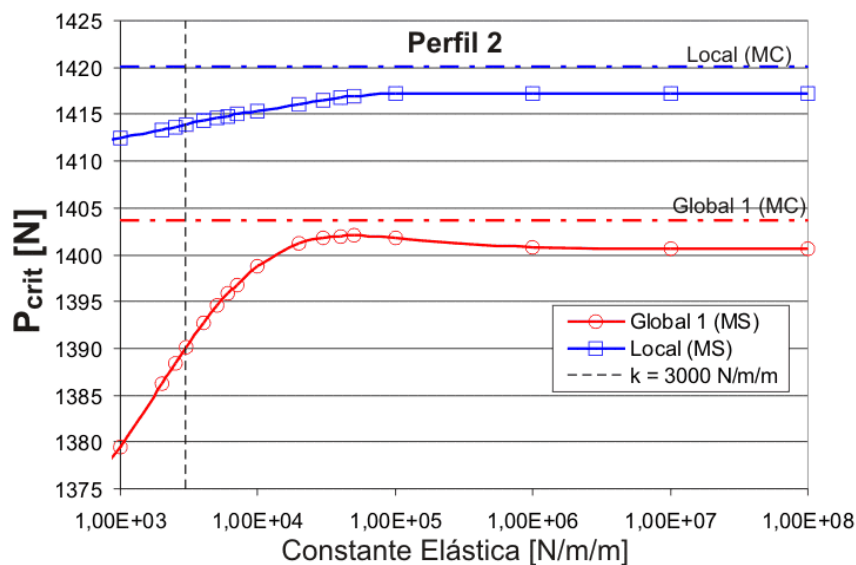
As constantes elásticas aplicadas nas bordas laterais representam apoios contínuos e, por isso, o valor da rigidez por unidade de comprimento será dado em  $N/m/m$  (ou  $N/m^2$ ). Por simplicidade, assumiu-se que os valores das constantes  $k_x$  e  $k_y$  fossem os mesmos, ou seja, iguais a um valor  $k$ .



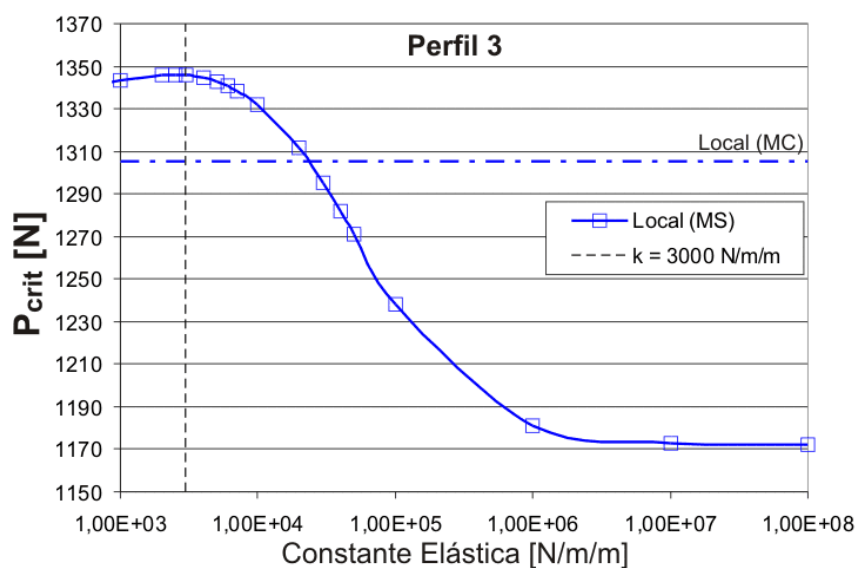
Adotou-se um valor de  $k$  para cada tipo de vinculação das extremidades da telha (Fixação OT e Fixação OC). Assim, a constante elástica escolhida deve representar adequadamente os diversos perfis gerados na otimização através de Algoritmos Genéticos. Para que isso ocorra, os perfis 1 a 7 da Figura A.1 foram utilizados para a calibração. Variou-se o valor da constante elástica  $k$  de  $1E+03$  até  $1E+08$  N/m/m e foi estudada a variação das cargas críticas correspondentes aos primeiros modos de flambagem calculados pela Análise de Autovalores. Os gráficos da Figura A.19 até a Figura A.25 mostram a variação das cargas críticas do Modelo Simplificado (MS) em função da constante elástica  $k$  em escala logarítmica, para os perfis 1 a 7. Os valores das cargas críticas do Modelo Completo correspondente (MC) estão indicados em linhas horizontais tracejadas.



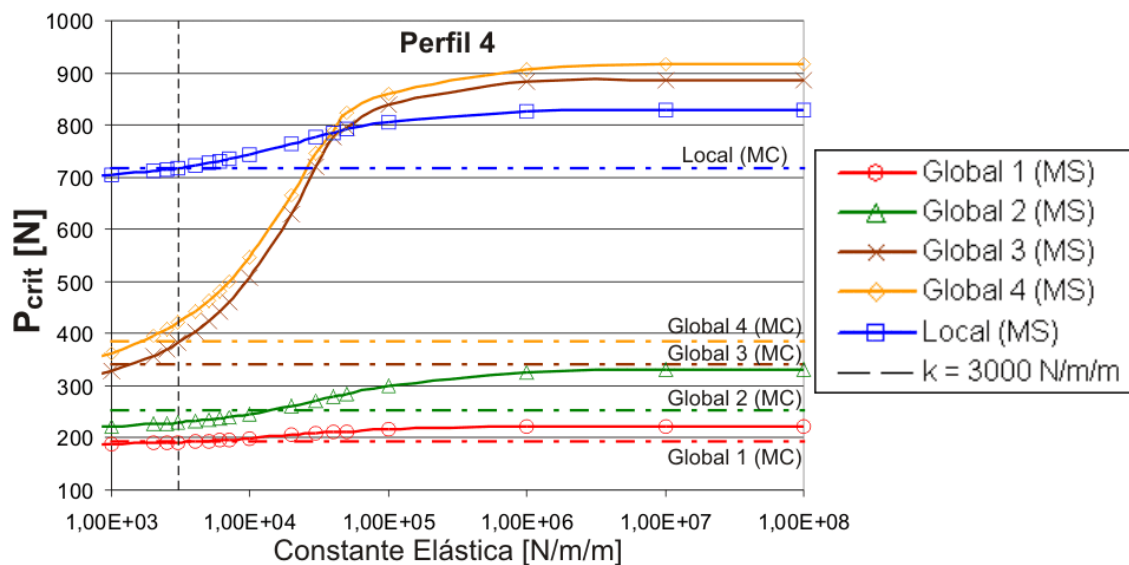
**Figura A.19: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 1 com a constante elástica  $k$  aplicada nas bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos.**



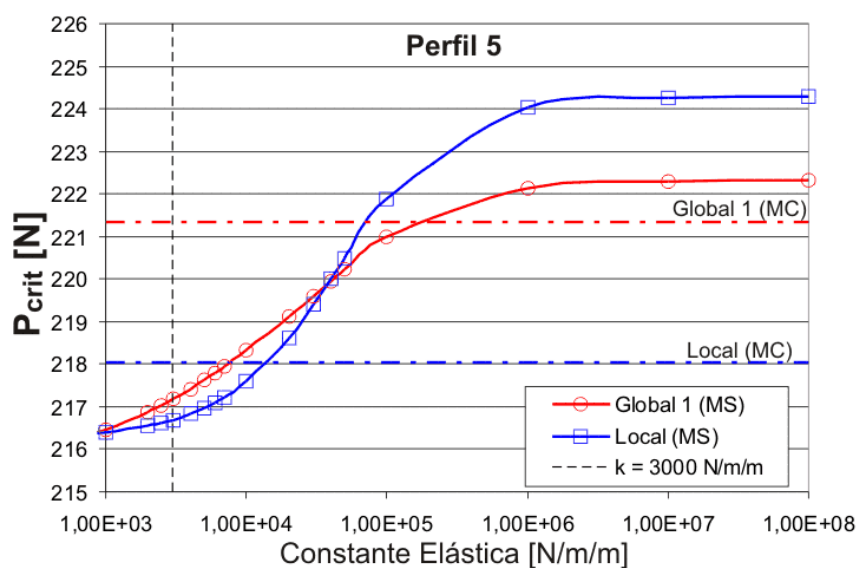
**Figura A.20: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 2 com a constante elástica  $k$  aplicada nas bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos.**



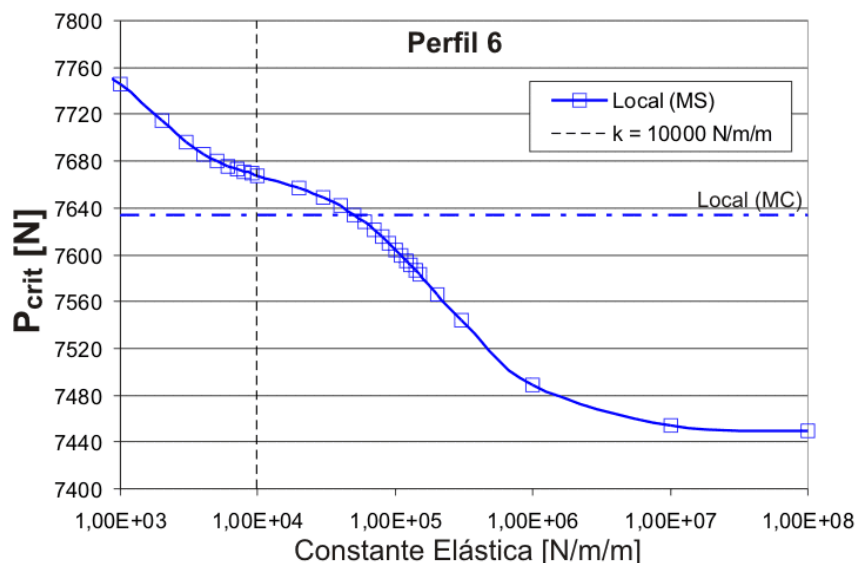
**Figura A.21: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 3 com a constante elástica  $k$  aplicada nas bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos.**



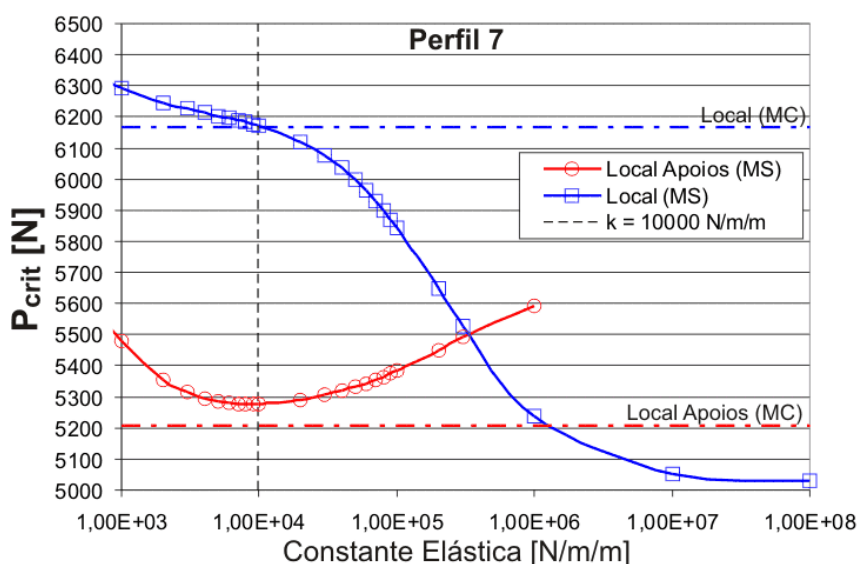
**Figura A.22: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 4 com a constante elástica  $k$  aplicada nas bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos.**



**Figura A.23: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 5 com a constante elástica  $k$  aplicada nas bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos.**



**Figura A.24: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 6 com a constante elástica  $k$  aplicada nas bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos.**



**Figura A.25: Variação das cargas críticas de flambagem elástica do perfil 7 com a constante elástica  $k$  aplicada nas bordas laterais do Modelo Simplificado de elementos finitos.**

Com o intuito de ajustar bem a constante para todos os perfis com o mesmo tipo de fixação, adotou-se um valor de  $k$  de 3000 N/m/m para Fixação OT, e de 10000 N/m/m para Fixação OC. Deu-se prioridade ao ajuste da carga crítica correspondente ao primeiro modo de flambagem e da carga crítica correspondente ao modo local nos elementos comprimidos, independentemente de esse ser ou não o primeiro modo. A Tabela A.1 e a Tabela A.2 comparam quantitativamente as cargas críticas dos Modelos Simplificados (MS) calibrados com as dos

Modelos Completos (MC) correspondentes, para os perfis os perfis estudados com Fixação OT e Fixação OC, respectivamente.

**Tabela A.1: Diferença entre as cargas críticas dos Modelos Simplificados (MS) calibrados e as dos Modelos Completos (MC) correspondentes, para os perfis 1 a 5 (Fixação OT).**

|                 |                   |    | Modo de Flambagem |          |          |          |        |
|-----------------|-------------------|----|-------------------|----------|----------|----------|--------|
|                 |                   |    | Global 1          | Global 2 | Global 3 | Global 4 | Local  |
| <b>Perfil 1</b> | Carga Crítica [N] | MC | 921,4             | 1135,7   | 1602,0   | 1907,0   | 1782,6 |
|                 |                   | MS | 963,8             | 1022,4   | 1285,2   | 1677,2   | 1786,4 |
|                 | Diferença [%]     |    | 4,60              | -9,97    | -19,78   | -12,05   | 0,212  |
| <b>Perfil 2</b> | Carga Crítica [N] | MC | 1403,6            | -        | -        | -        | 1420,1 |
|                 |                   | MS | 1390,1            | -        | -        | -        | 1413,9 |
|                 | Diferença [%]     |    | -0,965            | -        | -        | -        | -0,433 |
| <b>Perfil 3</b> | Carga Crítica [N] | MC | -                 | -        | -        | -        | 1305,4 |
|                 |                   | MS | -                 | -        | -        | -        | 1345,9 |
|                 | Diferença [%]     |    | -                 | -        | -        | -        | 3,10   |
| <b>Perfil 4</b> | Carga Crítica [N] | MC | 193,0             | 252,7    | 342,2    | 385,5    | 716,2  |
|                 |                   | MS | 191,7             | 229,0    | 382,2    | 420,8    | 716,9  |
|                 | Diferença [%]     |    | -0,664            | -9,37    | 11,68    | 9,17     | 0,0880 |
| <b>Perfil 5</b> | Carga Crítica [N] | MC | 221,3             | -        | -        | -        | 218,0  |
|                 |                   | MS | 217,2             | -        | -        | -        | 216,7  |
|                 | Diferença [%]     |    | -1,88             | -        | -        | -        | -0,620 |

**Tabela A.2: Diferença entre as cargas críticas dos Modelos Simplificados (MS) calibrados e as dos Modelos Completos (MC) correspondentes, para os perfis 6 e 7 (Fixação OC).**

|                 |                   |    | Modo de Flambagem |        |
|-----------------|-------------------|----|-------------------|--------|
|                 |                   |    | Local nos apoios  | Local  |
| <b>Perfil 6</b> | Carga Crítica [N] | MC | -                 | 7633,8 |
|                 |                   | MS | -                 | 7667,9 |
|                 | Diferença [%]     |    | -                 | 0,446  |
| <b>Perfil 7</b> | Carga Crítica [N] | MC | 5209,3            | 6168,3 |
|                 |                   | MS | 5278,0            | 6171,2 |
|                 | Diferença [%]     |    | 1,32              | 0,0468 |

A partir dos resultados apresentados na Tabela A.1 e na Tabela A.2, constata-se que as cargas críticas correspondentes aos modos locais do Modelo Simplificado, com as constantes elásticas escolhidas, são praticamente as mesmas do Modelo Completo, para todos os perfis analisados.

Com base nos resultados da Tabela A.1, observa-se que as cargas críticas correspondentes aos modos globais 2, 3 e 4 do Modelo Simplificado apresentam uma diferença significativa em relação às cargas críticas do Modelo Completo. Mas, o importante é que a carga

crítica correspondente ao primeiro modo global do Modelo Simplificado apresenta uma diferença de no máximo 4,6 % em relação à carga crítica do Modelo Completo, para o perfil 1.

Assim, julga-se que as constantes elásticas aplicadas nas bordas laterais dos Modelos Simplificados são adequadas para representar bem os Modelos Completos durante a otimização através de Algoritmos Genéticos.

### A.3 Verificação da Flecha

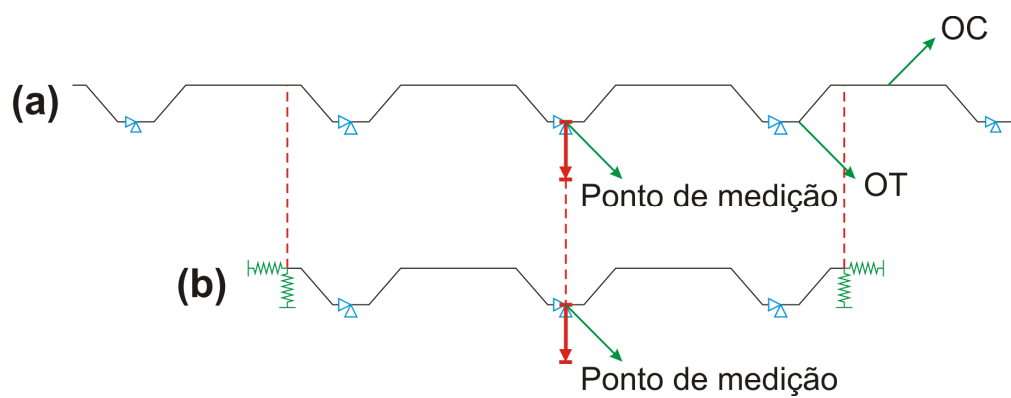
Na otimização através de Algoritmos Genéticos, busca-se maximizar a carga crítica de flambagem elástica, bem como minimizar a flecha no meio do vão da telha (além de maximizar a área de cobertura). Os perfis estudados (Figura A.1) foram utilizados apenas para a calibração da carga crítica de flambagem elástica, que é o fator mais sensível às mudanças da discretização da malha de elementos finitos e dos valores das constantes elásticas aplicadas nas bordas laterais dos Modelos Simplificados.

A flecha no meio do vão não é tão sensível às mudanças mencionadas. A Tabela A.3 compara os valores da flecha do meio do vão dos Modelos Simplificados (com suas cargas críticas devidamente calibradas) com os valores da flecha dos Modelos Completos correspondentes, para uma carga total de 70 N.

A Figura A.26 ilustra o ponto de medição da flecha na seção da telha correspondente ao meio do vão; esse ponto situa-se no eixo de simetria do perfil do Modelo Simplificado, na Onda Tracionada. Observa-se que a diferença máxima é de -4,24 % para o perfil 1, o que é perfeitamente aceitável para o presente trabalho.

**Tabela A.3: Diferença entre as flechas no meio do vão dos Modelos Simplificados (MS) calibrados e as dos Modelos Completos (MC) correspondentes, para os perfis 1 a 7.**

|                 | Flecha [mm] |         | Diferença [%] |
|-----------------|-------------|---------|---------------|
|                 | MC          | MS      |               |
| <b>Perfil 1</b> | 0,42869     | 0,41052 | -4,24         |
| <b>Perfil 2</b> | 0,25129     | 0,25362 | 0,928         |
| <b>Perfil 3</b> | 0,19890     | 0,19257 | -3,18         |
| <b>Perfil 4</b> | 1,9151      | 1,9371  | 1,15          |
| <b>Perfil 5</b> | 1,0228      | 1,0411  | 1,80          |
| <b>Perfil 6</b> | 0,47640     | 0,47591 | -0,104        |
| <b>Perfil 7</b> | 0,24256     | 0,24070 | -0,765        |



**Figura A.26: Pontos de medição da flecha na seção do meio do vão da telha: (a) Modelo Completo; (b) Modelo Simplificado.**