Curso de Especialização em
MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA
PARA EDUCAÇÃO BÁSICA
Instituto de Matemática

INVESTIGANDO PROPRIEDADES DOS ÂNGULOS COM SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA GEOGEBRA

Luciana Zanchettin – zanchettinluciana@gmail.com – Polo de Picada Café
Orientador Mauricio Rosa – mauriciomatematica@gmail.com – UFRGS

Resumo

O objetivo desse estudo é apresentar a implementação e análise de uma experiência didático-matemática com o uso do software Geogebra, realizada com alunos de 8° ano do ensino fundamental de uma escola da rede municipal de Esteio-RS, a qual evidenciou as propriedades de ângulos notáveis, para produzir argumentos dedutivos com a finalidade de demonstrar a propriedade da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo. Assim, o experimento propôs a construção de conhecimentos de geometria a partir da exploração de imagens construídas pelos estudantes com o software de geometria dinâmica utilizado. Os resultados apresentam que os estudantes exploraram, identificaram e conjecturaram, além de validar propriedades das figuras geométricas e com estas produzir argumentos dedutivos.

Palavras-chave: Ângulos notáveis; Geometria; Propriedade dos ângulos.

Introdução

O presente texto trata da implementação e análise de uma experiência de ensino que abordou as propriedades de alguns ângulos notáveis e a soma das medidas dos ângulos internos do triângulo. A pesquisa sobre essa temática foi realizada com alunos de 8º ano do ensino fundamental no Centro Municipal de Ensino Básico Camilo Alves na cidade de Esteio-RS. A partir dessa experiência, mostrei que partindo de construções feitas pelos alunos com software de geometria dinâmica, os estudantes exploraram, identificaram e conjecturaram, além de validar propriedades das figuras geométricas e com estas produziram argumentos dedutivos.

Optei pelo estudo das propriedades dos ângulos porque o conteúdo estava previsto no planejamento trimestral da turma e pretendia dar continuidade ao estudo sobre ângulos, já iniciado com eles nas aulas anteriores ao desenvolvimento desta experiência. O planejamento trimestral foi elaborado de modo a inserir conhecimentos geométricos em todos os trimestres, pois, observei em sondagem realizada no início do ano letivo que a turma apresentava poucos conhecimentos de geometria.

Para realizar esse planejamento considerei o Projeto Político Pedagógico (PPP) da escola e as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que destacam entre outras coisas a importância dos conhecimentos geométricos na formação dos alunos do Ensino Fundamental. Segundo esse documento,

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa (BRASIL, 1998, p. 56).

Nesse sentido, Gravina (2001) afirma também que o estudo da geometria, com o software GeoGebra, cria situações que preparam os alunos para o entendimento da necessidade e da importância das argumentações dedutivas. Tomando isso por base, elaborei uma proposta de ensino em etapas, de modo que no primeiro encontro os estudantes realizaram construções, com o software GeoGebra, e exploraram as propriedades de alguns ângulos, seguindo orientações de investigação.

No segundo encontro, iniciamos o trabalho dedutivo, estabelecendo condições para validar as propriedades investigadas e aplicamos essas propriedades para deduzir a propriedade da soma das medidas dos ângulos internos dos triângulos, seguido da exploração de *applets*[1] de construções, feitos com o software GeoGebra. Esses *applets* orientaram a demonstração dessa propriedade para qualquer triângulo.

A produção de dados, então, foi realizada por meio do registro de observações feitas pelos alunos nas atividades propostas, e, por anotações, imagens e áudio registrados pela professora. Esses dados são relatados nesse artigo, após uma breve reflexão sobre o uso de mídias digitais, softwares de geometria dinâmica e a aprendizagem de geometria.

Reflexões sobre o uso das mídias digitais na sala de aula

A utilização de mídias digitais na sala de aula pode propiciar *mudança cognitiva*, quando se cria um ambiente com tecnologia, sob uma base teórica educacional, e quando esse

[1] *Applet*. São programas Java que podem ser embutidos em páginas Web (documentos HTML). Quando o navegador carrega uma página que contém um applet, o mesmo é baixado pelo navegador e começa a ser executado (SAWAYA, 1999).

ambiente permite que sejamos-com, pensemos-com e saibamos-fazer-com-as-TD (ROSA, 2015). Dessa forma o computador deve ser utilizado nas aulas, “[...] como instrumento para trabalhar e pensar, como meios de realizar projetos, como fonte de conceitos para pensar novas ideias” (PAPERT,1994, p.158). Cabe ao professor criar as condições para que haja a interação entre o computador e o aprendiz, pois, quando o aluno está interagindo com o computador, ele está manipulando conceitos e isso contribui para o seu desenvolvimento mental. (PAPERT, 1994).

Os PCN, (1998) salientam que utilizar recursos tecnológicos por si só, não cria condições suficientes para garantir a aprendizagem dos conteúdos escolares, ou seja,”[...] é “fundamental criar um ambiente de aprendizagem, em que os alunos possam ter iniciativas, problemas a resolver, possibilidades para corrigir erros e criar soluções pessoais” (BRASIL, 1998, p.153). Nesse aspecto, destacamos o importante papel que o professor pode exercer na elaboração de boas propostas de trabalho, “[...] instigando a curiosidade e o desejo de aprender, solicitando relações, comentando, dando informações, criando novos problemas (BRASIL,1998, p.152).

Para criar propostas de aulas nesse contexto, Rosa, (2015) enfatiza a importância da qualificação de professores defendendo”[...] a concepção de uma formação que contemple de forma entrelaçada as três dimensões: específica, pedagógica e tecnológica” e também, acredita ser importante,

> [...] inserir nas aulas os diferentes recursos tecnológicos usados pelos estudantes de hoje com o objetivo de reconhecer as possibilidades e finalidades desse recurso para o bem social e de aumentar a possível produção de conhecimento pelos alunos e não simplesmente usar por usar as tecnologias.

Além disso, o autor acredita ser de fundamental importância que os professores repensem sua prática (ROSA, 2015).

Pensando nesse propósito, apresentamos na próxima seção, uma reflexão sobre o uso de programas de Geometria dinâmica nas aulas de matemática, por se tratar de uma possibilidade para o ensino da geometria que foi explorada nessa prática.

Geometria Dinâmica e GeoGebra

Os softwares de geometria dinâmica são ferramentas que possibilitam a construção de figuras geométricas a partir de suas propriedades e com o recurso de movimento (GRAVINA, 2012). A autora ainda explica, que aplicando movimentos aos pontos, que dão início à construção, a figura se transforma mantendo as propriedades geométricas que foram utilizadas no processo de construção (GRAVINA, 2012).

Para Silva e Penteado (2009, p.4) esses programas nos permitem realizar investigações sobre propriedades geométricas que dificilmente conseguiríamos observar utilizando apenas o quadro e o giz. Dizem que:

> Entende-se por softwares de Geometria Dinâmica aqueles capazes de construir e manipular objetos geométricos na tela do computador. Além disso, o que diferencia um software de Geometria Dinâmica dos demais é a possibilidade de "arrastar" a figura construída utilizando o mouse. Esse procedimento permite a transformação da figura em tempo real.

Dentre os diferentes softwares de geometria dinâmica, o GeoGebra, destaca-se por oferecer um menu consistente e interessante para se trabalhar geometria euclidiana. O desenvolvimento desse software é "[...] compartilhado na comunidade de pessoas que têm interesse no assunto e, assim sendo, o seu uso é livre e não depende de aquisição de licença. Dessa forma, pode ser disponibilizado em qualquer ambiente escolar. (GRAVINA, 20012, p.37).

O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidades, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si (GRAVINA, 2009).

Para Gravina (2012), os ambientes de geometria dinâmica, dentre eles o GeoGebra, permitem criar situações que podem ajudar os alunos a entenderem a necessidade e a importância das argumentações dedutivas. No entanto, a autora afirma que "[...] anterior a esse aprendizado, que trata de raciocínios dedutivos, temos as dificuldades que os alunos encontram quanto ao entendimento do significado e alcance da figura, quando trabalham com geometria" (GRAVINA, 2012, p.42). Por essa razão dedicamos próxima reflexão à aprendizagem de geometria.

Aprendizagem de geometria

É importante saber que nem todos alunos identificam as propriedades das figuras geométricas pelo simples fato de olhar os desenhos que as representam, pois,

> Aquilo que um aluno pode reconhecer ao observar o desenho de uma figura nem sempre é o mesmo que o pretendido pelo docente que esse aluno identifique com o olhar, já que ambos, docente e aluno, partem de um volume de conhecimentos bem diferentes" (ITZCOVICH, 2012, p.10).

Isto é, o que o olho observa depende dos conhecimentos que o observador coloca em funcionamento. Dessa maneira o autor sugere que se inicie o estudo de geometria partindo de construções geométricas, pois pensa que "[...] sob dadas condições, as construções com os instrumentos clássicos da geometria permitem explorar, identificar, conjecturar e validar propriedades das figuras” (ITZCOVICH, 2012, p.26).

Gravina, (1996, p.3) no entanto, afirma que,

> se por um lado o desenho é um suporte concreto de expressão e entendimento do objeto geométrico, [...] por outro lado, pode ser um obstáculo a este entendimento. E isto porque guarda características particulares que não pertencem ao conjunto das condições geométricas que definem o objeto.

Isto é, a aparência visual não é suficiente para serem conhecidas todas as propriedades de um objeto. Para a autora, o que determina a noção correta sobre um objeto de geometria é a harmonia entre duas componentes: uma conceitual e a outra figural. A componente conceitual é percebida através da linguagem escrita ou falada. Já a componente figural corresponde à imagem mental que associamos ao conceito (GRAVINA, 1996, p.3). A autora ainda informa que associada a uma propriedade geométrica sempre temos objetos geométricos em relação com essas duas componentes citadas e que:

> Deduzir uma propriedade significa estabelecer uma cadeia lógica de raciocínios conectando propriedades do enunciado tomadas como pressupostos (hipóteses) às propriedades ditas decorrentes (teses). Esta cadeia de raciocínios é o que denominamos de argumentação lógica e dedutiva. O desenho entra aqui como materialização da configuração geométrica, guardando as relações a partir das quais decorrem as propriedades. Neste processo de argumentação, as duas dificuldades básicas são: a) perceber no desenho configurações simples dentro de configurações complexas, as quais vão ser os “elos” compondo a cadeia de argumentação e b) controle do desenho para que características de contingencia da representação não sejam incorporadas às propriedades matemáticas que determinam a configuração (GRAVINA, 1996, p.6).

Mais ainda, a autora conclui que grande parte das dificuldades de aprender geometria tanto nos aspectos de formação de conceitos, quanto na dedução de propriedades, se originam na natureza estática dos desenhos e informa que se os desenhos forem construídos com a possibilidade de movimento haverá uma mudança na percepção física e o que passará a ser percebido são as propriedades geométricas da figura (GRAVINA,1996).

Desse modo, a autora defende que os softwares de geometria dinâmica apresentam uma nova abordagem à aprendizagem geométrica, onde conjecturas são feitas a partir da experimentação e criação de objetos geométricos. Assim, o professor pode introduzir o conceito matemático dos objetos a partir da resposta gráfica oferecida pelo programa, surgindo naturalmente daí o processo de questionamento, argumentação e dedução (GRAVINA, 2001).

O Experimento Didático

Neste texto, apresentamos a proposta, a implementação e a análise dos dados de um experimento didático elaborado para o ensino das propriedades dos ângulos e da propriedade da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo, conteúdos que fazem parte do programa de matemática do 8º Ano do Ensino Fundamental. O objetivo da proposta é provocar a aprendizagem da geometria partindo de construções elaboradas pelos alunos com a utilização do software de geometria dinâmica, GeoGebra, e com estas explorar, identificar conjecturar, validar propriedades e produzir argumentos dedutivos.

O experimento foi organizado em duas etapas com objetivos específicos:

- Primeira etapa: o aluno constrói e explora imagens seguindo orientações de investigação.
- Segunda etapa: o aluno aplica as propriedades estudadas para criar conjecturas e registrar justificativas para finalmente explorar construções que possam mostrar constatações que se aplicam em casos gerais.

A pesquisa foi realizada nos dias 24 e 30 do mês de junho de 2015. Foi planejada para ocorrer em dois encontros, cada um composto de duas aulas de 55 minutos, organizados nas etapas descritas acima. O quadro a seguir apresenta a organização destas etapas. Nele fazemos referência a quatro aulas, sendo três delas realizadas no laboratório de informática, com utilização do software de geometria dinâmica GeoGebra e exploração de *applets*, carregados no blog professorazanchettinluciana@blogspot.com.br.

Quadro 1: Organização da experiência didática.

AULA	ATIVIDADE	CONTEÚDO CURRICULAR
Aula 1	Exploração do menu do software GeoGebra	Retas paralelas; Retas perpendiculares; Retas oblíquas; Ângulos opostos pelo vértice; Ângulos suplementares.
Aula 2	Construção e exploração	Ângulos alternos internos; Ângulos correspondentes.
Aula 3	Resolução de problemas	Aplicação das propriedades.
Aula 4	Exploração de apllets	Propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo.

Fonte: A autora.

A parte experimental do projeto contou com a participação dos 30 alunos da turma do 8º ano – A do Ensino Fundamental do Centro de Educação Básica Camilo Alves que é composta por 11 meninos e 19 meninas.

No primeiro trimestre de 2015, a turma teve o primeiro contato com o software GeoGebra. Na ocasião, os alunos exploraram o menu e utilizaram ferramentas para construir ângulos, retas paralelas, retas perpendiculares e retas oblíquas. A partir dessas construções, foram observadas as características dos pontos que podemos movimentar, dos que não podemos movimentar e dos que tem movimentação restrita. Essa tarefa foi realizada com a intensão proporcionar aos alunos que estudassem geometria, a partir de animações, de construções feitas por eles.

Dessa forma, a turma iniciou os estudos sobre ângulos em aulas anteriores a essas da proposta, com auxílio do livro didático e de dobraduras feitas com papel e, portanto já conheciam duas das propriedades, a propriedade dos ângulos opostos pelo vértice e a propriedades dos ângulos suplementares.

No que segue, fazemos a descrição de como ocorreu cada um dos encontros e uma análise a respeito do que observamos durante as atividades.

ENCONTRO 1 – Construção e investigação

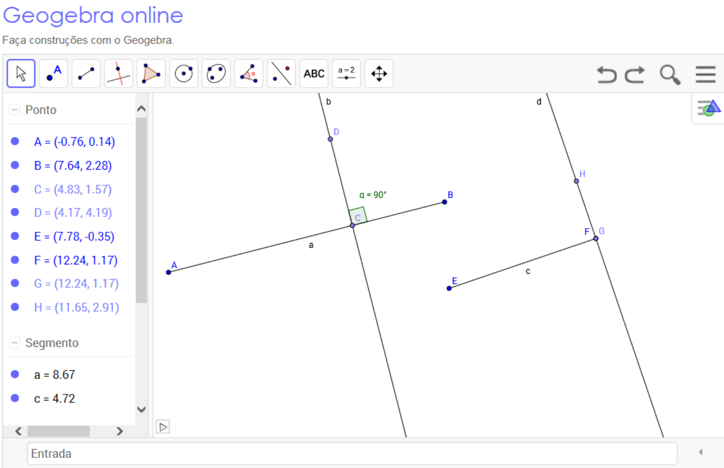
Esse encontro, composto por duas aulas de 55 minutos, ocorreu no laboratório de informática e estavam presentes 24 alunos. Na primeira aula foi feita a apresentação do projeto, seus objetivos e metodologia de trabalho. Em seguida, os alunos foram organizados em duplas por computador e foi solicitado que explorassem o menu do software GeoGebra a fim de lembrarem a utilização das ferramentas e as diferenças entre objetos com movimentação livre e com mobilidade restrita. Os alunos construíram livremente retas paralelas, retas perpendiculares, retas oblíquas e ângulos, aproveitando as construções para lembrar as propriedades já estudadas dos ângulos opostos pelo vértice e dos ângulos suplementares.

Os alunos não apresentaram dificuldades para realizar a tarefa solicitada, pois já haviam trabalhado com o software em outra ocasião e estavam familiarizados com as ferramentas utilizadas. Apenas duas das duplas solicitaram ajuda, uma delas para construir ângulos e a outra para esclarecer uma dúvida sobre a construção.

A dupla, A e N, construiu um segmento de reta com extremidades A e B, marcaram um ponto C pertencente a esse segmento, e traçaram uma reta perpendicular ao segmento por

C, marcaram o ângulo reto BCD com vértice em C e finalmente animaram o ponto C, figura 1. Ocorre que na animação, quando o ponto C coincide com a extremidade B do segmento o ângulo de 90º desaparece. Então, surgiu a dúvida: a reta deixou de ser perpendicular ao segmento? Solicitei que refizessem a construção, só que desta vez substituindo o segmento de extremos A e B por uma reta, depois que marcassem os outros ângulos com vértice em C, na primeira construção. Finalmente, elas perceberam que ao utilizar, a ferramenta das retas perpendiculares, a reta em questão não deixaria de ser perpendicular pelo simples fato de ter chegado ao extremo do segmento.

Figura 1: Construção realizada com GeoGebra, pela dupla A e N, no encontro 1.



Fonte: Dupla A e N.

Dando continuidade a proposta, foi distribuída a atividades 1, figura 2, que trata de orientações para construção e roteiros de investigação , a fim de deduzir as condições para se obter ângulos alternos internos e ângulos correspondentes congruentes.

Figura 2: Orientações para investigação.

ATIVIDADE 1

I - Construção e exploração de ângulos alternos internos.

Construa as retas ***r***, ***s*** e ***t***, de modo que a reta **t**, tenha um ponto de intersecção com as outras duas e marque os ângulos alternos internos.

A) Movimente as retas da construção através dos pontos e registre o que observar.

B) Movimente as retas ***r*** e ***s*** até obter ângulos congruentes. (de mesma medida). Qual a posição relativa das retas ***r*** e ***s*** quando isso acontece? (paralelas , perpendiculares ou concorrentes)

C) Deixe as retas ***r*** e ***s*** na posição em que se obtém ângulos congruentes e em seguida movimente somente a reta ***t***. O que acontece com os ângulos?

D) Faça uma nova construção iniciando desta vez com as ***r*** e ***s*** paralelas. Movimente as retas e confirme se suas conclusões anteriores estão corretas.

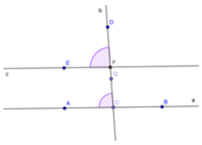
E) Escreva com suas palavras a propriedade para ângulos alternos internos, observada.

II - Construção e exploração de ângulos correspondentes.

Etapas da construção:

i) Construa retas paralelas ***a*** e ***b***, e ***c*** de modo que ***c***, tenha um ponto de intersecção com as outras duas e marque os ângulos correspondentes.

ii) Observe a imagem



Marque os pontos D e E de modo que não pertençam a reta $\overleftrightarrow{AB}$.

Construa a reta c passando por D e C.
Construa uma reta paralela a reta $\overleftrightarrow{AB}$ passando por E.
Marque o ponto F na intersecção das retas b e c.
Marque o ponto G pertencente ao segmento $\overline{CF}$.
Marque os ângulos correspondentes $G\hat{C}A$ e $D\hat{F}E$.

A) Movimente a reta c deslocando-a até que coincida com a reta a. (Esse movimento chama-se translação). O que acontece com os ângulos? O que podemos concluir sobre os ângulos correspondentes?

B) Construa duas retas quaisquer cortadas por uma reta transversal e marque os ângulos correspondentes e movimente a imagem (Exiba os ângulos.). O que podemos concluir sobre esses ângulos?

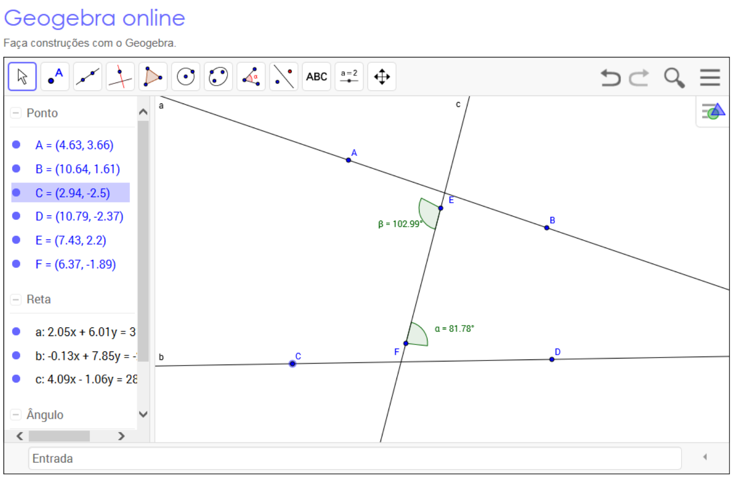
C) Escreva com suas palavras uma propriedade para os ângulos correspondentes a partir de suas conclusões ao manipular as construções.

Fonte: A autora.

Com essa atividade esperávamos que os alunos percebessem que para se obter ângulos alternos internos e ângulos correspondentes congruentes é necessário que sejam formados por retas paralelas cortadas por transversal.

Na realização da primeira parte da atividade, cinco das doze duplas precisaram fazer alguns ajustes nas imagens, pois, durante a construção não seguiram a orientação que solicitava que a reta transversal fosse construída com pontos pertencentes às outras duas retas. Dessa forma, os ângulos marcados não representavam o que pretendíamos explorar, figura 3.

Figura 3: Construção feita com GeoGebra, pela dupla E e G, no encontro 1.

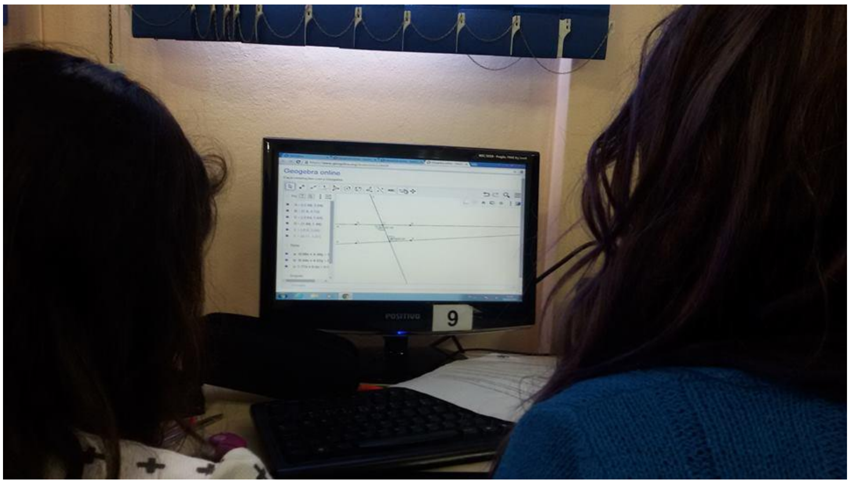


Fonte: Dupla E e G.

Após os ajustes nas construções citadas acima, todos os alunos conseguiram concluir as atividades e observei que responderam adequadamente às questões propostas nas orientações de investigação - figura 5 e 6. Isto é, para que os ângulos alternos internos e ângulos correspondentes sejam congruentes é necessário que estes sejam formados por retas paralelas cortadas por transversal.

A figura 4, apresenta a construção de ângulos, alternos internos, realizada pela dupla G e N.

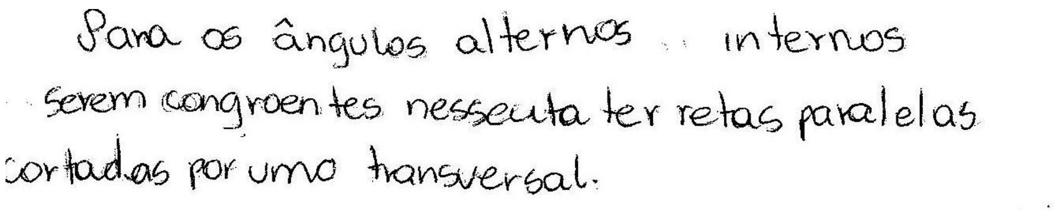
Figura 4: Construção realizada pela dupla G e M, encontro 1.



Fonte: A pesquisa.

A figura 5, apresenta o registro feito pela dupla J e J, para o item E da primeira parte da atividade 1.

Figura 5: Resposta escrita pela dupla J e J, no encontro 1.

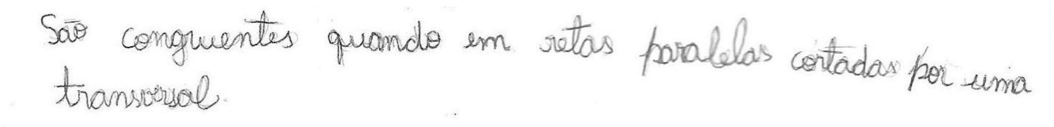


Para os ângulos alternos internos serem congroentes nessecita ter retas paralelas cortadas por uma transversal.

Fonte: A pesquisa

A figura 6, mostra o registro escrito pela dupla J e J, para o item C da segunda parte da atividade 1.

Figura 6: Resposta escrita pela dupla J e J, no encontro 1.

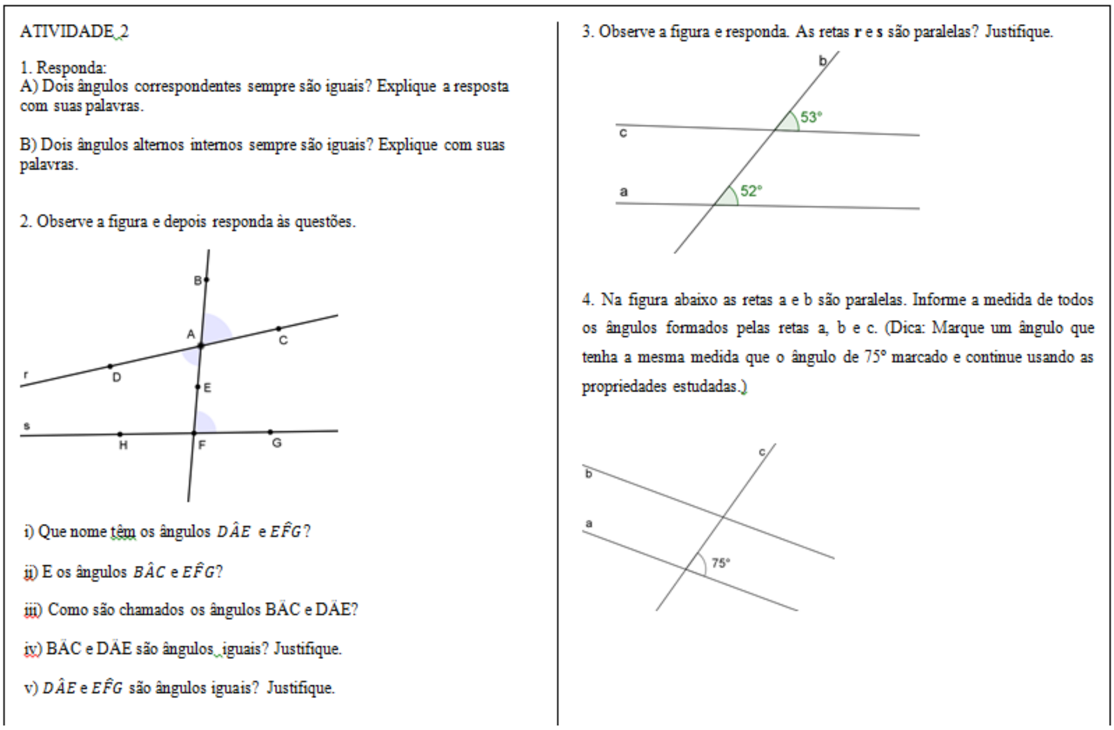


São congruentes quando em retas paralelas cortadas por uma transversal.

Fonte: A pesquisa.

Para finalizar esse encontro os alunos receberam a atividade 2, para ser realizada individualmente e ser concluída extraclasse, com o objetivo de aplicar as propriedades estudadas, e registrar justificativas, figura 7.

Figura 6: Atividades extraclasse.



ATIVIDADE 2

1. Responda:
A) Dois ângulos correspondentes sempre são iguais? Explique a resposta com suas palavras.

B) Dois ângulos alternos internos sempre são iguais? Explique com suas palavras.

2. Observe a figura e depois responda às questões.

i) Que nome têm os ângulos $D\hat{A}E$ e $E\hat{F}G$?

ii) E os ângulos $B\hat{A}C$ e $E\hat{F}G$?

iii) Como são chamados os ângulos $B\hat{A}C$ e $D\hat{A}E$?

iv) $B\hat{A}C$ e $D\hat{A}E$ são ângulos iguais? Justifique.

v) $D\hat{A}E$ e $E\hat{F}G$ são ângulos iguais? Justifique.

3. Observe a figura e responda. As retas **r** e **s** são paralelas? Justifique.

4. Na figura abaixo as retas a e b são paralelas. Informe a medida de todos os ângulos formados pelas retas a, b e c. (Dica: Marque um ângulo que tenha a mesma medida que o ângulo de 75° marcado e continue usando as propriedades estudadas.)

Fonte: Imenes, 2009.

ENCONTRO 2 – Aplicação das propriedades estudadas

Nesse encontro, composto por duas aulas de 55 minutos, estavam presentes 20 alunos. A primeira parte da proposta ocorreu na sala da turma e nela os alunos organizados em duplas compartilharam com o grande grupo os resultados das atividades realizadas na aula anterior e, também, os resultados das atividades realizadas extraclasse. Em vários momentos foi necessária a intervenção do professor para melhorar a expressão oral ou a escrita das justificativas apresentadas nas atividades. Percebemos, então, que houve entendimento das propriedades, mas, que os alunos apresentaram dificuldades em expressar por escrito as justificativas.

O quadro abaixo apresenta o número de acertos por exercício referentes à atividade 2, dos 20 alunos que compareceram à aula.

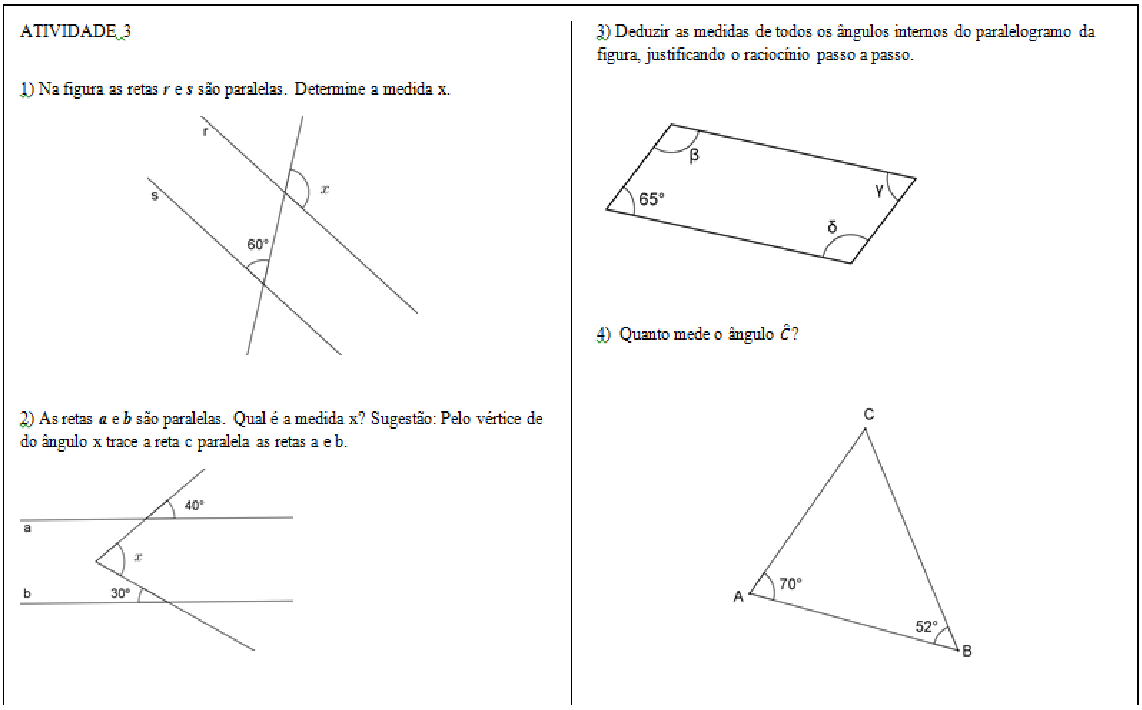
Quadro 2: Resultados obtidos em atividade extraclasse, encontro 2.

	ACERTOS	ERROS	NÃO REALIZARAM
Exercício 1	15	0	2
Exercício 2	12	3	5
Exercício 3	10	3	7
Exercício 4	6	4	10

Fonte: A pesquisa.

Para dar continuidade a aula, a turma foi convidada a deslocar-se ao laboratório de informática, para realizar a atividade 3 (figura 8), com o auxilio do software GeoGebra e com a exploração de *applets*, carregados no blog profzanchettinluciana@gmail.com os quais podem contribuir com a resolução de problemas e dedução da propriedade da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo. No laboratório, a turma foi organizada em duplas por computador e, solicitei que antes de iniciar a atividade 3 fizessem a construção do exercício 4 da atividade anterior e a explorassem, já que 50% deles não havia feito.

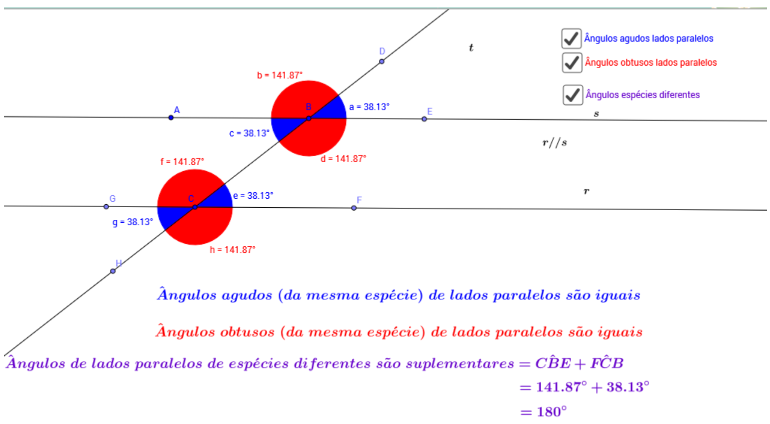
Figura 7: Problemas propostos no encontro 2.



Fonte: Imenes, 2009

No laboratório, os alunos responderam o exercício 4 da atividade 2, usando as propriedades estudadas para justificar todos os passos. Todas as duplas resolveram a atividade com sucesso. Quatro das duplas utilizaram o *applet* 1 desta construção. A figura 9, exibe a imagem do *applet*.

Figura 8: *Applet 1*

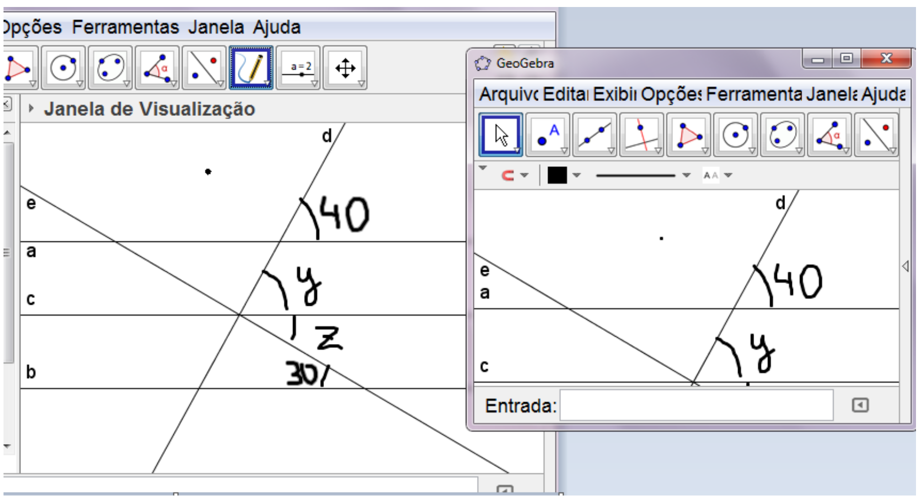


Fonte: https://tube.geogebra.org/material/iframe/id/94583/

Para resolver o problema 1 da atividade 3, duas duplas utilizaram a construção feita para o exercício 4 da atividade anterior, e as outras duplas responderam sem a utilização do computador.

Na resolução do problema 2, a turma solicitou ajuda à professora. O problema foi resolvido em conjunto com a mediação dessa. Projetei, então, a construção no quadro, tracei a reta **c** pelo vértice do ângulo **x**, conforme sugere o problema e mostrei que o ângulo **x** ficava decomposto em dois ângulos, **y** e **z**. Depois escondi o ângulo **z** e a reta **b,** figura 10.

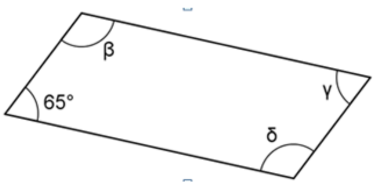
Figura 9: Explicação do problema 2, construída com GeoGebra**.**

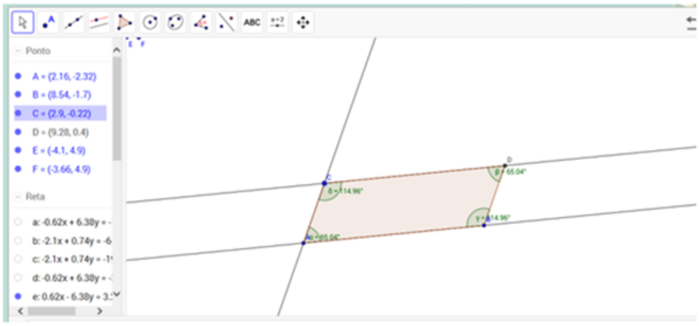


Fonte: A autora.

Na resolução do problema 3, solicitei que modificassem a construção apresentada no *applet* 2, registrando e justificando as respostas com as propriedades estudadas, figura 11. Seis duplas solicitaram ajuda para registrar as justificativas. Sugeri que deixassem visível na construção apenas um par de retas paralelas e uma reta transversal por vez, como na figura11 abaixo.

Figura 10: *Applet* 2 com alterações feitas pela turma A e L.



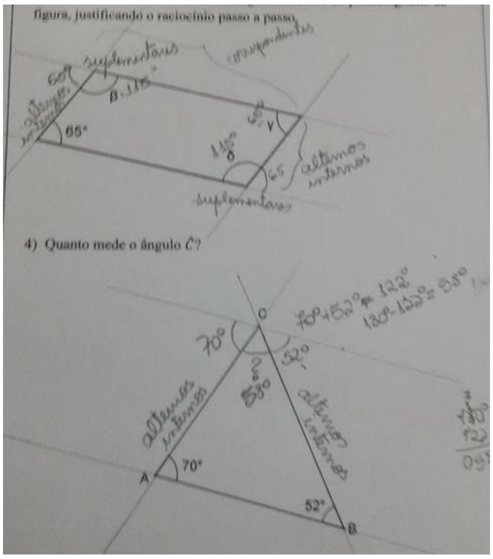


Fonte: https://tube.geogebra.org/material/iframe/id/1003493

Para deduzir a propriedade da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo utilizamos o problema 4 e o *applet* 3. Desta vez todas as duplas conseguiram resolver o problema sem ajuda. Para concluir que a propriedade é válida para qualquer triângulo solicitei, que movimentassem a figura a partir de seus vértices. Conclui informando que no *applet* poderíamos raciocinar a partir de um triângulo genérico e, assim poderíamos repetir o raciocínio para qualquer outro triângulo.

Na figura 12 apresento as resoluções da duplas M e A. Todas as duplas apresentaram justificativas escritas, parecidas com as delas.

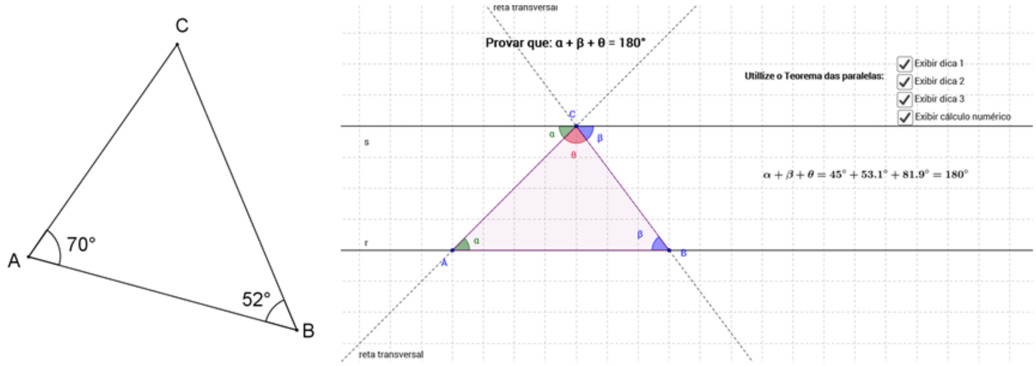
Figura 11: Respostas da dupla M e A.



Fonte: Dupla M e A.

A figura 13, apresenta a imagem do *applet 3*, utilizado para deduzir a propriedade da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo.

Figura 12: *Applet* 3



Fonte: https://tube.geogebra.org/material/iframe/id/141583

Considerações finais

Neste trabalho tratamos do ensino das propriedades de alguns ângulos notáveis com a intensão de iniciar os alunos no pensamento dedutivo, finalizando a proposta com a dedução da propriedade da soma das medidas dos ângulos internos dos triângulos. Por esse motivo, foram propostas aos alunos situações com finalidade de indagar, identificar ou reconhecer propriedades das figuras para, a partir de construções feitas pelos próprios alunos, produzir raciocínios hipotético-dedutivos.

Observamos que as experiências proporcionadas pela construção e exploração das imagens com o software GeoGebra permitiram que os alunos percebessem as propriedades da congruência dos ângulos alternos internos e dos ângulos correspondentes. Para isso, bastou a constatação visual e os exemplos e contra exemplos gerados pela modificação da imagem construída.

Percebemos, através das expressões verbais e dos registros escritos, apresentados nas resoluções dos problemas, que os alunos produziram: conjecturas, argumentos e deduções. No entanto, boa parte deles precisou de ajuda e apresentaram dificuldades para expressar verbalmente e por escrito as suas conclusões. Nesta parte, o papel do professor foi o de agir como um mediador, propondo que os alunos reavaliassem as situações através de indagações, provocando interações entre as duplas e o grande grupo ou ainda indicando caminhos para o aluno buscar as respostas dos seus próprios questionamentos.

Consideramos satisfatórios os resultados obtidos com esta proposta, tendo em vista que a turma não estava acostumada com a realização de registros e raciocínios conforme solicitados nesses encontros.

Assim tenho consciência de que preciso estudar muito para que seja possível a produção de propostas que persigam a idealidade, mas, também tenho a certeza que esse formato de aula combinando investigação, geometria e software de geometria dinâmica (mídias) pôde nos fornecer uma experiência de sucesso, pois, percebemos durante a execução da proposta que os alunos têm grandes possibilidades de aprendizagem.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental*, Brasília: MEC, 1998.

GRAVINA, Maria Alce. Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 8, 1996, Belo Horizonte. *Anais*. p.1-13. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/pdf/maria-alice_geometria-dinamica1996-vii_sbie.pdf /Acessado em: 03/07/2015.

___________________.*Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo*. Porto Alegre: 2001. Tese de doutorado. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/2545>. Acessado em: 03/07/2015.

GRAVINA, M.A.;BARRETO,M. *Mídias Digitais I:material didático***.** Porto Alegre, UAB/IM/UFRGS, 2009. Disponível em: <www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/

mídias_digitais_I/> Acesso em: 22/06/2015.

GRAVINA, Maria Alice. et al. *Geometria Dinâmica na Escola*. In: Maria Alice Gravina; Elizabete Zardo Burigo; Marcus Vinícius de Azevedo Basso; Vera Clotilde Vanzetto Garcia. (Org.).Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática Porto Alegre: Evangraf, 2012. p. 37-60.

IMENES, Luis Márcio**.** *Matemática: Imenes&Lellis***.** São Paulo: Moderna, 2009.

ITZCOVICH, Horácio. *Iniciação ao estudo didático da geometria, das construções às demonstrações*. São Paulo: Anglo, 2012.

PAPERT, Seymour. *A Máquina das Crianças – Repensando a Escola na Era da Informática***.** Edição Revisada. Porto Alegre: Artmed, 1994.

ROSA**, M**aurício. *Atividades Semipresenciais e as Tecnologias da Informação: Moodle - uma plataforma de suporte ao ensino.* In: Airton Pozo de Mattos; Daiana Garibaldi Rocha; Gabriela Fonseca; Janete Pereira Annes; Marinice Langaro Vaisz; Marije Dee Weber; 1ed.Canoas: ULBRA Editora, 2011, v. 1, p. 135-147.

ROSA, Maurício**.** *Cyberformação com Professores de Matemática: interconexões com experiências estéticas na cultura digital*. In: Maurício Rosa; Marcelo Almeida Bairral; Rúbia Barcelos Amaral. (Org.). Educação Matemática, Tecnologias Digitais e Educação Matemática: pesquisas contemporâneas. 1ed.São Paulo: Livraria da Física, 2015, v. 1, p. 57-96.

SILVA, G. H.G.: PENTEADO, M.G. *O trabalho com Geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa.* In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA –SINTEC,1, 2009, Ponta Grossa.

SAWAYA, M. R. *Dicionário de Informática e Internet.* São Paulo: Nobel, 1999. Disponível em<http://comp.ist.utl.pt/aaa/Prog/Dicion%E1rio%20De%20Inform%E1tica%20&%20Internet %20Ingl%EAs-Portugu%EAs.pdf> Acesso em 28/07/2015.