



A INSERÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE ÂNGULOS

Carlizi Barcelos Machado – carlizibm@hotmail.com – Pólo de Três Passos
Manuela Longoni de Castro – manuela.castro@ufrgs.br – UFRGS

Resumo: Este trabalho procura mostrar a deficiência do ensino de ângulos do ensino fundamental. Uma análise de aprendizagem do método tradicional de ensino é apresentada, realizada através de provas e trabalhos de turmas do 6º e 7º anos do ensino fundamental do ano de 2014. Propõe-se uma didática com o uso do software GeoGebra para que a aprendizagem dos alunos seja realmente significativa, já que a tecnologia está cada vez mais presente na vida de todas as pessoas. A atividade proposta foi construída a partir do estudo de várias dissertações de mestrado e de trabalhos de graduações onde o foco está na geometria.

Palavras-chave: ângulos; aprendizagem; geogebra.

Introdução

O ensino da geometria é importante para o desenvolvimento dos alunos, pois, segundo os PCNs, desenvolve um tipo especial de pensamento que permite ao estudante compreender, descrever e repensar de forma organizada o mundo em que vive. Mas é sabido que esse bloco foi por muito tempo negligenciado nas aulas de matemática.

Muitos são os motivos para isso ter ocorrido, mas o que mais chama a atenção é o fato de que os professores não tem segurança para trabalhar seus conteúdos, pois desde a sua formação a geometria é pouco estudada. Sobre os cursos de graduação em matemática, em uma pesquisa sobre a geometria com professores atuantes em sala de aula, Crescenti (2008, p. 92) nos mostra que “... esses cursos não foram significativos para esses professores, uma vez que se referiram quase que exclusivamente ao conhecimento adquirido ao longo de sua prática docente.” Ou seja, os professores que têm a consciência de que a geometria tem conteúdos de extrema relevância para o desenvolvimento do aluno aprendem a organizar por si os conteúdos e trabalham com os estudantes de uma maneira que acreditam ser viável na sala de aula. A vontade desses professores de ensinar é louvável, mas isso abre um leque de chances para os

alunos não aprenderem de forma significativa, por causa da falta de preparação adequada dos docentes em relação a geometria.

Quanto a ângulos, no ensino fundamental esse descaso com a geometria é ainda pior, pois, como afirma Lima (2014), nem sempre os docentes trabalham esse conteúdo e quando ele é mostrado pelos professores às turmas, é de forma expositiva, apenas na teoria, sem a intenção de estabelecer um vínculo com a realidade dos alunos. Assim, ficam os alunos com deficiência conceitual em um conteúdo que é importante na construção de outros conceitos relevantes da geometria, como os polígonos e a trigonometria.

Percebi que deveria realizar meu trabalho sobre ângulos quando, ao abordar esse assunto em sala de aula no ano de 2014 não obtive sucesso. Verifiquei isso ao realizar vários resumos e revisões do conteúdo e perceber que mesmo assim os alunos do 6º ano não conseguiam classificar nem distinguir o desenho de ângulos rasos, obtusos, agudos e retos nas atividades propostas. Então lembrei-me que os estudantes da minha turma de 7º ano, que haviam sido meus alunos no 6º ano, não conseguiam traçar ângulos, por não saber usar o transferidor e também por não entender o que é um ângulo. Percebi isso ao notar nas atividades que alguns não desenhavam semirretas, outros não sabiam onde tinha que começar a outra semirreta, entre outros motivos.

Minha vontade de escrever sobre esse conteúdo aumentou ainda mais quando li na dissertação de mestrado de Leonor Pedroso que os alunos não conseguiam fazer exercícios de trigonometria corretamente, como determinar seno e cosseno de triângulos retângulos por não saber o que era ângulo ou não saber que se poderia mudar dentro do triângulo, o ângulo a ser considerado na atividade. Conforme Pedroso (2012) seus alunos não conseguiram concluir com êxito os exercícios porque a noção de ângulo não está clara e bem definida, pois há dificuldade em identificar as relações no triângulo retângulo porque não conseguem relacionar os lados e o ângulo a ser trabalhado. Então lembrei-me que quando trabalhei, em 2014, o conteúdo de triângulos, os alunos não conseguiram nem mesmo “decorar” as denominações dos triângulos quanto aos ângulos, sendo que quanto aos lados foi um pouco mais fácil.

Lembrei-me, então, da minha dificuldade quando passei pelo ensino básico nesse conteúdo. Na verdade, fui realmente entender o que era um ângulo já no meu curso de licenciatura e, vários colegas meus também tinham essa dificuldade. Neste trabalho estou expondo minha angústia com minhas turmas, mas confirmei, através de

pesquisas sobre o assunto e em conversas com outros professores de matemática, que essa situação não ocorre apenas comigo.

Temos que repensar o ensino desse conteúdo tão importante de maneira que seja mais prazeroso para o aluno e que traga uma real aprendizagem. Para isso pode-se contar com o auxílio das tecnologias. Esse vem sendo um assunto bastante levantado em discussões sobre educação nos dias atuais. É necessário que o professor encontre caminhos para fazer com que as aulas de matemática se tornem significativas para os alunos e não mais uma repetição de exercícios. As pessoas de hoje em dia precisam ser desafiadas a pensar para terem sua atenção voltada para a sala de aula. E, como sabe-se, os jovens são muito ligados às tecnologias, então sendo a escola habitada pelos mesmos, tem-se que repensar o espaço e adequarmos o ambiente com a realidade de cada fase. A tecnologia escolhida para me auxiliar a montar uma aula diferenciada foi o *software* Geogebra, por ser um programa de fácil manuseio e que permite o trabalho dinâmico, fazendo com que os alunos possam interagir com os recursos nele contidos. Sobre essa ferramenta de ensino Notare e Basso (2012, p.6) nos esclarece:

Dessa forma, este ambiente torna-se um importante recurso para ser utilizado como um espaço de exploração e manipulação pelos alunos, pois valoriza a ação do aluno, tanto no processo de construção, quanto no processo de exploração. Neste sentido, sua utilização nas aulas de Matemática pode levar os alunos ao processo de tomada de consciência de conceitos matemáticos.

Pode notar-se, então, que quanto mais o aluno tiver que pensar para resolver uma questão, onde a atividade desafie o seu pensamento e desenvolva o seu raciocínio lógico mais ele vai gostar da aula e aprender sobre o conteúdo trabalhado. E uma aula bem elaborada usando a ferramenta Geogebra pode ser desafiadora, por ser uma tecnologia onde se pode manipular os desenhos e se descobrir as propriedades deles.

1. A abordagem tradicional sobre ângulos

Durante os poucos anos que lecionei em turmas de sextos e sétimos anos do ensino fundamental me deparei com uma dificuldade preocupante no ensino de ângulos. Nas turmas de sexto ano porque faltava tempo, pois o conteúdo era deixado para o final do ano e precisava ser apenas apresentado de forma superficial. No primeiro ano de trabalho não cheguei nem mesmo a “pincelar” o conteúdo. Nas turmas de sétimo ano, a dificuldade era a de fazê-los conseguir traçar ângulos com o transferidor. Vejo que essa tarefa é difícil para os alunos em decorrência de que eles não aprenderam

significativamente o que é um ângulo. Vou começar minha reflexão fazendo a análise dos livros didáticos com que trabalho, pois até hoje foi o único material de pesquisa que utilizei, já que o laboratório de informática tem alguns problemas, como a degradação e a lentidão dos computadores.

2. Análise dos livros didáticos

Irei me referir aos seguintes livros e da seguinte maneira:

Livro 1 - Praticando Matemática de Andrini e Vasconcellos;

Livro 2 - Matemática e Realidade, de Iezzi, Dolce e Machado;

Livro 3 - Matemática Bianchini, de Edwaldo Bianchini .

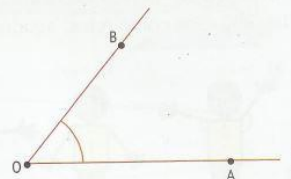
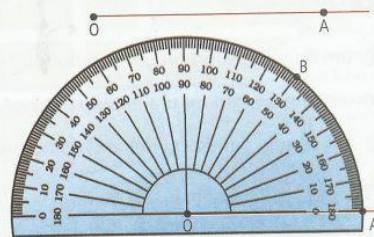
Livro 1: O conteúdo começa mostrando algumas figuras do dia a dia, como uma tesoura, favos de mel, uma porta, uma pizza e a bandeira do Brasil e, marcando os ângulos em cores diferentes em cada um dos desenhos. Daí, então ensina o conceito de semirreta. Depois parte para a definição de ângulo onde diz: “Quando traçamos no plano duas semirretas de mesma origem... separamos o plano em duas regiões. Cada uma dessas regiões é um ângulo.”.

Então mostra que devemos identificar o ângulo a ser trabalhado. Depois de alguns conceitos nominais e de mostrar o transferidor, o autor mostra como utilizá-lo para traçar e medir um ângulo. Veja na figura.

4. Utilizando o transferidor

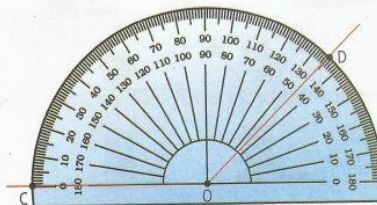
Vamos construir um ângulo de 50° com auxílio do transferidor.

- Trace a semirreta OA.
- O ponto O será o vértice do ângulo e \vec{OA} um de seus lados.
- Coloque o centro do transferidor sobre o ponto O de modo que a linha de 0° a 180° fique sobre \vec{OA} .
- Geralmente, o transferidor tem duas escalas. Utilize a que tem o zero sobre o lado do ângulo. Como queremos um ângulo de 50° , marque o ponto B.
- Retire o transferidor e trace a semirreta OB, obtendo o ângulo \widehat{AOB} que mede 50° . Simbolicamente, $\text{med}(\widehat{AOB}) = 50^\circ$.



Agora, vamos medir o ângulo \widehat{COD} utilizando o transferidor.

- O centro do transferidor deve ser posicionado sobre o vértice do ângulo.
- A linha de 0° a 180° deve coincidir com um dos lados do ângulo.
- Meça o ângulo a partir do zero que está sobre o lado do ângulo.



A semirreta OD passa pela marca 135, ou seja, $\text{med}(\widehat{COD}) = 135^\circ$.

Figura 1 – Página 141

O traço e a medição dos ângulos eu ensino apenas no 7º ano, devido a extensa lista de conteúdos do 6º ano do ensino fundamental. Nessa explicação, noto que os alunos a priori dizem que entenderam como se faz, mas na hora de traçar um ângulo o resultado é desastroso. Vejo que aí eles mostram a deficiência da aprendizagem do conceito ângulo, pois não sabem o que fazer por não saber onde se deve chegar.

Depois o livro dá a definição de retas perpendiculares e paralelas e ensina como desenhá-las com a ajuda do esquadro. Nesse livro a cada etapa é dado vários exercícios.

Livro 2: O livro começa o conteúdo de ângulos mostrando, segundo os autores, figuras que transmitem a ideia de ângulo, como o relógio, bandeirinhas de festa junina, o arco de futebol e uma mesa e também destacam um dos ângulos de cada imagem com outra cor. Daí, então mostra o conceito de ângulo em geometria e resume com a afirmação “A reunião de duas semirretas distintas e de mesma origem é um ângulo.”

Posteriormente dá uma atenção especial ao ângulo reto. Daí parte para a definição de retas paralelas e concorrentes e dá atividades. Noto que ao contrário do primeiro livro, este não ensina a desenhar e a medir com o esquadro, aliás, este não é nem mesmo mostrado em figura.

Livro 3: Já o livro 3 começa o assunto com cinco figuras de relógios marcando horários distintos e, diz que a figura formada pelos dois ponteiros dá a ideia de ângulo. Depois mostra a imagem de alguns objetos e marca um ângulo de cada destacando com cores diferentes como uma prateleira, uma tábua de passar roupa, uma estrela do mar e uma tesoura. Então, após alguns exercícios diz que o giro dá a ideia de ângulo. Achei interessante neste livro que quando aborda a medida dos ângulos o autor destaca que a união de duas semirretas forma dois ângulos.

Depois mostra a figura de dois transferidores, um de 180° e outro de 360° e posteriormente ensina a medir um ângulo de 20° , fazendo uma explanação e mostrando duas figuras: uma com o desenho das semirretas e a marcação da abertura a ser medida e outra com o transferidor em cima do mesmo ângulo. Depois de atividades de medição, o livro mostra como construir um ângulo com o transferidor. Para finalizar define os nomes dos ângulos e das retas para então ensinar a construção de retas perpendiculares utilizando régua e transferidor e depois utilizando régua e compasso.

Noto nos livros 1 e 3 o esforço dos autores em tentar ensinar a traçar e medir os ângulos com o transferidor, mas identifiquei nos alunos das minhas turmas a dificuldade de compreensão do conceito de ângulos. Entender que ângulo é a medida da abertura ocasionada pela união de duas semirretas é difícil para o aluno, pois o que eles enxergam são duas semirretas e não a abertura que elas oferecem e, isso dificulta o aprendizado do traço e da medição de um ângulo utilizando o transferidor. Outra dificuldade bem característica desse conteúdo é entender que se tem mais de um ângulo que pode ser analisado na união de duas semirretas. Acredito que isso se deva ao fato de que as atividades dos livros e, conseqüentemente o que é mostrado pelo professor, é a ideia de ângulo são relacionados as figuras abaixo:

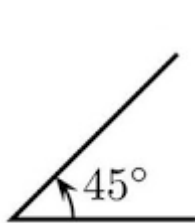


Figura 2



Figura 3

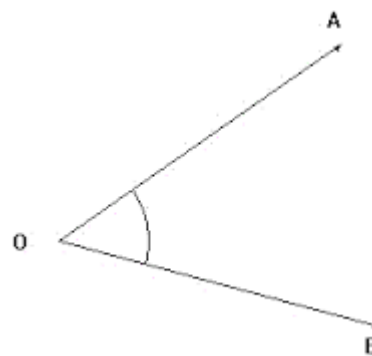


Figura 4

Se fosse pedido em um exercício para medir o ângulo da figura abaixo a maioria das pessoas mediria o menor ângulo.

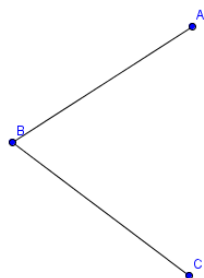


Figura 5

Poucos conseguem ver que há outro ângulo nessa imagem, além do α . Pode-se medir também o ângulo β , pois ele também forma uma abertura na união de duas semirretas.

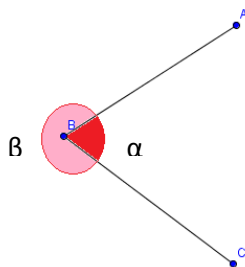


Figura 6

Isso se dá por causa da imagem conceitual, que é a imagem que as pessoas constroem sobre determinado conteúdo. Como grande parte dos professores não se aprofundam neste assunto, a maioria dos exercícios que os alunos fazem em sala de aula são parecidos com os das figuras a cima. Muda um pouco quando denominam ângulo obtuso e ângulo reto. Então as imagens mais usadas são as seguintes:

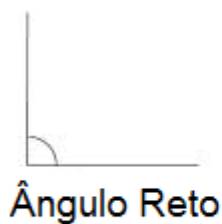


Figura 7

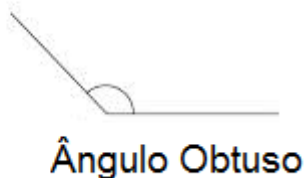


Figura 8

Os alunos tem dificuldade em ver que o ângulo abaixo é reto, por exemplo, pois ele não está na posição que eles estão acostumados a ver.

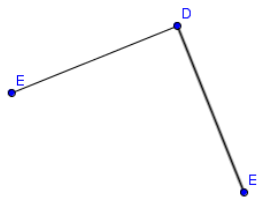


Figura 9

Segundo Bernd (2011, p. 12) “...cada conceito tem atrelado a si algum tipo de exemplo protótipo – um exemplo que apresenta atributos não-críticos, mas que é tido como um modelo a ser seguido pelos demais exemplos deste conceito.”, ou seja, nos acostumamos a ter sempre o mesmo tipo de atividades e quando nos deparamos com um exemplo diferente não conseguimos transferir os conhecimentos adquiridos para aquela imagem. Isso nos faz concluir que o aprendizado não foi significativo, pois quando ele realmente acontece se consegue aplicá-lo em qualquer exercício. Essa é a desvantagem de usarmos somente livros didáticos ou folhas xerocadas nas aulas, pois os professores acabam se detendo apenas nos exemplos que ali estão, sem poder mudar, transformar, manipular o objeto de ensino. As figuras estão prontas e é com isso que se pode trabalhar. Para que isso mude é que cada vez mais as tecnologias estão chegando nas escolas, pois é um meio de trabalhar conteúdos com mais dinâmica.

Então, resolvi trazer para a minha proposta de ensino sobre ângulos o software Geogebra, pois ele permite que possamos manipular a imagem e transformá-la, dependendo da necessidade, alterando ou não as propriedades das figuras. Por exemplo, ao ensinar ângulo reto, pode-se desenhar um ângulo de 90° e mudar a figura de posição, alterar o tamanho que ele não perderá a sua característica. Mas se for interessante para o professor podemos manipular de forma que o ângulo perca sua medida e então perguntar se ainda ele é reto. Isso dependerá da turma, da atividade proposta e do professor. Fazendo essas manipulações o aluno tende a não gravar um exemplo protótipo na mente e conseguir realmente entender a propriedade da figura e então construir o conceito correto do conteúdo. Não é como nos livros que o conceito é dado pronto. Elaborando a atividade de forma bem desenvolvida, o professor vai construindo o conceito com o aluno.

Neste caso, a ferramenta computacional utilizada, foi escolhida por várias razões, dentre elas:

- É um *software* livre e de fácil instalação, tanto no *Windows* como no *Linux*. É preciso pensar na realidade das escolas. Há alguns laboratórios

de informática que adotam um ou outro ou até mesmo os dois, então há que se ter a sensibilidade de garantir o máximo de computadores com a instalação do programa.

- É um *software* de fácil manipulação e aprendizado dos alunos. Sabe-se que os jovens tem bastante habilidade para mexer nas tecnologias e o Geogebra é um programa que permite ser manipulado com facilidade.
- É um programa que vem sendo bastante abordado nos cursos de formação continuada dos professores. Isso é positivo, já que é necessário que o professor tenha bastante segurança ao elaborar e ministrar uma aula no laboratório de informática, para que essa realmente auxilie no real aprendizado do conteúdo. Caso contrário a aula se torna uma bagunça e serve para confundir ainda mais os alunos a respeito do conteúdo.
- Com o Geogebra é possível trabalhar com a geometria dinâmica, em 2D e em 3D. Isso torna esse *software* muito interessante no estudo tanto da geometria quanto da álgebra, ou mesmo os dois simultaneamente.

O nome Geogebra vem da união de um software pensado para trabalhar geometria e álgebra.

3. Análise de anos anteriores

Leciono em uma escola de Santa Rosa, localizada em um bairro que tem uma realidade um pouco difícil quanto a violência. Grande parte de nossos alunos tem pais que não tiveram muito estudo, então eles também não valorizam tanto a educação quanto deveriam. Isso não é desculpa para um mau ensino, mas o fato é que há uma reclamação da grande parte dos professores quanto a vontade, ou a falta dela, de aprender e a dificuldade de proporcionar aos nossos alunos uma aprendizagem significativa. Coloco isso aqui, pois há uma grande preocupação dos educadores e pesquisadores que o professor leve em consideração a realidade em que o aluno está inserido na hora de preparar suas aulas, então acho relevante que se faça essa mesma ressalva na hora de analisar os resultados do trabalho em sala de aula.

Começo a analisar as turmas de 6º ano do ano de 2014. Não citarei os nomes dos alunos nessa análise, apenas colocarei como aluno 1, aluno 2, e assim por diante. É interessante ressaltar que os conteúdos foram trabalhados apenas no livro didático e com folha xerocada, ou seja, de uma forma bem tradicional e na turma de 6º ano foi um

trabalho bem rápido, pois o ano estava acabando e eu precisava aplicar os últimos trabalhos e provas.

3.1 Análise de um trabalho feito em casa, ou seja, com o auxílio de todo o material deles.

Aluno 1

Nessa atividade pedi que eles definissem os ângulos e os triângulos. Construí essa atividade para que os alunos revisassem os conteúdos em casa, assim como nós já havíamos feito em sala de aula oralmente e no caderno.

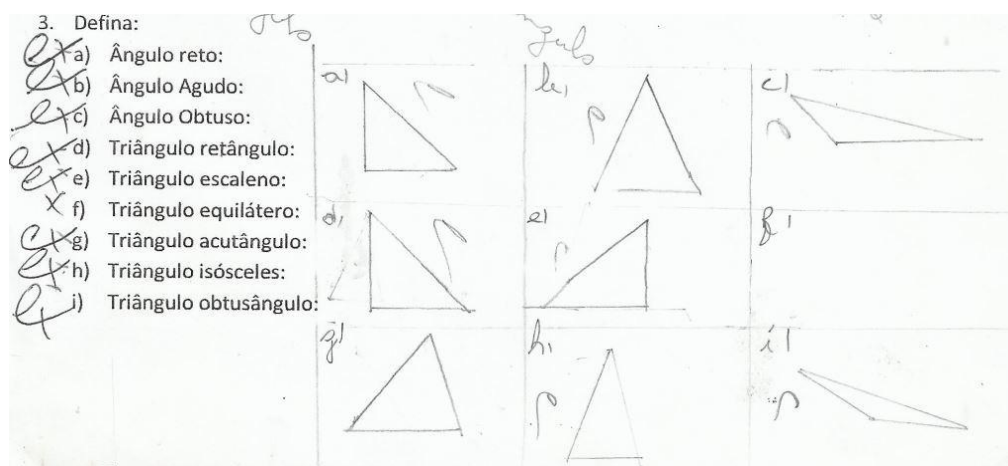


Figura 10

Vejam que esse aluno ao invés de definir por escrito os conceitos, ele desenhou. Nos itens a, b e c ao invés de traçar ângulos, ele desenhou triângulos, mostrando que ele confundiu totalmente os conteúdos. Dei meio certo porque entendi que ele havia entendido da sua maneira, “usando” o exemplo protótipo, o que é um ângulo reto, agudo e obtuso.

Aluno 2

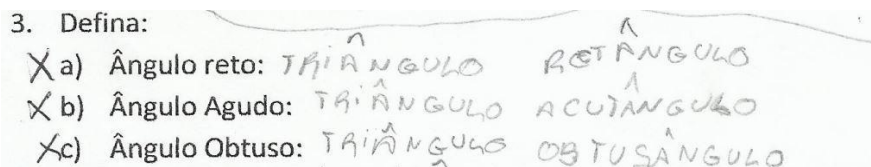


Figura 11

Aqui o aluno 2 mostra que também confundiu os conteúdos. Note que ele não conseguiu diferenciar um ângulo de um triângulo, mostrando que ele não entendeu a definição de ângulo.

3.2 Análise da Prova Individual e sem consulta. Considere que foram feitas mais duas revisões, uma quando corriji o trabalho no grande grupo com interrogação das

dúvidas e mais uma revisão feita em forma de um resumo no quadro de maneira expositiva.

Aluno 3

Apliquei essa atividade com a finalidade de verificar se o aluno sabia ou não identificar um ângulo reto, que é tão importante nos conteúdos de geometria pelo seu variado uso, e coloquei mais um ângulo obtuso para ver se eles conseguiriam distinguir um ângulo agudo de um obtuso.

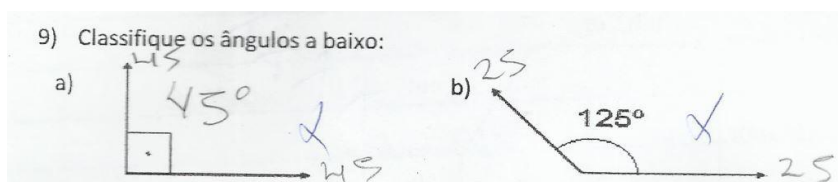


Figura 12

Esse aluno não comparecia com frequência nas aulas, mas achei interessante trazer o que ele conseguiu captar sobre o conteúdo. Note que ele não sabia os tipos de ângulos e nem mesmo soube identificar o ângulo reto.

Aluno 4

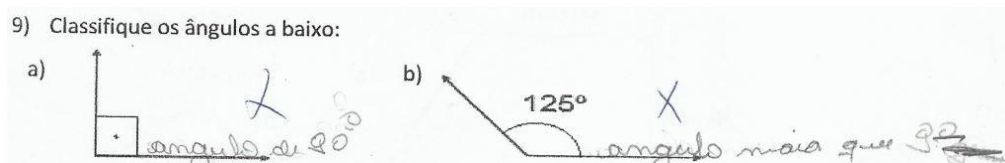


Figura 13

Veja que esse aluno entendeu quando um ângulo tem 90° e que as classificações se dão analisando quando é maior, menor ou igual a 90° , mas ele não conseguiu definir os nomes que são dados a cada tipo.

Aluno 5

10) Complete o quadro com a classificação dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos, respectivamente.

a)

b)

c)

d)

	a	b	c	d
Quanto aos lados	<i>Isósceles</i>	<i>Equilátero</i>	<i>Escaleno</i>	<i>Isósceles</i>
Quanto aos ângulos	<i>Isósceles</i>	<i>Equilátero</i>	<i>Obtusângulo</i>	<i>Isósceles</i>

Figura 14

Apliquei essa atividade com a finalidade de verificar o aprendizado das denominações dos triângulos. Coloquei esse exercício aqui para mostrar que o aluno 5 não consegue identificar o que é um ângulo, pois na hora de classificar os triângulos quanto aos ângulos ele dá a classificação quanto aos lados, ou seja, apesar de estar bem identificado nos itens, ele não consegue saber onde está o ângulo para que haja uma classificação diferente da linha de cima.

3.3 Análise de um trabalho com uma turma de 7º ano

Pedi aos alunos dessa turma que traçassem retas que poderiam ser aleatórias ou formar desenhos e, que marcassem com arcos os ângulos. Apliquei essa atividade com o objetivo de verificar se eles sabiam identificar um ângulo, ou seja, se eles haviam compreendido o conceito desse conteúdo. Veja 4 desses trabalhos:

Aluno 6

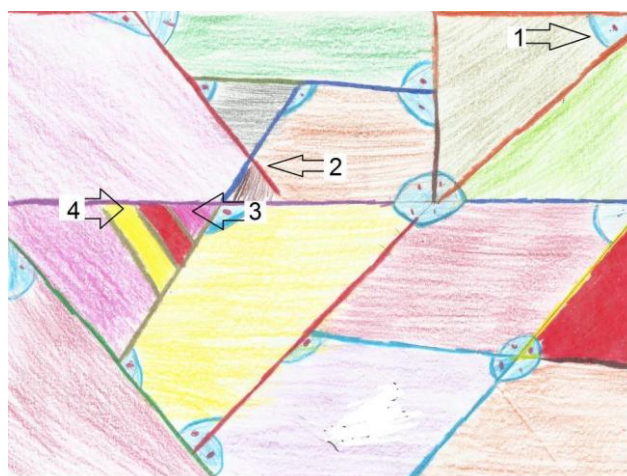


Figura 15

Note na flecha número 1 que ele não compreende o que é um ângulo, pois essa figura forma dois ângulos e não apenas um, pois não é a união de apenas duas semirretas. Na flecha número 2 não consegue ver quatro ângulos e nas flechas número 3 e 4 não consegue ver os ângulo por ter desenhado três linhas paralelas (pois o desenho não foi feito com uma régua, não caracterizando essas linhas com semirretas). Então por estar uma semirreta muito próxima a outra não conseguiu notar a variedade de ângulos contidos nessa parte do desenho.

Aluno 7

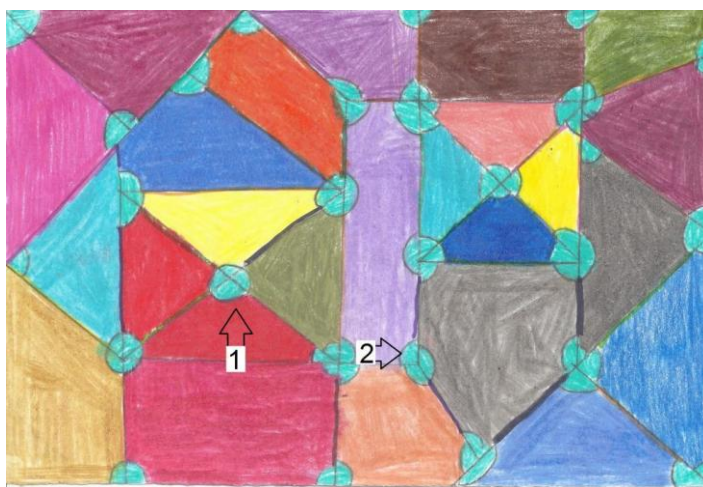


Figura 16

Noto na flecha número 1 que o aluno 7 conseguiu entender que quando a união de vários ângulos sem interstício forma uma volta completa, pela maneira de desenhar os arcos na identificação dos ângulos, porém não consegui saber, na flecha 2 se o aluno compreende o ângulo reto, pois quando ocorreu a oportunidade ele não colocou o quadrado, que o caracteriza.

Aluno 8

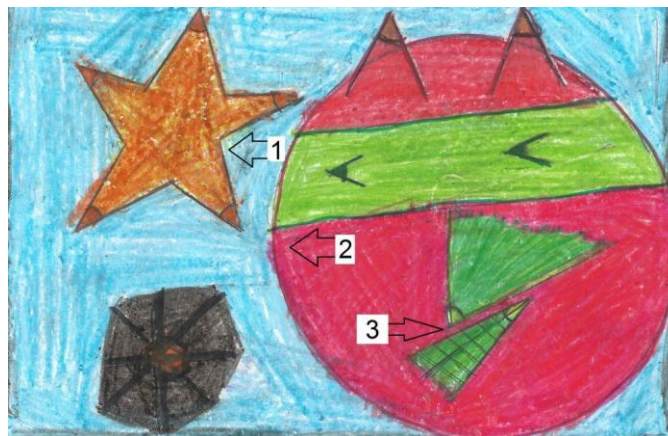


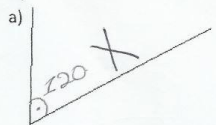
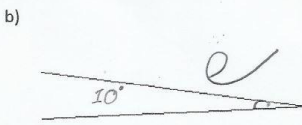
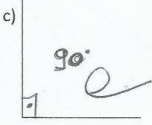
Figura 17

Este trabalho, diferente dos demais, não foi feito apenas de semirretas, mas a intenção do aluno foi fazer um desenho. Noto três pontos importantes aqui. O primeiro é que na flecha 1 o aluno não identificou todos os ângulos da estrela, apenas os das pontas. Sendo assim concluo que ele entendeu que era somente nesta região que havia ângulos, mostrando uma deficiência de entendimento do conceito pois consegue aplicá-lo somente em algumas situações. Vejo que o aluno entendeu o conceito quanto a união de duas semirretas por não ter marcado o arco na flecha número 2, pois ele fez um círculo e não uma semirreta. Na flecha número 3 destaco que o aluno não marcou o outro ângulo formado das semirretas.

3.4 Análise da Prova do 7º ano

Aluno 9

1) Meça os seguintes ângulos:

a)  b)  c) 

2) Ligue o nome com o ângulo que o representa:

Ângulo obtuso	■	360°	■
Ângulo raso	■	62°	■
Ângulo agudo	■	180°	■
Ângulo reto	■	135°	■
Ângulo de uma volta completa	■	90°	■

(Handwritten connections: 360° to 180°, 62° to 90°, 180° to 360°, 135° to 90°, 90° to 135°)

Figura 18

Meu objetivo na questão número 1 era verificar se os alunos conseguiam fazer a medição de ângulos bem simples. Vejo que no item a, o aluno inverteu a forma de olhar. Ele tinha um transferidor que mostrava as marcas de 0° a 180° no sentido horário e mais abaixo no sentido anti-horário. O estudante não entendeu que para medir o ângulo teria que ter olhado do 0° para o 180° e ele fez o contrário, pois o ângulo media 60° .

Na atividade número 2 pretendi verificar se os alunos sabiam denominar os ângulos conforme sua medida. Noto nesse estudante que ele entendeu o conceito de ângulo reto, pois na questão número 1 ele já havia acertado e na 2 também e, que uma volta completa tem 360° . Porém o restante das denominações esse aluno não conseguiu denominar.

Observando essas questões faço uma comparação de uma aula convencional com outra usando o software Geogebra, que eu me proponho a realizar com minhas próximas turmas de 6º ano, pois devido a minha licença maternidade, não poderei aplicar essa prática nesse ano. Essa é uma aula que eu preparei pensando nas minhas

turmas, por não conseguir aplica-las não tenho como saber se é um bom planejamento e/ou se funcionaria adequadamente na sala de aula.

Faço a comparação entre esses dois planejamentos, pois tenho o objetivo de mostrar como podemos reformular as aulas de matemática utilizando mídias digitais, que os alunos gostam tanto mesmo em um conteúdo pouco estudado, como ângulos, ao invés de sempre usar a mesma didática do livro e como isso tende a chamar mais a atenção dos alunos, pelo fato de estar trabalhando com ferramentas que eles se interessam.

4. Comparando didáticas

Conteúdo: Ângulos

Turma: 6º ano

Objetivos

- Compreender o conceito de ângulos;
- Compreender a medida Grau;
- Traçar ângulos no software Geogebra;
- Aprender a medir e a traçar ângulo com medidas específicas;
- Aprender as denominações dos ângulos;
- Aprender retas paralelas e perpendiculares;

Farei a comparação do 1º Livro didático, descrito na página 4, porque é o livro adotado na escola onde trabalho.

4.1 Motivação para o conteúdo

O livro começa mostrando uma ideia de Ângulos em figuras de coisas do dia a dia. Veja:



Figura 19

Eu proponho começar o assunto com um joguinho online disponível no site <http://www.clickjogos.com.br/jogos/12-yards/> onde o cobrador de pênaltis tem que mirar a bola para bater. Começo pedindo que os alunos marquem o gol no ângulo. Então pergunto o que é acertar a bola no ângulo. Aqui creio que os meninos expliquem com mais desenvoltura e começo uma reflexão sobre o quanto a flecha precisa se levantar e quanto é necessário que a flecha se desloque para a esquerda ou para a direita para fazer o gol no ângulo. E proponho outras análises como para fazer um gol rasteiro no canto direito, quanto a flecha tem que se deslocar e, assim por diante. Essa é uma maneira de começar o assunto com um jogo, que é uma ferramenta que os alunos adoram. Veja algumas imagens do jogo.



Figura 20



Figura 21

4.2 Compreendendo o conceito de ângulo

O livro traz imediatamente depois do subtítulo Ângulos – elementos e representação, a seguinte definição: “Quando traçamos no plano duas semirretas de mesma origem, como você vê na representação a seguir, separamos o plano em duas regiões. Cada uma dessas regiões é um ângulo.”.



Figura 22

Eu creio que o aluno não vá entender o que é um ângulo lendo essa definição e vendo a figura a cima, pois essa pequena região pintada não dá uma dimensão de ângulo verdadeira. Já que as figuras iniciais começaram com arcos definindo os ângulos, aqui poderia já ser feito o mesmo processo e, não esclarecendo depois, como acontece no livro, onde diz que as duas semirretas formam dois ângulo e, que então, é necessário identificar o ângulo que se vai trabalhar com um pequeno arco.

Para trabalhar a definição no Geogebra proponho as seguintes atividades:

Obs: Para cada exercício feito no Geogebra, aplique um Print e cole em um documento do word.

- 1) Trace uma reta, semirreta ou um segmento de reta, como você preferir.
- 2) Agora desenhe outra reta, semirreta ou segmento de reta de modo que os dois desenhos se cruzem.
- 3) Marque um ponto onde elas se cruzarem.
- 4) Qual ponto elas se cruzam?
- 5) Selecione a ferramenta ângulo.
- 6) Selecione as duas semirretas que você traçou.
- 7) O que apareceu?
- 8) Aconteceu a mesma coisa no desenho dos seus colegas?
- 9) Selecione a ferramenta Mover e clicando sobre qualquer um dos pontos azuis, mova em qualquer sentido a reta, semirreta ou segmento de reta que você traçou.
O que acontece com o valor do ângulo?
- 10) Como você definiria ângulo?

Concluindo: $\hat{\text{Ângulo}}$ é a medida da abertura formada pela união de duas semirretas ou segmentos de reta. A medida que estudaremos do ângulo é o grau, simbolizado por $^\circ$.

Refletindo sobre as atividades:

Nas questões 1 e 2 pretendo que cada aluno faça algo diferente para que entendam que se pode construir um ângulo com qualquer dos tipos de linhas. Mas aqui cabe ressaltar aos alunos que quando consideramos um ponto sobre a reta ela se transforma em duas semirretas.

Nas questões 5, 6, 7 e 8 pretendo que os alunos verifiquem que cada um vai medir um dos ângulos formados pelas duas semirretas ou segmentos de reta, pois o geogebra dá o valor do ângulo conforme se seleciona as linhas. Veja nos exemplos abaixo com as mesmas semirretas.

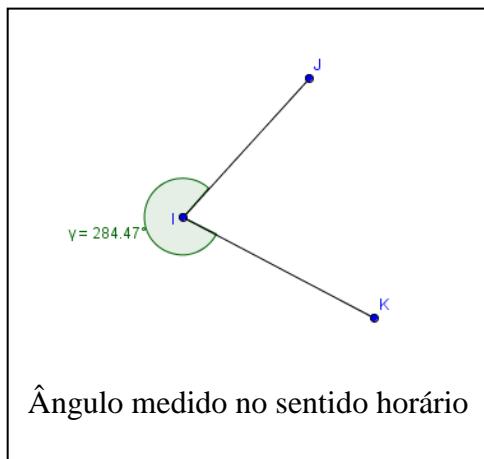


Figura 23

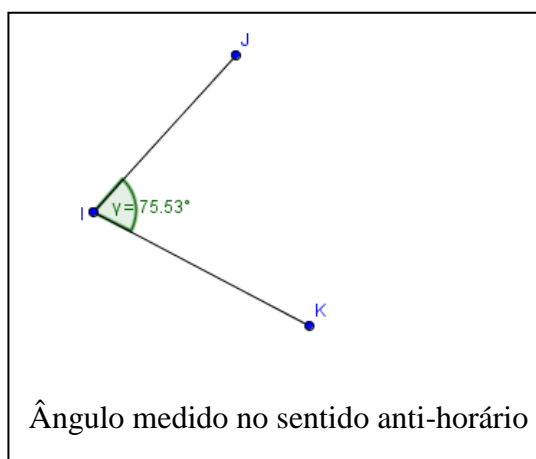


Figura 24

Com isso pretendo que os alunos percebam que todo encontro de duas semirretas ou segmentos de reta forma dois ângulos diferentes e que se pode considerar apenas um para medir ou trabalhar, para que não se forme o exemplo protótipo. Essa situação deve ser ressaltada, após conversa dos alunos, pelo professor, para que todos os alunos da turma contemplem essa confirmação.

Nas questões 9 e 10 pretendo que os alunos movendo as retas e vendo que o ângulo selecionado aumenta ou diminui o seu valor, conceituem ângulos. Acredito que aqui eles farão muitas perguntas ao professor, pois é uma questão difícil de perceber no primeiro momento, mas este não pode responder objetivamente e, sim, estimular com perguntas, até que os próprios alunos tirem as suas conclusões.

É importante formalizar os conceitos com os alunos, então depois deles definirem ângulo com suas próprias palavras, resumi ângulos e falei sobre a medida em graus, já que a história em quadrinhos traz esse tema.

Veja que essa atividade traz a possibilidade do aluno interagir com o objeto de estudo através do geogebra, modificando os tamanhos e a posição das semirretas e segmentos de reta e do valor do ângulo formado entre elas, o que possibilita aos alunos conceituar corretamente ângulo, afinal ele tem a imagem se movendo, o que torna a compreensão muito mais fácil, enquanto a do livro didático tenta dar tudo pronto, mas numa perspectiva de difícil compreensão, que não permite ao aluno desenvolver o raciocínio.

4.3 Aprendendo a medida Grau

Para entender o grau, eu já coloquei na história em quadrinhos a sua definição. Acredito que é só retomar com os alunos, os fazendo lembrar e formalizando junto com a explicação de ângulo, ficando o conceito completo assim:

Concluindo: $\hat{\text{A}}\text{ngulo}$ é a medida da abertura formada pela união de duas semirretas ou segmentos de reta. A medida que estudaremos do ângulo é o grau, simbolizado por $^{\circ}$. Agora, imagine 1° dividido em 60 partes iguais. Cada parte dessas é chamada de minuto e é simbolizada por $'$.

Para demonstrar melhor, peço na folha xerocada: Para entender como definimos a medida de ângulos em grau, vamos abrir o arquivo Transferidor com Ângulos Alfa e Beta da Área de Trabalho.

Irá aparecer essa tela:

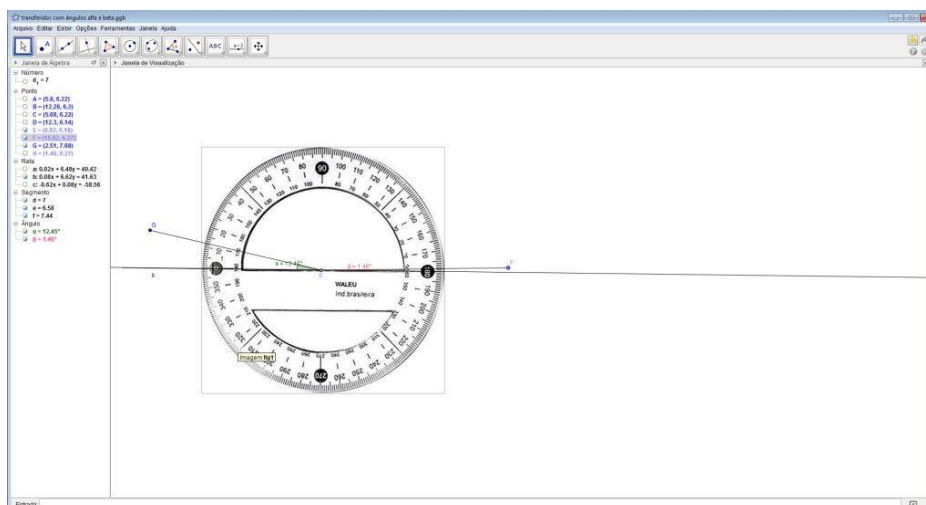


Figura 25

Aqui, o professor pode mostrar o transferidor, retomar a história em quadrinhos, pegar um dos segmentos e, começando de medidas baixas para as altas, pedir que coloquem a tantos graus, para que os alunos se acostumem com o transferidor. É importante que o professor frise bem a semirreta que está no meio do transferidor, pois caso contrário o aluno só perceberá o segmento que está movendo.

O livro traz a seguinte definição: “A unidade de medida mais utilizada para medir ângulos é o grau, cujo símbolo é $^{\circ}$. A medida do ângulo de uma volta é de 360 graus ou 360° .”. Então mostra os ângulos de uma volta e de meia volta respectivamente. Daí mostra o desenho de um transferidor de 360° e outro de 180° , explicando a medida 1° .

Veja que mais uma vez no Geogebra há a possibilidade de interagir com o objeto de estudo, enquanto que com o livro o aluno apenas irá ler e olhar os desenhos, não sendo desafiado em nenhum momento a colocar o seu raciocínio para trabalhar.

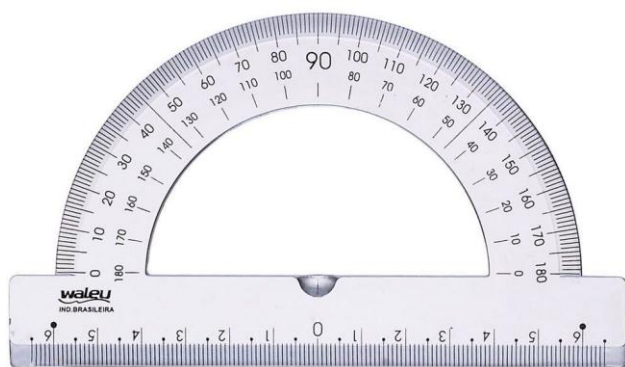
4.4 Aprendendo a medir e a traçar ângulos

Para medir e traçar Ângulos o livro traz um passo a passo conforme figura 1 da página 4. Para entender esse processo no Geogebra proponho as seguintes atividades:

Agora faça o que se pede e responda, sabendo que se deve considerar os ângulos sobre a reta b:

Obs: Os valores não ficam exatos porque o desenho foi pego da internet, que não estava exatamente reto como deve ser.

- 11) Coloque $\beta \cong 70^{\circ}$ e $\alpha \cong 70^{\circ}$. Por que os segmentos não coincidiram?
- 12) Por que os segmentos coincidem quando colocamos $\beta \cong 110^{\circ}$ e $\alpha \cong 70^{\circ}$?
- 13) Cite uma mesma medida para os ângulos α e β de modo que os segmentos coincidam.
- 14) Olhando o exemplo do Geogebra, trace duas semirretas com ângulo de 60° entre elas.



15) Uma volta completa de qualquer um dos segmento mede quantos graus?

Refletindo: Nas questões 11 e 12 (figuras 20 e 21, respectivamente) pretendo que os alunos saibam usar um transferidor, percebendo que ele tem duas medidas, mas que ele deve sempre começar a medir a abertura do zero. Fiz essa questão, pois notei nos anos anteriores que os estudantes tinham bastante dificuldade de entender isso. Prova disso está na figura 18 item 1.a. Onde a medida do ângulo era de 60° e o aluno viu somente o 120° . Aqui acredito que deva ser frisado pelo professor que a semirreta e o ponto de intersecção da semirreta com o segmento de reta está partindo do meio do transferidor, pois esse foi outro ponto de dúvida dos meus alunos, e isso ajudará na questão número 14.

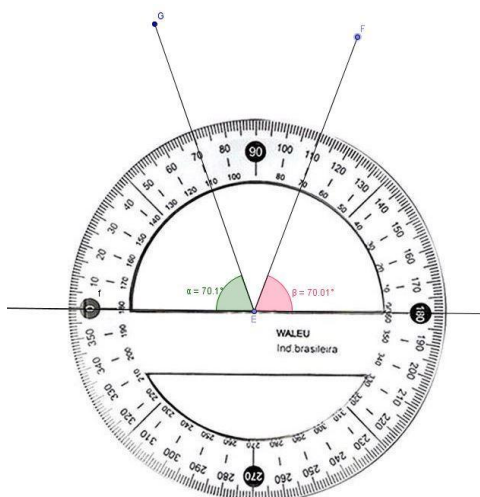


Figura 26

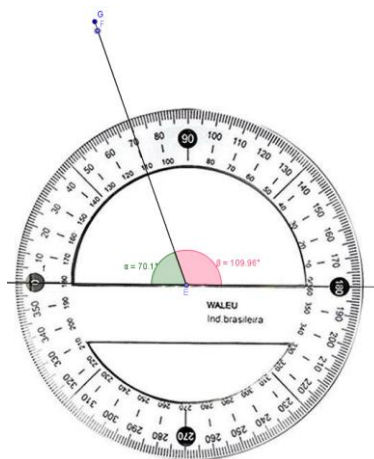


Figura 27

A questão 13 pede para eles medirem os graus e treinarem um pouco. Já a questão 14, coloquei para verificar se eles aprenderam o procedimento de medida do ângulo, somente com o uso do transferidor. Poderia pedir que os alunos trouxessem o

material para fazer esse traço, mas para não correr o risco deles esquecerem e ficarem sem material, coloquei em desenho.

Essa atividade é interessante porque o aluno apenas mexe no segmento e vai acompanhando o ângulo em que está, ao contrário de fazer com um transferidor físico, onde eles não enxergam que naquela medida vai passar um segmento. Essa atividade possibilita ao aluno entender qual o objetivo final quando pegar um transferidor real e for medir ou traçar um ângulo. O livro dá passo a passo para a medição e mostra as figuras, mas como não há nenhuma interatividade o aluno não entende as “letrinhas” dos segmentos de reta.

4.5 Aprendendo as denominações dos ângulos;

O livro detalha apenas os ângulos de uma e meia volta e o de 90° . Os ângulos agudo e obtuso ele apenas cita as definições. Já em minha aula peço que eles façam uma pesquisa das classificações dos ângulos. Utilizando esse método, além de incentivar a pesquisa e a autonomia, para que cada um tire de um site as denominações, com maneiras diferentes de caracterizar, eles notarão que é o mesmo conceito. Assim acredito que todos irão compreender essas classificações. Depois vem os exercícios:

- 16) Com α mostre um ângulo obtuso.
- 17) Com β mostre um ângulo de uma volta completa.
- 18) Com α mostre um ângulo reto.
- 19) Com β mostre um ângulo agudo.

Pedi, nesse exercício os ângulos diferente (β e α) para que eles aprendam que podemos considerar qualquer um dos ângulos, mas que eles tem que trabalhar com o que foi pedido. Acredito que isso ajudará, em exercícios de trigonometria, quando pedir o seno de um ângulo específico, por exemplo.

Aqui a tecnologia auxilia mais uma vez, pois, enquanto o livro dá os conceitos prontos e de maneira bem reduzida, a pesquisa pela internet os obriga a ler os conceitos com mais atenção e podendo comparar com a explicação dos colegas.

4.6 Aprendendo retas paralelas e perpendiculares

Solicito aos alunos:

Desenhe uma reta, semirreta ou segmento de reta no Geogebra, faça as atividades seguintes e responda.

- 20) Selecione a ferramenta Reta perpendicular, clique na reta, semirreta ou segmento de reta que você desenhou e clique em algum lugar dessa linha traçada.
- 21) Meça com a ferramenta qualquer ângulo formado pelas duas retas. Quantos graus você obteve?
- 22) Meça os três ângulos restantes. Quanto mediu cada um?
- 23) Movimente as retas. O valor dos ângulos se alteraram?
- 24) Então como você define retas perpendiculares? A forma de representar o ângulo é a mesma?
- 25) Selecione a ferramenta Reta Paralela e clique na primeira reta que você traçou. Há um ponto de intersecção entre elas?
- 26) Se você seguir com a tela, as retas se cruzam em algum ponto?
- 27) Tem com medir algum ângulo entre elas?
- 28) Como você definiria retas paralelas?

Nas questões 20, 21 e 22 a proposta é verificar as retas perpendiculares. Para isso pede que se meçam os quatro ângulos formados, mas o geogebra mostra não dá a medida de cada um, ficando o desenho como na figura 22. Cabe ao professor perguntar a medida de cada ângulo e fazê-los chegar aos 90° .

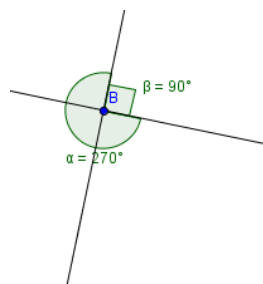


Figura 28

Já nas questões 23 e 24 o objetivo é fazer com que o aluno entenda a propriedade das retas perpendiculares e definam seu conceito. Acredito ser importante formalizar com os alunos os conceitos, tanto de retas perpendiculares quanto de retas paralelas, que se trata das questões 25 a 28 e, pretende que os alunos notem que quando as retas são paralelas não há ponto de intersecção entre as retas, não havendo ângulos a serem medidos.

Já no livro as definições começam com o desenho de um mapa e falando em ruas perpendiculares e paralelas, para depois, então dar o conceito e mostrar dois exemplos de cada definição. Veja que com o geogebra, o aluno irá mover as retas e a propriedade das retas paralelas e perpendiculares não se perdem, refletindo no aluno o verdadeiro conceito, mas no livro ele só tem dois exemplos de cada e o conceito está pronto, não dando ao aluno a chance de refletir sobre o assunto.

Considerações Finais

O ensino de geometria precisa ser mais bem elaborado pelos professores de matemática, pois seu aprendizado traz muitos benefícios ao desenvolvimento do aluno. Especificamente, precisa ser bem trabalhado o conteúdo dos ângulos, pois estando com este bem conceituado, o aluno tende a aprender melhor conceitos tão importantes como retas paralelas e perpendiculares, triângulos, quadriláteros, relações trigonométricas no triângulo retângulo, entre tantos outros.

Para isso, os professores têm o auxílio da tecnologia, basta que eles tenham vontade de planejar aulas mais significativas para seus alunos e, que lhe proporcionem uma aprendizagem significativa de fato. A escola não pode parar no tempo. Os alunos mudaram, não são como antigamente, então os professores precisam estar atentos a isso e evoluírem também e, o geogebra é uma ferramenta ótima para causar nos alunos a reflexão que é necessária para o aprendizado dos alunos nas aulas de matemática.

Espero que a proposta didática dê melhores resultados no aprendizado dos alunos no próximo ano. Como não pude aplica-la em sala de aula esse planejamento é uma tentativa de que os alunos realmente consigam aprender a noção de ângulo corretamente, mas infelizmente não sei se realmente será significativa aos discentes. Aplicando em aula ficarei atenta aos detalhes das questões para verificar o que está dando certo ou errado e aperfeiçoando a didática com a turma, pois é sempre necessário que o professor esteja atento a isso para que obtenha sucesso.

Acredito que seja mais fácil preparar uma aula de maneira convencional, afinal foi o modo que aprendi como aluna e como professora, mas na aula é bem mais trabalhoso aplicá-la, pois os alunos desinteressados dão bem mais trabalho do que o que está interessado. Para preparar uma aula pensando em cada turma e em cada conteúdo usando uma ferramenta de ensino nova nos faz pensar mais e dá mais o que fazer,

porém se atingirmos o objetivo, o resultado é satisfatório e implica em uma atividade de sucesso, que, afinal é sempre o que queremos. É claro que nas primeiras vezes cometemos erros e alguns alunos não aceitam uma aula diferente, por não estarem habituados a ter que raciocinar de fato, mas com o tempo as duas partes, docentes e estudantes se acostumam e aprendem um com o outro.

Referências Bibliográficas

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. *Praticando Matemática 6º ano*. 3ª ed. Renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática Bianchini 6º ano*. 7 ed. São Paulo: Moderna, 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais : matemática / Secretaria de Educação Fundamental*. – Brasília : MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf> acessado em: 22 de jun. de 2015.

CRESCENTINI, Eliane Portaloni. *A Formação Inicial do Professor de Matemática: aprendizagem da geometria e atuação docente*. Ponta Grossa. V. 3. Fevereiro 2008. Disponível em <file:///C:/Users/RONALDO/Downloads/345-1098-1-PB.pdf> acessado em: 22 de jun. de 2015.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. *Matemática e Realidade 6º ano*. 6 ed. São Paulo: Atual, 2009.

LIMA, Maria Aparecida Alves de. *O ensino e a aprendizagem de ângulos utilizando materiais concretos: o Tangram, o geoplano, dobraduras e construções geométricas*. 2014. 51 p. Trabalho de conclusão de curso para graduação. Universidade Federal da Paraíba, Paraíba.

NOTARE, Márcia Rodrigues; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. Tecnologia na Educação Matemática: Trilhando o Caminho do Fazer ao Compreender. Porto Alegre, v. 10, n. 3, dezembro de 2012. Disponível em <http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/36459/23539> acessado em 24 de jun. de 2015.

PEDROSO, Leonor Wierzynsky. Uma Proposta de Ensino da Trigonometria com o uso do software Geogebra. 2012. 270 p. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Disponível em <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/> acessado em: 23 de jun. de 2015.