



GEOMETRIA DINÂMICA, CONSTRUINDO CONCEITOS: CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA.

Joilson Souza Santos – j22joilson@hotmail.com – Pólo Camargo
Profª.Me. Larissa Weyh Monzon – larissamonzon@gmail.com – UFRGS

Resumo: Este trabalho consiste em um breve relato da situação educacional brasileira, a partir de dados do PISA, PCNs, como também do PNE. Em outro momento, tal texto retrata sobre a Geometria dinâmica embasado na obra de alguns autores, e até mesmo na relação das teorias de Vygotsky e Piaget, fazendo dessa forma uma correlação de tais teorias com o desempenho dos alunos a partir de uma prática didática. O trabalho se propôs a desenvolver uma sequência didática embasada na Engenharia Didática, na qual apresentam os diagnósticos e prognósticos que norteiam uma turma do 9ºano de uma escola estadual no município de Camargo-RS, como também o uso das tecnologias, no ensino da matemática. Dessa forma com o auxílio do software Geogebra foi elaborado um plano de aula o qual propõem a construção dos conceitos pertinentes a círculo e circunferência juntamente com os alunos, neste plano o professor passa a ser um agente estimulador da construção conceitual, elaborada pelos alunos. Por fim são demonstrados os resultados relevantes da pesquisa, sobre os quais se apresentam as inferências correlacionadas com as ideias dos autores citados neste trabalho.

Palavras-chave: Geometria dinâmica; círculo; circunferência.

1 Introdução

Na atual conjuntura educacional, percebemos que o ensino matemático passou por vários processos metodológicos, os quais buscaram e vem buscando recursos que facilitem a compreensão dos conhecimentos matemáticos pelos alunos; nesse sentido, segundo Domingues de Castro *et. al* (2005, p.150) “Os congressos sobre educação matemática patrocinados pela Unesco, desde a década de 50, foram particularmente importante para disseminar, em todo continente americano, uma discussão sobre os principais fatores que contribuem para um baixo desempenho dos alunos em matemática”. Por outro lado, em

relação ao Brasil podemos perceber que os PNE e PCNs, são parâmetros, governamentais, que priorizam e norteiam ações no sentido de melhorar a educação no território nacional.

Diante desse cenário educacional, torna-se de suma importância evidenciar a contribuição da geometria dinâmica no ensino de matemática, em especial o software Geogebra, na construção dos conceitos pertinentes a círculo e circunferência. Desta forma levantamos um questionamento: Será o Geogebra um software de fácil compreensão, e aceitação pelos alunos, como também este facilitará o entendimento e a apropriação dos conceitos matemáticos?

Para tal abordagem, elaboramos um plano de aula, que segue em anexo, no qual estão inseridas nossas justificativas, objetivos e hipóteses.

2 A educação de matemática

Ao iniciar esse trabalho, faz-se necessário diagnosticarmos qual a real situação do ensino brasileiro de um modo geral, quais os indicadores e ações governamentais que se objetivam em melhorar a educação no âmbito nacional. Por exemplo, de acordo com relatório do PISA (2012) houve uma piora no desempenho dos estudantes brasileiros quanto à questão de leitura, o que demonstra uma deficiência entre os estudantes em interpretar informações do texto ou até mesmo estabelecer relações em diferentes partes do texto, ainda, tal relatório aponta que houve uma melhoria pouco significativa no que tange a matemática, mas não o suficiente para avançarmos no ranking. O relatório destaca que dois de cada três alunos brasileiros de 15 anos não possui capacidade de interpretação dos dados, mostrando assim uma significativa deficiência na aprendizagem do Brasil. Assim, o governo busca mecanismos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), no intuito de suprir tais deficiências evidenciadas, na educação brasileira.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais Constituem um referencial de qualidade para a educação no Ensino Fundamental em todo o país. Sua função é orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisa e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menor contato com a produção pedagógica atual. (BRASIL, 1997, p.13).

Mesmo com esse cenário educacional desfavorável, encontramos ações governamentais que tentam solucionar o problema, buscando capacitar professores,

introduzir tecnologias nas salas de aula, e até mesmo planejando a educação nacional, como por exemplo, o Plano Nacional de Educação (BRASIL, 2014). Vale destacar que a meta 7, dentre as 20 estabelecidas, nesse plano, está voltada para a melhoria da qualidade da educação básica, e se preocupa em elevar os índices nacionais. Segundo o governo federal a meta 7 consiste em:

Meta 7: fomentar a qualidade da educação básica em todas as etapas e modalidades, com melhoria do fluxo escolar e da aprendizagem, de modo a atingir as seguintes médias nacionais para o IDEB: 6,0 nos anos iniciais do ensino fundamental; 5,5 nos anos finais do ensino fundamental; 5,2 no ensino médio. (BRASIL, 2014 p.31)

3. O uso das tecnologias no ensino de matemática

Esse tópico é de suma importância uma vez que tal trabalho se dispõe a utilizar as mídias digitais como recurso no ensino de matemática. Segundo LOPES (2013, p.633) “o poder da linguagem digital, baseado no acesso a computadores e a todos os seus periféricos, à internet, e aos softwares tem influenciado, cada vez mais, a forma como construímos nossos conhecimentos e como a escola organiza seus currículos”. Vale ressaltar que o conhecimento matemático é primordial para o desenvolvimento socioeducacional do aluno, de certa forma segundo o relatório PISA:

A matemática é um elemento fundamental na preparação dos jovens para a vida moderna, permitindo que enfrentem desafios em sua vida profissional, social e científica. Espera-se que os jovens desenvolvam capacidade de raciocínio matemático, utilizem ferramentas e conceitos matemáticos (BRASIL, 2012, p.18).

Nesse sentido podemos destacar a geometria dinâmica, a qual baseada nas ideias de Fischbein (1993, apud GRAVINA, 1996), o objeto geométrico possui duas componentes uma conceitual, linguagem escrita ou falada e outra figural, imagem mental, que no caso da geometria pode ser manipulada a partir de movimentos de translação, rotação e outros. Por outro lado, percebemos que o maior obstáculo no aprendizado da geometria se insere na dificuldade de visualização, uma vez que, devem-se manter as propriedades e características do objeto geométrico.

As mídias digitais, a geometria dinâmica de uma forma bem simples proporciona ao aluno a oportunidade de poder manusear as formas geométricas e facilitar assim o

entendimento das propriedades matemáticas pertinente a cada figura, promovendo aos alunos a apropriação dos conceitos. De acordo com a teoria de Vygotsky, o aluno constrói seu próprio conhecimento através de experimentações, o que é proporcionado pelo dinamismo das mídias geométricas.

Com a utilização das tecnologias no âmbito escolar, e o ensino passando a ser mediado por computadores, muitas vezes leva-nos a refletir qual o papel do professor, além de mediador. Mas, será que o mesmo não passará, com o tempo, a ser um mero espectador? De acordo com as ideias de alguns autores, eles acreditam que:

As novas tecnologias não substituem o professor, mas modificam algumas de suas funções. O professor transforma-se agora no estimulador da curiosidade do aluno por querer conhecer, por pesquisar, por buscar as informações. Ele coordena o processo de apresentação dos resultados pelos alunos, questionando os dados apresentados, contextualizando os resultados, adaptando-os para a realidade dos alunos. O professor pode estar mais próximo dos alunos, receber mensagens via e-mail com dúvidas, passar informações complementares para os alunos, adaptar a aula para o ritmo de cada um. Assim sendo, o processo de ensino-aprendizagem ganha um dinamismo, inovação e poder de comunicação até agora pouco utilizados. (BASSO, 2000, p.1).

Percebemos que independente do processo de aprendizagem, sendo ele tecnológico, ou convencional, o professor é e sempre será uma das peças principais, competindo a ele mediar os instrumentos que norteiam a relação entre o educando e o educador, e até mesmo contextualizar tais recursos, no âmbito sócio histórico e cultural dos alunos.

4 A implementação e a análise de uma proposta de ensino

Este trabalho consiste em uma pesquisa, na qual busca levantar dados a respeito do aprendizado dos alunos a partir da geometria dinâmica, por meio do Geogebra, e em especial na construção dos conceitos referente a círculo e circunferência.

Tal processo será norteado por uma sequência didática: Engenharia Didática. A Engenharia Didática, de acordo com algumas definições, é uma teoria dentro da educação matemática que analisa as pesquisas desse meio:

A Engenharia Didática foi criada para atender a duas questões: a) a questão das relações entre pesquisa e ação no sistema de ensino; b) a questão do lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de pesquisa. É uma expressão com duplo sentido. Designa produções para o ensino, derivadas de resultados de pesquisa, e também designa uma específica metodologia de pesquisa baseada em experiências de sala de aula. (CARNEIRO, 2005, p.3).

Desta forma a engenharia didática se constitui de quatro etapas, denominadas de: Análise Prévia a qual é constituída das seguintes fases: dimensão epistemológica (características do saber), dimensão didática (funcionamento do ensino), e por fim a dimensão cognitiva (características pertinentes aos alunos). As outras fases, concepção e análise a priori (consiste em uma descrição justificada da atividade a ser realizada), implementação da experiência (realização da atividade), e análise posteriori (resultados obtidos e comentados). Assim a partir dessa sequência didática escolhida, obedecendo as suas características e metodologia, podemos de uma forma geral implementar a engenharia a seguir.

4.1 Análise Prévia:

- Dimensão epistemológica:

O círculo e circunferência são figuras geométricas muito comuns, em nosso dia a dia; porém, existe uma diferença entre estas figuras que confundem os alunos.

A princípio, podemos estabelecer algumas definições matemáticas que distinguem tais figuras geométricas em estudo.

É bem verdade que, a circunferência possui características bem peculiares as quais a distinguem de outras formas planas; pois a mesma é a única figura plana que pode ser rodeada entorno de um ponto sem modificar suas características, como também é a única figura que possui uma simetria em relação a infinitos pontos. Os livros didáticos trazem algumas definições sobre o assunto, como por exemplo, Segundo Leonardo, em seu livro *Conexões com a matemática*, ele relata que: “O círculo é formado pela união de uma circunferência com sua região interna”. (LEONARDO, 2013, p.104). Já Souza; Pataro, (2012, p.200, 9ºano), em seu livro, *Vontade de Saber*, relata alguns conceitos pertinentes ao assunto tais como: “Circunferência é uma linha fechada em um plano, na qual todos os seus pontos estão a uma mesma distância de um ponto fixo, chamado centro, em uma circunferência, podemos destacar alguns elementos, como, corda, raio, diâmetro e outros”.

- Dimensão didática:

Os professores no sentido de facilitar a compreensão dos alunos, buscam promover algumas ações, as quais vão desde o uso de vídeos, objetos circulares (caixa de som, foto de bicicletas, tampa de garrafa). Porém a maneira mais tradicional consiste no uso do compasso, uma vez que, o educador inicia abrindo o compasso a uma medida qualquer, depois marca um ponto fixo chamado de O , fixa a ponta do compasso nesse ponto e gira construindo assim uma circunferência, e depois juntamente com os alunos, passa a estudar as características geométricas, como: raio, ângulo, comprimento, diâmetro. Em outro momento, estudar-se-á área do círculo e da coroa circular.

Na escola em questão o procedimento não é muito diferente, uma vez que o professor usa os métodos tradicionais, e planeja suas aulas a partir do livro didático de Fabio Martins de Leonardo, da editora Moderna(2013), o qual é um livro bem objetivo e claro, que traz conceitos bem contextualizados, como também muitos exemplos do dia a dia do aluno. Tal livro, em um capítulo especial, orienta os professores no uso do Geogebra.

Os exercícios são de fácil resolução, no final do capítulo encontramos questões desafio, como também, trabalhos para serem realizados em grupo.

- Dimensão cognitiva:

Antes de tudo, para o bom desempenho e entendimento do aluno a cerca do assunto exposto, torna-se necessário que o mesmo tenha um conhecimento prévio de alguns conceitos matemático, tais como: o conceito de reta, segmento de reta, ponto, área, ângulo, regra de três e outros. São assuntos que eventualmente foram desenvolvidos nas séries anteriores.

Também é de suma importância que os alunos tenham alguma habilidade com a informática, pois iremos contextualizar o tópico geométrico circular por meio do software Geogebra.

A classe em estudo, 9º do ensino fundamental, de uma escola pública do município de Camargo-RS, é composta por 24 (vinte e quatro) alunos, na faixa etária, entre 13 (treze) a 15 (quinze) anos, todos em situação escolar normal, ou seja, não houve alunos com processo de repetição. Os alunos são a maioria filhos de agricultores familiares.

Percebeu-se que tais alunos detinham um bom conhecimento nos assuntos pré-requisitos para a matéria círculos e circunferência, como também um conhecimento mínimo em informática, o que facilitou a introdução a cerca do software Geogebra. Um

fato curioso é que por serem filhos de agricultores estes alunos utilizam, e muito, a matemática em seu dia a dia; pois os mesmos têm que saber o volume de leite entregue, o espaçamento da plantadeira, o número de grãos por metro que devem largar, na hora da planta, e outras coisas mais. Então de certa forma a matemática está inserida nesse contexto.

É bem verdade que na atual conjuntura educacional brasileira, percebemos que as mudanças tecnológicas interferem de maneira direta no processo de aprendizagem, como também reflete significativamente na postura do educador em sala de aula, por outro lado, acreditamos que a escola passa a ser um ambiente não só transmissor de conhecimento, mas sim um ambiente que favoreça a investigação e a construção do saber a partir da orientação do professor. Desta forma após a realização da análise prévia discutida nas entrelinhas anteriores, as quais buscaram caracterizar a situação em estudo, sendo estas: escola, aluno, professor e recursos didáticos, faz-se então necessário estabelecermos o próximo passo, que consiste na escolha da sequência didática.

4.2 Análise a priori:

A geometria dinâmica, ou estudo geométrico proporcionado por softwares, programas gráficos, como o Geogebra é um recurso digital que ajuda o professor a construir o conhecimento matemático em conjunto com seus educandos; sendo assim os alunos podem de uma forma direta, manipular, movimentar as construções em estudo, o que estimula e até mesmo os leva a construir e se apropriar dos conceitos referentes a cada figura, como já foi mencionado na seção anterior desse trabalho.

Nesse sentido, este trabalho está imbuído de associar o ensino da geometria, em especial circunferência e círculo, com as novas tecnologias, a disposição do aluno, tendo como princípio norteador o uso do software Geogebra. Diante desse processo, esperamos construir o conhecimento matemático a partir dessa ferramenta, conforme o plano de aula em anexo.

Tal situação irá proporcionar, aos alunos, uma forma diferenciada de aprendizagem, a qual esperamos que contribua para o desenvolvimento da capacidade de observação e raciocínio, e assim, os mesmos poderão apropriar-se dos conceitos pertinentes a círculo e circunferência, como também suas fórmulas e características.

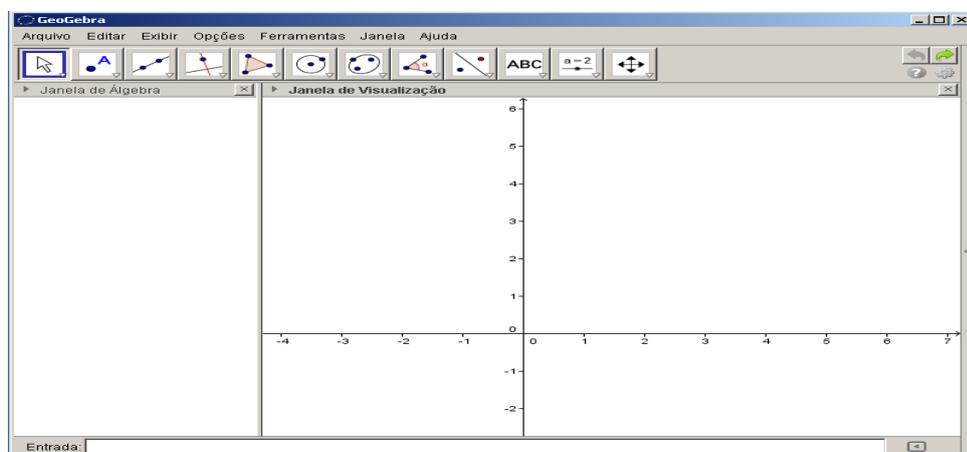
4.3 Experimentação e análise a posteriori:

Devido a alguns problemas no laboratório de informática, da escola estadual do município de Camargo-RS, a parte prática desse trabalho teve que ser realizada no laboratório de informática do Pólo UAB de Camargo, nos dias: 12 de outubro e 15 de outubro em 2 períodos de hora/aula.

De acordo com as teorias de Piaget (1970, apud BASSO 2000), o conhecimento humano se dá a partir da interação entre homem e o meio, como também entre sujeito e objeto; desta forma conhecer é um ato de operar, manipular, o real e transformá-lo, modificá-lo a fim de compreendê-lo.

Então, norteados por tal linha de raciocínio, dividimos os alunos no laboratório de informática, em duplas e trios, devido ao número pequeno de máquinas disponíveis. Utilizando um projetor conectado ao notebook, no qual era projetada a mídia digital em estudo, começamos a apresentar aos mesmos o nosso recurso didático: o Geogebra.

Figura 1: Tela inicial do Geogebra



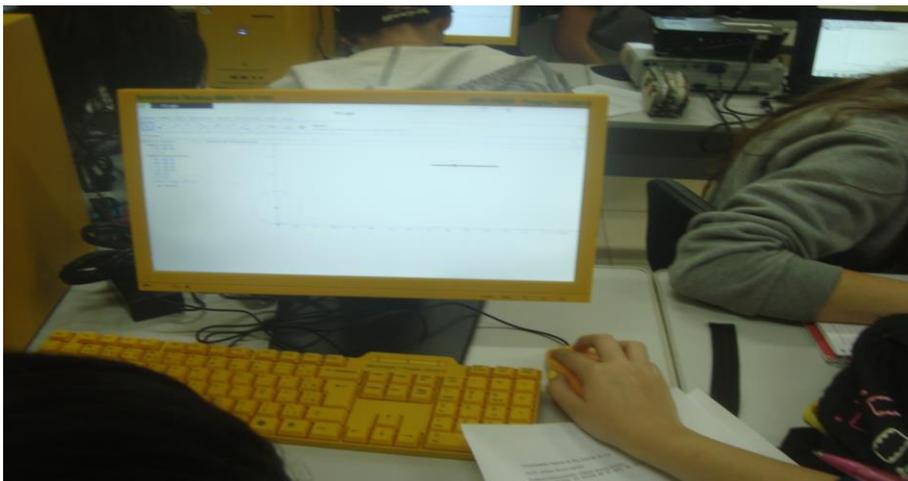
Fonte: Arquivo pessoal

De uma forma bem interativa ao apresentar cada janela do aplicativo em estudo, passamos a fazer uma revisão dos assuntos passados, com os alunos, questionando, e observando se eles estavam apropriados dos conceitos, pré-requisitos, para entenderem as construções do círculo e circunferência. De uma forma quase que totalitária, os alunos lembraram-se das definições, tais como: ponto, reta, segmento de reta, ângulo, área, e as

figuras geométricas, quadrado, retângulo, triângulo e círculo. Esse entendimento facilitou a compreensão das janelas do Geogebra.

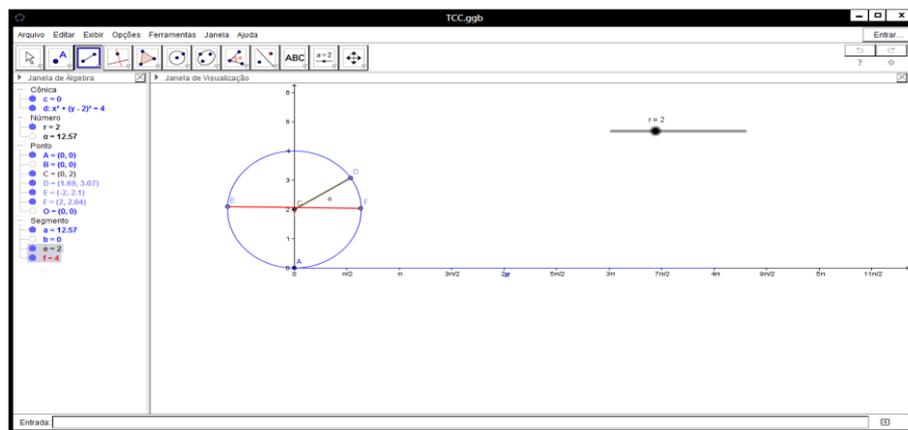
Na segunda parte, pediu-se que os alunos manuseassem a construção em estudo, que movimentassem o ponto A, o seletor, que ficassem à vontade para explorar tal construção, como demonstrado abaixo, na figura 2 e 3.

Figura 2: Aluno manipulando a construção



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 3: Construção em estudo



Fonte: Dados da pesquisa

Na terceira parte, começamos questionar os alunos, seguindo as ideias de Basso (2000), em que: “[...] O professor transforma-se agora no estimulador da curiosidade do aluno por querer conhecer, por pesquisar, por buscar as informações [...]”. Vale salientar também que de acordo com Onuchic (2011), na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-

Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

Desta maneira, auxiliados pelo plano de estudo elaborado, passamos a estimular os alunos para que os mesmos pudessem expressar suas considerações diante da manipulação do objeto de estudo, situação problema, a fim de construir com estes os conceitos pertinentes a círculo e circunferência; como também, solicitamos aos mesmos que anotassem suas considerações.

Foram feitas as seguintes indagações aos alunos, como segue abaixo:

a) Ao movimentar o ponto A quais as observações vocês podem fazer?

Acreditamos que o objetivo dessa pergunta foi alcançado, uma vez que a mesma embasada nas ideias de Piaget (1970), em que a manipulação do objeto leva a construção do conhecimento, a maioria dos alunos relataram que ao movimentar o ponto A eles estavam movimentando o tamanho da circunferência. Então mediante essa resposta, fomos instigando eles mais um pouco, perguntando qual o nome que se dá ao tamanho de uma figura geométrica, até que alguns relataram comprimento.

A partir dessa resposta confirmamos com eles que o ponto A é o responsável pelo comprimento da figura em estudo.

b) O que acontece quando movimenta se o seletor?

Essa pergunta foi de forma unanime respondida, porém observamos duas respostas: para os que estavam com o ponto A em zero relataram que o seletor aumentava e diminuía a circunferência, porém os alunos que estavam com o ponto A localizado totalmente no eixo X , responderam o seletor aumentava e diminuía o comprimento.

A princípio, aceitamos essas duas respostas; porém retomamos mais tarde na questão F .

Acreditamos que o fato dos alunos manipularem a construção em estudo, de uma forma descontraída, em conjunto com os colegas, foi importante para construção do saber matemático, de certa forma isso veio a ratificar as afirmações de Vygotsky, em que o aluno constrói o seu conhecimento a partir das experimentações.

c) Se construirmos um segmento de reta do ponto C até a extremidade do círculo, e movimentarmos o seletor o que acontece?

Essa pergunta gerou um pouco de tumulto na sala por que entre eles começou uma conversa de como eles poderiam construir esse segmento, e aos poucos voltando às orientações acerca das janelas do Geogebra a maioria conseguiu, e perceberam que esse segmento aumentava e diminuía juntamente com a circunferência, mediante isso foi feita a seguinte pergunta: por que isso acontece? Apenas um aluno respondeu assim: “*essa reta deve pertencer à circunferência*”. Mediante essa resposta concordamos com ele, e passamos para a questão seguinte.

d) Vocês conhecem algum meio de locomoção, não poluente, que possui estruturas semelhantes a essa?

Os alunos, em sua maioria falaram moto, então reiteramos falando não poluente, desta forma veio a resposta esperada: bicicleta, dessa forma passamos para a próxima pergunta. Percebemos que as ideias de BASSO (2000) são pertinentes, pois quando o professor auxiliado pelos recursos digitais, como no nosso caso o Geogebra, estimula a curiosidade dos alunos, eles conseguem construir e se apropriar dos conceitos e propriedades matemáticas, dessa forma o professor passa a ser, nesse contexto, um orientador, e os alunos pesquisadores.

e) Como podemos chamar esse segmento?

Todos responderam raio, e assim alguns alunos entenderam por que o seletor estava representado com a letra (r). Até os alunos que estavam no fundo e não davam muita atenção à aula; porém, a partir dessa dedução, passaram a prestar mais atenção.

f) Baseado nisso qual a função do seletor?

A maioria, agora, compreendeu que o seletor, denominado(r), aumenta e diminui o raio, como o comprimento da circunferência. Mais adiante retomaremos essas ideias.

g) Se construirmos um segmento que sai de uma extremidade do círculo e passe por C , chegando à outra extremidade, o que acontece?

Nesse momento após a construção, fomos dando dicas para que eles observassem a janela algébrica até que uma aluna percebeu que na construção dela tal segmento era o dobro, assim os outros alunos também foram verificar e também confirmaram essa ideia. E de certa forma a resposta foi unanime, que o segmento era o dobro do raio.

Acreditamos que de acordo com ONUCHIC (2011) a partir da resolução de problemas os alunos aos poucos conseguem fazer conexões, as quais os ajudam na construção do conhecimento matemático, como também a concentração e atenção. De uma

forma geral isso contribui para eles perceberem os mínimos detalhes, que os ajudaram na construção da linguagem matemática, inerente a cada um.

h) Qual será o nome desse segmento?

Para responder essa pergunta, o objetivo era que eles fossem ao livro didático e dessem uma olhada no conteúdo, em estudo; fato que demorou um pouco, mas um aluno teve a ideia de olhar no livro e falou: “*diâmetro*”.

i) Vocês poderiam fazer uma relação matemática para ele, ao movimentar o seletor?

Todos falaram dobro. Então nesse momento fomos ao quadro branco e explicamos a correlação a seguir. $D=2r$

j) Movimentando o ponto A, no eixo x, o que vocês observam?

Aqui retomamos a ideia de comprimento, e falamos que também é chamado de perímetro.

k) Se fizermos o mesmo movimento agora ampliando ou diminuindo o seletor, o que vocês observam?

Aqui a turma já estava envolvida com a atividade e facilmente observou e relatou que o comprimento era o dobro do raio. Deixamos para trabalhar melhor tal conceito na questão *m*.

l) Vocês conhecem a letra grega no eixo *x*? Como no eixo *x* tínhamos a componente π , fizemos um rápido relato de sua origem grega, função e de seu valor 3,14. Foi sugerido que os alunos pesquisassem a título de curiosidade, o alfabeto grego.

m) Qual o nome para essa situação e qual fórmula pode-se estabelecer?

Retomamos as questões anteriores, e fizemos uma revisão sobre perímetro, que nas figuras geométrica constitui a soma dos lados, e falamos que na circunferência denominamos de comprimento, e depois, como eles já haviam percebido que o perímetro era o dobro do raio, chamamos a atenção sobre a letra grega π , que também estava no eixo X, e por fim fizemos a relação: $C=2\pi r$.

Explicamos que com essa relação matemática encontraríamos o comprimento de qualquer circunferência.

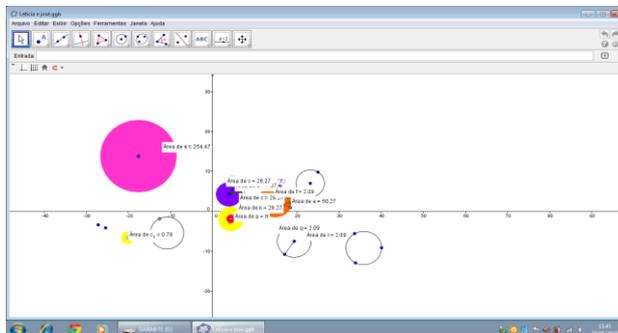
o) Na opinião de vocês é possível quantificar a região interna, e como podemos denominar essa região?

A maioria disse que achava que sim, então fizemos duas observações, a seguir:

A primeira que os alunos fossem nas janelas do Geogebra e encontrassem o ícone área, e clicassem nele e na construção em estudo, como mostra a figura 4 a baixo.

A segunda que eles clicassem com o botão direito e fossem em propriedade, estilo, e escolhessem a cor e a espessura.

Figura: 4 construção do círculo



Fonte: dados da pesquisa

Então, depois desses passos, começamos a perguntar, aos alunos, se haveria alguma diferença entre a construção da figura 3, com a da figura 4, apresentadas acima, e as respostas foram quase que parecidas, falaram que a primeira era uma linha, e a segunda era a parte interna colorida, cheia. Até que um aluno falou que a parte pintada era a área.

Mediante essa resposta explicamos que se tratava, sim, de duas coisas diferentes, e de forma didática dissemos que na construção 3 estávamos trabalhando com a circunferência, já quando passamos a preencher o espaço interno na figura 4 passamos a trabalhar com o círculo. De uma forma geral todos entenderam que a circunferência é a linha e o círculo é a área.

Sendo assim, fora compreendido pelos alunos que a região interna do círculo corresponde a área.

p) Qual a fórmula para calcular esse valor?

Um aluno que estava com o livro aberto falou a fórmula da área ($A = \pi r^2$).

Após, a realização dessas questões fizemos uma rápida revisão com os alunos, e depois como ainda tínhamos tempo, passamos a trabalhar essa etapa do plano da seguinte forma:

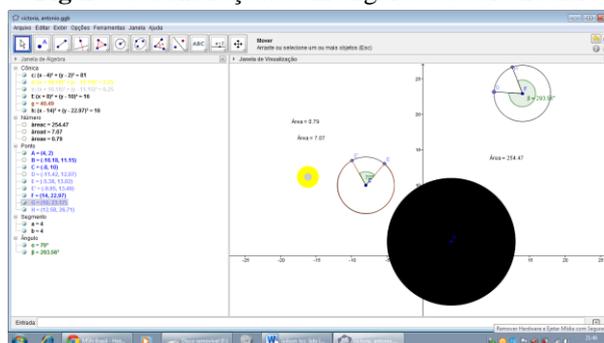
Nesse momento o professor fez a diferenciação entre círculo e circunferência, determinando pontos sobre a circunferência e dentro do círculo, assim juntamente com os alunos construíram a definição de ambas. O professor aproveitou para falar sobre coroa circular, e a relação entre o comprimento e o ângulo, em que o comprimento corresponde a uma volta completa, na circunferência, e forma um ângulo interno de 360° .

Para essa fase, pedimos aos alunos que construíssem uma circunferência de raio 4, e depois fomos estudar as outras características a seguir:

Ângulo, os alunos construíram um ângulo, partindo de um ponto central e outro pertencente à circunferência, e depois ao movimentarem um dos pontos, perceberam que uma volta na circunferência correspondia a 360° , como na figura 8 abaixo.

Setor circular, os alunos foram nas janelas do Geogebra e construíram um setor circular de ângulo qualquer, de certa forma a maioria conseguiu fazer, sendo que uns alunos foram ajudando os outros, então eles chegaram à conclusão que o setor circular era igual à pizza, pedaços do círculo. Nesse ponto, retomamos as questões anteriores referentes ao seletor, começamos a sistematizar o conhecimento, com base nas construções abaixo.

Figura: 8 Construções com ângulos e setor circular



Fonte: Dados da pesquisa

Perguntamos então qual seria a função do seletor, e de uma forma bem clara os alunos responderam que ele aumentava e diminuía as propriedades do círculo e da circunferência, foi muito produtivo, pois os alunos conseguiram se apropriar dos conceitos matemáticos que norteiam o círculo e a circunferência. Então depois dessas deduções feitas pelos alunos, relatamos aos mesmo que o seletor correspondia ao raio da circunferência e do círculo, era responsável por modificar as características dos objetos circulares, assim, se aumentarmos ou diminuirmos as dimensões do raio, o mesmo acontece com os objetos em estudo.

De uma forma didática, fizemos uma relação matemática no quadro branco, para ajudar-mos os alunos no entendimento do assunto, explicamos que eles podem fazer uma regra de três, a qual possibilita a resolução dos problemas referentes ao assunto em estudo, como segue abaixo na tabela 1.

Tabela 1: Relações entre os componentes do círculo e circunferência

Nº de voltas	Comprimento	Área	Ângulo
1	$2\pi r$	πr^2	360°

Fonte: Arquivo pessoal

A outra fase do nosso plano de aula, Construções didáticas, foi muito boa uma vez que os alunos conseguiram, a partir do Geogebra, construir a solução dos problemas elaborados. Alguns autores relatam que:

A relação entre aluno e o objeto em estudo, ou em construção, cria oportunidades, as quais permitem que os alunos possam esboçar seus conhecimentos matemáticos, e se estes não forem suficientes para a resolução das questões, os alunos irão procurar informações que facilitem tal ação. Percebemos então, que o aluno se vale do computador, como um mecanismo que facilita a resolução dos problemas, o que promove de certa forma a apropriação dos conhecimentos matemáticos, pelos alunos. Desta forma elaboramos algumas questões, abaixo, as quais possibilitam os alunos um experimento matemático. (LOPES, 2013, p.).

Podemos dividir essa etapa em duas partes sendo a primeira constituída das construções geométricas auxiliadas pelo Geogebra, nessa parte os alunos de uma forma geral, conseguiram resolver os problemas apresentados, seguindo um raciocínio lógico, pertinente às questões. Todas as duplas e trios montaram as construções. Por outro lado, a segunda parte que se constituiu dos cálculos algébricos não foi realizada na mesma proporção da anterior, uma vez que metade dos alunos demonstrou dificuldade nos cálculos de matemática básica, eles tinham a ideia lógica da resolução, porém, não conseguiam chegar à resposta correta após as resoluções das operações matemáticas.

Então questionamos, aos alunos, o porquê de tal dificuldade e a maioria respondeu que não aprendeu o suficiente, nos anos anteriores. Mesmo com estas dificuldades apresentadas, na turma em estudo, quatro alunos passaram na primeira fase das olimpíadas de matemática com notas bem significativas.

Já o professor titular confirmou que existe uma defasagem no ensino matemático nas séries anteriores, em especial do 5º ao 7º anos, devido ao fato da professora não ter formação em matemática. Por fim solicitamos aos alunos que: fizessem um relato de 20 linhas avaliando nossa aula.

Os alunos realizaram esta tarefa, em grupo, num período fora sala de aula, eles se reuniram e comentaram o que a dupla, ou trio acharam da aula, como mostra a figura

abaixo, figura 9, os relatórios, tais informações foram de suma importância para fazermos uma avaliação da prática aplicada.

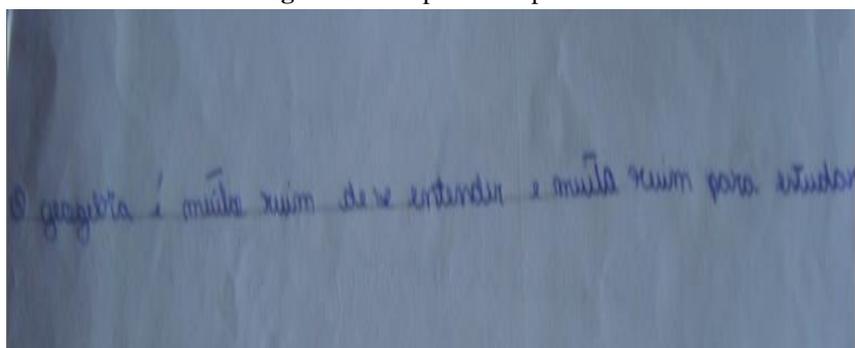
Figura 9: relatórios entregues pelos alunos



Fonte:Dados da pesquisa

A segunda pergunta do relatório consistia: Em sua opinião, qual a nota que daria para essa tarefa? Em média, as notas ficaram acima de 8, a maioria dos alunos gostaram da aula, e acharam o Geogebra uma boa ferramenta. Porém, ao lermos os relatórios obtivemos duas respostas negativas, como demonstram as figuras 10 e 11, e as demais positivas, como por exemplo, as figuras 12 e 13. Tais respostas serão analisadas posteriormente nas conclusões.

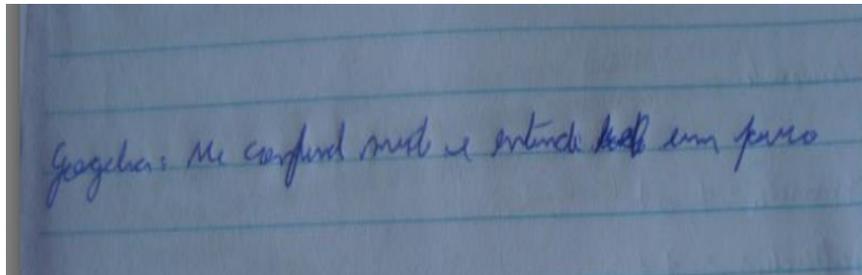
Figura 10: Resposta não positiva



Fonte:Dados da pesquisa

“O geogebra é muito ruim de se entender e muito ruim para estudar”

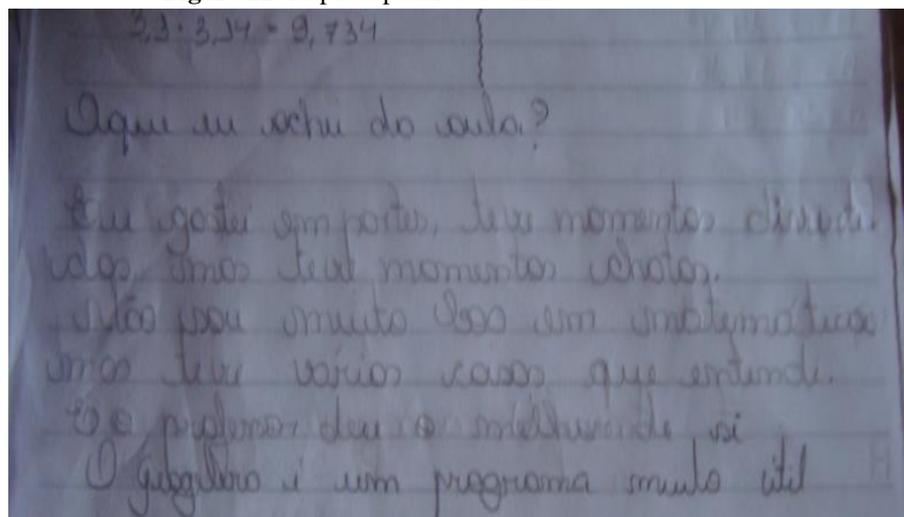
Figura 11: Segunda resposta negativa



Fonte: Dados da pesquisa

“geogebra, me confunde muito e entendi um pouco”

Figura 12: resposta positiva do aluno



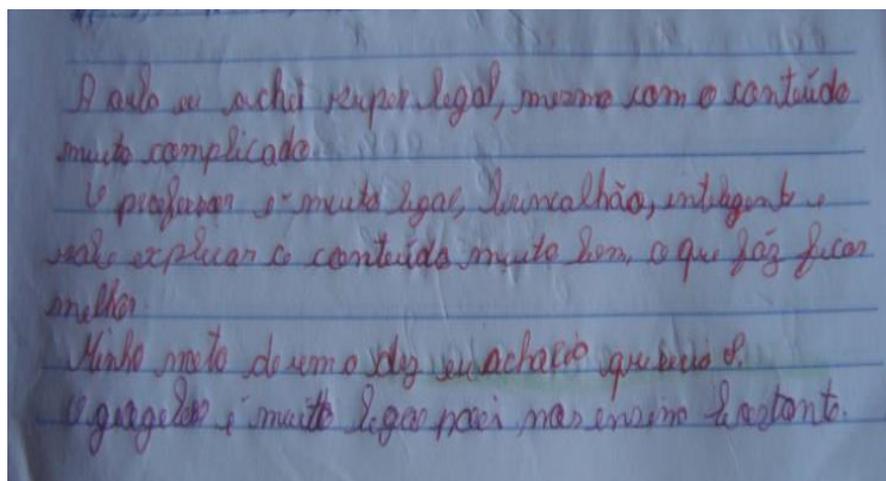
Fonte: Dados da pesquisa

O que eu achei da aula?

“Eu gostei em partes, teve momentos divertidos, mas teve momentos chatos. Não sou muito boa em matemática, mas teve vários casos que entendi. E o professor deu o melhor de si.

O Geogebra é um programa muito útil.”

Figura13: Resposta positiva do aluno



Fonte: Dados da pesquisa

“A aula eu achei super legal, mesmo com o conteúdo muito complicado. O professor é muito legal, brincalhão e, inteligente e soube explicar o conteúdo muito bem o que fez ficar melhor. minha nota de um a dez eu acho que uns 8.0 Geogebra é muito legal, pois nos ensina bastante”.

Considerações Finais

Este trabalho de uma forma geral se embasou nas ideias que norteia a Geometria dinâmica, em especial, Basso (2000), por outro lado tal contexto geométrico oferece experimentações, relação entre o objeto de estudo e o sujeito, o que contribui para a aprendizagem contemplando as teorias de Vygotsky (1984), e Piaget (1970), como também a postura do professor ao inserir tais recursos, no seu planejamento didático.

Conseguimos, nesse curto período, consorciar o ensino da geometria, em especial circunferência e círculo, com a geometria dinâmica, usando como ferramenta o software Geogebra, e nesse processo evidenciamos, juntamente com os alunos, os conhecimentos matemáticos pertinentes ao conteúdo estudado. Esse conjunto de fatores proporcionou aos mesmos uma forma diferenciada de aprendizagem, a qual contribuiu para desenvolver a sua capacidade de observação e raciocínio, e desta forma os mesmos se apropriaram dos conceitos pertinentes à circunferência e círculo, suas fórmulas e características. Assim, utilizando as ferramentas tecnológicas no ensino de matemática estamos preparando e

aproximando mais nossos educandos do mercado de trabalho, o qual busca cada dia mais indivíduos tecnológicos.

Tal processo possibilitou a resolução das questões, auxiliadas pelos recursos digitais, interligando assim o conhecimento matemático com as novas tecnologias, por meio da geometria dinâmica e em especial o Geogebra.

Desta forma acreditamos que conseguimos atingir os principais objetivos desse trabalho.

A realização desse trabalho nos ajudou a resolver de forma positiva, as hipóteses estabelecidas no plano de aula, pois com o auxílio do Geogebra, ao manusearem suas janelas, os alunos conseguiram lembrar os conceitos vistos em anos anteriores, mostrando assim que os mesmos possuíam os pré-requisitos necessários para o andamento do processo, e dessa forma a geometria dinâmica contribuiu de forma significativa para que estes conseguissem compreender os conceitos estabelecidos referentes a círculo e circunferência.

Por outro lado, acreditávamos que o Geogebra seria um recurso de fácil compreensão para os alunos; em parte isso foi detectado, porém, alguns alunos não conseguiram compreender o mecanismo de funcionamento do recurso tecnológico, fato esse que nos levou a investigar o porquê dessa negatividade, como expressada nas figuras 10 e 11. Ao investigar essa negatividade percebemos que os alunos citados acima não possuíam habilidades com a informática, pois os mesmos não tinham computadores e não acessavam a internet, em suas residências.

Diante dessa prerrogativa, acreditamos que o Geogebra se torna uma excelente ferramenta no auxílio ao ensino de matemática, toda via esse software só irá ajudar na construção dos conceitos, matemáticos, se e somente se os alunos possuírem uma formação básica em informática, como também o professor só se apropriará dessa ferramenta a partir do momento em que o mesmo possuir conhecimento de informática, e assim poderá levar tal recurso para a sala de aula, com bastante propriedade.

Assim, com essa segurança do professor, seria possível associar o ambiente didático com as redes sociais, deixando o assunto mais perto dos alunos e mais adequado com a sua realidade, com o seu dia a dia, o que também estimularia aos alunos buscarem conhecimento também na área de informática.

Acreditamos que o uso das tecnologias no processo de aprendizagem é de suma importância para começarmos a melhorar, a qualidade do ensino matemático brasileiro, e

se torna um ponto de partida muito importante para que possamos alcançar as metas estabelecidas pelo governo em relação aos fatores citados nas entrelinhas acima.

Referências Bibliográficas

BASSO, Cintia Maria. Algumas reflexões sobre o ensino mediado por computador. **Linguagem e Cidadania**. s.l. edição n. 004, p. 1, dez. 2000. Disponível em: <http://coral.ufsm.br/lec/02_00/Cintia-L&C4.htm>. Acesso em: 26 de jun. de 2015.

BRASIL. Ministério da Educação / Secretaria de Articulação com os Sistemas de Ensino (MEC/ SASE). **Conhecendo as 20 Metas do Plano Nacional de Educação**. -Brasília, 2014. 63p. Disponível em:<
http://pne.mec.gov.br/images/pdf/pne_conhecendo_20_metas.pdf>. Acesso: em 10 de jun. de 2015.

BRASIL. Ministério da Educação (Org.). **Relatório Nacional PISA 2012: Resultados brasileiros**. São Paulo: Fundação Santillana, 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 126p. Disponível em:
<<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>>. Acessado em: 9 de jun. de 2015.

CARNEIRO, Vera Clotilde GARCIA. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática. Zetetike, CampinasUNICAMP, v. 13, n. 23, 2005, p. 85-118).Disponível em:
<<http://www.mat.ufrgs.br/~vclotilde/publicacoes/ENGENHARIA%20ZETEIKE2005.pdf>>
.Acessado: em 08 de jun. de 2015.

CASTRO, Amelia Domingues de; CARVALHO, Ana Maria Pessoa de. **Ensinar a Ensinar: Didática para a Escola fundamental e Média**. São Paulo: Pioneira Thomsom Learning, 2005. 195 p.

LEONARDO, Fabio Martins de. **Conexões com a Matemática**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013. 319 p.

LOPES, Maria Maroni. Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria Usando o Software GeoGebra. Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 631-644, ago. 2013. Disponível em:

<<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/8265/5839>>. Acesso em 07 de jun. de 2015.

ONUCHIC, Lourdes Da Rosa. ALLEVATO, Norma Suely Gomes Allevato. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. Boletim de Educação Matemática, vol. 25, núm. 41, diciembre, 2011, pp. 73-98, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Disponível em:

<<http://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf>>. Acesso em 10 jun. de 2015.

RAMOS, A; MATEUS, A; MATIAS, J.B.; CARNEIRO, T. Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução. Texto apresentado para a disciplina MAT450 – Seminários de Resolução de Problemas, no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP). São Paulo: 2002.

Disponível em:< http://www.miniweb.com.br/ciencias/Artigos/resolucao_problemas.pdf >. Acesso em: 10 de jun. de 2015.

SOUZA, Joamir; PATARO, Patricia Moreno. **Vontade de Saber Matemática**. 2. ed. São Paulo: Ftd, 2012. 272 p.

PISA : desempenho do Brasil piora em leitura e 'empaca' em ciências. UOL Educação, São Paulo, 1 abr. 2014. Disponível em:

<<http://educacao.uol.com.br/noticias/2013/12/03/pisa-desempenho-do-brasil-piora-em-leitura-e-empaca-em-ciencias.htm>>. Acesso em: 9 de jun. de 2015.

ANEXO A: Plano de Aula

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Professor/pesquisador: Joilson Souza Santos

Turma de alunos: 24 alunos do 9º ano, de uma escola estadual, no município Camargo-RS.

Plano de Aula

A matemática desempenha uma importante função na formação dos cidadãos, tornando-os capazes de compreender o mundo em que vivem. Nesse sentido, torna-se de suma importância aliá-la às novas tecnologias. Esse processo deve ocorrer de forma natural, uma vez que os alunos em seu dia a dia se deslumbram com os avanços tecnológicos.

Identificação:

Turma de alunos do 9º ano do ensino Fundamental de uma escola estadual do município de Camargo-RS, Duração da aula aproximadamente 4 períodos, de aproximadamente 45min, cada. Sendo o tema abordado: Geometria, e nesse universo os conceitos referentes a círculo e circunferência, dando ênfase as suas principais características e relações como (raio, diâmetro, corda, comprimento e área).

Objetivo geral

Esse trabalho tem como objetivo: associar o ensino da geometria, em especial circunferência e círculo, com as novas tecnologias a disposição do aluno, tendo como princípio norteador o uso do software Geogebra, diante desse processo esperamos construir o conhecimento matemático a partir dessa ferramenta.

Tal situação irá proporcionar aos alunos uma forma diferenciada de aprendizagem, a qual contribuirá para desenvolver a sua capacidade de observação e raciocínio, e desta forma os mesmos poderão apropriar-se dos conceitos pertinentes à circunferência e círculo como também suas fórmulas e características.

Objetivo específico

Este trabalho tem os seguintes objetivos específicos:

- a) Introduzir os conceitos geométricos a cerca de: círculo e circunferência (raio, diâmetro, corda, comprimento e área), de forma contextualizada, no dia a dia dos alunos.
- b) Associar o conhecimento de informática com o conteúdo matemático em estudo
- c) Resolver situações problema com o uso do software Geogebra
- d) Interligar o conhecimento matemático com as novas tecnologias.

Hipóteses

Este trabalho pretende evidenciar algumas hipóteses, tais como:

- A) Hipótese 1: será que durante ao processo os alunos conseguirão lambarar os conceitos básicos, sobre reta, ponto, segmento de reta, ângulo, adquiridos nos anos anteriores.
- B) Hipótese 2: os recursos tecnológicos contribuem de forma significativa para o processo de aprendizagem
- C) Hipótese 3: o Geogebra será um recurso de fácil compreensão pelos alunos.
- D) Hipótese 4: por ser um recurso tecnológico, o Geogebra poderia contribuir para o estudo matemático a partir das redes sociais (troca de informações entre alunos).

Para atingir tais objetivos elaboramos um plano de aula, no qual possibilite a interatividade entre aluno e professor, como também alunos e recursos tecnológicos. Sendo que iremos construir junto com os alunos o conhecimento matemático acerca de: circunferência e círculo, embasado na construção apresentada aos alunos, levando-se em conta os seguintes passos: instigação dos alunos, construções didáticas, e resoluções de problemas, sugeridos pelo livro didático.

Justificativa:

È bem verdade que a evolução da sociedade, vem diuturnamente modificando as relações humana, como também criando aparatos os quais facilitem o nosso dia a dia.

Nesse sentido os avanços tecnológicos refletem diretamente no mecanismo educacional da população uma vez que os alunos estão a cada dia se deparando com

ferramentas que facilitam o seu aprendizado, dentre estas estão as vídeos aulas, as webs conferências, como também softwares, em especial o Geogebra.

Todos esses recursos ajudam de forma significativa os professores a fazerem a transição do modo convencional de ensinar, alicerçado no quadro negro e giz, e passarem a serem mais reflexíveis, mais inovadores a ponte de apropriar-se dos recursos tecnológicos, das mídias digitais, e em conjunto com os alunos reestruturar todo um pensamento didático.

Por tanto, a abordagem educacional por meio de novas ferramentas é de suma importância para estimular os alunos e ajudá-los a compreender melhor o conteúdo.

Recursos:

Laboratório de informática

Quadro Branco

Caneta para quadro Branco

Objetos circulares como; Moedas, tampas de refrigerante e outros.

Livro didático

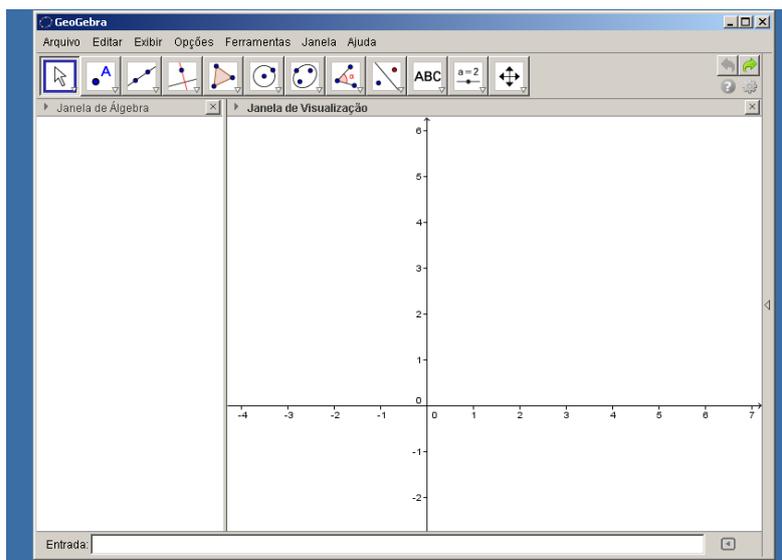
Projector

Desenvolvimento, Metodologia e estratégia.

Instigação dos alunos

A primeira etapa consiste em dividir os alunos em duplas, no laboratório de informática, onde cada dupla terá um computador a sua disposição. O professor então começa orientando os alunos sobre os passos para eles acessarem o Geogebra, com o auxílio do projetor. O professor faz uma rápida exposição das funções do software, e a partir do mesmo relembrar alguns conceitos como: Ponto, Reta, Segmento de Reta e outros.

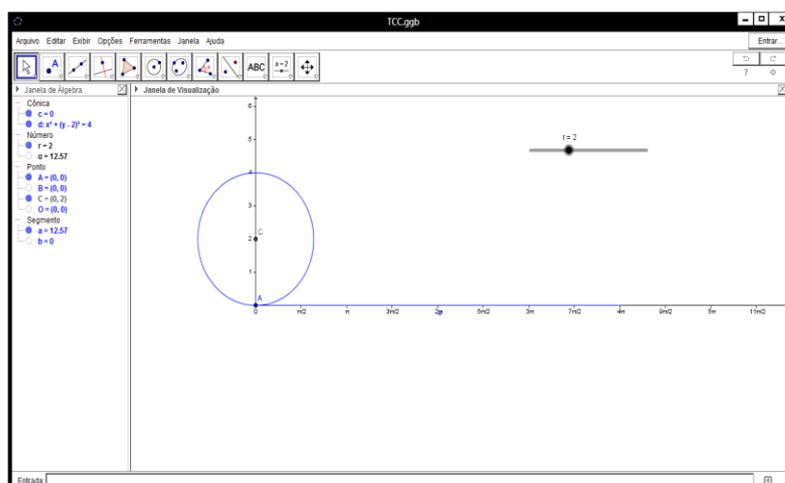
Figura 1: Janela do Geogebra



Fonte: Arquivo pessoal

A segunda etapa consiste em o professor, de modo imparcial, ou seja, ele não pode em momento algum relatar os conceitos, e sim fazer com que os alunos construam tais conceitos. Juntamente com os alunos, o professor começa a manusear a construção em estudo, figura 2, sendo que o mesmo passa a fazer alguns questionamentos norteadores, os quais devem estimular os alunos a construírem os conceitos pertinentes ao assunto em estudo, tais como:

Figura 2: Construção em estudo

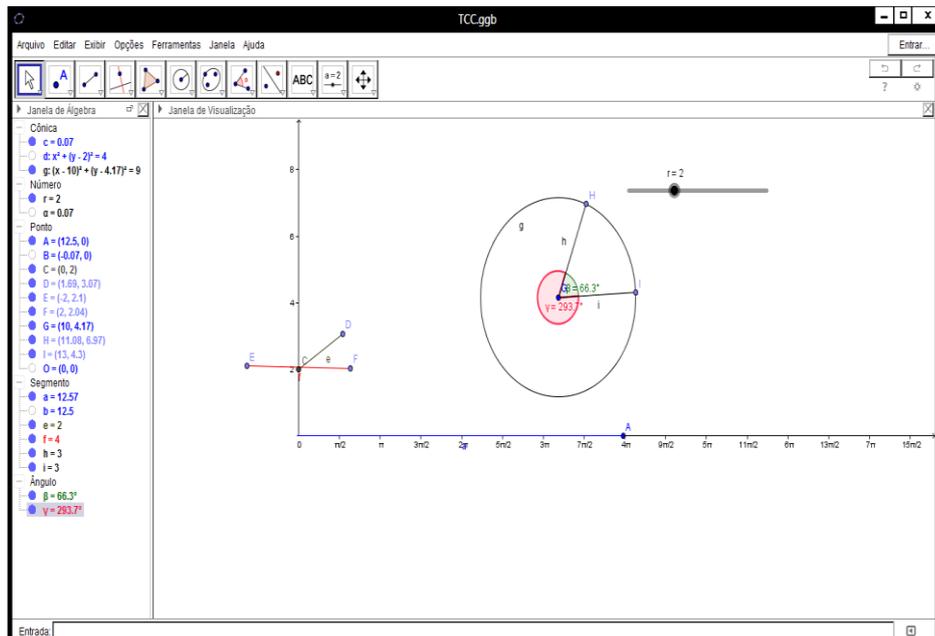


Fonte: Arquivo pessoal

- a) Ao movimentar o ponto A quais as observações vocês podem fazer?
- b) O que acontece quando se movimenta o seletor?
- c) Se construirmos um segmento de reta do ponto C até a extremidade do círculo, e movimentarmos o seletor o que acontece?
- d) Vocês conhecem algum meio de locomoção, não poluente, que possui estrutura semelhante a essa.
- e) Qual o nome que se dá a esse segmento?
- f) Baseado nisso qual a função do seletor?
- g) Se construirmos um segmento que sai de uma extremidade do círculo e passe por C, chegando a outra extremidade, o que acontece?
- h) Qual será o nome desse segmento?
- i) Vocês poderiam fazer uma relação matemática para ele, ao movimentar o seletor?
- j) Movimentando o ponto A, no eixo x , o que vocês observam?
- k) Se fizermos o mesmo movimento agora ampliando ou diminuindo o seletor, o que vocês observam?
- l) Vocês conhecem a letra grega no eixo x ? π , nesse momento o professor faz uma abordagem sobre π
 - m) Qual o nome para essa situação e qual fórmula pode-se? .
- n) Nesse momento o professor, relata a relação matemática para os alunos, $C=2\pi r$.
- o) Na opinião de vocês é possível quantificar a região interna, e como podemos denominar essa região?
- p) Qual a fórmula para calcular esse valor? $A= \pi r^2$

Nesse momento o professor irá diferenciar círculo de circunferência, determinando pontos sobre a circunferência e dentro do círculo, assim pode juntamente com os alunos vivenciar a definição de ambas. O professor poderá também aproveitar e falar sobre coroa circular, e a relação entre o comprimento e o ângulo, em que comprimento, corresponde a 360° .

Figura3: construção do arco de 360°



Fonte: Arquivo pessoal

Construções didáticas,

Nesse segundo passo o professor irá resolver, juntamente com os alunos, por meio do Geogebra, tarefas ou exercícios, tais como:

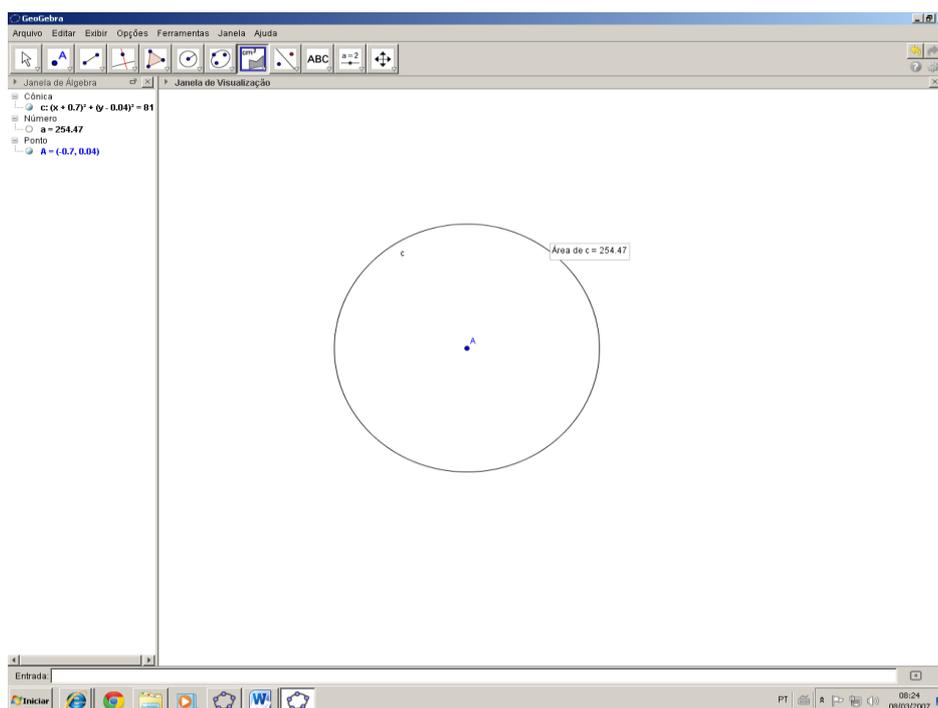
A) A partir das janelas do Geogebra construa círculos de quatro maneiras diferentes, porém em que ambos tenham raios iguais a 5 cm.

As questões abaixo devem ser respondidas no Geogebra, e em folha de caderno.

B) Qual a área de um círculo cujo comprimento de sua circunferência é de 56,52m.

Com o Geogebra obtemos a área da seguinte forma: determinamos o ponto A, depois construímos uma circunferência de raio igual a 9 cm, no painel círculo dado centro e raio, por fim achamos a área clicando na janela da área.

Figura 4: Construção do círculo, e demonstração da área



Fonte: arquivo pessoal

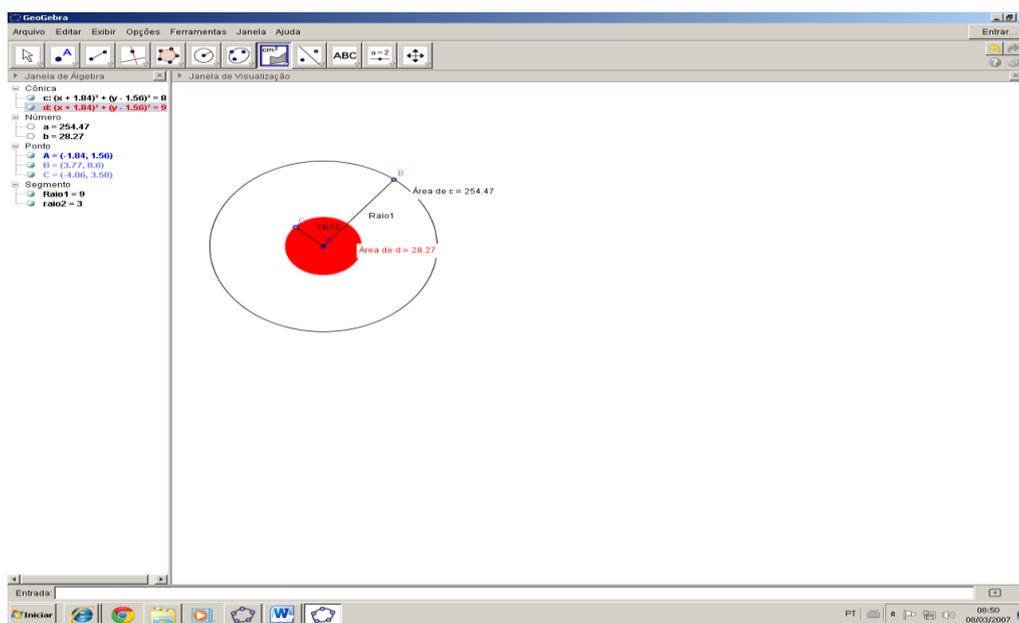
C) Essa tarefa consiste, em os alunos, determinarem a área total de uma moeda de um real, e depois analisar a área das partes da moeda: a parte dourada e a parte prateada.



Com a ajuda do Geogebra, determine as áreas da moeda, em dourado e em prateado, como também a área total.

D) Em uma casa existe uma área circular, próxima à piscina, a fim de evitar exposição ao sol, o dono da piscina resolveu construir um quiosque que sombreia $\frac{2}{3}$ da área. Se o diâmetro da área é de 18m, qual será a área sombreada. Esboce sua construção.

Figura 5: Construção da coroa circular



Fonte: Arquivo pessoal

- E) Com o auxílio do Geogebra, Calcule a área de um círculo de raio ($r=4$ cm), e depois demarque a área de um setor circular de ângulo ($\alpha=70^\circ$), pertencente a esse círculo.
- F) Um círculo é composto de quantos setores circulares de ângulo ($\alpha=15^\circ$). Se o raio do círculo for de 3 cm, qual a área de cada setor?

Resoluções de Problemas, sugeridos pelo livro didático.

- A) No capítulo 9 do livro didático (Souza, Joamir de. Vontade de Saber matemática, 9º ano); no tópico: Acessando tecnologia, na página 218 e 219, construam as atividades 1 e 2, sugeridas pelo autor, com o auxílio do Geogebra.
- B) Faça um relato de 20 linhas avaliando nossa aula.
- C) Em sua opinião, qual a nota que daria para essa tarefa?