

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA

**ESTUDO DO MEIO INTERESTELAR ATRAVÉS DE  
ESTRELAS ANÃS BRANCAS**

Marcos Rodrigues Manganelli

Trabalho de Conclusão de Curso realizado sob orientação do Prof. Dr. José Eduardo da Silveira Costa, apresentado ao Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Física.

Porto Alegre  
2012

## RESUMO

A luz emitida pelas estrelas é espalhada pelas partículas do meio interestelar ao se propagar através dele. Isso causa a extinção da luz e deixa os espectros observados “mais avermelhados”. A extinção deve ser levada em conta na solução de um grande número de problemas, tal como no estudo da distribuição e na análise espectroscópica da luz de objetos astronômicos. Neste trabalho, nós apresentamos um modelo tridimensional para o meio interestelar nas vizinhanças do Sol. Esse modelo é baseado em uma lei barométrica para distribuição da matéria do meio interestelar e foi construído a partir da análise do avermelhamento de espectros de cerca de 14 mil estrelas anãs brancas DAs, observadas pelo Sloan Digital Sky Survey, localizadas dentro de um raio de 1 kpc do Sol. Os resultados são consistentes com outros estudos similares.

## **ABSTRACT**

The light emitted by the stars is scattered by the particles in the interstellar medium. This causes the light extinction and the spectral reddening. The extinction must be taken into account in the solution of a number of problems, such as the study of the distribution and spectroscopic analysis astronomical objects. In this work, we present a three-dimensional model for the interstellar medium in the solar neighborhood. This model is based on a barometric law for the distribution of matter in the interstellar medium and was calculated from the analysis of the spectral reddening of around 14,000 DAs white dwarf stars within a radius of 1 kpc of the Sun, observed by the Sloan Digital Sky Survey (SDSS). The results are consistent with other similar studies.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>5</b>
<b>2 O MEIO INTERESTELAR.....</b>	<b>6</b>
<b>2.1 Densidade do Meio Interestelar.....</b>	<b>6</b>
<b>2.2 Componentes do Meio Interstelar.....</b>	<b>6</b>
<b>2.3 Desenvolvimento Histórico.....</b>	<b>7</b>
2.3.1 Nebulosas Brilhantes.....	7
2.3.2 Nebulosas Escuras.....	8
2.3.3 O Gás Interestelar Difuso.....	9
<b>2.4 Estudo dos Grãos.....</b>	<b>9</b>
2.4.1 Fatores de Eficiência.....	9
2.4.2 A extinção Interestelar.....	14
2.4.3 Polarização Interestelar.....	19
2.4.4 Propriedades Físicas dos Grãos.....	20
2.4.5 Emissão de Energia pelos Grãos.....	25
2.4.6 Formação de Grãos Interestelares.....	26
<b>3 MODELOS PARA A EXTINÇÃO INTERESTELAR.....</b>	<b>27</b>
<b>4 DADOS OBSERVACIONAIS.....</b>	<b>29</b>
<b>4.1 O Sloan Digital Sky Survery.....</b>	<b>29</b>
<b>4.2 Data Release 7.....</b>	<b>30</b>
<b>5 METODOLOGIA.....</b>	<b>32</b>
<b>5.1 Ajuste de espectros sintéticos.....</b>	<b>32</b>
<b>5.2 Extinção em magnitudes.....</b>	<b>34</b>
<b>5.3 Construção do Modelo para Extinção para a Banda V.....</b>	<b>35</b>
<b>6 ANÁLISE DOS RESULTADOS.....</b>	<b>36</b>
<b>6.1 Modelo tridimensional para a extinção.....</b>	<b>36</b>
<b>6.2 Análise para a Banda V.....</b>	<b>36</b>
<b>6.3 Comparação com Outros Modelos.....</b>	<b>39</b>
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>41</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>42</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O meio interestelar ocupa todas as regiões da Galáxia preenchendo o espaço entre as estrelas. Em nossa Galáxia, a maior parte de sua massa está concentrada no disco. O meio interestelar é constituído principalmente de gás e a maior parte desse gás está concentrada em nuvens. Os grãos interestelares são partículas de poeira e constituem a parte sólida do meio e podem estar presentes no interior das nuvens misturados ao gás.

A radiação emitida pelas estrelas propaga-se através do meio interestelar, interagindo com as partículas. Diferentes fenômenos físicos estão envolvidos nas interações, sendo que o dominante é o espalhamento da luz. O espalhamento causa a extinção progressiva da luz à medida que esta propaga-se através do meio interestelar. O efeito de extinção é seletivo em relação ao comprimento de onda: a luz azul é cerca de 10 vezes mais espalhada do que a luz vermelha. Isto deixa os espectros “menos azulados” e “mais avermelhados” e, por isto, este efeito é chamado de “avermelhamento interestelar”.

O avermelhamento será tão maior, quanto maior for a profundidade ótica do meio. Uma maneira de se medir o avermelhamento é comparando espectros observados de estrelas com espectros sintéticos gerados a partir de modelos para atmosferas estelares; a diferença deve-se à distância e à extinção interestelar. Neste método, o uso de estrelas anãs brancas representa uma vantagem em relação a outras estrelas, pois as atmosferas de anãs brancas são mais fáceis de serem modeladas e os espectros sintéticos resultantes destes modelos descrevem os espectros observados de forma muito realista.

*O objetivo deste trabalho é construir um modelo tridimensional para a extinção interestelar válido para a região nas vizinhanças do Sol, utilizando os espectros de milhares de anãs brancas que estão dentro de 1 kpc. Com este estudo, pretendemos contribuir com o melhoramento das técnicas observacionais, uma vez que todos os dados espectroscópicos e fotométricos são afetados pelo avermelhamento interestelar.*

## 2 O MEIO INTERESTELAR

O espaço entre as estrelas não é um espaço vazio como se poderia pensar. Este espaço está preenchido por um meio constituído principalmente por nuvens de gás, grãos e poeira. A este meio damos o nome de meio interestelar.

Este meio ocupa todas as regiões de nossa Galáxia, mas a maior parte de sua massa está concentrada no disco. Sua contribuição para a massa total da Galáxia (que é dominada pela matéria escura) é de aproximadamente 0,5%. Considerando somente a massa estelar, sua contribuição é de 5%. Cerca 70% da massa do meio interestelar é composta por hidrogênio, 28% por hélio e 2% por metais pesados como por exemplo C, N, O, Si, S e Fe (Lequeux 2005).

### 2.1 Densidade do Meio Interestelar

A densidade do meio interestelar é muito baixa se compararmos com a densidade de outros objetos astronômicos. Sua densidade é aproximadamente  $0,1$  partículas/cm<sup>3</sup>. Existem regiões mais densas como as nuvens de gás, cuja densidade pode variar entre  $10$  a  $10^4$  partículas/cm<sup>3</sup>. Para compararmos, a densidade da fotosfera solar é  $10^{17}$  partículas/cm<sup>3</sup>, a densidade do ar é  $2 \times 10^{19}$  partículas/cm<sup>3</sup> e a densidade dos melhores vácuos obtidos em laboratório é da ordem de  $10^7$  partículas/cm<sup>3</sup>.

### 2.2 Componentes do Meio Interestelar

Os fótons são uns dos componentes do meio interestelar. Eles são produzidos principalmente pelas estrelas de nossa Galáxia, mas outras fontes também existem como outras galáxias e processos secundários no próprio meio interestelar. Portanto, existe um campo de radiação associado ao meio interestelar.

Os grãos interestelares são a componente sólida do meio. Os grãos podem conter átomos de metais pesados e moléculas como H<sub>2</sub>O, CO, CO<sub>2</sub>, NH<sub>3</sub>, etc.

As nebulosas são nuvens de gás (principalmente H) existentes no meio. As nuvens de gás também contém grãos de poeira. Quando uma nuvem não está próxima de uma estrela brilhante, a radiação do campo estelar é absorvida pela poeira e nós observaremos a nuvem como uma nebulosa escura. Um bom exemplo de nebulosa escura é a Nebulosa da Cabeça de Cavalo na constelação de Órion.

Se a nuvem estiver próxima de uma estrela quente com  $T_{ef} \approx 25000$  K, a poeira pode espalhar a luz da estrela e nós observaremos a nuvem como uma nebulosa de reflexão. Se a temperatura da estrela for  $T_{ef} \geq 25000$  K, o gás da nuvem é foto ionizado, e nós observaremos a nuvem como uma nebulosa difusa ou região HII.

Também existem as nuvens moleculares. Essas nuvens são compostas de moléculas como CO, OH e NH<sub>3</sub>, além dos grãos de poeira. Elas são mais densas que as nebulosas difusas, cerca de  $10^4$  partículas/cm<sup>3</sup>, enquanto que as nebulosas difusas apresentam 10 partículas/cm<sup>3</sup>.

Outros componentes do meio interestelar são as nebulosas planetárias, restos de supernovas, raios cósmicos, partículas de alta energia, regiões HII compactas, glóbulos de Bok, etc.

## 2.3 Desenvolvimento Histórico

O estudo do meio interestelar iniciou depois da invenção do telescópio, com a observação das nebulosas no céu. Naquela época não existia uma distinção entre nebulosa de reflexão, um aglomerado estelar ou uma galáxia. Todos estes objetos eram vistos como nebulosidades brilhantes e recebiam o nome de “nebulosas”. Essa distinção só foi feita depois de 1860 a partir do desenvolvimento da espectroscopia astronômica.

### 2.3.1 Nebulosas Brilhantes

Um dos primeiros a fazer observações de nebulosas foi Nicolas Louis de la Caille (1713-1762) entre 1750 e 1754. Ele observou dezenas de “nebulosas”. O francês Charles Messier (1730-1817) foi o primeiro a organizar um catálogo de “nebulosas” em (1781). Atualmente sabe-se que boa parte das “nebulosas” de seu catálogo são na verdade aglomerados de estrelas, como a M15, aglomerados galáticos e galáxias, como a M31.

Frederick William Herschel (1738-1822) foi o primeiro astrônomo a realizar um estudo mais detalhado sobre as nebulosas. Ele observou a Nebulosa de Órion em 1774 e estudou a morfologia e distribuição espacial, determinação da posição e classificação das nebulosas. Graças às suas observações, ele conseguiu elevar o número de nebulosas conhecidas de 100 para 2 mil. Seu filho John Frederick William Herschel também estudou e publicou vários catálogos de nebulosas. Entre 1888 e 1908 Johan Ludvig Emil Dreyer (1852-

1926) publicou o catálogo NGC (New General Catalog).

Em 1864 William Huggins iniciou a análise dos espectros obtidos de nebulosas. A partir da análise foi possível fazer a distinção entre nebulosas gasosas e “nebulosas” estelares (aglomerados).

Em 1913, Vesto Melvin Slipher (1875-1969) descobriu uma nova classe de nebulosas, as nebulosas de reflexão. A existência de regiões HII e HI bem como o conhecimento dos processos físicos que ocorrem no interior das nebulosas são produtos da astrofísica desenvolvida no século XX.

### 2.3.2 Nebulosas Escuras

No início, as nebulosas escuras eram chamadas de “sacos de carvão”, já que elas se apresentavam como regiões do céu que aparentemente não tinham estrelas. O primeiro estudo sobre a extinção interestelar foi feito por Frederick Georg Wilhelm Struve (1793-1864) em 1847. Ele deduziu que a extinção interestelar era ao redor de 1 mag/kpc. A partir de 1877 foram publicados trabalhos que consideravam as nebulosas escuras como nuvens que interceptavam a luz das estrelas.

Em 1927, Edward Emerson Barnard (1857-1923) publicou o único catálogo sobre nebulosas escuras que existia até 1960. Na mesma época, Max Wolf (1863-1932) fez um estudo da absorção interestelar e estimou a distância das nuvens.

Em 1930, Robert Julius Trumpler (1886-1956), a partir das observações de aglomerados galácticos, obteve o valor médio 0,67 mag/kpc para a extinção. Seu trabalho foi a primeira evidência conclusiva sobre a extinção interestelar.

Joel Stebbins (1878-1966) e colaboradores obtiveram medidas fotoelétricas que foram usadas nos estudos de avermelhamento de estrelas e distribuição da matéria interestelar na Galáxia. A partir destes estudos, chegou-se a conclusão de que não é possível usar um coeficiente constante de extinção, principalmente quando consideramos regiões de grandes dimensões.

### 2.3.3 O Gás Interestelar Difuso

As primeiras evidências da existência de um gás interestelar difuso foram obtidas em (1904) por Johannes Franz Hartmann (1865-1936). Ele observou linhas de absorção do Ca II no espectro da binária  $\delta$  Orionis. Depois linhas de outros elementos também foram descobertas. Em 1926, Arthur Stanley Eddington iniciou os estudos das propriedades físicas do gás interestelar.

Em 1945, Hendrik Christoffel van de Hulst (1918-2000) fez um estudo teórico que mostrou a possibilidade de se observar a radiação em 21 cm do H neutro. Em 1951 esta radiação foi descoberta, e a sua observação permitiu a detecção das nuvens de gás.

## 2.4 Estudo dos Grãos

Nesta seção vamos apresentar um resumo sobre a teoria dos grãos, que são uns dos principais constituintes do meio interestelar. Este estudo é importante pois os grãos espalham e absorvem a luz das estrelas causando a sua extinção. Esse efeito é chamado de extinção interestelar. O estudo da extinção pode nos dar informações importantes sobre os grãos. Para começar, vamos apresentar algumas definições.

### 2.4.1 Fatores de Eficiência

Vamos definir o *fator de eficiência para absorção*  $Q_a(\nu)$  em função da frequência  $\nu$  da radiação como:

$$Q_a(\nu) = \frac{\sigma_a(\nu)}{\sigma_g},$$

onde  $\sigma_a(\nu)$  é a seção de choque do *processo de absorção* da radiação pelo grão e  $\sigma_g(\nu)$  é a seção de choque geométrica dos grãos (Maciel 2002).

De forma análoga, chamando  $\sigma_s(\nu)$  a seção de choque do *processo de espalhamento*, podemos definir o fator de eficiência para o espalhamento  $Q_s(\nu)$  em função da frequência

$\nu$  como:

$$Q_s(\nu) = \frac{\sigma_s(\nu)}{\sigma_g}.$$

A *extinção interestelar* é então caracterizada pela sua seção de choque que é dada por:

$$\sigma_e(\nu) = \sigma_a(\nu) + \sigma_s(\nu)$$

e pelo *fator de eficiência* para extinção que é dado por

$$Q_e(\nu) = Q_a(\nu) + Q_s(\nu),$$

que pode ser reescrito como  $Q_e(\nu) = \frac{\sigma_e}{\sigma_g}$ . Veremos mais adiante que os fatores de eficiência não dependem apenas da frequência mas também da natureza e das dimensões dos grãos (Maciel 2002).

Podemos calcular a *extinção em magnitudes*  $A_\lambda$ . Para fazer isso, vamos definir o *fluxo observado* como:

$$F_\nu = F_\nu(0) e^{-\tau_{\nu r}},$$

onde:  $F_\nu(0)$  é o *fluxo real* e  $\tau_{\nu r}$  é a *profundidade óptica total*.

O acréscimo na magnitude de uma estrela devido à extinção será dada por

$$A_\lambda = -2,5 \log \frac{F_\nu}{F_\nu(0)} = -2,5 \log e^{-\tau_{\nu r}} = 1,086 \tau_{\nu r}.$$

Podemos escrever a profundidade óptica em termos da *densidade colunar* de grãos  $N_d$  ( $\text{cm}^{-2}$ ) e da *seção de choque de espalhamento*  $\sigma_e(\nu)$  calculando a integral

$$\tau_{\nu r} = \int k_\nu ds = \int n_d \sigma_e(\nu) ds,$$

onde:  $n_d(\text{cm}^{-3})$  é a *densidade volumétrica* dos grãos e  $k_\nu$  é o *coeficiente de absorção*.

Se admitirmos que  $n_d = N_d$  obtemos o seguinte resultado para a integral

$$\tau_{\nu r} = \sigma_e(\nu) N_d.$$

Podemos ainda escrever  $\tau_{\nu r}$  em termos do fator de eficiência de extinção

$$\tau_{\nu r} = N_d \sigma_g(\nu) Q_e(\nu).$$

Assim, podemos escrever a extinção em magnitudes como

$$A_\lambda = 1,086 N_d \sigma_g Q_e(\nu), \quad (2.1)$$

que é válido para para o caso em que os grãos são idênticos. Para grãos diferentes devemos escrever uma somatória para todos os tipos de grãos (Maciel 2002).

Podemos obter informações sobre as propriedades dos grãos estudando, por exemplo, a radiação espalhada pelos grãos em uma nuvem interestelar ou nebulosa. Neste caso a emissividade da radiação espalhada ( $\text{erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ ) é dada por

$$j_{\nu s}(\mathbf{k}) = n_d Q_s(\nu) \sigma_g \int I_\nu(\mathbf{k}') F(\mathbf{k} - \mathbf{k}') d\omega',$$

onde  $\mathbf{k}'$  é o vetor unitário da direção dos fótons incidentes,  $\mathbf{k}$  é o vetor unitário da direção dos fótons espalhados  $d\omega'$  é o intervalo de ângulo sólido em torno de  $\mathbf{k}'$ .

O produto  $I_\nu(\mathbf{k}') F(\mathbf{k} - \mathbf{k}') d\omega'$  dá a intensidade espalhada dentro de um ângulo sólido unitário em torno da direção  $\mathbf{k}$ .

O *albedo dos grãos*  $\gamma(\nu)$  é a fração da radiação espalhada com relação à radiação total que é extinguida e está relacionado com o fator  $Q_s(\nu)$  por meio da relação

$$\gamma(\nu) = \frac{\sigma_s(\nu)}{\sigma_e(\nu)} = \frac{Q_s(\nu)}{Q_e(\nu)}.$$

Na faixa do visível  $\gamma(\nu) \approx 0,6$  (Maciel 2002).

Como os grãos absorvem a radiação e depois a reemite em outra região do espectro, podemos estimar a emissividade dos grãos  $j_{\nu d}$  ( $\text{erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ ) relacionando-a com o fator de eficiência para a absorção

$$j_{\nu d} = n_d Q_a(\nu) \sigma_g B_\nu(T_d),$$

onde  $B_\nu(T_d)$  é a *função de Planck* à temperatura do grão.

Utilizando a teoria da difração da luz por partículas de pequenas dimensões, podemos determinar as seções de choque e os fatores de eficiência dos grãos. Mas a determinação das seções de choque é um problema computacional complexo que envolve a solução das equações de Maxwell com as condições de contorno apropriadas à geometria dos grãos. Por volta de 1908, Mie e Debye resolveram esse problema para o caso dos grãos com geometria esférica. A partir da teoria de Mie, podemos determinar as fórmulas que serão usadas para obter a seção de choque para o caso dos grãos homogêneos e esféricos. Para este caso, obtemos que a seção de choque geométrica para um grão de raio  $a$  é  $\sigma_g(\nu) = \pi a^2$ . Portanto, podemos escrever os fatores de eficiência como  $Q = \sigma / \pi a^2$ . Se o tamanho do grão é pequeno em comparação com o comprimento de onda, podemos escrever as expressões para  $Q$  em função do *índice de refração* do grão  $m$  e de um parâmetro adicional  $x$ , ou seja,  $Q = Q(x, m)$ . O índice de refração do grão (que em geral é complexo) é dado por:

$$m = n - ik,$$

onde  $n$  é o *índice de refração do material* que constitui o grão e  $k$  é o *índice de absorção* do grão.

O parâmetro adicional é  $x = \frac{2\pi a}{\lambda}$ .

Abaixo, apresentamos algumas soluções simples para os fatores de eficiência para o caso  $x \ll 1$

(I) Esferas puramente dielétricas,  $k = 0$ ,  $m$  real:

$$Q_a = 0$$

$$Q_e = Q_s = \frac{8}{3} x^4 \left[ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right]^2$$

(II) Esferas absorvedoras,  $k \neq 0$ ,  $m$  complexo:

$$Q_s = \frac{8}{3} x^4 \left[ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right]^2$$

$$Q_e = -4 x \operatorname{Im} \left[ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right]$$

Quando um grão esférico de raio  $a$  interage com um feixe de radiação com fluxo  $F_\nu$ , ele absorve uma energia proporcional a  $F_\nu \pi a^2 Q_a$  do feixe. A energia removida da direção original do feixe pelo efeito de espalhamento causado pelo grão é proporcional a  $F_\nu \pi a^2 Q_s (1 - \langle \cos \theta \rangle)$ , onde  $\langle \cos \theta \rangle$  é o valor médio do parâmetro de fase e  $\theta$  é o ângulo entre as direções do feixe incidente e espalhado. A energia total removida da direção original do feixe é proporcional a

$$F_\nu \pi a^2 [Q_a + Q_s (1 - \langle \cos \theta \rangle)] = F_\nu \pi a^2 (Q_e - Q_s \langle \cos \theta \rangle) = F_\nu \pi a^2 Q_p,$$

onde  $Q_p$  é o fator de eficiência para a pressão da radiação

$$Q_p = Q_e - Q_s \langle \cos \theta \rangle.$$

A seção de choque para a pressão da radiação é dada por  $\sigma_p = \pi a^2 Q_p$  (Maciel 2002).

Podemos calcular a força radiativa exercida sobre um grão, resolvendo a integral

$$F_r = \frac{1}{c} \int \pi a^2 Q_p(\nu) F_\nu d\nu.$$

Se um grão estiver a uma distância  $r$  de uma estrela de luminosidade  $L$ , ele sofrerá uma força dada por

$$F_r \approx \frac{\pi a^2 Q_p L}{4 \pi r^2 c}. \quad (2.2)$$

A equação (2.2) tem aplicação no estudo dos processos dinâmicos que envolvem os grãos interestelares, como por exemplo, o processo de ejeção dos grãos e arraste do gás em envelopes circunstelares (Maciel 2002).

#### 2.4.2 A extinção Interestelar

Os grãos também são responsáveis pelo avermelhamento na luz das estrelas. O avermelhamento ocorre pois a extinção varia com o comprimento de onda. A variação da extinção em magnitudes  $A_\lambda$  com o comprimento de onda é chamada de *excesso de cor*. Podemos calcular o excesso de cor a partir das relações entre as magnitudes aparentes ( $m$ ) e as magnitudes absolutas ( $M$ ) de duas estrelas com espectros idênticos. Sendo  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  dois comprimentos de onda distintos e  $r$  a distância em pc das estrelas, temos para as estrelas A e B

$$\begin{aligned} m_{A,\lambda_1} &= M_{\lambda_1} + 5 \log r_A - 5 + A_{A,\lambda_1} \\ m_{A,\lambda_2} &= M_{\lambda_2} + 5 \log r_A - 5 + A_{A,\lambda_2} \\ m_{B,\lambda_1} &= M_{\lambda_1} + 5 \log r_B - 5 + A_{B,\lambda_1} \\ m_{B,\lambda_2} &= M_{\lambda_2} + 5 \log r_B - 5 + A_{B,\lambda_2}. \end{aligned}$$

A variação na magnitude aparente será

$$\begin{aligned} \Delta m_{\lambda_1} &= m_{A,\lambda_1} - m_{B,\lambda_1} = 5 \log \frac{r_A}{r_B} + (A_{A,\lambda_1} - A_{B,\lambda_1}) \\ \Delta m_{\lambda_2} &= m_{A,\lambda_2} - m_{B,\lambda_2} = 5 \log \frac{r_A}{r_B} + (A_{A,\lambda_2} - A_{B,\lambda_2}). \end{aligned}$$

Fazendo  $\Delta m_{\lambda_1} - \Delta m_{\lambda_2}$  obtemos

$$\begin{aligned}
\Delta m_{\lambda_1} - \Delta m_{\lambda_2} &= (A_{A,\lambda_1} - A_{B,\lambda_1}) - (A_{A,\lambda_2} - A_{B,\lambda_2}) \\
&= (A_{A,\lambda_1} - A_{A,\lambda_2}) - (A_{B,\lambda_1} - A_{B,\lambda_2}) \\
&= \Delta(A_{\lambda_1} - A_{\lambda_2})
\end{aligned}$$

Admitindo que uma das estrelas não é afetada pela extinção ou avermelhamento, o excesso de cor  $E(\lambda_1, \lambda_2)$  é dado por

$$\Delta m_{\lambda_1} - \Delta m_{\lambda_2} = A_{\lambda_1} - A_{\lambda_2} = E(\lambda_1, \lambda_2),$$

válido para a estrela que sofre a extinção. No sistema de filtros UBV, de Johnson,  $\lambda_1 = 4450 \text{ \AA}$  e  $\lambda_2 = 5510 \text{ \AA}$  são os componentes de onda centrais dos filtros B e V, respectivamente, e o excesso de cor padrão é dado por

$$\Delta m_B - \Delta m_V = E_{B-V} = E(B-V)$$

(Maciel 2002).

Podemos estimar um valor para o excesso de cor por kpc a partir das medidas fotoelétricas de um grande número de estrelas. O valor médio do excesso de cor por kpc a uma distância de até 1 kpc do Sol e dentro do plano galáctico é dado por

$$\frac{\langle E_{B-V} \rangle}{L} \approx 0,6 \text{ mag/kpc}, \quad (2.3)$$

onde  $L$  é a distância média da fonte. Para algumas direções, o valor do excesso de cor por kpc pode sofrer desvios acima ou abaixo da média. Por isso não podemos usar esta equação para calcular a absorção em uma dada distância. Mas podemos usá-la para obter a extinção média por nuvem

$$E_0 \approx \frac{\langle E_{B-V} \rangle}{L} \frac{1}{k} \approx 0,1 \text{ mag}, \quad (2.4)$$

onde foi usado que  $k \approx 4$  nuvens por kpc (Maciel 2002).

O excesso de cor também está correlacionado com a densidade de coluna do H. A correlação entre o excesso de cor e a densidade de coluna  $N_H$  é dada por

$$N_H \approx 6 \times 10^{21} E_{B-V} \text{ mag}^1 \text{ cm}^{-2}. \quad (2.5)$$

Se usarmos o valor da extinção média dado pela expressão (2.4) para uma nuvem “padrão” obtemos que  $N_H \approx 4 \times 10^{20} \text{ cm}^{-2}$ . Este valor concorda bem com o valor obtido a partir de medidas da linha de 21 cm em absorção do H que é de  $N_H \approx 3 \times 10^{20} \text{ cm}^{-2}$ . Combinando (2.3) com (2.5) obtemos a densidade volumétrica típica da nuvem interestelar  $n_H \approx N_H / L \approx 1 \text{ cm}^{-3}$ . (Maciel 2002).

A extinção é maior para a radiação com comprimento de onda menor. Na faixa do visível a curva de extinção é proporcional a  $1/\lambda$  aproximadamente. A curva de extinção apresenta uma “corcova” em  $\lambda \approx 2175 \text{ \AA}$  que é devida aos grãos de grafite ou outros ricos em carbono.

A partir da curva de extinção podemos determinar a quantidade  $R_\lambda$  que é a razão entre a absorção total em magnitudes  $A_\lambda$  no comprimento de onda  $\lambda$  e o excesso de cor  $E_{B-V}$ , ou seja,

$$R_\lambda = \frac{A_\lambda}{E_{B-V}}.$$

Para  $\lambda = V = 5510 \text{ \AA}$  temos

$$R_V = \frac{A_V}{E_{B-V}}, \quad (2.6)$$

fazendo  $R_\lambda - R_V$  obtemos

$$\begin{aligned} R_\lambda - R_V &= \frac{A_\lambda - A_V}{E_{B-V}} = \frac{E(\lambda, V)}{E_{B-V}} \\ \frac{A_\lambda}{E_{B-V}} &= R_V + \frac{E(\lambda, V)}{E_{B-V}}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Como a extinção é proporcional a  $1/\lambda$ , então para  $\lambda$  tendendo ao infinito  $A_\lambda = A_\infty \rightarrow 0$ . Consequentemente,  $R_\lambda = R_\infty \rightarrow 0$  e temos o seguinte resultado

$$R_V = -\frac{E(\infty, V)}{E_{B-V}}. \quad (2.8)$$

A partir da curva de extinção e usando a expressão (2.8) podemos obter o valor de  $R_V$ . O valor de  $R_V$  é aproximadamente  $R_V = 3,4$  determinado a partir da extinção no infravermelho. O valor de  $R_V$  pode variar um pouco dependendo da direção que se escolhe para fazer as observações (Maciel 2002).

Podemos usar o valor de  $R_V$  para estimar a área média total oferecida pelos grãos por

$\text{cm}^3 \langle n_d \sigma_g \rangle$  que é dada por  $\langle n_d \sigma_g \rangle \approx \frac{\langle N_d \sigma_g \rangle}{L}$ . Utilizando a expressão (2.1) obtemos

$$\langle n_d \sigma_g \rangle \approx \frac{\langle N_d \sigma_g \rangle}{L} \approx \frac{A_\lambda}{1,086 Q_e L}.$$

Para calcular  $\langle n_d \sigma_g \rangle$  vamos considerar  $\lambda = 1000 \text{ \AA}$ . A partir da curva de extinção podemos tirar a seguinte informação:  $E(1000, V)/E_{B-V} \approx 10$ . Da equação (2.7)  $A_\lambda = A_V + E(\lambda, V)$ . Usando  $R_V = 3$  e a equação (2.6) obtemos  $A_\lambda \approx 3 E_{B-V}$ . Desse modo,  $A_{1000 \text{ \AA}} = 13 E_{B-V}$ . Assim, para  $\lambda = 1000 \text{ \AA}$  temos

$$\langle n_d \sigma_g \rangle = \frac{13 E_{B-V}}{1,086 Q_e L}$$

Usando o valor  $Q_e = 2$  para  $\lambda = 1000 \text{ \AA}$  e o resultado da expressão (2.3) obtemos  $\langle n_d \sigma_g \rangle \approx 1,2 \times 10^{-21} \text{ cm}^{-1}$  (Maciel 2002).

Agora vamos calcular a razão grãos/gás. A razão grãos/gás no meio interestelar é dada por

$$\frac{\rho_d}{\rho_{\text{gas}}} \approx \frac{\rho_d}{\rho_H + \rho_{\text{He}}} \approx \frac{\rho_d}{n_H m_H + 4n_{\text{He}} m_H},$$

onde  $\rho_d$  é a densidade média dos grãos ao longo da linha de visada, que é dada por

$$\rho_d = \frac{N_d}{L} \frac{4}{3} \pi a^3 s_d, \quad (2.9)$$

Nesta expressão,  $s_d$  é a densidade do material que constitui o grão,  $N_d$  é a densidade de coluna dos grãos e  $a$  é o raio do grão. Para calcular a razão grãos/gás vamos fazer primeiro uma estimativa do valor aproximado de  $\rho_d$ . Vamos usar o seguinte resultado

$$4\pi^2 a F_k = \int_0^\infty Q_e d\lambda. \quad (2.10)$$

Onde  $F_k$  é um parâmetro que depende da constante dielétrica do grão.  $F_k = \left( \frac{\epsilon_0 - 1}{\epsilon_0 + 2} \right)$ .

Substituindo a equação (2.1) em (2.10) obtemos

$$4\pi^2 a F_k = \int_0^\infty \frac{A_\lambda d\lambda}{1,086 N_d \sigma_g}. \quad (2.11)$$

Substituindo (2.11) em (2.9) obtemos

$$\rho_d = \frac{1}{3} \frac{a^2 s_d}{1,086 \sigma_g \pi F_k} \int \frac{A_\lambda d\lambda}{L}$$

Para grãos esféricos  $\sigma_g = \pi a^2$ . Portanto temos

$$\rho_d = \frac{1 \times 10^{23} s_d}{F_k} \int \frac{A_\lambda d\lambda}{L}$$

Nesta equação,  $L$  está em kpc e  $s_d$  em  $\text{g/cm}^3$ . Nessa estimativa de  $\rho_d$  ao invés de calcularmos

a integral vamos substituí-la pelo valor médio  $\left\langle \frac{A_V}{L} \right\rangle \approx R_V \left\langle \frac{E_{B-V}}{L} \right\rangle \approx 3 \times 0,61 \text{ mag/kpc}$ .

Usando  $s_d \simeq 3 \text{ g/cm}^3$  e  $\epsilon_0 \simeq 4$  obtemos  $\langle \rho_d \rangle \simeq 1,4 \times 10^{-26} \text{ g/cm}^3$ . Para calcular a razão grãos/gás vamos usar o valor da densidade média  $n_H$  para o gás interestelar,  $n_H \simeq 1,2 \text{ cm}^{-3}$  e assumir que  $n_{He}/n_H \simeq 0,1$ . Fazendo isso, obtemos o seguinte resultado  $\frac{\rho_d}{\rho_{gas}} \simeq 6 \times 10^{-3}$  (Maciel 2002).

### 2.4.3 Polarização Interestelar

Geralmente a luz das estrelas que são afetadas pelo avermelhamento interestelar está polarizada. Portanto os grãos também devem ser os responsáveis por essa polarização. Para polarizar a luz os grãos devem apresentar alguma anisotropia, ou seja, devem ser partículas alongadas, não esféricas. Desse modo, o estudo da polarização interestelar pode dar informações sobre os grãos. A intensidade total da radiação polarizada é dada por

$$I = I_M + I_m,$$

onde  $I_M$  é a intensidade na direção de máxima polarização,  $I_m$  é a intensidade na direção de mínima polarização. O grau de polarização é dado por

$$P = \frac{I_M - I_m}{I}. \quad (2.12)$$

Em magnitudes, a polarização é dada por  $P = 2,5 \log I_M / I_m$  (Maciel 2002).

Em geral, os objetos que apresentam uma baixa extinção também apresentam uma baixa polarização. Os objetos que apresentam uma alta extinção podem apresentar uma polarização nula ou uma polarização que está dentro de um intervalo que vai de  $P = 0$  até  $P \simeq 0,1 E_{B-V}$ . Podemos obter uma relação entre o grau de polarização e o fator de eficiência para extinção. Para fazer isso, vamos usar a equação (2.12) e a relação  $I \propto e^{-\tau} \propto e^{-N_d \sigma_v} \propto e^{-N_d \sigma_g Q_e}$ . Se  $P \ll 1$  temos

$$P \simeq \frac{1}{2} N_d \sigma_g (Q_{eM} - Q_{em}), \quad (2.13)$$

onde  $Q_{eM}$  e  $Q_{em}$  são os valores máximo e mínimo de  $Q_e$ . Substituindo a equação (2.1) em (2.13) obtemos a razão entre a polarização e a extinção  $A_\lambda$

$$\frac{P}{A_\lambda} \simeq 0,46 \frac{Q_{eM} - Q_{em}}{Q_e}.$$

A polarização também varia com o comprimento de onda. Essa variação é observada na região óptica do espectro ( $4000 \text{ \AA} - 8000 \text{ \AA}$ ) e para cada comprimento de onda ( $\lambda_M$ ) existe um máximo diferente para a polarização  $P(\lambda_M)$ .

Para que os grãos possam polarizar a luz das estrelas é necessário que os grãos sejam partículas alongadas e devam ter os seus eixos de rotação alinhados. Segundo o mecanismo de Davis e Greenstein, o campo magnético galático é o principal responsável pelo alinhamento dos grãos. Desse modo, a distribuição dos grãos pode dar informações sobre o campo magnético galático pois a sua direção é a mesma direção da polarização (Maciel 2002).

#### 2.4.4 Propriedades Físicas dos Grãos

A partir das características da curva de extinção podemos obter informações sobre as dimensões dos grãos interestelares. Essas informações são obtidas construindo-se um modelo para os grãos que sugere a composição química e uma distribuição de raio. Depois é feito o ajuste da curva de extinção. Um modelo que ajusta bem a curva de extinção na região  $0,1 \leq \lambda (\mu m) \leq 1$  é o modelo de Mathis, Rumpl e Nordsieck (1977). Este modelo obtém uma distribuição de dimensões do tipo  $n(a) \propto a^{-3,5}$  com o raio dos grãos de grafite variando de  $50 \leq a (\text{Å}) \leq 10000$  e o raio dos grãos de silicato variando de  $250 \leq a (\text{Å}) \leq 12500$  (Maciel 2002).

Considerando que os grãos emitem como um corpo negro, podemos determinar a sua temperatura. Para fazer isso, vamos determinar a energia ganha e a energia perdida pelos grãos. A energia ganha pelos grãos por unidade de tempo e por unidade de área projetada dos grãos (G) em termos das componentes radiativa e colisional é dada por:

$$G = G_r + G_c,$$

onde a energia radiativa ganha é dada por

$$G_r = c \int_0^{\infty} Q_a(\lambda) U_\lambda d\lambda,$$

e  $U_\lambda$  é a densidade de energia do campo de radiação. Os cálculos necessários para se obter a energia colisional ganha são mais complicados. Porém, para as regiões de H neutro ou ionizado o valor de  $G_c$  é desprezível frente a  $G_r$  (Maciel 2002).

A energia perdida pelos grãos por unidade de área e unidade de tempo é dada por

$$L_r(T_d) = 4\pi \int_0^{\infty} Q_a(\lambda) B_\lambda(T_d) d\lambda,$$

onde  $T_d$  é a temperatura dos grãos. Fazendo  $G=L$  podemos determinar  $T_d$ ,

$$c \int_0^{\infty} Q_a(\lambda) U_\lambda d\lambda = 4\pi \int_0^{\infty} Q_a(\lambda) B_\lambda(T_d) d\lambda.$$

Para resolver essa equação precisamos conhecer o campo de radiação interestelar, além de saber como o fator de eficiência para absorção varia com o comprimento de onda. Para simplificar, vamos considerar que  $Q_a$  é independente de  $\lambda$ . Desse modo temos como resultado:

$$c Q_a \int U_\lambda d\lambda = 4\pi Q_a \int B_\lambda(T_d) d\lambda.$$

Integrando obtemos

$$T_d = \left( \frac{cU}{4\sigma} \right)^{1/4} = \left( \frac{U}{a} \right)^{1/4},$$

onde  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann,  $\sigma = 5,67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}$  e  $a = 4\sigma/c = 7,57 \times 10^{-15} \text{ erg cm}^{-3} \text{ K}^{-4}$ . Se usarmos o valor típico para a densidade de energia do campo de radiação  $U_\lambda \sim 10^{-12} \text{ erg/cm}^3$  obtemos  $T_d \simeq 3 \text{ K}$ . Quando usa-se  $Q_a$  em função de  $\lambda$  obtém-se temperaturas que variam de 10K à 50K, dependendo do raio e

do tipo de grão (Maciel 2002).

Em regiões HII, o aquecimento dos grãos pode contribuir significativamente para o aquecimento do gás. Neste caso os grãos aquecem principalmente devido à absorção de fótons da radiação Lyman- $\alpha$ . Podemos calcular o ganho de energia pelos grãos conhecendo o fluxo de fótons Lyman- $\alpha$  que atravessam a superfície dos grãos por unidade de área projetada por unidade de tempo,  $F_{L\alpha}$ . Para calcular  $F_{L\alpha}$  vamos considerar o estado estacionário. Neste caso o número de fótons emitidos é igual ao número de fótons absorvidos por centímetro cúbico por segundo. Assim  $\sigma_g n_d Q_a F_{L\alpha} \simeq 0,70 n_p n_e \alpha$ .

Sabendo que  $n_e \simeq n_p \simeq n_H$  e  $\frac{\langle n_d \sigma_g \rangle}{\langle n_H \rangle} \simeq 1,0 \times 10^{-21} \text{ cm}^{-2}$  e usando  $\alpha \simeq 3 \times 10^{-13} \text{ cm}^3/\text{s}$ ,

obtemos o valor

$$F_{L\alpha} \simeq 2,1 \times 10^8 \frac{n_H}{Q_a} \text{ fótons cm}^{-2} \text{ s}^{-1}. \quad (2.14)$$

A energia ganha pelos grãos é proporcional à energia dos fótons  $h \nu_{L\alpha}$  e ao fluxo. Desse modo temos

$$G_{L\alpha} \simeq Q_a F_{L\alpha} h \nu_{L\alpha}. \quad (2.15)$$

Substituindo (2.14) na expressão (2.15) obtemos  $G_{L\alpha} \simeq 2,1 \times 10^8 n_H h \nu_{L\alpha}$  (erg  $\text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ) (Maciel 2002).

Em regiões HII  $G_c$  também pode ser desprezado pois  $\frac{G_c}{G_{L\alpha}} \ll 1$ . Da mesma forma como foi feito nas regiões HI, podemos determinar a temperatura dos grãos fazendo  $G=L$ . A temperatura típica dos grãos de gelo e grafite nas regiões HII é  $T_d \simeq 20 - 60 \text{ K}$ . Mas dependendo da distância dos grãos à estrela central, a temperatura pode ser maior (Maciel 2002).

Os grãos também podem ficar carregados, por exemplo, quando colidem com elétrons e íons positivos. Para calcular a carga dos grãos vamos partir do princípio de que existe um equilíbrio entre a captura e a perda de íons e elétrons. Se um grão está carregado com uma

carga  $-Z_d e$  então ele pode capturar um íon positivo devido à atração eletrostática. A seção de choque para a captura é

$$\sigma_i = \pi p_0^2, \quad (2.16)$$

onde  $p_0$  é a distância entre o grão e o íon que torna possível a captura por meio da atração eletrostática. Se antes da atração eletrostática o íon tinha uma velocidade  $u_i$  e durante a atração uma velocidade  $v$ , então, pela conservação de momento angular, a seguinte igualdade deve ser satisfeita

$$u_i p_0 = a v, \quad (2.17)$$

e para conservar a energia

$$\frac{1}{2} m_i u_i^2 = \frac{1}{2} m_i v^2 - \frac{Z_d e^2}{a}, \quad (2.18)$$

onde  $m_i$  é a massa do íon e  $a$  o raio do grão. Isolando  $v^2$  em (2.18) e depois  $p_0$  em (2.17) e substituindo em (2.16) obtemos

$$\sigma_i = \pi a^2 \left[ 1 + \frac{2 Z_d e^2}{m_i u_i^2 a} \right].$$

Seguindo o mesmo procedimento de cálculos para a captura de elétrons obtemos

$$\sigma_e = \pi a^2 \left[ 1 + \frac{2 Z_d e^2}{m_e u_e^2 a} \right].$$

Como estamos considerando que haja equilíbrio entre o número total de colisões por segundo de elétrons e íon, temos o seguinte

$$n_e \sigma_e \bar{u}_e \simeq n_i \sigma_i \bar{u}_i,$$

onde  $n$  é o número de partículas e  $\bar{u}_e$  e  $\bar{u}_i$  são as velocidades médias dos elétrons e íons respectivamente. Se os grãos estão em uma nuvem não ionizada, ou seja, uma nuvem com  $n_e \simeq n_i$ , a carga dos grãos é dada por

$$Z_d \simeq \frac{3akT}{2e^2} \frac{\bar{u}_e - \bar{u}_i}{\bar{u}_e + \bar{u}_i} \simeq \frac{3akT}{2e^2}.$$

Nesta expressão consideramos  $m_e u_e^2 \simeq m_i u_i^2 \simeq 3kT$ . Em uma nuvem interestelar HI típica, onde  $T \simeq 100\text{K}$ , os grãos com raios  $a \simeq 1000 \text{ \AA}$  têm  $Z_d \simeq 1$ . Em uma região de H ionizado com  $T \simeq 10^4 \text{ K}$   $Z_d \simeq 90$  (Maciel 2002).

A partir da análise das características da curva de extinção podemos obter informações sobre a composição química dos grãos. As bandas de absorção na faixa de  $\lambda \simeq 2175 \text{ \AA}$  indicam a existência de grãos de carbono na forma de grafite com raio  $a \simeq 50 \text{ \AA}$ . A emissão em  $9,7 \text{ \mu m}$  e  $18 \text{ \mu m}$  evidencia grãos de silicatos, como por exemplo o silicato de magnésio ( $\text{MgSiO}_3$ ), olivina ( $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$ ) e silicato de ferro ( $\text{Fe}_2\text{SiO}_4$ ). Os grãos de silicatos, às vezes, podem estar envoltos em uma capa orgânica de  $\text{H}_2\text{O}$  ou  $\text{CO}$ . A emissão infravermelha na faixa  $\lambda \simeq 10 \text{ \mu m}$  indica a existência de grãos de carbeto de silício ( $\text{SiC}$ ) nos envelopes de estrelas carbonadas. A emissão infravermelha também evidencia os grãos de óxidos como  $\text{SiO}$  e  $\text{FeO}$ . As observações também evidenciam grãos de gelo puro ou com impurezas. Estes grãos podem conter  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CO}$ ,  $\text{NH}_3$  entre outros. As bandas de emissão infravermelha na faixa de  $3,3$  a  $11,3 \text{ \mu m}$  evidenciam as moléculas de hidrocarbonetos aromáticos policíclicos (PAH) (Maciel 2002).

### 2.4.5 Emissão de Energia pelos Grãos

A emissão de radiação se dá principalmente na região infravermelha do espectro e se estende desde o infravermelho próximo até o infravermelho distante.

Usando a lei de Wien podemos encontrar a temperatura  $T_d$  que um grão deve ter para que sua emissão máxima seja no comprimento de onda  $\lambda$ , ou seja,

$$\lambda T_d \simeq 0,29 \text{ cm K.}$$

Os grãos que estão nas regiões de H neutro emitem em  $\lambda \simeq 100 \mu\text{m}$ . Portanto a temperatura desses grãos deve ser  $T_d \simeq 30 \text{ K}$  (Maciel 2002).

Os dois processos que são responsáveis pela emissão contínua dos grãos são a fluorescência e a radiação térmica. As observações dos satélites IRAS, COBE e ISO mostram que a emissão térmica contínua ocorre desde  $\lambda \simeq 1 \mu\text{m}$  até  $\lambda \simeq 1000 \mu\text{m}$ . Essa emissão também apresenta picos em alguns comprimentos de onda, como por exemplo,  $\lambda \simeq 140 \mu\text{m}$  e  $\lambda \simeq 10 \mu\text{m}$ . A emissão térmica pode ser observada em nebulosas de reflexão e planetárias, regiões HII e na poeira circunstelar. Os grãos responsáveis pela emissão contínua na região do infravermelho próximo devem ter raio  $a \leq 50 \text{ \AA}$  e temperatura em torno de  $T_d \simeq 200\text{K}$ . Já os grãos que são responsáveis pela emissão na região do infravermelho distante ( $\lambda > 30 \mu\text{m}$ ) devem ter raio  $a \leq 100 \text{ \AA}$  e temperatura  $T_d \simeq 20\text{K}$ . A emissão contínua fluorescente é observada em nebulosas de reflexão na faixa do vermelho. O máximo dessa emissão é em  $\lambda \simeq 7000 \text{ \AA}$  (Maciel 2002).

#### 2.4.6 Formação de Grãos Interestelares

As regiões mais prováveis para a formação de grãos interestelares são as atmosferas e os envelopes de estrelas gigantes e supergigantes frias. A temperatura destas regiões torna possível a condensação dos componentes químicos que constituem os grãos e as densidades são altas e permitem a formação de uma grande quantidade de grãos (Maciel 2002).

O tipo de grão que é formado depende dos elementos químicos presentes na estrela. Os grãos de silicatos provavelmente são formados em atmosferas de estrelas oxigenadas, enquanto que os de grafite são formados em atmosferas de estrelas carbonadas. Também é possível que as estrelas formem apenas o núcleo de condensação. As camadas externas se formariam durante e após o processo de ejeção que é provocado pela pressão da radiação. Os grãos também podem se formar nas supernovas já que elas apresentam um grande número de elementos pesados (Maciel 2002).

Nas nuvens interestelares dificilmente ocorre a formação de grãos, já que essas regiões apresentam baixas densidades e a escala de tempo necessária para a formação de grãos com as dimensões observadas é maior que a idade dos principais componentes do meio interestelar. Sabendo-se que os grãos com densidade  $s_g$  se formam por meio da adição de átomos, podemos calcular o raio  $a$  em função do tempo  $t$ , ou seja,

$$a \simeq \varepsilon \frac{n_i m_i v_i t}{4s_g},$$

onde  $n_i$  e  $m_i$  são a densidade e a massa do átomo  $i$  respectivamente,  $v_i$  é a velocidade térmica média e  $\varepsilon$  é o coeficiente de adesão. O valor de  $\varepsilon$  é  $\varepsilon \leq 1$ . Se usarmos valores típicos

$$s_g \simeq 1 \text{ g/cm}^3, a \simeq 1000 \text{ \AA}, n_H \simeq 10 \text{ cm}^{-3}, n_i \simeq 10^{-4} n_H \simeq 10^{-3} \text{ cm}^{-3},$$

$$m_i \simeq 20 m_H \simeq 3,3 \times 10^{-23} \text{ g}, T \simeq 100 \text{ K}, v_i \simeq \sqrt{kT/m_i} \simeq 2 \times 10^4 \text{ cm/s},$$

obtemos  $t \simeq 4 s_g a / n_i m_i v_i \varepsilon \simeq 2 \times 10^9 / \varepsilon$  anos. Este é um tempo muito grande, superior à idade típica de uma região HII que é de  $10^6$  anos. Depois de formados, os grãos são ejetados da atmosfera estelar pela pressão da radiação (Maciel 2002).

### 3 MODELOS PARA A EXTIÇÃO INTERESTELAR

A partir de 1970 surgiram vários estudos e modelos para a extinção interestelar. O primeiro modelo para a extinção foi publicado por FitzGerald (1968). Depois surgiram os trabalhos de Neckel & Klare (1980), Berdnikov & Pavloskaya (1991) e Arenout et al. (1992). Hakkila et al. (1997) combinou estes trabalhos em um modelo para a extinção, para todo o céu. Esses primeiros trabalhos apresentavam uma resolução limitada e erros de medida devido ao não conhecimento dos valores de  $R_V$  (Jones, West & Foster 2011). Apesar disso, esses trabalhos foram importantes pois forneciam uma estimativa para a extinção interestelar na nossa Galáxia. Schlegel, Finkbeiner & Davis (1998) criaram um mapa bidimensional da densidade de poeira na Galáxia. Este mapa é muito utilizado atualmente para se fazer estimativas do avermelhamento interestelar. Este mapa porém superestima o avermelhamento por um fator de 30% a 50% em regiões de suave extinção com  $A_V > 0,5$  e pode subestimar o avermelhamento em regiões onde o gradiente varia abruptamente (Jones, West & Foster 2011).

Nos últimos anos foram desenvolvidos modelos para a extinção interestelar com grande resolução, como por exemplo, o modelo de Marshall et al. (2006) e Gontcharov (2012). Para construir seu modelo, Marshall et al. (2006) usou os dados do *Two Micron All Sky Survey* (2MASS) para  $b \leq 10^\circ$  e  $l \leq 100^\circ$ . Gontcharov (2012) também usou os dados do 2MASS e seu modelo é válido para um raio de até 1600 pc do Sol e uma distância de até 600 pc do plano da Galáxia. Jones, West & Foster (2011) publicaram um mapa tridimensional para a extinção para altas latitudes e que se estende até 2 kpc do Sol. Jones, West & Foster (2011) utilizaram mais de 56000 estrelas tipo espectral M da sequência principal que são observadas pelo *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS DR7) para gerar seu mapa.

Dos modelos citados acima, somente os modelos de Berdnikov e de Gontcharov propõem equações analíticas tridimensionais para a extinção interestelar média, sendo que o modelo de Berdnikov não inclui explicitamente a dependência em longitude. Tendo em vista que o objetivo principal de nosso trabalho é obter a extinção média em função das coordenadas galácticas, incluindo a distância ao Sol, optamos pelo modelo proposto por Gontcharov (2012), dado pela seguinte equação:

$$A(r, l, b) = [A_0 + A_1 \sin(l + A_2)] \frac{Z_A}{|\sin(b)|} \left(1 - e^{-r |\sin(b)| / Z_A}\right) \quad (3.1)$$

onde,  $A(r, l, b)$  é a extinção em magnitudes,  $l$  é a longitude galáctica,  $b$  é a latitude galáctica,  $A_0$  e  $A_1$  são os parâmetros que dão a amplitude da extinção,  $A_2$  é a fase da dependência senoidal em  $l$ ,  $Z_A$  é a meia espessura do disco fino da Galáxia e  $r$  é a distância da estrela (ver Figura 3.1). O modelo de Berdnikov & Pavloskaya (1991) é dado por

$$A(r, b) = \frac{A_0 Z_A}{|\sin(b)|} \left( 1 - e^{-r|\sin(b)|/Z_A} \right), \quad (3.2)$$

e difere do modelo de Gontcharov (2012) por não incluir o termo que depende da longitude. Para incluir a dependência em longitudes, Berdnikov & Pavloskaya (1991) ajustaram os parâmetros  $A_0$  e  $Z_A$  da equação 3.2 para diferentes intervalos de longitudes. Este modelo é baseado na distribuição para a matéria absorvedora proposta por Parenago em 1940 (Berdnikov & Pavlovskaya 1991). Essa equação é válida para regiões nas vizinhanças do Sol e dentro do plano equatorial da nossa Galáxia. Ela é adequada aos nossos propósitos já que as estrelas anãs brancas que utilizamos estão dentro dessa região. Este modelo assume que a distribuição da matéria absorvedora pode ser descrita por uma “lei barométrica”<sup>1</sup>, ou seja, por uma expressão análoga àquela que descreve como a pressão  $P$  ou a densidade  $\rho$  do ar na atmosfera varia com a altura  $h$ :  $\rho = a.e^{-b.h}$ , onde,  $a$  e  $b$  são constantes e a altura  $h$ , no caso do nosso modelo, é  $h = r.|\sin(b)|$ .

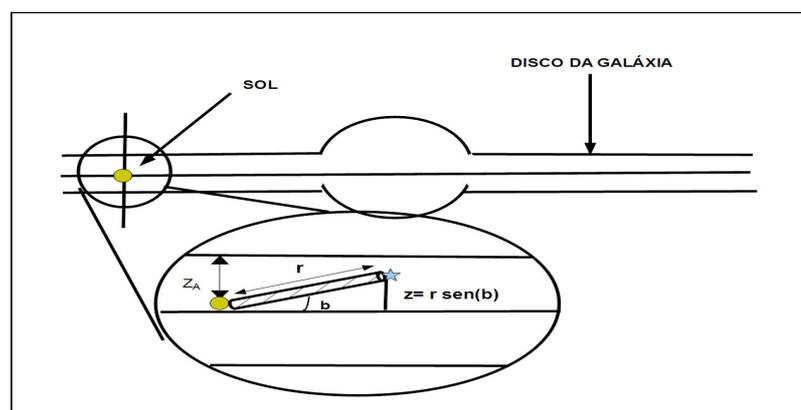


Figura 3.1 – A figura mostra de forma esquemática a Via Láctea de perfil. O Sol está próximo do plano do equador galáctico e na origem do sistema de coordenadas galácticas. A meia espessura do disco fino acima e abaixo do plano do equador galáctico é  $Z_A$ .

1. A “lei barométrica” também é chamada de “fórmula barométrica”. Para uma explicação mais detalhada veja, por exemplo, [http://en.wikipedia.org/wiki/Atmospheric\\_pressure](http://en.wikipedia.org/wiki/Atmospheric_pressure).

## 4 DADOS OBSERVACIONAIS

### 4.1 O Sloan Digital Sky Survey

Em nosso estudo utilizamos os espectros de estrelas anãs brancas obtidos pelo *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS). O SDSS gera imagens em alta resolução de um quarto do céu em cinco cores diferentes e mede o espectro de centenas de milhões de objetos astronômicos. O telescópio do SDSS (Figura 4.1) possui um espelho de 2,5m e dois instrumentos, uma câmera com 30 CCDs (Figura 4.2) e um espectrógrafo. A resolução de cada CCD da câmera é de 2048 x 2048 pixels. Para obter os espectros, o SDSS utiliza placas de alumínio com 640 orifícios (Figura 4.3). Cada orifício corresponde à posição de uma determinada estrela ou galáxia escolhida para observação na noite. Nesses orifícios são encaixados os cabos de fibra óptica (Figura 4.4) que conduzem a luz das estrelas e galáxias para o espectrógrafo. Se a noite for boa, O SDSS é capaz de obter os espectros de 5000 objetos astronômicos, usando de 6 a 9 placas.

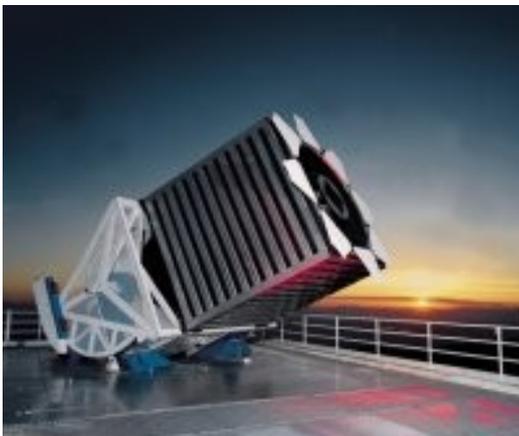


Figura 4.1 - O SDSS.

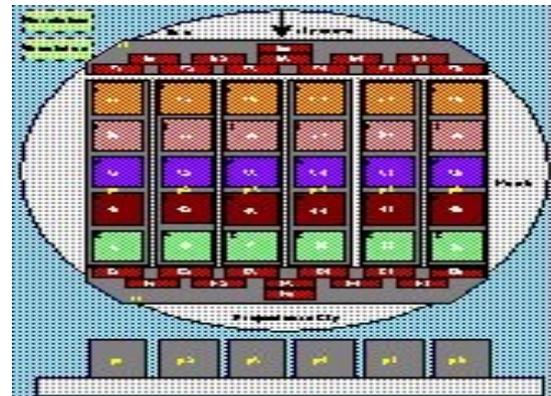


Figura 4.2 - Diagrama esquemático da câmera do SDSS.

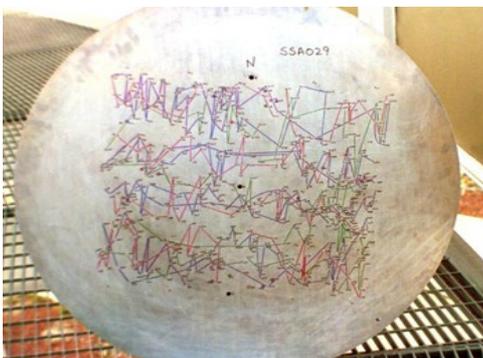


Figura 4.3 - placa de alumínio utilizada no SDSS.



Figura 4.4 - Encaixe das fibras ópticas nos orifícios da placa de alumínio.

## 4.2 Data Release 7

Em nosso trabalho utilizamos os espectros de estrelas anãs brancas DAs. Estrelas deste tipo têm a vantagem de ser relativamente fácil de se obter os espectros sintéticos a partir de modelos teóricos, devido à simplicidade de sua atmosfera que é constituída basicamente de hidrogênio. Anãs brancas são o estágio evolutivo final de estrelas com massas iniciais de até 10 massas solares.

Os dados do SDSS são disponibilizados para a comunidade científica em *releases* periódicos. Neste trabalho, utilizamos os dados do Data Release 7 (DR7). Os espectros estão em arquivos em formato FITS. Dentro de cada arquivo FITS existe uma tabela com o índice do *pixel* do CCD e o fluxo monocromático  $F_\lambda$  medido pelo CCD do espectrógrafo. Um programa desenvolvido pelo professor orientador faz a conversão dos índices dos *pixels* para comprimento de onda  $\lambda$ , gerando um arquivo de saída no formato `txt` com os dados em forma de tabela com o comprimento de onda  $\lambda$  e o correspondente fluxo  $F_\lambda$ . A Figura 4.5 mostra um exemplo de um espectro de anã branca DA do DR7 do SDSS. Todos os espectros cobrem a região de 3900  $\text{\AA}$  a 9200  $\text{\AA}$ . O fluxo monocromático é expresso em unidades de  $\text{ergs s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{\AA}^{-1}$ . O SDSS faz a redução automática dos dados espectroscópicos utilizando o *software spectroscopic pipeline*.

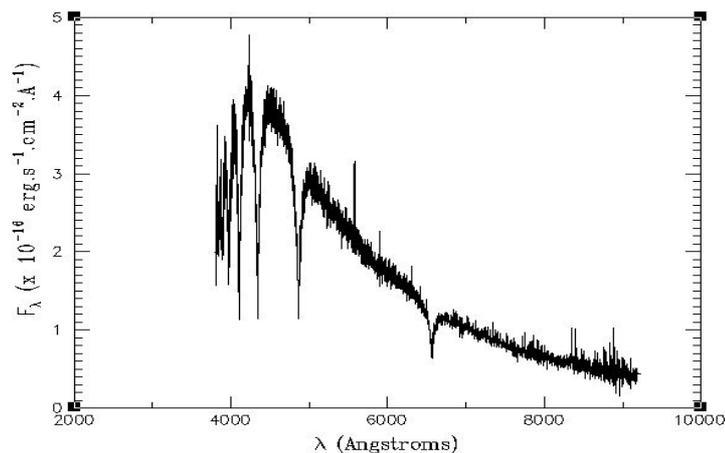


Figura 4.5 – Espectro de uma anã branca DA observada pelo SDSS.

Ao todo, foram utilizados espectros de 14162 estrelas anãs brancas DAs. Todas as estrelas estão dentro de uma distância de até 1000 pc do Sol. O histograma da Figura 4.6 mostra a

distribuição de distâncias para nossa amostra. As estrelas estão dentro do campo de visão do SDSS, com longitudes galácticas entre  $210^\circ$  e  $400^\circ$ . Nesta figura (e em outras partes do texto), as longitudes entre  $0^\circ$  e  $40^\circ$  ( $0^\circ < l < 40^\circ$ ) estão estritas como  $(360^\circ + l)$  para evitar uma descontinuidade na distribuição mostrada no gráfico. A maior parte está no hemisfério norte galáctico, conforme pode-se ver na Figura 4.7.

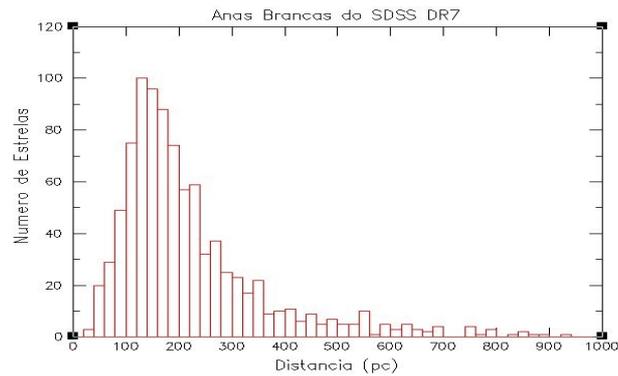


Figura 4.6 – Distribuição de distâncias das anãs brancas DAs do SDSS DR7.

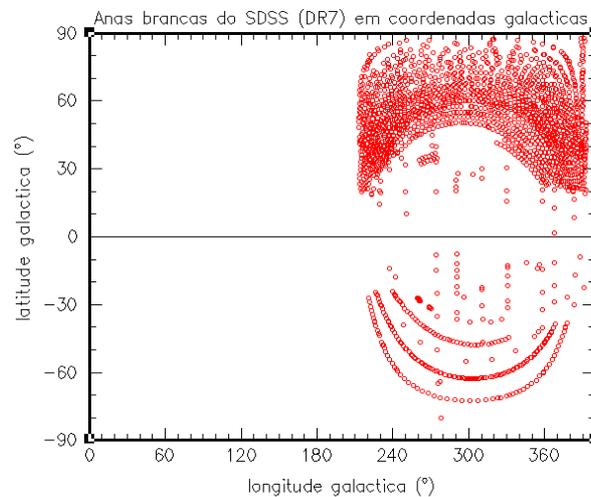


Figura 4.7 – Distribuição das anãs brancas dentro do campo de visão do SDSS.

## 5 METODOLOGIA

### 5.1 Ajuste de espectros sintéticos

Para construir nosso modelo para o meio interestelar, nós utilizamos os espectros sintéticos para estrelas anãs brancas DAs desenvolvidos por Dtelev Koester do *Institut für Theoretische Physik und Astrophysik*, da Universidade de Kiel, Alemanha. Estes espectros são gerados a partir de modelos teóricos para atmosferas de estrelas anãs brancas e dependem de apenas dois parâmetros físicos: temperatura (T) e aceleração da gravidade (g) na superfície da estrela. A Figura 5.1 mostra uma grade de T (em Kelvins) contra  $\log(g)$  ( $\text{cm/s}^2$ ), onde cada ponto representa um espectro sintético.

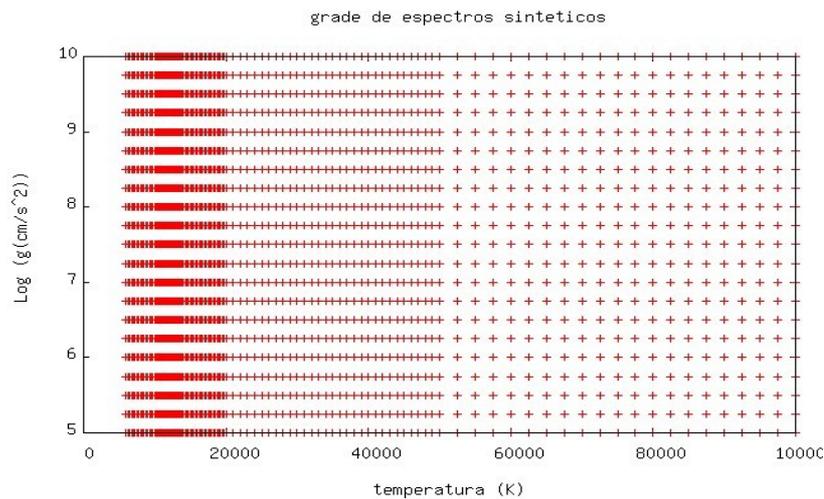


Figura 5.1 Grade com os espectros sintéticos

Para obter a extinção interestelar em fluxo, nós ajustamos um espectro sintético à cada espectro observado pelo SDSS. O ajuste é feito pelo programa TLOGg, desenvolvido pelo professor orientador. O TLOGg faz o ajuste multiplicando cada espectro sintético da grade de modelos por um polinômio de baixa ordem (ordem 3)  $p(\lambda)$ ,

$$p(\lambda) = a_0 + a_1 \lambda + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda^3$$

cujos coeficientes são calculados para otimizar o ajuste em

$$F_{obs}(\lambda) = p(\lambda) F_{teo}(\lambda). \quad (5.1)$$

Para cada ajuste é calculada a variância. A temperatura  $T$  e o valor de  $\log(g)$  para a anã branca são determinados pelo modelo que gera o melhor ajuste (menor variância). Uma interpolação local na grade é feita para refinar os valores de  $T$  e  $\log(g)$ .

Em alguns casos não é encontrado nenhum mínimo local para a variância na grade de modelos. Em outros casos, são encontrados dois ou mais mínimos locais indicando duas ou mais soluções possíveis para o ajuste. Quando isso ocorre, o espectro observado não é utilizado.

Os espectros sintéticos fornecem o fluxo monocromático  $F_{*}(\lambda)$  calculados para a superfície da estrela em função do comprimento de onda  $\lambda$ . Se não houvesse extinção da luz, a diferença entre o fluxo medido pelo SDSS e o fluxo calculado para a superfície da estrela seria ocasionada apenas pelo efeito da distância entre a Terra e a estrela, já que o fluxo é inversamente proporcional ao quadrado da distância. Fazendo a razão entre o fluxo observado a uma distância  $d$  e o fluxo na superfície da estrela obtemos

$$\frac{F_{obs}(\lambda)}{F_{*}(\lambda)} = \frac{L_{*}}{4\pi d^2} \frac{4\pi R_{*}^2}{L_{*}} = \left(\frac{R_{*}}{d}\right)^2,$$

ou seja,

$$F_{obs}(\lambda) = \left(\frac{R_{*}}{d}\right)^2 F_{*},$$

onde  $R_{*}$  é o raio da estrela e  $L_{*}$  a luminosidade da estrela. Mas como existe a extinção interestelar, o que temos é o seguinte

$$F_{obs} = \left(\frac{R_{*}}{d}\right)^2 f(\lambda) F_{*}, \quad (5.2)$$

onde  $f(\lambda)$  é a extinção interestelar em fluxo. Comparando a equação (5.1) com a equação (5.2), vemos que a função de ajuste  $p(\lambda)$  é dada por

$$p(\lambda) = \left( \frac{R_{\star}}{d} \right)^2 f(\lambda) \quad (5.3)$$

Como a função  $p(\lambda)$  é calculada pelo TLOGg, para encontrarmos a extinção interestelar para uma dada estrela basta obtermos os valores de  $R_{\star}$  e  $d$ . O valor de  $R_{\star}$  foi calculado a partir da lei de gravitação universal de Newton,  $mg = \frac{GMm}{R^2}$  e da relação massa-raio para anãs brancas. O valor de  $\log(g)$  na superfície da estrela é calculado pelo TLOGg a partir do ajuste do espectro sintético ao espectro observado. A massa da estrela foi obtida usando-se a relação massa raio para estrelas anãs brancas DA de Madej, Nalezyty & Althaus (2004). Para encontrarmos a distância da estrela, nós assumimos a hipótese de que para comprimentos de onda mais longos ( $\lambda_0 \geq 8000 \text{ \AA}$ ) a extinção deve ser nula. Desta forma temos  $f(\lambda_0) \approx 1$  e

$$p(\lambda_0) = \left( \frac{R_{\star}}{d} \right)^2 \rightarrow d = \sqrt{\frac{R_{\star}}{p(\lambda_0)}}.$$

Com os valores de  $R_{\star}$  e  $d$  calculados, nós encontramos a extinção em função do comprimento de onda,  $f(\lambda)$ , para cada estrela anã branca observada pelo SDSS usando a equação (5.3).

## 5.2 Extinção em magnitudes

Para fazer a conversão da extinção em fluxo,  $f(\lambda)$ , para a extinção em magnitudes,  $A_{\lambda}$ , usa-se a equação de Pogson

$$m = -2,5 \log F(\lambda) + cte \quad (5.4)$$

Substituindo a equação (5.3) na equação (5.1) encontramos

$$f(\lambda) = \frac{F_{obs}}{F_*} \left( \frac{d}{R_*} \right)^2 \quad (5.5)$$

Substituindo a equação (5.5) na equação (5.4) encontramos a extinção em magnitudes  $A_\lambda$

$$A_\lambda = -2,5 \log \left[ \frac{F_{obs}}{F_*} \left( \frac{d}{R_*} \right)^2 \right]$$

Portanto,

$$A_\lambda = -2,5 \log [f(\lambda)]$$

### 5.3 Construção do Modelo para Extinção para a Banda V

Após a obtenção da função de extinção  $A_\lambda$ , nós passamos a trabalhar na construção do modelo tridimensional para a extinção interestelar válido nas vizinhanças do Sol:

$$A_\lambda = A(r, l, b) = [A_0 + A_1 \sin(l + A_2)] \frac{Z_A}{|\sin(b)|} \left( 1 - e^{-r|\sin(b)|/Z_A} \right)$$

onde  $A(r, l, b)$  é a extinção em magnitudes,  $l$  é a longitude galáctica,  $b$  é a latitude galáctica,  $A_0$  e  $A_1$  são as constantes que dão a amplitude da extinção,  $A_2$  é a fase da dependência senoidal em  $l$ ,  $Z_A$  é a meia espessura do disco fino da Galáxia e  $r$  é a distância da estrela. Essa expressão é válida para regiões nas vizinhanças do Sol e dentro do plano equatorial da nossa Galáxia, onde estão todas as estrelas anãs brancas que utilizamos neste estudo. Com o valor da extinção  $f(\lambda)$  para a banda V calculada para cada estrela nós encontramos os valores das constantes  $A_0$ ,  $A_1$  e  $A_2$  usando o método de mínimos quadrados.

## 6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 6.1 Modelo tridimensional para a extinção

A partir do ajuste do modelo tridimensional para a extinção aos dados, calculamos os parâmetros  $A_0$ ,  $A_1$  e  $A_2$  em função do comprimento de onda. A Tabela 6.1 mostra os valores dos parâmetros para os comprimentos de onda centrais das bandas U, B, V, R, I e Z. Os valores para o filtro U ( $3650 \text{ \AA}$ ) foram obtidos por extrapolação, uma vez que os espectros do SDSS não cobrem comprimentos de onda menores do que  $3900 \text{ \AA}$ .

Tabela 6.1 – Valores para as constantes

Filtro	$\lambda_0$ ( $\text{\AA}$ )	$A_0$ (mag/kpc)	$A_1$ (mag/kpc)	$A_2$ (graus)
U	3650	$2,2 \pm 0,7$	$-0,9 \pm 1,0$	$-19,0 \pm 0,04$
B	4450	$1,7 \pm 0,7$	$-0,5 \pm 1,0$	$-2,10 \pm 0,04$
V	5510	$1,687 \pm 0,7$	$-0,461 \pm 1,0$	$9,55 \pm 0,04$
R	6580	$1,77 \pm 0,7$	$-0,47 \pm 1,0$	$6,99 \pm 0,04$
I	8060	$1,12 \pm 0,7$	$-0,33 \pm 1,0$	$-4,25 \pm 0,04$
Z	9000	$0,00 \pm 0,7$	$-0,02 \pm 1,0$	$-7,18 \pm 0,04$

### 6.2 Análise para a Banda V

Vamos apresentar agora a análise para a banda V. A análise para as outras bandas é análoga. Substituindo valores das constantes  $A_0$ ,  $A_1$  e  $A_2$  em nosso modelo tridimensional, expressão (3.1), encontramos a extinção interestelar para a banda V ( $\lambda_{central} \approx 5510 \text{ \AA}$ ). Nos gráficos das Figuras 6.1, 6.2 e 6.3 é mostrado a extinção para as distâncias de 100, 150 e 200 pc do Sol, onde estão concentradas a maior parte das estrelas de nossa amostra. A Figura 6.4 mostra a extinção para a distância de 500 pc. As Figuras 6.5 e 6.6 mostram a extinção para 700 e 1000 pc, regiões onde nossa amostra apresenta um número reduzido de estrelas.

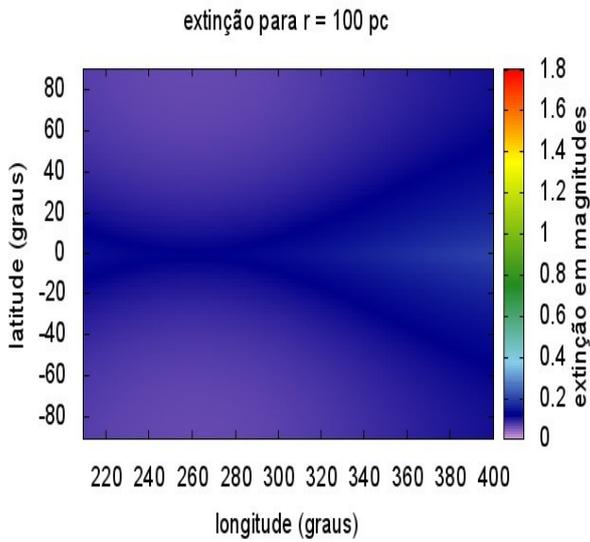


Figura 6.1 – Extinção a 100 pc do Sol

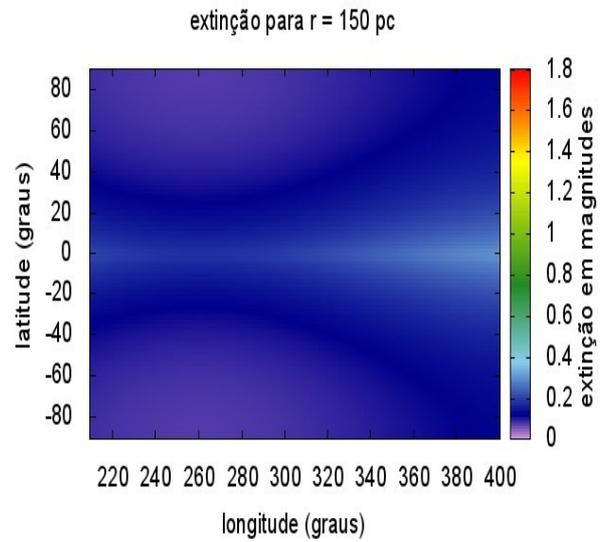


Figura 6.2 – Extinção a 150 pc do Sol

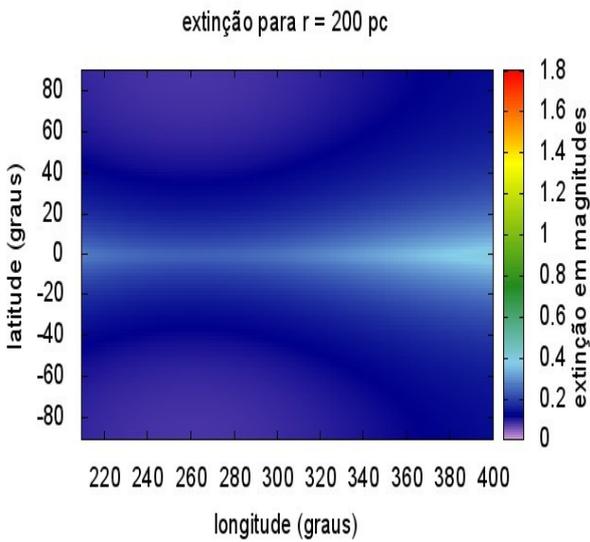


Figura 6.3 – Extinção a 200 pc do Sol

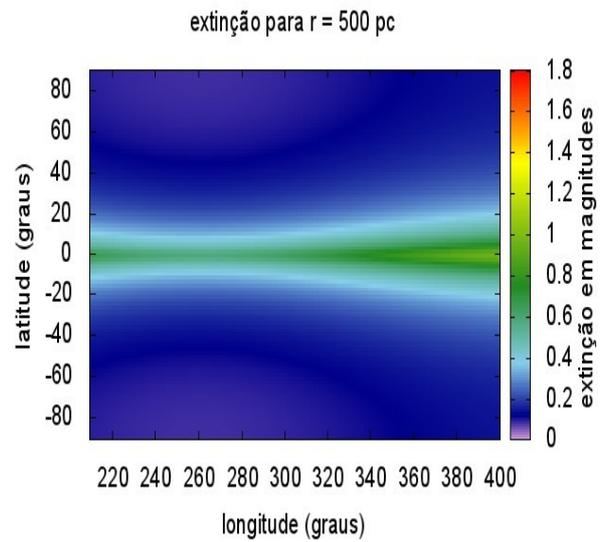


Figura 6.4 – Extinção a 500 pc do Sol

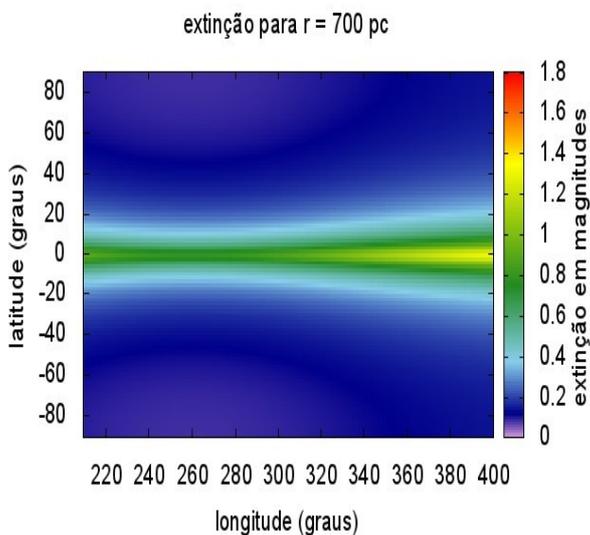


Figura 6.5 – Extinção a 700 pc do Sol

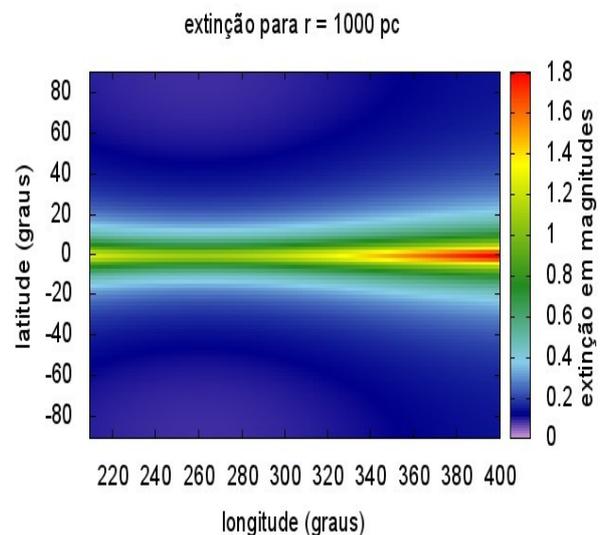


Figura 6.6 – Extinção a 1000 pc do Sol

A análise dos gráficos acima mostra que a extinção interestelar é maior em regiões de baixas latitudes ( $b$  próximo de zero), ou seja, regiões dentro do plano do disco da Galáxia. Isto está de acordo com o esperado pois a poeira concentra-se principalmente no disco. Aqui é importante ressaltar que para latitudes entre  $-20^\circ < b < 20^\circ$  foi feita uma interpolação já que nossa amostra praticamente não tem estrelas com essas latitudes. Também podemos ver que a extinção é maior em regiões com longitudes  $l \geq 300^\circ$ . Isso ocorre pois a distribuição de matéria não é simétrica de leste a oeste em longitude dentro do plano do disco. Isso pode ser visto na Figura 6.7, onde é mostrado uma representação da nossa Galáxia. Nesta figura, vemos que para longitudes entre  $280^\circ$  e  $360^\circ$  há uma concentração maior de matéria do que para longitudes entre  $200^\circ$  e  $280^\circ$ .

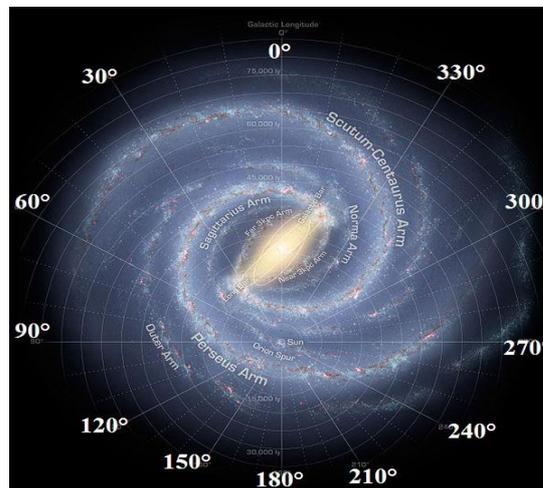


Figura 6.7 – Representação de Nossa Galáxia

Nos gráficos das Figuras 6.8, 6.9 e 6.10 é mostrado a extinção para as longitudes  $220^\circ$ ,  $280^\circ$  e  $360^\circ$  e diferentes distâncias em relação ao Sol.

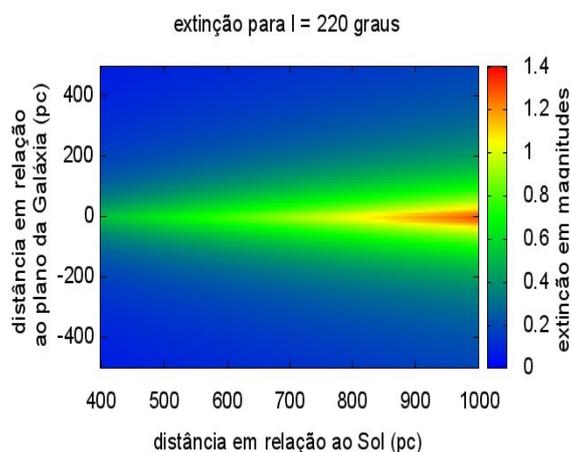


Figura 6.8 – Extinção para  $l = 220^\circ$

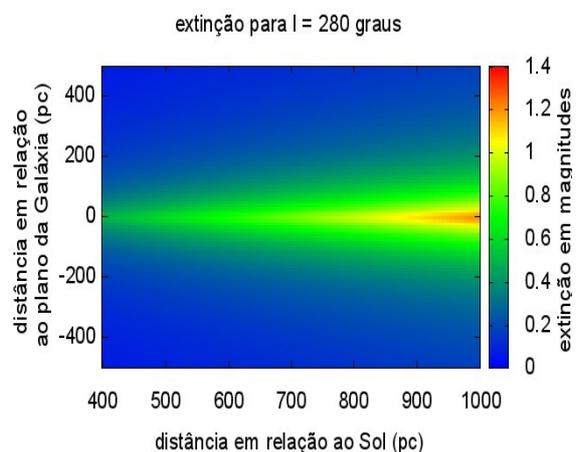


Figura 6.9 – Extinção para  $l = 280^\circ$

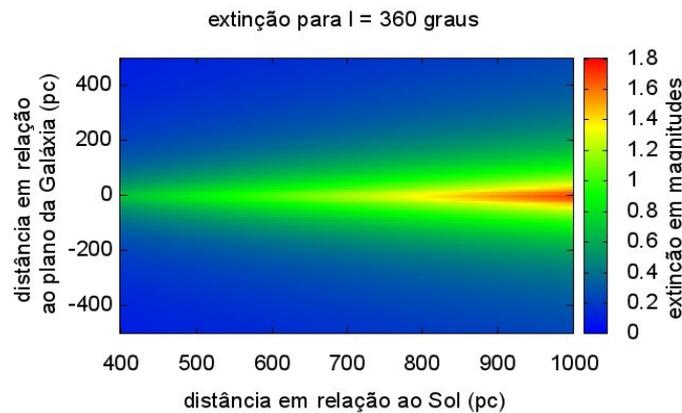


Figura 6.10 – Extinção para  $l = 360^\circ$

A extinção aumenta para regiões mais distantes ao Sol, pois a espessura da camada de poeira que a luz das estrelas tem que atravessar é maior.

### 6.3 Comparação com Outros Modelos

Na Figura 6.11 e 6.12 mostramos uma comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e os resultados obtidos em dois trabalhos anteriores baseados no mesmo tipo de modelo para uma longitude de  $100^\circ$  e  $300^\circ$  respectivamente. Nossos resultados se assemelham muito aos de Gontcharov (2012). Mas, para  $b > 50^\circ$ , os três modelos produzem resultados similares. É importante ressaltar que para longitude =  $100^\circ$  nosso modelo foi extrapolado pois nossa amostra não continha estrelas com longitudes entre  $0^\circ$  e  $210^\circ$  como pode ser visto na figura 4.7. Para longitude =  $300^\circ$  o modelo de Berdnikov & Pavlovskaya (1991) foi extrapolado pois ele é válido para longitudes entre  $65^\circ$  e  $165^\circ$ . A semelhança com o modelo de Gontcharov (2012) se deve ao uso da mesma expressão para o modelo 3D da extinção e ao uso do mesmo valor de  $Z_A$  ( $Z_A = 70$  pc). A diferença em relação aos resultados de Berdnikov & Pavlovskaya (1991), se deve pelo menos em parte, à ausência do termo que depende da longitude galáctica, à extrapolação fora do domínio de longitudes e ao diferente valor de  $Z_A$  utilizado pelos autores ( $Z_A = 120$  pc). Berdnikov & Pavlovskaya (1991) utilizaram estrelas do tipo B enquanto que Gontcharov (2012) utilizou estrelas observadas pelo 2MASS.

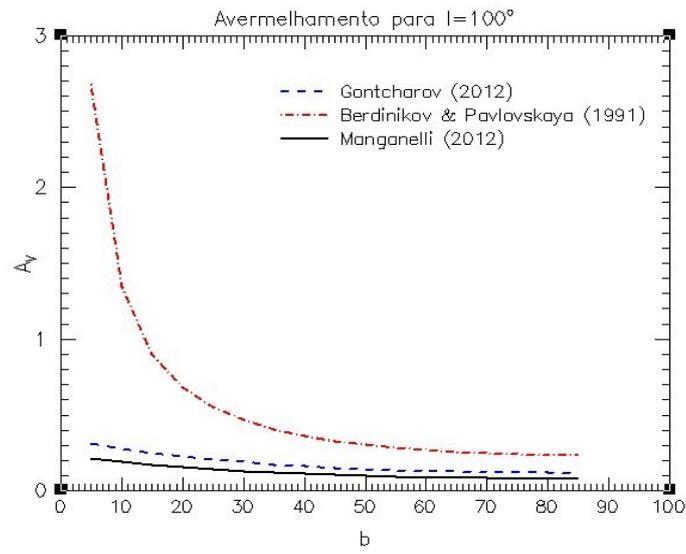


Figura 6.11 – Comparação dos modelos para a extinção para  $l = 100^\circ$

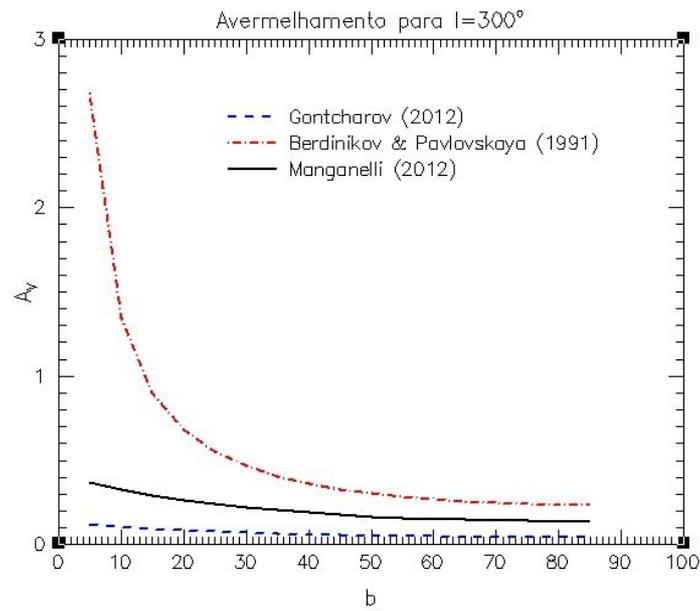


Figura 6.12 – Comparação dos modelos para a extinção para  $l = 300^\circ$

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho utilizamos um modelo para a extinção interestelar baseado em uma lei barométrica. O modelo foi ajustado à extinção observada de cerca de 14 000 estrelas anãs brancas DAs na vizinhança do Sol, dentro de um raio de 1 kpc, observadas pelo SDSS.

Os resultados obtidos são consistentes com resultados de trabalhos anteriores baseados em modelos similares para latitudes maiores do que  $50^\circ$ . Em particular nossos resultados estão muito próximos dos resultados de Gontcharov (2012). Entretanto, tanto os nossos resultados quanto os deste autor diferem daqueles obtidos por Berdnikov & Pavlovskaya (1991).

Uma continuação deste trabalho permitirá analisar os desvios do modelo em relação às extinções medidas, indicando a necessidade ou não de incluir termos adicionais, como por exemplo, um termo para modelar a região do Gould Belt.

## REFERÊNCIAS

- BERDNIKOV, L. N.; PAVLOVSKAYA, E. D. *Interstellar Extinction at Galactic Longitudes 65-165°*. Soviet Astronomy Letters, v. 17 p. 215-218, 1991.
- DUCATI, Jorge R.; *The Distribution of Interstellar Extinction Near the Sun*. Astrophysics and Space Science. v. 126, p. 269-293, 1986.
- DUCATI, Jorge R.; RIBEIRO, Daiana; REMBOLD, Sandro B. *A Method for Simultaneous Determination of  $A_v$  and  $R$  and Applications*. The Astrophysical Journal, v. 588 p. 344-342, 2003
- FITZGERALD, M. Pin. *The Distribution of Interstellar Reddening Material*. The Astronomical Journal, v. 73, n. 10, parte 1, 1968
- GONTCHAROV, G. A. *Interstellar Extinction Map within the Nearest Kiloparsec*. Astronomy Letters, v. 38, n. 2, p. 87-100, 2012.
- HAKKILA, Jon; MYERS, Jeannette M.; STIDHAM, Brett J.; HARTMANN, Dieter H. *A Computerized Model of Large-Scale Visual Interstellar Extinction*. The Astronomical Journal, v. 114, n. 5, 1997.
- JONES, David O.; WEST, Adrew A.; FOSTER, Jonathan B. *Using M Dwarf Spectra to Map Extinction in the Local Galaxy*. Astrophysical Journal. v. 142 n. 44, 2011.
- LEQUEUX, James. *The Interstellar Medium*. Berlin: Springer-Verlag, 2005
- MACIEL, Walter J. *Astrofísica do Meio Interestelar*. São Paulo: Edusp, 2002.
- MADEJ, J.; NALEZYTY M.; ALTHAUS L. G. *Mass distribution of DA white dwarfs in the First Data Release of the Sloan Digital Sky Survey*. Astronomy & Astrophysics, v. 419 p. 5-8, 2004.
- MARSHALL, D. J. et al. *Modelling the Galactic Interstellar Extinction Distribution in Three Dimensions*. Astronomy & Astrophysic, v. 453, n. 635, 2006.
- MATHIS, John S.; RUMPL, Willian; NORDISIECK, Kenneth H. *The Size Distribution of Interstellar Grains*. The Astrophysical Journal, v. 217, p. 425-433, 1977.
- NECKEL, T.; KLARE, G. *The Spatial Distribution of the Interstellar Extinction*. Astronomy & Astrophysics Supplement Series, v. 42, p. 251-281, 1980.
- OSTERBROCK, Donald E. *Astrophysics of Gaseous Nebulae and Active Galactic Nuclei*. Mill Valley: University Science Books, 1989.
- SAVAGE, Blair D.; MATHIS, John S. *Observed Properties of Interstellar Dust*. Annual Reviews Astronomy & Astrophysics, v. 17, p. 73-111, 1979.

SCHLAFLY, David J.; FINKBEINER, Douglas, P.; DAVIS, Marc. *Maps of Dust Infrared Emission for Use in Estimation of Reddening and Cosmic Microwave Background Radiation Foregrounds*. The Astrophysical Journal, v.500, p. 525-533, 1998.

YORK, Donald G. *et al. The Sloan Digital Sky Survey: Technical Summary*. The Astronomical Journal, v. 120, p. 1579-1587, 2000.