

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA

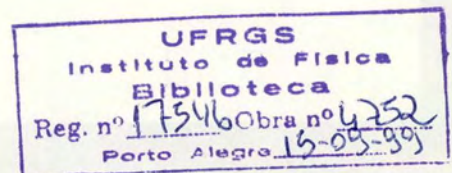
EFEITOS DE DISTORÇÃO EM ESPALHAMENTO QUASE-LIVRE  
COM PRÓTONS POLARIZADOS\*

Claudio Schneider

Tese apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento final dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências, orientada pelo Dr. Theodor A.J. Maris e, na etapa inicial, também pelo Dr. Gerhard Jacob.

\* Trabalho parcialmente financiado pelas seguintes instituições: Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP) e German Agency for Technical Cooperation (GTZ).

Porto Alegre  
1978



A meus pais,

ã Ruth, e

a Carlos Eduardo,

Denise Helena e Paulo Henrique

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado sob a orientação dos Professores Theodor August Johannes Maris (nas duas etapas) e Gerhard Jacob (na primeira etapa) e em colaboração com Maria Ribeiro Teodoro (na primeira etapa). A eles agradeço pela orientação, experiência e conhecimentos transmitidos e pela colaboração e auxílio no trabalho. Ao Prof. Maris sou ainda particularmente grato pelo inestimável apoio e dedicação recebidos em todos os momentos.

Agradeço também

a Ruth, Carlos Eduardo e Denise Helena, pelo apoio e compreensão no lar;  
a Paulo M. Mors, Victoria E. Herscovitz e Horacio O. Girotti, por sugestões e incentivo;  
a Sílvia Helena B. Livi, Mario Epstein (meus colegas de sala), Eliane A. Veit, Maria T. X. Silva e Maria Helena Steffani, pelo estímulo recebido;  
ao CPD da UFRGS, especialmente a Francisco F. Schlabititz e Flávio R. Volcato, pela assistência na utilização do computador B-6700;  
a Ana Neri J. Nunes e Cleto Tartarelli, pelos serviços de datilografia e desenho;  
a todos aqueles que de uma forma ou de outra colaboraram para que este trabalho pudesse ser realizado.

Porto Alegre, dezembro de 1978.

Claudio Schneider

## RESUMO

São analisadas reações quase-livres (p,2p) assimétricas induzidas por prótons polarizados. A absorção e refração dos prótons rápidos no núcleo realça a seção de choque para a ejeção de prótons com uma certa polarização que depende dos seus momentos e do estado-furo resultante. São calculadas polarizações efetivas, distribuições de momentum distorcidas e seções de choque de correlação angular em aproximação DWIA para estados-furo do  $^{16}\text{O}$  e do  $^{40}\text{Ca}$  a energias incidentes de 215 e 320 MeV.

Mostra-se que os efeitos da parte real de potenciais óticos centrais sobre as distribuições de momentum e sobre as polarizações efetivas é considerável. Apresenta-se uma explicação qualitativa para este fato.

É avaliada quantitativamente a importância da distorção spin-órbita, a qual poderia em princípio comprometer a usual e simples interpretação das reações quase-livres com prótons polarizados. Os efeitos obtidos para o espalhamento de prótons de 320 MeV sobre o  $^{16}\text{O}$  e o  $^{40}\text{Ca}$  revelam-se na realidade pequenos.

Os resultados mostram que o emprego de feixes de prótons incidentes polarizados amplia o poder das reações quase-livres como instrumento de investigação da estrutura nuclear e sugerem a possibilidade de testar algumas aproximações que são de interesse geral para a teoria das reações a medias energias, como, por exemplo, a aproximação de impulso.

## ABSTRACT

Asymmetric quasi-free (p,2p) reactions induced by polarized protons are analysed. The absorption and refraction of the fast protons in the nucleus enhances the cross section for the knock-out of protons with a certain polarization which depends on their momentum and on the resulting hole state. Effective polarizations, distorted momentum distributions and angular correlation cross sections are calculated within the DWIA approximation for the hole states of  $^{16}\text{O}$  and  $^{40}\text{Ca}$  at 215 and 320 MeV incident energy.

It is shown that the effects of the real part of the central optical potentials on the distorted momentum distributions and on the effective polarizations are considerable. A qualitative explanation of this fact is presented.

The importance of the spin-orbit distortion, which could in principle upset the usual simple interpretation of quasi-free scattering with polarized protons, is quantitatively estimated. The effects obtained for 320 MeV proton scattering on  $^{16}\text{O}$  and  $^{40}\text{Ca}$  are actually small.

The results show that the use of incident polarized proton beams enhances the power of quasi-free reactions as an investigation tool of the nuclear structure and suggest the possibility of testing some approximations which are of general interest for the theory of medium energy reactions, as, for example, the impulse approximation.

# I N D I C E

	pág.
I - INTRODUÇÃO	1
II - FORMALISMO	9
II.1 Cinemática	9
II.2 Formalismo Básico (Sem Distorção)	16
II.3 Formalismo com Distorção e Polarização Efetiva	36
III - MODELO E CÁLCULOS	53
III.1 Generalidades	53
III.2 Funções de Onda e Parâmetros	56
III.3 Potenciais Óticos e Parâmetros	61
III.4 Resultados	69
IV - DISCUSSÃO	89
IV.1 Efeito da Parte Real dos Potenciais Óticos	89
IV.2 Sumário das Razões para o Aparecimento da Polarização Efetiva	97
IV.3 Observações sobre os Resultados	99
V - INFLUÊNCIA DO POTENCIAL ÓTICO SPIN-ÓRBITA	107
V.1 Introdução	107
V.2 Escolha do Potencial Ótico Spin-Órbita	109
V.3 Depolarização do Próton Incidente	111
V.4 Seção de Choque com Distorção Spin-Órbita	117
VI - OBSERVAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES	126
APÊNDICE A	132
APÊNDICE B	135
APÊNDICE C	140
REFERÊNCIAS	142

## I - INTRODUÇÃO

Entende-se por espalhamento nuclear quase-livre [1-7] uma reação direta na qual uma partícula colide com um núcleon de um núcleo e o arranca, sem que haja qualquer outra interação violenta entre as partículas incidente, as duas emergentes e o núcleo. A energia do estado em que fica o núcleo residual, com um núcleon a menos que o original, é determinada, juntamente com o momentum de recuo, medindo-se as energias e direções de propagação das duas partículas emergentes em sistema de coincidência. Em um modelo de partícula-única a energia de excitação e o momentum de recuo do núcleo residual estão diretamente relacionados à energia e ao momentum, com sentido oposto, do núcleon-alvo, antes de ser arrancado. Assim sendo, medidas dos espectros de energia e das correlações angulares dos pares de partículas detectadas em coincidência possibilitam a obtenção de informações sobre as energias de ligação e sobre as distribuições de momentum das partículas do núcleo. Cabe destacar que a maior parte das informações experimentais sobre os estados nucleares em que os núcleons estão mais fortemente ligados, ou seja, estados correspondentes às camadas mais "internas", provém deste tipo de experiência.

Nas figuras 1a e 2a [8] apresentamos, como exemplos típicos, os espectros de energia relativos aos núcleos de  ${}^4\text{He}$  e de  ${}^{16}\text{O}$ , respectivamente, obtidos com prótons incidentes de 460 MeV [9].  $S$  denota a energia de separação dos prótons ligados e  $E_{\text{exc}}$ , a energia de excitação dos núcleos residuais. De acordo

com o modelo de camadas, esperar-se-ia um grupo de prótons arrancados da camada  $1s_{1/2}$  do  ${}^4\text{He}$  e três grupos de prótons ejetados do  ${}^{16}\text{O}$ , das camadas  $1p_{1/2}$ ,  $1p_{3/2}$  e  $1s_{1/2}$ . Observa-se que de fato estes grupos se fazem notar claramente nos espectros, sob forma de picos para determinados valores de  $S$  ou de  $E_{\text{exc}}$ ; na figura 1a aparece um pico localizado em  $S = 0$ , correspondendo, porém, a colisões com prótons "livres" contidos na amostra e não pertencentes ao  ${}^4\text{He}$ . Nas figuras 1b e 2b são apresentadas as correlações angulares para os referidos grupos de prótons, refletindo efetivamente características marcantes dos estados  $s$  e  $p$  de partícula-única.

Para núcleos de camadas fechadas, como o  ${}^4\text{He}$  e o  ${}^{16}\text{O}$ , os resultados, apesar de esperados qualitativamente são, mesmo assim, interessantes porque confirmam as predições teóricas e fornecem parâmetros importantes do modelo de camadas. Para outros núcleos, porém, torna-se claro que este tipo de experiência pode fornecer resultados que permitem a determinação da configuração mais adequada.

Não pretendemos fazer nesta Introdução um retrospecto detalhado das análises teóricas e experimentais das reações em questão, mesmo de forma sucinta, porque existem inúmeros artigos excelentes de revisão a respeito (vide, por exemplo, refs. [8, 11-20]). O formalismo básico e imprescindível, contudo, é desenvolvido no Capítulo II. Em vista disso, vamos de imediato abordar o assunto tratado neste trabalho, qual seja, o de espalhamento quase-livre ( $p, 2p$ ) com prótons polarizados.



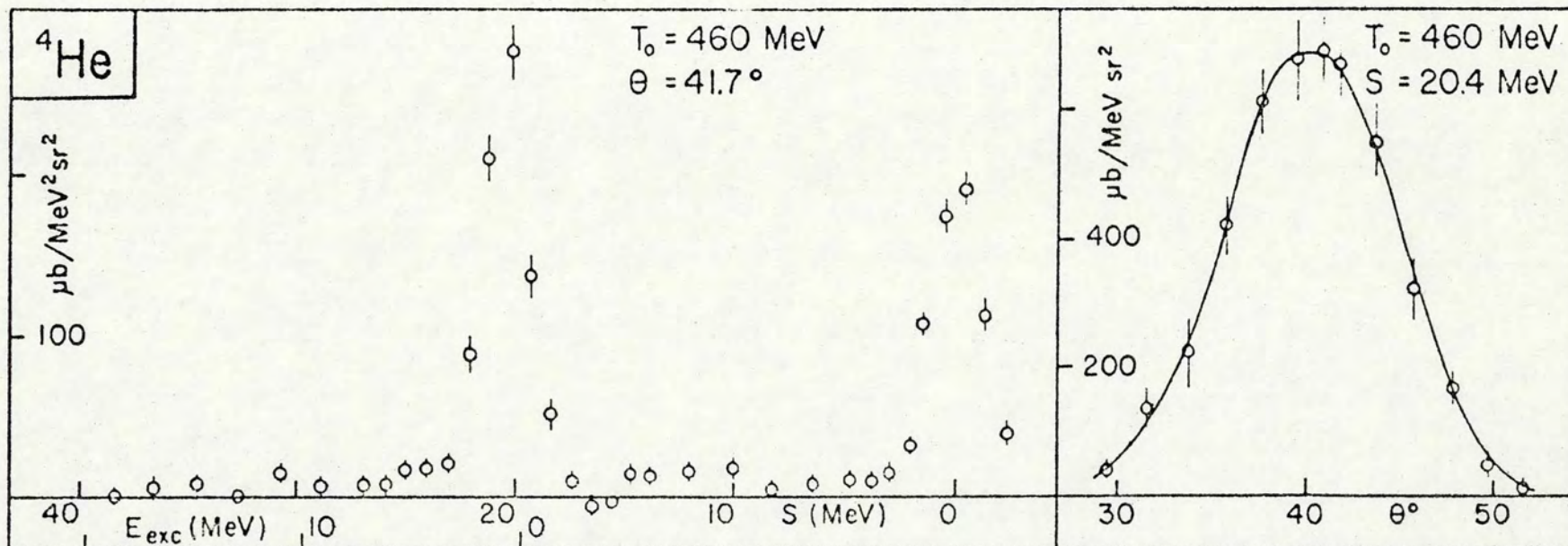


FIGURA 1 - Espectros [9] de energia (a) e de correlação angular (b) para a reação  ${}^4\text{He} (p,2p){}^3\text{H}$  (espalhamento simétrico).

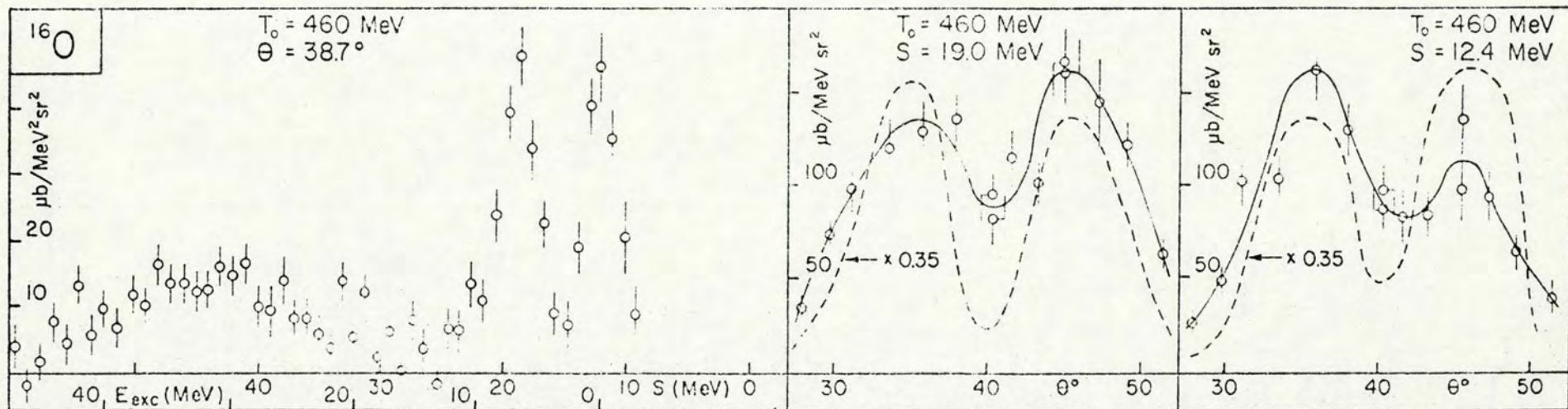


FIGURA 2 - Espectros [9] de energia (a) e de correlação angular (b) para a reação  $^{16}\text{O}(p,2p)^{15}\text{N}$  (espalhamento simétrico). As curvas tracejadas são resultados teóricos [10], multiplicados pelo fator indicado.

Logo após a realização das primeiras experiências (p,2p) quase-livres [4,5], conscientizou-se na análise teórica deste gênero de reações que ao próton nuclear arrancado, antes de sua ejeção, está em geral associada uma polarização efetiva [6,7]. Essa polarização decorre primordialmente da ação combinada de dois fatores. Um é a força spin-órbita que atua sobre todos os componentes do núcleo orientando seus spins, e o outro se refere às colisões múltiplas que os prótons incidente e emergentes sofrem antes e depois, respectivamente, da colisão de ejeção. Tais colisões reduzem as contribuições de certas regiões do núcleo à seção de choque, de modo que a média ponderada sobre as orientações de spin dos prótons ligados não se cancela (exceto nas experiências coplanares simétricas).

Tem sido mostrado teórica e experimentalmente que esta polarização pode ser medida com o auxílio de prótons incidentes polarizados [21-28], fazendo uso da grande diferença que existe entre os valores das seções de choque para prótons livres a médias energias com spins paralelos e antiparalelos. O emprego de projéteis polarizados nesse contexto é relativamente novo e abre novos horizontes para o estudo da estrutura nuclear [29] e dos mecanismos de reação. Citamos, a título de exemplo, a identificação mais precisa, com maior poder de discriminação, dos estados nucleares que correspondem a camadas mais profundas e de difícil acesso experimental. A seguir faremos um breve resumo do que vem sendo feito nessa área.

Já nas primeiras análises teóricas das reações quase-livres (p,2p) foi reconhecida a ocorrência da polarização efetiva e apresentada sua expressão teórica [6,7], conforme mencio

nado anteriormente. A proposição de medi-la diretamente e de explorar sua existência, empregando feixes de prótons polarizados, surgiu, porém, bem mais tarde, cerca de quinze anos depois [21,22]; um estudo detalhado do processo para o  $^{16}\text{O}$  encontra-se na Tese de Doutorado de Maria Ribeiro Teodoro [30].

Uma primeira experiência com feixes polarizados foi feita em Dubna [23], para o  $^6\text{Li}$ , ao que parece independentemente da proposição referida acima [21]. Posteriormente, sob a influência desta última e não sendo o  $^6\text{Li}$  um alvo muito favorável para se observar a polarização efetiva, o mesmo laboratório estendeu as experiências [24] aos núcleos de  $^{12}\text{C}$  e de  $^{16}\text{O}$ . Os resultados são bastante interessantes, mas pouco numerosos e obtidos a energias incidentes muito altas ( $635 \pm 15$  MeV), de modo que as conclusões, apesar de não discordarem das predições teóricas, são um tanto vagas.

Medidas claras e precisas com prótons de 200 MeV, motivadas igualmente pela proposição acima e confirmando até agora muito bem a teoria, foram e continuam sendo efetuadas pelo grupo experimental do TRIUMF, no Canadá. Os primeiros resultados [25] referem-se ao  $^{16}\text{O}$ , tendo sido feitas, porém, novas medidas [26-28] para este mesmo núcleo e também para o  $^{40}\text{Ca}$ .

O uso de elétrons polarizados nas reações quase-livres ( $e, e'p$ ), com intuito análogo ao abordado antes, também foi sugerido [31] e seu efeito estimado, mas até agora não se realizou experiência deste tipo.

Nas primeiras estimativas da polarização efetiva [21,22] não foi levada em consideração a parte em spin-órbita dos potenciais óticos empregados para descrever as colisões múlti-

plas. Esta omissão, apesar de parcialmente justificada na ref. [22], foi criticada pouco depois [32]. Recentemente foi reanalisada [33,34], constituindo-se em um tópico importante desta Tese (vide Capítulo V).

A ocorrência de uma polarização efetiva associada a um próton, com justificativa semiclássica semelhante à utilizada no presente caso [11,21,22], foi também discutida [35] para reações (d,p). Não poderíamos deixar de citar, também, a proposição de experiências para medir diretamente as polarizações dos núcleos residuais nas reações quase-livres [36].

O presente trabalho é composto de duas partes:

a) Extensão da discussão da Tese de M.R.Teodoro [30] sobre o  $^{16}\text{O}$  a energia incidente de 215 MeV, usando não só a parte imaginária dos potenciais óticos centrais como também a parte real. De modo surpreendente verifica-se que a inclusão da parte real provoca efeitos sobre a polarização efetiva que são da mesma ordem de grandeza que os efeitos causados pela parte imaginária, e no sentido de reforçá-la. No Capítulo IV damos uma explicação qualitativa deste fato. Além disso, são efetuados cálculos para todos os estados do  $^{40}\text{Ca}$ , que se constitui também em um caso experimental de bastante interesse, e é usado mais um valor para a energia incidente, 320 MeV. Muitos dos resultados aqui apresentados (vide Capítulos III e IV) foram publicados nas refs. [22,19].

b) Análise da importância da distorção causada pela parte spin-órbita do potencial ótico [33,34], cuja omissão nas primeiras estimativas, severamente criticada [32], é ratificada.

No Capítulo II apresentamos a cinemática e o formalismo relevantes aos processos estudados. O Capítulo III refere-se à apresentação dos cálculos relativos à parte a) acima, sem incluir potenciais óticos spin-órbita. A discussão dos respectivos resultados é feita no Capítulo IV. No Capítulo V, que corresponde à parte b), é avaliada quantitativamente a influência da distorção spin-órbita. No Capítulo VI são feitos alguns comentários e apresentadas as conclusões do trabalho. Os Apêndices A, B e C contêm algumas expressões e parâmetros adicionais utilizados no trabalho, referentes, respectivamente, às funções de onda, ao espalhamento próton-próton livre e à cinemática adotada.

## II - FORMALISMO

II.1 Cinemática

Nesta seção vamos caracterizar a geometria e apresentar as grandezas e relações cinemáticas necessárias ao formalismo e aos cálculos relacionados com os processos que são de interesse particular neste trabalho, quais sejam, os de reações  $(p,2p)$  quase-livres coplanares não simétricas.

A Figura 3, abaixo, dá uma visão esquemática dos processos no sistema de referência Laboratório.

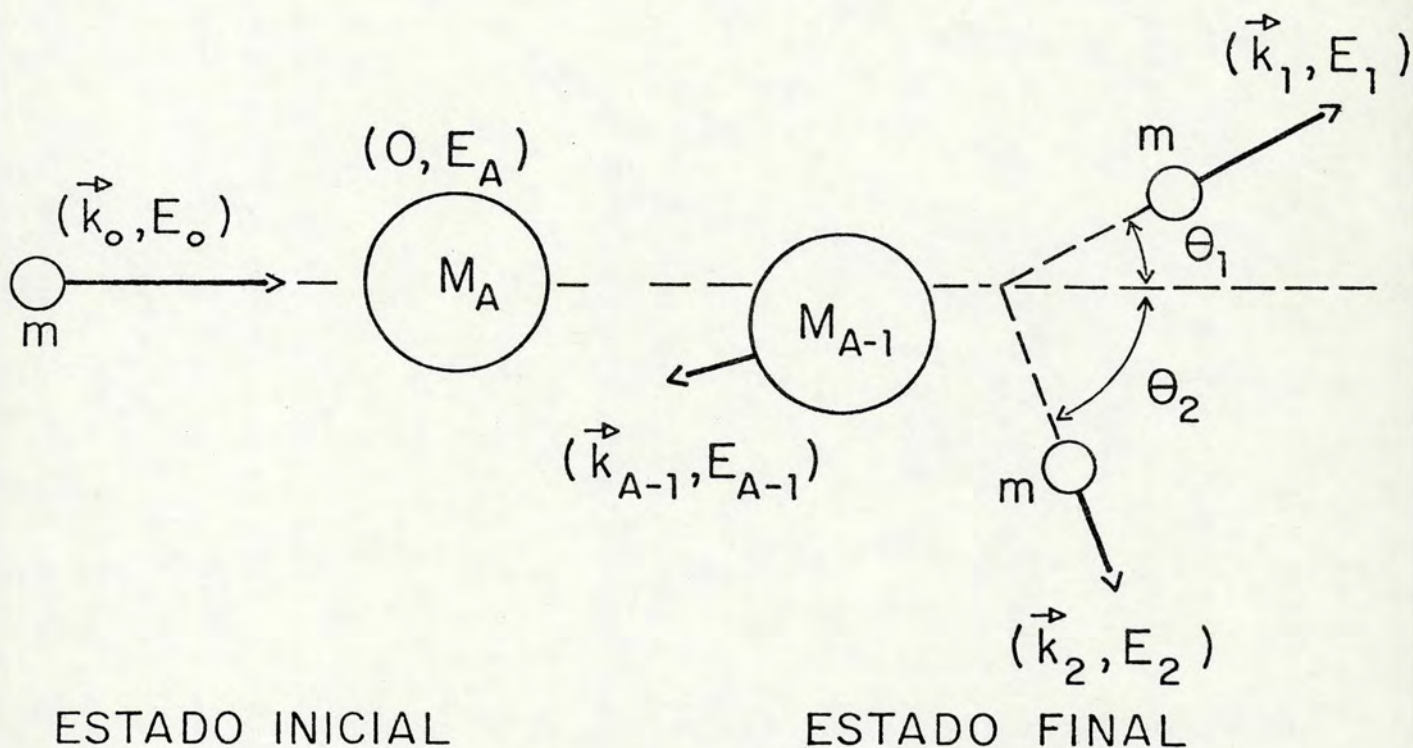


FIGURA 3 - Representação esquemática do processo de espalhamento quase-livre coplanar.

O estado cinemático inicial é caracterizado por um próton (índice 0), de massa  $m$  e quadrivetor energia-momentum  $(\mathbb{N}_{\tilde{0}}, E_0/c)$ , incidindo sobre um núcleo-alvo em repouso ( $\mathbb{N}_{\tilde{A}} = 0$ ) e constituído de  $A$  núcleons, com massa  $M_A$  e energia total  $E_A = M_A c^2$ . O estado final consiste de um par de prótons (índices 1 e 2) emergindo com quadrivetores  $(\mathbb{N}_{\tilde{1}}, E_1/c)$  e  $(\mathbb{N}_{\tilde{2}}, E_2/c)$ , a ângulos de espalhamento  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , e de um núcleo residual, com  $A-1$  núcleons e massa  $M_{A-1}$  (incluímos  $E_{exc}$ , a energia interna de excitação em  $M_{A-1} c^2$ ), recuando com quadrivetor energia-momentum  $(\mathbb{N}_{\tilde{A-1}}, E_{A-1}/c)$ . Ao próton arrancado está associado, antes de sua ejeção do núcleo inicial, um momentum  $\mathbb{N}_{\tilde{3}}$ , o qual, estando o núcleo parado, está relacionado, por conservação de momentum, ao momentum de recuo do núcleo residual, em um modelo extremo de partícula única,

$$\mathbb{N}_{\tilde{3}} = - \mathbb{N}_{\tilde{A-1}} . \quad (\text{II.1})$$

Aos prótons de índices 0, 1 e 2 denominamos prótons rápidos.

As leis de conservação de energia e momentum fornecem, para os processos em questão, as seguintes relações:

$$\mathbb{k}_{\tilde{0}} = \mathbb{k}_{\tilde{1}} + \mathbb{k}_{\tilde{2}} + \mathbb{k}_{\tilde{A-1}} , \quad (\text{II.2})$$

$$E_0 + E_A = E_1 + E_2 + E_{A-1} , \quad (\text{II.3})$$

A relação (II.3) pode ser escrita, também, como

$$T_0 = T_1 + T_2 + T_{A-1} + S , \quad (\text{II.4})$$



onde o símbolo  $T$  representa as energias cinéticas dos diversos reagentes e  $S$ , dada por

$$S = (m + M_{A-1} - M_A) c^2, \quad (\text{II.5})$$

a energia de separação do próton nuclear, ou seja, a energia necessária para arrancá-lo do núcleo-alvo. Algumas vezes na literatura  $S$  é dado por

$$S = (m + M_{A-1} - M_A) c^2 + E_{\text{exc}}. \quad (\text{II.6})$$

Neste caso está implícito que  $M_{A-1}$  é a massa do núcleo residual no seu estado fundamental e não inclui, como em (II.5), a energia de excitação  $E_{\text{exc}}$ .

A relação entre os momenta e energias cinéticas dos prótons é dada, relativisticamente, pela expressão

$$W_{\text{ck}} = (T^2 + 2Tmc^2)^{1/2}. \quad (\text{II.7})$$

Para os prótons de energia mais baixa poderia-se usar a relação não relativística, desprezando  $T^2$  em confronto com  $2Tmc^2$ , o que certamente seria uma boa aproximação para o núcleo residual. Por uma questão de uniformidade, porém, preferimos usar nos cálculos a relação exata (II.7).

Dada a energia cinética  $T_0$  do próton incidente e medindo as energias dos prótons emergentes  $T_1$  e  $T_2$  em coincidência, juntamente com os ângulos de espalhamento  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , é possível determinar os momenta dos prótons com o auxílio de (II.7)

e, utilizando a lei de conservação (II.2), o momentum do núcleo residual  $\mathbb{H}k_{A-1}$  (e do próton-alvo  $\mathbb{H}k_3$ , conforme (II.1)). Obtido o valor de  $k_{A-1}$ , calcula-se  $T_{A-1}$ , e, por intermédio de (II.4) e (II.6), determinam-se a energia de separação  $S$  do próton nuclear e a energia de excitação  $E_{exc}$  do núcleo residual.

Pelas leis de conservação, para energia incidente fixa, há cinco parâmetros que podem ser variados independentemente. Podemos considerá-los como sendo  $|k_1|$ ,  $|k_2|$ , o ângulo que  $k_0$  forma com sua projeção sobre o plano  $(k_1, k_2)$  e os ângulos que esta projeção forma com  $k_1$  e  $k_2$ . Isto conduz a uma série de possibilidades experimentais, dentre as quais citamos, por exemplo, as experiências coplanares simétricas ( $\theta_1 = \theta_2 \equiv \theta$  e  $T_1 = T_2 \equiv T$ ) e as coplanares com partilha de energia ( $\theta_1 = \theta_2$  e  $T_1 \neq T_2$ , em geral). Referimo-nos às tabelas I da ref. [8] para um levantamento das possibilidades que têm sido empregadas experimentalmente.

As medidas experimentais são geralmente organizadas em dois tipos de gráficos, os de espectros de energia e os de correlação angular. Os espectros de energia correspondem a gráficos nos quais são lançados os números de contagens dos pares de prótons detectados em coincidência, versus algum parâmetro que permite obter univocamente  $S$  ou  $E_{exc}$  (muitas vezes é o próprio  $S$  o parâmetro escolhido). Nesses espectros, como se observa, por exemplo, nas figuras 1a e 2a, aparecem picos que são atribuídos à ejeção dos prótons das diversas camadas nucleares e que identificam as energias de separação. Quando se traçam os gráficos das áreas sob esses picos em função de um parâmetro (o ângulo  $\theta$ , no caso de experiências simétricas) que determina  $k_{A-1}$ , ou  $k_3$ , obtêm-se as correlações angulares dos prótons emer

gentes. Estas fornecem uma sêrie de informações adicionais a respeito da estrutura nuclear, como por exemplo, as distribuições de momentum dos prôtons nucleares (ou dos estados-furo no núcleo residual).

Vamos caracterizar, a seguir, a situação cinemática utilizada nos nossos cálculos, os quais se referem predominantemente a grandezas relacionadas com correlações angulares. Conforme mencionado no início desta seção, os processos de interesse particular neste trabalho são reações coplanares não simétricas. Dentre as muitas possibilidades foi escolhida aquela que é esquematizada na figura 4, onde  $k_1$  e  $|k_2|$  são mantidos fixos e a direção de  $k_2$  varia. Isto significa o mesmo que manter  $T_1$ ,  $T_2$  e  $\theta_1$  constantes e variar  $\theta_2$ .

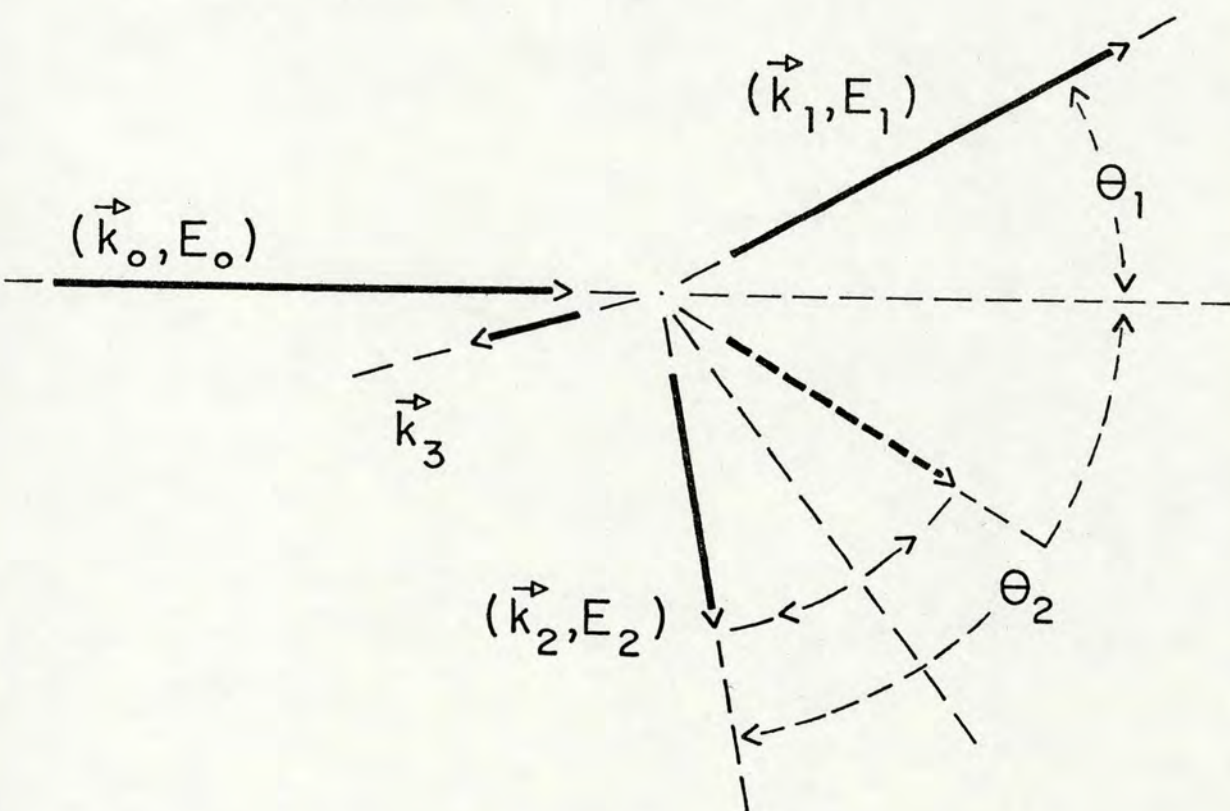


FIGURA 4 - Geometria de espalhamento adotada nos cálculos.

A escolha dos parâmetros fixos (listados no Apêndice C) satisfaz a condição de que seja possível obter  $k_3$  nulo quando  $\theta_2$  variar. Eles são estabelecidos para cada estado nuclear, com  $T_0$  conhecido (320 e 215 MeV), tomando um valor apropriado de  $T_2$  (80 e 50 MeV nos nossos cálculos) e calculando  $T_1$  e  $\theta_1$  a partir das leis de conservação de energia e momentum, (II.2) e (II.4), com  $k_{A-1} (= -k_3)$  nulo. Isto leva à resolução do seguinte sistema de equações:

$$k_1 \text{ sen}\theta_1 - k_2 \text{ sen}\theta_2 = 0 , \quad (\text{II.8a})$$

$$k_1 \text{ cos}\theta_1 + k_2 \text{ cos}\theta_2 = k_0 , \quad (\text{II.8b})$$

$$T_1 + T_2 = T_0 - S . \quad (\text{II.9})$$

O valor de  $T_1$  depende da energia de separação  $S$  associada a cada estado nuclear em estudo e é facilmente obtido da equação (II.9), ao passo que os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  (quando  $k_3 = 0$ ) são dados pelas expressões

$$\begin{aligned} (\hbar c)^2 k_0 k_j \text{ cos}\theta_j &= T_j (T_0 + 2mc^2) + \\ &+ S (mc^2 + T_0 - T_j - S/2) , \quad j = 1, 2 , \quad (\text{II.10}) \end{aligned}$$

obtidas resolvendo as equações (II.8a,b) com o auxílio da (II.7).

O valor de  $T_2$  é tomado convenientemente pequeno, sem afetar em muito, porém, a validade da aplicação da aproximação semiclássica nos cálculos das distorções, para que  $T_1$  resulte conseqüentemente grande (da ordem de 200 MeV no presente caso) e

se obtenha um ângulo  $\theta_2$ , correspondente a  $k_3 = 0$ , apreciavelmente maior do que  $\theta_1$ . Deste modo, variando  $\theta_2$  em torno deste ângulo, conforme figura 4, e de maneira que  $|k_3|$  esteja no intervalo de valores relevantes à distribuição de momentum dos prótons nucleares (intervalo de 0 a  $0,8 \text{ fm}^{-1}$  aproximadamente), há condições de ser mantida, durante a variação de  $\theta_2$ , uma assimetria significativa em relação às direções de espalhamento dos prótons emergentes. Esta assimetria, aliada à diferença entre as energias  $T_1$  e  $T_2$ , é, conforme será visto com algum detalhe posteriormente (na seção II.3 e no Capítulo IV), um fator importante para que o próton-alvo se comporte, dentro da aproximação de impulso com ondas distorcidas, como se estivesse polarizado. É oportuno acrescentar, todavia, que há outras geometrias que também possibilitam o surgimento de uma polarização efetiva acentuada. Por exemplo, as de partilha de energia para determinados ângulos de espalhamento, as quais têm sido utilizadas nas experiências realizadas no Canadá (TRIUMF) [25-28].

Para utilizar os dados experimentais referentes ao espalhamento próton-próton livre e calcular as seções de choque dos processos é necessário conhecer alguns parâmetros cinemáticos no sistema de referência Centro de Massa (C.M.) dos dois prótons envolvidos na colisão de ejeção. Trata-se particularmente, do ângulo de espalhamento  $\bar{\theta}$  e da energia total do próton incidente  $\bar{E}_0$ , os quais podem ser obtidos em função dos seguintes invariantes relativísticos:

$$\begin{aligned}
 B &= (\hbar c)^2 k_0 \cdot k_1 - E_0 E_1 = (\hbar c)^2 \bar{k}_0 \cdot \bar{k}_1 - \bar{E}_0 \bar{E}_1, \\
 C &= (\hbar c)^2 k_1 \cdot k_3 - E_1 E_3 = (\hbar c)^2 \bar{k}_1 \cdot \bar{k}_3 - \bar{E}_1 \bar{E}_3, \\
 D &= (\hbar c)^2 (k_0 + k_3)^2 - (E_0 + E_3)^2 = -4 \bar{E}_0^2.
 \end{aligned}
 \tag{II.11}$$

As barras sobre as diversas grandezas, já definidas anteriormente, identificam-nas como sendo relativas ao referencial C.M., escolhido nos presentes cálculos para os dois prótons no estado cinemático inicial, antes da interação de ejeção. Sendo  $\bar{\theta}$  o ângulo entre  $\bar{k}_0$  e  $\bar{k}_1$  e conhecidos B, C e D no sistema Laborat $\bar{o}$ rio, tem-se, a partir de (II.11),

$$\bar{\theta} = \arccos \left\{ \frac{B - C}{2 \sqrt{\left(\frac{D}{4} + m^2 c^4\right) \left[\frac{(B+C)^2}{D} + m^2 c^4\right]}} \right\}, \tag{II.12}$$

$$\bar{E}_0 = \frac{1}{2} \sqrt{-D}. \tag{II.13}$$

Obtido  $\bar{E}_0$ , determina-se a energia cinética relativa  $T_{rel}$ , ou seja, a energia cinética do próton incidente no sistema de referência em que o próton-alvo está em repouso,

$$T_{rel} = 2 \left( \bar{E}_0^2 - m^2 c^4 \right) / m c^2, \tag{II.14}$$

que também é necessário conhecer.

## II.2 Formalismo Básico (Sem Distorção)

Um dos nossos objetivos neste capítulo é estabelecer

a seção de choque para as reações (p,2p). Ela se encontra amplamente divulgada na literatura (vide, por exemplo, refs. [6-8, 10, 11 e 13]), mas por razões de completicidade e porque desejamos adaptá-la a um tratamento mais direto dos fenômenos relacionados com spin, como por exemplo os efeitos provocados pela distorção spin-órbita, julgamos procedente reapresentar mais uma vez os principais passos de sua obtenção. Para isso seguimos basicamente o desenvolvimento encontrado na ref. [8].

Começamos pela forma geral da seção de choque diferencial relativística do processo em questão, a qual se obtém usando os resultados bem conhecidos da teoria de espalhamento [37-40],

$$\frac{d^9\sigma}{d^3k_1 d^3k_2 d^3k_{A-1}} = \frac{4\pi^2}{\hbar} \frac{E_0 E_A}{F} |t_{fi}|^2 \delta^3(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_{A-1} - \vec{k}_0 - \vec{k}_A) \times \\ \times \delta(E_1 + E_2 + E_{A-1} - E_0 - E_A) . \quad (\text{II.15})$$

A grandeza  $F$ , definida por

$$\frac{E_0 E_A}{F} = \frac{1}{v_{rel}} , \quad (\text{II.16})$$

onde  $v_{rel}$  é a velocidade relativa entre o projétil e o alvo, e que assume a forma

$$F = \hbar c^2 \sqrt{|\vec{k}_0 E_A - \vec{k}_A E_0|^2 - \hbar^2 c^2 |\vec{k}_0 \times \vec{k}_A|^2} , \quad (\text{II.17})$$

é um invariante relativístico. No sistema de referência de Laboratório ( $\vec{k}_A = 0$ ) ela se reduz a

$$F = \hbar c^2 k_0 E_A . \quad (\text{II.18})$$

O elemento de matriz  $t_{fi}$  é a grandeza que individualiza o processo e é definido em termos da amplitude de transição  $T_{fi}$  entre os estados inicial  $|i\rangle$  e final  $|f\rangle$  da reação,

$$T_{fi} = \frac{1}{2\pi} t_{fi} \delta^3 (k_1 + k_2 + k_{A-1} - k_0 - k_A) . \quad (\text{II.19})$$

Esta última, relacionada com a matriz  $S$  através de

$$\begin{aligned} S_{fi} &= \delta_{fi} - 2\pi i \delta (E_1 + E_2 + E_{A-1} - E_0 - E_A) T_{fi} \\ &= \delta_{fi} - i t_{fi} \delta^4 (k_1 + k_2 + k_{A-1} - k_0 - k_A) , \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

é dada, em teoria de perturbação, pela solução

$$T_{fi} = \langle f | V + V \frac{1}{E - H_0 + i\epsilon} V + \dots | i \rangle \quad (\text{II.21})$$

da equação de Lippmann-Schwinger [41,42]

$$T = V + V \frac{1}{E - H_0 + i\epsilon} T . \quad (\text{II.22})$$

Para sua obtenção precisamos conhecer primeiramente o Hamiltoniano não perturbado  $H_0$ , que tem por soluções os estados inicial e final  $|i\rangle$  e  $|f\rangle$ , e a perturbação  $V$ . Antes de defini-los, porém, cabe assinalar que o sistema reagente é, em princípio, um sistema de muitos corpos, composto de  $A+1$  partículas idênticas e descrito por um Hamiltoniano (aproximado) do tipo



$$H = \sum_{\alpha=0}^A K_{\alpha} + \sum_{\alpha>\beta=0}^A V(\alpha,\beta) , \quad (\text{II.23})$$

simétrico em relação à troca de partículas.  $K_{\alpha}$  representa o operador energia cinética da partícula genérica  $\alpha$  e  $V(\alpha,\beta)$ , a interação realística nêutron-nêutron entre as partículas  $\alpha$  e  $\beta$ . Tal problema, como se sabe, é impossível de ser tratado com exatidão [43] do ponto de vista prático, e em vista disso é inevitável fazer uma série de aproximações e hipóteses simplificadas, cujo teor e qualidade dependem do maior ou menor grau de sofisticação que se pretende alcançar no tratamento. Sob esse ponto de vista, já o simples fato de encararmos o problema como um problema de  $A+1$  corpos, os quais mantêm sua integridade de antes, durante e depois da reação, é uma aproximação de um problema mais fundamental e mais complexo, no contexto da teoria de partículas elementares. Esta aproximação é considerada boa no presente caso, uma vez que as energias envolvidas nos processos de espalhamento (p,2p) usuais são relativamente pequenas em comparação com a energia de repouso dos nêutrons. Algumas correções, em atendimento a efeitos que porventura tenham sua origem na área de partículas elementares, como, por exemplo, os de fora-da-camada-de-energia, podem naturalmente ser introduzidas de modo ad hoc, quando necessário.

Tomando, pois, por base o sistema formado por  $A+1$  partículas idênticas, admitimos ser um bom ponto de partida considerá-lo descrito por um Hamiltoniano não perturbado que inclua uma parte relevante da interação  $\sum_{\alpha>\beta=0}^A V(\alpha,\beta)$  e que admita como soluções estados nos quais  $A$ , ou  $A-1$  das  $A+1$ , partí-

culas formem sistemas ligados (núcleo-alvo, ou residual), estando as restantes (prótons incidente e emergentes) praticamente livres. Pensamos em um Hamiltoniano do tipo Hartree-Fock

$$H_0 = \sum_{\alpha=0}^A (K_{\alpha} + U_{\alpha}) , \quad (\text{II.24})$$

onde  $U_{\alpha}$  é um potencial médio, dependente de energia, que descreve globalmente a interação da partícula  $\alpha$  com as demais. Ao Hamiltoniano não perturbado adicionamos então, como perturbação, uma interação residual, predominantemente responsável pelo processo de espalhamento e dada, neste caso, por

$$V = \sum_{\alpha > \beta = 0}^A v(\alpha, \beta) = \sum_{\alpha > \beta = 0}^A V(\alpha, \beta) - \sum_{\alpha=0}^A U_{\alpha} . \quad (\text{II.25})$$

Esta interação não pode ser considerada fraca, porque os efeitos causados pela parte intensa e de curto alcance das forças nucleares são descritos por potenciais médios somente de maneira muito pobre<sup>[44]</sup>. Ela contém praticamente intacta aquela parte das forças nucleares que provoca grandes transferências de momentum e que é, por esta razão, essencial ao estudo dos processos que estamos tratando.

Sendo  $H_0$  simétrico em relação à troca de partículas e estas, idênticas e do tipo fermiônico, consideramos as autofunções não perturbadas totalmente antisimetrizadas. Neste caso, os elementos de matriz  $\langle b | v(\alpha, \beta) | a \rangle$ , entre dois auto-estados quaisquer  $|a\rangle$  e  $|b\rangle$  de  $H_0$ , independem da escolha de  $\alpha$  e  $\beta$  e, conseqüentemente,

$$\langle b|V|a\rangle = \sum_{\alpha>\beta=0}^A \langle b|v(\alpha,\beta)|a\rangle = \frac{1}{2} A(A+1)\langle b|v(0,1)|a\rangle . \quad (\text{II.26})$$

O fator  $\frac{1}{2} A(A+1)$  neste elemento de matriz destaca o número de pares de partículas existentes no sistema.

Levando em conta as considerações anteriores, o operador de Lippmann-Schwinger assume a forma

$$T = \frac{1}{2} A(A+1) v \left( 1 + \frac{\mathcal{A}}{E - H_0 + i\epsilon} T \right) , \quad (\text{II.27})$$

subentendendo-se estar ele aplicado entre auto-estados de  $H_0$ . O símbolo  $\mathcal{A}$  se refere ao operador de projeção para estados completamente antisimetrizados e  $\epsilon$  é introduzido para eliminar logo de início os estados intermediários de falsa simetria, os quais acabariam se cancelando de qualquer forma se a equação fosse resolvida exatamente, sem qualquer aproximação [45,46]. Portanto, somente estados intermediários físicos do sistema são conectados pelo propagador  $\mathcal{A} / (E - H_0 + i\epsilon)$ .

Em aproximação de Born de primeira ordem  $T_{fi}$  é dado por

$$T_{fi} \approx \frac{1}{2} A(A+1)\langle f|v(0,1)|i\rangle . \quad (\text{II.28})$$

Esta, contudo, não é uma boa aproximação no presente caso, já que a interação efetiva preserva características da interação forte que tornam a aproximação de Born inadequada. Em vista disso, sendo necessários termos de ordem superior na solução em série da equação dada, é conveniente agrupar em uma solução com-

pacta termos que correspondem a interações repetidas entre duas mesmas partículas sob a influência das demais. Isto pode ser feito com o auxílio da interação efetiva  $\tau$  entre dois núcleons, ou seja, com o operador amplitude de espalhamento no meio [2,3,45], o qual satisfaz a equação

$$\tau = v \left( 1 + \frac{\mathcal{A}}{E - H_0 + i\epsilon} \tau \right) . \quad (\text{II.29})$$

Tal operador, que é um operador de muitos corpos, descreve o espalhamento de duas partículas na presença dos demais componentes do sistema. Sua obtenção exata, porém, é tão difícil quanto resolver o problema de muitos corpos original. Para o intervalo de energias médias onde são realizadas normalmente as experiências quase-livres é razoável, contudo, substituí-lo pelo operador de dois corpos  $t$ , que corresponde ao espalhamento livre dos núcleons e que obedece à equação

$$t = v \left( 1 + \frac{1}{E - K_0 - K_1 + i\epsilon} t \right) . \quad (\text{II.30})$$

Esta substituição é denominada de aproximação de impulso [2].

Representando o número de pares de partículas  $\frac{1}{2} A(A+1)$  por  $N$  e definindo

$$T' \equiv \frac{N-1}{N} T , \quad (\text{II.31})$$

é possível, mediante a eliminação da interação  $v$  em função de  $\tau$  na solução formal da equação (II.27), obter a seguinte equação integral para  $T'$ , chamada equação de Lippmann-Schwinger mo

dificada:

$$T' = (N-1) \tau \left( 1 + \frac{A}{E - H_0 + i\epsilon} T' \right) . \quad (\text{II.32})$$

Os passos intermediários para sua obtenção encontram-se na ref. [45].

Em aproximação de primeira ordem e usando a definição de  $T'$ , a equação (II.32) fornece a seguinte expressão para a amplitude de transição desejada:

$$T_{fi} \approx \frac{1}{2} A(A+1) \langle f | \tau(0,1) | i \rangle . \quad (\text{II.33})$$

Esta é uma aproximação bem melhor do que a de Born, feita anteriormente, porque no caso de  $A=1$  ela é exata e além disso, para  $A > 1$ , ela contém uma correção devido à influência dos outros núcleons.

A amplitude de transição  $T_{fi}$ , assim como está estabelecida em (II.33), dá destaque a processos nos quais o próton incidente interage intensamente com um núcleon do núcleo-alvo como se estivessem livres, ou seja, sem haver interações entre eles e o restante do sistema, antes e depois da interação forte. São justamente estes os processos que servem de base para a interpretação das experiências de espalhamento ( $p, 2p$ ). Por essa razão, a solução (II.33) é considerada a contribuição dominante à amplitude de espalhamento desejada. Contudo, não é possível esquecer<sup>[6]</sup> as interações de estado-inicial e de estado-final<sup>[3,47]</sup> dos prótons rápidos com o núcleo residual, as quais provocam a perda de muitos deles na contagem dos eventos quase-li

vres, mediante deflexões ou absorções (retirada dos prótons dos seus respectivos canais elásticos). Tais processos, como é sabido, se fazem notar por uma apreciável modificação da seção de choque quase-livre (frequentemente 90% dos eventos são "absorvidos") e não podem ser desprezados para se obter uma concordância razoável com os resultados experimentais. No que segue, entretanto, desejamos obter primeiramente certas relações básicas e discutir alguns aspectos gerais dos processos quase-livres. Por isso admitimos, provisoriamente,  $T_{fi}$  dada pela forma (II.33), deixando a inclusão das colisões múltiplas para a próxima seção.

Consideramos as seguintes autofunções de  $H_0$  para representar os estados assintóticos  $|i\rangle$  e  $|f\rangle$  da reação:

$$|i\rangle = a \left\{ \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}_0} s_0(0) t_p(0) \Phi_A(\vec{r}_1, m_1, \mu_1; \vec{r}, m, \mu) \right\} \quad (\text{II.34})$$

$$|f\rangle = a \left\{ \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_0} s_1(0) t_p(0) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_1} \times \right. \\ \left. \times s_2(1) t_p(1) \Phi_{A-1}(\vec{r}, m, \mu) \right\} . \quad (\text{II.35})$$

a{ } denota o operador de antisimetriação e normalização,  $s(j)$  e  $t(j)$ , as funções de onda de spin e isospin da partícula  $j$  (o índice  $p$  em  $t$  se refere a próton) e  $m_j, \mu_j$ , as variáveis correspondentes a spin e isospin nas funções de onda  $\Phi_A(\vec{r}_1, m_1, \mu_1; \vec{r}, m, \mu)$  e  $\Phi_{A-1}(\vec{r}, m, \mu)$  dos núcleos alvo e residual, respectivamente. Nessas últimas, que são antisimetrizadas e normalizadas a 1, os  $\vec{r}_1$

dices  $A$  e  $A-1$  representam, cada um deles, um conjunto de parâmetros que especificam os estados nucleares e  $\mathbf{r}$ ,  $m$  e  $\mu$  as variáveis (de maneira compacta) das partículas do núcleo residual.

Os valores dos momenta  $\mathbb{H}_{\mathbf{k}_0}$ ,  $\mathbb{H}_{\mathbf{k}_1}$  e  $\mathbb{H}_{\mathbf{k}_2}$  em (II.34) e (II.35) são bastante grandes e pouco prováveis de serem encontrados nas distribuições de momentum dos prótons nucleares. Por essa razão as funções de onda plana correspondentes são funções rapidamente oscilantes e as integrais de superposição com as funções de onda dos prótons nucleares (espraiadas sobre o núcleo), e também entre si, praticamente nulas. Em outras palavras, as ondas planas com os referidos momenta são, por assim dizer, ortogonais às funções de onda dos núcleos (e entre si). Isto traz uma simplificação importante no cálculo de  $T_{fi}$ , pois as partículas incidentes e emergentes se comportam como se fossem distinguíveis, exceto em relação àquelas com as quais interagem diretamente [47,8]. É uma boa aproximação desprezar neste caso os processos de troca com partículas espectadoras [47], nos quais, por exemplo, um próton rápido incidente 2 (momentum  $\mathbb{H}_{\mathbf{k}_0}$ ) interage com o próton 1 do núcleo-alvo e são espalhados os prótons 0 e 1 (momenta  $\mathbb{H}_{\mathbf{k}_1}$  e  $\mathbb{H}_{\mathbf{k}_2}$ ), ficando o próton 2 no estado em que se encontrava inicialmente o próton 0 (espectador). Pode-se dizer que os dois participantes da interação de ejeção mantêm um caráter de distinguibilidade em relação aos demais componentes do núcleo durante a interação. É preciso observar, no entanto, que esta descrição só é boa se a colisão entre os dois prótons for suficientemente rápida para que não sejam envolvidos os outros núcleons durante o tempo em que ela ocorre, ou se

ja, para que os dois tenham pouca probabilidade de interagir com os demais durante a parte principal do processo. Esta condição é suficientemente bem satisfeita a energias incidentes acima de 100 MeV, onde o tempo gasto na colisão de ejeção é pequeno, se comparado com o tempo médio entre duas colisões na matéria nuclear. Além disso, também se pode argumentar que, em vista da grande transferência de momentum envolvida na reação, a interação relevante entre os dois prótons ocorre em uma região bem localizada e de curto alcance no espaço (alcance comparável ao caroço repulsivo da interação forte). Desse modo, comparando as dimensões desta região com a distância média entre os núcleons no núcleo, os demais componentes do sistema podem ser considerados bastante afastados dos dois prótons interagentes e com pequena possibilidade de intervirem no processo; altas componentes de momentum, já foi dito antes, são pouco prováveis de serem encontradas nas distribuições de momentum nucleares.

Em vista das considerações acima, é razoável admitir que os estados intermediários que contribuem dominantemente na obtenção da interação efetiva  $\tau(0,1)$  sejam aqueles que correspondem a interações repetidas entre somente os dois prótons diretamente envolvidos no processo de ejeção, sem envolver os demaix componentes do sistema, exceto no que se refere à restrição imposta pelo princípio de exclusão de Pauli, que exclui os estados dos dois prótons com momenta abaixo do nível de Fermi, e ao fato de que o próton-alvo está inicialmente ligado as outras partículas. Desprezando, porém, a influência destes últimos fatores, depois de observar que as energias de ligação dos prótons nucleares são pequenas frente à energia cinética inci-



dente e que os dois prótons estão em estados altamente excitados durante a colisão, é válido aproximar  $\tau(0,1)$  pelo operador de dois corpos  $t(0,1)$ . Esta aproximação, como já foi mencionado antes, é a aproximação de impulso [2,45].

Levando em conta as aproximações e características do processo abordadas anteriormente, a amplitude de transição desejada adquire a forma

$$\begin{aligned}
 T_{fi} = & \frac{A^{1/2}}{2(2\pi)^{9/2}} \int d^3r d^3r_0 d^3r_1 \left[ e^{-ik_1 \cdot r_0} s_1^+(0) t_p^+(0) \times \right. \\
 & \times e^{-ik_2 \cdot r_1} s_2^+(1) t_p^+(1) - e^{-ik_1 \cdot r_1} s_1^+(1) t_p^+(1) \times \\
 & \left. \times e^{-ik_2 \cdot r_0} s_2^+(0) t_p^+(0) \right] \Phi_{A-1}^*(r_1, m, \mu) \cdot t(0,1) \cdot \\
 & \cdot \left[ e^{ik_1 \cdot r_0} s_0(0) t_p(0) \Phi_A(r_1, m_1, \mu_1; r_1, m, \mu) - \right. \\
 & \left. - e^{ik_0 \cdot r_1} s_0(1) t_p(1) \Phi_A(r_0, m_0, \mu_0; r_1, m, \mu) \right], \quad (II.37)
 \end{aligned}$$

onde as variáveis  $\mu_0$  e  $\mu_1$  em  $\Phi_A$  assumem valores indicativos de próton, devido à conservação de carga.

A fim de extrair os elementos de matriz

$$\begin{aligned}
 \langle k_1 m_1; k_2 m_2 | t(0,1) | k_0 m_0; k_3 n \rangle = & \int d^3r_0 \int d^3r_1 \times \\
 & \times a \left\{ e^{-ik_1 \cdot r_0} s_1^+(0) t_p^+(0) e^{-ik_2 \cdot r_1} s_2^+(1) t_p^+(1) \right\} t(0,1) \times \\
 & \times a \left\{ e^{ik_0 \cdot r_0} s_0(0) t_p(0) e^{ik_2 \cdot r_1} s_n(1) t_p(1) \right\} \quad (II.38)
 \end{aligned}$$

de  $T_{fi}$ , é conveniente expandir  $\Phi_A$  na série de Fourier

$$\begin{aligned} \Phi_A(\underline{r}_1, m_1, \mu_1; \underline{r}, m, \mu) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{n,j} \int d^3 k_3 e^{i \underline{k}_3 \cdot \underline{r}_1} \times \\ &\times s_n(1) t_j(1) g_A^{(n,j)}(\underline{k}_3; \underline{r}, m, \mu), \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

cujos coeficientes são dados por

$$\begin{aligned} g_A^{(n,j)}(\underline{k}_3; \underline{r}, m, \mu) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3 k_3 e^{-i \underline{k}_3 \cdot \underline{r}_1} \times \\ &\times \langle s_n(1) t_p(1) | \Phi_A(\underline{r}_1, m_1, \mu_1; \underline{r}, m, \mu) \rangle, \end{aligned} \quad (\text{II.40})$$

onde  $\langle s_n(1) t_p(1) | \Phi_A \rangle$  simboliza produto escalar em relação a spin e isospin.

Desse modo, definindo  $g_A^{(n)} \equiv g_A^{(n,p)}$ , a amplitude se reduz a

$$\begin{aligned} T_{fi} &= \sum_n \int d^3 k_3 \langle \underline{k}_1 m_1; \underline{k}_2 m_2 | t_{pp}(0,1) | \underline{k}_0 m_0; \underline{k}_3 n \rangle \times \\ &\times A^{1/2} \int d^3 r \Phi_{A-1}^*(\underline{r}, m, \mu) g_A^{(n)}(\underline{k}_3; \underline{r}, m, \mu); \end{aligned} \quad (\text{II.41})$$

no somatório  $\sum_{n,j}$ , em (II.39), só contribui o índice  $j$  que corresponde a próton. A integral em  $\underline{r}$  na expressão acima é a parte da amplitude que está vinculada à estrutura dos núcleos, podendo ser expressa como

$$\begin{aligned} A^{1/2} \int d^3 r \Phi_{A-1}^*(\underline{r}, m, \mu) g_A^{(n)}(\underline{k}_3; \underline{r}, m, \mu) &= \\ &= g_{A,A-1}^{(n)}(\underline{k}_3) \delta(\underline{k}_3 + \underline{k}_{A-1}), \end{aligned} \quad (\text{II.42})$$

onde a grandeza  $g_{A,A-1}^{(n)}(k_3)$  é dada por

$$g_{A,A-1}^{(n)}(k_3) = \frac{A^{1/2}}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3x_1 d^3x e^{-ik_3 \cdot x} \times \\ \times \Phi_{A-1}^*(x, m, \mu) \langle s_n(1) t_p(1) | \Phi_A(x_1, m_1, \mu_1; x, m, \mu) \rangle . \quad (\text{II.43})$$

Obtêm-se o resultado (II.42) substituindo na integral em  $r$  o coeficiente de Fourier  $g_A^{(n)}$  pela sua definição (II.40) e introduzindo, como novas variáveis de integração, a coordenada  $R_{A-1}$  do centro de massa do núcleo residual e as coordenadas relativas  $x_i = r_i - R_{A-1}$  ( $i = 1, 2, \dots, A$ ). As funções  $\Phi_A(x_1, m_1, \mu_1; x, m, \mu)$  e  $\Phi_{A-1}(x, m, \mu)$  em  $g_{A,A-1}^{(n)}(k_3)$  representam agora as funções de onda internas dos núcleos alvo e residual, respectivamente, normalizadas a 1. A grandeza  $\sum_n |g_{A,A-1}^{(n)}(k_3)|^2$  é a densidade de probabilidade de encontrar o próton-alvo em um estado com momentum  $\hbar k_3$  e spin  $s_n$  no núcleo inicial, estando o restante do sistema no estado relevante do núcleo residual<sup>[4]</sup>, isto é, com função de onda interna  $\Phi_{A-1}(x, m, \mu)$  e com momentum  $\hbar k_{A-1}$ . Em um modelo extremo de partícula única ela corresponde à distribuição de momentum do próton ligado dentro do núcleo original.

Os elementos de matriz (II.38) da amplitude de espalhamento  $t_{pp}(0,1)$  podem ser escritos da seguinte maneira:

$$\langle k_1 m_1; k_2 m_2 | t_{pp}(0,1) | k_0 m_0; k_3 n \rangle = \delta(k_1 + k_2 - k_0 - k_3) \times \\ \times (E_0 E_1 E_2 E_3)^{-1/2} M(1,2; 0, (3,n)) , \quad (\text{II.44})$$

evidenciando explicitamente uma delta de conservação de momen-

tum e os elementos de matriz relativisticamente invariantes  $M(1,2; 0, (3,n))$  associados a  $\langle |t_{pp}(0,1)| \rangle$ .  $E_3$  é igual a  $(\hbar^2 c^2 k_3^2 + m^2 c^4)^{1/2}$ , onde  $k_3$  é dado por  $k_1 + k_2 - k_0$ .

Efetuada a integral sobre  $k_3$  em (II.41), depois de substituídos os fatores que compõem o integrando pelas expressões dadas em (II.42) e (II.44), a amplitude  $T_{fi}$  assume a forma

$$T_{fi} = \sum_n g_{A,A-1}^{(n)} (k_1 + k_2 - k_0) (E_0 E_1 E_2 E_3)^{-1/2} M(1,2; 0(3,n)) \delta(k_1 + k_2 + k_{A-1} - k_0), \quad (II.45)$$

a qual, comparada com a equação (II.19), permite identificar a forma da amplitude de transição reduzida  $t_{fi}$  do processo,

$$t_{fi} = 2\pi (E_0 E_1 E_2 E_3)^{-1/2} \sum_n g_{A,A-1}^{(n)}(k_3) M(1,2; 0, (3,n)). \quad (II.46)$$

O próximo passo é inserir  $t_{fi}$  na expressão geral da seção de choque (II.15), com o núcleo-alvo considerado em repouso. Integrando depois sobre o momentum não observado do núcleo residual  $k_{A-1}$  e, após isso, utilizando a relação

$$\frac{d^6\sigma}{dE_1 d\Omega_1 dE_2 d\Omega_2} = \frac{E_1 E_2 k_1 k_2}{(\hbar c)^2} \frac{d^6\sigma}{d^3k_1 d^3k_2} \quad (II.47)$$

e o invariante relativístico  $F$  dado em (II.18), obtêm-se

$$\frac{d^6\sigma}{dE_1 d\Omega_1 dE_2 d\Omega_2} = \left(\frac{2\pi}{\hbar c}\right)^4 \frac{k_1 k_2}{\hbar^2 c^2 k_0 E_3} \left| \sum_n g_{A,A-1}^{(n)}(k_3) M(1,2; 0, (3,n)) \right|^2 \times \delta(E_1 + E_2 + E_{A-1} - E_0 - M_A c^2). \quad (II.48)$$

Esta é a expressão básica da seção de choque da reação, dentro da aproximação de impulso, mas falta ainda expressá-la em termos de grandezas e parâmetros experimentais conhecidos da interação próton-próton. O procedimento usual nesse caso é eliminar os elementos de matriz  $M(1,2;0,(3,n))$  em função da seção de choque diferencial próton-próton livre. Para tal propósito, convém observar primeiro que a parte relativa ao somatório em  $n$  na expressão (II.48) acima, ou na relação (II.46), pode ser fatorada [6,7] como um produto da grandeza  $(\sum_n |g_{A,A-1}^{(n)}(k_3)|^2)^{1/2}$  pelo elemento de matriz  $M(1,2;0,(k_3,s_3))$ , resultando, após elevar ao quadrado, a relação

$$\begin{aligned} \left| \sum_n g_{A,A-1}^{(n)}(k_3) M(1,2;0,(3,n)) \right|^2 &= \\ &= \sum_n |g_{A,A-1}^{(n)}(k_3)|^2 \cdot \left| M(1,2;0,(k_3,s_3)) \right|^2. \end{aligned} \quad (\text{II.49})$$

O próton-alvo neste novo elemento de matriz  $M(1,2;0,(k_3,s_3))$  é encarado como um próton livre possuindo momentum  $\hbar k_3 = \hbar(k_1 + k_2 - k_3)$  e função de onda de spin

$$s_3 = \sum_n g_{A,A-1}^{(n)}(k_3) \cdot s_n / \left( \sum_n |g_{A,A-1}^{(n)}(k_3)|^2 \right)^{1/2}, \quad (\text{II.50})$$

normalizada a 1.

A seção de choque diferencial próton-próton livre necessária pode ser obtida também a partir da expressão geral (II.15), adaptando-a para as condições cinemáticas dos prótons incidente e alvo,

$$\frac{d^6\sigma}{d^3k_1 d^3k_2} = \frac{4\pi^2}{\hbar} \frac{\bar{E}_0 \bar{E}_3}{F} \left| \bar{t}_{fi} \right|^2 \delta(\bar{k}_1 + \bar{k}_2 - \bar{k}_0 - \bar{k}_3) (\bar{E}_1 + \bar{E}_2 - \bar{E}_0 - \bar{E}_3) , \quad (\text{II.51})$$

com

$$F = \hbar c^2 \bar{k}_0 (\bar{E}_0 + \bar{E}_3) = 2\hbar c^2 \bar{k}_0 \bar{E}_0 \quad (\text{II.52})$$

e

$$\bar{t}_{fi} = 2\pi (\bar{E}_0 \bar{E}_1 \bar{E}_2 \bar{E}_3)^{-1/2} M(1, 2; 0, (k_3, S_3)) . \quad (\text{II.53})$$

As barras sobre as diversas grandezas indicam que a seção de choque se refere ao sistema de referência C.M. dos dois prótons. A adoção deste referencial, na presente situação, se prende ao fato de que os dados experimentais de espalhamento próton-próton se encontram, via de regra, dados em relação a ele. A matriz M em (II.53), contudo, é relativisticamente invariante. Após integrar (II.51) sobre  $\bar{k}_2$  e utilizar a relação

$$\frac{d^3\sigma}{d\bar{E}d\bar{\Omega}} = \frac{\bar{k} \bar{E}}{(\hbar c)^2} \frac{d^3\sigma}{d^3\bar{k}} , \quad (\text{II.54})$$

tem-se, integrando ainda sobre  $\bar{E}$  (igual a  $\bar{E}_1$  ou  $\bar{E}_2$ ),

$$\frac{d\sigma}{d\bar{\Omega}} (\bar{1}, \bar{2}; \bar{0}, (\bar{k}_3, S_3)) = \frac{1}{4} \left( \frac{2\pi}{\hbar c} \right)^4 \frac{1}{\bar{E}_0^2} \left| M(1, 2; 0, (k_3, S_3)) \right|^2 . \quad (\text{II.55})$$

Esta é a seção de choque livre procurada, a qual permite obter M em função de dados experimentais conhecidos.

Eliminando, portanto, M entre as relações (II.55) e (II.48), obtêm-se a seção de choque na seguinte forma [6-8]:

$$\frac{d^6\sigma}{dE_1 d\Omega_2 dE_1 d\Omega_2} = \frac{4}{(\hbar c)^2} \frac{k_1 k_2 \bar{E}_0^2}{k_0 E_3} \frac{d\sigma}{d\bar{\Omega}} (\bar{1}, \bar{2}; \bar{0}, (\bar{k}_3, s_3)) \cdot \sum_n \left| g_{A, A-1}^{(n)}(k_3) \right|^2 \times \delta(E_1 + E_2 + E_{A-1} - E_0 - M_A c^2), \quad (\text{II.56})$$

a qual, como se observa, encontra-se fatorada, a menos do fator cinemático  $\frac{4}{(\hbar c)^2} \frac{k_1 k_2 \bar{E}_0^2}{k_0 E_3}$  e da delta de conservação de energia, em termos do produto da distribuição de momentum do próton nuclear (com os núcleos alvo e residual nos estados nucleares caracterizados pelos números quânticos A e A-1, respectivamente) e da seção de choque próton-próton livre. O potencial de ligação do próton-alvo, dentro das aproximações feitas, contribui meramente para gerar a distribuição de momentum em questão. Pode-se dizer que essa é uma outra maneira de formular a aproximação de impulso. No entanto, é preciso ter em mente que a colisão dos dois prótons, se pensada como livre, ocorre fora da camada de energia, pois os valores  $E_0$ ,  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$  obtidos a partir dos momenta assintóticos envolvidos no processo não cumprem a lei de conservação associada a eventos livres autênticos. Conseqüentemente surge uma certa arbitrariedade na escolha do referencial C.M. relativo ao processo quase-livre, já que as situações cinemáticas inicial e final dos dois prótons no sistema Laboratório conduzem a diferentes sistemas C.M.. Se nos restringirmos, porém, a faixas de energias onde a seção de choque diferencial próton-próton livre não varia apreciavelmente com energia e momentum, como é o presente caso, esta arbitrariedade não afeta grandemente os resultados. Isto se constata, por exemplo, nas refs. [22] e [30], onde foram obtidas as

seções de choque de correlação angular para prótons incidentes polarizados nas duas situações cinemáticas dos prótons, inicial e final. Nos presentes cálculos optamos pela situação inicial.

A seção de choque livre  $d\sigma/d\bar{\Omega}$ , quando não existem dados experimentais que a forneçam diretamente, pode ser obtida a partir dos elementos de matriz da amplitude de espalhamento de Wolfenstein [48],

$$\begin{aligned} \bar{M}(T_{re1}, \bar{\theta}, \bar{\phi}) = & A + B\sigma_{1n}\sigma_{2n} + C(\sigma_{1n} + \sigma_{2n}) + \\ & + E\sigma_{1k}\sigma_{2k} + F\sigma_{1p}\sigma_{2p} . \end{aligned} \quad (\text{II.57})$$

Esta é uma matriz que atua no espaço de spin das partículas e descreve em princípio todo e qualquer tipo de espalhamento nêutron-nêutron livre. Os operadores  $\sigma_n$ ,  $\sigma_p$  e  $\sigma_k$  são as projeções da matriz  $\sigma$  de Pauli sobre as direções

$$\hat{n} = \frac{\bar{k}_i \times \bar{k}_f}{|\bar{k}_i \times \bar{k}_f|}, \quad \hat{p} = \frac{\bar{k}_f + \bar{k}_i}{|\bar{k}_f + \bar{k}_i|}, \quad \hat{k} = \frac{\bar{k}_f - \bar{k}_i}{|\bar{k}_f - \bar{k}_i|}, \quad (\text{II.58})$$

determinadas com os momenta inicial e final  $\bar{k}_i$  e  $\bar{k}_f$  dos núcleons no C.M., e os índices 1 e 2 indicam as partículas incidente e alvo, sobre cujas funções de spin os operadores atuam. Os coeficientes A, B, C, E e F, por sua vez, são funções complexas da energia  $T_{re1}$  e dos ângulos de espalhamento  $\bar{\theta}$  e  $\bar{\phi}$  no sistema de referência C.M.. Eles podem ser determinados através de expressões que os relacionam a elementos de matriz singletes e tripletes [49,50] de  $\bar{M}$  e de relações [51,52] que conectam estes



últimos a deslocamentos de fase experimentais. Para maiores detalhes a respeito da obtenção da matriz de Wolfenstein e de sua utilização na busca da seção de choque livre referimos ao Apêndice B. Por ora basta saber que  $d\sigma/d\bar{\Omega}$  é dada em função de  $\bar{M}$  pela relação

$$\frac{d\sigma}{d\bar{\Omega}}(\bar{1}, \bar{2}; \bar{0}, \bar{3}) = \left| \bar{M}(s_1, s_2; s_0, s_3) \right|^2, \quad (\text{II.59})$$

onde  $\bar{M}(s_1, s_2; s_0, s_3)$  simboliza  $\langle s_1 s_2 | \bar{M}(T_{rel}, \bar{\theta}, \bar{\phi}) | s_0 s_3 \rangle$ .

Esta relação, quando comparada com (II.55), sugere também que os elementos da matriz  $M$  em (II.48) sejam substituídos pelos elementos da amplitude de espalhamento de Wolfenstein, através de

$$M(1, 2; 0, 3) = 2 \left( \frac{\hbar c}{2\pi} \right)^2 \bar{E}_0 \bar{M}(s_1 s_2; s_0 s_3), \quad (\text{II.60})$$

resultando, desse modo, a expressão

$$\frac{d^6\sigma}{dE_1 d\Omega_1 dE_2 d\Omega_2} = \frac{4}{(\hbar c)^2} \frac{k_1 k_2 \bar{E}_0^2}{k_0 E_3} \left| \sum_n g_{A, A-1}^{(n)}(k_3) \bar{M}(s_1 s_2; s_0 s_n) \right|^2 \times \\ (E_1 + E_2 + E_{A-1} - E_0 - M_A c^2). \quad (\text{II.61})$$

O estabelecimento da seção de choque desta maneira não oferece aparentemente vantagem sobre aquela apresentada em (II.56). Tal, contudo, não é a situação quando se desejam estudar os efeitos provocados pela distorção spin-órbita sobre os resultados, o que é feito no Capítulo V. Nesse caso não se pode passar da forma acima para a da expressão (II.56), ou seja, não é possível fa-

torã-la em termos da distribuição de momentum e da seção de choque próton-próton livre. A expressão (II.61) é, portanto, uma expressão mais geral.

Na seção seguinte introduzimos as distorções dos estados inicial  $|i\rangle$  e final  $|f\rangle$ , surgindo, conseqüentemente, modificações importantes. Muitas das relações apresentadas aqui continuam, porém, válidas e podem ser aplicadas, desde que algumas grandezas sejam reinterpretadas.

### II.3 Formalismo com Distorção e Polarização Efetiva

Nesta seção, conforme foi mencionado anteriormente, incorporamos ao formalismo os efeitos das colisões múltiplas sofridas pelos prótons incidentes e emergentes. Estas colisões, como já foi dito, modificam grandemente as seções de choque e mascaram com isso as informações que se pretende obter sobre os núcleos com base no mecanismo de eventos quase-livres. Elas são, sob este ponto de vista, um empecilho. Contudo, planejando as experiências convenientemente, é possível fazê-las atuar em sentido favorável, de modo a contribuírem para o surgimento de uma polarização efetiva do próton-alvo.

O aparecimento da polarização efetiva pode ser entendido qualitativamente [1,21,22,30,35] do seguinte modo. Consideremos para isso a figura 5, que destaca dois processos de ejeção dentro do núcleo. Observa-se que para a geometria de espalhamento adotada neste trabalho os prótons associados às colisões de ejeção no lado direito percorrem, em média, menor dis-

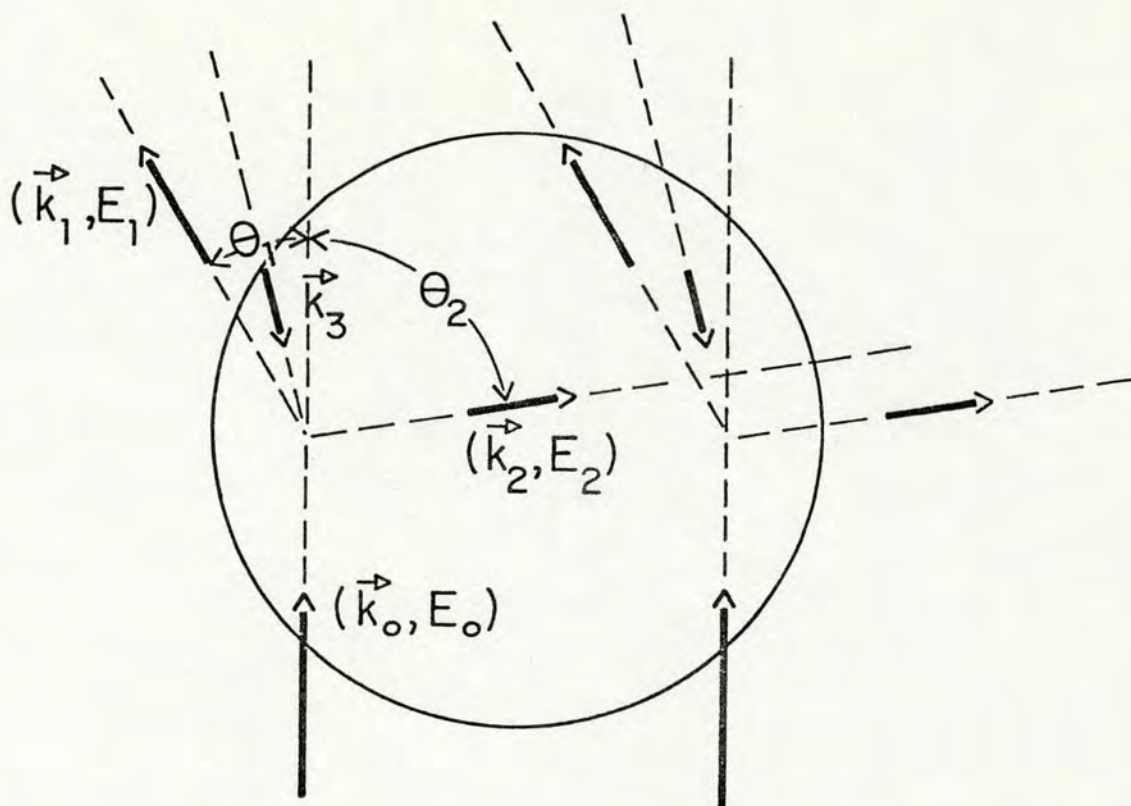


FIGURA 5 - Processos relevantes à discussão.

tância dentro do núcleo do que os prótons associados às colisões no lado esquerdo. Como o livre caminho médio, que indica, por assim dizer, a probabilidade de um próton ser absorvido, é da ordem de grandeza do raio nuclear nas reações quase-livres usualmente estudadas, o lado direito do núcleo contribui mais para a seção de choque quase-livre do que o lado esquerdo. Isto é especialmente verdade se o livre caminho médio correspondente à energia  $T_2$  é menor do que os correspondentes às energias  $T_0$  e  $T_1$ , uma situação que efetivamente pode ser obtida nas experiências. Se o momentum selecionado  $\hbar k_3$  para o próton nuclear não for muito pequeno e tiver aproximadamente a direção e sentido mostrados na figura 5, então a predominância do lado direito

em eventos quase-livres enfatizarã, classicamente, um momento angular ortogonal ao plano de espalhamento e com sentido horário. Isto, por sua vez, favorecerã, através do acoplamento spin-órbita, uma orientação bem definida para o spin do próton nuclear. A orientação será ortogonal ao plano de espalhamento e com sentido horário para prótons no estado  $p_{3/2}$ , por exemplo, e anti-horário para prótons no estado  $p_{1/2}$ . Deste modo, como se vê, o efeito combinado da absorção dos prótons rápidos, em uma geometria de espalhamento não simétrica, e do acoplamento spin-órbita provoca o surgimento da polarização efetiva do próton nuclear. Um efeito semelhante é causado também pela parte elástica do espalhamento múltiplo (variações de momentum dos prótons dentro do núcleo), o qual será discutido, porém, com mais detalhes no Capítulo IV. No que segue vamos abordar a influência das colisões múltiplas quantitativamente.

A inclusão do espalhamento múltiplo dos prótons incidentes e emergentes obriga a consideração de contribuições de ordem superior na solução da equação de Lippmann-Schwinger (II.32), as quais, por semelhança ao desenvolvimento encontrado na ref. [45], podem ser rearranjadas de modo a dar o seguinte resultado aproximado:

$$T_{fi} \approx \frac{1}{2} A(A+1) \langle f | \Omega_f^{(-)\dagger} \tau(0,1) \Omega_i^{(+)} | i \rangle . \quad (\text{II.62})$$

As grandezas  $\Omega_i^{(+)}$  e  $\Omega_f^{(-)}$  são operadores de onda de Møller [37], que descrevem as distorções das funções de onda dos prótons rápidos no estado inicial e final da reação, respectivamente, e que satisfazem a equação de onda com potenciais óticos apropria

dos a cada estado, dependentes de energia e não locais no espaço de configuração.

O tratamento exato das distorções dos estados inicial e final é um problema de muitos corpos difícil, se não impossível, de resolver, e por isso, como está implícito na obtenção da expressão (II.62), é usual reduzi-lo a um problema aproximado, de dois ou três corpos, introduzindo potenciais óticos que descrevem o efeito médio da interação dos prótons rápidos com os demais componentes do sistema. Os potenciais óticos utilizados nos cálculos são, por motivos práticos, normalmente potenciais locais, porém dependentes de energia, e são obtidos de espalhamento próton-núcleo elástico, desprezando os estados intermediários excitados dos núcleos. Deste modo tem sido possível chegar razoavelmente próximo dos resultados experimentais.

Vamos considerar a influência de potenciais óticos puramente centrais, sem termos em spin, deixando para o Capítulo V a inclusão dos efeitos provocados pela parte em spin-órbita.

O desenvolvimento formal a seguir é idêntico ao da seção anterior, só que substituindo as funções de onda planas em  $|i\rangle$  e  $|f\rangle$  (vide (II.34) e (II.35)) por funções de onda distorcidas,  $\Phi_0^{(+)}(k_0, s_0, t_p; r)$ ,  $\Phi_1^{(-)}(k_1, s_1, t_p; r)$  e  $\Phi_2^{(-)}(k_2, s_2, t_p; r)$ ; onde  $k_j$ ,  $s_j$  e  $t_p$  ( $j = 0, 1, 2$ ) representam, como antes, os momentos, spins e isospins assintóticos dos prótons.

Estas novas funções de onda podem ser, em princípio, obtidas com grande precisão, na forma de expansões em ondas parciais. Contudo, para energias incidentes e emergentes altas, em comparação com os potenciais óticos, elas não são apreciavelmente desviadas dos seus padrões de onda plana assintóticos, de

modo que é mais simples e adequado, com vistas a aproximações que virão, escrevê-las na seguinte forma fatorada:

$$\Phi_0^{(+)}(k_0, s_0, t_p; r) = D_0(r - R_{A-1}) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{ik_0 \cdot r} s_0 t_p, \quad (\text{II.63})$$

$$\Phi_j^{(-)}(k_j, s_j, t_p; r) = D_j^*(r - R_{A-1}) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{ik_j \cdot r} s_j t_p; \quad (j=1,2) \quad (\text{II.64})$$

As funções  $D_j$  ( $j=0,1,2$ ) caracterizam as distorções sofridas na região de atuação dos potenciais óticos; são funções de posição brandas, comparadas com as ondas planas, e tendem rapidamente ao valor 1 fora do núcleo, exceto na região da "sombra", onde a convergência a 1 é mais lenta.

Com as funções de onda acima, a amplitude de transição é dada agora, em aproximação de impulso com ondas distorcidas (DWIA), por

$$\begin{aligned} T_{fi} = & \frac{A^{1/2}}{2(2\pi)^{9/2}} \int d^3r d^3r_0 d^3r_1 \left[ D_1(r_0 - R_{A-1}) e^{-ik_1 \cdot r_0} s_1^+(0) t_p^+(0) \times \right. \\ & D_2(r_1 - R_{A-1}) e^{-ik_2 \cdot r_1} s_2^+(1) t_p^+(1) - D_1(r_1 - R_{A-1}) \times \\ & \left. e^{-ik_1 \cdot r_1} s_1^+(1) t_p^+(1) D_2(r_0 - R_{A-1}) e^{ik_2 \cdot r_0} s_2^+(0) t_p^+(0) \right] \times \\ & \Phi_{A-1}^*(r, m, \mu) \cdot t(0, 1) \cdot \left[ D_0(r_0 - R_{A-1}) e^{ik_0 \cdot r_0} s_0(0) t_p(0) \times \right. \\ & \Phi_A(r_1, m_1, \mu_1; r, m, \mu) - D_0(r_1 - R_{A-1}) e^{ik_0 \cdot r_1} s_0(1) t_p(1) \times \\ & \left. \Phi_A(r_0, m_0, \mu_0; r, m, \mu) \right]. \quad (\text{II.65}) \end{aligned}$$

Surge, porém, um problema que não havia antes, no caso sem distorção. Os momenta dos prótons rápidos variam sob a ação das colisões múltiplas e, conseqüentemente, os valores dos momenta assintóticos não coincidem mais com os valores relevantes às colisões de ejeção dentro do núcleo. Isto impede a extração exata dos elementos de matriz de  $t(0,1)$  na amplitude  $T_{fi}$  acima, o que significa dizer que não se pode mais escrever  $T_{fi}$  exatamente como uma soma de parcelas onde os elementos de matriz mencionados aparecem como fatores (vide (II.41)). A fatoração destas parcelas, no entanto, é possível de maneira aproximada se as distorções  $D_j$ , que contêm as variações de momentum, forem funções suficientemente brandas sobre o núcleo. Neste caso, é válido aproximar as funções  $D_j$  por valores médios na região de atuação de  $t(0,1)$  e, substituindo convenientemente  $r_0$  por  $r_1$ , e vice-versa, agrupá-las junto a  $\Phi_A$  em (II.65). Esta operação seria exata se  $t(0,1)$  fosse deltiforme no espaço de configuração, o que não acontece na realidade. Mesmo assim ela é considerada uma boa aproximação para as reações  $(p,2p)$  quase-livres usuais, pois  $t(0,1)$  é de curto alcance e as funções  $D_j$  não variam apreciavelmente sobre o núcleo, podendo ser considerados constantes nas regiões onde ocorrem as interações de ejeção. Recai-se deste modo na forma fatorável (II.37), com as funções  $\Phi_A(r_j, m_j, \mu_j; r, m, \mu)$  substituídas por

$$\Phi'_A(r_j, m_j, \mu_j; r, m, \mu) = D_0(r_j - R_{A-1}) D_1(r_j - R_{A-1}) D_2(r_j - R_{A-1}) \times \\ \Phi_A(r_j, m_j, \mu_j; r, m, \mu) ; \quad j = (0,1) \quad (\text{II.66})$$

Usando o mesmo procedimento da seção anterior, obtêm

-se para a amplitude de transição reduzida a seguinte expressão aproximada:

$$t_{fi} \equiv (E_0 E_1 E_2 E_3)^{-1/2} \sum_n g'_{A,A-1}^{(n)}(k_3) M(1,2;0,(3,n)) , \quad (\text{II.67})$$

onde

$$g'_{A,A-1}^{(n)}(k_3) = \frac{A^{1/2}}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3x_1 d^3x e^{-ik_3 \cdot x_1} \times \\ \times \Phi_{A-1}^*(x, m, \mu) \langle s_n(1) t_p(1) | \Phi_A(x_1, m_1, \mu_1; x, m, \mu) \rangle D_0(x_1) D_1(x_1) D_2(x_1) . \quad (\text{II.68a})$$

Esta última grandeza pode ser reescrita na forma

$$g'_{A,A-1}^{(n)}(k_3) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3x_1 e^{-ik_3 \cdot x_1} \psi_{A,A-1}^{(n)}(x_1) \Pi_j D_j(x_1) , \quad (\text{II.68b})$$

para dar destaque à componente  $n$ , em spin,

$$\psi_{A,A-1}^{(n)}(x_1) = \langle s_n(1) t_p(1) | \psi_{A,A-1}(x_1, m_1, \mu_1) \rangle \quad (\text{II.69})$$

da integral de superposição

$$\psi_{A,A-1}(x_1, m_1, \mu_1) = A^{1/2} \int d^3x \Phi_{A-1}^*(x, m, \mu) \Phi_A(x_1, m_1, \mu_1; x, m, \mu) \quad (\text{II.70})$$

das funções de onda internas dos núcleos inicial e final nos seus respectivos estados  $A$  e  $A-1$ .

Cabe assinalar, como justificativa adicional à fatoração, que, em razão do comportamento praticamente isotrópico e independente de energia da seção de choque diferencial pró-



ton-próton livre não polarizada, os elementos de matriz  $M(1,2; 0,(3,n))$  variam lentamente, comparados com as funções  $D_j$ , no espaço de momentum. Por esta razão, as relativamente pequenas variações de momentum causadas pelas distorções não provocam diferenças de valor apreciáveis entre os elementos de matriz  $M(1, 2;0,(3,n))$  necessários à determinação de cada parcela do somatório sobre  $n$  em (II.67). Pode-se usar, então, um valor médio, normalmente o valor obtido com os momenta assintóticos, e fatorar cada parcela. Cálculos teóricos de correlações angulares efetuados com e sem a fatoração têm mostrado boa concordância entre si [53].

A seção de choque da reação, obtida a partir da amplitude de transição reduzida (II.67), assume a mesma forma da expressão (II.56), substituindo, porém,  $g^{(n)}(k_3)$  por  $g'_{A,A-1}(k_3)$  e a função de onda de spin  $S_3$  do próton ligado, por

$$S'_3 = \sum_n g'_{A,A-1}(k_3) \cdot s_n / \left( \sum_n |g'_{A,A-1}(k_3)|^2 \right)^{1/2}. \quad (\text{II.71})$$

Consideramos no presente trabalho o núcleo-alvo não polarizado e não observada a orientação do núcleo residual. Esta é a situação usual, com algumas exceções [36]. Efetuando, portanto, a média sobre as orientações de spin  $m_A$  do núcleo-alvo, cujo spin é representado por  $J_A$ , e somando sobre as orientações de spin  $m_{A-1}$  do núcleo residual, obtém-se na seção de choque a seguinte configuração

$$\frac{1}{2J_A + 1} \sum_{m_A, m_{A-1}} \frac{d\sigma}{d\Omega} (\bar{1}, \bar{2}; \bar{0}, (\bar{k}_3, S'_3)) \sum_n |g'_{m_A, m_{A-1}}(k_3)|^2. \quad (\text{II.72})$$

Esta, de maneira análoga ao tratamento do somatório sobre  $n$  em (II.48), pode ser escrita na forma fatorada

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\bar{1}, \bar{2}; \bar{0}, \bar{3}_p) \cdot \frac{1}{2J_{A+1}} \sum_{m_A, m_{A-1}} \sum_n \left| g_{m_A, m_{A-1}}'(n)(\vec{k}_3) \right|^2, \quad (\text{II.73})$$

onde a seção de choque  $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\bar{1}, \bar{2}; \bar{0}, \bar{3}_p)$  corresponde a processos de espalhamento próton-próton livres, nos quais o "feixe" de prótons-alvo é inteiramente caracterizado pelos vetores polarização [7]

$$P_{\vec{k}_3} = \frac{\sum_{m_A, m_{A-1}} \sum_n \left| g_{m_A, m_{A-1}}'(n)(\vec{k}_3) \right|^2 \langle S_3' | \sigma | S_3' \rangle}{\sum_{m_A, m_{A-1}} \sum_n \left| g_{m_A, m_{A-1}}'(n)(\vec{k}_3) \right|^2} \quad (\text{II.74})$$

e momentum  $\vec{k}_3$ , e onde a grandeza

$$\frac{1}{2J_{A+1}} \sum_{m_A, m_{A-1}} \sum_n \left| g_{m_A, m_{A-1}}'(n)(\vec{k}_3) \right|^2 \quad (\text{II.75})$$

é a distribuição de momentum distorcida do próton-alvo. A seção de choque da reação adquire, assim, a forma [4-6]

$$\frac{d^6\sigma}{dE_1 d\Omega_1 dE_2 d\Omega_2} = \frac{4}{(\hbar c)^2} \frac{k_1 k_2 \bar{E}_0^2}{k_0 E_3} \frac{1}{2J_{A+1}} \sum_{m_A, m_{A-1}} \sum_n \left| g_{m_A, m_{A-1}}'(n)(\vec{k}_3) \right|^2.$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\bar{1}, \bar{2}; \bar{0}, \bar{3}_p) \delta(E_1 + E_2 + E_{A-1} - E_0 - M_A c^2). \quad (\text{II.76})$$

Cabe salientar que na passagem de (II.72) para (II.73) é possível considerar o "feixe" de prótons-alvo como polariza-

do, para efeitos de cálculo da seção de choque livre, porque, em se tratando de partículas com spin 1/2, o estado de spin (matriz densidade) do "feixe" determina univocamente<sup>[54]</sup> a polarização, e vice-versa.

As componentes da polarização  $\underline{P}_3$  são dadas<sup>[7,8]</sup>, quantizando sobre o eixo Z, por

$$P_{3x} = \frac{2 \sum_{m_A, m_{A-1}} \operatorname{Re} \left( g_{m_A, m_{A-1}}'^{(+)*} g_{m_A, m_{A-1}}'^{-} \right)}{\sum_{m_A, m_{A-1}} \sum_n \left| g_{m_A, m_{A-1}}'^{(n)} \right|^2}, \quad (\text{II.77})$$

$$P_{3y} = \frac{2 \sum_{m_A, m_{A-1}} \operatorname{Im} \left( g_{m_A, m_{A-1}}'^{(+)*} g_{m_A, m_{A-1}}'^{-} \right)}{\sum_{m_A, m_{A-1}} \sum_n \left| g_{m_A, m_{A-1}}'^{(n)} \right|^2}, \quad (\text{II.78})$$

$$P_{3z} = \frac{\sum_{m_A, m_{A-1}} \left\{ \left| g_{m_A, m_{A-1}}'^{(+)} \right|^2 - \left| g_{m_A, m_{A-1}}'^{-} \right|^2 \right\}}{\sum_{m_A, m_{A-1}} \sum_n \left| g_{m_A, m_{A-1}}'^{(n)} \right|^2}. \quad (\text{II.79})$$

No caso em que existe um plano de simetria especular na reação,  $\underline{P}_3$  é perpendicular a ele. Portanto, nas experiências coplanares simétricas, onde há dois planos de simetria ortogonais entre si,  $\underline{P}_3$  é nula. A polarização  $\underline{P}_3$  também é nula quando se desprezam as distorções. Para a situação cinemática adotada neste trabalho (vide figs. 4 e 5), a polarização efetiva é dada, quantizando ortogonalmente ao plano de espalhamento, por  $\underline{P}_3 = (0, 0, P_{3z}) \equiv (0, 0, P_3)$ .

É oportuno destacar que a fatoração da seção de choque é viável somente quando não se considera a distorção provocada pela parte em spin-órbita dos potenciais óticos no tratamento das colisões múltiplas. Se esta parte for incluída no formalismo, a análise da reação deverá ser feita com uma expressão mais geral [32,34] (vide fim da seção anterior e seção V.4), semelhante a

$$\frac{d^5\sigma}{d\Omega_1 dE_1 d\Omega_2 dE_2} = \frac{4}{(\hbar c)^2} \frac{k_1 k_2 \bar{E}_0^2}{k_0 E_3} \frac{1}{2J_A + 1} \sum_{m_A, m_{A-1}} \left| \sum_n g'_{m_A, m_{A-1}}(n) \right. \left. \begin{matrix} (k_3) \\ \times \end{matrix} \right. \\ \left. \bar{M}(s_1, s_2; s_0, s_n) \right|^2 \delta(E_1 + E_2 + E_{A-1} - E_0 - M_A c^2), \quad (\text{II.80})$$

onde  $\bar{M}$  é, como já foi visto na seção anterior, a matriz amplitude de espalhamento de Wolfenstein (II.57). No presente caso, sem distorção spin-órbita, as duas formas, (II.76) e (II.80), são formalmente equivalentes, pois a (II.80) se transforma automaticamente na forma fatorada, com o próton-alvo polarizado, agrupando convenientemente as parcelas dos seus somatórios. A fatorada, no entanto, é preferida para a análise das reações porque é expressa em termos de grandezas físicas familiares (seção de choque livre e distribuição de momentum distorcida) e facilita, deste modo, a interpretação dos resultados. A seguir vamos mostrar explicitamente a equivalência formal entre as duas formas para a situação de espalhamento adotada neste trabalho, na qual a geometria é coplanar não simétrica e o feixe de prótons incidentes possui polarização  $P_0$  ortogonal ao plano de espalhamento. A polarização dos prótons emergentes não é observada. A seção de choque livre  $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\bar{1}, \bar{2}; \bar{0}, \bar{3}p)$  em (II.76) é dada nes

te caso (vide, por exemplo, refs. [55-57]) por

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(T_{rel}, \bar{\theta}; P_0, P_3) = I_0(T_{rel}, \bar{\theta}) \left[ 1 + (P_0 + P_3)P(T_{rel}, \bar{\theta}) + P_0 P_3 C_{nn}(T_{rel}, \bar{\theta}) \right], \quad (II.81)$$

onde  $I_0(T_{rel}, \bar{\theta})$ ,  $P(T_{rel}, \bar{\theta})$  e  $C_{nn}(T_{rel}, \bar{\theta})$  fazem parte de um conjunto de parâmetros [48,54] que descrevem os fenômenos de polarização nas experiências de espalhamento nêutron-nêutron;  $I_0(T_{rel}, \bar{\theta})$  é a seção de choque diferencial para nêutrons não polarizados,  $P(T_{rel}, \bar{\theta})$  é a polarização normal ao plano de espalhamento adquirida pelos nêutrons incidentes na colisão e  $C_{nn}(T_{rel}, \bar{\theta})$  é o coeficiente de correlação das polarizações, também normais ao plano de espalhamento, dos dois nêutrons observados em coincidência após a colisão. Tais parâmetros podem ser obtidos diretamente de medidas experimentais para certas energias e ângulos de espalhamento, ou, na falta de dados sob esta forma, a partir da matriz de Wolfenstein;

$$I_0 = \frac{1}{4} \sum_{s_0 s_n} \sum_{s_1 s_2} \left| \bar{M}(s_1 s_2; s_0 s_n) \right|^2$$

$$= \frac{1}{4} \text{Tr} \left[ \bar{M}^+ \bar{M} \right] = |A|^2 + |B|^2 + 2|C|^2 + |E|^2 + |F|^2, \quad (II.82)$$

$$I_0 P = \frac{1}{4} \text{Tr} \left[ \bar{M}^+ M \sigma_{2n} \right] = 2 \text{Re} \{ C^* (A+B) \}, \quad (II.83)$$

$$I_0 C_{nn} = \frac{1}{4} \text{Tr} \left[ \bar{M}^+ \bar{M} \sigma_{1n} \sigma_{2n} \right] = 2 \left( \text{Re} \{ AB^* \} + |C|^2 - \text{Re} \{ EF^* \} \right). \quad (II.84)$$

Na forma não fatorada é necessário somar sobre os es

tados de spin finais  $s_1$  e  $s_2$ , já que as polarizações dos prótons emergentes não são observadas, e efetuar uma soma ponderada sobre os estados de spin incidentes  $s_0$ . Para efeitos de somatório sobre  $s_0$ , podemos encarar o feixe de prótons incidentes preparado de tal modo que uma fração  $N^+$  das partículas tenha polarização total para cima e outra fração,  $N^- = 1 - N^+$ , polarização total para baixo, ambas ortogonais ao plano de espalhamento. Sabendo que, neste caso,

$$P_0 = N^+ - N^- , \quad (\text{II.85})$$

as frações  $N^+$  e  $N^-$  são dadas por

$$N^+ = \frac{1}{2} (1 + P_0) , \quad N^- = \frac{1}{2} (1 - P_0) . \quad (\text{II.86})$$

Isto não se constitui em perda de generalidade, pois os efeitos de spin provocados por um feixe de partículas de spin  $1/2$ , com determinado momentum, intensidade e polarização, independe do modo como foi preparado o feixe [54].

A seção de choque não fatorada é dada, então, a menos do fator cinemático e da delta de conservação de energia, por

$$N^+ \sum_m \sum_{s_1, s_2} \left| \sum_n g_m^{(n)} \bar{M}(s_1, s_2; \dagger s_n) \right|^2 +$$

$$N^- \sum_m \sum_{s_1, s_2} \left| \sum_n g_m^{(n)} \bar{M}(s_1, s_2; \dagger s_n) \right|^2 ;$$

$$m \equiv \{m_A, m_{A-1}\} . \quad (\text{II.87})$$

Vamos considerar primeiramente a parcela que corresponde à contribuição da fração  $N^+$ . Quantizando ao longo do eixo ortogonal ao plano de espalhamento e desenvolvendo os somatórios sobre os estados de  $s_1$ ,  $s_2$  e  $s_n$ , obtêm-se

$$N^+ \sum_m \left( |g_m^{'+} \bar{M}(\uparrow\uparrow;\uparrow\uparrow)|^2 + |g_m^{'(-)} \bar{M}(\uparrow\downarrow;\uparrow\uparrow)|^2 + |g_m^{'(-)} \bar{M}(\downarrow\uparrow;\uparrow\uparrow)|^2 + |g_m^{'+} \bar{M}(\downarrow\downarrow;\uparrow\uparrow)|^2 \right), \quad (\text{II.88})$$

ou seja,

$$N^+ \sum_m \left( |g_m^{'+} (A + 2C + B)|^2 + |g_m^{'(-)} (A - B)|^2 + |g_m^{'(-)} (E + F)|^2 + |-g_m^{'+} (E - F)(\cos\bar{\theta} + i\text{sen}\bar{\theta})|^2 \right). \quad (\text{II.89})$$

Estas são as únicas parcelas dos somatórios sobre  $s_1$ ,  $s_2$  e  $s_n$  que contribuem, pois nas demais os elementos de matriz da amplitude de espalhamento de Wolfenstein são nulos (vide Apêndice B). Depois de elevar os módulos ao quadrado em (II.89) e agrupar convenientemente as parcelas resultantes, chega-se a

$$N^+ \sum_m \left\{ |g_m^{'+}|^2 \left[ (|A|^2 + |B|^2 + 2|C|^2 + |E|^2 + |F|^2) + 4\text{Re}\{C^*(A+B)\} + 2(\text{Re}\{AB^*\} + |C|^2 - \text{Re}\{EF^*\}) \right] + |g_m^{'(-)}|^2 \left[ (|A|^2 + |B|^2 + 2|C|^2 + |E|^2 + |F|^2) - 2(\text{Re}\{AB^*\} + |C|^2 - \text{Re}\{EF^*\}) \right] \right\}, \quad (\text{II.90})$$

onde se reconhecem os parâmetros  $I_0$ ,  $I_0^P$  e  $I_0 C_{nn}$ , dados em (II.82), (II.83) e (II.84). Introduzindo tais parâmetros,

$$N^+ \sum_m \left( |g_m^{'+(+)}|^2 \left[ I_0 + 2I_0^P + I_0 C_{nn} \right] + |g_m^{'(-)}|^2 \left[ I_0 - I_0 C_{nn} \right] \right), \quad (\text{II.91})$$

e isolando a distribuição de momentum distorcida (multiplicada por  $2J_A + 1$ ), a contribuição à seção de choque considerada assume a forma

$$N^+ \sum_m \sum_n |g_m^{'(n)}|^2 \cdot I_0 \left[ 1 + (1 + P_3) P + P_3 C_{nn} \right], \quad (\text{II.92})$$

com  $P_3$  dada pela expressão (II.79).

Para a contribuição da fração  $N^-$ , em (II.87), obtém-se, ao serem desenvolvidos os somatórios sobre  $s_1$ ,  $s_2$  e  $n$ ,

$$N^- \sum_m \left( \left| -g_m^{'(-)}(E - F)(\cos \bar{\theta} - i \sin \bar{\theta}) \right|^2 + \left| g_m^{'+(+)}(E + F) \right|^2 + \left| g_m^{'+(+)}(A - B) \right|^2 + \left| g_m^{'(-)}(A - 2C + B) \right|^2 \right). \quad (\text{II.93})$$

Esta parcela, depois de tratada da mesma maneira que a parcela em  $N^+$ , adquire, por sua vez, a forma

$$N^- \sum_m \sum_n |g_m^{'(n)}|^2 \cdot I_0 \left[ 1 + (-1 + P_3) P - P_3 C_{nn} \right]. \quad (\text{II.94})$$



Somando as duas contribuições, (II.92) e (II.94), e eliminando  $N^+$  e  $N^-$  em função de  $P_0$ , conforme (II.86), chega-se finalmente à expressão

$$\sum_{m_A, m_{A-1}} \sum_n \left| g_{m_A, m_{A-1}}^{(n)}(k_3) \right|^2 \times \\ \times I_0(T_{rel}, \bar{\theta}) \left[ 1 + (P_0 + P_3)P(T_{rel}, \bar{\theta}) + P_0 P_3 C_{nn}(T_{rel}, \bar{\theta}) \right], \quad (II.95)$$

que é a forma fatorada da seção de choque na situação de espalhamento em questão, a menos do fator cinemático e da delta de conservação de energia. Para qualquer outra situação de espalhamento, a equivalência entre as duas formas da seção de choque, (II.76) e (II.80), pode ser verificada de maneira semelhante.

A fatoração da seção de choque da reação ocorre, pode-se dizer, em duas etapas. Na primeira são fatoradas as parcelas do somatório sobre  $n$  da amplitude de transição  $T_{fi}$  (II.67), extraíndo-se os elementos de matriz de  $M$ , para cada uma das combinações de estados dos spins  $s_0$ ,  $s_1$  e  $s_2$  relevantes à situação que estiver sendo considerada. Na segunda, manipulando as parcelas referidas acima, é obtido o produto da seção de choque livre pela distribuição de momentum distorcida, mediante a associação de uma polarização efetiva ao próton ligado. A segunda etapa pressupõe, portanto, a validade da fatoração na primeira etapa, com os valores médios de cada elemento de matriz de  $M$ , em spin, ou de  $\bar{M}(s_1, s_2; s_0, s_n)$ , obtidos com os mesmos momentos. Garantido o primeiro estágio, nem sempre é possível, porém, obter a fatoração final de maneira exata. Isto ocorre, co

mo já foi mencionado antes, quando os potenciais óticos dependem de spin, ou isospin, pois neste caso não pode ser feita a média sobre as variações de spin, como se faz para os momenta, porque os elementos de matriz  $\bar{M}$  variam com spin de maneira discreta.

A seção de choque próton-próton livre (II.81) apresenta diferenças grandes entre seus valores obtidos com polarizações  $P_0$  e  $P_3$  paralelas e antiparalelas. Para os valores típicos de 4 mb/sr, 0.2 e 0.6 atribuídos aos parâmetros  $I_0$ ,  $P$  e  $C_{nn}$ , por exemplo, as seções de choque são da ordem de 8 mb/sr, para  $P_0 = P_3 = +1$ , 4.8 mb/sr, para  $P_0 = P_3 = -1$ , e 1.6 mb/sr, para  $P_0 = -P_3 = \pm 1$ ; na ref. [30] são apresentados resultados que mostram o comportamento da seção de choque livre no espalhamento coplanar assimétrico e que evidenciam diferenças apreciáveis entre os valores obtidos com polarizações paralelas e antiparalelas. Conseqüentemente, a existência da polarização efetiva do próton-alvo, se combinada com a exploração da referida propriedade da seção de choque livre, pode tornar as medidas com prótons incidentes polarizados bastante informativas e ampliar o poder das reações (p,2p) quase-livres como instrumento de investigação da estrutura dos núcleos.

### III - MODELO E CÁLCULOS

#### III.1 Generalidades

Vamos apresentar neste capítulo os resultados de cálculos relativos aos núcleos  $^{16}\text{O}$  e  $^{40}\text{Ca}$ , realizados para prótons incidentes polarizados e com energias de 215 e 320 MeV. A geometria do espalhamento considerado é a coplanar assimétrica, discutida na Seção II.1 (vide fig. 4); as polarizações dos núcleos alvo e residual, bem como as dos prótons emergentes, não são observadas.

Uma das tarefas essenciais é obter as grandezas

$$g_{m_A, m_{A-1}}^{(n)}(k_3) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{-ik_3 \cdot x} \psi_{m_A, m_{A-1}}^{(n)}(x) \Pi_j D_j(x) d^3x, \quad (\text{III.1})$$

associadas às componentes  $n$ , em spin,

$$\psi_{m_A, m_{A-1}}^{(n)}(x_1) = \langle s_n(1) t_p(1) | \psi_{m_A, m_{A-1}}(x_1, m_1, \mu_1) \rangle \quad (\text{III.2})$$

das diversas integrais de superposição

$$\psi_{m_A, m_{A-1}}(x_1, m_1, \mu_1) = A^{1/2} \int d^2x \Phi_{m_{A-1}}^*(x, m, \mu) \Phi_{m_A}(x_1, m_1, \mu_1; x, m, \mu) \quad (\text{III.3})$$

das funções de onda internas dos núcleos inicial e residual (vide (II.68a)-(II.70)). Somente a partir destes elementos é que podem ser obtidas a distribuição de momentum distorcida e a polarização efetiva do próton-alvo, fundamentais para a obtenção da seção de choque da reação. A fim de evitar complicações não

essenciais ao problema, adotamos para modelo nuclear o modelo extremo de partícula-única no esquema de acoplamento  $jj$  puro. Neste caso, desprezando, conseqüentemente, efeitos de rearranjo e de decaimento dos estados-furo,  $\psi_{m_A, m_{A-1}}^{(n)}(\tilde{x})$  é simplesmente a função de onda que o próton arrancado tem dentro do núcleo, antes de sua ejeção. Para núcleos de camadas fechadas, tais como o  $^{16}\text{O}$  e o  $^{40}\text{Ca}$ , isto parece ser uma aproximação suficientemente boa, tanto melhor quanto menos ligados os estados de partícula.

É oportuno mencionar que a informação obtida a respeito da integral de superposição no caso mais geral pode ser considerada como sendo um dos propósitos das experiências de reações quase-livres, pois é através dela que é feita a conexão com a estrutura dos núcleos. Sob este ponto de vista, o modelo aqui adotado e a particular escolha das funções de onda de partícula única para  $\psi_{m_A, m_{A-1}}$  não permitem apresentar mais do que exemplos ilustrativos do tipo de resultados que se pode esperar. É possível, no entanto, num estágio posterior, empregar modelos mais aprimorados, já introduzidos no caso de reações quase-livres com partículas não polarizadas (vide, por exemplo, refs. [59-62]).

No presente modelo a integral de superposição (III.3) é dada por

$$\psi_{jm}(\tilde{x}) = \sum_{\substack{m_\ell, n \\ m_\ell + n = m}} (\ell \ 1/2 \ m_\ell \ n | j m) \psi_{\ell m_\ell}(\tilde{x}) s_n, \quad (\text{III.4})$$

de modo que a amplitude de probabilidade (III.2) para encontrar

um próton com spin  $s_n$  na camada nuclear  $N\ell_j$ , estando o núcleo residual com orientação  $m_{A-1} \equiv m$  (para os núcleos em questão  $J_A = 0$  e  $m_A = 0$ ), é igual a

$$\psi_m^{(n)}(\underline{x}) = (\ell \ 1/2 \ m_\ell \ n | j m) \psi_{\ell m_\ell}(\underline{x}) ; \quad (\text{III.5})$$

$(\ell \ 1/2 \ m_\ell \ n | j m)$  é um coeficiente de Clebsch-Gordan. A partir desta, calcula-se

$$g_m^{(n)}(k_3) = (\ell \ 1/2 \ m_\ell \ n | j m) g'_{\ell m_\ell}(k_3) , \quad (\text{III.6})$$

onde

$$g'_{\ell m_\ell}(k_3) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{-i k_3 \cdot \underline{x}} \psi_{\ell m_\ell}(\underline{x}) \Pi_j D_j(\underline{x}) d^3x , \quad (\text{III.7})$$

e se obtêm a polarização efetiva e a distribuição de momentum distorcida, de acordo com as expressões (II.77)-(II.79) e (II.75), respectivamente.

Para obter as funções de onda distorcidas (II.63) e (II.64) dos prótons rápidos e identificar as funções de distorção  $D_j$ , necessárias ao cálculo de  $g_m^{(n)}(k_3)$ , utilizamos a aproximação semiclássica (WKB) [63-65]. Dentro desta aproximação as funções de distorção são dadas por

$$D_0(\underline{x}) = \exp \left[ -i \frac{E_0}{\hbar^2 c^2 k_0} \int_{-\infty}^0 U_0(\underline{x} + \hat{k}_0 s) ds \right] , \quad (\text{III.8})$$

$$D_j(\underline{x}) = \exp \left[ -i \frac{E_j}{\hbar^2 c^2 k_j} \int_0^{\infty} U_j(\underline{x} + \hat{k}_j s) ds \right] ; \quad (j=1,2) , \quad (\text{III.9})$$

onde  $U_j$  ( $j = 0, 1, 2$ ) são os potenciais óticos que atuam sobre os prótons e onde as integrais são efetuadas sobre as trajetórias clássicas das partículas. O emprego de tal aproximação é consistente com a fatoração da seção de choque da reação [19,66], pois ambas as aproximações pressupõem que as funções de onda distorcidas não se afastam apreciavelmente dos seus padrões de onda plana assintóticos. Isto significa que se uma delas for boa, a outra provavelmente também o será. Assinalamos que cálculos da distribuição de momentum distorcida realizados com a aproximação semiclássica e com o método mais exato das ondas parciais têm mostrado boa concordância entre si [67].

### III.2 Funções de Onda e Parâmetros

De acordo com o modelo nuclear adotado, o núcleo  $^{16}\text{O}$  possui três camadas de prótons,  $1p_{1/2}$ ,  $1p_{3/2}$  e  $1s_{1/2}$ , ao passo que o núcleo  $^{40}\text{Ca}$  possui seis,  $1d_{3/2}$ ,  $2s_{1/2}$ ,  $1d_{5/2}$ ,  $1p_{1/2}$ ,  $1p_{3/2}$  e  $1s_{1/2}$ . As funções de onda  $\psi_{\ell m_\ell}(\vec{x})$  necessárias para os cálculos referentes a cada uma das camadas são geradas por um potencial do tipo poço quadrado,

$$V(r) = \begin{cases} V, & r < R \\ 0, & r > R \end{cases}, \quad (\text{III.10})$$

sendo  $R$  a largura do poço e  $V$  a profundidade. Os parâmetros do potencial e das funções de onda são ajustados utilizando os valores experimentais das energias de separação, obtidas com reações quase-livres, e o raio quadrático médio experimental dos núcleos.

A largura do poço ou raio do núcleo, no modelo de distribuição uniforme de massa (vide (III.23)), está relacionada com o raio quadrático médio experimental através da relação

$$R^2 = \frac{5}{3} \langle r^2 \rangle_{\text{exp}} . \quad (\text{III.11})$$

Os valores de  $\sqrt{\langle r^2 \rangle}_{\text{exp}}$  utilizados nos cálculos são dados na tabela III.1, juntamente com os respectivos valores de R, e referem-se a medidas de espalhamento elástico elétron-núcleo [68].

	$^{16}\text{O}$	$^{40}\text{Ca}$
$\sqrt{\langle r^2 \rangle}_{\text{exp}} \text{ (fm)}$	2.64	3.52
R (fm)	3.41	4.54

TABELA III.1 - Raios quadráticos médios experimentais [68] dos núcleos e larguras dos potenciais geradores das funções de onda.

Como com R fixo não é em geral possível obter todos os valores experimentais das energias de separação com uma única profundidade do poço, adotamos profundidades diferentes, uma para cada estado, ajustadas de modo a reproduzi-los.

As funções de onda geradas pelo potencial poço quadrado, expressas em coordenadas esférico-polares, são

$$\psi_{\ell m_\ell}(r, \theta, \phi) = Y_{\ell m_\ell}(\theta, \phi) \cdot \begin{cases} R_\ell \text{ int}(r) , & r < R \\ R_\ell \text{ ext}(r) , & r > R \end{cases} . \quad (\text{III.12})$$

As expressões analíticas de  $R_\ell \text{ int}(r)$  e  $R_\ell \text{ ext}(r)$  são dadas [69] no Apêndice A, juntamente com outras relações úteis, para todos os estados em questão. Apresentamos aqui, para fins de ilustração e comentários, somente as que correspondem aos estados com  $\ell$  igual a 0;

$$R_0 \text{ int}(r) = \left[ \frac{2\beta}{\beta R + 1} \right]^{1/2} \frac{\text{sen}(\alpha r)}{r} , \quad (\text{III.13})$$

$$R_0 \text{ ext}(r) = \left[ \frac{2\beta\alpha^2}{(\alpha^2 + \beta^2)(\beta R + 1)} \right]^{1/2} \frac{e^{-\beta(r-R)}}{r} . \quad (\text{III.14})$$

Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  em cada um dos estados estão relacionados entre si e com a energia de separação através das relações

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{2m}{\hbar^2} |V| , \quad (\text{III.15})$$

$$\beta^2 = \frac{2m}{\hbar^2} S . \quad (\text{III.16})$$

Além destas existe outra obtida a partir da condição de continuidade da parte radial da função de onda na borda do poço (igualdade das derivadas logarítmicas de  $R_\ell \text{ int}(r)$  e  $R_\ell \text{ ext}(r)$  em  $R$ ), cuja forma depende do valor de  $\ell$  do estado nuclear. Para  $\ell=0$ , por exemplo, ela é dada por



$$\alpha \cotg(\alpha R) = -\beta . \quad (\text{III.17})$$

As relações que correspondem aos valores de  $\ell$  usados encontram-se no Apêndice A. Para determinar os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $V$  ( $R$  já se pressupõe conhecido), note-se que  $\beta$  está diretamente relacionado com a energia de separação, através de (III.16). Uma vez estabelecido  $\beta$ , de valores experimentais de  $S$ , determina-se  $\alpha$  mediante a relação (III.17), ou análoga para  $\ell \neq 0$ . A profundidade do poço é encontrada então através da expressão (III.15). Os valores de  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $V$  para os estados nucleares considerados acham-se listados, juntamente com as energias de separação utilizadas [9,70,71], nas tabelas III.2 e III.3. No caso do  $^{40}\text{Ca}$ , os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  não estão resolvidos experimentalmente até o presente momento, razão pela qual consideramos os mesmos parâmetros para ambos.

Núcleo  $^{16}_0$

	$1p_{1/2}$	$1p_{3/2}$	$1s_{1/2}$
$S$ (MeV)	12	19	44
$\alpha$ ( $\text{fm}^{-1}$ )	1.04756	1.07484	0.77787
$\beta$ ( $\text{fm}^{-1}$ )	0.76049	0.95693	1.45623
$-V$ (MeV)	34.8	43.0	56.6

TABELA III.2 - Energias de separação [9], profundidades do poço de potenciale parâmetros das funções de onda dos estados do  $^{16}_0$ .

Núcleo  $^{40}\text{Ca}$ 

	$1d_{3/2}$	$2s_{1/2}$	$1d_{5/2}$	$1p$	$1s_{1/2}$
S (MeV)	8.6	10.8	15	34	50
$\alpha$ ( $\text{fm}^{-1}$ )	1.05350	1.15954	1.07622	0.85958	0.60908
$\beta$ ( $\text{fm}^{-1}$ )	0.64380	0.72147	0.85026	1.28010	1.55235
-V (MeV)	31.6	38.7	39.0	49.3	57.7

TABELA III.3 - Energias de separação [70,71], profundidades do poço de potencial e parâmetros das funções de onda dos estados do  $^{40}\text{Ca}$ .

Devemos mencionar ainda um pequeno detalhe referente à parametrização. Quando se toma a largura  $R$  do potencial poço quadrado igual ao raio do núcleo (III.11), constata-se que o raio quadrático médio do núcleo, calculado com os parâmetros obtidos segundo o procedimento acima, não concorda com o valor experimental, dado na tabela III.1. Para o  $^{16}\text{O}$  obtém-se 2.61 fm e para o  $^{40}\text{Ca}$ , 3.47 fm. As diferenças, contudo, são desprezíveis frente a erros experimentais.

A fim de comparar os resultados deste trabalho com os apresentados na Tese de M.R.Teodoro [30], consideramos no conjunto de cálculos referentes ao  $^{16}\text{O}$  a 215 MeV os mesmos parâmetros utilizados naquela Tese. Eles não coincidem exatamente com os da tabela III.2, em vista de uma diferença na energia de separação do estado  $1s_{1/2}$  e pelo fato de terem sido obtidos de modo a reproduzir exatamente o valor tabelado [69] do raio quadrá

tico médio experimental.

### III.3 Potenciais Óticos e Parâmetros

Os potenciais óticos adotados para efetuar os cálculos apresentados neste capítulo são puramente centrais. A rigor dever-se-ia, também, incluir a parte dependente do acoplamento spin-órbita, já que as polarizações dos prótons incidentes e emergentes são em princípio afetadas por este termo. No Capítulo V são apresentadas avaliações quantitativas [22,33,34] de sua influência sobre o  $^{16}\text{O}$  e sobre o  $^{40}\text{Ca}$ , constatando-se que os efeitos não justificam, por ora, a inclusão explícita desta parte nos cálculos, pelo menos para núcleos leves ou quando se está interessado em exemplos ilustrativos.

Os potenciais óticos utilizados são atrativos e do tipo poço quadrado,

$$U = \begin{cases} V + iW, & r < R \\ 0 & , \quad r > R \end{cases}, \quad (\text{III.18})$$

com alcance  $R$  igual à largura do potencial gerador das funções de onda  $\psi_{\ell m_{\ell}}$ , ou seja, igual ao raio do núcleo (dado na tabela III.1). Como já foi mencionado na Introdução, uma diferença entre os cálculos neste trabalho e aqueles apresentados na Tese de M.R.Teodoro [30] é a inclusão, neste, da parte real dos potenciais óticos.

Com tais potenciais, as funções  $D_j$ , (III.8) e (III.9), assumem a forma

$$D_j = e^{-\frac{E_j}{\hbar^2 c^2 k_j} (|W_j| + iV_j)\lambda_j} ; \quad j = 0, 1, 2 , \quad (\text{III.19})$$

onde  $\lambda_j$  são as distâncias percorridas pelos prótons dentro da região de atuação dos potenciais, para um dado ponto  $x$ .

As partes imaginárias  $W_j$ , responsáveis pela absorção dos prótons rápidos, são expressas em função dos seus livres caminhos médios  $\lambda_j$  dentro do núcleo através da relação efetiva

$$|W_j| = \frac{\hbar^2 c^2 k_j}{2E_j} \frac{1}{\lambda_j} ; \quad j = 0, 1, 2 . \quad (\text{III.20})$$

Esta relação é obtida igualando-se  $|D_j|^2$ , obtida de (III.19), à distribuição de Poisson

$$P(\lambda_j) = e^{-\frac{\lambda_j}{\lambda_j}} ; \quad j = 0, 1, 2 . \quad (\text{III.21})$$

Na obtenção de  $\lambda_j$  usamos a seguinte expressão clássica, na qual é desprezada a velocidade dos núcleons pertencentes ao núcleo frente à velocidade dos prótons rápidos:

$$\lambda_j = \frac{1}{\rho \sigma_j} ; \quad (\text{III.22})$$

$\rho$  representa a densidade de núcleons e  $\sigma_j$ , a seção de choque total próton-núcleon dentro do núcleo.

A densidade  $\rho$  é constante na região do núcleo, já que o potencial ótico é do tipo poço quadrado, e é dada por

$$\rho = \frac{A}{\frac{4\pi}{3} R^3} . \quad (\text{III.23})$$

Com esta forma, obtida a partir da condição

$$\int \rho dV = 4\pi \int \rho r^2 dr = A , \quad (\text{III.24})$$

obtêm-se a relação (III.11). Observamos que  $\rho$  é a densidade média de matéria nuclear do núcleo em estudo e não a densidade da matéria nuclear infinita.

As colisões dos prótons incidente e emergentes dentro do núcleo sofrem a influência do princípio de exclusão de Pauli e, por esta razão, a seção de choque  $\sigma_j$  utilizada em (III.22) não é a de espalhamento próton-próton livre. Levando em conta tal princípio, segundo Goldberger [72],  $\sigma$  é dada em função da seção de choque livre  $\sigma_0$ , no caso de matéria nuclear, através de

$$\sigma(T_0) = \sigma_0(R) \cdot \begin{cases} \left[ 1 - \frac{7}{5} \frac{\epsilon_F}{T} \right] , & T > 2\epsilon_F \\ \left[ 1 - \frac{7}{5} \frac{\epsilon_F}{T} + \frac{2}{5} \frac{\epsilon_F}{T} \left( 2 - \frac{T}{\epsilon_F} \right)^{5/2} \right] , & T < 2\epsilon_F , \end{cases} \quad (\text{III.25})$$

onde  $T_0$  e  $T$  são, respectivamente, as energias cinéticas das partículas incidente e emergentes fora e dentro da matéria nuclear ( $T = T_0 - V$ ) e  $\epsilon_F$  é a energia de Fermi. O potencial  $V$ , na relação entre  $T$  e  $T_0$ , corresponde à parte real do potencial óptico (III.18) e pode ser obtido, por exemplo, para fins da correção de Goldberger à seção de choque, da ref. [73].

Empregamos a expressão (III.25) acima, ou mais preci

samente, aquela que corresponde a  $T > 2\varepsilon_F$ , tendo, porém, o cuidado de adaptar os valores de  $V$  e  $\varepsilon_F$  da ref. [73] à densidade média do núcleo em estudo. A seção de choque  $\sigma_0$  usada é a média dos valores experimentais das seções de choque próton-próton e próton-nêutron dados na ref. [74].

Os valores de  $\lambda_j$  encontram-se nas tabelas III.4, III.5, III.6 e III.7, juntamente com as partes imaginárias  $W_j$  dos potenciais óticos. No conjunto que se refere à energia incidente de 320 MeV aproximamos  $\lambda_j$  a um valor único, por questão de simplicidade. Os coeficientes  $\alpha_j$ , que aparecem nas referidas tabelas, representam as razões entre as partes real e imaginária dos potenciais óticos utilizados ( $V_j = \alpha_j W_j$ ), sendo coerentes com dados experimentais apresentados na ref. [75]. A fim de ressaltar a dependência em energia dos potenciais óticos, apresentamos também, nas mesmas tabelas, as respectivas energias cinéticas  $T_j$  dos prótons.

Com os potenciais óticos dados em função de  $\lambda_j$  e  $\alpha_j$ , as distorções sofridas pelos prótons assumem simplesmente a forma

$$D_j(\chi) = e^{-\frac{\ell_j}{2\lambda_j}(1 - i\alpha_j)} ; \quad j = 0, 1, 2 \quad (\text{III.26})$$

na região física de interesse.

Núcleo  $^{16}_0$

$$\begin{array}{lll}
 \underline{T_0 = 215 \text{ MeV}}, & \lambda_0 = 3.94 \text{ fm}, & -W_0 = 14.6 \text{ MeV} \\
 & \alpha_0 = 0.7 & , \quad -V_0 = 10.2 \text{ MeV} \\
 T_2 = 50 \text{ MeV}, & \lambda_2 = 2.89 \text{ fm}, & -W_2 = 10.7 \text{ MeV} \\
 & \alpha_2 = 3.2 & , \quad -V_2 = 34.3 \text{ MeV}
 \end{array}$$

	$1p_{1/2}$	$1p_{3/2}$	$1s_{1/2}$
$T_1$ (MeV)	153	146	127
$\lambda_1$ (fm)	3.80	3.45	3.60
$\alpha_1$	1.3	1.3	1.6
$-W_1$ (MeV)	13.26	14.33	12.98
$-V_1$ (MeV)	17.24	18.63	20.76

TABELA IV.4 - Parâmetros referentes aos potenciais óticos utilizados no caso do  $^{16}_0$  com energia incidente de 215 MeV.

Núcleo  $^{16}_0$

$$\begin{array}{lll}
 \underline{T_0 = 320 \text{ MeV}}, & \lambda_0 = 3.6 \text{ fm}, & -W_0 = 18.3 \text{ MeV} \\
 & \alpha_0 = 0.33, & -V_0 = 6.0 \text{ MeV} \\
 T_2 = 80 \text{ MeV}, & \lambda_2 = 3.6 \text{ fm}, & -W_2 = 10.6 \text{ MeV} \\
 & \alpha_2 = 2.67, & -V_0 = 28.4 \text{ MeV}
 \end{array}$$

	$1p_{1/2}$	$1p_{3/2}$	$1s_{1/2}$
$T_1$ (MeV)	228	221	196
$\lambda_1$ (fm)	3.6	3.6	3.6
$\alpha_1$	0.63	0.66	0.78
$-W_1$ (MeV)	16.3	16.1	15.4
$-V_1$ (MeV)	10.3	10.6	12.0

TABELA IV.5 - Parâmetros referentes aos potenciais óticos utilizados no caso do  $^{16}_0$  com energia incidente de 320 MeV.



Núcleo  $^{40}\text{Ca}$

$$\begin{array}{lll}
 \underline{T_0 = 215 \text{ MeV}}, & \lambda_0 = 3.72 \text{ fm}, & -W_0 = 15.4 \text{ MeV} \\
 & \alpha_0 = 0.7 \quad , & -V_0 = 10.8 \text{ MeV} \\
 T_2 = 50 \text{ MeV}, & \lambda_2 = 2.82 \text{ fm}, & -W_2 = 11.0 \text{ MeV} \\
 & \alpha_2 = 3.2 \quad , & -V_2 = 35.2 \text{ MeV}
 \end{array}$$

	$1d_{3/2}$	$2s_{1/2}$	$1d_{5/2}$	$1p$	$1s_{1/2}$
$T_1$ (MeV)	156.4	154.2	150.0	131.0	115.0
$\lambda_1$ (fm)	3.48	3.45	3.66	3.62	3.52
$\alpha_1$	1.2	1.3	1.3	1.5	1.7
$-W_1$ (MeV)	14.6	14.6	13.7	13.1	12.7
$-V_1$ (MeV)	17.5	19.0	17.8	19.6	21.6

TABELA IV.6 - Parâmetros referentes aos potenciais óticos utilizados no  $^{40}\text{Ca}$  com energia incidente de 215 MeV.

Núcleo  $^{40}\text{Ca}$

$$\begin{array}{lll}
 \underline{T_0 = 320 \text{ MeV}}, & \lambda_0 = 3.6 \text{ fm}, & -W_0 = 18.3 \text{ MeV} \\
 & \alpha_0 = 0.33, & -V_0 = 6.0 \text{ MeV} \\
 T_2 = 80 \text{ MeV}, & \lambda_2 = 3.6 \text{ fm}, & -W_0 = 10.6 \text{ MeV} \\
 & \alpha_2 = 2.67, & -V_0 = 28.4 \text{ MeV}
 \end{array}$$

	$1d_{3/2}$	$2s_{1/2}$	$1d_{5/2}$	$1p$	$1s_{1/2}$
$T_1$ (MeV)	231.4	229.2	225.0	206.0	190.0
$\lambda_1$ (fm)	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6
$\alpha_1$	0.63	0.63	0.74	0.74	0.82
$-W_1$ (MeV)	16.4	16.3	16.2	15.7	15.2
$-V_1$ (MeV)	10.3	10.3	12.0	11.6	12.5

TABELA IV.7 - Parâmetros referentes aos potenciais óticos utilizados no  $^{40}\text{Ca}$  com energia incidente de 320 MeV.

### III.4 Resultados

Os gráficos apresentados neste capítulo contêm as seguintes grandezas: polarizações efetivas  $P_3$ , distribuições de momentum distorcidas

$$|g'|^2 = \sum_m \sum_n |g'_m{}^{(n)}(k_3)|^2 \quad (\text{III.27})$$

e seções de choque de correlação angular

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE} = \int dE_2 \frac{d^6\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE dE_2} \quad (\text{II.28})$$

Como pode ser visto nas figuras, o eixo das ordenadas identifica a grandeza apresentada, ao passo que o eixo das abcissas, em todas elas, se refere ao momentum  $k_3$  do próton arrancado, antes de sua ejeção. Os semi-eixos positivos e negativos de  $k_3$  correspondem respectivamente aos sinais positivos e negativos do produto escalar  $k_3 \cdot k_0$ . Lembramos que a orientação de  $k_3$  não é exatamente fixa, mas varia, se bem que lentamente, no plano de espalhamento à medida que o ângulo  $\theta_2$  varia (vide fig. 4). A orientação é determinada univocamente pelo módulo e sinal de  $k_3$  sobre o eixo das abcissas, sendo aproximadamente ortogonal a  $k_2$ .

Em todos os cálculos das seções de choque de correlação angular, o sistema de referência C.M. utilizado para a obtenção da seção de choque próton-próton livre é aquele que corresponde à situação cinemática inicial, antes da colisão de ejeção, conforme já foi dito na seção II.2.

Nas figuras das seções de choque de correlação angular as curvas com setas apontando para cima correspondem a resultados obtidos com prótons incidentes totalmente polarizados para cima, ortogonalmente ao plano de espalhamento. Analogamente, setas apontando para baixo indicam polarização total para baixo.

Em algumas curvas aparecem fatores de redução multiplicando os valores reais das grandezas correspondentes, para que caibam nos gráficos com as escalas indicadas.

Nos gráficos das polarizações efetivas encontram-se símbolos da forma  $\leftrightarrow$  sobre o eixo das abcissas, em geral perto de  $0.5$  e  $-0.5 \text{ fm}^{-1}$ , indicando o intervalo aproximado onde se encontram as posições dos máximos das distribuições de momentum e ressaltando, dessa maneira, as regiões onde os valores das polarizações são de maior interesse.

Os resultados apresentados são, via de regra, obtidos com potencial ótico (central) completo, ou seja, composto das partes real e imaginária. No caso do núcleo  $^{16}\text{O}$  a  $215 \text{ MeV}$ , por exemplo, a novidade em relação aos cálculos já apresentados na ref. [30] (usamos os mesmos parâmetros e geometria) está na inclusão da parte real do potencial ótico. Contudo, sempre que possível, apresentamos resultados obtidos só com a parte imaginária, para que, em confronto com os cálculos com potencial completo, se possa apreciar de imediato a influência da parte real.

As curvas foram traçadas utilizando de 13 a 16 pontos, determinados numericamente com auxílio de computador. Na obtenção desses pontos, a parte computacional mais demorada (dis

tribuição de momentum e polarização) foi programada em linguagem Algol e efetuada no computador B6700 do Centro de Processamento de Dados da UFRGS. Os tempos típicos de processamento por estado nuclear, considerando o potencial ótico completo, foram da ordem de 5, 7, 12 e 35 minutos para os estados  $1s$ ,  $2s$ ,  $1p$  e  $1d$ , respectivamente. Posteriormente, com os dados obtidos no B6700 e os deslocamentos de fase da ref. [76], calculamos as seções de choque próton-próton livres e as seções de choque das correlações angulares. Nesse último estágio, os programas foram feitos em Fortran 4 e executados no computador HP-2100A do Instituto de Física da UFRGS. O tempo total de processamento gasto no trabalho todo, sem contar os testes, foi da ordem de 5 horas e meia (dominantemente no B6700)\*.

As figuras 6 e 7 mostram as polarizações efetivas para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  do  $^{16}O$ , para as energias de 215 e 320 MeV, respectivamente.

Nas figuras 8 e 9 aparecem as distribuições de momentum distorcidas que correspondem aos estados  $1p_{1/2}$ ,  $1p_{3/2}$  e  $1s_{1/2}$  do  $^{16}O$ , para as energias de 215 e 320 MeV, respectivamente.

As seções de choque de correlação angular para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  do  $^{16}O$  a 215 MeV são apresentadas na figura 10. Na figura 11, a mesma coisa, só que a 320 MeV. Para o estado  $1s_{1/2}$  do  $^{16}O$  as seções de choque com energia incidente de 215 MeV e 320 MeV aparecem nas figuras 12 e 13, respectivamente.

Os resultados restantes se referem ao  $^{40}Ca$ . As figu-

---

\* Agradecemos a colaboração de M.R.Teodoro na parte computacional.

ras 14 e 15 mostram as polarizações efetivas para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  a 215 e 320 MeV, respectivamente, nas quais  $P_3(1p_{3/2}) = -\frac{1}{2} P_3(1p_{1/2})$ . Esta relação entre as polarizações decorre do fato de serem encarados como degenerados os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$ , já que ainda não existe resolução experimental entre eles, e de ser nula a polarização  $\sum_j (2j+1)P_3(1p_j)$  do "feixe" composto pela totalidade dos prótons na camada  $1p$  [29,30].

As polarizações para os estados  $1d_{3/2}$  e  $1d_{5/2}$  são apresentadas nas figuras 16 e 17, a 215 e 320 MeV, respectivamente.

A figura 18 mostra as distribuições de momentum distorcidas dos estados  $2s_{1/2}$ ,  $1d_{3/2}$  e  $1d_{5/2}$  para 215 MeV. Os mesmos estados aparecem novamente na figura 19, com energia de 320 MeV.

Nas figuras 20 e 21 são apresentadas, para 215 e 320 MeV, respectivamente, as distribuições de momentum dos estados  $1p_{1/2}$  e  $1s_{1/2}$ . Para o estado  $1p_{3/2}$  a distribuição de momentum é igual ao dobro da distribuição do estado  $1p_{1/2}$ , em vista da degenerescência dos estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$ .

As seções de choque relativas aos estados  $1d_{3/2}$  e  $2s_{1/2}$  para 215 MeV são vistas na figura 22. São as únicas seções de choque que apresentamos para esta energia. As seções de choque para os estados  $2s_{1/2}$  e  $1s_{1/2}$  a 320 MeV estão nas figuras 23 e 24.

A figura 25 mostra as seções de choque para os estados  $1d_{3/2}$  e  $1d_{5/2}$  a 320 MeV e a figura 26, as seções de choque para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  a 320 MeV.

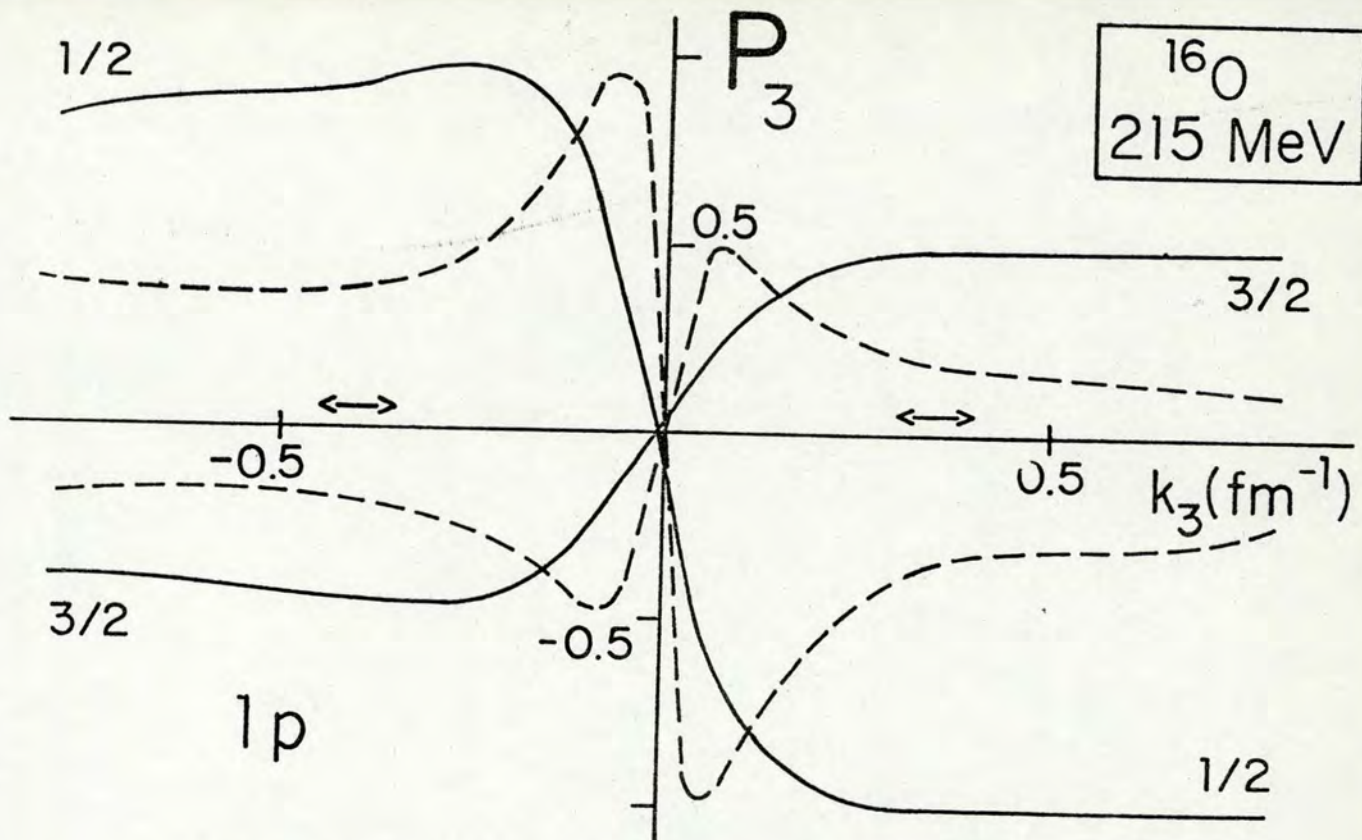


FIGURA 6 - Polarizações efetivas calculadas para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  do  $^{16}\text{O}$  a 215 MeV, com (curvas cheias) e sem (curvas tracejadas [30]) parte real nos potenciais óticos.

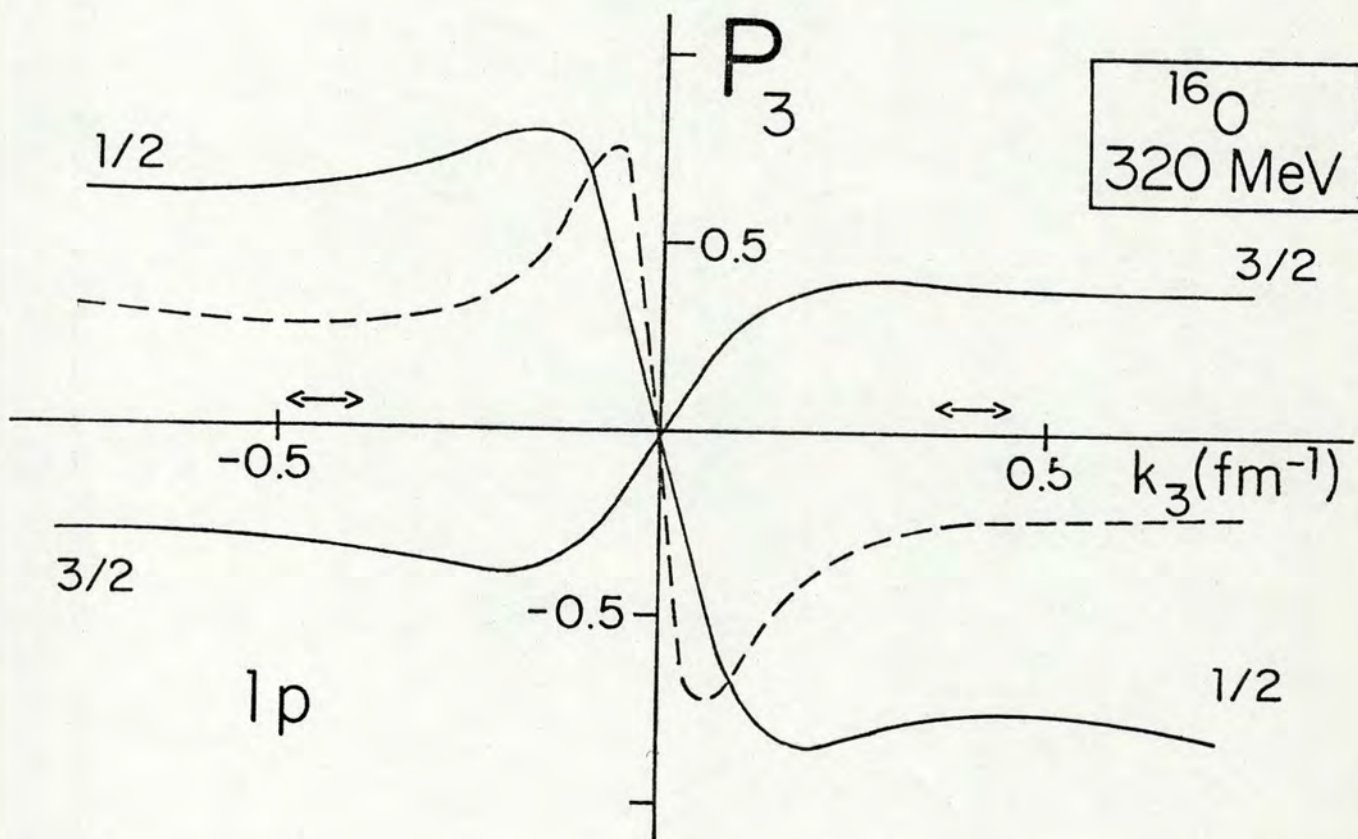


FIGURA 7 - Polarizações efetivas calculadas para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  do  $^{16}\text{O}$  a 320 MeV, com (curvas cheias [22]) e sem (curva tracejada) parte real nos potenciais óticos.

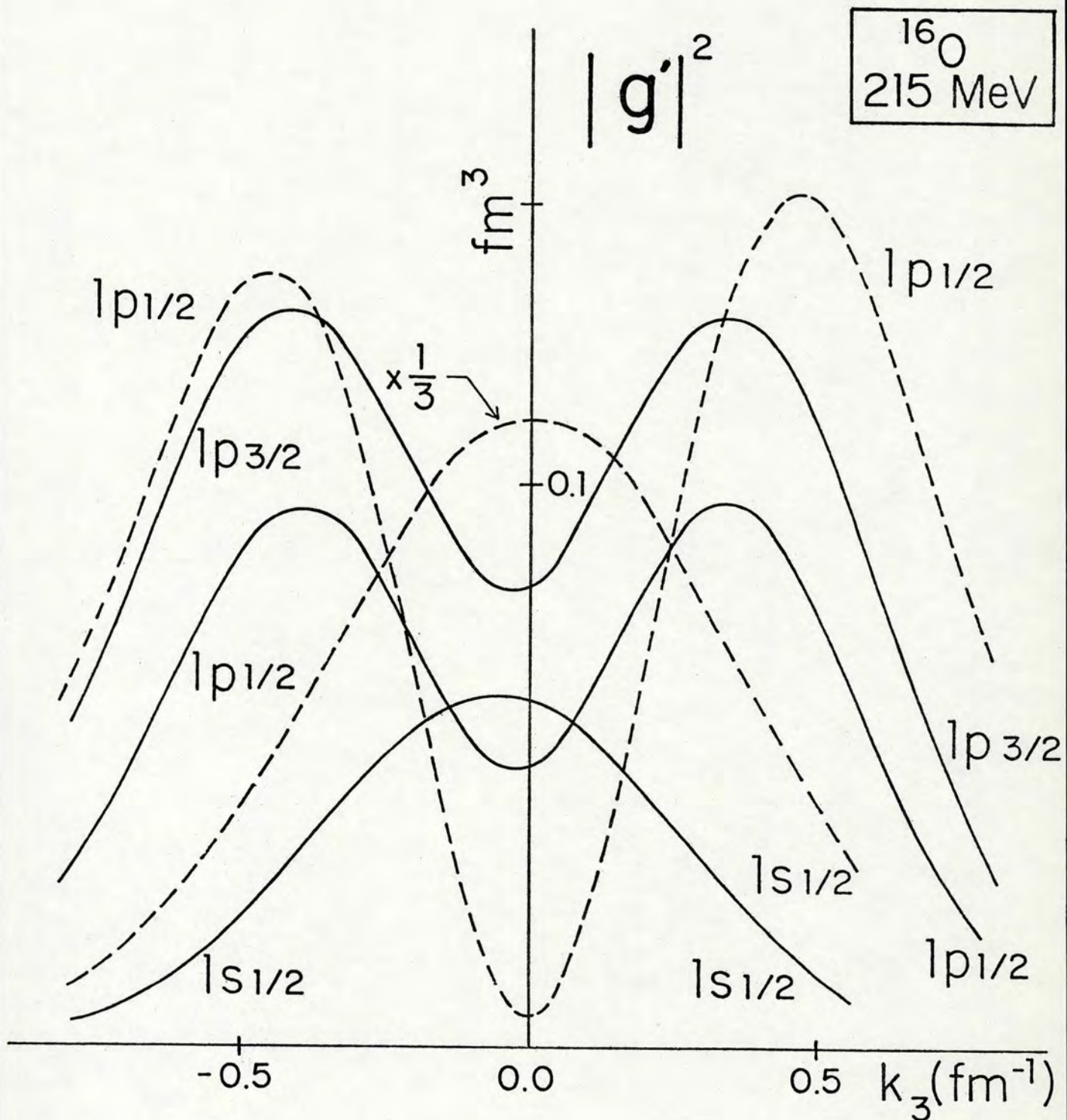


FIGURA 8 - Distribuições de momentum distorcidas calculadas para os estados do  $^{16}\text{O}$  a 215 MeV, com (curvas cheias) e sem (curvas tracejadas <sup>[30]</sup>) parte real nos potenciais óticos.



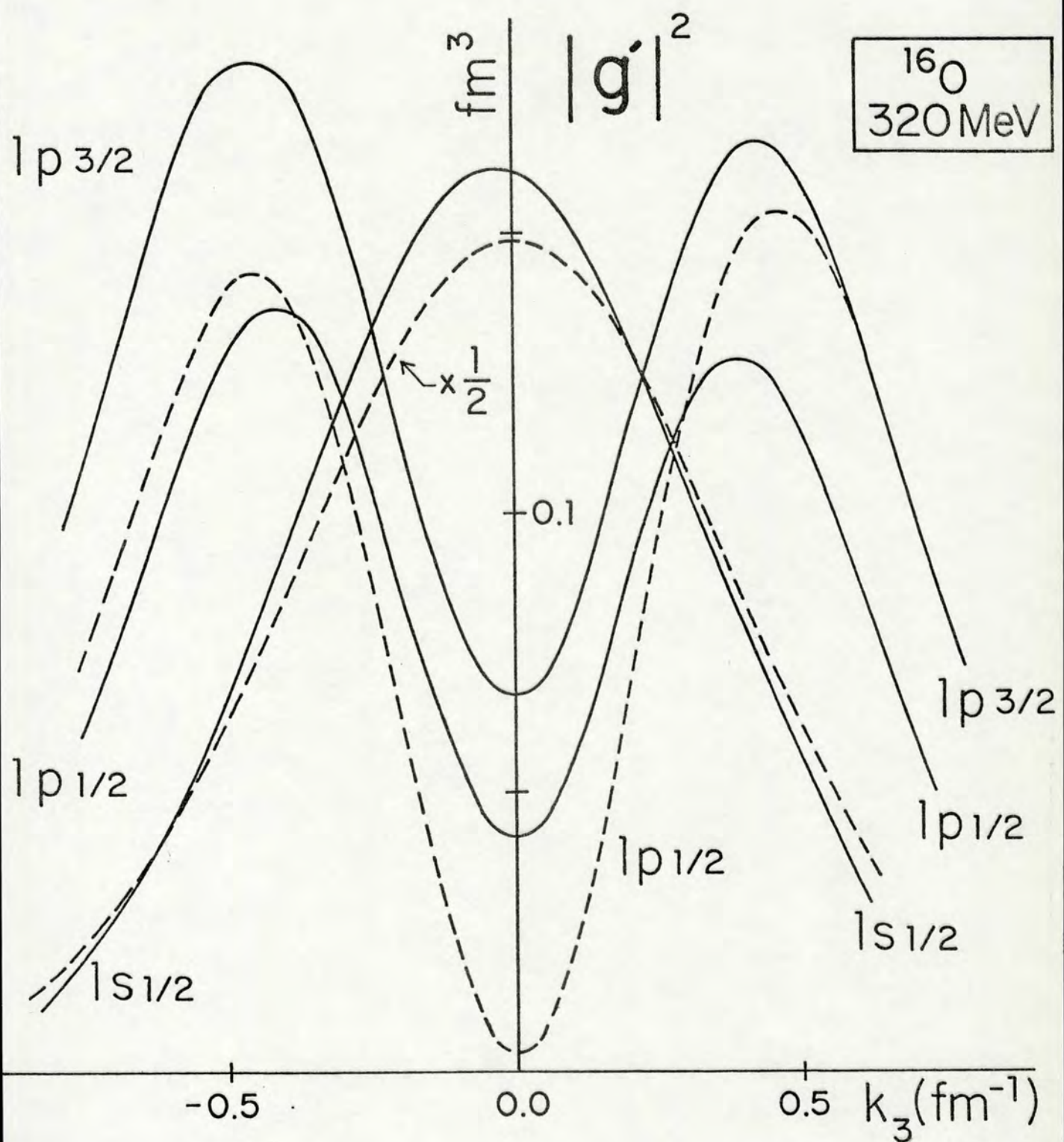


FIGURA 9 - Distribuições de momentum distorcidas calculadas para os estados do  $^{16}\text{O}$ , com (curvas cheias [22]) e sem (curvas traçadas) parte real nos potenciais óticos.

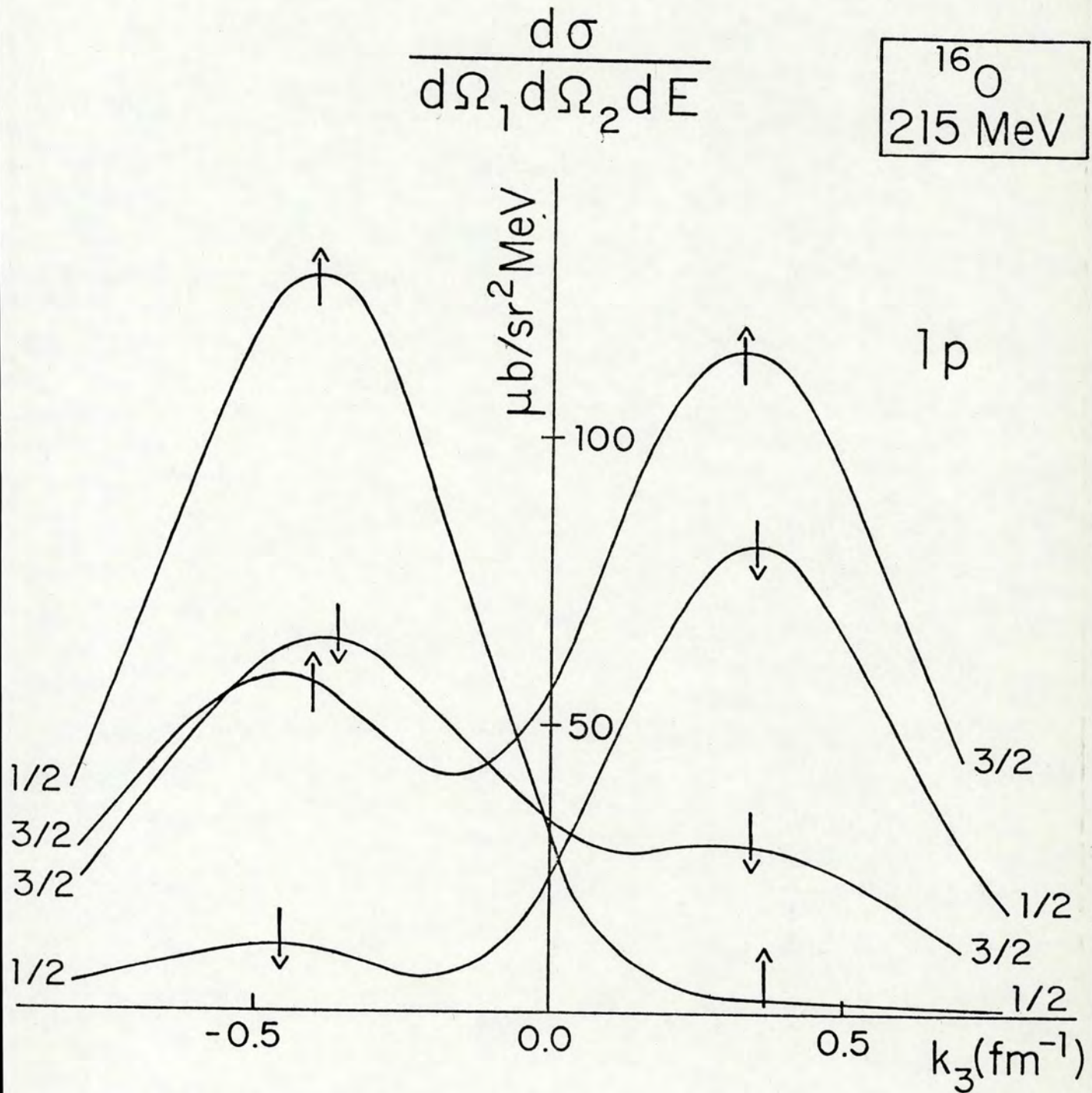


FIGURA 10 - Seções de choque de correlação angular calculadas para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  do  $^{16}\text{O}$  a 215 MeV, com parte real nos potenciais óticos.

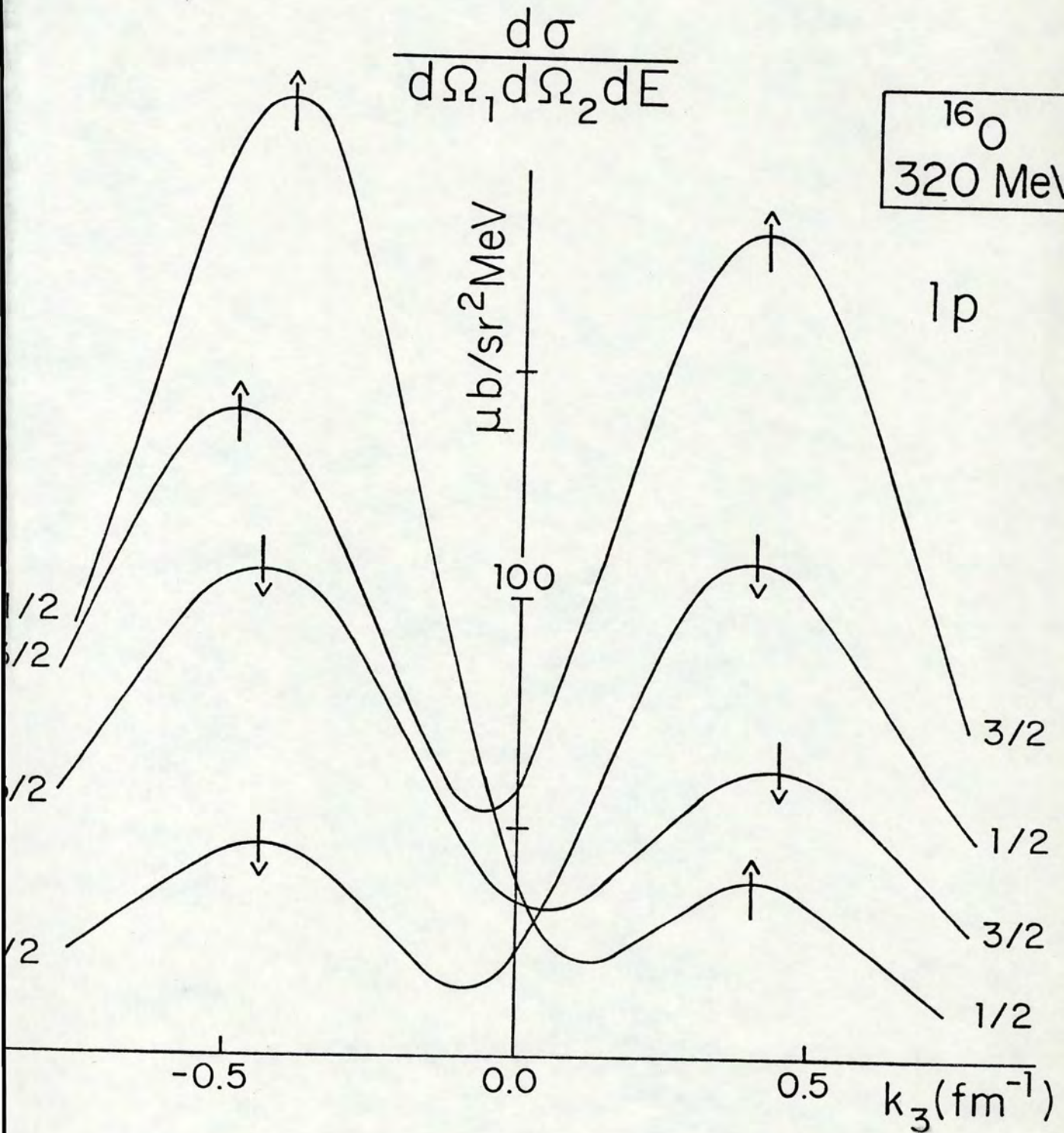


FIGURA 11 - Seções de choque de correlação angular calculadas [22] para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  do  $^{16}\text{O}$  a 320 MeV, com parte real nos potenciais óticos.

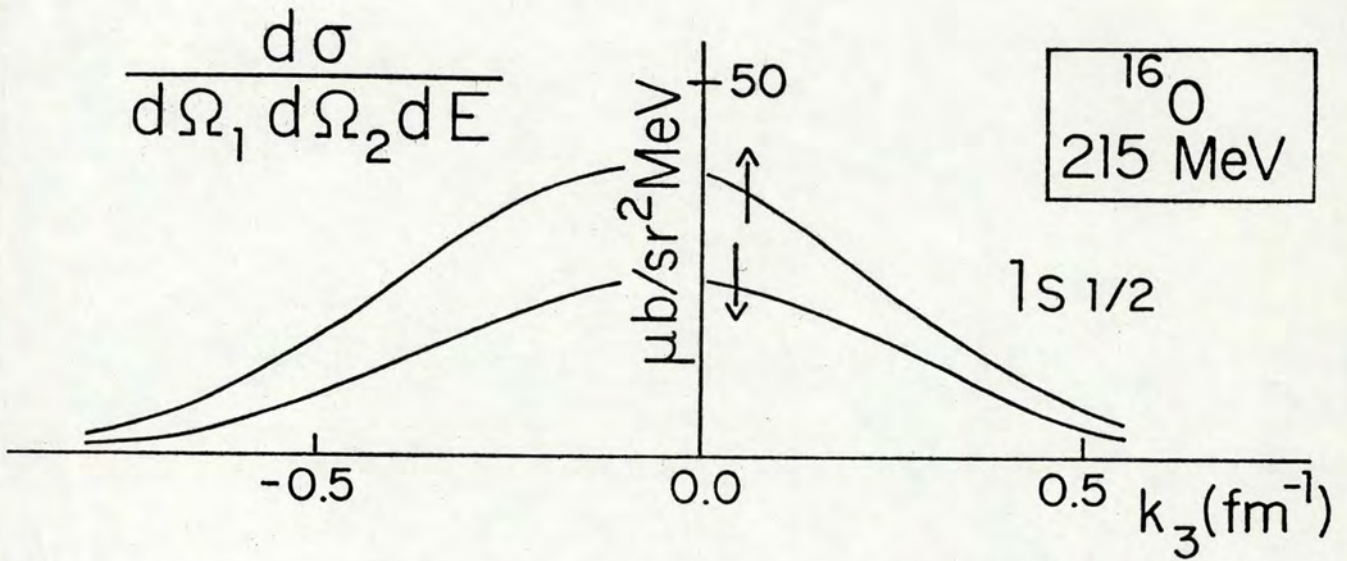


FIGURA 12 - Seções de choque de correlação angular calculadas para o estado  $1s_{1/2}$  do  $^{16}O$  a 215 MeV, com parte real nos potenciais óticos.

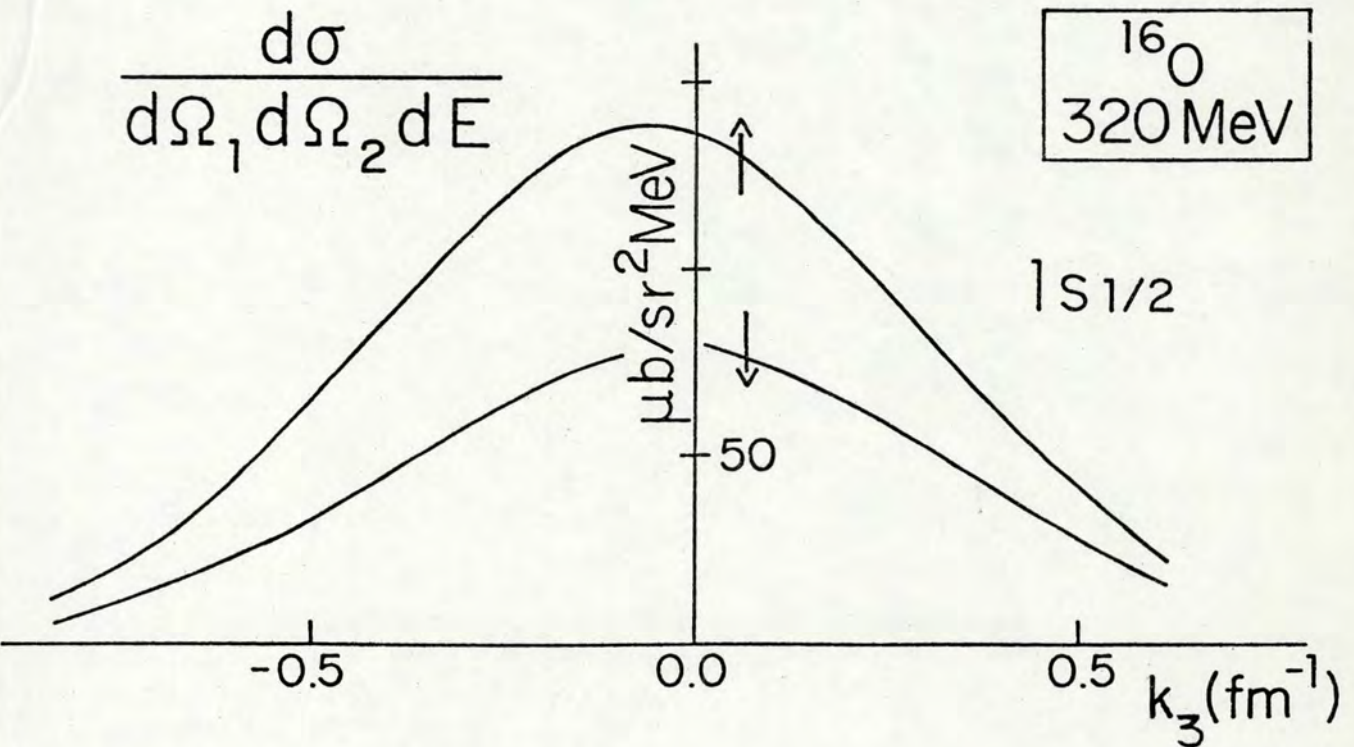


FIGURA 13 - Seções de choque de correlação angular calculadas [22] para o estado  $1s_{1/2}$  do  $^{16}O$  a 320 MeV, com parte real nos potenciais óticos.

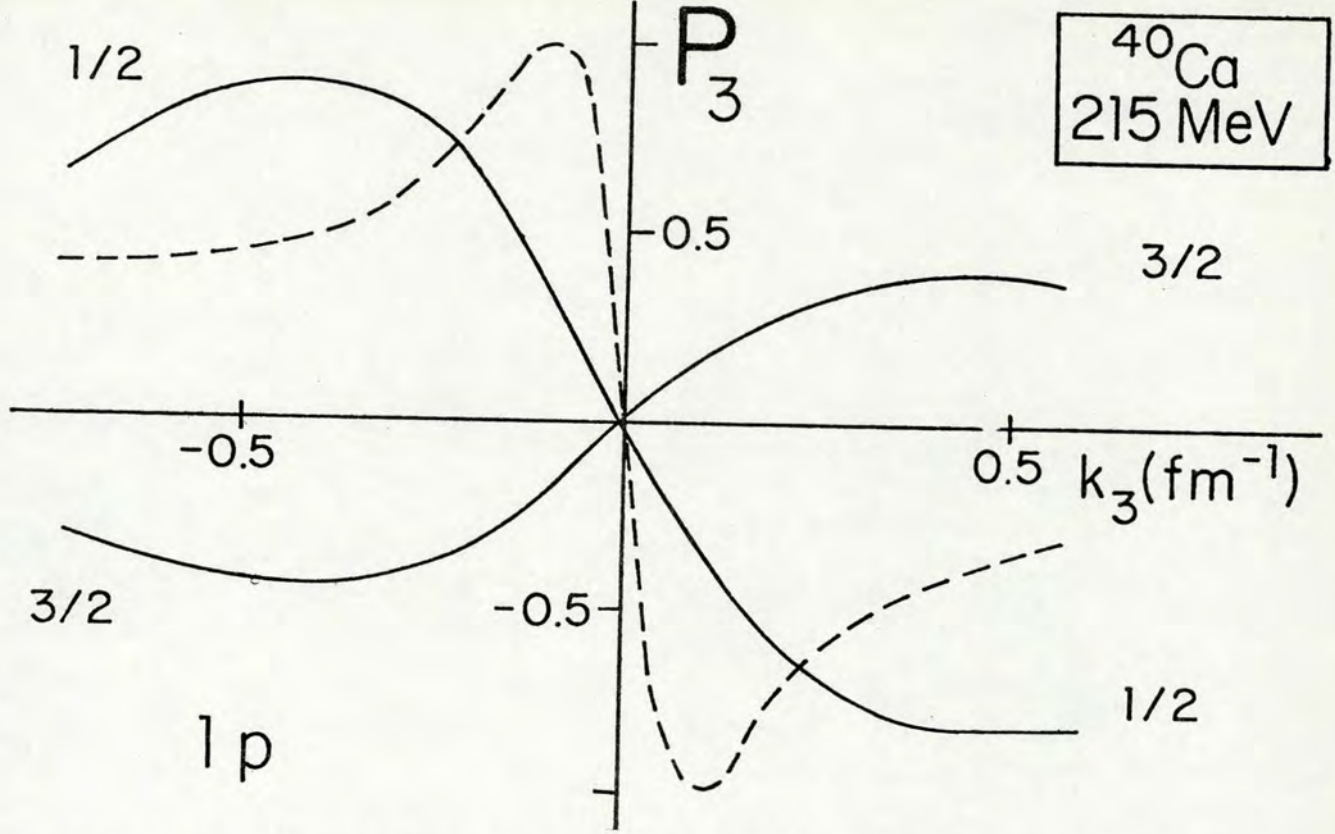


FIGURA 14 - Polarizações efetivas calculadas para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 215 MeV, com (curvas cheias) e sem (curva tracejada) parte real nos potenciais óticos.  $P_3(1p_{3/2}) = -\frac{1}{2} P_3(1p_{1/2})$ .

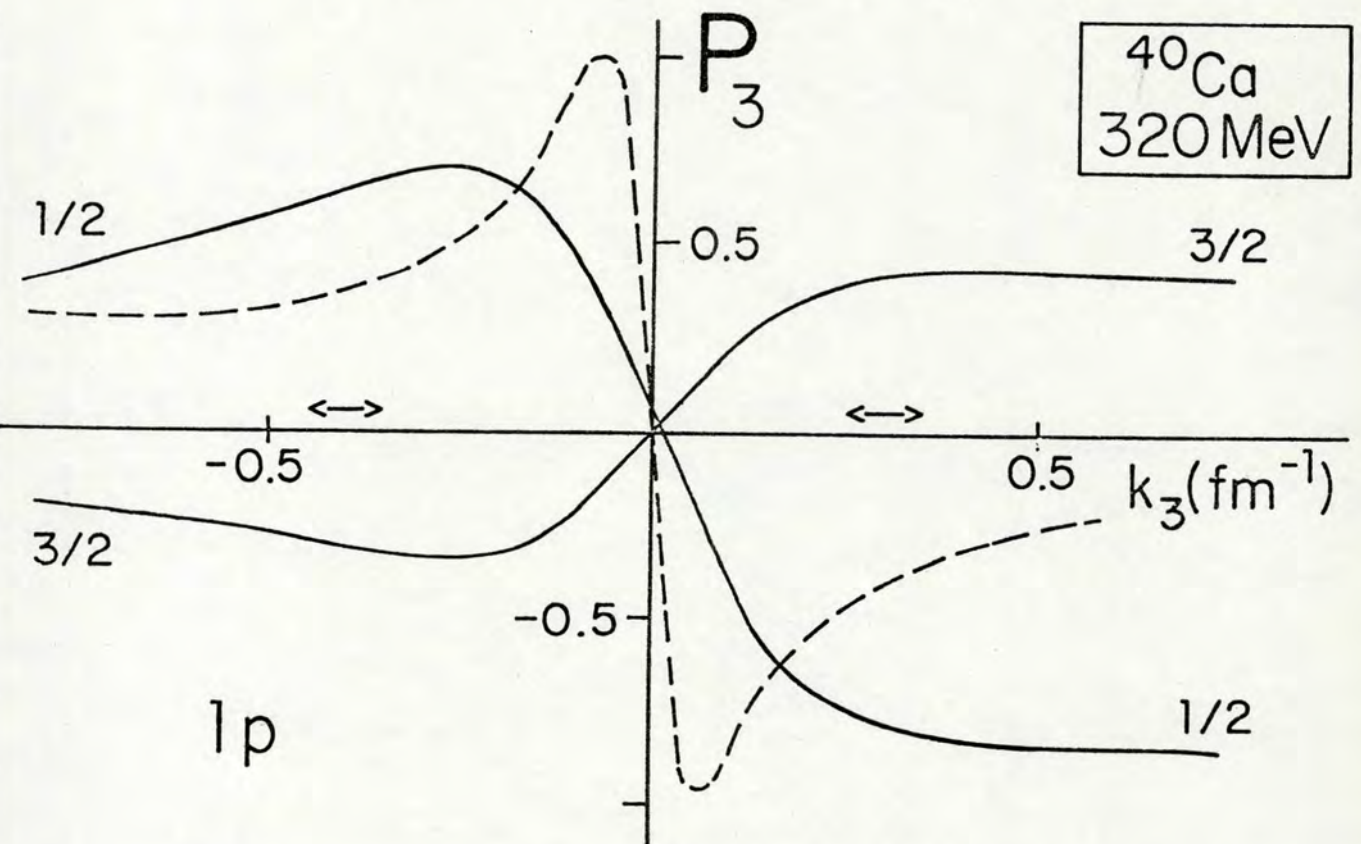


FIGURA 15 - Polarizações efetivas calculadas para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 320 MeV, com (curvas cheias [22]) e sem (curva tracejada) parte real nos potenciais óticos.  $P_3(1p_{3/2}) = -\frac{1}{2} P_3(1p_{1/2})$ .

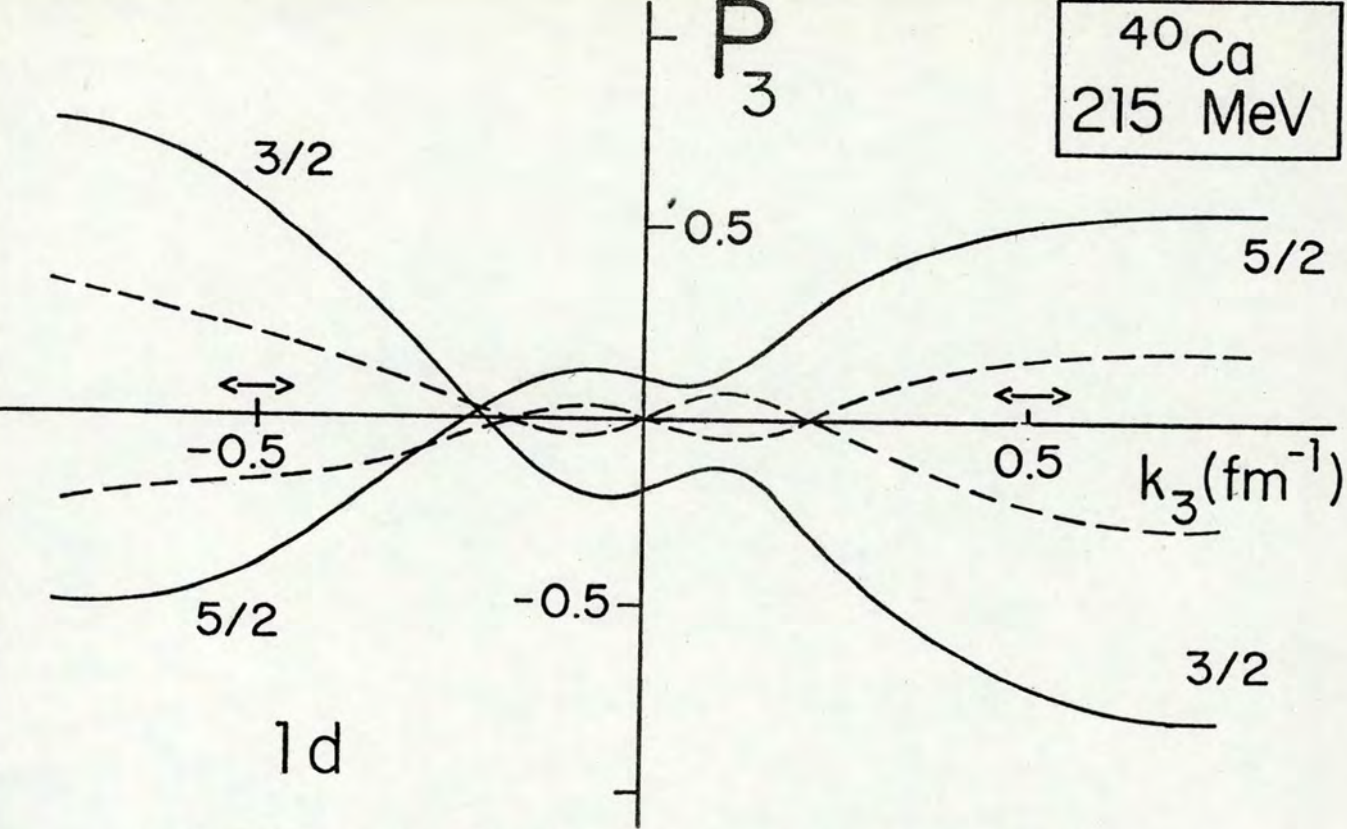


FIGURA 16 - Polarizações efetivas calculadas para os estados  $1d_{3/2}$  e  $1d_{5/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 215 MeV, com (curvas cheias) e sem (curvas tracejadas) parte real nos potenciais óticos.

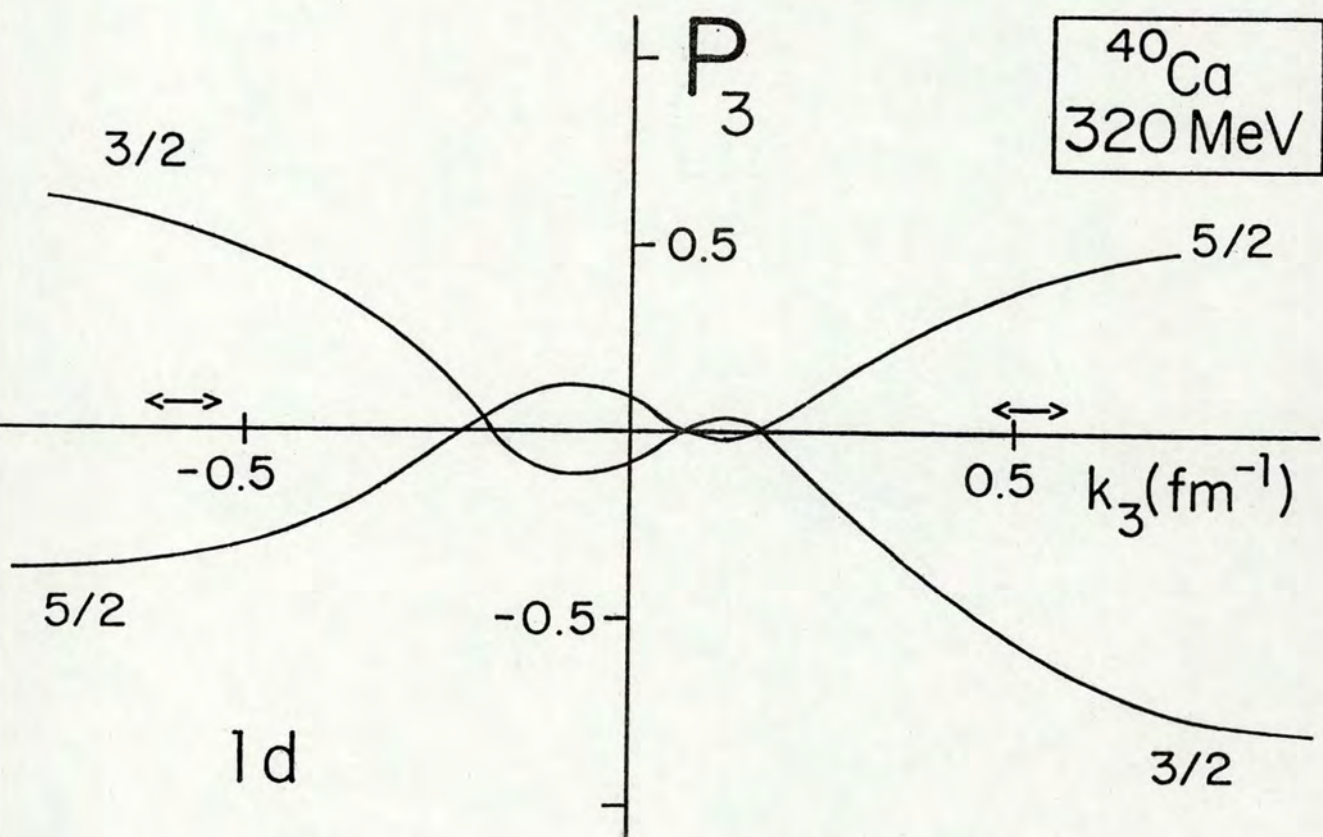


FIGURA 17 - Polarizações efetivas calculadas [22] para os estados  $1d_{3/2}$  e  $1d_{5/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 320 MeV, com parte real nos potenciais óticos.

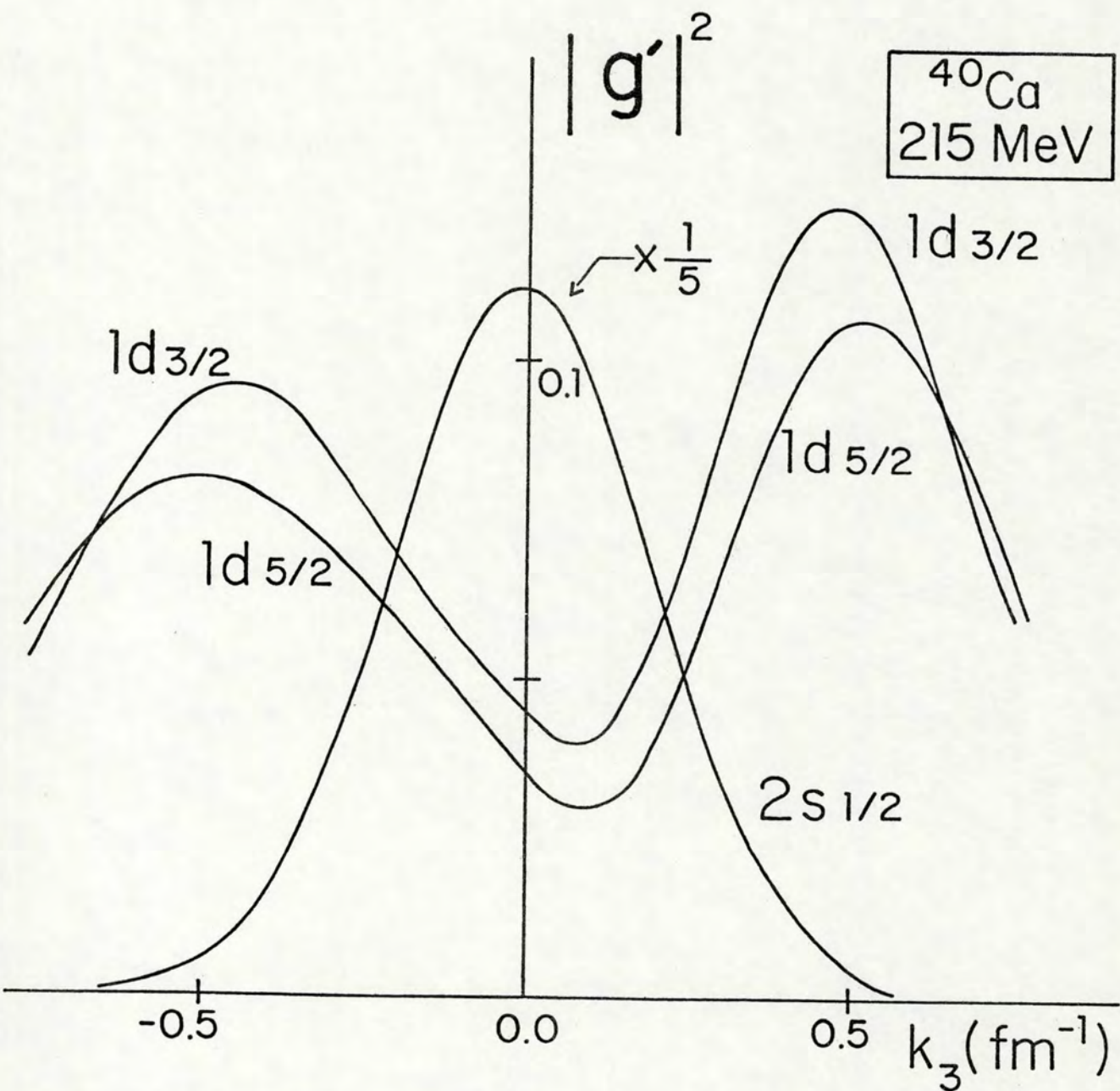


FIGURA 18 - Distribuições de momento distorcidas calculadas para os estados  $1d_{3/2}$ ,  $1d_{5/2}$  e  $2s_{1/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 215 MeV, com parte real nos potenciais óticos.

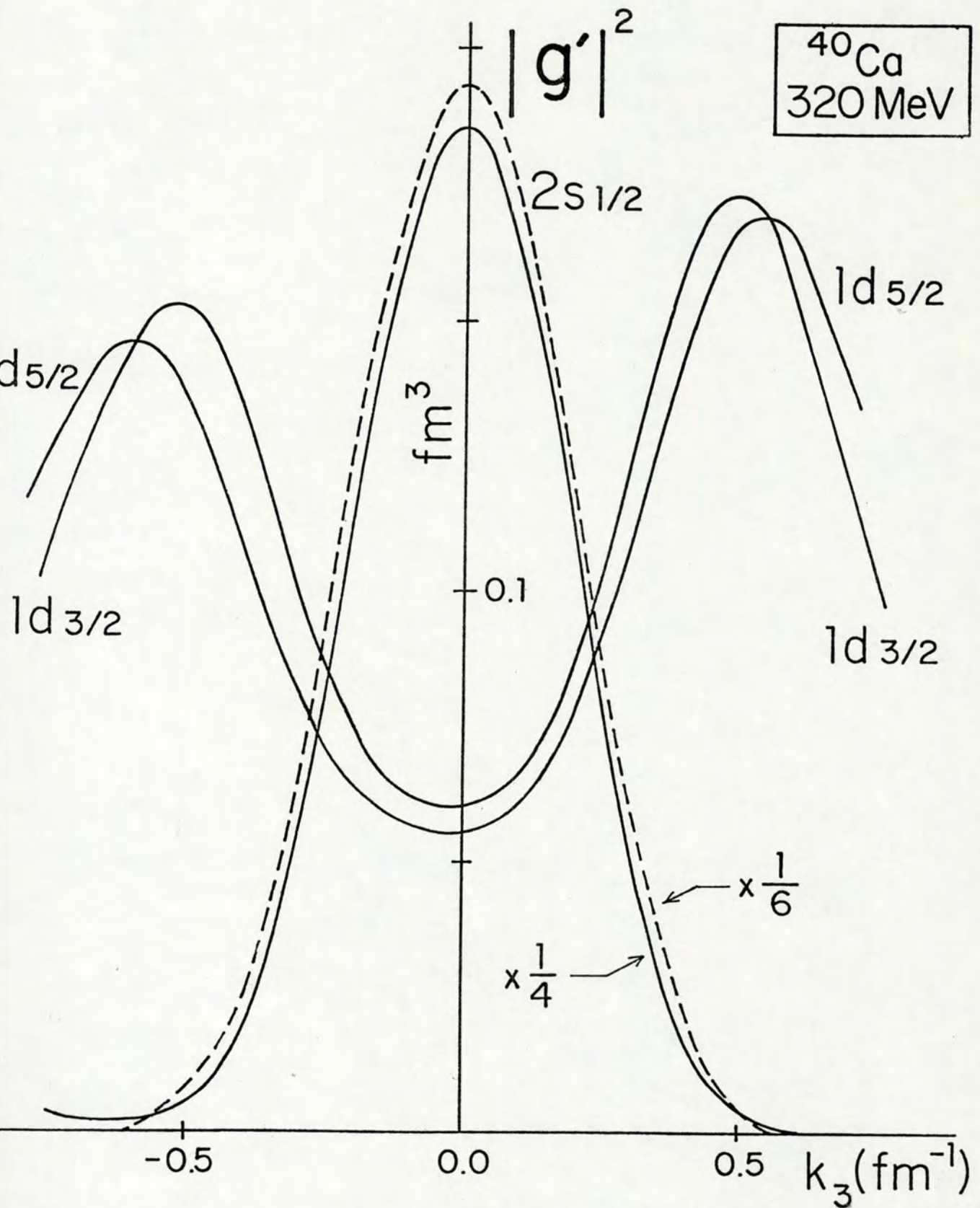


FIGURA 19 - Distribuições de momentum distorcidas calculadas para os estados  $1d_{3/2}$ ,  $1d_{5/2}$  e  $2s_{1/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 320 MeV, com (curvas cheias [22]) e sem (curva tracejada) parte real nos potenciais óticos.



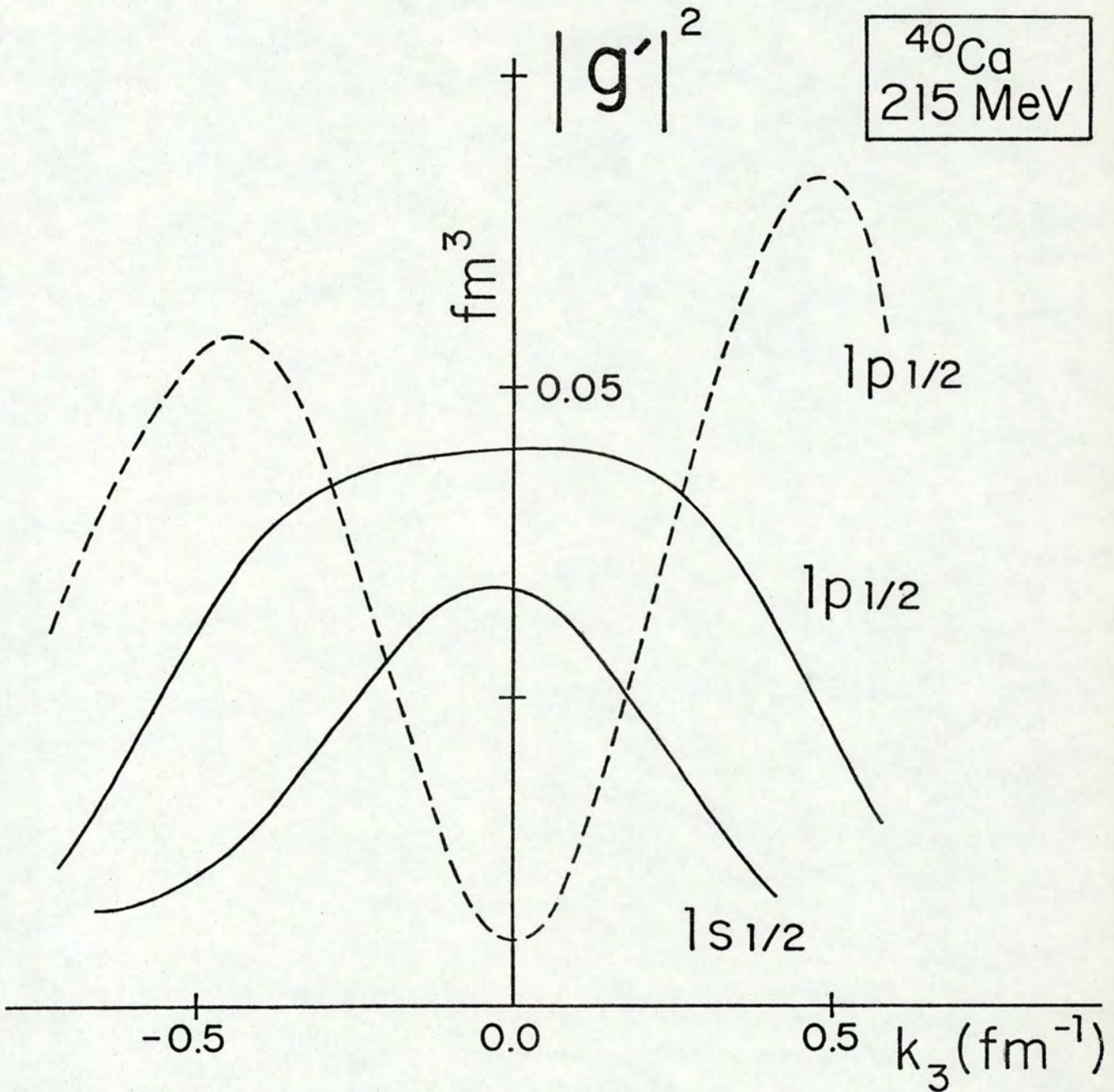


FIGURA 20 - Distribuições de momentum distorcidas calculadas para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1s_{1/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 215 MeV, com (curvas cheias) e sem (curva tracejada) parte real nos potenciais óticos.  $|g'|^2(1p_{3/2}) = 2|g'|^2(1p_{1/2})$ .

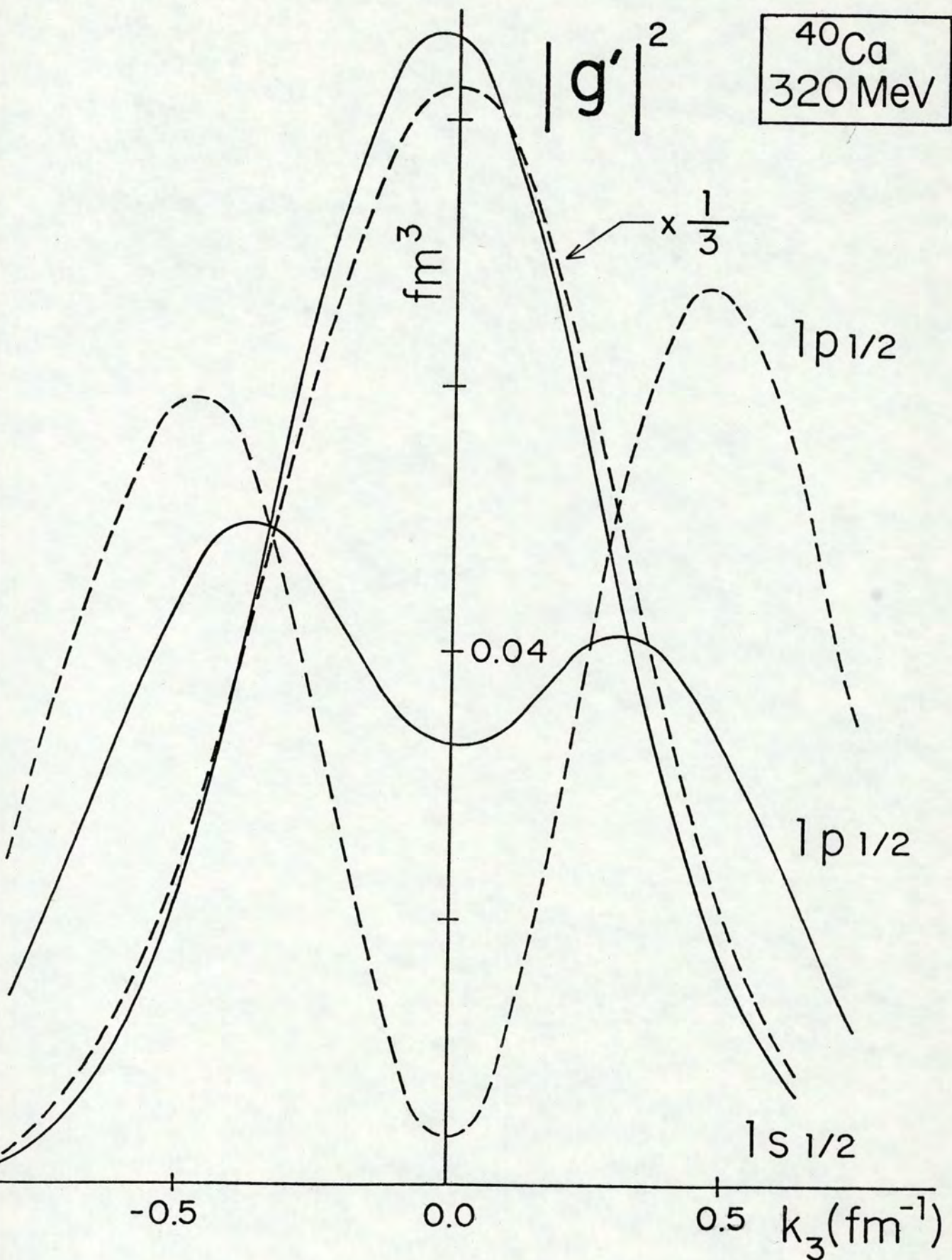


FIGURA 21 - Distribuições de momentum distorcidas calculadas para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1s_{1/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 320 MeV, com (curvas cheias [22]) e sem (curvas tracejadas) parte real nos potenciais óticos.  $|g'|^2(1p_{3/2}) = 2|g'|^2(1p_{1/2})$ .

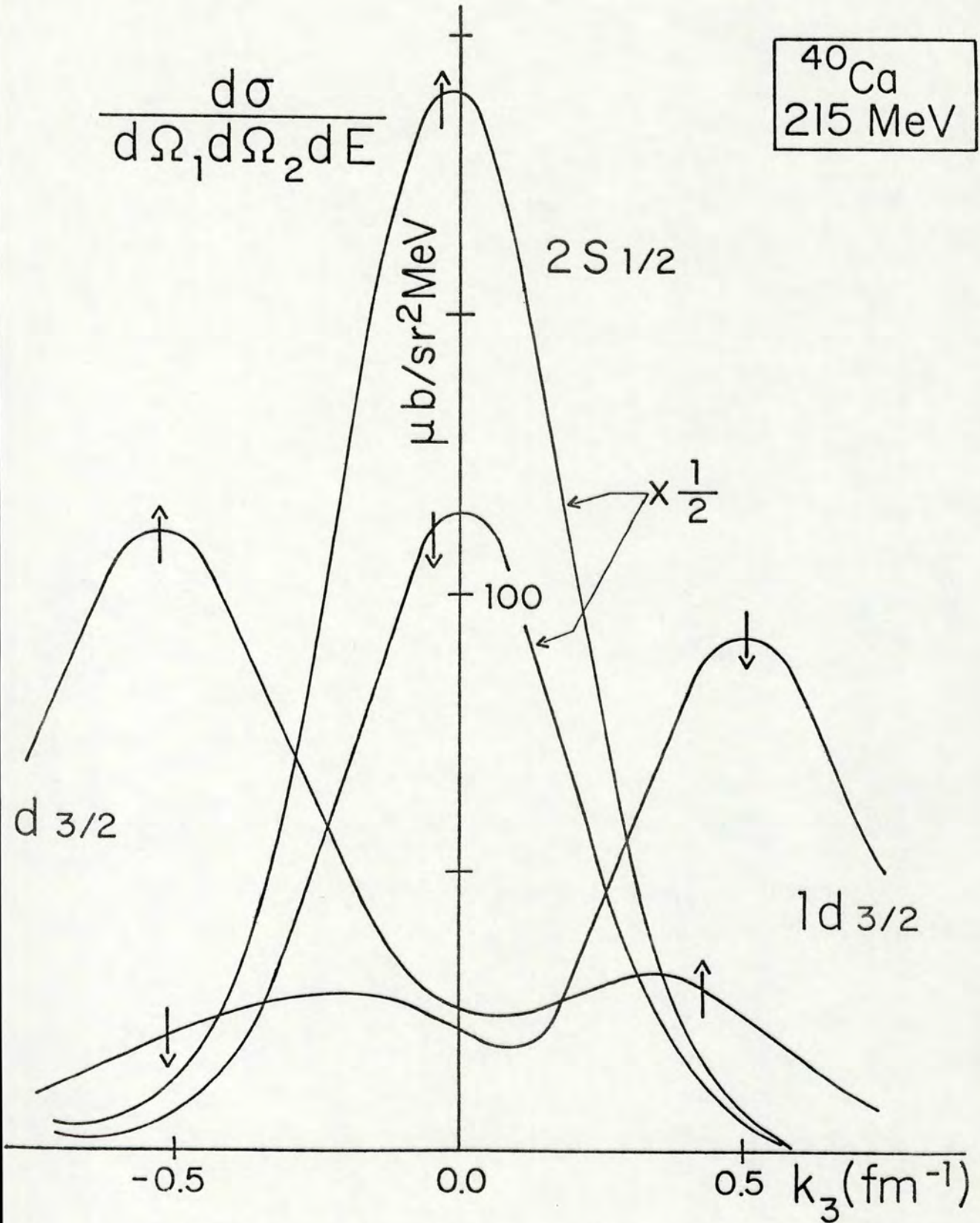


FIGURA 22 - Seções de choque de correlação angular calculadas para os estados  $1d_{3/2}$  e  $2s_{1/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 215 MeV, com parte real nos potenciais óticos.

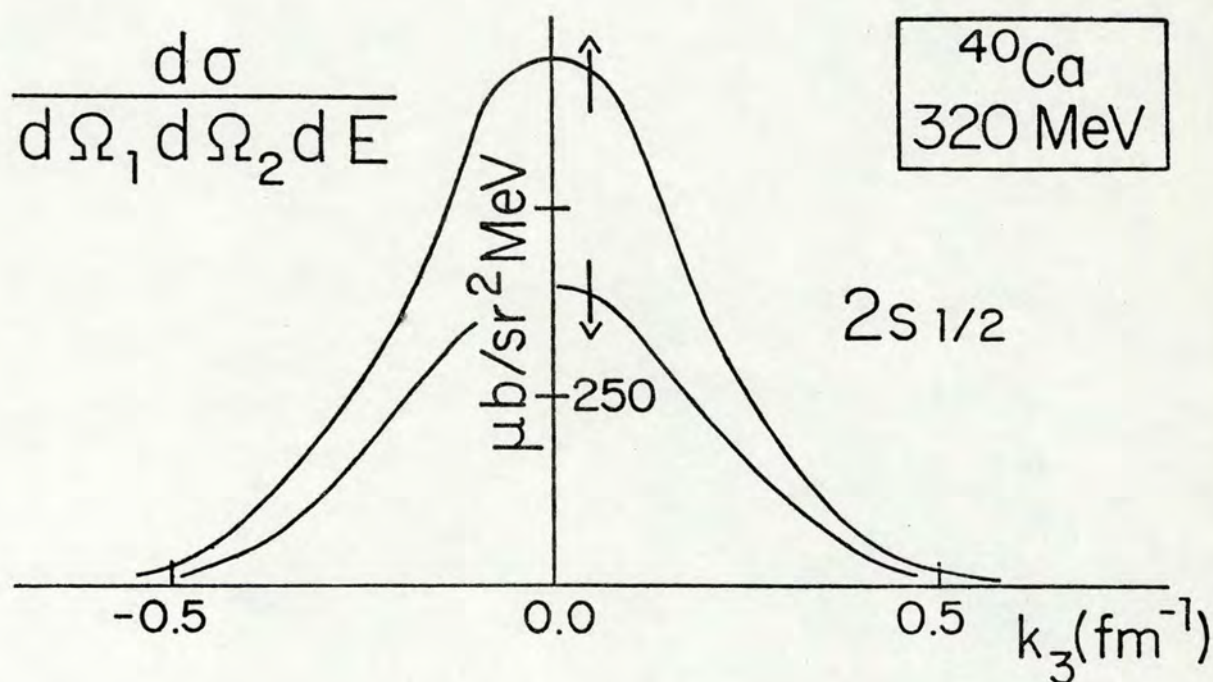


FIGURA 23 - Seções de choque de correlação angular calculadas [22] para o estado  $2s_{1/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 320 MeV, com parte real nos potenciais óticos.

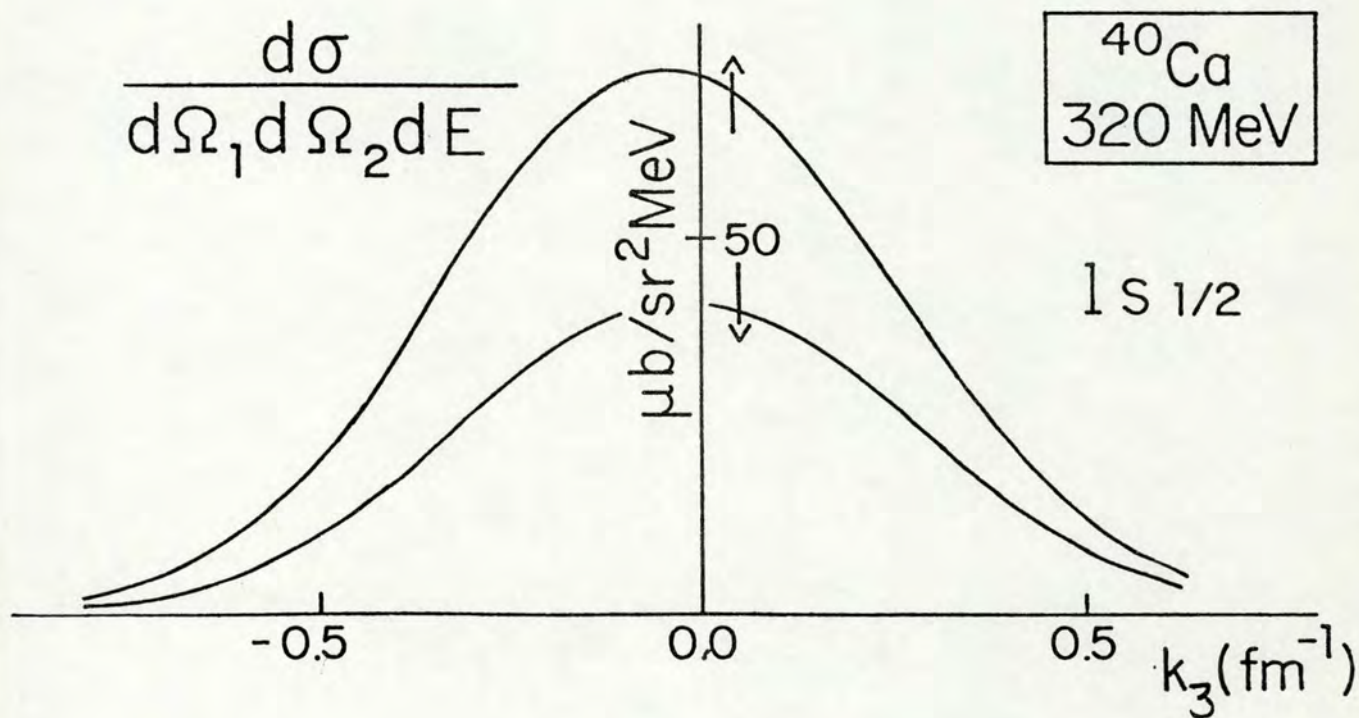


FIGURA 24 - Seções de choque de correlação angular calculadas [22] para o estado  $1s_{1/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 320 MeV, com parte real nos potenciais óticos.

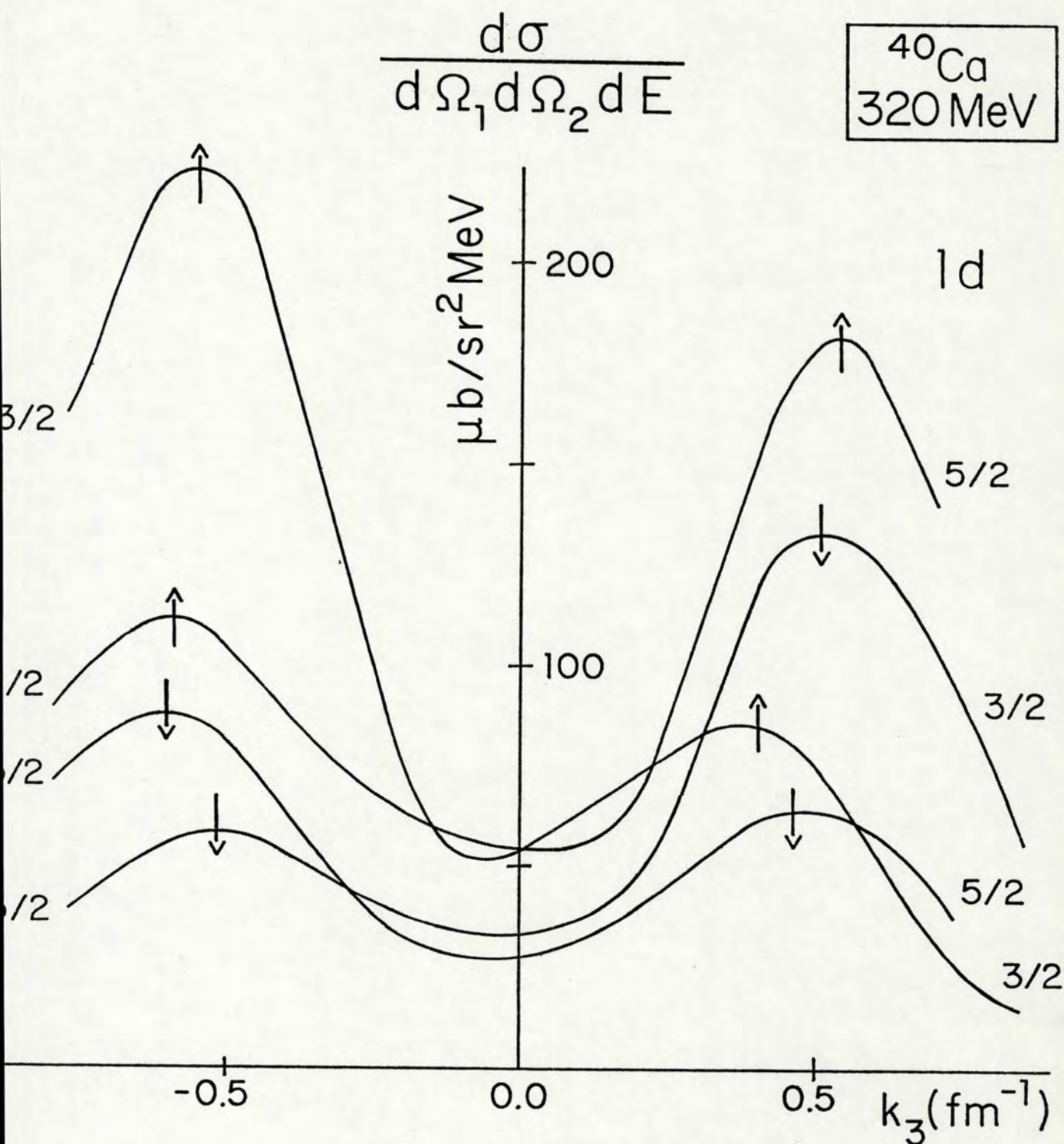


FIGURA 25 - Seções de choque de correlação angular calculadas [22] para os estados  $1d_{3/2}$  e  $1d_{5/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 320 MeV, com parte real nos potenciais óticos.

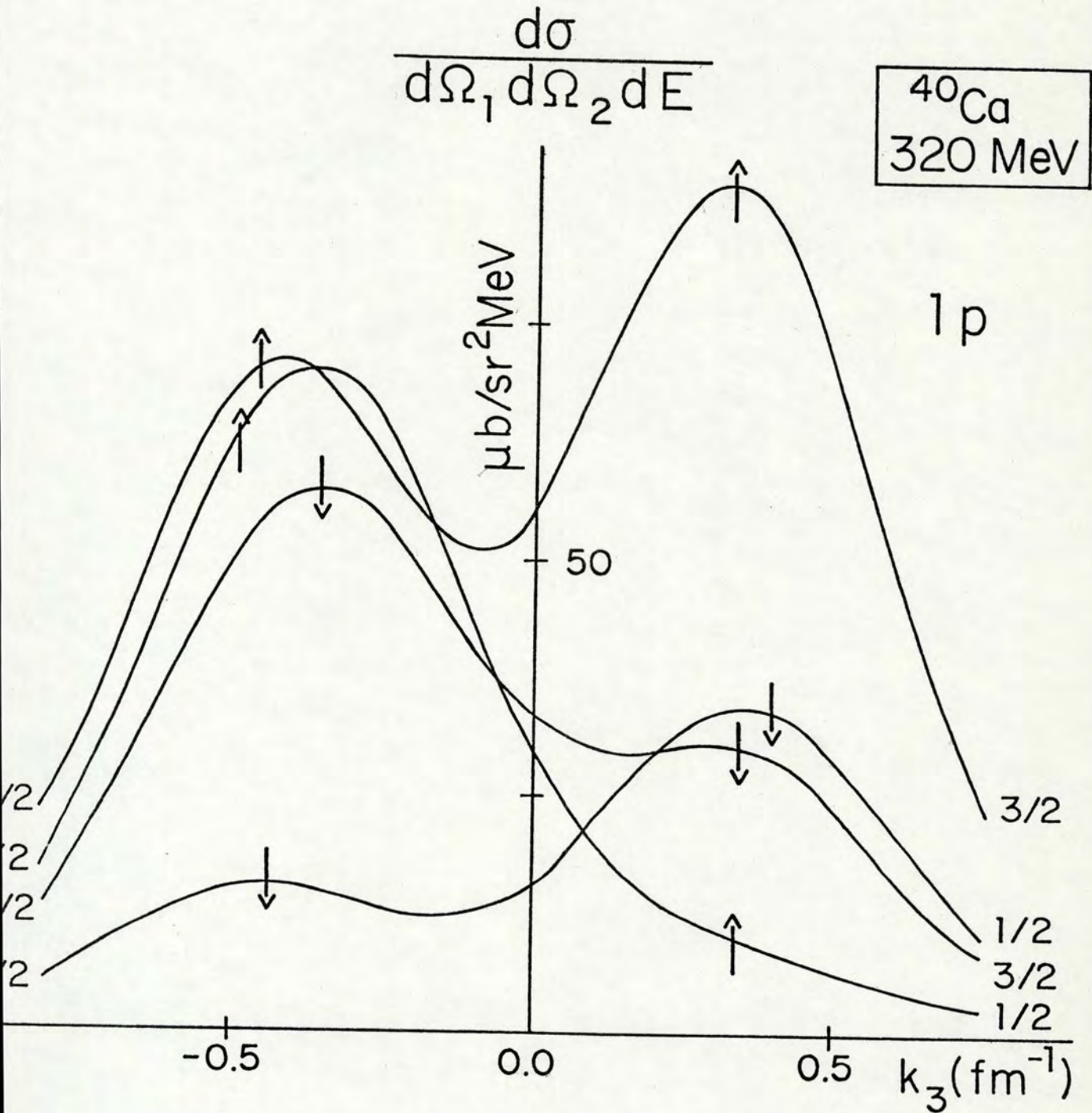


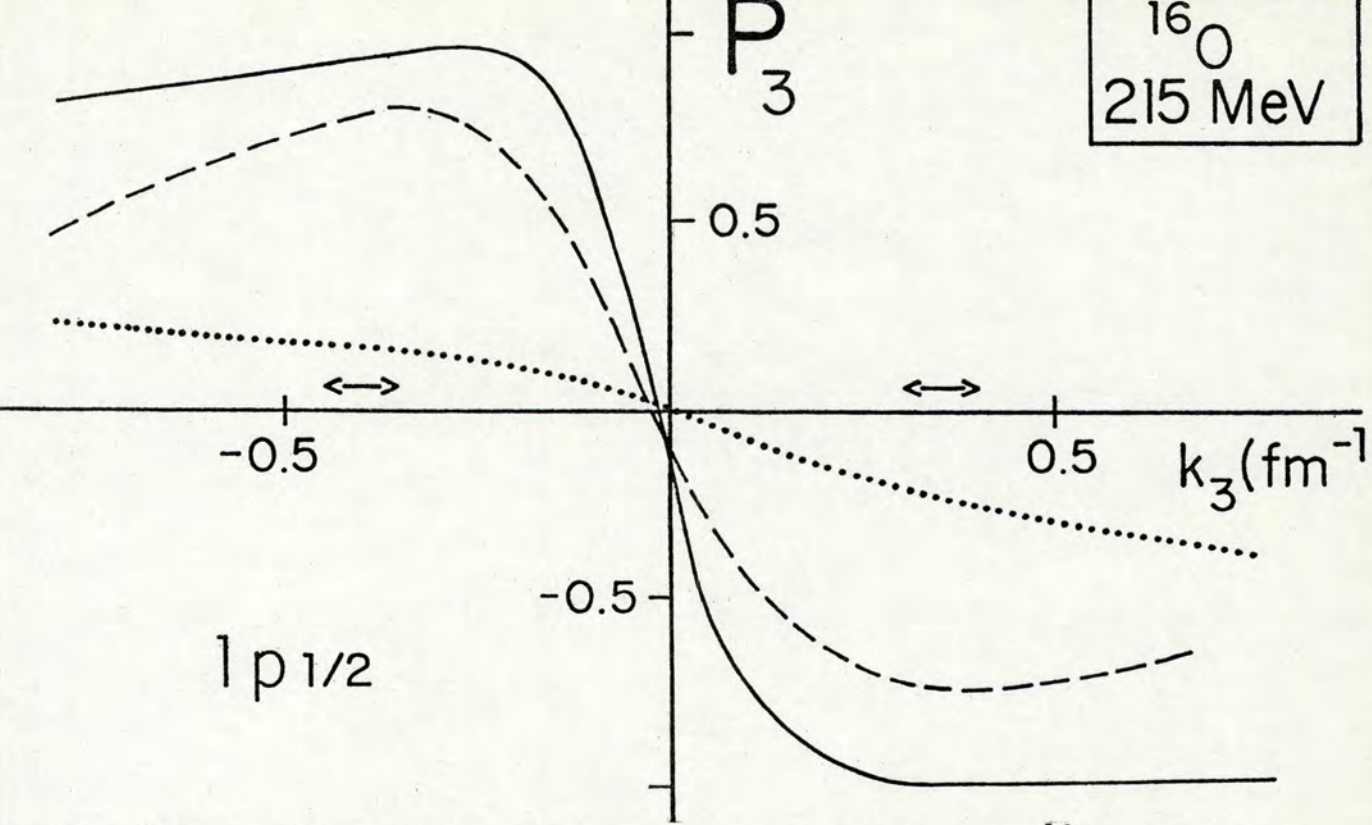
FIGURA 26 - Seções de choque de correlação angular calculadas [22] para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 320 MeV, com parte real nos potenciais óticos.

## IV - DISCUSSÃO

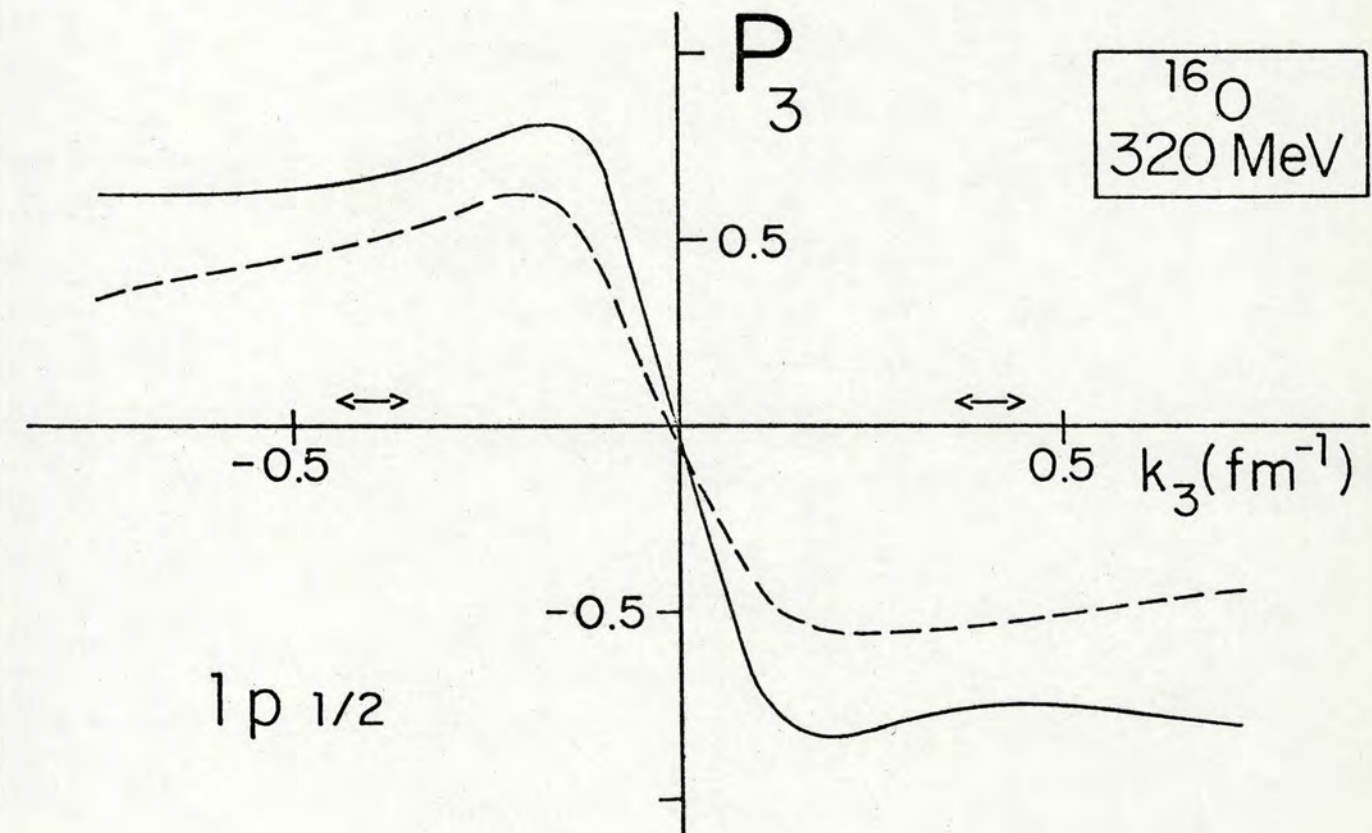
### IV.1 Efeito da Parte Real dos Potenciais Óticos

Os resultados apresentados neste trabalho, para dois núcleos e duas energias incidentes, confirmam em linhas gerais os resultados obtidos nos primeiros cálculos, realizados sem levar em conta a parte real dos potenciais óticos [21,30]. Contudo, verificamos que a parte real tem uma influência surpreendentemente grande sobre a polarização efetiva (vide figs. 6, 7, 14, 15, 16). Menção à significância deste efeito foi feita por C.A. Miller [77], do TRIUMF. A fim de destacar esta influência, realizamos cálculos adicionais para o estado  $1p_{1/2}$  do  $^{16}\text{O}$ , utilizando potenciais óticos puramente reais. As polarizações obtidas são vistas nas figuras 27 e 28 (linhas tracejadas). Os resultados dos diversos cálculos indicam que a influência da parte real sobre as polarizações é igualmente, se não até mais, importante que a da parte imaginária.

Para explicar qualitativamente este resultado, consideremos novamente a figura 5. Note-se que os prótons arrancados do lado esquerdo do núcleo, para um  $k_3$  selecionado conforme a figura, possuem, classicamente, polarizações opostas às dos prótons ejetados do lado direito. Se os dois lados do núcleo derem contribuições diferentes, ou seja, atuarem com pesos diferentes na soma sobre as polarizações de todos os prótons-alvos do núcleo, surgirá uma polarização efetiva não nula. No início da seção II.3 já apresentamos uma descrição do surgimento da polarização efetiva, na qual a diferença entre as contribuições era atri



URA 27 - Polarizações efetivas calculadas para o estado  $1p_{1/2}$  do  $^{16}\text{O}$  a 215 MeV, com potenciais óticos completos (curva cheia <sup>[22]</sup>) e puramente reais (curvas traçada e pontilhada). Para a curva pontilhada a função de onda foi truncada em R (alcance dos potenciais óticos).



URA 28 - Polarizações efetivas calculadas para o estado  $1p_{1/2}$  do  $^{16}\text{O}$  a 320 MeV, com potenciais óticos completos (curva cheia <sup>[22]</sup>) e puramente reais (curva traçada).



buída  $\tilde{a}$  absorção dos prótons, ou seja,  $\tilde{a}$  parte imaginária do potencial ótico. Mas agora, quando o potencial ótico é puramente real, por exemplo, como entender esta diferença de contribuições?

Começamos recordando o fato de que os prótons rápidos são defletidos e sofrem variações de momentum linear ao penetrarem, ou saírem, da região de influência dos potenciais reais. Isto significa que o momentum  $\hbar k_3$  necessário para que se cumpra o balanço dos momenta assintóticos dos prótons é diferente do momentum requerido ao balanço na região de atuação dos potenciais [78]. Este último é o momentum que o próton-alvo efetivamente possui antes de sua ejeção. Como  $k_3$  é muito pequeno em comparação a cada um dos elementos do lado direito da relação  $k_3 = k_1 + k_2 - k_0$ , já que é o resultado de um quase total cancelamento, uma variação relativamente pequena de cada um dos momenta  $k_0$ ,  $k_1$  e  $k_2$  pode ter um efeito grande sobre  $k_3$ .

O próton rápido que sofre maior variação de momentum  $\hbar \Delta k$  no seu percurso dentro do núcleo, e que contribui, portanto, predominantemente para que o momentum  $\hbar k_3$  efetivo seja diferente do valor selecionado assintoticamente, é o próton 2. Isto porque ele possui, em muito, a menor energia de todas e está sujeito ao maior potencial real (vide tabelas III.4, 5, 6 e 7), uma vez que a variação do módulo do momentum é dada aproximadamente por

$$\hbar \Delta |k| = \sqrt{2m(T + |V|)} - \sqrt{2mT} \approx \frac{|V|}{2} \sqrt{\frac{2m}{T}} \quad (\text{IV.1})$$

e que a variação da direção pode ser avaliada pela razão

$$\frac{|k| + \Delta |k|}{|k|} \approx 1 + \frac{|V|}{2T}; \quad (\text{IV.2})$$

quanto maior esta razão, que representa o "índice de refração" do núcleo, maior é a deflexão da partícula.

A fim de caracterizar melhor a situação de percurso das partículas dentro do núcleo, apresentamos na figura 29 uma trajetória genérica do próton 2. O círculo corresponde à região de atuação mais forte do potencial. Os vetores tangentes à trajetória em A e B representam os momenta do próton em dois pontos, um no lado esquerdo e outro no lado direito do núcleo. Os vetores  $\Delta \vec{k}_2$  se referem às variações de momentum nos dois pontos, ou seja, às diferenças entre os momenta locais e o momentum assintótico  $\vec{k}_2$ , assinalado no lado direito da figura.

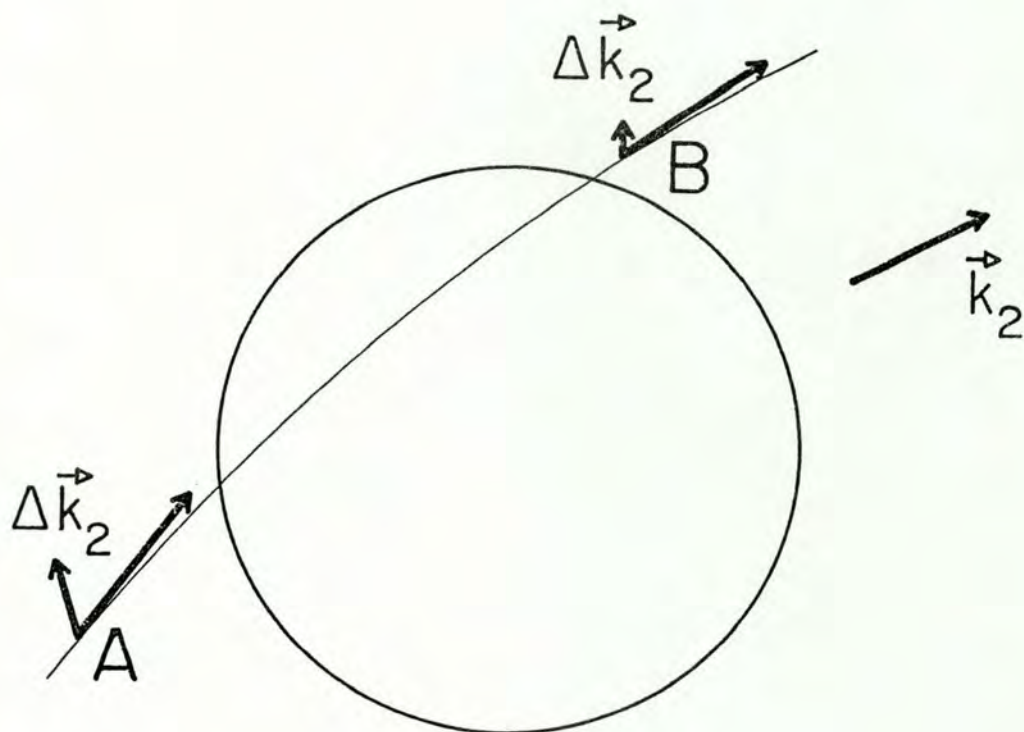


FIGURA 29 - Trajetória genérica do próton 2 no núcleo.

É importante notar que  $\Delta k_2$  varia ao longo da trajetória e que é mais intenso no lado esquerdo do núcleo. Em vista disso, o valor efetivo do momentum do próton-alvo, aproximadamente igual a  $\mathcal{H}(k_3 + \Delta k_2)$ , depende do local onde ocorre a colisão de ejeção e varre no lado esquerdo do núcleo uma gama muito maior de valores, em torno do valor selecionado assintoticamente, do que no lado direito [22]. Em outras palavras, no lado direito do núcleo os valores efetivos de  $\mathcal{H}k_3$  não diferem muito do valor obtido com o balanço dos momenta assintóticos, ao passo que no lado esquerdo eles se encontram espalhados substancialmente em torno do valor assintótico. Como existe uma forte correlação entre o momentum  $\mathcal{H}k_3$  selecionado assintoticamente e a polarização efetiva, esta diferença de comportamento de  $\mathcal{H}k_3$  entre os dois lados do núcleo favorece justamente a contribuição do lado direito à polarização, pois a variação de valores do momentum efetivo no lado esquerdo faz com que as polarizações dos prótons-alvo daquele lado do núcleo tendam a se cancelar. Conseqüentemente resulta da soma de todas as polarizações dos prótons-alvo uma polarização efetiva não nula, de sinal igual ao da polarização dos prótons arrancados do lado direito.

Testamos esta idéia truncando a função de onda do próton-alvo na borda dos potenciais óticos reais (em R), ou seja, eliminando as contribuições dos eventos quase-livres que ocorrem fora do alcance dos potenciais, de modo a diminuir, assim, consideravelmente a diferença de comportamento de  $\mathcal{H}k_3$  entre os lados direito e esquerdo do núcleo. O resultado, obtido para o  $^{16}\text{O}$  a 215 MeV, é apresentado na figura 27 (curva pontilhada). Observa-se que a polarização efetiva é de fato drasticamente me-

nor, como se previa.

Na figura 30 são apresentadas as polarizações que se obtêm mantendo a parte imaginária dos potenciais óticos fixa e variando a parte real dentro de limites razoáveis. Conclui-se dos resultados que, sendo as incertezas na parte real pequenas, a incerteza na polarização efetiva é também pequena [22].

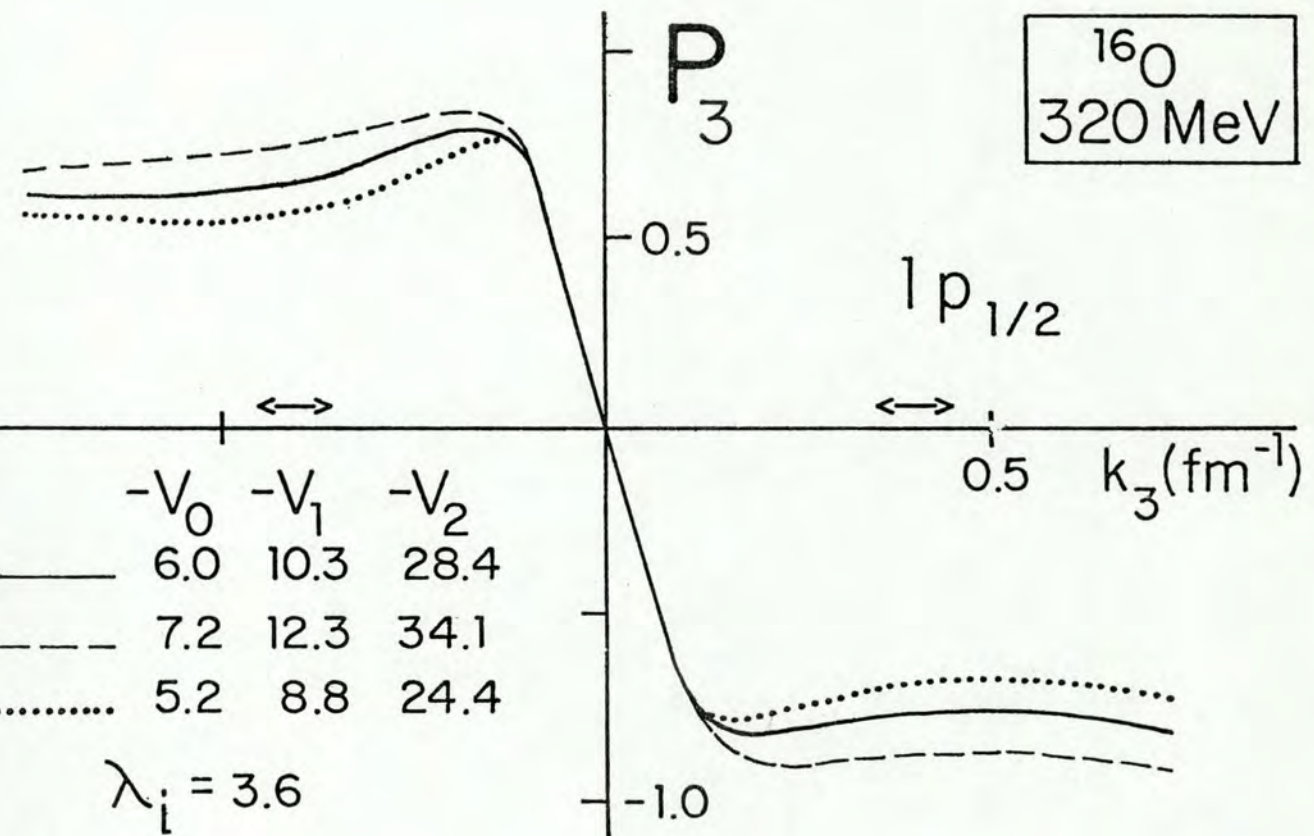


FIGURA 30 - Polarizações efetivas calculadas [22] para o estado  $1p_{1/2}$  do  $^{16}\text{O}$  a 320 MeV, utilizando partes reais de profundidades diferentes (em MeV), mas mesma parte imaginária, para os potenciais óticos.

As polarizações efetivas não são muito sensíveis a variações na parte radial das funções de onda [22], como se vê na

figura 31, na qual são apresentadas as polarizações obtidas com funções de onda geradas por potenciais poço quadrado e oscilador harmônico. Este comportamento, já evidenciado em cálculos anteriores [30], efetuados sô com a parte imaginária dos potenciais ôticos, não se modifica com a inclusão das partes reais.

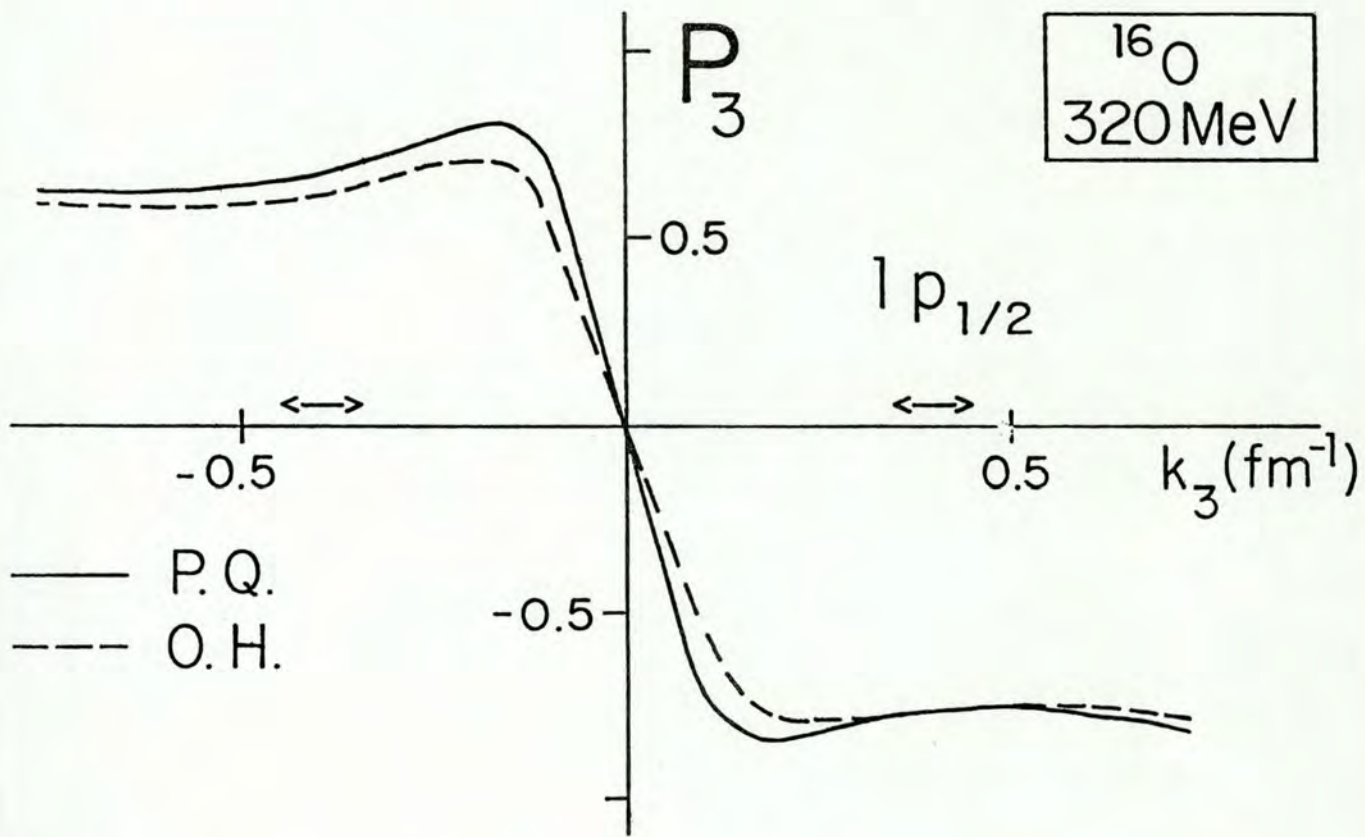


FIGURA 31 - Polarizações efetivas calculadas [22] para o estado  $1p_{1/2}$  do  $^{16}\text{O}$  a 320 MeV, com parte real nos potenciais ôticos e utilizando dois tipos de funções de onda, poço quadrado e oscilador harmônico.

Quanto às distribuições de momentum distorcidas, consta-se nas figuras 8, 9, 19, 20 e 21 que a parte real dos potenciais ôticos também as afetam apreciavelmente. Observa-se que

a inclusão da parte real acarreta um preenchimento acentuado dos mínimos das distribuições relativas aos estados  $1p$  e uma redução notável dos máximos das distribuições correspondentes aos estados  $1s$  e  $2s$ . Estes efeitos, já notados e investigados anteriormente [78,79], podem ser entendidos em termos do deslocamento dos diagramas de contorno (curvas de nível das distribuições de momentum) no espaço de momentum  $k_3$  [8], provocado pelas variações de  $k_3$  discutidas no início da seção. No presente caso a translação dos diagramas de contorno é predominantemente na direção geral de  $k_2$ , significando que os máximos das distribuições  $1s$  e os mínimos das distribuições  $1p$ , os quais estariam localizados na origem ( $k_3 = 0$ ) se não houvesse a atuação dos potenciais reais, encontram-se algo deslocados naquela direção. Isto quer dizer que a curva determinada pelos valores de  $k_3$  selecionados assintoticamente, a qual é quase ortogonal à direção de  $k_2$  e passa pela origem, varre as distribuições de momentum sem alcançar os referidos máximos e mínimos. Como as distribuições de momentum são funções que variam rapidamente com momentum, produz-se o efeito constatado nas figuras citadas. Para ser observado um mínimo acentuado na distribuição  $1p$ , por exemplo, o momentum  $k_3$  assintótico deve ser escolhido de tal modo que o momentum  $k_3$  efetivo, dentro do núcleo, alcance o valor zero.

Concluimos, em vista dos diversos resultados obtidos, que é sem dúvida importante incluir a parte real dos potenciais óticos nos cálculos, se não para os três prótons envolvidos, pelo menos para o de menor energia.

#### IV.2 Sumário das Razões para o Aparecimento da Polarização Efetiva

Julgamos válido apresentar mais uma vez, a título de sumário, as razões físicas para o surgimento da polarização efetiva. Existem, como foi visto, dois fatores que desempenham papel importante para a formação da referida polarização. A força spin-órbita nuclear correspondente ao modelo de camadas e o espalhamento múltiplo dos prótons rápidos. Para geometrias não simétricas, o espalhamento múltiplo seleciona eventos quase-livres de tal maneira que a soma sobre as polarizações dos prótons-alvo, polarizados pela força spin-órbita, não se cancela. Esta seleção dos eventos quase-livres ocorre, pode-se dizer, através de dois mecanismos, cujos efeitos se somam: a absorção e o espalhamento elástico dos prótons rápidos. A absorção faz com que um lado do núcleo, o lado esquerdo na presente geometria, contribua menos que o lado oposto em número de eventos, já que os prótons que saem daquela região devem, em média, percorrer mais matéria nuclear. Essa absorção, como foi visto, é tratada quantitativamente com a parte imaginária dos potenciais óticos. O espalhamento elástico por sua vez, especialmente daqueles prótons com pequena energia e grande caminho a percorrer dentro do núcleo, reforça o efeito do mecanismo anterior, frustrando a seleção do momentum correlacionado à polarização. Tal espalhamento é simulado, dentro do nosso modelo, através da atuação da parte real dos potenciais óticos sobre as partículas. Note-se, portanto, que cada um dos mecanismos colabora para a seleção de um lado do núcleo como maior contribuinte de eventos

quase-livres. Como os prótons-alvo em lados opostos do núcleo possuem, classicamente, polarizações de sinais opostos, o predomínio de eventos significativos em um dos lados faz com que a soma sobre as polarizações não se cancele, resultando daí a polarização efetiva associada ao próton-alvo para fins de espalhamento próton-próton livre.

É naturalmente importante conceber situações cinemáticas que favoreçam o aparecimento de polarizações efetivas da maior intensidade possível. Isso deve ser feito levando em conta a correlação que existe, para efeitos de polarização, entre a direção de  $\hat{k}_3$  e a região do núcleo que mais contribui com eventos significativos. A maior contribuição de certas regiões nucleares é evidentemente atribuída aos efeitos de absorção e variação de momentum de todos os prótons rápidos participantes da reação, mas pode muitas vezes ser imputada primordialmente ao espalhamento múltiplo de um dos prótons somente. Na atual geometria, por exemplo, trata-se do próton 2, cuja absorção e espalhamento elástico é predominantemente maior que a dos demais. Nesse caso, a região de maior contribuição fica determinada pela direção de propagação desse próton, localizando-se em um lado do núcleo de tal modo que o próton, depois de passar pelo centro do núcleo, a atravessa pelo meio. A direção de  $\hat{k}_3$  que favorece a maior polarização possível é, de acordo com a explicação semiclassical (vide seção II.3), aquela que é perpendicular à reta que, passando pelo centro do núcleo, atravessa a região de maior contribuição pelo meio. No caso de haver um próton predominantemente mais absorvido e espalhado que os demais,  $\hat{k}_3$  deve ser, então, ortogonal à direção de propagação deste [25]. Tal



condição, que se cumpre na presente situação de espalhamento, parece ser um bom critério, tendo sido comprovada sua eficácia em cálculos exploratórios realizados pelo nosso grupo de trabalho para analisar o comportamento de reações quase-livres ( $\pi, \pi N$ ) com núcleons polarizados. Destacamos que foi especialmente observada no planejamento das experiências de partilha de energia realizadas pelo grupo do TRIUMF [25-28], no Canadá.

#### IV.3 Observações Sobre os Resultados

As curvas das seções de choque de correlação angular referentes aos estados  $1p$  e  $1d$  (vide figs. 10, 11, 22, 25 e 26) apresentam assimetrias bem acentuadas e características em relação à origem do eixo das abcissas. Nota-se que para uma dada polarização incidente, por exemplo, os picos da esquerda e da direita possuem diferenças apreciáveis em suas alturas, as quais não podem ser explicadas unicamente em termos das diferenças de altura apresentadas pelos picos das distribuições de momentum distorcidas. Estas assimetrias, que são basicamente consequência da existência e da forma das polarizações efetivas e da diferença apreciável que existe entre as seções de choque próton-próton livres com polarizações  $P_0$  e  $P_3$  paralelas e antiparalelas (vide fim do Capítulo II.3), mostram claramente que as experiências quase-livres com prótons incidentes polarizados podem se tornar um instrumento poderoso na investigação da estrutura nuclear, especialmente naqueles casos em que há incertezas não resolvidas pelas experiências usuais, sem prótons pola

rizados. Observe-se, por exemplo, a diferença de comportamento das curvas relativas aos estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$ . Se para um dos estados o pico da esquerda  $\bar{e}$ , digamos, mais alto que o da direita, para o outro estado, com a mesma polarização incidente, se dá justamente o contrário. O mesmo se verifica para os estados  $1d_{3/2}$  e  $1d_{5/2}$ . É interessante observar também o comportamento da assimetria A, definida por

$$A = \frac{\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE} (\uparrow, P_3) - \frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE} (\downarrow, P_3)}{\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE} (\uparrow, P_3) + \frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE} (\downarrow, P_3)}, \quad (\text{IV.3})$$

a qual, usando a expressão fatorada para a seção de choque e considerando  $P_0 = 1$ , assume a forma

$$A = \frac{P(T_{re1}, \bar{\theta}) + P_3 C_{nn}(T_{re1}, \bar{\theta})}{1 + P_3 P(T_{re1}, \bar{\theta})}. \quad (\text{IV.4})$$

Nota-se nos gráficos que para um determinado valor de  $k_3$  as assimetrias A referentes aos estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  possuem sinais opostos e que, para cada um destes estados, ela muda de sinal quando se vai do semi-eixo positivo para o semi-eixo negativo de  $k_3$ , o mesmo ocorrendo para os estados  $1d_{3/2}$  e  $1d_{5/2}$ .

As características das assimetrias abordadas acima têm sido verificadas muito bem nas experiências realizadas com prótons incidentes polarizados de 200 MeV no TRIUMF [25-28], comprovando que podem ser efetivamente usadas para identificar e discriminar estados nucleares. No  $^{40}\text{Ca}$ , por exemplo, os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  não se encontram ainda resolvidos, isto é, se

parados experimentalmente. A razão é, naturalmente, que a diferença entre suas energias de separação é menor que a largura dos seus picos no espectro de energia, sendo por isso observados superpostos. Esta é uma dificuldade associada às camadas mais profundas e é de difícil solução para núcleos não muito leves. Mas agora, com o emprego de feixes incidentes polarizados, abre-se uma possibilidade de resolvê-la. Não se espera que a superposição dos picos seja completamente eliminada, mas há uma esperança de que o pico resultante venha a ser significativamente influenciado pela direção da polarização incidente e possibilite uma análise em termos de decomposição, do tipo efetuado por A. N. James et alii [71]. Esta análise, mesmo difícil, talvez possa ser feita com um bom grau de certeza. É animador saber que nas experiências do TRIUMF [27] já aparecem indicações do estado  $1p_{3/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$ .

As polarizações efetivas resultantes dos cálculos (vide figs. 6, 7, 14, 15, 16 e 17) confirmam em linhas gerais as previsões semiclássicas (vide início da Seção II.3). Observa-se que as polarizações para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  e, analogamente, para os estados  $1d_{3/2}$  e  $1d_{5/2}$ , possuem sinais opostos, conforme esperado. Além disso, as polarizações apresentam a tendência de troca de sinal quando  $k_3$  muda de sentido. Isto é particularmente visível para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$ . A troca de sinal só não se cumpre exatamente devido à influência da parte real dos potenciais óticos, como se vê comparando os resultados obtidos com e sem esta parte (vide figs. 6, 7, 15 e especialmente 16). Este é mais um efeito atribuído às variações de momentum provocadas pelos potenciais óticos reais sobre os pró-

tons rápidos, evidenciando que o momentum  $\hbar k_3$  efetivo, dentro do núcleo, não é igual ao selecionado com os momenta assintóticos (vide Seção IV.1).

É interessante observar que as polarizações correspondentes aos estados  $1d_{3/2}$  e  $1d_{5/2}$  apresentam oscilações para valores de  $k_3$  pequenos, mesmo sem a inclusão da parte real dos potenciais óticos (vide figs. 16 e 17), o que não se verifica para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$ . Não nos parece haver uma explicação simples para este comportamento. Este resultado também foi obtido em cálculos [77] efetuados na aproximação de impulso com ondas parciais, tendo sido sugerido que isto poderia ser consequência de uma focagem da onda associada ao próton 2 no lado esquerdo do núcleo, oposto ao de emergência do próton, e situada perto da superfície do núcleo, ou seja, na região da cauda da função de onda do próton-alvo. Como se sabe, a contribuição da parte assintótica da função de onda dos prótons nucleares é importante para valores pequenos de  $k_3$ , de modo que se fosse enfatizada a contribuição de eventos naquele lado extremo do núcleo, devido à focagem do próton 2, isto poderia suplantar a contribuição do lado direito e inverter o sinal da polarização para valores pequenos de  $k_3$ . Que exista alguma região que possa dar contribuição apreciável no lado esquerdo do núcleo, na qual as funções de onda com  $\ell = 2$ , mas não com  $\ell = 1$ , ainda sejam significativas, é possível, talvez, mas que possa ser atribuída predominantemente a efeitos de focagem do próton 2, está fora de questão. Isto porque estes efeitos estão descartados aqui, onde se usa a aproximação WKB, e não o método das ondas parciais. De qualquer forma, a polarização para pequenos valores de  $k_3$  cai

fora dos intervalos de maior interesse, em torno dos símbolos  $\leftrightarrow$  nos gráficos, onde a seção de choque é dominante e menos com prometida pelos efeitos das colisões múltiplas.

Comparando as polarizações dos prótons  $1p_{1/2}$  com as dos prótons  $1p_{3/2}$ , para determinado núcleo, e, analogamente, as dos prótons  $1d_{3/2}$  e  $1d_{5/2}$ , verifica-se que satisfazem aproximadamente as relações previstas pelo modelo nuclear adotado (modelo extremo de partícula-única em acoplamento  $jj$ ), quais sejam,

$$P_3(1p_{3/2}) = -\frac{1}{2} P_3(1p_{1/2}) , \quad (\text{IV.5})$$

$$P_3(1d_{5/2}) = -\frac{2}{3} P_3(1d_{3/2}) . \quad (\text{IV.6})$$

Estas relações se obtêm sabendo que a polarização do "feixe" com posto por todos os prótons de uma camada  $N$  completa ( $1p$  ou  $1d$ , por exemplo),

$$P_3(N\ell) = \sum_j (2j + 1) P_3(N\ell_j) , \quad (\text{IV.7})$$

se cancela. As relações acima, na realidade, não devem se veri ficar exatamente, porque os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$ , bem como os estados  $1d_{3/2}$  e  $1d_{5/2}$ , não são degenerados. Possuem energias de separação diferentes (vide tabelas III.4, 5, 6 e 7), exceto para os estados  $1p$  do  $^{40}\text{Ca}$ , e, conseqüentemente, os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  das funções de onda  $\psi_{\ell m_\ell}(\vec{x})$  (vide Seção III.2), os parâmetros cinemáticos (vide Seção II.1 e Apêndice C) e as distorções também são diferentes. Apesar disso, como as polarizações são obtidas através de razões de grandezas afetadas por estas dife

renças (vide expressões (II.77)-(II.79)), ocorrem cancelamentos e as relações (IV.5) e (IV.6) são quase satisfeitas. Em contraposição, é notável a influência das diferenças mencionadas acima sobre as distribuições de momentum distorcidas, as quais entram nas razões das polarizações. Isto é particularmente vi-sível, por exemplo, para os estados  $1d_{3/2}$  e  $1d_{5/2}$  (vide figs. 18 e 19). Como existem 3/2 vezes mais prótons no estado  $1d_{5/2}$  do que no estado  $1d_{3/2}$ ,  $|g'(1d_{5/2})|^2$  deveria ser cerca de 3/2 vezes maior do que  $|g'(1d_{3/2})|^2$ , o que não se verifica. Os pi-cos das distribuições têm praticamente a mesma altura nos cál-culos a 320 MeV e hã, até, uma pequena inversão para 215 MeV, isto é, a distribuição correspondente ao estado  $1d_{5/2}$  é mais baixa que a do estado  $1d_{3/2}$ . Pode-se entender este resultado em termos da combinação de dois fatores. Um é o fato de que a fun-ção de onda  $1d_{5/2}$  (normalizada a 1) decai mais rapidamente que a função de onda  $1d_{3/2}$  na região assintótica; a função de onda decai exponencialmente com a energia de separação. Conseqüente-mente, conforme propriedade das transformadas de Fourier, a dis-tribuição de momentum para pequenos valores de  $k_3$ , que corres-pondem justamente aos valores selecionados pelas reações quase-livres, é menor, a menos do fator 3/2, para o estado  $1d_{5/2}$ . Ou-tro fator é a maior absorção sofrida pelos prótons rápidos pa-rra a ejeção dos prótons  $1d_{5/2}$ , já que estes últimos se encon-tram distribuídos mais para dentro do núcleo, significando que os prótons rápidos têm que percorrer, em média, maior distân-cia dentro do núcleo para arrancá-los. A mesma argumentação é válida para entender por que as distribuições de momentum en-contradas para o estado  $1p_{3/2}$  não são iguais ao dobro das dis-

tribuições correspondentes ao estado  $1p_{1/2}$ .

Nos núcleos  $^{16}\text{O}$  e  $^{40}\text{Ca}$  o esquema de acoplamento, de acordo com o modelo extremo de partícula-única, é unívoco, mas em outros casos, como no  $^{14}\text{N}$ , por exemplo, a situação não é necessariamente assim. Por esta razão, a determinação experimental das polarizações efetivas, as quais dependem da integral de superposição das funções de onda dos núcleos inicial e residual (através das expressões (II.69) e (II.77)-(II.79)), poderia dar informações valiosas a respeito do esquema de acoplamento [29]. A determinação das polarizações efetivas pode ser feita de modo mais adequado a partir de medidas das assimetrias  $A$ , que apresentam a vantagem de serem as razões de seções de choque onde certas incertezas se cancelam. Uma vez obtidas estas assimetrias, acham-se facilmente as polarizações (da relação (IV.4)). As assimetrias experimentais obtidas [25-27] para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  do  $^{16}\text{O}$  a 200 MeV concordam bastante bem com as previsões teóricas baseadas no modelo mencionado acima para este núcleo, em acoplamento puro  $jj$ . A razão entre  $A(1p_{3/2})$  e  $A(1p_{1/2})$ , por exemplo, é da ordem de  $-1/2$ , o que se esperava, aproximadamente, em função das relações (IV.5) e (IV.4).

Para os estados  $1s_{1/2}$  e  $2s_{1/2}$  não há polarizações efetivas, já que a força spin-órbita que atua sobre os prótons nestes estados é nula. Em vista disso, as seções de choque de correlação angular correspondentes a estes estados (vide figs. 12, 13, 22, 23 e 24) exibem a mesma dependência em relação à polarização incidente  $P_0$  que as seções de choque para espalhamentos próton-próton livres. Isto significa que a assimetria  $A$  da reação coincide com a assimetria natural correspondente aos pro

cessos livres, dada, segundo a expressão (IV.4), por  $A = P(T_{rel}, \bar{\theta})$  (para  $P_0 = 1$ ). A verificação experimental de tal comportamento, o qual independe de detalhes de cálculo, dependendo sô da forma da seção de choque, seria um teste relativamente simples e direto da validade das aproximações usadas na obtenção da seção de choque fatorada, as quais são de interesse geral no estudo dos mecanismos de reação, como, por exemplo, a aproximação de impulso. Esta experiência, em vista de sua proposição na ref. [22], foi feita pelo grupo do TRIUMF [27,28] para o estado  $2s_{1/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 200 MeV. Dentro das incertezas experimentais, os resultados parecem concordar bem com os previstos teoricamente. Seriam interessantes, porém, medidas mais precisas. Para o estado  $1s_{1/2}$  do  $^{12}\text{C}$  as assimetrias obtidas em Dubna [24] a 635 MeV também concordam com as assimetrias referentes a processos de espalhamento próton-próton livres.



## V - INFLUÊNCIA DO POTENCIAL ÓTICO SPIN-ÓRBITA

### V.1 Introdução

Os cálculos apresentados no Capítulo III não consideram, como foi visto, a parte em spin-órbita dos potenciais óticos. O mesmo ocorre, via de regra, com os resultados publicados na literatura, com uma exceção até agora [33,34]. Essa omissão, que poderia parecer suspeita para um estudo de efeitos dependentes de spin, foi avaliada e parcialmente justificada por ocasião dos primeiros cálculos relativos ao emprego de prótons polarizados [21,22]. Na mesma época, no entanto, sofreu severa crítica em um artigo [32] no qual era abordada, dentro da aproximação DWIA com ondas parciais, a influência da distorção spin-órbita sobre a expressão teórica da seção de choque. O artigo [32] não apresentava, porém, nenhuma avaliação quantitativa dos possíveis efeitos da distorção em questão.

Neste capítulo apresentaremos algumas investigações [22,33,34], de natureza quantitativa, efetuadas com o propósito de verificar se é realmente significativo e necessário incluir explicitamente a parte em spin-órbita dos potenciais óticos nos cálculos. Os resultados mostrarão que os efeitos são de fato pequenos, como se supôs nos primeiros cálculos. O núcleo de prova básico utilizado é o  $^{16}\text{O}$ , havendo também alguns resultados para o  $^{40}\text{Ca}$ . O feixe incidente considerado possui energia de 320 MeV e é totalmente polarizado.

O potencial ótico spin-órbita, agindo sobre os prótons rápidos, provoca a precessão dos spins e faz surgir den-

tro do núcleo componentes de spin opostas às apresentadas assintoticamente, fora da região de atuação do potencial. Este mecanismo se reflete na expressão da seção de choque, modificando sua forma e proibindo a fatoração [32] em termos da distribuição de momentum distorcida e da seção de choque próton-próton livre, mesmo com a aproximação de impulso. Isso torna intransparente a interpretação das experiências de espalhamento quase-livre e também acarreta, se a nova expressão da seção de choque for usada integralmente, um acréscimo de trabalho computacional enorme, de pelo menos uma ordem de grandeza. Para ver se vale realmente a pena realizar tais cálculos é, portanto, altamente desejável efetuar primeiro uma estimativa simplificada da ordem de grandeza dos efeitos.

Uma simplificação bastante grande é obtida desprezando a distorção spin-órbita dos prótons emergentes, cujas polarizações não são observadas. Espera-se que isto seja uma aproximação razoável, porque a soma sobre os spins emergentes resulta em cancelamentos apreciáveis [34,80]. No caso, por exemplo, de um potencial ótico spin-órbita hermitiano, os efeitos de rotações de spin dos estados finais tenderão a se cancelar porque os prótons são coletados em todos os estados de spin. Além disso, também a diferença entre os potenciais óticos reais sentidos pela partícula nos dois estados de spin é pequena em comparação com o potencial real puramente central. O cancelamento, para potenciais spin-órbita hermitianos, seria exato se as amplitudes de transição de spin fossem consideradas iguais a valores médios, o que não seria má aproximação, já que a contribuição dominante à seção de choque provém de uma região re-

lativamente pequena do núcleo.

## V.2 Escolha do Potencial Ótico Spin-órbita

Representamos o potencial ótico spin-órbita por um termo hermitiano, se bem que se encontrem na literatura variações grandes para a razão entre as partes real e imaginária deste termo. Nos potenciais derivados a partir das amplitudes de espalhamento núcleon-núcleon [45,81] esta razão parece ser da ordem de 4. Da mesma forma, na maioria das análises dos espalhamentos próton-núcleo (portanto não em todas) feitas com potenciais óticos fenomenológicos (vide refs. [81-84]) a parte real é dominante; é certamente possível ajustar sô com o acoplamento spin-órbita real as polarizações e seções de choque diferenciais para ângulos nos quais esta última não se encontra ainda reduzida por três ordens de grandeza (vide, por exemplo, ref. [81]).

Para efeitos de estimativa, achamos razoável gerar a forma do potencial spin-órbita a partir de um oscilador harmônico truncado em  $R$  (o raio do núcleo), o que não é má aproximação em se tratando de um núcleo leve como o  $^{16}\text{O}$ . Com esse modelo, sabendo que  $\frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr}$  é neste caso igual a uma constante,

$$V_{s.o}(r) = - a\vec{\ell} \cdot \vec{S} , \quad r < R . \quad (V.1)$$

Para o parâmetro  $a$  usamos um valor igual a  $\hbar^2 a = 3.1 \text{ MeV}$ .

Comparando a forma e profundidade de  $V_{s.o}$  com as de

potenciais que têm sido publicados na literatura (vide, por exemplo, refs. [45,81-85]), nota-se que, além de agir com igual intensidade sobre todo o núcleo (sem pico na região da superfície) ele é em geral mais forte, mesmo no domínio de maior atuação dos potenciais publicados (região da superfície). Por isso nossos resultados estarão, provavelmente, superestimados.

Se, eventualmente, desejássemos considerar um potencial spin-órbita mais refinado e realístico, é certo que encontraríamos algumas dificuldades na sua escolha, como por exemplo o fato de que existe uma certa ambigüidade nos parâmetros dos potenciais óticos fenomenológicos, no sentido de que mais do que um conjunto de parâmetros pode dar igualmente bons ajustes a dados experimentais. Um critério para contornar esta dificuldade parece ser o de escolher os potenciais em consonância com características apresentadas por potenciais óticos determinados teoricamente em teorias microscópicas. Diga-se de passagem que o fortalecimento das bases físicas do potencial ótico, mediante o aperfeiçoamento de sua descrição em termos de grandezas conhecidas dos núcleos e da interação núcleon-núcleon, tem sido sugerido [86] para eliminar as ambigüidades e mantê-lo sensível aos detalhes da estrutura nuclear. Com o critério de escolha acima em mente, julgamos que o potencial ótico spin-órbita aqui adotado, no que concerne à omissão da sua parte imaginária, contém incorporado o que parece ser uma tendência dos potenciais óticos spin-órbita, a de que a parte imaginária é apreciavelmente mais fraca do que a parte real. Por esta razão acreditamos que, apesar de sua simplicidade, ele é suficientemente significativo para fins de discussão e aprecia-

ção dos efeitos de distorção spin-órbita em espalhamento quase-livre, se estes não se revelarem muito acentuados.

### V.3 Depolarização do Próton Incidente

Se, como foi argumentado anteriormente, a influência da atuação do potencial spin-órbita sobre os prótons emergentes não deve ser muito importante, o mesmo não pode ser dito a respeito de sua atuação sobre o próton incidente. As variações de spin deste último são essenciais à avaliação dos efeitos, porque a seção de choque próton-próton livre depende sensivelmente da polarização incidente (vide expressão (II.81)). Julgamos, portanto, significativo para os presentes propósitos, em um primeiro ataque ao problema, apresentar uma estimativa da depolarização sofrida pelo próton incidente [22]. Essa depolarização está associada à amplitude de transição de spin do próton. Note-se que para a depolarização do próton referido, ao contrário dos prótons emergentes, o fato de ser a região de contribuição dominante à seção de choque bem localizada no núcleo não garante que o efeito seja pequeno.

Para obter a função de onda do próton, partimos da seguinte expressão:

$$\Phi_0^{(+)}(\underline{r}) = O(\underline{r}, \underline{\sigma}) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\underline{k}_0 \cdot \underline{r}} s_0 t_p, \quad (V.2)$$

na qual  $O(\underline{r}, \underline{\sigma})$  é um operador que representa a distorção spin-órbita ( $\underline{\sigma}$  se refere à matriz de Pauli). Dentro da aproximação

semiclássica [63-65],  $0(\underline{r}, \underline{g})$  é dado por

$$0(\underline{r}, \underline{g}) = P \left[ \exp \left\{ - i \frac{E_0}{\hbar^2 c^2 k_0} \int_{-\infty}^0 V_{s.o}(\underline{r} + s \underline{\hat{k}}_0) ds \right\} \right], \quad (V.3)$$

onde  $P$  simboliza produto ordenado, significando que os operadores  $V_{s.o}(\underline{r} + s \underline{\hat{k}}_0)$  nos termos sucessivos da expansão em série de  $0(\underline{r}, \underline{g})$  devem ser ordenados em sentido crescente, da direita para a esquerda, quanto à variável  $s$ . Contudo, o potencial spin-órbita dado pela expressão (V.1) comuta para dois pontos diferentes sobre a trajetória clássica do próton, de modo que esta prescrição não é necessária no presente caso.

Particularizando, então, para o potencial em questão, obtém-se

$$0(\underline{r}, \underline{g}) = \exp \left\{ - i \frac{E_0}{\hbar^2 c^2 k_0} \int_{-\sqrt{R^2 - b^2}}^{\underline{r} \cdot \underline{\hat{k}}_0} ab k_0 \frac{\hbar^2}{2} \underline{g} \cdot \underline{n} ds \right\}, \quad (V.4)$$

$$0(\underline{r}, \underline{g}) = \exp \left\{ - i \frac{ab E_0}{2c^2} \left( \underline{r} \cdot \underline{\hat{k}}_0 + \sqrt{R^2 - b^2} \right) \underline{g} \cdot \underline{n} \right\}, \quad (V.5)$$

$$0(\underline{r}, \underline{g}) = \exp \left\{ - i \Omega(\underline{r}) \underline{g} \cdot \underline{n} \right\}. \quad (V.6)$$

Nestas expressões,  $b$  denota o parâmetro de impacto clássico do próton incidente,  $\underline{n}$ , o vetor unitário na direção e sentido de  $\underline{r} \times \underline{\hat{k}}_0$  e  $\Omega(\underline{r})$ , definido implicitamente por comparação da (V.6)

com a (V.5), o ângulo de precessão do spin em torno de  $\underline{n}$ . É conveniente linearizar a relação (V.6) em  $\underline{g}$ ,

$$O(\underline{r}, \underline{g}) = \cos \Omega(\underline{r}) - i \underline{g} \cdot \underline{n} \sin \Omega(\underline{r}) . \quad (V.7)$$

O operador  $O(\underline{r}, \underline{g})$ , atuando sobre o espinor  $s_0$ , faz surgir dentro do núcleo uma contribuição coerente de estados de spin para cima  $\chi_+$  e de spin para baixo  $\chi_-$ :

$$O(\underline{r}, \underline{g})s_0 = O^{(+)}(s_0, \underline{r})\chi_+ + O^{(-)}(s_0, \underline{r})\chi_- = \sum_u O^{(u)}(s_0, \underline{r})\chi_u . \quad (V.8)$$

As funções  $O^{(u)}(s_0, \underline{r})$ , em (V.8), representam as amplitudes de probabilidade de que o próton incidente, estando assintoticamente no estado de spin  $s_0$ , esteja imediatamente antes de sua colisão com o próton-alvo nos auto-estados  $\chi_u$ . Para conhecer com mais detalhes a forma do operador  $O(\underline{r}, \underline{g})$ , devemos adotar uma convenção de eixos de referência. Com vistas a uma maior simplicidade no tratamento formal do problema e na parte de programação computacional, encarados em conjunto, achamos que a associação dos eixos Y e Z às direções de quantização (normal ao plano de espalhamento) e de incidência do próton, respectivamente, é a solução mais adequada (os auto-estados de spin são autofunções da matriz  $\sigma_y$ ).

Com esta convenção, o operador  $O(\underline{r}, \underline{g})$  assume a seguinte forma:

$$O(\underline{r}, \underline{g}) = \cos \Omega(\underline{r}) + i(\sigma_y \cos \phi - \sigma_x \sin \phi) \sin \Omega(\underline{r}) , \quad (V.9)$$

onde  $\phi$  é a coordenada azimutal do ponto  $\underline{r} \equiv (b, \phi, z)$ , no sistema

de coordenadas cilíndrico-polares, e  $\Omega(r)$  é dado por

$$\Omega(r) = \frac{abE_0}{2c^2} \left( z + \sqrt{R^2 - b^2} \right). \quad (V.10)$$

Para obter a amplitude de transição desejada, consideramos  $s_0$  um auto-estado de spin para cima ( $|\uparrow\rangle \equiv s_0$ ), por exemplo. Neste caso, com  $|\uparrow\rangle \equiv \chi_+$ ,

$$\langle \uparrow | 0(r, \sigma) | \uparrow \rangle = \text{sen } \Omega(r) \text{ sen } \phi. \quad (V.11)$$

Se  $s_0$  for um auto-estado de spin para baixo, a expressão da amplitude de transição correspondente será a mesma, a menos de uma troca de sinal. Para a energia cinética de 320 MeV e o potencial (V.1), o ângulo de precessão  $\Omega(r)$  não assume valores apreciáveis dentro do núcleo, sendo razoável aproximar a amplitude (V.11) por uma forma mais simples,

$$\langle \uparrow | 0(r, \sigma) | \uparrow \rangle \approx \Omega(r) \text{ sen } \phi \approx \frac{1}{20} b \left( z + \sqrt{R^2 - b^2} \right) \text{ sen } \phi. \quad (V.12)$$

De posse desta função, é imediato calcular a depolarização sofrida pelo feixe incidente. Basta elevá-la ao quadrado, pois a polarização incidente, por ser considerada total e normal ao plano de espalhamento (na direção de quantização), nos assegura que os prótons estão todos em um mesmo auto-estado de spin.

Hã dois pontos no núcleo para os quais a depolarização é máxima. São obtidos a partir das condições

$$\phi = \pm 90^\circ, \quad \frac{\partial \Omega(r)}{\partial b} = 0, \quad z \text{ máximo} \quad (V.13)$$



e possuem as seguintes coordenadas cartesianas:

$$x = 0, \quad y = \pm \frac{R}{\sqrt{2}}, \quad z = \frac{R}{2}. \quad (\text{V.14})$$

Situam-se na parte posterior do núcleo, oposta ao lado de entrada do próton incidente, e contribuem para uma depolarização da ordem de

$$\left(\frac{R^2}{20}\right)^2 \approx \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow 25\%. \quad (\text{V.15})$$

É um valor apreciável, mas se refere somente a dois pontos no núcleo. Na realidade, efetuando uma média, o valor resultante é menor. Considerando peso igual sobre todo o núcleo, obtêm-se

$$\begin{aligned} \frac{3}{4\pi R^3} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^R db \int_{-\sqrt{R^2-b^2}}^{+\sqrt{R^2-b^2}} dz |\langle \uparrow | 0(r_{\nu}, \sigma_{\nu}) | \uparrow \rangle|^2 = \\ = \frac{4}{35} \left(\frac{E_0}{2c^2}\right)^2 a^2 R^4 \approx \frac{1}{35} \rightarrow 3\%. \end{aligned} \quad (\text{V.16})$$

A absorção, desprezada aqui, enfatiza certas partes do núcleo e, provavelmente, tende a aumentar levemente a depolarização média. Contudo, o resultado encontrado acima é, ainda assim, bastante significativo.

Lembramos que a estimativa feita se refere ao  $^{16}\text{O}$ . É naturalmente interessante saber também o que nos revela o  $^{40}\text{Ca}$ . Este é um núcleo maior e os prótons têm mais distância a percorrer dentro dele. Como o potencial spin-órbita age por mais

tempo sobre os prótons, o ângulo de precessão sofre maior variação. Conseqüentemente, espera-se que a depolarização média sofra um incremento em relação à do  $^{16}\text{O}$ , se o potencial spin-órbita for da mesma ordem de grandeza. Para processos de espalhamento sobre os estados menos ligados do  $^{40}\text{Ca}$ , acreditamos que seja uma estimativa razoável o valor (V.16), obtido para o  $^{16}\text{O}$ , multiplicado pelo fator

$$\left[ \frac{a(^{40}\text{Ca})}{a(^{16}\text{O})} \right]^2 \left[ \frac{R(^{40}\text{Ca})}{R(^{16}\text{O})} \right]^4 \approx 1.2 . \quad (\text{V.17})$$

Neste fator, os raios dos potenciais são os da tabela III.1, ao passo que a razão entre as profundidades é estimada a partir de potenciais que reproduzem aproximadamente as energias experimentais de desdobramento spin-órbita dos estados  $1d$  e  $1p$  do  $^{40}\text{Ca}$  e  $^{16}\text{O}$ , respectivamente (vide tabelas III.4, 5, 6 e 7). A depolarização média encontrada para o  $^{40}\text{Ca}$ , da ordem de 4%, também não é apreciável.

Os resultados obtidos são estimativas bastante simples e visam apenas a dar uma idéia da possível ordem de grandeza dos efeitos causados pela distorção spin-órbita. São animadores porque deixam entrever que a influência desta parte sobre as reações quase-livres não é muito acentuada quantitativamente.

É interessante saber que a depolarização causada pelo campo eletromagnético do núcleo sobre os elétrons incidentes nas reações  $(e, e'p)$  é, também ela, pequena para núcleos como o  $^{16}\text{O}$  e o  $^{40}\text{Ca}$  [31].

#### V.4 Seção de Choque com Distorção Spin-órbita

Os resultados da depolarização dos prótons incidentes obtidos na seção anterior são encorajadores, mas ainda insuficientes para justificar a omissão do acoplamento spin-órbita na distorção. Cabe recordar que ao próton incidente está associada, dentro do núcleo, imediatamente antes de sua colisão com o próton nuclear, uma soma coerente de auto-estados de spin, cada um com sua amplitude de probabilidade  $O^{(u)}(s_o, r)$ . Uma destas amplitudes, como foi visto, dá surgimento à depolarização e pode ser avaliada, para efeitos de ordem de grandeza, como sendo igual a cerca de  $\sqrt{1/35} \rightarrow \sqrt{3\%}$ . A outra, que corresponde ao auto-estado de spin igual ao assintótico, assume um valor próximo de 1. Conseqüentemente, mesmo que se possa desprezar a contribuição da depolarização à seção de choque, há ainda as contribuições da interferência dos dois auto-estados (vide expressão (V.21)), que poderiam ser, em princípio, da ordem de  $2\sqrt{3\%} \approx 35\%$  para o  $^{16}O$ .

No que segue, a fim de obter elementos mais conclusivos, apresentamos os cálculos de uma seção de choque típica, levando em conta com mais detalhes a influência do potencial ótico spin-órbita [33,34].

Escolhemos, como situação de prova, o espalhamento de prótons com as características já mencionadas (polarização 100% e energia de 320 MeV) sobre o estado  $1p_{1/2}$  do  $^{16}O$ . A fim de comparar os resultados com aqueles apresentados no Capítulo III e destacar, desse modo, os efeitos da distorção spin-órbita, adotamos as mesmas geometrias, funções de onda e potenciais óti-

cos centrais daqueles cálculos.

A expressão relativa à função de onda do próton incidente, da qual partimos na presente situação, é

$$\Phi_0^{(+)}(\underline{r}) = D_0(\underline{r})O(\underline{r}, \underline{\sigma}) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\hat{k}_0 \cdot \underline{r}} s_0 t_p, \quad (V.18)$$

onde  $D_0(\underline{r})$  acaba assumindo (na aproximação semiclássica [63-65]) a forma da distorção usual (III.8), associada ao potencial ótico central, e  $O(\underline{r}, \underline{\sigma})$ , a forma do operador distorção spin-órbita introduzido na seção anterior (relação (V.3)). Salientamos que é lícito fatorar a distorção total desta maneira porque o potencial ótico completo, constituído da parte central e da parte em spin-órbita que estamos empregando, comuta para dois pontos quaisquer da trajetória clássica do próton incidente, podendo

$$P \left[ \exp \left\{ -i \frac{E_0}{\hbar^2 c^2 k_0} \int_{-\infty}^0 \left( U_0(\underline{r} + s\hat{k}_0) + v_{s.o.}(\underline{r} + s\hat{k}_0) \right) ds \right\} \right] \quad (V.19)$$

ser escrito como

$$\exp \left\{ -i \frac{E_0}{\hbar^2 c^2 k_0} \int_{-\infty}^0 U_0 ds \right\} \exp \left\{ -i \frac{E_0}{\hbar^2 c^2 k_0} \int_{-\infty}^0 v_{s.o.} ds \right\}. \quad (V.20)$$

A seção de choque de correlação angular, dentro das aproximações que conduzem às expressões (II.61) e (II.80), assume na presente situação a forma

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE} = \frac{4}{(\hbar c)^2} \frac{k_1 k_2}{k_0} \frac{\bar{E}_0^2}{E_3} \frac{1}{2J_A + 1} \sum_{m_A, m_{A-1}} \sum_{s_1, s_2} \left| \sum_{n, u} g'_{m_A, m_{A-1}}(n, u)(s_0, k_3) \bar{M}(s_1 s_2; \chi_u s_n) \right|^2, \quad (V.21)$$

que é uma generalização direta e essencial da seção de choque (II.76) normalmente usada no caso sem potencial spin-órbita. A função  $g'_{m_A, m_{A-1}}(n, u)(s_0, k_3)$  representa a "transformada de Fourier distorcida"

$$g'_{m_A, m_{A-1}}(n, u)(s_0, k_3) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{-i k_3 \cdot r} \times \psi_{m_A, m_{A-1}}^{(n)}(r) \Pi_j D_j(r) O^{(u)}(s_0, r) d^3 r, \quad (V.22)$$

onde, além das distorções usuais, aparecem agora as amplitudes de probabilidade  $O^{(u)}(s_0, r)$ , dadas por

$$O^{(+)}(+, r) = \cos \Omega(r) + i \operatorname{sen} \Omega(r) \cos \phi, \quad (V.23)$$

$$O^{(-)}(+, r) = + i \operatorname{sen} \Omega(r) \operatorname{sen} \phi, \quad (V.24)$$

$$O^{(+)}(-, r) = - i \operatorname{sen} \Omega(r) \operatorname{sen} \phi, \quad (V.25)$$

$$O^{(-)}(-, r) = \cos \Omega(r) - i \operatorname{sen} \Omega(r) \cos \phi. \quad (V.26)$$

Os elementos de matriz  $\bar{M}(s_1, s_2; \chi_u s_n)$  da amplitude de espalhamento de Wolfenstein, introduzida no Capítulo II.3 (vide (II.57)), são calculados para as diversas transições relevantes dos estados de spin  $\chi_u, s_n$  dos prótons incidente e alvo (imediatamente

antes da colisão próton-próton quase-livre) para os estados de spin  $s_1, s_2$  dos prótons emergentes (imediatamente após a colisão quase-livre). Estes últimos estados são também, no presente cálculo, os estados de spin assintóticos, já que desprezamos a distorção spin-órbita sobre os prótons emergentes. Os elementos de matriz de  $\bar{M}$  são expressos em função dos coeficientes A, B, C, E e F, os quais são obtidos através de suas expressões [49,50,45] em termos dos elementos de matriz singletes e tripletes de  $\bar{M}$  e com o auxílio de relações [51,52] que conectam estes últimos com deslocamentos de fase experimentais, os da ref. [76] no presente caso (vide Apêndice B).

Na seção de choque (V.21) fatoramos as parcelas dos somatórios sobre  $n$  e  $u$  em termos das funções de onda de momentum distorcidas ("transformadas de Fourier distorcidas") e das diversas amplitudes de espalhamento, na suposição de que os coeficientes A, B, C, E e F sejam funções suficientemente brandas de momentum. Se esta fatoração básica, que usualmente é feita também nos cálculos sem distorção spin-órbita, for uma aproximação boa, então o tratamento da distorção pelo método WKB também será provavelmente uma aproximação razoável [19,66], porque ambas dependem basicamente da condição de que as frentes de onda das funções de onda plana dos prótons rápidos não sofram distorção muito acentuada. Sob este ponto de vista, achamos que o tratamento das distorções em termos de ondas parciais, fazendo-se, contudo, a fatoração básica mencionada acima, além de ser bem mais trabalhosa do que o método WKB, não é plenamente justificado, a menos que seja para avaliar o grau de validade de ambas as aproximações (fatoração e WKB).

Se em (V.21) é desprezada a distorção spin-órbita ( $g_{m_A, m_{A-1}}^{(n, u)}(s_0, k_3) = 0$  para  $\chi_u \neq s_0$ ), recai-se automaticamente na forma fatorada (II.76), conforme foi visto no fim da Seção II.3. Contudo, a forte dependência em spin da seção de choque próton-próton livre (contida em  $\bar{M}(s_1 s_2; \chi_u s_0)$ ), que é a base da utilidade dos processos (p,2p) no presente contexto, lança dúvidas sobre a validade desta aproximação. É justamente a investigação deste problema que se constitui no principal objetivo deste cálculo. Como existem agora duas somas coerentes, em vez de uma, a fatoração da expressão (V.21) em termos da seção de choque próton-próton livre e da distribuição de momentum distorcida não é mais possível.

Calculamos, com auxílio de computador, as diversas funções de onda de momentum distorcidas  $g_{m_A, m_{A-1}}^{(n, u)}$  (em Algol), segundo o modelo apresentado no Capítulo III, e os elementos de matriz  $\bar{M}(s_1, s_2; \chi_u s_n)$  (em Fortran 4), combinando-os depois para darem as seções de choque de correlação angular (em Fortran 4) com polarizações totais para cima e para baixo (ortogonais ao plano de espalhamento). O tempo de processador necessário no computador B6700 foi de aproximadamente 40 minutos, ou seja, cerca de três vezes mais do que o tempo gasto no cálculo análogo sem distorção spin-órbita. A inclusão dos potenciais spin-órbita sobre os prótons emergentes teria aumentado este tempo em cerca de uma ordem de grandeza, e a da parte imaginária, por um fator dois adicional.

Os resultados obtidos para o  $^{16}\text{O}$  são mostrados na figura 32, pelas curvas cheias. As curvas com linha tracejada reproduzem os resultados sem a inclusão da distorção spin-órbita,

$^{16}\text{O}$   
320 MeV

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE}$$

$\mu\text{b}/\text{sr}^2 \text{MeV}$

$1p_{1/2}$

100

-0.5

0.0

0.5

$k_3 (\text{fm}^{-1})$

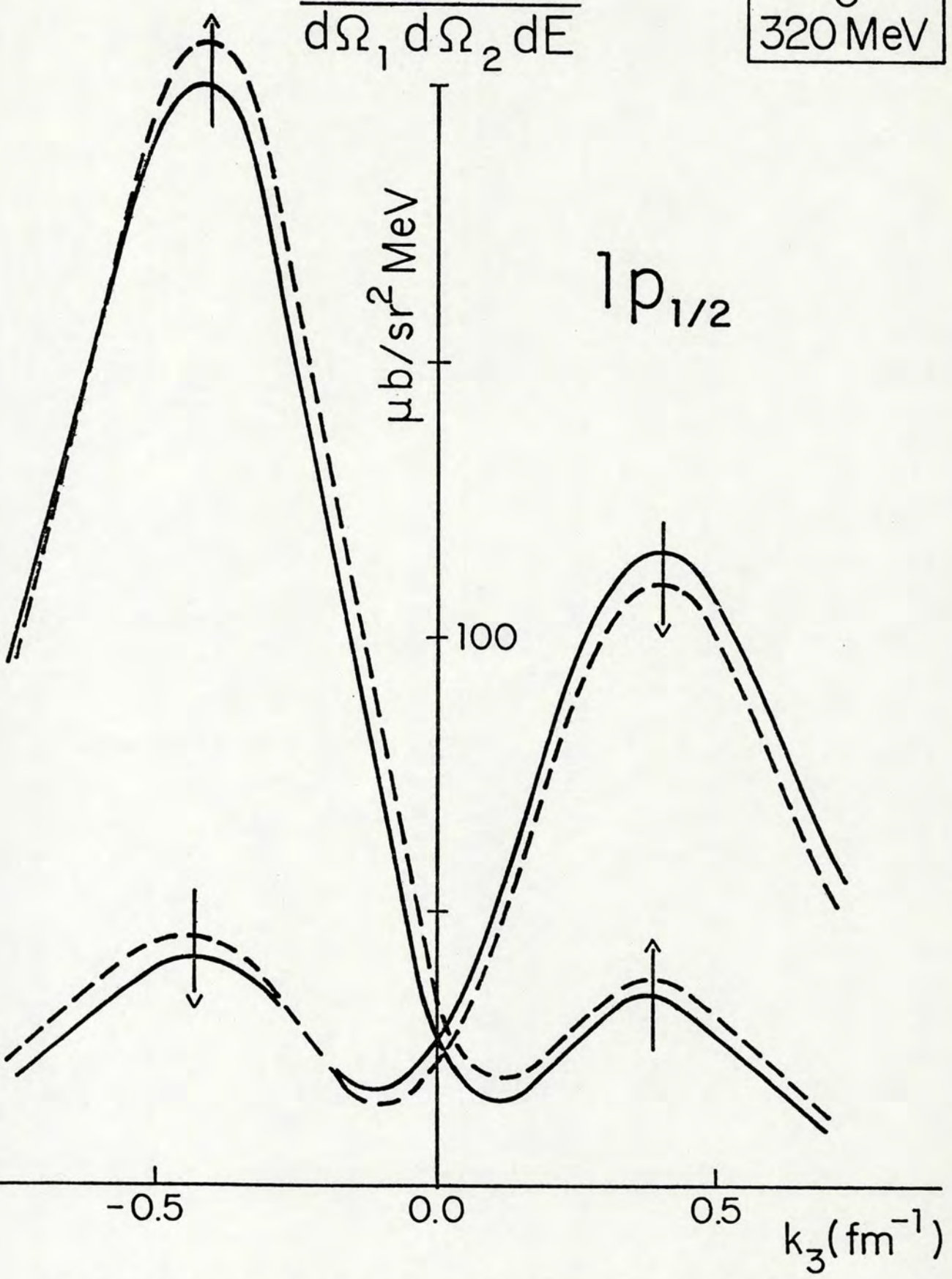


FIGURA 32 - Seções de choque de correlação angular calculadas para o estado  $1p_{1/2}$  do  $^{16}\text{O}$  a 320 MeV, com parte real nos potenciais óticos e com (curvas cheias [33,34]) e sem (curvas tracejadas [22]) distorção spin-órbita sobre o próton incidente.



$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE}$$

$^{40}\text{Ca}$   
320 MeV

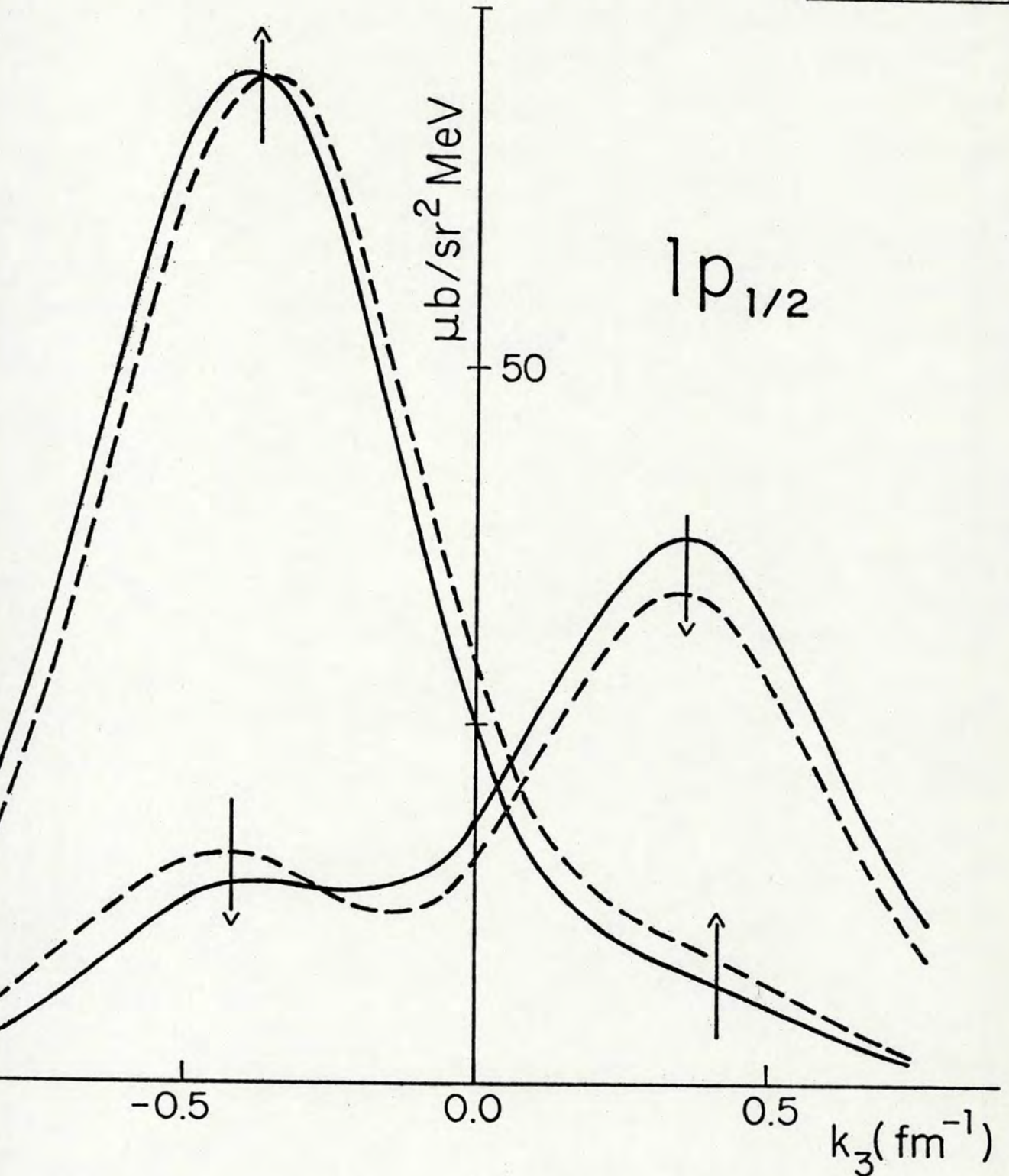


FIGURA 33 - Seções de choque de correlação angular calculadas para o estado  $1p_{1/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$  a 320 MeV, com parte real nos potenciais óticos e com (curvas cheias [34]) e sem (curvas tracejadas [22]) distorção spin-órbita sobre o próton incidente.

apresentados na figura 11 do Capítulo III. Observa-se que a correção quantitativa introduzida pelo potencial ótico spin-órbita é na realidade bastante pequena e não altera qualitativamente as predições usuais, baseadas na seção de choque fatorada. Cumpre assinalar que os resultados experimentais obtidos no TRIUMF para os estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  do  $^{16}\text{O}$  a 200 MeV (analisados com a seção de choque fatorada) também sugerem que os efeitos da distorção spin-órbita são pequenos [25,27].

Aproveitando o mesmo programa de computador, efetuamos também cálculos para o estado  $1p_{1/2}$  do  $^{40}\text{Ca}$ , cujos resultados são vistos na figura 33. O objetivo era somente verificar a dependência do efeito da distorção spin-órbita em relação ao tamanho do núcleo, pois este estado do  $^{40}\text{Ca}$  não se constitui em um bom caso, do ponto de vista experimental. O potencial spin-órbita utilizado foi gerado a partir de um potencial do tipo oscilador harmônico, com a mesma profundidade do potencial adotado para o  $^{16}\text{O}$ , mas truncado no raio  $R$  do  $^{40}\text{Ca}$ . O efeito obtido é um pouco maior que o referente ao  $^{16}\text{O}$ , mas ainda não altera os resultados sem potencial spin-órbita qualitativamente.

Para os estados com  $\ell = 0$  pode-se prever também efeitos pequenos, menores que os referentes aos estados  $1p_{1/2}$ . Para esses estados, as transições de spin não contribuem à seção de choque (V.21), por razões de simetria especular em relação ao plano de espalhamento;  $g_{m_A, m_A-1}^{(n, u)}(s_0, k_3) = 0$  para  $\chi_u \neq s_0$ , pois as amplitudes de probabilidade de transição de spin (V.24), ou (V.25), são funções antisimétricas em relação ao plano mencionado, ao passo que as funções de onda, bem como os demais componentes do integrando em (V.22), são funções simétricas. Con-

seqüentemente, a soma sobre  $u$  em (V.21) desaparece e a seção de choque torna-se exatamente fatorável (no caso mais geral, com potenciais spin-órbita atuando também sobre os prótons emergentes, isto não é verdade). As distribuições de momentum distorcidas que resultam não diferem apreciavelmente das usuais, sem distorção spin-órbita. Para o  $^{16}\text{O}$ , por exemplo, considerando um ângulo de precessão médio  $\bar{\Omega}$  sobre o núcleo (da ordem de 0.2 rad), a diferença nas alturas das distribuições é estimada em cerca de 5%.

Em vista dos resultados obtidos, e porque julgamos ter considerado as contribuições mais importantes e significativas à seção de choque, achamos que cálculos mais elaborados, levando em conta a distorção spin-órbita dos prótons emergentes e usando potenciais óticos spin-órbita mais realísticos, também não transtornarão os resultados que se obtêm com a seção de choque fatorada (II.76). A forma fatorada da seção de choque nos parece ser, portanto, uma boa aproximação para o tratamento e interpretação dos resultados de espalhamento quase-livre. Acreditamos que as aproximações feitas são suficientes para que se possa concluir que, pelo menos para os núcleos leves, não vale a pena, por ora, considerar a distorção spin-órbita nos cálculos.

## VI - OBSERVAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Os cálculos teóricos apresentados neste trabalho foram realizados com o intuito de esclarecer algumas incertezas na descrição teórica do espalhamento quase-livre com prótons polarizados, investigando desta maneira a base da análise das experiências em questão. Para demonstrar nossos argumentos foram adotados modelos e feitas aproximações que simplificassem o trabalho de cálculo. É evidente, portanto, que não se pode esperar que todos os observáveis calculados apresentem boa concordância quantitativa com resultados experimentais. Uma discordância qualitativa seria, no entanto, surpreendente.

Dentre os modelos adotados, cumpre-nos assinalar o emprego do modelo extremo de partícula-única no esquema de acoplamento  $jj$  puro. Para reações sobre núcleos de camadas fechadas, tais como o  $^{16}\text{O}$  e  $^{40}\text{Ca}$ , este modelo se aplica razoavelmente bem, no que concerne aos núcleos nos estados iniciais da reação. Contudo, há outros núcleos de interesse, como por exemplo o  $^{12}\text{C}$  e o  $^{14}\text{N}$ , para os quais a situação não é tão simples, e que requerem cuidado. Uma das correções, nestes casos, poderia ser a representação do núcleo em termos de um esquema de acoplamento intermediário [87] entre  $jj$  e  $LS$ , onde se tem alguns parâmetros livres que podem ser ajustados a dados experimentais. A polarização efetiva, a qual depende do esquema de acoplamento, ao ser medida experimentalmente poderia ser deste modo um elemento adicional para ajudar a estabelecer a configuração do núcleo, desde que a validade das demais aproximações e modelos estivesse bem assegurada [29].

Em relação ao estado final da reação, de acordo com o modelo nuclear adotado, o núcleo residual é encarado como estando em um auto-estado estacionário de energia bem determinada. Nesse caso, as interpretações da integral de superposição (vide (III.3)) em termos da função de onda do próton-alvo, no núcleo inicial, e do estado-furo no núcleo residual são equivalentes. Na realidade, porém, os espectros de energia revelam larguras significativas nos picos, mormente nos associados a camadas de prótons mais fortemente ligados, o que significa que o estado do núcleo residual não é estacionário, mas decai. A descrição mais adequada é, por isso, a de estado-furo [60,61]. A investigação dos efeitos de decaimento nas análises teóricas pode ser feita, por exemplo, empregando o formalismo de muitos corpos [62], mas é mais simples e prático, quando se desejam exemplos ilustrativos, ou, pelo menos como ponto de partida, fazê-la em termos de um modelo fenomenológico. Nas primeiras investigações foi adotado um modelo no qual a função de onda do furo no núcleo residual era gerada por um potencial nuclear complexo [60,61]. Verificou-se que as distribuições de momentum eram sensíveis ao modelo do potencial adotado. Seria interessante verificar se o mesmo acontece com a polarização efetiva. Caso fosse constatada uma sensibilidade acentuada, a medida da polarização poderia, por exemplo, contribuir para a determinação do referido potencial, o qual serviria como elemento de confronto para potenciais calculados teoricamente.

A seção de choque para processos quase-livres possui uma propriedade bastante apreciada para a análise das reações quase-livres. Trata-se da fatoração em termos da distribuição

de momentum distorcida e da seção de choque diferencial próton-próton livre, além de um fator cinemático praticamente constante. Esta propriedade, contudo, é válida somente de maneira aproximada, mesmo efetuando a aproximação de impulso e desprezando os problemas de fora-da-camada-de-energia, conforme foi discutido no Capítulo II.3. A razão de não ser exata prende-se ao fato de que os prótons, ao sentirem a influência dos demais componentes do núcleo, são absorvidos e sofrem variações de momentum sobre o núcleo, de modo que os seus momenta assintóticos não coincidem mais com os momenta da colisão de ejeção. É possível, em princípio, calcular os elementos de matriz da amplitude de transição  $T$  exatamente, usando o método de deslocamentos de fase para a interação próton-próton e para as funções de onda dos prótons rápidos, mas o trabalho computacional cresce de maneira formidável. A fatoração aproximada é, porém, preferida, porque não só acarreta menor trabalho computacional como também facilita, conforme já foi dito, a análise e avaliação das reações. É oportuno lembrar que a obtenção da polarização de resultados experimentais e sua conexão com a estrutura nuclear está fortemente ligada à fatoração.

A fatoração exige que se considere uma espécie de média da matriz elementar  $M$  (ou  $\bar{M}$ ) (vide Seção II.3) sobre os momenta dos prótons [19]. Para saber se a fatoração é uma boa aproximação é necessário saber quão relevante é a média sobre os momenta. Será pouco relevante se os elementos da matriz  $M$  forem funções que variam pouco sobre as variações de momentum dos prótons. Sabe-se, porém, que a variação dos elementos de matriz de  $\bar{M}$  não é insignificante, apesar de a seção de choque diferencial

próton-próton livre ser praticamente isotrópica e independente de energia no intervalo de 100 a 400 MeV, decorrência, provavelmente, de efeitos de cancelamento. A fatoração, mesmo assim, poderá ser considerada uma boa aproximação, desde que as condições de espalhamento sejam tais que os prótons rápidos sofram pequenas variações de momentum.

Quando se consideram potenciais óticos com acoplamento spin-órbita, surge um problema adicional que impede a fatoração [32]. Neste caso, como foi visto, não pode ser feita a média sobre as variações de spin, como se faz para os momentos, porque os elementos de matriz  $\bar{M}$  variam com spin de maneira discreta. Esse problema é, em princípio, bastante sério quando se trata de reações com prótons polarizados, pois para partículas polarizadas não são feitas somas com peso igual sobre os estados de spin e não se pode, portanto, contar com a tendência de cancelamento dos efeitos. A expressão da seção de choque, mesmo quando se considera somente a atuação do potencial spin-órbita sobre o próton incidente (vide Seção V.4), sofre uma modificação fundamental e acarreta um acréscimo de trabalho computacional enorme de, pelo menos, uma ordem de magnitude. Um dos objetivos desta Tese era justamente avaliar quantitativamente a influência da distorção spin-órbita e verificar quão séria é na verdade a quebra de fatoração. Os resultados obtidos indicam que, para núcleos leves, pelo menos, a fatoração continua sendo uma boa aproximação [33,34], o que ratifica a relevância de resultados teóricos anteriores, obtidos sem a correção spin-órbita.

Recentemente foram realizadas experiências (p,2p) quase-livres sobre o  $^{40}\text{Ca}$  com prótons não polarizados de 150 MeV,

tendo por finalidade testar a fatora $\tilde{c}$ o [88]. Na an $\tilde{a}$ lise te $\tilde{o}$ ri-  
ca dos resultados obtidos para o estado  $2s_{1/2}$ , feita em DWIA,  
foi extra $\tilde{i}$ da a se $\tilde{c}$ o de choque diferencial pr $\tilde{o}$ ton-pr $\tilde{o}$ ton para  
v $\tilde{a}$ rios  $\tilde{a}$ ngulos de espalhamento  $\tilde{\theta}$ , atrav $\tilde{e}$ s da express $\tilde{a}$ o fatora-  
da da se $\tilde{c}$ o de choque da rea $\tilde{c}$ o, e comparada com valores expe-  
rimentais sobre-a-camada-de-energia conhecidos. Da compara $\tilde{c}$ o  
resultou concord $\tilde{a}$ ncia excelente, a menos de um fator de norma-  
liza $\tilde{c}$ o, indicando que a fatora $\tilde{c}$ o em DWIA parece ser uma apro-  
xima $\tilde{c}$ o muito boa, pelo menos quanto  $\tilde{a}$  depend $\tilde{e}$ ncia angular da  
rea $\tilde{c}$ o.

Outra aproxima $\tilde{c}$ o feita nos presentes c $\tilde{a}$ lculos  $\tilde{e}$  a  
utiliza $\tilde{c}$ o da forma do tipo po $\tilde{c}$ o quadrado para os potenciais  $\tilde{o}$ ti-  
cos. Esta aproxima $\tilde{c}$ o, feita somente para facilitar a obten $\tilde{c}$ o  
das fun $\tilde{c}$ oes de distor $\tilde{c}$ o  $D_j$ , ( $j = 0, 1, 2$ ), (III.8) e (III.9),  $\tilde{e}$  acei-  
t $\tilde{a}$ vel quando se desejam exemplos ilustrativos, mas deve ser cor-  
rigida em an $\tilde{a}$ lises mais real $\tilde{i}$ sticas. Verificou-se que as dis-  
tribui $\tilde{c}$ oes de momentum distorcidas s $\tilde{a}$ o sens $\tilde{i}$ veis  $\tilde{a}$ s formas re-  
lativas da fun $\tilde{c}$ o de onda e potencial  $\tilde{o}$ tico na regi $\tilde{a}$ o da super-  
f $\tilde{i}$ cie do n $\tilde{u}$ cleo [89]. Um fator de forma mais adequado para os po-  
tenciais  $\tilde{o}$ ticos  $\tilde{e}$  aquele que  $\tilde{e}$  "consistente" com a densidade nu-  
clear obtida com as mesmas fun $\tilde{c}$ oes de onda usadas para a inte-  
gral da superposi $\tilde{c}$ o.

Os resultados apresentados no Cap $\tilde{i}$ tulo III revelam que  
a parte real dos potenciais  $\tilde{o}$ ticos contribui de maneira not $\tilde{a}$ -  
vel  $\tilde{a}$  polariza $\tilde{c}$ o efetiva dos pr $\tilde{o}$ tons-alvo. As polariza $\tilde{c}$ oes efe-  
tivas atribu $\tilde{i}$ das a esta parte dos potenciais s $\tilde{a}$ o da mesma or-  
dem de grandeza que as correspondentes  $\tilde{a}$  parte imagin $\tilde{a}$ ria. Con-  
clu $\tilde{i}$ mos, em vista dos efeitos provocados, que  $\tilde{e}$  imprescind $\tilde{i}$ vel



incluir a parte real dos potenciais óticos nos cálculos referentes a reações quase-livres com prótons polarizados.

Acreditamos que os resultados obtidos neste trabalho, apesar das simplificações feitas para obtê-los, são suficientemente significativos para que se possa concluir que as reações (p,2p) quase-livres com prótons polarizados podem ser efetivamente usadas como um instrumento valioso para a investigação dos mecanismos de reação e da estrutura dos núcleos, propiciando informações difíceis de serem conseguidas com as reações quase-livres usuais. É gratificante saber que os resultados experimentais obtidos na U.R.S.S. [23,24] e no Canadá [25-28] têm demonstrado que isto é de fato possível, prevendo-se um futuro auspicioso para o estudo e aplicações deste tipo de reações.

## APÊNDICE A

Conforme foi mencionado no Capítulo III.2, são apresentadas neste apêndice as partes radiais das funções de onda (geradas pelo potencial poço quadrado (III.10)) utilizadas nos cálculos. São acompanhadas de relações importantes para a determinação de seus parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  e, por razões de completicidade, das expressões dos raios quadráticos [69].

As seguintes relações são válidas para todos os estados:

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{2m}{\hbar^2} |V|, \quad \beta^2 = \frac{2m}{\hbar^2} S.$$

Observamos que no modelo nuclear adotado (modelo extremo de partícula-única no acoplamento  $jj$ ), os estados são caracterizados por  $\ell$  e  $j$  ( $= \ell \pm 1/2$ ) e que, cada um deles, possui uma energia de separação  $S$  própria. Conseqüentemente  $\alpha$  e  $\beta$ , que são determinados a partir de  $S$  e  $R$  (vide Capítulo III.2), assumem valores diferentes para cada estado (vide Tabelas III.2 e 3), mesmo que as formas das funções de onda e demais relações sejam idênticas (estados de mesmo  $\ell$ ).

Para tornar as expressões mais compactas introduzimos os parâmetros auxiliares  $\rho = \alpha R$  e  $\eta = \beta R$ .

ESTADOS  $1s_{1/2}$  e  $2s_{1/2}$  ( $\ell = 0$ )

$$R_{0 \text{ int}}(r) = A \frac{\text{sen}(\alpha r)}{r}, \quad r \leq R$$

$$R_0 \text{ ext}(r) = B \frac{e^{-\beta(r-R)}}{r}, \quad r > R$$

$$B = \left[ \frac{2\beta\rho^2}{(\eta^2 + \rho^2)(\eta + 1)} \right]^{1/2}$$

$$A = B \frac{1}{\text{sen}\rho} = \left[ \frac{2\beta}{\eta + 1} \right]^{1/2}$$

$$\rho \cotg\rho = -\eta$$

$$\langle r^2 \rangle = \frac{R^2}{\eta + 1} \left[ \frac{\eta}{3} + 1 + \frac{1}{2\eta} \left( 1 + \frac{\rho^2 - \eta^2}{\rho^2} \right) + \frac{\rho^2 - \eta^2}{2\eta^2 \rho^2} \right]$$

ESTADOS  $1p_{1/2}$  -  $E_{1p_{3/2}}$  ( $\ell = 1$ )

$$R_1 \text{ int}(r) = A \frac{\text{sen}(\alpha r) - \alpha r \cos(\alpha r)}{r^2}, \quad r \leq R$$

$$R_1 \text{ ext}(r) = B \frac{(\beta r + 1)}{r^2} e^{-\beta(r-R)}, \quad r > R$$

$$B = \left[ \frac{2\rho^2 R}{(\eta^2 + \rho^2) [(n+1)^2 + (n+1) + 1]} \right]^{1/2}$$

$$A = B \frac{(n+1)}{\text{sen}\rho - \rho \cos\rho}$$

$$\frac{\cotg\rho}{\rho} - \frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{\eta} + \frac{1}{\eta^2}$$

$$\langle r_1^2 \rangle = R^2 \left[ \frac{2(n+1)^4 + 2(n+1)^3 + 2(n+1)^2 - 3(n+1) - 3}{6n^2 [(n+1)^2 + (n+1) + 1]} + \frac{5}{6\rho^2} \right]$$

ESTADOS  $1d_{3/2}$  E  $1d_{5/2}$  ( $\ell = 2$ )

$$R_{2 \text{ int}}(r) = A \frac{[3 - (\alpha r)^2] \text{sen}(\alpha r) - 3(\alpha r) \cos(\alpha r)}{r^3}, \quad r < R$$

$$R_{2 \text{ ext}}(r) = B \frac{[(\beta r)^2 + 3(\beta r) + 3]}{r^3} e^{-\beta(r-R)}, \quad r > R$$

$$B = \left[ \frac{2\rho^2 n^3}{\beta^3 (n+1)(n^2 + \rho^2) [(n+1)^3 + 3(n+1)^2 + 6(n+1) + 5]} \right]^{1/2}$$

$$A = B \frac{n^2 + 3n + 3}{(3 - \rho^2) \text{sen} \rho - 3\rho \cos \rho}$$

$$\frac{1}{1 - \rho \cot \rho} - \frac{3}{\rho^2} = \frac{1}{n+1} + \frac{3}{n^2}$$

$$\langle r_2^2 \rangle = A^2 \alpha \frac{1}{12\rho} \left[ (42\rho^2 - 108) \text{sen}^2 \rho + (111 - 6\rho^2) \rho \text{sen} \rho \cos \rho + 2\rho^4 - \right. \\ \left. - 3\rho^2 \right] + B^2 \frac{\beta}{4n} \left[ 2(n+1)^3 + 8(n+1)^2 + 15(n+1) + 11 \right]$$

## APÊNDICE B

Apresentamos neste apêndice alguns detalhes sobre espalhamento próton-próton livre relevantes ao trabalho. Referimos à Tese de M.R.Teodoro [30] para detalhes adicionais e, às refs. [48-52,54-58,76], para maiores informações a respeito de espalhamento nêutron-nêutron.

O espalhamento de nêutrons é convenientemente descrito pela amplitude de espalhamento sob forma de matriz no espaço de spin, a matriz de Wolfenstein [48]. Seja  $S^n$  a função de onda de spin de um dos estados iniciais de spin do sistema formado pelos dois prótons. Podemos encarar  $S^n$  como pertencente ao espaço de spin  $\zeta$  determinado pelo produto cartesiano  $\zeta_1 \otimes \zeta_2$  dos espaços formados pelas funções de onda de spin  $s_1$  e  $s_2$  dos prótons incidente (ou espalhado) e alvo (ou que recua), respectivamente. A função de onda que descreve o estado de espalhamento dos dois prótons no referencial C.M. é dada, assintoticamente [54,51], por

$$\psi^n \approx e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}} S^n + \frac{e^{i\vec{k}_f \cdot \vec{r}}}{r} \sum_{n'} \bar{M}(S^n; S^{n'}) S^{n'}, \quad (\text{B.1})$$

onde  $\bar{M}(S^n; S^{n'})$  são os elementos de matriz da matriz amplitude de espalhamento de Wolfenstein referida, com os quais se obtêm, por exemplo, as seções de choque diferenciais

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(S^n; S^{n'}) = |\bar{M}(S^n; S^{n'})|^2 \quad (\text{B.2})$$

para processos em que os estados inicial e final de spin do sistema estão caracterizados por  $S^{n'}$  e  $S^n$ , respectivamente ((B.2) é análoga à expressão (II.59)).

A matriz  $\bar{M}$ , na sua forma mais geral, sob condições de invariância frente a rotações e reflexões espaciais, reversão temporal e frente à troca de partículas, é dada pela expressão

$$\bar{M} = A + B\sigma_{1n}\sigma_{2n} + C(\sigma_{1n} + \sigma_{2n}) + E\sigma_{1K}\sigma_{2K} + F\sigma_{1P}\sigma_{2P}, \quad (B.3)$$

na qual os coeficientes A, B, C, E e F são funções complexas da energia relativa  $T_{rel}$  e dos ângulos de espalhamento  $\bar{\theta}$  e  $\bar{\phi}$  no C.M. ( $\bar{\phi} = 0$  para experiências coplanares) e onde os operadores  $\sigma_n$ ,  $\sigma_P$  e  $\sigma_K$  são as componentes  $\sigma \cdot \hat{n}$ ,  $\sigma \cdot \hat{P}$  e  $\sigma \cdot \hat{K}$  da matriz  $\sigma$  de Pauli nas direções dos vetores

$$\hat{n} = \frac{\bar{k}_i \times \bar{k}_f}{|\bar{k}_i \times \bar{k}_f|}, \quad \hat{P} = \frac{\bar{k}_f + \bar{k}_i}{|\bar{k}_f + \bar{k}_i|}, \quad \hat{K} = \frac{\bar{k}_f - \bar{k}_i}{|\bar{k}_f - \bar{k}_i|}, \quad (B.4)$$

determinados pelos momenta inicial e final  $\hbar\bar{k}_i$  e  $\hbar\bar{k}_f$  (iguais respectivamente aos momenta  $\hbar\bar{k}_0$  e  $\hbar\bar{k}_1$  nos cálculos) do próton espalhado no C.M.. O vetor  $\hat{n}$  representa a direção ortogonal ao plano de espalhamento,  $\hat{P}$ , a direção de movimento do próton espalhado e  $\hat{K}$ , a direção de recuo do próton-alvo no sistema Laboratório. Orientando o sistema de eixos cartesianos de tal modo que o eixo Z aponta na direção do feixe incidente e o eixo Y na direção perpendicular ao plano de espalhamento,  $\bar{M}$  assume ( $\bar{\phi}=0$ ) a forma

$$\begin{aligned} \bar{M} = & A + B(\sigma_{1y}\sigma_{2y}) + C(\sigma_{1y} + \sigma_{2y}) + \frac{1}{2} (E+F)(\sigma_{1z}\sigma_{2z} + \sigma_{2x}\sigma_{1x}) + \\ & + \frac{1}{2} (E-F) (\cos\bar{\theta}(\sigma_{1x}\sigma_{2x} - \sigma_{1z}\sigma_{2z}) - \text{sen}\bar{\theta}(\sigma_{1z}\sigma_{2x} + \sigma_{1x}\sigma_{2z})) . \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Quando se quantiza ortogonalmente ao plano de espalhamento, o que significa, na convenção de eixos acima, que as funções de onda de spin dos prótons são autofunções de  $\sigma_y$ , acham-se os seguintes elementos de matriz  $M(S^n; S^{n'}) \equiv M(s_1 s_2; s'_1 s'_2)$  não nulos:

$$\begin{aligned} \bar{M}(\uparrow\uparrow; \downarrow\downarrow) &= A + 2C + B, & \bar{M}(\downarrow\downarrow; \uparrow\uparrow) &= -(E-F)(\cos\bar{\theta} + i \text{sen}\bar{\theta}), \\ \bar{M}(\downarrow\uparrow; \downarrow\uparrow) &= A - B, & \bar{M}(\uparrow\downarrow; \uparrow\downarrow) &= E + F, \\ \bar{M}(\downarrow\uparrow; \uparrow\downarrow) &= E + F, & \bar{M}(\uparrow\downarrow; \uparrow\downarrow) &= A - B, \\ \bar{M}(\uparrow\uparrow; \downarrow\downarrow) &= -(E-F)(\cos\bar{\theta} - i \text{sen}\bar{\theta}), & \bar{M}(\downarrow\downarrow; \uparrow\uparrow) &= A - 2C + B, \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

O conhecimento destes elementos de matriz (utilizados nos cálculos da seção de choque com potencial ótico spin-órbita (vide Seção V.4)) é particularmente útil nas situações em que há partículas polarizadas ortogonalmente ao plano de espalhamento. Com eles determina-se, por exemplo, facilmente a expressão (II.81) da seção de choque próton-próton livre para prótons incidente e alvo polarizados <sup>[55]</sup>, a qual desempenha papel importante no presente trabalho.

Quantizando, porém, na direção incidente (eixo Z) e caracterizando os estados de spin do sistema pelas funções de onda singlete e tripleto, os elementos de matriz  $\bar{M}(S^n; S^{n'}) \equiv \bar{M}^{nn'}$  (os índices  $n, n' = s, 1, 0, -1$  identificam as projeções  $m_s$  do spin

total S nos estados singlete ( $s = 0$ ) e triplete ( $1, 0, -1$ ) encontrados são

$$\begin{aligned}
 \bar{M}^{11} &= + A + \frac{1}{2} (E + F) - \frac{1}{2} (E - F) \cos \bar{\theta} = \bar{M}^{-1-1} , \\
 \bar{M}^{1-1} &= - B + \frac{1}{2} (E + F) + \frac{1}{2} (E - F) \cos \bar{\theta} = \bar{M}^{-11} , \\
 \bar{M}^{10} &= \sqrt{2} (-iC + \frac{1}{2} (E - F) \sin \bar{\theta}) = - \bar{M}^{-10} , \\
 \bar{M}^{01} &= \sqrt{2} (+iC - \frac{1}{2} (E - F) \sin \bar{\theta}) = - \bar{M}^{0-1} , \\
 \bar{M}^{00} &= A + B + (E - F) \cos \bar{\theta} , \\
 \bar{M}^{SS} &= A - B - (E + F) .
 \end{aligned} \tag{B.7}$$

Os elementos que correspondem a transições entre estados singlete e triplete se anulam, porque o spin total S, analogamente ao momentum angular total J e a paridade  $(-1)^L$ , se conserva nos processos de espalhamento próton-próton. Essa escolha apresenta a vantagem de facilitar a determinação dos elementos  $\bar{M}^{nn'}$  em função de deslocamentos de fase experimentais, via matriz  $S = e^{2i\delta}$ ;

$$\begin{aligned}
 \bar{M}^{nn'} &= \frac{2\pi}{ik} \langle \bar{\theta} \bar{\phi}, S m_S | e^{2i\delta} - 1 | S' m'_S, 00 \rangle = \\
 &= \frac{2\pi}{ik} \sum \langle \bar{\theta} \bar{\phi} | L m_L \rangle \langle L m_L S m_S | L S J m_J \rangle \times \\
 &\times \langle L S J m_J | e^{2i\delta} - 1 | L' S' J' m'_J \rangle \times \\
 &\times \langle L' S' J' m'_J | L' m'_L S' m'_S \rangle \langle L' m'_L | 00 \rangle ,
 \end{aligned} \tag{B.8}$$



sendo  $\mathcal{H}k \cong \sqrt{2mT_{re1}}$ ,  $\langle \bar{\theta}\bar{\phi} | Lm_L \rangle = Y_L^{m_L}(\bar{\theta}, \bar{\phi})$  e  $\langle Lm_L S m_S | L S J m_L \rangle$  coeficientes de Clebsch-Gordan (vide ref. [58]). Referimos às relações (3.11), (3.12), (3.13), (3.15), (3.16) e Tabela III do artigo de Stapp, Ypsilantis e Metropolis [51] para a conexão detalhada entre  $\bar{M}^{nn'}$  e os deslocamentos de fase "nuclear-bar" (utilizados nos cálculos [76]).

Obtidos os elementos de matriz  $\bar{M}^{nn'}$  a partir dos deslocamentos de fase, pode-se usá-los para determinar, em função deles, os coeficientes A, B, C, E e F [49,45,50,56], invertendo as equações (B.7),

$$A = \frac{1}{4} (+ 2\bar{M}^{11} + \bar{M}^{00} + \bar{M}^{ss}) ,$$

$$B = \frac{1}{4} (- 2\bar{M}^{1-1} + \bar{M}^{00} - \bar{M}^{ss}) ,$$

$$C = \frac{i}{4} \sqrt{2} (\bar{M}^{10} - \bar{M}^{01}) ,$$

$$E + F = G = \frac{1}{2} (\bar{M}^{11} + \bar{M}^{1-1} - \bar{M}^{ss}) ,$$

$$E - F = H = \frac{1}{2\cos\bar{\theta}} (\bar{M}^{00} + \bar{M}^{1-1} - \bar{M}^{11}) ,$$

$$= - \frac{\sqrt{2}}{2\sin\bar{\theta}} (\bar{M}^{10} + \bar{M}^{01}) , \quad (B.9)$$

e, conseqüentemente, os elementos de matriz  $\bar{M}(s_1 s_2; s_1' s_2')$ , inserindo (B.9) em (B.6), bem como qualquer outra grandeza (vide Tabela I da ref. [55]) que se encontre expressa em termos dos coeficientes A, B, C, E e F.

## APÊNDICE C

Apresentamos neste apêndice os parâmetros cinemáticos utilizados nos cálculos. Os ângulos de espalhamento tabelados são os que correspondem a  $k_3 = 0$  (vide Capítulo II.1).

Núcleo  $^{16}_0$ 

$$\underline{T_0 = 215 \text{ MeV}}, \quad k_0 = 3.40 \text{ fm}^{-1}$$

$$T_2 = 50 \text{ MeV}, \quad k_2 = 1.57 \text{ fm}^{-1}$$

	$1p_{1/2}$	$1p_{3/2}$	$1s_{1/2}$
S (MeV)	12	19	38
$T_1$ (MeV)	153	146	127
$k_1$ ( $\text{fm}^{-1}$ )	2.82	2.75	2.56
$\theta_1^{(0)}$	27.31	27.12	26.05
$\theta_2^{(0)}$	55.46	52.95	45.54

$$\underline{T_0 = 320 \text{ MeV}}, \quad k_0 = 4.25 \text{ fm}^{-1}$$

$$T_2 = 80 \text{ MeV}, \quad k_2 = 2.01 \text{ fm}^{-1}$$

	$1p_{1/2}$	$1p_{3/2}$	$1s_{3/2}$
S (MeV)	12	19	44
$T_1$ (MeV)	228	221	196
$k_1$ ( $\text{fm}^{-1}$ )	3.51	3.45	3.23
$\theta_1^{(0)}$	27.93	27.79	26.95
$\theta_2^{(0)}$	55.09	53.36	46.90

Núcleo  $^{40}\text{Ca}$

$$\underline{T_0 = 215 \text{ MeV}}, \quad k_0 = 3.40 \text{ fm}^{-1}$$

$$T_2 = 50 \text{ MeV}, \quad k_2 = 1.57 \text{ fm}^{-1}$$

	$1d_{3/2}$	$2s_{1/2}$	$1d_{5/2}$	$1p$	$1s_{1/2}$
S (MeV)	8.6	10.8	15	34	50
$T_1$ (MeV)	156.4	154.2	150	131	115
$k_1$ ( $\text{fm}^{-1}$ )	2.86	2.84	2.79	2.60	2.43
$\theta_1^{(0)}$	27.42	27.37	27.26	26.34	24.86
$\theta_2^{(0)}$	56.79	55.99	54.45	47.15	40.41

$$\underline{T_0 = 320 \text{ MeV}}, \quad k_0 = 4.25 \text{ fm}^{-1}$$

$$T_2 = 80 \text{ MeV}, \quad k_2 = 2.01 \text{ fm}^{-1}$$

	$1d_{3/2}$	$2s_{1/2}$	$1d_{5/2}$	$1p$	$1s_{1/2}$
S (MeV)	8.6	10.8	15	34	50
$T_1$ (MeV)	231.4	229.2	225	206	190
$k_1$ ( $\text{fm}^{-1}$ )	3.50	3.48	3.44	3.28	3.14
$\theta_1^{(0)}$	27.98	27.95	27.88	27.36	26.66
$\theta_2^{(0)}$	55.92	55.79	54.37	49.54	45.29

## REFERÊNCIAS

- [1] SERBER, R., Phys.Rev. 72, 1114 (1947).
- [2] CHEW, G.F., Phys.Rev. 80, 196 (1950);  
 CHEW, G.F. e WICK, G.C., Phys.Rev. 85, 636 (1952);  
 ASHKIN, J. e WICK, G.C., Phys.Rev. 85, 686 (1952);  
 CHEW, G.F. e GOLDBERGER, M.L., Phys.Rev. 87, 778 (1952).
- [3] WATSON, K.M., Phys.Rev. 89, 575 (1953);  
 FRANCIS, N.C. e WATSON, K.M., Phys.Rev. 92, 291 (1953).
- [4] CHAMBERLAIN, O. e SEGRÉ, E., Phys.Rev. 87, 81 (1952);  
 CLADIS, J.B., HESS, W.N. e MOYER, B.J., Phys.Rev. 87, 425 (1952).
- [5] TYRÉN, H., MARIS, Th.A.J. e HILLMAN, P., Nuovo Cimento 6, 1507 (1957);  
 TYRÉN, H., HILLMAN, P. e MARIS, Th.A.J., Nucl.Phys. 7, 10 (1958).
- [6] MARIS, Th.A.J., HILLMAN, P. e TYRÉN, H., Nucl.Phys. 7, 1 (1958).
- [7] MARIS, Th.A.J., Nucl.Phys. 9, 577 (1958/59).
- [8] JACOB, G. e MARIS, Th.A.J., Rev.Mod.Phys. 38, 121 (1966);  
45, 6 (1973).
- [9] TYRÉN, H., KULLANDER, S., SUNDBERG, O., RAMACHANDRAN, R., ISACSSON, P. e BERGGREN, T., Nucl.Phys. 79, 321 (1966).
- [10] BERGGREN, T. e JACOB, G., Nucl.Phys. 47, 481 (1963).
- [11] JACOB, G., Tese para o concurso de Cátedra de Física Teórica e Física Superior, Faculdade de Filosofia da UFRGS (1964).
- [12] RIOU, M., Rev.Mod.Phys. 37, 375 (1965).
- [13] BERGGREN, T. e TYRÉN, H., Ann.Rev.Nucl.Sci. 16, 153 (1966).

- [14] BERGGREN, T., KULLANDER, S. e PERDRISAT, C.F., Lectures given at the SIN Summer School in Leysin, Switzerland (1969).
- [15] AMALDI JR., U., Proceedings of the International School of Physics, Erice (1970).
- [16] JACKSON, D.F., *Ad.Nucl.Phys.* 4, 1 (1971).
- [17] MARIS, Th.A.J., Proceedings of the Fifth International Conference on High Energy and Nuclear Structure, Uppsala, ed. by G.Tibell (1973) 356.
- [18] NAKAMURA, K., Review Talk presented at the Gordon Photonuclear Conference (1974).
- [19] MARIS, Th.A.J., Nuclear and Particle Physics at Intermediate Energies, ed. by J.B.Warren, Nato Advanced Study Institute Series, Series B: Physics, 15, 425 (Plenum Press., N.Y. 1976).
- [20] MCCARTHY, I.E., AIP Conference Proceedings (Bloomington 1976), No. 36, Momentum Wave Function - 1976 (Indiana University) ed. by D.W.Devins (1977) 1.
- [21] JACOB, G., MARIS, Th.A.J., SCHNEIDER, C. e TEODORO, M.R., *Phys.Lett.* 45B, 181 (1973).
- [22] JACOB, G., MARIS, Th.A.J., SCHNEIDER, C. e TEODORO, M.R., *Nucl.Phys.* A257, 517 (1976).
- [23] NADEJDIN, V.S., PETROV, N.I. e SATAROV, V.I., JINR, Dubna, E1-7559 (1973).
- [24] NADEJDIN, V.S., PETROV, N.I. e SATAROV, V.I., Contribution to the Sixth International Conference on High Energy Physics and Nuclear Structure, Los Alamos (1975); JINR, Dubna, P15-10083 (1976); P15-10878 (1977); E1-10820 (1977);

Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on High-Energy and Nuclear Structure Zürich (1977).

- [25] KITCHING, P., MILLER, C.A., HUTCHEON, D.A., JAMES, A.N., McDONALD, W.J., CAMERON, J.M., OLSEN, W.C. e ROY, G., AIP Conference Proceedings (Bloomington, 1976), No. 36, Momentum Wave Function - 1976 (Indiana University), ed. by D.W.Devins (1977) 182;  
Phys.Rev.Lett. 37, 1600 (1976).
- [26] KITCHING, P., comunicação privada.
- [27] KITCHING, P., ANDERSON, A., ANTONUK, L.A., CAMERON, J.M., HUTCHEON, D.A., KALLNE, J., McDONALD, W.J., MILLER, C.A., NEILSON, G.C., OLSEN, W.C., STINSON, G.M., SHEPPARD, D.M., STETZ, A.W., JAMES, A.N. e EARLE, E.D., Progress Report of TRIUMF (1977) 42.
- [28] KITCHING, P., ANTONUK, L., HUTCHEON, D.A., McDONALD, W.J., MILLER, C.A., NEILSON, G.C., OLSEN, W.C., STINSON, G.M., EARLE, E.D. e SETZ, A.W., preprint of contribution of the 8<sup>th</sup> International Conference on Few Body Systems and Nuclear Forces (Graz, 1978).
- [29] MARIS, Th.A.J. e TEODORO, M.R., Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on High-Energy Physics and Nuclear Structure, Zürich (1977) 217;  
MARIS, Th.A.J., TEODORO, M.R. e VASCONCELLOS, C.A.Z., preprint (1978);  
VASCONCELLOS, C.A.Z., Dissertação de Mestrado (Instituto de Física da UFRGS, 1978).
- [30] TEODORO, M.R., Tese de Doutorado (Instituto de Física da UFRGS, 1976).

- [31] HERSCOVITZ, V.E., MARIS, Th.A.J. e TEODORO, M.R., Phys.Lett. 69B, 33 (1977).
- [32] JACKSON, D.F., Nucl.Phys. A257, 221 (1976).
- [33] MARIS, Th.A.J. e SCHNEIDER, C., Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on High-Energy Physics and Nuclear Structure, Zürich (1977) 224.
- [34] SCHNEIDER, C., Nucl.Phys. A300, 313 (1978).
- [35] NEWNS, H.C., Proc.Phys.Soc. A66, 477 (1953).
- [36] KOLYBASOV, V.M., Sov.J.Nucl.Phys. 8, 522 (1969).
- [37] MØLLER, C., Kgl.Danske Videnskab.Selskab., Mat.-Fys.Medd. 23 (1945).
- [38] BRENIG, W. e HAAG, R.; Fortschr.Physik 7, 183 (1959).
- [39] NISHIJIMA, K., Fundamental Particles (1963).
- [40] GOLDBERGER, M.L. e WATSON, K.M., Collision Theory (1964).
- [41] LIPPMANN, B. e SCHWINGER, J., Phys.Rev. 79, 469 (1950).
- [42] GELL-MANN, M. e GOLDBERGER, M.L., Phys.Rev. 91, 398 (1953).
- [43] HARTREE, D.R., Rep.Progr.Phys. 11, 113 (1946/47).
- [44] WILD, W., Field Theoretical Methods in the Nuclear Many Body Problem, Lectures (Instituto de Física da UFRGS, 1971).
- [45] KERMAN, A.K., McMANUS, H. e THALER, R.M., Ann.Phys. 8, 551 (1959).
- [46] HUFNER, J., Phys.Rep. (Section C of Phys.Lett.) 21, 1 (1975).
- [47] TAKEDA, G. e WATSON, K.M., Phys.Rev. 97, 1336 (1955).
- [48] WOLFENSTEIN, L. e ASHKIN, I., Phys.Rev. 85, 947 (1952).
- [49] STAPP, H.P., University of California Radiation Laboratory UCRL-3098, não publicado.
- [50] MCGREGOR, M.H., MORAVCSIK, M.J. e STAPP, H.P., Ann.Rev.Nucl. Sci., 10, 291 (1960).

- [51] STAPP, H.P., YPSILANTIS, T.J. e METROPOLIS, N., Phys.Rev. 105, 302 (1957).
- [52] CZIFFRA, P., MacGREGOR, M.H., MORAVCSIK, M.J. e STAPP, H.P., Phys.Rev. 114, 880 (1959).
- [53] LIM, K.L. e McCARTHY, I.E., Phys.Rev.Lett. 13, 446 (1964);  
LIM, K.L. e McCARTHY, I.E., Nucl.Phys. 88, 457 (1966).
- [54] WOLFENSTEIN, L., Ann.Rev.Nucl.Sci., 6, 43 (1956).
- [55] SCHUMACHER, C.R. e BETHE, H.A., Phys.Rev. 121, 1534 (1960).
- [56] NIGAM, B.P., Rev.Mod.Phys. 35, 117 (1963).
- [57] HOSHIZAKI, N., Supp.Progr.Theor.Phys. 42, 107 (1968).
- [58] MORAVCSIK, M.J., Rep.Progr.Phys. 35, 587 (1972).
- [59] BERGGREN, T., Nucl.Phys. 72, 337 (1965).
- [60] HERSCOVITZ, V.E., JACOB, G. e MARIS, Th.A.J., Nucl.Phys. A109, 478 (1968).
- [61] HERSCOVITZ, V.E., Tese de Doutorado (Faculdade de Filosofia da UFRGS, 1969);  
HERSCOVITZ; V.E., Nucl.Phys. A161, 321 (1971).
- [62] GROSS, D.H. e LIPPERHEIDE, R., Nucl.Phys. A150, 449 (1970);  
WILLE, U., GROSS, D.H. e LIPPERHEIDE, R., Phys.Rev. C4  
1070 (1971).  
WILLE, U. e LIPPERHEIDE, R., Nucl.Phys. A189, 113 (1972).
- [63] MOLIÈRE, G., Z.Naturf. 2a, 133 (1947).
- [64] McCAULEY, G.P. e BROWN, G.E., Proc.Phys.Soc. 71, 893 (1958).
- [65] GLAUBER, R.J., in Lectures in Theoretical Physics, ed. by W.E.Brittin and L.G.Dunham, vol. 1 (Interscience, NY, 1959) 315.
- [66] HERSCOVITZ, V.E., MARIS, Th.A.J., MORS, P.M. e SCHNEIDER, C., AIP Conference Proceedings (Bloomington, 1976), No. 36, Momentum Wave Function - 1976 (Indiana University), ed. by D.W.Davins (1977) 179.



- [67] JACKSON, D.F. e BERGGREN, T., Nucl.Phys. 62, 353 (1965).
- [68] HERMAN, R. e HOFSTADTER, R., High energy electron scattering tables (Stanford University Press, Stanford, 1960) 62.
- [69] SCHIFF, L.I., Quantum Mechanics (2<sup>nd</sup> Edition, McGraw-Hill Book Co., NY, 1955).
- [70] BUSSIÈRE, A., MOUGEY, J., XUAN HO, Phan, PRION, M. e SICK, J., Lettere Nuovo Cimento 2, 1149 (1971).
- [71] JAMES, A.N., ANDREWS, P.T., KIRKBY, P. e LOWE, B.G., Nucl. Phys. A138, 145 (1969).
- [72] GOLDBERGER, M.L., Phys.Rev. 74, 1269 (1948).
- [73] DABROWSKI, J. e SOBICZEWSKI, A., Phys.Lett. 5, 87 (1963).
- [74] BARASHENKOV, V.S. e MALTSEV, V.H., Fortschr.Phys. 9, 549 (1961).
- [75] HODGSON, P.E., Nuclear Reactions and Nuclear Structure (Clarendon Press, Oxford, 1971).
- [76] MacGREGOR, M.H., ARNDT, R. e WRIGHT, R.M., Phys.Rev. 182, 1714 (1969).
- [77] MILLER, C.A., comunicação privada (1974).
- [78] WATT, A., Phys.Lett. 27B, 190 (1968).
- [79] MORS, P.M., Dissertação de Mestrado (Instituto de Física da UFRGS, 1975);  
MORS, P.M., HERSCOVITZ, V.E. e JACOB, G., Rev.Bras.Fis. 7, 283 (1976).
- [80] BENGTTSSON, R., BERGGREN, T. e GUSTAFSSON, Ch., Phys.Rep. 41C, 191 (1978).
- [81] JOHANSSON, A., SVANBERG, U. e HODGSON, P.E., Ark.Fys. 19, 541 (1961).
- [82] SATCHLER, G.R. e HAYBRON, R.M., Phys.Lett. 11, 313 (1964).

- [83] CLARKE, N.M., Nucl.Phys. A178, 513 (1972).
- [84] PEREY, C.M. e PEREY, F.G., Atomic Data and Nucl. Data Tables 17, 1 (1976).
- [85] HAYBRON, R.M. e McMANUS, H., Phys.Rev. 136, B1730 (1964).
- [86] HODGSON, P.E., Rep.Prog.Phys. 34, 765 (1971).
- [87] KURATH, D., Phys.Rev. 101, 216 (1956).
- [88] ROOS, P.G., CHANT, N.S., DEVINS, D.W., FRIESEL, D.L., JONES, W.P., ATTARD, A.C., HENDERSON, R.S., SVABLE, I.D. SPICER, B.M., OFFICER, V.C. e SHUTE, G.G., Phys.Rev.Lett. 40, 1439 (1978).
- [89] HERSCOVITZ, V.E., JACOB, G., MARIS, Th.A.J. e SCHNEIDER, C., Rev.Bras.Fís. 1, 43 (1971);  
SCHNEIDER, C., Dissertação de Mestrado (Instituto de Física da UFRGS, 1971).