

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

**ANÁLISE DE COVARIÂNCIA: UM PROCEDIMENTO
EFICIENTE PARA ACRÉSCIMO DE PRECISÃO**

SUZI ALVES CAMEY
ORIENTADOR: JOÃO RIBOLDI

Monografia apresentada para obtenção do
grau de Bacharel em Estatística.

PORTO ALEGRE, DEZEMBRO DE 1994.

Aos meus pais,
Ao meu irmão,
À Luciana e
À Dorothy
Dedico.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor João Riboldi, pela orientação, amizade e incentivo.

Às Professoras Jandyra Maria Guimarães Fachel, Elsa Cristina de Mundstock e Maria Teresa Albanese, por terem sido minhas "Mães Estatísticas".

Aos Professores do Departamento de Estatística, pelos ensinamentos e dedicação que me dispensaram nas diversas fases do curso.

Ao Dr. Mauro Soilbelman, por ter cedido seus dados.

Aos meus colegas de curso, pelos momentos de descontração.

À minha amiga Stela, por todo apoio e companheirismo.

Aos funcionários do Instituto de Matemática, pela sempre presente colaboração e disposição.

Às minhas sócias, Silvana, Vânia e Luciana, pela compreensão e apoio.

SUMÁRIO

1. CONSIDERAÇÕES GERAIS.....	1
1.1. Introdução	1
1.2. Nota Histórica	2
2. METODOLOGIA.....	4
2.1 Modelo Matemático.....	4
2.1.1 Caracterização do modelo	4
2.1.2 Suposições do modelo	5
2.1.3 Conseqüências das suposições do modelo	6
2.2 Sistema de Equações Normais	6
2.3 Estimativa dos parâmetros	7
2.4 Somas de Quadrados	9

2.5	Teste de Tratamentos.....	14
2.5.1	Quadro de análise de variância	14
2.5.2	Testes de hipóteses.....	14
2.6	Médias de Tratamentos Ajustadas (LSMEAN)	15
2.6.1	Médias ajustadas e seu erro padrão	15
2.6.2	Comparação de duas médias de tratamentos ajustadas	16
2.7	Adequabilidade do Modelo.....	17
2.7.1	Análise de resíduos	18
2.7.2	Algumas estatísticas de diagnósticos e critérios de comparação.....	18
2.7.3	Paralelismo.....	21
2.8	Modelo para a Aplicação a ser descrita.....	22
3.	APLICAÇÃO	24
3.1	Origem dos Dados	24
3.2	Descrição do Problema	24
3.3	Uso do Pacote Estatístico SAS.....	27
3.3.1	Programa.....	27

3.3.2 Resultados.....	29
3.3.3 Análise dos resultados.....	40
4. CONCLUSÃO.....	45
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	46
ANEXO.....	48

1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

1.1. Introdução

Um experimento geralmente abrange diversos fatores, alguns desses fatores são controláveis e outros não. O principal objetivo em um experimento é diminuir o número de fatores não-controláveis, pois eles são responsáveis pelo acréscimo do erro experimental e diminuição da precisão das estimativas.

Supondo que um fator X não-controlável possa ser medido, ainda que aproximadamente, associado com a variável resposta Y a qual é linearmente dependente de X, neste caso a Análise de Covariância (ANCOVA) pode ser utilizada para aumentar a precisão das estimativas e conseqüentemente diminuir o erro experimental. Este fator X é chamado covariável ou variável concomitante ou ainda variável auxiliar. A ANCOVA envolve o ajuste da variável resposta para o efeito da covariável, se o ajuste não é feito poderia ocorrer um acréscimo no quadrado médio do erro experimental. Ela tem por finalidade utilizar uma ou mais covariáveis para auxiliar a explicar a variável resposta.

A ANCOVA é uma combinação da Análise de Variância com a Análise de Regressão. Este procedimento além de auxiliar no acréscimo da

precisão também é útil no fornecimento de estimativas, intervalos de confiança e testes de hipóteses baseados no modelo linear normal.

O presente trabalho tem por objetivo descrever a metodologia da ANCOVA com a finalidade de acréscimo em precisão com redução da variabilidade residual, bem como discutir aspectos relacionados ao uso de aplicativos computacionais na solução de problemas via ANCOVA.

Além disso será discutida uma aplicação da ANCOVA onde as variáveis resposta são as pressões sistólica e diastólica, os fatores são os níveis de consumo de bebida alcoólica e o sexo do indivíduo. Sabe-se que a pressão é influenciada pela idade e pelo peso, além de outros fatores não considerados no estudo, como por exemplo, o uso de medicamento. A idade e o Índice de Massa Corporal, também conhecido como QUETELET, foram considerados como covariáveis no trabalho que será descrito.

1.2. Nota Histórica

Segundo Cox e McCullagh (1982), "A ANCOVA iniciou com Fisher. Fisher e Eden (1927) obtiveram a decomposição da soma dos produtos e usaram descritivamente o coeficiente de correlação correspondente. Sanders (1930) por sugestão de Fisher, foi o primeiro a usar a ANCOVA para aumentar a precisão, aplicando a Análise de Variância (ANOVA) para $Y - \hat{\beta}Z$, onde Y é a resposta, Z a covariável e $\hat{\beta}$ o coeficiente de regressão estimado para o resíduo da tabela da ANCOVA. Isto ficou conhecido como o primeiro Teste F de tratamentos aproximado. Os trabalhos de Wishart (1934) e Wilsdon (1934) descrevem aplicações da ANCOVA. Fisher contribuiu para a discussão de ambos e é provável que a discussão tenha auxiliado na obtenção de um teste F exato

para tratamentos. No trabalho de Wilsdon (1934) sobre métodos estatísticos aplicados a indústria da construção, a ênfase é sobre a descrição e decomposição das relações de regressão ao invés do acréscimo na precisão. A noção dos componentes de regressão foi desenvolvida por Tukey (1951).

A edição especial de 1957 da *Biometrics* sobre ANCOVA é uma importante fonte para trabalhos posteriores; especialmente a revisão da técnica por Cochran (1957) e a discussão por Smith (1957) da interpretação quando a variável usada para o ajuste pode ser afetada pelos tratamentos.

A ANCOVA não é restrita para o caso do modelo linear normal. O aumento da precisão pela introdução de covariáveis é, por exemplo, possível, em princípio, em classes mais amplas de modelos, e em particular nos modelos lineares generalizados (Nelder e Wedderburn, 1972). Também, seria possível trocar a estimação pelos mínimos quadrados ou máxima verossimilhança por algum método alternativo robusto."

Os mais recentes avanços no que se refere a ANCOVA encontram-se na edição especial de 1982 da revista *Biometrics*.

2. METODOLOGIA

2.1 Modelo Matemático

2.1.1 Caracterização do modelo

O modelo linear para ANCOVA considerando um experimento com t níveis de um único fator, instalado no delineamento completamente casualizado é dado por:

$$Y_{ij} = \mu' + \tau_i + \beta X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, t \\ j = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (1)$$

onde:

Y_{ij} : é a observação da variável resposta (variável dependente) para a j -ésima unidade experimental do i -ésimo tratamento;

μ' : é uma constante inerente aos dados (diferente da média geral);

τ_i : é o efeito do i -ésimo tratamento;

β : é o coeficiente de regressão linear que indica a dependência entre Y_{ij} e X_{ij} ;

X_{ij} : é a observação da variável independente (covariável) para a j -ésima unidade experimental do i -ésimo tratamento;

ε_{ij} : é o erro experimental;

t : é o número de níveis de um único fator;

r : é o número de repetições para cada tratamento.

O modelo linear para a ANCOVA nas condições estabelecidas mais utilizado, por sua praticidade, é:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + \varepsilon_{ij} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, t \\ j = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (2)$$

onde:

$\mu = \mu' + \beta\bar{X}_{..}$: é a média geral;

$\bar{X}_{..}$: é a média das observações X_{ij} .

O modelo (2) corresponde ao modelo de ANOVA exceto pelo termo $\beta(X_{ij} - \bar{X}_{..})$ que reflete a relação entre Y e X . Logo podemos perceber que o modelo de ANCOVA é a combinação de modelos lineares empregados na ANOVA e Análise de Regressão.

2.1.2 Suposições do modelo

As suposições feitas no modelo de ANCOVA são as seguintes:

- i) os erros ε_{ij} são independentes e tem distribuição $N(0; \sigma^2)$;
- ii) $\beta \neq 0$;
- iii) a relação verdadeira entre Y_{ij} e X_{ij} é linear;
- iv) os coeficientes de regressão para cada tratamento são idênticos;
- v) a covariável X_{ij} não é afetada pelos tratamentos;
- vi) X_{ij} são fixos.

2.1.3 Conseqüências das suposições do modelo

Desde que ε_{ij} é a única variável aleatória dos componentes explicativos do modelo (2), segue-se que:

$$i) E(Y_{ij}) = \mu + \tau_i + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..});$$

$$ii) \sigma^2(Y_{ij}) = \sigma^2$$

Como ε_{ij} são independentes e têm variância constante, Y_{ij} também são, logo:

$$Y_{ij} \sim N(\mu_{ij}; \sigma^2)$$

onde:

$$\mu_{ij} = \mu + \tau_i + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..})$$

2.2 Sistema de Equações Normais

Podemos obter as equações normais através do método dos mínimos quadrados aplicado ao modelo (2).

Sendo,

$$\varepsilon_{ij} = Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..})$$

então,

$$\varepsilon_{ij}^2 = [Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..})]^2$$

e,

$$\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ij}^2 = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r [Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..})]^2$$

logo, a função de mínimos quadrados é:

$$FMQ = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r [Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta(X_{ij} - \bar{X}_{.})]^2 \quad (3)$$

Calculando-se a derivada da FMQ em relação aos parâmetros obtemos as seguintes equações normais:

$$\mu: \frac{\delta FMQ}{\delta \mu} = 0 \Rightarrow t\hat{\mu} + r \sum_{i=1}^t \hat{\tau}_i = Y_{..} \quad (4)$$

$$\tau_i: \frac{\delta FMQ}{\delta \tau_i} = 0 \Rightarrow r\hat{\mu} + r\hat{\tau}_i + \hat{\beta} \sum_{j=1}^r (X_{ij} - \bar{X}_{.}) = Y_{i.} \quad i=1,2,\dots,t \quad (5)$$

$$\beta: \frac{\delta FMQ}{\delta \beta} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^t \hat{\tau}_i \sum_{j=1}^r (X_{ij} - \bar{X}_{.}) + \hat{\beta} S_{xx} = S_{xy} \quad (6)$$

onde:

S_{xx} é a soma de quadrados total para X;

S_{xy} é a soma de produtos cruzados total para XY.

2.3 Estimativa dos parâmetros

Usando a restrição $\left(\sum_{i=1}^t \hat{\tau}_i = 0 \right)$ na equação (4) temos que:

$$\hat{\mu} = \bar{Y}_{..} \quad (7)$$

Substituindo (7) em (5) obtemos:

$$\hat{\tau}_i = \bar{Y}_i - \bar{Y}_.. - \hat{\beta}(\bar{X}_i - \bar{X}_..) \quad (8)$$

Substituindo (8) em (6) temos:

$$\sum_{i=1}^t (\bar{Y}_i - \bar{Y}_..) \sum_{j=1}^r (X_{ij} - \bar{X}_..) - \hat{\beta} \sum_{i=1}^t (\bar{X}_i - \bar{X}_..) \sum_{j=1}^r (X_{ij} - \bar{X}_..) + \hat{\beta} S_{xx} = S_{xy}$$

Mas

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^t (\bar{Y}_i - \bar{Y}_..) \sum_{j=1}^r (X_{ij} - \bar{X}_..) &= \sum_{i=1}^t (\bar{Y}_i - \bar{Y}_..) (X_{i.} - r\bar{X}_..) = \\ &= r \sum_{i=1}^t (\bar{Y}_i - \bar{Y}_..) (\bar{X}_i - \bar{X}_..) = \\ &= T_{xy} \end{aligned}$$

onde T_{xy} é a soma de produtos cruzados de tratamentos para XY.

E,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^t (\bar{X}_i - \bar{X}_..) \sum_{j=1}^r (X_{ij} - \bar{X}_..) &= \sum_{i=1}^t (\bar{X}_i - \bar{X}_..) (X_{i.} - r\bar{X}_..) = \\ &= r \sum_{i=1}^t (\bar{X}_i - \bar{X}_..) (\bar{X}_i - \bar{X}_..) = \\ &= r \sum_{i=1}^t (\bar{X}_i - \bar{X}_..)^2 \\ &= T_{xx} \end{aligned}$$

onde T_{xx} é a soma de quadrados de tratamentos para X.

Assim,

$$\begin{aligned} T_{xy} - \hat{\beta}T_{xx} + \hat{\beta}S_{xx} &= S_{xy} \\ \hat{\beta}(S_{xx} - T_{xx}) &= S_{xy} - T_{xy} \end{aligned}$$

Logo,

$$\hat{\beta} = \frac{S_{xy} - T_{xy}}{S_{xx} - T_{xx}} \quad \text{ou seja} \quad \hat{\beta} = \frac{E_{xy}}{E_{xx}} \quad (9)$$

onde:

E_{xy} é a soma de produtos cruzados do erro experimental para XY;

E_{xx} é a soma de quadrados do erro experimental para X.

2.4 Somas de Quadrados

A redução na soma de quadrados total devido ao ajuste do modelo

(2) é:

$$\begin{aligned} R(\mu, \tau, \beta) &= \hat{\mu}Y_{..} + \sum_{i=1}^k \hat{\tau}_i Y_{i.} + \hat{\beta}S_{xy} \\ &= (\bar{Y}_{..})Y_{..} + \sum_{i=1}^k [\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..} - (E_{xy}/E_{xx})(\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})]Y_{i.} + (E_{xy}/E_{xx})S_{xy} \\ &= Y_{..}^2/tr + \sum_{i=1}^k (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})Y_{i.} - (E_{xy}/E_{xx}) \sum_{i=1}^k (\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})Y_{i.} + (E_{xy}/E_{xx})S_{xy} \end{aligned}$$

$$\text{Como } \sum_{i=1}^t (\bar{Y}_i - \bar{Y}_..) Y_i = \sum_{i=1}^t \bar{Y}_i Y_i - \bar{Y}_.. \sum_{i=1}^t Y_i = \sum_{i=1}^t \frac{Y_i}{r} Y_i - \frac{Y_{..}}{rt} Y_{..} = \sum_{i=1}^t \frac{Y_i^2}{r} - \frac{Y_{..}^2}{rt} = T_{yy}$$

onde T_{yy} é a soma de quadrados de tratamentos para Y

$$\text{e } \sum_{i=1}^t (\bar{X}_i - \bar{X}_..) Y_i = \sum_{i=1}^t \bar{X}_i Y_i - \bar{X}_.. \sum_{i=1}^t Y_i = \sum_{i=1}^t \frac{X_i Y_i}{r} - \frac{X_{..} Y_{..}}{rt} = T_{xy}$$

Logo,

$$\begin{aligned} R(\mu, \tau, \beta) &= Y_{..}^2 / tr + T_{yy} - (E_{xy} / E_{xx})(T_{xy} - S_{xy}) \\ &= Y_{..}^2 / tr + T_{yy} - (E_{xy}) / E_{xx} \end{aligned}$$

Esta soma de quadrados tem $t+1$ graus de liberdade desde que o posto das equações normais seja $t+1$.

A soma de quadrados do erro (SQE) do modelo (2) é:

$$\begin{aligned} \text{SQE} &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r Y_{ij}^2 - R(\mu, \tau, \beta) \\ &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r Y_{ij}^2 - Y_{..}^2 / tr - T_{yy} - (E_{xy})^2 / E_{xx} \\ &= S_{yy} - T_{yy} - (E_{xy})^2 / E_{xx} \\ &= E_{yy} - (E_{xy})^2 / E_{xx} \end{aligned} \tag{10}$$

com $tr - (t+1) = t(r-1) - 1$ graus de liberdade, onde E_{yy} é a soma de quadrados do erro experimental para Y .

Agora consideremos o modelo sob a restrição da hipótese de nulidade, $H_0: \tau_i = 0$, isto é, supondo que não haja efeito do tratamento.

Nesse caso o modelo reduzido é:

$$Y_{ij} = \mu + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + \varepsilon_{ij},$$

que corresponde ao modelo de regressão simples.

As equações normais são dadas por

$$\begin{aligned} \text{tr}\hat{\mu} &= Y_{..} \\ \hat{\beta}S_{xx} &= S_{xy} \end{aligned}$$

Destas equações obtemos as estimativas da média geral e do coeficiente de regressão para o modelo reduzido, através de:

$$\hat{\mu} = \bar{Y}_{..}$$

$$\hat{\beta} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

e a redução na soma de quadrados devido ao ajuste do modelo reduzido é:

$$\begin{aligned} R(\mu, \beta) &= \hat{\mu}Y_{..} + \hat{\beta}S_{xy} \\ &= (\bar{Y}_{..})Y_{..} + (S_{xy}/S_{xx})S_{xy} \\ &= Y_{..}^2/\text{tr} + (S_{xy})^2/S_{xx} \end{aligned}$$

Esta soma de quadrados tem 2 graus de liberdade.

Pode-se encontrar a soma de quadrados apropriada para testar $H_0: \tau_i = 0$, como sendo

$$\begin{aligned} R(\tau / \mu, \beta) &= R(\mu, \tau, \beta) - R(\mu, \beta) \\ &= Y_{..}^2 / \text{tr} + T_{yy} + (E_{xy})^2 / E_{xx} - Y_{..}^2 / \text{tr} - (S_{xy})^2 / S_{xx} \\ &= S_{yy} - (S_{xy})^2 / S_{xx} - [E_{yy} - (E_{xy})^2 / E_{xx}] \end{aligned}$$

usando que $T_{yy} = S_{yy} - E_{yy}$

Note que $R(\tau / \mu, \beta)$ tem $t + 1 - 2 = t - 1$ graus de liberdade e que

$$R(\tau / \mu, \beta) = \text{SQE}' - \text{SQE}$$

onde

$$\text{SQE}' = S_{yy} - \frac{(S_{xy})^2}{S_{xx}} \quad (11)$$

Então, o teste estatístico para testar $H_0: \tau_i = 0$ é

$$F_0 = \frac{R(\tau / \mu, \beta) / (t - 1)}{\text{SQE} / [t(r - 1) - 1]} = \frac{(\text{SQE}' - \text{SQE}) / (t - 1)}{\text{SQE} / [t(r - 1) - 1]}$$

A seguir indicaremos as fórmulas para o cálculo das somas de quadrados e produtos cruzados do total, dos tratamentos e do erro experimental para Y, X e XY.

i) Somas de quadrados e produtos cruzados do total para Y, X e XY, respectivamente:

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{\text{tr}} \quad (12)$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (X_{ij} - \bar{X}_{..})^2 = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r X_{ij}^2 - \frac{X_{..}^2}{tr} \quad (13)$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (X_{ij} - \bar{X}_{..})(Y_{ij} - \bar{Y}_{..}) = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r X_{ij} Y_{ij} - \frac{X_{..} Y_{..}}{tr} \quad (14)$$

ii) Somas de quadrados e produtos cruzados de tratamentos para Y, X e XY, respectivamente:

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^t (Y_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^t \frac{Y_{i.}^2}{r} - \frac{Y_{..}^2}{tr} \quad (15)$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^t (X_{i.} - \bar{X}_{..})^2 = \sum_{i=1}^t \frac{X_{i.}^2}{r} - \frac{X_{..}^2}{tr} \quad (16)$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^t (X_{i.} - \bar{X}_{..})(Y_{i.} - \bar{Y}_{..}) = \sum_{i=1}^t \frac{X_{i.} Y_{i.}}{r} - \frac{X_{..} Y_{..}}{tr} \quad (17)$$

iii) Somas de quadrados e produtos cruzados do erro experimental para Y, X e XY, respectivamente:

$$E_{yy} = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2 = S_{yy} - T_{yy} \quad (18)$$

$$E_{xx} = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (X_{ij} - \bar{X}_{i.})^2 = S_{xx} - T_{xx} \quad (19)$$

$$E_{xy} = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (X_{ij} - \bar{X}_{i.})(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.}) = S_{xy} - T_{xy} \quad (20)$$

As somas de quadrados de X e Y devem ser não-negativas; entretanto, a soma de produtos cruzados (XY) podem ser negativas.

2.5 Teste de Tratamentos

2.5.1 Quadro de análise de variância

A análise de variância para o modelo de ANCOVA considerado segue o seguinte esquema:

Causas da Variação	G. L.	Soma de Quadrado	Quadrado Médio	Esperança do Quadrado Médio	F
Regressão	1	$\frac{(E_{xy})^2}{E_{xx}}$	$\frac{(E_{xy})^2}{E_{xx}}$	$\sigma^2 + \phi(\beta)$	$\frac{(E_{xy})^2/E_{xx}}{QME}$
Tratamentos	t-1	SQE' - SQE	$\frac{SQE' - SQE}{t-1}$	$\sigma^2 + \phi(\tau_i)$	$\frac{(SQE' - SQE)/t-1}{QME}$
Erro	t(r-1)-1	SQE	$\frac{SQE}{t(r-1)-1}$		
Total	tr-1	S_{yy}			

onde: $\phi(\beta)$ é uma função de β ;

$\phi(\tau_i)$ é uma função dos efeitos de tratamentos.

2.5.2 Testes de hipóteses

1) Para testar a hipótese sobre o efeito de tratamentos, isto é $H_0: \tau_i = 0 \forall i=1,2,\dots,t$, utiliza-se a estatística F, onde

$$F_0 = \frac{(SQE' - SQE)/t-1}{SQE/[t(r-1)-1]}, \text{ como foi visto anteriormente.}$$

Sob H_0 , $F_0 \sim F_{t-1;t(r-1)-1}$, ou seja, rejeitamos $H_0:\tau_i = 0$ ao nível α de significância se $F_0 > F_{\alpha;t-1;t(r-1)-1}$.

2) Para testar a hipótese de relação linear entre a variável resposta e a covariável, isto é $H_0:\beta = 0$, utiliza-se a estatística

$$F_0 = \frac{(E_{xy})^2/E_{xx}}{QME},$$

Sob H_0 , $F_0 \sim F_{1;t(r-1)-1}$, logo rejeitaremos $H_0:\beta = 0$ ao nível α de significância se $F_0 > F_{\alpha;1;t(r-1)-1}$.

O modelo de ANCOVA considerado acrescenta informação em relação ao modelo de ANOVA se $H_0:\beta = 0$ for rejeitada, ou seja, se existir uma relação linear entre a variável resposta e a covariável, caso contrário o modelo de ANCOVA é dispensável.

2.6 Médias de Tratamentos Ajustadas (LSMEAN)

2.6.1 Médias ajustadas e seu erro padrão

Para testar contrastes entre tratamentos necessita-se das médias de tratamentos ajustadas. Estas médias são calculadas da seguinte forma:

$$LSMEAN(i) = \bar{Y}_i - \hat{\beta}(\bar{X}_i - \bar{X}_.), \quad i=1,2,\dots,t$$

Esta média de tratamento ajustada é o estimador de mínimos quadrados de $\mu + \tau_i$, $i=1,2,\dots,t$, na equação (2).

O erro padrão de qualquer média ajustada é:

$$\sigma_{\text{LSMEAN}(i)} = \sqrt{\text{QME} \left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{X}_i - \bar{X}_{..})^2}{E_{xx}} \right)}$$

-

O cálculo destas médias só faz sentido quando o teste para a existência de regressão linear entre Y e X for significativo.

2.6.1 Comparação de duas médias de tratamentos ajustadas

Para testar a hipótese de igualdade entre duas médias de tratamentos, isto é $H_0: \mu_i = \mu_k$, $i = 1, 2, \dots, t$, $k = 1, 2, \dots, t$, $i \neq k$, utiliza-se a estatística

$$t_o = \frac{\text{LSMEAN}(i) - \text{LSMEAN}(k)}{\sqrt{\hat{V}(\hat{C})}}, \quad i = 1, 2, \dots, t, \quad k = 1, 2, \dots, t, \quad i \neq k$$

onde, $\hat{C} = \text{LSMEAN}(i) - \text{LSMEAN}(k)$;

$$\hat{V}(\hat{C}) = \text{QME} \left[\frac{2}{r} + \frac{(\bar{X}_i - \bar{X}_k)^2}{E_{xx}} \right]$$

Sob H_0 , $t_o \sim t_{t(r-1)-1}$, logo rejeitaremos $H_0: \mu_i = \mu_k$ ao nível α de significância se $|t_o| > t_{\alpha; t(r-1)-1}$.

2.7 Adequabilidade do Modelo

Neste capítulo discutiremos métodos para verificar se as suposições do modelo estão satisfeitas e apresentaremos medidas que freqüentemente são muito úteis para indicar se as suposições são violadas.

As ferramentas primárias de diagnóstico são baseadas na análise residual. Os resíduos para o modelo de ANCOVA são:

$$e_{ij} = Y_{ij} - \hat{Y}_{ij}$$

onde os valores ajustados são:

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{ij} &= \hat{\mu} + \hat{\tau}_i + \hat{\beta}(X_{ij} - \bar{X}_{..}) = \\ &= \bar{Y}_{..} + [\bar{Y}_{.i} - \bar{Y}_{..} - \hat{\beta}(\bar{X}_{.i} - \bar{X}_{..})] + \hat{\beta}(X_{ij} - \bar{X}_{..}) = \\ &= \bar{Y}_{.i} + \hat{\beta}(X_{ij} - \bar{X}_{.i})\end{aligned}$$

então,

$$e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{.i} + \hat{\beta}(X_{ij} - \bar{X}_{.i})$$

O resíduo padronizado também é muito importante, pois através dele conseguimos identificar se o resíduo é exageradamente grande. Esta identificação é feita através da comparação do valor do resíduo padronizado com valores da normal padrão. Para calcular o resíduo padronizado basta dividir o resíduo pela raiz quadrada do quadrado médio do erro experimental, ou seja,

$$e_{ij}^* = \frac{e_{ij}}{\sqrt{QME}}$$

2.7.1 Análise de resíduos

Na análise de resíduos frequentemente, são, utilizados os seguintes gráficos:

- i) Resíduos versus Valor ajustado (e_{ij} vs \hat{Y}_{ij})
- ii) Resíduos versus Covariável (e_{ij} vs X_{ij})
- iii) Resíduos versus Tratamentos (níveis do fator) (e_{ij} vs Trat_i , $i=1,2,\dots,t$)
- iv) Gráfico de Probabilidade Normal dos resíduos

Se o modelo é correto e as suposições estão satisfeitas, os gráficos dos resíduos i), ii) e iii) não devem apresentar nenhuma estrutura, já o gráfico de probabilidade normal deve mostrar os pontos em uma linha reta diagonal. Quanto mais próximo desta reta os pontos estiverem mais o modelo está adequado e vice-versa.

No capítulo 3.2.2 serão apresentadas ilustrações dos gráficos de resíduos.

2.7.2 Algumas estatísticas de diagnósticos e critérios de comparação

Através das estatísticas de diagnóstico, que são funções dos dados, pode-se detectar observações que são muito grandes ou muito pequenas (“outliers”) ou que estão muito afastadas do conjunto das observações. Estas observações devem ser cuidadosamente estudadas porque influenciam demasiadamente o ajustamento do modelo.

Grande parte das estatísticas de diagnóstico são baseadas na Matriz H , $H = X(X'X)^G X'$, onde $(X'X)^G$ é uma inversa generalizada da $X'X$. A importância dela deve-se ao fato de que $\hat{Y} = HY$, ou seja, é através dela que obtem-se o valor estimado de Y . Como H é uma matriz de projeção mostra-se facilmente que $0 \leq h_{ii} \leq 1$ e $\sum h_{ii} = 1$, onde h_{ii} é i -ésimo elemento da diagonal de H .

i) Diagonal da matriz H

A análise dos elementos da diagonal da matriz H é importante porque h_{ii} é o peso com que a i -ésima observação participa do processo de obtenção do i -ésimo valor ajustado.

Para verificar quais os valores de h_{ii} são suficientemente grandes para que a i -ésima observação seja analisada mais cuidadosamente temos algumas medidas de comparação. Quando $h_{ii} > \frac{2p}{n}$ (p = parâmetros no modelo, exceto a média, $n = n^\circ$ de observações) podemos dizer que esta observação tem um valor predito fora do comum e ela tem uma grande influência na determinação do ajuste. Valores de h_{ii} maiores ou iguais a 0,2 também merecem uma atenção especial.

ii) Diferença no ajuste (DFFITS)

Esta estatística, cujo nome vem do inglês Difference in Fit, calcula a taxa de mudança provocada no valor ajustado pela retirada da i -ésima observação. O cálculo de DFFITS é,

$$DFFITS(i) = \frac{\hat{e}_i}{(1 - h_{ii})s(i)} \sqrt{\frac{h_{ii}}{1 - h_{ii}}}$$

onde $s(i)$ é a estimativa do quadrado médio do erro experimental omitindo-se a i -ésima observação.

A estatística DFFITS é usualmente comparada com $2\sqrt{\frac{p}{n}}$ sendo que quando $DFFITS(i) > 2\sqrt{\frac{p}{n}}$ a i -ésima observação é suspeita de estar influenciando o ajuste.

iii) Resíduo estudentizado (RSTUDENT)

RSTUDENT, também conhecido como resíduo estudentizado externamente ou resíduo jackknife, é o resíduo estudentizado omitindo-se a i -ésima observação. O seu cálculo procede-se da seguinte maneira:

$$\text{RSTUDENT}(i) = \frac{\hat{e}_i}{s(i)\sqrt{1-h_{ii}}}$$

O cálculo é feito tirando a influência da i -ésima observação para garantir a independência entre o numerador e o denominador. Quando $\text{RSTUDENT}(i)$ for maior que dois devemos tomar uma atenção especial à i -ésima observação.

Tanto o resíduo padronizado quanto o estudentizado evidenciam os mesmos valores discrepantes, mas o estudentizado o faz mais enfaticamente.

iv) Distância de Cook (COOKD)

A distância de Cook é outra medida de influência de uma observação no ajuste do modelo. Pode ser visto como a distância entre os coeficientes sem e com a i -ésima observação. Tanto a estatística COOKD quanto DFFITS combinam em uma medida geral o valor de h_{ii} , que indica se uma observação tem um valor predito fora do comum, com o resíduo, que indica se uma observação tem um valor de Y fora do comum. A estatística COOKD é definida por:

$$\text{COOKD}(i) = \left[\frac{\hat{e}_i}{\sqrt{(1-h_{ii})\text{QME}}} \right]^2 \frac{h_{ii}}{1-h_{ii}} \frac{1}{p}$$

Quando $\text{COOKD}(i) \geq \frac{1}{F_{\alpha, n-p; p}}$ a i -ésima observação merece um

estudo mais minucioso.

v) COVRATIO

A estatística COVRATIO é a medida da mudança no determinante da matriz de covariância das estimativas deletando a i -ésima observação. Define-se a estatística COVRATIO da seguinte forma:

$$\text{COVRATIO}(i) = \frac{\det\left(s_{(i)}^2 \left(\mathbf{X}'_{(i)} \mathbf{X}_{(i)}\right)^{-1}\right)}{\det\left(\text{QME}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\right)}$$

Quando $|\text{COVRATIO}(i) - 1| \geq \frac{3p}{n}$, a i -ésima observação merece

uma atenção especial.

2.7.3 Paralelismo

Outra suposição do modelo (2) é que todas as equações de regressão linear têm o mesmo coeficiente de regressão (β). Esta suposição é fundamental, pois se ela não for satisfeita não podemos resumir a diferença entre os efeitos de tratamentos em um único número baseado na diferença sobre os efeitos principais, por exemplo $\tau_2 - \tau_1$.

Quando os coeficientes de inclinação para os tratamentos são não-paralelos a ANCOVA, com um coeficiente de regressão, não é apropriada e as equações de regressão deveriam ser estimadas separadamente.

2.8 Modelo para a Aplicação a ser descrita

O modelo geral de ANCOVA pode ser adaptado para qualquer delineamento de tratamentos e experimental. Na aplicação que será descrita foi utilizado um delineamento fatorial com 2 fatores e 2 covariáveis. Para este caso o modelo de ANCOVA é:

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \gamma_j + (\tau\gamma)_{ij} + \sum_{l=1}^2 \beta^{(l)} (X_{ijk}^{(l)} - \bar{X}_{ij}^{(l)}) + \varepsilon_{ijk} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, r_{ij} \end{cases}$$

onde:

Y_{ijk} : é a k-ésima observação da variável resposta (variável dependente) para a combinação ij;

μ : é a média geral;

τ_i : é o efeito do i-ésimo nível do fator A;

γ_j : é o efeito do j-ésimo nível do fator B;

$(\tau\gamma)_{ij}$: é o efeito da interação do i-ésimo nível do fator A com o j-ésimo nível do fator B;

$\beta^{(l)}$: é o coeficiente de regressão linear múltipla onde l representa o grupo de covariáveis;

$X_{ijk}^{(l)}$: é a k-ésima observação da variável independente (covariável) para a combinação ij;

$\bar{X}_{ij}^{(l)}$: é a média das observações do l-ésimo grupo de covariáveis;

ε_{ijk} : é o erro experimental associado à respectiva observação Y_{ijk} ;

a: é o número de níveis do fator A;

b: é o número de níveis do fator B;

r_{ij} : é o número de repetições para cada combinação ij.

As expressões para as somas de quadrados, o quadro da Análise de Variância para a ANCOVA com o respectivo teste para efeitos principais e interação encontram-se em STEEL e TORRIE (1980), onde também é apresentado um exemplo.

3. APLICAÇÃO

3.1 Origem dos Dados

Os dados que vão ser utilizados na exemplificação do uso da ANCOVA foram cedidos pelo Dr. Mauro Soibelman que coletou tais informações no Hospital da PUC. Ao todo foram estudados 1065 pacientes, dos quais 661 são mulheres e 404 homens, com idade variando entre 15 e 64 anos tanto para homens como para mulheres.

3.2 Descrição do Problema

O ponto central do trabalho era verificar a existência de diferenças significativas entre as pressões sanguíneas de pessoas de sexo oposto com diferentes níveis de consumo de bebida alcoólica. Estas diferenças foram avaliadas tanto para a pressão sistólica (SISM) quanto para a diastólica (DIASM). A pressão sistólica e diastólica de cada indivíduo utilizada na análise é a média da pressão no início e no fim do dia.

Sabe-se que as variáveis Idade e QUETELET (Índice de Massa Corporal), influenciam a pressão sanguínea, logo devem ser usadas como

covariáveis na análise. Outras covariáveis, tal como o uso de medicamentos “reguladores de pressão”, não foram incluídas neste estudo, mas com certeza esta e outras covariáveis devem fazer parte de um estudo posterior.

Para expressar o consumo de bebida alcoólica foram criadas duas escalas com diferentes pontos de corte.

A primeira escala, aqui denominada de ALC15MM, é formada por 5 níveis, a saber:

CÓDIGO	CONSUMO DIÁRIO
0	Nunca Bebeu
1	Ex-Bebedor
2	Zero
3	Até 2 drinques
4	3 ou mais drinques

Nesta escala a distribuição de homens e mulheres em cada nível foi:

NÍVEL	HOMENS	MULHERES
Nunca Bebeu	30	202
Ex-Bebedor	40	62
Zero	39	135
Até 2 drinques	217	246
3 ou mais drinques	78	16

A segunda escala, denominada BEBEX5MM, é composta por 5 níveis, os quais são descritos a seguir:

CÓDIGO	FREQÜÊNCIA DE CONSUMO
0	Nunca bebeu
1	Ex-Bebedor
2	Esporádico
3	Moderado
4	Excessivo

Já nesta escala a distribuição de homens e mulheres ficou da seguinte forma:

NÍVEL	HOMENS	MULHERES
Nunca bebeu	30	202
Ex-Bebedor	40	62
Esporádico	39	135
Moderado	249	246
Excessivo	46	16

Considerando-se as diferentes categorizações propostas para o consumo de bebida proceder-se-á a análise dos dados através do modelo de ANCOVA.

3.3 Uso do Pacote Estatístico SAS

Para realizarmos a ANCOVA foi utilizada a rotina PROC GLM do SAS. Nos próximos itens será descrito o programa e os resultados da análise.

3.3.1 Programa

Abaixo segue a transcrição do programa para o SAS que realiza a ANCOVA, gráficos de resíduos e conjunto de estatísticas de diagnósticos de adequabilidade do modelo para o exemplo em questão.

```
1 - DATA ANCOV;  
2 - INFILE 'B:MAURO.DAT';  
3 - INPUT BEBEX5MM ALC15MM SISM DIASM SEXO  
         IDADE QUETELET;  
4 - PROC GLM;  
5 -     CLASS ALC15MM SEXO;  
6 -     MODEL SISM=ALC15MM SEXO  
         ALC15MM*SEXO IDADE QUETELET/  
         SOLUTION;  
7 -     LSMEANS ALC15MM SEXO ALC15MM*SEXO  
         /STDERR PDIFF;  
8 -     OUTPUT R=RESSISM P=PRESISM H=H  
         COOKD=COOKD DFFITS=DFFITS  
         RSTUDENT=RSTUDENT COVRATIO=COVRATIO;  
9 - PROC PRINT;  
10 -    VAR Y PRESISM RESSISM COOKD H RSTUDENT  
        DFFITS COVRATIO;  
11 - PROC PLOT;  
12 -    PLOT RESSISM*IDADE/VPOS=45;  
13 -    PLOT RESSISM*QUETELET/VPOS=45;  
14 -    PLOT RESSISM*ALC15MM/VPOS=45;  
15 -    PLOT RESSISM*SEXO/VPOS=45;  
16 -    PLOT RESSISM*PRESISM/VPOS=45;  
17 - PROC UNIVARIATE PLOT NORMAL;  
18 -    VAR RESSISM;  
19 - RUN;
```

Os termos em negrito referem-se, particularmente, ao caso estudado

Uma breve explicação dos comandos é apresentada a seguir:

- 1 - Dá um nome qualquer para o banco de dados a ser lido;
- 2 - Indica o local (drive, diretório, subdiretório, etc.) onde se encontra o arquivo de dados e o nome dele;
- 3 - Dá nome as variáveis contidas no arquivo;
- 4 - Determina que o procedimento a ser utilizado é o GLM;
- 5 - Indica quais os fatores que são considerados, seguindo a estrutura classificatória do modelo de ANOVA;
- 6 - Indica qual o modelo a ser utilizado e pede que seja exibido na saída as estimativas dos parâmetros do modelo;
- 7 - Calcula as médias ajustada para o modelo da ANCOVA e testa se essas médias ajustadas são diferentes de zero e são diferentes 2 a 2;
- 8 - Cria algumas variáveis de diagnóstico;
- 9 - Determina que o procedimento a ser usado é o PRINT;
- 10 - Indica quais as variáveis que devem ser listadas;
- 11 - Determina que o procedimento a ser utilizado é o PLOT;
- 12 - Constrói o gráfico Resíduos vs covariável Idade;
- 13 - Constrói o gráfico Resíduos vs covariável Quetelet;
- 14 - Constrói o gráfico Resíduos vs fator ALC15MM;
- 15 - Constrói o gráfico Resíduos vs fator Sexo;
- 16 - Constrói o gráfico Resíduos vs Preditos;
- 17 - Determina que o procedimento a ser usado é o UNIVARIATE e que deve ser construído o gráfico de probabilidade normal;
- 18 - Indica quais as variáveis que devem ser usadas para construir o gráfico de probabilidade normal;

19 - Indica que todos os comandos acima citados devem ser executados.

Este programa foi usado para o caso específico da variável dependente SISM e a escala ALC15MM, para as demais combinações de escala e variável dependente basta alterar no programa o nome do fator e da variável.

3.3.2 Resultados

Os resultados obtidos pela ANCOVA para pressão sistólica média, considerando o consumo alcoólico expresso como ALC15MM são apresentados a seguir.

Os demais resultados encontram-se em anexo.

```

General Linear Models Procedure
Class   Levels   Values
ALC15MM     5     0 1 2 3 4
①
SEXO         2     1 2

Number of observations in data set = 1065

Dependent Variable: SISM

   ③           ③           ④           ⑤           ⑥           ⑦
Source         DF         Sum of          Mean          F Value      Pr > F
                Squares        Square
Model           11        179721.7380     16338.3398     43.05        0.0001
Error          1053        399650.1493         379.5348
Corrected Total 1064        579371.8873

                ⑧           ⑨           ⑩           ⑪
                R-Square      C.V.         Root MSE      SISM Mean
                0.310201      15.72709     19.48165      123.873239

```

Dependent Variable: SISM

(12) Source	(13) DF	(14) Type I SS	(15) Mean Square	(16) F Value	(17) Pr > F
ALC15MM	4	23359.1829	5839.7957	15.39	0.0001
SEXO	1	3868.0308	3868.0308	10.19	0.0015
ALC15MM*SEXO	4	4888.2523	1222.0631	3.22	0.0122
IDADE	1	122391.4584	122391.4584	322.48	0.0001
QUETELET	1	25214.8136	25214.8136	66.44	0.0001

Source	DF	(18) Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
ALC15MM	4	10060.59563	2515.14891	6.63	0.0001
SEXO	1	212.71976	212.71976	0.56	0.4542
ALC15MM*SEXO	4	4566.37900	1141.59475	3.01	0.0175
IDADE	1	64971.79812	64971.79812	171.19	0.0001
QUETELET	1	25214.81363	25214.81363	66.44	0.0001

Parameter	(19) Estimate	(20) T for H0: Parameter=0	(21) Pr > T	(22) Std Error of Estimate
INTERCEPT	81.07826139 B	13.75	0.0001	5.89823823
ALC15MM				
0	-17.34985706 B	-3.42	0.0006	5.06655041
1	-9.11412346 B	-1.66	0.0964	5.47669920
2	-17.73950177 B	-3.44	0.0006	5.15662846
3	-15.61089710 B	-3.10	0.0020	5.02963216
4	0.00000000 B	.	.	.
SEXO				
1	-0.69888450 B	-0.13	0.8961	5.35196923
2	0.00000000 B	.	.	.
ALC15MM*SEXO				
0 1	4.16561651 B	0.63	0.5272	6.58577362
0 2	0.00000000 B	.	.	.
1 1	-6.90909986 B	-1.04	0.3007	6.67301717
1 2	0.00000000 B	.	.	.
2 1	5.03913670 B	0.79	0.4325	6.41760220
2 2	0.00000000 B	.	.	.
3 1	7.66515157 B	1.36	0.1751	5.64911578
3 2	0.00000000 B	.	.	.
4 1	0.00000000 B	.	.	.
4 2	0.00000000 B	.	.	.
IDADE	0.68250105	13.08	0.0001	0.05216350
QUETELET	1.26070723	8.15	0.0001	0.15467217

(23) ALC15MM	(24) SEXO	(25) SISM LSMEAN	(26) Std Err LSMEAN	(27) Pr > T H0:LSMEAN=0	(28) LSMEAN Number
0	1	122.988431	3.563013	0.0001	1
0	2	119.521699	1.372941	0.0	2
1	1	120.149448	3.112170	0.0001	3
1	2	127.757432	2.484500	0.0001	4
2	1	123.472306	3.121364	0.0001	5
2	2	119.132054	1.677289	0.0	6
3	1	128.226926	1.323699	0.0	7
3	2	121.260658	1.247940	0.0	8
4	1	136.172671	2.206127	0.0	9
4	2	136.871556	4.874779	0.0001	10

Least Squares Means for effect ALC15MM*SEXO
Pr > |T| H0: LSMEAN(i)=LSMEAN(j)

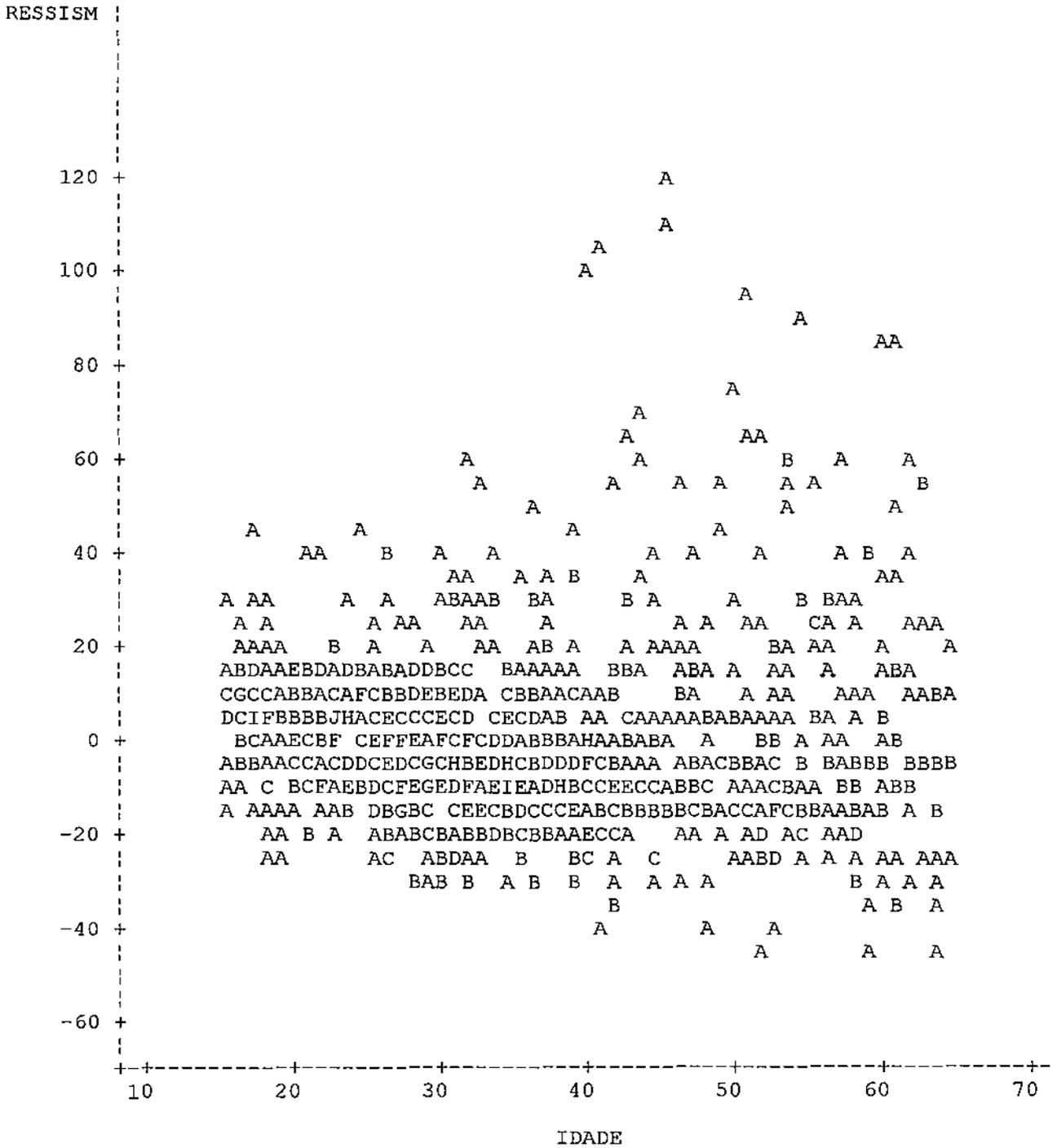
Dependent Variable: SISM

i/j	1	2	3	4	(29) 5	6	7	8	9
1	.	0.3646	0.5487	0.2736	0.9187	0.3280	0.1683	0.6468	0.0017
2	0.3646	.	0.8534	0.0037	0.2469	0.8573	0.0001	0.3501	0.0001
3	0.5487	0.8534	.	0.0555	0.4521	0.7735	0.0173	0.7412	0.0001
4	0.2736	0.0037	0.0555	.	0.2832	0.0041	0.8677	0.0201	0.0114
5	0.9187	0.2469	0.4521	0.2832	.	0.2209	0.1609	0.5106	0.0009
6	0.3280	0.8573	0.7735	0.0041	0.2209	.	0.0001	0.3094	0.0001
7	0.1683	0.0001	0.0173	0.8677	0.1609	0.0001	.	0.0001	0.0021
8	0.6468	0.3501	0.7412	0.0201	0.5106	0.3094	0.0001	.	0.0001
9	0.0017	0.0001	0.0001	0.0114	0.0009	0.0001	0.0021	0.0001	.
10	0.0215	0.0006	0.0039	0.0964	0.0209	0.0006	0.0873	0.0020	0.8961

Pr > |T| H0: LSMEAN(i)=LSMEAN(j)

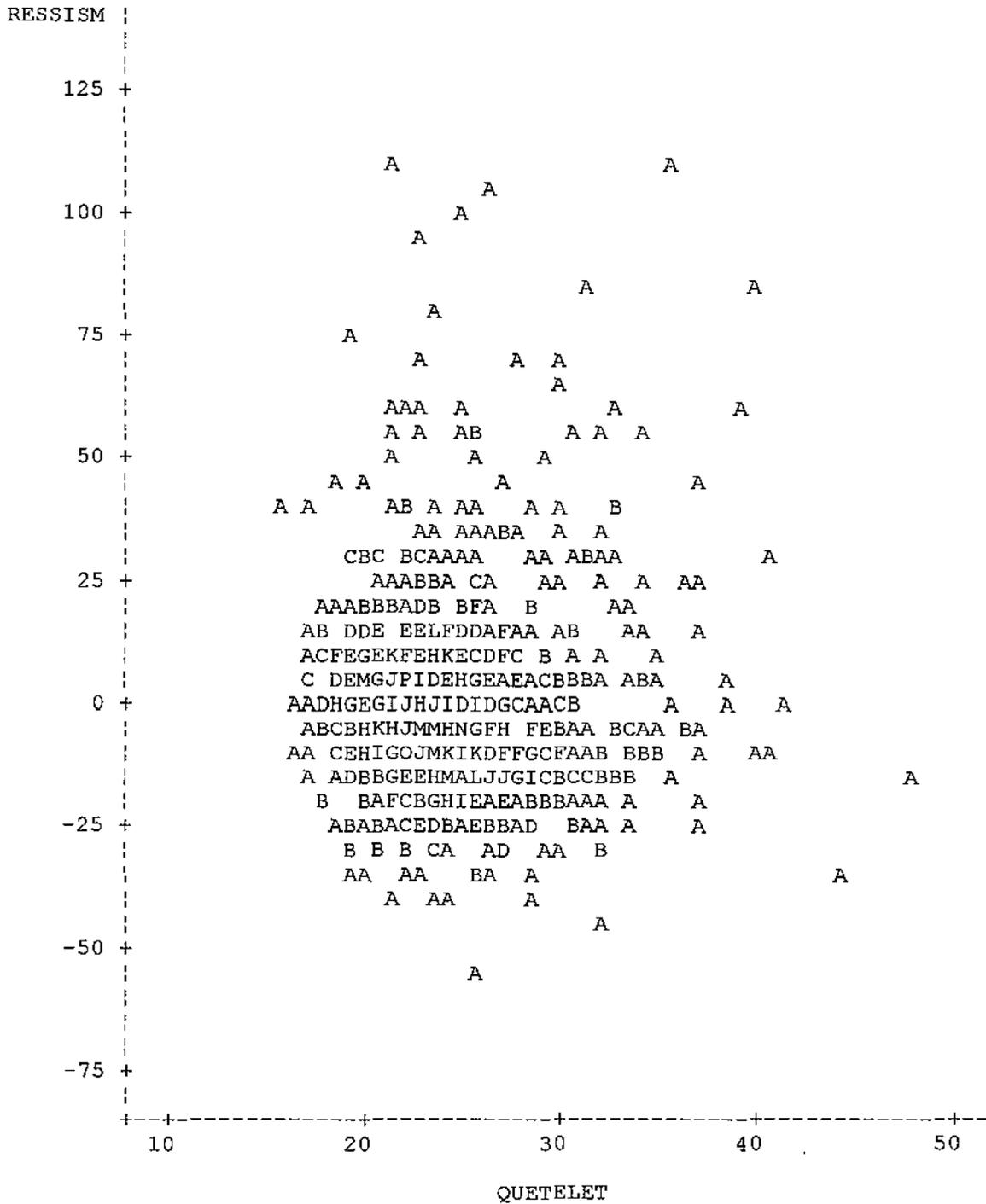
i/j	10
1	0.0215
2	0.0006
3	0.0039
4	0.0964
5	0.0209
6	0.0006
7	0.0873
8	0.0020
9	0.8961
10	.

Plot of RESSISM*IDADE. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.

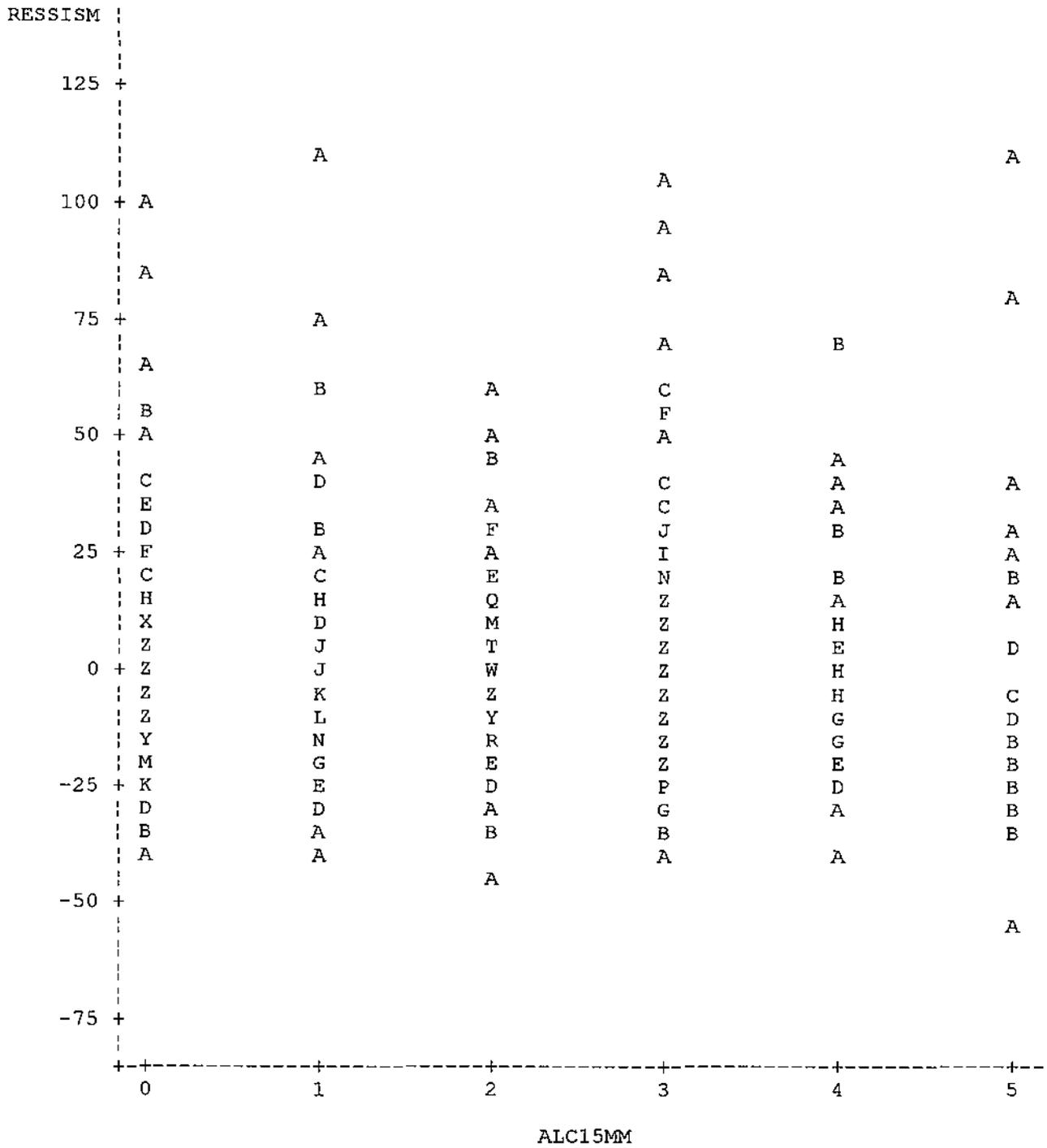


(31)

Plot of RESSISM*QUETELET. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.

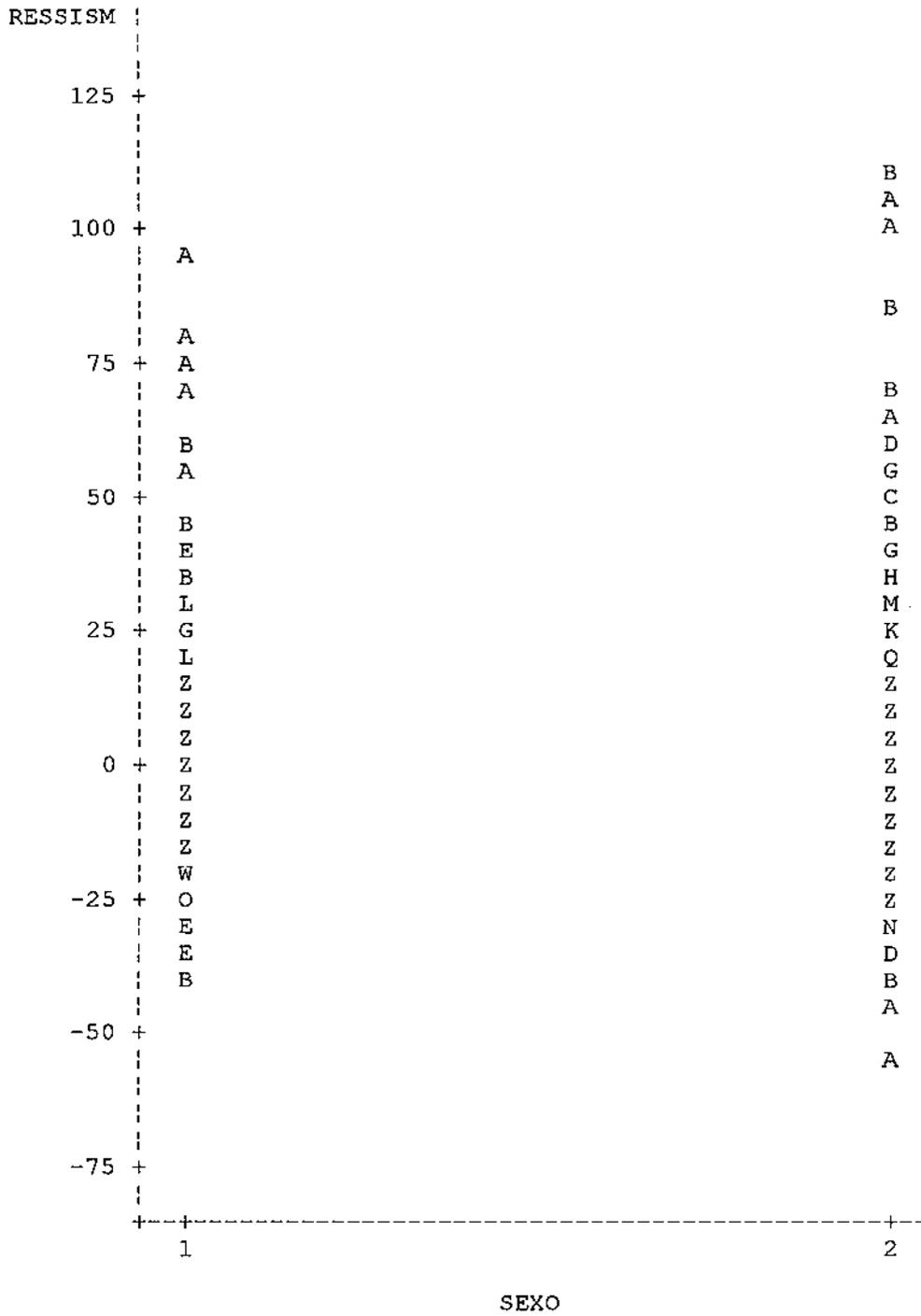


Plot of RESSISM*ALC15MM. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



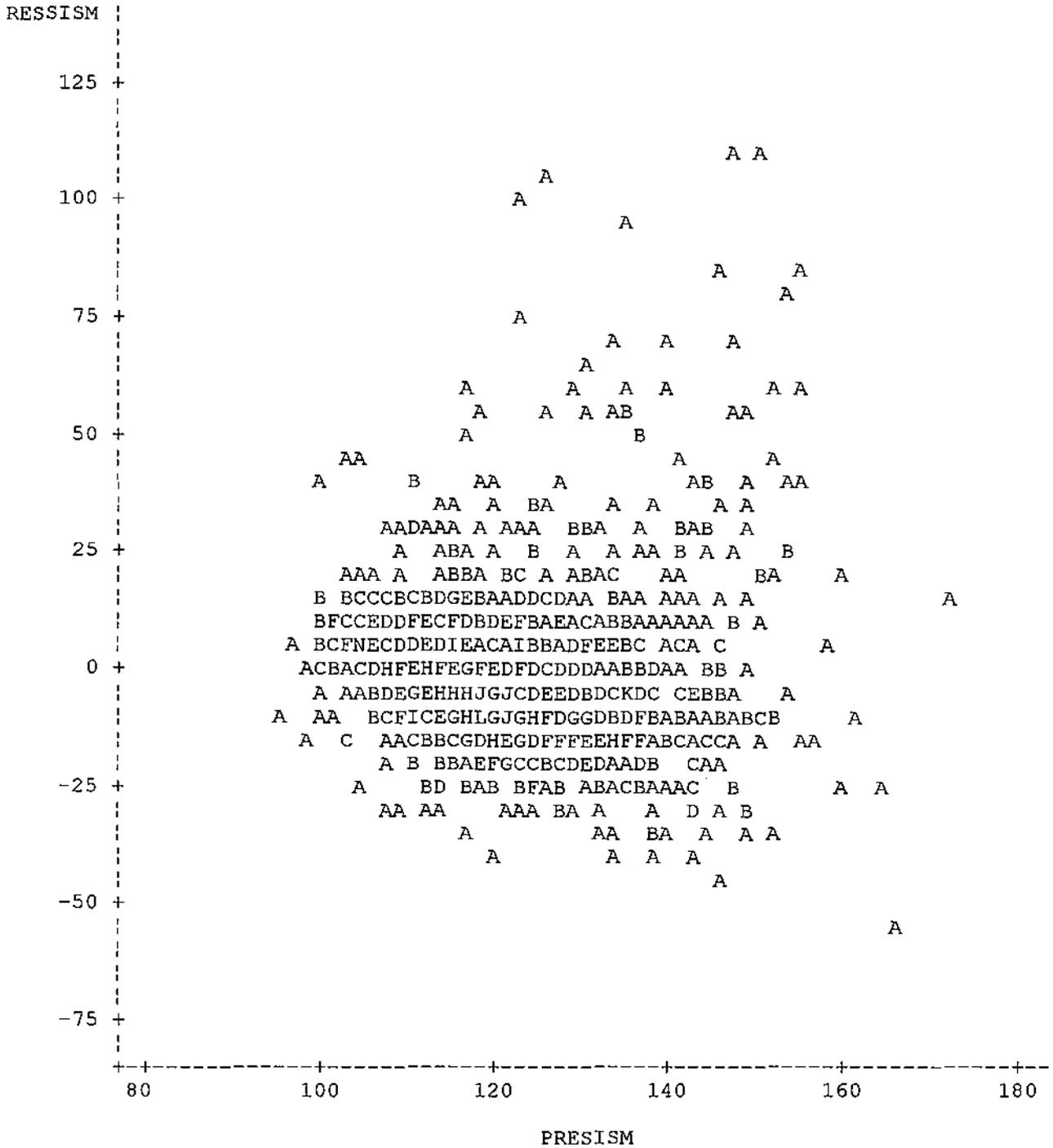
NOTE: 191 obs hidden.

Plot of RESSISM*SEXO. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



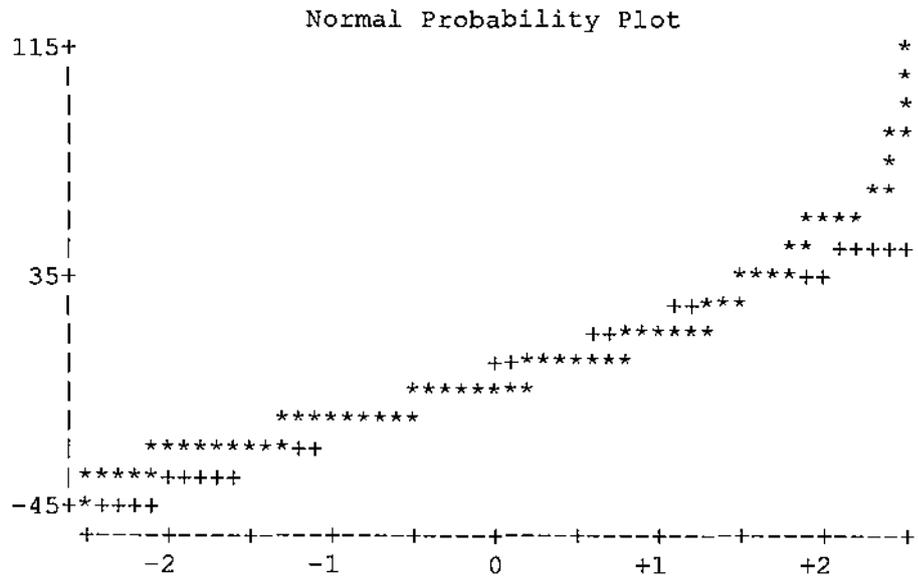
NOTE: 449 obs hidden.

Plot of RESSISM*PRESISM. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



UNIVARIATE PROCEDURE

Variable=RESSISM



O significado de cada item dos resultados é o seguinte:

- 1 - Número de níveis de cada fator e valor atribuído a cada nível;
- 2 - Causas da variação (modelo e erro experimental como decomposição do total);
- 3 - Graus de liberdade associados aos componentes citados em (2);
- 4 - Soma de Quadrados para cada componente de (2);
- 5 - Quadrado médio referente aos componentes de (2);
- 6 - Valor da estatística F para testar a hipótese de nulidade onde todos os parâmetros do modelo são nulos;
- 7 - Nível descritivo amostral, indica a probabilidade de obter-se um valor maior que F calculado supondo que a hipótese de nulidade é verdadeira. Também conhecido como nível mínimo de significância e “p-value”;
- 8 - Coeficiente de determinação R^2 . Porcentagem da variação na variável resposta explicada pelo modelo;
- 9 - Coeficiente de variação;
- 10 - Raiz Quadrada do Quadrado Médio do Erro Experimental. Estima a variabilidade residual;
- 11 - Média geral da variável resposta;
- 12 - Causas da variação do modelo referentes aos fatores, suas interações; e as covariáveis;
- 13 - Graus de liberdade de cada causa da variação mencionada em (12);
- 14 - Somas de quadrados do tipo I, também conhecida como soma de quadrados sequencial, seu cálculo é feito de modo que a soma de quadrados de cada fator, interação ou covariável seja ajustada apenas para os efeitos dos fatores, interações ou covariáveis que já entraram no modelo, por causa disso a ordem em que os fatores são colocados no modelo influenciam o cálculo da soma de quadrados;
- 15 - Quadrado médio para cada componente de (12);

- 16 - Valor da estatística F para testar a hipótese de que os efeitos de tratamentos (efeitos principais e interações) são nulos e que as covariáveis não possuem uma relação linear com a variável resposta;
- 17 - Idem (7);
- 18 - Soma de quadrados tipo III, às vezes chamada de soma de quadrados parcial, a soma de quadrados de cada fator interação ou covariáveis é ajustada para os efeitos de todos os fatores, interações e covariáveis do modelo. No caso de células não-vazias é igual a soma de quadrados tipo IV;
- 19 - Estimativas para os parâmetros do modelo. Como a matriz $X'X$ é singular, logo não existe inversa regular e então é calculada uma inversa generalizada para resolver o sistema de equações normais. As estimativas seguidas pela letra 'B' são viciadas e não são os estimadores únicos para os parâmetros;
- 20 - Valor da estatística t (ou T) para testar a hipótese de que cada um dos parâmetros do modelo é igual a zero;
- 21 - Nível descritivo amostral, indica a probabilidade de obter-se um valor maior que t calculado, em módulo, supondo que a hipótese de nulidade é verdadeira;
- 22 - Erro padrão das estimativas;
- 23 - Níveis do fator ALC15MM;
- 24 - Níveis do fator SEXO;
- 25 - Médias ajustadas para o modelo de ANCOVA;
- 26 - Erro padrão das médias ajustadas;
- 27 - Nível descritivo amostral, indica a probabilidade de obter-se um valor maior que t calculado, em módulo, supondo que a hipótese de nulidade que a média ajustada é igual a zero, é verdadeira;
- 28 - Número designado para a combinação dos níveis de ALC15MM e SEXO que será utilizado para identificar qual a combinação estará sendo comparada;

- 29 - Nível descritivo amostral, indica a probabilidade de obter-se um valor maior que t calculado, em módulo, supondo que a hipótese de nulidade que as duas médias são iguais é verdadeira;
- 30 - Gráfico Resíduos vs covariável Idade;
- 31 - Gráfico Resíduos vs covariável Quetelet;
- 32 - Gráfico Resíduos vs fator ALC15MM;
- 33 - Gráfico Resíduos vs fator Sexo;
- 34 - Gráfico Resíduos vs Valores Preditos;
- 35 - Gráfico de Probabilidade Normal.

3.3.3 Análise dos resultados

As duas covariáveis relacionam-se significativamente com a variável resposta ($p=0.0001$), isto implica que elas realmente influenciam na pressão sistólica média e a inclusão dessas covariáveis no modelo aumenta a precisão das estimativas. Esta conclusão pode ser confirmada comparando os resultados da ANCOVA (Quadro 1) com os da ANOVA (Quadro 2), observando que o nível descritivo amostral da interação na ANOVA foi 0.0520 passando para 0.0175 na ANCOVA. Outro indicador é o coeficiente de variação que na ANOVA foi 18.39 e na ANCOVA 15.73.

Quadro 1: Quadro da análise de variância para ANCOVA

Causas de Variação	G. L.	Somas de Quadrados	Quadrado Médio	F	Prob.>F
ALC15MM	4	10060.60	2515.15	6.63	0.0001
SEXO	1	212.72	212.72	0.56	0.4542
ALC15MM*SEXO	4	4566.38	1141.59	3.01	0.0175
IDADE	1	64971.80	64971.80	171.19	0.0001
QUETELET	1	25214.81	25214.81	66.44	0.0001
ERRO	1053	399650.15	379.53		
TOTAL	1064	579371.89			

Quadro 2: Quadro da análise de variância

Causas de Variação	G. L.	Somas de Quadrados	Quadrado Médio	F	Prob.>F
ALC15MM	4	13274.25	3318.56	6.40	0.0001
SEXO	1	182.53	182.53	0.35	0.5532
ALC15MM*SEXO	4	4888.25	1222.06	2.36	0.0520
ERRO	1055	547256.42	518.72		
TOTAL	1064	579371.89			

Na ANCOVA foi verificado a interação entre os fatores ALC15MM e SEXO, logo só faz sentido as comparações da médias ajustadas de um fator dentro dos níveis do outro.

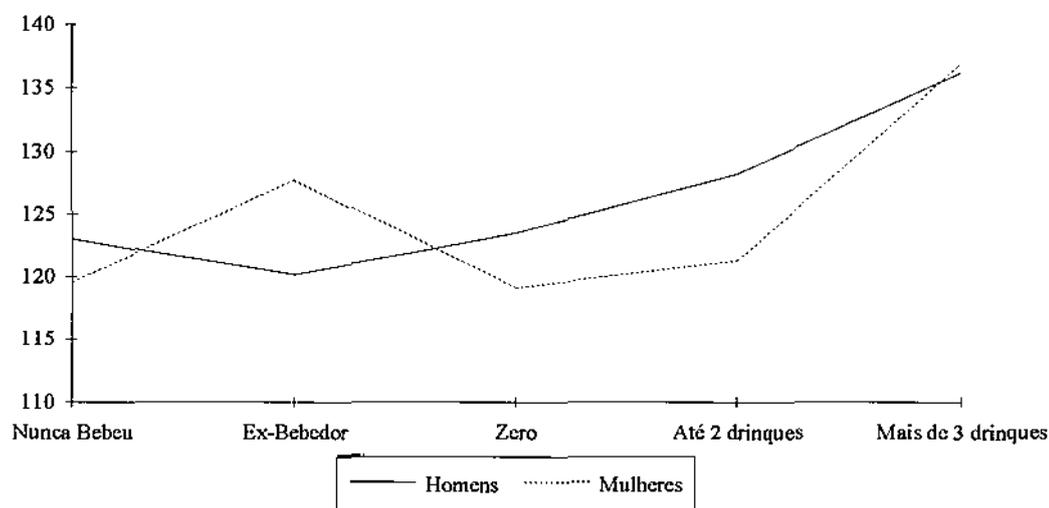
No Quadro 3 encontra-se as médias dessas combinações.

Quadro 3: Médias ajustadas da pressão sistólica média para os fatores ALC15MM e SEXO.

ALC15MM	SEXO	
	Homens	Mulheres
Nunca bebeu	122.99 a (b)	119.52a (b)
Ex-bebedor	120.15 a (c)	127.76 a (a)
Zero	123.47 a (b)	119.13 a (b)
Até 2 drinques	128.23 a (b)	121.26 b (b)
3 ou mais drinques	136.17 a (a)	136.87 a (a)

Médias seguidas de mesma letra fora dos parênteses indicam igualdade em relação a linha e médias seguidas de mesma letra dentro dos parênteses indicam igualdade em relação a coluna. Diferenças significativas ao nível de 5%.

Analisando o Quadro 3 verifica-se que existe diferença entre sexos somente para a categoria “Até 2 drinques” e que as diferenças entre as categorias ALC15MM está na dependência do sexo, indicando a presença da interação dos dois fatores, ALC15MM e SEXO. O gráfico abaixo mostra a presença desta interação, pois caso ela não tivesse sido verificada as retas deveriam ser paralelas.



Quadro 4: Teste de comparação entre os coeficientes de inclinação para cada fator e suas interações em relação as covariáveis estudadas

	G.L.	SOMAS DE QUADRADOS	QUADRADO MÉDIO	F	PROB.>F
IDADE*ALC15MM	4	8739.11	2184.78	5.90	0.0001
QUETELET*ALC15MM	4	2457.43	614.36	1.66	0.1575
IDADE*SEXO	1	2755.62	2755.62	7.44	0.0065
QUETELET*SEXO	1	49.78	49.78	0.013	0.7140
IDADE*ALC15MM*SEXO	4	619.25	154.81	0.42	0.7959
QUETELET*ALC15MM*SEXO	4	2633.68	658.42	1.78	0.1312

A partir deste quadro observa-se que só foi verificada diferença significativa entre os coeficientes de inclinação para o ALC15MM e SEXO em relação a covariável Idade, mas analisando o coeficientes de inclinação de cada nível de ALC15MM (Quadro 5) torna-se claro que suas magnitudes não são tão diferentes a ponto de se poder usar um valor único para todos os níveis, o mesmo acontece com o fator SEXO.

Quadro 5: Estimativas dos coeficientes de inclinação

PARÂMETRO	ESTIMATIVA	ERRO PADRÃO DA ESTIMATIVA
IDADE*MASCULINO	72,78	5,80
IDADE*FEMININO	73,16	5,80
IDADE*ALC15MM=0	72,64	5,81
IDADE*ALC15MM=1	72,92	5,80
IDADE*ALC15MM=2	72,58	5,81
IDADE*ALC15MM=3	73,10	5,81
IDADE*ALC15MM=4	73,59	5,78
QUETELET*MASCULINO	73,59	5,64
QUETELET*FEMININO	73,40	5,55
QUETELET*ALC15MM=0	73,96	5,69
QUETELET*ALC15MM=1	74,30	5,67
QUETELET*ALC15MM=2	73,66	5,69
QUETELET*ALC15MM=3	73,25	5,77
QUETELET*ALC15MM=4	72,30	5,23
IDADE*ALC15MM=0*MASCULINO	72,39	5,82
IDADE*ALC15MM=1*MASCULINO	72,87	5,79
IDADE*ALC15MM=2*MASCULINO	72,28	5,81
IDADE*ALC15MM=3*MASCULINO	72,97	5,81
IDADE*ALC15MM=4*MASCULINO	73,37	5,80
IDADE*ALC15MM=0*FEMININO	72,88	5,81
IDADE*ALC15MM=1*FEMININO	72,97	5,81
IDADE*ALC15MM=2*FEMININO	72,88	5,81
IDADE*ALC15MM=3*FEMININO	73,23	5,81
IDADE*ALC15MM=4*FEMININO	73,82	5,77
QUETELET*ALC15MM=0*MASCULINO	74,06	5,64
QUETELET*ALC15MM=1*MASCULINO	73,23	5,65
QUETELET*ALC15MM=2*MASCULINO	73,76	5,64
QUETELET*ALC15MM=3*MASCULINO	73,27	5,77
QUETELET*ALC15MM=4*MASCULINO	73,61	5,70
QUETELET*ALC15MM=0*FEMININO	73,87	5,78
QUETELET*ALC15MM=1*FEMININO	75,36	5,73
QUETELET*ALC15MM=2*FEMININO	73,57	5,78
QUETELET*ALC15MM=3*FEMININO	73,24	5,78
QUETELET*ALC15MM=4*FEMININO	70,99	4,88

Os gráficos de resíduos indicam que não há presença de estrutura entre os pontos em nenhum dos gráficos. No gráfico de probabilidade normal os pontos estão bem próximos do esperado, permitindo concluir que o modelo apresenta uma razoável qualidade de ajuste, sendo portanto adequada a análise dos dados via ANCOVA.

4. CONCLUSÃO

A ANCOVA, na aplicação vista, mostrou-se eficiente no acréscimo em precisão.

Para que essa eficiência seja garantida é necessário que se faça a escolha adequada das covariáveis, isto é, que não exista influência dos fatores sobre as covariáveis e que a relação entre elas e a variável resposta seja estreita.

Outro ponto importante para que a ANCOVA mostre-se eficiente, no que diz respeito ao aumento de precisão, é que as suposições do modelo estejam satisfeitas, principalmente no que se refere ao paralelismo (mesmo coeficiente de regressão para cada tratamento).

Para fazer a verificação da adequabilidade para a ANCOVA é muito útil a análise de resíduos e as estatísticas de diagnóstico. Na aplicação vista, estas análises tornam-se um tanto quanto inviáveis devido ao tamanho da amostra. Com uma amostra tão grande (1065 observações) fica difícil identificar alguma estrutura nos gráficos de resíduos devido ao excessivo número de pontos. No caso das estatísticas de diagnóstico é bastante claro que a análise de cada uma das 1065 observações torna-se impraticável, além disso uma única observação dificilmente alteraria significativamente o ajuste do modelo.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- COX, D. R. e McCULLAGH, P., (1982). Some aspects of analysis of covariance. **Biometrics**, Raleigh, **38**(3):541-561.
- DIAS, J. F. S., (1980). **Análise de Covariância para Delineamentos em Blocos Incompletos Equilibrados**. Piracicaba, ESALQ/USP. (Seminários). 12 p.
- ___, (1981). **Análise de covariância intrablocos, com p variáveis auxiliares, para delineamentos em blocos incompletos equilibrados**. Piracicaba, ESALQ/USP. (Dissertação de Mestrado).
- HADDAD, M. L., (1977) **Análise de Covariância**. Piracicaba, ESALQ/USP. (Seminários). 20 p.
- MACHADO, A. A., (1981). **Análise de Covariância em Classificações Duplas Não Balanceadas**. Piracicaba, ESALQ/USP. (Seminários). 13 p.
- ___, (1982). **Análise de Variância e da Covariância Linear de Dados de uma Classificação Dupla Não Balanceada**. Piracicaba, ESALQ/USP. (Dissertação de Mestrado). 97 p.
- ___, (1989). **Diagnóstico em Regressão Linear**. Lavras, Escola Superior de Agricultura de Lavras, 3º SEAGRO, 73p.
- MONTGOMERY, D. C., (1991). **Design and Analysis of Experiments**. New York, John Wiley. 3ª edição. 649 p.
- NETER, J. E WASSERMAN, N., (1974). **Applied Linear Statistical Models**. Irwin. 842 p.

- PINHEIRO, S. M. K., (1994). **Análise de Covariância Intrablocos com uma Variável Auxiliar para Delineamentos em Blocos Incompletos Equilibrados**. Londrina, Universidade Estadual de Londrina. (Dissertação de Mestrado). 99 p.
- RIBOLDI, J., (1993). Delineamentos Experimentais de Campo. **Cadernos de Matemática e Estatística**. Série B: Trabalho de Apoio Didático, nº 18. Porto Alegre, UFRGS. 76 p.
- RIBOLDI, J. e NASCIMENTO, L. C. S. C.. (1994). Metodologia de Superfície de Resposta: Uma abordagem introdutória. **Cadernos de Matemática e Estatística**. Série B: Trabalho de Apoio Didático, nº 25. Porto Alegre, UFRGS. 84 p.
- SAS INSTITUTE INC., (1989). **SAS/STAT™ User's Guide**. Version 6, Fourth Edition, Cary, NC: SAS Institute Inc.
- STEEL, R. G. D. e TORRIE, J. H., (1980). **Principles and Procedures of Statistics**. New York, McGraw-Hill, 2ª edição. 633 p.

ANEXO

Algumas rotinas do SAS:

1. Rotina ESTIMATE dentro rotina PROC GLM

```
DATA ANCOV;
INFILE 'B:MAURO.DAT';
INPUT ALC15MM SISM DIASM SEXO IDADE QUETELET;
PROC GLM;
CLASS ALC15MM SEXO;
MODEL SISM=ALC15MM SEXO ALC15MM*SEXO IDADE QUETELET ALC15MM*IDADE
ALC15MM*QUETELET SEXO*IDADE
SEXO*QUETELET ALC15MM*SEXO*IDADE
ALC15MM*SEXO*QUETELET;
ESTIMATE 'IDADE*MASCULINO' INTERCEPT 1 IDADE 1 IDADE*SEXO 1 0;
ESTIMATE 'IDADE*FEMININO' INTERCEPT 1 IDADE 1 IDADE*SEXO 0 1;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=0' INTERCEPT 1 IDADE 1 IDADE*ALC15MM 1 0 0 0 0;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=1' INTERCEPT 1 IDADE 1 IDADE*ALC15MM 0 1 0 0 0;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=2' INTERCEPT 1 IDADE 1 IDADE*ALC15MM 0 0 1 0 0;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=3' INTERCEPT 1 IDADE 1 IDADE*ALC15MM 0 0 0 1 0;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=4' INTERCEPT 1 IDADE 1 IDADE*ALC15MM 0 0 0 0 1;
ESTIMATE 'QUETELET*MASCULINO' INTERCEPT 1 QUETELET 1 QUETELET*SEXO 1 0;
ESTIMATE 'QUETELET*FEMININO' INTERCEPT 1 QUETELET 1 QUETELET*SEXO 0 1;
ESTIMATE 'QUETELET*ALC=0' INTERCEPT 1 QUETELET 1 QUETELET*ALC15MM 1 0 0 0 0;
ESTIMATE 'QUETELET*ALC=1' INTERCEPT 1 QUETELET 1 QUETELET*ALC15MM 0 1 0 0 0;
ESTIMATE 'QUETELET*ALC=2' INTERCEPT 1 QUETELET 1 QUETELET*ALC15MM 0 0 1 0 0;
ESTIMATE 'QUETELET*ALC=3' INTERCEPT 1 QUETELET 1 QUETELET*ALC15MM 0 0 0 1 0;
ESTIMATE 'QUETELET*ALC=4' INTERCEPT 1 QUETELET 1 QUETELET*ALC15MM 0 0 0 0 1;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=0*MASCULINO' INTERCEPT 1 IDADE 1
IDADE*ALC15MM 1 0 0 0 0 IDADE*SEXO 1 0
IDADE*ALC15MM*SEXO 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=1*MASCULINO' INTERCEPT 1 IDADE 1
IDADE*ALC15MM 0 1 0 0 0 IDADE*SEXO 1 0
IDADE*ALC15MM*SEXO 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=2*MASCULINO' INTERCEPT 1 IDADE 1
IDADE*ALC15MM 0 0 1 0 0 IDADE*SEXO 1 0
IDADE*ALC15MM*SEXO 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=3*MASCULINO' INTERCEPT 1 IDADE 1
IDADE*ALC15MM 0 0 0 1 0 IDADE*SEXO 1 0
IDADE*ALC15MM*SEXO 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=4*MASCULINO' INTERCEPT 1 IDADE 1
IDADE*ALC15MM 0 0 0 0 1 IDADE*SEXO 1 0
IDADE*ALC15MM*SEXO 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=0*FEMININO' INTERCEPT 1 IDADE 1
IDADE*ALC15MM 1 0 0 0 0 IDADE*SEXO 0 1
IDADE*ALC15MM*SEXO 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=1*FEMININO' INTERCEPT 1 IDADE 1
IDADE*ALC15MM 0 1 0 0 0 IDADE*SEXO 0 1
IDADE*ALC15MM*SEXO 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=2*FEMININO' INTERCEPT 1 IDADE 1
IDADE*ALC15MM 0 0 1 0 0 IDADE*SEXO 0 1
IDADE*ALC15MM*SEXO 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=3*FEMININO' INTERCEPT 1 IDADE 1
IDADE*ALC15MM 0 0 0 1 0 IDADE*SEXO 0 1
IDADE*ALC15MM*SEXO 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0;
ESTIMATE 'IDADE*ALC=4*FEMININO' INTERCEPT 1 IDADE 1
IDADE*ALC15MM 0 0 0 0 1 IDADE*SEXO 0 1
IDADE*ALC15MM*SEXO 0 0 0 0 0 0 0 0 1;
ESTIMATE 'QUETELET*ALC=0*MASCULINO' INTERCEPT 1 QUETELET 1
QUETELET*ALC15MM 1 0 0 0 0 QUETELET*SEXO 1 0 QUETELET*ALC15MM*SEXO 1 0 0
0 0 0 0 0 0;
```

```

ESTIMATE 'QUETELET*ALC=1*MASCULINO' INTERCEPT 1 QUETELET 1
QUETELET*ALC15MM 0 1 0 0 0 QUETELET*SEXO 1 0 QUETELET*ALC15MM*SEXO 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0;
ESTIMATE 'QUETELET*ALC=2*MASCULINO' INTERCEPT 1 QUETELET 1
QUETELET*ALC15MM 0 0 1 0 0 QUETELET*SEXO 1 0 QUETELET*ALC15MM*SEXO 0 0 0
0 1 0 0 0 0 0;
ESTIMATE 'QUETELET*ALC=3*MASCULINO' INTERCEPT 1 QUETELET 1
QUETELET*ALC15MM 0 0 0 1 0 QUETELET*SEXO 1 0 QUETELET*ALC15MM*SEXO 0 0 0
0 0 0 1 0 0 0;
ESTIMATE 'QUETELET*ALC=4*MASCULINO' INTERCEPT 1 QUETELET 1
QUETELET*ALC15MM 0 0 0 0 1 QUETELET*SEXO 1 0 QUETELET*ALC15MM*SEXO 0 0 0
0 0 0 0 0 1 0;
ESTIMATE 'QUETELET*ALC=0*FEMININO' INTERCEPT 1 QUETELET 1 QUETELET*ALC15MM
1 0 0 0 0 QUETELET*SEXO 0 1 QUETELET*ALC15MM*SEXO 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0;
ESTIMATE 'QUETELET*ALC=1*FEMININO' INTERCEPT 1 QUETELET 1 QUETELET*ALC15MM
0 1 0 0 0 QUETELET*SEXO 0 1 QUETELET*ALC15MM*SEXO 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0;
ESTIMATE 'QUETELET*ALC=2*FEMININO' INTERCEPT 1 QUETELET 1 QUETELET*ALC15MM
0 0 1 0 0 QUETELET*SEXO 0 1 QUETELET*ALC15MM*SEXO 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0;
ESTIMATE 'QUETELET*ALC=3*FEMININO' INTERCEPT 1 QUETELET 1 QUETELET*ALC15MM
0 0 0 1 0 QUETELET*SEXO 0 1 QUETELET*ALC15MM*SEXO 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0;
ESTIMATE 'QUETELET*ALC=4*FEMININO' INTERCEPT 1 QUETELET 1 QUETELET*ALC15MM
0 0 0 0 1 QUETELET*SEXO 0 1 QUETELET*ALC15MM*SEXO 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1;

```

RUN;

2. Rotina para testar o paralelismo entre os coeficientes de inclinação

dentro da rotina PROC GLM

```

DATA ANCOV;
INFILE 'B:MAURO.DAT';
INPUT ALC15MM SISM DIASM SEXO IDADE QUETELET;
PROC GLM;
    CLASS ALC15MM SEXO;
    MODEL DIASM=ALC15MM SEXO ALC15MM*SEXO IDADE QUETELET
    ALC15MM*IDADE ALC15MM*QUETELET SEXO*IDADE SEXO*QUETELET
    ALC15MM*SEXO*IDADE ALC15MM*SEXO*QUETELET;
RUN;

```

Resultados do uso da ANCOVA para a DIASM e ALC15MM.

General Linear Models Procedure Class Level Information

Class	Levels	Values
ALC15MM	5	0 1 2 3 4
SEXO	2	1 2

Number of observations in data set = 1065

Dependent Variable: DIASM

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	11	74111.89906	6737.44537	40.67	0.0001
Error	1053	174425.48686	165.64624		
Corrected Total	1064	248537.38592			

R-Square	C.V.	Root MSE	DIASM Mean
0.298192	16.80637	12.87036	76.5802817

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
ALC15MM	4	11737.03142	2934.25785	17.71	0.0001
SEXO	1	3271.37591	3271.37591	19.75	0.0001
ALC15MM*SEXO	4	2366.90980	591.72745	3.57	0.0067
IDADE	1	46733.59112	46733.59112	282.13	0.0001
QUETELET	1	10002.99081	10002.99081	60.39	0.0001

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
ALC15MM	4	4836.81629	1209.20407	7.30	0.0001
SEXO	1	1159.46659	1159.46659	7.00	0.0083
ALC15MM*SEXO	4	1146.27511	286.56878	1.73	0.1411
IDADE	1	24566.48446	24566.48446	148.31	0.0001
QUETELET	1	10002.99081	10002.99081	60.39	0.0001

Parameter	Estimate	T for H0: Parameter=0	Pr > T	Std Error of Estimate
INTERCEPT	45.59597693	B 11.70	0.0001	3.89661315
ALC15MM				
0	-7.21323883	B -2.16	0.0314	3.34716676
1	-4.83288334	B -1.34	0.1819	3.61812753
2	-6.51101438	B -1.91	0.0562	3.40667594
3	-5.44956706	B -1.64	0.1013	3.32277708
4	0.00000000	B .	.	.
SEXO				
1	6.74037538	B 1.91	0.0569	3.53572590
2	0.00000000	B .	.	.
ALC15MM*SEXO				
0 1	-7.67013167	B -1.76	0.0782	4.35082665
0 2	0.00000000	B .	.	.
1 1	-5.96006823	B -1.35	0.1767	4.40846325
1 2	0.00000000	B .	.	.
2 1	-3.44965015	B -0.81	0.4160	4.23972586
2 2	0.00000000	B .	.	.
3 1	-1.52516834	B -0.41	0.6829	3.73203285
3 2	0.00000000	B .	.	.
4 1	0.00000000	B .	.	.
4 2	0.00000000	B .	.	.
IDADE	0.41967431	12.18	0.0001	0.03446130
QUETELET	0.79405630	7.77	0.0001	0.10218265

Least Squares Means

ALC15MM	SEXO	DIASM LSMEAN	Std Err LSMEAN	Pr > T H0:LSMEAN=0	LSMEAN Number
0	1	72.2245020	2.3538695	0.0001	1
0	2	73.1542583	0.9070202	0.0	2
1	1	76.3149210	2.0560245	0.0001	3
1	2	75.5346138	1.6413603	0.0001	4
2	1	77.1472080	2.0620982	0.0001	5
2	2	73.8564828	1.1080848	0.0	6
3	1	80.1331371	0.8744887	0.0	7
3	2	74.9179301	0.8244394	0.0	8
4	1	87.1078725	1.4574561	0.0	9
4	2	80.3674972	3.2204746	0.0001	10

Pr > |T| H0: LSMEAN(i)=LSMEAN(j)

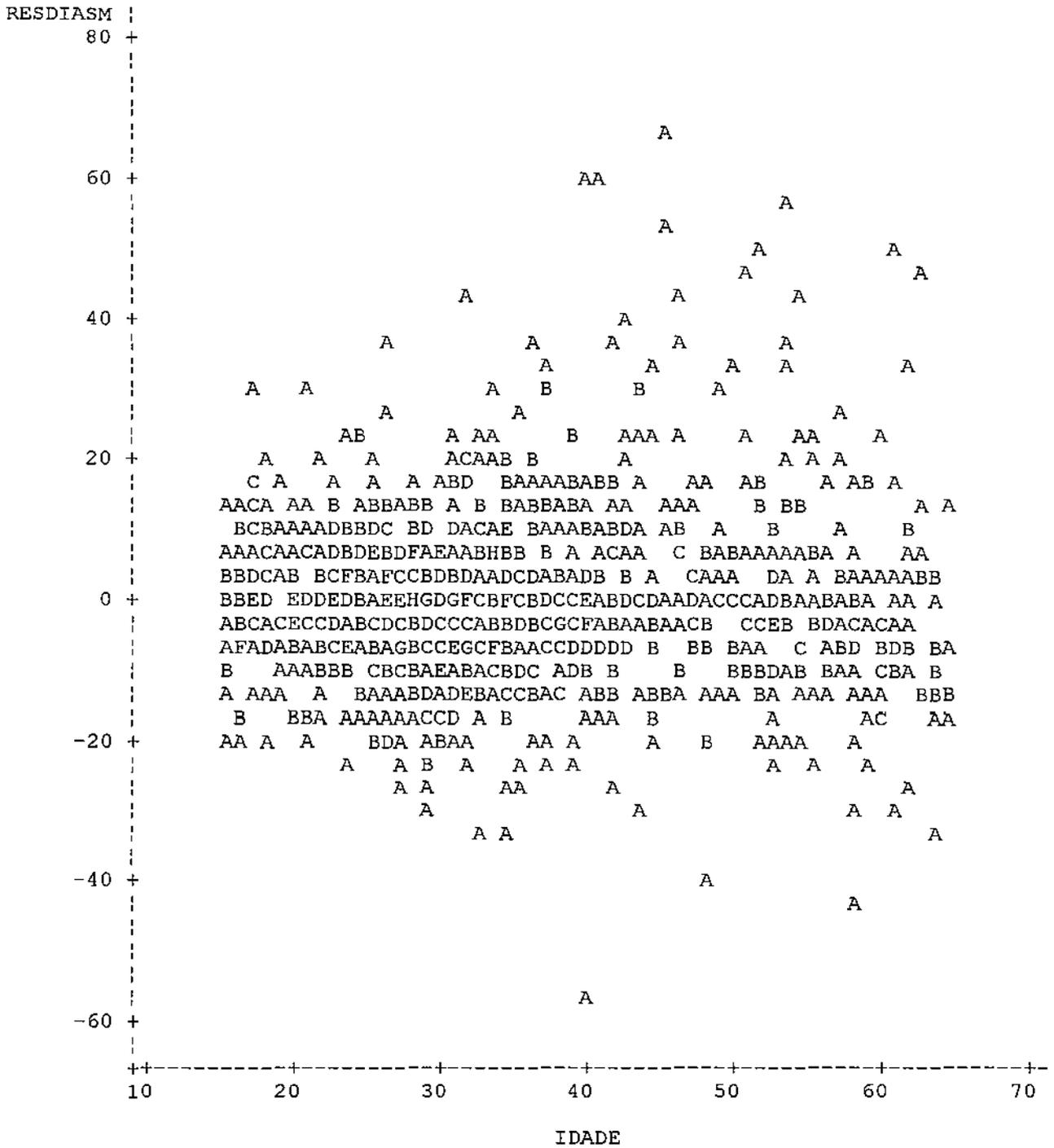
i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	.	0.7128	0.1911	0.2500	0.1161	0.5308	0.0017	0.2797	0.0001
2	0.7128	.	0.1593	0.2036	0.0766	0.6237	0.0001	0.1516	0.0001
3	0.1911	0.1593	.	0.7661	0.7756	0.2925	0.0884	0.5297	0.0001
4	0.2500	0.2036	0.7661	.	0.5409	0.3965	0.0137	0.7380	0.0001
5	0.1161	0.0766	0.7756	0.5409	.	0.1601	0.1826	0.3155	0.0001
6	0.5308	0.6237	0.2925	0.3965	0.1601	.	0.0001	0.4429	0.0001
7	0.0017	0.0001	0.0884	0.0137	0.1826	0.0001	.	0.0001	0.0001
8	0.2797	0.1516	0.5297	0.7380	0.3155	0.4429	0.0001	.	0.0001
9	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	.
10	0.0412	0.0314	0.2886	0.1819	0.4001	0.0562	0.9440	0.1013	0.0569

Pr > |T| H0: LSMEAN(i)=LSMEAN(j)

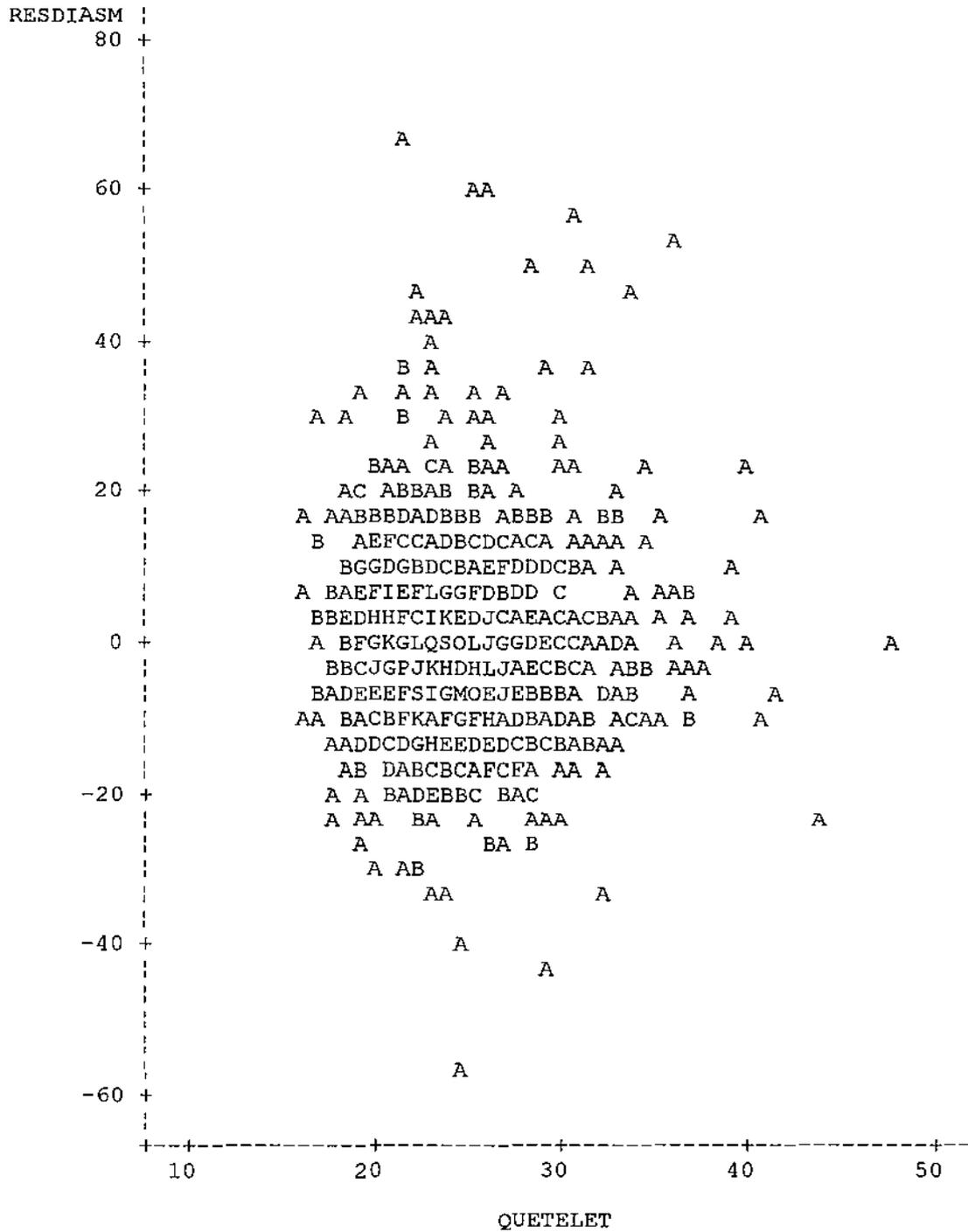
i/j	10
1	0.0412
2	0.0314
3	0.2886
4	0.1819
5	0.4001
6	0.0562
7	0.9440
8	0.1013
9	0.0569
10	.

NOTE: To ensure overall protection level, only probabilities associated with pre-planned comparisons should be used.

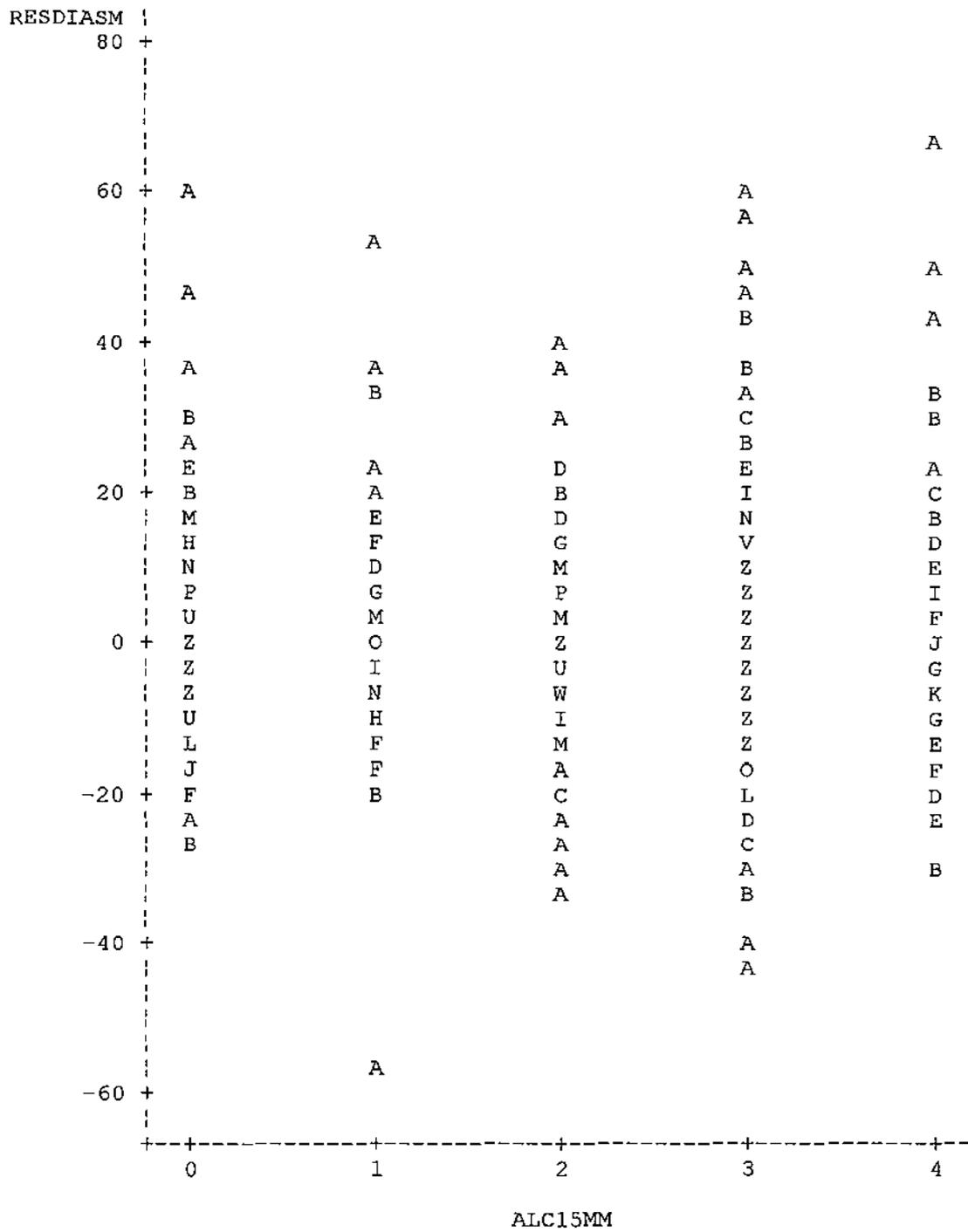
Plot of RESDIASM*IDADE. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



Plot of RESDIASM*QUETELET. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.

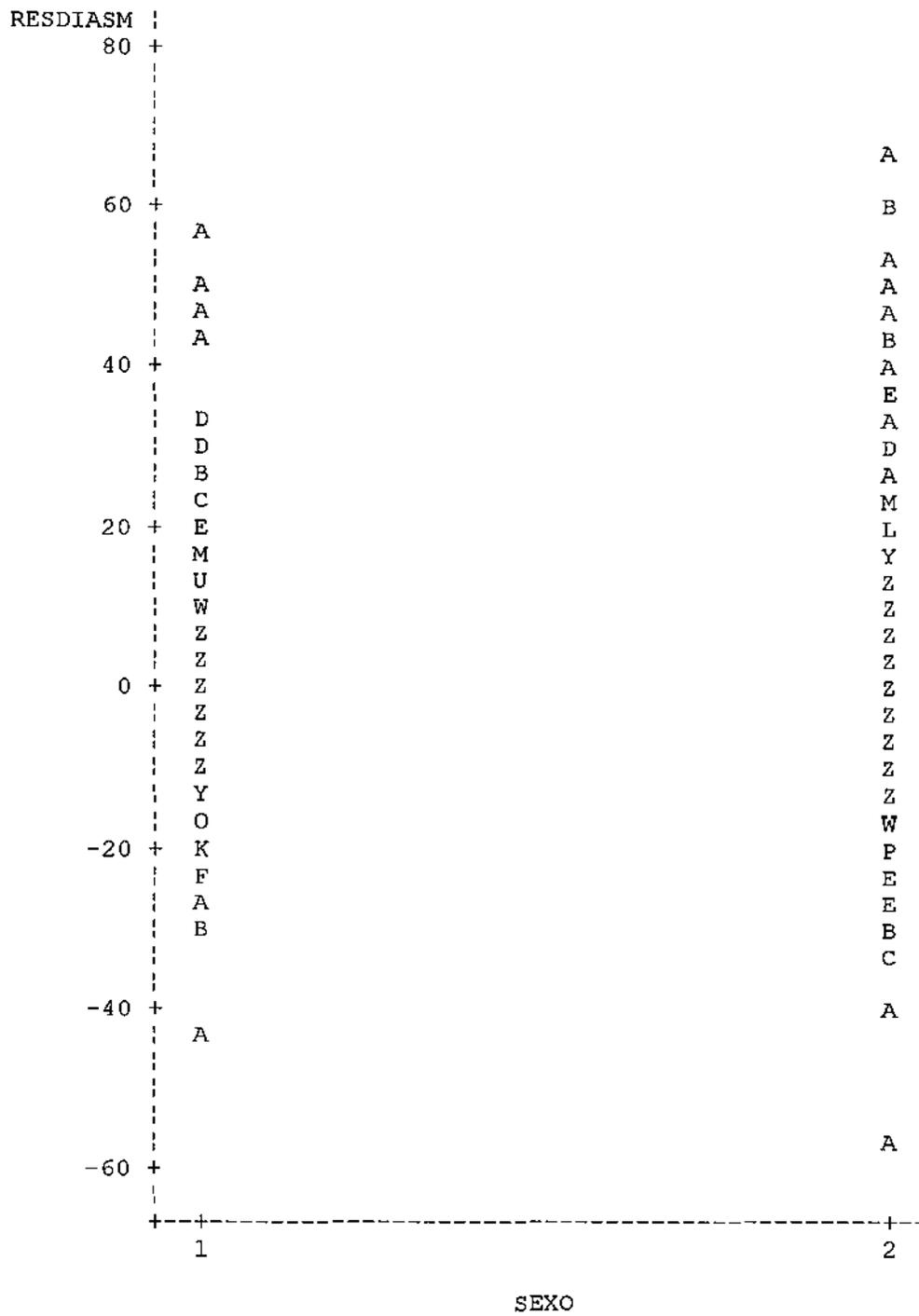


Plot of RESDIASM*ALC15MM. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



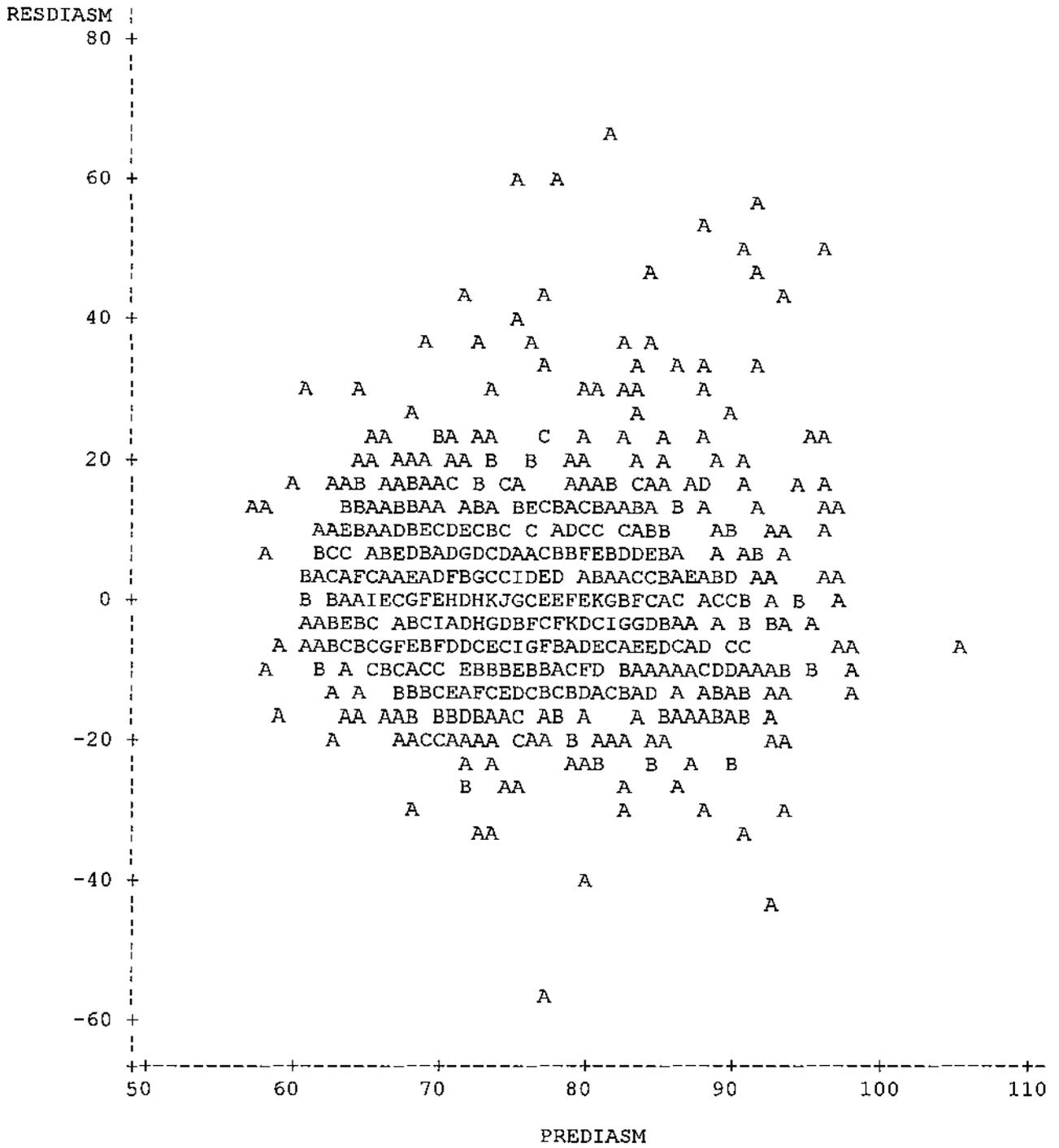
NOTE: 181 obs hidden.

Plot of RESDIASM*SEXO. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



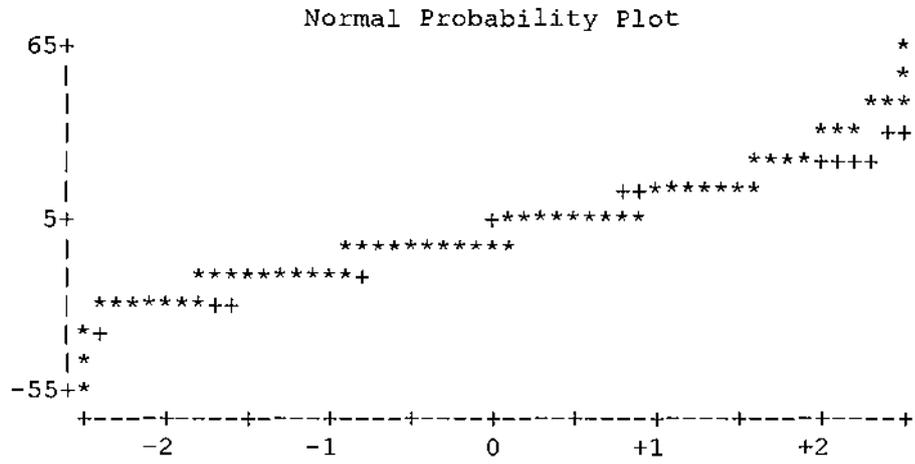
NOTE: 409 obs hidden.

Plot of RESDIASM*PREDIASM. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



UNIVARIATE PROCEDURE

Variable=RESDIASM



Resultados do uso da ANCOVA para a SISM e BEBEX5MM.

General Linear Models Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
BEBEX5MM	5	0 1 2 3 4
SEXO	2	1 2

Number of observations in data set = 1065

Dependent Variable: SISM

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	11	181503.9570	16500.3597	43.67	0.0001
Error	1053	397867.9303	377.8423		
Corrected Total	1064	579371.8873			

R-Square	C.V.	Root MSE	SISM Mean
0.313277	15.69198	19.43817	123.873239

Dependent Variable: SISM

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEBEX5MM	4	23739.7435	5934.9359	15.71	0.0001
SEXO	1	5272.3167	5272.3167	13.95	0.0002
BEBEX5MM*SEXO	4	5202.3673	1300.5918	3.44	0.0083
IDADE	1	122232.4601	122232.4601	323.50	0.0001
QUETELET	1	25057.0694	25057.0694	66.32	0.0001

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEBEX5MM	4	11832.19952	2958.04988	7.83	0.0001
SEXO	1	573.27610	573.27610	1.52	0.2183
BEBEX5MM*SEXO	4	4494.93822	1123.73455	2.97	0.0186
IDADE	1	64972.68477	64972.68477	171.96	0.0001
QUETELET	1	25057.06944	25057.06944	66.32	0.0001

Parameter	Estimate	T for H0: Parameter=0	Pr > T	Std Error of Estimate
INTERCEPT	81.16957422	B 13.79	0.0001	5.88520440
BEBEX5MM				
0	-17.34287005	B -3.43	0.0006	5.05524180
1	-9.10337489	B -1.67	0.0960	5.46447616
2	-17.73336350	B -3.45	0.0006	5.14511853
3	-15.60878755	B -3.11	0.0019	5.01840485
4	0.00000000	B .	.	.
SEXO				
1	3.42109884	B 0.61	0.5448	5.64767811
2	0.00000000	B .	.	.
BEBEX5MM*SEXO				
0 1	0.03781740	B 0.01	0.9956	6.82451658
0 2	0.00000000	B .	.	.
1 1	-11.03276108	B -1.60	0.1105	6.90757535
1 2	0.00000000	B .	.	.
2 1	0.91850044	B 0.14	0.8904	6.66217774
2 2	0.00000000	B .	.	.
3 1	3.80855623	B 0.64	0.5194	5.90957017
3 2	0.00000000	B .	.	.
4 1	0.00000000	B .	.	.
4 2	0.00000000	B .	.	.
IDADE	0.68247236	13.11	0.0001	0.05204451
QUETELET	1.25684026	8.14	0.0001	0.15433706

Least Squares Means

BEBEX5MM	SEXO	SISM LSMEAN	Std Err LSMEAN	Pr > T H0: LSMEAN=0	LSMEAN Number
0	1	122.982661	3.555060	0.0001	1
0	2	119.523745	1.369877	0.0	2
1	1	120.151578	3.105220	0.0001	3
1	2	127.763240	2.478955	0.0001	4
2	1	123.472851	3.114396	0.0001	5
2	2	119.133252	1.673545	0.0	6
3	1	128.487483	1.232877	0.0	7
3	2	121.257828	1.245155	0.0	8
4	1	140.287714	2.866616	0.0001	9
4	2	136.866615	4.863898	0.0001	10

Least Squares Means for effect BEBEX5MM*SEXO
Pr > |T| H0: LSMEAN(i)=LSMEAN(j)

Dependent Variable: SISM

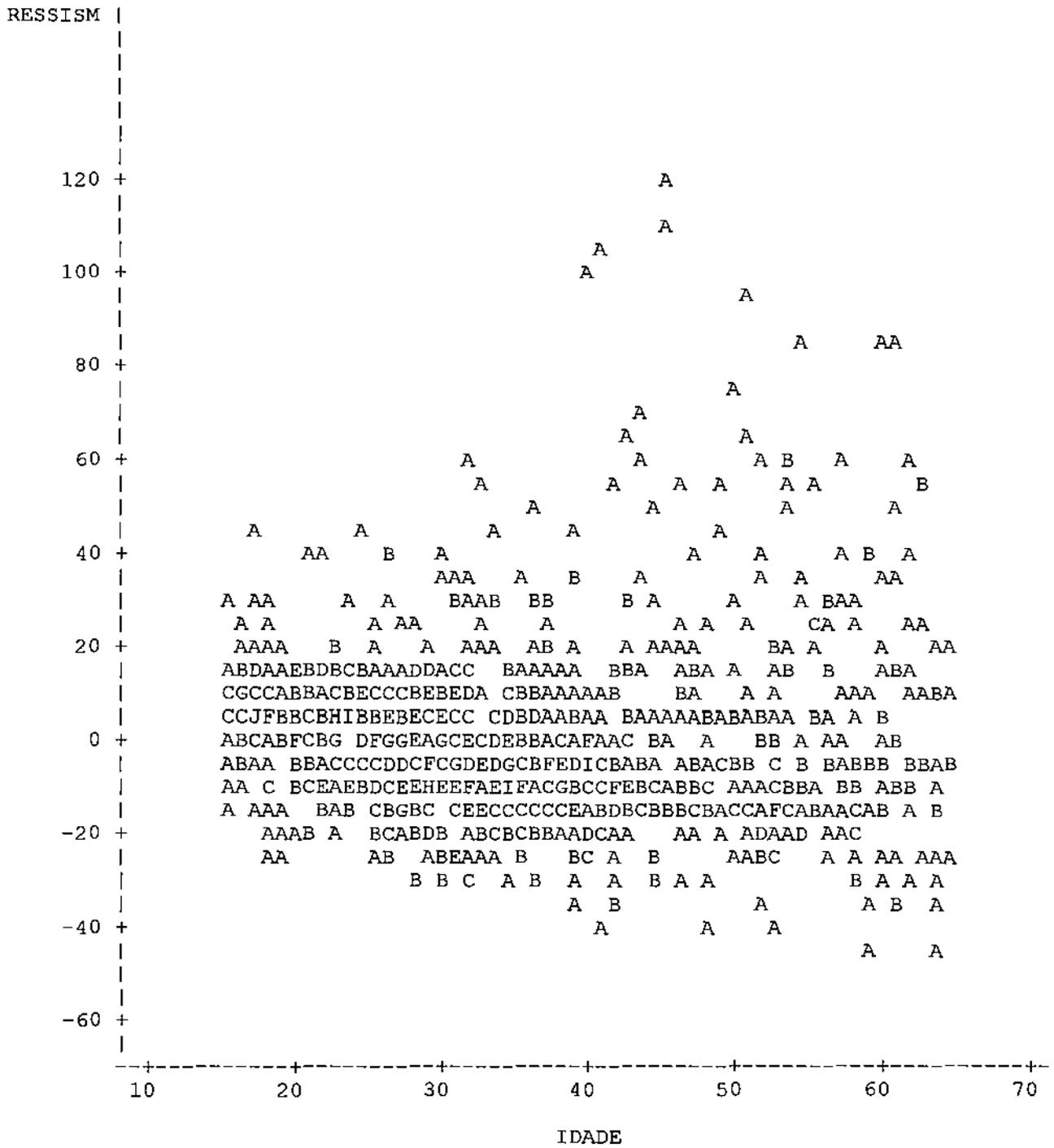
i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	.	0.3646	0.5489	0.2713	0.9174	0.3278	0.1437	0.6466	0.0002
2	0.3646	.	0.8531	0.0036	0.2461	0.8566	0.0001	0.3504	0.0001
3	0.5489	0.8531	.	0.0549	0.4513	0.7728	0.0129	0.7418	0.0001
4	0.2713	0.0036	0.0549	.	0.2815	0.0040	0.7939	0.0196	0.0010
5	0.9174	0.2461	0.4513	0.2815	.	0.2199	0.1345	0.5090	0.0001
6	0.3278	0.8566	0.7728	0.0040	0.2199	.	0.0001	0.3092	0.0001
7	0.1437	0.0001	0.0129	0.7939	0.1345	0.0001	.	0.0001	0.0002
8	0.6466	0.3504	0.7418	0.0196	0.5090	0.3092	0.0001	.	0.0001
9	0.0002	0.0001	0.0001	0.0010	0.0001	0.0001	0.0002	0.0001	.
10	0.0212	0.0006	0.0038	0.0960	0.0206	0.0006	0.0952	0.0019	0.5448

Dependent Variable: SISM

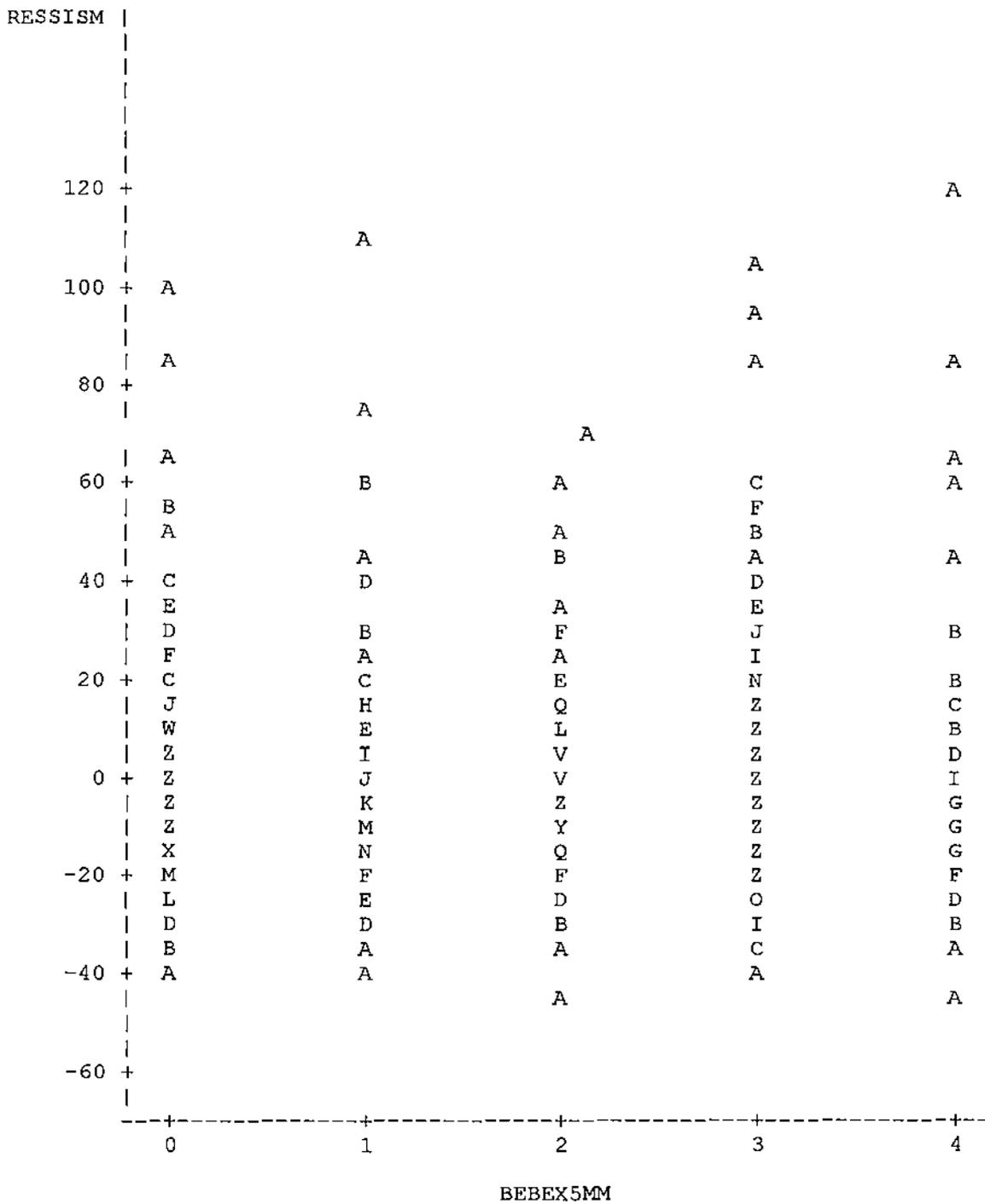
i/j	10
1	0.0212
2	0.0006
3	0.0038
4	0.0960
5	0.0206
6	0.0006
7	0.0952
8	0.0019
9	0.5448
10	.

NOTE: To ensure overall protection level, only probabilities associated with pre-planned comparisons should be used.

Plot of RESSISM*IDADE. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.

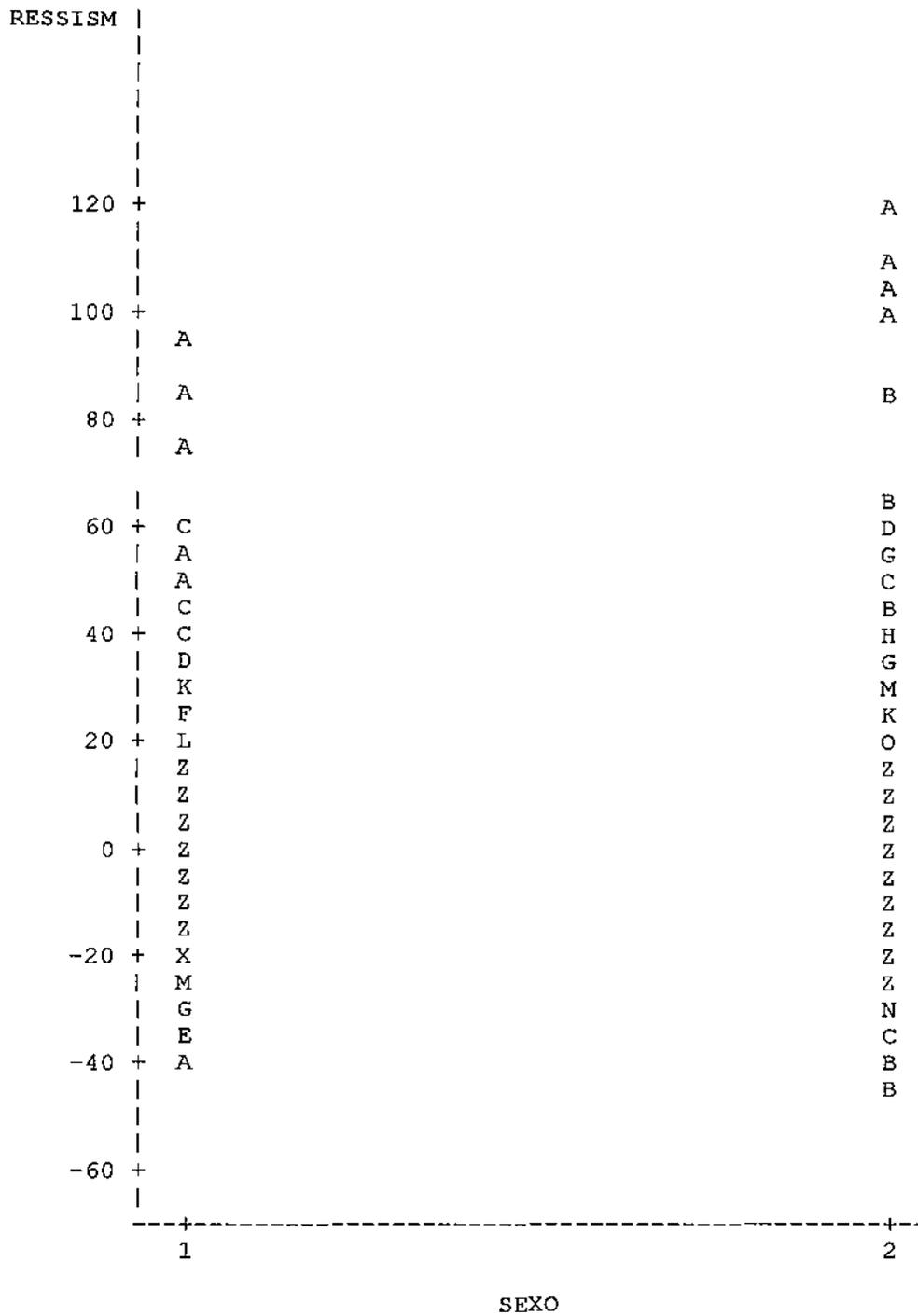


Plot of RESSISM*BEBEX5MM. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



NOTE: 215 obs hidden.

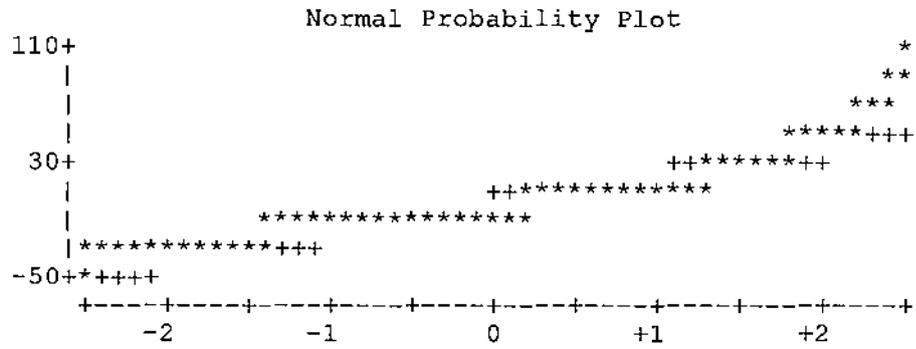
Plot of RESSISM*SEXO. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



NOTE: 452 obs hidden.

UNIVARIATE PROCEDURE

Variable=RESSISM



Resultados do uso da ANCOVA para a DIASM e BEBEX5MM.

General Linear Models Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
BEBEX5MM	5	0 1 2 3 4
SEXO	2	1 2

Number of observations in data set = 1065

Dependent Variable: DIASM

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	11	74838.45017	6803.49547	41.24	0.0001
Error	1053	173698.93574	164.95625		
Corrected Total	1064	248537.38592			

R-Square	C.V.	Root MSE	DIASM Mean
0.301115	16.77133	12.84353	76.5802817

Dependent Variable: DIASM

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEBEX5MM	4	10967.92893	2741.98223	16.62	0.0001
SEXO	1	4241.73691	4241.73691	25.71	0.0001
BEBEX5MM*SEXO	4	2991.80076	747.95019	4.53	0.0012
IDADE	1	46701.52103	46701.52103	283.11	0.0001
QUETELET	1	9935.46254	9935.46254	60.23	0.0001

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEBEX5MM	4	5750.40236	1437.60059	8.72	0.0001
SEXO	1	1644.86437	1644.86437	9.97	0.0016
BEBEX5MM*SEXO	4	1566.83100	391.70775	2.37	0.0505
IDADE	1	24589.74113	24589.74113	149.07	0.0001
QUETELET	1	9935.46254	9935.46254	60.23	0.0001

Parameter	Estimate	T for H0: Parameter=0	Pr > T	Std Error of Estimate
INTERCEPT	45.65090738 B	11.74	0.0001	3.88857664
BEBEX5MM	-7.20863385 B	-2.16	0.0311	3.34018902
	1	-4.82618017 B	-1.34	3.61058561
	2	-6.50686831 B	-1.91	3.39957397
	3	-5.44764165 B	-1.64	3.31584946
	4	0.00000000 B	.	.
SEXO	1	9.64829534 B	2.59	3.73163405
	2	0.00000000 B	.	.
BEBEX5MM*SEXO	0 1	-10.58284505 B	-2.35	4.50921564
	0 2	0.00000000 B	.	.
	1 1	-8.87158519 B	-1.94	4.56409570
	1 2	0.00000000 B	.	.
	2 1	-6.35755501 B	-1.44	4.40195224
	2 2	0.00000000 B	.	.
	3 1	-4.07186465 B	-1.04	3.90467602
	3 2	0.00000000 B	.	.
	4 1	0.00000000 B	.	.
	4 2	0.00000000 B	.	.
IDADE	0.41985240	12.21	0.0001	0.03438777
QUETELET	0.79142359	7.76	0.0001	0.10197632

Least Squares Means

BEBEX5MM	SEXO	DIASM LSMEAN	Std Err LSMEAN	Pr > T H0:LSMEAN=0	LSMEAN Number
0	1	72.2208798	2.3489626	0.0001	1
0	2	73.1554295	0.9051294	0.0	2
1	1	76.3145934	2.0517359	0.0001	3
1	2	75.5378832	1.6379389	0.0001	4
2	1	77.1479354	2.0577989	0.0001	5
2	2	73.8571951	1.1057747	0.0	6
3	1	80.4928524	0.8146083	0.0	7
3	2	74.9164217	0.8227207	0.0	8
4	1	90.0123587	1.8940815	0.0001	9
4	2	80.3640634	3.2137607	0.0001	10

Least Squares Means for effect BEBEX5MM*SEXO
Pr > |T| H0: LSMEAN(i)=LSMEAN(j)

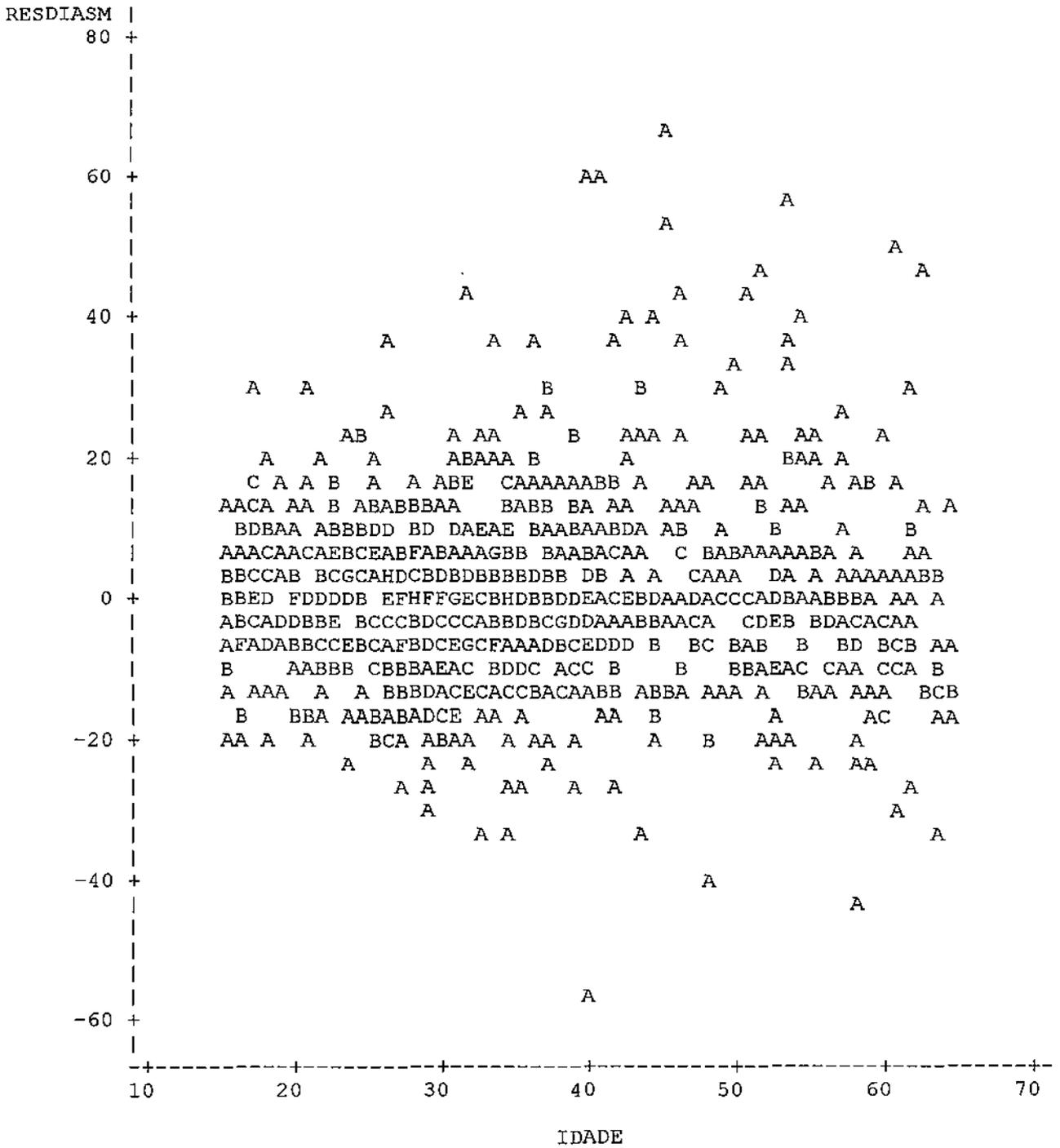
Dependent Variable: DIASM

i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	.	0.7108	0.1898	0.2481	0.1150	0.5289	0.0009	0.2784	0.0001
2	0.7108	.	0.1586	0.2023	0.0761	0.6232	0.0001	0.1513	0.0001
3	0.1898	0.1586	.	0.7666	0.7748	0.2917	0.0591	0.5285	0.0001
4	0.2481	0.2023	0.7666	.	0.5407	0.3948	0.0069	0.7355	0.0001
5	0.1150	0.0761	0.7748	0.5407	.	0.1592	0.1309	0.3140	0.0001
6	0.5289	0.6232	0.2917	0.3948	0.1592	.	0.0001	0.4429	0.0001
7	0.0009	0.0001	0.0591	0.0069	0.1309	0.0001	.	0.0001	0.0001
8	0.2784	0.1513	0.5285	0.7355	0.3140	0.4429	0.0001	.	0.0001
9	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	.
10	0.0408	0.0311	0.2880	0.1816	0.3997	0.0559	0.9690	0.1007	0.0099

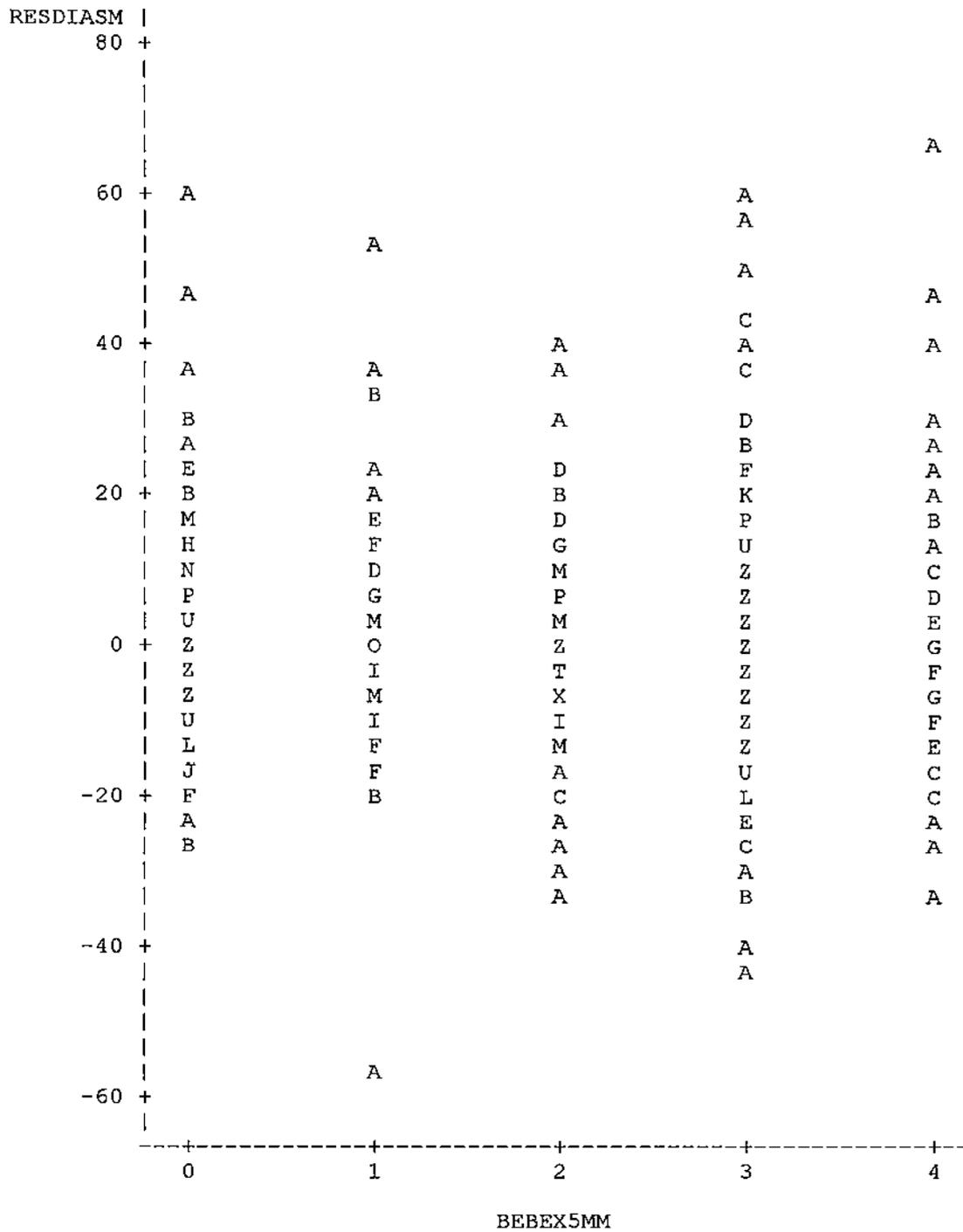
i/j	10
1	0.0408
2	0.0311
3	0.2880
4	0.1816
5	0.3997
6	0.0559
7	0.9690
8	0.1007
9	0.0099
10	.

NOTE: To ensure overall protection level, only probabilities associated with pre-planned comparisons should be used.

Plot of RESDIASM*IDADE. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.

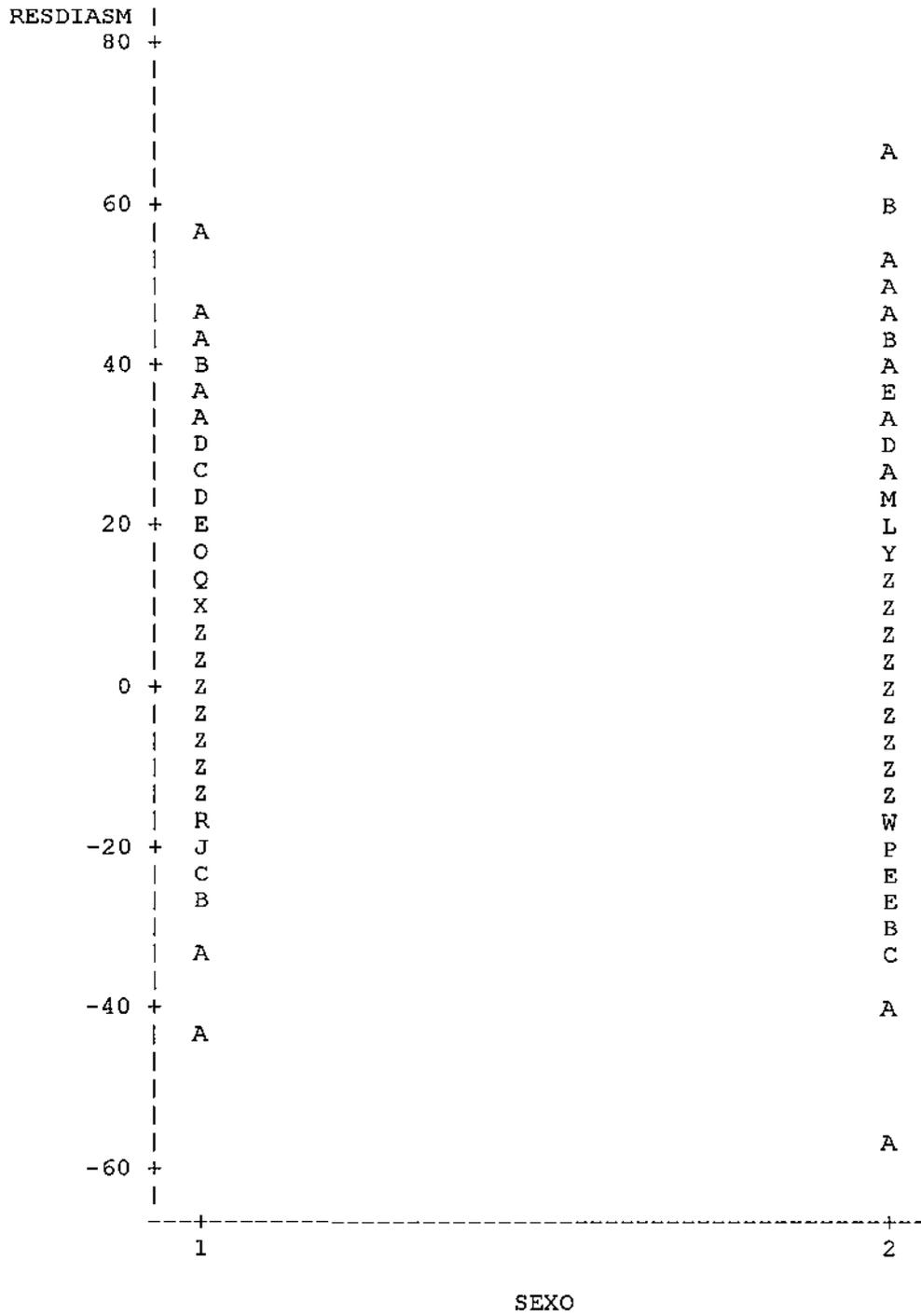


Plot of RESDIASM*BEBEX5MM. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



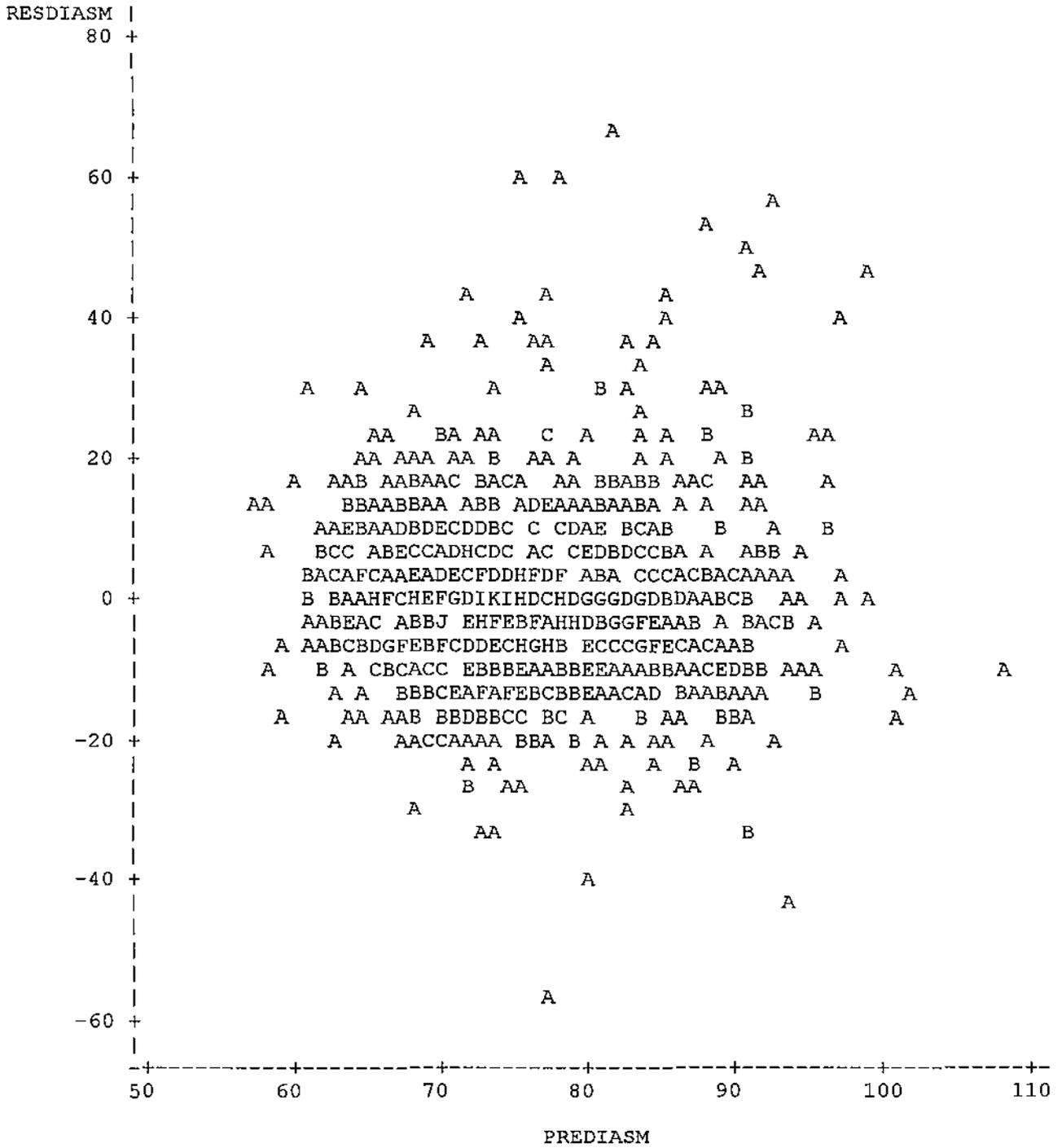
NOTE: 200 obs hidden.

Plot of RESDIASM*SEXO. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



NOTE: 409 obs hidden.

Plot of RESDIASM*PREDIASM. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



UNIVARIATE PROCEDURE

Variable=RESDIASM

