

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

DIEGO DA SILVA SERRA

**A contribuição da prova de Matemática do ENEM
para o Ensino de Probabilidade e Estatística**

PORTO ALEGRE
2015

DIEGO DA SILVA SERRA

**A contribuição da prova de Matemática do ENEM
para o Ensino de Probabilidade e Estatística**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. João Feliz Duarte de Moraes

PORTO ALEGRE
2015

CIP - Catalogação na Publicação

Silva Serra, Diego

A contribuição da prova de Matemática do ENEM para o Ensino de Probabilidade e Estatística / Diego Silva Serra. -- 2015.

192 f.

Orientador: João Feliz Duarte de Moraes .

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Porto Alegre, BR-RS, 2015.

1. ENEM. 2. Probabilidade. 3. Estatística. 4. Competências . 5. Habilidades. I. Feliz Duarte de Moraes , João, orient. II. Título.

DIEGO DA SILVA SERRA

**A contribuição da prova de Matemática do ENEM
para o Ensino de Probabilidade e Estatística**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Matemática.

Dissertação aprovada pela banca examinadora em 15/09/2015.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Arno Bayer - ULBRA

Prof. Dr. Lorí Viali - PUCRS e UFRGS

Prof. Dr. Alvino Alves Sant'Ana - UFRGS

Prof. Dr. João Feliz Duarte de Moraes - Orientador

AGRADECIMENTOS

Nesta página muito especial deste trabalho, gostaria de agradecer algumas pessoas dentre as muitas que me ajudaram a realizá-lo.

Em especial aos meus familiares: à minha mãe pelo apoio, por sempre estar presente em todos os momentos da minha vida e pelo exemplo de pessoa que sempre foi. À minha irmã por sempre acreditar em mim e demonstrar um carinho todo próprio. À minha filha por ser muito querida e amada, além de ser o fruto dos meus esforços e um dos futuros da nossa família.

Ao meu falecido pai, ao qual sempre disse que o seu grande legado seria a minha educação.

À minha namorada Cyntia, por acreditar em mim e me apoiar nesta tarefa todos os dias, além de ser a pessoa que me encorajou a realizar este Mestrado.

Aos meus colegas e amigos, que me apoiaram e, incentivaram a sempre estar procurando uma melhor formação acadêmica. Em especial, ao meu grande amigo e colega Prof. Régis Gonzaga, por todos os ensinamentos e pelos momentos especiais em que trabalhamos juntos, além de ser uma pessoa sensacional.

Ao Prof. Dr. João Feliz Duarte de Moraes, pela orientação desde os primeiros passos, pelo incentivo, confiança e amizade.

Há uma força motriz mais poderosa que o vapor, a eletricidade e a energia atômica: a vontade.

(ALBERT EINSTEIN)

RESUMO

O ensino de conteúdos de Probabilidade e Estatística na Educação Básica é atualmente um dos desafios do professor de Matemática e há carência de material de apoio didático, principalmente para a preparação dos alunos às questões da prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). O presente estudo teve como objetivo resolver e comentar as questões das provas de Matemática do ENEM realizadas nos anos de 2009 a 2014. Foram analisadas as questões que envolviam conteúdos específicos de Probabilidade e Estatística ou representação gráfica em geral. Nesta análise levamos em consideração a classificação do nível de dificuldade na interpretação da leitura, de gráficos segundo Curcio e tabelas conforme Wainer e também os registros de representação semiótica citados por Duval. Observamos que ao longo do tempo a distribuição dos conteúdos nas provas permaneceu, praticamente, estável e ultrapassam 20% a participação das questões da área de interesse deste estudo. As principais competências exploradas nas provas envolviam a leitura direta de dados em gráficos, tabelas ou quadros. As habilidades de resolução de problemas, inferência e aleatoriedade se fizeram presentes. Como produto deste estudo foi desenvolvida uma sequência didática com 15 alunos do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia Sul-Rio-Grandense (IFSul) na cidade de Charqueadas. A abordagem metodológica adotada foi a Engenharia Didática. Os alunos mostraram no pós-teste elevação no índice de acertos e no grau de importância atribuído e reduziram o nível médio de dificuldade percebido nas questões da prova do ENEM-2014.

Palavras-Chave: ENEM. Probabilidade. Estatística. Competências. Habilidades.

ABSTRACT

The Probability and Statistics teaching in Basic Education is, currently, one of the challenges of mathematics teacher and there is a lack of educational support material, mainly to prepare students to do the Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). This study aimed to solve and comment questions of ENEM math tests that carried out from 2009 to 2014. The issues involving specific contents of probability and statistics or graphical representation at large were analyzed. This analysis considered the classification of the level of difficulty on interpretation when reading the graphs according to Curcio, the charts in accordance with Wainer and also the semiotic representation registers cited by Duval. It was observed that over the time, the distribution of content in tests remains, virtually, stable and overtook more than 20% the share of issues related to the interest area of this study. The main competencies explored in the test involved the direct reading of the graphs's data, tables or figures. Problems-solving skills, inference and randomness were observed. As a product of this study was developed a teaching sequence with 15 students of Instituto Federal Sul-Rio-Grandense (IFSul) in the city of Charqueadas. The methodological approach used was the Didactic Engineering. The students showed at posttest an increase in the hit rate and in the degree of importance attributed to this and reduced the average level perceived on the difficulty solving the issues of ENEM 2014.

Keywords: ENEM. Probability. Statistics. Competencies. Skills.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Exemplo de aplicação de leitura e interpretação de dados	16
Figura 2: Recorte da Matriz de Referência do ENEM - Competência 6	111
Figura 3: Teste t - Comparação de acertos das questões	132
Figura 4: Teste t - Comparação dos graus de dificuldade	135
Figura 5: Teste t - Comparação dos graus de importância	136
Gráfico 1 : Número de questões que envolvem Probabilidade e Estatística dos ENEM de 2009 a 2014.....	109
Gráfico 2: Divisão das questões que envolvem Probabilidade e Estatística dos ENEM	110
Gráfico 3: Divisão das questões quanto a forma de exposição dos dados: Gráficos x Tabelas.....	111
Gráfico 4: Resultados das questões do Pré-teste	123
Gráfico 5: Análise de acertos das questões do Pré-teste.....	124
Gráfico 6: Resultados das questões do Pós-teste	130
Gráfico 7: Análise de acertos das questões do Pós-teste.....	131
Gráfico 8: Comparação das notas de cada aluno do Pré e Pós-testes	131
Quadro 1: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático.....	26
Quadro 2: Distinção decisiva para toda análise do funcionamento cognitivo da compreensão .	26
Quadro 3: Grandes áreas do ENEM	32
Quadro 4: Matriz de referência da prova de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM	33
Quadro 5: Objetos de Estudo associados à Matriz de Referência do ENEM	113

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Números de inscritos do ENEM	31
Tabela 2: Resultados das questões do Pré-teste	123
Tabela 3: Resultados dos Graus de dificuldades do Pré-teste atribuídos pelos alunos	128
Tabela 4: Resultados dos Graus de importância do Pré-teste atribuídos pelos alunos	129
Tabela 5: Resultados das questões do Pós-teste	130
Tabela 6: Comparação de acertos de todas as questões para cada aluno do Pré e Pós-testes	132
Tabela 7: Resultados dos Graus de dificuldades do Pós-teste atribuídos pelos alunos	134
Tabela 8: Resultados dos Graus de importância do Pós-teste atribuídos pelos alunos	135

LISTA DE ABREVIACOES E SIGLAS

DOU	Diário Oficial da União
Enceja	Exame Nacional para Certificao de Competências de Jovens e Adultos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
Fies	Fundo de Investimento Estudantil
IES	Instituio de Ensino Superior
IFSul	Instituto Federal de Educao, Ciências e Tecnologias Sul-Rio-Grandense
Inep	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
MEC	Ministério da Educao
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
ProUni	Programa Universidade para Todos
Sisu	Sistema de Seleo Unificada
TRI	Teoria de Resposta ao Item

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	JUSTIFICATIVA	15
2	METODOLOGIA	20
2.1	PROCEDIMENTOS DA PESQUISA	20
3	REFERENCIAL TEÓRICO	22
3.1	REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE DUVAL.....	23
3.2	CLASSIFICAÇÃO DE TABELAS SEGUNDO WAINER.....	27
3.3	CLASSIFICAÇÃO DE GRÁFICOS SEGUNDO CURCIO	27
3.4	ESTUDOS SOBRE ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA.....	28
4	EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO	31
4.1	COMPETÊNCIAS E HABILIDADES.....	32
5	PROVAS DE MATEMÁTICA (ENEM 2009 A 2014)	34
5.1	RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA COM EMBASAMENTO NO REFERENCIAL TEÓRICO	34
5.1.1	Prova de 2009	35
5.1.2	Prova de 2010	51
5.1.3	Prova de 2011	64
5.1.4	Prova de 2012	74
5.1.5	Prova de 2013	84
5.1.6	Prova de 2014	96
5.2	ANÁLISES DAS QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO ENEM	109
5.2.1	Análise Global das questões de Probabilidade e Estatística das provas de 2009 a 2014	109
6	EXPERIÊNCIA DIDÁTICA	114
6.1	DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	114
6.1.1	Aula 1	115
6.1.2	Aula 2	116

6.1.3	Aula 3	117
6.1.4	Aula 4	118
6.1.5	Aula 5	119
6.1.6	Aula 6	120
6.1.7	Aula 7	120
6.1.8	Aula 8	121
6.2	APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DO PRÉ E PÓS-TESTES	122
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	137
	REFERÊNCIAS	140
	ANEXO A - Termo de consentimento	142
	APÊNDICES	143
	APÊNDICE A - Aula 1 (Pré-teste)	144
	APÊNDICE B - Aula 2	151
	APÊNDICE C - Aula 3	156
	APÊNDICE D - Aula 4	163
	APÊNDICE E - Aula 5	169
	APÊNDICE F - Aula 6	174
	APÊNDICE G - Aula 7	177
	APÊNDICE H - Aula 8 (Pós-teste)	183

1 INTRODUÇÃO

Vivemos em um mundo cheio de informações, que se propagam cada vez mais rápido, e elas mudam a todo o momento. Portanto, tomamos decisões cotidianas e muitas delas baseadas em análise de dados, na interpretação de informações, em tabelas ou gráficos, entre outros dados.

Cabe ao professor fornecer formas e ferramentas para o aluno decidir através da análise correta dos fatos. Um dos principais conteúdos, que nos ajudam a embasar estas escolhas, é a Estatística.

Encontramos na literatura diferentes definições ou concepções sobre a Estatística. Segundo Moore et. al. (2006) é a ciência de coletar, organizar e interpretar fatos numéricos que chamamos de dados. Para Sincich et. al. (2009) estatística é a ciência dos dados. Ela envolve coletar, classificar, resumir, organizar, analisar e interpretar informação numérica. Levine et. al. (2008) trata a estatística como um ramo da matemática que transforma dados em informações úteis visando à tomada de decisões.

A Estatística Descritiva permite apresentar os dados coletados de forma organizada, para que possam ser interpretados frente aos objetivos da pesquisa. A parte da estatística que utiliza informações de uma amostra para fazer estimativas, tomadas de decisões, previsões ou outras generalizações acerca de um universo ou população é chamada de Estatística Inferencial.

Nas últimas décadas, os conteúdos de estatística, probabilidade e combinatória passaram a fazer parte dos referenciais curriculares de muitos países, inclusive do Brasil. Dentre os referenciais brasileiros, temos os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental - PCN (BRASIL, 1997, 2000).

No tratamento da informação, Brasil (1997), destaca:

A demanda social é que leva a destacar este tema como um bloco de conteúdo, embora pudesse ser incorporado aos anteriores. A finalidade do destaque é evidenciar sua importância, em função de seu uso atual na sociedade. Integrarão este bloco estudos relativos a noções de estatística, de probabilidade e de combinatória. Evidentemente, o que se pretende não é o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos. Com relação à estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia-a-dia. Relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem. Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a

de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). (BRASIL, 1997, p. 40).

Verificaremos a importância e a contribuição que um estudo mais aprofundado sobre Probabilidade e Estatística pode trazer aos alunos para a melhoria dos resultados nas questões de Matemática do ENEM.

1.1 JUSTIFICATIVA

Frequentemente nos deparamos com algumas informações sobre a probabilidade e estatística: probabilidade de uma pessoa ser sorteada em uma loteria, de contrair uma doença, de um candidato vencer uma eleição, etc. Além disso, valores de seguros de veículos, por exemplo, são calculados levando-se em consideração, entre outros fatores, o sexo e a idade do proprietário. Isto porque, dependendo destes fatores, estas empresas sabem que podem ser maiores ou menores as probabilidades do veículo se envolver em um acidente.

Este conteúdo é considerado um dos mais importantes para os jovens, pois a maioria das informações apresentadas nos meios de comunicação está na forma de tabelas ou gráficos. Sendo assim, o conhecimento sobre eles possibilitará aos jovens uma boa compreensão sobre muitos temas do seu cotidiano.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a matemática deve ser tratada como uma base de conhecimentos para o cotidiano das pessoas, conforme destaca Brasil (2000):

No ensino médio, etapa final da escolaridade básica, a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional (BRASIL, 2000, p.111).

Verificamos a preocupação do Ministério da Educação (MEC) em tornar o Ensino Médio uma orientação preparatória para a vida prosseguindo os estudos do Ensino Fundamental. O intuito é formar alunos conscientes e, fornecer “conhecimento adquirido” necessário para que eles o utilizem tanto no seu presente quanto no futuro. Fica explícita a

importância da leitura e interpretação de dados, pois são temas essenciais para o aprendizado de Probabilidade e Estatística.

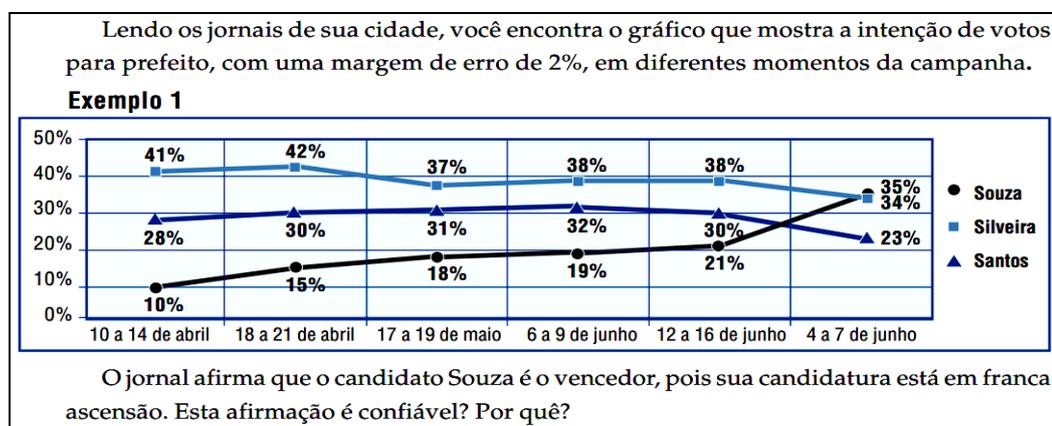
Duval (1995) destaca que o domínio da compreensão e análise de informações apresentadas em gráficos e tabelas pressupõe, também, o domínio de construção desses dois tipos de representação, pois isso implica no desenvolvimento da capacidade de interpretação. Porém, na maioria das vezes as pessoas não têm o conhecimento da construção, podendo ser facilmente enganadas ao observar um gráfico não apropriado à situação, ou mesmo construído de maneira incorreta, o que lhes acarretará numa visão errônea da informação.

Ainda, segundo Brasil (2000):

[...]é necessário também dominar códigos e nomenclaturas da linguagem matemática, compreender e interpretar desenhos e gráficos e relacioná-los à linguagem discursiva. Além disso, o aluno precisa analisar e compreender a situação por inteiro, decidir sobre a melhor estratégia para resolvê-la, tomar decisões, argumentar, se expressar e fazer registros (BRASIL, 2000, p. 112).

Podemos analisar a figura 1 presente em Brasil (2000, p. 112) e, assim, expor a problemática envolvida com estes temas:

Figura 1: Exemplo de aplicação de leitura e interpretação de dados



Fonte: BRASIL (2000).

Neste exemplo não basta ao aluno saber que o candidato Souza tem 35% das intenções de votos e que nas últimas pesquisas teve um aumento e assim será vencedor. O aluno tem que analisar a margem de erro da pesquisa que é de 2% para mais ou para menos, mostrando nesse cenário um empate técnico.

Exemplo, como este, encontramos diariamente veiculados nos meios de comunicação: jornais, revistas, internet, entre outros. Muitas vezes um leitor que não os interpreta de forma correta pode ser influenciado na sua decisão noutras, muitos dados podem ser apresentados de forma a influenciar a decisão do leitor. No caso do exemplo acima, a informação contida poderia ser que, a disputa para prefeito na cidade encontra-se acirrada e novas notícias e

dados poderão ser decisivos para a eleição do novo prefeito e, não dizer que o candidato Souza já é vencedor.

Em Brasil (2000):

Um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento das competências almejadas com relevância científica e cultural e com uma articulação lógica das ideias e conteúdos matemáticos pode ser sistematizado nos três seguintes eixos ou temas estruturadores, desenvolvidos de forma concomitante nas três séries do ensino médio: 1. Álgebra: números e funções; 2. Geometria e medidas; 3. Análise de dado (BRASIL, 2000, p.120).

O terceiro tema está diretamente envolvido com os conteúdos desta dissertação: Probabilidade e Estatística. Como utilizam muitos dados devemos ter correta leitura e interpretação deles.

Ainda sobre este tema, Brasil (2000) destaca:

A análise de dados tem sido essencial em problemas sociais e econômicos, como nas estatísticas relacionadas a saúde, populações, transportes, orçamentos e questões de mercado. Propõe-se que constitua o terceiro eixo ou tema estruturador do ensino, e tem como objetos de estudo os conjuntos finitos de dados, que podem ser numéricos ou informações qualitativas, o que dá origem a procedimentos bem distintos daqueles dos demais temas, pela maneira como são feitas as quantificações, usando-se processos de contagem combinatórios, frequências e medidas estatísticas e probabilidades. Este tema pode ser organizado em três unidades temáticas: Estatística, Contagem e Probabilidade (BRASIL, 2000, p.126).

Verificamos nesta citação, a importância do estudo deste tema de forma a aplicá-lo em situações reais. Situações na qual o aluno irá se confrontar, seja no seu cotidiano ou em outro momento. Estaremos, assim, com temas essenciais para sua vida, criando cidadãos mais conscientes.

Também neste terceiro tema temos:

A Estatística e a Probabilidade devem ser vistas, então, como um conjunto de ideias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática em questões do mundo real, mais especialmente aquelas provenientes de outras áreas. Devem ser vistas também como formas de a Matemática quantificar e interpretar conjuntos de dados ou informações que não podem ser quantificados direta ou exatamente. Cabe à Estatística, por exemplo, analisar a intenção de voto em uma eleição ou o possível êxito do lançamento de um produto no mercado, antes da eleição em si e da fabricação do produto. Isso é feito através da pesquisa estatística, que envolve amostras, levantamento de dados e análise das informações obtidas (BRASIL, 2000, p.126).

O exemplo da intenção de votos para prefeito exposto anteriormente fica explícito nesta citação, pois demonstra a preocupação para que o ensino destes conteúdos aconteça de maneira a fornecer a sustentação, para que o aluno decida de forma mais correta possível a sua opinião.

A partir destas análises, já notamos a importância relacionada aos temas envolvidos neste estudo, ou seja, Probabilidade e Estatística.

1.2 OBJETIVOS E QUESTÕES NORTEADORAS DA PESQUISA

Ao longo dos últimos anos acompanhamos diretamente as modificações dos processos seletivos no Brasil, mais precisamente no Rio Grande do Sul. Estamos, cada vez mais, preocupados com os resultados dos alunos nestes processos.

O processo que acompanhamos mais diretamente nos últimos cinco anos foi o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Notamos que a maioria dos alunos não sabe quais conteúdos devem estudar e, como fazê-lo, para a prova de Matemática deste processo.

Mediante esta preocupação, começamos a analisar as provas do ENEM e os conteúdos desenvolvidos nas escolas, seguindo as recomendações dos PCN. Notamos que os conteúdos que envolvem Probabilidade e Estatística são um dos temas mais presentes no ENEM.

➤ QUESTÕES NORTEADORAS DA PESQUISA

1. A solução comentada das questões do ENEM de 2009 a 2013 envolvendo os conteúdos de Probabilidade e Estatística poderá trazer contribuições para o Ensino destes conteúdos no Ensino Médio?

2. Os alunos participantes de uma sequência didática sobre o ensino de Probabilidade e Estatística terão uma melhoria no número de acertos nas questões envolvendo estes conteúdos na prova do ENEM de 2014 em comparação questões de 2009 a 2013?

➤ OBJETIVOS

1. Realizar a solução comentada das questões envolvendo Probabilidade e Estatística das provas do ENEM do período de 2009 a 2014, com base nos princípios teóricos de Duval, Wainer e Curcio.

1. Fazer uma análise global das questões das provas do ENEM do período de 2009 a 2014 que apresentam probabilidade, estatística e representação gráfica levando em consideração as principais competências e habilidades envolvidas.
2. Elaborar e aplicar uma sequência didática, segundo os princípios da Engenharia Didática, abrangendo conteúdos de Probabilidade e Estatística.

2 METODOLOGIA

Realizamos a análise das provas de Matemática do ENEM de 2009 a 2014 resolvendo e comentando as questões que englobavam os conteúdos de Probabilidade, Estatística e representação gráfica (tabelas, quadro ou figuras).

As questões foram resolvidas e comentadas com base no Referencial Teórico, segundo os conceitos de Duval para as formas das representações semióticas, Wainer para as tabelas e Curcio para os gráficos.

Este estudo apresenta como objeto prático ou produto de uma sequência didática composta por resoluções de questões do ENEM desde 2009 até 2013, e sua posterior aplicação na prova de 2014. Nesta sequência utilizamos os princípios da Engenharia Didática como recurso pedagógico.

2.1 PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

De acordo com Artigue (1996), o processo utilizado pela engenharia didática é composto por quatro fases. Estas fases serão expostas já com os procedimentos utilizados nesta pesquisa.

➤ Primeira fase: Análises preliminares

Na qual se pesquisa o que precisamos para desenvolver a sequência didática, ou seja, são as primeiras análises. Nesta fase se faz o estudo do ponto de vista geralmente adotado no ensino e, a sua evolução ao longo das mudanças de programa. Também, o levantamento de condutas dos alunos tendo em vista o ensino habitual (erros, procedimentos, concepções, ...).

No nosso estudo fizemos análises sobre o processo seletivo do ENEM: suas mudanças, tipos de provas, formas de questões, competências e habilidades presentes nas questões e, também, a evolução da importância de utilização deste processo. Fizemos um estudo sobre os tipos de representações e formas de exposição deles.

➤ Segunda fase: Construção

Na qual as variáveis do estudo são delimitadas. Essas variáveis podem ser gerais ou específicas, como, por exemplo, no caso da pesquisa sobre os conteúdos de Probabilidade e

Estatística aplicados ao ENEM. Após análise das dificuldades encontradas para o ensino desses conteúdos são feitas as primeiras seleções gerais, que podem ser a retomada do estudo desse conteúdo, enfatizando as principais dificuldades encontradas pelo professor após as análises das resoluções dos alunos no pré-teste, e depois as seleções específicas, consideradas de acordo com as análises preliminares. A análise, a priori, contempla a parte descritiva, analítica e prévia.

Nesta pesquisa definimos os conteúdos específicos a serem desenvolvidos nas experiências didática, delimitamos as provas do processo seletivo a serem pesquisadas e utilizadas, além de formular o pré e pós teste a ser aplicado.

➤ Terceira fase: Experimentação;

Na qual ocorre o contato com os sujeitos a serem pesquisados, a explicitação dos objetivos e condições de trabalho.

No nosso estudo foi o momento em que as questões selecionadas (2009 a 2013) foram resolvidas e analisadas segundo nosso referencial teórico, além do desenvolvimento das aulas experimentais, os encontros com o grupo de alunos que participaram da pesquisa.

➤ Quarta fase: Análises posteriores

Na qual ocorre a validação, que se apóia nos dados colhidos durante a experimentação, e podem ser por meio de questionários, entrevistas individuais ou em grupos, realização de sequências didáticas, entre outros.

Esta fase foi o momento de analisar e resolver as questões da prova de 2014, de fazer uma análise de todas as questões expostas anteriormente das provas do ENEM desde 2009. E, a aplicação do pós-teste para sua posterior comparação com os dados do pré-teste.

Com os dados dos pré e pós-testes utilizamos para análise dos dados o teste t (também conhecido como teste de Student). Trata-se de uma situação em que queremos comparar as médias de duas distribuições normais, supondo que se trata da mesma população, mas em dois momentos diferentes: antes e após um tratamento específico. Há interesse em verificar se o estudo sobre o tema proposto contribuiu para a melhoria dos acertos dos alunos nas questões: ou seja, queremos verificar se a média de acertos antes do tratamento é menor do que a média de acertos após o tratamento.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

O estudo de Estatística no Brasil é recente, afinal apenas em 1997 com os PCN que esse conteúdo passa a fazer parte do currículo do Ensino Básico Brasileiro. Mesmo assim, está sempre presente nas provas do ENEM. É um conteúdo no qual o aluno precisa possuir uma boa compreensão e capacidade de análise de informações presentes em gráficos e tabelas e isso implica no desenvolvimento da capacidade de compreensão.

Segundo Lopes (2004):

No mundo das informações, no qual estamos inseridos, torna-se cada vez mais “precoce” o acesso do cidadão a questões sociais e econômicas em que tabelas e gráficos sintetizam levantamentos; índices são comparados e analisados para defender ideias. Dessa forma, faz-se necessário que a escola proporcione ao estudante, desde o ensino básico, a formação de conceitos que o auxiliem no exercício de sua cidadania (LOPES, 2004, p. 2).

Com o estudo aprofundado sobre os dados presentes no cotidiano dos alunos, acreditamos que a Matemática, mais precisamente a Estatística, proporciona aos alunos a responsabilidade crítica e o desenvolvimento de reflexões sobre temas atuais, tais como: descaso com a saúde pública, poluição, altas taxas de juros no país, entre outros.

Uma das formas da matemática contribuir para este fato é que, o ensino de matemática faça com que os alunos enfrentem problemas reais e estejam habilitados a resolver da sua maneira. Nessa perspectiva, o trabalho com Probabilidade e Estatística deve ter grande contribuição neste sentido, pois são conteúdos interligados que contribuem para o enriquecimento do processo reflexivo.

Conforme Lopes (2004):

[...] considerações sobre um ensino interdisciplinar da Estocástica, entendida aqui como intersecção entre conceitos de natureza probabilística e estatística, poderá proporcionar aos alunos uma aquisição de conhecimentos menos compartimentalizados, através de experiências que lhe permitam fazer observações e tirar conclusões, desenvolvendo, assim, seu pensamento científico, fundamental para sua formação (LOPES, 2004, p. 2).

Neste sentido notamos que o ensino destes conteúdos possui grandes aplicações nas outras matérias, como por exemplo, em Geografia (dados populacionais, densidade demográfica, etc.), em Biologia (Genética, doenças contagiosas, vacinas, etc.), entre outras aplicações.

O presente estudo está fundamentado segundo os “registros de representação semiótica para a aprendizagem matemática”, de Raymond Duval, mais precisamente sobre a

organização semiótica e cognitiva das representações em tabelas e gráficos, além das classificações sobre os tipos de Tabelas segundo Wainer e Gráficos segundo Curcio.

3.1 REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE DUVAL

Os conteúdos envolvidos neste estudo foram na sua totalidade explorados com os dados apresentados na forma de tabelas e gráficos, portanto temos que analisá-los sobre a forma de apresentação dos mesmos, ou seja, se a representação semiótica é a melhor para cada caso.

A Teoria dos Registros de representação Semiótica foi proposta por Raymond Duval, filósofo e psicólogo francês que desenvolveu importantes estudos relativos a Psicologia Cognitiva.

Uma das grandes contribuições de Duval para o processo de ensino-aprendizagem foi apontar a restrição de se usar um único registro semiótico para representar um objeto matemático. Segundo ele, a utilização de uma única forma de registro não garante a compreensão, ou seja, a aprendizagem em matemática. Esta aprendizagem esta diretamente relacionada ao desenvolvimento cognitivo do sujeito.

Segundo Duval (2003):

[...] no ensino de matemática, principalmente no ensino básico, é fundamental uma abordagem cognitiva, pois não procura-se formar matemáticos, mas sim colaborar com o desenvolvimento das suas capacidades de visualização, análise e raciocínio (DUVAL, 2003, p.11).

Esta abordagem cognitiva deve se aproximar cada vez mais da linguagem do aluno, tornar o processo de ensino-aprendizagem o mais natural possível. Assim o aluno se sentirá parte do processo facilitando sua compreensão.

Segundo Duval (2003, p. 13): “É suficiente observar a história do desenvolvimento da Matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático. ”

Estas representações semióticas seriam constituídas pelo emprego de signos, ou seja, símbolos, formas, códigos, etc., pertencentes a um sistema de representação que, dependendo da forma e das suas aplicações podem ou não ser bem compreendidos pelos alunos. Observamos esta situação nos gráficos e tabelas, pois em alguns casos, apresentar dados em

tabelas não é a melhor forma, enquanto na forma gráfica seria o mais adequado, o contrário também pode ser observado.

Nota-se que os alunos demonstram dificuldade em traduzir os dados apresentados e, interpretá-los de forma coerente com os objetivos ao resolver uma questão. Esse fato é geralmente verificado nos casos em que os dados provêm de gráficos nos quais os alunos devem fazer projeções de valores. Ou seja, a partir de uma variação entre um período de tempo os alunos deveriam visualizar que esta proporção se mantém, e assim estimar o valor futuro.

Neste sentido, Duval (2003) destaca:

Um modelo pertinente para explicar as condições de aquisição dos conhecimentos matemáticos por alunos deve estar prioritariamente centrado nas condições cognitivas de compreensão, isto é, nas condições específicas de acesso aos objetos matemáticos. Desse ponto de vista, as representações semióticas - ou, mais exatamente, a diversidade dos registros de representações - têm um papel central na compreensão. A compreensão requer a coordenação dos diferentes registros (DUVAL, 2003, p.28).

Portanto, fica claro neste ponto que, a apresentação de dados somente de uma forma, uma tabela ou um gráfico, por exemplo, nem sempre é a melhor forma do indivíduo interpretar as informações constantes. O melhor é sempre possibilitar a transformação destes dados em mais de uma forma, ou seja, dados que são apresentados em tabelas podem ser transformados em gráficos para obterem uma adequada leitura e interpretação, o contrário também é válido.

Para Duval (2003), a originalidade da atividade Matemática está em mobilizar simultaneamente pelo menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. Na resolução de tarefas, um registro pode aparecer privilegiado, porém sempre deve existir a possibilidade de passar de um registro a outro; assim, o autor enfatiza que a compreensão, em Matemática, depende da coordenação de ao menos dois registros de representação semiótica. Ele considera, ainda, que as representações semióticas são indispensáveis para fins de funcionamento e mobilização de conteúdos matemáticos, ou seja, não existe mobilização de conteúdos que não esteja associada a representações semióticas.

O autor ainda descreve que a leitura e a interpretação de gráficos e tabelas são consideradas por muitos como sendo simples devido a sua organização e a rapidez de consulta. Porém, a leitura e interpretação não se dão de forma simples, precisam ativar todas

as funções cognitivas. Na questão das tabelas a função identificação é a mais utilizada devido à visualização dos dados de forma separada. (DUVAL, 2003)

Assim, para analisar a contribuição cognitiva das tabelas e suas diferentes utilizações é preciso distinguir dois importantes pontos: a própria organização representacional, ou seja, a composição semiótica das tabelas, e as funções cognitivas que elas preenchem.

Ainda neste sentido, Duval (2003, p. 13) destaca que "Um sucesso matemático não corresponde a um sucesso cognitivo. Muitas pessoas se baseiam em sucesso nos itens considerados separadamente e não em sucesso em toda a sequência de itens, que é o mais importante no ponto de vista cognitivo".

Na Probabilidade e Estatística, a análise e interpretação dos dados são fundamentais para uma boa compreensão do problema promovendo sua resolução da forma mais apropriada. Porém tabelas e gráficos, apesar de muitas vezes parecerem iguais, possuem inúmeras diferenças de aplicações e interpretações.

Para Duval (2003), uma tabela é finalizada enquanto um gráfico cartesiano não é, embora ambos se realizem em limites de uma página ou de só uma folha, o fato destes dois tipos de representação não darem lugar aos mesmos tipos de tratamentos. Nos gráficos cartesianos empregam-se operações de interpolação e de extrapolação, mas nas tabelas, apenas se utilizam de operação de permutação das linhas e colunas.

Em Matemática temos muitas formas de apresentar a mesma informação, porém nem sempre uma única forma é a mais correta sempre e, nem sempre é interpretada da mesma forma. Segundo Duval (2003, p. 31), "Há uma pluralidade de registros de representação de um mesmo objeto, e a articulação desses diferentes registros é condição para a compreensão em matemática".

Segundo Duval (2003) existem quatro tipos de registros diferentes, conforme mostra o quadro 1:

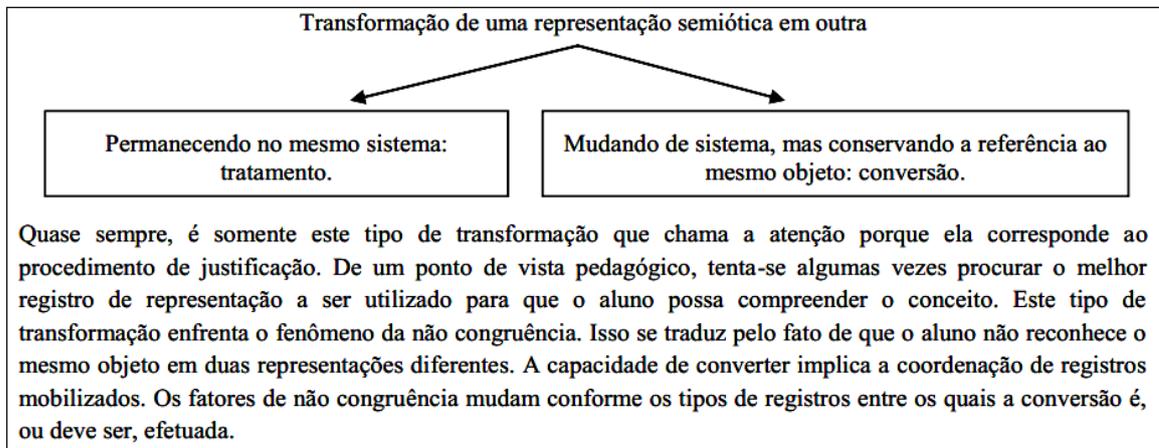
Quadro 1: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático

	Representação Discursiva	Representação Não Discursiva
REGISTRO MULTIFUNCIONAL Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural <ul style="list-style-type: none"> • associações verbais (conceituais); • forma de raciocinar; • argumentações a partir de observações ou crenças; • dedução válida a partir de definição ou de teoremas. 	Figuras geométricas planas ou em perspectiva (configurações em 1, 2 ou 3 D) <ul style="list-style-type: none"> • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos.
REGISTRO MONOFUNCIONAL Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas <ul style="list-style-type: none"> • numérica (binária, decimal, fracionária, ...); • algébrica; • simbólica (línguas formais); • Cálculo. 	Gráficos Cartesianos <ul style="list-style-type: none"> • mudanças de sistemas de coordenadas; • interpolação e extrapolação.

Fonte: DUVAL (2003, p. 14).

Os registros multifuncionais são os empregados em todas as áreas do conhecimento, enquanto os monofuncionais são empregados em matemática. Como temos várias formas de representações semióticas podemos, muitas vezes, fazer uma transformação para melhor compreensão. Neste sentido, podemos analisar o quadro 2:

Quadro 2: Distinção decisiva para toda análise do funcionamento cognitivo da compreensão - dois tipos radicalmente diferentes de transformação de representações semióticas



Fonte: DUVAL (2003, p. 15).

Segundo Duval (2003), o tratamento seria a operação cognitiva realizada no interior do registro semiótico, ou seja, a representação no mesmo registro semiótico. A conversão é a mudança de representação de um registro semiótico para o outro.

Desta forma, o presente estudo buscará analisar as questões propostas pelo ENEM sob a perspectiva da sua representação presente. Isto é, se os dados apresentados nas questões são coerentes com as informações a serem interpretadas e, se são viáveis e necessárias as alterações na sua representação para a melhor compreensão dos dados.

3.2 CLASSIFICAÇÃO DE TABELAS SEGUNDO WAINER

Wainer (1992), destaca que um dos grandes problemas de apresentar os dados em tabelas é que, muitas vezes criam-se tabelas ditas "pobres". Ou seja, tabelas que apenas apresentam os dados e não possuem informações além delas, possibilitando ao aluno fazer somente inferências de nível básico.

As tabelas são a forma mais comum de apresentar os primeiros dados obtidos estatisticamente. Porém, muitas vezes, os autores dessas pesquisas só as utilizam para tabular os dados e, apresentá-los na forma de gráficos de barras, de setores ou poligonais. Segundo Wainer (1992) isto pode estar contribuindo para um menosprezo em relação a exposição destes dados na forma de tabelas, ele defende que as tabelas possuem tanta ou até mais importância do que a forma gráfica.

Wainer (1992) define que as informações contidas em tabelas podem ser classificadas em três níveis: básico, intermediário e o avançado.

No Nível Básico, exigem a extração de dados da tabela, ou seja, os dados estão explícitos na tabela, basta somente que sejam retirados dela.

No Nível Intermediário, é o nível em que exigem a interpolação ou a percepção da relação existente entre os dados de uma tabela.

No Nível Avançado, exigem um maior entendimento dos dados, comparando tendências, analisando questões implícitas e privilegiando a visão global da tabela.

3.3 CLASSIFICAÇÃO DE GRÁFICOS SEGUNDO CURCIO

Curcio (1989) destaca que a compreensão gráfica é a capacidade dos leitores para entender o significado dos gráficos criados por eles próprios ou por outras pessoas. A compreensão gráfica envolve ser capaz de ler os gráficos e dar o sentido e o significado contidos neles.

Neste sentido notamos que os gráficos envolvidos em questões matemáticas devem ser apresentados de tal forma que facilite o aluno a interpretá-lo e, assim, poder retirar dele informações necessárias para analisar inferências e entender suas propriedades, quando necessário. Por exemplo, um gráfico de uma reta que apresente dados proporcionais nos

meses de janeiro a novembro, através dele o aluno pode fazer uma projeção dos valores em dezembro apenas com a proporção envolvida.

Curcio (1989) cita três níveis de compreensão de um gráfico: primeiro, ler os dados; segundo, ler entre os dados; e terceiro, ler além dos dados.

No primeiro nível, ler os dados, é necessário que o leitor faça uma leitura literal do gráfico, ou seja, uma leitura dos fatos que nele estão representados. Neste nível não há interpretação e, pretende-se que o aluno compreenda a escala e as unidades de medida.

No segundo nível, ler entre os dados, o aluno deve interpretar e organizar a informação fornecida pelos dados. Neste nível, o aluno deve combinar e integrar a informação e identificar relações matemáticas através de algum conhecimento prévio sobre o assunto tratado no gráfico. Este nível é o mais comum na compreensão dos gráficos, esperando-se que o aluno identifique tendências no gráfico e relacione ideias.

O terceiro nível, ler além dos dados, pressupõe que o aluno, ao ler a informação do gráfico, infira a informação total e tenha um conhecimento prévio aprofundado sobre o assunto referente aos dados do gráfico. Neste nível, o aluno deve conseguir responder a questões cujas respostas requerem o uso de informação implícita no gráfico, extrapolando, predizendo ou fazendo inferências. Ou seja, como refere Curcio (1989), pretende-se que o aluno se projete no futuro e elabore questões sobre os dados.

3.4 ESTUDOS SOBRE ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Observamos que existem poucas pesquisas sobre a Matemática envolvida ao ENEM, mais especificamente os conteúdos de Probabilidade e Estatística nestas provas.

Reis (2009) na sua dissertação de mestrado com o título de "Tratamento da informação e o ENEM: a matemática na trama da avaliação" analisou o desempenho e as estratégias utilizadas pelos alunos do terceiro ano do Ensino Médio na resolução de questões que envolvam a leitura e a interpretação de gráficos e tabelas por meio das questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

A questão de pesquisa de Reis foi "Qual o desempenho e quais as estratégias utilizadas pelos alunos do terceiro ano do ensino médio na leitura e interpretação de gráficos e tabelas em questões do ENEM?" Para tanto, foi desenvolvido uma pesquisa descritiva, com 40 alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública de São Paulo. Os resultados

evidenciaram, de maneira geral, que o desempenho dos sujeitos em leitura e interpretação de tabelas e gráficos foi insatisfatório. As estratégias utilizadas, ora estavam limitadas aos conceitos adquiridos durante os anos escolares (cálculo de porcentagem, probabilidade, outros) e, ora, encontravam-se vinculadas a contextos sociais, nos quais eles acreditavam como verdadeiros.

Reis (2009) concluiu que o ensino de Estatística precisa melhorar nas escolas, de modo que o aluno possa reconhecê-la, entendê-la e empregá-la de forma eficiente em seu cotidiano. Em relação à prova do ENEM, a qualidade das questões deve passar por uma melhoria acentuada.

Jardim (2013) em seu trabalho de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) intitulado "Estatística no Ensino Médio: Um olhar interdisciplinar a partir do ENEM" investiga a partir de uma aplicação prática de questões interdisciplinares, os conhecimentos empíricos dos alunos sobre Estatística. O pesquisador apresentou dados sobre uma sequência didática aplicada a um grupo de alunos do terceiro ano do Ensino Médio, que pretendiam realizar o ENEM naquele ano.

Nesta pesquisa, Jardim (2013), defende que o pensamento Estatístico estava presente de forma intuitiva e destaca a importância que os alunos deram ao ENEM, por se tratar de uma prova presente no final do Ensino Médio. Segundo o pesquisador, as questões se tornaram tema central do estudo e mostram que a Estatística está presente em muitas questões da prova, não só na área de Matemática. Além disso, ele destaca um maior investimento e importância que as escolas devem ter em relação à Estatística, buscando assim novas formas de desenvolvimento e aplicações na sala de aula.

Pedro Junior (2007) em sua dissertação de mestrado sobre a concepção dos professores sobre o Ensino da Estocástica concluiu que, professores do Ensino Fundamental, mesmo ensinando, não dominam os conteúdos de estocástica (uso integrado de probabilidade e estatística).

Lugli (2011) na sua dissertação de mestrado com o título de "A análise de dados e a Probabilidade nas avaliações externas para o Ensino Médio: ENEM E SARESP" focalizou a análise de dados e probabilidade com o propósito de verificar quais tipos de raciocínio e entendimento, relacionados à combinatória, probabilidade e estatística, que estão sendo solicitados, nestas avaliações.

Para Lugli (2011) na prova do ENEM percebe-se uma tendência para questões que solicitem o raciocínio sobre representação dos dados. Segundo o pesquisador, as questões do ENEM, são mais articuladas com outras disciplinas, contemplando, assim, a solicitação das Orientações Curriculares Nacionais, como o PCN.

4 EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

O ENEM foi criado em 1998, pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) que é uma autarquia federal vinculada ao MEC. Tem o objetivo de avaliar o desempenho do estudante ao final da educação básica, buscando contribuir para a melhoria da qualidade desse nível de escolaridade.

A partir de 2009, passou a ser utilizado também como mecanismo de seleção para o ingresso no ensino superior. Foram implantadas mudanças no exame que contribuem para a democratização das oportunidades de acesso às vagas oferecidas por Instituições de Ensino Superior (IES). Respeitando a autonomia das universidades, a utilização dos resultados do ENEM para acesso ao ensino superior pode ocorrer como fase única de seleção ou combinado com seus processos seletivos próprios.

O Enem também é utilizado para o acesso a programas oferecidos pelo Governo Federal, tais como o Programa Universidade para Todos (ProUni), o Fundo de Financiamento Estudantil (Fies) e o programa Ciência sem Fronteiras.

Com a crescente utilização do ENEM em várias formas de seleções, nota-se um grande aumento no número de pessoas inscritas, como mostra a tabela 1:

Tabela 1: Números de inscritos do ENEM

ENEM	Número de inscritos
2009	4.148.721
2010	4.626.094
2011	5.380.857
2012	5.791.332
2013	7.173.574
2014	9.519.827

Fonte: Inep/MEC (2014).

Neste ano de 2015, segundo o Inep/MEC, o número total de inscritos chegou a 8.478.096, mostrando uma queda de aproximadamente 10% em relação ao ano anterior. Um dos fatos que pode ter contribuído para esta queda é que o valor da inscrição que se mantinha em R\$ 35,00 desde 2009 passou para R\$ 63,00 e, também, teve mudanças nas regras de carência para os alunos de Escolas Públicas.

Este processo seletivo é o maior do Brasil e um dos maiores do mundo, e vem se confirmando como substituto ao antigo vestibular, no qual as Instituições de Ensino utilizavam para distribuir as vagas dos seus cursos superiores. Desde a primeira aplicação do

ENEM aumentou muito o número de Instituições que aderiram ao Sistema de Seleção Unificada (SISU), que classifica os alunos segundo a sua nota obtida no ENEM.

4.1 COMPETÊNCIAS E HABILIDADES

Entre os anos de 1998 e 2008 o ENEM era uma prova composta de 63 questões distribuídas entre cinco competências e vinte e uma habilidades. A partir de 2009 o ENEM manteve sua proposta inicial que a diferencia dos demais vestibulares das Instituições de Ensino Superior, pois é uma prova baseada em competências e habilidades. Porém, agora a prova é composta de 180 questões distribuídas em quatro grandes áreas que compõem os componentes curriculares dos PCN, conforme o quadro 3:

Quadro 3: Grandes áreas do ENEM

Áreas do Conhecimento	Componentes Curriculares
Ciências Humanas e suas Tecnologias	História, Geografia, Filosofia e Sociologia
Ciências da Natureza e suas Tecnologias	Química, Física e Biologia
Linguagens, Códigos e suas Tecnologias e Redação	Língua Portuguesa, Literatura, Língua Estrangeira (Inglês e Espanhol), Artes, Educação Física, Tecnologia da Informação e Comunicação
Matemática e suas Tecnologias	Matemática

Fonte: BRASIL (2011).

Segundo Brasil (2001):

Para estruturar o exame, concebeu-se uma matriz com a indicação de competências e habilidades associadas aos conteúdos do ensino fundamental e médio que são próprias ao sujeito na fase de desenvolvimento cognitivo, correspondente ao término da escolaridade básica. Tem como referência a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a Reforma do Ensino Médio, bem como os textos que sustentam sua organização curricular em Áreas de Conhecimento, e, ainda as Matrizes Curriculares de Referências para o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) BRASIL (2001, p.5).

Competências são as modalidades estruturais da inteligência, ou seja, ações e operações que utilizamos para estabelecer relações com e entre objetos, situações, fenômenos e pessoas que desejamos conhecer. (BRASIL, 2001, p. 7). Em matemática, essas competências são fundamentais para a resolução de problemas e aplicações de conteúdos.

Já as habilidades decorrem das competências adquiridas e referem-se ao plano imediato do “saber fazer”. Por meio das ações e operações, as habilidades aperfeiçoam-se e articulam-se, possibilitando nova reorganização das competências. (BRASIL, 2001, p. 7).

Com a Portaria N° 109, de 27 de Maio de 2009, publicada no Diário Oficial da União (DOU) em 28 de Maio de 2009, ficou estabelecido que fossem sete competências distribuídas entre 30 habilidades presentes na prova de Matemática e Suas Tecnologias, como mostra o quadro 4:

Quadro 4: Matriz de referência da prova de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM

<p>Competência de área 1: Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.</p> <p>H1 - Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais.</p> <p>H2 - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.</p> <p>H3 - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.</p> <p>H4 - Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.</p> <p>H5 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.</p>
<p>Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.</p> <p>H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.</p> <p>H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.</p> <p>H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.</p> <p>H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.</p>
<p>Competência de área 3 - Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.</p> <p>H10 - Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.</p> <p>H11 - Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.</p> <p>H12 - Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.</p> <p>H13 - Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.</p> <p>H14 - Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.</p>
<p>Competência de área 4 - Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.</p> <p>H15 - Identificar a relação de dependência entre grandezas.</p> <p>H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.</p> <p>H17 - Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.</p> <p>H18 - Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.</p>
<p>Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.</p> <p>H19 - Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.</p> <p>H20 - Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.</p> <p>H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.</p> <p>H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.</p> <p>H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.</p>
<p>Competência de área 6 - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.</p> <p>H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.</p> <p>H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.</p> <p>H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.</p>
<p>Competência de área 7 - Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.</p> <p>H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.</p> <p>H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.</p> <p>H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.</p> <p>H30 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.</p>

Fonte: Brasil (2011).

5 PROVAS DE MATEMÁTICA (ENEM 2009 A 2014)

Nesta parte do estudo, faremos uma análise global das provas de Matemática do ENEM de 2009 a 2014. Analisaremos e resolveremos, de forma mais específica, as questões das provas que englobem os conteúdos relacionados a esta pesquisa: Probabilidade e Estatística.

As provas de Matemática e suas Tecnologias são aplicadas em quatro formatos, que se diferenciam pela cor, são elas: rosa, azul, amarelo e cinza. No entanto, todas as provas possuem as mesmas questões, e só diferenciam pela disposição na prova. Escolhemos as provas de cor azul em todos os seus anos para analisar. Elas estão disponíveis no site do Inep, responsável pela aplicação e divulgação do ENEM, além de estudos, pesquisas e avaliações periódicas sobre o sistema educacional brasileiro, com o objetivo de subsidiar a formulação e implementação de políticas públicas para a área educacional.

5.1 RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA COM EMBASAMENTO NO REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta parte do trabalho serão expostas as resoluções matemáticas de cada uma das questões presentes, desde 2009, que englobam Probabilidade e Estatística. Bem como será feita a análise com base no referencial teórico, ou seja, para as questões que se utilizam de gráficos usaremos como referencial Curcio e as que utilizam tabelas Wainer. Também analisaremos a forma de apresentação dos dados sobre a perspectiva de Duval.

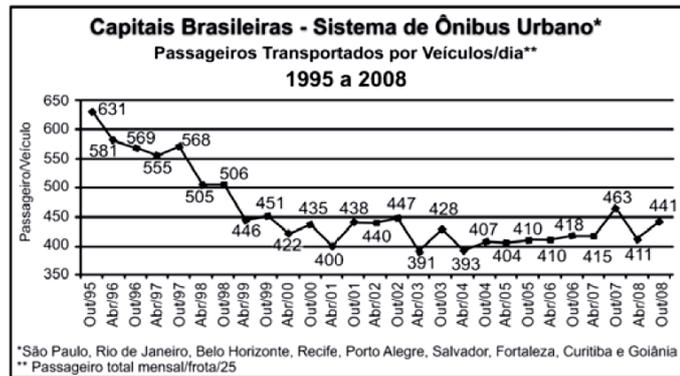
Busca-se aqui mostrar uma resolução das questões sobre os conteúdos deste trabalho e analisar de qual forma estes dados são expostos pela prova. Se em todos os anos analisados, temos um padrão de questões sobre estes temas ou não. Se o número de questões sobre estes conteúdos é parecido ano a ano ou não e, de que forma o aluno pode se preparar melhor para resolver estas questões.

5.1.1 Prova de 2009

Questão 136

Dados da Associação Nacional de Empresas de Transportes Urbanos (ANTU) mostram que o número de passageiros transportados mensalmente nas principais regiões metropolitanas do país vem caindo sistematicamente. Eram 476,7 milhões de passageiros em 1995, e esse número caiu para 321,9 milhões em abril de 2001. Nesse período, o tamanho da frota de veículos mudou pouco, tendo no final de 2008 praticamente o mesmo tamanho que tinha em 2001.

O gráfico a seguir mostra um índice de produtividade utilizado pelas empresas do setor, que é a razão entre o total de passageiros transportados por dia e o tamanho da frota de veículos.



Disponível em: <http://www.ntu.org.br>. Acesso em 16 jul. 2009 (adaptado).

Supondo que as frotas totais de veículos naquelas regiões metropolitanas em abril de 2001 e em outubro de 2008 eram do mesmo tamanho, os dados do gráfico permitem inferir que o total de passageiros transportados no mês de outubro de 2008 foi aproximadamente igual a

- A 355 milhões.
- B 400 milhões.
- C 426 milhões.
- D 441 milhões.
- E 477 milhões.

Análise da questão:

Nesta questão não basta o aluno saber "ler" os dados do gráfico, o aluno precisa relacionar os dados entre n° de passageiros e número de veículos (tamanho da frota) em uma razão entre estes valores.

Baseado nas análises de Duval, podemos dizer que os dados apresentados neste gráfico não são simples, não basta escolher os valores no gráfico e apresentar a resposta. O aluno que fizer isso poderia pensar que a resposta correta seria a Letra D, pois a questão pergunta o número de passageiros em Out/2008. E, não, a razão entre o número de passageiros e o n° de veículos que é 441 no gráfico.

Sobre a classificação de Curcio, este gráfico estaria no segundo nível, pois o aluno precisa interpretar e organizar os dados presentes nele.

Resolução da questão 136:

Os dados do gráfico representam uma razão $\frac{n^\circ \text{ passageiros}}{\text{tamanho da frota}}$

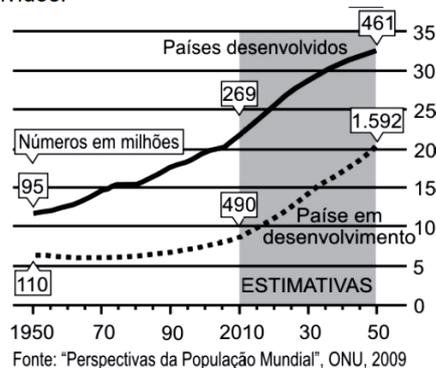
Seja V o número de veículos da frota e P o número de passageiros transportados em outubro de 2008. Assim:

$$400 V / \text{mês} = 321,9 \text{ milhões, portanto } V = 321,9 / 400$$

$$P = 441 V = 441 [321,9 / 400] = \mathbf{354,89 \approx 355 \text{ milhões; Letra A}}$$

Texto para as questões 138 e 139

A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.



Disponível em: www.economist.com.
Acesso em: 9 jul. 2009 (adaptado).

Questão 138

Suponha que o modelo exponencial $y = 363e^{0,03x}$, em que $x = 0$ corresponde ao ano 2000, $x = 1$ corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e que y é a população em milhões de habitantes no ano x , seja usado para estimar essa população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando $e^{0,3} = 1,35$, estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre

- A 490 e 510 milhões.
- B 550 e 620 milhões.
- C 780 e 800 milhões.
- D 810 e 860 milhões.
- E 870 e 910 milhões.

Análise da questão 138:

Para resolver esta questão o aluno não precisa dos dados do gráfico, pois é apenas um par ordenado (x,y), a questão já fornece o valor de x, precisamos encontrar o valor de y. É somente necessário resolver o exponencial envolvido na questão.

Baseado nas análises de Duval, podemos dizer que essa questão poderia possuir dados presentes no gráfico e não apenas uma substituição de valores, pois assim o aluno teria mais uma forma de interpretar os dados e outra forma de apresentação deles (mais de um signo).

Como não precisa-se utilizar o gráfico, não classificaremos nesta questão o nível de Curcio (faremos isso na próxima questão, a qual utiliza o mesmo gráfico).

Resolução da questão 138:

$$y = 363 e^{0,03x} \quad \text{Como } x = 0 \text{ no ano 2000, então } x = 31 \text{ no ano de 2030: } y = 363 e^{0,03 \cdot 31}$$

$$y = 363 e^{0,93} \text{ que pode ser escrito: } y = 363 (e^{0,3})^{3,1} \text{ e assim: } y = 363 (1,35)^{3,1}$$

y \cong 910 milhões Letra E

Questão 139

Em 2050, a probabilidade de se escolher, aleatoriamente, uma pessoa com 60 anos ou mais de idade, na população dos países desenvolvidos, será um número mais próximo de

- A $\frac{1}{2}$.
- B $\frac{7}{20}$.
- C $\frac{8}{25}$.
- D $\frac{1}{5}$.
- E $\frac{3}{25}$.

Análise da questão 139:

Nesta questão o aluno precisa retirar as informações do gráfico. Neste gráfico o aluno deve cuidar, pois é obrigatória a análise da linha dos países desenvolvidos, no ano de 2050, na horizontal e, precisa retirar o percentual pedido pela questão na vertical. O aluno deve ter o cuidado de interpretar os três dados envolvidos no gráfico: ano, tipos de países e percentual de pessoas.

Baseado nas análises de Duval, podemos dizer que este gráfico envolve muitas informações e, portanto, apresenta muitos dados num mesmo gráfico podendo confundir um pouco os alunos.

Sobre a classificação de Curcio, este gráfico é importante para a resolução desta questão e pode ser classificado no 2º nível. O aluno deve combinar e integrar as informações além de, identificar relações matemáticas através dos dados presentes no gráfico.

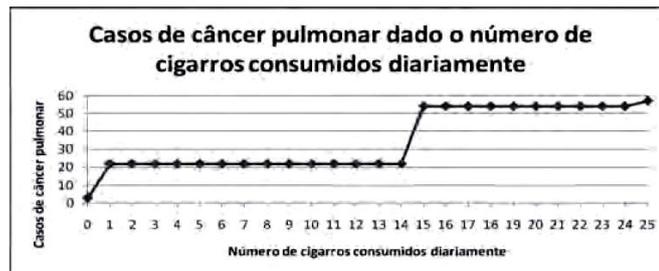
Resolução da questão 139:

Olhar no gráfico e verificar que em 2050, a população nos países desenvolvidos com 60 anos ou mais de idade representa aproximadamente 32% do total, logo entre as alternativas aquela

que mais se aproxima deste valor é: $32\% = 0,32 = \frac{32}{100} = \frac{8}{25}$ Alternativa C

Questão 142

A suspeita de que haveria uma relação causal entre tabagismo e câncer de pulmão foi levantada pela primeira vez a partir de observações clínicas. Para testar essa possível associação, foram conduzidos inúmeros estudos epidemiológicos. Dentre esses, houve o estudo do número de casos de câncer em relação ao número de cigarros consumidos por dia, cujos resultados são mostrados no gráfico a seguir.



Centers for Disease Control and Prevention CDC-EIS
Summer Course – 1992 (adaptado).

De acordo com as informações do gráfico,

- A o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais.
- B o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam.
- C o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas diretamente proporcionais.
- D uma pessoa não fumante certamente nunca será diagnosticada com câncer de pulmão.
- E o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

Análise da questão 142:

Nesta questão o aluno deve ser capaz de interpretar os dados presentes no gráfico e verificar se existe uma relação entre as grandezas envolvidas, além de verificar se são direta ou inversamente proporcionais. Este gráfico não faz muito sentido, pois como que uma pessoa que fuma 15 cigarros tem a chance de ter câncer de pulmão aumentada em quase três vezes em comparação com quem fuma 14 cigarros. Como que apenas um cigarro faria toda essa diferença? Consideramos este gráfico muito mal elaborado.

Baseado nas análises de Duval, podemos dizer que a análise e interpretação dos dados são fundamentais para uma boa compreensão do problema. Concordamos que nesta questão o registro apresentado no gráfico é de fácil interpretação dos dados, o que não garante que o aluno irá acertar a resposta correta, pois pode retirar os dados corretos e resolvê-lo de forma matemática incorreta.

Sobre a classificação de Curcio, este gráfico estaria no segundo nível, pois é necessário que, ao ler a informação contida no gráfico, o aluno faça uma inferência da informação total e tenha um conhecimento aprofundado sobre relações de grandezas.

Resolução da questão 142:

A melhor resposta analisando o gráfico fica com a **letra E**, pois, o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são variáveis que estão relacionadas de maneira direta, ou seja, variam no mesmo sentido, mas não proporcionalmente. Observa-se no gráfico que entre um e quatorze cigarros por dia o número de casos de câncer do pulmão é constante. Também é constante entre as pessoas que fumam de quinze a vinte e quatro cigarros diários, mas mostraram uma elevação no número de casos de câncer.

Questão 143

O gráfico a seguir mostra a evolução, de abril de 2008 a maio de 2009, da população economicamente ativa para seis Regiões Metropolitanas pesquisadas.



FONTE: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Trabalho e Rendimento, Pesquisa Mensal de Emprego.

Disponível em: www.ibge.gov.br.

Considerando que a taxa de crescimento da população economicamente ativa, entre 05/09 e 06/09, seja de 4%, então o número de pessoas economicamente ativas em 06/09 será igual a

- A 23.940.
- B 32.228.
- C 920.800.
- D 23.940.800.
- E 32.228.000.

Análise da questão 143:

Nesta questão o gráfico é utilizado apenas para extrair o dado da população em 05/09 que é igual 23.020 mil pessoas. O principal cuidado é que os dados estão em 'mil' pessoas, ou seja, temos que multiplicar por 1000. Porém, não se utiliza nada mais do gráfico para resolver a questão.

Baseado nas análises de Duval, podemos classificar os registros presentes no gráfico como simples e de representação singular de apenas um signo, uma forma de expor o dado necessário para resolução da questão.

Este gráfico pode ser classificado como de 1º Nível para Curcio, pois basta ler o dado presente na data pedida pela questão. O aluno não precisa interpretá-lo, somente compreender os dados e as unidades contidas nele.

Resolução da questão 143:

Basta fazer um aumento de 4% no valor de 23.020 x mil pessoas, que representa a população de, 05/09: $23.020.000 \times 1,04 \cong \mathbf{23.940.800}$ Letra D

Questão 145

O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

- A $2 \times (0,2\%)^4$.
- B $4 \times (0,2\%)^2$.
- C $6 \times (0,2\%)^2 \times (99,8\%)^2$.
- D $4 \times (0,2\%)$.
- E $6 \times (0,2\%) \times (99,8\%)$.

Análise da questão 145:

Nesta questão o aluno precisa conhecer os conceitos de distribuição binomial. Nesta probabilidade devemos levar em conta as combinações possíveis, além de considerar o fato de que se a probabilidade de algo ocorrer é de x%, então de não ocorrer é de 100% - x%. Podemos considerar como uma das questões mais difíceis deste ano de 2009, pois distribuição binomial não é um tema muito explorado no ensino médio. Também verifica-se que nas respostas são apresentadas potências de porcentagem, o que não está correto. Estas porcentagens deveriam aparecer na forma decimal, ou seja, 0,2% seria 0,002 e 99,8% seria 0,998.

Baseado nas análises de Duval, podemos dizer que os dados da questão são diretos e simples, não tendo a necessidade da utilização de gráficos e tabelas.

Resolução da questão 145:

Se a probabilidade do aparelho apresentar defeito é de 0,2%, logo de não apresentar será de 99,8%. Na questão queremos ter dois aparelhos com defeito (D) e dois aparelhos perfeitos (P), logo pode-se ter:

DDPP

PDDP

DPDP

PDPD

DPPD

PPDD

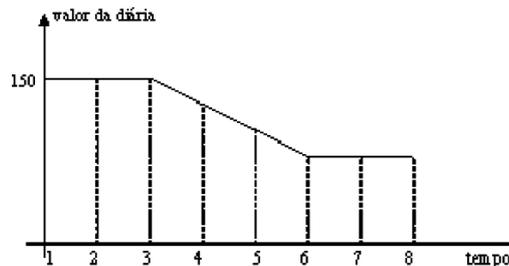
Portanto temos seis Combinações

Ou utilizando a Análise Combinatória: $C_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2} = 6$

Então temos: $6 \cdot (0,2\%)^2 \cdot (99,8\%)^2$ Letra C

Questão 146

Uma pousada oferece pacotes promocionais para atrair casais a se hospedarem por até oito dias. A hospedagem seria em apartamento de luxo e, nos três primeiros dias, a diária custaria R\$ 150,00, preço da diária fora da promoção. Nos três dias seguintes, seria aplicada uma redução no valor da diária, cuja taxa média de variação, a cada dia, seria de R\$ 20,00. Nos dois dias restantes, seria mantido o preço do sexto dia. Nessas condições, um modelo para a promoção idealizada é apresentado no gráfico a seguir, no qual o valor da diária é função do tempo medido em número de dias.



De acordo com os dados e com o modelo, comparando o preço que um casal pagaria pela hospedagem por sete dias fora da promoção, um casal que adquirir o pacote promocional por oito dias fará uma economia de

- A** R\$ 90,00.
- B** R\$ 110,00.
- C** R\$ 130,00.
- D** R\$ 150,00.
- E** R\$ 170,00.

Análise da questão 146:

Para esta questão o aluno precisa interpretar corretamente os dados contidos no texto inicial, pois nele temos a informação da redução de R\$ 20,00 por dia até o sexto dia. O gráfico serve como uma forma de ajudar o aluno a organizar melhor os valores de cada dia, sendo que a partir do sexto dia o preço se mantém. A resolução é dada por uma diferença entre o preço normal, sem o desconto e, o preço com esta promoção.

Baseado nas análises de Duval, podemos dizer que nesta questão a inclusão do gráfico serve como outra forma de apresentar os dados expostos no texto inicial (emprego de mais de um signo).

Sobre a classificação de Curcio, podemos classificar este gráfico no 2º nível, pois o aluno precisa organizar a informação contida nele e, identificar as tendências de queda do 4º ao 6º dia e, constante, a partir deste 6º dia.

Resolução da questão 146:

Se o casal adquirisse por 7 dias fora da promoção pagaria: $R\$ 150,00 \times 7 = R\$ 1050,00$

Com a promoção nos 8 dias o casal pagaria:

1º, 2º e 3º dias: $R\$ 150,00 \times 3$

4º dia: $R\$ 130,00$

5º dia: $R\$ 110,00$

6º, 7º e 8º dia: $R\$ 90,00 \times 3$

Total: $R\$ 960,00$

Economia: $R\$ 1050 - 960 \Rightarrow$ **R\$ 90,00 Letra A**

Questão 148

A tabela mostra alguns dados da emissão de dióxido de carbono de uma fábrica, em função do número de toneladas produzidas.

Produção (em toneladas)	Emissão de dióxido de carbono (em partes por milhão – ppm)
1,1	2,14
1,2	2,30
1,3	2,46
1,4	2,64
1,5	2,83
1,6	3,03
1,7	3,25
1,8	3,48
1,9	3,73
2,0	4,00

Cadernos do Gestar II, Matemática TP3.
Disponível em: www.mec.gov.br. Acesso em: 14 jul. 2009.

Os dados na tabela indicam que a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas) é

- A inferior a 0,18.
- B superior a 0,18 e inferior a 0,50.
- C superior a 0,50 e inferior a 1,50.
- D superior a 1,50 e inferior a 2,80.
- E superior a 2,80.

Análise da questão 148:

Nesta questão é necessário que aluno identifique na tabela as diferenças entre os valores finais e iniciais de Emissão de dióxido de carbono e de Produção e, após, faça uma razão (taxa) entre os dois valores encontrados. A tabela exposta é fundamental para resolver a questão e os valores são bem claros. O problema é o aluno não conseguir interpretar que a diferença entre o final e o inicial já fornece a variação total. Ao contrário, queira fazer para cada linha e depois um somatório, que também estaria correto, porém levaria muito mais tempo.

Em relação a Duval, podemos interpretar os dados de forma direta na tabela, ou seja, a empregabilidade de sua utilização está de acordo com a questão. Não seria necessário expor estes mesmos dados em um gráfico também ou até mesmo substituir esta tabela por um gráfico, pois assim os alunos poderiam se confundir mais ainda com a diferença final e inicial.

Sobre a classificação de Wainer, podemos classificar esta tabela no nível básico, pois os alunos precisam apenas extrair seus dados e fazer um diferença entre eles. Sem uso de interpolações ou tendências.

Resolução da questão 148:

A taxa é a razão entre o somatório das diferenças (maior valor menos o menor valor) entre a Emissão de dióxido de carbono e Produção:

$$Taxa = \frac{\Delta Carbono}{\Delta Produção} \quad Taxa = \frac{4 - 2,14}{2 - 1,1} \quad Taxa = \frac{1,86}{0,9} \quad \mathbf{Taxa \cong 2,07 \text{ Letra D}}$$

Outra possível alternativa de solução:

A taxa média da variação da emissão de dióxido de carbono (em ppm) pode ser calculada assim :

$$[0,16 + 0,16 + 0,18 + 0,19 + 0,20 + 0,23 + 0,25 + 0,27] / 9 \cong 0,206$$

A média da variação da produção (toneladas) é $[9 \times 0,1] / 9 = 0,1$.
(Variação constante de 0,1 entre todas as observações)

A razão entre as duas taxas $0,206 / 0,1 = 2,06$ ppm/t .

Questão 150

Brasil e França têm relações comerciais há mais de 200 anos. Enquanto a França é a 5.^a nação mais rica do planeta, o Brasil é a 10.^a, e ambas se destacam na economia mundial. No entanto, devido a uma série de restrições, o comércio entre esses dois países ainda não é adequadamente explorado, como mostra a tabela seguinte, referente ao período 2003-2007.

Investimentos Bilaterais (em milhões de dólares)		
Ano	Brasil na França	França no Brasil
2003	367	825
2004	357	485
2005	354	1.458
2006	539	744
2007	280	1.214

Disponível em: www.cartacapital.com.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Os dados da tabela mostram que, no período considerado, os valores médios dos investimentos da França no Brasil foram maiores que os investimentos do Brasil na França em um valor

- A inferior a 300 milhões de dólares.
- B superior a 300 milhões de dólares, mas inferior a 400 milhões de dólares.
- C superior a 400 milhões de dólares, mas inferior a 500 milhões de dólares.
- D superior a 500 milhões de dólares, mas inferior a 600 milhões de dólares.
- E superior a 600 milhões de dólares.

Análise da questão 150:

Nesta questão, é necessário que o aluno conheça como se faz a média dos termos. Todos os dados são extraídos da tabela de forma direta, não se faz necessário nenhuma conversão, apenas o cálculo da média.

Baseado nas análises de Duval, podemos visualizar que os dados apresentados são simples e de forma direta expostos na tabela, que esta bem organizada. Sua composição semiótica é de fácil entendimento dos leitores.

Sobre a classificação de Wainer, podemos classificar esta tabela no nível básico, pois se faz necessário somente extrair os dados da mesma para o cálculo das médias.

Resolução da questão 150:

Valores médios: soma dos valores dividido pelos cinco anos em questão:

Brasil na França:

$$BF = \frac{1897}{5} = 379,4$$

França no Brasil:

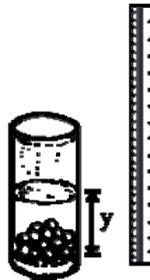
$$FB = \frac{4726}{5} = 945,2$$

$$945,2 - 379,4 = 565,8$$

Então temos **Diferença: 565,8 milhões** Letra D

Questão 159

Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br.
Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

- A $y = 30x$.
- B $y = 25x + 20,2$.
- C $y = 1,27x$.
- D $y = 0,7x$.
- E $y = 0,07x + 6$.

Análise da questão 159:

Nesta questão o aluno precisa relacionar os dados de número de bolas e nível de água, para conseguir a taxa de variação e, assim, a questão já pode ser resolvida. Nas alternativas as taxas são todas diferentes.

Em relação a Duval, podemos analisar que nesta questão foram expostas a tabela com os dados necessários para sua resolução, mas também um esboço do problema, ou seja, a régua que mede o nível de água e as bolinhas no vidro, o que pode auxiliar os alunos para sua compreensão. Duval defende que não seja empregado apenas um signo, mas sempre uma pluralidade de símbolos, que forneçam formas alternativas do aluno compreender a questão matemática.

Sobre a classificação de Wainer, podemos classificar esta tabela como de nível intermediário, pois é necessário que o aluno perceba a relação existente entre os dados da tabela.

Resolução da questão 159:

Nesta questão o aluno deve notar que a cada aumento de cinco bolas acarreta num aumento de 0,35cm no nível de água, e, portanto: $\frac{0,35}{5} = 0,07$ cm a cada bola

Assim já verificamos que a única alternativa possível seria letra E. Vamos provar porque na alternativa correta existe a adição de seis unidades:

Como o nível de água é função do número de bolas, e pela análise das alternativas verificamos que as funções são todas de 1º grau (afim), logo: $y = ax + b$

Onde o a é a parte que faz a variação (coeficiente angular) e o b o valor inicial(coeficiente linear):

$$y = 0,07x + b$$

Substituindo $x = 5$ e $y = 6,35$, temos: $6,35 = 0,07(5) + b$ $b = 6$

Portanto: $y = 0,07x + 6$ Letra E

Outra forma de resolver a questão (Alternativa mais formal)

Seja $y = ax + b$; y representa o nível da água e x o número de bolas, resolvendo o sistema de equações teremos os valores de "a" e "b".

$$5a + b = 6,35 \text{ (equação 1)}$$

$$10a + b = 6,70 \text{ (equação 2)}$$

$$15a + b = 7,05 \text{ (equação 3)}$$

$S = \{0,07 ; 6\}$, logo $y = 0,07x + 6$. Letra E

Questão 161

Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valiam, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0.

Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe

- A teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.
- B seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.
- C seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.
- D permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.
- E empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

Análise da questão 161:

Nesta questão os dados são expostos junto com o texto inicial, sem a utilização de gráficos ou tabelas. Para resolvê-la o aluno necessita conhecer o cálculo da mediana.

Baseado nas análises de Duval, podemos interpretar estes dados de maneira direta, sem a necessidade de expor estes dados de outra forma. No cálculo da mediana não é fundamental que os dados sejam expostos em tabelas ou gráficos, apenas organização dos dados expostos no texto.

Resolução da questão 161:

Equipe Gama: 0; 6; 6,5; 6,5; 7; 7; 8; 8; 10; 10; a mediana desta equipe é 7.

A melhor alternativa é a **letra D**, pois a mediana é a média entre o 5º e 6º termos que seria $(7 + 8) : 2 = 7,5$. Mas, como a sexta nota é 8, pode-se concluir que a equipe Delta assim ficaria em 3º lugar independente da nota do aluno faltante.

Questão 168

Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R\$ 83,00	2007
Novembro	R\$ 73,10	2007
Dezembro	R\$ 81,60	2007
Janeiro	R\$ 82,00	2008
Fevereiro	R\$ 85,30	2008
Março	R\$ 84,00	2008
Abril	R\$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a

- A R\$ 73,10.
- B R\$ 81,50.
- C R\$ 82,00.
- D R\$ 83,00.
- E R\$ 85,30.

Análise da questão 168:

Nesta questão é necessário o conhecimento prévio do conceito de mediana e, após, a organização dos dados, em ordem, para sua resolução. Pode ser considerada uma questão direta, pois o aluno que tem esse conhecimento não terá maiores dificuldades para resolver a questão. São apenas sete meses, o que torna esta organização rápida.

Em relação a Duval, podemos visualizar de maneira simples e direta este dados expostos nesta tabela. É suficiente esta representação, pois os dados são bem organizados e de fácil leitura.

Sobre a classificação de Wainer, esta tabela pode ser classificada como de nível básico, pois se faz necessário apenas extrair os dados para resolver a questão.

Resolução da questão 168:

Mediana é o termo central, como temos sete termos será o quarto termo, porém os valores devem estar em ordem crescente:

73,1; 81,6; 82,0; **83,0**; 84,0; 84,6; 85,3

Letra D

Questão 172

Nos últimos anos, o volume de petróleo exportado pelo Brasil tem mostrado expressiva tendência de crescimento, ultrapassando as importações em 2008. Entretanto, apesar de as importações terem se mantido praticamente no mesmo patamar desde 2001, os recursos gerados com as exportações ainda são inferiores àqueles despendidos com as importações, uma vez que o preço médio por metro cúbico do petróleo importado é superior ao do petróleo nacional. Nos primeiros cinco meses de 2009, foram gastos 2,84 bilhões de dólares com importações e gerada uma receita de 2,24 bilhões de dólares com as exportações. O preço médio por metro cúbico em maio de 2009 foi de 340 dólares para o petróleo importado e de 230 dólares para o petróleo exportado. O quadro a seguir mostra os dados consolidados de 2001 a 2008 e dos primeiros cinco meses de 2009.

Comércio exterior de petróleo
(milhões de metros cúbicos)

Ano	Importação	Exportação
2001	24,19	6,43
2002	22,06	13,63
2003	19,96	14,03
2004	26,91	13,39
2005	21,97	15,93
2006	20,91	21,36
2007	25,38	24,45
2008	23,53	25,14
2009*	9,00	11,00

*Valores apurados de janeiro a maio de 2009.

Disponível em: <http://www.anp.gov.br>.
Acesso em: 15 jul. 2009 (adaptado).

Considere que as importações e exportações de petróleo de junho a dezembro de 2009 sejam iguais a $\frac{7}{5}$ das importações e exportações, respectivamente, ocorridas de janeiro a maio de 2009. Nesse caso, supondo que os preços para importação e exportação não sofram alterações, qual seria o valor mais aproximado da diferença entre os recursos despendidos com as importações e os recursos gerados com as exportações em 2009?

- Ⓐ 600 milhões de dólares.
- Ⓑ 840 milhões de dólares.
- Ⓒ 1,34 bilhão de dólares.
- Ⓓ 1,44 bilhão de dólares.
- Ⓔ 2,00 bilhões de dólares.

Análise da questão 172:

Nesta questão temos muitos dados importantes e o aluno tem que tomar cuidado na hora de analisar. No texto inicial temos o valor do metro cúbico de petróleo, na importação e na exportação, na tabela, temos as quantidades na primeira parte do ano de 2009. E, no texto final temos a proporção para o resto do ano de 2009. Esta é uma questão com muitos cálculos e análise dos dados.

Baseado nas análises de Duval, podemos dizer que temos muitos registros e poucas representações semióticas dos mesmos, pois na tabela são necessários apenas os dados da última linha (2009). A interpretação dos dados na tabela que Duval descreve como fundamental é feito de maneira direta e rápida.

Sobre a classificação de Wainer, podemos classificar esta tabela como sendo de nível básico, pois na resolução da questão é necessária a extração dos dados da mesma.

Resolução da questão 172:

De Janeiro a Maio foram 5 meses, logo faltam 7 meses para completar o ano de 2009, como é para considerar que as importações e exportações representem $\frac{7}{5}$ dos primeiro 5 meses, teremos os mesmos valores, pois:

$$\frac{7}{5}x \cdot 5 = 7$$

Importação nos 5 meses: 9 milhões

9 milhões ---- 5 meses

$$x \quad \text{-----} \quad 12 \text{ meses} \quad \quad x = 21,6 \text{ milhões}$$

Valor: 21,6 milhões de metros cúbicos x R\$ 340: R\$ 7,34 bilhões de dólares

Exportação nos 5 meses: 11 milhões

11 milhões ---- 5 meses

$$y \quad \text{-----} \quad 12 \text{ meses} \quad \quad y = 26,4 \text{ milhões}$$

Valor: 26,4 milhões de metros cúbicos x R\$ 230: R\$ 6,07 bilhões de dólares

Diferença: $7,34 - 6,07 = \text{R\$ } 1,27$ **R\$ 1,34 bilhões de dólares Letra C**

Outra forma:

Valor das importações: $2840 + 4284 = 7124$

$$\left(\frac{7}{5} \cdot 9 \cdot 10^6 \cdot 340 = 4284\right)$$

Valor das exportações: $2240 + 3542 = 5782$

$$\left(\frac{7}{5} \cdot 11 \cdot 10^6 \cdot 230 = 3542\right)$$

Diferença: $7124 - 5782 = 1342 \Rightarrow 1342$ milhões de dólares \cong **1,342 bilhão de dólares**

5.1.2 Prova de 2010

Questão 144

O gráfico expõe alguns números da gripe A-H1N1. Entre as categorias que estão em processo de imunização, uma já está completamente imunizada, a dos trabalhadores da saúde.



Época. 26 de abr. 2010 (adaptado).

De acordo com o gráfico, entre as demais categorias, a que está mais exposta ao vírus da gripe A-H1N1 é a categoria de

- A indígenas.
- B gestantes.
- C doentes crônicos.
- D adultos entre 20 e 29 anos.
- E crianças de 6 meses a 2 anos.

Análise da questão 144:

A questão só envolve a leitura de dados do gráfico, pois o aluno só precisa identificar que o eixo horizontal representa o percentual de pessoas imunizadas. Ou seja, quanto menor a imunização, mais exposta estará a categoria. Como a menor imunização é dos adultos entre 20 e 29 anos, esta categoria é a mais exposta.

Baseado nas análises de Duval, podemos dizer que este gráfico é uma forma de expor os dados de uma pesquisa e neste gráfico a leitura é rápida e fácil. Os dados estão bem organizados e em ordem crescente de imunização.

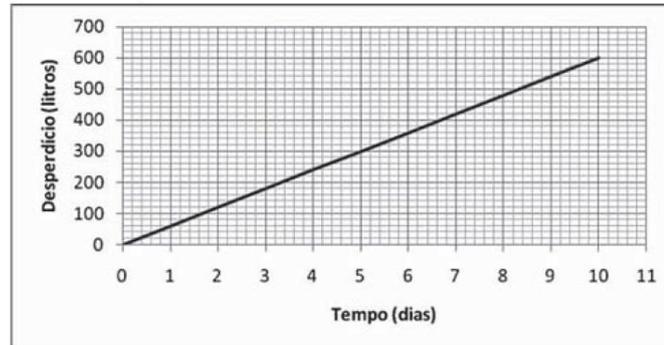
Sobre a classificação de Curcio, este gráfico é de 1º nível, pois o aluno só precisa ler os dados presentes nele.

Resolução da questão 144:

A classe que possui o menor percentual de imunização é de **Adultos entre 20 e 29 anos**, um pouco mais de 40%, então esta é a categoria que está mais exposta. Letra D

Questão 146

Uma torneira gotejando diariamente é responsável por grandes desperdícios de água. Observe o gráfico que indica o desperdício de uma torneira:



Se y representa o desperdício de água, em litros, e x representa o tempo, em dias, a relação entre x e y é

- A $y = 2x$
- B $y = \frac{1}{2}x$
- C $y = 60x$
- D $y = 60x + 1$
- E $y = 80x + 50$

Análise da questão 146:

Nesta questão o aluno precisa analisar a relação existente entre as grandezas do gráfico: desperdício e tempo, para escolher a função de 1º grau que melhor se enquadra nesta situação. Porém, entre as alternativas isso fica fácil, no ponto final do gráfico verifica-se: a cada 10 dias 600 litros de desperdício; logo 60 litros por dia, e o gráfico inicia na origem do sistema.

Baseado nas análises de Duval, podemos dizer que este gráfico representa uma forma de apresentar os dados entre as grandezas envolvidas. Temos informações importantes entre o desperdício e o tempo, e estes dados não terminam no último ponto apresentado, pois é possível extrapolar e obter maiores informações.

Sobre a classificação de Curcio, este gráfico é do 2º tipo pois, o aluno precisa identificar as relações matemáticas através de algum conhecimento prévio. Neste caso, proporção entre grandezas e funções.

Resolução da questão 146:

Nesta questão temos que notar que a variação do desperdício é diretamente proporcional ao tempo, pois esta representado por uma reta, logo esta relação é representada por uma função de 1º grau(afim):

$$y = ax + b$$

Como com o tempo $x = 0$ $y = 0$, então $b = 0$;

Para encontrar o valor de a , basta substituir um ponto na função, vamos substituir $x = 10$ então $y = 600$:

$$600 = a(10) + 0$$

$$a = 60$$

Portanto: $y = 60x$, Letra C

Questão 150

Em uma reserva florestal existem 263 espécies de peixes, 122 espécies de mamíferos, 93 espécies de répteis, 1 132 espécies de borboletas e 656 espécies de aves.

Disponível em: <http://www.wwf.org.br>. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

Se uma espécie animal for capturada ao acaso, qual a probabilidade de ser uma borboleta?

- A 63,31%
- B 60,18%
- C 56,52%
- D 49,96%
- E 43,27%

Análise da questão 150:

Nesta questão, exigimos o conhecimento prévio do aluno sobre a probabilidade ser uma razão entre dados, neste caso, entre o número de borboletas e o total de espécies, além da relação entre números decimais e percentuais. Porém, como o número de borboletas é um pouco menor que a metade do total de espécies e, temos somente uma alternativa que se enquadra nesta situação, o aluno nem precisa resolver a divisão para escolher a resposta correta. Apesar da questão precisar de um cálculo simples, o texto que relaciona borboletas, peixes, mamíferos e répteis é não tem muito sentido, pois trata da probabilidade de espécies totalmente diferentes e de formas diferentes de capturá-las.

Em relação a Duval, esta questão não utilizou nenhuma outra forma de expor os dados, ou seja, nem tabelas tampouco gráficos, deixando uma única forma de exposição no texto da questão. Poderia apresentar os dados de outra forma, utilizando assim ao menos mais um signo, ou seja, uma forma alternativa do aluno interpretar o problema.

Resolução da questão 150:

A probabilidade de ser escolhida uma borboleta é dada pela razão entre o número de borboletas e o total de espécies:

$$P = \frac{1132}{2266} \cong 0,4996$$

$$P = 49,96\%$$

O aluno pode notar que 1132 é um pouco menos da metade de 2266, logo um pouco menos que 50%.

Letra D

Questão 155

O IGP-M é um índice da Fundação Getúlio Vargas, obtido por meio da variação dos preços de alguns setores da economia, do dia vinte e um do mês anterior ao dia vinte do mês de referência. Ele é calculado a partir do Índice de Preços por Atacado (IPA-M), que tem peso de 60% do índice, do Índice de Preços ao Consumidor (IPC-M), que tem peso de 30%, e do Índice Nacional de Custo de Construção (INCC), representando 10%. Atualmente, o IGP-M é o índice para a correção de contratos de aluguel e o indexador de algumas tarifas, como energia elétrica.

INCC		IPC-M		IPA-M	
Mês/ano	Índice do mês (em %)	Mês/Ano	Índice do mês (em %)	Mês/Ano	Índice do mês (em %)
Mar/2010	0,45	Mar/2010	0,83	Mar/2010	1,07
Fev/2010	0,35	Fev/2010	0,88	Fev/2010	1,42
Jan/2010	0,52	Jan/2010	1,00	Jan/2010	0,51

A partir das informações, é possível determinar o maior IGP-M mensal desse primeiro trimestre, cujo valor é igual a

- A 7,03%.
- B 3,00%.
- C 2,65%.
- D 1,15%.
- E 0,66%.

Análise da questão 155:

Nesta questão temos muitos dados e informações apresentadas, a primeira no enunciado inicial, a forma de cálculo do IGP-M, que utiliza partes do IPA, IPC e INCC, sendo assim o aluno precisa anotar estes dados. Após, temos três quadros, que expõem de forma simples e direta cada índice dos três meses em questão.

Baseado nas análises de Duval, podemos dizer que nesta questão os dados são expostos de mais de uma forma, na leitura e interpretação do texto e nas tabelas, exigindo do aluno uma atenção maior na hora dos cálculos.

Sobre a classificação de Wainer, estas tabelas (quadros) podem ser classificadas no Nível Básico, pois o aluno precisa apenas extrair estes dados para depois calcular o IGP-M mês a mês.

Resolução da questão 155:

Cálculo do IGP-M:

IPA(60%)+IPC(30%)+INCC(10%)

JAN/2010:

$$0,51 \cdot 0,6 + 1,00 \cdot 0,3 + 0,52 \cdot 0,1$$

0,658%

FEV/2010:

$$1,42 \cdot 0,6 + 0,88 \cdot 0,3 + 0,35 \cdot 0,1$$

1,151%

MAR/2010:

$$1,07 \cdot 0,6 + 0,83 \cdot 0,3 + 0,45 \cdot 0,1$$

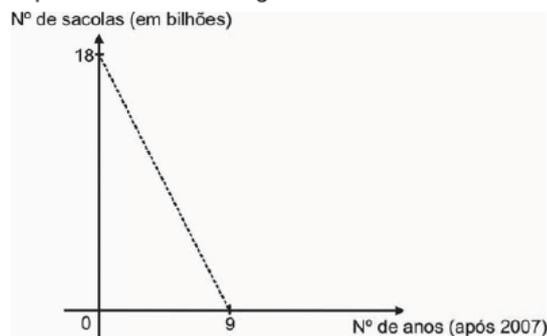
0,936%

O maior IGP-M mensal é **1,151%**

Letra D

Questão 156

As sacolas plásticas sujam florestas, rios e oceanos e quase sempre acabam matando por asfixia peixes, baleias e outros animais aquáticos. No Brasil, em 2007, foram consumidas 18 bilhões de sacolas plásticas. Os supermercados brasileiros se preparam para acabar com as sacolas plásticas até 2016. Observe o gráfico a seguir, em que se considera a origem como o ano de 2007.



LUCENA, M. Guerra às sacolinhas. Galileu. n.º 225, 2010.

De acordo com as informações, quantos bilhões de sacolas plásticas serão consumidos em 2011?

- A 4,0
- B 6,5
- C 7,0
- D 8,0
- E 10,0

Análise da questão 156:

Nesta questão o aluno precisa relacionar a queda do número de sacolas a cada ano, segundo o gráfico, como na questão 146 (resolvida anteriormente), a relação entre as grandezas. Após ter esta queda, precisa lembrar que o gráfico começou em 2007 e queremos em 2011, logo 4 anos após o início do gráfico.

Baseado nas análises de Duval, podemos dizer que neste gráfico temos uma forma de expor a queda da utilização de sacolas plásticas ano a ano, e ele demonstra a ideia desta relação de queda, sendo uma forma interessante de expor estas informações.

Sobre a classificação de Curcio, este gráfico é do 2º nível, pois o aluno após retirar os dados do gráfico precisa relacioná-los, ou seja, identificar relações matemáticas existentes nestes dados.

Resolução da questão 156:

O nº de sacolas deve diminuir a cada ano a partir de 2007, na proporção:

$$\frac{18}{9} = 2 \text{ bilhões por ano}$$

Em 2011, terão passados 4 anos desde 2007, logo:

$$2 \text{ bilhões} \times 4 = 8 \text{ bilhões de sacolas a menos}$$

Portanto em 2011 teremos: 18 bilhões - 8 bilhões = **10 bilhões** Letra E

Questão 157

Os estilos musicais preferidos pelos jovens brasileiros são o samba, o *rock* e a MPB. O quadro a seguir registra o resultado de uma pesquisa relativa à preferência musical de um grupo de 1 000 alunos de uma escola. Alguns alunos disseram não ter preferência por nenhum desses três estilos.

preferência musical	<i>rock</i>	samba	MPB	<i>rock</i> e samba
número de alunos	200	180	200	70

preferência musical	<i>rock</i> e MPB	samba e MPB	<i>rock</i> , samba e MPB
número de alunos	60	50	20

Se for selecionado ao acaso um estudante no grupo pesquisado, qual é a probabilidade de ele preferir somente MPB?

- A 2%
- B 5%
- C 6%
- D 11%
- E 20%

Análise da questão 157:

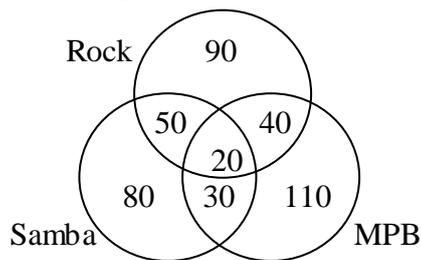
Nesta questão é cobrado do aluno o conhecimento prévio de probabilidade, sendo esta uma razão. Além disso é necessária a percepção de que os dados apresentados na tabela não estão prontos, pois se somarmos todos teremos um valor maior que 1000, logo precisaremos descontar as repetições presentes nos dados, através da utilização de conjuntos e suas operações. Após a organização destes dados a questão se resume a uma divisão e simplificação de valores.

Baseado nas análises de Duval, podemos dizer que a utilização da tabela como forma de expor os dados, organiza-os, porém pode levar ao erro. O aluno precisa analisar cada dado desta tabela e organizá-los.

Sobre a classificação de Wainer, esta tabela deve estar no Nível intermediário, pois o aluno precisa perceber a relação existente entre os dados e assim relacioná-los.

Resolução da questão 157:

Montar os conjuntos descontando as intersecções:



A probabilidade é a razão entre o número de alunos que prefere somente MPB(110) e o total de alunos(1000):

$$P = \frac{110}{1000} = \frac{11}{100} = \mathbf{11\%} \quad \text{Letra D}$$

Questão 158

Em uma corrida de regularidade, a equipe campeã é aquela em que o tempo dos participantes mais se aproxima do tempo fornecido pelos organizadores em cada etapa. Um campeonato foi organizado em 5 etapas, e o tempo médio de prova indicado pelos organizadores foi de 45 minutos por prova. No quadro, estão representados os dados estatísticos das cinco equipes mais bem classificadas.

Dados estatísticos das equipes mais bem classificadas (em minutos)

Equipes	Média	Moda	Desvio-padrão
Equipe I	45	40	5
Equipe II	45	41	4
Equipe III	45	44	1
Equipe IV	45	44	3
Equipe V	45	47	2

Utilizando os dados estatísticos do quadro, a campeã foi a equipe

- A I. B II. C III. D IV. E V.

Análise da questão 158:

Nesta questão o aluno precisa conhecer os conceitos de média, moda e desvio-padrão, pois assim, identificará de forma rápida e direta a alternativa correta. Os dados expostos e o texto são bem diretos e resumidos facilitando assim sua resolução.

Em relação a Duval, estes dados são bem organizados e a utilização da tabela facilita sua leitura e agiliza a resolução da questão. Se não tivessem organizados, o aluno precisaria empregar um maior tempo na sua resolução.

Sobre a classificação de Wainer, esta tabela é de Nível Básico, pois o aluno precisa somente ler os dados presentes e aplicar os conceitos de Estatística.

Resolução da questão 158:

Se a meta é ficar mais próximo de 45min temos que procurar a equipe com moda mais próxima deste valor e menor desvio-padrão, pois assim, teremos os dados mais próximos de 45min.

A equipe que melhor se enquadra nesta situação é a **III**, moda 44 e desvio-padrão 1.

Letra C

Questão 163

Para verificar e analisar o grau de eficiência de um teste que poderia ajudar no retrocesso de uma doença numa comunidade, uma equipe de biólogos aplicou-o em um grupo de 500 ratos, para detectar a presença dessa doença. Porém, o teste não é totalmente eficaz, podendo existir ratos saudáveis com resultado positivo e ratos doentes com resultado negativo. Sabe-se, ainda, que 100 ratos possuem a doença, 20 ratos são saudáveis com resultado positivo e 40 ratos são doentes com resultado negativo.

Um rato foi escolhido ao acaso, e verificou-se que o seu resultado deu negativo. A probabilidade de esse rato ser saudável é

A $\frac{1}{5}$

B $\frac{4}{5}$

C $\frac{19}{21}$

D $\frac{19}{25}$

E $\frac{21}{25}$

Análise da questão 163:

Nesta questão exigimos do aluno o conhecimento de probabilidade, como sendo uma razão e também uma organização dos dados. Estes dados poderiam ser expostos em uma tabela, o que facilitaria a resolução e interpretação da questão, fornecendo ao aluno uma maneira mais rápida de chegar a resposta correta.

Baseado nas análises de Duval, estes dados estão expostos no meio do texto, o que pode confundir a interpretação e resolução da questão. Poderia ser utilizado uma outra forma de expor estes dados, facilitando assim a abordagem cognitiva do aluno.

Resolução da questão 163:

Dos 500 ratos:

=> 100 possuem a doença, logo 400 não possuem

=> 20 são saudáveis com resultado positivo

=> 40 são doentes com resultado negativo

Dos 100 que possuem a doença: 40 negativo, logo 60 positivo

Dos 400 saudáveis: 20 positivo, logo 380 negativo

A probabilidade é a razão entre o n° de ratos saudáveis com resultado negativo(380) e o total

de resultados negativos(420): $P = \frac{380}{420} = \frac{19}{21}$ Letra C

Questão 165

Um experimento foi conduzido com o objetivo de avaliar o poder germinativo de duas culturas de cebola, conforme a tabela.

Germinação de sementes de duas culturas de cebola

Culturas	Germinação		TOTAL
	Germinaram	Não Germinaram	
A	392	8	400
B	381	19	400
TOTAL	773	27	800

BUSSAB, W. O; MORETIN, L. G. Estatística para as ciências agrárias e biológicas (adaptado).

Desejando-se fazer uma avaliação do poder germinativo de uma das culturas de cebola, uma amostra foi retirada ao acaso. Sabendo-se que a amostra escolhida germinou, a probabilidade de essa amostra pertencer à Cultura A é de

- A $\frac{8}{27}$
- B $\frac{19}{27}$
- C $\frac{381}{773}$
- D $\frac{392}{773}$
- E $\frac{392}{800}$

Análise da questão 165:

Nesta questão o aluno precisa saber que probabilidade é uma razão, ou seja, uma divisão entre dois valores. Os dados necessários para sua resolução estão expostos de forma simples e direta.

Baseado nas análises de Duval, a escolha de expor os dados na forma de tabela facilita muito a resolução da questão, utilizando uma maneira de agilizar a visualização dos dados pelos alunos.

Sobre a classificação de Wainer, esta tabela é de Nível Básico, pois o aluno precisa apenas ler os dados presentes e, assim, resolver a questão.

Resolução da questão 165:

A probabilidade é a razão entre as que germinaram da Cultura A(392) e o total que germinou(773): $P = \frac{392}{773}$ Letra D

Questão 166

Com o intuito de tentar prever a data e o valor do reajuste do próximo salário mínimo, José primeiramente observou o quadro dos reajustes do salário mínimo de abril de 2000 até fevereiro de 2009, mostrada a seguir.

Ele procedeu da seguinte maneira: computou o menor e o maior intervalo entre dois reajustes e computou a média dos valores encontrados, e usou este resultado para prever a data do próximo aumento. Em seguida, determinou o menor e o maior reajuste percentual ocorrido, tomou a média e usou este resultado para determinar o valor aproximado do próximo salário.

Mês	Ano	Valor
Abril	2000	R\$ 151,00
Abril	2001	R\$ 180,00
Abril	2002	R\$ 200,00
Abril	2003	R\$ 240,00
Mai	2004	R\$ 260,00
Mai	2005	R\$ 300,00
Abril	2006	R\$ 350,00
Abril	2007	R\$ 380,00
Março	2008	R\$ 415,00
Fevereiro	2009	R\$ 465,00

Tabela de Salário mínimo nominal vigente. Disponível em: www.ipeadata.gov.br. Acesso em: 03 maio 2009.

De acordo com os cálculos de José, a data do novo reajuste do salário mínimo e o novo valor aproximado do mesmo seriam, respectivamente,

- A fevereiro de 2010 e R\$ 530,89.
- B fevereiro de 2010 e R\$ 500,00.
- C fevereiro de 2010 e R\$ 527,27.
- D janeiro de 2010 e R\$ 530,89.
- E janeiro de 2010 e R\$ 500,00.

Análise da questão 166:

Nesta questão o aluno precisa ler com muita atenção o texto inicial, pois nele temos a forma utilizada para prever os novos aumentos e o seu valor. Os dados são bem expostos na tabela, porém temos muitos dados, o que pode confundir o aluno. Apesar de não utilizar todos os dados, a tabela facilita a leitura entre o maior e o menor valores, os quais são necessários para fazer o cálculo da média.

Baseado nas análises de Duval, a utilização da tabela para expor os dados fornecem aos alunos uma maneira rápida e direta de leitura. Estas representações mais simples são fundamentais para interpretação e resolução do problema pelos alunos.

Sobre a classificação de Wainner, esta tabela pode ser classificada de Nível Intermediário, pois o aluno precisa relacionar os dados presentes.

Resolução da questão 166:

Maior intervalo entre 2 reajustes:

04/2003 e 05/2004(13 meses)

Menor intervalo entre 2 reajustes:

05/2005 e 04/2006(11 meses)

Media entre 11 e 13:

$$Média = \frac{11+13}{2} = 12 \text{ meses (1 ano)}$$

Então já sabemos que a data do próximo reajuste será em Fevereiro de 2010, 1 ano após o último reajuste.

Agora vamos determinar o valor:

Maior ajuste percentual:

04/2002 e 04/2003(40/200=20%)

Menor ajuste percentual:

04/2003 e 05/2004(20/240=8,3%)

Media entre 20% e 8,3%:

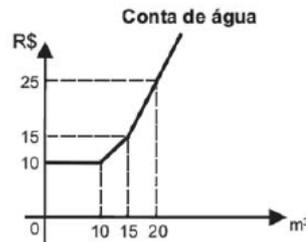
$$Média = \frac{20+8,3}{2} = 14,17\%$$

Aumento de 14,17% em R\$ 465,00

$$465 \times 1,1417 = \mathbf{R\$ 530,89} \quad \text{Letra A}$$

Questão 176

Certo município brasileiro cobra a conta de água de seus habitantes de acordo com o gráfico. O valor a ser pago depende do consumo mensal em m^3 .



Se um morador pagar uma conta de R\$ 19,00, isso significa que ele consumiu

- A 16 m^3 de água.
- B 17 m^3 de água.
- C 18 m^3 de água.
- D 19 m^3 de água.
- E 20 m^3 de água.

Análise da questão 176:

Esta questão possui muitos dados expostos no gráfico, além de envolver três tipos de retas. É necessário interpretar o valor que o morador pagou, sendo que, ele está presente na reta com maior variação, ou seja, entre 15 e 20 m^3 . Após esta interpretação o aluno precisa verificar a proporção entre o valor pago e o consumo para chegar assim ao consumo referente ao valor pago.

Baseado nas análises de Duval, a utilização do gráfico pode ajudar a visualização do problema, porém este gráfico trás muitas informações presentes que não podem ser confundidas pelos alunos. Ainda segundo Duval, existe uma pluralidade de registros e essas diferentes formas são essenciais para compreensão matemática.

Segundo a classificação de Curcio, este gráfico está no 2º nível, pois o aluno necessita interpretar e organizar os dados, além de relacioná-los matematicamente.

Resolução da questão 176:

O valor de R\$ 19,00 está representado pela reta entre os R\$ 15,00 e os R\$ 25,00 no eixo vertical, logo temos que tirar uma relação entre o valor a ser pago e o m^3 de água consumido:

Como é uma reta pode ser representado pela função de 1º grau (afim): $y = ax + b$

A razão entre a variação de R\$ 15,00 e R\$ 25,00 (R\$ 10,00) e o consumo de 15 m^3 e 20 m^3 (5 m^3) fornece o valor de a:

$$a = \frac{10}{5} = 2 \text{ logo: } y = 2x + b$$

Nota-se assim que a cada m^3 consumido acarretará num aumento de R\$ 2,00 a partir de R\$ 15,00 ou seja, e a conta será R\$ 19,00 então tivemos um aumento de R\$ 4,00, logo aumento de 2 m^3 e portanto: $15 + 2 = 17 \text{ m}^3$ Letra B

5.1.3 Prova de 2011

QUESTÃO 142

Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos.

As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a

- A 17 °C, 17 °C e 13,5 °C.
- B 17 °C, 18 °C e 13,5 °C.
- C 17 °C, 13,5 °C e 18 °C.
- D 17 °C, 18 °C e 21,5 °C.
- E 17 °C, 13,5 °C e 21,5 °C.

Análise da questão 142:

Esta questão relaciona dados estatísticos e cobra do aluno o conhecimento de média, moda e mediana. Os dados expostos na forma de tabela auxiliam na visualização, porém o aluno deve cuidar para o cálculo da mediana, pois os dados não estão organizados (em ordem crescente). Em relação a média, este seria o cálculo que mais tomaria tempo do aluno, pois teria que somar as quinze temperaturas e dividir o resultado por 15, porém apenas com os resultados de moda e mediana a questão já estaria resolvida.

Baseado nas análises de Duval, podemos afirmar que os dados estão bem organizados e expostos de forma correta na forma de tabela, facilitando assim a leitura e interpretação pelos alunos.

Em relação a Duval, os dados são de simples visualização, porém não era necessário expor as cinco regiões do Brasil, já que a pergunta refere-se somente a região Nordeste. A utilização da tabela é favorável a interpretação e resolução da questão.

Segundo a classificação de Wainer, esta tabela é de nível básico, pois é necessário apenas ler os dados para depois calcular a média.

Resolução da questão 154:

Média dos 5 anos na região Nordeste:

$$Média = \frac{18+19+21+15+19}{5} = \text{Média} = 18,4\% \quad \text{Letra C}$$

QUESTÃO 158

A tabela compara o consumo mensal, em kWh, dos consumidores residenciais e dos de baixa renda, antes e depois da redução da tarifa de energia no estado de Pernambuco.

Como fica a tarifa			
Residencial			
Consumo Mensal (kWh)	Antes	Depois	Economia
140	R\$ 71,04	R\$ 64,75	R\$ 6,29
185	R\$ 93,87	R\$ 85,56	R\$ 8,32
350	R\$ 177,60	R\$ 161,86	R\$ 15,74
500	R\$ 253,72	R\$ 231,24	R\$ 22,48
Baixa renda			
Consumo Mensal (kWh)	Antes	Depois	Economia
30	R\$ 3,80	R\$ 3,35	R\$ 0,45
65	R\$ 11,53	R\$ 10,04	R\$ 1,49
80	R\$ 14,84	R\$ 12,90	R\$ 1,94
100	R\$ 19,31	R\$ 16,73	R\$ 2,59
140	R\$ 32,72	R\$ 28,20	R\$ 4,53

Fonte: Celpe

Diário de Pernambuco. 28 abr. 2010 (adaptado).

Considere dois consumidores: um que é de baixa renda e gastou 100 kWh e outro do tipo residencial que gastou 185 kWh. A diferença entre o gasto desses consumidores com 1 kWh, depois da redução da tarifa de energia, mais aproximada, é de

- A R\$ 0,27.
- B R\$ 0,29.
- C R\$ 0,32.
- D R\$ 0,34.
- E R\$ 0,61.

Análise da questão 158:

Nesta questão são expostos muitos dados, o aluno deve prestar atenção para não confundir-los. A utilização da tabela facilita na visualização e escolha dos valores necessários para resolver a questão. Na resolução o aluno necessita fazer a média de consumo para cada kWh.

dados no gráfico é simples e direta, porém é necessário prestar atenção: Rafael deve escolher uma região diferente da que já mora, logo o total de possibilidades é 4.

Baseado nas análises de Duval, a utilização dos dados expostos na forma do gráfico facilitam a leitura, por se tratar de dados organizados. As temperaturas respeitam o eixo vertical, segundo o qual mais alto terá maior temperatura.

Segundo a classificação de Curcio, este gráfico é de 1º nível, pois o aluno precisa apenas ler os dados e compreender a escala e as unidades de medida.

Resolução da questão 163:

A probabilidade é a razão entre as cidades adequadas (3 cidades) e o total de cidades diferentes da que ele já está morando (4 cidades):

$$P = \frac{3}{4} \text{ Letra E}$$

Baseado nas análises de Duval, os dados são bem organizados e de fácil leitura, ampliando assim a probabilidade do aluno ler e resolver de forma correta a questão.

Resolução da questão 169:

$$\text{IMC Duilio: } IMC(Duilio) = \frac{96,4}{(1,88)^2} \cong 27,3 \text{ Se enquadra em sobrepeso}$$

$$\text{IMC Sandra: } IMC(Sandra) = \frac{84}{(1,70)^2} \cong 29,1 \text{ Se enquadra em sobrepeso}$$

Letra B

QUESTÃO 170

Todo o país passa pela primeira fase de campanha de vacinação contra a gripe suína (H1N1). Segundo um médico infectologista do Instituto Emílio Ribas, de São Paulo, a imunização “deve mudar”, no país, a história da epidemia. Com a vacina, de acordo com ele, o Brasil tem a chance de barrar uma tendência do crescimento da doença, que já matou 17 mil no mundo. A tabela apresenta dados específicos de um único posto de vacinação.

Campanha de vacinação contra a gripe suína

Datas da vacinação	Público-alvo	Quantidade de pessoas vacinadas
8 a 19 de março	Trabalhadores da saúde e indígenas	42
22 de março a 2 de abril	Portadores de doenças crônicas	22
5 a 23 de abril	Adultos saudáveis entre 20 e 29 anos	56
24 de abril a 7 de maio	População com mais de 60 anos	30
10 a 21 de maio	Adultos saudáveis entre 30 e 39 anos	50

Disponível em: <http://img.terra.com.br>. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Escolhendo-se aleatoriamente uma pessoa atendida nesse posto de vacinação, a probabilidade de ela ser portadora de doença crônica é

- A 8%.
- B 9%.
- C 11%.
- D 12%.
- E 22%.

Análise da questão 170:

Nesta questão o aluno precisa saber o conceito de probabilidade, como sendo uma razão, ou seja, uma divisão entre dois valores. Valores estes presentes de forma direta na tabela, portanto a questão se resume a uma divisão.

Baseado nas análises de Duval, os dados são bem simples e de fácil leitura pelo aluno, a utilização desta tabela contribui para a resolução de forma mais rápida pelo aluno.

Resolução da questão 171:

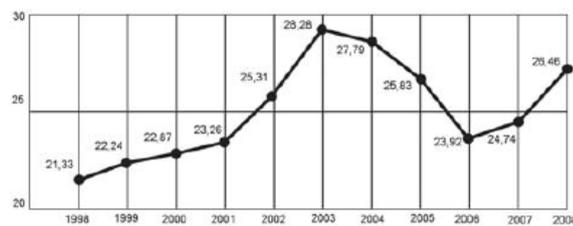
A probabilidade é dada pela razão entre os domicílios que possuem banda larga de conexão de 1 Mbps ou mais (22) e o total de domicílios consultados (100):

$$P = \frac{22}{100} = 0,22 \quad \text{Letra D}$$

QUESTÃO 173

O termo agronegócio não se refere apenas à agricultura e à pecuária, pois as atividades ligadas a essa produção incluem fornecedores de equipamentos, serviços para a zona rural, industrialização e comercialização dos produtos.

O gráfico seguinte mostra a participação percentual do agronegócio no PIB brasileiro:



Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). *Almanaque abril 2010*. São Paulo: Abril, ano 36 (adaptado).

Esse gráfico foi usado em uma palestra na qual o orador ressaltou uma queda da participação do agronegócio no PIB brasileiro e a posterior recuperação dessa participação, em termos percentuais.

Segundo o gráfico, o período de queda ocorreu entre os anos de

- A 1998 e 2001.
- B 2001 e 2003.
- C 2003 e 2006.
- D 2003 e 2007.
- E 2003 e 2008.

Análise da questão 173:

Nesta questão a utilização do gráfico facilita muito a sua resolução, pois o aluno precisa apenas reconhecer em qual período ocorre a queda de participação no PIB. Sendo que, se os dados estivessem em uma tabela teríamos que verificá-los ano a ano.

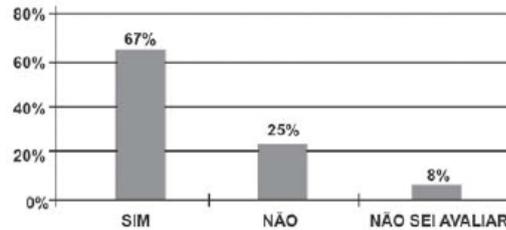
Baseado nas análises de Duval, a utilização do gráfico nesta questão é excelente e fornece uma forma mais direta de resolução, criando assim mecanismos cognitivos que contribuem para o sucesso matemático da resolução da questão.

Segundo a classificação de Curcio, este gráfico é de 1º nível, pois o aluno precisa apenas ler os dados e compreender as unidades presentes.

Resolução da questão 173: A queda no gráfico ocorre entre os anos de **2003 e 2006**. Letra C

QÜESTÃO 175

Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



Época. Ed. 619, 29 mar. 2010 (adaptado).

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam "NÃO" à enquete?

- A Menos de 23.
- B Mais de 23 e menos de 25.
- C Mais de 50 e menos de 75.
- D Mais de 100 e menos de 190.
- E Mais de 200.

Análise da questão 175:

Nesta questão o aluno precisa retirar os dados do gráfico e do texto inicial para definir o valor de internautas que responderam NÃO. Os dados são simples e de fácil resolução, a questão se resume a uma regra de três.

Baseado nas análises de Duval, os dados expostos no gráfico são simples e de fácil visualização, porém poderiam ser expressos na forma de tabela sem perda de informações.

Segundo a classificação de Curcio, este gráfico é de 1º nível, pois é necessário apenas ler os dados e não relacioná-los.

Resolução da questão 175: Regra de três 279 ----- 100%

$$x \text{ ----- } 25\% \quad \mathbf{x = 69,75}$$

Ou verificar que 25% representa um quarto do total de internautas. Letra C

5.1.4 Prova de 2012

QUESTÃO 139

Em um *blog* de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados "Contos de Halloween". Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas reações em: "Divertido", "Assustador" ou "Chato". Ao final de uma semana, o *blog* registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem.

O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete.



O administrador do *blog* irá sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem "Contos de Halloween".

Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto "Contos de Halloween" é "Chato" é mais aproximada por

- A 0,09.
- B 0,12.
- C 0,14.
- D 0,15.
- E 0,18.

Análise da questão 139:

Nesta questão o aluno precisa aplicar o cálculo de probabilidade, ou seja, uma razão entre dois valores. Estes valores são retirados do gráfico de barras horizontal. Os alunos devem tomar cuidado, pois o total de pessoas não é igual a 100%, queremos somente as pessoas que opinaram. A utilização deste gráfico facilita a leitura e interpretação dos dados.

Baseado nas análises de Duval, a apresentação de dados na forma de gráfico e tabelas auxiliam ao leitor a sua interpretação, porém não garantem um sucesso matemático na sua resolução. Este gráfico está bem apresentado, é de fácil leitura e respeita as unidades e escalas apresentadas.

Segundo a classificação de Curcio, este gráfico pode ser classificado como 1º nível, pois o aluno precisa ler os dados e assim calcular a probabilidade, não necessitando relacioná-los.

Resolução da questão 139:

A probabilidade é dada pela razão entre os que opinaram como sendo chato (12%) e o total de pessoas que opinou (79%):

$$P = \frac{12}{79} \cong 0,15 \quad \text{Letra D}$$

QUESTÃO 146

Em um jogo há duas urnas com 10 bolas de mesmo tamanho em cada urna. A tabela a seguir indica as quantidades de bolas de cada cor em cada urna.

Cor	Urna 1	Urna 2
Amarela	4	0
Azul	3	1
Branca	2	2
Verde	1	3
Vermelha	0	4

Uma jogada consiste em:

- 1º) o jogador apresenta um palpite sobre a cor da bola que será retirada por ele da urna 2;
- 2º) ele retira, aleatoriamente, uma bola da urna 1 e a coloca na urna 2, misturando-a com as que lá estão;
- 3º) em seguida ele retira, também aleatoriamente, uma bola da urna 2;
- 4º) se a cor da última bola retirada for a mesma do palpite inicial, ele ganha o jogo.

Qual cor deve ser escolhida pelo jogador para que ele tenha a maior probabilidade de ganhar?

- A Azul.
- B Amarela.
- C Branca.
- D Verde.
- E Vermelha.

Análise da questão 146:

Nesta questão o aluno precisa lembrar que uma probabilidade é a razão entre o valor que queremos que aconteça e o valor total, ou seja, precisa analisar qual a maior probabilidade de acerto de cores na urna 2. Os dados e o texto inicial são bem diretos e de fácil interpretação.

Baseado nas análises de Duval, a utilização da tabela organiza, portanto facilita a leitura e interpretação dos dados.

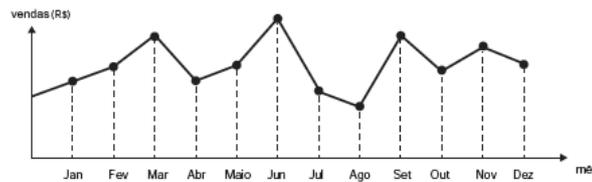
Segundo a classificação de Wainer, esta tabela é de nível básico, pois o aluno precisa apenas ler os dados e interpretar a maior probabilidade de acerto.

Resolução da questão 146:

Se retirar uma bola verde da urna 1 e colocá-la na urna 2, então a probabilidade de retirar uma verde da urna 2 será $\frac{4}{11}$; a urna 2 terá no máximo 4 bolas vermelhas, mas como não receberá nenhuma vermelha da urna 1, assim a probabilidade de retirar **vermelha** da urna 2 será de $\frac{4}{10}$, portanto está será a maior probabilidade de ganho. Letra E

QUESTÃO 148

O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em Reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011.



De acordo com o gráfico, os meses em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor venda absolutas em 2011 foram

- A março e abril.
- B março e agosto.
- C agosto e setembro.
- D junho e setembro.
- E junho e agosto.

Análise da questão 148:

Nesta questão o aluno precisa visualizar o maior e o menor ponto no gráfico, portanto a utilização do gráfico facilita muito a resolução da questão. O gráfico está bem apresentado e respeita as unidades e escalas, contribuindo assim para um sucesso na sua interpretação.

Baseado nas análises de Duval, a utilização deste gráfico organiza bem os dados e agiliza sua interpretação, pois se fossem apresentados em uma tabela o aluno teria que prestar mais atenção em todos os dados. Desta forma o aluno precisa apenas ir direto no ponto mais alto e mais baixo e, resolver a questão.

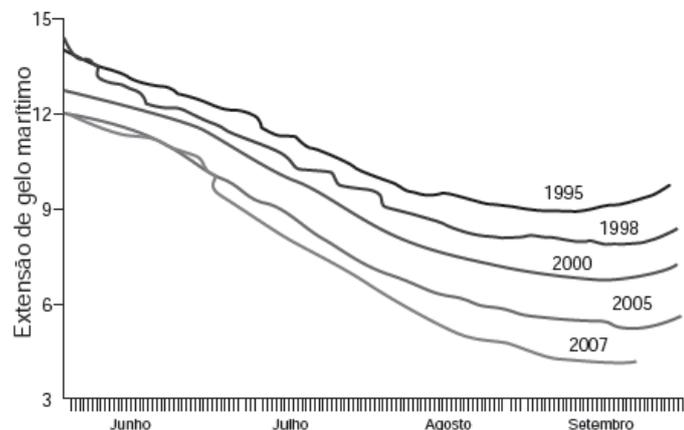
Segundo a classificação de Curcio, este gráfico é de 1º nível, pois o aluno precisa apenas ler os dados, compreendendo a sua escala e unidades presentes.

Resolução da questão 148:

A maior venda é dada pelo valor mais alto do gráfico (**JUNHO**) e a menor venda é no mês mais baixo do gráfico (**AGOSTO**). Letra E

QUESTÃO 151

O gráfico mostra a variação da extensão média de gelo marítimo, em milhões de quilômetros quadrados, comparando dados dos anos 1995, 1998, 2000, 2005 e 2007. Os dados correspondem aos meses de junho a setembro. O Ártico começa a recobrir o gelo quando termina o verão, em meados de setembro. O gelo do mar atua como o sistema de resfriamento da Terra, refletindo quase toda a luz solar de volta ao espaço. Águas de oceanos escuros, por sua vez, absorvem a luz solar e reforçam o aquecimento do Ártico, ocasionando derretimento crescente do gelo.



Disponível em: <http://sustentabilidade.allianz.com.br>. Acesso em: fev. 2012 (adaptado).

Com base no gráfico e nas informações do texto, é possível inferir que houve maior aquecimento global em

- A 1995.
- B 1998.
- C 2000.
- D 2005.
- E 2007.

Análise da questão 151:

Nesta questão o aluno precisa verificar onde houve a maior queda de extensão no gelo entre os meses de Junho e Setembro, e com a apresentação dos dados na forma gráfica esta leitura fica mais rápida.

Baseado nas análises de Duval, temos muitos dados apresentados neste gráfico, relacionados em três informações: Extensão do gelo, Mês do ano e Ano em questão. Mas, os dados são de fácil leitura e o gráfico está bem apresentado, respeitando escalas e unidades envolvidas.

Segundo a classificação de Curcio, este gráfico é de 2º nível, pois o aluno precisa relacionar os dados presentes, além de organizá-los.

Resolução da questão 151:

O maior aquecimento global ocorreu no ano de **2007**, pois neste ano teve-se a menor extensão de gelo (e a maior diferença entre o início e o fim deste período Junho-Setembro) nestes meses do ano. Letra E

QUESTÃO 155 =====

Uma pesquisa realizada por estudantes da Faculdade de Estatística mostra, em horas por dia, como os jovens entre 12 e 18 anos gastam seu tempo, tanto durante a semana (de segunda-feira a sexta-feira), como no fim de semana (sábado e domingo). A seguinte tabela ilustra os resultados da pesquisa.

Rotina Juvenil	Durante a semana	No fim de semana
Assistir à televisão	3	3
Atividades domésticas	1	1
Atividades escolares	5	1
Atividades de lazer	2	4
Descanso, higiene e alimentação	10	12
Outras atividades	3	3

De acordo com esta pesquisa, quantas horas de seu tempo gasta um jovem entre 12 e 18 anos, na semana inteira (de segunda-feira a domingo), nas atividades escolares?

- A 20
- B 21
- C 24
- D 25
- E 27

Análise da questão 155:

Nesta questão o aluno precisa relacionar os dados da tabela para a seguir, calcular o gasto em horas por semana, assim, o gasto na semana deve ser multiplicado por 5 (de segunda a Sexta) e, no fim de semana, por 2 (sábado e domingo).

Baseado nas análises de Duval, a exposição dos dados na forma de tabela organiza bem os dados e facilita a resolução de forma mais direta da questão.

Segundo a classificação de Wainer, esta tabela é de nível básico, pois o aluno precisa apenas extrair os dados presentes para resolver a questão.

Resolução da questão 155:

Gasto de tempo com atividades escolares:

=> Durante a semana: $5 \times 5h = 25h$

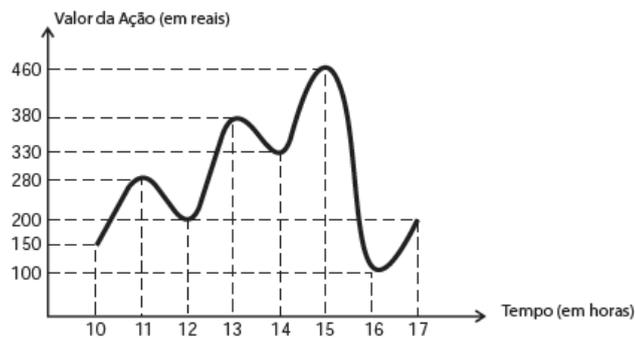
=> Fim de semana: $2 \times 1h = 2h$

Total de **27h**

Letra E

QUESTÃO 162

O gráfico fornece os valores das ações da empresa *XPN*, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Investidor	Hora da Compra	Hora da Venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4
- E 5

Análise da questão 162:

Esta questão utiliza um gráfico e uma tabela e o aluno deve relacionar estes dados, pois precisa tomar a decisão de qual investidor fez o melhor negócio. Os dados são simples e de fácil interpretação.

Baseado nas análises de Duval, os dados apresentados tanto na tabela como no gráfico facilitam a leitura e a interpretação pelos alunos, contribuindo assim para um sucesso matemático. O gráfico respeita as unidades e escalas presentes e a tabela possui os dados bem organizados e diretos.

Segundo a classificação de Wainer esta tabela é de nível básico, pois o aluno precisa extrair os dados presentes nela, e segundo Curcio este gráfico é de 2º nível, pois o aluno precisa relacionar os dados da compra e da venda para assim decidir o melhor.

Resolução da questão 162:

O melhor negócio será dado pelo investidor que conseguiu maior diferença entre o valor da compra e o valor da venda. Diferença: Venda - Compra

$$\text{Investidor 1: } 460 - 150 = \mathbf{310}$$

$$\text{Investidor 2: } 200 - 150 = 50$$

$$\text{Investidor 3: } 460 - 380 = 80$$

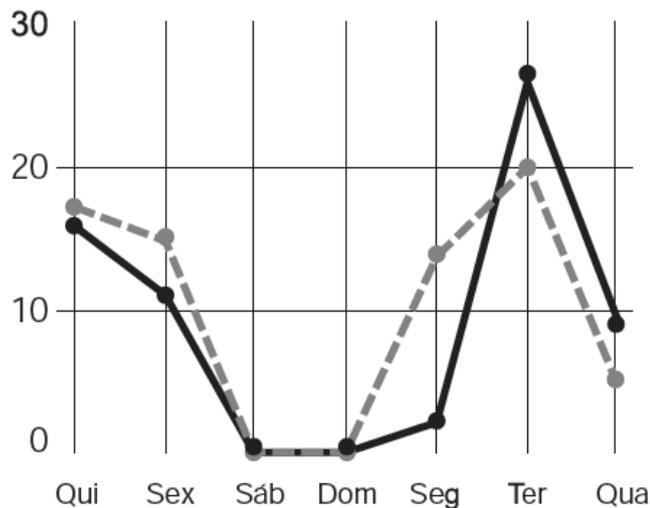
$$\text{Investidor 4: } 100 - 460 = -360$$

$$\text{Investidor 5: } 200 - 100 = 100$$

Letra A

QUESTÃO 163

A figura a seguir apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha contínua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demorarem mais de um dia para serem resolvidas.



O gerente de atendimento deseja identificar os dias da semana em que o nível de eficiência pode ser considerado muito bom, ou seja, os dias em que o número de reclamações resolvidas excede o número de reclamações recebidas.

Disponível em: <http://blog.bibliotecaunix.org>. Acesso em: 21 jan. 2012 (adaptado).

O gerente de atendimento pôde concluir, baseado no conceito de eficiência utilizado na empresa e nas informações do gráfico, que o nível de eficiência foi muito bom na

- A segunda e na terça-feira.
- B terça e na quarta-feira.
- C terça e na quinta-feira.
- D quinta-feira, no sábado e no domingo.
- E segunda, na quinta e na sexta-feira.

Análise da questão 163:

Nesta questão o aluno precisa relacionar os dados entre reclamações e resoluções em um mesmo dia, para assim decidir a melhor eficiência. Os dados são bem apresentados e de fácil leitura.

Baseado nas análises de Duval, a utilização deste gráfico facilita a leitura dos dados e a resolução da questão, pois o gráfico possui uma escala bem definida e é bem apresentado.

Segundo a classificação de Curcio, este gráfico é de 2º nível, pois o aluno precisa combinar os dados presentes nele, decidindo assim a melhor eficiência.

Resolução da questão 163:

Nesta questão basta visualizar os dias da semana em que a linha contínua supera a linha tracejada, pois ocorreram mais soluções do que reclamações:

Isso acontece na **terça e quarta-feira.** Letra B

QUESTÃO 174 =====

A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 até 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual.

As empresas que este investidor escolhe comprar são

- A Balas W e Pizzaria Y.
- B Chocolates X e Tecelagem Z.
- C Pizzaria Y e Alfinetes V.
- D Pizzaria Y e Chocolates X.
- E Tecelagem Z e Alfinetes V.

Análise da questão 174:

Nesta questão o aluno precisa calcular uma média de três dados para todas as empresas, ou seja, somar as receitas dos três anos e dividir por três para definir qual a melhor empresa. Os dados são bem simples e os valores inteiros ajudam na resolução da questão.

Baseado nas análises de Duval, a utilização desta tabela auxilia ao aluno interpretar e, utilizar de forma correta os dados necessários para resolução da questão.

Segundo a classificação de Wainer, esta tabela é de nível intermediário, pois o aluno precisa relacionar os dados presentes para decidir a melhor empresa.

Resolução da questão 174:

A média de receita bruta das empresas é dada pela soma da receita dividida por 3, como ambas são em 3 meses basta ver qual tem a maior soma de receita neste período:

=> Alfinete: 660

=> Balas: 630

=> **Chocolates: 675**

=> Pizzaria: 690

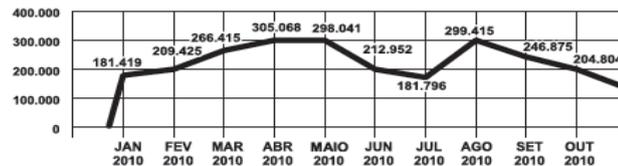
=> tecelagem: 615

Letra D

QUESTÃO 179

O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.

BRASIL - Comportamento do Emprego Formal no período de janeiro a outubro de 2010 - CAGED



Disponível em: www.mte.gov.br. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado).

Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é

- A 212 952.
- B 229 913.
- C 240 621.
- D 255 496.
- E 298 041.

Análise da questão 179:

Nesta questão o aluno precisa retirar os dados do gráfico para calcular a mediana entre eles. Como a mediana é o termo central e neste caso temos dois termos centrais (5° e 6° termos) o aluno precisa fazer a média entre eles. A questão é simples, porém os dados não estão organizados, o que pode confundir o aluno.

Baseado nas análises de Duval, a exposição dos dados na forma gráfica auxilia a leitura, porém neste caso seria mais simples se os dados fossem expostos na forma de tabela e em ordem crescente, pois queremos a mediana entre os valores.

Segundo a classificação de Curcio, este gráfico é de 2° nível, pois o aluno precisa combinar os dados para resolver a questão.

Resolução da questão 179:

Mediana é o termo central ou média entre os dois centrais, quando os termos estão em ordem crescente:

Como temos 10 termos, então a mediana será dada pela média entre o 5° e o 6° termos:

1°) 181.419 2°) 181.796 3°) 204.804

4°) 209.425 5°) 212.952 6°) 246.875

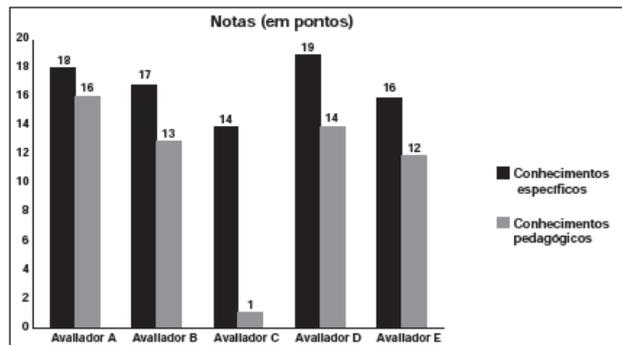
$$\text{Mediana: } \frac{212.952 + 246.875}{2}$$

Mediana: **229.913** Letra B

5.1.5 Prova de 2013

QUESTÃO 137

As notas de um professor que participou de um processo seletivo, em que a banca avaliadora era composta por cinco membros, são apresentadas no gráfico. Sabe-se que cada membro da banca atribuiu duas notas ao professor, uma relativa aos conhecimentos específicos da área de atuação e outra, aos conhecimentos pedagógicos, e que a média final do professor foi dada pela média aritmética de todas as notas atribuídas pela banca avaliadora.



Utilizando um novo critério, essa banca avaliadora resolveu descartar a maior e a menor notas atribuídas ao professor.

A nova média, em relação à média anterior, é

- A 0,25 ponto maior.
- B 1,00 ponto maior.
- C 1,00 ponto menor.
- D 1,25 ponto maior.
- E 2,00 pontos menor.

Análise da questão 137:

Nesta questão o aluno precisa saber calcular uma média aritmética simples, ou seja, precisa somar os dados e dividir pelo número de dados. A exposição dos dados na forma de gráfico de barras contribui para acelerar a resolução, pois o aluno precisa descartar a menor e a maior nota, que são a menor coluna e a maior coluna, respectivamente.

Em relação a Duval, esta questão utiliza de forma direta e bastante simples a exposição dos dados na forma de gráfico. Este gráfico está bem apresentado na forma de barras verticais, mantendo a proporção e a escala, contribuindo para a interpretação e resolução da questão.

Segundo a classificação de Curcio, este gráfico é de 2º nível, pois o aluno precisa identificar os dados e relacioná-los para resolver a questão.

Resolução da questão 137:

=> Média anterior:

Soma dos conhecimentos específicos: $18+17+14+19+16 = 84$

Soma dos conhecimentos pedagógicos: $16+13+1+14+12 = 56$

$$\text{Média: } \frac{84+56}{10} = 14$$

=> Média nova:

Soma dos conhecimentos específicos (descartar 19): $14 + 18 + 17 + 16 = 65$

Soma dos conhecimentos pedagógicos (descartar 1): $16 + 13 + 14 + 12 = 55$

Média: $[65 + 55] / 8 = 120 / 8 = 15$ Logo: $15 - 14 = 1$ ponto maior

Letra B

QUESTÃO 142

O índice de eficiência utilizado por um produtor de leite para qualificar suas vacas é dado pelo produto do tempo de lactação (em dias) pela produção média diária de leite (em kg), dividido pelo intervalo entre partos (em meses). Para esse produtor, a vaca é qualificada como eficiente quando esse índice é, no mínimo, 281 quilogramas por mês, mantendo sempre as mesmas condições de manejo (alimentação, vacinação e outros). Na comparação de duas ou mais vacas, a mais eficiente é a que tem maior índice.

A tabela apresenta os dados coletados de cinco vacas:

Dados relativos à produção das vacas

Vaca	Tempo de lactação (em dias)	Produção média diária de leite (em kg)	Intervalo entre partos (em meses)
Malhada	360	12,0	15
Mamona	310	11,0	12
Maravilha	260	14,0	12
Mateira	310	13,0	13
Mimosa	270	12,0	11

Após a análise dos dados, o produtor avaliou que a vaca mais eficiente é a

- A Malhada.
- B Mamona.
- C Maravilha.
- D Mateira.
- E Mimosa.

Análise da questão 142:

Nesta questão o aluno precisa prestar muita atenção no texto inicial, pois nele temos a fórmula para o cálculo necessário à resolução do problema. Os dados são retirados da tabela, estão bem organizados e são diretos. A utilização de números inteiros também facilita os cálculos da questão.

Baseado nas análises de Duval, a exposição dos dados que são primordiais na resolução da questão estão bem organizados e divididos por itens. A escolha da tabela também contribui

para a leitura, pois o aluno precisa retirar os dados de cada linha e assim, resolver o que se pede.

Segundo a classificação de Wainer, a tabela é de nível básico, pois o aluno precisa apenas ler os dados para resolver a questão.

Resolução da questão 142:

Índice de eficiência: $IE = \frac{\text{tempo} \cdot \text{produção}}{\text{intervalo}}$

$$IE_{\text{malhada}} = \frac{360 \cdot 12}{15} = 288$$

$$IE_{\text{mamona}} = \frac{310 \cdot 11}{12} = 284,2$$

$$IE_{\text{maravilha}} = \frac{260 \cdot 14}{12} = 303,3$$

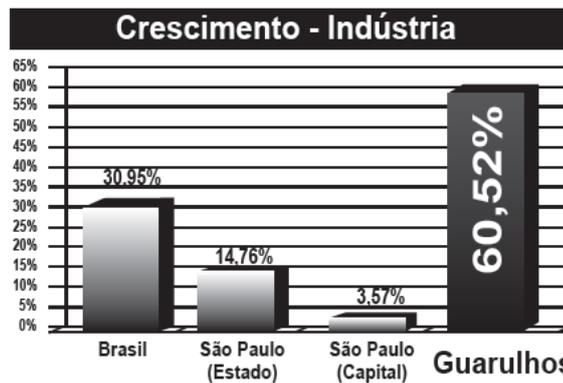
$$IE_{\text{mateira}} = \frac{310 \cdot 13}{13} = \mathbf{310}$$

$$IE_{\text{mimosa}} = \frac{270 \cdot 12}{11} = 294,5$$

Letra D

QUESTÃO 144

A cidade de Guarulhos (SP) tem o 8º PIB municipal do Brasil, além do maior aeroporto da América do Sul. Em proporção, possui a economia que mais cresce em indústrias, conforme mostra o gráfico.



Analisando os dados percentuais do gráfico, qual a diferença entre o maior e o menor centro em crescimento no polo das indústrias?

- A 75,28
- B 64,09
- C 56,95
- D 45,76
- E 30,07

Análise da questão 144:

Esta questão é bastante simples, o aluno precisa apenas ler os dados do gráfico e fazer a diferença entre o maior e o menor valor. A utilização do gráfico facilita a leitura e contribui para a identificação mais rápida dos valores necessário para solução da questão.

Em relação a Duval, a exposição dos dados neste gráfico de barras verticais contribui para um sucesso na interpretação dos dados de forma correta pelos alunos, pois suas representações são proporcionais e respeitam a escala apresentada.

Segundo a classificação de Curcio, este gráfico é de 1º nível, pois o aluno precisa apenas ler os dados presentes para assim resolver a questão.

Resolução da questão 144:

Maior crescimento: 60,52%

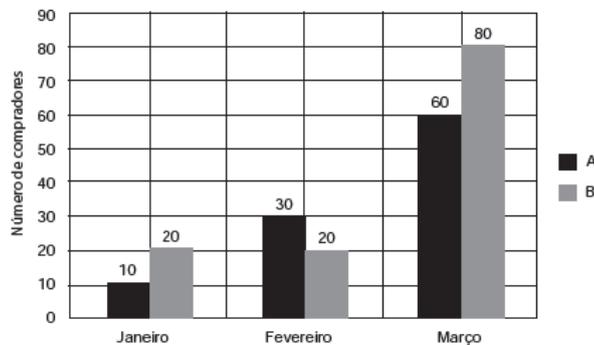
Menor crescimento: 3,57%

Diferença: $60,52 - 3,57 = 56,95\%$

Letra C

QUESTÃO 146

Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, A e B, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:



A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto A e outro brinde entre os compradores do produto B.

Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?

- A $\frac{1}{20}$
- B $\frac{3}{242}$
- C $\frac{5}{22}$
- D $\frac{6}{25}$
- E $\frac{7}{15}$

Análise da questão 146:

Nesta questão, além do aluno precisar observar o cálculo de probabilidade como sendo uma razão, ele também deve saber calcular probabilidades independentes, pois temos duas probabilidades a calcular e o resultado é o produto delas. Os dados são bem simples e estão expostos de forma direta.

Baseado nas análises de Duval, a utilização deste gráfico de barras verticais organiza bem os dados e contribui para a leitura e interpretação de forma correta pelos alunos. O gráfico é bem simples e respeita suas proporções e escalas.

Segundo a classificação de Curcio, este gráfico é de 2º nível pois o aluno precisa interpretar e organizar as informações, além de trata-lá como uma aplicação matemática.

Resolução da questão 146:

Probabilidade que os dois compradores tenham feito suas compras em fevereiro é dado pelo produto das probabilidades de que cada comprador tenha feito sua compra em fevereiro (pois os eventos são independentes):

$$P(A) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

A probabilidade será $P(A) \times P(B)$: $\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{20}$ Letra A

QUESTÃO 149

As projeções para a produção de arroz no período de 2012 - 2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de

- A 497,25.
- B 500,85.
- C 502,87.
- D 558,75.
- E 563,25.

Análise da questão 149:

Nesta questão o aluno precisa analisar a tendência de crescimento na tabela, também reconhecer o conceito de progressão aritmética para assim fornecer o total produzido neste período. Os dados da tabela são bem simples e estão expostos de forma organizada.

Em relação a Duval, a aplicação desta tabela contribui para a identificação do padrão de crescimento, pois os dados estão em ordem crescente e são bem diretos.

Segundo a classificação de Wainer, esta tabela pode ser classificada como de nível avançado, pois o aluno precisa comparar tendências e analisar informações implícitas presentes nela. O aluno deve ter uma visão global da tabela, portanto, não dos dados de forma separada.

Resolução da questão 149:

Analisando a tabela verifica-se que a cada ano ocorre um aumento de 1,25 t de produção.

De 2012 a 2021 temos nove aumentos constantes de produção a partir de 50,25t, então:

$$50,25 + 9(1,25) = 61,5$$

A soma dos 10 será (Progressão Aritmética):

$$S_{10} = \left(\frac{50,25 + 61,5}{2} \right) \cdot 10 = \mathbf{568,75} \quad \text{Letra D}$$

QUESTÃO 150

Numa escola com 1 200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento desses em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol.

Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas.

Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês, qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?

A $\frac{1}{2}$

B $\frac{5}{8}$

C $\frac{1}{4}$

D $\frac{5}{6}$

E $\frac{5}{14}$

Análise da questão 150:

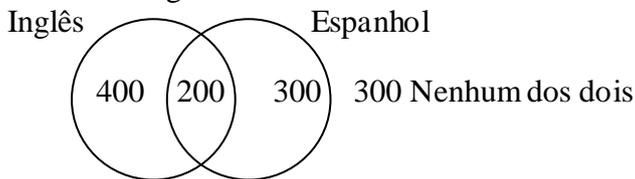
Nesta questão o aluno precisa tratar os dados expostos no texto inicial e reconhecer que probabilidade é uma razão entre dois valores. Os dados são bem simples e estão bem diretos na questão, não é necessária a utilização de tabelas ou gráficos.

Baseado nas análises de Duval, as informações são bem claras e diretas, logo o tratamento da informação deve ser bastante simples. A questão não utiliza nem gráfico tampouco tabela, porém essa representação não é primordial para o sucesso matemático executado pelos alunos.

Resolução da questão 150:

Basta criar um diagrama com os conjuntos e descontar as intersecções:

Se somarmos $600 + 500 + 300$, teremos 1400, porém existe apenas 1200 alunos, logo 200 falam as duas línguas.



A probabilidade será a razão entre os alunos que não falam inglês e falam espanhol(300) pelo total de alunos que não falam inglês(600)

$$P = \frac{300}{600} = \frac{1}{2} \quad \text{Letra A}$$

QUESTÃO 160

Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar os seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seus tempos (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual.

O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

Empresa	Lucro (em milhões de reais)	Tempo (em anos)
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

O empresário decidiu comprar a empresa

- A F.
- B G.
- C H.
- D M.
- E P.

Análise da questão 160:

Nesta questão o aluno precisa ler com muita atenção o texto inicial, pois neste elencamos a informação para calcular o lucro médio anual, ou seja, a divisão entre o lucro e o número de anos necessário para se obter este lucro.

Baseado nas análises de Duval, os dados são diretos e de fácil leitura. Estes dados estão expostos na tabela, e estão bem apresentados sendo divididos por linhas, o que facilita no tratamento da informação pelos alunos.

Segundo a classificação de Wainer, esta tabela é de 2° nível, pois o aluno necessita relacionar os dados de cada linha dividindo a 1° pela 2° coluna, para assim, resolver a questão.

Resolução da questão 160:

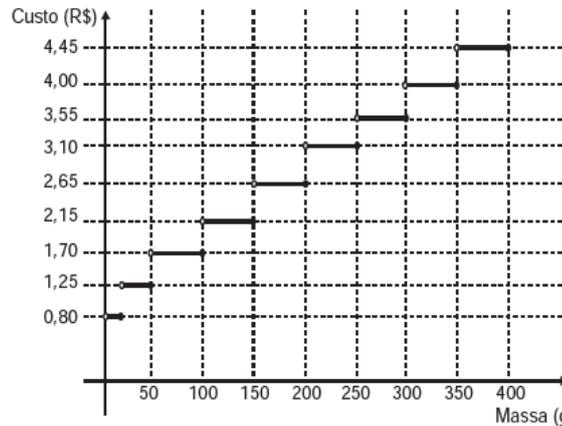
Calcular o lucro anual de cada empresa:

$$F = \frac{24}{3} = 8 \quad G = \frac{24}{2} = 12 \quad H = \frac{25}{2,5} = 10 \quad M = \frac{15}{1,5} = 10 \quad P = \frac{9}{1,5} = 6$$

Alternativa B

QUESTÃO 161

Deseja-se postar cartas não comerciais, sendo duas de 100 g, três de 200 g e uma de 350 g. O gráfico mostra o custo para enviar uma carta não comercial pelos Correios:



Disponível em: www.correios.com.br. Acesso em: 2 ago. 2012 (adaptado).

O valor total gasto, em reais, para postar essas cartas é de

- A 8,35.
- B 12,50.
- C 14,40.
- D 15,35.
- E 18,05.

Análise da questão 161:

Nesta questão o aluno precisa ler de forma correta o gráfico, pois ele expõe intervalos abertos e fechados. Portanto, devemos cuidar para escolher sempre os pontos onde o peso referente a carta se encontra com o intervalo fechado do preço.

Em relação a Duval, a utilização deste gráfico é fundamental para o aluno interpretar a mudança dos preços, porém somente nos intervalos definidos pelos correios.

Segundo a classificação de Curcio, este gráfico é de 1º nível, apesar de ser um gráfico que apresenta intervalos, o aluno precisa apenas ler os dados sem maiores relações entre os mesmos.

Resolução da questão 161:

Nesta questão deve-se se ter cuidado para analisar os pontos abertos e fechados no gráfico de forma correta:

$$\Rightarrow 2 \text{ cartas de } 100\text{g: } 2 \times 1,70 = 3,40$$

$$\Rightarrow 3 \text{ cartas de } 200\text{g: } 3 \times 2,65 = 7,95$$

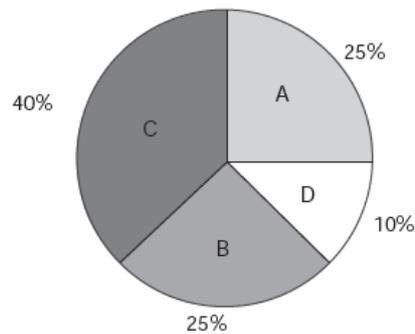
$$\Rightarrow 1 \text{ carta de } 350\text{g: } 1 \times 4,00 = 4,00$$

Total: **R\$ 15,35**

Letra D

QUESTÃO 162

Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A = R\$ 200,00; B = R\$ 300,00; C = R\$ 400,00 e D = R\$ 600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade, é

- A 300,00.
- B 345,00.
- C 350,00.
- D 375,00.
- E 400,00.

Análise da questão 162:

Nesta questão o aluno precisa saber que o cálculo da mediana é dado pelo valor central, e os dados são de 200 hotéis. Para calcular a mediana o aluno precisa organizar os preços a partir do gráfico e assim, resolver a questão.

Em relação a Duval, a exposição dos dados em gráfico de setores organiza bem os dados e contribui para um sucesso na resolução da questão. Os setores são bem distribuídos e respeitam as proporções apresentadas.

Segundo a classificação de Curcio, este gráfico é de 2° nível pois o aluno precisa ler os dados e organizar as informações presentes.

Resolução da questão 162:

Mediana é o termo central ou a média entre 2 termos centrais, como temos 200 hotéis, então será a média entre o 100° e o 101° preços:

50 primeiros: R\$ 200,00 51° ao 100°: R\$ 300,00 101° ao 180°: R\$ 400,00

Logo será a média entre R\$ 300 e R\$ 400: Mediana: $(300+400) : 2$

Mediana: R\$ 350,00 Letra C

QUESTÃO 168

Uma fábrica de parafusos possui duas máquinas, I e II, para a produção de certo tipo de parafuso.

Em setembro, a máquina I produziu $\frac{54}{100}$ do total de parafusos produzidos pela fábrica. Dos parafusos produzidos por essa máquina, $\frac{25}{1000}$ eram defeituosos. Por sua vez, $\frac{38}{1000}$ dos parafusos produzidos no mesmo mês pela máquina II eram defeituosos.

O desempenho conjunto das duas máquinas é classificado conforme o quadro, em que P indica a probabilidade de um parafuso escolhido ao acaso ser defeituoso.

$0 \leq P < \frac{2}{100}$	Excelente
$\frac{2}{100} \leq P < \frac{4}{100}$	Bom
$\frac{4}{100} \leq P < \frac{6}{100}$	Regular
$\frac{6}{100} \leq P < \frac{8}{100}$	Ruim
$\frac{8}{100} \leq P \leq 1$	Péssimo

O desempenho conjunto dessas máquinas, em setembro, pode ser classificado como

- A excelente.
- B bom.
- C regular.
- D ruim.
- E péssimo.

Análise da questão 168:

Nesta questão o aluno precisa saber que o cálculo de probabilidades é uma razão entre dois valores, além de interpretar as probabilidades fornecidas. A tabela exposta será utilizada após a realização dos cálculos para definir o desempenho das máquinas.

Baseado nas análises de Duval, a exposição dos dados é direta, porém temos muitas informações no texto inicial, o que pode prejudicar os alunos na interpretação do problema.

Resolução da questão 168:

O desempenho em conjunto é dado pela soma das probabilidades de termos um parafuso defeituoso das máquinas I ou da II:

Máquina I: Produz 54% dos parafusos e 0,025 deles são defeituosos

$$P = \frac{54}{100} \cdot \frac{25}{1000} = \frac{1,35}{100}$$

Máquina II: Produz 46% dos parafusos e 0,038 deles são defeituosos

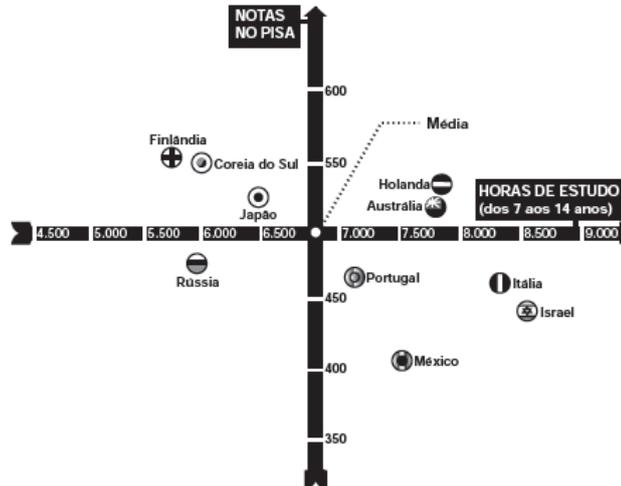
$$P = \frac{46}{100} \cdot \frac{38}{1000} = \frac{1,75}{100} \quad \text{Logo: } P = \frac{1,35}{100} + \frac{1,75}{100} \quad P = \frac{3,10}{100} \quad \text{Letra B}$$

QUESTÃO 177

Uma falsa relação

O cruzamento da quantidade de horas estudadas com o desempenho no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) mostra que mais tempo na escola não é garantia de nota acima da média.

NOTAS NO PISA E CARGA HORÁRIA (PAÍSES SELECIONADOS)*



* Considerando as médias de cada país no exame de matemática.

Nova Escola, São Paulo, dez. 2010 (adaptado).

Dos países com notas abaixo da média nesse exame, aquele que apresenta maior quantidade de horas de estudo é

- A Finlândia.
- B Holanda.
- C Israel.**
- D México.
- E Rússia.

Análise da questão 177:

Nesta questão o aluno deve interpretar os dados presentes no gráfico, relacionar seus eixos vertical e horizontal que apresentam as grandezas relacionadas.

Conforme Duval, os dados expostos nesta forma de gráfico contribui para uma leitura e interpretação de forma mais rápida pelos alunos, porém deve mos ter o cuidado de organizar essa leitura com seus eixos de forma correta.

Segundo Curcio, este gráfico é de 2º nível pois os alunos precisam identificar e combinar informações contidas nele.

Resolução da questão 177:

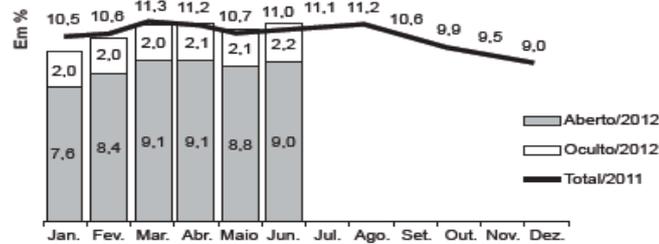
Países com nota abaixo da média encontram-se abaixo do eixo horizontal, são eles: Rússia, Portugal, Itália, Israel e México.

Quanto maior o número de horas de estudo, mais a direita se encontra o País. Como queremos o país com mais horas de estudo, então este é **Israel**. Letra C

5.1.6 Prova de 2014

QUESTÃO 136

O gráfico apresenta as taxas de desemprego durante o ano de 2011 e o primeiro semestre de 2012 na região metropolitana de São Paulo. A taxa de desemprego total é a soma das taxas de desemprego aberto e oculto.



Suponha que a taxa de desemprego oculto do mês de dezembro de 2012 tenha sido a metade da mesma taxa em junho de 2012 e que a taxa de desemprego total em dezembro de 2012 seja igual a essa taxa em dezembro de 2011.

Disponível em: www.dieese.org.br. Acesso em: 1 ago. 2012 (fragmento).

Nesse caso, a taxa de desemprego aberto de dezembro de 2012 teria sido, em termos percentuais, de

- A 1,1.
- B 3,5.
- C 4,5.
- D 6,8.
- E 7,9.

Análise da questão 136:

Nesta questão temos muitas informações, tanto no texto inicial como no gráfico, pois no texto inicial obtemos muitas condições definidas. No gráfico há três informações apresentadas. A utilização deste gráfico auxilia o aluno a organizar os dados e interpretar a questão.

Baseado nas análises de Duval, a forma de exposição dos dados são bem diretas e a utilização deste gráfico de barras com o gráfico poligonal deve auxiliar o acesso as informações e dados da questão, favorecendo sua resolução.

Segundo a classificação de Curcio, este gráfico é de 3º nível, pois o aluno precisa extrapolar os dados e projetar um valor futuro com a informação presente no texto inicial.

Resolução da questão 136:

Taxa Oculto em 12/2012 é metade da mesma em 06/12: $2,2\% : 2 = 1,1\%$

Taxa Total em 12/2012 é igual da mesma em 12/11: $9,0\%$

Portanto a taxa Aberto será:

$$9\% - 1,1\% = 7,9\% \quad \text{Letra E}$$

QUESTÃO 138 =====

O Ministério da Saúde e as unidades federadas promovem frequentemente campanhas nacionais e locais de incentivo à doação voluntária de sangue, em regiões com menor número de doadores por habitante, com o intuito de manter a regularidade de estoques nos serviços hemoterápicos. Em 2010, foram recolhidos dados sobre o número de doadores e o número de habitantes de cada região conforme o quadro seguinte.

Taxa de doação de sangue, por região, em 2010			
Região	Doadores	Número de habitantes	Doadores/habitantes
Nordeste	820 959	53 081 950	1,5%
Norte	232 079	15 864 454	1,5%
Sudeste	1 521 766	80 364 410	1,9%
Centro-Oeste	362 334	14 058 094	2,6%
Sul	690 391	27 386 891	2,5%
Total	3 627 529	190 755 799	1,9%

Os resultados obtidos permitiram que estados, municípios e o governo federal estabelecessem as regiões prioritárias do país para a intensificação das campanhas de doação de sangue.

A campanha deveria ser intensificada nas regiões em que o percentual de doadores por habitantes fosse menor ou igual ao do país.

Disponível em: <http://bvsms.saude.gov.br>. Acesso em: 2 ago. 2013 (adaptado).

As regiões brasileiras onde foram intensificadas as campanhas na época são

- A Norte, Centro-Oeste e Sul.
- B Norte, Nordeste e Sudeste.
- C Nordeste, Norte e Sul.
- D Nordeste, Sudeste e Sul.
- E Centro-Oeste, Sul e Sudeste.

Análise da questão 138:

Nesta questão o aluno precisa ler com atenção o texto para identificar que, o que se pede são as regiões onde se devem intensificar a campanha, ou seja, os menores valores de doação por habitante. Sendo assim, basta analisar na última coluna os menores valores.

Em relação a Duval, os dados são bem expostos e de simples leitura, a tabela contribui para a visualização e para facilidade de resolução da questão.

Segundo a classificação de Wainer, esta tabela é de nível básico, pois o aluno precisa apenas ler os dados para resolver a questão.

Resolução da questão 138:

Regiões em que o percentual de doadores é menor ou igual ao do país:

Norte(1,5%), Nordeste(1,5%) e Sudeste(1,9%)

Letra B

QUESTÃO 141 =====

Os candidatos K, L, M, N e P estão disputando uma única vaga de emprego em uma empresa e fizeram provas de português, matemática, direito e informática. A tabela apresenta as notas obtidas pelos cinco candidatos.

Candidatos	Português	Matemática	Direito	Informática
K	33	33	33	34
L	32	39	33	34
M	35	35	36	34
N	24	37	40	35
P	36	16	26	41

Segundo o edital de seleção, o candidato aprovado será aquele para o qual a mediana das notas obtidas por ele nas quatro disciplinas for a maior.

O candidato aprovado será

- A K.
- B L.
- C M.
- D N.
- E P.

Análise da questão 141:

Nesta questão o aluno precisa saber que mediana é o termo central, porém como nesta questão temos quatro notas, então teremos que calcular a média dos dois termos centrais. Um cuidado: estes dados não estão em ordem.

Baseado nas análises de Duval, a exposição na forma de tabela auxilia na organização dos dados e, fornece uma forma mais rápida para o aluno escolher os valores corretos na solução da questão.

Segundo a classificação de Wainer, esta tabela é de nível intermediário, pois o aluno precisa relacionar os dados para calcular o valor da mediana.

Resolução da questão 141:

Como temos 4 notas para cada candidato, a mediana será a média entre 2° e a 3° notas, quando estão em ordem crescente:

K: 33, 33, 33 e 34 MED: 33

L: 32, 33, 34 e 39 MED: 33,5

M: 34, 35, 35 e 36 MED: 35

N: 24, 35, 37 e 40 **MED: 36**

O: 16, 26, 36 e 41 MED: 31

Letra D

QUESTÃO 153

Uma empresa de alimentos oferece três valores diferentes de remuneração a seus funcionários, de acordo com o grau de instrução necessário para cada cargo. No ano de 2013, a empresa teve uma receita de 10 milhões de reais por mês e um gasto mensal com a folha salarial de R\$ 400 000,00, distribuídos de acordo com o Gráfico 1. No ano seguinte, a empresa ampliará o número de funcionários, mantendo o mesmo valor salarial para cada categoria. Os demais custos da empresa permanecerão constantes de 2013 para 2014. O número de funcionários em 2013 e 2014, por grau de instrução, está no Gráfico 2.

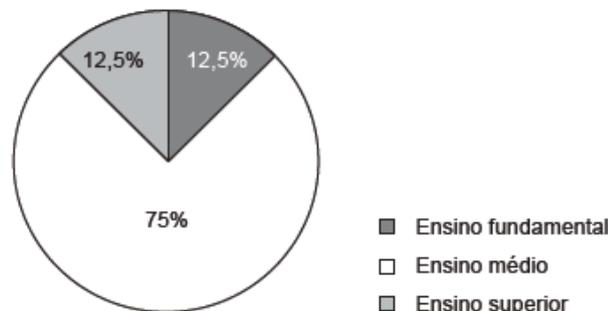
Distribuição da folha salarial

Gráfico 1

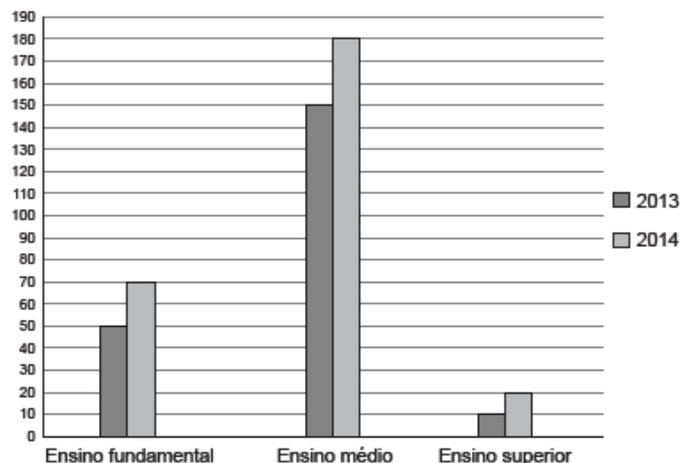
Número de funcionários por grau de instrução

Gráfico 2

Qual deve ser o aumento na receita da empresa para que o lucro mensal em 2014 seja o mesmo de 2013?

- A R\$ 114 285,00
- B R\$ 130 000,00
- C R\$ 160 000,00
- D R\$ 210 000,00
- E R\$ 213 333,00

Análise da questão 153:

Nesta questão temos muitas informações iniciais e, muitas informações nos dois gráficos apresentados: um de setor circular e um de barras verticais. Apesar da questão possuir muitas informações, os dados estão bem expostos e de forma direta.

Baseado nas análises de Duval, a utilização dos gráficos organiza os dados e auxilia o aluno na sua resolução, pois em ambos os casos as representações utilizadas respeitam as escalas e unidades de cada gráfico.

Em relação a Curcio, os gráficos são de 2º nível, pois o aluno precisa relacionar os dados presentes para resolver a questão.

Resolução da questão 153:

Lucro em 2013:

R\$ 10.000.000 - R\$ 400.000
R\$ 9.600.000,00

Gastos com a folha em 2013:

Ens. Fund. : 12,5% de R\$ 400mil
R\$ 50.000

Ens. Sup. : 12,5% de R\$ 400mil
R\$ 50.000

Ens. Méd. : restante dos R\$ 400mil
R\$ 300.000

Agora vamos calcular os aumentos para 2014:

Ens. Fund. :

50 Func. ----- 50mil
70 Func ----- x
x = 70.000

Ens. Sup. :

10 Func. ----- 50mil
20 Func ----- x
x = 100.000

Ens. Méd. :

150 Func. ----- 300mil
180 Func ----- x
x = 360.000

Total de gastos com folha em 2014:

70 + 100 + 360 => R\$ 530mil

Para manter o mesmo lucro de 2013 a empresa precisará ter uma receita de:

R\$ 9.600mil + R\$ 530mil => R\$ 10.130.000

Logo precisará ter um aumento de **R\$ 130.000** Letra B

QUESTÃO 155 =====

Ao final de uma competição de ciências em uma escola, restaram apenas três candidatos. De acordo com as regras, o vencedor será o candidato que obtiver a maior média ponderada entre as notas das provas finais nas disciplinas química e física, considerando, respectivamente, os pesos 4 e 6 para elas. As notas são sempre números inteiros. Por questões técnicas, o candidato II ainda não fez a prova final de química. No dia em que sua avaliação for aplicada, as notas dos outros dois candidatos, em ambas as disciplinas, já terão sido divulgadas.

O quadro apresenta as notas obtidas pelos finalistas nas provas finais.

Candidato	Química	Física
I	20	23
II	X	25
III	21	18

A menor nota que o candidato II deverá obter na prova final de química para vencer a competição é

- A 18.
- B 19.
- C 22.
- D 25.
- E 26.

Análise da questão 155:

Nesta questão o aluno precisa saber calcular uma média ponderada, sendo que os pesos das notas encontram-se no enunciado inicial e, as notas na tabela auxiliando a organização dos dados.

Baseado nas análises de Duval, a representação dos dados na forma de tabela é bem direta e de fácil interpretação, sendo que os dados são simples e organizados.

Em relação a Wainer, esta tabela é de nível intermediário, pois o aluno precisa relacionar as notas para assim calcular a média ponderada.

Resolução da questão 155:

Na média ponderada temos que considerar o peso de cada dado, temos que multiplicar por 4 a nota de química e por 6 a nota de física, e dividirmos tudo por 10 que é o total da soma dos pesos

$$\text{Candidato I: } \frac{4 \cdot 20 + 6 \cdot 23}{10} = 21,8$$

$$\text{Candidato II: } \frac{4 \cdot x + 6 \cdot 25}{10} > 21,8$$

$$\text{Candidato III: } \frac{4 \cdot 21 + 6 \cdot 18}{10} = 19,2$$

$$4 \cdot x + 150 > 218$$

$$4x > 68$$

$$x > 17 \text{ Logo } \mathbf{18}, \text{ Letra A}$$

QUESTÃO 157 =====

Uma loja que vende sapatos recebeu diversas reclamações de seus clientes relacionadas à venda de sapatos de cor branca ou preta. Os donos da loja anotaram as numerações dos sapatos com defeito e fizeram um estudo estatístico com o intuito de reclamar com o fabricante.

A tabela contém a média, a mediana e a moda desses dados anotados pelos donos.

Estatísticas sobre as numerações dos sapatos com defeito			
	Média	Mediana	Moda
Numerações dos sapatos com defeito	36	37	38

Para quantificar os sapatos pela cor, os donos representaram a cor branca pelo número 0 e a cor preta pelo número 1. Sabe-se que a média da distribuição desses zeros e uns é igual a 0,45.

Os donos da loja decidiram que a numeração dos sapatos com maior número de reclamações e a cor com maior número de reclamações não serão mais vendidas.

A loja encaminhou um ofício ao fornecedor dos sapatos, explicando que não serão mais encomendados os sapatos de cor

- A) branca e os de número 38.
- B) branca e os de número 37.
- C) branca e os de número 36.
- D) preta e os de número 38.
- E) preta e os de número 37.

Análise da questão 157:

O aluno precisa saber a definição de média, moda e mediana para assim interpretar os dados expostos na tabela. Além da tabela temos informações importantes no texto inicial. A questão é de simples interpretação, não sendo necessário nenhum tipo de cálculo.

Baseado nas análises de Duval, a exposição dos dados na tabela torna a questão mais direta, pois basta analisar os dados e interpretar a resposta. A tabela é bem simples, com apenas três valores, portanto, de rápida resolução.

Em relação a Wainer, esta tabela é de nível básico pois o aluno precisa apenas ler os dados, conhecendo, é claro, os conceitos estatísticos presentes na questão.

Resolução da questão 157:

Sobre a cor: Como a média é menor que a metade de 1, ou seja, 0,45 notamos que tem mais reclamações o número zero que representa a **cor branca**.

Sobre o número: Como a moda (que representa a maior frequência de dados) é **38**, este é o número que mais tem reclamações.

Letra A

QUESTÃO 158

Para analisar o desempenho de um método diagnóstico, realizam-se estudos em populações contendo pacientes sadios e doentes. Quatro situações distintas podem acontecer nesse contexto de teste:

- 1) Paciente TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.
- 2) Paciente TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.
- 3) Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.
- 4) Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.

Um índice de desempenho para avaliação de um teste diagnóstico é a sensibilidade, definida como a probabilidade de o resultado do teste ser POSITIVO se o paciente estiver com a doença.

O quadro refere-se a um teste diagnóstico para a doença A, aplicado em uma amostra composta por duzentos indivíduos.

Resultado do teste	Doença A	
	Presente	Ausente
Positivo	95	15
Negativo	5	85

BENSEÑOR, I. M.; LOTUFO, P. A. *Epidemiologia: abordagem prática*. São Paulo: Sarvier, 2011 (adaptado).

Conforme o quadro do teste proposto, a sensibilidade dele é de

- A 47,5%.
- B 85,0%.
- C 86,3%.
- D 94,4%.
- E 95,0%.

Análise da questão 158:

Nesta questão o aluno precisa saber que probabilidade é uma razão entre dois valores, e estes valores são explicados no texto inicial e expostos na tabela. Sua resolução é bem simples e direta, pois os valores são inteiros.

Baseado nas análises de Duval, a aplicação desta tabela auxilia o aluno na sua leitura e utilização, porém o aluno deve ler com muita atenção o texto inicial para retirar os dados corretos.

Em relação a Wainer, esta tabela é de 2º nível, pois o aluno precisa interpretar os valores necessários para a resolução da questão e relacioná-los conforme uma probabilidade.

Resolução da questão 158:

A sensibilidade é definida como a razão entre o resultado ser positivo entre todos que possuem a doença. Neste caso temos 100 pessoas com a doença presente e destes 95 tiveram o

resultado como positivo, logo: $Sensibilidade = \frac{95}{100}$ $Sensibilidade = 95\%$ Letra E

QUESTÃO 161

Um pesquisador está realizando várias séries de experimentos com alguns reagentes para verificar qual o mais adequado para a produção de um determinado produto. Cada série consiste em avaliar um dado reagente em cinco experimentos diferentes. O pesquisador está especialmente interessado naquele reagente que apresentar a maior quantidade dos resultados de seus experimentos acima da média encontrada para aquele reagente. Após a realização de cinco séries de experimentos, o pesquisador encontrou os seguintes resultados:

	Reagente 1	Reagente 2	Reagente 3	Reagente 4	Reagente 5
Experimento 1	1	0	2	2	1
Experimento 2	6	6	3	4	2
Experimento 3	6	7	8	7	9
Experimento 4	6	6	10	8	10
Experimento 5	11	5	11	12	11

Levando-se em consideração os experimentos feitos, o reagente que atende às expectativas do pesquisador é o

- A 1.
 B 2.
 C 3.
 D 4.
 E 5.

Análise da questão 161:

Nesta questão o aluno precisa calcular as cinco médias para decidir qual é o reagente. Os dados são bem diretos e foram organizados na tabela. A utilização de valores inteiros facilita nos cálculos.

Baseado nas análises de Duval, os dados representados na tabela auxiliam a interpretação e resolução da questão, pois cada reagente tem cinco experimentos expostos por coluna, auxiliando a forma correta de se fazer a média.

Em relação a Wainer, esta tabela é de nível básico, pois o aluno precisa apenas ler os dados para assim calcular as médias.

Resolução da questão 161:

Queremos o reagente com a maior quantidade de dados acima da sua média de experimentos, então temos que calcular a média de cada reagente para depois decidir qual teve o maior número de dados maior que esta média:

$$\text{Reagente I: } \frac{1+3+6+11}{5} = 6 \quad \text{1 experimento maior: 11}$$

$$\text{Reagente II: } \frac{0+5+2+6+7}{5} = 4,8 \quad \text{4 experimentos maiores: 5, 6, 6 e 7 Letra B}$$

$$\text{Reagente III: } \frac{2+3+8+10+11}{5} = 6,8 \quad \text{3 experimentos maiores: 8, 10 e 11}$$

$$\text{Reagente IV: } \frac{2+4+7+8+12}{5} = 6,6 \quad \text{3 experimentos maiores: 7, 8 e 12}$$

$$\text{Reagente V: } \frac{1+2+9+10+11}{5} = 6,6 \quad \text{3 experimentos maiores: 9, 10 e 11}$$

QUESTÃO 164 =====

O psicólogo de uma empresa aplica um teste para analisar a aptidão de um candidato a determinado cargo. O teste consiste em uma série de perguntas cujas respostas devem ser verdadeiro ou falso e termina quando o psicólogo fizer a décima pergunta ou quando o candidato der a segunda resposta errada. Com base em testes anteriores, o psicólogo sabe que a probabilidade de o candidato errar uma resposta é 0,20.

A probabilidade de o teste terminar na quinta pergunta é

- A 0,02048.
- B 0,08192.
- C 0,24000.
- D 0,40960.
- E 0,49152.

Análise da questão 164:

Nesta questão o aluno precisa saber calcular probabilidades Binomiais, para tanto precisamos levar em conta duas situações: Sucesso(acerto) e fracasso(erro), além de analisar todas as combinações possíveis para essas situações. Também, precisamos conhecer as probabilidades complementares, neste caso se a probabilidade de errar é de 0,20, então a de acertar é de 0,80. Talvez a questão mais difícil de probabilidade de todas expostas neste trabalho, por se tratar de um assunto não muito comum no ensino médio.

Em relação a Duval, os dados necessários para resolver a questão são bem simples e estão explicados no texto inicial. Não é necessária a sua exposição na forma de tabela ou gráfico.

Resolução da questão 164:

Para o teste terminar na quinta pergunta o candidato deve errar somente uma das quatro primeiras perguntas e errar a 5ª pergunta obrigatoriamente, temos que ver as possibilidades de combinações para se errar apenas uma das 4 primeiras:

E A A A A E A A

A A E A A A A E

Temos quatro combinações. Se a probabilidade de errar uma resposta é 0,20 então de acertar é 0,80, então a probabilidade será:

$$P = 4 \cdot (0,2)^2 \cdot (0,8)^3$$

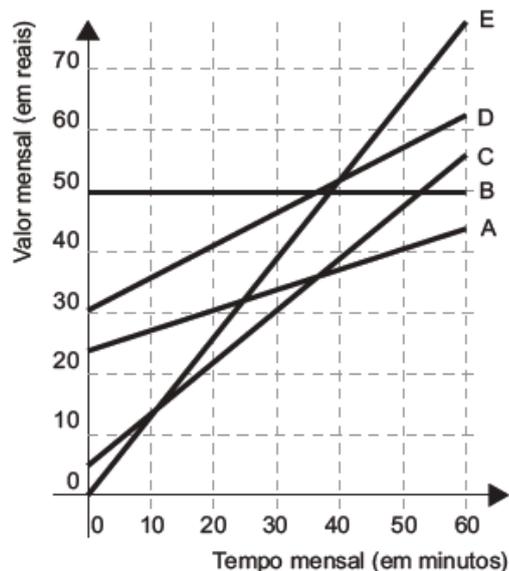
$$P = 0,08192$$

Letra B

QUESTÃO 166

No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular.

Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.



Essa pessoa pretende gastar exatamente R\$ 30,00 por mês com telefone.

Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

- A A
- B B
- C C
- D D
- E E

Análise da questão 166:

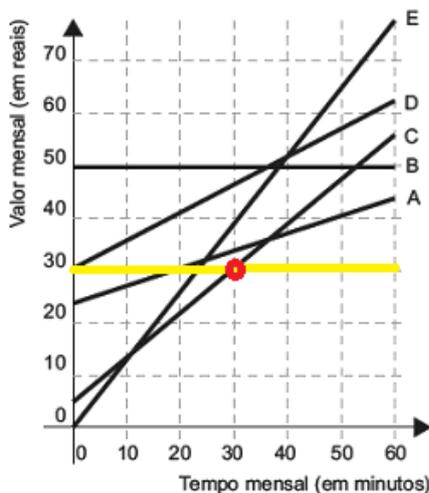
Nesta questão o aluno precisa relacionar as grandezas presentes no gráfico, ou seja, o tempo com o custo. Os dados são bem diretos e de fácil interpretação, o texto inicial é direto e bem resumido auxiliando na agilidade ao resolver a questão.

Baseado nas análises de Duval, a exposição dos dados na forma gráfica agiliza a leitura e interpretação da questão, auxiliando assim na sua resolução. A escolha pelo gráfico é excelente, pois se fossem apresentados em tabelas os alunos teriam que relacioná-los um a um para, então decidir o melhor.

Em relação a Curcio, este gráfico é de 2º nível, pois o aluno precisa interpretar e organizar as informações, relacionando assim as grandezas.

Resolução da questão 166:

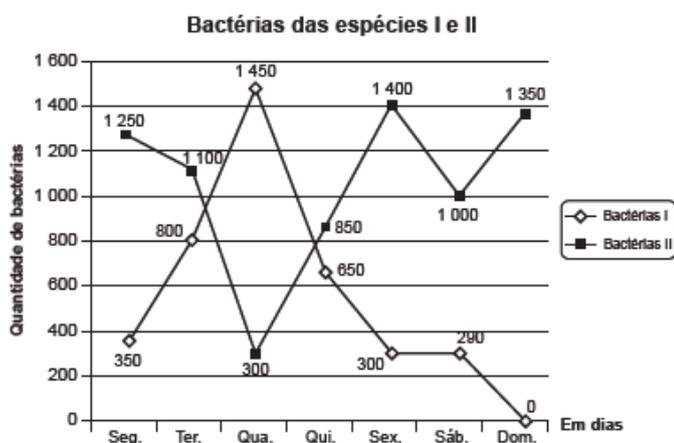
Nesta questão temos que marcar o valor de R\$ 30,00 no eixo vertical e ver qual operadora possui intersecção com uma reta horizontal a direita, pois assim teremos maior tempo de chamada. Como no desenho abaixo:



Portanto a operadora com maior tempo de chamada é a **operadora C**. Letra C

QUESTÃO 176 =====

Um cientista trabalha com as espécies I e II de bactérias em um ambiente de cultura. Inicialmente, existem 350 bactérias da espécie I e 1 250 bactérias da espécie II. O gráfico representa as quantidades de bactérias de cada espécie, em função do dia, durante uma semana.



Em que dia dessa semana a quantidade total de bactérias nesse ambiente de cultura foi máxima?

- A Terça-feira.
- B Quarta-feira.
- C Quinta-feira.
- D Sexta-feira.
- E Domingo.

Análise da questão 176:

Nesta questão o aluno precisa somar os dados do número de bactérias I e II, dia a dia, para decidir o dia com a quantidade máxima. Os dados são diretos e de fácil leitura e interpretação do texto inicial.

Baseado nas análises de Duval, a exposição dos dados no gráfico agiliza a leitura e resolução da questão, fornecendo uma forma mais direta aos alunos. O gráfico é bem simples, respeita as proporções e escalas presentes.

Em relação a Curcio, este gráfico é de 2º nível, pois o aluno precisa combinar as informações presentes em ambos os gráficos, para assim decidir a resposta correta.

Resolução da questão 176:

Basta ver qual maior soma de bactérias em um dado dia:

Segunda: $1250 + 350 = 1600$

Terça: $1100 + 800 = 1900$

Quarta: $1450 + 300 = 1750$

Quinta: $850 + 650 = 1500$

Sexta: $1400 + 300 = 1700$

Sábado: $1000 + 290 = 1290$

Domingo: $1350 + 0 = 1350$

Letra A

5.2 ANÁLISES DAS QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO ENEM

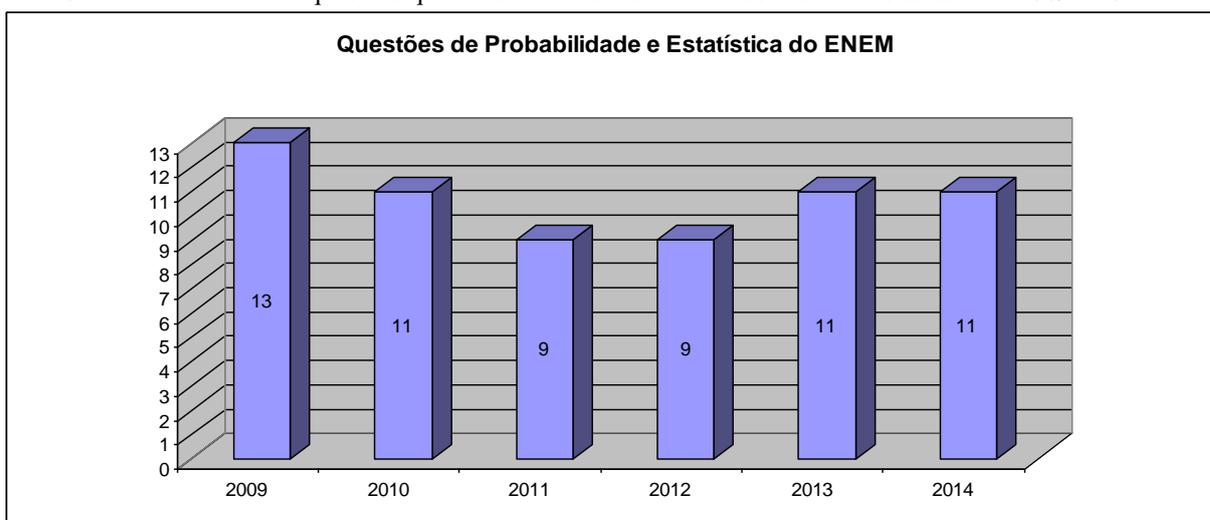
Neste item buscamos analisar as questões das provas de 2009 a 2014 de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM, em especial as expostas no item 5.1, ou seja, as questões que envolvem a Probabilidade e a Estatística ou apresentam dados em gráficos, tabelas ou quadros.

Lembramos que desde 2009 a prova é composta por 45 questões, baseadas em Competências e Habilidades da sua matriz de referência. Nesta análise iremos verificar quais competências e habilidades estão mais presentes nestas questões e também, a forma de utilização de gráficos e tabelas.

5.2.1 Análise Global das questões de Probabilidade e Estatística das provas de 2009 a 2014

Uma análise inicial é o número de questões entre as 45 de cada ano que envolve os conteúdos relacionados ao objetivo deste estudo, ou seja, probabilidade e estatística. Observe os gráficos 1 e 2 a seguir.

Gráfico 1 : Número de questões que envolvem Probabilidade e Estatística dos ENEM de 2009 a 2014

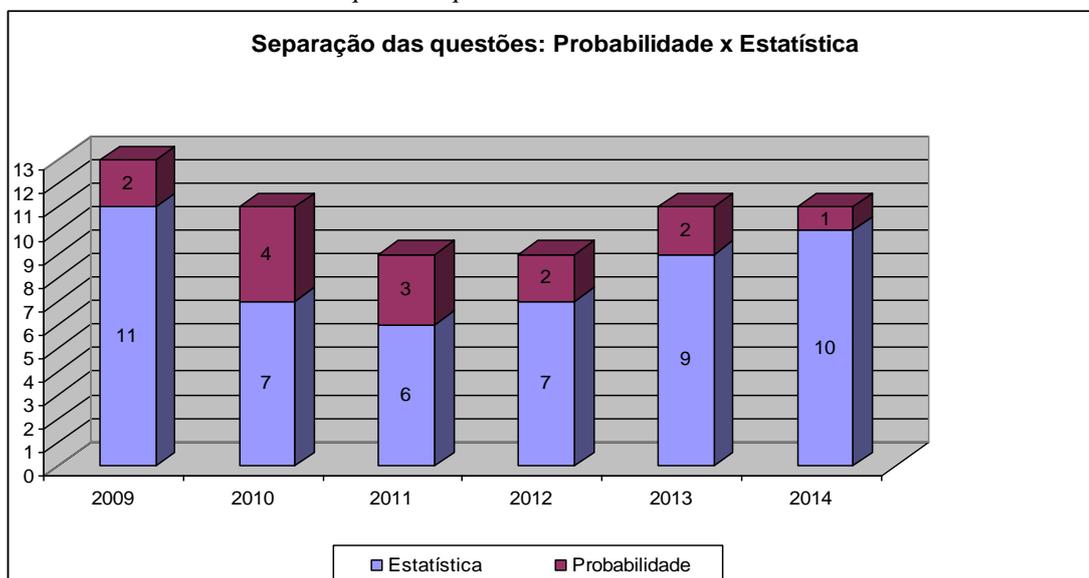


Fonte: Do autor (2015).

Analisando este gráfico, se levarmos em conta os seis anos de prova neste novo formato, temos uma média de 10,7 questões que envolvem estes conteúdos por ano, isso

equivale a dizer que 23,7% das questões do ENEM são sobre Probabilidade ou Estatística. Temos quase um quarto das questões em apenas dois conteúdos, demonstrando assim a importância do desenvolvimento aprofundado destes temas.

Gráfico 2: Divisão das questões que envolvem Probabilidade e Estatística dos ENEM



Fonte: Do autor (2015).

Observando o gráfico 2, notamos que a maioria das questões é de Estatística, questões que envolvem cálculos de médias, moda, mediana, análise de dados do gráfico, tendência dos dados a partir do gráfico, entre outras. No último ano de 2014 tivemos apenas uma questão que envolve probabilidade e era sobre distribuição binomial, trata-se da questão 164, não muito comum nas provas do ENEM.

Agora vamos analisar as questões sobre a forma de exposição dos dados, ou seja, utilização de gráficos e tabelas, as quais aparecem na matriz de referência do ENEM na competência seis (Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação) e engloba as habilidades H24, H25 e H26.

Aqui podemos lembrar que por competência, segundo o documento básico do Enem, entendeu-se “[...] as modalidades estruturais da inteligência, ou melhor, ações e operações que utilizamos para estabelecer relações com e entre objetos, situações, fenômenos e pessoas que desejamos conhecer”. Já no que diz respeito às habilidades, o supramencionado documento afirmou que elas decorrem das competências adquiridas e que “[...] referem-se ao plano imediato do “saber-fazer”, sendo trinta habilidades enumeradas”.

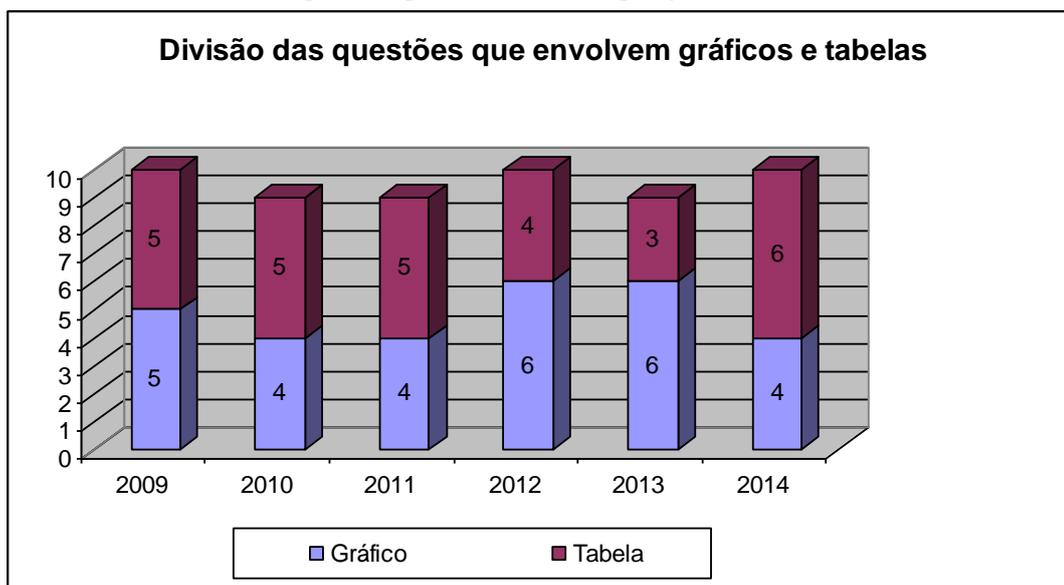
Vamos lembrar estas competências e habilidades na figura 2 e em seguida expor os números de questões de Probabilidade e Estatística que envolvam gráficos e tabelas segundo o gráfico 3:

Figura 2: Recorte da Matriz de Referência do ENEM - Competência 6

Competência de área 6 - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.
H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.
H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.
H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Fonte: Inep/MEC (2009).

Gráfico 3: Divisão das questões quanto a forma de exposição dos dados: Gráficos x Tabelas



Fonte: Do autor (2015).

Notamos que em alguns anos aparecem mais questões que utilizam gráficos e em outras mais tabelas, porém é bem parecido este número. A exceção ocorreu no ano de 2013 onde tivemos o dobro de questões de gráficos em relação as tabelas.

É importante destacar que as questões que utilizam gráficos para expor seus dados são, na quase totalidade gráficos simples e com poucas informações implícitas, quase nenhuma questão com gráfico mais elaborado. Como se refere Curcio (1989), gráficos classificados de 3º nível, no qual se pretende que o aluno se projete no futuro e, coloque questões sobre os dados extrapolando e fazendo inferências. Quanto ao tipo de gráfico utilizado, os mais comuns são gráficos de barras (horizontais e verticais) e o gráfico de linhas poligonais. O gráfico de setor circular é pouco explorado, apareceu apenas nos dois últimos anos de provas (2013 e 2014) e, mesmo assim em apenas uma questão por ano.

Nas tabelas também encontramos a mesma situação, questões que expõem tabelas apenas para organizar os dados e não para interpretação e percepção de tendências. Neste

sentido Wainer (1992), destaca que um dos grandes problemas de apresentar os dados em tabelas, é que muitas vezes criam-se tabelas ditas "pobres", ou seja, que apenas apresentam os dados e não possuem informações. Elas apenas possibilitam fazer inferências de nível básico.

Em relação as habilidades de competência seis, nota-se que a habilidade H24(Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos) é a que mais se adapta as questões do ENEM. A maioria destas questões apenas expõem os dados na forma de gráfico e tabelas para o aluno retirar os dados e responder à questão, sem maiores extrapolações ou conhecimento prévio envolvido.

Sobre as questões de Probabilidade, podemos lembrar as competências e habilidades da matriz de referência do ENEM:

Competência de área 7: Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

H30 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

Nota-se que esta competência é diretamente relacionada à probabilidade e estatística. Nas questões de probabilidade os cálculos são bem diretos, pois apenas retiramos os dados de tabelas e gráficos para resolver a questão. Em poucas questões aparece o cálculo probabilidade independente ou binomial.

Além da Matriz de Referência, o ENEM, em seu documento básico, apresenta também os objetos de conhecimentos associados à sua matriz, que para Matemática são os expostos no quadro 5:

Quadro 5: Objetos de Estudo associados à Matriz de Referência do ENEM

<ul style="list-style-type: none"> • Conhecimentos numéricos: operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios de contagem. • Conhecimentos geométricos: características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo. • Conhecimentos de estatística e probabilidade: representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade. • Conhecimentos algébricos: gráficos e funções; funções algébricas do 1.º e do 2.º grau, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas. • Conhecimentos algébricos/geométricos: plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações.

Fonte: Inep/MEC (2009).

Observamos neste quadro, que os conhecimentos de Estatística e Probabilidade recebem um enfoque especial, e nestes objetos o que mais esteve presente nas questões é a "representação e análise de dados". Na grande maioria, as questões apresentam um texto inicial e envolvem dados expostos em gráficos e tabelas para análise e resolução do problema.

Os cálculos de média, moda e mediana também são temas que apareceram com grande frequência nas questões, estando presente em todos os anos analisados, em especial as médias aritméticas.

Enfim, a partir das análises acima expostas, podemos afirmar que as questões sobre Probabilidade e Estatística do ENEM desde o ano 2009 não sofreram mudanças radicais. Notamos uma distribuição padrão entre os conteúdos envolvidos e a forma de exposição dos dados em cada questão. Sendo assim, torna-se fundamental que o aluno que pretende prestar o ENEM aprofunde seus estudos com a resolução destas questões.

6 EXPERIÊNCIA DIDÁTICA

O projeto de pesquisa foi aplicado com um grupo composto de 15 alunos do 1º Ano do Ensino Técnico Integrado dos cursos de Informática e Mecatrônica do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologias Sul-Rio-Grandense (IFSul) da cidade de Charqueadas, localizada a cerca de 50km da cidade de Porto Alegre. Estes alunos se propuseram a participar do projeto por livre e espontânea vontade (sendo esta uma sequência didática extracurricular) a partir do convite realizado pelo professor responsável.

Este projeto teve um total de oito encontros semanais cada um com duração de 90 minutos, esta sequência didática será apresentada nos Apêndices deste trabalho, sendo este o produto principal desta dissertação de Mestrado Profissionalizante.

No primeiro encontro aplicou-se um pré-teste (APÊNDICE A) aos alunos, com as questões antigas do ENEM, desde 2009 até 2013, relacionadas à Estatística e Probabilidade. Nos próximos seis encontros (APÊNDICES B, C, D, E, F e G) desenvolveu-se os conteúdos sobre Estatística e Probabilidade com muitas resoluções de questões antigas do ENEM. No último encontro aplicou-se um pós-teste (APÊNDICE H) com questões relacionadas à Estatística e Probabilidade do último ENEM de 2014, e no final corrigiu-se cada uma das questões com o grupo de alunos.

6.1 DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As aulas foram desenvolvidas em uma sala de aula de laboratório composta por computador, classes e acesso a internet, além do projetor e lousa branca disponibilizada pela escola. O objetivo de utilizar este laboratório foi a possibilidade de aplicar a informática, mais especificamente os softwares como Excel como facilitadores de representações de planilhas na forma de tabelas e gráficos.

A sequência das aulas foi apresentada no 1º encontro, bem como seu formato e a utilização do ambiente virtual Moodle, possibilitando assim a organização e a disponibilização dos conteúdos e práticas de cada encontro. As aulas foram gravadas por meio de áudio e vídeo, com consentimento dos alunos e seus respectivos responsáveis através do termo de consentimento anexado ao projeto da pesquisa (ANEXO A). Disponibilizamos os

trabalhos desenvolvendo os temas das aulas no ambiente Moodle para os alunos. Nestes encontros os alunos receberam o material impresso e acompanharam a projeção do mesmo resolvendo, portanto, as questões que já estiveram presentes em provas anteriores do ENEM.

Os testes resolvidos pelos alunos e apresentados neste relatório foram apresentados preservando seus nomes, ou seja, cada aluno recebeu uma numeração aleatória.

6.1.1 Aula 1

No primeiro encontro, realizado no dia 24/09/2014, foi aplicado um pré-teste, composto por 10 questões selecionadas de provas aplicadas pelo ENEM desde 2009. Estas questões envolveram conteúdos sobre Estatística e Probabilidade, procuramos variar bem as questões selecionadas, entre: gráficos, tabelas, médias, moda, mediana, desvio-padrão, variância e probabilidade.

Além de resolver as questões, mostramos os cálculos envolvidos para marcar a resposta correta entre as cinco alternativas, os alunos tiveram que atribuir graus de importância e de dificuldade envolvidos em cada questão, este grau variou de 1 a 5, sendo:

1- Muito Pouco 2- Pouco 3- Médio 4- Grande 5- Muito Grande

Buscamos verificar o grau de conhecimento prévio dos alunos, aplicando uma lista de testes sem o desenvolvimento do conteúdo. Esperamos que os alunos tivessem dificuldades de interpretação e visualização de gráficos e, tabelas envolvidas nas questões de Probabilidade e Estatística. Esperamos que os alunos atribuíssem grau alto de dificuldade e grau baixo de importância do conhecimento envolvido na questão, pois é um tema novo e eles, muitas vezes, não conseguem visualizar sua importância no cotidiano.

Os alunos sentiram-se desafiados com os temas envolvidos, ficaram com dúvidas e houve muitas perguntas após a aplicação do pré-teste. Esta situação deveria ser boa para iniciar o estudo destes conteúdos e prosseguir nas próximas semanas. As questões foram respondidas com o prévio conhecimento dos alunos: análises de gráficos e dados, e algumas questões que envolviam definições mais específicas que os alunos nunca tinham ouvido, foram apenas marcadas as respostas, ou seja, foi um "chute". Eles tiveram 40 minutos para resolver o pré-teste, ou seja, em média 4 minutos por questão, sem o uso de calculadora, buscando assim a aproximação ao ENEM. Alguns reclamaram do texto envolvido em cada questão, que era grande e com muitos dados envolvidos.

6.1.2 Aula 2

No segundo encontro, realizado no dia 01/10/2014, começamos a desenvolver a Estatística, definindo suas aplicações, definições e principais formas de apresentação dos dados. Tivemos a introdução à estatística, etapas de uma pesquisa, tipos de pesquisas, formas de tabular os dados e principais análises envolvidas. Nesta aula mostramos dados retirados dos meios de comunicação como jornais, revista e internet com suas análises estatísticas envolvidas.

O objetivo era que os alunos entendessem o que se estuda na Estatística, suas aplicações e formas de pesquisas, tabulações dos dados, tratamento dos mesmos e exposição dos resultados. Esperamos que os alunos se sentissem motivados a estudar este tema, assim como visualizassem suas aplicações e importância, tanto no seu cotidiano como nos processos seletivos.

Os alunos interagiram bastante na aula, fazendo perguntas e dando exemplos de aplicações da Estatística. Com a exposição de dados reais retirados da internet, como por exemplo, dados do censo no Brasil: divisão em sexo da população, renda média do brasileiro, entre outros, os alunos analisaram situações e fizeram conclusões sobre os dados apresentados, mostrando um grande interesse sobre o tema.

Os alunos sentaram em grupos de 4 pessoas, promovendo discussões e possibilitando propostas de coletas de dados a serem realizadas na escola pelo grupo. No final da aula fizemos uma síntese dos temas estudados e os alunos mostraram ter entendido bem os conteúdos, com exemplos e aplicações expostos.

Apesar de ter sido uma aula com muitas definições novas, os alunos notaram que estes temas são importantes e se interessaram pelo assunto, fazendo inferências de forma correta e criando exemplos bem criativos sobre o tema. Os exemplos reais de dados retirados da internet foram importantes para os alunos visualizarem suas aplicações e formas de exposição dos dados estatísticos.

Notou-se ainda que os alunos observaram bastante o quanto estes temas estão expostos na mídia em telejornais, internet e revistas, apresentando dados de pesquisas e entrevistas na forma de tabelas e principalmente gráficos.

6.1.3 Aula 3

Neste 3º encontro, realizado no dia 08/10/2014, começamos a aula retomando as definições e conceitos da aula anterior, a fim de lembrar os alunos e aprofundar as primeiras ideias sobre Estatística.

Após as definições da última aula, agora aprofundamos as principais formas de exposição dos dados de uma pesquisa: tabelas e gráficos.

Nas tabelas mostramos as formas em que os valores são expostos: frequência relativa ou frequência absoluta.

Nos gráficos mostramos as suas formas e diferentes tipos: de linhas, de barras, de colunas e de setores circulares.

Nesta aula usamos exemplos reais retirados da internet e questões do ENEM, e criamos novos exemplos e aplicações em sala de aula, usando o software Excel tabulamos os dados e criamos gráficos para análise e interpretação dos mesmos.

Esperamos que os alunos se envolvessem com o conteúdo, participassem da criação de tabelas e gráficos, além de se interessarem pelas análises e aplicações, pois assim obteremos o pensamento estatístico em desenvolvimento. O objetivo é que os alunos além de saberem ler os dados apresentados de forma correta consigam criar e expor dados na forma de tabelas e gráficos da forma mais correta possível, fazendo possíveis inferências.

Os alunos fizeram muitas indagações sobre as formas de exposição de dados, resolveram todas as questões propostas entre os grupos e fizeram aplicações de exemplos práticos das formas de gráficos e tabelas. Além de participar das discussões, os alunos demonstraram mais interesse pelos gráficos, pois segundo eles, as análises são mais rápidas e sem a necessidade de muitos cálculos. Por enquanto foi a aula com maiores participações e perguntas, os alunos propuseram um exemplo de tabelas e gráficos das idades deles. Realizamos esta tarefa e apresentamos os dados em tabelas com valores absolutos e relativos, também fizemos vários tipos de gráficos sobre este exemplo.

Segundo os alunos o gráfico de setores foi o mais interessante, no entanto, quando se têm muitos dados o gráfico fica difícil de analisar, pois temos setores muitos pequenos.

Uma pequena observação: faltaram dois alunos nesta aula.

Os objetivos foram alcançados em boa parte, porém como não vieram 100% dos alunos à aula, podemos ter dificuldades em novas conclusões e aplicação deste tema em novos testes. Apesar de possuir muitas formas de tabelas e gráficos, notamos que os alunos se

interessaram sobre o tema e demonstram conhecimento prévio sobre as análises realizadas em aula. Em suma, a aula foi tranquila e bem aproveitada, o tempo todo, com explicações teóricas e resoluções de exercícios sobre o ENEM.

Após esta aula, esperamos que nas próximas os alunos consigam trazer estes conhecimentos para novas aplicações e resoluções de exercícios.

6.1.4 Aula 4

No 4º encontro, realizado no dia 15/10/2014, foram apresentadas aos alunos as principais medidas de tendência central: média aritmética, mediana e moda. Foram resolvidos exemplos para diferenciais, suas aplicações e definições, além de testes do ENEM. Começamos a aula pela média aritmética, formas de calcular e principais aplicações, após entramos na mediana, suas aplicações e cuidados no cálculo. Por último, a moda entre os termos. No final da aula foram resolvidos sete testes do ENEM que envolveram estes conteúdos.

Esperamos com esta aula que os alunos conseguissem diferenciar as medidas de tendência central, além de conseguir calcular cada um dos seus tipos. O objetivo principal é que os alunos consigam se sentir à vontade com suas nomenclaturas e consigam resolver de maneira fácil e direta as questões do ENEM no final da aula, mostrando assim a assimilação do conteúdo envolvido.

Nesta aula os alunos conseguiram tirar as dúvidas que surgiram com a aplicação do pré-teste, pois muitos deles estavam curiosos para saber qual era a diferença entre média e mediana. Notamos que após as explicações eles se sentiram bem à vontade e conseguiram corrigir os erros demonstrados no pré-teste. No final da aula, as questões do ENEM foram resolvidas de maneira bem direta e os alunos acharam este tema o mais fácil até o momento, chegaram a pedir para que este conteúdo entrasse em provas do curso técnico desenvolvido na Instituição.

Esta foi a aula em que as expectativas e as observações foram todas atingidas, pois os alunos conseguiram assimilar bem as diferenças entre as medidas de tendência central e não tiveram dificuldades na resolução das questões do ENEM. Com este resultado esperamos que eles consigam acertar as questões do pré-teste mostrando e confirmando o entendimento pelas nomenclaturas e formas de cálculos das médias, medianas e moda.

6.1.5 Aula 5

No 5º encontro realizado no dia 22/10/2014, assim como na última aula foram apresentadas as medidas mais usuais para representar um termo médio, agora apresentamos as formas mais comuns de classificar os dados de uma pesquisa sobre sua dispersão. Nesta aula desenvolvemos os conceitos e aplicações de amplitude, desvio-padrão e variância. Primeiramente, voltamos aos temas desenvolvidos na última aula com exemplos que mostrassem a mesma média, mediana e moda, porém agora essas duas pesquisas mostraram diferentes medidas de dispersão, demonstrando aos alunos que apenas a tendência central não basta para analisar os dados de uma pesquisa. Após as definições de aplicações e formas de cálculos de cada uma das medidas de dispersão resolvemos testes aplicados no ENEM, para os alunos conseguirem assimilar a forma como estes conteúdos estão presentes na prova.

Nesta aula esperávamos que os alunos conseguissem diferenciar as pesquisas apresentadas não apenas pelas tendências centrais (média, moda e mediana), que muitas vezes são próximas ou até iguais, mas, sim, pela dispersão dos dados, ou seja, amplitude, desvio-padrão e variância. Buscamos aqui analisar dados mais dispersos e menos dispersos, conseguindo resolver situações-problema e fazer inferências sobre os mesmos.

Notamos que os alunos sentiram um pouco mais de dificuldade nestes conteúdos, por se tratar de cálculos mais complexos, portanto demorados de resolver. Os grupos se aplicaram bem nas tarefas e testes propostos e no fim conseguimos analisar e discutir bem as aplicações e diferenças entre as medidas de dispersão. Observamos que esses nomes não são tão conhecidos como as medidas de tendência central (média, moda e mediana), porém os alunos concordaram que são cálculos importantes a se fazer, pois em uma pesquisa teremos uma análise geral dos resultados e como esses dados se aproximam ou se afastam da média, podendo assim concluir mais informações sobre os mesmos.

Mesmo no início, sentindo um pouco mais de dificuldade do que nas aulas anteriores, os alunos conseguiram atingir as expectativas antes da aula, pois fizeram inferência de forma correta, calcularam diversas medidas de dispersão e até trouxeram exemplos de como estas medidas são importantes.

6.1.6 Aula 6

Neste 6º encontro, realizado no dia 29/10/2014, foram aplicados os conceitos já trabalhados em aula, aplicações com resolução de questões do ENEM. São questões que já foram cobradas nas últimas provas com o formato de 45 questões sobre Matemática e Suas Tecnologias, questões essas que envolveram Estatística. As questões foram expostas aos alunos, os quais tiveram quatro minutos para resolver cada uma, após esse tempo a questão foi resolvida e discutida com o grupo, assim verificaram eventuais dificuldades e facilidades dos temas já estudados.

O grande objetivo desta aula foi mostrar aos alunos a forma como esses temas envolvidos são cobrados no ENEM, além de possibilitar o treinamento do tempo para resolver cada questão e das aplicações dos conteúdos desenvolvidos em aula. Esperamos que os alunos conseguissem resolver as questões e se interessassem pelas mesmas, pois envolvem os conteúdos já trabalhados nas aulas anteriores e acabam desafiando os alunos a encontrar a resposta correta, mostrando seus conhecimentos sobre o tema.

Os alunos conseguiram resolver rapidamente a maioria das questões, com pequenas dificuldades. O tempo foi o grande inimigo, pois em muitas questões os quatro minutos não foram suficientes. A grande maioria se envolveu com a resolução das questões e acabaram fazendo uma competição entre eles, o que provocou mais ainda o envolvimento dos alunos. A turma foi bem participativa e conseguiu, demonstrando que os conteúdos desenvolvidos em aula foram bem absorvidos.

Com a resolução destes testes, notamos que as expectativas foram em grande parte atingidas, pois os alunos se envolveram com a resolução das questões e participaram das discussões sobre as dificuldades e os conteúdos envolvidos em cada uma delas. Notamos que as nomenclaturas e definições foram bem absorvidas pelo grande grupo e que os cálculos não tiveram grande dificuldade para suas resoluções.

6.1.7 Aula 7

Neste 7º encontro realizado no dia 05/11/2014, foi desenvolvida a probabilidade, suas formas e aplicações. Na probabilidade começamos definindo alguns conceitos importantes,

tais como: experimento aleatório, espaço amostral, evento e a própria definição de probabilidade, a partir da resolução de exemplos chegaremos às probabilidades de eventos impossíveis e eventos certos. Após estas resoluções e definições de aplicação resolvemos questões já aplicadas ao ENEM.

Esperamos que os alunos conseguissem identificar a definição de probabilidade como sendo uma razão, suas formas de respostas: forma percentual, decimal e fracionária, além de aplicações em testes do ENEM. A partir dos primeiros exemplos, mais fáceis, como lançamentos de moedas e dados, ampliamos os testes com aumento de informações que acabaram transformando o número total de casos, mostrando aos alunos a importância da interpretação do exercício.

Nesta aula notamos que os alunos entenderam bem a matéria e gostaram das suas aplicações, com perguntas e aplicações em jogos da mega sena, entre outros. Na resolução dos exercícios do ENEM os alunos começaram tendo alguns problemas com as informações, não sendo interpretadas de forma correta, porém após alguns testes entenderam bem e, começaram a acertar os demais.

Notamos que a probabilidade é um dos conteúdos que mais envolve os alunos, pois o cálculo de probabilidades de eventos ocorrer chama a atenção dos alunos e desperta a curiosidade. Tratar este tema com a resolução de exercícios diretos, com poucos cálculos e com mais interpretação, também estimula o raciocínio lógico e a participação da turma durante a aula.

6.1.8 Aula 8

Neste último encontro realizado no dia 12/11/2014, foi aplicado um pós-teste, composto por dez questões selecionadas da prova do ENEM de 2014. Além de resolver os testes propostos os alunos atribuíram grau de dificuldade e grau de importância para cada questão, estes graus variaram de 1 menor grau até o grau 5, maior grau.

Buscamos verificar o conhecimento dos alunos após o desenvolvimento desta sequência didática, aplicando uma lista de testes. Esperamos que eles tenham mais facilidade que no pré-teste e consigam melhorar seu desempenho mostrando maiores interpretações e aplicações sobre o tema envolvido. Além disso, esperamos que os alunos atribuam graus menores de dificuldade e graus maiores de importância do conhecimento envolvido na

questão, pois agora já foram apresentadas muitas situações cotidianas e dados veiculados em meios de comunicação.

Durante a aplicação do pós-teste notamos a aplicação dos alunos e a concentração na interpretação e resolução dos testes propostos. Todas as questões de todos os alunos foram resolvidas, e com a exposição dos cálculos aplicados por eles.

Notamos uma facilidade maior dos alunos na resolução destas questões, pois muitos terminaram as 10 questões antes mesmo dos 40 minutos disponibilizados, é claro que isso não garante que tenham acertado mais questões. Mas, pelo menos, conseguiram interpretar e resolver as questões mais rapidamente e isso é importante, pois o tempo é um dos grandes inimigos do ENEM.

Os comentários desta última aula é que Probabilidade e Estatística são conteúdos muito importante para quem pretende fazer o ENEM.

As expectativas durante a aplicação deste pós-teste são as melhores possíveis, pois a grande maioria dos alunos conseguiu terminar no tempo estabelecido e com uma empolgação bem maior que no pré-teste. No pós-teste eles tinham o conhecimento do que se tratava e se sentiram mais à vontade para resolver essas questões.

6.2 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DO PRÉ E PÓS-TESTES

Após a análise das resoluções feitas pelos alunos do pré-teste verificamos que a maioria dos alunos teve dificuldade para resolver as questões propostas, além de muitos desconhecerem definições básicas, como por exemplo, média aritmética. Apesar do pouco conhecimento os alunos se dedicaram ao máximo para resolver as questões e conseguiram em muitos testes excluir respostas impossíveis, marcando assim a resposta correta sem mostrar o cálculo realizado.

A grande maioria dos alunos atribuiu em muitas questões grau alto de dificuldade, mostrando que não possuíam aquele conhecimento e, grau de importância também alto, mostrando a sua preocupação com estes temas.

Com os resultados tabulados do pré-teste nota-se que a Estatística e a Probabilidade devem ser conteúdos que merecem muita atenção nas escolas, pois os alunos apresentam muitas dificuldades de visualização e interpretação, além destes conteúdos estarem presentes em muitos processos seletivos do Brasil.

A tabela 4 a seguir mostra o resultado de cada aluno em cada uma das 10 questões do pré-teste, assim como a sua nota final. Com os dados desta tabela, foi construído também o gráfico 4 exposto a seguir. Nesta tabela usa-se a seguinte nomenclatura:

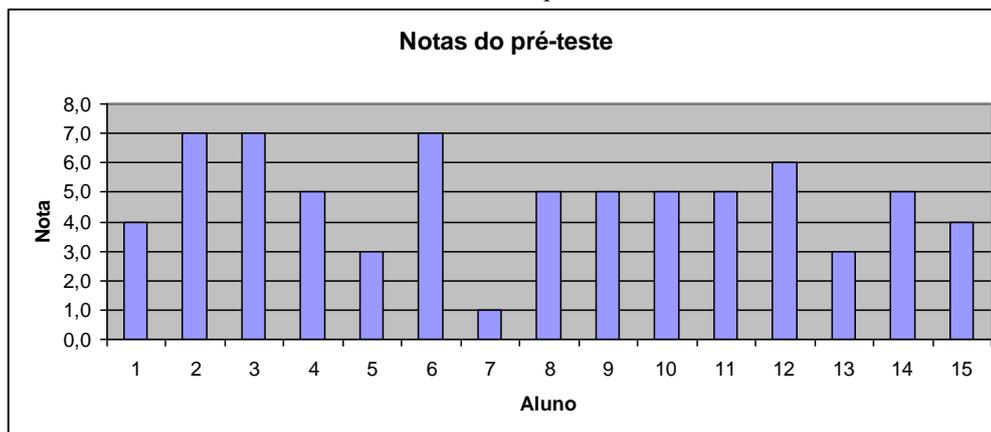
1 = Acertou a questão ou 0 = Errou a questão

Tabela 2: Resultados das questões do Pré-teste

Aluno	Questão do Pré-teste										Nota Final
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	4,0
2	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	7,0
3	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	7,0
4	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	5,0
5	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	3,0
6	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	7,0
7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0
8	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	5,0
9	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	5,0
10	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	5,0
11	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	5,0
12	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	6,0
13	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	3,0
14	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	5,0
15	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	4,0

Fonte: Do autor (2015).

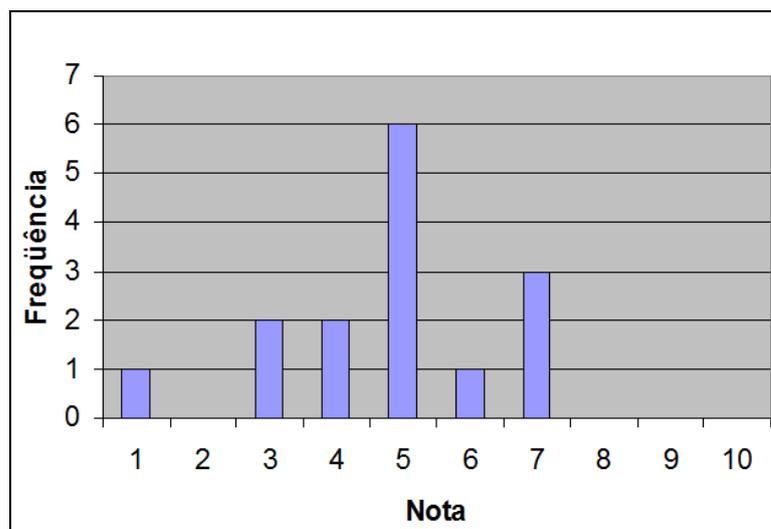
Gráfico 4: Resultados das questões do Pré-teste



Fonte: Do autor (2015).

Analisando a tabela e o gráfico, verificamos que a média de notas dos alunos neste pré-teste foi de 4,8, ou seja, menos da metade do total de questões propostas e um desvio padrão calculado de 1,66, mostrando que os dados são bem próximos da média, como demonstra o gráfico 5:

Gráfico 5: Análise de acertos das questões do Pré-teste



Fonte: Do autor (2015).

As questões do pré-teste eram compostas dos seguintes assuntos:

Questão n° 1: Cálculos de razões com dados retirados do texto e de um gráfico de linhas;

Questão n° 2: Média aritmética simples entre dez notas dos alunos das equipes;

Questão n° 3: Mediana com dados expostos em uma tabela;

Questão n° 4: Probabilidade simples com dados de quatro espécies de uma reserva florestal;

Questão n° 5: Média aritmética simples com dados percentuais expostos em uma tabela

Questão n° 6: Cálculo do número de pessoas com dados percentuais em um gráfico de barras;

Questão n° 7: Análise direta dos meses de um ano com maior e menor vendas de um gráfico de linhas;

Questão n° 8: Análise de melhor compra e venda de ações em determinadas horas de um dia de 5 investidores, com os dados expostos em um gráfico e uma tabela;

Questão n° 9: Cálculo de diferenças percentuais com os dados expostos em um gráfico de barras;

Questão n° 10: Produto de probabilidades independentes com os dados expostos em um gráfico de barras;

Verificando os cálculos feitos pelos alunos notamos que em muitos casos faltou conhecimento de conceitos estatísticos, como por exemplo, diferença de mediana em relação à média, ou ainda moda em relação à média.

Nenhum aluno acertou a questão número 3, que pedia para o aluno calcular a mediana, porém verificamos que a maioria dos alunos calculou a média, pensando ser a mesma coisa, como mostra o exemplo abaixo de um dos alunos:

Questão 3

Questão 168

Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R\$ 83,00	2007
Novembro	R\$ 73,10	2007
Dezembro	R\$ 81,60	2007
Janeiro	R\$ 82,00	2008
Fevereiro	R\$ 85,30	2008
Março	R\$ 84,00	2008
Abril	R\$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a

- A R\$ 73,10.
- B R\$ 81,50.
- C R\$ 82,00.
- D R\$ 83,00.
- E R\$ 85,30.

Grau de dificuldade atribuído: 2

Grau de importância atribuído: 3

21
83,00
73,10
81,6
82,0
85,3
84,0
84,6
573,60 / 7
561,0 : 81
0,60

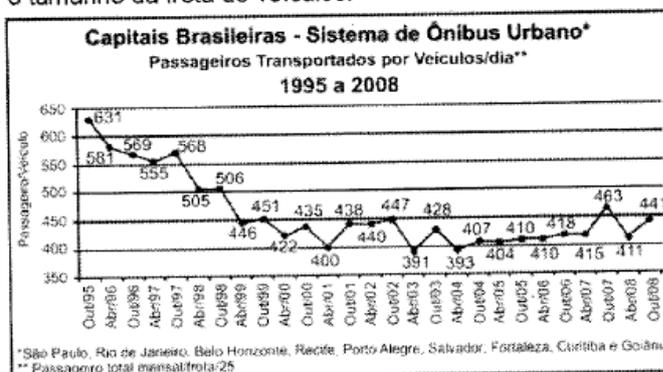
As questões 1 e 10 foram as que apresentaram os piores percentuais de acertos depois da questão número 3, somente 2 alunos acertaram cada uma delas. A questão número 1 relacionava o conceito de razão e análise de dados do gráfico, porém a questão apresentava uma resposta que levava o aluno apenas a leitura dos dados sem utilizar o conceito de razão, como mostra o exemplo:

Questão 1

Questão 136

Dados da Associação Nacional de Empresas de Transportes Urbanos (ANTU) mostram que o número de passageiros transportados mensalmente nas principais regiões metropolitanas do país vem caindo sistematicamente. Eram 476,7 milhões de passageiros em 1995, e esse número caiu para 321,9 milhões em abril de 2001. Nesse período, o tamanho da frota de veículos mudou pouco, tendo no final de 2008 praticamente o mesmo tamanho que tinha em 2001.

O gráfico a seguir mostra um índice de produtividade utilizado pelas empresas do setor, que é a razão entre o total de passageiros transportados por dia e o tamanho da frota de veículos.



Disponível em: <http://www.ntu.org.br>, Acesso em 16 jul. 2009 (adaptado).

Supondo que as frotas totais de veículos naquelas regiões metropolitanas em abril de 2001 e em outubro de 2008 eram do mesmo tamanho, os dados do gráfico permitem inferir que o total de passageiros transportados no mês de outubro de 2008 foi aproximadamente igual a

- A) 355 milhões.
- B) 400 milhões.
- C) 426 milhões.
- D) 441 milhões.
- E) 477 milhões.

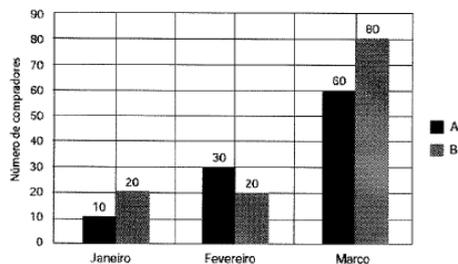
Grau de dificuldade atribuído: 1
Grau de importância atribuído: 5

Já a questão número 10 pedia para o aluno calcular a probabilidade de 2 compradores terem realizado uma compra no mês de fevereiro, porém para resolvê-la o aluno teria que fazer um produto de 2 probabilidades independentes. A maioria dos alunos calculou uma probabilidade apenas. Os dados foram apresentados em um gráfico de barras, como mostra o exemplo:

Questão 10

QUESTÃO 146

Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, A e B, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:



A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto A e outro brinde entre os compradores do produto B.

Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?

A $\frac{1}{20}$

B $\frac{3}{242}$

C $\frac{5}{22}$

D $\frac{6}{25}$

E $\frac{7}{15}$

Grau de dificuldade atribuído: 2
Grau de importância atribuído: 3

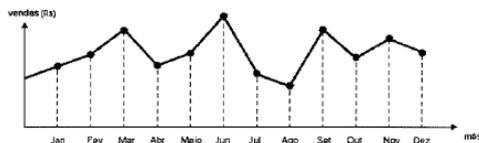
Março = 140
Fev = 90
Jan = 80
1700

A questão número 7 foi a que teve o maior número de acertos, no caso 14 alunos, pois para resolver a mesma bastava o aluno analisar no gráfico os meses com maiores e piores vendas absolutas, como mostra o exemplo:

Questão 7

QUESTÃO 148

O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em Reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011.



De acordo com o gráfico, os meses em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor vendas absolutas em 2011 foram

A março e abril.

B março e agosto.

C agosto e setembro.

D junho e setembro.

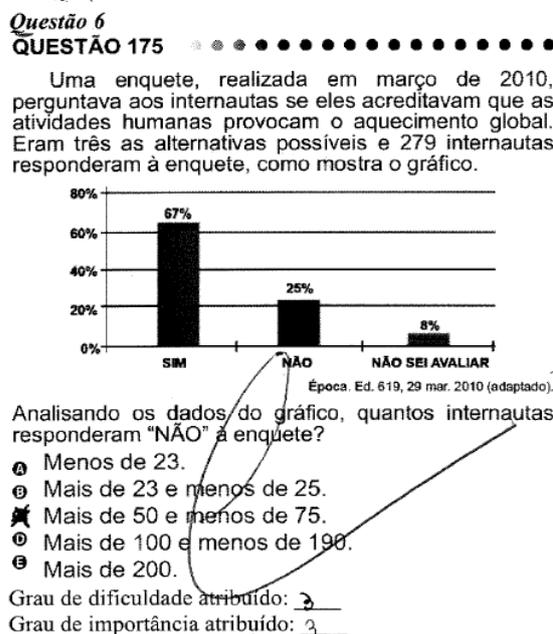
E junho e agosto. *É 25% da CAP/100*

Grau de dificuldade atribuído: 1

Grau de importância atribuído: 1

Em seguida a questão 6 teve o segundo maior número de acertos, no caso 12 alunos, nesta questão o aluno precisava calcular 25% de 279 pessoas, em muitos casos os alunos

conseguiram relacionar que 25% representava 1/4 do total, ou seja, apenas dividiram 279 por 4, como mostra o exemplo:



Em relação ao grau de dificuldade e importância atribuídos pelos alunos, construímos as tabelas 3 e 4, onde foram expostas as médias por aluno, por questão e no total. Lembrando que foram um total de 15 alunos e cada pré-teste era composto de 10 questões, logo teremos 150 respostas de grau de dificuldade e, 150 de grau de importância, conforme a classificação:

1- Muito Pouco 2- Pouco 3- Médio 4- Grande 5- Muito Grande

Tabela 3: Resultados dos Graus de dificuldades do Pré-teste atribuídos pelos alunos

ALUNO	QUESTÃO										Média
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	2	4	4	5	4	3	1	1	1	4	2,9
2	2	3	4	4	3	3	1	1	3	3	2,7
3	3	3	3	4	2	4	1	1	1	5	2,7
4	4	5	5	4	4	5	2	3	3	4	3,9
5	4	5	5	4	3	5	4	4	5	3	4,2
6	3	3	4	3	2	3	1	1	1	2	2,3
7	3	1	2	4	5	4	3	5	4	3	3,4
8	5	1	2	5	1	5	1	2	5	5	3,2
9	1	1	2	2	1	2	1	1	1	5	1,7
10	4	4	2	5	1	5	1	2	1	3	2,8
11	5	2	3	4	1	2	1	1	1	5	2,5
12	4	1	2	3	1	2	1	1	1	5	2,1
13	4	3	5	4	5	4	3	3	5	5	4,1
14	3	4	5	5	4	5	4	3	4	5	4,2
15	1	1	3	3	4	3	1	5	5	5	3,1
Média	3,2	2,7	3,4	3,9	2,7	3,7	1,7	2,3	2,7	4,1	3,1

Fonte: Do autor(2015).

Tabela 4: Resultados dos Graus de importância do Pré-teste atribuídos pelos alunos

ALUNO	QUESTÃO										Média
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	3	4	3	3	1	3	1	1	3	2,3
2	3	2	3	4	4	3	3	4	3	4	3,3
3	4	3	4	1	4	2	1	2	1	3	2,5
4	3	4	5	4	4	5	3	4	3	4	3,9
5	2	3	4	4	3	3	2	1	1	3	2,6
6	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	2,6
7	2	3	3	3	2	2	4	1	3	2	2,5
8	3	5	5	5	5	4	3	5	4	5	4,4
9	5	2	3	5	4	4	2	2	3	2	3,2
10	2	3	4	4	4	3	3	4	3	4	3,4
11	4	3	4	4	3	4	3	4	2	4	3,5
12	3	5	4	4	4	4	5	4	5	2	4,0
13	5	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4,2
14	1	3	2	2	2	3	2	1	1	1	1,8
15	5	4	3	5	4	5	3	5	5	5	4,4
Média	3,0	3,3	3,6	3,6	3,5	3,3	2,9	3,0	2,8	3,3	3,2

Fonte: Do autor(2015).

Observando as médias do grau de dificuldade com o resultado de acertos dos alunos, notamos que a questão número 10 teve a maior média e, também, o pior percentual de acerto, mostrando como os alunos sentiram dificuldade em resolvê-la. Também, neste sentido, as questões 6 e 7 foram as que tiveram os menores graus de dificuldade e, os maiores percentuais de acertos.

Em termos gerais, a média do grau de dificuldade ficou em 3,1 mostrando o desconhecimento deste tema pelos alunos, o grau de importância teve uma média geral de 3,2 demonstrando a preocupação dos alunos com este assunto.

Após a análise das resoluções dos alunos no pós-teste, construímos a tabela 5 a seguir, com o resultado de cada aluno nas 10 questões propostas, assim como a sua nota final e, com estes dados foi construído o gráfico 6 logo a seguir.

Nesta tabela usamos a seguinte nomenclatura:

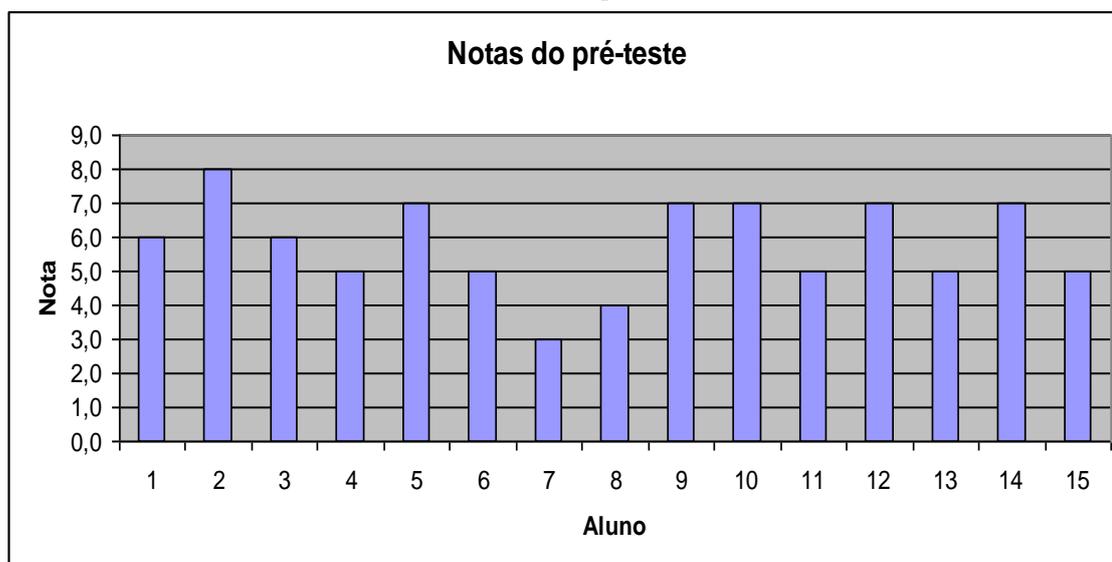
1 = Acertou a questão ou 0 = Errou a questão

Tabela 5: Resultados das questões do Pós-teste

Aluno	Questão do Pós-teste										Nota Final
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	6,0
2	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	8,0
3	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	6,0
4	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	5,0
5	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	7,0
6	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	5,0
7	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	3,0
8	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	4,0
9	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	7,0
10	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	7,0
11	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	5,0
12	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	7,0
13	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	5,0
14	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	7,0
15	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	5,0

Fonte: Do autor(2015).

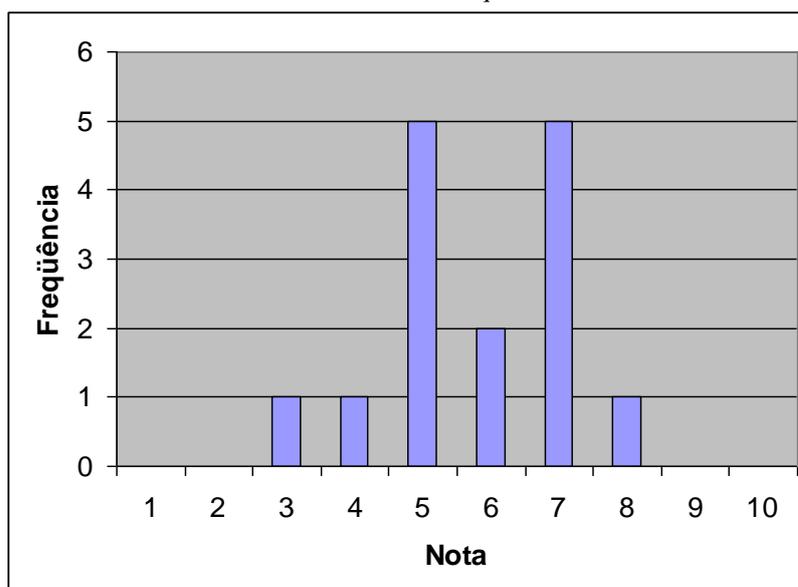
Gráfico 6: Resultados das questões do Pós-teste



Fonte: Do autor (2015).

Analisando a tabela 5 e o gráfico 6 verificamos que a média de notas dos alunos neste pós-teste foi de 5,8, ou seja, mais da metade do total de questões propostas e um desvio padrão calculado de 1,37, mostrando que os dados são bem próximos da média, como mostra o gráfico 7:

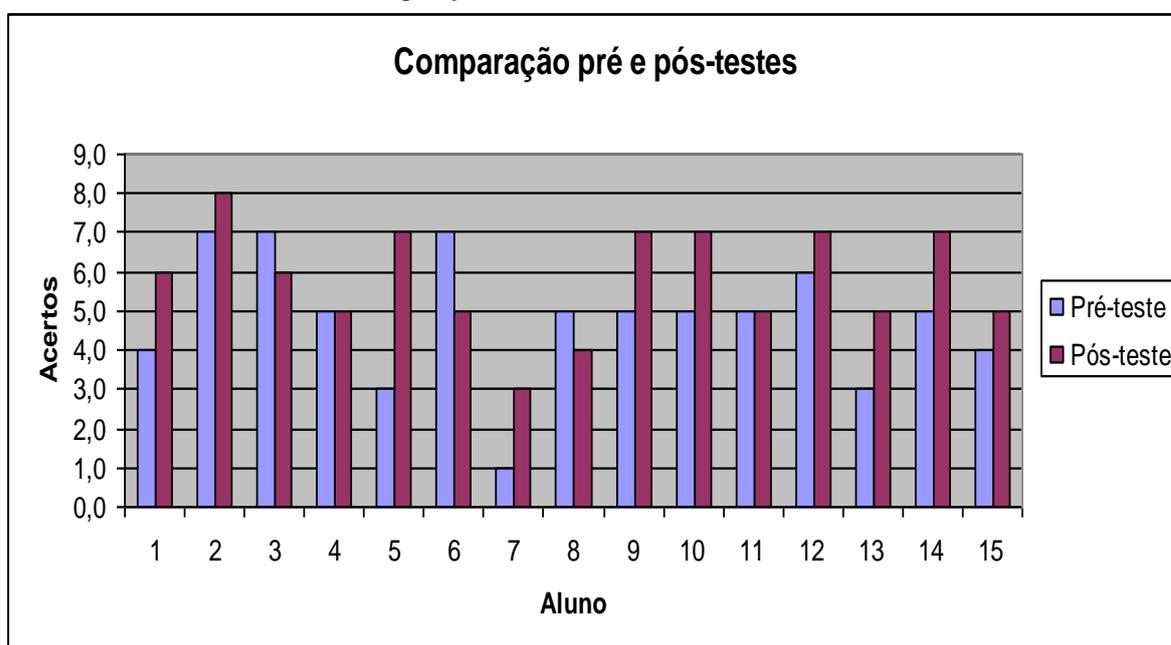
Gráfico 7: Análise de acertos das questões do Pós-teste



Fonte: Do autor (2015).

Agora podemos comparar o resultado dos pré e pós-testes de cada aluno segundo o gráfico 8:

Gráfico 8: Comparação das notas de cada aluno do Pré e Pós-testes



Fonte: Do autor (2015).

Também podemos analisar os resultados a partir da tabela 6:

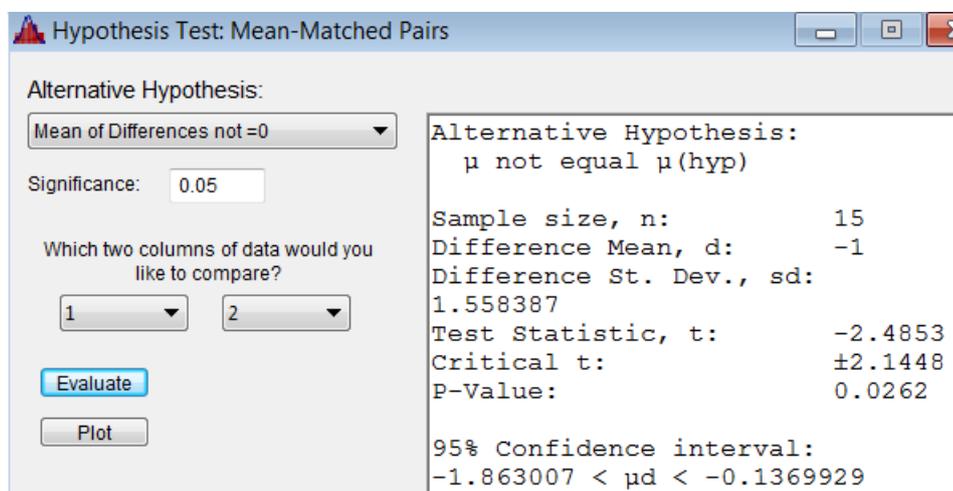
Tabela 6: Comparação de acertos de todas as questões para cada aluno do Pré e Pós-testes

Aluno	Questão do Pós-teste										Nota Final	Melhoria em %	Melhoria em questões
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	6,0	50,00%	2,0
2	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	8,0	14,29%	1,0
3	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	6,0	-14,29%	-1,0
4	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	5,0	0,00%	0,0
5	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	7,0	133,33%	4,0
6	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	5,0	-28,57%	-2,0
7	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	3,0	200,00%	2,0
8	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	4,0	-20,00%	-1,0
9	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	7,0	40,00%	2,0
10	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	7,0	40,00%	2,0
11	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	5,0	0,00%	0,0
12	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	7,0	16,67%	1,0
13	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	5,0	66,67%	2,0
14	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	7,0	40,00%	2,0
15	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	5,0	25,00%	1,0
Somatório	14	2	10	0	7	7	14	12	14	7	87,0	20,83%	
											Média	5,8	20,83%
											Desvio Padrão	1,37	

Fonte: Do autor (2015).

Realizou-se o teste t de Student pareado para comparar o desempenho dos alunos nos dois momentos do estudo. Adotando como diferença $d = (\text{nota final no pré teste}) - (\text{nota final no pós teste})$ obteve-se uma estatística teste de $-2,485$ com 14 graus de liberdade e um valor de $p = 0,026$. As evidências amostrais a um nível de significância de 5% nos permitem afirmar que houve aumento. Como mostra a figura 3:

Figura 3: Teste t - Comparação de acertos das questões



Fonte: Do autor (2015).

Notamos que dos 15 alunos, 10 melhoram seus acertos no pós-teste em comparação com o pré-teste, três pioraram e dois acertaram o mesmo número de questões, ou seja, houve melhoria em 66,67% dos alunos da turma. Em termos globais, no pré-teste houve um total de 72 questões corretas, já no pós-teste houve 87 questões corretas, uma melhoria de 20,83%, a média também aumentou de 4,8 para 5,8.

Mesmo com essas melhorias apresentadas nas tabelas e gráficos é interessante comentar que o pré-teste e o pós-teste tinham questões diferentes, o que pode estabelecer uma diferença de dificuldade de um para outro. A ideia nesta análise não é garantir que este estudo seja o mais correto, mas sim mostrar a importância de tratamentos sobre Probabilidade e Estatística, contribuindo para uma melhor visualização, interpretação e cálculos mais corretos.

As questões do pós-teste eram compostas dos seguintes assuntos:

Questão nº 1: Mediana com os dados apresentados em uma tabela;

Questão nº 2: Média aritmética ponderada com os dados apresentados em uma tabela;

Questão nº 3: Média aritmética simples com os dados apresentados em uma tabela;

Questão nº 4: Produto de probabilidades independentes com análise combinatória;

Questão nº 5: Probabilidade simples com os dados apresentados em uma tabela;

Questão nº 6: Análise de média, moda e mediana de dados apresentados em uma tabela;

Questão nº 7: Interpretação de um gráfico de linhas nos sete dias de uma semana;

Questão nº 8: Análise de gráfico de barras com taxas de um ano;

Questão nº 9: Interpretação de uma tabela com dados expostas em porcentagem;

Questão nº 10: Cálculos de porcentagens com dados expostos em dois gráficos: um de setores circulares e um de barras;

Analisando essas questões temos:

As questões nº 1, 7 e 9 foram as que apresentaram maior acerto, apenas um aluno errou essas questões.

Na questão nº 1 o aluno precisava apenas encontrar a maior mediana apresentada entre cinco candidatos com os dados em uma tabela. Importante lembrar que no pré-teste a questão nº 3 que também era sobre mediana, nenhum aluno acertou, mostrando que o cálculo de mediana não é difícil, porém o aluno precisa saber sua definição.

Nas questões nº 7 e 9 o aluno precisava apenas interpretar dados de uma tabela e de um gráfico. No caso da nº 7 era só verificar em que dia da semana os valores eram maiores, já no caso da nº 9 e em quais regiões brasileiras tínhamos os menores percentuais de doadores.

A questão nº 4 foi a que teve o pior resultado, pois nenhum aluno acertou essa questão. Nesta questão o aluno precisava utilizar um produto de probabilidades independentes e ainda utilizar os conceitos de análise combinatória.

Em relação ao grau de dificuldade e importância atribuído pelos alunos, construímos as tabelas 7 e 8, onde foram expostas as médias por aluno, por questão e no total. Lembrando que foram um total de 15 alunos e cada pré-teste era composto de 10 questões, logo teremos 150 respostas de grau de dificuldade e, 150 de grau de importância, conforme a classificação: abaixo:

1- Muito Pouco 2- Pouco 3- Médio 4- Grande 5- Muito Grande

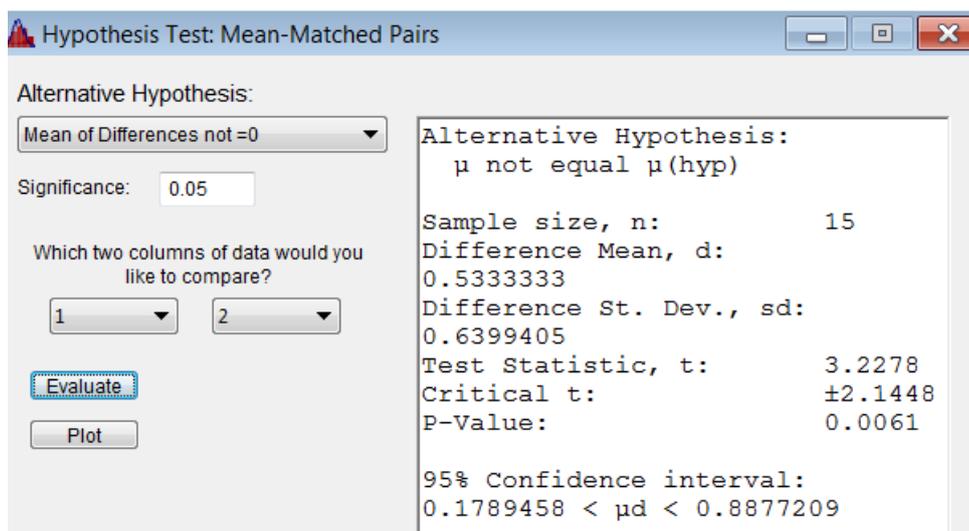
Tabela 7: Resultados dos Graus de dificuldades do Pós-teste atribuídos pelos alunos

ALUNO	QUESTÃO										Média
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	2	1	5	5	5	1	1	5	1	2,7
2	1	1	5	1	1	1	1	2	4	3	2,0
3	2	3	3	3	5	2	1	1	1	2	2,3
4	2	2	3	5	3	4	3	2	2	1	2,7
5	3	2	4	3	3	4	2	3	3	2	2,9
6	2	2	2	4	4	4	2	1	1	1	2,3
7	2	5	3	3	4	2	2	3	2	3	2,9
8	1	2	3	4	3	2	1	1	1	3	2,1
9	2	1	2	1	1	2	1	2	1	3	1,6
10	2	3	3	5	1	3	1	2	1	5	2,6
11	1	3	2	3	3	2	1	1	1	4	2,1
12	2	3	2	5	1	2	1	1	1	4	2,2
13	3	3	4	4	4	3	2	2	4	5	3,4
14	2	3	1	5	3	4	1	5	1	5	3,0
15	1	1	3	3	2	3	1	4	3	5	2,6
Média	1,8	2,4	2,7	3,6	2,9	2,9	1,4	2,1	2,1	3,1	2,5

Fonte: Do autor (2015).

Realizou-se o teste t de Student pareado para comparar o grau de dificuldade declarado pelos alunos nos dois momentos do estudo, conforme mostra a figura 4 a seguir. Adotando como diferença $d = (\text{grau final no pré teste}) - (\text{grau final no pós teste})$ obteve-se uma estatística teste de 3,228 com 14 graus de liberdade e um valor de $p = 0,006$. As evidências amostrais a um nível de significância de 5% nos permitem afirmar que houve redução no grau médio de dificuldade percebido no Pós-teste. As diferenças encontradas não ocorreram ao acaso.

Figura 4: Teste t - Comparação dos graus de dificuldade



Fonte: Do autor (2015).

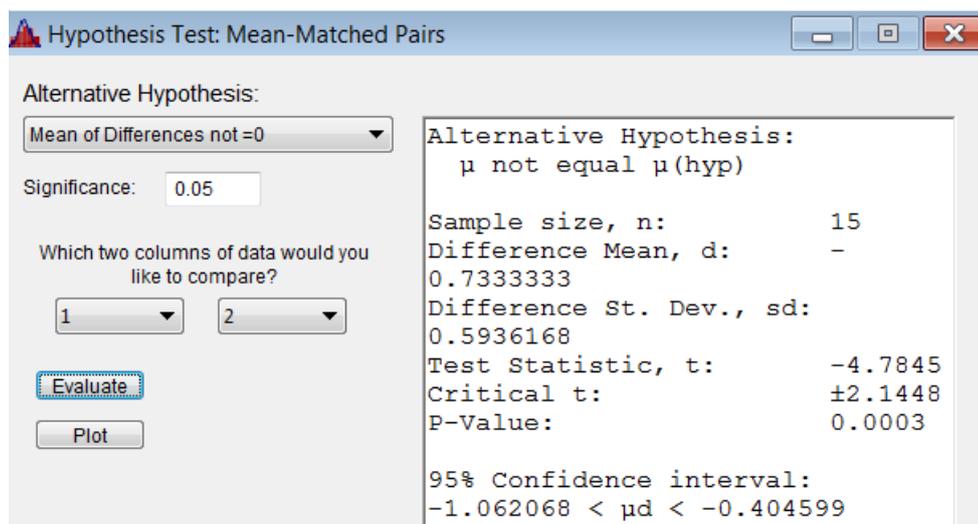
Tabela 8: Resultados dos Graus de importância do Pós-teste atribuídos pelos alunos

ALUNO	QUESTÃO										Média
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	3	1	4	3	3	4	4	3	5	3,1
2	3	4	5	5	5	5	4	3	4	5	4,3
3	4	5	3	3	4	3	4	3	2	5	3,6
4	4	5	4	5	4	4	4	4	4	4	4,2
5	3	5	4	4	4	3	2	4	3	4	3,6
6	3	1	4	4	3	3	3	5	4	5	3,5
7	4	4	5	5	4	3	4	4	3	4	4,0
8	4	3	3	5	5	5	4	4	2	5	4,0
9	4	4	4	5	5	3	4	3	3	5	4,0
10	5	4	4	4	4	5	4	3	4	5	4,2
11	3	3	4	4	4	5	4	3	4	4	3,8
12	5	5	4	3	4	3	5	5	5	5	4,4
13	4	4	4	4	4	4	5	5	4	5	4,3
14	3	3	2	2	2	3	5	3	2	4	2,9
15	4	5	4	5	4	5	3	5	5	5	4,5
Média	3,6	3,9	3,7	4,1	3,9	3,8	3,9	3,9	3,5	4,7	3,9

Fonte: Do autor (2015).

Realizou-se o teste t de Student pareado para comparar o grau de importância atribuído pelos alunos nos dois momentos do estudo, conforme mostra a figura 5 a seguir. Adotando como diferença $d = (\text{grau no pré teste}) - (\text{grau no pós teste})$ obteve-se uma estatística teste de -4,784 com 14 graus de liberdade e um valor de $p < 0,001$. As evidências amostrais a um nível de significância de 5% nos permitem afirmar que houve aumento na média do grau de importância atribuído pelos alunos no Pós-teste. As diferenças encontradas não ocorreram ao acaso.

Figura 5: Teste t - Comparação dos graus de importância



Fonte: Do autor (2015).

Observando as médias do grau de dificuldade com o resultado de acertos dos alunos, notamos que a questão número 4 teve a maior média e, também, o pior percentual de acerto, mostrando como os alunos demonstraram dificuldade em resolvê-la. Também, neste sentido, as questões nº1, 7 e 9 que tiveram os maiores percentuais de acertos, obtiveram o menor grau de dificuldade atribuído, principalmente as nº 1 e 7.

Em termos gerais, a média do grau de dificuldade ficou em 2,5 mostrando uma queda em relação ao pré-teste (3,1) e, o grau de importância teve uma média geral de 3,9 mostrando um aumento em relação ao pré-teste (3,2).

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ENEM, atualmente utilizado em muitos processos seletivos, é capaz de influenciar o ensino na Educação Básica, principalmente, a inclusão do tratamento da informação, utilização de gráficos, tabelas ou quadros e conteúdos envolvendo probabilidade e estatística, às vezes, negligenciados em muitos currículos escolares.

Destacamos que perante as resoluções e análises sobre as questões de Probabilidade e Estatística, presentes nas provas do ENEM, nos anos de 2009 a 2014, podemos concluir que neste período a prova manteve um padrão, ou seja, as questões são bem parecidas e utilizam em sua maioria a exposição dos dados em gráficos ou tabelas. Percebemos que estas questões representam em média cerca de 10 a 12 questões do total de 45 de cada prova, representando em torno de 24% do total. Em apenas dois conteúdos temos quase que 1/4 das questões, mostrando a importância do seu conhecimento para o resultado final na nota dos alunos.

Nessas questões as principais competências envolvidas foram as da área 6 e 7, segundo a matriz do INEP, as quais envolvem diretamente a leitura de dados em gráficos e tabelas e o caráter aleatório ou determinístico. Destacamos a presença das habilidades, H24, H25 e H26, as quais relacionam dados em gráficos e tabelas a fim de resolver problemas, fazer inferências e construir argumentos.

Verificamos que na maioria dessas questões a representação semiótica foi direta e com poucos dados envolvidos, porém em cada questão temos apenas uma forma de exposição dos dados, ou seja, usa-se apenas um símbolo, contrariando assim Duval (2003), que define que a utilização de mais de um registro de representação contribui para uma melhoria na interpretação cognitiva e pode levar a um sucesso matemático.

As tabelas utilizadas nas questões foram na sua maioria de nível básico, segundo a concepção de Wainer (1992), sendo necessário apenas retirar os dados diretos para a resolução da questão. Os gráficos apresentados foram na sua maioria de primeiro nível, segundo a abordagem de Curcio (1989), sendo necessário apenas ler os dados para resolver a questão.

Observamos que na parte de conteúdos de estatística as provas deram muita ênfase nas medidas de tendência central, principalmente o uso da mediana, mas não utilizaram as medidas de dispersão ou de variabilidade.

Notamos que algumas questões analisadas neste estudo, apresentaram problemas. Destacamos a questão nº 142 do ano de 2009 (página 38), que apresenta um gráfico que

relaciona o número de casos de câncer de pulmão versus número de cigarros consumidos diariamente. Notamos que este gráfico é completamente incabível, pois notamos que quem fuma 15 cigarros por dia possui o quase o triplo de probabilidade de possui câncer do que uma pessoa que consome 14 cigarros por dia. Porém, qual seria a explicação para a diferença de um cigarro a mais por dia quase triplicar essa possibilidade de a pessoa ter câncer de pulmão? Também notamos que no gráfico, fumar um ou 14 cigarros não alteraria o número de casos de câncer. Será que essa relação pode ser correta?

Na questão 142 do ano de 2011 (página 63) é apresentada uma tabela e no enunciado temos a apresentação de um gráfico.

Na questão 154 do ano de 2011 (página 64) é apresentada uma tabela com os dados presentes em porcentagem, porém segundo a norma do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE - 1993), os dados presentes em tabelas deve ser apresentado em algarismos arábicos de forma decimal ou apresentação no cabeçalho da tabela com a indicação (%) e os dados na tabela simples.

Observamos que a questão nº 150 do ano de 2010 (página 53) relaciona quatro tipos muito diferentes de espécies: peixes, mamíferos, répteis e borboletas. E pergunta a probabilidade de se capturar uma espécie, ao acaso, essa ser uma borboleta? Como poderíamos capturar da mesma forma estas quatro espécies? Uma borboleta não pode ser confundida com peixes, mamíferos ou répteis. O correto nesta questão, por exemplo, seriam quatro espécies diferentes de peixes, qual a probabilidade de se pescar uma espécie específica de peixe, pois neste caso teríamos a mesma forma de captura e somente a sorte poderia estar relacionada à sua captura.

Na questão nº 162 de 2013 (página 94), foi feito um levantamento sobre o preço de 200 hotéis, porém os dados foram apresentados apenas quatro valores: R\$ 200, R\$ 300, R\$ 400 e R\$ 600, sendo que os dados são expostos em um gráfico de setor circular. Consideramos que estes dados são fictícios e expostos de forma errônea, pois como pode 200 hotéis apresentarem apenas quatro tipo de valores? Será que nenhum hotel possui um valor intermediário, como R\$ 235,00? Consideramos que o mais correto seria apresentar esses dados em uma tabela e explicitar no enunciado que estes quatro valores são as médias das diárias desses hotéis. Em síntese, uma variável métrica, o preço, foi apresentado como sendo categórica.

Algumas questões das provas do ENEM, realizadas no período analisado deixaram a desejar. Os conteúdos selecionados necessitam de revisão e de uma melhor adequação às competências e habilidades previstas da matriz de referência curricular do ENEM.

Percebemos uma intenção de apresentação das questões de uma forma contextualizada, mas em alguns casos um tanto forçado.

Enfim, o professor de Matemática da Educação Básica deve acompanhar com cuidado e espírito crítico as questões envolvendo representação gráfica, estatística e probabilidade quando for usá-las como recurso pedagógico em suas aulas.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: BRUN, J. (Org.). Didática das matemáticas. Tradução de M. J. Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BRASIL, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Normas de apresentação Tabular**. Fundação do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Centro de Documentação e Disseminação de Informações, Rio de Janeiro, 1993, 3^o edição.

BRASIL, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira(Inep). **Documento Básico**. Brasília: 2001. Disponível em <<http://www.publicacoes.inep.gov.br/portal/download/70>>. Acesso em 10 Jun. 2014.

BRASIL, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira(Inep). **Legislação e Documentos do ENEM**. Edital nº 7, de 18 de Maio de 2011. Disponível em <<http://portal.inep.gov.br/web/enem/legislacao-e-documentos>>. Acesso em 15 Jun. 2014.

BRASIL, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira(Inep). **Provas e Gabaritos**. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/enem/edicoes-antteriores/provas-e-gabaritos>>. Acesso em 19 Jul. 2014 e 10 Nov. 2014.

BRASIL, Ministério da Educação(MEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. 1997. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em 01 Ago. 2015.

BRASIL, Ministério da Educação(MEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. 2000. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em 20 Jul. 2014.

CURCIO, F. R. **Developing graph comprehension**. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. ISBN 0-87353-277-5, 1989.

DUVAL, Raymond. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papyrus, 2003. p. 11-33.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berna: Peter Lang, 1995.

JARDIM, Fábio dos Santos. **Estatística no Ensino Médio: um olhar a partir do ENEM**. Porto Alegre, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2013. Trabalho de Conclusão de Curso - Licenciatura em Matemática. Departamento de Matemática Pura e Aplicada - UFRGS.

LEVINE, David M. et al. **Estatística: teoria e aplicações**. Tradução Teresa Cristina Padilha de Souza. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin. **Literacia estatística e o Inaf 2002**. In: FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis (Org.). *Letramento no Brasil – habilidades matemáticas: reflexões a partir do Inaf 2002*. São Paulo: Global-Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação/Instituto Paulo Montenegro, 2004. p. 187-197.

LUGLI, Luciana de Castro. **A análise de dados e a Probabilidade nas avaliações externas para o Ensino Médio: ENEM E SARESP**. São Paulo, 2011, 204f. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática - Universidade Cruzeiro do Sul.

MOORE, David S. et al. **A prática da estatística empresarial como usar dados para tomar decisões**. Tradução Luís Antônio Fajardo: revisão técnica Ana Mareia Lima de Farias. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

PEDRO JUNIOR, Alceu Bigattão. **Concepção do Professor de Matemática sobre o Ensino da Estocástica**. São Paulo, PUC-SP, 2007, 150f. Dissertação de Mestrado - Mestrado Profissional em Ensino de Matemática.

REIS, Romeu Mauro. **Tratamento da informação e o ENEM: A Matemática na trama da avaliação**. São Paulo, PUC-SP, 2009. Dissertação de Mestrado - Mestrado Profissional em Ensino de Matemática.

SINCICH, Terry; MCCLAVE, James T.; BENSON, P. George. **Estatística para administração e economia**. Tradução Fabrício Pereira e Fernando Sampaio Filho. Revisão técnica Galo Carlos Lopez Noriega. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

WAINER, H. **Understanding Graphs and Tables**. Educational Researcher. Educational Researcher, vol. 21, n. 1, 1992, p. 14-23. DOI: 10.3102/0013189X021001014. Disponível em: <<http://edr.sagepub.com/cgi/content/abstract/21/1/14>>. Acesso em: 10 Mar. 2014.

ANEXO A - Termo de consentimento

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, _____, R.G. _____, responsável pelo(a) aluno(a) _____, da turma _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **Contribuição do Ensino de Probabilidade e Estatística no resultado dos alunos na Prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM**, desenvolvida pelo(a) pesquisador **Diego da Silva Serra**. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por **João Feliz Duarte de Moraes**, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone **99491776** ou e-mail **00008450@ufrgs.br**.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Verificar a contribuição do Ensino de Probabilidade e Estatística para a prova de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM
- Identificar as dificuldades e importâncias atribuídas a estes temas no cotidiano das pessoas.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc., bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc., sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no endereço: **Rua General Balbão, 81 · Bairro Centro - Charqueadas/RS · CEP 96.745-000 · IFSUL – Campus Charqueadas / telefone: 51- 36583775 / e-mail: diegoserra@charqueadas.ifsul.edu.br.**

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Charqueadas, ____ de _____ de _____.

Assinatura do(a) Responsável:

Assinatura do pesquisador:

Assinatura do Orientador da pesquisa:

APÊNDICES

A seguir apresentamos como produto principal dessa dissertação a sequência didática composta de oito encontros divididos nos apêndices A, B, C, D, E, F, G e H.

No apêndice A apresentamos uma lista de 10 testes escolhidos entre todas as provas de Matemática do ENEM dos anos de 2009 até 2013, relacionados com Probabilidade e Estatística ou que utilizem representação gráfica, tabelas ou quadros. Esta lista de testes serve como um pré-teste para compararmos os resultados após a aplicação da sequência didática e posterior aplicação do pós-teste.

Nos apêndices B, C, D, E, F e G apresentamos as aulas desenvolvidas com o grupo de alunos sobre Probabilidade e Estatística. Este material foi desenvolvido para aplicação de encontros semanais cada um com 90 minutos de duração. Em cada encontro foi trabalhado os conceitos relacionados a estes conteúdos e também resolução de muitas questões do ENEM.

No apêndice H apresentamos uma lista de 10 testes escolhidos entre todos as 45 questões que compõem a prova do ENEM do ano de 2014. Estes testes são sobre Probabilidade e Estatística ou que utilizem representação gráfica, tabelas ou quadros. Esta lista serve como pós-teste, pois queremos comparar os resultados dos alunos após a aplicação da sequência didática em relação aos resultados do pré-teste.

APÊNDICE A - Aula 1 (Pré-teste)

Aula 1 - Testes do ENEM

Resolver as questões abaixo, mostrando os cálculos, indicar a resposta correta no espaço disponível e atribuir graus de dificuldade e grau de importância relacionado a cada umas das questões, seguindo a seguinte atribuição:

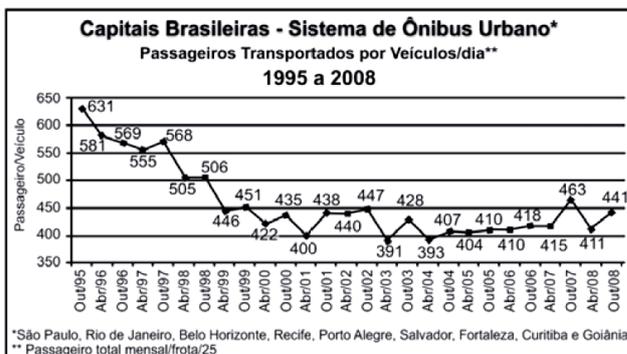
1- Muito Pouco 2- Pouco 3- Médio 4- Grande 5- Muito Grande

Questão 1

Questão 136

Dados da Associação Nacional de Empresas de Transportes Urbanos (ANTU) mostram que o número de passageiros transportados mensalmente nas principais regiões metropolitanas do país vem caindo sistematicamente. Eram 476,7 milhões de passageiros em 1995, e esse número caiu para 321,9 milhões em abril de 2001. Nesse período, o tamanho da frota de veículos mudou pouco, tendo no final de 2008 praticamente o mesmo tamanho que tinha em 2001.

O gráfico a seguir mostra um índice de produtividade utilizado pelas empresas do setor, que é a razão entre o total de passageiros transportados por dia e o tamanho da frota de veículos.



Disponível em: <http://www.ntu.org.br>. Acesso em 16 jul. 2009 (adaptado).

Supondo que as frotas totais de veículos naquelas regiões metropolitanas em abril de 2001 e em outubro de 2008 eram do mesmo tamanho, os dados do gráfico permitem inferir que o total de passageiros transportados no mês de outubro de 2008 foi aproximadamente igual a

- Ⓐ 355 milhões.
- Ⓑ 400 milhões.
- Ⓒ 426 milhões.
- Ⓓ 441 milhões.
- Ⓔ 477 milhões.

Grau de dificuldade atribuído:

Grau de importância atribuído:

Questão 2

Questão 161

Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valiam, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0.

Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe

- Ⓐ teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.
- Ⓑ seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.
- Ⓒ seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.
- Ⓓ permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.
- Ⓔ empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 3

Questão 168

Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R\$ 83,00	2007
Novembro	R\$ 73,10	2007
Dezembro	R\$ 81,60	2007
Janeiro	R\$ 82,00	2008
Fevereiro	R\$ 85,30	2008
Março	R\$ 84,00	2008
Abril	R\$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a

- Ⓐ R\$ 73,10.
- Ⓑ R\$ 81,50.
- Ⓒ R\$ 82,00.
- Ⓓ R\$ 83,00.
- Ⓔ R\$ 85,30.

Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 4

Questão 150

Em uma reserva florestal existem 263 espécies de peixes, 122 espécies de mamíferos, 93 espécies de répteis, 1 132 espécies de borboletas e 656 espécies de aves.

Disponível em: <http://www.wwf.org.br>. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

Se uma espécie animal for capturada ao acaso, qual a probabilidade de ser uma borboleta?

- A 63,31%
- B 60,18%
- C 56,52%
- D 49,96%
- E 43,27%

Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 5

QUESTÃO 154

A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009:

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%

Disponível em: <http://www.obmep.org.br>. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).

Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Nordeste?

- A 14,6%
- B 18,2%
- C 18,4%
- D 19,0%
- E 21,0%

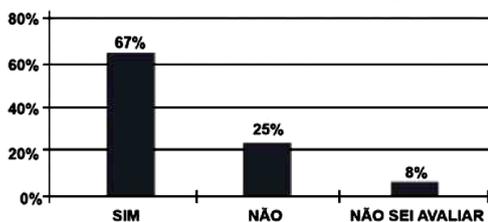
Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 6

QUESTÃO 175

Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



Época. Ed. 619, 29 mar. 2010 (adaptado).

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam “NÃO” à enquete?

- A) Menos de 23.
- B) Mais de 23 e menos de 25.
- C) Mais de 50 e menos de 75.
- D) Mais de 100 e menos de 190.
- E) Mais de 200.

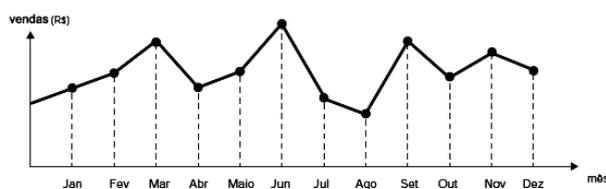
Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 7

QUESTÃO 148

O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em Reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011.



De acordo com o gráfico, os meses em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor venda absolutas em 2011 foram

- A) março e abril.
- B) março e agosto.
- C) agosto e setembro.
- D) junho e setembro.
- E) junho e agosto.

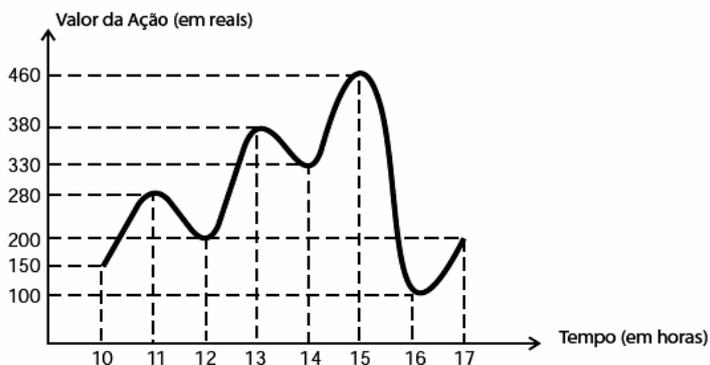
Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 8

QUESTÃO 162 =====

O gráfico fornece os valores das ações da empresa *XPN*, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Investidor	Hora da Compra	Hora da Venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

- A** 1
- B** 2
- C** 3
- D** 4
- E** 5

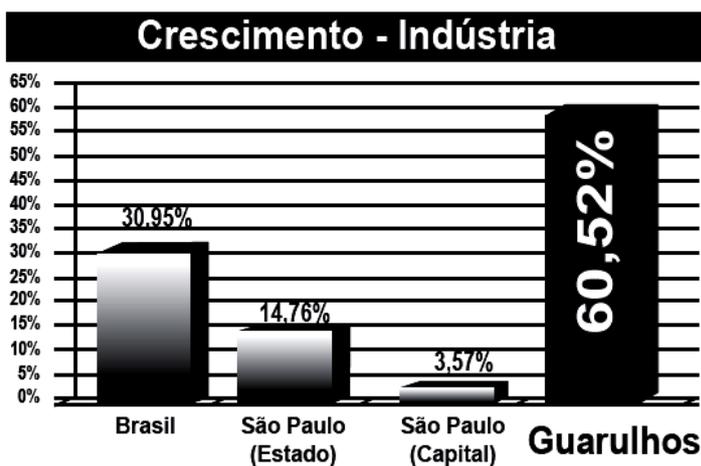
Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 9

QUESTÃO 144

A cidade de Guarulhos (SP) tem o 8º PIB municipal do Brasil, além do maior aeroporto da América do Sul. Em proporção, possui a economia que mais cresce em indústrias, conforme mostra o gráfico.



Fonte: IBGE, 2002-2008 (adaptado).

Analisando os dados percentuais do gráfico, qual a diferença entre o maior e o menor centro em crescimento no polo das indústrias?

- A** 75,28
- B** 64,09
- C** 56,95
- D** 45,76
- E** 30,07

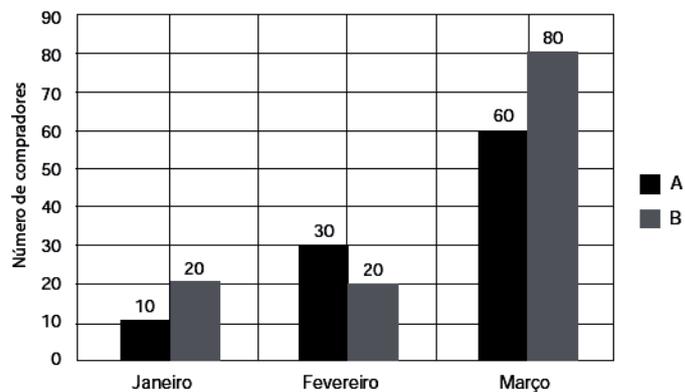
Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 10

QUESTÃO 146

Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, A e B, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:



A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto A e outro brinde entre os compradores do produto B.

Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?

- A** $\frac{1}{20}$
- B** $\frac{3}{242}$
- C** $\frac{5}{22}$
- D** $\frac{6}{25}$
- E** $\frac{7}{15}$

Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

APÊNDICE B - Aula 2

Aula 2 - Conceitos Estatísticos

1. ESTATÍSTICA: existem algumas definições (não há um consenso) entre elas:

"É a ciência que se preocupa com a coleta, a organização, descrição (apresentação), análise e interpretação de dados experimentais e tem como objetivo principal é estudo de amostras para fazer inferências."

"O que modernamente se conhece como Ciência Estatística, ou simplesmente Estatística, é um conjunto de técnicas e métodos de pesquisa e análise de dados que entre outros tópicos envolve o planejamento do experimento a ser realizado, a coleta qualificada dos dados, a inferência, o processamento, a análise e a disseminação das informações."

Este estudo pode ser feito de duas maneiras:

- Investigando todos os elementos da população
Ex: idade dos alunos desta sala de aula; tamanho médio do calçado dos alunos.
- Por amostragem, ou seja, selecionando alguns elementos da população
Ex: Numero médio de filhos por família no Brasil; Renda Mensal dos Brasileiros.

Vídeo: www.youtube.com/watch?v=9K62mIusmLs

DIVISÃO DA ESTATÍSTICA

- **Estatística Descritiva:** é aquela que se preocupa com a coleta, organização, classificação, apresentação, interpretação e análise de dados referentes ao fenômeno através de gráficos e tabelas além de calcular medidas que permita descrever o fenômeno.

Ex: Pesquisa de intenção de votos:

<http://g1.globo.com/politica/eleicoes/2014/noticia/2014/09/dilma-tem-38-marina-29-e-aecio-19-aponta-pesquisa-ibope.html>

- **Estatística Indutiva (Amostral ou Inferencial)**: é a aquela que partindo de uma amostra, estabelece hipóteses, tira conclusões sobre a população de origem e que formula previsões fundamentando-se na teoria das probabilidades. A estatística indutiva cuida da análise e interpretação dos dados.

Ex: Gasto médio de um plano de saúde com seus associados

<http://www.sbd.org.br/governo-gasta-em-media-r-305-ao-dia-na-saude-de-cada-habitante/>

2. FASES DO TRABALHO ESTATÍSTICO

2.1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

A primeira fase do trabalho estatístico consiste em uma definição ou formulação correta do problema a ser estudado e a seguir escolher a natureza dos dados. Além de considerar detidamente o problema objeto de estudo o analista deverá examinar outros levantamentos realizados no mesmo campo e análogos, uma vez que parte da informação de que necessita pode, muitas vezes, ser encontrada nesses últimos. Saber exatamente aquilo que pretende pesquisar é o mesmo que definir de maneira correta o problema.

Por exemplo:

- estudar uma população por sexo: dividi-se os dois grupos em masculino e feminino;
- estudar a idade dos alunos, por grupos de idade: distribui-se o total de casos conhecidos pelos diversos grupos etários pré-estabelecidos;

2.2. DEFINIÇÃO DOS OBJETIVOS (GERAL E ESPECÍFICO)

É definir com exatidão o que será pesquisado. É recomendável ter em vista um objetivo para o estudo, em lugar de coletar o material e defini-lo no decorrer do trabalho ou só no fim deste.

OBJETIVOS MAIS COMUNS EM UMA PESQUISA:

- . Dados pessoais: grau de instrução, religião, nacionalidade, dados profissionais, familiares, econômicos, etc.
- . Opiniões, expectativas, níveis de informação, angústias, esperanças, aspirações sobre certos assuntos.
- . Dados sobre as condições habitacionais e de saneamento que avalie as condições em que vivem e a qualidade de vida de certo grupo.

2.3. PLANEJAMENTO

O problema está definido. Como resolvê-lo? Se através de amostra, esta deve ser significativa para que represente a população.

O planejamento consiste em se determinar o procedimento necessário para resolver o problema e, em especial, como levantar informações sobre o assunto objeto de estudo. Que dados deverão ser coletados? Como se deve obtê-los? É preciso planejar o trabalho a ser realizado tendo em vista o objetivo que se pretende atingir.

É nesta fase que será escolhido o tipo de levantamento a ser utilizado, que podem ser:

- a) levantamento censitário, quando a contagem for completa, abrangendo todo o universo;
- b) levantamento pôr amostragem, quando a contagem for parcial.

2.4. COLETA DOS DADOS

Refere-se a obtenção, reunião e registro sistemático de dados, com o objetivo determinado.

A escolha da fonte de obtenção dos dados está diretamente relacionada ao tipo do problema, objetivos do trabalho, escala de atuação e disponibilidade de tempo e recursos.

- a) Fontes primárias: é o levantamento direto no campo através de mensurações diretas ou de entrevistas ou questionários aplicados a sujeitos de interesse para a pesquisa.

Vantagens: grau de detalhamento com respeito ao interesse dos quesitos levantados; maior precisão das informações obtidas.

- b) Fontes secundárias: quando são publicados ou registrados pôr outra organização.

COLETA DIRETA

A coleta é dita direta, quando são obtidos diretamente da fonte primária, como os levantamentos de campo através de questionários.

Há três tipos de coleta direta:

- a) a coleta é contínua quando os dados são obtidos ininterruptamente, automaticamente e na vigência de um determinado período: um ano, por exemplo. É o caso dos registros de casamentos, óbitos e nascimentos, escrita comercial, as construções civis.
- b) a coleta dos dados é periódica quando feita em intervalos constantes de tempo, como o recenseamento demográfico a cada dez anos e o censo industrial, anualmente.
- c) a coleta dos dados é ocasional quando os dados forem colhidos esporadicamente, atendendo a uma conjuntura qualquer ou a uma emergência, como por exemplo, um surto epidêmico.

COLETA INDIRETA

A coleta é dita indireta quando é inferida a partir dos elementos conseguidos pela coleta direta, ou através do conhecimento de outros fenômenos que, de algum modo, estejam relacionados com o fenômeno em questão.

2.5. APURAÇÃO (ARMAZENAMENTO) DOS DADOS

É um processo de apuração ou sumarização que consiste em resumir os dados através de sua contagem ou agrupamento. É um trabalho de condensação e de tabulação dos dados, que chegam ao analista de forma desorganizada.

Através da apuração, têm-se a oportunidade de condensar os dados, de modo a obter um conjunto compacto de números, o qual possibilita distinguir melhor o comportamento do fenômeno na sua totalidade.

2.6. EXPOSIÇÃO OU APRESENTAÇÃO DOS DADOS

Há duas formas mais comuns de apresentação que não se excluem mutuamente:

Apresentação Tabular

É uma apresentação numérica dos dados. Consiste em dispor os dados em linhas e colunas distribuídos de modo ordenado, segundo algumas regras práticas. As tabelas têm a vantagem de conseguir expor, sistematicamente em um só local, os resultados sobre determinado assunto, de modo a se obter uma visão global mais rápida daquilo que se pretende analisar.

Cabe aqui destacar que as tabelas muitas vezes são apresentadas de forma incorretas, fazendo assim com que o leitor tenha uma análise mais demorada dos dados.

Apresentação Gráfica

Constitui uma apresentação geométrica dos dados. Permite ao analista obter uma visão tão rápida, fácil e clara do fenômeno e sua variação.

APÊNDICE C - Aula 3

Aula 3 - Exposição dos resultados: Tabelas x Gráficos

As formas mais comuns de expor os resultados estatísticos são as tabelas e os gráficos. Em ambos os casos, geralmente, os dados apresentados são os mesmos, porém muitas vezes os gráficos são os mais utilizados, por se tratarem de uma leitura mais rápida dos dados.

É muito comum os resultados serem tabulados em uma tabela primeiro e depois serem expostos a partir de um gráfico criado com os dados desta tabela.

A seguir iremos apresentar os principais tipos de tabelas e gráficos, suas vantagens e principais aplicações.

1 – TABELAS:

A apresentação de dados estatísticos na forma tabular consiste na reunião ou agrupamento dos dados em tabelas ou quadros com a finalidade de apresentá-los de modo ordenado, simples e de fácil percepção e com economia de espaço.

As tabelas são compostas de linhas e colunas, e estas se relacionam pelos dados apresentados:

Ex 1: Dados do censo de 2000

Tabela 1: População: Brasil

População residente, por sexo			
Grupos por idade	Total	Homens	Mulheres
Total	169 872 856	83 602 317	86 270 539

Fonte: IBGE, Censo 2000

Ex 2:

Exercício: Tabela de Freqüência com intervalos de classe

Notas dos alunos do professor Paulo	
Notas	Freqüência
0 a 2	30
2 a 4	28
4 a 6	28
6 a 8	37
8 a 10	45
Total 168	

Fonte: Fictícia

Note que neste exemplo os dados são apresentados em intervalos, no caso, intervalo de notas dos alunos.

1.1 – DADOS ABSOLUTOS E DADOS RELATIVOS:

*Os dados estatísticos resultantes da coleta direta da fonte, sem outra manipulação senão a contagem ou medida, são chamados **dados absolutos**.*

Ex:

MATRÍCULAS NAS ESCOLAS DA CIDADE A - 2010	
<i>CATEGORIA</i>	Nº DE ALUNOS
1º Grau	19.286
2º Grau	1.681
3º Grau	234
Total	21.201

Fonte: Fictícia

A leitura dos dados absolutos é sempre enfadonha e inexpressiva; embora esses dados traduzam um resultado exato e fiel, não têm a virtude de ressaltar de imediato as suas conclusões numéricas. Daí o uso imprescindível que faz a Estatística dos dados relativos.

***Dados relativos** são o resultado de comparações por quocientes (razões) que se estabelecem entre dados absolutos, e têm por finalidade realçar ou facilitar as comparações entre quantidades.*

Traduzem-se dados relativos, em geral, por meio de **porcentagens, índices, coeficientes e taxas**.

Ex: Calculemos as porcentagens dos alunos de cada grau do exemplo anterior:

$$1^\circ \text{ Grau} = 19.286 \times 100 / 21.201 = 90,96 \text{ ou } 91,0\%$$

$$2^\circ \text{ Grau} = 1.681 \times 100 / 21.201 = 7,92 \text{ ou } 7,9\%$$

$$3^\circ \text{ Grau} = 234 \times 100 / 21.201 = 1,10 \text{ ou } 1,1\%$$

Com esses dados, podemos formar uma nova coluna na série em estudo:

**MATRÍCULAS NAS ESCOLAS
DA CIDADE A - 1990**

<i>CATEGORIA</i>	<i>Nº DE ALUNOS</i>	<i>%</i>
1º Grau	19.286	91,0
2º Grau	1.681	7,9
3º Grau	234	1,1
Total	21.201	100,0

Fonte: Fictícia

2 – Gráficos:

A apresentação gráfica é um complemento importante da apresentação tabular. A vantagem de um gráfico sobre a tabela está em possibilitar uma rápida impressão visual da distribuição dos valores ou das frequências observadas. Os gráficos propiciam uma idéia inicial mais satisfatória da concentração e dispersão dos valores, uma vez que através deles os dados estatísticos se apresentam em termos de grandezas visualmente interpretáveis.

Principais tipos:

2.1 Gráfico em linha: é um dos mais importantes gráficos; representa observações feitas ao longo do tempo. Tais conjuntos de dados constituem as chamadas séries históricas ou temporais.

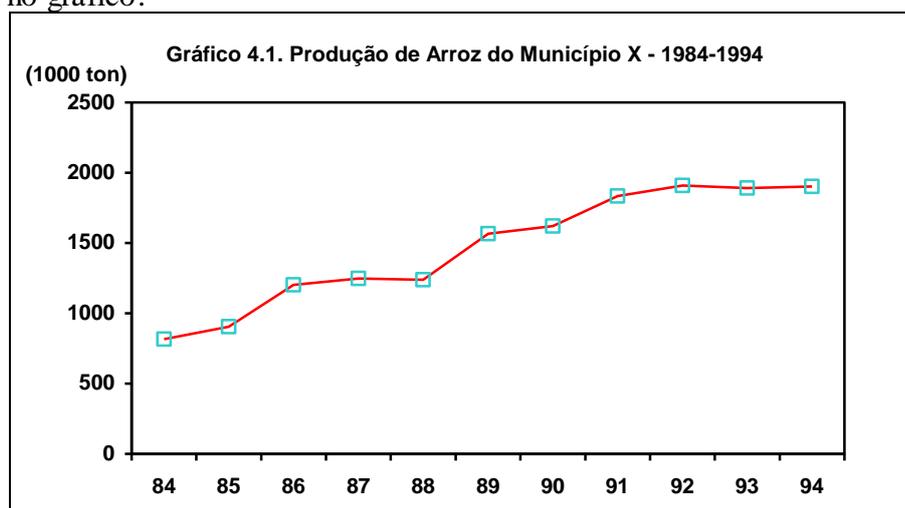
Ex: Produção de Arroz do Município X - 1984-1994

Anos	Quantidade (1000 ton)
1984	816
1985	904
1986	1.203

1987	1.147
1988	1.239
1989	1.565
1990	1.620
1991	1.833
1992	1.910
1993	1.890
1994	1.903

Fonte: Fictícia

Agora veja no gráfico:

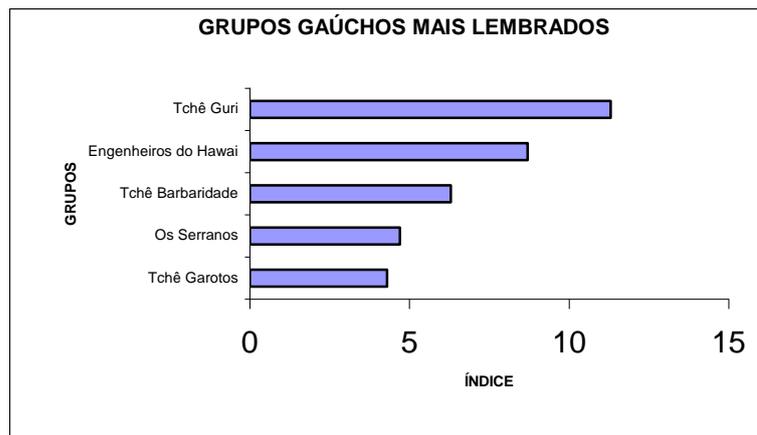


Fonte: Fictícia

Se precisasse encontrar o ano de maior produção a resposta seria mais rápida de ser encontrada usando a tabela ou o gráfico?

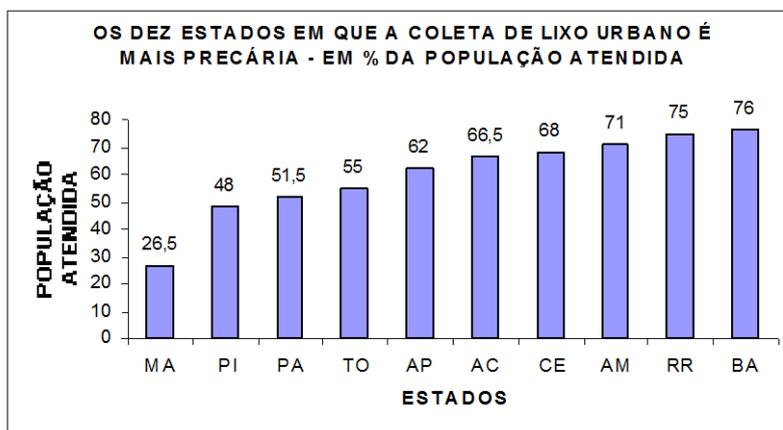
2.2 Gráficos em Barras (ou em colunas). É a representação de uma série por meio de retângulos, dispostos horizontalmente (em barras) ou verticalmente (em colunas).

Quando em *barras*, os retângulos têm a mesma altura e os comprimentos são proporcionais aos respectivos dados.



Fonte: Fictícia

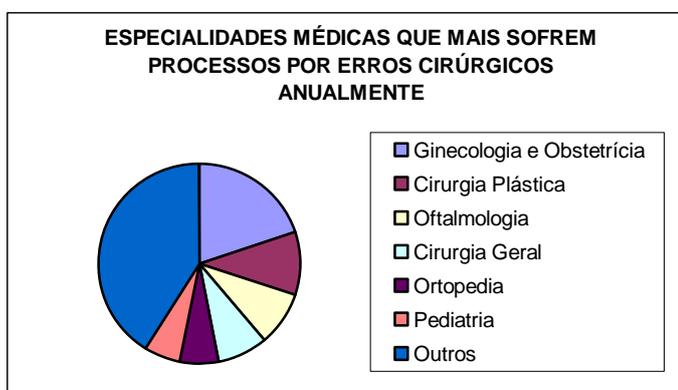
Quando em *colunas*, os retângulos têm a mesma base e as alturas são proporcionais aos respectivos dados.



Fonte: Fictícia

2.3 Gráfico em setores: É um gráfico construído no círculo, que é dividido em setores correspondentes aos termos da série e proporcionais aos valores numéricos dos termos da série. É mais utilizado para séries específicas ou geográficas com pequeno número de termos e quando se quer salientar a proporção de cada termo em relação ao todo.

Exemplo:



Note que para cada setor é atribuído um ângulo, que é uma parte do círculo, ou seja, uma parte de 360°. As vezes estes dados são apresentados não em ângulos, mas sim em porcentagem, daí temos que lembrar que se o círculo todo possui 360°, então este equivale a 100% e criar uma proporção (regra de três).

EXERCÍCIOS:

1) Considere a série Estatística:

<i>SÉRIES</i>	<i>ALUNOS</i>	<i>%</i>
1 ^a	546	
2 ^a	328	
3 ^a	280	
4 ^a	120	
Total	1.274	

Fonte: Fictícia

Complete-a, determinando as porcentagens com uma casa decimal, arredondando se necessário.

2) Criar um exemplo em sala de aula, construir tabelas de exposição de dados e com esta tabela construir gráficos relativos ao exemplo. Use o aplicativo Excel para facilitar a construção das tabelas e gráficos.

As próximas questões foram retiradas de provas já aplicadas do ENEM:

QUESTÃO 149

As projeções para a produção de arroz no período de 2012 - 2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

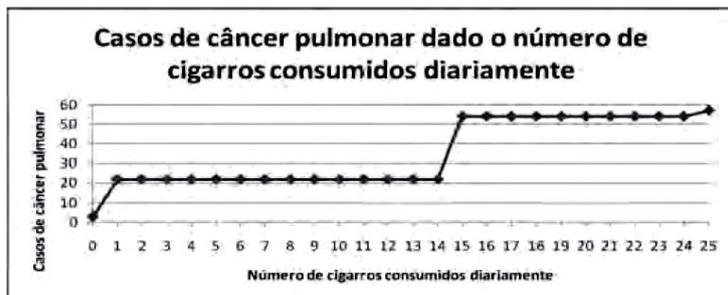
Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de

- A** 497,25.
- B** 500,85.
- C** 502,87.
- D** 558,75.
- E** 563,25.

Questão 142

A suspeita de que haveria uma relação causal entre tabagismo e câncer de pulmão foi levantada pela primeira vez a partir de observações clínicas. Para testar essa possível associação, foram conduzidos inúmeros estudos epidemiológicos. Dentre esses, houve o estudo do número de casos de câncer em relação ao número de cigarros consumidos por dia, cujos resultados são mostrados no gráfico a seguir.



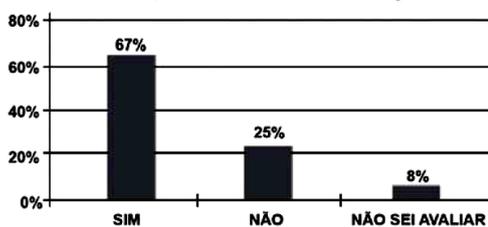
Centers for Disease Control and Prevention CDC-EIS
Summer Course – 1992 (adaptado).

De acordo com as informações do gráfico,

- A o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais.
- B o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam.
- C o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas diretamente proporcionais.
- D uma pessoa não fumante certamente nunca será diagnosticada com câncer de pulmão.
- E o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

QUESTÃO 175

Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



Época. Ed. 619, 29 mar. 2010 (adaptado).

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam “NÃO” à enquete?

- A Menos de 23.
- B Mais de 23 e menos de 25.
- C Mais de 50 e menos de 75.
- D Mais de 100 e menos de 190.
- E Mais de 200.

APÊNDICE D - Aula 4

Aula 4 - Principais medidas de tendência central

1. ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

Nessa etapa, o interesse maior consiste em tirar conclusões que auxiliem o pesquisador a resolver seu problema. A análise dos dados estatísticos está ligada essencialmente ao cálculo de medidas, cuja finalidade principal é descrever o fenômeno. Assim, o conjunto de dados a ser analisado pode ser expresso pôr número-resumo, as estatísticas, que evidenciam características particulares desse conjunto.

2. MEDIDAS ESTADÍSTICAS

Estudaremos dois tipos fundamentais de medidas estatísticas: medidas de tendência central e medidas de dispersão.

As medidas de tendência central mostram o valor representativo em torno do qual os dados tendem a agrupar-se, com maior ou menor frequência. São utilizadas para sintetizar em um único número o conjunto de dados observados.

As medidas de dispersão mostram o grau de afastamento dos valores observados em relação àquele valor representativo(próxima aula).

2.1. MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

2.1.1 Médias

Existem alguns tipos de médias, entre elas destacam-se: aritmética simples, aritmética ponderada, geométrica e harmônica. Estudaremos aqui a mais utilizada: aritmética simples.

A média aritmética simples de um conjunto de valores é o valor obtido somando-se todos eles e dividindo-se o total pelo número de valores. É denotada por \bar{x} (leia-se “x barra”)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}, \text{ onde } x \text{ são os valores observados.}$$

2.1.2 Mediana

É um valor central de um rol, ou seja, a mediana de um conjunto de valores ordenados (crescente ou decrescente) é a medida que divide este conjunto em duas partes iguais.

Exemplo: Calcule a mediana dos conjuntos abaixo:

a- $X = \{3, 7, 4, 12, 15\}$

b- $Y = \{29, 33, 42, 38, 31, 10\}$

c- $Z = \{29, 33, 42, 38, 31, 34, 45, 120, 95\}$

2.1.3 Moda

Seja X um conjunto de dados estatísticos. Define-se *Moda* de X , denotada por Mo como sendo o elemento mais freqüente no conjunto.

Um conjunto de dados pode ter:

- Nenhuma moda (amodal);
- Uma moda (unimodal);
- Duas ou mais modas (multimodal).

Exercícios: Calcule a moda para os conjuntos abaixo:

a) $X = \{2, 3, 4, 3, 7, 8, 9, 14\}$.

b) $Y = \{2, 4, 6, 2, 8, 4, 10\}$.

c) $Z = \{32, 56, 76, 4, 8, 97\}$.

Obs:

- 1) A MA é a medida mais adequada quando não há valores erráticos ou aberrantes.
- 2) A mediana deve ser usada sempre que possível como medida representativa de distribuições com valores dispersos, como distribuição de rendas, folhas de pagamentos, etc.

Exercícios:

1) (Dados fictícios) A poluição causada por óleo em mares e oceanos estimula o crescimento de certos tipos de bactérias. Uma contagem de microorganismos presentes no petróleo (número de bactérias por 100 mililitros), em 10 porções de água do mar, indicou as seguintes medidas:

49 70 54 67 59 40 71 67 67 52

Determine e interprete a média, mediana e moda.

2) (ENEM)

Questão 148

A tabela mostra alguns dados da emissão de dióxido de carbono de uma fábrica, em função do número de toneladas produzidas.

Produção (em toneladas)	Emissão de dióxido de carbono (em partes por milhão – ppm)
1,1	2,14
1,2	2,30
1,3	2,46
1,4	2,64
1,5	2,83
1,6	3,03
1,7	3,25
1,8	3,48
1,9	3,73
2,0	4,00

Cadernos do Gestar II, Matemática TP3.
Disponível em: www.mec.gov.br. Acesso em: 14 jul. 2009.

Os dados na tabela indicam que a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas) é

- A inferior a 0,18.
- B superior a 0,18 e inferior a 0,50.
- C superior a 0,50 e inferior a 1,50.
- D superior a 1,50 e inferior a 2,80.
- E superior a 2,80.

3) (ENEM)

Questão 168

Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R\$ 83,00	2007
Novembro	R\$ 73,10	2007
Dezembro	R\$ 81,60	2007
Janeiro	R\$ 82,00	2008
Fevereiro	R\$ 85,30	2008
Março	R\$ 84,00	2008
Abril	R\$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a

- A R\$ 73,10.
- B R\$ 81,50.
- C R\$ 82,00.
- D R\$ 83,00.
- E R\$ 85,30.

4) (ENEM)

Questão 161

Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valiam, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0.

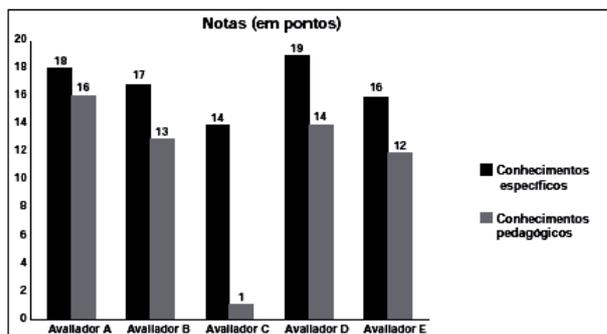
Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe

- A teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.
- B seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.
- C seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.
- D permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.
- E empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

5) (ENEM)

QUESTÃO 137

As notas de um professor que participou de um processo seletivo, em que a banca avaliadora era composta por cinco membros, são apresentadas no gráfico. Sabe-se que cada membro da banca atribuiu duas notas ao professor, uma relativa aos conhecimentos específicos da área de atuação e outra, aos conhecimentos pedagógicos, e que a média final do professor foi dada pela média aritmética de todas as notas atribuídas pela banca avaliadora.



Utilizando um novo critério, essa banca avaliadora resolveu descartar a maior e a menor notas atribuídas ao professor.

A nova média, em relação à média anterior, é

- A 0,25 ponto maior.
- B 1,00 ponto maior.
- C 1,00 ponto menor.
- D 1,25 ponto maior.
- E 2,00 pontos menor.

6) (ENEM)

QUESTÃO 142

Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos.

As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a

- A 17 °C, 17 °C e 13,5 °C.
 B 17 °C, 18 °C e 13,5 °C.
 C 17 °C, 13,5 °C e 18 °C.
 D 17 °C, 18 °C e 21,5 °C.
 E 17 °C, 13,5 °C e 21,5 °C.

7) (ENEM)

QUESTÃO 154

A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009:

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%

Disponível em: <http://www.obmep.org.br>. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).

Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Nordeste?

- A 14,6%
 B 18,2%
 C 18,4%
 D 19,0%
 E 21,0%

APÊNDICE E - Aula 5

Aula 5 - Principais medidas de dispersão ou variabilidade

Após vermos na última aula as principais medidas de tendência central, como média, mediana e moda, agora veremos as medidas de dispersão mais utilizadas, suas aplicações e forma de cálculos de cada uma delas.

Não é o bastante dar uma das medidas de posição para caracterizar perfeitamente um conjunto de valores, pois, mesmo sabendo, por exemplo, que a temperatura média de duas cidades é a mesma, e igual a 24°C, ainda assim somos levados a pensar a respeito do clima dessas cidades. Em uma delas a temperatura poderá variar entre limites de muito calor e de muito frio e, haver, ainda, uma temperatura média de 24°C. A outra poderá ter uma variação pequena de temperatura, mas mantendo uma média de 24°C.

Vemos, então, que a média – ainda que considerada como um número que tem a faculdade de representar uma série de valores – não pode, por si mesma, destacar o grau de homogeneidade ou heterogeneidade que existe entre os valores que compõem um conjunto.

Consideremos os seguintes conjuntos de valores das variáveis x, y e z:

X: 70, 70, 70, 70, 70

Y: 68, 69, 70, 71, 72

Z: 5, 15, 50, 120, 160

Calculando a média aritmética de cada um desses conjuntos, obtemos:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{350}{5} = 70$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{350}{5} = 70$$

$$\bar{z} = \frac{\sum z_i}{n} = \frac{350}{5} = 70$$

Vemos, então, que os três conjuntos apresentam a mesma média aritmética: 70.

Entretanto, é fácil notar que o conjunto x é mais homogêneo que os conjuntos y e z, já que todos os valores são iguais a média.

O conjunto y, por sua vez, é mais homogêneo que o conjunto z, pois há menor diversificação entre cada um de seus valores e a média é representativa.

Chamando de dispersão ou de variabilidade a maior ou menor diversificação dos valores de uma variável em torno de um valor de tendência central tomado como ponto de comparação, podemos dizer que o conjunto x apresenta dispersão ou variabilidade nula e que o conjunto y apresenta uma distribuição ou variabilidade menor que o conjunto z.

Portanto, para qualificar os valores de uma dada variável, ressaltando a maior ou menor dispersão ou variabilidade entre esses valores e a sua medida de posição, a Estatística recorre às medidas de dispersão ou de variabilidade. Dessas medidas, serão descritas a amplitude total, o desvio-padrão e a variância.

1. Amplitude total:

É a única medida de dispersão que não tem na média o ponto de referência. Quando os dados não estão agrupados a amplitude total é a diferença entre o maior e o menor valor observado:

$$AT = X \text{ máximo} - X \text{ mínimo.}$$

Ex: Para os valores 40, 45, 48, 62 e 70 a amplitude total será: $AT = 70 - 40 = 30$

A amplitude total é uma medida instável, pois se deixa influenciar pelos valores extremos, que são, na sua maioria, devidos ao acaso.

O desvio-padrão e a variância são medidas que fogem a essa falha, pois levam em consideração a totalidade dos valores da variável em estudo, o que faz delas índices de variabilidade bastante estáveis e, por isso mesmo, os mais geralmente empregados. Assim, pode-se definir o desvio-padrão como uma medida da magnitude do espalhamento ou dispersão dos dados em relação à média da série.

2. Desvio-padrão:

A expressão para o cálculo do desvio-padrão amostral (s) é:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (8)$$

onde xi é cada elemento do conjunto de dados, \bar{x} é a média do conjunto e n é o número total de elementos deste.

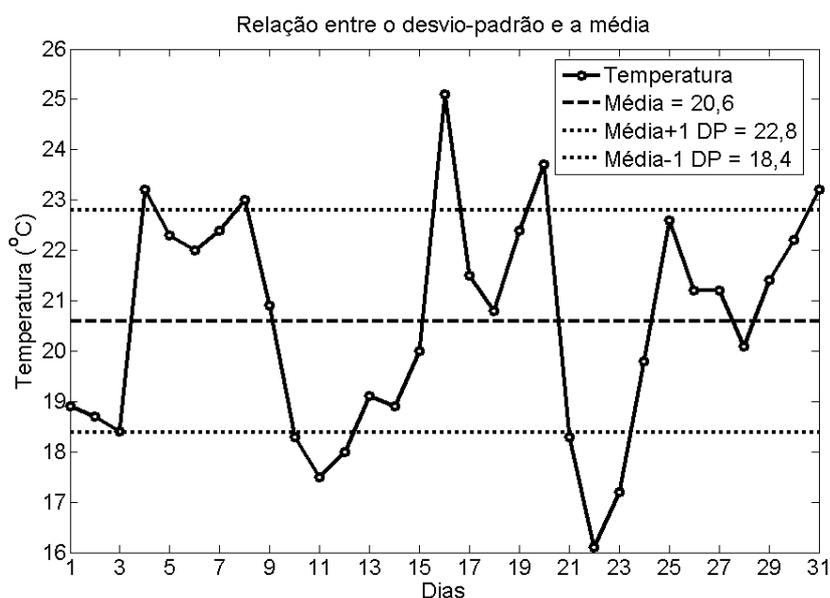
Já para o desvio-padrão populacional (σ) a expressão é:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}} \quad (9)$$

onde x_i é cada elemento da população, μ e N são respectivamente a média e o número total de elementos da população.

Na figura abaixo foi plotada a média (20,6° C), a média acrescida de mais um desvio-padrão e a média descontada de um desvio-padrão da série de dados de temperatura média diária do mês de dezembro de 2004 da estação do IAG, com o objetivo de mostrar que uma grande porcentagem (cerca de 68%) dos dados ficam entre os limites da média somada e diminuída de um desvio-padrão.

Figura 1. Temperatura média diária do mês de dezembro de 2004 da estação do IAG (São Paulo), juntamente com a média da série e a média acrescida e diminuída de um desvio-padrão. Os dados em análise possuem desvio-padrão igual a ± 2.2 .



Fonte: Fictícia

3. Variância:

A variância é uma medida estatística da dispersão dos dados em torno da média de um conjunto de dados. É obtida quando não extraímos a raiz quadrada do desvio-padrão. A variância amostral é definida como:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \quad (10)$$

já a variância populacional é:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N} \quad (11)$$

A variância obtida através dos dados da tabela 1 é 4,86° C.

Exercícios:

1) (Dados Fictícios) Durante certo período de tempo as taxas de juros para 6 ações foram as abaixo registradas:

Ação	01	02	03	04	05	06
Taxa %	2,59	2,64	2,60	2,62	2,55	2,60

Calcule:

- A) a taxa média;
- B) a taxa mediana;
- C) a taxa modal;
- D) a amplitude total
- E) o desvio padrão das taxas;

2) (Dados Fictícios) As informações abaixo indicam o número de acidentes ocorridos com 70 motoristas de uma empresa de ônibus nos últimos 5 anos:

Nº DE ACIDENTES	0	1	2	3	4	5	6	7
Nº DE MOTORISTAS	15	11	20	9	6	5	3	1

- A) Qual o número total de acidentes ocorrido no período?
- B) Qual a média de acidentes? E a moda de acidentes? E a mediana?

3) (Dados Fictícios A seguir são apresentadas informações quanto ao número de pessoas atendidas de urgência no HPS de certa cidade no período de 22 dias.

Nº DE ATENDIMENTOS	Nº DE DIAS
0	4
1	7
2	8
3	2
4	1

- A) Qual a média de atendimentos?
 B) Determine o desvio padrão do número de atendimentos.

4) (ENEM/2013)

Questão 176

Um produtor de café irrigado em Minas Gerais recebeu um relatório de consultoria estatística, constatando, entre outras informações, o desvio padrão das produções de uma safra dos talhões de sua propriedade. Os talhões têm a mesma área de 30000m^2 e o valor obtido para o desvio padrão foi de 90kg/talhão . O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de 60kg por hectare (10000m^2).

A variância das produções dos talhões expressa em $(\text{sacas/hectare})^2$ é

- A) 20,25.
 B) 4,50.
 C) 0,71.
 D) 0,50.
 E) 0,25.

APÊNDICE F - Aula 6

Aula 6 - Resolução de questões do ENEM

QUESTÃO 160

Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar os seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seus tempos (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual.

O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

Empresa	Lucro (em milhões de reais)	Tempo (em anos)
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

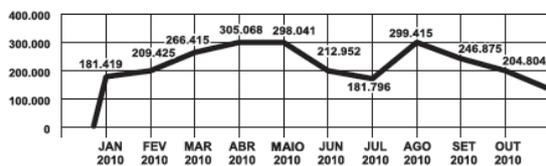
O empresário decidiu comprar a empresa

- A** F.
- B** G.
- C** H.
- D** M.
- E** P.

QUESTÃO 179

O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.

BRASIL - Comportamento do Emprego Formal no período de janeiro a outubro de 2010 - CAGED



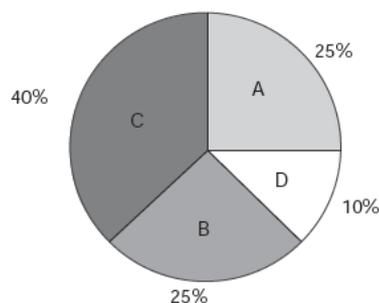
Disponível em: www.mte.gov.br. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado).

Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é

- A** 212 952.
- B** 229 913.
- C** 240 621.
- D** 255 496.
- E** 298 041.

QUESTÃO 162

Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A = R\$ 200,00; B = R\$ 300,00; C = R\$ 400,00 e D = R\$ 600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade, é

- A** 300,00.
- B** 345,00.
- C** 350,00.
- D** 375,00.
- E** 400,00.

QUESTÃO 177

Uma falsa relação

O cruzamento da quantidade de horas estudadas com o desempenho no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) mostra que mais tempo na escola não é garantia de nota acima da média.

NOTAS NO PISA E CARGA HORÁRIA (PAÍSES SELECIONADOS)*



* Considerando as médias de cada país no exame de matemática.

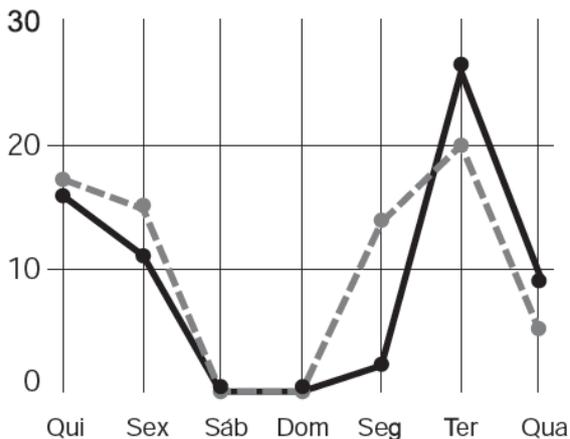
Nova Escola, São Paulo, dez. 2010 (adaptado).

Dos países com notas abaixo da média nesse exame, aquele que apresenta maior quantidade de horas de estudo é

- A Finlândia.
- B Holanda.
- C Israel.
- D México.
- E Rússia.

QUESTÃO 163

A figura a seguir apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha contínua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demorarem mais de um dia para serem resolvidas.



O gerente de atendimento deseja identificar os dias da semana em que o nível de eficiência pode ser considerado muito bom, ou seja, os dias em que o número de reclamações resolvidas excede o número de reclamações recebidas.

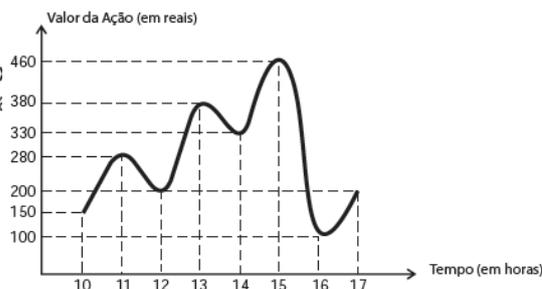
Disponível em: <http://blog.bibliotecaunix.org>. Acesso em: 21 jan. 2012 (adaptado).

O gerente de atendimento pôde concluir, baseado no conceito de eficiência utilizado na empresa e nas informações do gráfico, que o nível de eficiência foi muito bom na

- A segunda e na terça-feira.
- B terça e na quarta-feira.
- C terça e na quinta-feira.
- D quinta-feira, no sábado e no domingo.
- E segunda, na quinta e na sexta-feira.

QUESTÃO 162

O gráfico fornece os valores das ações da empresa XPN, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Investidor	Hora da Compra	Hora da Venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4
- E 5

QUESTÃO 174 =====

A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 até 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual.

As empresas que este investidor escolhe comprar são

- A** Balas W e Pizzaria Y.
- B** Chocolates X e Tecelagem Z.
- C** Pizzaria Y e Alfinetes V.
- D** Pizzaria Y e Chocolates X.
- E** Tecelagem Z e Alfinetes V.

APÊNDICE G - Aula 7

Aula 7 - Probabilidade

O cálculo das probabilidades pertence ao campo da Matemática, entretanto a maioria dos fenômenos de que trata a Estatística são de natureza aleatória ou probabilística. O conhecimento dos aspectos fundamentais do cálculo das probabilidades é uma necessidade essencial para o estudo da Estatística Indutiva ou Inferência.

Conceitos importantes:

1) Experimento Aleatório

São fenômenos que, mesmo repetidos várias vezes sob condições semelhantes, apresentam resultados imprevisíveis. O resultado final depende do acaso.

Exemplo: Da afirmação "é provável que o meu time ganhe a partida hoje" pode resultar:

- que ele ganhe - que ele perca - que ele empate

Este resultado final pode ter três possibilidades.

2) Espaço Amostral

É o conjunto universo ou o conjunto de resultados possíveis de um experimento aleatório.

No experimento aleatório "lançamento de uma moeda" temos o espaço amostral {cara, coroa}.

No experimento aleatório "lançamento de um dado" temos o espaço amostral {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

No experimento aleatório "dois lançamentos sucessivos de uma moeda" temos o espaço amostral :

{(ca,ca) , (co,co) , (ca,co) , (co,ca)}

3) Eventos

É qualquer subconjunto do espaço amostral de um experimento aleatório.

Se considerarmos S como espaço amostral e E como evento: Assim, qualquer que seja E , se $E \subset S$ (E está contido em S), então E é um evento de S .

Se $E = S$, E é chamado de evento certo.

Se $E \subset S$ e E é um conjunto unitário, E é chamado de evento elementar.

Se $E = \emptyset$, E é chamado de evento impossível.

4) Conceito de Probabilidade

Chamamos de probabilidade de um evento A (sendo que A está contido no Espaço amostral) o número real $P(A)$, tal que : número de casos favoráveis de A / número total de casos

$$P = \frac{\text{Evento A}}{\text{Espaço Amostral}} = \frac{N^{\circ} \text{ casos favoráveis}}{\text{Total}}$$

Exemplos:

1- No lançamento de uma moeda qual a probabilidade de obter cara em um evento A ?

$$S = \{ \text{ca, co} \} = 2 \quad A = \{ \text{ca} \} = 1 \quad P(A) = 1/2 = 0,5 = 50\%$$

2- No lançamento de um dado qual a probabilidade de obter um número par em um evento A ?

$$S = \{ 1,2,3,4,5,6 \} = 6 \quad A = \{ 2,4,6 \} = 3 \quad P(A) = 3/6 = 0,5 = 50\%$$

3- No lançamento de um dado qual a probabilidade de obter um número menor ou igual a 6 em um evento A ?

$$S = \{ 1,2,3,4,5,6 \} = 6 \quad A = \{ 1,2,3,4,5,6 \} = 6 \quad P(A) = 6/6 = 1,0 = 100\%$$

Obs: a probabilidade de todo evento certo = 1 ou 100%.

4- No lançamento de um dado qual a probabilidade de obter um número maior que 6 em um evento A ?

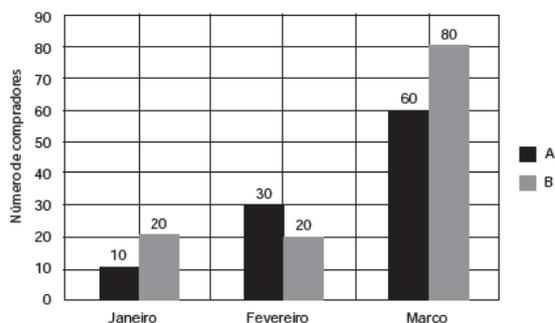
$$S = \{ 1,2,3,4,5,6 \} = 6 \quad A = \{ \} = 0 \quad P(A) = 0/6 = 0 = 0\%$$

Obs: a probabilidade de todo evento impossível = 0 ou 0%

5- Em um grupo de pessoas 60 jogam futebol, 50 jogam vôlei e 10 jogam os dois esportes. Portanto escolhendo ao acaso uma pessoa deste grupo a probabilidade desta pessoa jogar futebol é de:

QUESTÃO 146

Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, A e B, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:



A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto A e outro brinde entre os compradores do produto B.

Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?

- A** $\frac{1}{20}$
- B** $\frac{3}{242}$
- C** $\frac{5}{22}$
- D** $\frac{6}{25}$
- E** $\frac{7}{15}$

QUESTÃO 150

Numa escola com 1 200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento desses em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol.

Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas.

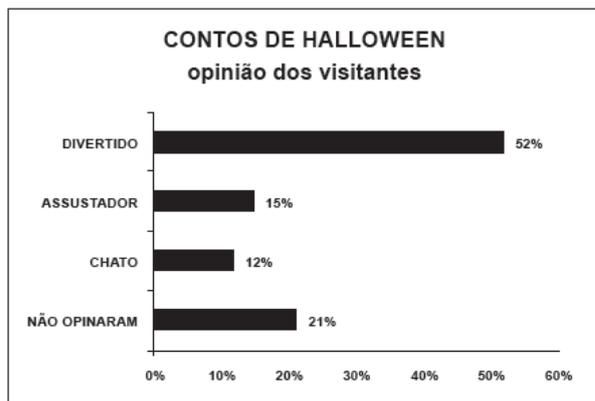
Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês, qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?

- A** $\frac{1}{2}$
- B** $\frac{5}{8}$
- C** $\frac{1}{4}$
- D** $\frac{5}{6}$
- E** $\frac{5}{14}$

QUESTÃO 139

Em um *blog* de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados "Contos de Halloween". Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas reações em: "Divertido", "Assustador" ou "Chato". Ao final de uma semana, o *blog* registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem.

O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete.



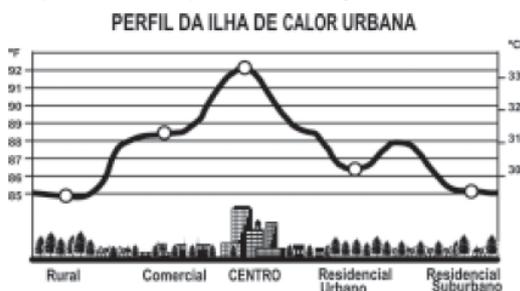
O administrador do *blog* irá sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem "Contos de Halloween".

Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto "Contos de Halloween" é "Chato" é mais aproximada por

- A 0,09.
- B 0,12.
- C 0,14.
- D 0,15.
- E 0,18.

QUESTÃO 163

Rafael mora no Centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das "ilhas de calor" da região, que deveriam ser inferiores a 31°C . Tais temperaturas são apresentadas no gráfico:



Fonte: EPA

Escolhendo, aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas é

- A $\frac{1}{5}$
- B $\frac{1}{4}$
- C $\frac{2}{5}$
- D $\frac{3}{5}$
- E $\frac{3}{4}$

QUESTÃO 170

Todo o país passa pela primeira fase de campanha de vacinação contra a gripe suína (H1N1). Segundo um médico infectologista do Instituto Emílio Ribas, de São Paulo, a imunização “deve mudar”, no país, a história da epidemia. Com a vacina, de acordo com ele, o Brasil tem a chance de barrar uma tendência do crescimento da doença, que já matou 17 mil no mundo. A tabela apresenta dados específicos de um único posto de vacinação.

Campanha de vacinação contra a gripe suína

Datas da vacinação	Público-alvo	Quantidade de pessoas vacinadas
8 a 19 de março	Trabalhadores da saúde e indígenas	42
22 de março a 2 de abril	Portadores de doenças crônicas	22
5 a 23 de abril	Adultos saudáveis entre 20 e 29 anos	56
24 de abril a 7 de maio	População com mais de 60 anos	30
10 a 21 de maio	Adultos saudáveis entre 30 e 39 anos	50

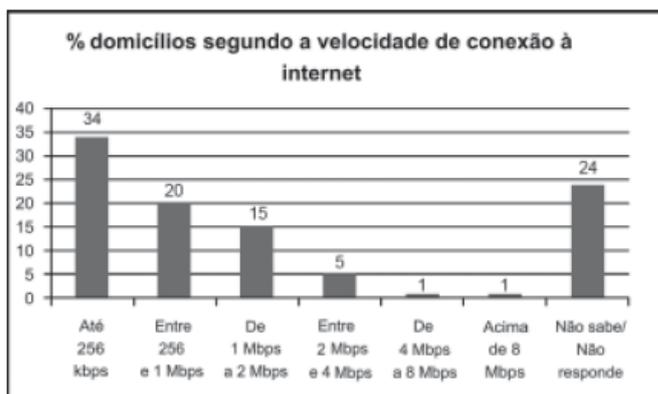
Disponível em: <http://img.terra.com.br>. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Escolhendo-se aleatoriamente uma pessoa atendida nesse posto de vacinação, a probabilidade de ela ser portadora de doença crônica é

- A** 8%.
- B** 9%.
- C** 11%.
- D** 12%.
- E** 22%.

QUESTÃO 171

O gráfico mostra a velocidade de conexão à internet utilizada em domicílios no Brasil. Esses dados são resultado da mais recente pesquisa, de 2009, realizada pelo Comitê Gestor da Internet (CGI).



Disponível em: <http://agencia.ipea.gov.br>. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Escolhendo-se, aleatoriamente, um domicílio pesquisado, qual a chance de haver banda larga de conexão de pelo menos 1 Mbps neste domicílio?

- A** 0,45
- B** 0,42
- C** 0,30
- D** 0,22
- E** 0,15

Questão 150

Em uma reserva florestal existem 263 espécies de peixes, 122 espécies de mamíferos, 93 espécies de répteis, 1 132 espécies de borboletas e 656 espécies de aves.

Disponível em: <http://www.wwf.org.br>. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

Se uma espécie animal for capturada ao acaso, qual a probabilidade de ser uma borboleta?

- A** 63,31%
- B** 60,18%
- C** 56,52%
- D** 49,96%
- E** 43,27%

Questão 157

Os estilos musicais preferidos pelos jovens brasileiros são o samba, o *rock* e a MPB. O quadro a seguir registra o resultado de uma pesquisa relativa à preferência musical de um grupo de 1 000 alunos de uma escola. Alguns alunos disseram não ter preferência por nenhum desses três estilos.

preferência musical	<i>rock</i>	samba	MPB	<i>rock</i> e samba
número de alunos	200	180	200	70

preferência musical	<i>rock</i> e MPB	samba e MPB	<i>rock</i> , samba e MPB
número de alunos	60	50	20

Se for selecionado ao acaso um estudante no grupo pesquisado, qual é a probabilidade de ele preferir somente MPB?

- A** 2%
- B** 5%
- C** 6%
- D** 11%
- E** 20%

APÊNDICE H - Aula 8 (Pós-teste)**Aula 8 - ENEM 2014**

Resolver as questões abaixo, mostrando os cálculos, indicar a resposta correta no espaço disponível e atribuir graus de dificuldade e grau de importância relacionado a cada uma das questões, seguindo a seguinte atribuição:

1- Muito Pouco 2- Pouco 3- Médio 4- Grande 5- Muito Grande

Questão 1**QUESTÃO 138**

Os candidatos K, L, M, N e P estão disputando uma única vaga de emprego em uma empresa e fizeram provas de português, matemática, direito e informática. A tabela apresenta as notas obtidas pelos cinco candidatos.

Candidatos	Português	Matemática	Direito	Informática
K	33	33	33	34
L	32	39	33	34
M	35	35	36	34
N	24	37	40	35
P	36	16	26	41

Segundo o edital de seleção, o candidato aprovado será aquele para o qual a mediana das notas obtidas por ele nas quatro disciplinas for a maior.

O candidato aprovado será

- A K.
- B L.
- C M.
- D N.
- E P.

Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 2**QUESTÃO 159**

Ao final de uma competição de ciências em uma escola, restaram apenas três candidatos. De acordo com as regras, o vencedor será o candidato que obtiver a maior média ponderada entre as notas das provas finais nas disciplinas química e física, considerando, respectivamente, os pesos 4 e 6 para elas. As notas são sempre números inteiros. Por questões médicas, o candidato II ainda não fez a prova final de química. No dia em que sua avaliação for aplicada, as notas dos outros dois candidatos, em ambas as disciplinas, já terão sido divulgadas.

O quadro apresenta as notas obtidas pelos finalistas nas provas finais.

Candidato	Química	Física
I	20	23
II	X	25
III	21	18

A menor nota que o candidato II deverá obter na prova final de química para vencer a competição é

- A** 18.
- B** 19.
- C** 22.
- D** 25.
- E** 26.

Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 3

QUESTÃO 164

Um pesquisador está realizando várias séries de experimentos com alguns reagentes para verificar qual o mais adequado para a produção de um determinado produto. Cada série consiste em avaliar um dado reagente em cinco experimentos diferentes. O pesquisador está especialmente interessado naquele reagente que apresentar a maior quantidade dos resultados de seus experimentos acima da média encontrada para aquele reagente. Após a realização de cinco séries de experimentos, o pesquisador encontrou os seguintes resultados:

	Reagente 1	Reagente 2	Reagente 3	Reagente 4	Reagente 5
Experimento 1	1	0	2	2	1
Experimento 2	6	6	3	4	2
Experimento 3	6	7	8	7	9
Experimento 4	6	6	10	8	10
Experimento 5	11	5	11	12	11

Levando-se em consideração os experimentos feitos, o reagente que atende às expectativas do pesquisador é o

- A** 1.
- B** 2.
- C** 3.
- D** 4.
- E** 5.

Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

*Questão 4***QUESTÃO 167**

O psicólogo de uma empresa aplica um teste para analisar a aptidão de um candidato a determinado cargo. O teste consiste em uma série de perguntas cujas respostas devem ser verdadeiro ou falso e termina quando o psicólogo fizer a décima pergunta ou quando o candidato der a segunda resposta errada. Com base em testes anteriores, o psicólogo sabe que a probabilidade de o candidato errar uma resposta é 0,20.

A probabilidade de o teste terminar na quinta pergunta é

- A** 0,02048.
- B** 0,08192.
- C** 0,24000.
- D** 0,40960.
- E** 0,49152.

Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 5

QUESTÃO 171

Para analisar o desempenho de um método diagnóstico, realizam-se estudos em populações contendo pacientes saudáveis e doentes. Quatro situações distintas podem acontecer nesse contexto de teste:

- 1) Paciente TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.
- 2) Paciente TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.
- 3) Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.
- 4) Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.

Um índice de desempenho para avaliação de um teste diagnóstico é a sensibilidade, definida como a probabilidade de o resultado do teste ser POSITIVO se o paciente estiver com a doença.

O quadro refere-se a um teste diagnóstico para a doença A, aplicado em uma amostra composta por duzentos indivíduos.

Resultado do teste	Doença A	
	Presente	Ausente
Positivo	95	15
Negativo	5	85

BENSEÑOR, J. M.; LOTUFO, P. A. *Epidemiologia: abordagem prática*. São Paulo: Sarvier, 2011 (adaptado).

Conforme o quadro do teste proposto, a sensibilidade dele é de

- A** 47,5%.
- B** 85,0%.
- C** 86,3%.
- D** 94,4%.
- E** 95,0%.

Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 6

QUESTÃO 170

Uma loja que vende sapatos recebeu diversas reclamações de seus clientes relacionadas à venda de sapatos de cor branca ou preta. Os donos da loja anotaram as numerações dos sapatos com defeito e fizeram um estudo estatístico com o intuito de reclamar com o fabricante.

A tabela contém a média, a mediana e a moda desses dados anotados pelos donos.

Estatísticas sobre as numerações dos sapatos com defeito			
	Média	Mediana	Moda
Numerações dos sapatos com defeito	36	37	38

Para quantificar os sapatos pela cor, os donos representaram a cor branca pelo número 0 e a cor preta pelo número 1. Sabe-se que a média da distribuição desses zeros e uns é igual a 0,45.

Os donos da loja decidiram que a numeração dos sapatos com maior número de reclamações e a cor com maior número de reclamações não serão mais vendidas.

A loja encaminhou um ofício ao fornecedor dos sapatos, explicando que não serão mais encomendados os sapatos de cor

- A** branca e os de número 38.
- B** branca e os de número 37.
- C** branca e os de número 36.
- D** preta e os de número 38.
- E** preta e os de número 37.

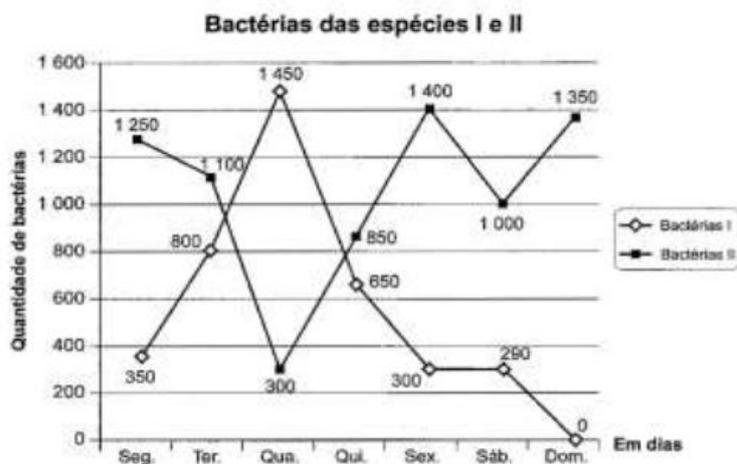
Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 7

QUESTÃO 173

Um cientista trabalha com as espécies I e II de bactérias em um ambiente de cultura. Inicialmente, existem 350 bactérias da espécie I e 1 250 bactérias da espécie II. O gráfico representa as quantidades de bactérias de cada espécie, em função do dia, durante uma semana.



Em que dia dessa semana a quantidade total de bactérias nesse ambiente de cultura foi máxima?

- A** Terça-feira.
- B** Quarta-feira.
- C** Quinta-feira.
- D** Sexta-feira.
- E** Domingo.

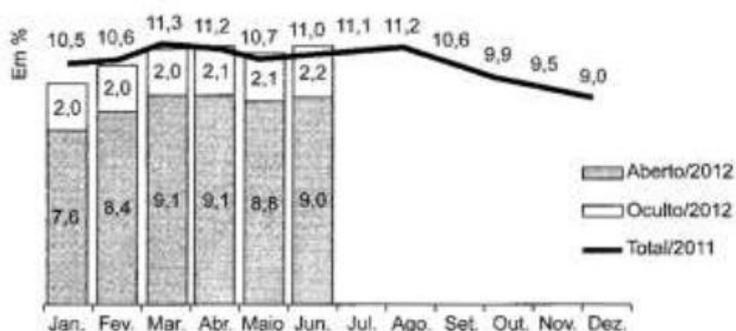
Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 8

QUESTÃO 178

O gráfico apresenta as taxas de desemprego durante o ano de 2011 e o primeiro semestre de 2012 na região metropolitana de São Paulo. A taxa de desemprego total é a soma das taxas de desemprego aberto e oculto.



Suponha que a taxa de desemprego oculto do mês de dezembro de 2012 tenha sido a metade da mesma taxa em junho de 2012 e que a taxa de desemprego total em dezembro de 2012 seja igual a essa taxa em dezembro de 2011.

Disponível em: www.dieese.org.br. Acesso em: 1 ago. 2012 (fragmento).

Nesse caso, a taxa de desemprego aberto de dezembro de 2012 teria sido, em termos percentuais, de

- A** 1,1.
- B** 3,5.
- C** 4,5.
- D** 6,8.
- E** 7,9.

Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 9

QUESTÃO 180

O Ministério da Saúde e as unidades federadas promovem frequentemente campanhas nacionais e locais de incentivo à doação voluntária de sangue, em regiões com menor número de doadores por habitante, com o intuito de manter a regularidade de estoques nos serviços hemoterápicos. Em 2010, foram recolhidos dados sobre o número de doadores e o número de habitantes de cada região conforme o quadro seguinte.

Taxa de doação de sangue, por região, em 2010			
Região	Doadores	Número de habitantes	Doadores/habitantes
Nordeste	820 959	53 081 950	1,5%
Norte	232 079	15 864 454	1,5%
Sudeste	1 521 766	80 364 410	1,9%
Centro-Oeste	362 334	14 058 094	2,6%
Sul	690 391	27 386 891	2,5%
Total	3 627 529	190 755 799	1,9%

Os resultados obtidos permitiram que estados, municípios e o governo federal estabelecessem as regiões prioritárias do país para a intensificação das campanhas de doação de sangue.

A campanha deveria ser intensificada nas regiões em que o percentual de doadores por habitantes fosse menor ou igual ao do país.

Disponível em: <http://bvams.saude.gov.br>. Acesso em: 2 ago. 2013 (adaptado).

As regiões brasileiras onde foram intensificadas as campanhas na época são

- A** Norte, Centro-Oeste e Sul.
- B** Norte, Nordeste e Sudeste.
- C** Nordeste, Norte e Sul.
- D** Nordeste, Sudeste e Sul.
- E** Centro-Oeste, Sul e Sudeste.

Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____

Questão 10

QUESTÃO 157

Uma empresa de alimentos oferece três valores diferentes de remuneração a seus funcionários, de acordo com o grau de instrução necessário para cada cargo. No ano de 2013, a empresa teve uma receita de 10 milhões de reais por mês e um gasto mensal com a folha salarial de R\$ 400 000,00, distribuídos de acordo com o Gráfico 1. No ano seguinte, a empresa ampliará o número de funcionários, mantendo o mesmo valor salarial para cada categoria. Os demais custos da empresa permanecerão constantes de 2013 para 2014. O número de funcionários em 2013 e 2014, por grau de instrução, está no Gráfico 2.

Distribuição da folha salarial

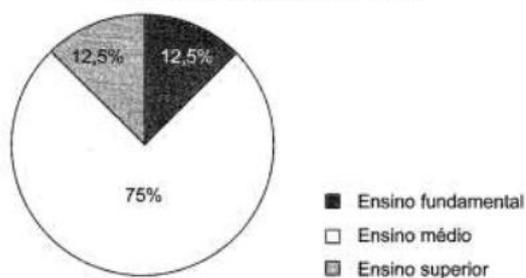


Gráfico 1

Número de funcionários por grau de instrução

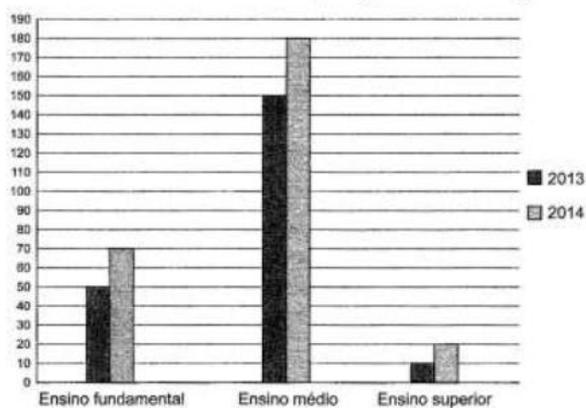


Gráfico 2

Qual deve ser o aumento na receita da empresa para que o lucro mensal em 2014 seja o mesmo de 2013?

- A R\$ 114 285,00
- B R\$ 130 000,00
- C R\$ 160 000,00
- D R\$ 210 000,00
- E R\$ 213 333,00

Grau de dificuldade atribuído: _____

Grau de importância atribuído: _____